

د.ع.ع

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

INGENIORAT D'ETAT EN ELECTRONIQUE

SUJET

APPLICATION DE LA COMMANDE ROBUSTE

AU MODELE NUCLEAIRE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

Proposé par :

Mr K. DJEFAL

Etudié par :

Mr A. BOUHAROUF

Mr B. BENDJAIMA

Dirigé par :

Mr K. DJEFAL



PROMOTION : JUIN 1984



Remerciements

Nous exprimons notre plus grande reconnaissance à notre promoteur Mr. Djefal K. d'avoir eu la sollicitude de suivre ce travail et de nous avoir guidé par la justesse de ses conseils tout le long du semestre. Qu'il en soit vivement remercié.

Notre reconnaissance va aussi à Mr. Betayeb M. pour l'accueil qu'il nous a réservé au sein du groupe instrumentation et contrôle (C.D.C.E) du C.E.N.

Nous lui exprimons notre plus grande gratitude.

Nous nous faisons un devoir de présenter notre plus grande reconnaissance à Mr. Sellal pour sa gentillesse et son dévouement sans oublier tous ceux qui de près ou de loin nous ont aidés à l'élaboration de ce projet particulièrement le personnel du triage pour leur compréhension et leur aide.

Que tous nos éducateurs, maîtres et professeurs trouvent ici l'expression de notre gratitude.

Dédicaces

À vous, qui par le cœur
et la pensée n'avez jamais
cessé de penser à moi.

À votre amour éternel.
Votre fils, votre fille qui vous
aime.

À Kéïna

À mes amis (es)!... Qu'ils
(elles) trouvent ici l'évocation de
ces souvenirs intarissables qui
font partie de nous-même.

À toujours!...

À l'andalous millénaire,
témoin de mes veillées innombrables.

À ce génie mort, maintes fois
méconnu dont le nom réside, au
delà des siècles, en mon cœur,
j'ai cité Zyriab.

À ces noubas majestueuses!

Dédicaces

A mon père,
A ma mère,
A mes sœurs et frères particulièrement
Amina et Mounir,
A toute ma famille,
A mes amis

Votre fils, votre frère, votre ami.

bachir

SOMMAIRE

chap	TITRE	Page
—	INTRODUCTION.....	1
chap.I	LA COMMANDE ROBUSTE	5
I-1	Introduction	5
I-2	Le servocompensateur.....	5
I-3	Structure du contrôleur.....	8
chap.II	COMMANDE A CRITERE QUADRATIQUE AVEC INFORMATIONS INCOMPLETES SUR L'ETAT DU SYSTEME	12
II-1	Introduction	12
II-2	Commande optimale à critère quadratique.....	18
II-3	Reconstruction d'état	18
II-4	Filtre de Kalman.....	19
II-5	Principe de séparation.....	20
chap.III	MODELISATION	27
III-1	Le coeur du réacteur.....	27
III-2	Circuit secondaire du générateur de vapeur.....	34
chap.IV	DETERMINATION DE LA COMMANDE ROBUSTE	44
IV-1	Existence du servocompensateur.....	44
IV-2	Le servocompensateur	47
IV-3	Détermination du filtre de Kalman	48
IV-4	Détermination de K_0 stabilisant	52
IV-5	Détermination de K	53
IV-6	Estimation de la commande robuste.....	54
chap.V	LA COMMANDE FRAMATOME	56
—	RESULTATS	
—	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	

INTRODUCTION

Introduite par Edward J. Davison, la commande robuste est une commande insensible à la variation des paramètres de la structure du système à commander en ce sens que les variations de A , B et C n'altèrent pas la commande générée U et ceci contrairement - nous allons le montrer - à la commande par retour de vecteur d'état (ou vecteur de sortie) ou à la commande optimale.

Soit le système suivant :

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$Y = CX$$

Appliquons à ce système une commande par retour du vecteur d'état :

$$U = -KY = -KCX$$

Le système bouclé obtenu :

$$\dot{X} = (A - BKC)X$$

doit être stable, par conséquent K doit vérifier à ce que les pôles du système bouclé doivent être situés dans le demi-plan complexe gauche avec une prescription de marge de stabilité

(Nous remarquerons au passage que K existe si (A, B) est commandable.)

Nous reviendrons en détails

2

cette importante notion dont nous en aurons besoin tout au long de notre travail.)

K est intimement lié à A , B et C respectivement matrice d'évolution, matrice d'application de la commande et matrice de sortie d'un système; si ces matrices varient cela entraîne une variation de la position des pôles d'où risque de perte de la stabilité: c'est l'inconvénient majeur de cette commande.

Considérons pour le même système, une commande optimale

$$u = -R^{-1} B^T K X$$

Nous reviendrons au chapitre II, sur la façon de générer u . Toutefois nous noterons déjà que K est obtenu en résolvant l'équation matricielle de Riccati suivante:

$$A^T K + K A - K B R^{-1} B^T K + Q = 0$$

(Équation dont la méthode de résolution sera donnée aux chapitres suivants ainsi que le programme développé par nos soins à cet effet. Le programme est en langage FORTRAN.)

le système bouclé obtenu:

$$\dot{X} = (A - B R^{-1} B^T K) X$$

doit être stable, pour les mêmes raisons que la commande par retour de vecteur, la position des

pôles changent s'il y a perturbation au niveau de A , B et C .

Les méthodes classiques sont donc sensibles aux variations de A , B et C contrairement à la commande robuste qui introduit une insensibilité de la stabilité vis à vis des variations des paramètres internes du système et des perturbations mesurables ou non.

Dés lors, l'importance de l'application de la commande de E.T. Davison dans les modèles nucléaires tels que le cœur du réacteur ou le générateur de vapeur, apparaît.

Notre travail se subdivisera comme suit :

du chapitre un, nous introduirons tout le formalisme ayant trait à la commande robuste, conditions d'application, conditions d'existence.

Le second chapitre traitera de la méthode de l'estimation optimale de l'état d'un système en développant la méthode de résolution de l'équation matricielle de Ricatti.

Le troisième chapitre sera consacré aux modèles physiques (cœur du réacteur et générateur de vapeur)

Le chapitre suivant verra la détermination et l'application effectives de la commande robuste à nos deux systèmes.

Au chapitre cinq, nous passerons à la simulation.
Nous terminerons par une comparaison entre la
commande robuste et la commande Framatome commande
appliquée aux centrales nucléaires.

CHAPITRE UN

LA COMMANDE ROBUSTE.

I-1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'introduire tout le formalisme de la commande robuste, son existence, son application et ses buts. Comme le montre le schéma (1), la commande robuste nécessite un servocompensateur jouant un rôle essentiel semblable à un intégrateur dans la théorie classique du contrôle ainsi que deux gains stabilisant K et K_0 . Le système à commander fera l'objet d'une estimation

Comment concevoir un servocompensateur ?

I-2 LE SERVOCOMPENSATEUR : [1]

Soit le système suivant :

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + Ew \\ Y &= CX + DU + Fw \\ e &= Y - Y_{ref} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Où

X est la variable d'état $\in \mathbb{R}^n$

$U \in \mathbb{R}^m$ la commande

$Y \in \mathbb{R}^r$ sortie régulée

$w \in \Omega^r$ perturbation mesurable ou non

$e \in \mathbb{R}^r$ erreur entre Y et Y_{ref}

$Y_{ref} = Y$ Reference

Le vecteur perturbation est généré par les équations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{z}_1 = A_1 z_1 \\ w = C_1 z_1 \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

Où $z_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ et (C_1, A_1) soit observable avec $z_1(0)$ connue ou pas.

(La notion d'observabilité sera vue ultérieurement.)

L'entrée y_{ref} satisfait aux équations similaires suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{z}_2 = A_2 z_2 \\ y_{ref} = C_2 z_2 \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

Où $z_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$ et (C_2, A_2) observable avec $z_2(0)$ connue.

Considérons les polynômes minimaux de A_1, A_2 notés respectivement par $\Lambda_1(s)$ et $\Lambda_2(s)$ Les zéros du P.P.M.C de $(\Lambda_1(s), \Lambda_2(s))$:

$$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q) \quad (1.4)$$

Sont les coefficients $\delta_i, i = 1, 2, \dots, q$ donnés par les coefficients du polynôme :

$$(1.5) \quad \prod_{i=1}^q (\lambda - \lambda_i) = \lambda^q + \delta_q \lambda^{q-1} + \delta_{q-1} \lambda^{q-2} + \dots + \delta_1$$

De (1.5), nous déduisons la matrice compagne associée $C_{q \times q}$.

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 & \dots & -\delta_q \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Et, à partir de \mathcal{C} , définissons \mathcal{C}^*

$$\mathcal{C}^* = T \underbrace{\text{bloc diag} (\mathcal{C}, \mathcal{C}, \dots, \mathcal{C})}_{r \text{ matrices}} T^{-1} \quad (1.7)$$

D'autre part soit :

$$\beta^* = T \beta \quad (1.8)$$

T est une matrice réelle non singulière, généralement prise égale à I

Et $\beta \in \mathbb{R}^{r \times r}$, matrice réelle de rang r vérifiant la condition suivante :

$$\left\{ \underbrace{\text{bloc diag} (\mathcal{C}, \mathcal{C}, \dots, \mathcal{C})}_{r \text{ matrices}}, \beta \right\} \text{ contrôlable}$$

Nous venons d'énoncer la façon de déterminer un servocompensateur à partir de la connaissance de y_{ref} et du vecteur de perturbation

La dynamique du servocompensateur est donnée comme suit :

$$\dot{\eta} = \mathcal{C}^* \eta + \beta^* e \quad (1.9)$$

Enonçons maintenant la condition nécessaire et suffisante pour l'existence du servocompensateur.

THEOREME 2 [2]

Condition 1 (A, B) stabilisable

Condition 2 (C, A) détectable

Condition 3 y_m contient la sortie y_a actuelle (sortie)

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} A - \lambda_i I & B \\ C & D \end{bmatrix} = n+r$$

$$i = 1, 2, \dots, p$$

Condition 4

Où λ_i sont définies par (1.4)

$$\text{Et } \text{rang } C = r$$

Les notions de stabilisabilité et de détectabilité vont être développées ultérieurement.

I-3 STRUCTURE DU CONTROLLEUR [3]

I-3-1 Définition

Soit le système (1.1) et supposons qu'il existe un contrôleur qui assure la régulation et tel que le système commandé soit stable.

Soient les paramètres perturbés du système A, B, C ($A \rightarrow A + \delta A$, $B \rightarrow B + \delta B$, $C \rightarrow C + \delta C$) et soit $\varepsilon > 0$ choisi de telle sorte que le système bouclé demeure stable $\forall \delta A \in \Omega_\varepsilon$, $\forall \delta B \in \Omega_\varepsilon$, $\forall \delta C \in \Omega_\varepsilon$ ($\forall \delta A \in \Omega_\varepsilon$, $\forall \delta B \in \Omega_\varepsilon$) et si la régulation asymptotique est assurée $\forall \delta A \in \Omega_\varepsilon$, $\forall \delta B \in \Omega_\varepsilon$, $\forall \delta C \in \Omega_\varepsilon$ ($\forall \delta A \in \Omega_\varepsilon$,

$\forall \delta B \in \Omega_\epsilon$) le contrôleur assure la commande robuste forte (commande robuste faible).

La structure du contrôleur assurant :

$$1^\circ / \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

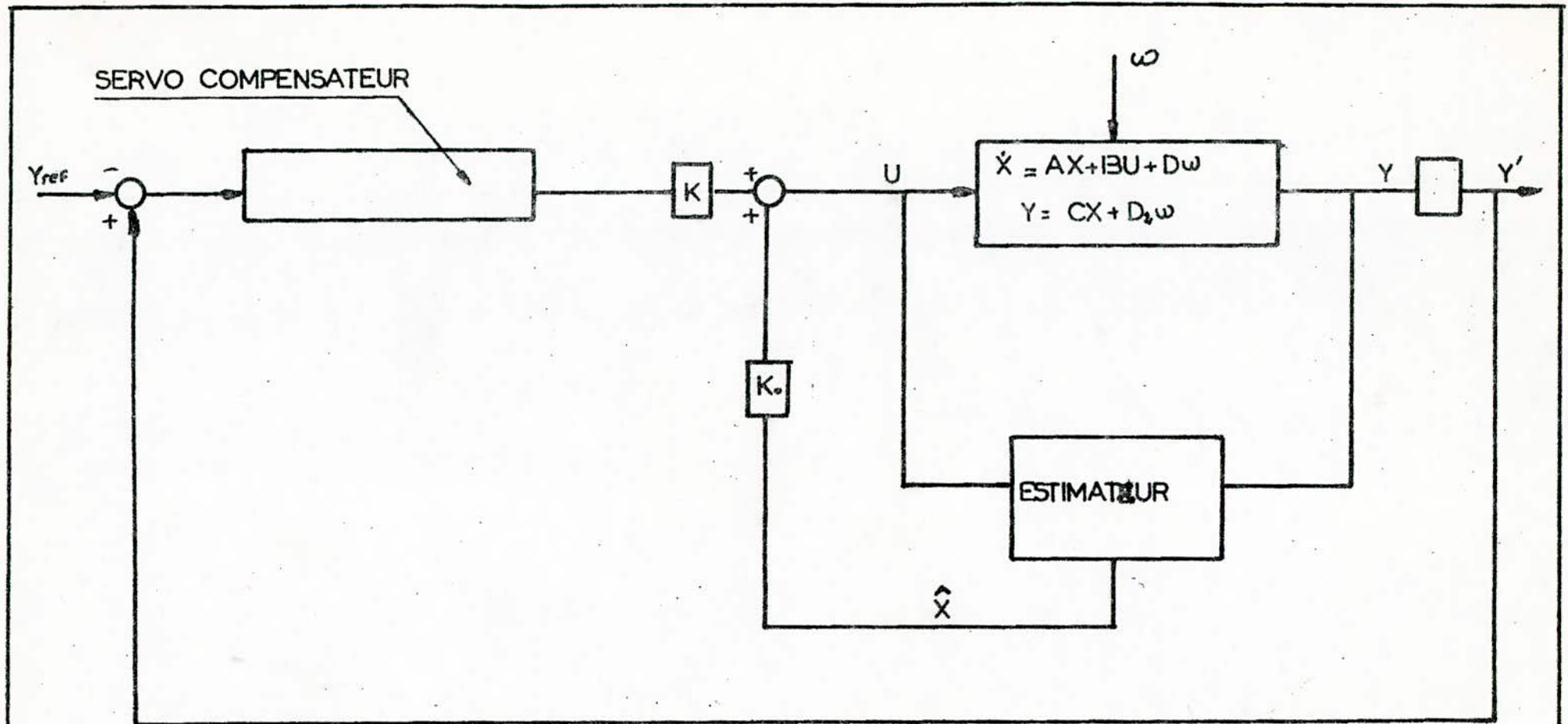
$$\forall x(0), \forall z_1(0) \text{ et } \forall z_2(0)$$

2°/ Le système à l'état fermé est stable.

a la forme suivante :

$$u = K_0 \hat{x} + K \eta$$

où K, K_0 gains matriciels assurant la stabilité.



SCHEMA 1 DONNANT LA STRUCTURE DE LA COMMANDE ROBUSTE

CHAPITRE II

CHAPITRE II

Commande à critère quadratique avec informations incomplètes sur l'état du système.

II.1 Introduction

Après avoir présenté le concept et la structure de la commande robuste, nous procéderons dans ce chapitre à l'étude de :

1/ La commande optimale à critère quadratique utilisée pour la stabilisation du système à l'état fermé du fait qu'elle présente beaucoup d'avantages que nous citerons au paragraphe (II.2).

2/ L'estimation du vecteur d'état par le filtre de Kalman.

3/ Du théorème de séparation qui nous permet de concevoir la commande indépendamment de l'estimation d'état.

4/ La résolution de l'équation matricielle de Riccati apparaissant dans les problèmes d'optimisation quadratique et d'estimation d'état des systèmes linéaires.

Pour assurer une meilleure estimation et commande, nous prendrons le système sous sa forme réelle :

Soit le système stochastique décrit par :

$$(S) \begin{cases} \dot{X} = AX + BU + V(t) & (2.1) \\ Y = CX + DU + \eta(t) & (2.2) \end{cases}$$

Où $V(t)$ et $\eta(t)$ sont des bruits blancs de moyenne nulle et de covariance :

$$E(V \cdot V^T(\tau)) = V \delta(t - \tau) \quad (2.3)$$

$$E(\eta \cdot \eta^T(\tau)) = W \delta(t - \tau) \quad (2.4)$$

$$E(V \cdot \eta^T(\tau)) = N \delta(t - \tau) \quad (2.5)$$

où $\delta(t)$ est l'impulsion de Dirac et E l'opérateur de l'espérance mathématique.

L'étude, dans ce chapitre, se fera sur des systèmes de la forme (2.1), (2.2), étant donné que les systèmes déterministes représentent le cas particulier des systèmes stochastiques où $V(t) = 0$ et $\eta(t) = 0$.

II.2 Commande optimale à critère quadratique.

II.2.1 Introduction.

Ce type de commande est souvent employé pour assurer certaines performances (stabilité, rapidité de réponse, ...) au contrôle-commande des systèmes multivariables. L'optimalité de cette solution est basée sur la minimisation d'un critère de coût quadratique assurant un meilleur compromis entre certaines performances (précision, stabilité, énergie appliquée au système ...).

