

M0038/92A

THÈSE

présentée

A L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

en vue de l'obtention

du grade de MAGISTER

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة —
Ecole Nationale Polytechnique

Spécialité : Electrotechnique

par

Nassiba YAKER née OUSSEDIK

Ingénieur

Département de GENIE ELECTRIQUE

**EFFETS DE COURBURE DANS LES MACHINES
A RELUCTANCE VARIABLE
A STATOR LISSE**

SOUTENUE le 08 Juillet 1992, devant la commission d'examen:

A. FARAH	Maître de conférence	Président
S. DJEMA	Chargée de cours	Rapporteur
M.E.H. ZAIM	Maître de conférence	Rapporteur
B. LAPORTE	Professeur	Examinateur
M.E. AGGOUNE	Chargé de cours	Examinateur
S. TAHI	Maître assistant	Examinateur
A. BOUBEKEUR	Chargé de cours	Examinateur

THESE

présentée



A L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

en vue de l'obtention

du grade de MAGISTER

Spécialité : Electrotechnique

par

Nassiba YAKER née OUSSEDIK

Ingénieur

Département de GENIE ELECTRIQUE

**EFFETS DE COURBURE DANS LES MACHINES
A RELUCTANCE VARIABLE
A STATOR LISSE**

SOUTENUE le 08 Juillet 1992, devant la commission d'examen:

A. FARAH	Maître de conférence	Président
S. DJEMA	Chargée de cours	Rapporteur
M.E.H. ZAIM	Maître de conférence	Rapporteur
B. LAPORTE	Professeur	Examineur
M.E. AGGOUNE	Chargé de cours	Examineur
S. TAHI	Maître assistant	Examineur
A. BOUBEKEUR	Chargé de cours	Examineur

Ce travail a été réalisé au sein du département Génie électrique sous la direction de Madame S.DJEMA et de Monsieur M.E.ZAIM.

Je tiens à assurer Madame S.DJEMA de ma grande reconnaissance pour sa confiance et sa compréhension. Je lui suis redevable de la qualité des conseils qu'elle m'a toujours prodigués.

Que Monsieur M.E.ZAIM trouve ici l'expression de mes sincères remerciements et de ma profonde gratitude pour l'aide constante qu'il m'a apportée. Grâce à sa disponibilité, ses qualités scientifiques et humaines, nous avons pu mener à bien ce travail.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur A.FARAH pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury.

Je suis très reconnaissante à Monsieur B.LAPORTE pour ses conseils éclairés et l'honneur qu'il a bien voulu me faire en acceptant de participer au jury.

Je remercie Monsieur S.TAHI pour les nombreuses discussions que nous avons eues et pour sa participation au jury d'examen.

Je tiens à remercier Messieurs A.BOUBAKEUR et M.E.AGGOUN pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail en acceptant de le juger.

Je ne saurais oublier ceux qui m'ont facilité ce travail, et tout particulièrement Madame D.SEBAIBI et Messieurs H.SARI H.DJOUZI et H.BENMESSAOU.

Je remercie chaleureusement Mesdemoiselles H.SAHRAOUI, N.BOUMBAR et N.ABOUN, ainsi que Messieurs H.IDJERAOUI et K.ALITOCHE pour leur aide amicale et l'ambiance favorable qu'ils ont su créer.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : STRUCTURES DE MRV	
I.1 INTRODUCTION.....	3
I.2 STRUCTURES DE MRV.....	3
I.2.1 Machines à simple denture	4
I.2.2 Machine à double denture	6
I.3 DESCRIPTION DE LA MACHINE ETUDIEE ET MISE EN EQUATIONS	10
I.4 CALCUL DES INDUCTANCES Ld et Lq.....	16
I.4.1 Hypothèses de calcul.....	18
I.4.2 Conditions aux limites.....	20
I.4.3 Equations à résoudre et expression des inductances.....	23
CHAPITRE II : MODELISATION NUMERIQUE	
II.1 INTRODUCTION.....	25
II.2 FORMULATION PAR ELEMENTS FINIS.....	25
II.2.1 Formulation variationnelle.....	25
II.2.2 Discrétisation et approximation.....	27
II.2.3 Minimisation de la fonctionnelle.....	29
II.2.4 Assemblage.....	31
II.3 MODELISATION PARAMETRIQUE.....	32
II.4 CALCUL INFORMATIQUE.....	34

II.4.1 Programme de maillage.....	35
II.4.2 Programme de calcul.....	37

CHAPITRE III : EXPLOITATION DES RESULTATS

III.1 INTRODUCTION.....	43
III.2 MODELE X-Y.....	43
III.2.1 Variation de l'induction normale à la surface du stator.....	43
III.2.2 Variation des inductances en fonction des paramètres géométriques.....	44
III.2.3 Optimisation de l'ouverture de la dent rotorique.....	47
III.3 COMPARAISON DES MODELES X-Y ET R- θ	51
III.3.1 Généralités.....	51
III.3.2 Variation de l'erreur relative sur X_d	52
III.3.3 Variation de l'erreur relative sur X_q	59
 CONCLUSION	 66
 ANNEXES	 68
 BIBLIOGRAPHIE	 80

NOTATIONS

A (Wb/m)	:	potentiel vecteur
A_i^e (Wb/m)	:	valeur du potentiel vecteur au noeud i de l'élément e du maillage
A^e (Wb/m)	:	potentiel vecteur dans l'élément e
B_y (T)	:	composante normale de l'induction magnétique
B (T)	:	induction magnétique
e_1, e_2	:	épaisseur réduite du petit entrefer, du grand entrefer
E (V)	:	f.e.m de saillance
I (A)	:	valeur efficace du courant diphasé
i_d, i_q (A)	:	courant direct, en quadrature
J_m (A/m)	:	densité superficielle de courant
$J_{d,q}$ (A/m)	:	amplitude de la densité superficielle de courant
K_b	:	coefficient de bobinage
L (m)	:	longueur utile de la machine
L_d, L_q (H)	:	inductance directe et en quadrature
N	:	nombre de spires par pôle et par phase
p	:	nombre de paires de pôles
P (W)	:	puissance active
Q (W)	:	puissance réactive
P' (W)	:	puissance interne
R (Ω)	:	résistance d'une phase statorique
R_m (m)	:	rayon intérieur du stator

- R_r (m) : rayon du rotor
 V (V) : valeur efficace de la tension diphasée
 W_m (J) : énergie magnétique stockée dans la machine
 X_d, X_q (Ω) : réactance directe et en quadrature
 x, y (m) : coordonnées des noeuds du maillage
 Z_r, Z_s : nombre de dents au rotor et au stator
 β (rad) : angle d'ouverture de la dent rotorique
 δ (rad) : angle interne
 ϵ_1, ϵ_2 : erreur relative sur X_d , sur X_q
 ϕ (rad) : déphasage entre le courant et la tension
 λ_d, λ_q : inductance réduite directe, en quadrature
 μ_0 (H/m) : perméabilité du vide
 μ_r : perméabilité relative du matériau rotorique
 ν (m/H) : réluctivité du matériau
 τ_p (m) : pas polaire
 θ (rad) : position du rotor par rapport au stator
 Γ (N.m) : couple électromagnétique
 ω (rad/s) : pulsation de la source statorique
 Ω (rad/s) : vitesse de rotation

INTRODUCTION

Les machines à rotor massif paraissent adaptées aux applications industrielles nécessitant des grandes vitesses de rotation [8],[12]. Leur utilisation est rendue possible par le développement de convertisseurs délivrant des fréquences élevées. A fréquence statorique donnée la machine non excitée possède un faible facteur de puissance [1], mais conduit à une vitesse double de celle développée par la machine excitée homopolaire.

Nous montrons au chapitre I, qu'en se limitant au fondamental de la densité superficielle de courant au stator on peut ramener l'étude de la MRV à rotor massif non excitée à celle d'une machine classique synchrone à pôles saillants dépourvue d'enroulement d'excitation. Les performances d'une telle machine sont déterminées lorsque les réactances synchrones X_d et X_q sont connues.

Différents auteurs négligent l'effet de courbure et étudient la machine sur un modèle développé [2], [10]. Afin de préciser la validité de cette approximation nous calculons les réactances de la machine en utilisant aussi bien le modèle développé (X-Y) que le modèle cylindrique ($R=0$). Ces calculs, présentés au chapitre II sont effectués par la méthode des éléments finis.

Le troisième chapitre est consacré à l'exploitation et l'analyse des résultats. Nous établissons alors les conditions pour lesquelles l'effet de courbure peut être négligé.

CHAPITRE I
STRUCTURE DES MACHINES A
RELUCTANCE VARIABLE (MRV)

I.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les différentes structures de MRV, puis nous décrivons celle faisant l'objet de notre travail; c'est une machine adaptée aux grandes vitesses de rotation, son rotor possède deux dents et ne comporte pas d'enroulement d'excitation.

Nous effectuons sa mise en équation en fonction des réactances synchrones pour deux cas de fonctionnement, l'un à courant fixé, l'autre à tension fixée.

Nous proposons enfin deux modèles d'étude, l'un cylindrique (R- θ) et l'autre développé (X-Y) permettant le calcul de ces réactances à partir de l'énergie magnétique stockée dans la machine.

I.2 STRUCTURES DE MRV

Les structures de MRV sont très variées; on peut cependant les classer en deux familles:

- les machines à simple denture,
- les machines à double denture où le rotor et le stator comportent des dents.

I.2.1 Les machines à simple denture

Elles conviennent particulièrement aux fonctionnements à grandes vitesses de rotation; leur stator est lisse et alimenté à la pulsation ω par un système à p paires de pôles (figure I.1). On distingue les machines hétéropolaires des machines homopolaires.

Pour le premier type de machine, le couple synchrone résulte de la variation des inductances propres du stator en fonction de la position du rotor et sa valeur moyenne est non nulle lorsque le nombre de dents rotoriques vérifie :

$$Z_r = 2p \quad (I.1)$$

La vitesse de rotation est alors donnée par:

$$\Omega = \frac{2\omega}{Z_r} \quad (I.2)$$

Dans le cas de la machine homopolaire, le stator comporte en plus de l'enroulement hétéropolaire, une excitation continue créant le flux homopolaire. Une culasse externe est alors nécessaire à la fermeture du flux.

Le couple s'obtient par variation des inductances propres et des mutuelles entre les deux circuits cités; sa valeur moyenne est non nulle lorsque:

$$Z_r = p \quad (I.3)$$

et le rotor tourne à la vitesse synchrone

$$\Omega = \frac{\omega}{Z_r}$$

(I.4)

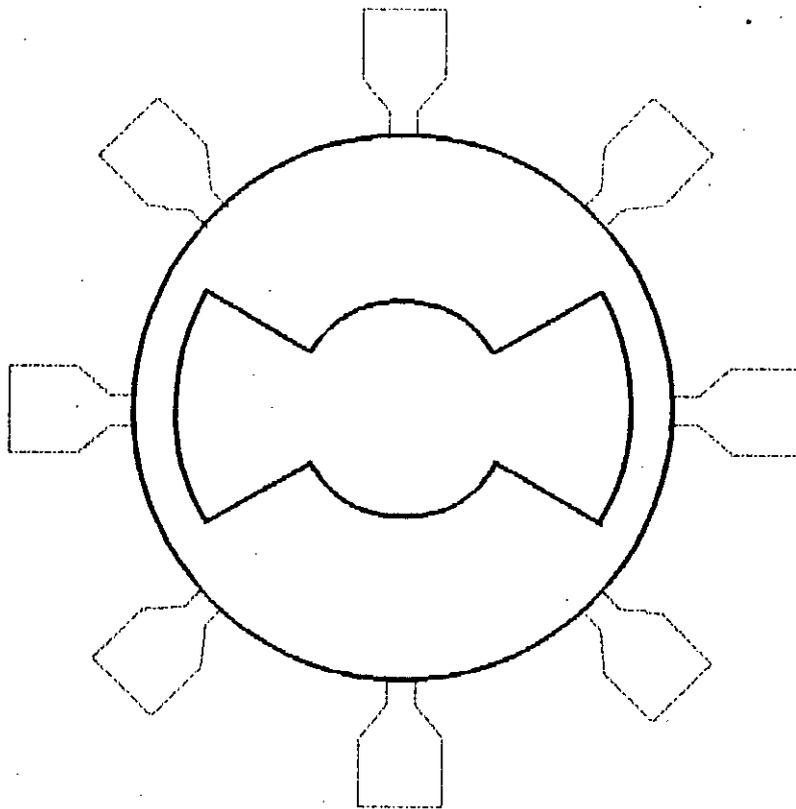


Figure I.1 : Machine à stator lisse

A fréquence statorique donnée la machine non excitée conduit donc à une vitesse double de celle développée par la machine excitée.

Elle présente en outre une simplicité de réalisation en raison de l'absence de culasse de retour du flux, mais elle possède toutefois un facteur de puissance faible (inférieur à 0,6 - 0,7) [1],[2].

I.2.2 Les machines à double denture

Le stator et le rotor présentent un grand nombre de dents. Les enroulements sont bobinés au stator.

La variation des inductances en fonction de la position résulte de l'effet combiné des dentures des deux armatures.

Suivant la géométrie de l'enroulement statorique on distingue deux principaux types de machines:

- Les machines Vernier à enroulements répartis (figure I.2),
- Les machines à plots dentés (figure I.3).

Dans les machines de type Vernier [3], le stator et le rotor comportent respectivement Z_s et Z_r dents; par effet d'interférence ou effet de moiré entre les deux dentures, on observe dans l'entrefer une " onde de perméance " dont le nombre de maximums est $|Z_r - Z_s|$.

Dans le cas où la machine n'est pas excitée, ce système est équivalent au circuit magnétique d'une machine à stator lisse telle que :

$$|Z_r - Z_s| = 2p \quad (I.5)$$

Les règles de synchronisme obtenues pour les machines à simple denture restent valables à condition de considérer la machine équivalente; si Ω' et Ω désignent respectivement les vitesses de rotation de l'onde de perméance et de la machine on obtient:

$$\Omega' = \frac{2\omega}{Z_r - Z_s} \quad (I.6)$$

$$\Omega = \frac{2\omega}{Z_r} \quad (I.7)$$

Dans le cas où la machine est excitée, ces équations deviennent:

$$\Omega' = \frac{\omega}{Z_r - Z_s} \quad (I.8)$$

$$\Omega = \frac{\omega}{Z_r} \quad (I.9)$$

Avec un rapport élevé entre la fréquence des courants d'alimentation et la vitesse de rotation, la machine Vernier fonctionne comme un motoréducteur électromagnétique et permet d'obtenir des couples élevés à basse vitesse [4].

Lorsque le nombre de dents devient important, il est préférable d'utiliser des machines à plots dentés. Ces machines possèdent au stator des plots munis de dents dont la période est identique à la période des dents au rotor.

On montre que les conditions de fonctionnement de la machine à plots dentés sont analogues à celles de la machine à enroulements répartis [5].

Ce type de machines utilisées essentiellement en fonctionnement pas à pas présente, comme pour la machine Vernier un facteur de puissance très faible, (inférieur à 0,3 - 0,4) [1]. L'addition d'un système d'excitation est alors souhaitable.

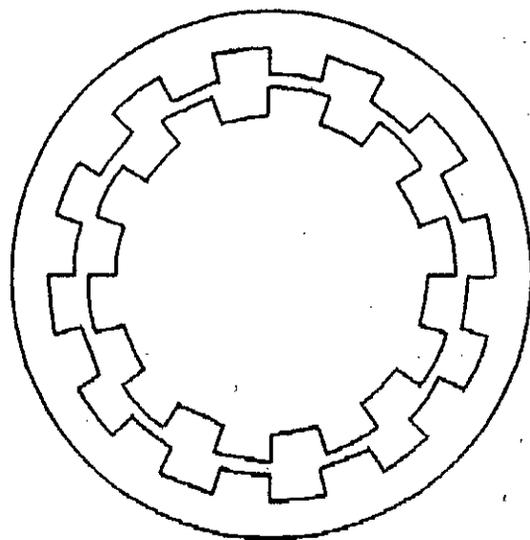


Figure I.2 : Machine à enroulements répartis

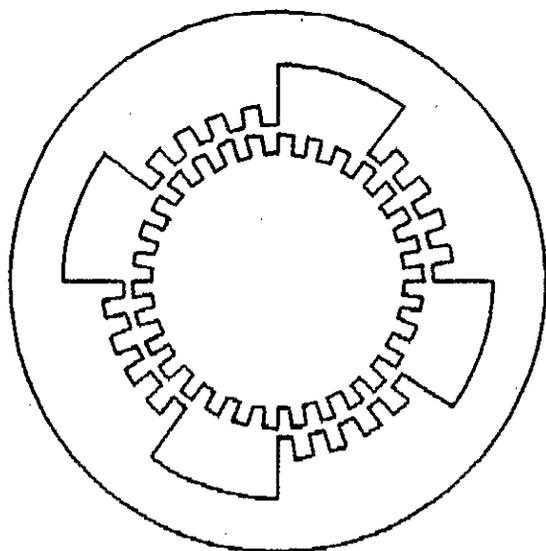


Figure I.3 : Machine à plots dentés

I.3 DESCRIPTION DE LA MACHINE ETUDIEE ET MISE EN EQUATION

La structure retenue est adaptée aux grandes vitesses de rotation (figure I.1) ; elle présente un stator triphasé alimenté par un système de courants équilibrés.

Le stator de rayon R_s comporte des encoches contenant les conducteurs et dont le goulot au niveau de l'entrefer est de largeur suffisamment faible pour ne pas altérer la géométrie de la structure.

En admettant une perméabilité infinie au stator il est possible de remplacer les courants dans ces encoches par une densité superficielle de courant à la sortie de celles ci [6].

Le rotor qui ne comporte pas d'enroulement a une forme cylindrique à la surface duquel se trouvent deux dents diamétralement opposées.

