



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

Traitement Numérique
de données de L'EEG

Proposé par :

Etudié par :

Dirigé par :

D.E AZOUZ

F.SOLTANI & T.NACER

D.E AZOUZ

PROMOTION :

JUIN 1985

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DÉPARTEMENT

ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

S U J E T

Traitement Numérique
de données de L'EEG

Proposé par :

Étudié par :

Dirigé par :

D.E AZOUZ

F.SOLTANI & T.NACER

D E .AZOUZ

PROMOTION :

JUIN 1985

DEDICACES

A mes parents

A mes Freres et Soeurs

A mes amis

A Tous Ceux que j'aime

Loufik

A mes parents

A toute ma famille

A tous mes amis

Faouzi

REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer nos profondes gratitudees envers Monsieur D.E. AÏEOUZ maître assistant à l'ENPA, qui a bien voulu nous confier ce travail, Sa gentillesse, sa Compétence, son dynamisme nous ont toujours été d'un grand secours

Nous remercions Monsieur le professeur C. GERONIMI Chef de service de l'hôpital Ait-Idir qui nous a facilité l'accès à son service.

Nous adressons notre profonde gratitude à monsieur le Docteur AIT-KACI responsable du laboratoire d'électroencéphalographie, qui nous a initié au domaine électroencéphalographique, Ses discussions fructueuses nous ont très largement aidé au cours de ce travail.

Nous tenons aussi à exprimer notre sincère reconnaissance envers tout le Corps enseignant qui a contribué à notre formation d'ingénieur.

Enfin nous remercions Tous ceux qui ont participé à l'élaboration de ce projet, soit par des discussions, soit par leur aide technique.

SOMMAIRE

Introduction

Chapitre 1: Nature et Caractéristiques du Signal EEG	1
Structures Cérébrale	1
Électrogenèse Cérébrale	4
Électroencéphalographie	4
Activités de Fond du signal EEG	5
Téchnique classique d'enregistrement EEG	10
Interpretation Classique de L'EEG	11
Limites de la lecture de L'EEG	12
Lecture automatique du Tracé EEG	12
Chapitre 2: Méthode de traitement numérique du signal	14
Transformation de Fourier discrète	14
Transformation de Fourier rapide	24
Les Fenêtres de pondération	30
Chapitre 3: Analyse Spectrale	34
Fonction d'auto corrélation	36
Fonction d'intercorrélation	36
Définitions sur les estimateurs	37
Densité Spectrale de puissance	38
Densité interspectrale de puissance	41

Chapitre 4: Choix des méthodes et algorithmes de traitement	
Méthode d'échantillonnage	43
Quantification	45
Calcul de la moyenne	47
Calcul de la variance	48
Densité de probabilité du 1 ^{er} ordre	49
Vérification du caractère aléatoire du signal	52
Choix des méthodes de traitement	54

Chapitre 5: Résultats et interprétations des traitements effectués	
Densité de probabilité	60
Test de stationnarité	67
Vérification du caractère aléatoire	71
Analyse de la densité spectrale	72
Analyse de la cohérence et de la phase	76

Conclusion 79

Annexe

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

Pour les examens ne se basant pas sur l'observation clinique et où l'intervention humaine se borne à une reconnaissance de formes, il devient intéressant de recourir à des méthodes numériques.

En effet, ces examens offrent un grand intérêt pour compléter le dossier clinique ou même pour déceler certaines maladies.

Cependant leur nombre sans cesse croissant nécessite de plus en plus de spécialistes et l'utilisation de méthodes d'analyse numérique est susceptible de diminuer et de simplifier le travail de ces derniers et de généraliser ces examens à un plus grand nombre de malades.

Notre travail consiste à traiter des signaux réels de l'EEG recueillis de l'hôpital Ait-idir (service de neurologie) en utilisant le micro-ordinateur TEKTRONIX 4052.

Ce dernier a nécessité de mettre en œuvre trois blocs de programmes qui permettent de :

- Numériser le signal EEG
- Tester les hypothèses faites sur la structure des signaux soumis à l'analyse.
- Traiter avec les méthodes d'analyse spectrale le signal EEG.

Dans ce mémoire, le premier chapitre sera consacré à un rappel sur les fondements physiologiques du signal électroencéphalographique, il en sera dégagé les caractéristiques essentielles nécessaires à l'analyse spectrale.

Le second chapitre expose les différentes méthodes du traitement numérique du signal. Les formules nécessaires pour l'étude du signal EEG sont présentées dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre seront décrites les méthodes retenues qui s'adaptent mieux au signal EEG.

Enfin le dernier chapitre présente les résultats des analyses effectuées ainsi que leur interprétation.

CHAPITRE 1

NATURE ET CARACTERISTIQUES DU SIGNAL EEG

STRUCTURES CEREBRALES

Le cerveau est le centre nerveux situé dans la boîte crânienne à l'extrémité supérieure de l'axe encéphalo-rachidien. Il se compose de deux hémisphères portant de nombreuses circonvolutions. Ce centre est le support de la sensibilité consciente des mouvements volontaires et de l'activité psychique. On peut distinguer dans le cerveau les structures suivantes.

L'ECORCE CEREBRALE

Substance grise tapissant la surface des hémisphères cérébraux et composée de plusieurs couches de cellules nerveuses.

LES NOYAUX GRIS CENTRAUX

Noyaux de cellules nerveuses disposés de façon symétrique au centre du cerveau. Ces noyaux comprennent les corps striés, le thalamus et l'hypothalamus.

LA SUBSTANCE BLANCHE

Sous jacente à l'écorce cérébrale elle est constituée de fibres de différents diamètres reliant différentes zones du cortex entre elles ou avec les noyaux centraux. Les deux hémisphères sont reliés par les fibres du corps calleux.

On peut localiser sur l'écorce cérébrale des aires spécialisées sensorielles ou motrices.

Dans les zones sensorielles le cortex comprend surtout de petits neurones en forme de grains au voisinage desquels se terminent les fibres sensorielles venant du thalamus.

On distingue notamment une zone visuelle (I) à l'extrémité du lobe occipital, une zone auditive (II) dans le lobe temporal à proximité

de la scissure de Sylvius, et une zone de sensibilité générale (III) dans le haut du lobe pariétal à proximité de la scissure de Rolando. La zone olfactive (IV) est située sur la face interne des hémisphères dans une zone pauvre en neurones et proche de l'hypothalamus (Fig I-1, I.2 et I.3)

Les zones motrices sont localisées dans la partie supérieure du lobe frontal (II), le long de la scissure de Rolando, dans une région riche en neurones pyramidaux dont les dendrites s'épanouissent à la surface du cortex.

Le fonctionnement de ces structures peut être grossièrement schématisé de la manière suivante (Fig I-2 et I.3):

Les messages sensoriels sont centralisés par les noyaux gris centraux (thalamus pour la sensibilité consciente, hypothalamus pour les sensations) avant de parvenir au cortex.

Seuls les messages olfactifs sont directement perçus par l'écorce.

L'intégration de ces divers messages, leur interprétation et l'élaboration des décisions, s'effectuent au niveau du cortex grâce aux multiples fibres qui en relient les diverses zones. Les ordres moteurs élaborés par l'écorce cérébrale sont centralisés par les noyaux gris centraux (Corps striés pour la motricité gestuelle, hypothalamus pour le comportement affectif) avant d'être distribués vers la moelle.

A ces divers mécanismes s'ajoute une régulation (à partir du thalamus) de l'ensemble de l'activité corticale.

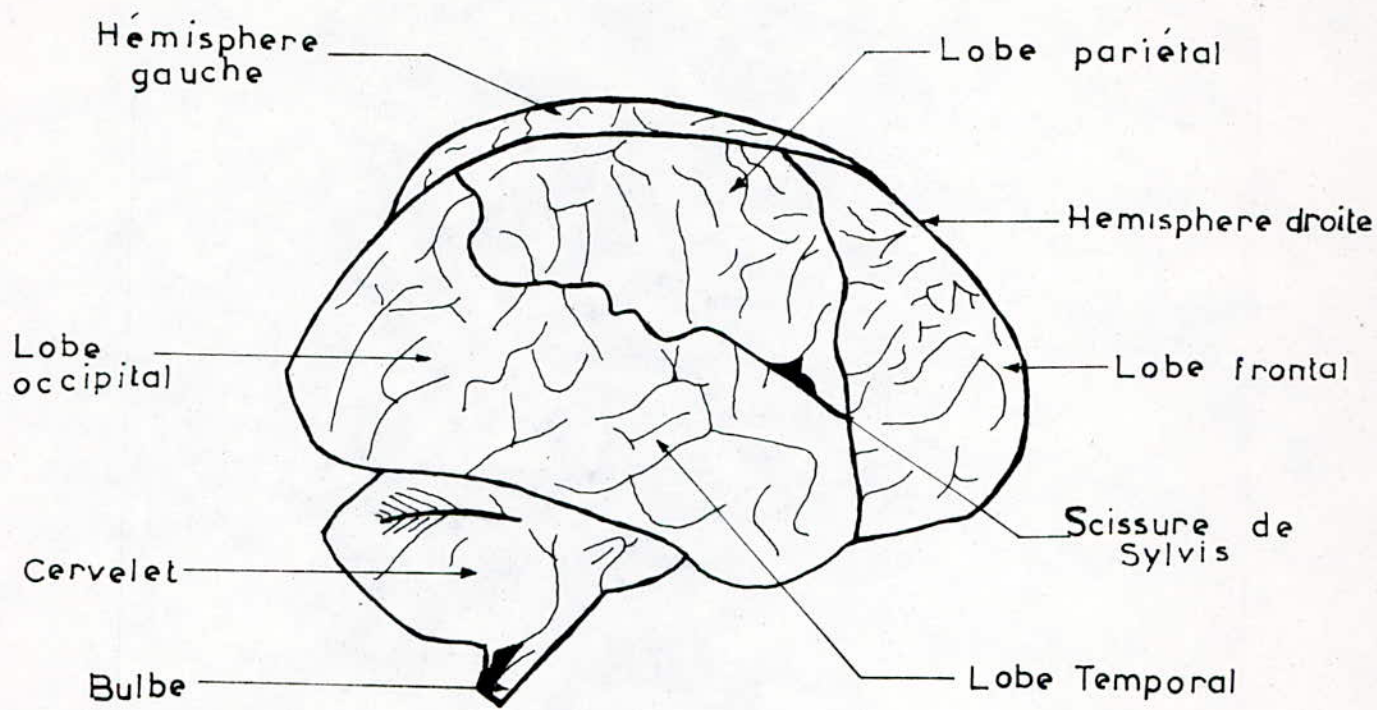


FIG.I.1: Face Latérale externe de l'hémisphere droite

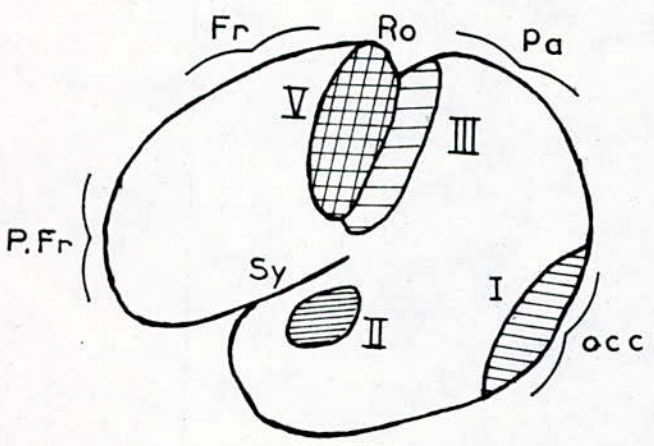


FIG. I.2 :
Face externe Hemisphere gauche

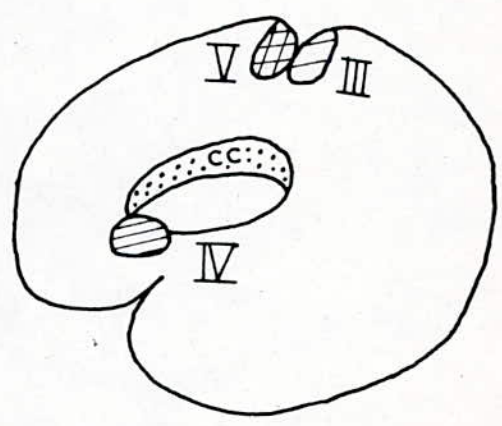


FIG.I.3: Face interne Hemisphere droite

ELECTROGENESE CEREBRALE

Dans certaines conditions une cellule nerveuse est susceptible d'émettre soit spontanément, soit à la suite d'une excitation incidente, un signal électrique appelé onde d'influx nerveux. L'intensité de ce signal, qui correspond à une brève dépolarisation de la cellule, se chiffre en millivolts et sa durée en milliseconde.

Cette onde d'influx nerveux va se propager le long des fibres nerveuses et pourra stimuler les cellules voisines.

Il s'agit là d'un processus électrique dynamique caractérisé par une propagation de signaux électriques.

Mais une cellule nerveuse oscille constamment en fonction de son chimisme propre, et des diverses stimulations électriques qu'elle reçoit de l'extérieur, entre deux états extrêmes.

Ces états sont caractérisés par le degré de polarisation de la cellule, c'est à dire par la valeur de sa charge électrique de surface : à une surpolarisation correspond un état d'inhibition, à une dépolarisation correspond un état d'excitation (état dans lequel la cellule est apte à émettre des ondes d'influx nerveux).

Les variations de polarisation de la cellule vont s'étendre par voisinage aux autres cellules, et cela que la cellule intéressée émette ou non des ondes d'influx nerveux.

Il s'agit là d'un processus électrique statique analogue à la propagation d'un champ électrique. (Laviton. 1971)

ELECTROENCEPHALOGRAPHIE

C'est en 1875 que Richard Caton décrit l'activité électrique d'un cerveau de chien et nota que même en l'absence de stimulations un galvanomètre relié à l'écorce cérébrale présentait des oscillations permanentes, mais le développement pratique de l'électroencéphalographie est dû à Hans Berger qui en 1929 réussit à enregistrer cette activité électrique

-a partir d'électrodes posées sur le scalp.

Cette activité est la résultante d'un ensemble fonctionnel de neurones présentant entre eux un certain degré de synchronisation et une similitude d'orientation.

Ces différences de potentiel de l'ordre de $50 \mu V$ sont mesurées entre diverses électrodes disposées suivant un certain quadrillage sur le scalp.

Elles sont amplifiées pour permettre l'enregistrement des plumes d'un électroencéphalogramme.

Les fréquences dominantes de ce phénomène relativement lent sont de l'ordre de 10 Hz .

ACTIVITES DE FOND DU SIGNAL EEG

La détection du signal EEG peut être monopolaire ou bipolaire.

Dans le mode monopolaire le signal est recueilli entre une électrode placée sur la région du crâne que l'on désire analyser, et une électrode dite de référence placée dans une zone neutre (par exemple le lobe de l'oreille) où l'on ne perçoit aucune activité cérébrale.

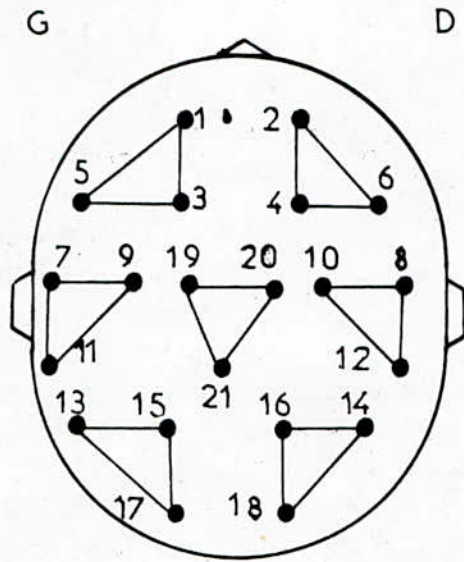
Le signal recueilli est alors le reflet de l'activité d'une population de cellules nerveuses localisées dans la zone d'exploration de l'électrode.

Dans le mode bipolaire le signal est recueilli entre deux électrodes placées en des points différents du scalp, puis amplifié par un amplificateur différentiel.

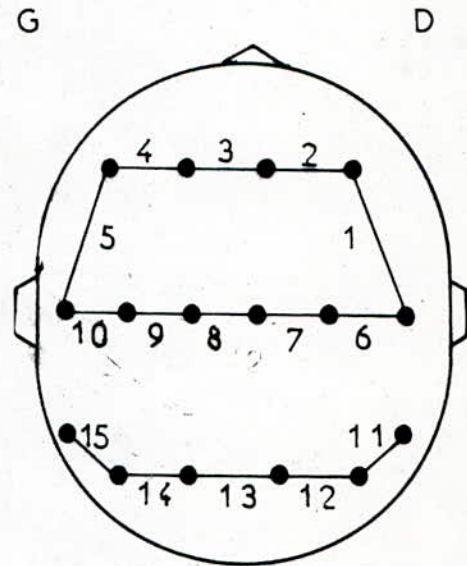
Le signal peut être considéré comme étant le reflet de l'activité des cellules situées entre les zones d'exploration des deux électrodes considérées.

Quel que soit le montage utilisé on recueille simultanément les signaux EEG en différents points du crâne (Fig I.4 et I.5)
Rappelons à ce sujet que la zone visuelle se trouve en région occipitale, la zone auditive en région temporale

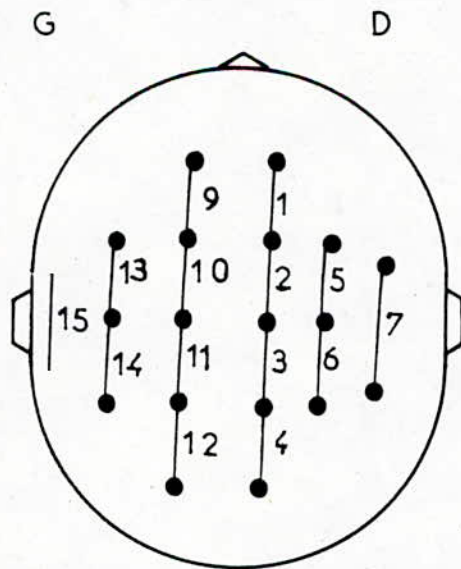
FIG. I.4: MONTAGES BECKMAN



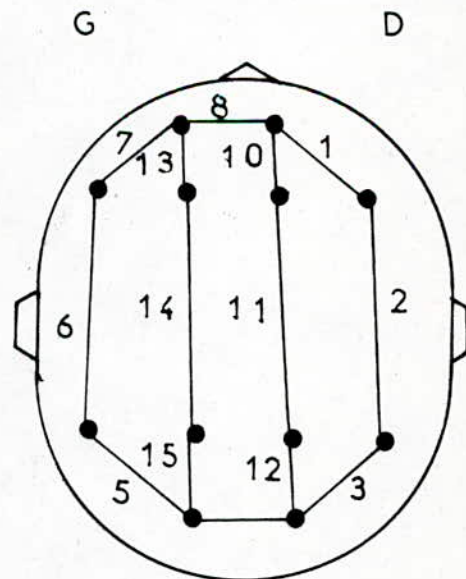
MONTAGE I



MONTAGE II

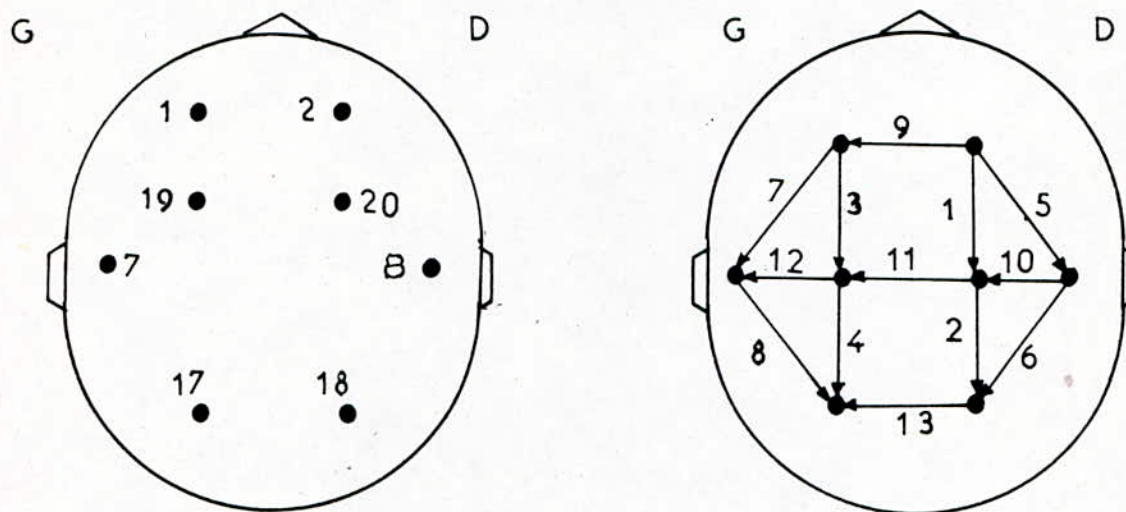


MONTAGE III



MONTAGE IV

FIG.I.5 : MONTAGES NOURRISSON



Montage Standard

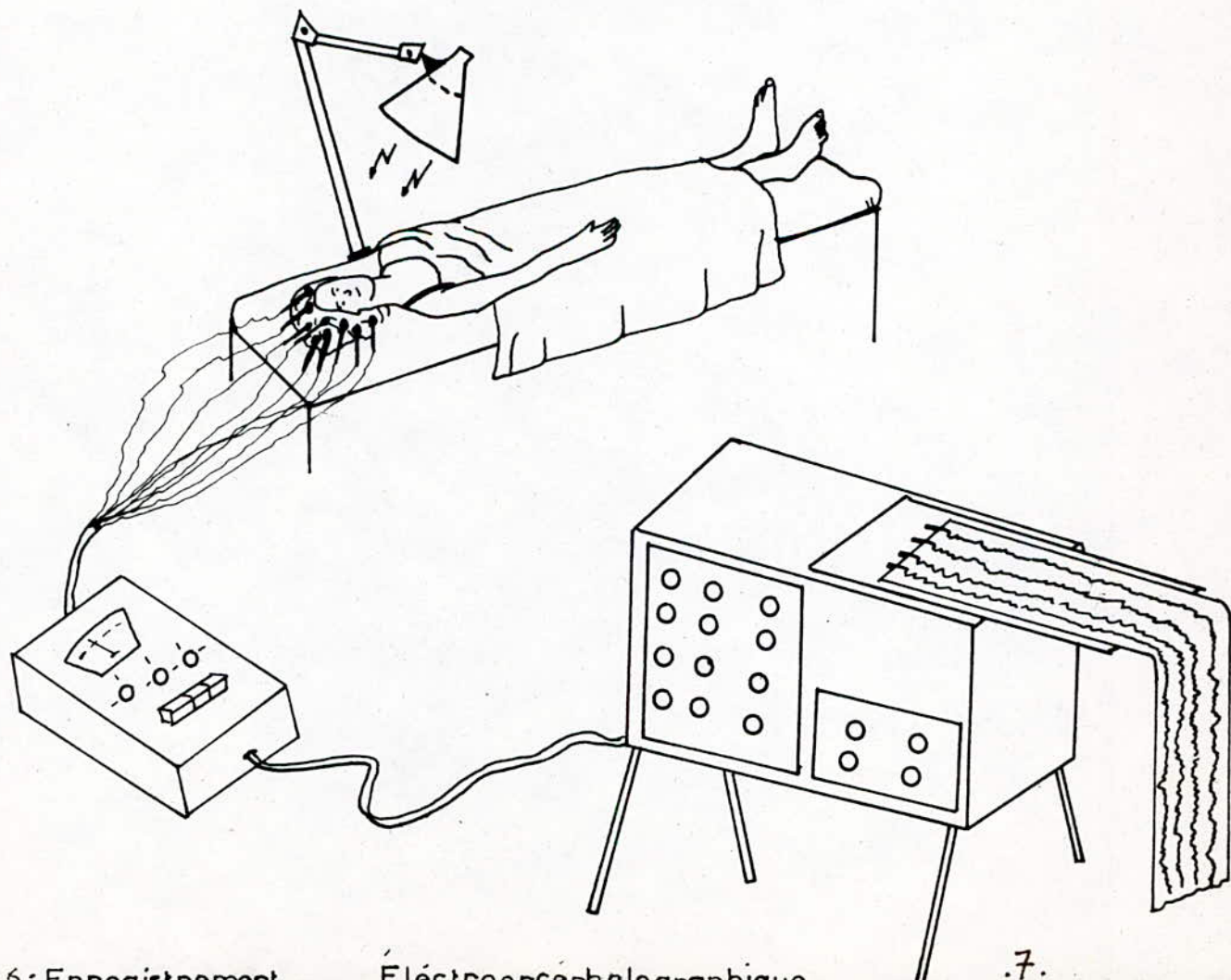


FIG.I.6 : Enregistrement

Électroencéphalographique

la zone sensible en région post-rolandique et la zone motrice en région prérolandique.