Soit le système décrit par l'équation d'état (2.1), le problème est de trouver la commande U qui minimise

le critère quadratique suivant :

$$T = E \left(\frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \right) \quad (2.6)$$

Où $R^T = R$, $R > 0$

Et $Q^T = Q$, $Q \geq 0$

La commande optimale obtenue par application du principe du minimum de (2.6) [4] est donnée

par : $u^* = -Lx(t) \quad (2.7)$

où $L = R^{-1} B^T P$

P étant la solution de l'équation matricielle de Riccati :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2.8)$$

Existence de la solution de l'équation (2.8)

THEOREME 2

P existe si le couple (A, B) est commandable et est unique si $(A, Q^{1/2})$ est observable.

II.2.2 Propriétés de stabilité du système (S) en boucle fermée.

Si (A, B) est complètement commandable et si $(A, Q^{1/2})$ est complètement observable alors le système (S) en boucle fermée est asymptotiquement stable.

PREUVE :

La démonstration est basée sur le théorème de stabilité de Lyapunov suivant :

THEOREME 3

Soit le système en boucle fermée suivant :

$$\dot{x} = Ax \quad (2.9)$$

Et soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(x) = x^T P x \quad \text{avec } P = P^T > 0$$

Si $\frac{dV(x)}{dt} < 0$ (définie négative pour tous les états).

Intuitivement : $\frac{d}{dt} V(x) < 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} V(x) = 0$

Alors le système (2.3) est asymptotiquement stable.

Rappelons que nous avons le système (5) à l'état fermé suivant :

$$\dot{x} = (A - BR^{-2}B^T P) x \quad (2.10)$$

Et soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(x) = x^T P x \quad (2.11)$$

Où $P = P^T > 0$, solution de l'équation matricielle de Riccati (2.8)

En dérivant $V(x)$ nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} V(x) = \dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \quad (2.12)$$

En remplaçant dans (2.12) \dot{x}^T et \dot{x} respectivement par : $x^T (A - BR^{-2}B^T P)^T$, $(A - BR^{-2}B^T P) x$, $\dot{V}(x)$ devient :

$$(2.13) \quad \dot{V}(x) = x^T \{ A^T P - PBR^{-2}B^T P + PA - PBR^{-2}B^T P \} x$$

D'autre part, nous savons que :

$$A^T P - PBR^{-2}B^T P + PA = -Q \quad (2.14)$$

En substituant (2.14) dans (2.13) nous obtenons :

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x - x^T PBR^{-2}B^T P x \quad (2.15)$$

Maintenant, si Q est semi-définie positive et

R définie positive nous avons :

$$1. -x^T Q x \leq 0$$

$$2. -x^T P B R^{-1} B^T P \leq 0$$

De ces deux conditions, nous en déduisons que $\dot{V}(x) \leq 0$ d'où d'après le théorème 3, le système est asymptotiquement stable.

En résumé :

La commande optimale permet de stabiliser le système à l'état fermé sous les conditions suivantes :

$$1. - Q^T = Q \geq 0, \quad R = R^T \geq 0$$

$$2. (A, B) \text{ commandable, } (A, Q^{1/2}) \text{ observable.}$$

II. 3 RECONSTRUCTION D'ETAT

3. 1 INTRODUCTION

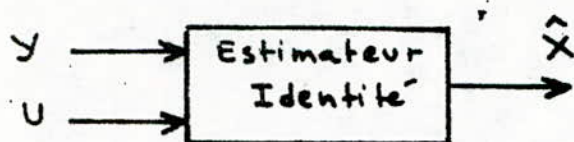
La commande introduite (voir formule (2.7)) au paragraphe (II.2) suppose que l'état x est totalement disponible, en pratique ceci n'est pas vérifié car le vecteur d'état est entièrement ou partiellement inaccessible par mesure directe mais puisque nous avons accès aux entrées u et aux sorties y , nous pourrions reconstruire l'état à partir de ces données avec ce que nous appellerons estimateur.

Dans cette étude, nous supposons que l'état est entièrement inaccessible, dans ce cas l'estimateur est dit estimateur identité ou de rang plein.

3.2 Définition d'un estimateur identité

Soit le système défini par les équations (2.1), (2.2)

L'estimateur de X est l'opérateur qui génère \hat{X} estimé de X à partir de y et u



La forme dynamique peut se mettre sous la forme :

$$\dot{\hat{X}} = F \hat{X} + K Y + D U \quad (2.16)$$

L'estimateur défini par (2.16) doit vérifier :

1 - Cas déterministe ($v = \eta = 0$)

$$\forall X(t), \forall U(t) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X} = 0$$

où $\tilde{X} = X - \hat{X}$ écart entre l'état et son estimé.

2 - Cas stochastique

$$\forall X(t), \forall U(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E(\tilde{X}) = 0$$

Ceci est vrai si et seulement si

1 - $F = A - KC$

2 - $B = D$

3 - F asymptotiquement stable

En effet, soit $\dot{X} = AX + BU + v(t)$ (2.17)

D'autre par :

$$\dot{\hat{X}} = F \hat{X} + K Y + D U \quad (2.18)$$

En substituant y par $CX + \eta$ dans l'équation (2.18), nous obtenons :

$$\dot{\hat{X}} = F \hat{X} + KCX + K\eta + DU \quad (2.19)$$

Et, en retranchant l'équation (2.17) de (2.18) et en posant $\tilde{X} = X - \hat{X}$ (Erreur d'estimation).

Nous avons donc :

$$(2.20) \quad \dot{\tilde{X}} = F\tilde{X} + (A-F-KC)\tilde{X} + (B-D)U - K\eta + v(t)$$

En prenant la moyenne de l'équation (2.20) avec le fait que $E(\eta) = 0$; $E(v(t)) = 0$

$$\frac{d}{dt} E(\tilde{X}) = FE(\tilde{X}) + (A-F-KC)E(\tilde{X}) + (B-D)E(U) \quad (2.21)$$

Pour que $\lim_{t \rightarrow \infty} E(\tilde{X}) = 0$, et ceci $\forall X(t)$,
 $\forall U(t)$

IL faut donc :

- $F = A - KC$
- $B = D$
- F soit asymptotiquement stable.

Si les trois conditions sont vérifiées, l'évolution de la moyenne est donnée par :

$$\frac{d}{dt} E(\tilde{X}) = FE(\tilde{X}) \quad \text{avec} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E(\tilde{X}) = 0$$

Par conséquent, la forme générale de l'estimateur identité est donnée par :

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + K(Y - C\hat{X}) \quad (2.22)$$

D'autre part, nous remarquons que la structure de l'estimateur ne dépend pas de l'environnement ; que celui-ci soit déterministe ou stochastique, seules les méthodes de la détermination des éléments de la structure diffèrent.

3.3 METHODE DE SYNTHÈSE DES ESTIMATEURS IDENTITÉ

Nous nous intéressons à présent à la détermination du gain K de l'estimateur.

De façon générale, la détermination de K se base sur les méthodes suivantes :

1/ Méthode de placement de pôles

Cette méthode consiste à placer les valeurs propres souhaitables de la matrice $(A - Kc)$ puis le calcul de K . Dans ce cas l'estimateur est dit estimateur par allocation de pôles.

2/ Estimateur optimale

Le choix de K optimal s'obtient par la minimisation d'un critère usuel en statistique.

L'estimateur optimal est unique et porte le nom du **FILTRE DE KALMAN**, sa détermination est donnée au paragraphe suivant :

II. 4 FILTRE DE KALMAN [5]

4.1 Introduction

Soit le système précédemment défini par les équations (2.1), (2.2)

Où $v(t)$ et $\eta(t)$ des bruits blancs de covariance :

$$E(v \cdot v^T(\tau)) = V \delta(t - \tau)$$

$$E(\eta \cdot \eta^T(\tau)) = W \delta(t - \tau)$$

$$E(\eta v^T(\tau)) = N \delta(t - \tau)$$

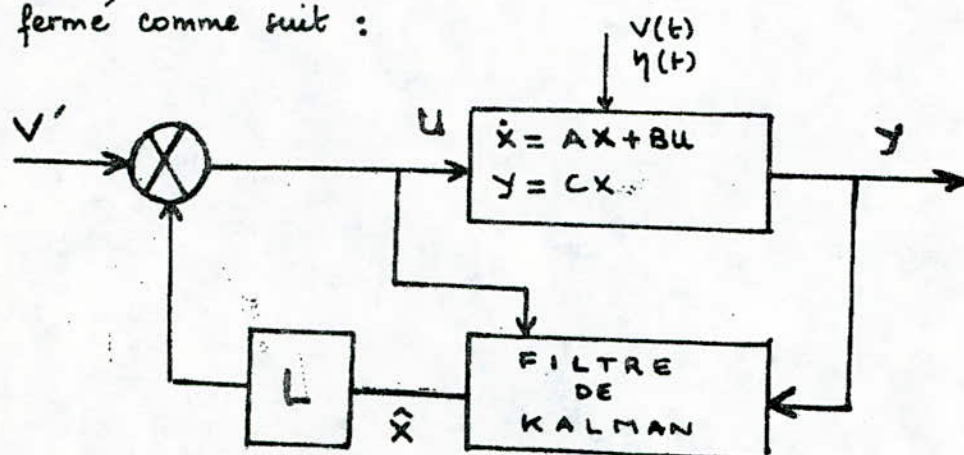
V, W matrices symétriques définies positives mesurant l'intensité des bruits v et η . Nous supposons que les bruits v et η sont non corrélés.

$$E(x(t_0)) = \bar{x}_0$$

II.5 PRINCIPE DE SÉPARATION [6]

Nous montrerons dans ce paragraphe que la substitution de x par son estimé \hat{x} dans l'équation de commande par retour d'état modifiera peu l'évolution dynamique du système.

Considérons le système (2.1), (2.2) à l'état fermé comme suit :



La commande u est donnée par :

$$u = v' - L \hat{x} \quad (2.24)$$

En remplaçant (2.2) dans (2.22) et (2.24) dans (2.16) et dans (2.1) et (2.22); nous obtenons le système augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BL \\ KC & A-BL-KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} v' + \begin{bmatrix} v(t) \\ K\eta(t) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Par la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x - \hat{x} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Le filtre de KALMAN est l'estimateur identité qui minimise à tout instant la somme des variances des composantes de l'erreur d'estimateur ($\tilde{X} = X - \hat{X}$)

$$\min E(\tilde{X}^T \cdot \tilde{X}) \quad (2.23)$$

4.2 Gain DU FILTRE DE KALMAN

Le gain K optimal au sens du critère (2.23) est donné par :

$$K = \Sigma C^T W^{-1}$$

pour l'estimateur donné par :

$$\hat{X} = F\hat{X} + K(y - C\hat{X}) + BU$$

Où Σ est la matrice de variance de l'erreur de l'estimateur vérifiant l'équation matricielle de Riccati :

$$A\Sigma + \Sigma A^T - \Sigma C^T W^{-1} C \Sigma + V = 0$$

4.3 Stabilité du filtre de Kalman

Theorème 4

Le système (2.1), (2.2) observable par la sortie y (C, A) observable et commandable par le bruit v ($v = Dw$), (A, D) commandable.

L'erreur $\tilde{X} = X - \hat{X}$ (2.27)

Nous obtenons le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\tilde{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BL & BL \\ 0 & A - KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \tilde{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} V' + \begin{bmatrix} V(t) \\ V(t) - K\eta(t) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Nous avons vu que la moyenne de l'erreur d'estimation tend asymptotiquement vers zéro, ce que nous trouvons également dans (2.28), nous pouvons admettre que l'évolution de la dynamique du système est peu affectée. D'autre part, le polynôme caractéristique du système total (Estimateur + système original) est donné par :

$$\det(\lambda I - A + BL) \cdot \det(\lambda I - A + KC) = 0 \quad (2.29)$$

et qui admet $2n$ racines, les n premières racines sont les valeurs propres du système commandé par (2.24)

$$\dot{X} = (A - BL)X + BV' + V(t) \quad (2.30)$$

Et les n autres sont celles de l'observateur par conséquent si la matrice L est déterminée pour stabiliser le système et si l'estimateur est stable, le système complet sera stable et sa dynamique sera peu affectée par la présence de l'estimateur.

Ceci permet d'énoncer le théorème du principe de séparation, la commande par retour d'état et l'estimateur peuvent être déterminés séparément.

II.5 Resolution de l'équation matricielle de Ricatti

5.1 Introduction

La résolution de l'équation de Riccati est nécessaire à la détermination des éléments de la structure de la commande et de l'estimateur, décrite au paragraphe précédent. Rappelons cette équation :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2.31)$$

$$\text{Où } R^T = R, \quad R > 0$$

$$Q^T = Q, \quad Q \geq 0$$

L'équation (2.31) est non linéaire en P et l'existence de la solution est donnée par le théorème suivant.

THEOREME 3

La solution de (2.31) existe si le couple (A, B) est commandable et est unique si $(A, Q^{1/2})$ est observable.

5.2 RESOLUTION DE L'EQUATION DE RICATTI PAR LA METHODE DE NEWTON - RAPHSON.

La résolution numérique est basée sur la linéarisation de cette équation donnant un schéma itératif de résolution, dite méthode de Newton - Raphson, nécessitant la résolution d'une équation type $A^T P + PA = -Q$ dite équation de Lyapunov à chaque pas. La résolution de cette équation est donnée au paragraphe (5.3)

La convergence de cette méthode itérative est garantie comme l'a montré Kleiman [], sous la condition de stabilité asymptotique comme il sera expliqué dans cette partie.

La résolution de l'équation matricielle non linéaire (2.31) est effectuée sur la base de la linéarisation de l'équation :

$$H(P) = A^T P + PA - PBR^{-1}B^T + Q \quad (2.32)$$

Supposons qu'à l'étape k , la solution P_k trouvée est peu différente de la solution P_{k+1}

$$P_{k+1} = P_k + V_k \quad \text{avec} \quad H(P_{k+1}) \approx 0$$

Approximons $H(P_{k+1})$ autour de P_k en négligeant les termes quadratiques en V_k . Nous obtenons :

$$Q + P_k B R^{-1} B^T P_k + P_{k+1} A_k + A_k^T P_{k+1} = 0 \quad (2.33)$$

Ou sous une autre forme :

$$Q + L_k^T R L_k + P_{k+1} A_k + A_k^T P_{k+1} = 0 \quad (2.34)$$

$$\text{Avec :} \quad \left. \begin{aligned} L_k &= R^{-1} B^T P_k \\ A_k &= A - B L_k \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

Les équations (2.33, 2.34, et 2.35) donnent

l'algorithme suivant :

- a/ Choisir L_0 de façon que $A_0 = A - B L_0$ soit asymptotiquement stable (assurant la convergence de la méthode itérative.)
- b/ Les itérations P_{k+1} s'obtiennent de la résolution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$P_{k+1} A_k + A_k^T P_{k+1} = -Q_k \quad (2.36)$$

$$\text{Avec} \quad \left. \begin{aligned} A_k &= A - B L_k \\ Q_k &= Q + L_k^T R L_k \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

c/ la solution P de (2.31) est obtenue par la répétition du point (b) tout en faisant la différence entre P_{k+1} et P_k jusqu'à l'obtention de la précision voulue, soit.

$$\|P_{k+1} - P_k\|_1 < \varepsilon$$

Remarque :

Etant donné que le système est complètement commandable, il est possible de choisir une matrice L_0 telle que A_0 soit stable pour que les itérations P_k solution de (2.36) convergent vers la solution P de (2.31)

De tout cela nous déduisons l'organigramme de la résolution de l'équation matricielle de Ricatti :

5.3 Résolution de l'équation matricielle de LYAPUNOV. [7]

- Introduction

L'algorithme que nous allons présenter donne une méthode de résolution de l'équation matricielle de Lyapunov :

$$PA + A^T P = -Q \quad (2.38)$$

qui intervient dans l'analyse de la stabilité, la commande optimale et l'estimation.

A matrice donnée de dimension $N \times N$

Q matrice donnée de dimension $N \times N$ symétrique semi-définie positive : $Q^T = Q$, $Q > 0$

et P matrice symétrique inconnue.

- Description de la méthode.

Cette méthode consiste à convertir le système (2.38) en

un système linéaire d'ordre M ($M = N \times (N+1)/2$),
mettant à profit la symétrie de P .

$$U P_V = -R_V \quad (2.39)$$

Où P_V vecteur de dimension M constitué des
lignes supérieures de P .

$$P_V = \{ P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1N}, P_{22}, P_{23}, \dots, P_{2N}, \dots, P_{N-1}, P_N \}$$

Les éléments de la matrice U sont obtenus à partir de
la matrice A par les formules de récurrences données dans
les trois étapes suivantes.

— Première étape

Construction de la matrice symétrique $L_{N \times N}$ des
indices donnant les éléments U_{ij} .