L'étude d'une telle machine peut se ramener à celle d'une machine classique synchrone à pôles saillants dépourvue d'enroulement d'excitation.

En effet en transformant la machine triphasée en machine diphasée équivalente au moyen de la transformation de Concordia; puis en exprimant les tensions et les courants dans un repère lié au rotor à l'aide de la transformation de Park [7],[8],[2], on obtient l'expression des flux dans le système d-q;

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

où L_d et L_q désignent respectivement les inductances directe et en quadrature de la machine.

En régime permanent synchrone, les équations électriques en convention moteur s'écrivent:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X_q \\ X_d & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (I.11)$$

où $X_d = L_d \omega$, $X_q = L_q \omega$ et R est la résistance d'une phase statorique.

En représentation complexe les courants et les tensions s'écrivent:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= v_d + jv_q \\ \bar{i} &= i_d + ji_q \end{aligned} \quad (I.13)$$

et le système (I.11) peut se traduire par le diagramme de la figure I.4 dont l'équation est donnée par:

$$\bar{v} = (R + jX_q)\bar{i} + \bar{E} \quad (I.14)$$

où $\bar{E} = j(X_d - X_q)i_a$ est la f.e.m. de saillance.

Le calcul de la puissance apparente complexe conduit aux expressions des puissances active et réactive:

$$P = \Re(\bar{v}\bar{i}^*) = v_d i_d + v_q i_q \quad (I.15)$$

$$Q = \Im(\bar{v}\bar{i}^*) = v_q i_d - v_d i_q \quad (I.16)$$

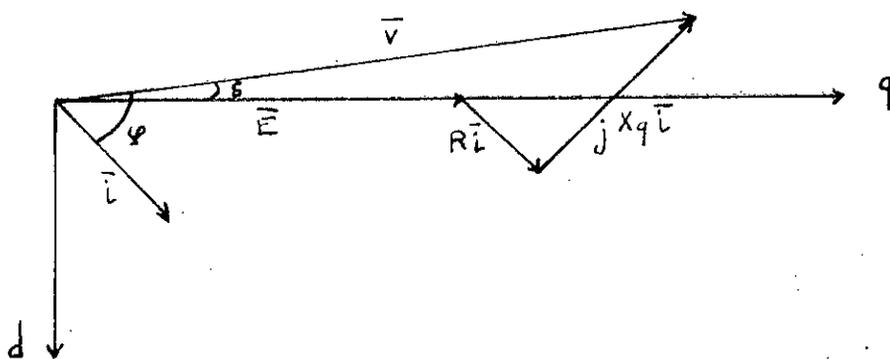


Figure I.4 : diagramme des tensions.

I.3.1 Fonctionnement à courant fixé

A courant imposé on peut exprimer les puissances P et Q en fonction de l'angle θ_0 défini par:

$$\theta_0 = \delta - \varphi - \frac{\pi}{2} \quad (I.17)$$

δ représente l'angle interne c'est à dire le décalage entre la tension de phase et la f.e.m. de saillance. φ est le déphasage du courant par rapport à la tension.

Ces puissances s'écrivent [8]:

$$P = 2RI^2 - (X_d - X_q) I^2 \sin 2\theta_0 \quad (I.18)$$

$$Q = (X_d - X_q) I^2 + (X_d - X_q) I^2 \cos 2\theta_0 \quad (I.19)$$

L'expression du couple est donnée par:

$$\Gamma = - \frac{(X_d - X_q) I^2 \sin 2\theta_0}{\omega} \quad (I.20)$$

Le fonctionnement moteur est obtenu lorsque la puissance interne P' , donnée par:

$$P' = -(X_d - X_q) I^2 \sin 2\theta_0 \quad (I.21)$$

est positive; soit quand $\sin 2\theta_0 < 0$

Le fonctionnement générateur n'est possible que lorsque P est négative, c'est à dire lorsque la condition:

$$\sin 2\theta_0 > \frac{2R}{X_d - X_q} \quad (1.22)$$

est réalisée.

A courant fixé, l'image de la puissance apparente S dans le plan complexe décrit un cercle de rayon $(X_d - X_q)I^2$ centré en $(2RI^2, (X_d + X_q)I^2)$.

La figure 1.5 représente le diagramme des puissances à courant fixé; les puissances active et réactive sont données par les mesures des segments MQ et MP et l'affixe M représente la valeur de la tension efficace.

Au point A, θ_0 est nul et la puissance interne est nulle.

La limite de stabilité correspond à la puissance maximale disponible sur l'arbre, c'est à dire aux points M_0 et G_0 caractérisés par $\theta_0 = + \pi/4$.

Le déphasage ϕ atteint sa valeur maximale au point situé dans la zone d'instabilité. Le facteur de puissance maximal en fonctionnement stable correspond au point M_0 et sa valeur est égale à:

$$(\cos \phi)_{\max} = \frac{2R + (X_d - X_q)}{\sqrt{4R^2 + 4R(X_d - X_q) + 2(X_d^2 + X_q^2)}} \quad (1.23)$$

Dans le cas des machines de grande puissance R est négligeable devant X_d et X_q et nous pouvons alors écrire:

$$(\cos\varphi)_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\frac{X_d}{X_q} - 1}{\sqrt{\frac{X_d^2}{X_q^2} + 1}} < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (I.24)$$

I.3.2 Fonctionnement à tension fixée

Dans ce mode de fonctionnement le paramètre de réglage est l'angle interne δ . Les expressions des puissances active et réactive sont:

$$P = \frac{V^2}{R^2 + X_d X_q} (2R - (X_d - X_q) \sin 2\delta) \quad (I.25)$$

$$Q = \frac{V^2}{R^2 + X_d X_q} ((X_d + X_q) - (X_d - X_q) \cos 2\delta) \quad (I.26)$$

Le diagramme P, Q est donc un cercle centré en:

$$\frac{V^2}{R^2 + X_d X_q} 2R, \quad \frac{V^2}{R^2 + X_d X_q} (X_d + X_q)$$

et de rayon:

$$\frac{V^2}{R^2 + X_d X_q} (X_d - X_q)$$

Au point de fonctionnement M (Figure I.6), les mesures des segments OP et OQ donnent les puissances active P et réactive Q.

En fonctionnement moteur l'angle δ est négatif tandis que le fonctionnement générateur n'est possible que si la condition $2R < (X_d - X_q)$ est satisfaite.

Dans le cas des machines de grande puissance R est faible devant X_d et X_q , la puissance interne est égale à la puissance active et le couple s'écrit:

$$\Gamma = -\frac{V^2}{\omega} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (I.27)$$

I.4 CALCUL DE L_d ET L_q

Nous avons vu que les performances des machines à réluctance variable peuvent être déterminées lorsque les réactances directe et en quadrature sont connues. Leur calcul a fait l'objet de nombreuses études analytiques [9],[10],[6],[2]. Dans le cadre de ce travail, nous adoptons une approche numérique basée sur la méthode des éléments finis pour déterminer la distribution du potentiel vecteur dans la MRV pure et en déduire ainsi les réactances [13].

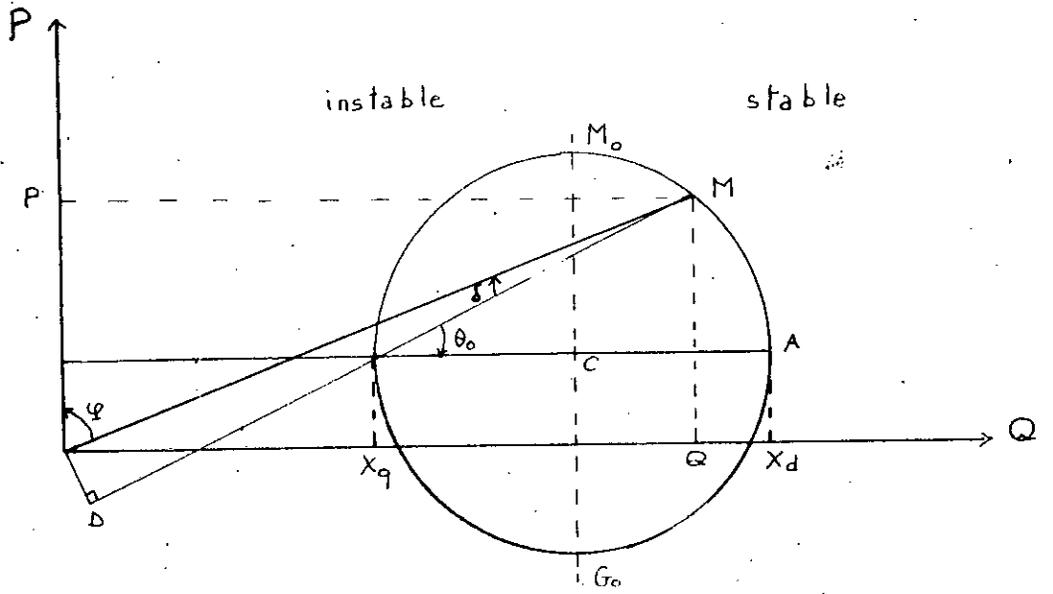


Figure I.5 : Diagramme des puissances
à courant fixé

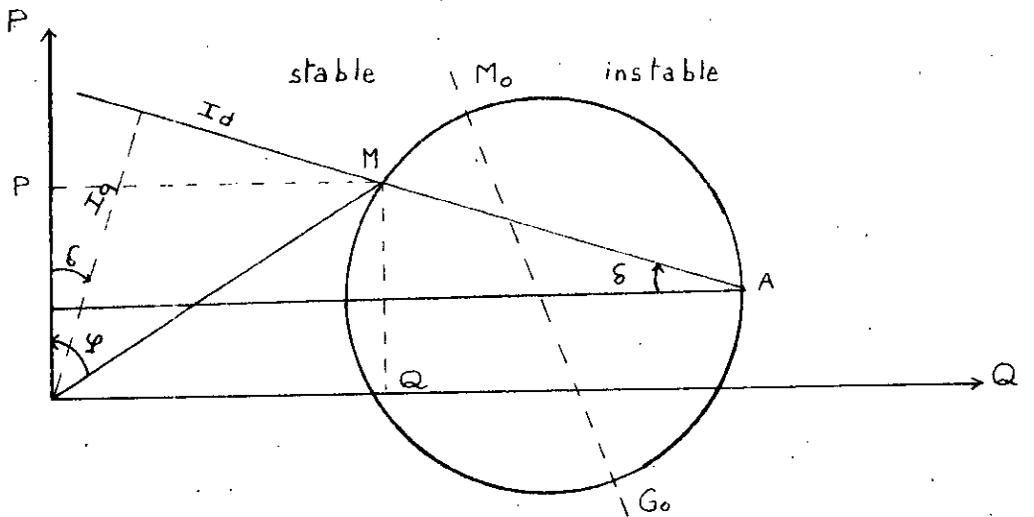


Figure I.6 : Diagramme des puissances
à tension fixée

I.4.1 Hypothèses de calcul

Pour calculer L_d et L_q nous adoptons les hypothèses suivantes:

Nous nous limitons au fondamental de la densité de courant qui s'écrit:

$$J_r(\theta) = K_o(i_d \sin\theta + i_q \cos\theta)$$

où le coefficient K_o est défini par:

$$K_o = 3NK_b p / (\pi R_s)$$

avec N : nombre de spires par pôle et par phase,

K_b : coefficient de bobinage,

p : nombre de paires de pôles,

R_s : rayon interne du stator.

Nous négligeons les effets d'extrémité, les diverses grandeurs électromagnétiques ne dépendent alors plus de la direction axiale z et nous pouvons choisir un potentiel vecteur ne comportant qu'une seule composante axiale A .

Nous considérons que le matériau rotorique est homogène, isotrope et caractérisé par une perméabilité magnétique et une conductivité électrique constantes.

Différents auteurs [9],[10],[2] négligent l'effet de courbure et ramènent l'étude de la machine à une structure développée où les axes orthogonaux Ox et Oy sont liés au rotor.

Afin de préciser la validité de cette approximation, nous calculons les performances de la machine en utilisant aussi bien le modèle développé que le modèle cylindrique.

Lorsqu'on ne s'intéresse qu'aux problèmes d et q on peut limiter le domaine d'étude à un demi-pas polaire $\tau_p/2$ comme indiqué sur la figure I.7

Le modèle développé peut être obtenu par la transformation conforme définie en annexe I. Le centre de la machine étant rejeté à l'infini on limite le modèle d'étude par la ligne AD caractérisée par la hauteur e_3 (figure I.7) au delà de laquelle on considère qu'il n'y a plus de ligne de champ. e_3 est obtenue par approches successives de telle sorte qu'elle soit la plus petite, et qu'une variation Δe_3 de celle ci ne modifie pas les valeurs des inductances de la machine.

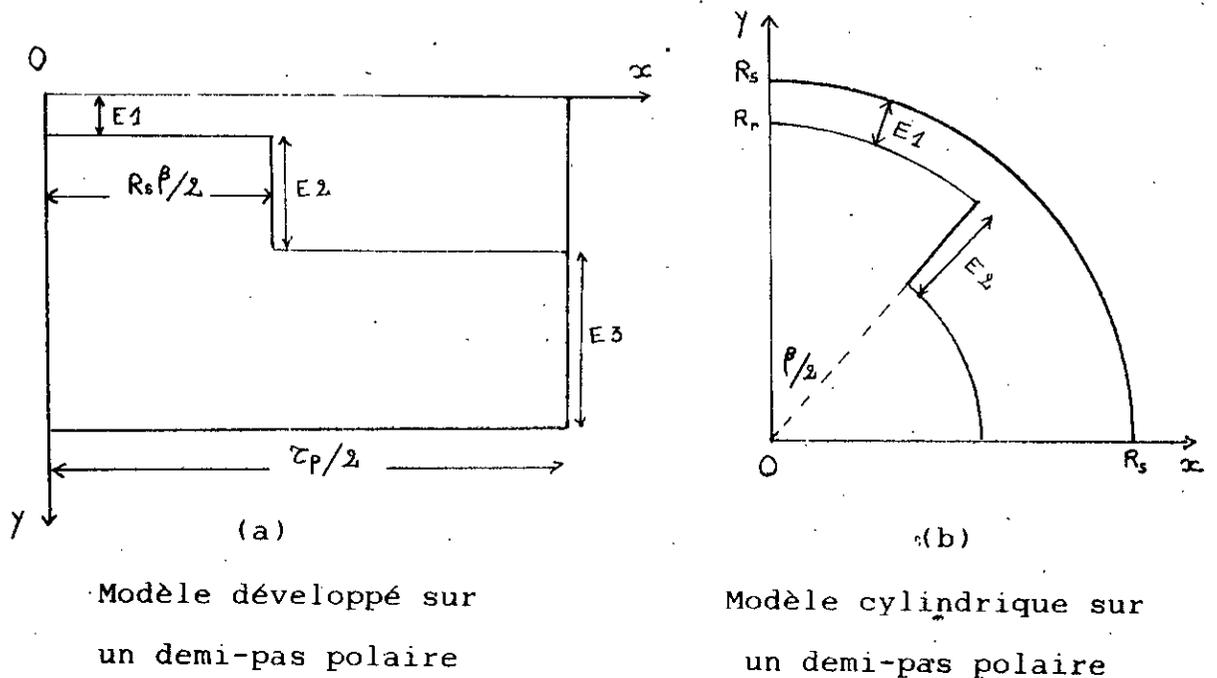


Figure I.7 : Modèles d'étude

I.4.2 Conditions aux limites

Compte tenu des hypothèses précédemment admises, lorsque le rotor se place suivant la position directe, BA et AD sont des lignes de champ, le potentiel vecteur y est constant et sa valeur se ramène au choix du potentiel au centre du rotor.

On peut choisir $A=0$ sur BA et AD

Sur la surface DC, seule la composante normale du champ existe, ce qui se traduit par:

$$\partial A / \partial n = 0 \text{ sur DC}$$

A la surface du stator, la composante tangentielle du champ est imposée par la densité superficielle de courant que nous avons supposée distribuée sinusoidalement. On a:

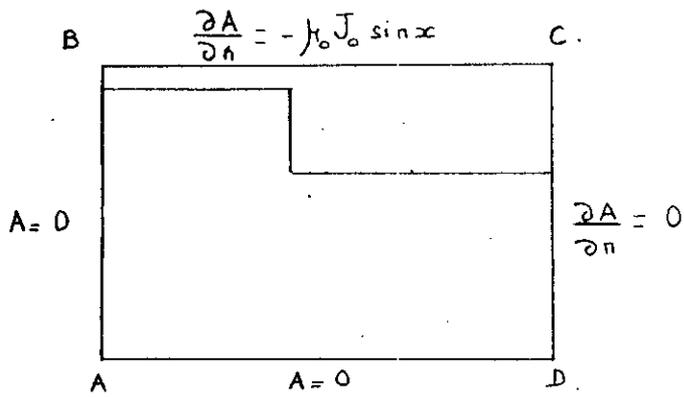
$$\partial A / \partial n = -\mu_0 J_0 \sin x$$

Lorsque le rotor se place suivant la position en quadrature, AD et DC sont des lignes de champ et sur la surface AB seule la composante normale du champ existe.