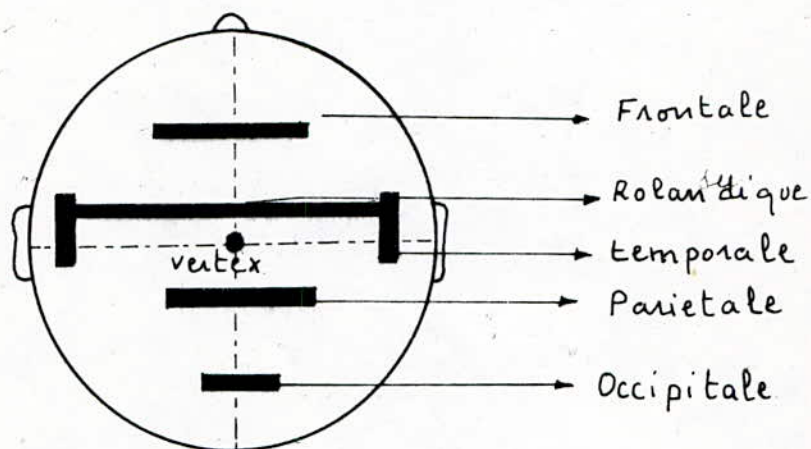


Fig. I.7: zones de Sensibilité

On constate dans ces conditions que le signal EEG présente un certain nombre d'activités de fond typiques, caractérisées par des fréquences fondamentales, et spécifiques d'un certain nombre de paramètres tels que la topographie (zone où le signal est recueilli), l'âge du sujet, son état physiologique

Les activités de fond les plus caractéristiques et les plus fréquemment rencontrées sont les suivantes.

RYTHME ALPHA

Cette activité, très courante chez les sujets adultes, présente une allure sinusoïdale dont la fréquence est comprise entre 8 et 12 Hz et dont l'amplitude en détection bipolaire se situe entre 20 et 60 μV .

Ce rythme, qui apparaît au cours de la croissance vers l'âge de 6 ans, peut, selon les sujets être stable ou intermittent (on parle dans le dernier cas de "bouffées" d' α)

Parfois, notamment chez les sujets jeunes, le rythme α détecté en région occipitale apparaît en surcharge d'une activité de fréquences beaucoup plus basses.

Le rythme α est surtout perçu en région occipitale et son amplitude tend à décroître au fur et à mesure que la détection se fait plus en avant du Crâne.

Cette activité, qui est essentiellement une activité de repos, tend à disparaître quand le sujet ouvre les yeux ou se livre à une activité intellectuelle.

RYTHME BETA

Plus rarement observé que l'alpha, ce rythme présente également une allure sinusoïdale dont la fréquence est comprise entre 12 et 22 Hz. et dont l'amplitude se situe entre 5 et 30 μ V.

Chez l'adulte au repos cette activité est très bien détectée en zone rolandique et sur le Vertex.

Ce rythme disparaît généralement quand le sujet est soumis à une excitation somesthésique (contraction des poings par exemple)

RYTHME TETA

Il s'agit d'une activité beaucoup plus lente dont la fréquence est comprise entre 4 et 7 Hz et dont l'amplitude peut atteindre 50 μ V.

Ce rythme qui apparaît généralement d'une façon intermittente sous forme de bouffées, est assez diffus sur toute la surface du Crâne, mais particulièrement perçu dans les régions temporales.

RYTHME DELTA

Cette activité très lente, dont la fréquence est comprise entre 0 et 3 Hz, très diffus et de grande amplitude ne se rencontre que chez les très jeunes enfants.

Les formes d'activités précédemment décrites sont celles que l'on rencontre le plus couramment chez des sujets normaux en état de veille ou, à l'exception du rythme β , en état de sommeil.

En effet on observe également, mais plus rarement, bien d'autres activités caractéristiques, telles que le rythme en arceau ou les ondes LAMBDA et d'autres formes comme les "pointes ondes" des épileptiques, elles sont caractéristique d'un état pathologique.

L'état de sommeil présente également des formes d'activité très spécifiques.

Dans certaines phases du sommeil on retrouve bien des activités précédemment citées telles que les rythmes α , θ , δ , par contre certaines phases présentent des activités très typiques telles que les "spindles", les "pointes vertex" ou les ondes "Complexe K" ... (Hector. 1976)

TECHNIQUE CLASSIQUE D'ENREGISTREMENT EEG

L'enregistrement est effectué à l'aide de l'électroencephalogramme, ce dernier est constitué de trois parties distinctes à savoir

- les circuits d'entrée qui transmettent aux amplificateurs les variations de potentiels "captés" par les électrodes.
- Les amplificateurs (préamplificateurs, constante de temps, filtres)
- Le système enregistreur qui traduit le signal traité pour le rendre lisible et utilisable.

A différents niveaux sont situées les commandes qui permettent de connaître et de régler avec une grande précision la quantité et la qualité de l'amplification.

des réglages standards en Algérie sont les suivants :

Impédance vue par les électrodes de la source : entre 5 et 10 k Ω
vitesse du papier : 15 mm/s.

Amplification : 1 cm correspond à 100 μ V

Constante de temps : 0.3 s.

Filtre déclenché : 50 Hz.

le montage utilisé : (III)

INTERPRETATION CLASSIQUE DE L'EEG

Dans l'examen électroencéphalographique, on doit distinguer deux étapes :

La lecture de l'EEG qui se borne à une description du tracé et l'interprétation qui doit se faire en connaissant l'état clinique du malade pour arriver à une conclusion.

DESCRIPTION DU TRACÉ

Les méthodes d'analyse les plus immédiates, et qui sont encore actuellement utilisées, consistent à effectuer manuellement un certain nombre de mesures ou de comptages directement sur le tracé. On peut ainsi estimer l'amplitude d'un rythme, sa fréquence (en comptant le nombre de maxima présentés par le tracé durant une seconde) et sa régularité (en mesurant le pourcentage de temps durant lequel le rythme est présent)

INTERPRETATION DE L'EEG

La lecture de l'EEG est un élément qu'il faut confronter ensuite avec l'état clinique du malade pour arriver à une interprétation décelant avec plus ou moins de certitude l'existence d'une lésion et sa localisation.

Par exemple, on peut observer sur le tracé des rythmes rapides qui prendront diverses significations en fonction de

l'état clinique :

Si le malade est sous l'effet de drogues, ces rythmes peuvent être considérés normaux et ne seront pas retenus, dans d'autres cas (Coma profond) ils peuvent être le signe d'une amélioration de l'état du malade.

Cette interprétation a été rendue possible grâce à l'expérience que les spécialistes ont acquise au cours de l'histoire de l'EEG, en confrontant les troubles cliniques observés et la lecture du tracé.

LIMITES DE LA LECTURE DE L'EEG

Un certain nombre de contraintes font qu'actuellement les examens électroencéphalographiques sont d'utilisation limitée.

L'exploitation des données EEG est basée sur la reconnaissance de certains types de formes appréciables sur le tracé tels que la fréquence des rythmes, leur amplitude, leur symétrie d'amplitude sur le cuir chevelu, leur simultanéité d'apparition.

Certains éléments isolés prennent une grande importance (pointes, pointes ondes, éléments triphasiques...), d'autres données ne sont pas exploitables sur le tracé telles que les relations de phase qui existent entre les rythmes, les proportions de rythmes communs à chaque voie, les distributions d'amplitude.

LECTURE AUTOMATIQUE DU TRACÉ EEG

Partout où la lecture pose des problèmes techniques (durée, nombre, technique d'exploitation) les méthodes de description automatique du tracé promettent de bons résultats, ainsi devient possible la surveillance des malades pendant de très longues durées.

Cette technique est très intéressante pour la surveillance des malades dans le coma ou en réanimation de nouveau-nés.

Une autre application est constituée par les examens EEG systématiques en vue de dépistage de maladies ou de

selection (Candidats à certaines professions demandant un niveau d'attention constant : pilote de ligne, chauffeurs d'autocar...)
-de la même façon que sont testés couramment les reflexes ou la vue.

CHAPITRE 2

METHODES DE TRAITEMENT NUMERIQUE DU SIGNAL

TRANSFORMEE DE FOURIER DISCRETE

La transformée de Fourier est l'outil fondamental de l'analyse fréquentielle. Elle permet le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel et vice versa.

L'intérêt de décrire un signal dans deux domaines différents provient du fait que les deux sortes de description se complètent.

TRANSFORMATION DE FOURIER DES SIGNAUX PERIODIQUES

Soit $x(t)$ une fonction de la variable t périodique de période T .
Sous certaines conditions on démontre l'égalité suivante (KUNT 198

$$(1) \quad X(n) = \frac{1}{T} \int_T x(t) \cdot \exp(-2\pi j \cdot n \cdot t / T) \cdot dt.$$

$$(2) \quad \text{avec} \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(n) \cdot \exp(2\pi j \cdot n \cdot t / T)$$

L'indice n est un entier et les $X(n)$ sont appelés les coefficients de Fourier.

Ces deux relations définissent des séries de Fourier. Ils montrent que le spectre d'une fonction périodique de période T est composé de raies, donc il est discontinu.

Il existe seulement pour des fréquences multiples de $\frac{1}{T}$. L'égalité de Bessel-Parseval qui traduit le fait que dans la décomposition du signal il y a conservation de la puissance.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |X(n)|^2 = \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt. \quad 14.$$

TRANSFORMATION DE FOURIER DES SIGNAUX APERIODIQUES

La transformée de Fourier d'un signal aperiodique $x(t)$ est définie par

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \exp(-2\pi \cdot f \cdot j \cdot t) \cdot dt \quad (3)$$

La transformation inverse s'écrit.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \exp(2\pi \cdot j \cdot f \cdot t) \cdot df \quad (4)$$

Les spectres des signaux aperiodiques sont aperiodiques et a fréquence continue. Une relation comparable à l'égalité de Bessel-Parseval existe pour une fonction non périodique. Dans ce cas c'est non pas la puissance mais l'énergie du signal qui se trouve conservée.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

Si $x(t)$ et $X(f)$ sont décomposées en parties réelle et imaginaire et celles-ci en parties paires et impaires, les correspondances entre diverses parties sont exprimées sur la figure suivante.

$$\begin{array}{rcl}
 x(t) & = & x_{r,p} + x_{r,i} + j x_{i,p} + j x_{i,i} \\
 \updownarrow & & \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \\
 X(f) & = & X_{r,p} + X_{r,i} + j X_{i,p} + j X_{i,i}
 \end{array}$$

(Diagram showing the decomposition of $x(t)$ and $X(f)$ into real and imaginary parts, and further into even and odd parts. The terms are arranged in two rows. The top row is $x(t) = x_{r,p} + x_{r,i} + j x_{i,p} + j x_{i,i}$. The bottom row is $X(f) = X_{r,p} + X_{r,i} + j X_{i,p} + j X_{i,i}$. Vertical double-headed arrows connect $x_{r,p}$ to $X_{r,p}$, $x_{r,i}$ to $X_{r,i}$, $x_{i,p}$ to $X_{i,p}$, and $x_{i,i}$ to $X_{i,i}$. Additionally, diagonal lines connect $x_{r,i}$ to $X_{i,p}$ and $x_{i,p}$ to $X_{r,i}$, indicating a cross-correspondence between these terms.)

Les propriétés essentielles de la transformation de Fourier sont résumées en annexe A1.

La transformation de Fourier des signaux numériques est définie par

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \exp(-2\pi j f k) \quad (5)$$

Une propriété de $X(f)$ qu'il faut remarquer est sa périodicité. La transformée de Fourier d'un signal numérique définie par la relation (5) est une fonction périodique de f de période unité. Les échantillons du signal $x(k)$ peuvent être obtenus à partir de la transformée $X(f)$ par la relation (6)

$$(6) \quad x(k) = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} X(f) \exp(j 2\pi f k) \cdot df$$

C'est la transformation inverse de Fourier pour les signaux numériques à énergie finie.

EXISTENCE DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER

La transformée de Fourier $X(f)$ existe si le membre de droite de la relation (5) est fini, c'est à dire si la série converge. Nous admettons sans démonstration que $X(f)$ existe pour tous les signaux à énergie finie.

Tous les signaux physiquement réalisables satisfont à cette condition.

ECHANTILLONNAGE ET REPLIEMENT DU SPECTRE

Pour effectuer un traitement numérique sur un signal continu $x(t)$ il convient d'échantillonner ce signal, c'est à dire de mesurer numériquement la valeur du signal prise à des instants successifs séparés de la période d'échantillonnage T . On dispose alors des échantillons $x(nT)$ qui sont les valeurs du signal aux instants nT pour n entier.

CHOIX DE LA FREQUENCE D'ÉCHANTILLONNAGE

Si la fréquence d'échantillonnage est très grande par rapport à celle des variations du phénomène, on aura une bonne représentation de ce dernier.

Cependant plus le nombre d'échantillons à prendre en compte est important et plus l'organe de traitement numérique risque d'être saturé.

Nous avons donc intérêt à choisir la fréquence d'échantillonnage la plus faible possible qui permette cependant de conserver l'information contenue dans le signal.

Le théorème de Shannon indique que cette fréquence minimum est égale au double de la fréquence maximum contenue dans le signal.

Pour voir plus en détail les effets que pourraient provoquer une non réalisation de cette condition, rappelons comment retrouver ce résultat.

Soit $x(f)$ le spectre de fréquence du signal $x(t)$.

L'opération d'échantillonnage de $x(t)$ consiste à multiplier le signal $x(t)$ par une suite d'impulsions séparées de la période d'échantillonnage T_s ; dans le domaine des fréquences ceci revient à faire la convolution des spectres des deux signaux, soit la convolution de $x(f)$ avec une suite d'impulsions séparées de $\frac{1}{T_s}$.

La figure II.1 montre qu'à partir du spectre limite en fréquence du signal échantillonné, il est possible de retrouver le spectre du signal (donc le signal lui-même) en réalisant un filtre passe-bas idéal, de fréquence de coupure $\frac{1}{2T_s}$, alors que pour une autre fréquence d'échantillonnage basse, il n'est pas possible de retrouver le spectre originale car il y a chevauchement des divers spectres provenant de la convolution de $x(f)$ avec les diverses raies.

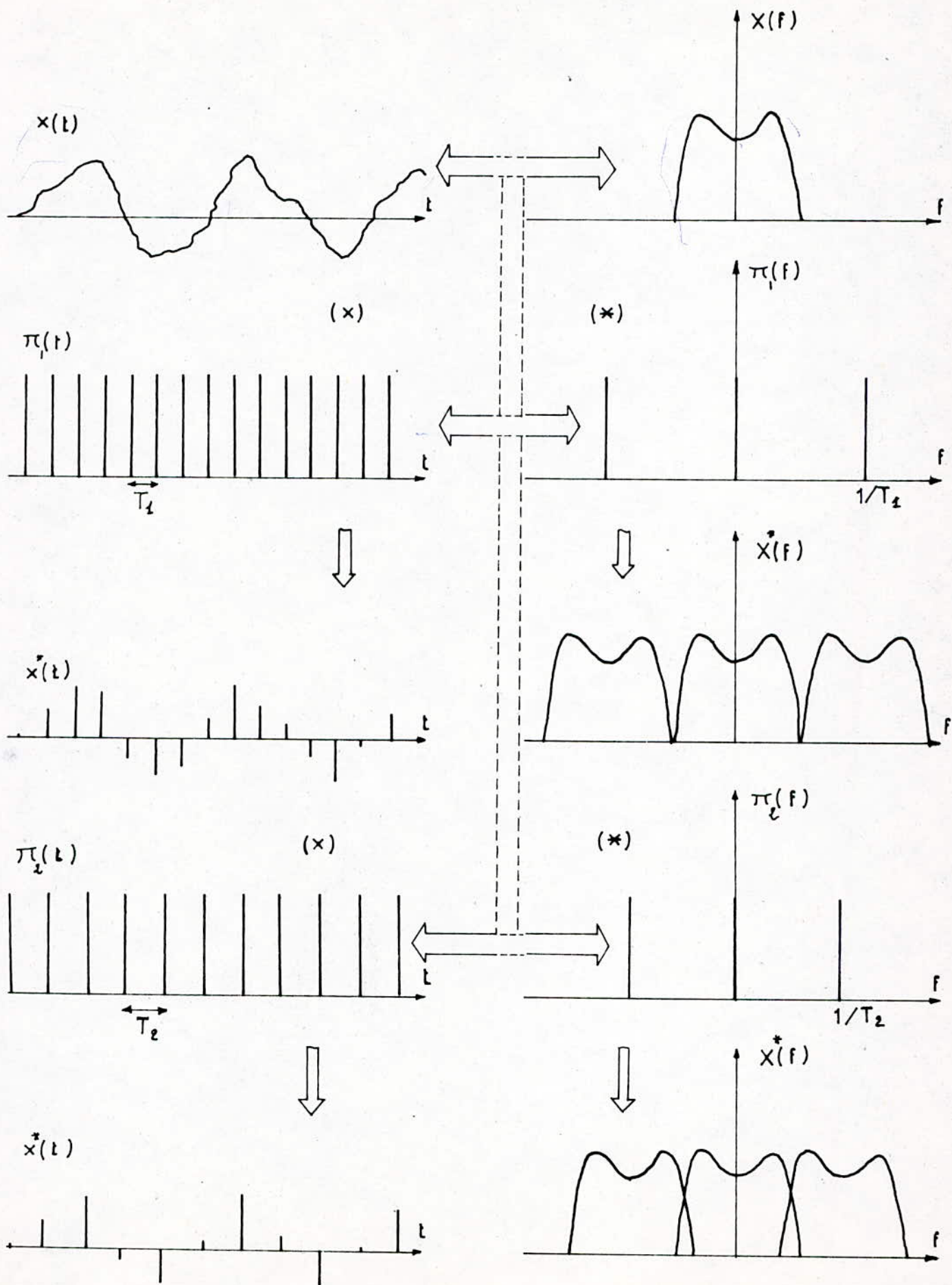


FIG. II.1: Fréquence d'échantillonnage et repliement de Spectre .18.

TRANSFORMATION DE FOURIER DISCRETE T.F.D

La transformation de fourier ainsi étudiée, présente deux difficultés pour un traitement numérique sur calculateur. Ceci provient d'une part de l'existence d'une variable continue représentant la fréquence, et d'autre part de la nécessité de faire intervenir un nombre infini d'échantillon du signal.

Le but recherché est de la mettre sous une forme pratiquement utilisable, cette forme est appelée transformation de fourier discrète (TFD)

DISCRETISATION TEMPORELLE ET FREQUENTIELLE D'UN SIGNAL

Nous considérons le cas général où le signal est de longue durée, dans ce cas trois opérations sont nécessaires pour convertir un signal et son spectre en deux suites périodiques.

- Un échantillonnage.
- Une limitation de durée
- Une périodisation.

L'échantillonnage s'obtient en multipliant le signal par une suite d'impulsions de Dirac de période T_s satisfaisant le critère de Shannon, la limitation de la durée de cette suite généralement nécessitée par la limitation de la mémoire des calculateurs, s'obtient en la multipliant par une fenêtre rectangulaire d'intensité unitaire et de durée T_0 , finie et suffisamment grande pour que son spectre puisse être approximativement assimilé à une impulsion de Dirac.

Cette seconde opération nous fournit une suite tronquée contenant N échantillons.

La périodisation de cette dernière suite s'obtient en la

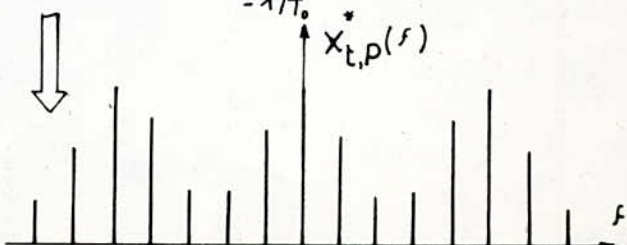
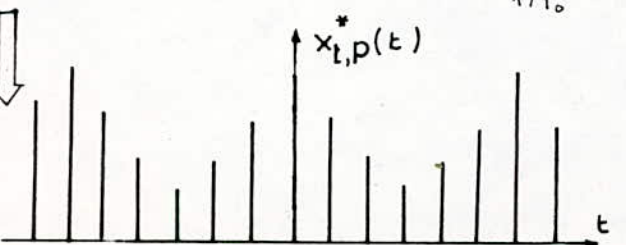
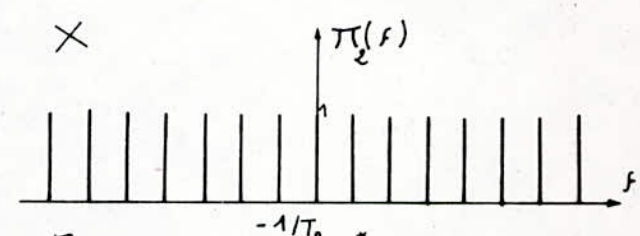
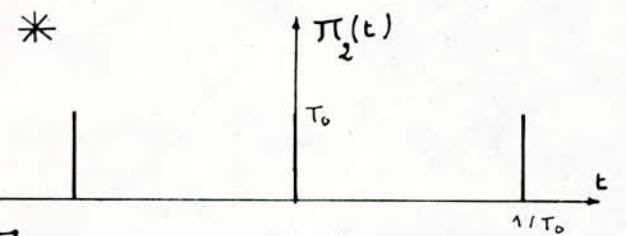
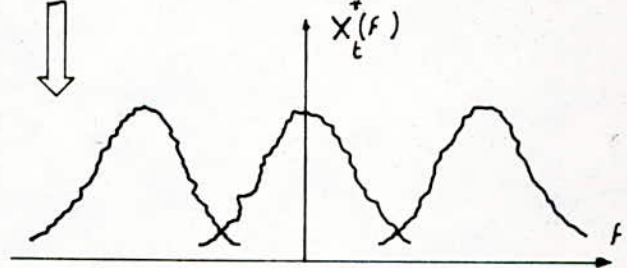
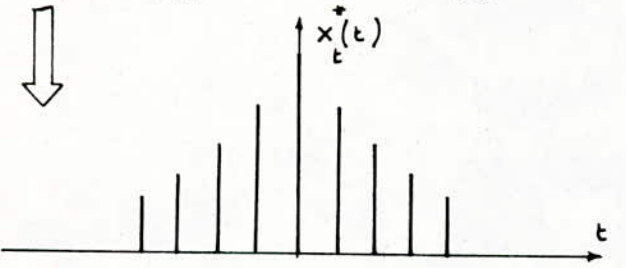
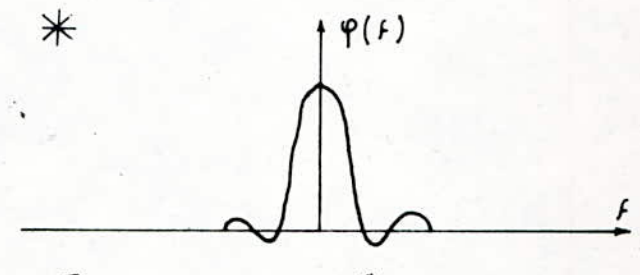
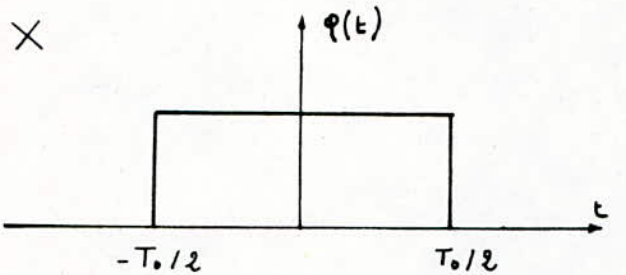
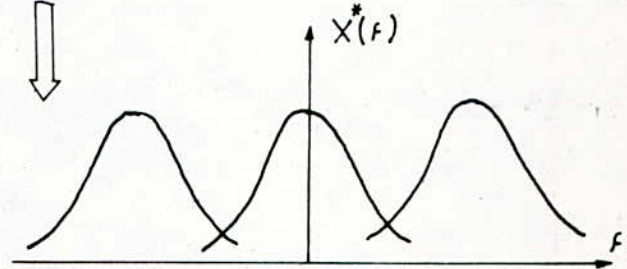
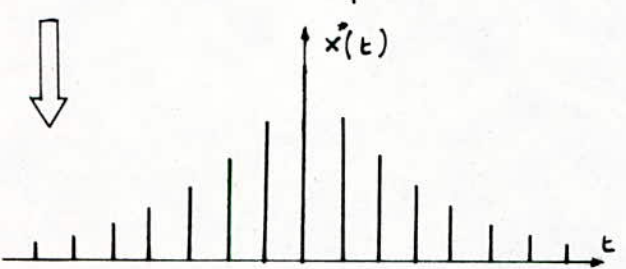
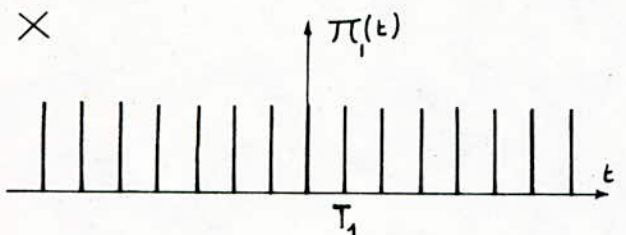
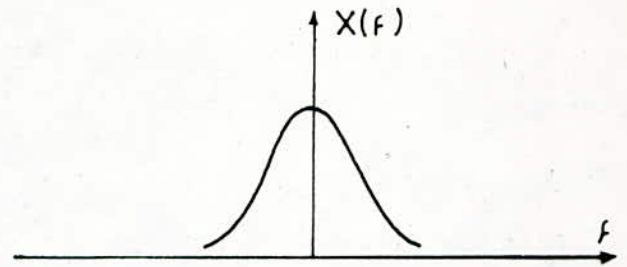
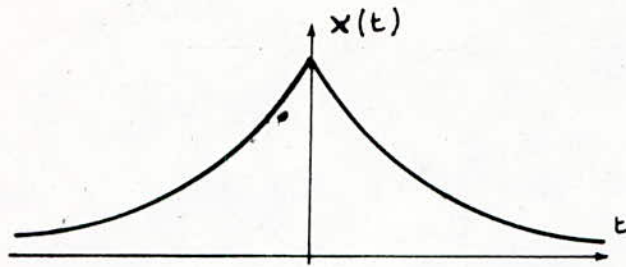


FIG. II2: Discrétisation temporelle et fréquentielle d'un signal

Convolutant avec un peigne de Dirac, d'intensité T_0 et de période T_0 .