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & \dots & \dots & N \\ 2 & N+1 & N+2 & \dots & \dots & \dots & \dots & 2N-1 \\ 3 & N+2 & 2N & \dots & \dots & \dots & \dots & 3N-3 \\ 4 & N+3 & 2N+1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ N & 2N-1 & 3N-3 & \dots & \dots & \dots & \dots & M-1 \quad M \end{bmatrix}$$

— Deuxième étape

Construction de la matrice $V(M \times M)$ à partir
de la matrice A , soit :

$$V_{nm} = A_{ji}$$

Où les indices n et m ($n, m = 1, 2, \dots, M$), sont

donné par la matrice auxiliaire L :

$$n = L_{ik}$$

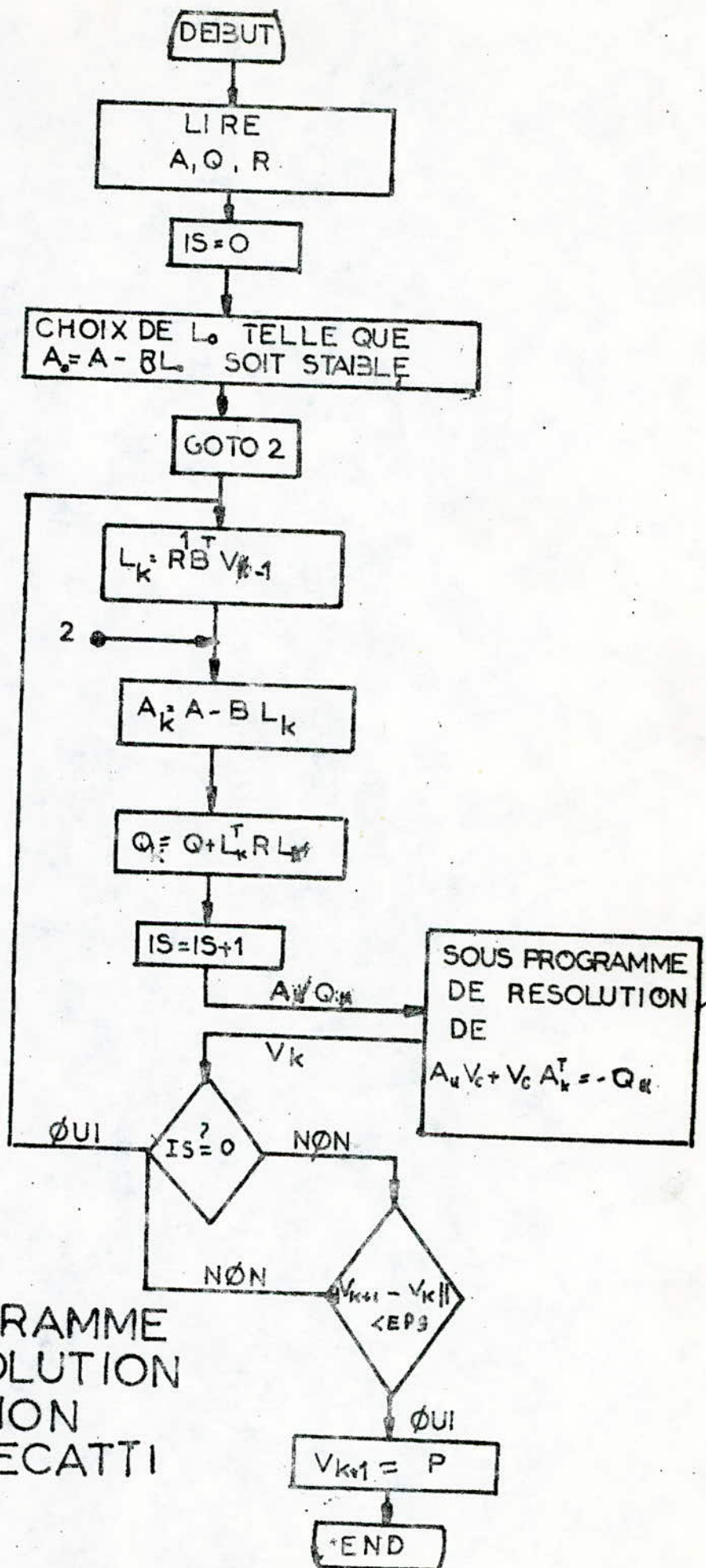
$$m = L_{jk}$$

$$i, j, k = 1, 2, \dots, N$$

— Troisième étape :

La matrice U est obtenue par la multiplication par 2 de tous les éléments des lignes de V dont les indices correspondant aux éléments diagonaux de L , ces éléments sont $(1, N+1, 2N, 3N-2, \dots, M-2, M)$

Le système équivalent (2.39) est résolu par une méthode classique directe (de GAUSS).



ORGANIGRAMME
DE LA RESOLUTION
DE L'EQUATION
MATR. DE RECATTI

CHAPITRE III

MODELISATION

Dans le cadre de l'application de la commande robuste, nous nous intéresserons au cœur du réacteur et aux échangeurs de chaleur : les générateurs de vapeur.

III.1 LE CŒUR DU RÉACTEUR.

Nous donnerons un aperçu sur les processus physiques mis en jeu à l'intérieur d'un réacteur nucléaire en expliquant les équations de la neutronique et de la thermique nous ayant permis d'obtenir le modèle du cœur du réacteur.

III.1.1 Généralités

L'énergie transformée en électricité dans une centrale nucléaire est obtenue à partir de la fission d'un noyau lourd fissile sous l'action de neutrons incidents engendrant 2 à 3 neutrons rapides qui peuvent à leur tour entraîner la fission d'autres noyaux d'uranium avec émission de neutrons...

Ainsi se réalise une réaction de fission en chaîne

On définit un facteur de reproduction ou de multiplicité

$$k = \frac{\text{Nbre de neutrons d'une génération } m}{\text{Nbre de neutrons d'une génération } (m-1)}$$

D'où les trois cas possibles :

- * $k > 1$ le système est en état surcritique
- * $k < 1$ la réaction en chaîne converge, c'est l'état sous-critique.
- * $k = 1$ Condition de fonctionnement des réacteurs nucléaires (régime critique)

On définit à partir de k , une grandeur importante dans le fonctionnement du réacteur : la réactivité

$$\rho = \frac{k - 1}{k}$$

Il existe deux types de neutrons :

- Les neutrons prompts qui représentent plus de 99% des neutrons de fission qui sont directement émis lors de la fission
- Les neutrons retardés qui représentent moins de 0,7% des neutrons de fission qui sont émis par certains produits de fission dénommés précurseurs de neutrons-retardés. Dans la pratique l'effet de tels neutrons peut-être étudié en considérant six groupes de neutrons retardés caractérisés par leur concentration C_i et leur période de décroissance λ_i .

Toutefois l'étude de ces 6 groupes peut-être ramenée à un seul en posant :

$$\bar{\beta} = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\beta}}{\sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i}}$$

(5.1)

III. 1.2 Equations de la neutronique.

Les équations de la cinétique tiennent compte de l'évolution de la concentration C_i et de la population de neutrons n .

d'équation régissant l'évolution de la concentration C_i peut-être écrite en faisant le bilan :

$$\frac{dC_i}{dt} = \text{production} - \text{pertes}.$$

Le terme production peut-être obtenu compte tenu de la définition du facteur k qui donne :

$$n(t + \tau) = k n(t)$$

Et compte tenu de la proportion β_i de neutrons retardés du groupe i et du temps de vie θ des neutrons, nous pouvons écrire :

$$\text{production} = \beta_i \frac{k n(t)}{\theta}$$

Le terme perte tient compte de la désintégration des précurseurs d'où :

$$\text{perte} = \lambda_i C_i$$

Il s'ensuit donc :

$$\dot{C}_i = \beta_i \frac{k n(t)}{\theta} - \lambda_i C_i$$

De même, nous pouvons établir l'équation régissant $n(t)$ en partant de l'équation :

$$n(t) = \frac{n(t + \theta) - n(t)}{\theta}$$

Où le terme $n(t + \theta)$ est la somme de deux effets :

- la composante $(1 - \beta) k n(t)$ due aux neutrons prompts.
- la composante $\sum_{i=1}^6 \theta \lambda_i C_i$ due aux neutrons retardés

Donc nous obtenons :

$$\dot{n}(t) = \left(\frac{\beta(1-\beta) - \lambda}{\theta} \right) n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i$$

Compte tenu du fait qu'au voisinage de la criticabilité, la grandeur λ est voisine de l'unité et de (3.1) nous obtenons :

$$\dot{n}(t) = \frac{\beta - \bar{\beta}}{\theta} n(t) + \bar{\lambda} C \quad (3.2)$$

$$\dot{C}(t) = \frac{\bar{\beta}}{\theta} n(t) - \bar{\lambda} C \quad (3.3)$$

III. 1.3. Equations de la thermique

De [9], nous obtenons les équations de la thermique pour le combustible et le modérateur :

— Pour le combustible

$$M_F C_F \frac{dT_F}{dt} = k_n n(t) - k_{um} (T_F - T_m) \quad (3.4)$$

— Pour le modérateur

$$M_m C_m \frac{dT_m}{dt} = \alpha n(t) + k_{um} (T_F - T_m) - C_m Q (T_s - T_e)$$

$$\text{avec } T_m = \frac{T_s + T_e}{2} \quad (3.5)$$

Nous prendrons $\alpha = 0$.

Q représente le débit massique de l'eau (modérateur)

M_F représente la masse du combustible.

M_m représente la masse du modérateur.

C_F représente la chaleur spécifique du combustible

C_m représente la chaleur spécifique du modérateur

T_F et T_m températures respectives du combustible et du modérateur.

Nous avons supposé précédemment pour les équations (3.4) et (3.5) que les échanges de chaleur entre deux zones 1 et 2 séparés par une surface S_{12} sont proportionnelles à la différence de température $T_1 - T_2$, le facteur de proportionnalité étant le coefficient d'échange thermique global k_{um} .

Il est à noter que T_E est la température d'entrée du modérateur que nous considérerons comme perturbation et T_S la température de sortie.

III. 1. 4 Système Linéaire

Les équations (3.2), (3.3), (3.4) et (3.5) modélisent le cœur du réacteur, linéarisons ces équations autour des points d'équilibre qui sont déterminés par :

$$\frac{\rho_0 - \bar{\beta}}{\theta} n_0 + \bar{\lambda} C_0 = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\bar{\beta}}{\theta} n_0 - \bar{\lambda} C_0 = 0 \quad (3.7)$$

$$k n_0 - k_{um} (T_{F_0} - T_{M_0}) = 0 \quad (3.8)$$

$$k_{um} (T_{F_0} - T_{M_0}) - 2 C_m Q (T_{M_0} - T_{E_0}) = 0 \quad (3.9)$$

De toutes ces équations, nous déduisons :

$$\rho_0 = 0 \quad (3.10)$$

$$C_0 = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\lambda} \theta} n_0 \quad (3.11)$$

$$T_{M_0} = T_{E_0} + \frac{k}{2 C_m Q} n_0 \quad (3.12)$$

$$T_{F_0} = \left(\frac{k}{k_{um}} + \frac{k}{2 C_m Q} \right) n_0 + T_{E_0} \quad (3.13)$$

Tout en linéarisant, nous allons normaliser notre système ; posons

$$\delta n = \frac{n - n_0}{n_0} \Rightarrow n = n_0 \delta n + n_0 \quad (3.14)$$

$$\delta T_F = \frac{T_F - T_{F0}}{T_{F0}} \Rightarrow T_F = T_{F0} \delta T_F + T_{F0} \quad (3.15)$$

$$\delta T_m = \frac{T_m - T_{m0}}{T_{m0}} \Rightarrow T_m = T_{m0} \delta T_m + T_{m0} \quad (3.16)$$

$$\delta C = \frac{C - C_0}{C_0} \Rightarrow C = C_0 \delta C + C_0 \quad (3.17)$$

$$\delta T_E = \frac{T_E - T_{E0}}{T_{E0}} \Rightarrow T_E = T_{E0} \delta T_E + T_{E0} \quad (3.18)$$

$$\delta p = p - p_0 \Rightarrow p = p_0 + \delta p \quad \text{où}$$

$$p = u - \alpha_F T_F - \alpha_m T_m$$

Comme $p_0 = 0$, nous deduisons

$$dp = \delta u - \alpha_F T_{F0} \delta T_F - \alpha_m T_{m0} \delta T_m \quad (3.19)$$

En injectant les équations (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.18) et (3.19) dans les équations (3.2), (3.3), (3.4) et (3.5) et après simplification nous obtenons :

$$\frac{d\delta n}{dt} = \frac{1}{\theta} \delta p - \frac{\bar{\beta}}{\theta} \delta n + \bar{\lambda} \frac{C_0}{n_0} \delta C \quad (3.20)$$

$$\frac{d\delta C}{dt} = \frac{\bar{\beta} n_0 \delta n}{\theta C_0} - \lambda \delta C \quad (3.21)$$

dp défini en (3.19)

$$\frac{d\delta T_F}{dt} = \frac{k_{um} n_0}{M_p C_F T_{F0}} \delta n - \frac{k_{um}}{M_p C_F} \delta T_F + \frac{k_{um} T_{m0}}{M_p C_F T_{F0}} \delta T_m \quad (3.22)$$

$$\frac{d\delta T_m}{dt} = \frac{k_{um} T_{E0}}{M_m C_m T_{m0}} \delta T_F - \frac{k_{um}}{M_m C_m} \delta T_m - \frac{2Q \delta T_m}{M_m} + \frac{2QT_{E0}}{M_m T_{m0}} \delta T_E \quad (3.23)$$

Ecriture matricielle

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{n} \\ \delta \dot{C} \\ \delta \dot{T}_F \\ \delta \dot{T}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{\beta}}{\theta} & \frac{\bar{\lambda} C_0}{h_0} & -\frac{\alpha_F T_{F0}}{\theta} & -\frac{\alpha_m T_{m0}}{\theta} \\ \frac{\beta h_0}{\theta C_0} & -\bar{\lambda} & 0 & 0 \\ \frac{k_{um} h_0}{M_m C_m T_{F0}} & 0 & -\frac{k_{um}}{M_m C_m} & \frac{k_{um} T_{m0}}{M_m C_m T_{F0}} \\ 0 & 0 & \frac{k_{um} T_{F0}}{M_m C_m T_{m0}} & -\frac{k_{um}}{M_m C_m} - \frac{2Q}{M_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta n \\ \delta C \\ \delta T_F \\ \delta T_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2QT_{F0}}{M_m T_{m0}} \end{bmatrix} \delta T_E$$

Application numérique

$$\theta = 2.5 \cdot 10^{-5}$$

$$M_m C_m = 8.392 \times 1.1$$

$$k_{um} = 6.75$$

$$k = 1$$

$$Q = 1.2687223136 \cdot 10^4$$

$$\alpha_m = 2.5 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha_F = 1.867 \cdot 10^{-3} / 2 (\sqrt{700 + 273})$$

$$M_m C_m = 2.1672 \times 4.4892$$

$$C_m = \frac{4.5068523 \times 10^{-3}}{7.98 \cdot 10^{-2}}$$

$$C_0 = 7084840.8$$

$$T_{E0} = 284.89$$

$$T_{F0} = 700.58851$$

$$T_{m0} = 303.58955$$

$$h_0 = 2679.743$$

Nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \delta h \\ \delta c \\ \delta T_p \\ \delta T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -216.8 & 216.8 & -847.49 & -3035.99 \\ 0.082 & -0.082 & 0 & 0 \\ 0.41 & 0 & -0.73 & 0.31 \\ 0 & 0 & 1.60 & -15.29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta n \\ \delta c \\ \delta T_p \\ \delta T_m \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 40\,000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta U + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 13.82 \end{bmatrix} \delta T_G$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta n \\ \delta c \\ \delta T_p \\ \delta T_m \end{bmatrix}$$

III.2 Circuit secondaire du generateur de vapeur (G.V.)

III.2.1 Généralités

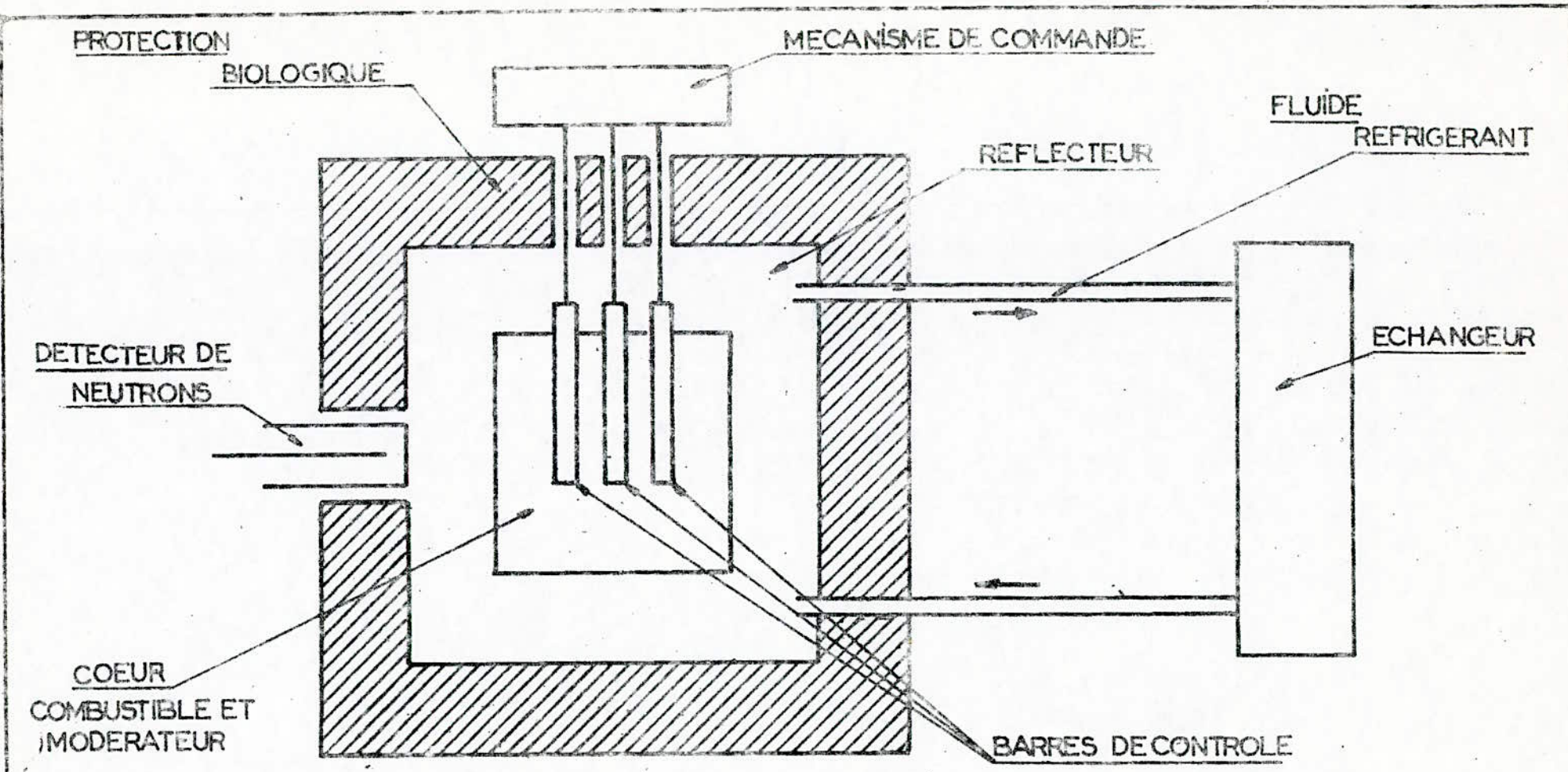
La centrale nucléaire peut être affectée par des perturbations, entraînant un changement de pression P et du débit de vapeur Q_v . Il en resultera une variation des caractéristiques du mélange eau-vapeur ainsi que des échanges entre le tube en U et le reste de la centrale.