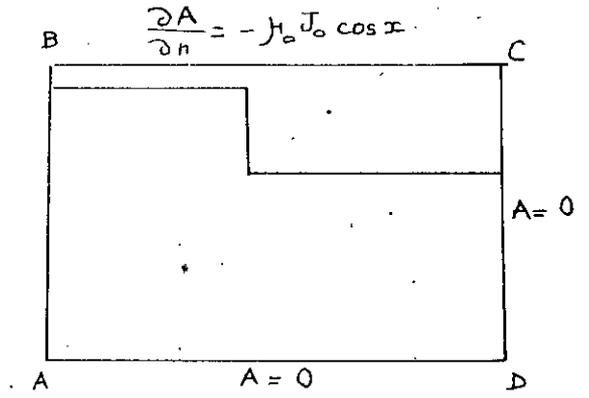
A la surface du stator, la composante tangentielle du champ magnétique est imposée par la densité de courant distribuée sinusoidalement. On a:

$$\partial A / \partial n = -\mu_0 J_0 \cos x$$

Ces conditions aux limites sont résumées sur les figures I.8 et I.9

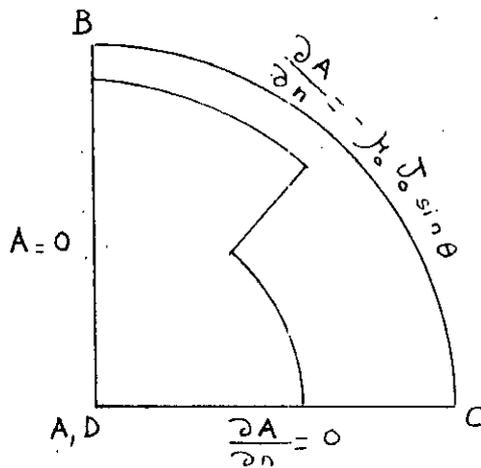


(a) Problème d

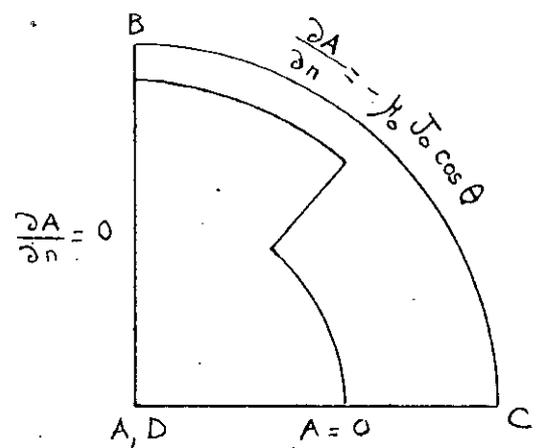


(b) Problème q

Figure I.8 : Conditions aux limites sur le modèle développé.



(a) Problème d



(b) Problème q

Figure I.9 : Conditions aux limites sur le modèle cylindrique

I.4.3 Equations à résoudre et expressions des inductances

Dans les domaines représentés sur les figures I.8 et I.9, il n'y a pas de courant et on doit résoudre:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{I.28})$$

où v est la réductivité magnétique correspondant soit à l'entrefer soit au matériau rotorique.

L'énergie magnétique stockée dans la machine de longueur unité peut être calculée à partir de la connaissance du potentiel vecteur A ainsi que de la densité superficielle de courant J_s en tout point de la surface du stator. On a:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} A(\theta) J_s(\theta) d\theta \quad (\text{I.29})$$

En écrivant l'énergie sous la forme:

$$W_m = \frac{1}{2} (L_d i_d^2 + L_q i_q^2) \quad (\text{I.30})$$

On peut déduire L_d et L_q à partir de positions particulières du rotor, correspondant à $i_d=0$ et $i_q=0$.

$$i_d = 0 \quad W_m = W_q = \frac{L_q i_q^2}{2}$$

$$i_q = 0 \quad W_m = W_d = \frac{L_d i_d^2}{2}$$

La résolution de l'équation I.28 est obtenue par une approche numérique basée sur la méthode des éléments finis.

CONCLUSION

Nous avons montré que la connaissance des réactances est nécessaire à la détermination des performances de la machine. Utilisant les deux modèles précédemment décrits, nous allons calculer ces réactances en adoptant une approche numérique basée sur la méthode des éléments finis.

CHAPITRE II

MODELISATION NUMERIQUE

II.1 INTRODUCTION

Nous avons exprimé, au chapitre précédent, les inductances synchrones en fonction de la densité superficielle de courant J_s ainsi que du potentiel vecteur A à la surface du stator. J_s étant imposé par l'alimentation, nous déterminons le potentiel A à l'aide d'une méthode variationnelle par éléments finis. Nous ramenons alors le problème défini par l'équation (I.28) à celui de la minimisation de la fonctionnelle énergie.

Le domaine d'étude est discrétisé en sous domaines élémentaires Ω_e , dans lesquels le potentiel vecteur est approximé par une fonction polynomiale. Nous déduisons alors un système matriciel à résoudre dont les inconnues sont les valeurs du potentiel vecteur aux noeuds du maillage.

L'organisation des programmes de maillage et de calcul du champ pour les deux modèles définis précédemment est ensuite présentée.

II.2 FORMULATION PAR ELEMENTS FINIS

II.2.1 Formulation variationnelle .

Dans le cas bidimensionnel, la fonctionnelle \mathcal{F} peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathcal{F} = \iint_{\Omega} f(A, A'_x, A'_y) d\Omega \quad (\text{II.1})$$

où :

$$A'_x = \frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{et} \quad A'_y = \frac{\partial A}{\partial y} \quad (\text{II.2})$$

Minimiser la fonctionnelle revient à résoudre les équations d'Euler données par [14],[15],[16],[17] :

$$\frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial A'_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial A'_y} \right) = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{\partial F}{\partial A'_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial A'_y} n_y = 0 \quad (\text{II.4})$$

L'équation (II.4) traduit des conditions aux limites de type Neumann (voir annexe II).

La fonctionnelle énergie représentative de l'état du système s'écrit [18],[19],[20],[21] :

$$\mathcal{F} = \int_{\Omega} \left[\int_0^B \nu B \cdot db + \frac{\sigma}{2} \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{J} \cdot \vec{A} \right] d\Omega - \int_S (\vec{A} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} ds \quad (\text{II.5})$$

Alors que le premier terme représente l'énergie magnétique totale emmagasinée dans la machine, les second et troisième termes traduisent respectivement la contribution des courants induits et des courants d'excitation à l'intérieur du domaine Ω , enfin le quatrième terme exprime l'énergie d'une source magnétique superficielle répartie sur la surface extérieure.

Dans le cas de la machine étudiée, en régime permanent, il n'y a ni courant d'excitation ni courant induit dans le rotor et la fonctionnelle se réduit alors à :

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} \left(\int_0^B v b \cdot db \right) d\Omega - \int_S (\vec{A} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} ds \quad (\text{II.6})$$

Les équations d'Euler correspondant à la minimisation de \mathcal{J} ne sont autres que l'équation (I.28) associée aux conditions aux limites (voir Annexe II).

En tenant compte des hypothèses simplificatrices décrites au chapitre précédent on peut écrire :

$$\int_S (\vec{A} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} ds = - \int_S A J_s ds \quad (\text{II.7})$$

II.2.2 Discrétisation et approximation

La discrétisation du domaine Ω en domaines élémentaires permet d'exprimer le potentiel vecteur par une approximation polynomiale en fonction des valeurs prises aux noeuds.

Dans le cas de problèmes bidimensionnels, ces fonctions sont de la forme:

$$A^{\circ}(x, y) = \sum_{i=1}^m \alpha_i^{\circ}(x, y) A_i^{\circ} \quad (\text{II.8})$$

Dans cette expression, m représente le nombre de noeuds de l'élément e et A_i^e les valeurs nodales du potentiel vecteur.

Les α_i sont des fonctions de pondération devant vérifier:

$$\alpha_i(x_k, y_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } i=k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Si $\mathcal{P}(A^e)$ est la valeur de l'intégrale sur un élément "e" alors:

$$\mathcal{P}(A) = \sum_{e=1}^{n_e} \mathcal{P}(A^e) \quad (\text{II.10})$$

A^e est une matrice colonne dont les composantes sont les valeurs nodales du potentiel vecteur dans l'élément e .

Le choix d'éléments triangulaires d'ordre 1 impose une variation linéaire de A dans ces domaines élémentaires et conduit à une induction constante dans les éléments.

L'expression du potentiel vecteur dans un élément e s'écrit:

$$A^e(x, y) = \frac{1}{\Delta_e} \sum_{i=1}^3 (a_i^e + b_i^e x + c_i^e y) A_i^e \quad (\text{II.11})$$

où :

$$a_1^e = x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e$$

$$b_1^e = y_2^e - y_3^e \quad (\text{II.12})$$

$$c_1^e = x_3^e - x_2^e$$

$\Delta_e = -2S$, S représentant l'aire du triangle e .

Les autres coefficients sont obtenus par permutation circulaire des indices 1, 2, et 3.

Les noeuds 1, 2, 3 sont distribués aux sommets du triangle dans le sens trigonométrique inverse.

II.2.3 Minimisation de la fonctionnelle

Conformément à l'équation (II.10), les équations de minimisation se traduisent par:

$$\frac{\partial \mathcal{F}(A)}{\partial A_1} - \sum_{I=1}^{n_e} \frac{\partial \mathcal{F}(A^e)}{\partial A_1} = 0 \quad (\text{II.13})$$

Ecrit pour tous les noeuds de la subdivision, l'équation (II.13) conduit à un système matriciel.

Dans le cas de la fonctionnelle énergie donnée par (II.6), la minimisation se traduit par l'écriture matricielle suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{P}(A^e)}{\partial A^e} = [S]^e [A]^e - [F]^e \quad (\text{II.14})$$

La matrice de raideur $[S]^e$ est une matrice carrée qui dépend des coordonnées des noeuds de l'élément e et du matériau. Dans le cas de problèmes linéaires le terme général est donné par [17] :

$$S_{ij} = \int \int_{\Omega_e} v \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j d\Omega_e \quad (\text{II.15})$$

avec $i = 1, 2, 3$ et $j = 1, 2, 3$

La matrice s'écrit alors :

$$[S]^e = \frac{v}{4S} \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ b_1 b_3 + c_1 c_3 & b_2 b_3 + c_2 c_3 & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

La matrice $[F]^e$ est une matrice colonne qui représente les courants de source J_s . Elle s'écrit :

$$[F]^e = \frac{1}{6} L_e \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{s_1} \\ J_{s_2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Le représente la longueur d'un coté du triangle intervenant dans le contour.

Le détail des calculs de ces matrices est donné en annexe III.

II.2.4 Assemblage

En écrivant les équations élémentaires (II.16) et (II.17) pour chacun des éléments e et en utilisant l'équation d'assemblage (II.13), on aboutit à la relation matricielle globale suivante :

$$[S] [A] = [F] \quad (II.18)$$

où, $[S]$ est une matrice carrée de dimension NNO (nombre de noeuds du domaine Ω).

La nature de découpage du domaine de résolution en éléments finis, fait que chaque valeur nodale A_i ne dépend que des valeurs nodales des éléments ayant le noeud i comme point commun. Ainsi le second membre de l'équation (II.16) comporte des termes nuls, ce qui rend la matrice $[S]$ de la relation (II.18) "creuse".

Aussi par une numérotation judicieuse des noeuds de découpage, $[S]$ peut être choisie matrice bande.

Ces propriétés permettent, lors du traitement informatique de ne stocker que la diagonale supérieure.

[A], est une matrice colonne de NNO termes qui représentent les valeurs nodales du potentiel vecteur et constituent les inconnues du système.

[F], est une matrice colonne contenant les NNO termes représentant les courants source.

L'équation (II.18) est résolue itérativement comme indiqué dans les paragraphes suivants.

II.3 MODELISATION PARAMETRIQUE

Pour une généralisation du calcul à l'étude des machines de différents volumes, on considère des domaines de rayon unité.

Toutes les dimensions de la machines sont alors divisées par R_s (figure II.1).

Dans le cas du modèle développé, les abscisses et les ordonnées égales respectivement à $pR_s\theta$ et $pR_s \log R_s / r_s$ deviennent alors dans le cas d'une machine à deux pôles:

$$x = \theta \quad \text{et} \quad y = \log \frac{R_s}{r} \quad (\text{II.19})$$

Tout point M du domaine élémentaire cylindrique est repéré par :

$$x = \frac{r}{R_s} \sin \theta \quad \text{et} \quad y = \frac{r}{R_s} \cos \theta \quad (\text{II.20})$$

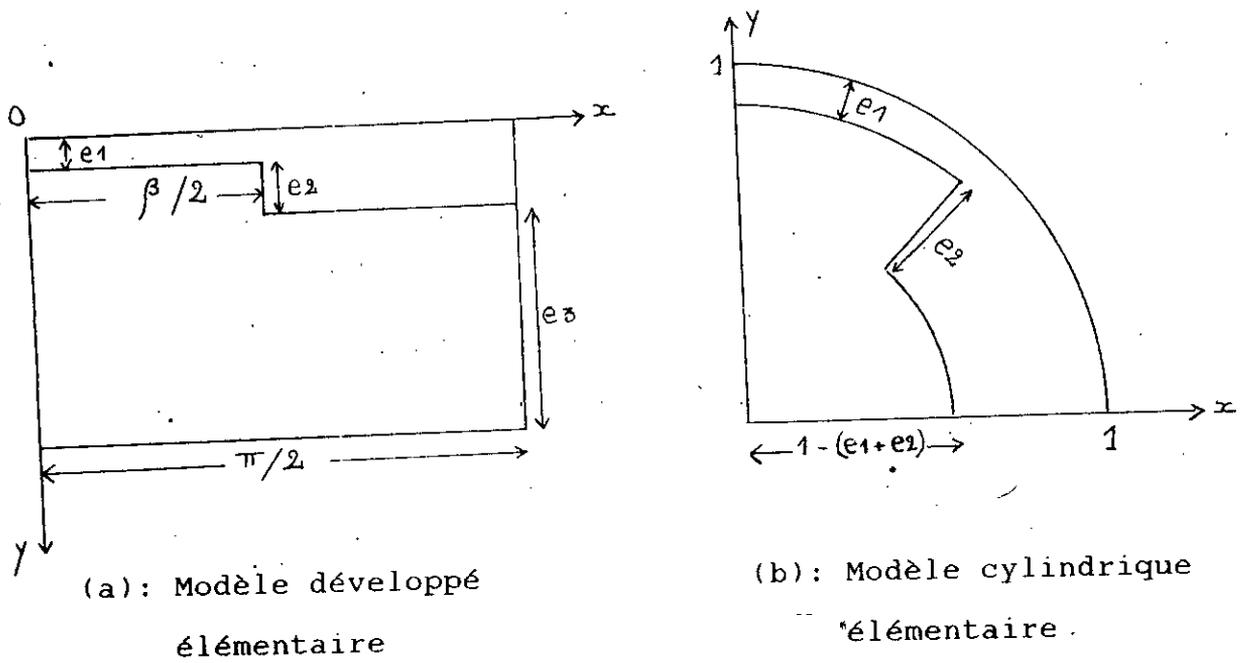


Figure II.1

La densité de courant donnée par :

$$j_s = J_d \sin p\theta + J_q \cos p\theta \quad (\text{II.21})$$

s'écrit donc dans le cas du modèle développé :

$$j_s = J_d \sin px + J_q \cos px \quad (\text{II.22})$$

et dans cas du modèle cylindrique :

$$j_s = J_d R_s \frac{x}{r} + J_q R_s \frac{y}{r} \quad (\text{II.23})$$

avec :

$$J_{d,q} = \frac{3PNK_b}{\pi R_s} i_{d,q} \quad (\text{II.24})$$

où : N , est le nombre de spires par pôle et par phase,
 K_B , est le coefficient de bobinage
 i , le courant dans la phase.

Pour une machine de longueur unité, l'expression du flux dans le modèle développé est donnée par :

$$\Phi_r = \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_y dx \quad (\text{II.25})$$

Dans le modèle cylindrique ce flux s'écrit :

$$\Phi_r = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \vec{B} \cdot \vec{n} dl \quad (\text{II.26})$$

où dl représente l'élément de longueur réduite du contour.

II.4 CALCUL INFORMATIQUE

Nous disposons d'un programme d'éléments finis, EF35, développé au sein du Laboratoire d'Electrotechnique d'Orsay Paris 6 pour la machine polydiscoïde [14],[15].

Nous l'avons modifié pour l'adapter à la MRV décrite au chapitre précédent. Les modifications ont porté essentiellement sur

- l'introduction de la formulation en terme de potentiel vecteur au lieu du potentiel magnétique scalaire.

- l'introduction de conditions aux limites de type Neumann. En effet, la fonctionnelle utilisée pour le calcul de la MRV pure diffère de celle utilisée par le programme EF35 par le terme dû à la présence de la densité de courant à la surface du stator.

- le programme de maillage qui n'est plus effectué indépendemmmment du calcul du champ dans le cas du modèle développé. En effet, la hauteur e_3 définie en I.3.1 est obtenue lorsque les inductances L_a et L_q de la machine ne sont plus modifiées par une variation Δe_3 de e_3 , ce qui entraîne une interaction entre le programme de maillage et le programme de calcul.

- l'introduction du calcul de l'énergie magnétique stockée pour déterminer les réactances de la MRV.

II.4.1 Programmes de maillage

Le découpage en quadrilatères, représenté sur la figure II.2 est réalisé à l'aide des programmes MAIL.FOR dans le cas du modèle développé et MAILRO.FOR dans le cas du modèle cylindrique.

A partir de données d'entrée, ces programmes construisent les tableaux des abscisses et des ordonnées des noeuds du maillage ainsi que le tableau qui caractérise les éléments.