La figure II.2 montre que le nombre d'échantillons contenus dans chacune des périodes de la suite temporelle est égal au nombre d'échantillons contenus dans chacune des périodes de son spectre, soit $N = T_0/T_1$.

On remarque que la variable continue f est remplacée par une variable discrète n qui peut s'écrire de la manière suivante

$$f = n \Delta f \quad \Delta f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{NT_1} \quad N = \frac{T_0}{T_1}$$

Δf est l'incrément utilisé sur l'axe des fréquences.

DEFINITION DE LA T.F.D

Soient deux suites de nombres complexes $X(n)$ et $x(k)$ périodiques et de période N , la transformée de Fourier discrète et la transformée inverse établissent entre ces deux suites les relations (7) et (8)

$$(7) \quad X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \exp(-j2\pi nk/N)$$

$$(8) \quad x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) \exp(j2\pi nk/N)$$

On pose $W_N = \exp(-j2\pi/N)$

soit $W_N^{nk} = \exp(-j2\pi nk/N)$

pour des signaux aperiodiques à durée limitée à N on a les mêmes relations de définition sauf que dans ce cas on a une limitation des valeurs possibles de k contrairement au cas des signaux périodiques où $x_p(k)$ est défini pour toutes les valeurs de k .

PROPRIETES DU TERME W_N

Separabilité $W_n^{k+l} = W_n^k \cdot W_n^l$

Périodicité $W_n^{k+lN} = W_n^k$

valeurs spéciales :

$$W_n^{lN} = 1$$

$$W_n^{N/2} = -1$$

$$W_N^{k+\frac{N}{2}} = -W_N^k$$

$$W_N^2 = W_{N/2}$$

Les propriétés essentielles de la TFD sont résumées au tableau de l'annexe A2

TRANSFORMATION DE FOURIER DISCRETE DES SIGNAUX REELS

Soient deux signaux réels $x_1(k)$ et $x_2(k)$.

A partir de ces deux signaux on forme un signal complexe $x_3(k)$ tel que $x_3(k) = x_1(k) + j x_2(k)$.

Par la propriété de linéarité on a

$$X_3(n) = X_1(n) + j X_2(n)$$

Comme en général $x_1(n)$ et $x_2(n)$ sont des transformées complexes, on peut encore écrire :

$$X_3(n) = \operatorname{Re}[X_1(n)] + j \operatorname{Im}[X_1(n)] + j \left\{ \operatorname{Re}[X_2(n)] + j \operatorname{Im}[X_2(n)] \right\}$$

Ainsi les parties réelles et imaginaires de $x_3(n)$ sont données par :

$$\operatorname{Re}[X_3(n)] = \operatorname{Re}[X_1(n)] - \operatorname{Im}[X_2(n)]$$

$$\operatorname{Im}[X_3(n)] = \operatorname{Im}[X_1(n)] + \operatorname{Re}[X_2(n)]$$

Or une fonction peut toujours être décomposée en une somme de deux fonctions, dont une est paire et l'autre impaire.

$$a(t) = a_p(t) + a_i(t).$$

On peut obtenir $a_p(t)$ et $a_i(t)$ à partir de $a(t)$ par les relations (9)

$$(9) \quad a_p(t) = [a(t) + a(-t)]/2 \quad ; \quad a_i(t) = [a(t) - a(-t)]/2$$

Comme les signaux $x_1(k)$ et $x_2(k)$ sont par hypothèse réels, les parties réelles de leur transformée de Fourier sont des fonctions paires et les parties imaginaires sont des fonctions impaires.

À partir des parties réelles et imaginaires de la transformée de Fourier du signal complexe $x_3(k)$, on peut déduire les relations (10), (11), (12) et (13)

$$\operatorname{Re}[x_1(n)] = \{ \operatorname{Re}[x_3(n)] + \operatorname{Re}[x_3(-n)] \} / 2 \quad (10)$$

$$\operatorname{Im}[x_1(n)] = \{ \operatorname{Im}[x_3(n)] - \operatorname{Im}[x_3(-n)] \} / 2 \quad (11)$$

$$\operatorname{Re}[x_2(n)] = \{ \operatorname{Im}[x_3(n)] + \operatorname{Im}[x_3(-n)] \} / 2 \quad (12)$$

$$\operatorname{Im}[x_2(n)] = \{ \operatorname{Re}[x_3(n)] - \operatorname{Re}[x_3(-n)] \} / 2 \quad (13)$$

On obtient ainsi la transformée de Fourier des signaux $x_1(k)$ et $x_2(k)$.

La T.F.D. a trouvé relativement peu d'applications à cause du problème de rapidité de calcul.

En effet le calcul de N échantillons d'une période spectrale exige un nombre d'opérations de l'ordre de N^2 . Toutefois une organisation méthodique de calcul de la T.F.D. est possible, réduisant le nombre des opérations à effectuer.

L'ensemble des algorithmes permettant d'accélérer le calcul de la T.F.D. constitue la F.F.T (Fast Fourier Transform)

TRANSFORMATION DE FOURIER RAPIDE

En 1965 Cooley et Tukey proposèrent une méthode qui permet de réduire considérablement le temps de calcul de la transformation de Fourier discrète d'une suite dont le nombre d'échantillons N est une puissance de 2.

Par la suite de nombreux algorithmes, souvent équivalents, ont été publiés, ils sont connus sous le terme général de "Transformation de Fourier Rapide (T.F.R)" et couramment utilisé sous la dénomination anglo-saxonne de "Fast Fourier Transform (FFT)".

Malgré l'utilisation, aujourd'hui d'autres systèmes de fonctions orthogonales, la transformée de Fourier demeure un outil irremplaçable dans les méthodes numériques de traitement du signal.

La notion d'algorithme "optimal" ne signifie guère l'existence d'un algorithme universel valable pour tous les cas de réalisation et d'application mais plutôt, il faudra comprendre le choix d'un algorithme (dans ce cas optimal) qui lors de sa réalisation, répond aux exigences antagonistes qui sont la vitesse, l'efficacité et la précision de traitement sans oublier le nombre de positions mémoires occupées.

Pour la déduction et la représentation des algorithmes de F.F.T sont utilisées trois formes symboliques.

- Le système de représentation algébrique proposé par Cooley et utilisé pour l'obtention d'équations récursives simples qui s'avèrent très commodes pour la mise au point de programmes.

- Le système graphique est très utilisé pour une représentation visuelle de l'algorithme FFT, mais elle se limite à un nombre réduit d'échantillons.

- Le système matriciel est le plus adapté pour une étude globale des transformées de Fourier rapides. Les algorithmes constituant la FFT sont en grand nombre.

On se limitera dans cette étude respectivement à l'algorithme de Cooley-Tukey et l'algorithme de Forman, dans le cas particulier où $N = 2^n$.

Le lecteur désirant approfondir d'autres algorithmes (Winograd, transformée polynomiale) pourra se référer à NUSSBAUMER 1979

ALGORITHME DE COOLEY-TUKEY

Il consiste à passer par récurrence du signal initial à sa T.F.D, en faisant intervenir n signaux intermédiaires, ceci conduit à deux types classiques d'algorithmes (entrelacement dans le temps - entrelacement en fréquence)

- T.F.R avec entrelacement temporel.

Soit $\{X_n\}$ la T.F.D d'une suite $\{x_k\}$ de longueur $N = 2^n$, la suite $\{x_k\}$ peut être décomposée en deux suites entrelacées - celle des éléments d'indice pair et celle des éléments d'indice impair soient.

$$\{a_k\} = \{x_{2k}\} \quad \{a_k\} \longleftrightarrow \{A_n\}$$

$$\{b_k\} = \{x_{2k+1}\} \quad \{b_k\} \longleftrightarrow \{B_n\}$$

$$n, k = 0, 1, \dots ; \left(\frac{N}{2} - 1\right)$$

où $\{A_n\}$ et $\{B_n\}$ sont respectivement les T.F.D de $\{a_k\}$ et $\{b_k\}$.
On montre facilement (BELLANGER 1984) que X_n peut être

calculée à partir de $\{A_n\}$ et $\{B_n\}$ au moyen de $N/2$ modules élémentaires appelés "Croisillons" connus dans la littérature anglo-saxonne sous le terme de "Butterfly" et définis par les relations (14) et (15)

$$(14) \quad X_n = A_n + W^{-n} B_n$$

$$n = 0, 1, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right)$$

$$(15) \quad X_{n+\frac{N}{2}} = A_n - W^{-n} B_n$$

Il apparaît que le calcul de X_n et $X_{n+\frac{N}{2}}$ met en œuvre les mêmes calculs avec seulement un changement de signe dans la somme finale ; d'où on obtient le diagramme de la figure II-3 pour $N=8$.

Ce diagramme montre que le calcul d'une transformée de Fourier d'ordre N revient au calcul de deux transformées d'ordre $N/2$; comme par hypothèse N est une puissance de deux, on peut itérer le procédé, ainsi pour $N=8$ on obtient le graphe de la figure II-4. Le calcul s'effectue en $n = \log_2 N$ étapes, et chaque étape comprend $N/2$ modules élémentaires.

- Il faut donc effectuer au total
- $N \log_2 N$ additions (ou soustractions) complexes.
 - $(N/2) \log_2 N$ multiplications complexes.

Un seul tableau de N positions mémoires suffit pour effectuer cette transformation. En effet les résultats de chaque module élémentaire remplacent les opérandes, mais la suite d'entrée $\{x_p\}$ n'est pas classée selon l'ordre croissant des indices mais suivant un classement spécial dit "inversion binaire" (bit-reversed).

Dans ce classement la position m_* occupée par l'échantillon d'entrée d'indice m a pour représentation binaire celle de m dans laquelle l'ordre des bits a été inversé.

$$m = (a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)_2 \Rightarrow m_* = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})_2$$

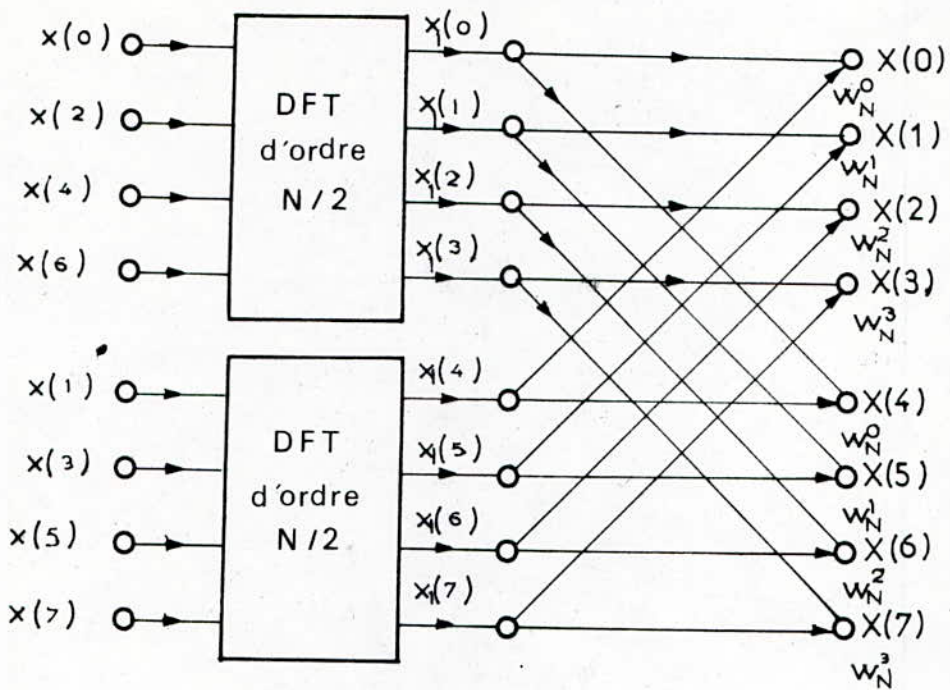


FIG. II.3: Graphe de fluence partiel sur 8 point

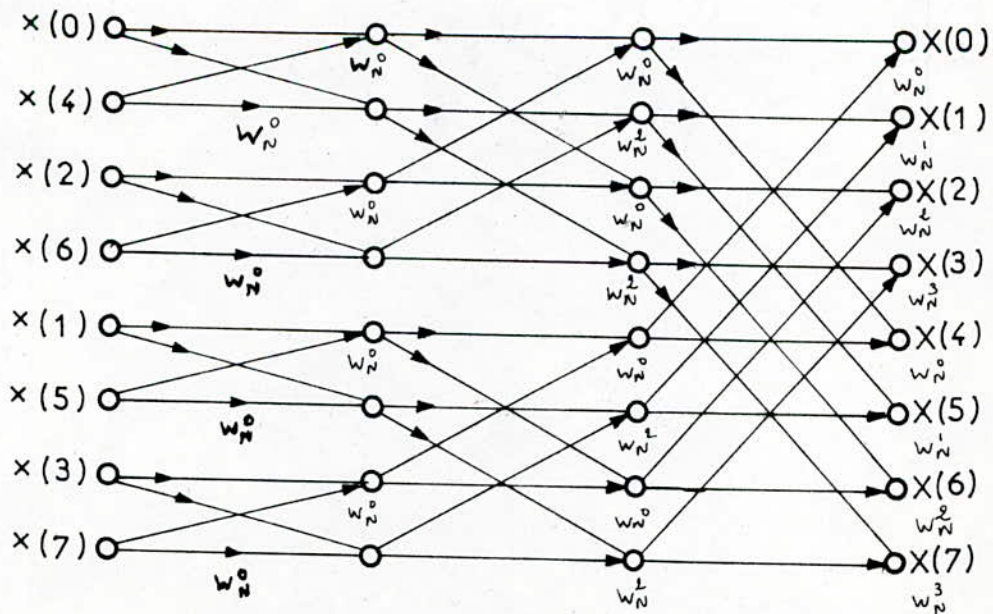


FIG. II.4: Entrelacement temporel

Les coefficients $\{W^k\}$ indispensables à chaque étage de l'algorithme peuvent être calculés soit préalablement et gardés en mémoire soit à chaque étage.

T.F.R avec entrelacement fréquentiel.

Dans l'entrelacement fréquentiel, le nombre de calcul est le même que dans l'entrelacement temporel, les nombres transformés $x(n)$ sont décomposés en deux suites entrelacées, -celle des éléments d'indice pair et celle des éléments d'indice impair.

La figure II-5 illustre pour $N=8$, le graphe de calcul qui correspond à un tel algorithme.

ALGORITHME DE FORMAN

Contrairement à celui de Cooley-Tukey, cet algorithme ne nécessite pas une inversion binaire.

A partir d'un signal d'entrée ordonné, on obtient un spectre ordonné, par contre il utilise deux tableaux de N positions de mémoire pour nombre complexe.

Le graphe associé à cet algorithme est représenté sur la figure II-6. On remarque que le temps d'exécution de l'algorithme de Forman est plus court que celui de Cooley-Tukey et ceci provient du temps nécessaire pour l'inversion binaire, En revanche l'algorithme de Cooley-Tukey nécessite un seul tableau de travail contrairement à celui de Forman qui en utilise deux. Donc le choix de l'algorithme dépend de l'utilisateur.

Si on est limité dans le nombre de case mémoire on n'a pas le choix, l'algorithme de Cooley-Tukey doit être utilisé. Dans le cas contraire il faut utiliser celui qui permet d'accélérer les calculs c'est à dire Forman. Une démonstration mathématique de ces deux algorithmes très concise est donnée dans BELLANGER 1968

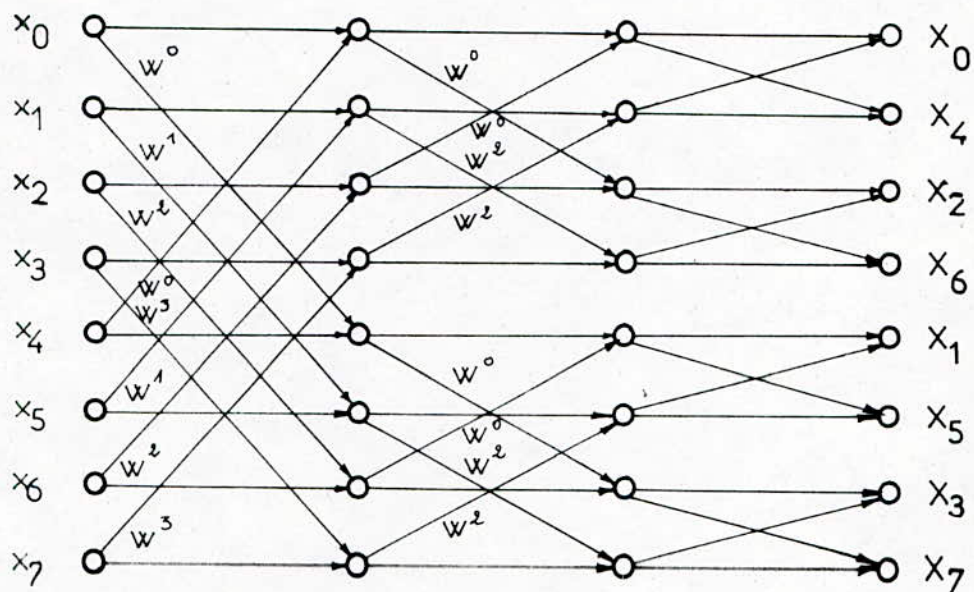


FIG. II.5 : Entrelacement fréquentiel

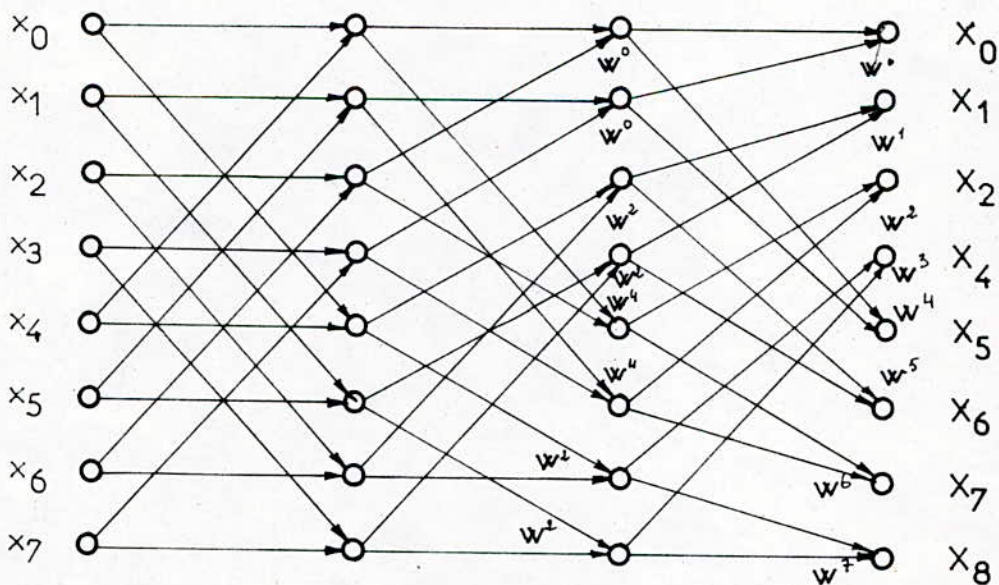


FIG. II.6 : Algorithme de FORMAN

LES FENETRES DE PONDERATION

Nous avons vu (II-1) qu'on ne peut pas définir exactement la T.F.D d'un signal à durée illimitée ; la T.F.D dans ce cas n'est définie qu'approximativement en limitant la durée du signal par un moyen approprié.

Cela revient à multiplier le signal par une fenêtre temporelle.

On va examiner dans ce paragraphe les principales caractéristiques des fenêtres.

La manière la plus simple de limiter la durée d'un signal est d'utiliser une fenêtre rectangulaire définie par

$$W(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'inconvénient de cette fenêtre est qu'elle possède des lobes dans le domaine fréquentiel des lobes latéraux relativement amples de période $1/T$ qui amènent des distorsions gênantes, ceci est connu sous le nom de phénomène de Gibbs.

On peut remédier à cette situation en modifiant la forme de la fenêtre tout en conservant la même ouverture de durée T .

Cet effet peut être atténué si l'on fait tendre $W(n)$ graduellement vers zéro à chaque extrémité de la fenêtre ; l'importance des lobes secondaires est diminuée mais ce résultat est obtenu au détriment d'une largeur plus grande du pic principal et par conséquent d'une sélectivité moins bonne.

Il faut préciser que la largeur du pic central doit être inférieure ou égale à la résolution fréquentielle désirée. Donc les paramètres principaux qui permettent de

caractériser ces fenêtres sont

- la largeur de base du pic central
- le rapport de l'amplitude du premier lobe secondaire à celle du pic central.