Pour tenir compte de ces phénomènes nous écrivons :

1. le bilan des volumes des phases liquides et vapeurs.

β_i	λ_i
$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,26 \cdot 10^{-2}$
$1,16 \cdot 10^{-3}$	$3,06 \cdot 10^{-2}$
$1,03 \cdot 10^{-3}$	$1,138 \cdot 10^{-1}$
$2,09 \cdot 10^{-3}$	$3,18 \cdot 10^{-1}$
$7,4 \cdot 10^{-4}$	1,2654
$2,5 \cdot 10^{-4}$	3,3366

TABLEAU DONNANT LES 6 GROUPES
DE NEUTRONS RETARDÉS



SCHEMA DE PRINCIPE D'UN REACTEUR NUCLEAIRE

- 2 - Le bilan des masses des deux phases considérées.
- 3 - Le bilan des énergies liant le circuit secondaire au reste de la centrale.

Pour ce faire nous nous référons à la figure donnée à la page suivante.

III. 2.2 Détermination des équations fondamentales du modèle.

1 - Bilan des masses.

Les masses d'eau M_e et de vapeur M_v contenues dans le circuit secondaire du G.V. sont reliées au débit de vapeur Q_v et d'eau volumétrique Q_{ea} par la relation :

$$\dot{M}_e + \dot{M}_v = Q_{ea} - Q_v \quad (3.24)$$

2 - Bilan des volumes.

Le volume V_2 du secondaire du G.V. supposé constant, le bilan des phases eau-vapeur peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} M_e V_e + M_v V_v &= V_2 \\ \text{Donc : } \frac{d}{dt}(M_e V_e) + \frac{d}{dt}(M_v V_v) &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Ou encore :

$$M_e \dot{V}_e + M_v \dot{V}_v + \dot{M}_e V_e + \dot{M}_v V_v = 0$$

Expression dans laquelle

V_e : volume spécifique de l'eau.

V_v : volume spécifique de la vapeur.

3 - Bilan des énergies

Le bilan énergétique au niveau du G.V.

tient compte de :

- d'énergie reçue.
- d'énergie totale libérée.

d'énergie reçue se compose de :

- 1.1 d'énergie $S_o H_o (T_p - T_{sat})$ transmise par les tubes en U au mélange eau-vapeur contenu dans le secondaire du G.V.
- 1.2 d'énergie $Q_{ea} H_{ea}$ due à l'arrivée de l'eau alimentaire au niveau du secondaire.
- 1.3 d'énergie mécanique $V_e P$ due aux variations de la pression dans le secondaire du G.V.

d'énergie totale libérée se compose :

- 1.1' d'énergie $Q_v H_v$ véhiculée par la vapeur vers la turbine.
- 1.2' d'énergie $\frac{d}{dt} (M_v H_v)$ due au changement d'état de la phase vapeur.
- 1.3' d'énergie $\frac{d}{dt} (M_e H_e)$ due au changement d'état de la phase d'eau.

Le bilan d'énergie donne alors :

$$S_o H_o (T_p - T_{sat}) + Q_{ea} H_{ea} + V_e \frac{dP}{dt} = Q_v H_v + \frac{d}{dt} (M_e H_e) + \frac{d}{dt} (M_v H_v)$$

Expression dans laquelle :

Q_{ea} : Débit d'eau alimentaire.

H_{ea} : Enthalpie d'eau alimentaire.

- T_p : Temperature de la paroi du tube en U.
- T_{sat} : Temperature de saturation.
- Q_v : Debit de vapeur.
- H_v : Enthalpie de vapeur.
- H_e : Enthalpie d'eau.
- S_e : Surface globale d'échange tube en U - eau.
- H_o : Coefficient d'échange paroi du tube en U - eau.

III. 2. 3. Modèle mathématique linéaire du secondaire du G.V.

A l'aide des équations thermodynamiques précédentes nous allons établir le modèle-mathématique linéaire du secondaire du G.V, qui comprendra trois variables d'état :

- M_e : Masse d'eau.
- M_v : Masse de vapeur.
- P : Pression figurant dans les dérivés

par rapport au temps des autres grandeurs

Le vecteur de commande comportera 4 composantes

- 1 - Q_{ea} le débit d'eau alimentaire
- 2 - S ouverture des vannes d'admission
- 3 - T_p Temperature de la paroi du tube en U.
- 4 - H_{ea} Enthalpie d'eau alimentaire.

Pour la suite de cette étude nous considérerons l'entrée débit d'eau alimentaire comme l'unique entrée de commande et les trois autres étant des entrées perturbations

le vecteur de sortie comprendra deux composantes :

- 1 - Niveau d'eau N
- 2 - Pression P

Ecrivons maintenant le système d'équations permettant d'établir le modèle mathématique du secondaire du G.V.

Soit le système suivant (P)

$$\dot{M}_e + \dot{M}_v = Q_{ea} - Q_v \quad (3.26)$$

$$\dot{M}_e V_e + M_e \dot{V}_e + \dot{M}_v V_v + M_v \dot{V}_v = 0 \quad (3.27)$$

$$N = \frac{M_e}{\rho_e S_0} \quad (3.28)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{M_e}{\rho_e} + \frac{M_v}{\rho_v} \right) = 0 \quad (3.29)$$

Les points d'équilibre sont définis par :

- 1 - $Q_{e0} = Q_{v0}$
- 2 - $Q_{v0} H_{v0} = S_0 H_0 (T_p - T_{sat}) + Q_{ea} H_{ea}$
- 3 - $Q_{v0} = Q (\varepsilon P) (T_{sat} + 273)^{-\frac{1}{2}}$

Ce système d'équations est un système d'équations non linéaires en P comportant 15 variables dont 8 sont indépendantes (variables d'état, de commande et d'observation) les autres grandeurs thermodynamiques (H_v, V_e, ρ, \dots) sont fonction de la pression P (voir tableau ()) en substituant ces fonctions dans les équations du système (P) nous obtenons un système dépendant de huit variables indépendantes.

La linéarisation du système obtenu autour des points d'équilibre et la normalisation des variables indépendantes

en posant :

$$\delta M_e = \frac{M_e - M_{e0}}{M_{e0}}, \quad \delta M_v = \frac{M_v - M_{v0}}{M_{v0}}$$

$$\delta Q_{ea} = \frac{Q_{ea} - Q_{ea0}}{Q_{ea0}}, \quad \delta \varepsilon = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}$$

$$\delta T_p = \frac{T_p - T_{p0}}{T_{p0}}, \quad \delta P = \frac{P - P_0}{P_0}$$

$$\delta N = \frac{N - N_0}{N_0}$$

permettent d'écrire le système linéaire normalisé

suivant

$$M_{e0} \delta \dot{M}_e + M_{v0} \delta \dot{M}_v = Q_{ea0} \delta Q_{ea} - \left(\frac{dQ_v}{dp} P_0 \right)_{(*)} \delta P - \left(\frac{dQ_v}{d\varepsilon} \varepsilon_0 \right) \delta \varepsilon$$

$$(M_e V_{e0}) \delta \dot{M}_e + (M_v V_{v0}) \delta \dot{M}_v + \left[\frac{dV_e}{dp} M_e + M_v \frac{dV_v}{dp} \right]_{(*)} P_0 \delta P = 0$$

$$(M_e H_e) \delta \dot{M}_e + (M_v H_v) \delta \dot{M}_v + \left[M_e \frac{dH_e}{dp} + M_v \frac{dH_v}{dp} - M_v H_v \right. \\ \left. - M_e H_e \right]_{(*)} P_0 \delta P = - \left[S_0 H_0 \frac{dT_{ent}}{dp} + Q_v \frac{dH_v}{dp} + H_v \frac{dQ_v}{dp} \right]_{(*)} P_0 \delta P$$

$$+ (H_{ea} Q_{ea}) \delta Q_{ea} + (H_{ea} Q_{ea})_0 \delta H_{ea} - \left(H_v \frac{dQ_v}{d\varepsilon} \varepsilon_0 \right) \delta \varepsilon + S_0 H_0 T_{p0} \delta T_p$$

$$\delta N = \delta M_e + \left[\frac{M_e}{S_0} \left(- \frac{1}{\rho_e^2} \right) \right]_{(*)} \left[\frac{d\rho_e}{dp} \right]_{(*)} \delta P$$

$$\delta P = \left[\frac{M_v}{\rho_v^2 P} \left(\frac{d\rho_v}{dp} \right) + \frac{M_e}{\rho_e^2 P} \left(\frac{d\rho_e}{dp} \right) \right]_{(*)}^{-1} \left[\frac{M_{v0}}{\rho_{v0}} \delta M_v + \frac{M_{e0}}{\rho_{e0}} \delta M_e \right]$$

En mettant le système sous la forme suivante :

$$S \dot{X} = HX + B_1 U + D_1 W$$

$$Y = CX$$

$$Où \quad \begin{cases} X \\ U \\ W \end{cases}$$

(*) le (0) indique les points d'équilibre.

Le vecteur d'état $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta M_e \\ \delta M_v \\ \delta P \end{pmatrix}$

Le vecteur de commande $U = S Q_{ea}$

Le vecteur de sortie $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta N \\ \delta P \end{pmatrix}$

Le vecteur de perturbation :

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ T_p \\ H_{ea} \end{pmatrix}$$

Les matrices H, S, B, D, C sont déduites des données physiques relatives au G.V (voir tableau ()).

On nous pouvons maintenant mettre le système sous la forme d'état habituelle :

$$\dot{X} = AX + BU + EW$$

$$Y = CX$$

avec $A = S^{-1}H$, $B = S^{-1}B_2$, $E = S^{-1}D_2$

La détermination des valeurs numériques des matrices A, B et E a fait l'objet d'un programme (voir partie programmation)

Finalement :

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{M}_e \\ \delta \dot{M}_v \\ \delta \dot{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.152 \\ 0 & 0 & 0.0037 \\ 0 & 0 & 0.0156 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta M_e \\ \delta M_v \\ \delta P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.053 \\ 0.001 \\ 0.005 \end{bmatrix} U + EW$$

où

$$E = \begin{bmatrix} -0.160 & 0.0037 & -0.000183 \\ -0.0016 & -0.00974 & -0.000486 \\ -0.014 & -0.0022 & -0.000440 \end{bmatrix}$$

"TABLEAU" donnant les grandeurs thermiques
en fonction de la Pression

$$H_{LS}(P) = 1213.3293 \cdot 10^{-3} + 5.6169 \cdot 10^{-3} (P - 60) - 27 \cdot 10^{-6} (P - 60)^2 + 0.2 \cdot 10^{-6} (P - 60)^3$$

$$H_{VS}(P) = 2784.0057 \cdot 10^{-3} - 1.0894 \cdot 10^{-3} (P - 60) - 1.6 \cdot 10^{-6} (P - 60)^2 + 10^{-7} (P - 60)^3$$

$$P_{VS}(P) = 30.8 + 0.6 (P - 60)$$

$$P_{LS}(P) = + 872 - 1.9(P - 60)$$

$$T_{SAT}(P) = 275.5063 + 1.0914 (P - 60) - 5.5 \cdot 10^{-3} (P - 60)^2$$

$$\frac{dH_{LS}}{dP}(P) = 5.6043 \cdot 10^{-3} - 5.155 \cdot 10^{-5} (P - 60) + 9.5 \cdot 10^{-7} (P - 60)^2$$

$$\frac{dH_{VS}}{dP}(P) = -1.125 \cdot 10^{-3} - 2.15 \cdot 10^{-5} (P - 60) + 5.5 \cdot 10^{-7} (P - 60)^2$$

$$\frac{dP_{VS}}{dP}(P) = 5.5067 \cdot 10^{-1} + 2.56 \cdot 10^{-3} (P - 60) + 25 \cdot 10^{-5} (P - 60)^2$$

$$\frac{dP_{LS}}{dP}(P) = -1.871 + 1.08 \cdot 10^{-2} (P - 60) + 5 \cdot 10^{-5} (P - 60)^2$$

"TABLEAU" donnant le point d'équilibre

$$P_0 = 57,43 \text{ Bar}$$

$$Q_v = 1430,17 \text{ Kg/s}$$

$$M_e = 8858,1926 \text{ Kg}$$

$$M_v = 3445,6369 \text{ Kg}$$

$$H_{ea} = 9,2147 \cdot 10^{-4} \text{ MJ/Kg}$$

$$T_p = 280,7 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$Q_e = 1,1197 \text{ Kg/bar}$$

$$H_0 = 6,5574 \cdot 10^{-3} \text{ MW/}^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2$$

$$\varepsilon = 0,99$$

$$N = 1 \text{ m}$$

$$S_0 = 4880 \text{ m}^2$$

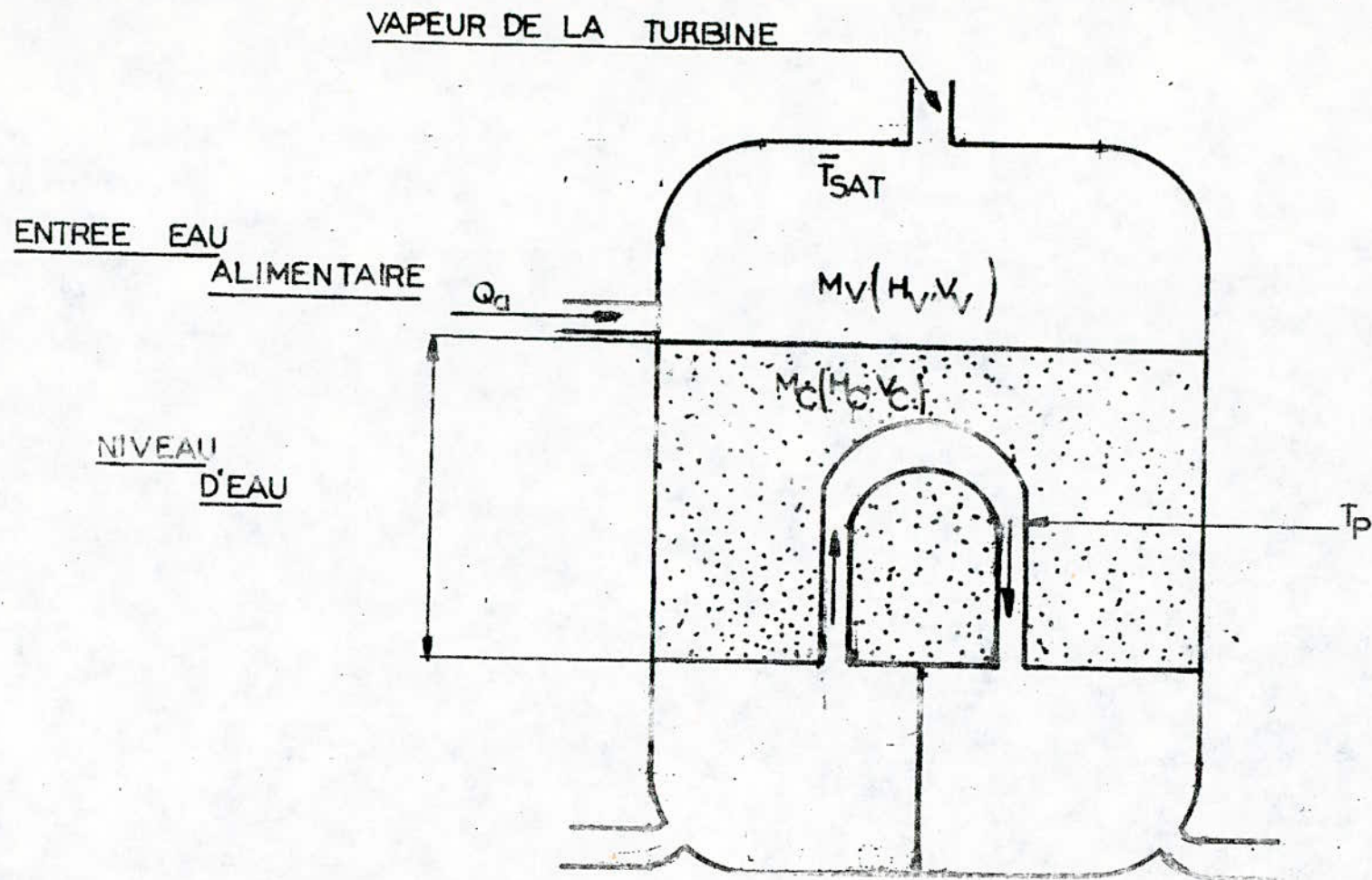


Schéma de principe d'un G.V.