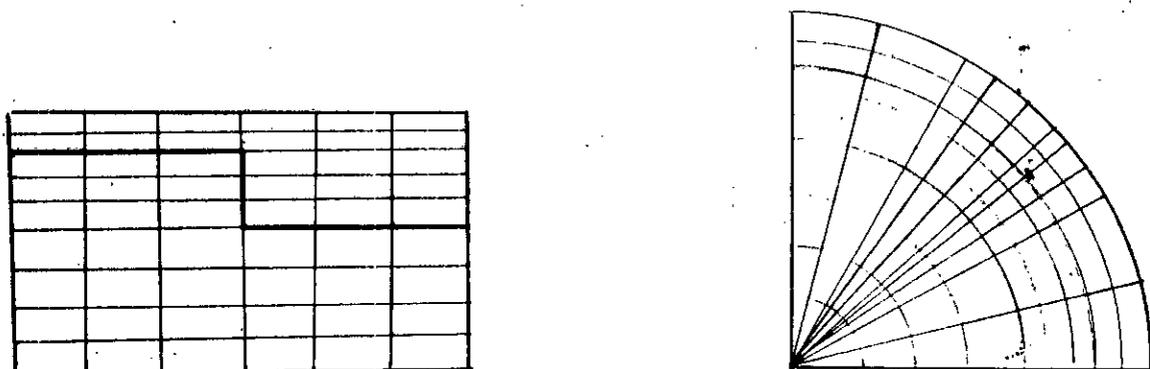


Figure II.2 : Maillage des domaines

Les principales variables des programmes de maillage sont:

- NV : nombre de divisions verticales du domaine,
- NH : nombre de divisions horizontales du domaine,
- NHR : nombre de divisions horizontales régulières,
- PAS : divisions régulières du domaine,
- NNO : nombre de noeuds du maillage,
- NEL : nombre d'éléments du maillage,
- NVKE : nombre de valeurs de E2,
- NVBET : nombre de valeurs de l'angle d'ouverture de la dent rotorique

Les principaux tableaux des programmes de maillage sont:

KTI(NEL,5): donne les numéros des noeuds de l'élément ainsi que le numéro du matériau qui le compose,
X(NNO) et Y(NNO): abscisses et ordonnées des noeuds du maillage,
VBET(NVBET): valeur d'ouverture de la dent rotorique,
VL2(NVBET): demi angle d'ouverture,
VE2(NVKE): valeur du grand entrefer,
RAY(NNO): distance d'un noeud par rapport au centre dans le modèle cylindrique.
TETA(NNO): position angulaire d'un noeud par rapport à l'axe des Y dans le modèle cylindrique..

Les sous-routines successivement appelées par les programmes de maillage sont:

ELEM, LIMIT, DROITE, et INTER dans le cas de MAIL.FOR, et ELEMRO, LIMITROG, LIMITROH, et POLAIRE dans le cas de MAILRO.FOR.

II.4.2. Programme de calcul du champ

Les programmes de calcul des réactances, MAGNET.FOR dans le cas du modèle développé et MAGNETRO.FOR dans le cas du modèle cylindrique sont constitués des parties suivantes (figures II.3 et II.4) :

1. Lecture des fichiers

Deux fichiers de données sont lus lors de cette étape. Le premier concerne les données générales telles, le nombre de lignes à potentiel fixé, les caractéristiques magnétiques des différents milieux, la description de la sortie voulue... Le second fichier regroupe les données du maillage élaborées par MAIL ou MAILRO.

2. Mise en forme de la matrice [S]

Le calcul du champ se fait comme décrit au paragraphe II.1, sur la base d'éléments triangulaires ; chaque triangle est obtenu en divisant un quadrilatère suivant ses deux diagonales. A chaque division la contribution des deux triangles est calculée, ces quatre contributions sont divisées par deux et assemblées dans la matrice globale [S] [13],[14].

3. Mise en forme de la matrice [F]

Chaque élément du contour représenté par un segment de droite appartient à la fois à deux triangles. Les contributions de chacun des segments sont calculées, divisées par deux puis assemblées dans la matrice [F].

4. Résolution du système $[S][A] = [F]$

Dans le cas de régime linéaire la perméabilité est une donnée du programme, aussi, en partant d'une solution quelconque $[A]_0 = 0$ la résolution du système basée sur une méthode itérative conduit aux résultats au bout de deux itérations.

5. Accès aux résultats

Lorsque le potentiel vecteur a été déterminé en tout point du domaine, on peut en déduire l'induction magnétique ainsi que les flux associés, aux endroits spécifiés par l'utilisateur.

6. Calcul des réactances

Ce calcul est effectué à partir de l'énergie, selon les expressions données en I.4.3.

Les principales variables et tableaux du programme de calcul sont:

MB : largeur de la demi bande supérieure'
NVCO : nombre de valeur du courant,
ID : ID =1, position du rotor suivant l'axe direct
ID =0, position du rotor suivant l'axe en
quadrature,

KRO : KRO =1, modèle cylindrique
KRO =0, modèle linéaire,
AA(NNO) : potentiel vecteur,
VJS(NH+1) : densité superficielle de courant,
SS(NNO,MB): matrice de contrainte,
ADR(NNO) : vecteur conditions aux limites,
B(NEL) : vecteur induction magnétique,
VPOTV(NCOND,NVCO): valeur du potentiel vecteur imposée.

La fonction succincte de chacune des subroutines est donnée en annexe IV.

CONCLUSION

Nous avons calculé à l'aide de la méthode des éléments finis les réactances synchrones d'une machine à réluctance variable à stator lisse dépourvue d'enroulement d'excitation, en nous limitant au fondamental de la densité de courant et en considérant des perméabilités relatives constantes. Ces réactances sont déterminées aussi bien pour le modèle développé que pour le modèle cylindrique. Nous allons exploiter ces résultats au chapitre suivant.

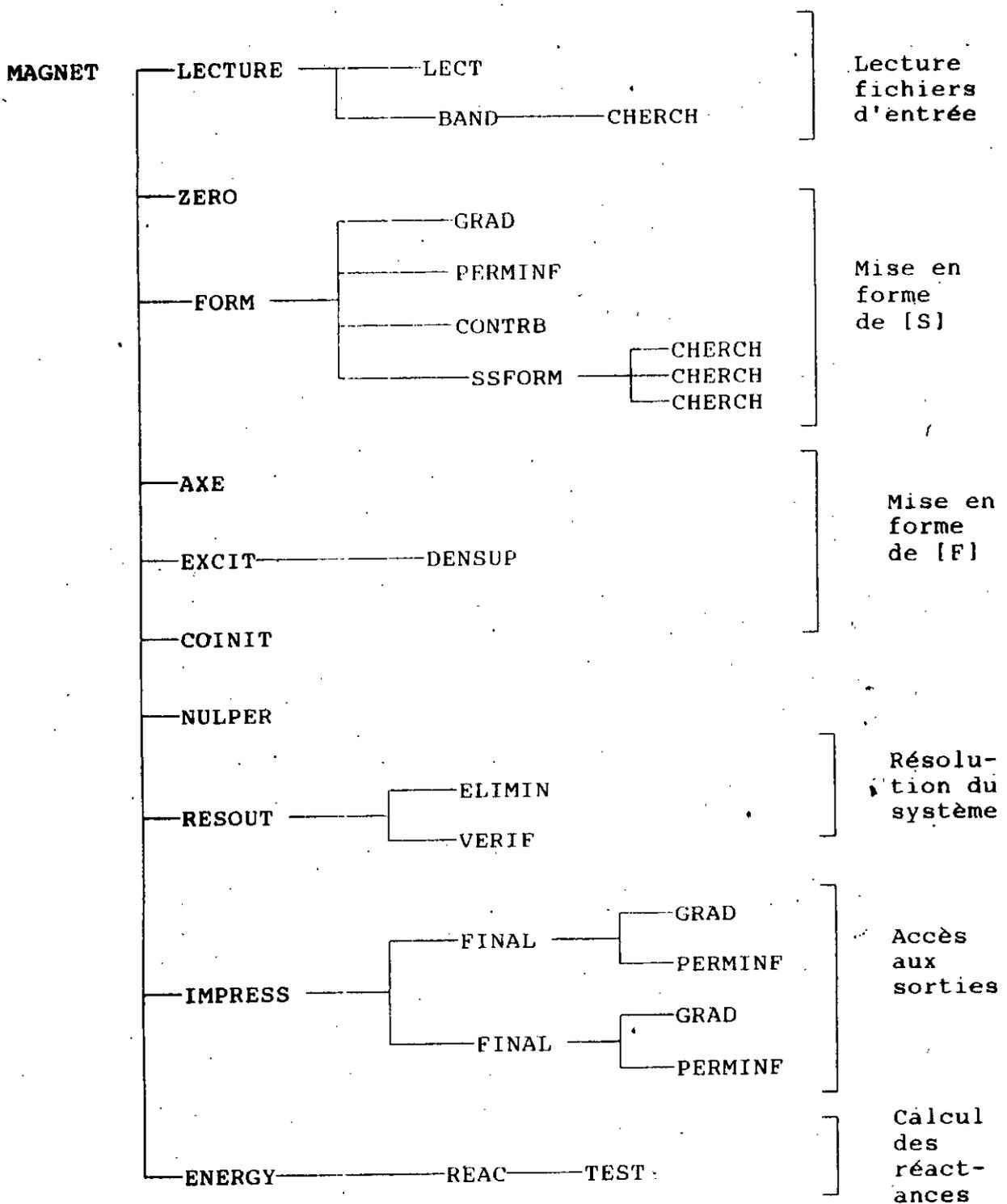


Figure II.3 Organisation des programmes de calcul (MAIL.FOR)

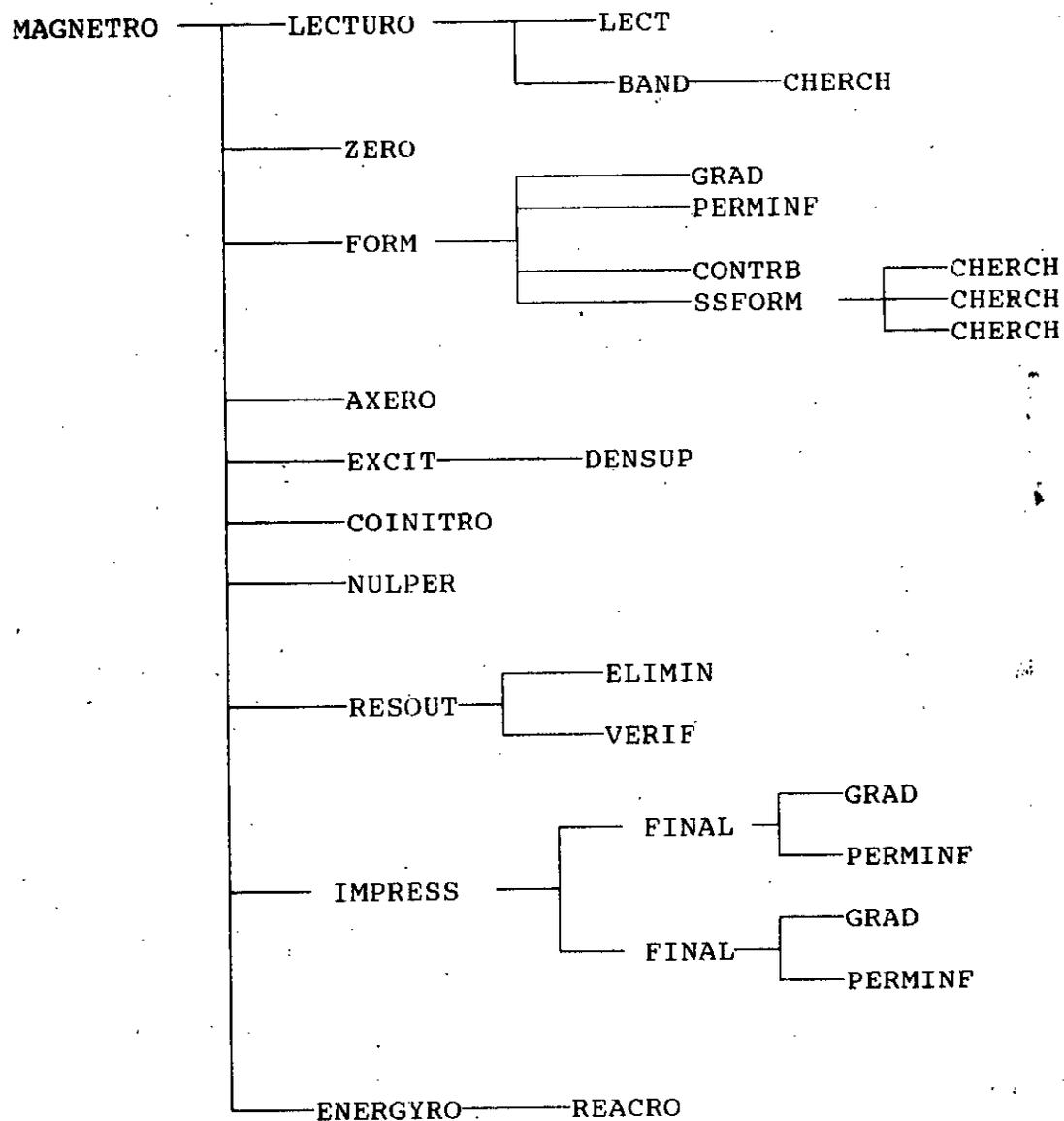


Figure II.4 : Organisation des programmes de calcul (MAILRO.FOR)

CHAPITRE III

EXPLOITATION DES RESULTATS

III.1 INTRODUCTION

Nous nous proposons dans ce chapitre de comparer les réactances synchrones calculées pour les deux modèles définis précédemment .

En faisant varier les différents paramètres géométriques du rotor ainsi que la perméabilité, nous déduisons les limites de l'hypothèse, habituellement admise, d'effets de courbure négligeables.

III.2 MODELE X-Y

III.2.1 Variation de l'induction normale à la surface du stator

La composante normale de l'induction magnétique est obtenue par dérivation du potentiel vecteur par rapport à x. Ce qui conformément à l'équation (II.11), se traduit par :

$$B_y^{\circ} = -\frac{1}{\Delta_0} \sum b_i^{\circ} A_i^{\circ} \quad (\text{III.1})$$

Comme décrit au paragraphe II.3.2, l'induction magnétique à l'intérieur d'un quadrilatère est calculée en faisant la moyenne arithmétique des inductions magnétiques obtenues pour chacun des quatre triangles le constituant. On a alors:

$$B_y = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 B_y^{\circ} \quad (\text{III.2})$$

Les éléments sont choisis suffisamment petits pour approximer l'induction normale à la surface du stator ($y=0$), par celle obtenue dans la première couche d'éléments.

La figure III.1 donne un exemple de variation de $B_{y\alpha}$ et $B_{y\beta}$ sur un demi pas polaire.

III.2.2 Variation des inductances en fonction des paramètres géométriques.

On introduit les inductances réduites directe et en quadrature définies par:

$$\lambda_d = \frac{L_d}{L_0} \quad \text{et} \quad \lambda_q = \frac{L_q}{L_0} \quad (\text{III.3})$$

où, L_0 désigne l'inductance d'une machine à pôles lissés ayant un entrefer e_1 constant. Les variations de λ_d et λ_q en fonction de β pour différentes épaisseurs d'entrefer e_1 et e_2 sont représentées par les figures III.2 et III.3; elles correspondent à une perméabilité $\mu_r = 1000$.

On vérifie que les inductances directe et en quadrature sont croissantes avec la largeur β de la dent, et qu'elles diminuent lorsque e_2 augmente. On vérifie aussi que X_d et X_q augmentent avec la perméabilité (fig III.4). Ces résultats sont conformes à ceux obtenus par d'autres auteurs [2], [6].

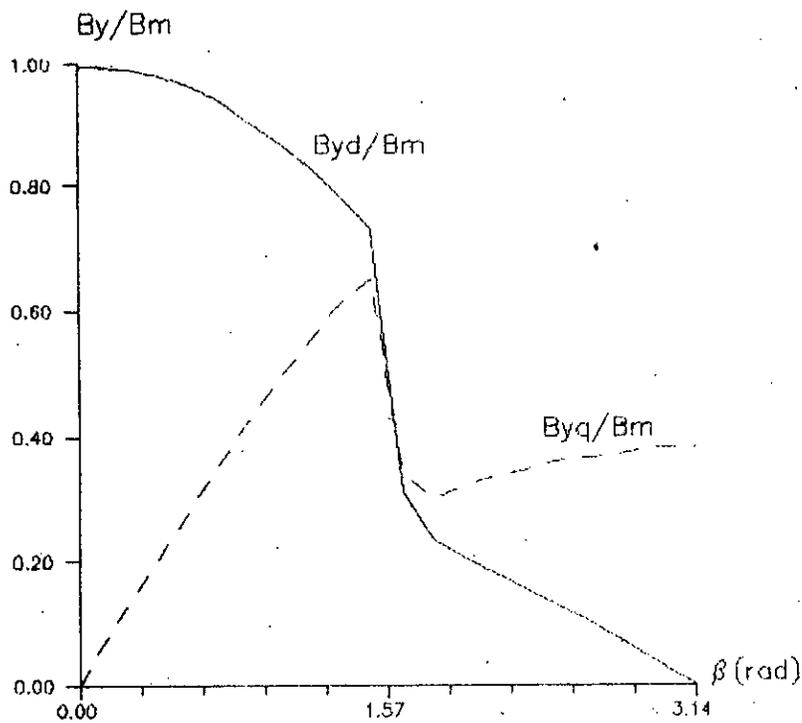


FIG.III.1: Variation de l'induction normale à la surface du stator.
 $e_1=0.03$, $e_2=0.05$, $\mu_r=1000$.