Les fenêtres les plus utilisées sont données à la figure II-7, elles sont définies par les formules suivantes

Rectangulaire

$$W(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad W(f) = T_0 \left(\frac{\sin \pi f T_0}{\pi f T_0} \right)$$

Cosinusoidale

$$W(t) = \begin{cases} \cos \frac{\pi t}{T_0} & |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad W(f) = \frac{2T_0}{\pi} \left(\frac{\cos \pi f T_0}{1 - (2f T_0)^2} \right)$$

Triangulaire

$$W(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T_0/2} & |t| \leq T_0/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad W(f) = \frac{T_0}{2} \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} f T_0}{\frac{\pi}{2} f T_0} \right)^2$$

Hanning

$$W(t) = \begin{cases} \cos^2 \frac{\pi t}{T_0} & |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad W(f) = \frac{T_0}{2} \frac{\sin \pi f T_0}{(\pi f T_0)(1 - (f T_0)^2)}$$

Hamming

$$W(t) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos \frac{2\pi t}{T_0} & |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad W(f) = \frac{(0.54\pi^2 - 0.08(\pi f T_0)^2) \sin \pi f T_0}{\pi f T_0 (\pi^2 - (\pi f T_0)^2)}$$

Pargen

$$W(t) = \begin{cases} 1 - 24 \left(\frac{t}{T_0}\right)^2 + 48 \left|\frac{t}{T_0}\right|^3 \\ 2 \left(1 - \frac{|t|}{T_0/2}\right) \\ 0 \end{cases}$$

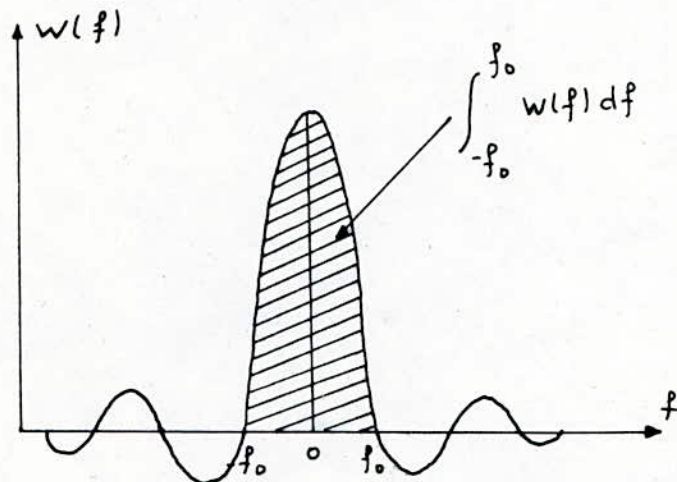
$$\begin{aligned} |t| &\leq T_0/4 \\ T_0/4 < |t| &\leq T_0/2 \\ \text{ailleurs} & \end{aligned}$$

$$W(f) = \frac{3T_0}{8} \left(\frac{\sin \frac{\pi f T_0}{4}}{\frac{\pi f T_0}{4}} \right)^4$$

Le tableau donné en annexe A3 résume les caractéristiques des fenêtres les plus utilisées. L'atténuation du phénomène de Gibbs est exprimée en dB

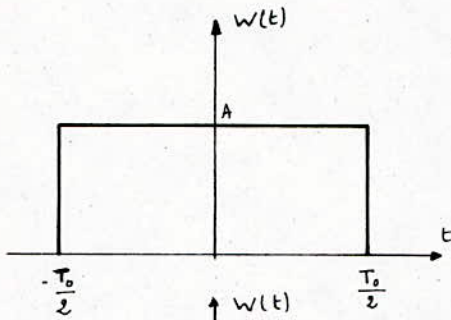
P est appelé « perte d'information » il indique le pourcentage de puissance ou d'énergie se trouvant dans les lobes latéraux

$$1 - P = \frac{\int_{-f_0}^{f_0} W(f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} W(f) \cdot df} = \int_{-f_0}^{f_0} W(f) df$$

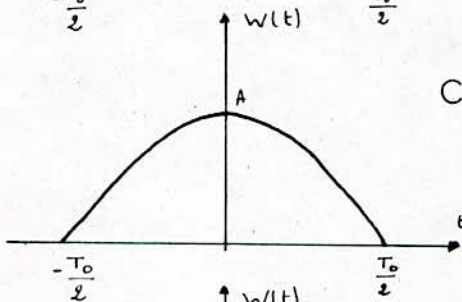
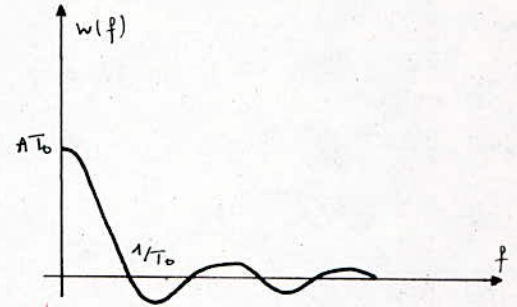


Fenêtres Temporelles

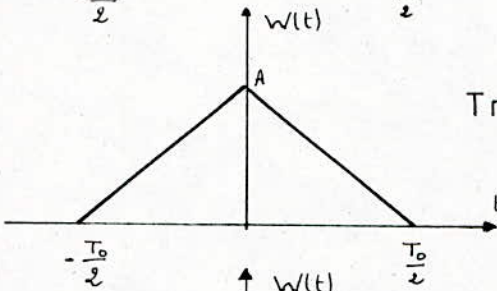
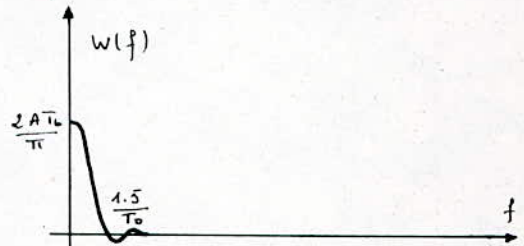
Fenêtres Spectrales



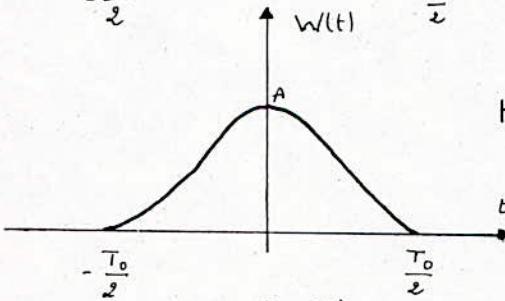
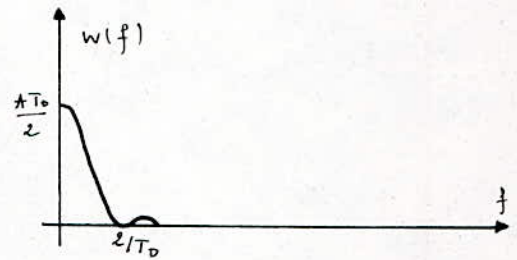
Rectangulaire



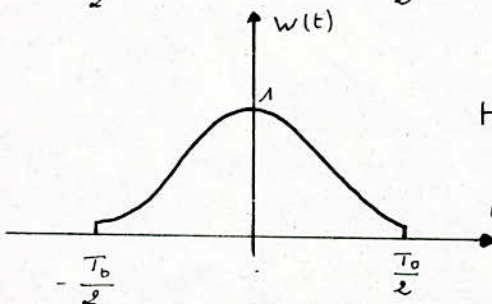
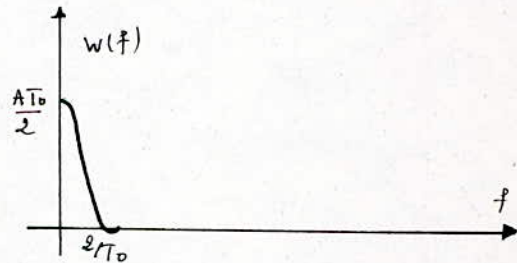
Cosinusoidale



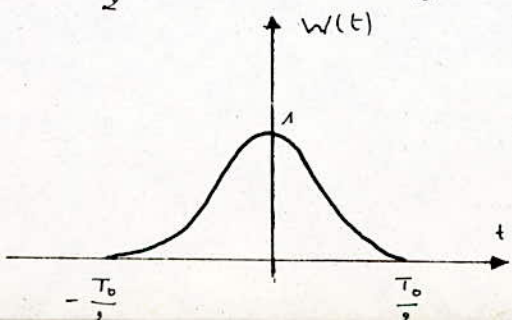
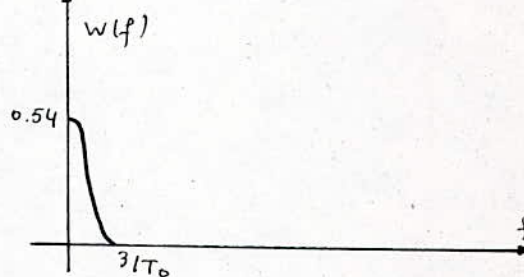
Triangulaire



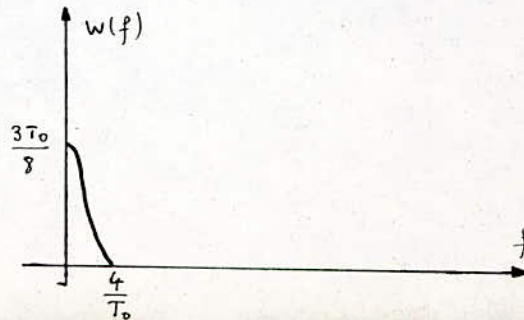
Hanning



Hamming



Parzen



CHAPITRE 3

ANALYSE SPECTRALE

Le signal EEG est considéré comme une variable aléatoire. Dès 1946 Wiener et Marry Brazier songèrent à appliquer à ce signal les méthodes d'analyse des signaux aléatoires et notamment les techniques d'auto-corrélation.

Malgré ces différentes techniques il apparut rapidement que les fonctions de corrélation du signal EEG étaient très difficiles à interpréter, c'est en raison de ces difficultés que les techniques d'analyse du signal EEG à l'aide des fonctions de corrélation ont été peu à peu abandonnées au profit des méthodes d'analyse de densité spectrale de puissance.

Avant d'exposer les différentes méthodes pour l'estimation de la densité spectrale de puissance, il est utile de donner quelques définitions indispensables pour l'étude statistique du signal d'EEG.

MOYENNE D'UN SIGNAL

La valeur moyenne d'un signal μ_x d'une réalisation $x(t)$ d'un processus aléatoire, stationnaire et ergodique est donnée par

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot dt \quad (14)$$

VARIANCE D'UN SIGNAL

La variance σ_x^2 d'une réalisation $x(t)$, d'un processus aléatoire, stationnaire et ergodique est donnée par

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \mu_x)^2 \cdot dt \quad (15)$$

STATIONNARITE

Un signal est stationnaire jusqu'à l'ordre n si ses caractéristiques statistiques jusqu'à l'ordre n sont indépendantes du temps.

ERGODISME

Un signal est dit ergodique s'il y'a équivalence entre les moyennes temporelles et les moyennes d'ensembles.

DENSITE DE PROBABILITE DU 1^{er} ORDRE

La densité de probabilité du 1^{er} ordre $p(x)$ d'une réalisation $x(t)$ d'un processus aléatoire, stationnaire et ergodique est la probabilité pour que $x(t)$ possède une valeur x donnée à un instant quelconque.

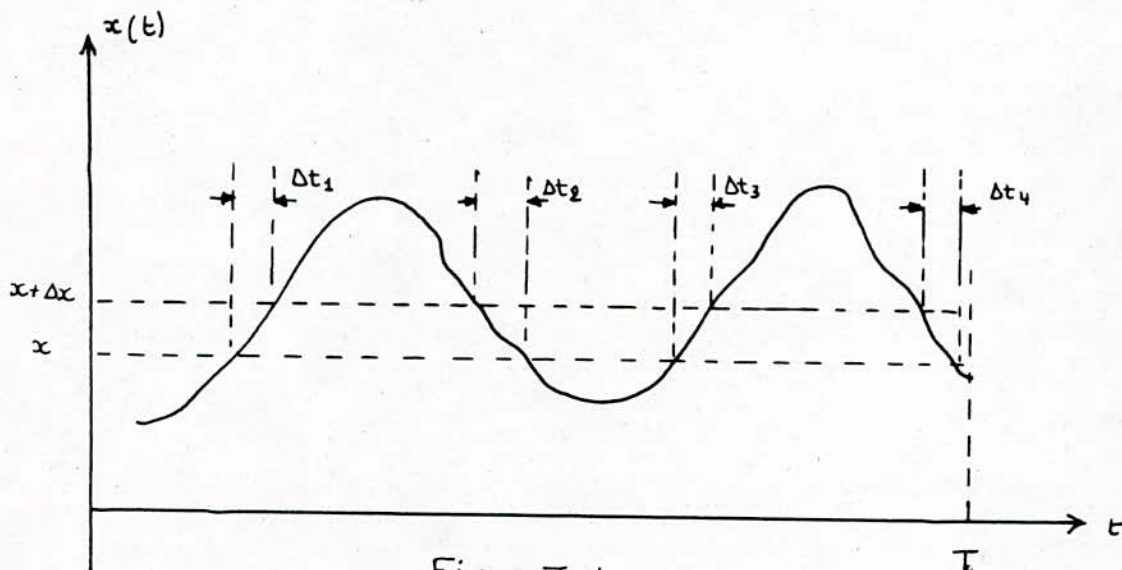


Fig. III.1

Si nous considérons une réalisation $x(t)$ définie entre 0 et T comme l'indique la figure III.1, on peut écrire que la probabilité pour que $x(t)$ soit comprise à un

instant quelconque entre x et $x + \Delta x$ est égale au rapport T_x / T avec $T_x = \sum \Delta t_i$.

Si nous faisons tendre T vers l'infini on obtient

$$\text{PROB} (x < x(t) \leq x + \Delta x) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{T_x}{T}$$

et si Δx tend vers zéro :

$$\text{PROB} (x < x(t) \leq x + \Delta x) \approx p(x) \Delta x$$

$$\text{Donc } p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\text{PROB} (x < x(t) \leq x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{T_x}{\Delta x}$$

FONCTION D'AUTOCORRELATION

La fonction d'autocorrélation d'un signal aléatoire stationnaire est définie par l'espérance mathématique suivante

$$Q_x(k) = E [x(l) x(l+k)] \quad (16)$$

L'hypothèse d'ergodicité permet d'identifier les moyennes d'ensembles et les moyennes temporelles. Pour un signal aléatoire stationnaire et ergodique ; on a

$$Q_x(k) = \overline{x(l) x(l+k)} \quad (17)$$

FONCTION D'INTERCORRELATION

La fonction d'intercorrélation de deux signaux aléatoires est définie par

$$Q_{xy}(k) = E [x(l) y(l+k)] = \overline{x(l) y(l+k)} \quad (18)$$

DEFINITIONS SUR LES ESTIMATEURS

L'analyse spectrale numérique d'un signal aléatoire est essentiellement un problème d'estimation.

Dans la théorie de l'estimation on utilise les données disponibles pour estimer la valeur d'un paramètre caractéristique et pour établir la précision de cette estimation.

Pour une comparaison objective, on utilise souvent deux grandeurs pour caractériser un estimateur : le biais et la variance.

BIAIS D'UN ESTIMATEUR

C'est par définition la différence entre son espérance mathématique et la vraie valeur cherchée. C'est à dire

$$B_z = E[\hat{z}] - \alpha \quad (19)$$

Si le biais est nul la densité de probabilité de l'estimation est centrée sur la valeur cherchée.

L'estimateur correspondant est appelé estimateur non biaisé.

Un estimateur dont le biais n'est pas nul est appelé estimateur biaisé.

VARIANCE D'UN ESTIMATEUR

C'est la mesure de l'étendue de la densité de probabilité, elle est définie par

$$\text{Var}[\hat{z}] = E[(\hat{z} - E[\hat{z}])^2] = \sigma_x^2 \quad (20)$$

\hat{z} : paramètre estimé

α : vraie valeur du paramètre

Si le biais et la variance d'un estimateur tendent vers zéro, si l'on augmente le nombre de variables observées, l'estimateur est appelé consistant.

INTERVALLE DE CONFIANCE

Un autre moyen d'exprimer la concentration de la densité de probabilité d'un estimateur est d'utiliser une probabilité du type

$$P(+\hat{\alpha} - a_2 \leq \alpha < \hat{\alpha} + a_1) = 1 - \beta \quad (21)$$

β = Seuil de confiance

DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

Une translation de l'origine des temps d'une fonction $x(t)$ entraînant une rotation de phase de la transformée de Fourier $X(f)$ de cette fonction.

C'est essentiellement pour cette raison que l'on préfère décrire le contenu fréquentiel d'un signal par sa densité spectrale de puissance $G_x(f)$ qui est une fonction réelle dont le module est égal au carré de celui de $X(f)$.

$$G_x(f) = X(f) \cdot X^*(f) = [A(f) + jB(f)][A(f) - jB(f)] \quad (22)$$

$$\text{d'où } G_x(f) = A^2(f) + B^2(f).$$

Si le signal $x(t)$ est aléatoire la fonction $G_x(f)$ ainsi calculée sera une estimation de très mauvaise qualité de la densité spectrale.

L'amélioration de la stabilité de ce résultat s'effectuera en faisant la moyenne des densités spectrales calculées

sur plusieurs échantillons successifs.

Le résultat de cette moyenne sera noté $\overline{G}_x(f)$

DETERMINATION DE $G_x(f)$ PAR LA METHODE INDIRECTE

La densité spectrale de puissance $\overline{G}_x(f)$ peut également être obtenue (Théorème de Wiener-Kintchine) par transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\Phi_x(\tau)$ du signal $x(t)$

$$G_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_x(\tau) \cdot e^{-2\pi j f \tau} \cdot d\tau \quad (23)$$

Cet estimateur est connu sous le nom d'estimateur spectral simple.

Si le calcul se fait selon une procédure numérique l'expression devient

$$G_x(f) = \sum_{k=-(K-1)}^{(K-1)} \Phi_x(k) \exp(-2\pi j k f) \quad (24)$$

Cet estimateur est biaisé et sa variance ne dépend pas de la durée d'observation K ; par conséquent il n'est pas consistant.

ESTIMATEUR MOYENNE

Pour réduire la variance de l'estimateur simple, on calcule une moyenne sur plusieurs estimateurs indépendants.

Pour cela on divise le signal observé sur une durée de K en L sections $x_L(k)$ de durée M chacune. On a

$$x_L(k) = x(k + (L-1)M) \quad \text{avec } k = 0, \dots, M-1 \\ L = 1, \dots, L$$

$$K = M \cdot L$$

On évalue ensuite L estimateurs simples du type :

$$G_{x_\ell}(f) = \frac{1}{M} \left| \sum_{k=0}^{M-1} x_\ell(k) \exp(-2\pi j f k) \right|^2 \quad (25)$$

L'estimateur spectral moyenné est alors donné par :

$$\bar{G}_x(f) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L G_{x_\ell}(f) \quad (26)$$

ESTIMATEUR ADOUCI

Un autre moyen de réduire la variance de l'estimateur spectral simple est de le filtrer.

On considère $G_x(f)$ comme un signal et on le filtre avec un filtre dont la réponse impulsionnelle est $W(f)$. On obtient ainsi

$$\tilde{G}_x(f) = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} G_x(g) \cdot W(f-g) \cdot dg \quad (27)$$

On peut interpréter l'estimateur adouci comme la transformée de Fourier du produit de l'estimateur $Q_x(k)$ et d'une fenêtre $W(k)$

$$\tilde{G}_x(f) = \sum_{k=-(M-1)}^{M-1} W(k) Q_x(k) \exp(-2\pi j f k) \quad (28)$$

ESTIMATEUR MODIFIÉ

Une combinaison des deux méthodes précédentes conduit à l'estimateur modifié.

Le signal est à nouveau divisé en L sections de durée $M = \frac{K}{L}$. Chaque section est multipliée par une fenêtre $W(k)$ avant le calcul de l'estimateur simple. On a donc

$$G_{x_\ell}(f) = \frac{1}{M \cdot P} \left| \sum_{k=0}^{M-1} x_\ell(k) w(k) \exp(-2\pi j f k) \right|^2 \quad (29)$$

avec $\ell = 0, 1, \dots, L$ $P = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} w^2(k)$

$$\bar{G}_x(f) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L G_{x_\ell}(f) \quad (30)$$

CALCUL DE $\bar{G}_x(f)$ PAR LA METHODE DIRECTE

Cette méthode consiste à traiter directement un signal $x(t)$.

La transformation de Fourier de $x(t)$ donnera un spectre complexe $G_x(f)$.

La fonction constituée par le carré des modules de ces composantes successives possède les dimensions d'une densité spectrale et est appelée "périodogramme"

DENSITE INTERSPECTRALE DE PUISSANCE

La méthodologie utilisée pour les estimateurs spectraux peut être suivie pour établir des estimateurs interspectraux. L'estimateur interspectral simple est la transformée de Fourier de l'estimateur $\varphi_{xy}(k)$.

$$G_{xy}(f) = \sum_{k=-(K-1)}^{K-1} \varphi_{xy}(k) \exp(-2\pi j k f) \quad (31)$$

ou bien $G_{xy}(f) = \frac{1}{K} X^*(f) \cdot Y(f)$

On peut montrer similairement que l'estimateur $G_{xy}(f)$ est asymptotiquement non biaisé et que sa variance ne dépend pas de la durée d'observation K . C'est pourquoi on définit également un estimateur

interspectral moyenné

$$\overline{G_{xy}}(f) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} G_{xye}(f) \quad (32)$$

ou -un estimateur interspectral -adouci

$$\tilde{G}_{xy}(f) = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} G_{xy}(g) W(f-g) dg = \sum_{k=-(K-1)}^{K-1} W(k) \Phi_{xy}(k) \exp(-2\pi j k f) \quad (33)$$

peut diminuer la variance au prix d'un biais qu'on peut contrôler d'après la forme des fonctions fenêtres utilisées.

L'estimateur interspectral modifié est donné par

$$G_{xye}(f) = \frac{1}{MP} \left(\sum_{k=0}^{M-1} x_e(k) W(k) \exp(-2\pi j f k) \right) \left(\sum_{k=0}^{M-1} y_e(k) \cdot W(k) \exp(-2\pi j f k) \right)^*$$

$$P = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} W^2(k) \quad G_{xy}(f) = \frac{1}{L} \sum_{L=1}^L G_{xye}(f) \quad (35)$$

FONCTION DE COHERENCE

La fonction de Cohérence de deux signaux $y(t)$ et $x(t)$ est une fonction γ_{xy}^2 répondant à la définition suivante

$$\gamma_{yx}^2(f) = \frac{|\overline{G_{xy}}(f)|^2}{\overline{G_x}(f) \cdot \overline{G_y}(f)} \quad (36)$$

DEPHASAGES

La fonction déphasage $\Phi_{yx}(f)$ est la phase de la densité spectrale Croisée $\overline{G_{yx}}(f)$. Elle est définie par :

$$\Phi_{yx}(f) = \text{Arg}(\overline{G_{yx}}(f)) \quad (37)$$

CHAPITRE 4

CHOIX DES METHODES ET ALGORITHMES DE TRAITEMENT

Dans les paragraphes suivants, il est présenté les différentes méthodes retenues pour l'analyse spectrale ainsi que l'étude statistique du signal EEG.

METHODE D'ÉCHANTILLONNAGE

Pour obtenir les échantillons numériques d'un signal analogique tracé sur papier, nous avons utilisé la fonction de digitalisation de la table traçante TEKTRONIX.

Le déplacement horizontal du curseur se fait automatiquement par programme.

Si l'on veut prélever N points il suffit de déplacer le curseur par pas fixe de $150/N$; car 150 permet un déplacement maximum.

Donc il reste seulement à déplacer verticalement la loupe en l'ajustant sur le point considéré.

Avec cette méthode on peut éliminer les erreurs qui peuvent être causées par un déplacement manuel du curseur.

Pour étudier la relation de phase entre deux signaux, il est indispensable de ne pas introduire un déphasage lors de l'échantillonnage, pour cela nous avons élaboré un programme qui permet l'échantillonnage simultané des deux signaux.

L'organigramme correspondant à ce programme est donné à la figure IV-1.

F est le pas d'échantillonnage $F = 150/N$

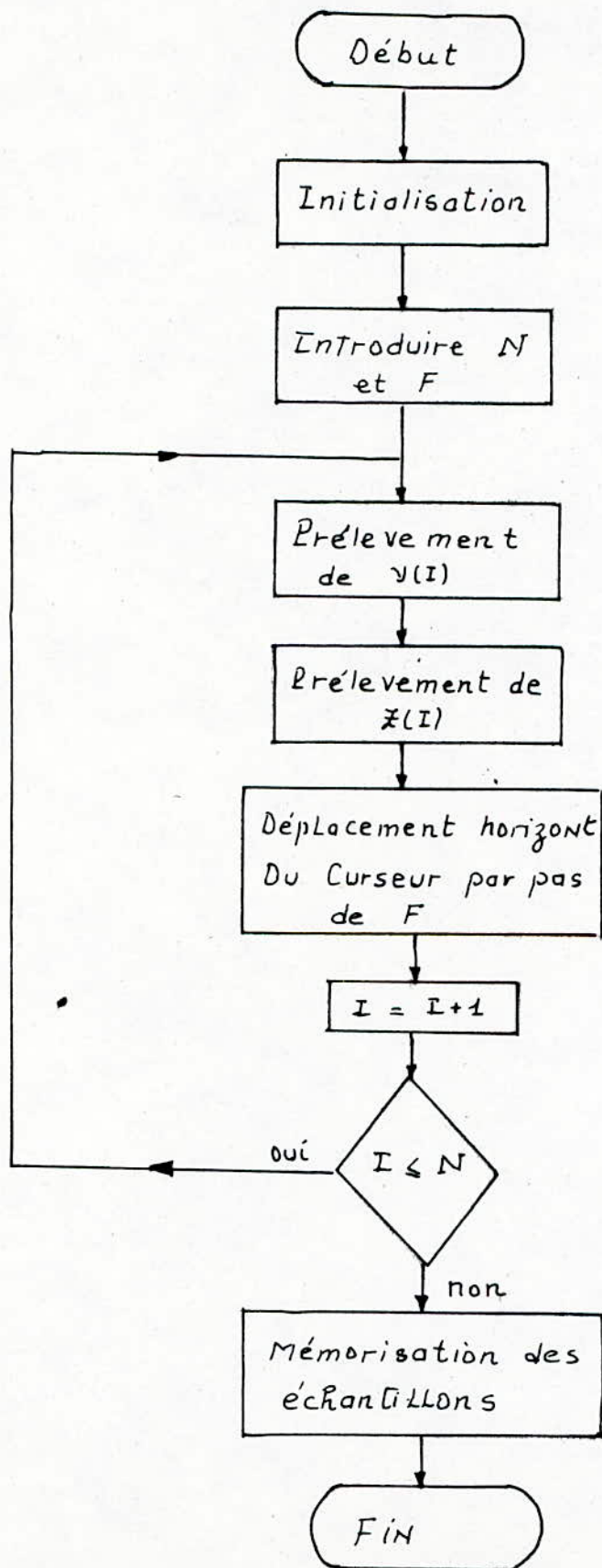


Fig II.1 : Organigramme d'échantillonnage

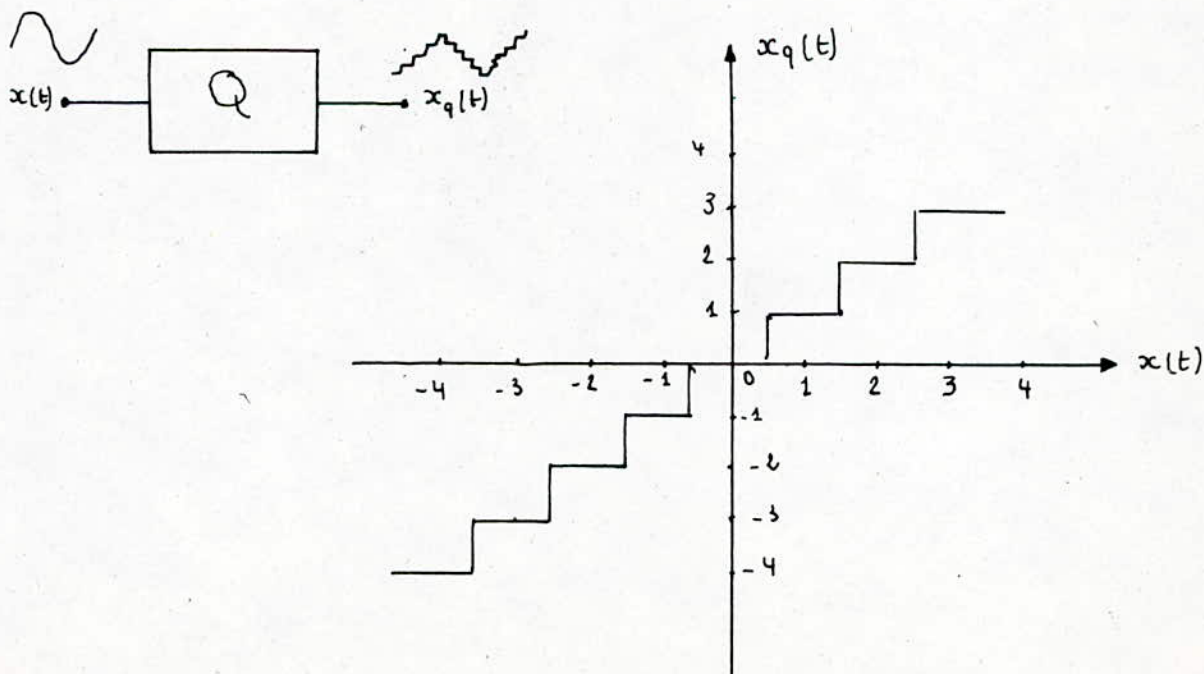
Il est indispensable de tenir compte des erreurs qui peuvent survenir au cours de la première étape du prélèvement d'un échantillon et qui sont :

- Erreur due au pouvoir séparateur de la loupe qui est de 1mm (Notice Technique du Tektronix).
- Erreur due au manipulateur
- Erreur due à l'inclinaison du trace par rapport à l'axe horizontal, un mauvais alignement des axes peut même introduire des erreurs sur la phase des deux signaux

QUANTIFICATION

Après échantillonnage le signal est quantifié par l'ordinateur, ce qui revient à approximer chaque valeur $x(t)$ par un multiple entier d'une quantité élémentaire q appelé échelon.