CHAPITRE IV

DETERMINATION DE LA COMMANDE ROBUSTE

Dans ce chapitre nous commencerons par vérifier les conditions du théorème 1 pour chacun des deux systèmes puis nous déterminerons le servocompensateur avant d'aborder le calcul des gains du filtre de Kalman ainsi que les gains K et K_0 stabilisants (voir schéma 1).

IV EXISTENCE DU SERVDCOMPENSATEUR.

Le servocompensateur existe si et seulement si les conditions du théorème 1 sont vérifiées.

Vérifions les deux premières conditions :

D'une part l'estimation et la commande optimale nécessitent respectivement l'observabilité et la commandabilité du système

D'autre part nous avons :

$$(A, B) \text{ commandable} \Rightarrow (A, B) \text{ stabilisable}$$

$$(C, A) \text{ observable} \Rightarrow (C, A) \text{ détectable}$$

Donc pour vérifier les deux premières conditions du théorème 1 il suffit de tester l'observabilité et la commandabilité

IV.1.1 Critère de commandabilité

Le système (A, B) est commandable si et seulement si :

$$\text{rang } U = n \quad \text{où } U = [B : AB : \dots : A^{n-1}B]$$

$$\text{avec } A_{n \times n}, B_{n \times m}$$

IV.1.2 Critère d'observabilité

le système (C, A) est observable si et seulement si :

$$\text{rang } V = n \quad \text{où} \quad V = \begin{bmatrix} C \\ AC \\ \vdots \\ A^{n-1}C \end{bmatrix}$$

En utilisant la notion de dualité existant entre la commandabilité et l'observabilité, nous arrivons à :

$$\text{rang } W = n \quad \text{où} \quad W = [C^T : A^T C^T : \dots : A^{(n-1)T} C^T]$$

Nous avons élaboré un programme pour ces deux tests qui se compose de deux sous-routines, la première GOUVER qui donne la matrice U et W respectivement à partir des matrices (A, B) et (A, C) , l'autre la sous-routine INDV qui détermine le rang à partir de l'algorithme de GRAM-SCHMIDT

ALGORITHME DE GRAM-SCHMIDT

Supposons que l'on ait les vecteurs V_1, V_2, \dots, V_k ils sont linéairement indépendants s'il existe $(\lambda_i)_{i=1}^k$ tels que :

$$\lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_2 + \dots + \lambda_k V_k = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Dans le cas contraire, ils sont linéairement dépendants c'est à dire qu'il existe des λ_i non tous nuls tels que :

$$\lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_2 + \dots + \lambda_k V_k = 0$$

Déterminer le rang d'une matrice revient à trouver le nombre de vecteurs (lignes ou colonnes) linéairement indépendants.

Formule de GRAM-SCHMIDT

$$E_k = V_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\langle V_k, E_i \rangle}{\langle E_i, E_i \rangle} E_i$$

Où les V_k sont les vecteurs à tester.

Si $E_k = 0$, V_k serait une combinaison linéaire de V_1, V_2, \dots, V_{k-1} .

Condition 3

Pour le cas :

rang

-216.8	216.8	-847.99	-3035.89	40000
0.082	-0.082	0	0	0
0.41	0	-0.73	0.31	0
0	0	1.60	-15.29	0
1	0	0	0	0

Le rang doit être égal à 5. Il est à remarquer que C a été prise égale à

$$C = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$$

et λ définie en 1.4 est égale à 0

Det

-216.8	216.8	-847.99	-3035.89	40000
0.082	-0.082	0	0	0
0.41	0	-0.73	0.31	0
0	0	1.60	-15.29	0
1	0	0	0	0

Comme le déterminant est égal à 54984,496 donc différent de zéro, la condition 3 se trouve vérifiée.

Pour le G.V

$$\text{rang} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,152 & 0,0536 \\ 0 & 0 & 0,0037 & 0,0010 \\ 0 & 0 & 0,0156 & 0,0052 \\ 1 & 0 & 0 & 0,1238 \end{bmatrix} = 4$$

A'

Nous devons démontrer que $\text{rang } A' = 4$, il suffit de calculer le déterminant de A'

$\text{Det } A' = 0 \Rightarrow$ la condition 3 n'est pas vérifiée, donc il n'existe pas de servocompensateur pour le G.V

Celui-ci n'accepte pas la commande robuste !

Condition 4

La condition 4 est vérifiée pour le cœur. Les quatre conditions étant remplies, le servocompensateur existe pour le cœur du réacteur.

IV. 2 LE SERVOCOMPENSATEUR.

Trouvons la dynamique du servocompensateur sachant que nous appliquons aux modèles un échelon de perturbation et un échelon comme entrée de référence

$$\Rightarrow y_r = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

$$w = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

Des équations (1.2) et (1.3) nous déduisons :

$$A_1 = A_2 = 0$$

$$C_1 = C_2 = 1$$

La condition d'observabilité sur $(C_1, A_1), (C_2, A_2)$ est immédiatement remplie.

Les polynômes minimaux de A_1 et A_2 sont égaux à λ ; leur P.P.M.C est égal également à λ .

De (1.6) nous déduisons la matrice compagne :

$$C_{1 \times 2} = 0$$

$$\Rightarrow C^* = 0$$

Nous prenons β égal à 1, la condition de contrôlabilité est immédiatement vérifiée.

Nous déduisons la dynamique du servocompenseur qui est valable pour les deux modèles nucléaires.

$$\dot{\eta} = e$$

IV.3 DETERMINATION DU FILTRE DE KALMAN

La structure du filtre est déterminée par la connaissance de son gain optimal.

$$K = P C^T R^{-1}$$

avec P matrice de covariance de l'erreur d'estimation vérifiant l'équation matricielle de Riccati suivante :

$$(C^T)^T P + P(C^T) - P C^T R^{-1} C P + Q = 0$$

Où R est la matrice d'intensité du bruit blanc $\eta(t)$ sur la sortie du système (2.2) donnée par :

$$E(\eta \cdot \eta^T) = R \delta(t - z)$$

Et Q la matrice d'intensité du bruit $v(t)$ sur l'état du système (2.1) donné par :

$$E(v v^T) = Q \delta(t - z) = D E(w \cdot w^T) \cdot D^T$$

où $v(t) = D w(t)$ Nous obtenons :

$$Q = D^T W D^T$$

La détermination des gains des deux filtres de Kalman pour les deux modèles étudiés est faite à l'aide d'un programme élaboré par nos soins dans lequel les matrices de pondération W, R sont prises de la façon suivante :

$$R = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$$

$$W = \text{diag}(10, 10, \dots, 10)$$

La condition initiale E_0 assurant la convergence de la solution de l'équation de Riccati donnant P est obtenue à partir du théorème de Lyapunov suivant

Théorème 4

Le système $\dot{x}(t) = A_1 x(t)$ est asymptotiquement stable si et seulement si :

$\forall Q$, (matrice symétrique définie positive) $\exists P$
(définie positive.) solution de :

$$Q = -A_1^T P - P A_1 \quad (4.1)$$

Or nous savons que E_0 doit vérifier que

$$A_1 = A^T - C^T E_0 \text{ soit stable}$$

Nous obtenons en résolvant (4.1)

Pour le cœur

$$E_0 = \begin{pmatrix} 33.2 & 216.88 & -847.08 & -3050 \\ 14.11 & 0 & 1.91 & 4.8 \end{pmatrix}$$

Nous rappelons que pour le cœur

$$R_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = 10$$

1x1

Nous obtenons les gains des filtres de Kalman à partir du programme développé à cet effet.

Pour le cœur :

$$K = \begin{bmatrix} 312.429 & -39.964 \\ 0.0739 & -0.041 \\ 0.324 & -0.041 \\ -39.964 & 7.368 \end{bmatrix}$$

D'autre part la stabilité des filtres et de la matrice $A-KC$ (condition 3 au II.3) des modèles utilisés est vérifiée par :

- 1 - (A, D) commandable
- 2 - Valeurs propres de $A-KC$

Ces deux conditions sont vérifiées du fait que :
Pour les cœur les valeurs propres de $A-KC$ sont à partie réelle négative.

La commandabilité a fait l'objet d'un programme qui est donné aux pages suivantes.

IV.3.1 Simulation du filtre de KALMAN

Le test de la réponse du filtre des modèles a fait l'objet d'une simulation sur microordinateur (TEKTRONIX 4052) nécessitant l'intégration du système d'équations différentielle suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\hat{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ KC & A-KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \hat{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} W \quad (4.2)$$

des entrées appliquées pour le cœur :

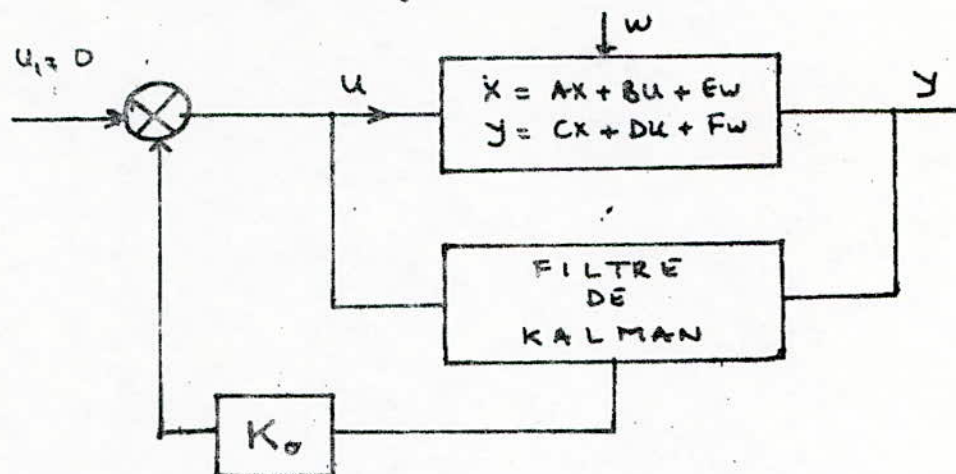
$$U = 0.02$$

$$W = -0.0143$$

Nous donnons ci-après les courbes obtenues.

IV. 4. DETERMINATION DE K_0 STABILISANT.

Considérons le système suivant :



donné par la représentation d'état (4.2).

Par application du principe de séparation le système (4.2) à l'état fermé est défini comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\hat{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BK_0 \\ KC & A - KC + BK_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \hat{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} w \quad (4.3)$$

Le gain K_0 est déterminé pour stabiliser le système fermé (4.3) mais puisque la stabilité du filtre de Kalman est assurée il suffit de stabiliser le système original pour avoir le système complet stable.

La détermination de K_0 est obtenue par l'emploi d'une commande optimale à critère quadratique où

$u = -R^{-1}B^T P X$ et P solution de l'équation matricielle de Riccati.

Pour ce cas $Q = W = \text{diag}(10, 10, \dots, 10)$

les conditions initiales E_0 sont obtenues à l'aide de

théorème 4 d'où

Pour le cœur

$$E_0 = (0.994 \quad 0.0054 \quad -0.0758 \quad -0.0752)$$

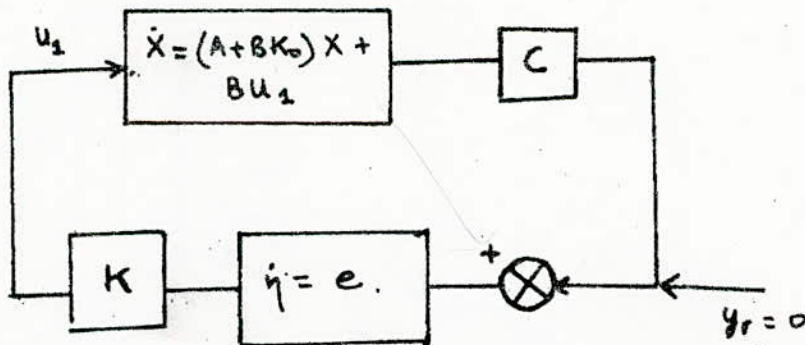
Nous obtenons :

Pour le cœur :

$$K_0 = (-3.156 \quad -1.195 \quad -0.817 \quad +0.0553)$$

IV.5 DÉTERMINATION DE K

K est déterminé de façon à stabiliser le système total suivant



La forme dynamique de ce système est la suivante :

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BK_0 & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} w$$

$$\text{où } U_1 = + K Z$$

$$\text{avec } K = -R^{-1} B^T P$$

Les matrices de pondération sont choisies comme au IV.4. Les conditions initiales E_0 sont calculées en employant toujours le théorème 4, nous obtenons.

Pour le cœur :

$$E_0 = (3.144 \quad 1.195 \quad 0.788 \quad -0.130 \quad 0.500)$$

IV.6 Simulation de la commande robuste

De IV.5 nous obtenons :

$$U_1 = K \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \eta \end{bmatrix} = (k_{11} \quad k_{12} \quad k_{13} \quad k_{14} \quad k_{15}) \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \eta \end{pmatrix}$$

$$\text{où } k_{11} \quad k_{12} \quad k_{13} \quad k_{14} \equiv K_1$$

$$k_{15} = K_2$$

$$\Rightarrow U_1 = (K_1 \quad K_2) \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \eta \end{pmatrix}$$

Pour le cœur

$$K = (-1.31 \quad +0.95 \quad +0.19 \quad +0.0039 \quad -3.16)$$

Le contrôleur robuste est défini comme suit

$$U = K_0 \hat{x} + K \eta = K_0 \hat{x} + (K_1 \quad K_2) \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \eta \end{pmatrix}$$

Du fait que :

$$\dot{\eta} = e = y - y_{ref}$$

Nous obtenons le système suivant que nous avons simulé sur TEKTRONIX.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BK_0+BK_1 & BK_2 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} y_r + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} w$$

Pour le cœur $y_r = 0.02$ $w = -0.0143$

AFCENE..

```
DIMENSION A(4,4),C(2,4),CT(4,2),AT(4,4),GOUV(4,8),BB(4,2)
DIMENSION BC(4,2),B(4,1),G1(4,4),BB1(4,1),BC1(4,1)
DOUBLE PRECISION W(4)
DOUBLE PRECISION W1(8)
A(1,1)=-216.8000000
A(1,2)=216.80000
A(1,3)=-847.40947
A(1,4)=-3035.8955
A(2,1)=0.0820016
A(2,2)=-0.0820016
A(2,3)=0.
A(2,4)=0.
A(3,1)=0.4143544
A(3,2)=0.
A(3,3)=-0.7312159
A(3,4)=0.3168615
A(4,1)=0.
A(4,2)=0.
A(4,3)=1.6010763
A(4,4)=-15.299317
B(1,1)=40000.
B(2,1)=0.
B(3,1)=0.
B(4,1)=0.
C(1,1)=1.
C(1,2)=0.
C(1,3)=0.
C(1,4)=0.
C(2,1)=0.
C(2,2)=0.
C(2,3)=0.
C(2,4)=1.
N=4
M=2
L=1
MN=M*N
NL=N*L
C TEST D'OBSERVABILITE
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,M
1 AT(I,J)=A(J,I)
DO2 I=1,M
DO2 J=1,N
2 CT(J,I)=C(I,J)
CALL GOUVER(AT,CT,N,M,MN,GOUV,BB,BC)
K=0
DO5 J=1,MN
DO4 I=1,N
4 W(I)=GOUV(I,J)
5 CALL INDV(N,W,K)
IF(K.EE.N)PRINT6
IF(K.LI.N)PRINT7
6 FORMAT(10X,'LE SYSTEME EST OBSERVABLE',/,39(1F*))
7 FORMAT(10X,'LE SYSTEME EST PAS OBSER',/,46(1F*))
C TEST DE GOUVERNABILITE
CALL GOUVER(A,B,N,L,NL,G1,BB1,BC1)
K=0
DO10 J=1,NL
DO11 I=1,N
```

APCEME..

```
11 W(1)=G1(1,J)
10 CALL INDV(N,W,K)
   IF(K.GE.N)PRINT12
   IF(K.LT.N)PRINT13
12 FORMAT(10X,'LE SYSTEME EST GOUVERNABLE',/,39(1H*))
13 FORMAT(10X,'LE SYSTEME EST PAS GOUVERNABLE',/,46(1H*))
   STOP
   END
```

```

SUBROUTINE GOUVER(A,B,N,M,MN,GOUV,PP,PC)
DIMENSION A(N,N),B(N,M),PP(N,M),GOLV(N,MN),PC(N,M)
DO 40 I=1,N
DO 40 J=1,M
BB(I,J)=B(I,J)
40 GOUV(I,J)=PP(I,J)
J1=M
42 CALL PROD(A,BB,N,N,M,BC)
DO 39 J=1,M
J1=J1+1
DO 39 I=1,N
GOUV(I,J1)=PC(I,J)
44 BB(I,J)=PC(I,J)
IF(J1.LT.MN)GO TO 42
RETURN
END
```