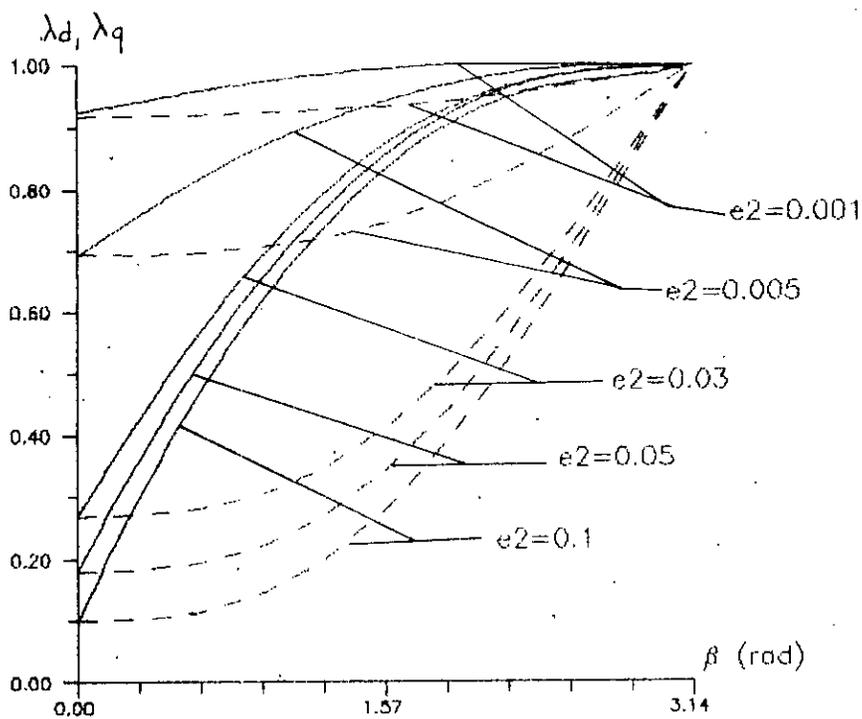


FIG.III.2: Variation de λ_d , λ_q en fonction de β
 $e_1=0.01$, $\mu_r=1000$, e_2 paramètre.

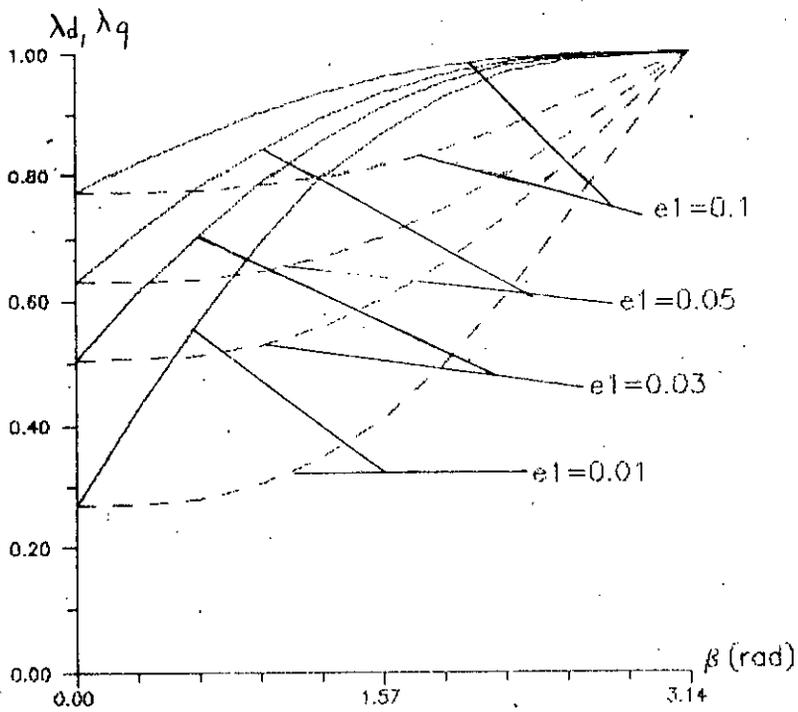


FIG.III.3: Variation de λ_d, λ_q en fonction de β
 $e_2=0.03, \mu_r=1000, e_1$ paramètre.

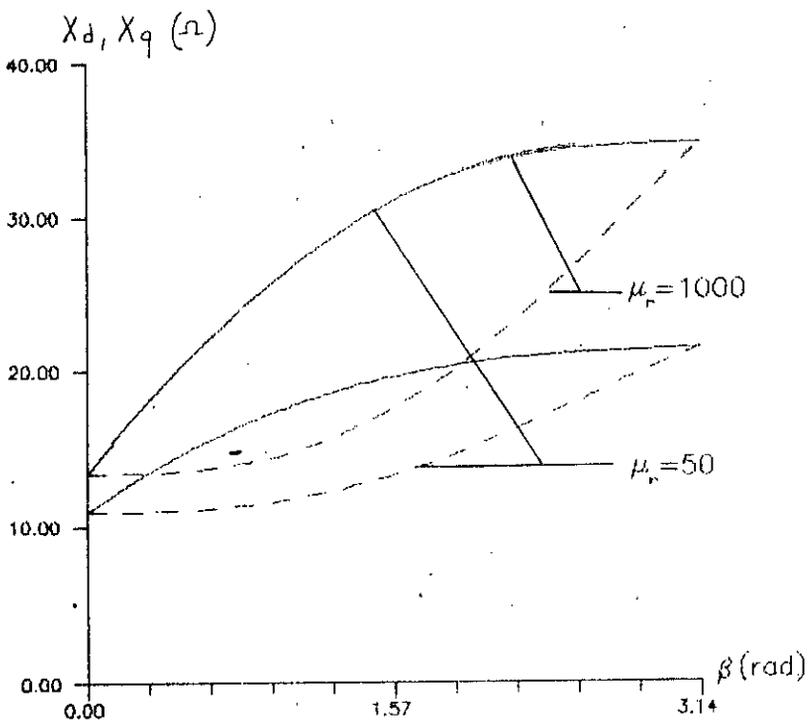


FIG.III.4: Variation de X_d et X_q en fonction de β
 $e_1=0.03, e_2=0.05, \mu_r$ paramètre

III.2.3 Optimisation de l'ouverture de la dent rotorique

En négligeant la résistance statorique R (cas des machines de puissance suffisamment élevée), nous avons montré au chapitre I que le couple est proportionnel à $(X_d - X_q)$, pour un fonctionnement à courant fixé, et à $(1/X_q - 1/X_d)$, pour un fonctionnement à tension fixée et que le facteur de puissance augmente comme le rapport X_d / X_q .

Les figures III.5 à III.10 représentent les variations de X_d/X_q , $(X_d - X_q)$, et $(1/X_q - 1/X_d)$ en fonction de l'angle β . Nous en déduisons que les meilleures performances sont obtenues pour des faibles valeurs des épaisseurs e_1 ainsi que des rapports e_1/e_2 .

Le tableau ci-dessous regroupe, pour $e_1 = 0.01$ et $e_2 = 0.05$ les valeurs de β qui maximisent soit le couple soit le facteur de puissance.

	X_d/X_q	$X_d - X_q$	$\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}$
β (rad)	0.942	1.57	0.628

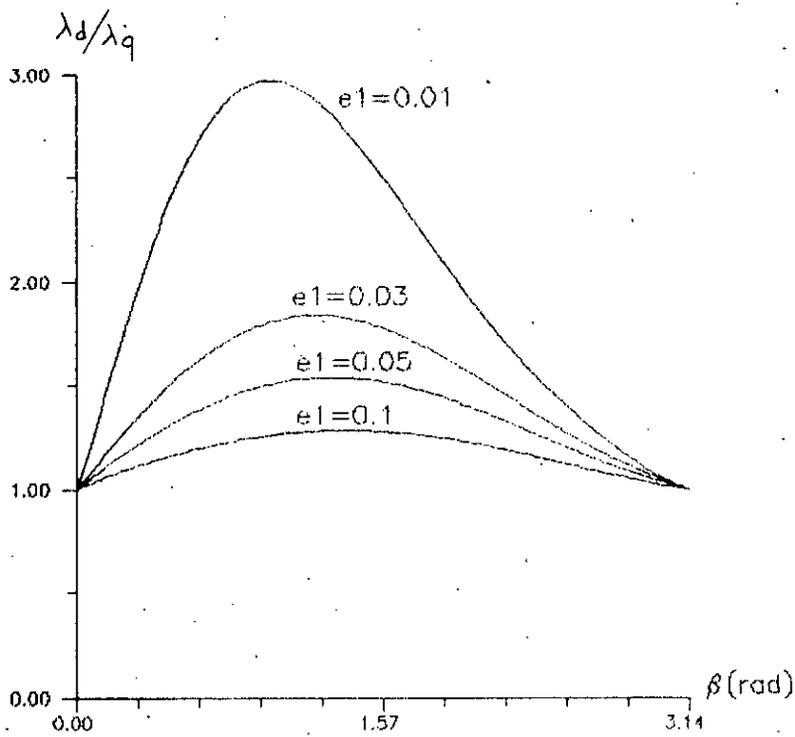


FIG.III.5: Variation de λ_d/λ_q en fonction de β
 $e_2=0.05$, $\mu_r=1000$, e_1 paramètre.

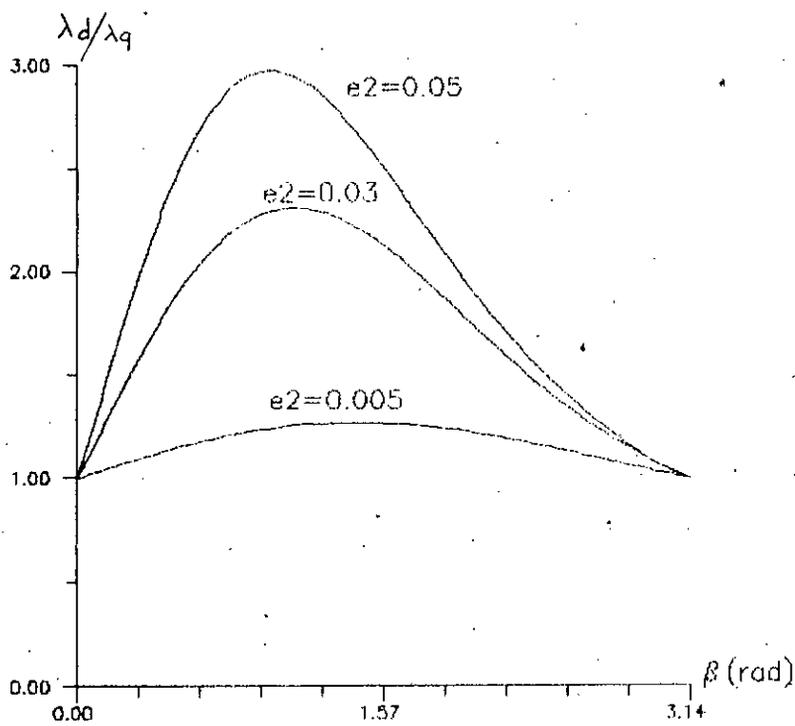


FIG.III.6: Variation de λ_d/λ_q en fonction de β
 $e_1=0.01$, $\mu_r=1000$, e_2 paramètre.

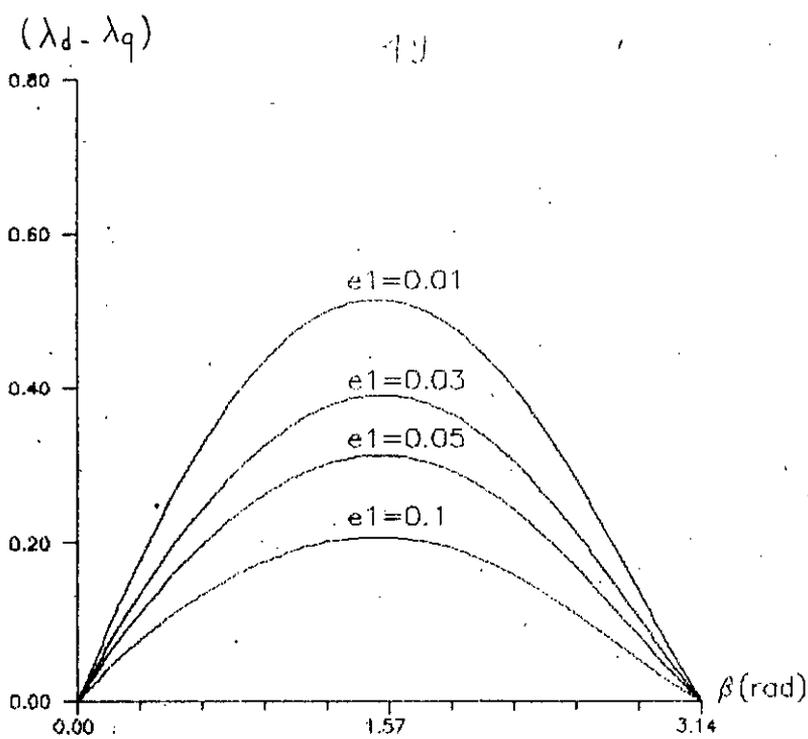


FIG.III.7: Variation de $(\lambda_d - \lambda_q)$ en fonction de β
 $e_2 = 0.05$, $\mu_r = 1000$, e_1 paramètre.

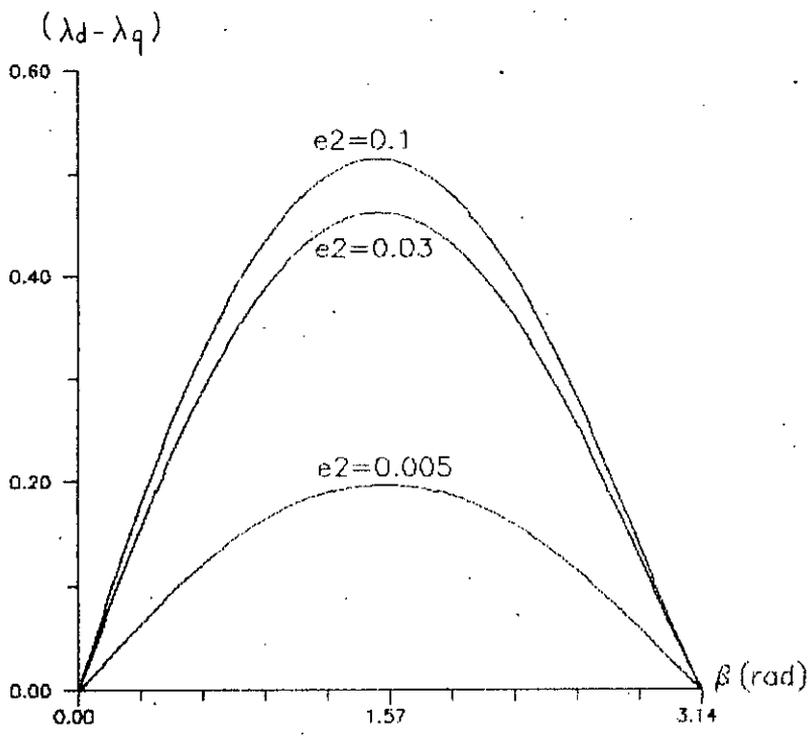


FIG.III.8: Variation de $(\lambda_d - \lambda_q)$ en fonction de β
 $e_1 = 0.01$, $\mu_r = 1000$, e_2 paramètre.

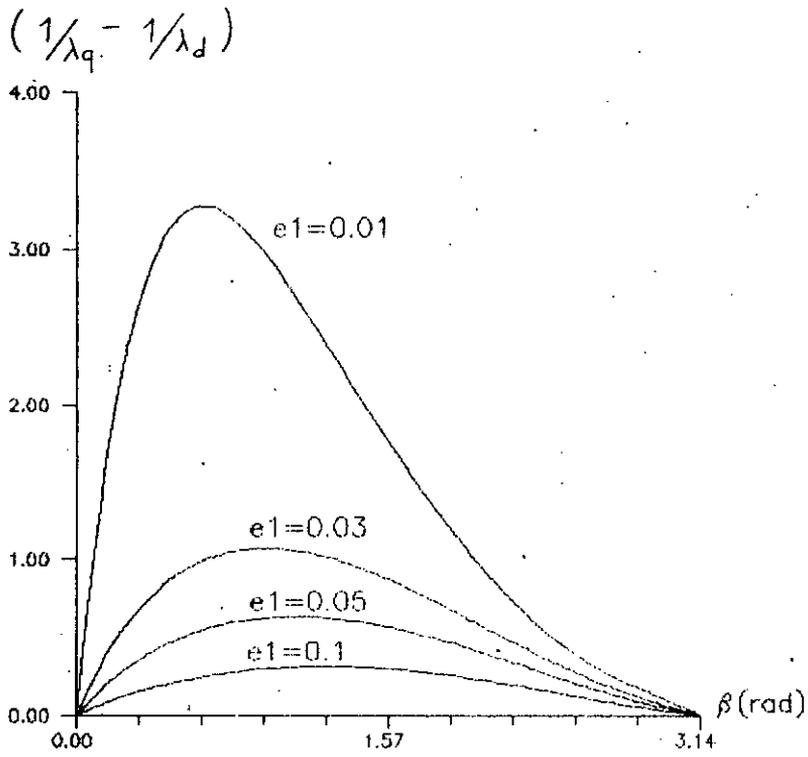


FIG.III.9: Variation de $(1/\lambda_q - 1/\lambda_d)$ en fonction de β
 $e_2=0.05$, $\mu_r=1000$, e_1 paramètre.

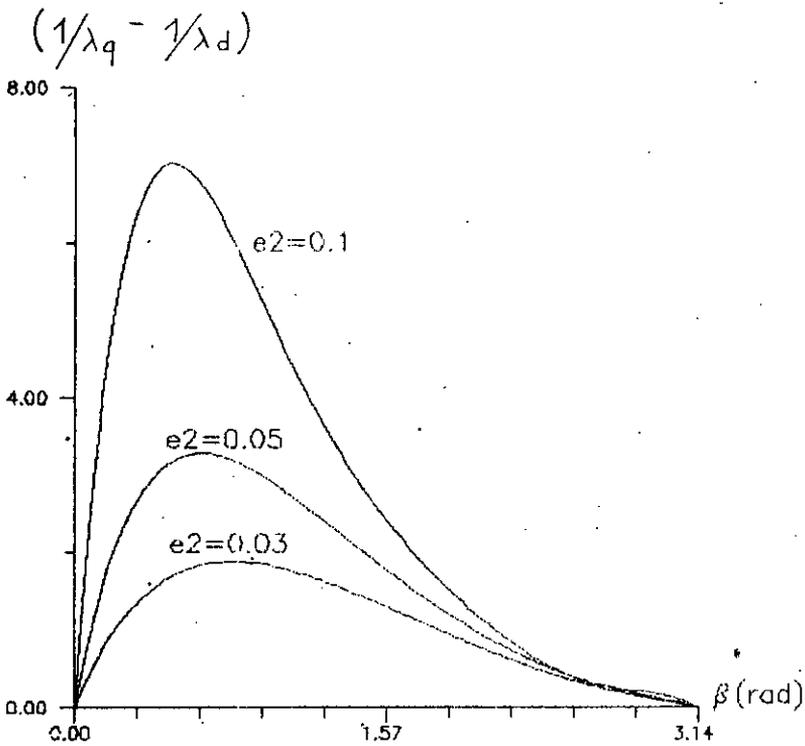


FIG.III.10: Variation de $(1/\lambda_q - 1/\lambda_d)$ en fonction de β
 $e_1=0.01$, $\mu_r=1000$, e_2 paramètre.