Cette opération revient à faire passer le signal dans un organe qui possède une caractéristique en marche d'escalier, pour $q=1$, on obtient $x_q(t)$



L'approximation est faite de la façon suivante

$$x_q(t) = nq \quad \text{quand} \quad (n - \frac{1}{2})q < x(t) \leq (n + \frac{1}{2})q$$

L'effet de cette approximation est de superposer au signal d'origine, un signal d'erreur $e(t)$ désigné par distorsion de quantification ou plus communément par bruit de quantification.

$$x(t) = x_q(t) + e(t)$$

Quand les variations du signal sont grandes par rapport à l'échelon de quantification, l'erreur quadratique moyenne introduite par la quantification sera égale à (Bellanger, 1984)

$$\varepsilon = \left[2 \times \frac{1}{q/2} \int_0^{q/2} t^2 dt \right] = \frac{q}{\sqrt{12}} = 0.29 q \quad (38)$$

Le bruit rajouté au signal par la quantification sera égale à $0.29 q$ (valeur efficace).

Si la quantification s'effectue avec 256 niveaux (8 Bits) le rapport Signal / Bruit caractéristique de la quantification sera égal à $256 / 0.29$, soit environ 10^3

Quoiqu'il en soit l'erreur introduite par la quantification dans le calcul d'un moment d'ordre deux (densité spectrale) est égale à $q^2 / 12$ et donc négligeable dans la pratique.

CALCUL DE LA MOYENNE

Si le calcul s'effectue selon une procédure numérique le signal $x(t)$ défini sur une durée T sera échantillonné à une fréquence F_q et donnera naissance à N échantillons numériques.

On calculera donc une estimation échantillonnée de la forme

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} x_i \quad (39)$$

On démontre (Miller 1977) que \bar{x} est une estimation sans biais et consistante de μ_x .

On démontre également que si la série des N échantillons x_i à une distribution normale et si S_x^2 est une estimation échantillonnée de la variance calculée suivant la formule

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \bar{x})^2 \quad (40)$$

la quantité $t_n = \frac{(\bar{x} - \mu_x) \sqrt{n}}{S_x}$ avec $n = N-1$ si $F_q = 2B$
 $n = 2BT - 1$

obéit à une distribution de Student à n degrés de liberté.

La critique de l'estimation \bar{x} s'effectuera donc en appliquant la formule

$$\left(\bar{x} - \frac{S_x \cdot t_{n, \frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \right) \leq \mu_x < \left(\bar{x} + \frac{S_x \cdot t_{n, \frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \right) \quad (41)$$

$1 - \alpha$: Niveau de Confiance
 $\frac{\alpha}{2}$ et $1 - \frac{\alpha}{2}$ seuils de Confiance

Nous avons élaboré un programme en annexe B3 qui permet de tester la stationnarité de la valeur moyenne.

La méthode employée consiste à diviser une réalisation $x(t)$ d'un signal en tranches successives de durée très courte.

Dans chacune de ces tranches on calcule la valeur moyenne et les limites de Confiance de cette valeur moyenne, ce qui permet de vérifier si les différentes valeurs calculées successivement sont représentatives d'une valeur moyenne commune.

CALCUL DE LA VARIANCE

Si le calcul se fait suivant une procédure numérique le signal $x(t)$ défini sur une durée T sera échantillonné à une fréquence F_e . On calculera donc une estimation échantillonnée de la forme

$$S_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \bar{x})^2 \quad (42)$$

On démontre (Miller 1977) que S_x^2 est une estimation avec biais de σ_x^2 .

Une estimation sans biais et consistante pourra être obtenue en appliquant la formule

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \bar{x})^2 \quad (43)$$

On démontre que (Miller 1977) si la série des échantillons x_i a une distribution normale la quantité $n S_x^2 / \sigma_x^2$ obéit à une distribution de χ^2 à $N-1$ degrés de liberté.

La critique de l'estimation de S_x^2 s'effectuera donc en appliquant la formule

$$\frac{n S_x^2}{\chi_{n, \frac{\alpha}{2}}^2} \leq \sigma_x^2 < \frac{n S_x^2}{\chi_{n, 1-\frac{\alpha}{2}}^2} \quad (44)$$

Nous avons élaboré un programme en annexe B3 qui permet de tester la stationnarité de la variance.

La méthode consiste à diviser une réalisation $x(t)$ en fragments successifs de courte durée.

On calcule une estimation et les limites de confiance de la variance.

La juxtaposition des différentes valeurs calculées successivement permet de vérifier si toutes ces valeurs sont représentatives d'une variance commune.

DENSITE DE PROBABILITE DU 1^{er} ORDRE

Après échantillonnage nous obtenons une série de N valeurs indépendantes.

Une estimation échantillonnée $\hat{p}(x)$ de la densité de probabilité du 1^{er} ordre de $x(t)$ pourra dans ces conditions être obtenue en divisant l'intervalle de variation de $x(t)$ en un nombre de classes égal à K et en classant les N échantillons à l'intérieur de ces K classes.

La fréquence ainsi mesurée sera égale à f_i .

Supposons maintenant que nous connaissions la densité de probabilité réelle $p_0(x)$ du signal étudié.

A cette densité $p_0(x)$ aurait correspondu pour la $i^{\text{ème}}$ classe une fréquence réelle égale à F_i .

On démontre (Miller 1977) que dans ces conditions la quantité

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{(f_i - F_i)^2}{F_i} \quad (45)$$

obéit à une loi de χ^2 possédant $k-3$ degrés de liberté.

Si nous avons fait une hypothèse sur la forme de $p_0(x)$ (hypothèse de distribution gaussienne par exemple) nous pouvons dire que $\beta(x)$ est à un niveau de confiance de $(1-\alpha)$ une estimation de $p_0(x)$ si

$$\chi^2 \leq \chi^2_{(k-3), \alpha}$$

Mais pour que ce critère soit valable il importe de choisir convenablement le nombre k de classes en fonction du nombre N d'échantillons indépendants à classer, et de la probabilité α retenue.

Si $\alpha = 0.05$ les valeurs de k seront données par le tableau suivant (ROVEGNO.J, 1972)

$\alpha =$ 0.05	N	200	400	600	800	1000	1500	2000	> 2000
	k	16	20	24	27	30	35	39	$1.85 N^{.4}$

Il importe également de choisir la largeur et les valeurs centrales des classes successives en fonction de l'intervalle de variation de la fonction $x(t)$.

Pour ce faire nous avons adopté la méthode suivante : nous calculons tout d'abord la moyenne et l'écart type des N échantillons.

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} X_i \quad S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{i=N} (X_i - \bar{X})^2}$$

nous déterminons ensuite la largeur des classes par la relation

$$L = \frac{4.4 S_x}{K-2} \quad (46)$$

nous partageons l'intervalle $(\bar{X} - 2.2 S_x ; \bar{X} + 2.2 S_x)$ en $K-2$ classes et considérons que la 1^{ère} classe correspond à l'intervalle $(-\infty ; \bar{X} - 2.2 S_x)$ et la $K^{\text{ème}}$ classe à l'intervalle $(\bar{X} + 2.2 S_x ; +\infty)$.

On effectue ensuite un test d'ajustement par rapport à la densité de probabilité, qui serait générée suivant les mêmes classes, par une répartition gaussienne ayant même moyenne et même écart type que le signal traité.

Pour cela les paramètres utilisés dans le programme en annexe B2 sont résumés de la façon suivante.

N	256	512	1024
K	17	23	31
$\chi^2_{K-3, 0.05}$	24	32	42

VERIFICATION DU CARACTERE ALEATOIRE DU SIGNAL

RUN-TEST

Supposons que le signal $x(t)$ échantillonné à une cadence F_s et considérons une série de N échantillons numériques x_i .

La valeur moyenne de cette série sera

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} x_i$$

Nous allons comparer successivement les N échantillons de la série x_i à la valeur moyenne \bar{X} .

Nous noterons chaque comparaison sous la forme (+) si $x_i \geq \bar{X}$ et sous la forme (-) si $x_i < \bar{X}$.

Dans ces conditions on appelle "RUN" toute séquence d'observations successives ayant donné lieu à des comparaisons identiques.

Un RUN est évidemment précédé et suivi par des RUNS correspondant à des comparaisons inverses. Le nombre total de RUNS mesurés dans la séquence x_i , est une variable aléatoire r .

Si les N échantillons sont des observations indépendantes d'une même variable aléatoire le paramètre r obéit à une distribution telle que

$$r_{N; 1-\frac{\alpha}{2}} \leq r < r_{N; \frac{\alpha}{2}} \quad (47)$$

$1 - \alpha$ = Niveau de confiance.

$\frac{\alpha}{2}$ et $1 - \frac{\alpha}{2}$ = Seuils de confiance.

Les valeurs de $r_{N, \beta}$ telles que $PROB(r > r_{N, \beta}) = \beta$ sont données pour $N = 50$ et $N = 100$ par le tableau suivant (ROVEGNO, J., 1972)

$N \backslash \beta$	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01
50	17	18	19	32	33	34
100	38	40	42	59	61	63

Le RUN-test est particulièrement efficace pour détecter les tendances fluctuantes dans une suite d'observations. Mais son application suppose évidemment que la valeur moyenne du signal est stationnaire.

TREND-TEST

Supposons le signal $x(t)$ échantillonné à une cadence F_q convenable et considérons une série de N échantillons numériques x_i .

Nous allons compter le nombre de fois où l'inégalité $x_i > x_j$ pour $i < j$ est vérifiée.

Le résultat de ce test est une variable aléatoire T .

La détermination pratique de T se déroule de la façon suivante :

si on pose $k_{ij} = 1$ pour $x_i > x_j$

$k_{ij} = 0$ pour $x_i \leq x_j$

et $T_i = \sum_{j=i+1}^{i=N} k_{ij}$ on aura $T = \sum_{i=1}^{i=N-1} T_i$ (48)

Si les N échantillons sont des observations indépendantes d'une même variable aléatoire le paramètre T obéit à une distribution telle que

$$T_{N, 1-\frac{\alpha}{2}} \leq T < T_{N, \frac{\alpha}{2}} \quad (49)$$

$1 - \alpha$ = Niveau de Confiance

$\frac{\alpha}{2}$ et $1 - \frac{\alpha}{2}$ = seuils de Confiance

Les valeurs de $T_{N,\beta}$ telles que $2RDB(T > T_{N,\beta})$ sont données pour $N=50$ et $N=100$ par le tableau suivant (ROVEGNO, J, 1972)

$N \backslash \beta$	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01
50	473	495	514	710	729	751
100	2083	2145	2198	2751	2804	2866

Le Trend. Test est particulièrement efficace pour détecter les tendances monotoniques dans une suite d'observations.

CHOIX DES METHODES DE TRAITEMENT

Après avoir exposé les différentes méthodes de traitement numérique du signal, l'objet de ce paragraphe est de choisir celles qui s'adaptent mieux au signal EEG.

CHOIX DE L'ALGORITHME F.F.T

Les deux algorithmes étudiés Cooley-Tukey et Forman ont été programmés sur le micro-ordinateur. Pour les tester nous avons calculé avec chaque programme la densité spectrale de puissance d'un signal rectangulaire (IV-2 et IV-3)

On remarque que la précision des calculs est meilleure pour le deuxième algorithme (BELLANGER 1968) Le nombre de positions mémoire occupé croît comme

Spectre normalisé

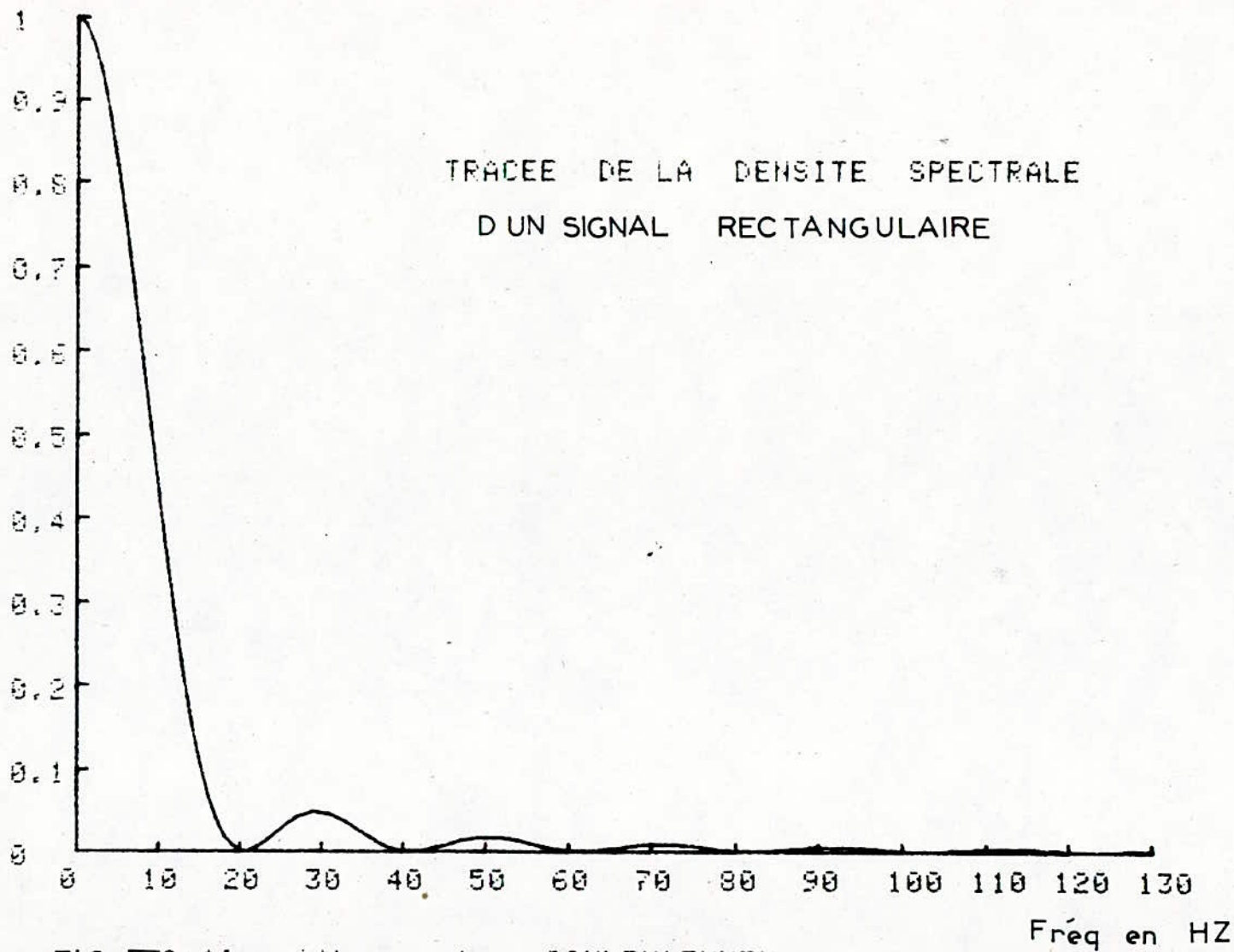


FIG. IV2: Algorithme de COULEY & TUKEY

Spectre normalisé

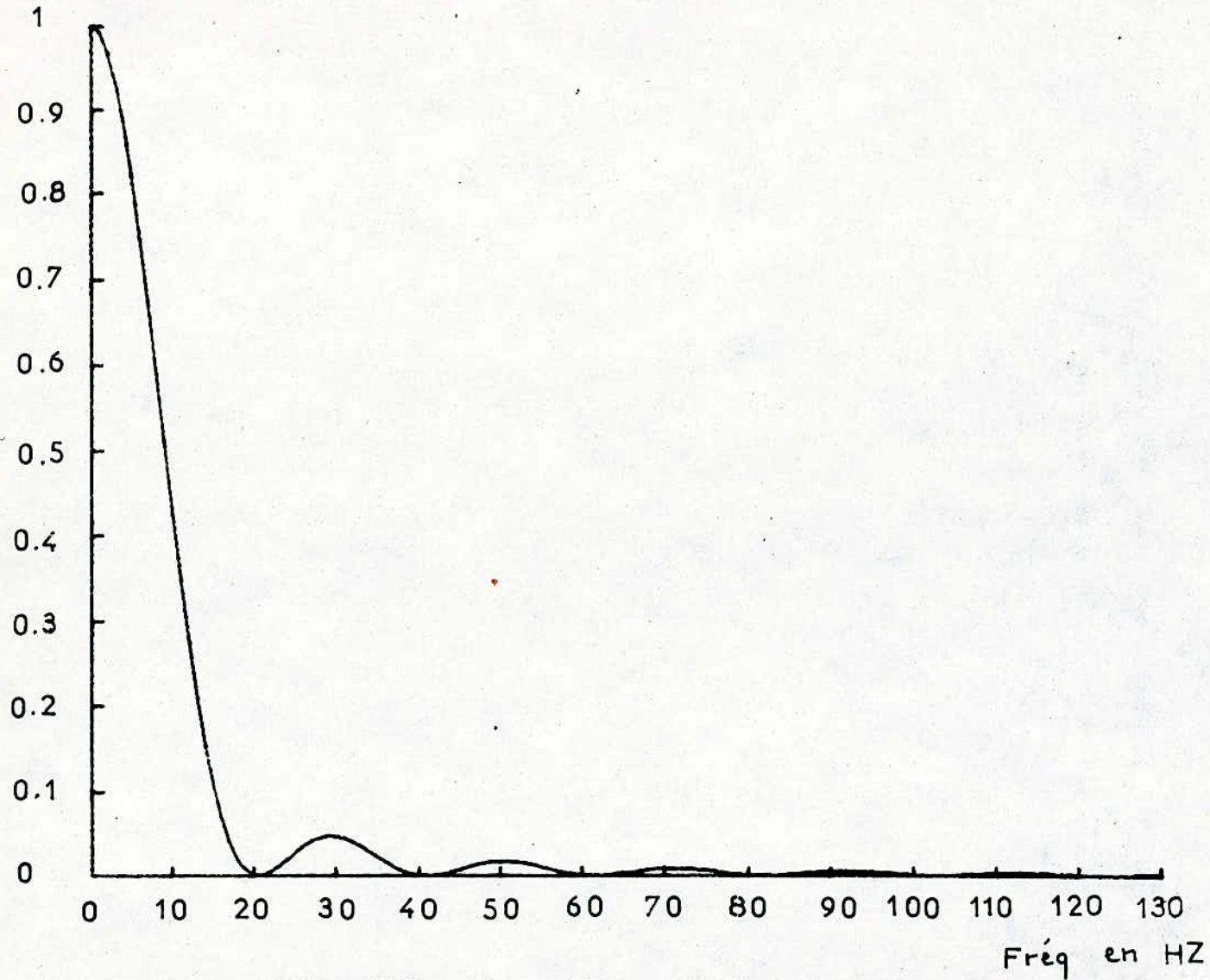


Fig:IV.3. Algorithme de Forman

$5N$ pour l'algorithme de Forman et $3N$ pour l'algorithme de Cooley - Tukey (BELLANGER 1968). Le temps de calcul est de 50 s pour Cooley et 30 s pour Forman pour $N = 512$. Donc l'algorithme de Forman est plus rapide que celui de Cooley - Tukey. Étant donnée la capacité du micro-ordinateur qui est suffisante pour l'exécution du programme d'analyse spectrale pour $N = 512$, nous avons opté pour l'algorithme de Forman qui accélère le temps de calcul et donne une bonne précision des résultats.

CHOIX DE LA FENÊTRE

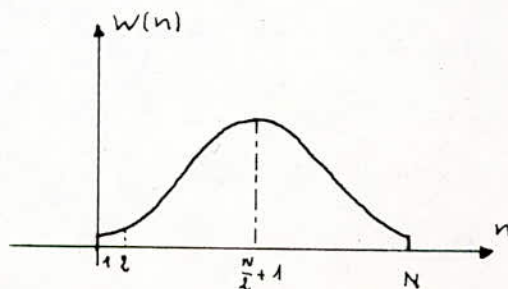
La fenêtre la plus utilisée est celle de Hamming (Fig. II.4) car cette fenêtre réalise bien le compromis entre les deux critères de choix de la fenêtre et qui sont :

- Atténuation des phénomènes de Gibbs, qui influent sur la résolution dynamique de l'estimateur
- Largeur de base du pic principal qui influe sur le pouvoir séparateur de l'estimateur.

D'autre part elle est facile à programmer, l'annexe B5 (1400) donne le sous programme qui permet le calcul des coefficients de cette fenêtre.

Le calcul est réduit à moitié car cette fenêtre est symétrique par rapport à $(\frac{N}{2} + 1)$

$$\begin{aligned}
 &\text{pour } 1 \leq n \leq N \\
 &w(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi(n-1)}{N+1}\right) \\
 &= 0 \quad \text{ailleurs}
 \end{aligned}$$



CHOIX DE L'ESTIMATEUR SPECTRAL

Notre choix s'est porté sur l'estimateur modifié car il présente la meilleure résolution dynamique. En effet la série d'échantillons observés est pondérée par une fenêtre, ce qui atténue l'effet de Gibbs.

Cependant cet avantage est obtenu au détriment d'une résolution fréquentielle moins bonne, toutefois on peut améliorer cette dernière en augmentant le nombre d'échantillons par section M .

D'autre part le biais de cet estimateur est faible et sa variance tend vers zéro quand le nombre de sections L augmente. Donc il est consistant.

Nous avons élaboré un programme qui permet l'analyse spectrale de deux signaux réels recueillis sur deux électrodes symétriques.