Sous programme testant lenombre de vecteurs lineaire_
ment independants d'une suite.

```

SUBROUTINE INDV(IQ,V,K)
DOUBLE PRECISION V(4),E(17,17),ANORM,SNORM,S
DOUBLE PRECISION E1(4)
REAL M(8)
K=K+1
DO 10 I=1,IQ
10 E(I,K)=V(I)
IF(K-1)50,50,17
50 ANORM=0
DO 55 I=1,IQ
55 ANORM=ANORM+E(I,K)*E(I,K)
M(K)=ANORM
GO TO 166
17 ICM=K-1
DO 61 I=1,IQ
61 E1(I)=0
DO 40 I=1,ICM
S=0
DO 35 J=1,IQ
35 S=S+V(J)*E(J,I)
DO 40 IK=1,IQ
40 E1(IK)=E1(IK)+(S*E(IK,I))/M(I)
DO 62 I=1,IQ
62 E(I,K)=E(I,K)-E1(I)
ANORM=0
DO 18 I=1,IQ
18 ANORM=ANORM+E(I,K)*E(I,K)
M(K)=ANORM
SNORM=0
DO 45 I=1,IQ
45 SNORM=SNORM+DABS(E(I,K))
IF(SNORM.LT.0.00001)GOTO16
GOTO166
16 K=K-1
166 RETURN
END
```

```

DOUBLE PRECISION A(3,3),F(1,3),C(2,3),W(3,3),F(2,2),E0(2,3)
DOUBLE PRECISION TC(3,2),TL1(3,2),GK(3,3),D(3,3)
DOUBLE PRECISION Q(3,3),A1(3,3)
DOUBLE PRECISION TR(3),TI(1),COF(4),VPR(3),VET(3),VF(9)
A(1,1)=0.
A(1,2)=0.
A(1,3)=0.1520499020807
A(2,1)=0.
A(2,3)=0.003710626398179
A(3,1)=0.
A(3,2)=0.
A(3,3)=.01568192
C
LA MATRICE C
C(1,1)=1.
C(1,2)=0.
C(1,3)=0.1238
C(2,1)=0.08025
C(2,2)=0.93548
C(2,3)=0.
C
LA MATRICE E0 CONDITION INITIALE POUR LA RESOLUTION DE L'EQUAT
C DE RICATTI
E0(1,1)=A(1,3)/0.1238
E0(1,2)=A(2,3)/0.1238
E0(1,3)=10.
E0(2,1)=0.
E0(2,2)=10.
E0(2,3)=10.
D(1,1)=-.1608075
D(1,2)=.00379175
D(1,3)=.000192425
D(2,1)=-.00165609
D(2,2)=-.00974799
D(2,3)=-.000426982
D(3,1)=-.0144609
D(3,2)=-.00882467
D(3,3)=-.0004108
EPS=1.E-6
N=2
N=3
C
LA MATRICE R
DO 1 I=1,N
DO 2 J=1,N
2 R(I,J)=0.
1 R(1,I)=1.
C
LA MATRICE W
DO 3 I=1,N
DO 4 J=1,N
4 W(I,J)=0.
3 W(1,I)=10.
C
LA TRANSPSEEE DE A
CALL TRANS(A,N,N,F)
C
LA TRNSPOSEE DE C
CALL TRANS(C,M,N,TC)
C
CONSTRUCTION DE LA MATRICE Q
CALL PROD(D,W,N,N,N,A1)
CALL TRANS(D,N,N,W)
CALL PROD(A1,W,N,N,N,Q)
WRITE(108,19)((Q(I,J),J=1,N),I=1,N)
C
LA MATRICE GK DE VARIANCE DE L'ERREUR D'ESTIMATION

```

```

CALL PICATT(F,R,TC,R,N,M,QK,E0,EPS)
WRITE(108,21)
WRITE(108,19)((QK(I,J),J=1,N),I=1,N)
C   CALCUL DU GAIN DU FILTRE DE KALMAN
CALL PROD(QK,TC,N,N,M,TC1)
CALL PROD(TC1,R,N,N,M,TC)
WRITE(108,23)
WRITE(108,20)((TC(I,J),J=1,M),I=1,N)
21  FORMAT(15X,'MATRICE QK DE VARIANCE DE L'ERREUR D'ESTIMATION',/,
115X,50(1F*),//)
23  FORMAT(15X,'MATRICE K GAIN DU FILTRE DE KALMAN',/,15X,48(1F*
1,//) /
19  FORMAT(3(3X,F15.8),//)
20  FORMAT(2(3X,F23.15),//)
C   CALCUL DE LA MATRICE K*C
CALL PROD(TC,C,N,M,N,W)
WRITE(108,24)
24  FORMAT(20X,'LA MATRICE K*C',//)
WRITE(108,25)((W(I,J),J=1,N),I=1,N)
25  FORMAT(3(3X,F20.15),//)
C   CALCUL DE LA MATRICE A-K*C
DO 26 I=1,N
DO 26 J=1,N
26  A(I,J)=A(I,J)-W(I,J)
WRITE(108,27)
27  FORMAT(20X,'LA MATRICE A-K*C',//)
WRITE(108,25)((A(I,J),J=1,N),I=1,N)
C   CALCUL DE LA PARTIE REELLE DES VAL PROPRE DE A-KC
K=0
DO 30 J=1,N
DO 30 I=1,N
K=K+1
30  VE(K)=A(I,J)
CALL DDANTL(VE,N,TR,II,CCF,VPR,VPI,KCD,1.E-10)
WRITE(108,31)
31  FORMAT(10X,'LA PART. REEL. DES VAL. PROPRES DE A-KC ',//)
DO 28 I=1,N
PRINT 29 ,I,VPR(I)
29  FORMAT(10X,'VPR(',I2,')=',F30.20,//)
28  CONTINUE
STOP
END

```

```

SUBROUTINE RICATT(A,G,B,R,N,M,QK,E0,EPS)
DOUBLE PRECISION A(N,N),B(N,M),R(M,M),Q(N,N),QK(N,N),E0(M,N)
DOUBLE PRECISION AK(3,3),B1(1,3),BT(1,3),EK(1,3),K(3,3),ET(3,1)
DOUBLE PRECISION V(6,6),R1(1,1),S(6),AS,BS,PK(3,3)
DIMENSION I(3,3),IL(1),IC(1)
IS=0
M1=N*(N+1)/2
C METTRE E0 DANS EK
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 EK(I,J)=E0(I,J)
C CALCUL DE AK=A-R*EK
CALL TRANS(P,N,M,BT)
CALL DMRINV(R,R1,N,KOD,DET,EPS,IC,IL)
CALL PROD(R1,BT,M,M,N,RT)
GOTO 2
13 CALL PROD(BT,EK,M,N,N,EK)
2 CALL PROD(B,EK,N,M,N,AK)
DO 5 I=1,N
DO 5 J=1,N
5 AK(I,J)=A(I,J)-AK(I,J)
C FORMATION DE QK =Q+EKT*R*EK
CALL PROD(R,EK,M,M,N,E0)
CALL TRANS(EK,M,N,ET)
CALL PROD(ET,E0,N,M,N,QK)
DO 6 I=1,N
DO 6 J=1,N
6 GK(I,J)=Q(I,J)+QK(I,J)
IS=IS+1
CALL LIAP(AK,QK,N,M1,S,V,L,1.E-11)
IF(IS-1) 20,21,20
21 DO 12 I=1,N
DO 12 J=1,N
12 PK(I,J)=GK(I,J)
GOTO 13
20 DO 9 I=1,N
DO 9 J=1,N
9 AK(I,J)=GK(I,J)-PK(I,J)
AS=DAABS(AK(1,1))
DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,N
BS=DAABS(AK(I,J))
AS=DMAX1(AS,BS)
10 CONTINUE
IF(AS.LT.EPS) GOTO 11
GOTO 21
11 RETURN
END

```

Sous programme de la transposee d une matrice

```

SUBROUTINE TRANS(A,N,M,AI)
DOUBLE PRECISION A(N,M),AI(M,N)
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,M
1 AI(J,I)=A(I,J)
RETURN
END

```

Liapunov.

```

SUBROUTINE LIAP(A,G,N,M,S,V,L,EPS)
DOUBLE PRECISION A(N,N),G(N,N),S(M),V(M,M)
DIMENSION L(N,N)
K=0
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
IF (J.LT.I) GOTO 1
K=K+1
S(K)=-G(I,J)
1 CONTINUE
K=1
DO 2 I=1,N
DO 2 J=1,N
IF (J.LT.I) GOTO 2
L(I,J)=K
L(J,I)=K
K=K+1
2 CONTINUE
DO 3 I=1,N
DO 3 J=1,N
3 V(I,J)=0.
DO 4 I=1,N
DO 4 J=1,N
DO 4 K=1,N
I1=L(I,K)
I2=L(J,K)
4 V(I1,I2)=A(J,I)+V(I1,I2)
DO 5 I=1,N
I3=L(I,I)
DO 5 J=1,N
5 V(I3,J)=2.*V(I3,J)
CALL PRESOL(V,S,M,KOD,EPS)
K=0
DO 7 I=1,N
DO 7 J=1,N
IF (J.LT.I) GOTO 7
K=K+1
G(I,J)=S(K)
G(J,I)=S(K)
7 CONTINUE
RETURN
END

```

Sous programme du produit de deux matrices.

```

SUBROUTINE PROD(A,B,N,M,L,C)
DOUBLE PRECISION A(N,M),B(M,L),C(N,L),S
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,L
S=0.
DO 2 K=1,M
2 S=S+A(I,K)*B(K,J)
1 C(I,J)=S
RETURN
END

```

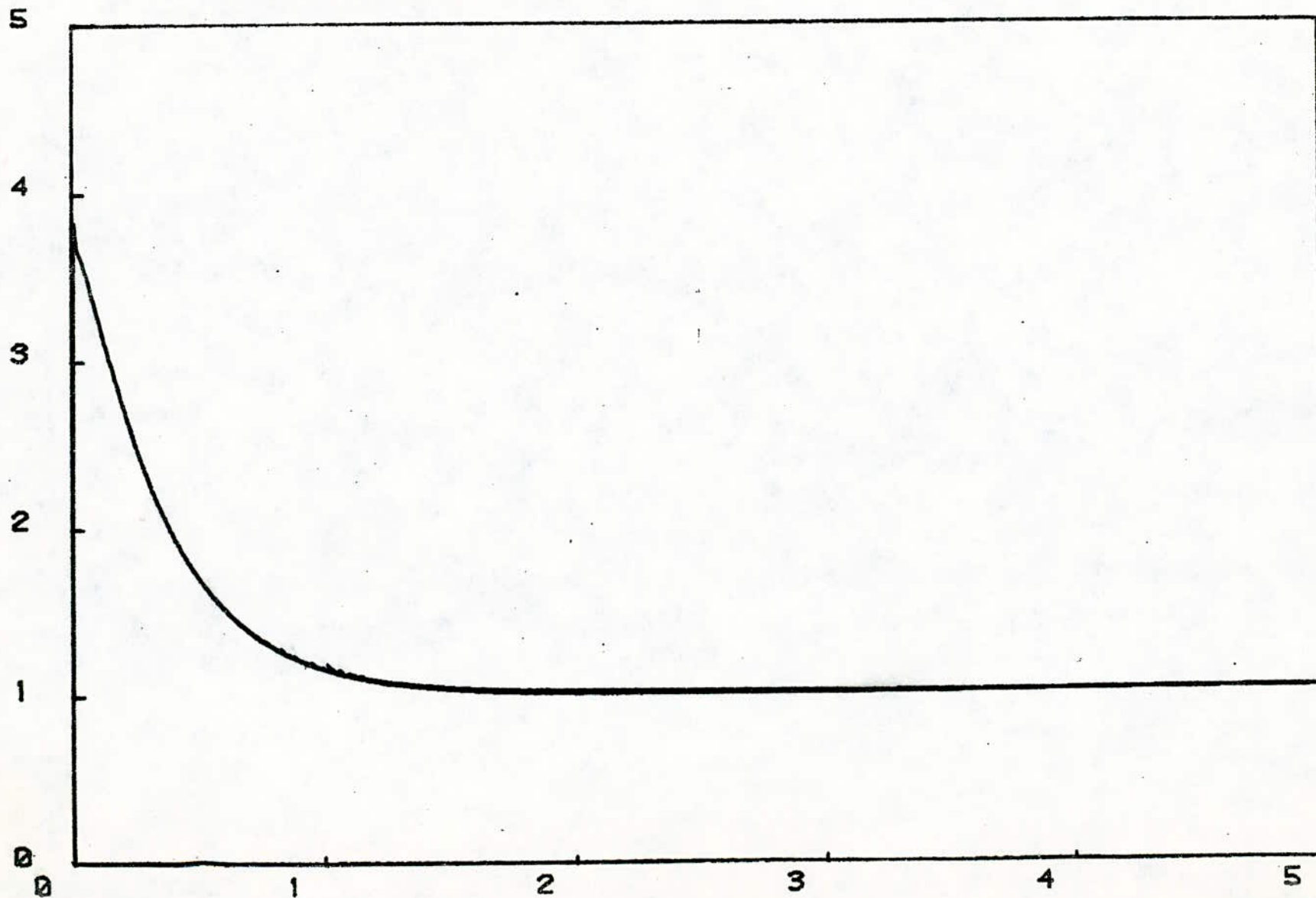


```

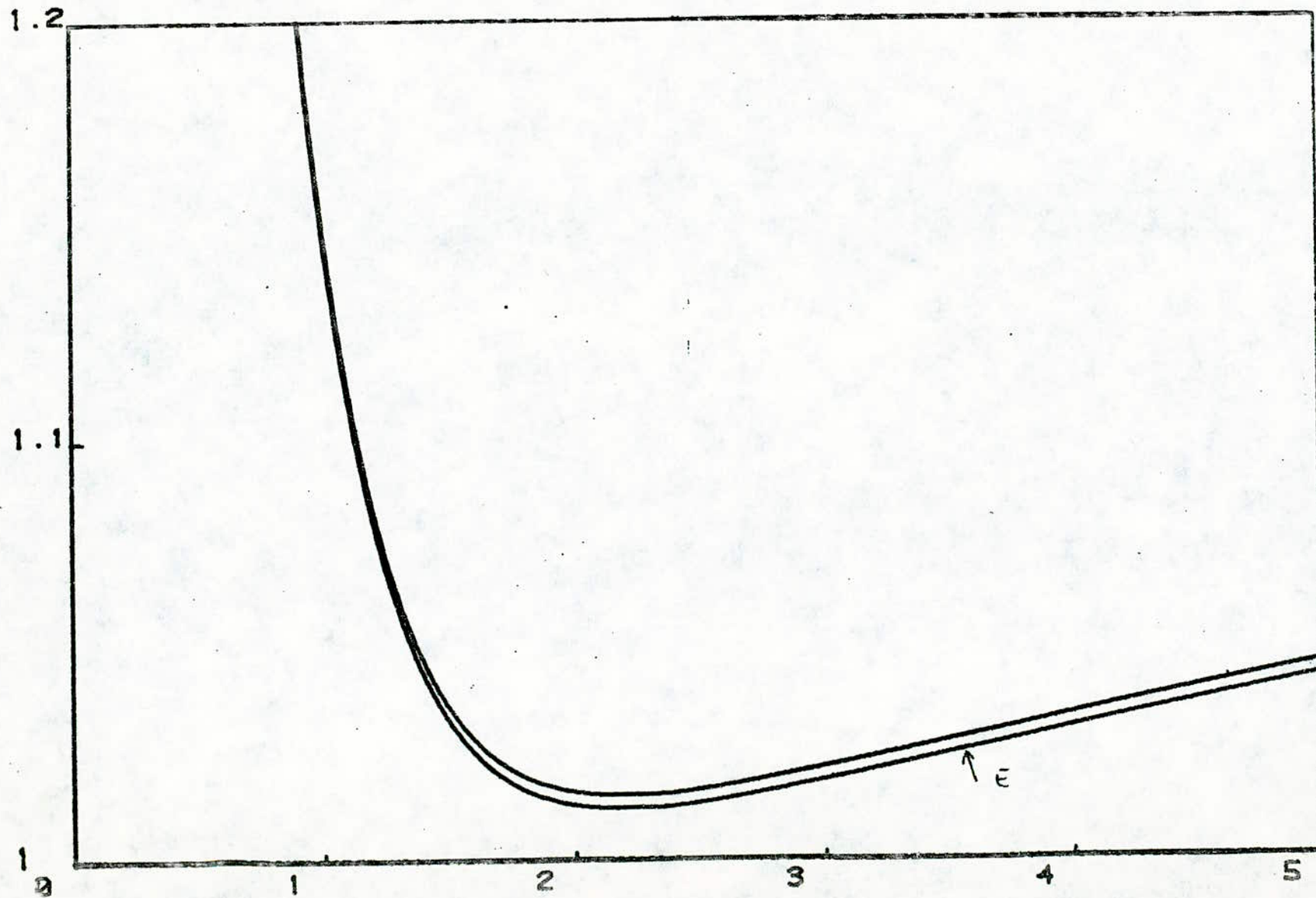
      * DOUBLE PRECISION F(3,3),B(3,1),E(3,3),A(3,3)
      DOUBLE PRECISION S(3,3),H(3,3),B1(3,1),D(3,3)
      DIMENSION IL(3),IC(3)
C     LA MATRICE A
      S(1,1)=8858.19266
      S(1,2)=3445.6369
      S(1,3)=0.
      S(2,1)=10.10188
      S(2,2)=117.84078
      S(2,3)=-125.82981
      S(3,1)=102629.83119
      S(3,2)=6202.14642
      S(3,3)=-963950.9007
C     LA MATRICE H
      H(1,1)=0.
      H(1,2)=0.
      H(1,3)=1359.6725
      H(2,1)=0.
      H(2,2)=0.
      H(2,3)=0.
      H(3,1)=0.
      H(3,2)=0.
      H(3,3)=511.2659
C     LA MATRICE B
      B1(1,1)=479.
      B1(2,1)=0.
      B1(3,1)=441.38413
C     LA MATRICE D
      D(1,1)=-1430.17004
      D(1,2)=0.
      D(1,3)=0.
      D(2,1)=0.
      D(2,2)=0.
      D(2,3)=0.
      D(3,1)=-2574.30601
      D(3,2)=8835.24449
      D(3,3)=441.38413
      N=1
      M=3
      EPS=1.E-08
      CALL DMRINV(S,F,N,KOD,DET,EPS,IC,IL)
      IF(KOD.EQ.1) WRITE(108,1)
1     FORMAT(10X,'LA SOLUTION EST SING.',//)
      WRITE(108,2)
2     FORMAT(20X,'LA MATRICE F INVERSE DES',//)
      WRITE(108,3)((F(I,J),J=1,N),I=1,N)
3     FORMAT(3(3X,F20.15),//)
      CALL PRCD(F,H,N,N,N,A)
      WRITE(108,4)
4     FORMAT(20X,'LA MATRICE A',//)
      WRITE(108,3)((A(I,J),J=1,N),I=1,N)
      CALL PRCD(F,B1,N,N,N,B)
      WRITE(108,5)
5     FORMAT(20X,'LA MATRICE B',//)
      WRITE(108,6)((B(I,J),J=1,M),I=1,N)
6     FORMAT(10X,F20.16,//)
      CALL PRCD(F,D,N,N,N,E)
      WRITE(108,7)
7     FORMAT(20X,'LA MATRICE E',//)

      WRITE(108,3)((E(I,J),J=1,N),I=1,N)
      STOP
      END
```