La valeur optimale de la largeur de la dent est celle qui réalise un compromis entre le couple et le facteur de puissance. Ainsi pour une machine possédant $e_1 = 0.01$ et $e_2 = 0.05$ et devant fonctionner à tension constante, on choisirait β voisin de $\pi/2$.

III.3 COMPARAISON DES MODELES X-Y ET R- θ

III.3.1 Généralités

Pour comparer les résultats obtenus par les modèles développés (X-Y) et cylindrique (R- θ), nous introduisons les erreurs relatives sur les réactances directe et en quadrature (en %), définies par:

$$\epsilon_1 = 100 \frac{|X_{dr} - X_{dl}|}{X_{dr}} \quad \text{et} \quad \epsilon_2 = 100 \frac{|X_{qr} - X_{ql}|}{X_{qr}} \quad (\text{III.4})$$

Les indices r et l, sont respectivement rattachés au modèle cylindrique et au modèle développé. ϵ_1 et ϵ_2 sont calculées pour différentes valeurs de e_1 et e_2 ainsi que pour différentes perméabilités du rotor.

Nous recourons aux valeurs absolues car le modèle X-Y doit conduire à des réactances supérieures à celles correspondantes au modèle R- θ .

III.3.2 Variation de l'erreur relative ϵ_1

Les figures III.11 à III.16 représentent les variations de ϵ_1 en fonction de β , e_1 , e_2 et μ_r .

L'erreur relative ϵ_1 augmente avec e_1 et décroît avec β . Toutefois lorsque β croît (β supérieur à une certaine valeur β_0), ϵ_1 ne dépend pratiquement plus que de e_1 et la courbe $\epsilon_1(e_1)$ augmente linéairement (cf fig. III.14).

Pour $\beta < \beta_0$, $\epsilon_1(\beta)$ décroît d'autant plus vite que e_2 est grand. Nous verrons que β_0 qui augmente avec e_1 , correspond à l'angle d'ouverture minimal pour lequel les lignes de champ peuvent être considérées concentrées dans le petit entrefer e_1 .

Ces résultats peuvent être en effet, interprétés en regard du trajet des lignes de champ.

Lorsque le rotor se place suivant l'axe direct, le trajet des lignes de champ dépend principalement de l'angle d'ouverture de la dent rotorique. Nous représentons sur les figures III.17 un tracé approximatif de ces lignes pour les deux modèles (R- θ et X-Y) et pour deux valeurs de β l'une supérieure et l'autre inférieure à β_0 .

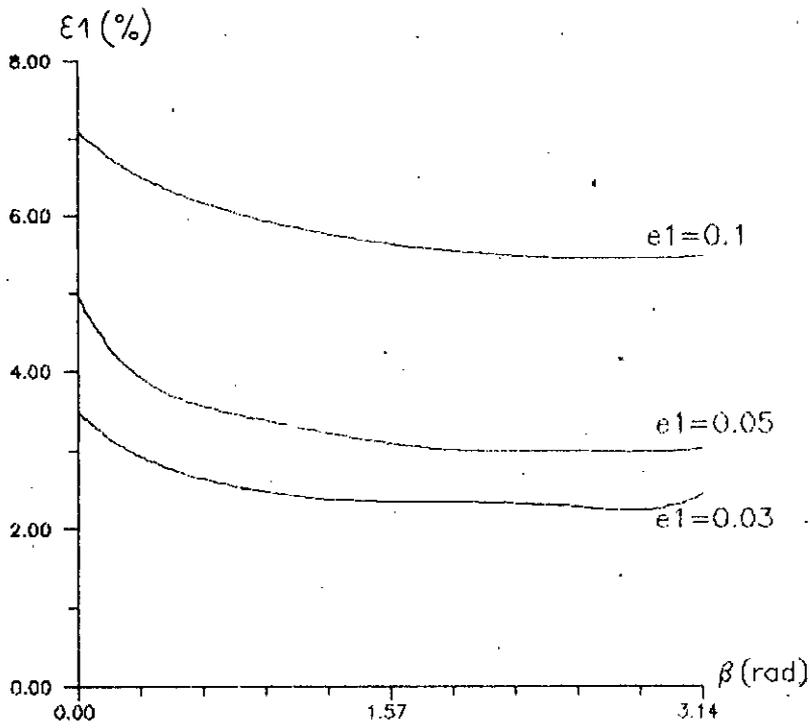


FIG.III.11: Variation de ε_1 en fonction de β

$e_2=0.03, \mu_r=1000, e_1$ paramètre.

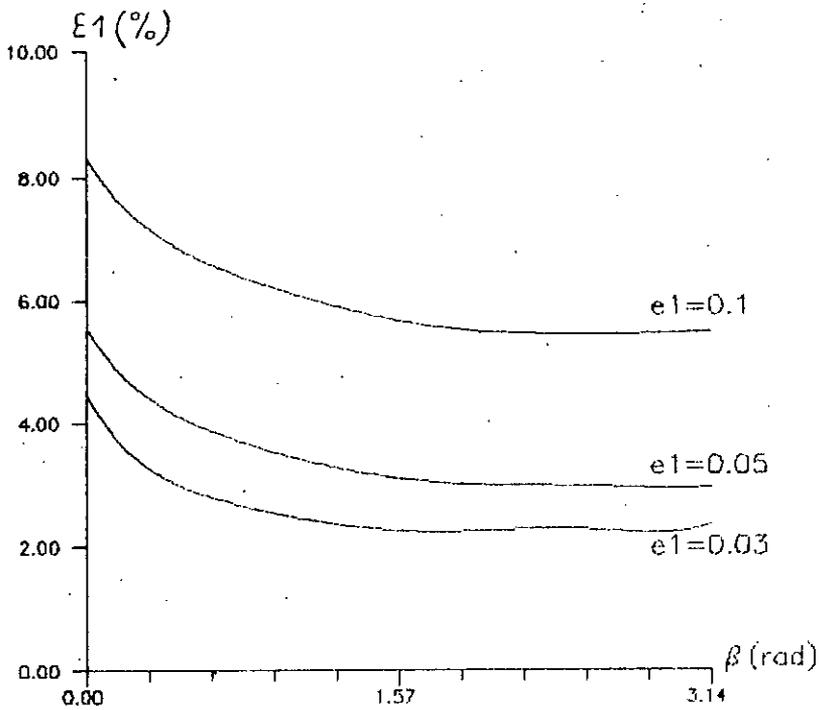


FIG.III.12: Variation de ε_1 en fonction de β

$e_2=0.05, \mu_r=1000, e_1$ paramètre.

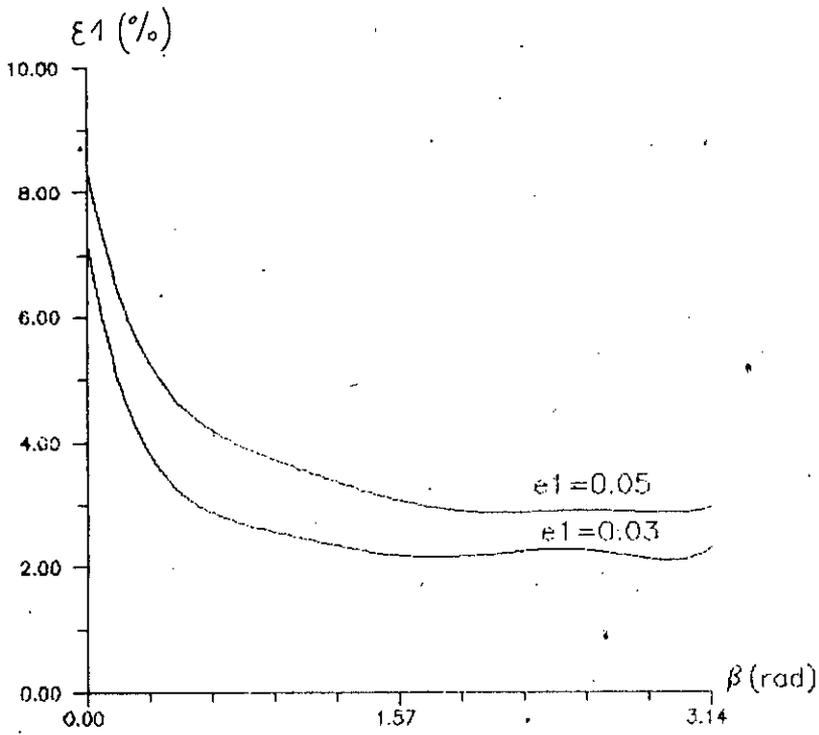


FIG.III.13: Variation de ε_1 en fonction de β

$e_2 = 0.1$, $\mu_r = 1000$, e_1 paramètre.

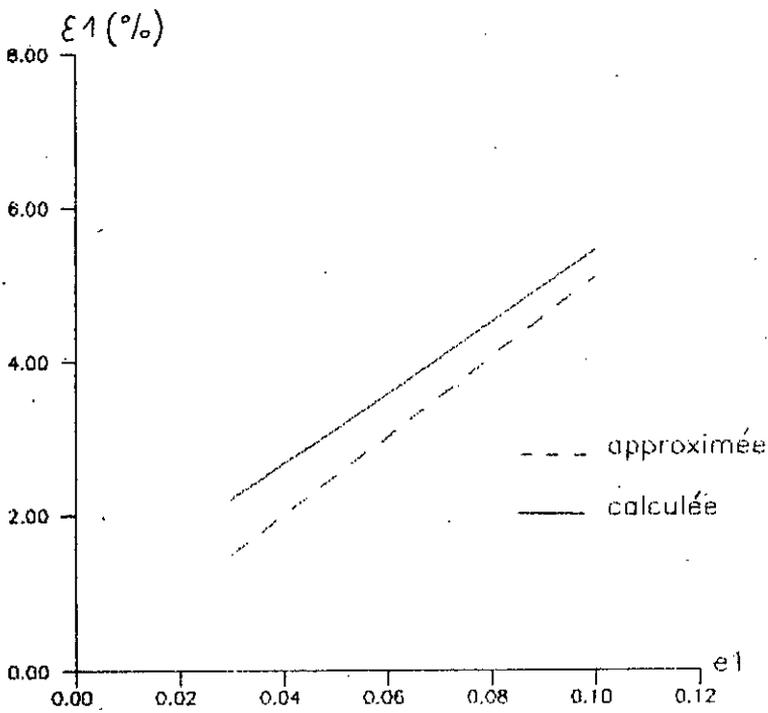


FIG.III.14: Variation de ε_1 en fonction de e_1 .

$\beta > \beta_0$

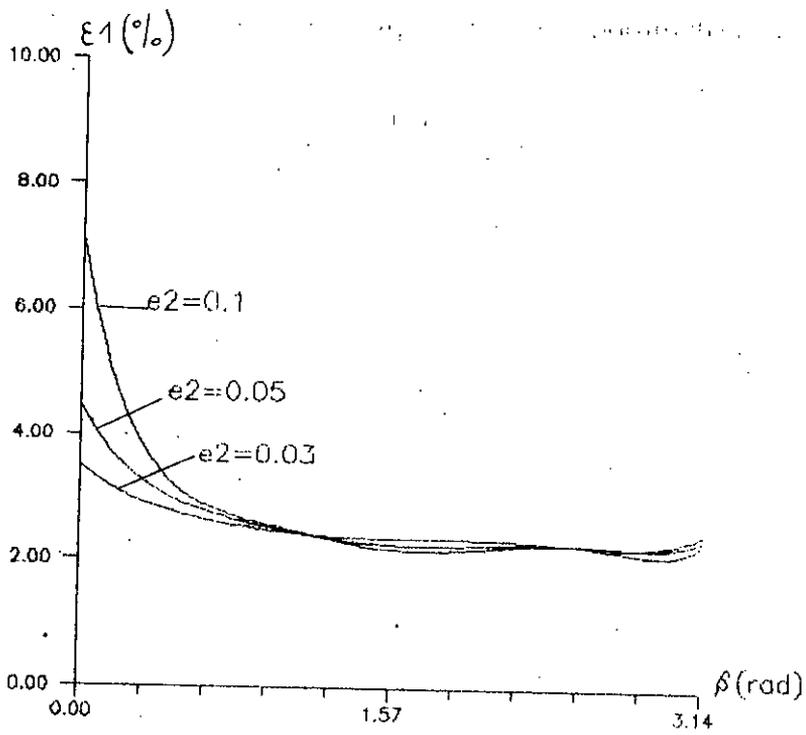


FIG.III.15: Variation de ϵ_1 en fonction de β
 $e_1 = 0.03$, $\mu_r = 1000$, e_2 paramètre.

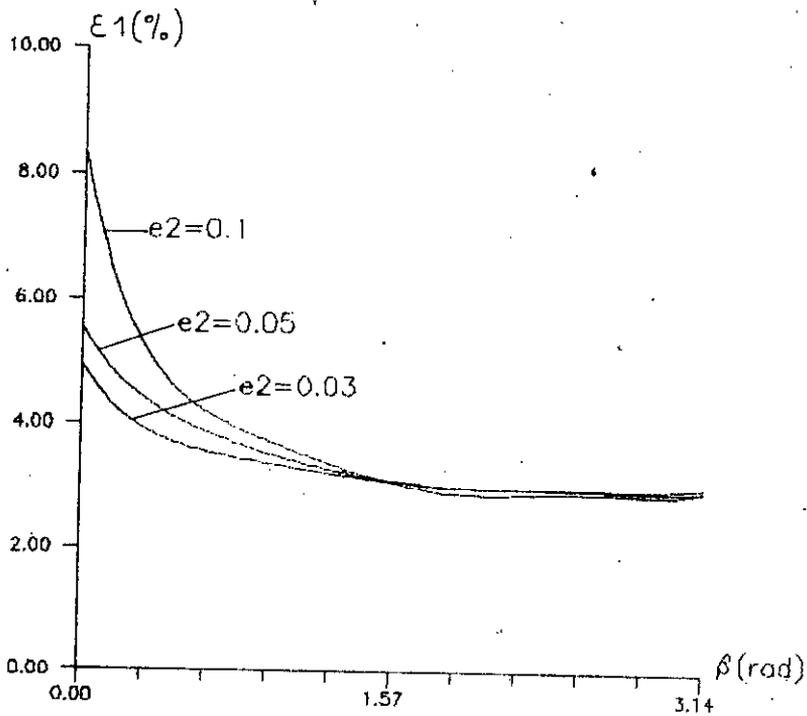
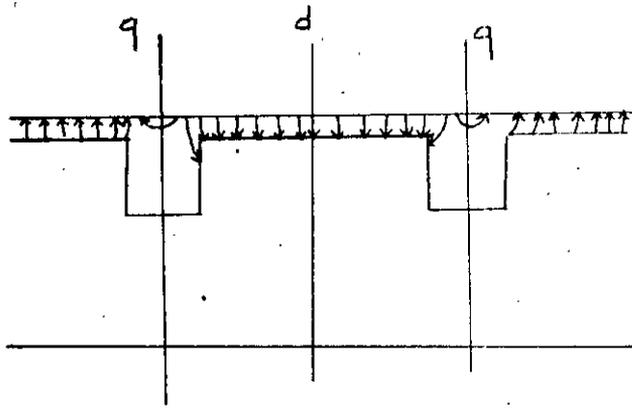
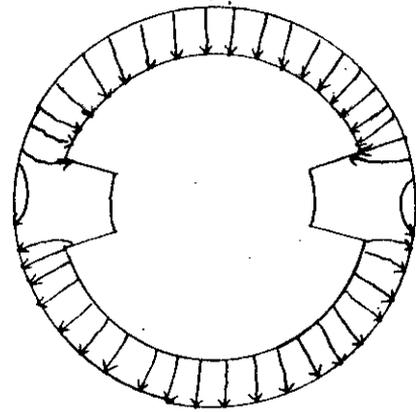


FIG.III.16: Variation de ϵ_1 en fonction de β
 $e_1 = 0.05$, $\mu_r = 1000$, e_2 paramètre.

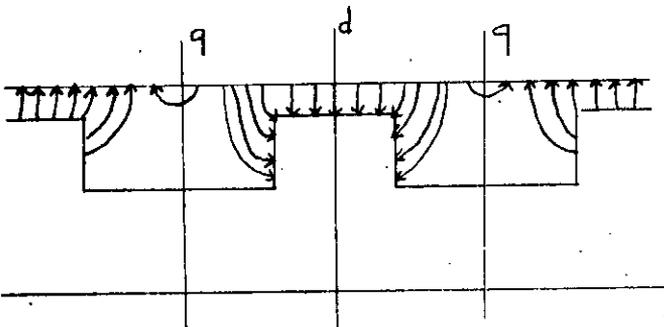


(a)

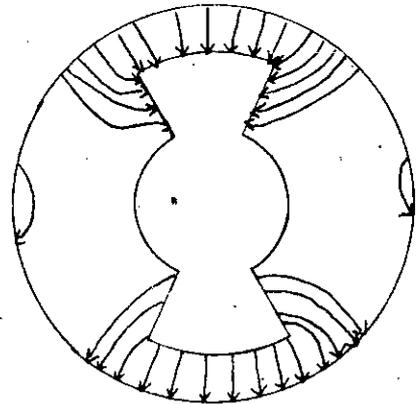


(b)

β grand



(c)



(d)

β faible

Figure III.17: Allure des lignes de champ rotor en position directe

Cas où $\beta > \beta_0$.