L'organigramme de la figure II.5 illustre les différentes étapes réalisées par ce programme (Annexe B5)

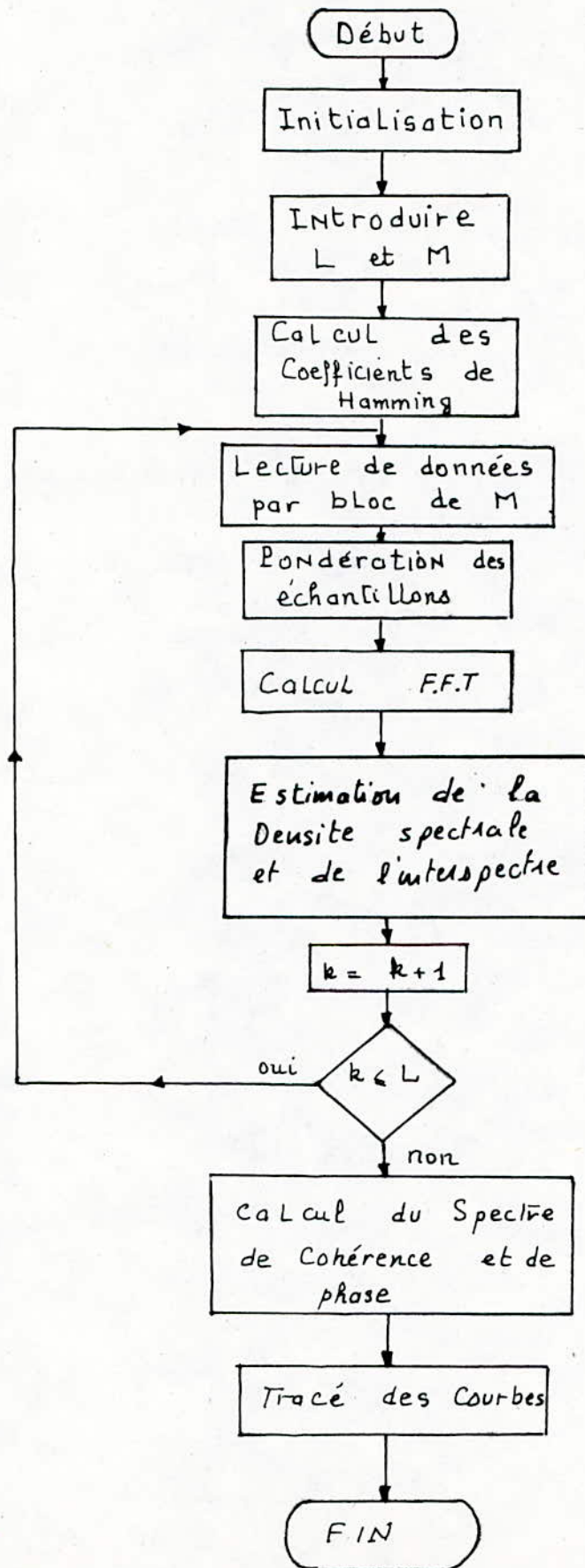


Fig II - 5 : Organigramme de l'Analyse Spectrale.

CHAPITRE 5

RESULTATS ET INTERPRETATIONS DES TRAITEMENTS EFFECTUES

Les méthodes et programmes de traitement décrits dans les chapitres précédents ont été appliquées aux signaux provenant de l'enregistrement de deux voies EEG bipolaires effectué sur un sujet adulte, placé dans un état de veille, yeux fermés (Fig. V.1.)

Constitution de l'enregistrement

Date	6 Avril 1985
Sujet	Masculin, 46 ans
Signaux	2 voies bipolaires symétriques, région occipitale.
Situation	Etat de veille, yeux fermés
Filtre déclenché	75 Hz.

La bande passante des signaux à analyser est de 75 Hz, pour éviter tout phénomène de repliement du spectre (Chapitre II), nous avons échantillonné le signal à une fréquence de 200 Hz. Pour appliquer l'algorithme F.F.T il faut que le nombre d'échantillons soit une puissance de 2

$$N = 2^n$$

L'échantillonnage des signaux analogiques, à été

voie droite



voie gauche

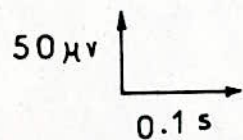
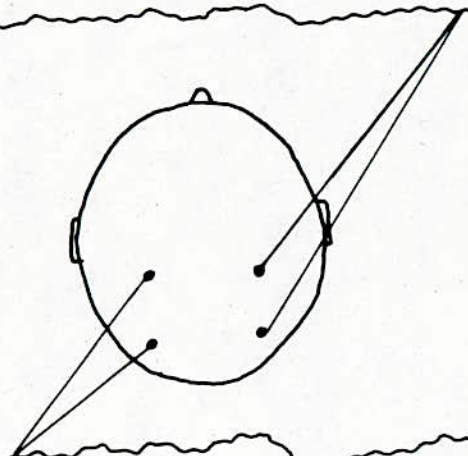


FIG. V.1 : Traces des signaux EEG

.61.

effectué suivant quatre blocs d'une capacité de 512 échantillons pour chaque voie. La durée d'observation est donc

$$t = N \times T_e = N / F_e$$

$$N = 2048 = 4 \times 512 \quad F_e = 200 \text{ Hz}$$

$$\text{d'où } t = 10.24 \text{ s}$$

Il est évident que cette durée peut être augmentée en augmentant le nombre d'échantillons, - ceci n'a aucun effet sur la capacité mémoire car on traite par bloc de 512.

DENSITE DE PROBABILITE

Les signaux échantillonnés ont été traités par le programme (Annexe B2).

Les 512 échantillons de chaque bloc des deux voies sont traités suivant une densité de probabilité d'amplitude de 23 classes.

Le paramètre KI calculé par programme devra être comparé à χ^2 à 20 degrés de liberté avec un seuil de confiance de 0.05 ($\chi^2_{20,0.05}$).

Les figures V.2, V.3, V.4, et V.5 représentent les résultats de ce test.

On constate que l'ajustement de la densité de probabilité d'amplitude à une distribution gaussienne est vérifié un cas sur quatre ($KI < 32$).

Certains écarts peuvent cependant s'expliquer aisément, on constate visuellement que le tracé présente des artefacts de grande amplitude.

L'analyse de la densité de probabilité d'amplitude

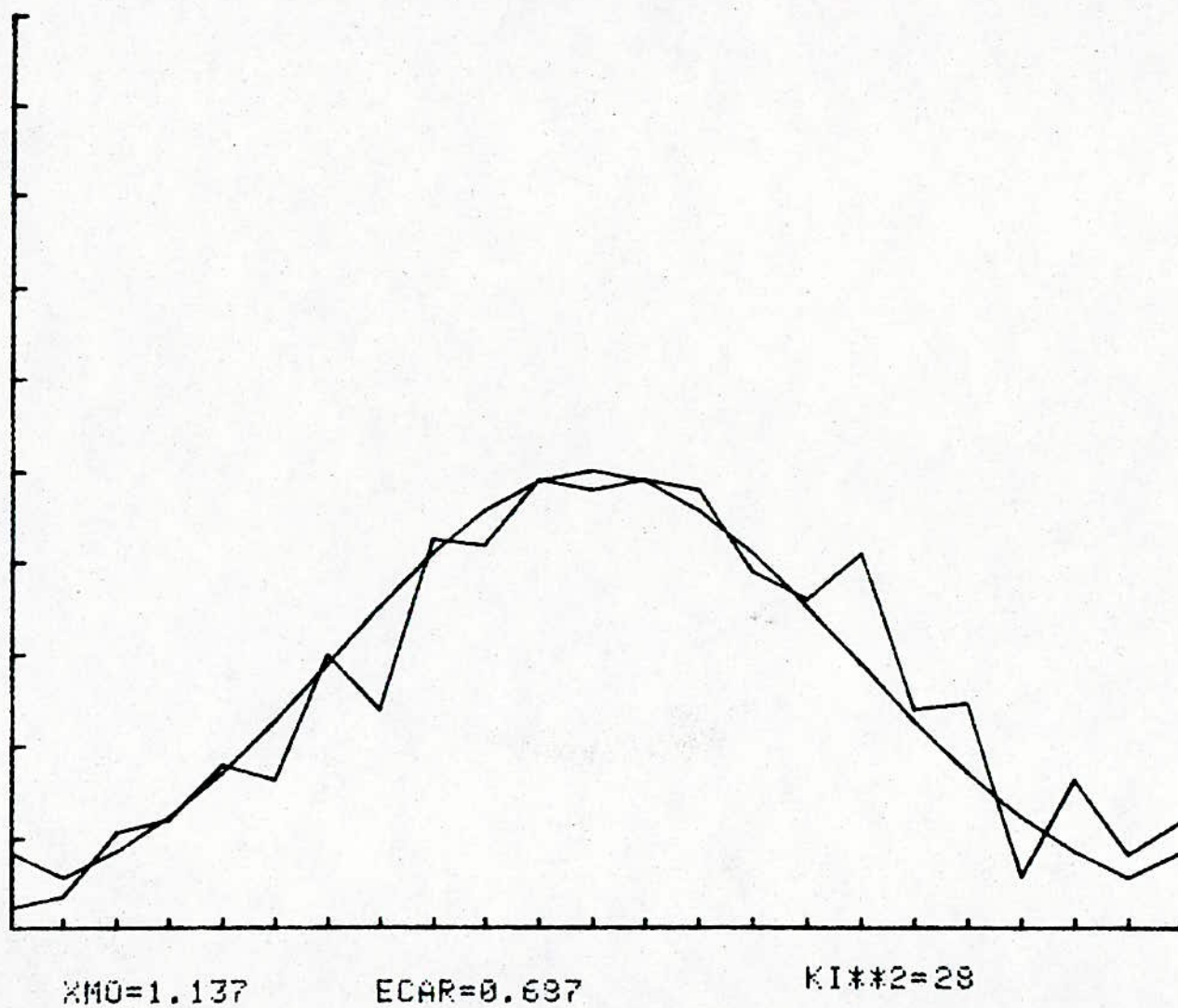


FIG V.2 : Densité de probabilité du bloc.1

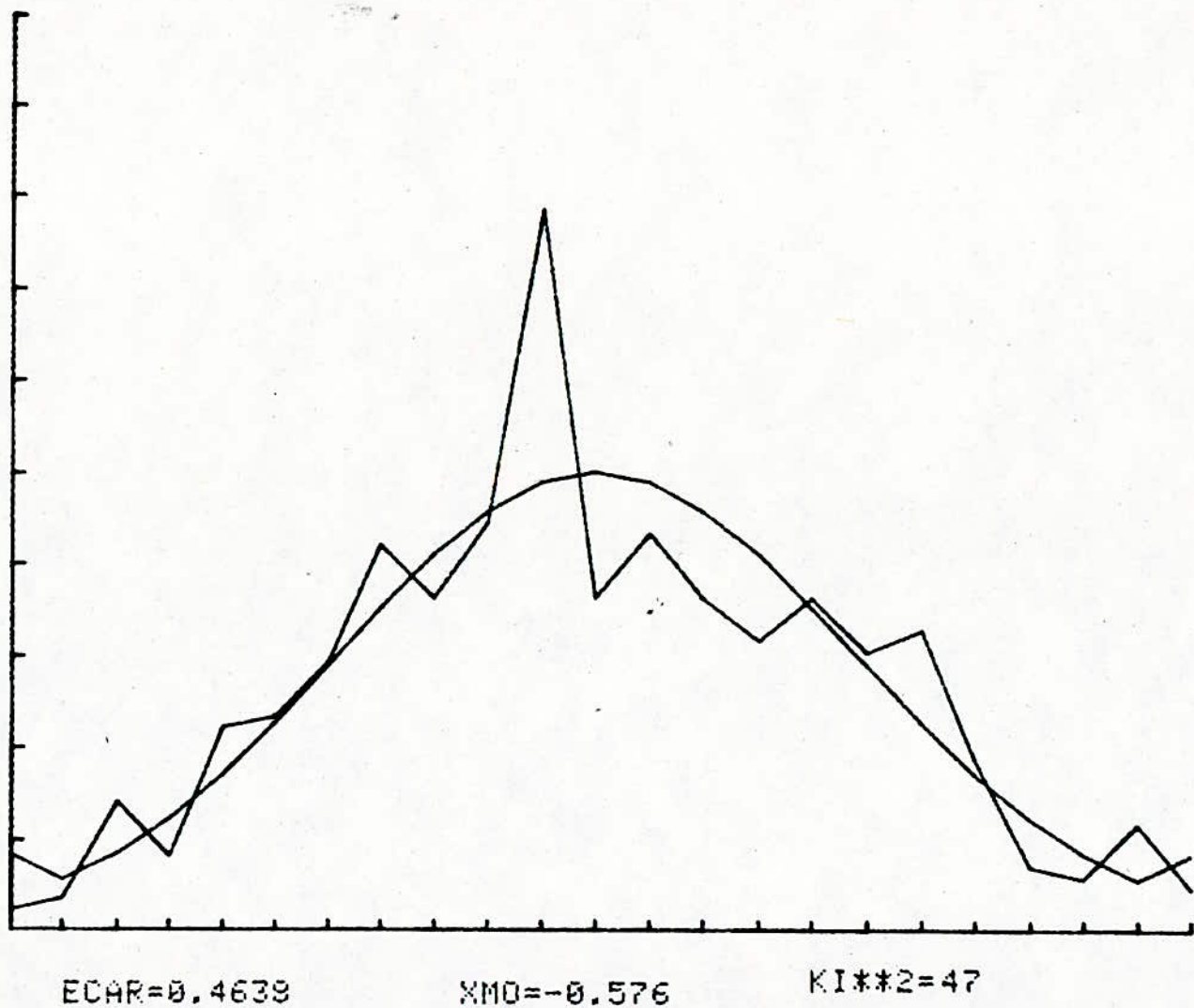


FIG. V.3 : Densité de probabilité du bloc 2

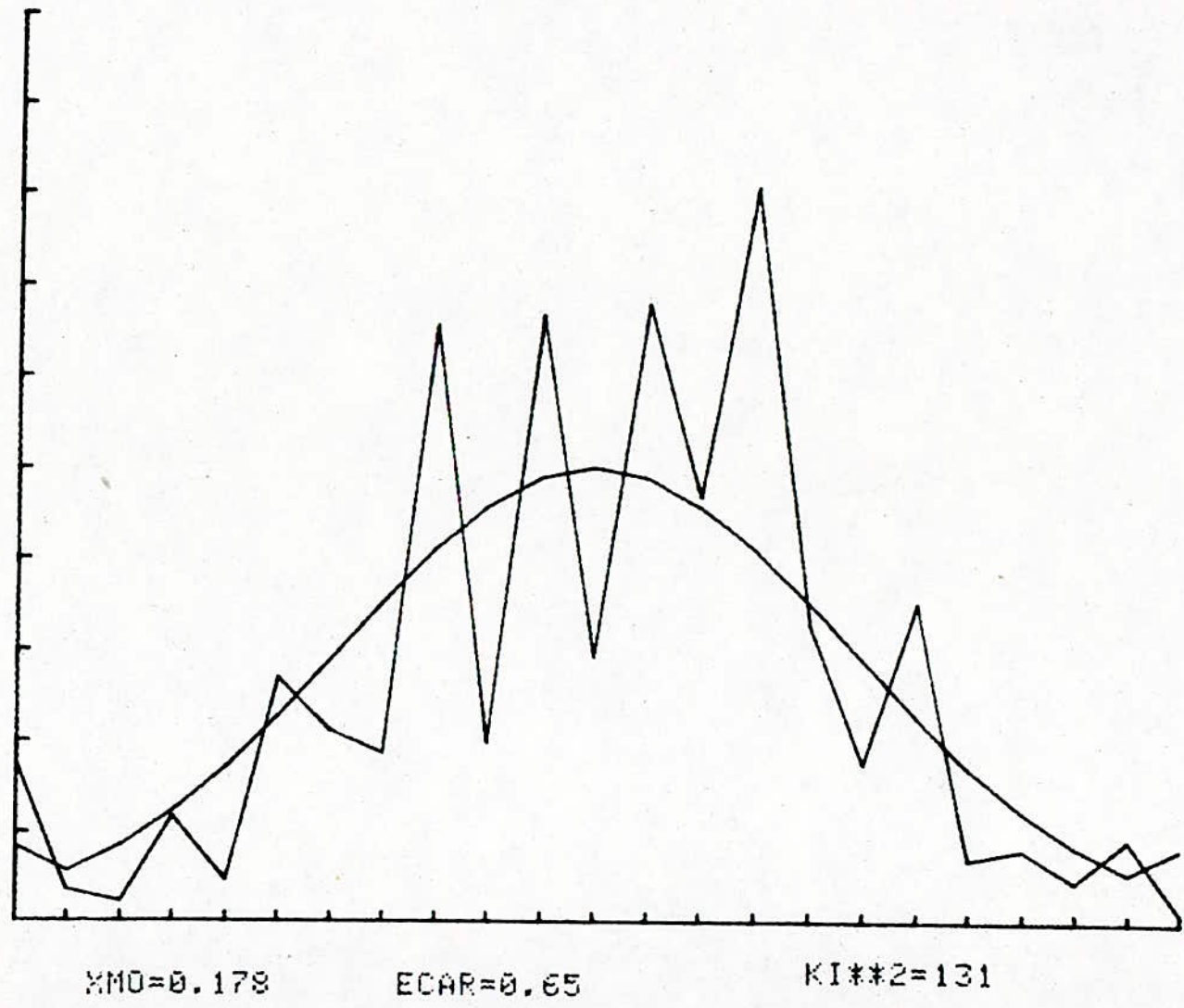


FIG. V.4: Densité de probabilité du bloc 3

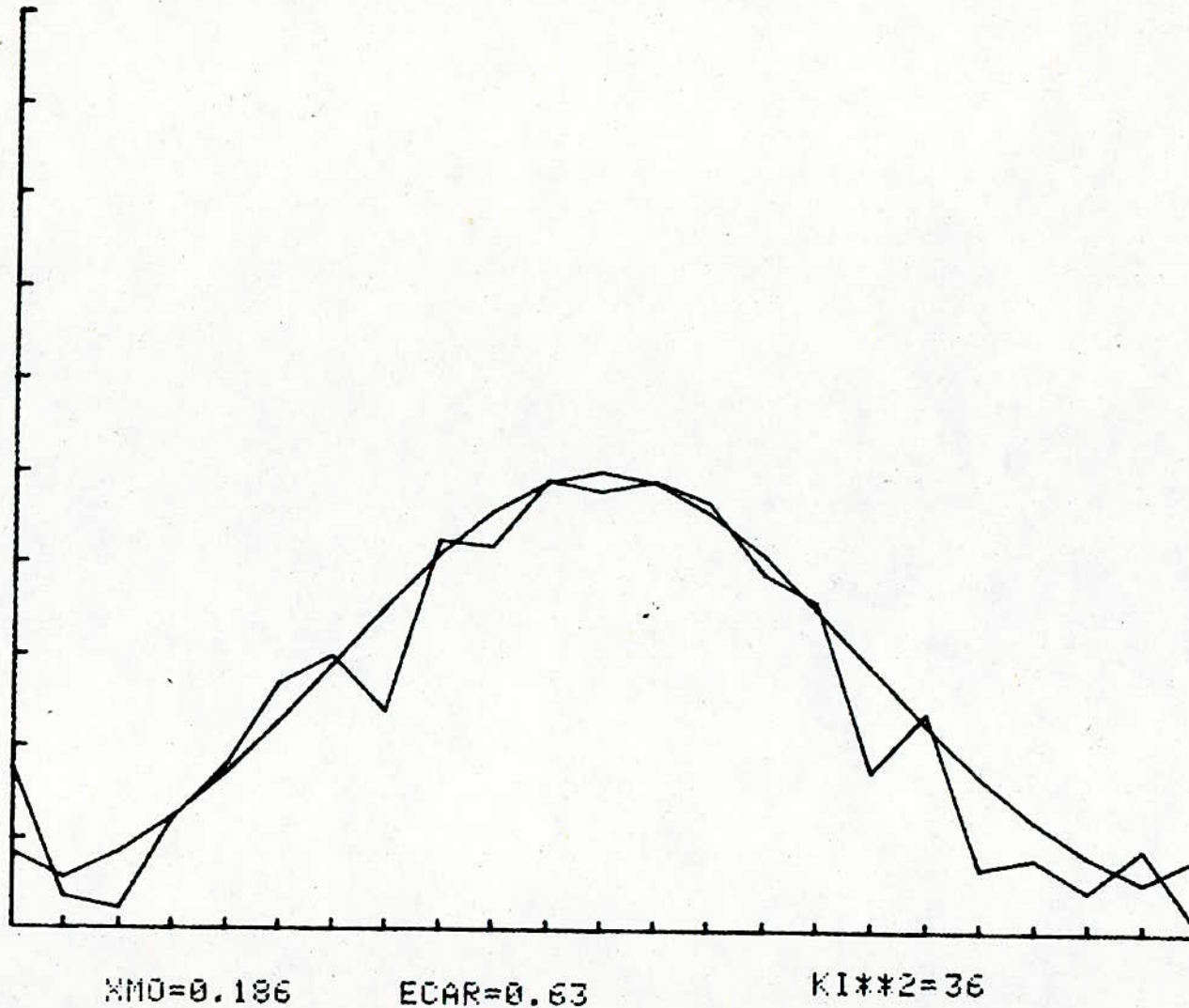


FIG. V.5 :Densité de probabilité du bloc 4

des blocs correspondants indique une variation importante par rapport à une distribution gaussienne. Or un artefact est une brusque variation de la valeur moyenne du signal, variation qui a une influence directe sur la distribution d'amplitude de ce dernier.

Le signal EEG recueilli sur les bornes d'une paire d'électrodes étant la résultante d'un grand nombre d'activités unitaires, il est normal que la densité de probabilité d'amplitude de ce signal présente un caractère gaussien.

Mais cette propriété ne pourra être vérifiée que durant les périodes où le signal est stationnaire.

Nous verrons au paragraphe suivant que de telles périodes sont relativement très courtes.

TEST DE STATIONNARITE

Les signaux enregistrés ont été traités par le programme (Annexe B3).

Chaque bloc de 512 échantillons est divisé en 32 segments.

Chacun de ces segments possède donc 16 échantillons.

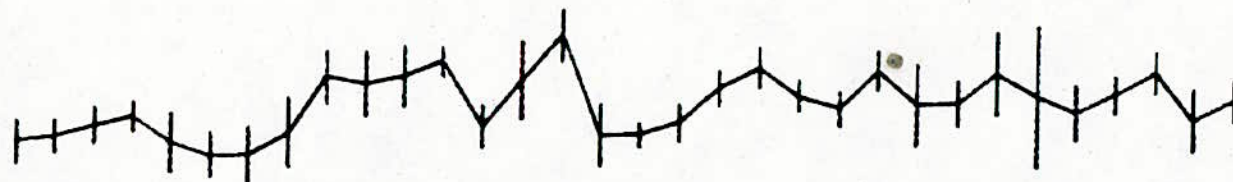
On constate que le nombre de degrés de liberté de chaque segment est égal à 11 ($LIB = 2 \times 75 \times 16 / 200$).

Dans chacun de ces segments on calcule une estimation XMO de la valeur moyenne et une estimation PMX de la puissance moyenne.

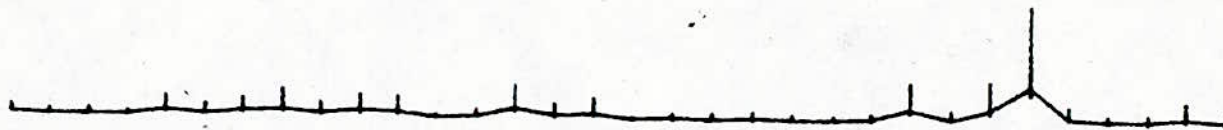
Les limites de confiance de ces estimations obéissent aux relations

$$XMO - STU \sqrt{PMX / LIB} < XMO < XMO + STU \sqrt{PMX / LIB}$$

$$PMX \cdot LIB / QIG < PMX < PMX \cdot LIB / QIF.$$

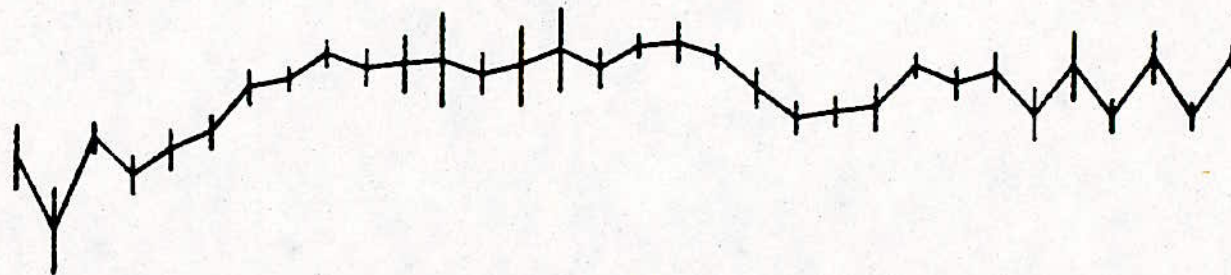


Stationnarite de la valeur moyenne

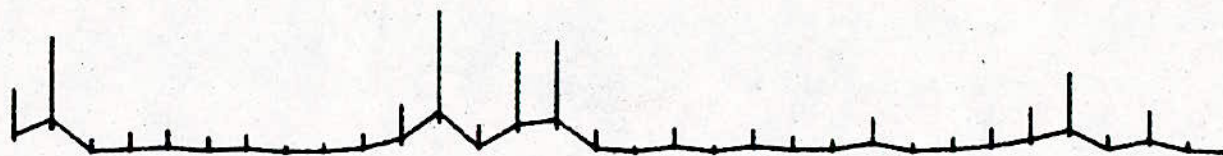


Stationnarite de la variance

FIG. V.6 : BLOC 1



Stationnarite de la valeur moyenne

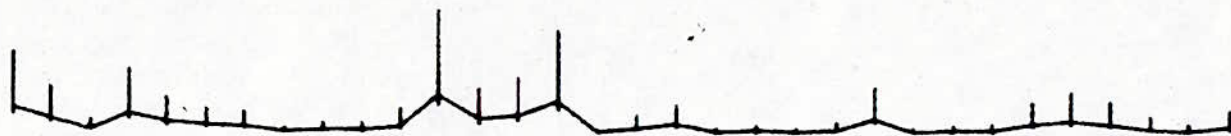


Stationnarite de la variance

FIG.V.7: BLOC 2



Stationnarite de la valeur moyenne



Stationnarite de la variance

FIG.V.8 : BLOC 3

70.