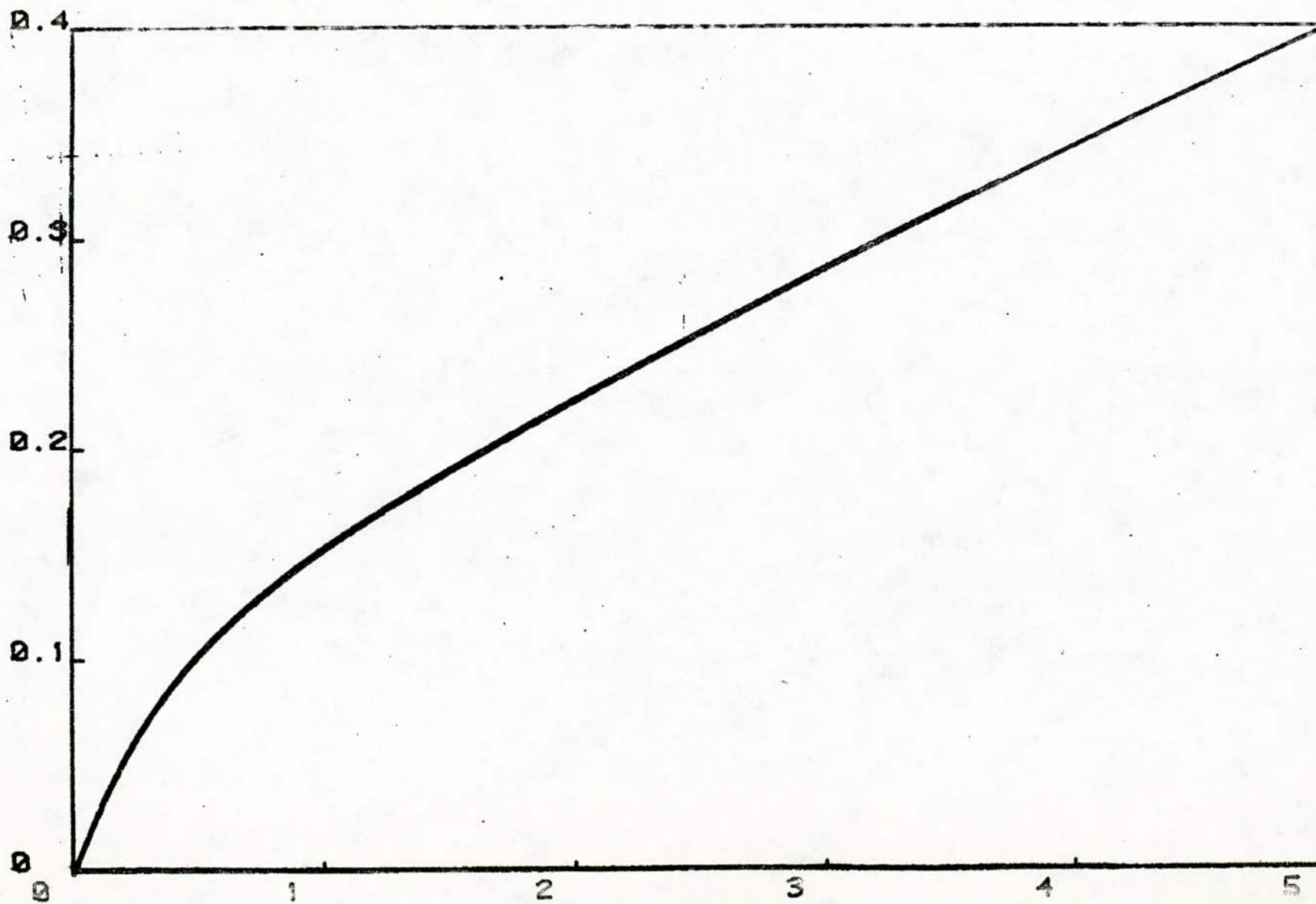
*** COURBES DONNANTS LA DENSITE NEUTRONIQUE DU COEUR * *
AVANT ET APRES ESTIMATION.



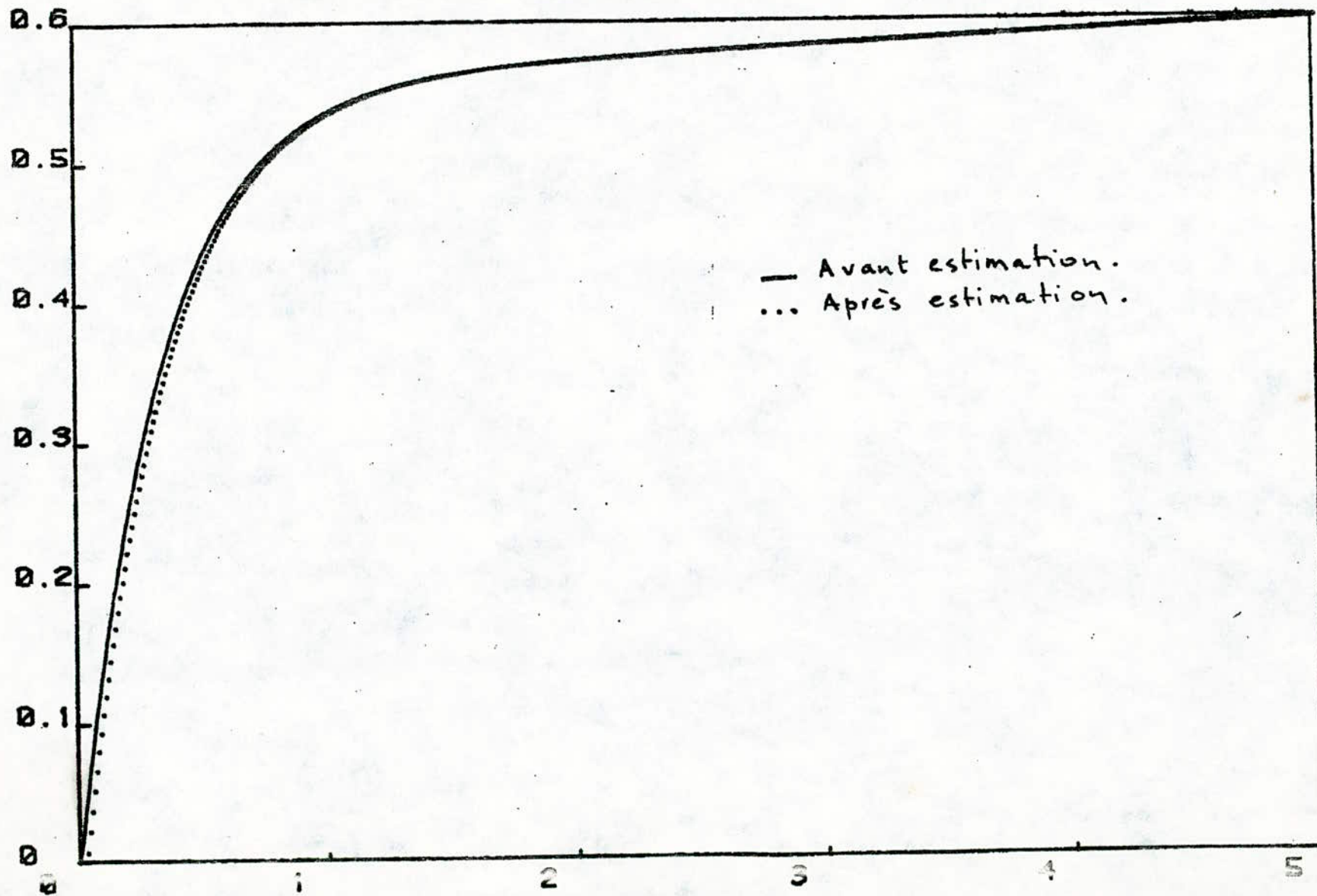
*** COURBES DONNANTS LA DENSITE NEUTRONIQUE DU COEUR ***
AVANT ET APRES ESTIMATION.



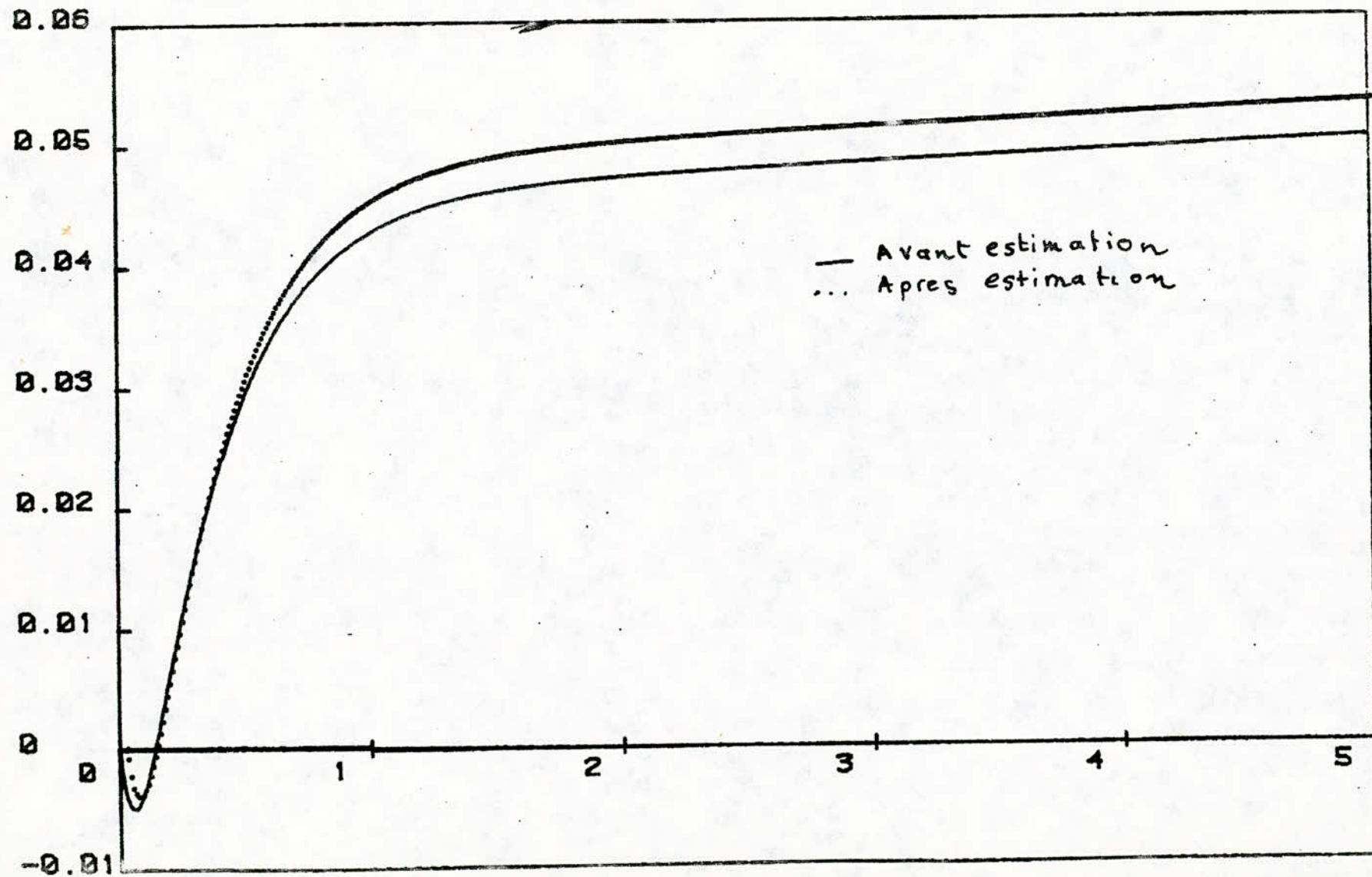
*** COURBES DONNANTS LA CONCENTRATION EN PRECURSEURS ***
AVANT ET APRES ESTIMATION.



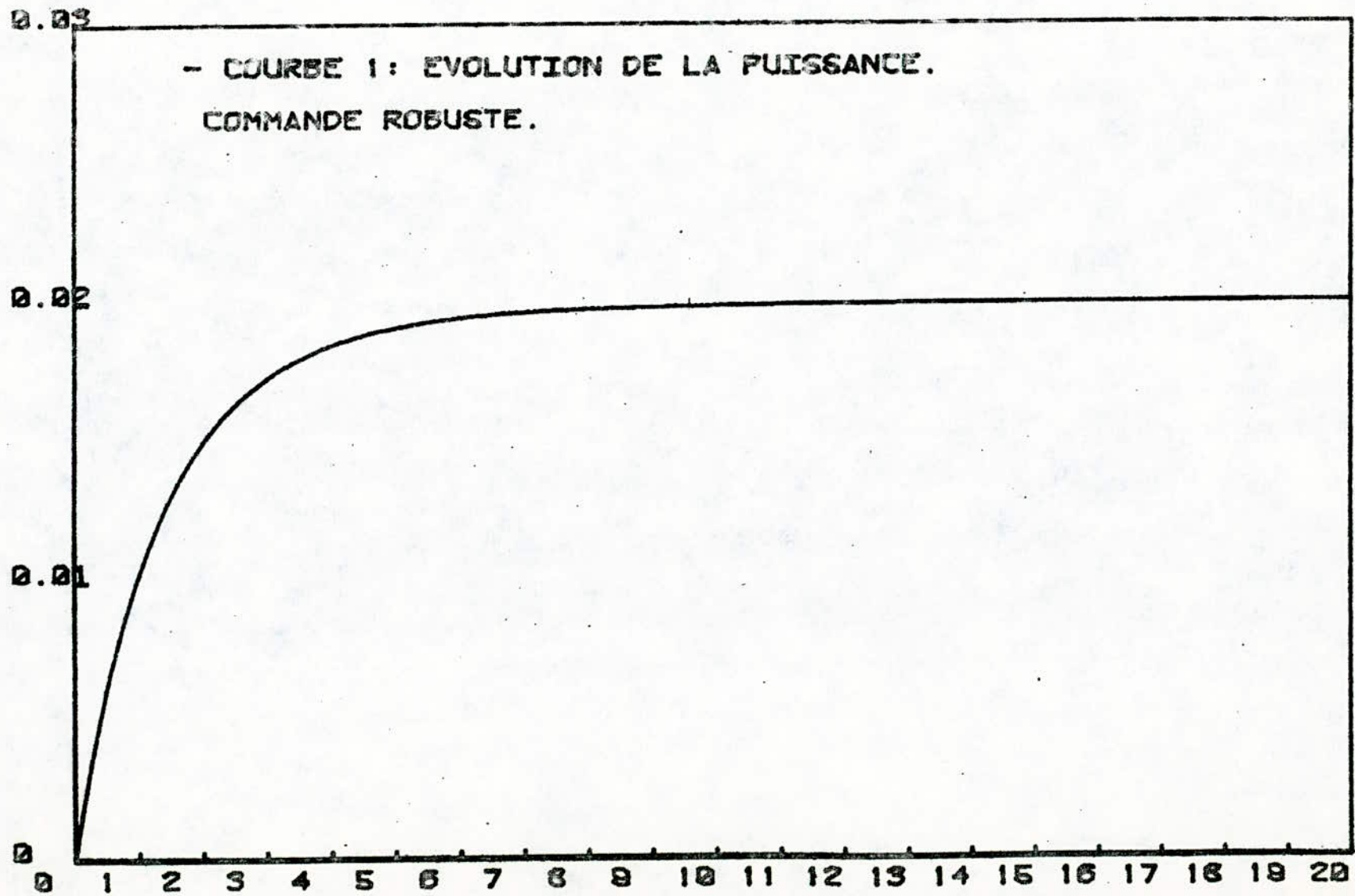
*** COURBES DONNANTS LA TEMPERATURE DU COMBUSTIBLE ***
AVANT ET APRES ESTIMATION.