Pour des valeurs habituelles de e_1 ($e_1 < 0.1$) les lignes de champ peuvent être considérées radiales et concentrées dans le petit entrefer.

Si la perméabilité du rotor est suffisamment élevée, la réluctance du fer rotorique peut être négligée et l'erreur relative ϵ_1 peut alors s'écrire :

$$\epsilon_1 = \frac{|X_{dr} - X_{dl}|}{X_{dr}} = \left| 1 - \frac{\mathfrak{R}_{er}}{\mathfrak{R}_{el}} \right| \quad (\text{III.5})$$

\mathfrak{R}_{er} et \mathfrak{R}_{el} désignant respectivement les réluctances du petit entrefer dans les modèles R- θ et X-Y, peuvent être approximées par:

$$\mathfrak{R}_{er} = \frac{e_1}{\mu_0 \beta L (1 - \frac{e_1}{2})} \quad \text{et} \quad \mathfrak{R}_{el} = \frac{e_1}{\mu_0 \beta L} \quad (\text{III.6})$$

où L est la longueur utile de la machine.

On a donc :

$$\epsilon_1 = \left| 1 - \frac{1}{(1 - \frac{e_1}{2})} \right| \quad (\text{III.7})$$

ϵ_1 ne dépend donc pas de e_2 et tant que e_1 est faible ($e_1 \leq 0.1$) on peut admettre que $\epsilon_1(e_1)$ est linéaire (fig.III.14).

Dans le cas des faibles perméabilités, en négligeant la réluctance du noyau central de la machine, l'expression de ϵ_1 devient :

$$\epsilon_1 = \left| 1 - \frac{\mathfrak{R}_{ar} + 2\mathfrak{R}_{Dr}}{\mathfrak{R}_{e1} + 2\mathfrak{R}_{D1}} \right| \quad (\text{III.8})$$

où \mathfrak{R}_{Dr} et \mathfrak{R}_{D1} représentent les réluctances de la dent rotorique.

Soit :

$$\epsilon_1 = \left| 1 - \frac{\frac{e_1}{1 - \frac{e_1}{2}} + 2 \frac{e_2}{\mu_r (1 - e_1 - \frac{e_2}{2})}}{e_1 + 2 \frac{e_2}{\mu_r}} \right| \quad (\text{III.9})$$

L'erreur relative dépend à la fois de e_1 , e_2 et μ_r .

Cas où $\beta < \beta_0$

Lorsque β est inférieur à β_0 , on ne peut plus négliger les lignes de champ dans le grand entrefer (fig III.17). Celles-ci ont des longueurs plus grandes dans le modèle R- θ que dans le modèle X-Y, ce qui se traduit par une réluctance \mathfrak{R}_r plus importante que \mathfrak{R}_1 .

Les valeurs de ϵ_1 sont donc plus élevées que celles obtenues pour $\beta > \beta_0$.

Le flux dans le grand entrefer croît lorsque e_1 ou e_2 augmentent ou lorsque μ_r diminue. Il en est donc de même pour ϵ_1 . Ceci est en accord avec les figures III.15 et III.16.

III.3.3 Variation de l'erreur relative ϵ_2

Les figures III.18, III.19 et III.20 représentant les variations de ϵ_2 en fonction de β et e_1 à e_2 et μ_r fixés, montrent que l'erreur relative ϵ_2 augmente avec e_1 et diminue avec β . Toutefois, comme pour le problème d, lorsque β croît (β supérieur à une certaine valeur β_0') ϵ_2 ne dépend pratiquement plus que de e_1 . De même, lorsque $\beta < \beta_0'$, $\epsilon_2(\beta)$ décroît d'autant plus vite que e_2 est grand.

A e_1 et μ_r fixés, ϵ_2 augmente aussi avec e_2 (Fig III.21 et III.22) et lorsque $\beta > \beta_0'$, ϵ_2 est pratiquement indépendant de e_2 .

β_0' correspond à l'angle d'ouverture de la dent rotorique au delà duquel, le flux dans la zone à petit entrefer devient prépondérant devant celui dans la zone à grand entrefer. β_0' augmente donc avec e_1 , il est donc nécessairement supérieur à β_0 .

En effet, lorsque le rotor se place suivant la position en quadrature, le tracé approximatif des lignes de champ dans l'entrefer est donné pour les deux modèles par les figures III.23. Celles ci correspondent à deux valeurs de β , l'une supérieure et l'autre inférieure à β_0' .

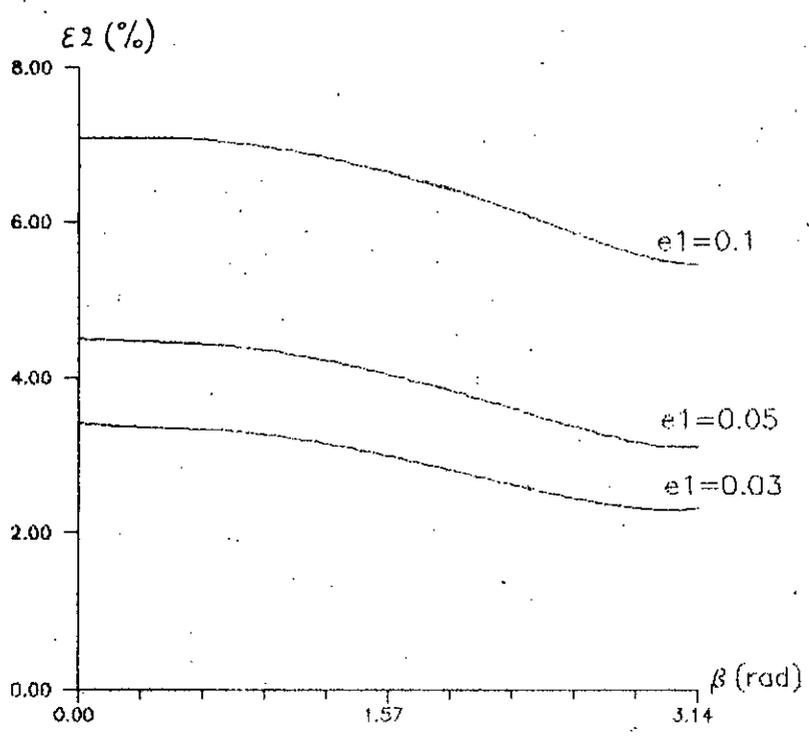


FIG.III.18: Variation de ϵ_2 en fonction de β
 $e_2=0.03$, $\mu_r=1000$, e_1 paramètre.

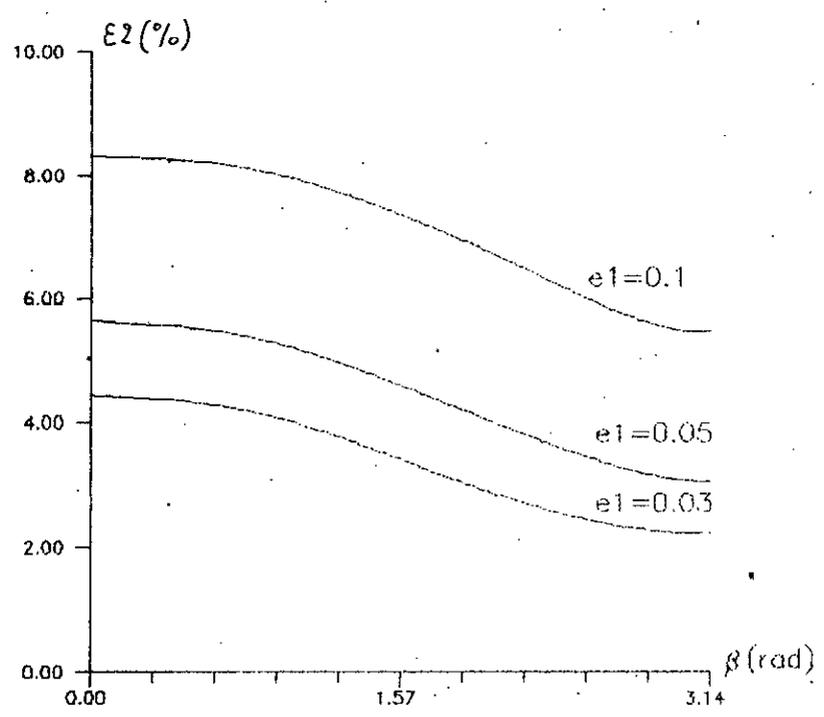


FIG.III.19: Variation de ϵ_2 en fonction de β
 $e_2=0.05$, $\mu_r=1000$, e_1 paramètre.

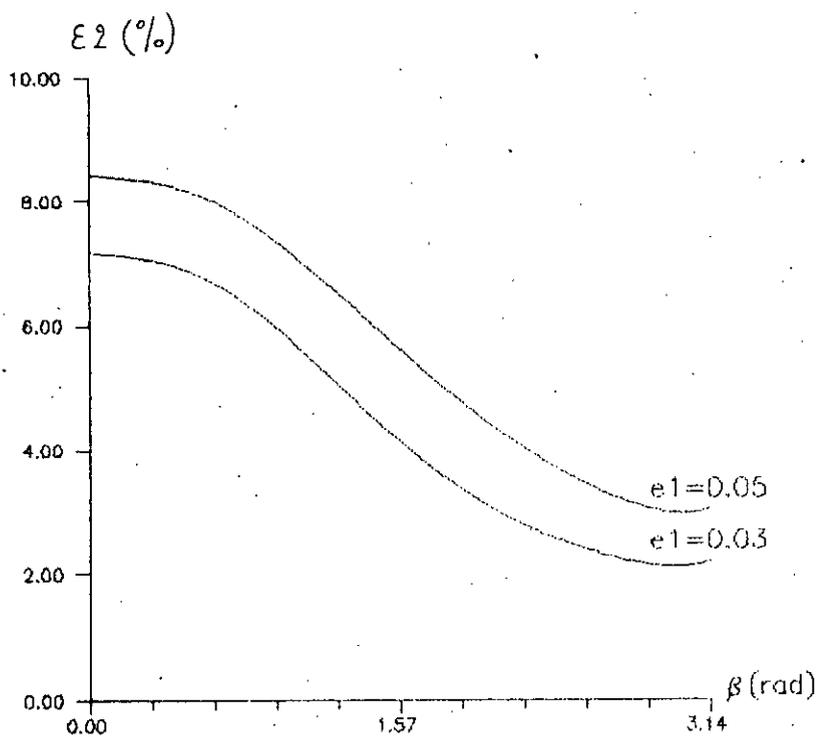


FIG.III.20: Variation de ϵ_2 en fonction de β
 $e_2 = 0.1$, $\mu_r = 1000$, e_1 paramètre.

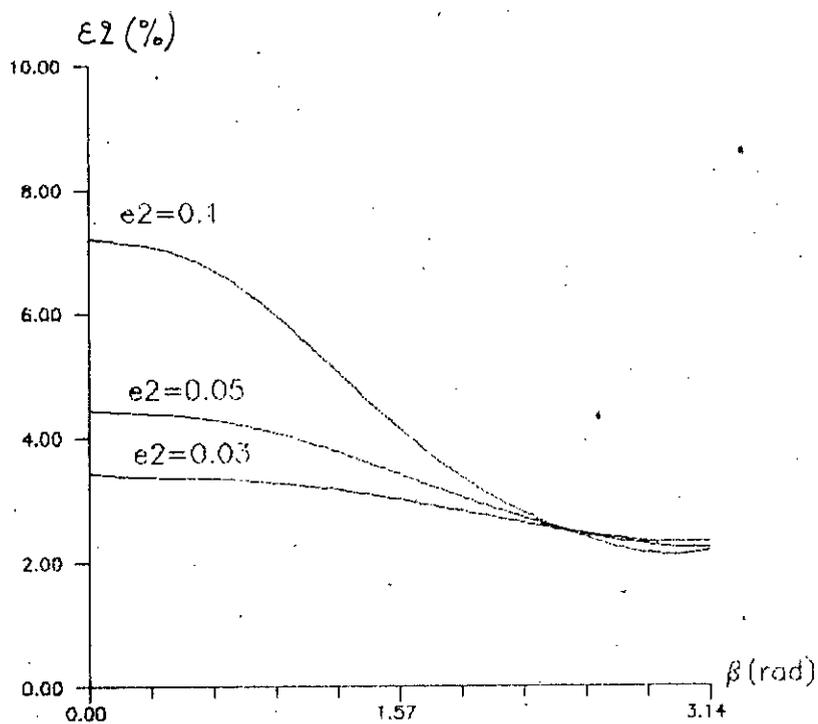


FIG.III.21: Variation de ϵ_2 en fonction de β
 $e_1 = 0.03$, $\mu_r = 1000$, e_2 paramètre.

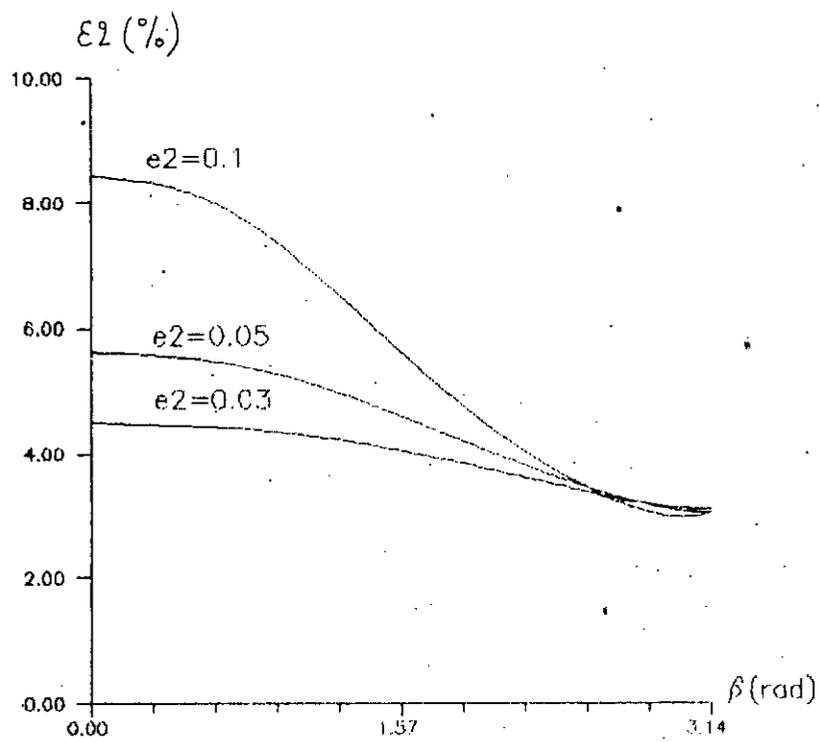
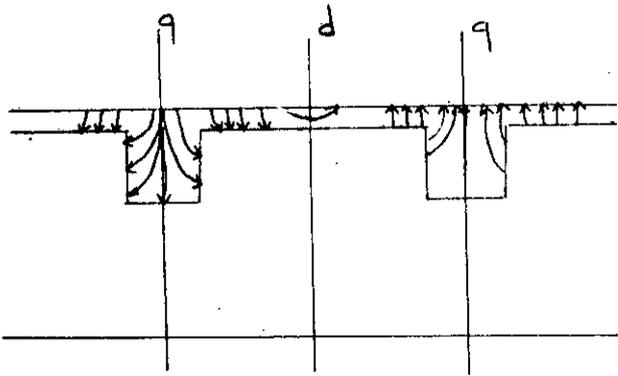
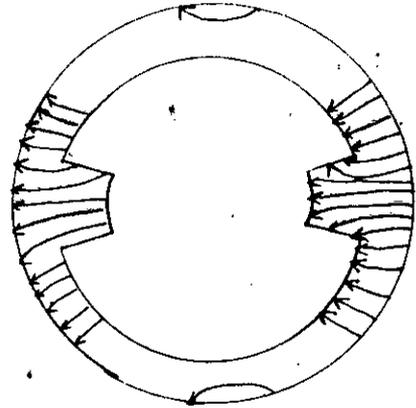


FIG.III.22: Variation de ε_2 en fonction de β
 $e_1=0.05$, $\mu_r=1000$, e_2 paramètre.

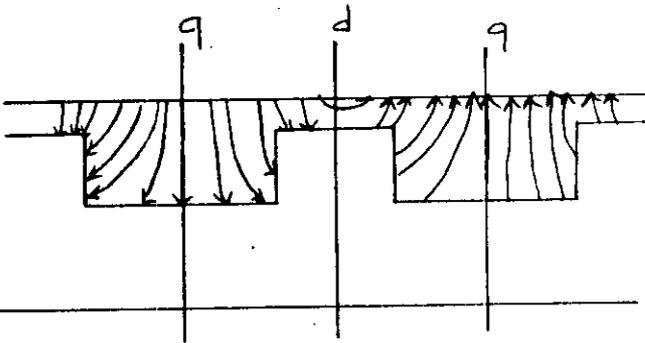


(a)

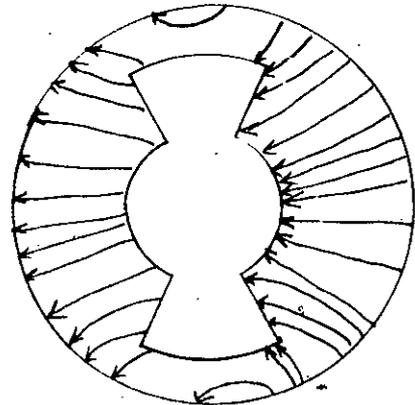


(b)

β grand



(c)



(d)

β faible

Figure III.23 : Allure des lignes de champ rotor en position en quadrature

Cas où $\beta > \beta_0'$

Lorsque β est supérieur à β_0' , le flux utile est canalisé en grande partie dans le petit entrefer et comme pour le problème d, l'erreur ϵ_2 est principalement fonction de e_1 .