Pour un niveau de confiance de 90% les paramètres introduits dans le programme sont :

$$STU = t_{11, 0.05} = 1.796$$

$$QIG = \chi^2_{11, 0.05} = 19.675$$

$$QIF = \chi^2_{11, 0.95} = 4.575$$

Chaque bloc donne naissance à 32 estimations XMO et 32 estimations PMX.

Chacune de ces deux séries est éditée sous forme d'un graphique (Fig. V.6, V.7, et V.8), où chaque estimation est représentée par un segment correspondant à l'intervalle de confiance à 90% de la valeur calculée.

On constate que la stationnarité de la valeur moyenne est vérifiée pendant des périodes de très courte durée.

On constate que la stationnarité de la variance est vérifiée dans la majorité des cas.

Enfin il est remarquable de constater que les rares zones dans lesquelles la stationnarité de la valeur moyenne est celle de la variance sont simultanément vérifiées correspondent aux zones où la densité de probabilité d'amplitude est la plus proche d'une distribution gaussienne.

VERIFICATION DU CARACTERE ALEATOIRE

Il est également intéressant de vérifier pour chacun de ces blocs traités, les résultats des tests RUN et TREND effectués sur des groupes successives de 100 valeurs.

Si nous adoptons un niveau de confiance de 95% le RUN test sera positif si le résultat de ce test

est compris entre 40 et 61 et le TREND test sera positif. si le résultat de ce test est compris entre 2145 et 2804.

Le tableau ci dessous résume les résultats de ce test. On constate que le RUN test n'est jamais vérifié alors que le TREND test est vérifié en moyenne 3 fois sur 5.

Il convient d'être très prudent dans l'interprétation de ces tests, car ils peuvent être perturbés par des fluctuations de la valeur moyenne du signal.

Bloc 1		Bloc 2		Bloc 3	
RUN	TREND	RUN	TREND	RUN	TREND
13	2421	5	1995	21	2465
0	2881	0	2610	4	1987
0	1518	0	2440	22	2908
0	2620	0	2282	20	2577
0	2271	0	2711	7	2870

ANALYSE DE LA DENSITE SPECTRALE

Les signaux provenant des deux voies symétriques recueillis sur la région occipitale ont été traité par le programme d'analyse spectrale (Annexe B5)

Suivant le choix de l'utilisateur ce programme utilise l'estimateur moyenné ($C=1$) ou l'estimateur modifié ($C=0$).

Le nombre d'échantillons est de 2048.

Pour améliorer la variance de l'estimateur il suffit d'augmenter le nombre de sections, par contre pour améliorer la résolution fréquentielle il suffit d'augmenter le nombre d'échantillons. Donc il

faut réaliser le compromis.

Pour cela nous avons choisi un nombre de sections égal à 4 ce qui donne 512 échantillons par section.

La résolution fréquentielle est donc $\Delta f = 0.146 \text{ Hz}$.

$$\left(\Delta f = \frac{F_M}{N} = \frac{75}{512} \right)$$

Cette résolution fréquentielle est suffisante puisque en pratique une résolution de 1 Hz suffit pour la détection d'un rythme EEG.

Les Figures V.9, V.10. donnent les résultats de cette analyse spectrale.

On constate l'existence d'un pic entre 1 et 3 Hz ce qui caractérise l'onde Delta 1, et un pic entre 3 et 5 Hz qui caractérise l'onde Delta 2.

D'autre part un pic entre 5 et 7 Hz qui a la même amplitude que le premier a été détecté et qui représente l'onde Théta.

Le rythme Alpha est représenté par un pic d'amplitude relativement faible à la fréquence 10 Hz. En réalité, c'est le rythme Alpha qui doit être le plus dominant dans la région occipitale, donc ce sujet présente une anomalie.

Cependant pour en tirer des conclusions sur son diagnostic, il est indispensable de compléter la description du tracé par l'état clinique du sujet.

On remarque également un pic à 50 Hz, il caractérise l'effet des parasites dues au secteur, ce qui implique que l'EEG de l'hôpital Ait-idir est mal isolé de l'influence du secteur.

Si l'on effectue la description du tracé par la méthode classique, en comptant le nombre de maximas sur le tracé pendant une durée fixe, on constate l'existence d'une onde à 4 Hz et

74
Spectre normalisé

TRACÉE DE LA DENSITÉ SPECTRALE DE X

=====

Voie droite

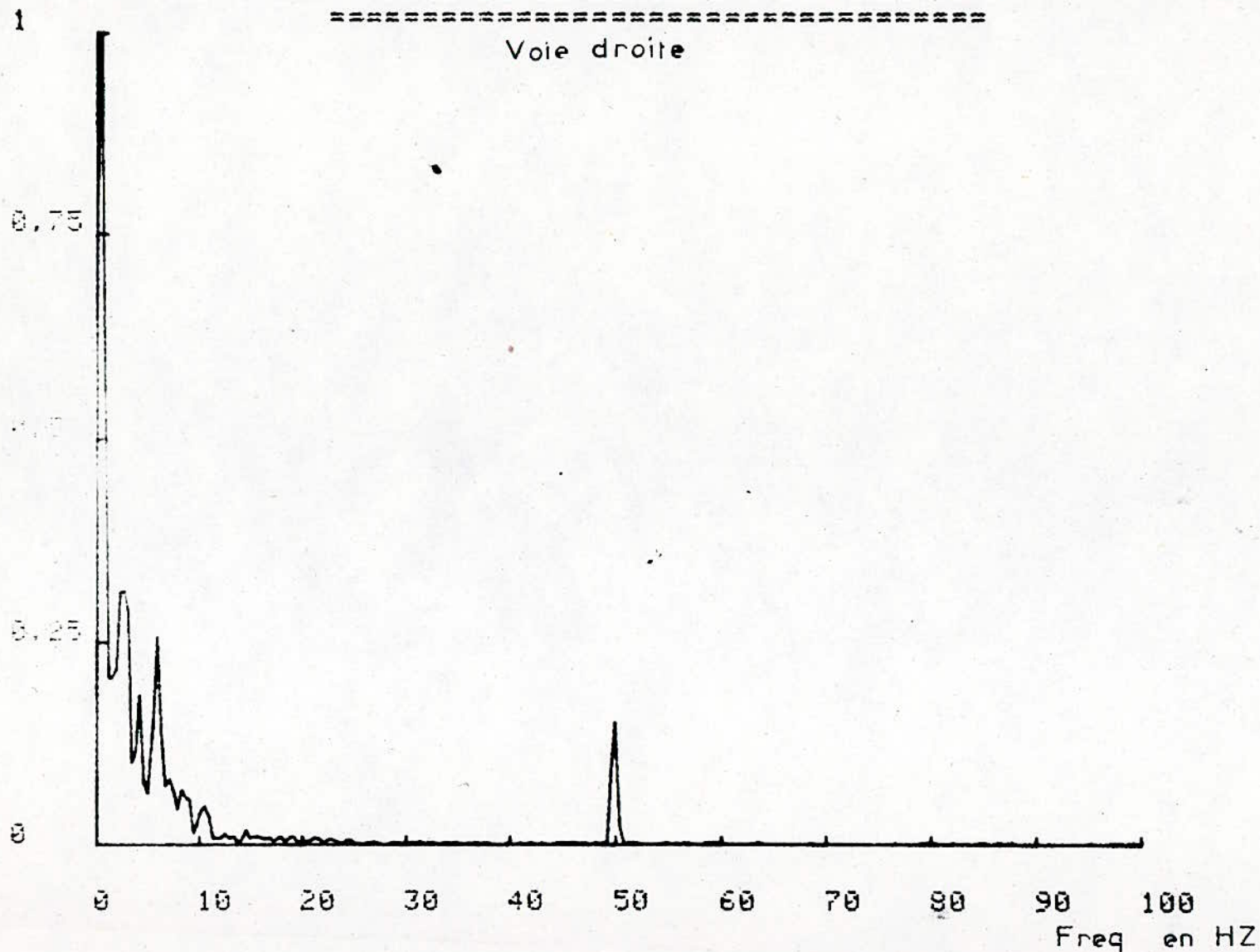


FIG. V.9

TRACÉE DE LA DENSITÉ SPECTRALE DE Y

Voie gauche

St.
Spectre normalisé

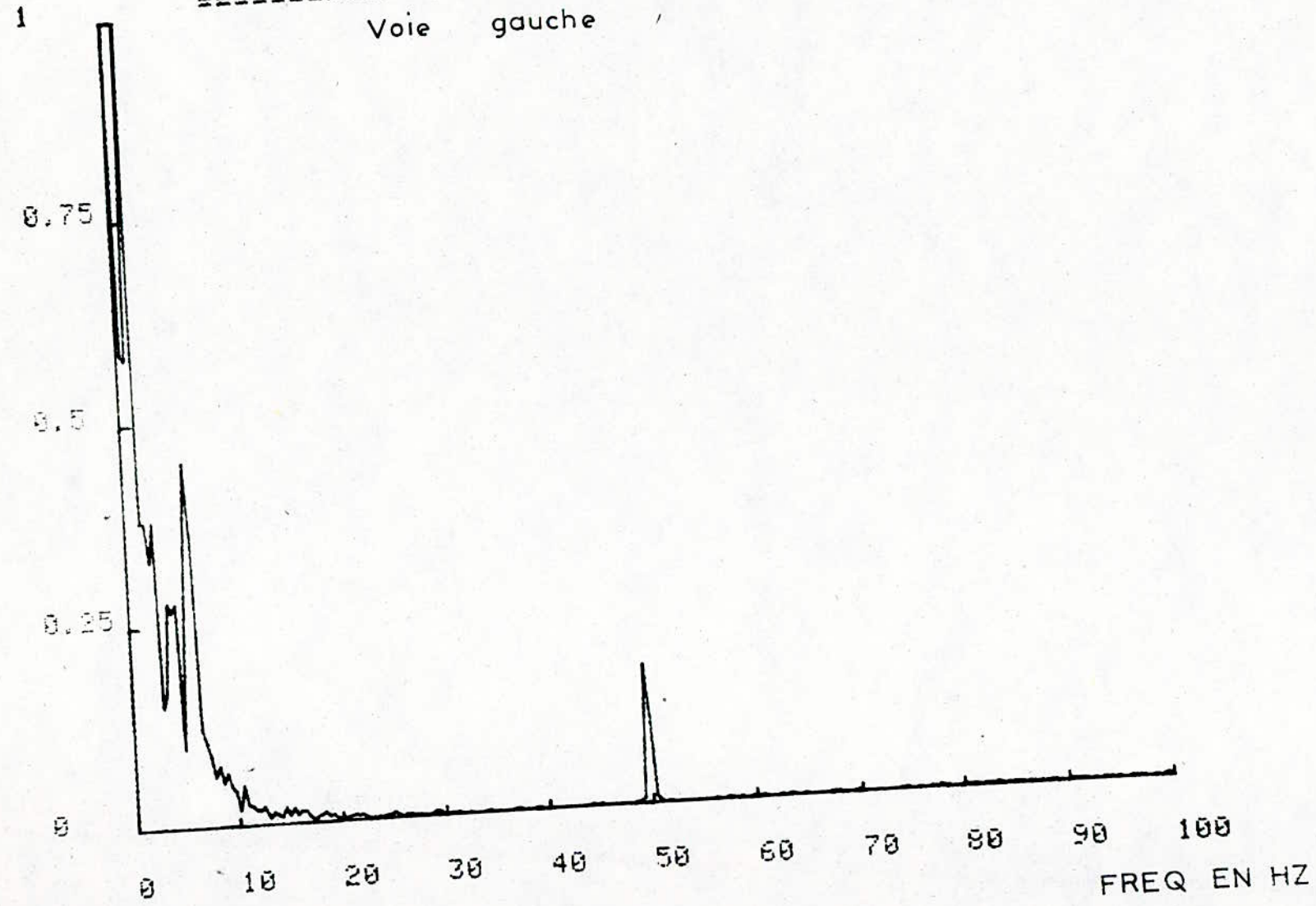


FIG.V.10

une autre à 50 Hz.

Il est évident que cette méthode n'est pas rigoureuse. En effet il est très difficile de détecter deux pics dont les fréquences sont très proches.

Ainsi l'analyse spectrale du signal EEG augmente la précision et permet un gain de temps.

ANALYSE DE LA COHERENCE ET DE LA PHASE

La cohérence, pour le couple de voie analysé est représenté par la Figure V.11

Il convient de ne donner une importance à cette cohérence qu'aux fréquences présentant un spectre suffisamment important.

On constate que la valeur de la cohérence pour les pics détectés est proche de 1.

Pour ce sujet les rythmes détectés sont donc synchrones dans des régions symétriques du scalp.

La figure V.12 représente le spectre de déphasage entre ces deux signaux.

On constate que dans les zones des rythmes détectés le spectre de phase a une valeur faible par rapport aux valeurs du spectre dans le reste de la gamme, ce qui semble affirmer que les signaux recueillis sur des zones symétriques sont approximativement en phase.

Les termes "semble" et "approximativement" sont utilisés ici car jusqu'à présent les travaux effectués par de nombreux chercheurs de l'EEG n'ont pas encore aboutis à des résultats concluants quand à sa signification sur l'état clinique du sujet.

TRACÉE DU SPECTRE DE COHERENCE

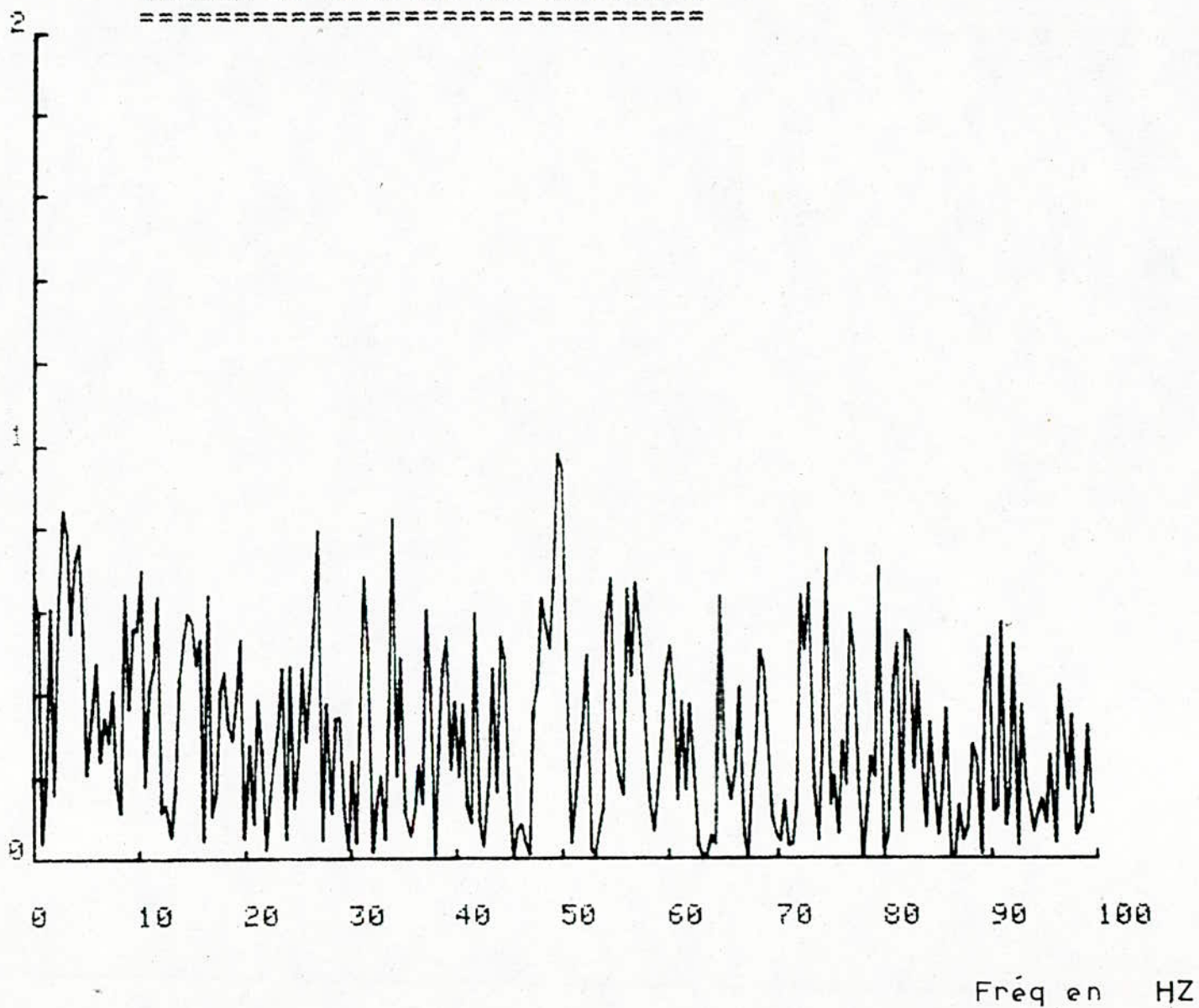


FIG.V.11

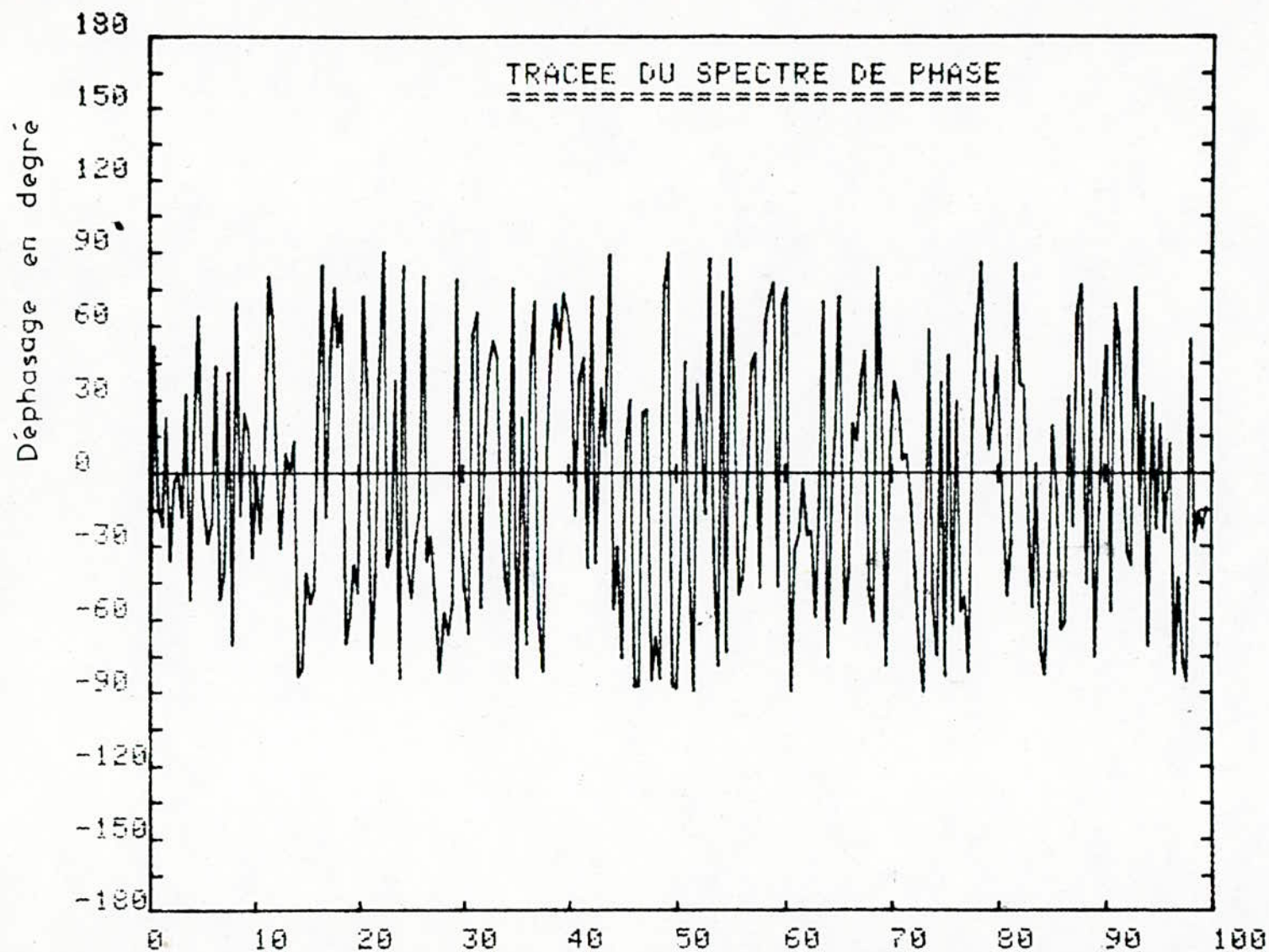


FIG. V.12

Fréq en HZ

CONCLUSION

L'analyse spectrale des signaux de l'EEG nous a conduit à une étude statistique préalable de ces signaux à savoir les hypothèses sur leurs caractères gaussien et de stationnarité.

En ce qui concerne la distribution d'amplitude du signal nous avons pu constater que la somme des durées pendant lesquelles cette distribution était gaussienne représente le quart de la durée globale.

En ce qui concerne la stationnarité nous avons constaté que l'hypothèse de stationnarité du second ordre est vérifiée sur des durées très courtes, donc elle est restrictive pour un électroencéphalogramme. Ces quelques résultats tendraient à prouver que l'électroencéphalogramme est un signal aléatoire, gaussien et pratiquement non stationnaire.

Ces constatations ne sont pas tellement inattendues si l'on songe d'une part aux hypothèses faites quand aux mécanismes d'électrogénèse du signal EEG, et d'autre part à l'usage fréquent que font les neurophysiologistes du terme "Bouffées" essentiellement spécifique d'une rupture de stationnarité quand ils décrivent qualitativement un tracé.

Donc pour faire une analyse spectrale significative il faut sélectionner les zones où le signal est stationnaire.

Les résultats de l'analyse spectrale ont montré que cette méthode est plus précise et permet un gain de temps.

Enfin nous pensons que ces constatations ne doivent pas être généralisées, car principalement le nombre d'échantillons utilisé est limité.

Ainsi pour dégager des résultats plus significatifs, il aurait fallu étudier plusieurs groupes de sujets, sur des durées d'observation plus importantes, et dont les signaux EEG auraient été recueillis sur plusieurs paires d'électrodes.

Une telle étude serait plus exhaustive ; toutefois elle nécessiterait plusieurs mois (voire années) de travail et un matériel (chaîne d'acquisition de données, électroencephalographe) dont nous ne disposons pas au laboratoire et surtout un groupe de personnes disposées à avoir leurs EEG recueillis.

Annexe A

A1: des propriétés de la transformation de Fourier.

Original	Transformée
$x(t), y(t)$	$X(f), Y(f)$
$\alpha x(t) + \beta y(t)$	$\alpha X(f) + \beta Y(f)$
$x'(t)$	$j2\pi f X(f)$
$\int_{-\infty}^t x(z) dz$	$\frac{1}{j2\pi f} X(f)$
$x(t - t_0)$	$X(f) \exp(-j2\pi f t_0)$
$x(t) \exp(j2\pi f_0 t)$	$X(f - f_0)$
$x(at)$	$\frac{1}{ a } X(f/a)$
$x(t) \cdot y(t)$	$X(f) * Y(f)$
$x(t) * y(t)$	$X(f) \cdot Y(f)$

A2: des propriétés essentielles de la TFD

Original	Transformée
$x(k), y(k)$	$X(n), Y(n)$
$\alpha x(k) + \beta y(k)$	$\alpha X(n) + \beta Y(n)$
$x(-k) = x(N-k)$	$X(-n) = X(N-n)$
$x^*(k)$	$X^*(-n)$
$x(k - k_0)$	$X(n) \exp(-j2\pi k_0 n/N)$
$x(k) \exp(j2\pi n_0 k/N)$	$X(n - n_0)$
$\sum_{i=0}^{N-1} x(i) y(k-i)$	$X(n) Y(n)$
$x(k) \cdot y(k)$	$\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X(i) Y(n-i)$
$\sum_{k=0}^{N-1} x(k) ^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) ^2$	

La dernière relation donne l'expression du théorème de Parseval

A3: des Caractéristiques des Fenêtres les plus utilisées .