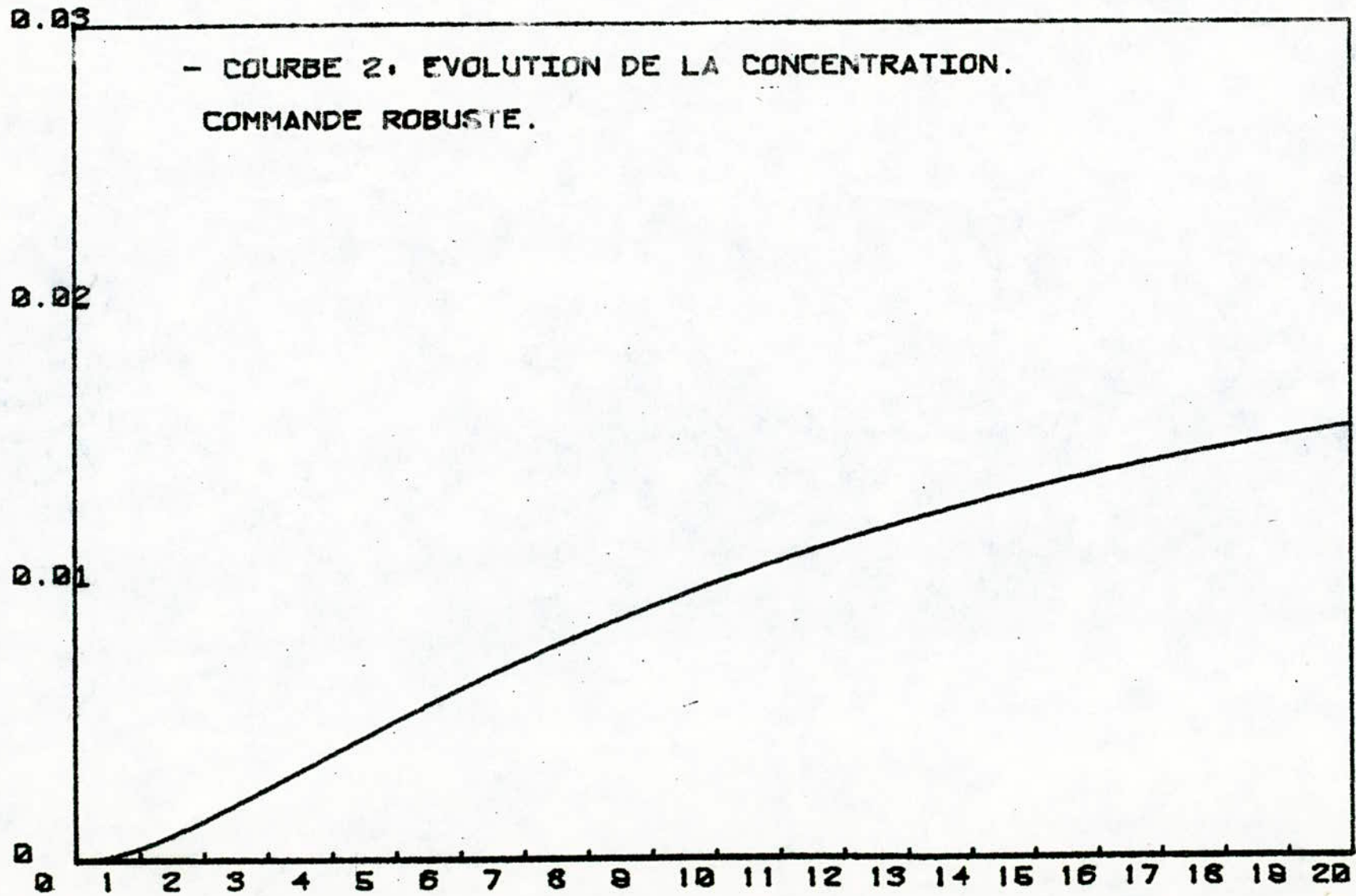
*** COURBES DONNANTS LA TEMPERATURE TM ***
AVANT ET APRES ESTIMATION.



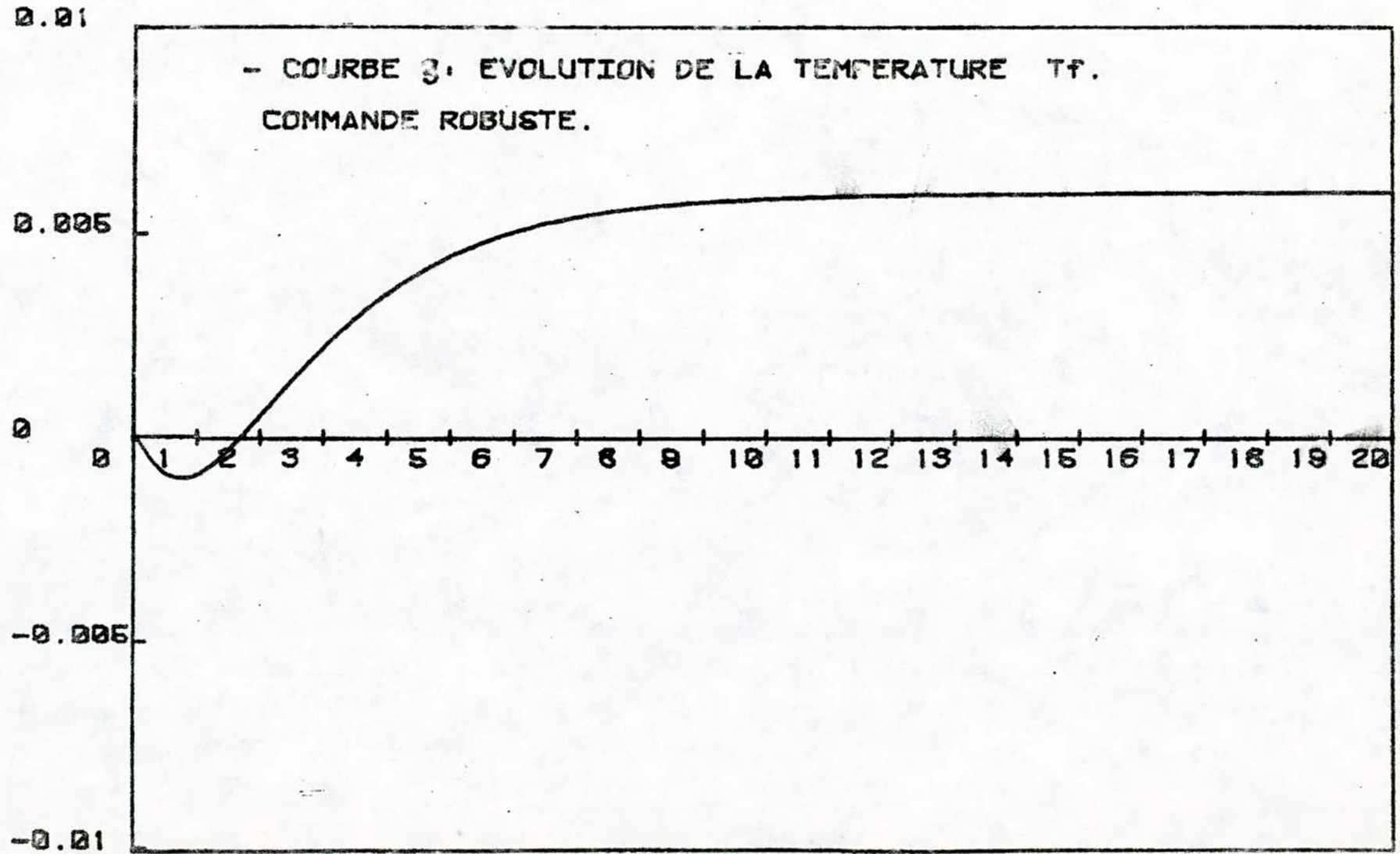
*** REPONSE A UN ECHELON DE DEMANDE DE PUISSANCE ***



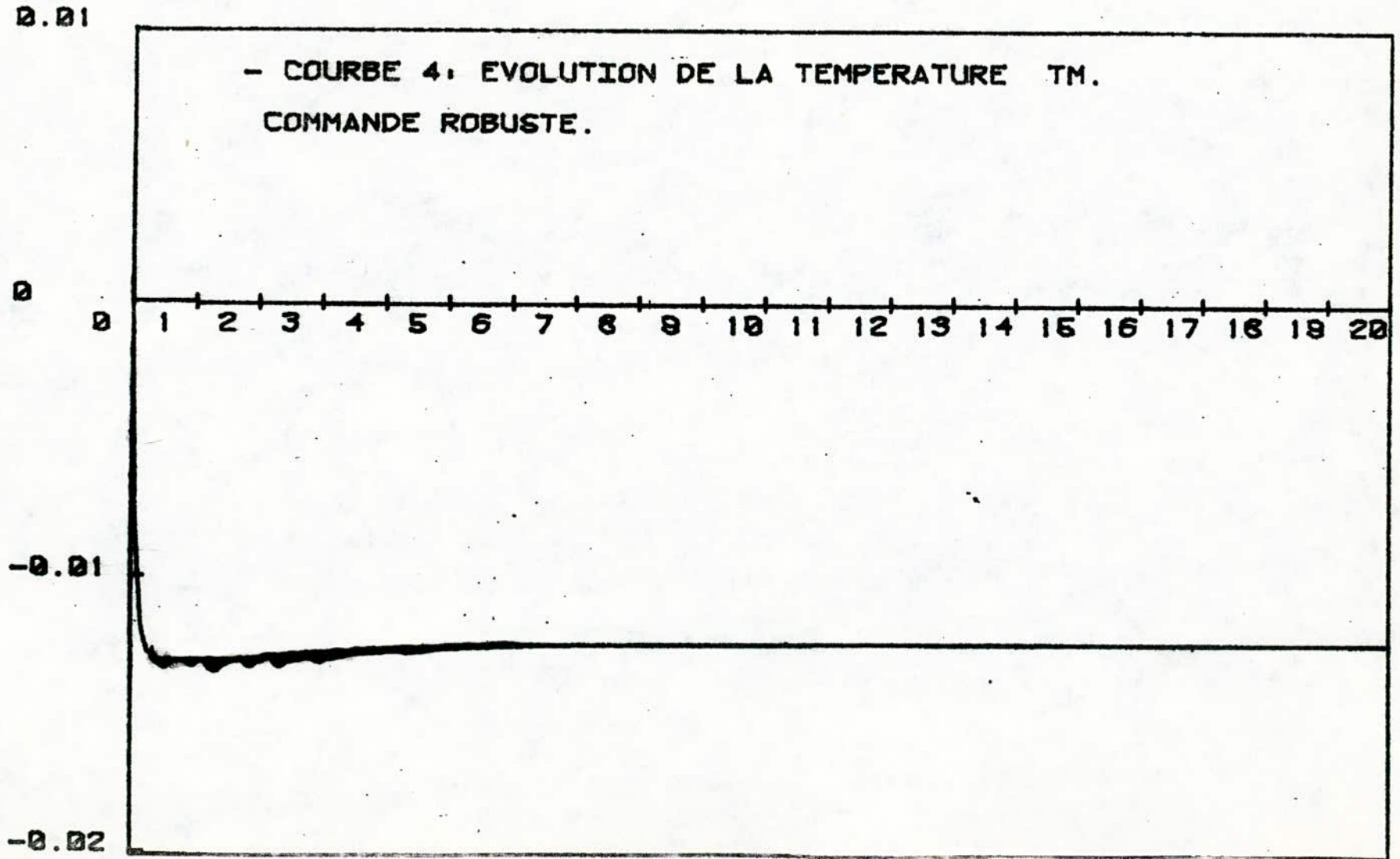
*** REPONSE A UN ECHELON DE DEMANDE DE PUISSANCE ***



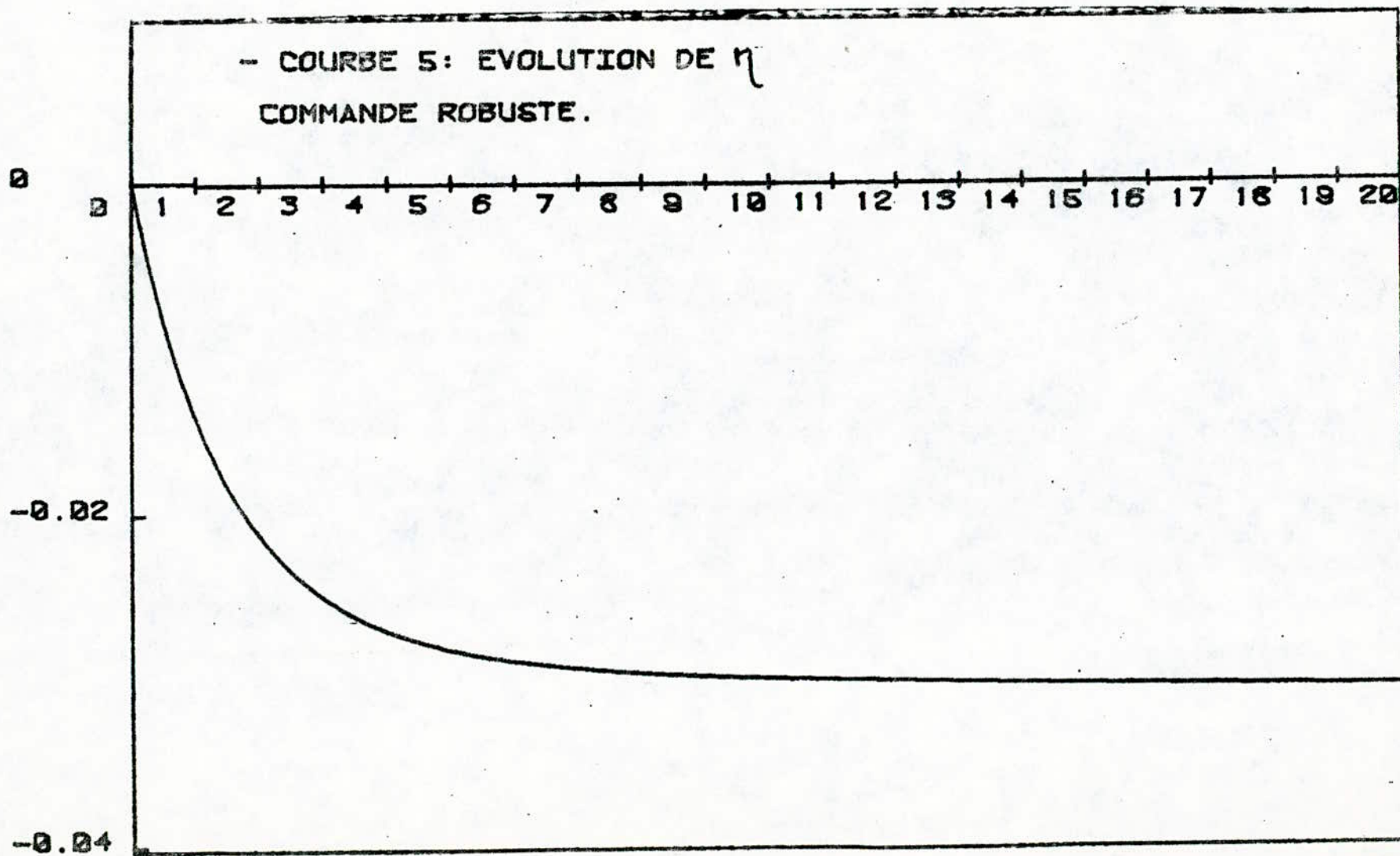
*** REPOSE A UN ECHELON DE DEMANDE DE PUISSANCE ***



*** REPONSE A UN ECHELON DE DEMANDE DE PUISSANCE ***



*** REPONSE A UN ECHELON DE DEMANDE DE PUISSANCE ***



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] E. J. DAVISON " Robust control of a general Servomechanism. Problem: the Servo compensator"
 [2] Automatica Vol 11 pp. 461 - 471
- [3] E. J. DAVISON - I. J. FERGUSON " The design of controllers For the Multivariable Robust Servomechanism Problem Using Parameter Optimization Methods"
 IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-26
 pp 93-109 . Febr 1981
- [4]-[5] P. DARMON
 Theorie de commande temporelle.
 Ecole superieure d'electronique
 Année 75
- [6] Ion Roitenberg
 Theorie du controle Automatique
 Edition MIR
 1974
- [7] IEEE transaction on automatic contr.
 " on an Iterative technique for Riccati Equation
 Computation"
 Feb. 68 . pp 135-137
- [7] IEEE transaction on automatic control, Feb. 70
 " on Alternate approach to expanding
 $PA + A^T I = -Q$. pp. 135-137
- [8] These de Magister " Etude analogique du fonctionnement
 et du controle d'une centrale
 P.W.R 900 MWe
 Année 78 par B. SAÏCHI et M. REZIG (C.E.N)