Fenêtres	rappat amplitude Lobe principal et second (dB)	Largeur du Lobe principal	Perte d'information P en %
rectangulaire	- 13	$2 / T_0$	- 17,8
Cosinusoidal	- 23	$3 / T_0$	-
triangulaire	- 26	$4 / T_0$	9,7
Hanning	- 32	$4 / T_0$	- 1,3
Hamming	- 42	$4 / T_0$	- 0.4
Parzen	- 52	$8 / T_0$	0.3


```

100 REM -----
110 REM PROGRAMME DE LA TFF
120 REM COULEY & TUKEY
130 REM -----
140 INIT
150 N=512
160 N2=N/2
170 M=9
180 DIM X(N), Y(N), Sp(N)
190 FOR I=1 TO N
200 Y(I)=0
210 IF I>25 THEN 240
220 X(I)=1
230 GO TO 250
240 X(I)=0
250 NEXT I
260 REM ( DESEMBROUILLAGE DES ECHANTILLONS )
270 J=1
280 FOR I=1 TO N-1
290 IF I=>J THEN 330
300 Z=X(J)
310 X(J)=X(I)
320 X(I)=Z
330 K=N2
340 IF K=>J THEN 380
350 J=J-K
360 K=K/2
370 GO TO 340
380 J=J+K
390 NEXT I
400 REM ( CALCUL DE LA TFR )
410 Pm=1
420 FOR K=1 TO M
430 Pm1=Pm

```

Annexe B

```

440 Pm=2*Pm
450 Wp0=1
460 Wi0=0
470 Wp=COS(PI/Pm1)
480 Wi=-SIN(PI/Pm1)
490 FOR J=1 TO Pm1
500     FOR I=J TO N STEP Pm
510         X0=X(I)
520         Y0=Y(I)
530         L=I+Pm1
540         X1=X(L)*Wp0-Y(L)*Wi0
550         Y1=Y(L)*Wp0+X(L)*Wi0
560         XCL=X0-X1
570         YCL=Y0-Y1
580         X(I)=X0+X1
590         Y(I)=Y0+Y1
600     NEXT I
610     Wp1=Wp*Wp0-Wi*Wi0
620     Wi0=Wi+Wp0+Wp*Wi0
630     Wp0=Wp1
640 NEXT J
650 NEXT K
660 FOR I=1 TO N
670     Sp(I)=X(I)^2+Y(I)^2
680 NEXT I
690 PAGE
700 WINDOW 0,130,0,100
710 VIEWPORT 15,115,15,95
720 AXIS 10,10,0,0
730 FOR I=10 TO 140 STEP 10
740     MOVE I-14,-5
750     PRINT I-10
760 NEXT I
770 FOR J=0 TO 100 STEP 10
780     MOVE -10,J-2

```

790 PRINT J/100
800 NEXT J
810 A=Sp(I)
820 FOR I=1 TO N
830 IF Sp(I)>A THEN 850
840 GO TO 860
850 A=Sp(I)
860 NEXT I
870 FOR I=1 TO N
880 DRAW I-1,Sp(I)*100/A
890 NEXT I
900 MOVE 45,80
910 PRINT "TRACEE DE LA DENSITE SPECTRALE"
920 END


```

100 REM -----
110 REM  Densite De Probabilite Et Comparaison |
120 REM  A Gauss Par Test De KI#2 |
130 REM -----
140 REM N=NOMBRE D'ECHANTILLON
150 REM NCLA=NOMBRE DE CLASSE
160 INIT
170 N=512
180 Ncla=23
190 DIM X(512),Prob(23),Gauss(23)
200 PRINT "DONNER LE NOM DU FICHIER"
210 INPUT B#
220 OPEN B#:1,"F",A#
230 READ #1:X
240 CLOSE 1
250 REM CALCUL DE LA MOYENNE XMO
260 Xmo=0
270 FOR I=1 TO N
280     Xmo=Xmo+X(I)
290 NEXT I
300 Xmo=Xmo/N
310 REM CALCUL DE LA VARIANCE VAR
320 Var=0
330 FOR I=1 TO N
340     Var=Var+(X(I)-Xmo)^2
350 NEXT I
360 Var=Var/N
370 REM DENSITE DE PROBABILITE DES N VALEUR
380 Ecar=SOR(Var)
390 Xmin=Xmo-2.2*Ecar
400 Xmax=Xmo+2.2*Ecar
410 Clas=(Xmax-Xmin)/(Ncla-2)
420 FOR I=1 TO Ncla
430     Prob(I)=0

```

```

440 NEXT I
450 FOR I=1 TO N
460   IF X(I)<=Xmin THEN 510
470   IF X(I)>Xmax THEN 530
480   J=2+INT((X(I)-Xmin)/Clas)
490   Prob(J)=Prob(J)+1
500   GO TO 540
510   Prob(1)=Prob(1)+1
520   GO TO 540
530   Prob(Ncla)=Prob(Ncla)+1
540 NEXT I
550 FOR I=1 TO Ncla
560   Prob(I)=Prob(I)/N
570 NEXT I
580 REM DENSITE GAUSSIENNE CORRESPONDANTE
590 Nc1=Ncla-1
600 Rpi=SQR(2*PI)
610 Clash=Clas/10
620 FOR I=2 TO Nc1
630   Clas1=(I-1)*Clas+Xmin
640   Clas2=(I-2)*Clas+Xmin
650   Gauss(I)=0
660   FOR J=1 TO 11
670     Clasj=(J-1)*Clash+Clas2
680     Z2=((Clasj-Xmo)/Ecar)^2/2
690     Gag=EXP(-Z2)/(Ecar*Rpi)
700     IF J=1 OR J=11 THEN 720
710     GO TO 730
720     Gag=Gag/2
730     Gauss(I)=Gauss(I)+Gag
740   NEXT J
750   Gauss(I)=Gauss(I)*Clash
760 NEXT I
770 Sgau=0
780 FOR I=2 TO Nc1

```

88

790 Sgau=Sgau+Gauss(I)
800 NEXT I
810 Gauss(1)=(1-Sgau)/2
820 Gauss(Nc1a)=(1-Sgau)/2
830 REM COMPARAISON DES 2 DENSITES PAR TEST KI**2
840 OI=0
850 FOR I=1 TO Nc1a
860 OI=(Prob(I)-Gauss(I))*2/Gauss(I)+OI
870 NEXT I
880 OI=N*OI
890 Ki=INT(OI)
900 WINDOW 0,22,0,100
910 VIEWPORT 15,115,15,95
920 AXIS 1,10,0,0
930 FOR I=1 TO Nc1a
940 DRAW I-1,Prob(I)*600
950 NEXT I
955 MOVE 0,0
960 FOR I=1 TO Nc1a
970 DRAW I-1,Gauss(I)*600
980 NEXT I
990 MOVE 15,-7
1000 PRINT "KI**2="

1010 MOVE 17,-7
1020 PRINT Ki
1030 END


```

100 REM -----
110 REM STATIONNARITE DE LA VALEUR MOYENNE 1
120 REM ET DE LA VARIANCE 1
130 REM -----
140 PRINT "DONNER LE NOMBRE DE SEGMENT "
150 INPUT L
160 PRINT "Donner La Valeur De Student t(Lib,alpha/2)"
170 INPUT Stu
180 PRINT "Donner La Valeur De QI(Lib,1-alpha/2)"
190 INPUT Qif
200 PRINT "Donner La Valeur De QI(Lib,alpha/2)"
210 INPUT Qig
220 N=512
230 No=N/L
240 Lib=No-1
250 DIM U(N),Xmo(L),Pmx(L),A(L),Pp(L),Pm(L)
260 PRINT "Donner Le Nom Du Fichier de Donnée"
270 INPUT B#
280 OPEN B#:1,"F",A#
290 READ #1:U
300 CLOSE 1
310 FOR I=1 TO L
320     Umo=0
330     Pmv=0
340     D=(I-1)*No+1
350     F=I*No
360     FOR J=D TO F
370         Umo=Umo+U(J)
380     NEXT J
390     Umo=Umo/No
400     FOR J=D TO F
410         Pmv=(U(J)-Umo)^2+Pmv
420     NEXT J
430     Pmv=Pmv/No

```

```

440 Xmo(I)=Umo
450 Pmx(I)=Pmv
460 NEXT I
660 FOR I=1 TO L
670 A1=Pmx(I)*Lib
680 A2=SQR(A1)
690 A(I)=A2*Stu
720 NEXT I
730 FOR J=1 TO L
740 Pp(J)=Pmx(J)*Lib/Oif
750 Pm(J)=Pmx(J)*Lib/Ois
760 NEXT J
765 PAGE
790 WINDOW 0,L,-3,3
800 VIEWPORT 15,115,55,55
810 MOVE 0,Xmo(1)
820 FOR I=1 TO L
830 DRAW I-1,Xmo(I)
840 RMOVE 0,A(I)
850 RDRAW 0,-2*A(I)
860 RMOVE 0,A(I)
870 NEXT I
871 MOVE L/4,-2.5
872 PRINT "Stationnarite de la valeur moyenne"
890 WINDOW 0,L,-3,3
900 VIEWPORT 15,115,15,55
910 MOVE 0,Pmx(1)
920 FOR I=1 TO L
930 DRAW I-1,Pmx(I)
940 RMOVE 0,Pp(I)-Pmx(I)
950 RDRAW 0,Pm(I)-Pp(I)
960 RMOVE 0,Pmx(I)-Pm(I)
970 NEXT I
971 MOVE L/4,-2.5
972 PRINT "Stationnarite de la variance"
980 End

```

```

100 REM -----
110 REM! Verification du caractere |
120 REM! aleatoire du signal
130 REM -----
140 INIT
150 DIM U(512)
160 Nt=5
170 N=512
180 PRINT "DONNER LE NOM DU FICHIER"
190 INPUT B$
200 OPEN B$;1,"F",A$
210 READ #1:U
220 CLOSE 1
230 FOR I=1 TO Nt
240     Um=0
250     Jrun=0
260     Trend=0
270     D=(I-1)*100+1
280     F=I*100
290     FOR J=D TO F
300         Um=Um+U(I)
310     NEXT J
320     Um=Um/100
330     REM RUN TEST
340     D1=D+1
350     FOR J=D1 TO F
370         IF U(J)=>Um AND U(J-1)<=Um THEN 390
380         GO TO 400
390         Jrun=Jrun+1
400         IF U(J)<=Um AND U(J-1)=>Um THEN 420
410         GO TO 430
420         Jrun=Jrun+1
430     NEXT J
440     REM TREND TEST

```



```
450 F1=F-1
460 FOR J=D TO F1
470     J1=J+1
480     FOR K=J1 TO F
490         IF U(J)=>U(K) THEN 510
500         GO TO 520
510         Trend=Trend+1
520     NEXT K
525 NEXT J
530 PRINT Jrun,Trend
540 NEXT I
550 END
```

```

100 REM =====
110 REM PROGRAMME D'ANALYSE SPECTRALE I
120 REM =====
130 INIT
140 PRINT "INTRODUIRE LE NOMBRE DE SECTION L?"
150 INPUT L
160 PRINT "INTRODUIRE LE NOMBRE D'ECHANTILLONS PAR SECTION M?"
170 INPUT M
180 K=L*M
190 M2=M/2
200 M21=M2+1
210 DIM X(M),Y(M),Xr(M/2),Xi(M/2),Yr(M/2),Yi(M/2),F(M21)
220 DIM Spx(M/2),Spy(M/2),Xgr(M/2),Xgi(M/2),Con(M/2),Ph(M/2)
230 PRINT "Donner Le Nom Du Fichier de X"
240 INPUT B#
250 PRINT "Donner Le Nom Du Fichier De Y"
260 INPUT C#
270 PRINT "Estimateur Moyenne: C=1"
280 PRINT "Estimateur Modifie: C=0"
290 PRINT "Donner la Valeur De C?"
300 INPUT C
310 FOR I=1 TO M/2
320 Spx(I)=0
330 Spy(I)=0
340 Xgr(I)=0
350 Xgi(I)=0
360 NEXT I
370 FOR K=1 TO L
380 REM**LECTURE DE DONNEES DANS FICHER***
390 OPEN B#;1,"F",A#
400 FOR I=M*(K-1)+1 TO M*K
410 INPUT #1,I:K(I-M*(K-1))
420 NEXT I
430 CLOSE 1

```

95.

```

440 OPEN C#:2,"F",A#
450 FOR I=M*(K-1)+1 TO M*K
460     INPUT #2,I:Y(I-M*(K-1))
470 NEXT I
480 CLOSE 2
490 IF C=1 THEN 620
500 GOSUB 1400
510 REM*** PONDERATION DES ECHANTILLONS ***
520 FOR I=1 TO M
530     IF I>M/2 THEN 570
540     X(I)=X(I)*F(I)
550     Y(I)=Y(I)*F(I)
560     GO TO 600
570     T1=M+2-I
580     X(I)=X(I)*F(T1)
590     Y(I)=Y(I)*F(T1)
600 NEXT I
610 GO TO 630
620 Pp=1
630 GOSUB 910
640 FOR I=1 TO M/2
650     Xr(I)=(X(I)+X(M+1-I))/2
660     Xi(I)=(Y(I)-Y(M+1-I))/2
670     Yr(I)=(Y(I)+Y(M+1-I))/2
680     Yi(I)=(X(M+1-I)-X(I))/2
690     Spx(I)=Spx(I)+Xr(I)*2+Xi(I)*2
700     Spy(I)=Spy(I)+Yr(I)*2+Yi(I)*2
710     Xgr(I)=Xgr(I)+Xr(I)*Yr(I)+Xi(I)*Yi(I)
720     Ygi(I)=Ygi(I)+Xr(I)*Yi(I)-Xi(I)*Yr(I)
730 NEXT I
740 NEXT K
750 FOR I=1 TO M/2
760     P1=Pp*L
770     Spx(I)=Spx(I)/P1
780     Spy(I)=Spy(I)/P1

```


-76

```

790 Spxy=(Xyr(I)2+Xyi(I)2)/P12
800 Coh(I)=Spxy/(Spx(I)*Spg(I))
810 IF Xyr(I)=0 THEN 840
820 Ph(I)=ATN(Xyi(I)/Xyr(I))
830 GO TO 880
840 IF Xyi(I)>0 THEN 870
850 Ph(I)=-PI/2
860 GO TO 880
870 Ph(I)=PI/2
880 NEXT I
890 GOSUB 1500
900 END
910 DIM X1(M),Y1(M)
920 DIM Wr(M2),Wi(M2)
930 REM **** CALCUL DES EXP COMPLEX ****
940 Wr(1)=1
950 Wi(1)=0
960 Wr(2)=COS(PI/M2)
970 Wi(2)=-SIN(PI/M2)
980 FOR I=3 TO M2
990 I1=I-1
1000 Wr(I)=Wr(2)*Wr(I1)-Wi(2)*Wi(I1)
1010 Wi(I)=Wr(2)*Wi(I1)+Wi(2)*Wr(I1)
1020 NEXT I
1030 REM **** CALCUL DE LA TRANSFORMEE ****
1040 M22=M2-1
1050 H=LOG(M)/LOG(2)
1060 H=M
1070 S=1
1080 FOR J=1 TO H
1090 H=H/2
1100 FOR I=0 TO M22
1110 I1=I+1
1120 L=I1+M2
1130 Kk=INT(I/H)*H+1

```

1490 END
1500 REM***TRACES DE COURBES***
1510 FOR I=1 TO M/2
1520 PH(I)=PH(I)*180/PI
1530 NEXT I
1540 PRINT "SUR TABLE TRACANTE: R=11"
1550 PRINT "SUR CONSOLE: R=32"
1560 PRINT "DONNER LA VALEUR DE R"
1570 INPUT R
1580 PAGE
1590 PRINT @R:"

TRACEE DE LA DENSITE SPECTRALE DE X

1600 PRINT @R:"
1610 WINDOW @,M/2,0,100
1620 VIEWPORT 15,115,15,95
1630 MOVE @R:0,0
1640 AXIS @R:M/20,25,0,0
1650 FOR I=0 TO M/2 STEP M/20
1660 L=I*200/M
1670 MOVE @R:I,-5
1680 PRINT @R:"L":L
1690 NEXT I
1700 FOR I=0 TO 100 STEP 25
1710 MOVE @R:-15,I
1720 PRINT @R:"H":I/100
1730 NEXT I
1740 CALL "MAX",Spx,Spxmax,Jx
1750 CALL "MAX",Spy,Spymax,Jy
1760 FOR I=1 TO M/2
1770 DRAW @R:I-1,Spx(I)*100/Spxmax
1780 NEXT I
1790 INPUT A\$
1800 PAGE
1810 PRINT @R:"
1820 PRINT @R:"

=====

TRACEE DE LA DENSITE SPECTRALE DE Y"
=====

97

```

1140 P=I+KK
1150 Q=P+H
1160 IF S<0 THEN 1240
1170 A=X(Q)*Wr(KK)-Y(Q)*Wi(KK)
1180 B=X(Q)*Wi(KK)+Y(Q)*Wr(KK)
1190 X1(I1)=X(P)+A
1200 Y1(I1)=Y(P)+B
1210 X1(L)=X(P)-A
1220 Y1(L)=Y(P)-B
1230 GO TO 1300
1240 A=X1(Q)*Wr(KK)-Y1(Q)*Wi(KK)
1250 B=X1(Q)*Wi(KK)+Y1(Q)*Wr(KK)
1260 X(I1)=X1(P)+A
1270 Y(I1)=Y1(P)+B
1280 X(L)=X1(P)-A
1290 Y(L)=Y1(P)-B
1300 NEXT I
1310 S=-S
1320 NEXT J
1330 IF S>0 THEN 1300
1340 FOR I=1 TO M
1350 X(I)=X1(I)
1360 Y(I)=Y1(I)
1370 NEXT I
1380 RETURN
1390 END
1400 REM***CALCUL DES COEFF FENETRE DE HAMMING ***
1410 F(1)=0.54-0.46
1420 F(M21)=0.54+0.46
1430 Pp=2*F(1)*F(M21)
1440 FOR I=2 TO M2
1450 F(I)=0.54-0.46*COS(2*PI*(I-1)/M)
1460 Pp=Pp+2*F(I)*2
1470 NEXT I
1480 RETURN

```



```

1830 WINDOW 0,M/2,0,100
1840 VIEWPORT 15,115,15,95
1850 MOVE @R:0,0
1860 AXIS @R:M/20,25,0,0
1870 FOR I=0 TO M/2 STEP M/20
1880     L=I*200/M
1890     MOVE @R:I,-5
1900     PRINT @R:"J";L
1910 NEXT I
1920 FOR I=0 TO 100 STEP 25
1930     MOVE @R:-10,I
1940     PRINT @R:"B";I/100
1950 NEXT I
1960 MOVE @R:0,0
1970 FOR I=1 TO M/2
1980     DRAW @R:I-1,SpY(I)#100/SpYmax
1990 NEXT I
2000 INPUT A#
2010 PAGE
2020 PRINT @R:"
2030 PRINT @R:"
2040 WINDOW 0,M/2,0,100
2050 VIEWPORT 15,115,15,95
2060 AXIS @R:M/20,10,0,0
2070 FOR I=0 TO 100 STEP 50
2080     MOVE @R:-10,I
2090     PRINT @R:I/50
2100 NEXT I
2110 FOR I=0 TO M/2 STEP M/20
2120     L=I*200/M
2130     MOVE @R:I,-5
2140     PRINT @R:"J";L
2150 NEXT I
2160 MOVE @R:0,0
2170 FOR I=1 TO M/2

```

```

TRACEE DU SPECTRE DE COHERENCE"
=====

```

99.

2180 DRAW @R:I-1,CoH(I)*50
2190 NEXT I
2200 INPUT A\$
2210 PAGE
2220 WINDOW 0,M/2,-180,180
2230 VIEWPORT 15,115,15,180
2240 AXIS @R:M/20,15,0,0
2250 FOR I=0 TO M/2 STEP M/20
2260 L=I*200/M
2270 MOVE @R:I,-185
2280 PRINT @R:"J":L
2290 NEXT I
2300 AXIS @R:M/20,0,0,-180
2310 AXIS @R:0,15,M/2,-180
2320 AXIS @R:0,0,0,180
2330 FOR I=-180 TO 180 STEP 30
2340 MOVE @R:-13,I
2350 PRINT @R:"H":I
2360 NEXT I
2370 FOR I=1 TO M/2
2380 DRAW @R:I-1,Ph(I)
2390 NEXT I
2400 MOVE @R:0,160
2410 PRINT @R:"
2420 MOVE @R:0,150
2430 PRINT @R:"
2440 RETURN
2450 END

TRACÉE DU SPECTRE DE PHASE"

=====

100.

```

100 REM -----
110 REM          PROGRAMME          D'ECHANTILLONNAGE          I
120 REM -----
130 INIT
140 DIM X(512),Y(512),Z(512)
150 F=0.2929688
160 PRINT "GGGGGDonner les origines de Y et Z"
170 INPUT A$
180 GIN @11:0,0y
190 INPUT A$
200 GIN @11:0,0z
210 PRINT "GGGG Introduire les echantiions"
220 INPUT A$
230 GIN @11:X(1),Y(1)
240 PRINT X(1),Y(1)
250 INPUT A$
260 GIN @11:X(1),Z(1)
270 PRINT X(1),Z(1)
280 PRINT "SI LES RESULTATS SONT BON T.NE.0"
290 PRINT "DONNER T"
300 INPUT T
310 IF T=0 THEN 210
320 MOVE @11:F,Y(1)
330 FOR I=2 TO 512
340     INPUT A$
350     GIN @11:X(I),Y(I)
360     MOVE @11:X(I),Z(I-1)
370     INPUT A$
380     GIN @11:X(I),Z(I)
390     PRINT I,X(I),Y(I),Z(I)
400     K=I*F
410     MOVE @11:K,Y(I)
420 NEXT I
430 PRINT " FIN D'ECHANTILLONNAGE "

```

101


```
540 FOR I=1 TO 512
550   Y(I)=Y(I)-Oy
560   Z(I)=Z(I)-Oz
570 NEXT I
580 PRINT "DONNER LE NOM DU FICHER DE Y"
590 INPUT B#
600 CREATE B#:4600,0
610 OPEN B#:1,"F",A#
620 WRITE #1:Y
630 CLOSE 1
640 PRINT " DONNER LE NOM DU FICHER DE Z"
650 INPUT C#
660 CREATE C#:4600,0
670 OPEN C#:2,"F",A#
680 WRITE #2:Z
690 CLOSE 2
700 END
```

BIBLIOGRAPHIE

- Bellanger, M. "Traitement Numérique du Signal".
Masson, 1984
- Bellanger, M, et P. Bonnaval. "Quelques Applications de la Transformée de Fourier Rapide".
L'onde électrique, NOV 1968, Vol. 48, n° 500
- Bennidir, N et K. Djeddar. "Simulation d'une Analyse Spectrale Numérique D'EEG".
Projet de fin d'études, ENP, janvier 1985.
- Boite, R, et H. Leich. "Les Filtrés Numériques".
Masson, 1982
- Childers, D, And A. Durling. "Digital Filtering and Signal Processing".
West Publishing Company, 1975.
- Demars, C. "Transformée De Fourier Rapide".
Micro systèmes, Sept 1981
- Gastaud, G. "La Transformée de Fourier".
Mesures - Régulation - Automatismes, Mars, 1979
- Hazemann, P. et M. Masson. "ABC d'Electroencéphalographie".
Masson, 1976
- Hector, M.L. "L'enregistrement electroencéphalographique".
Masson, 1976
- Kunt, M. "Traitement Numérique du Signal".
Dunod, 1981
- Laviron, A. "Interprétation automatique en ligne de l'Electroencéphalogramme".
Thèse de Docteur. es. Sciences Naturelles, Lyon, 1971.
- Liffermann, J. "Théorie et Applications de la Transformée de Fourier Rapide".
Masson, 1977.
- Max, J. "Méthodes et Techniques de Traitement du Signal et Applications aux mesures physiques".
Tome I et II, Masson 1981

Miller, I et J.E. Freund . " Probability and Statistics For Engineers ". Prentice Hall , 1977 .

Nussbaumer, H. " Nouveaux algorithmes de la Transformée de Fourier Rapide ". L'onde Electrique , Vol 59 , n° 6-7 , 1979 .

Rovegno, J . " Traitement Automatique de l'Electroencephalogramme " Thèse de Docteur - Ingenieur , Provence , 1972 .