Cas où $\beta < \beta_0'$

Le flux dans le grand entrefer est important et comme pour le problème d, l'erreur relative ϵ_2 est fonction à la fois de e_1 et e_2 .

CONCLUSION

Ces calculs nous ont permis d'une part d'optimiser l'angle d'ouverture de la dent rotorique et d'autre part de montrer l'influence des paramètres géométriques de la machine ainsi que celle de la perméabilité relative μ_r sur l'effet de courbure.

Pour des grandes valeurs de β ($\beta > \pi/2$) et des entrefers e_1 habituels ($e_1 < 0.1$) nous pouvons négliger l'effet de courbure et ramener l'étude de la machine à celle d'une structure développée.

Quand l'angle d'ouverture de la dent rotorique est faible les erreurs ϵ_1 et ϵ_2 dépendent à la fois du petit et du grand entrefer. Lorsque les entrefers augmentent, ϵ_1 et ϵ_2 deviennent importants et les effets de courbure ne peuvent plus être négligés.

CONCLUSION

Nous nous sommes intéressés dans ce travail à l'étude de l'effet de courbure dans les machines à réluctance variable destinées aux applications à grande vitesses de rotation.

A cet effet nous avons modifié un programme d'éléments finis développé au laboratoire d'Orsay à Paris 6, et destiné au calcul de la machine polydiscoïde.

Les modifications ont porté principalement sur la formulation en terme de potentiel vecteur, le maillage, les conditions aux limites ainsi que le calcul de l'énergie magnétique stockée dans la machine.

Deux modèles, l'un cylindrique (R- θ) et l'autre développé (X-Y) ont été proposés. Ils permettent le calcul des réactances synchrones de la machine en admettant une perméabilité rotorique constante.

Ces calculs nous ont permis d'une part d'optimiser l'angle d'ouverture de la dent rotorique et d'autre part de montrer l'influence des paramètres géométriques de la machine sur l'effet de courbure.

Pour des grandes valeurs de l'angle d'ouverture de la dent rotorique β ($\beta > \pi/2$) et des entrefers e_1 habituels ($e_1 > 0.1$), l'effet de courbure peut être négligé. L'étude pourrait donc être effectuée sur une structure développée.

Lorsque l'angle d'ouverture est faible, l'effet de courbure dépend aussi des dimensions des entrefers.

Un programme de maillage plus adapté à notre machine qui possède un faible entrefer, permettrait de réduire la taille des matrices utilisées et faciliterait la prise en compte de la saturation dans la machine.

ANNEXE I : TRANSFORMATION D'UNE MACHINE TOURNANTE
EN UNE MACHINE LINEAIRE [11]

La fonction T définie par :

$$T : z = r e^{j\theta} \longrightarrow Z = A + B \operatorname{Log} z = X + j Y$$

permet de transformer en un rectangle tout domaine limité par des rayons et des arcs de cercle centrés à l'origine.

En particulier la transformation T définie par :

$$T(z) = Z = jpR_s \operatorname{Log}_e \frac{R_s}{z} \quad (1)$$

ramène l'étude d'une machine tournante à celle d'une machine linéaire où p et R_s désignent respectivement le nombre de paires de pôles et le rayon interne du stator.

On obtient alors :

$$\begin{aligned} X &= pR_s \theta \\ Y &= pR_s \operatorname{Log}(R_s/r) \end{aligned} \quad (2)$$

La perméabilité μ et le potentiel vecteur sont conservés si les courants se transforment suivant les relations :

$$I' = I p^2 R_s^2 / r^2$$

$$J' = J p R_s / r$$

Pour une machine à deux pôles nous avons donc à la surface du stator :

$$I' = I$$

$$J' = J$$

Le centre de la machine, caractérisé par $r=0$ est transformé en une droite parallèle à l'axe des X renvoyée à l'infini conformément aux équations (2).

ANNEXE II: EQUATIONS D'EULER

La fonctionnelle \mathcal{F} est de la forme :

$$\mathcal{F} = \iint_{\Omega} f(A, A'_x, A'_y) d\Omega \quad (\text{A.II.1})$$

$$A'_x = \frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{et} \quad A'_y = \frac{\partial A}{\partial y}$$

$$\delta \mathcal{F} = \iint_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial A} \delta A + \frac{\partial f}{\partial A'_x} \delta A'_x + \frac{\partial f}{\partial A'_y} \delta A'_y \quad (\text{A.II.2})$$

$$\delta A'_x = \delta \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\delta A)$$

$$\delta A'_y = \delta \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (\delta A)$$

Si \vec{g} est le vecteur défini par:

$$\vec{g} = \frac{\partial f}{\partial A'_x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial A'_y} \vec{j} \quad (\text{A.II.3})$$

l'équation (A II.2) s'écrit alors :

$$\delta \mathcal{F} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial f}{\partial A} \delta A + \vec{g} \cdot \nabla (\delta A) \right) d\Omega \quad (\text{A.II.4})$$

avec :

$$\iiint_{\Omega} \vec{g} \cdot \nabla(\delta A) d\Omega = \iiint_{\Omega} \nabla \cdot (\vec{g} \delta A) d\Omega - \iint_{\partial\Omega} \delta A (\nabla \cdot \vec{g}) d\Omega \quad (\text{A.II.5})$$

Cette dernière équation peut s'écrire :

$$\iiint_{\Omega} \vec{g} \cdot \nabla(\delta A) d\Omega = \int_S \delta A \vec{g} \cdot \vec{n} dS - \iint_{\partial\Omega} \delta A (\nabla \cdot \vec{g}) d\Omega \quad (\text{A.II.6})$$

où S est la surface qui entoure le domaine Ω .

L'équation (A II.4) devient alors :

$$\delta \mathcal{F} = \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial f}{\partial A} - \nabla \cdot \vec{g} \right) \delta A d\Omega + \int_S \delta A \vec{g} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{A.II.7})$$

Pour que $\delta \mathcal{F}$ soit nulle il faut que :

$$\frac{\partial f}{\partial A} - \nabla \cdot \vec{g} = \frac{\partial f}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial A'_x} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial A'_y} = 0 \quad (\text{A.II.8})$$

$$\vec{g} \cdot \vec{n} = n_x \frac{\partial f}{\partial A'_x} + n_y \frac{\partial f}{\partial A'_y} = 0 \quad (\text{A.II.9})$$

Si A est une constante sur la surface, $\delta A = 0$, et le deuxième terme de l'expression est automatiquement nul pour une condition de Dirichlet.

Considérons la fonctionnelle énergie définie par :

$$\mathcal{F} = \iint_{\Omega} \left(\int_0^B v \mathcal{E} \cdot d\mathbf{b} \right) d\Omega - \int_S (\vec{A} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} ds \quad (\text{A.II.10})$$

Par identification des fonctionnelles (A II.1) et (AII.10) on tire :

$$f(A, A'_x, A'_y) = \int_0^B (v \mathcal{E} db) \quad (\text{A.II.11})$$

et l'équation (AII.8) s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial A'_x} \int_0^B v \mathcal{E} db \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial A'_y} \int_0^B v \mathcal{E} db \right] = 0 \quad (\text{A.II.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial B} \left(\int_0^B v \mathcal{E} db \right) \frac{\partial B}{\partial A'_x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial B} \left(\int_0^B v \mathcal{E} db \right) \frac{\partial B}{\partial A'_y} \right] = 0 \quad (\text{A.II.13})$$

Soit,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[v B \frac{\partial B}{\partial A'_x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v B \frac{\partial B}{\partial A'_y} \right] = 0 \quad (\text{A.II.14})$$

Sachant que :

$$\vec{B} = \nabla \wedge \vec{A} \quad (\text{A.II.15})$$

On peut écrire :

$$B^2 = A_x'^2 + A_y'^2 \quad (\text{A.II.16})$$

D'où :

$$B \frac{\partial B}{\partial A'_x} = A'_x \quad \text{et} \quad B \frac{\partial B}{\partial A'_y} = A'_y \quad (\text{A.II.17})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{A.II.18})$$

C'est l'équation à laquelle obéit le potentiel vecteur dans le domaine Ω .

En opérant de la même manière, l'équation (AII.9) devient :

$$n_x \frac{\partial A}{\partial x} + n_y \frac{\partial A}{\partial y} = 0$$

Soit :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0$$

où n est la normale extérieure.

Les équations d'Euler correspondant à la minimisation de la fonctionnelle ne sont autres que l'équation de Laplace associée aux conditions aux limites sur la surface entourant le domaine (cf. paragraphe I).

ANNEXE III : MINIMISATION DE LA FONCTIONNELLE

Considérons la fonctionnelle élémentaire :

$$\mathcal{F} = \iint_{\Omega_0} \left(\int_0^B \mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \cdot d\mathbf{b} \right) d\Omega_0 - \int_S (\vec{A} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} ds = \mathcal{F}_1^0 - \mathcal{F}_2^0$$

et cherchons à évaluer $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_1}$

1. Premier terme

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1^0}{\partial A_1} = \frac{\partial}{\partial B^2} \left(\iint_{\Omega_0} \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}^2 d\Omega_0 \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_1} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega_0} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}^2}{\partial A_1} d\Omega_0$$

Sachant que :

$$\vec{B} = \nabla \wedge \vec{A} \quad \text{avec} \quad \vec{A} = A \vec{k}$$

$$B^2 = |\nabla A|^2 = \left(\nabla \sum_{j=1}^3 \alpha_j A_j \right)^2 = \left(\sum_{j=1}^3 \nabla \alpha_j A_j \right)^2$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B^2}{\partial A_1} &= 2 \left(\sum_{j=1}^3 \nabla \alpha_j A_j \right) \frac{\partial}{\partial A_1} \left(\sum_{l=1}^3 \nabla \alpha_l A_l \right) \\ &= 2 \left(\sum_{j=1}^3 \nabla \alpha_j A_j \right) \nabla \alpha_1 = 2 \sum_{j=1}^3 \nabla \alpha_j \cdot \nabla \alpha_1 A_j \end{aligned}$$

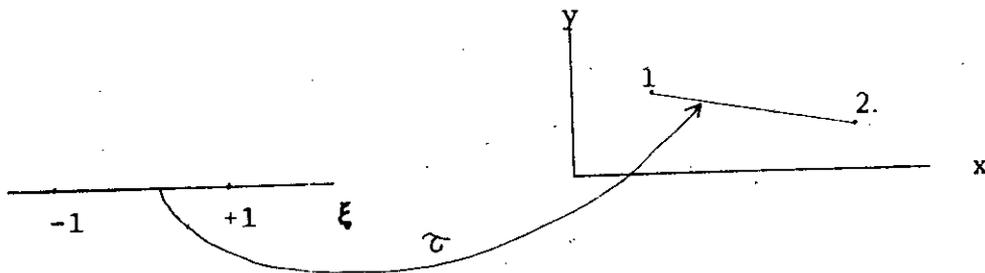
On a donc :

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1^0}{\partial A_i} = \int \int_{\Omega_0} v \left(\sum_{j=1}^3 \nabla \alpha_j \cdot \nabla \alpha_j A_j \right) d\Omega_0$$

2. Deuxième terme

$$\mathcal{F}_2^0 = \int_S A J_s dS$$

Pour évaluer \mathcal{F}_2^0 il est commode d'utiliser les coordonnées locales. L'élément de référence choisi est un élément linéaire à deux noeuds qui peut être transformé, en élément réel (un des segments de droite constituant S) par la transformation géométrique τ [22].



L'approximation sur l'élément de référence s'écrit :

$$A(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{ A_i \} \quad \text{avec } i = 1, 2$$

$$\tau : \xi \longrightarrow \begin{cases} x(\xi) = \langle \bar{N}(\xi) \rangle \{x_i\} \\ y(\xi) = \langle \bar{N}(\xi) \rangle \{y_i\} \end{cases}$$

Comme les noeuds géométriques sont aussi des noeuds d'interpolation, alors:

$$\langle \bar{N}(\xi) \rangle = \langle N(\xi) \rangle$$

Les fonctions d'interpolation s'écrivent.:

$$\langle N(\xi) \rangle = \langle N_1(\xi) \quad N_2(\xi) \rangle = \left\langle \frac{1-\xi}{2} \quad \frac{1+\xi}{2} \right\rangle$$

et elles vérifient :

$$N_i(\xi_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

On peut alors écrire :

$$A(\xi) = \left\langle \frac{1-\xi}{2} \quad \frac{1+\xi}{2} \right\rangle \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

$$J_{-}(\xi) = \left\langle \frac{1-\xi}{2} \quad \frac{1+\xi}{2} \right\rangle \begin{pmatrix} J_{-1} \\ J_{-2} \end{pmatrix}$$

$$x(\xi) = \left\langle \frac{1-\xi}{2} \quad \frac{1+\xi}{2} \right\rangle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$y(\xi) = \left\langle \frac{1-\xi}{2} \quad \frac{1+\xi}{2} \right\rangle \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

L'élément différentiel ds de l'intégrale de contour se transforme en $j d\xi$.

où:

$$j = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_2-y_1}{2}\right)^2}$$

et \mathcal{J}_2^0 devient alors :

$$\mathcal{J}_2^0 = \int_{-1}^{+1} \left(\frac{1-\zeta}{2} A_1 + \frac{1+\zeta}{2} A_2\right) \left(\frac{1-\zeta}{2} J_{s1} + \frac{1+\zeta}{2} J_{s2}\right) \sqrt{\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_2-y_1}{2}\right)^2} d\zeta$$

dont la dérivation par rapport à A_1 et A_2 s'écrit:

$$\frac{\partial \mathcal{J}_2^0}{\partial A_1} = \frac{1}{6} (2J_{s1} + J_{s2}) \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}_2^0}{\partial A_2} = \frac{1}{6} (J_{s1} + 2J_{s2}) \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

ANNEXE IV : FONCTION DES SUBROUTINES APPELEES
PAR LE PROGRAMME DE CALCUL

- LECTURE : lit le fichier DONN.DAT qui regroupe les données générales nécessaires au calcul du champ.
- LECT : lit le fichier NDISQ construit par le programme de maillage.
- BAND : calcule la largeur de bande de la matrice [S].
- CHERCH : cherche, s'il y en a, les noeuds périodique du domaine.
- ZERO : initialise les tableaux S(I,J) et ADR(I).
- FORM : procède au découpage de chaque quadrilatère en quatre triangles et appelle pour chacun d'eux les sousroutines GRAD, PERMINF, CONTRB, SSFORM définies ci après
- GRAD : calcule les composantes B_x et B_y dans l'élément triangulaire.
- PERMINF : identifie le matériau de l'élément et fournit la perméabilité correspondante.
- CONTRB : calcule la contribution de l'élément.
- SSFORM : procède à l'assemblage pour construire la matrice [SS].

AXE : calcule pour chacune des deux positions du rotor la valeur de la densité superficielle de courant.

EXCIT : découpe chaque quadrilatère sous la surface, en triangles.

DENSUP : calcule la contribution de l'élément de surface et construit le vecteur $ADR(I)$

COINIT : introduit les conditions aux limites.

NULPER : dans le cas où le domaine présente des noeuds périodiques, NULPER annule la contribution de ces noeuds.

RESOUD : résoud le système $[SS][AA] = ADR$.

ELIMIN : développe la méthode d'élimination de Gauss.

VERIF : applique le critère d'erreur.

IMPRESS : calcule les flux et imprime sur fichiers de sortie les grandeurs voulues aux endroits spécifiés par l'utilisateur.

ENERGY : calcule l'énergie magnétique emmagasinée dans la machine.

REAC : calcule les réactances L_a et L_q .

TEST : teste dans le cas du modèle développé la stabilité des résultats.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. MAILFERT "Machines à réductance variable". Techniques de l'ingénieur, Vol. D 550
- [2] S. TAHI "Contribution à l'étude des machines à réductance variable à stator lisse". Thèse de magister E.N.P; Alger 1990.
- [3] J. FAUCHER "Contribution à l'étude des machines à réductance variable à commutation électronique". Thèse de Doctorat ès-Sciences Physiques I.N.P Toulouse (France), 1981.
- [4] G. DROUET, J FAUCHER, F.M. SARGOS "Machines à réductance variable excitées et alimentées en courant". RGE, 10/84, Octobre 1984.
- [5] J. ZEISSER "Contribution à l'étude des machines à réductance à plots dentés". Thèse de Docteur-Ingénieur, INPL, Nancy (France) 1980.
- [6] F.M. SARGOS "Etude théorique des performances des machines à réductance variable". Thèse de Doctorat ès-Sciences, INPL, Nancy 1981

- [7] B. LAPORTE "Machine synchrone à pôles saillants".
Conférence présentée à l'ENP, Alger, 1987.
- [8] F. MEIBODY TABAR "Etude d'une machine synchrone à réluctance variable pour des applications à grande vitesse de rotation". Thèse de Doctorat de l'INPL, Nancy, 1986.
- [9] V.B. HONSINGER "The inductances L_d and L_q of polyphase reluctance machines". IEEE Trans PAS, Vol PAS-90, jan-feb 1971.
- [10] K.P.P. PILLAI "Torque calculation of polyphase reluctance machines". IEEE Trans PAS, Vol PAS-86, dec. 1967.
- [11] E. GUDEFIN "Détermination des champs magnétiques, circuits magnétiques". Technique de l'Ingénieur Vol. D 420.
- [12] J. SAINT MICHEL "Rotor ferromagnétique massif: un moyen pour obtenir de fortes puissances à de grandes vitesses". RGE. n° 3, mars 1897.
- [13] S. DJEMA, H. IDJERAOUI, N. YAKER, M.E. ZAIM "Calcul des machines à réluctance variable par la méthode des éléments finis". Premier colloque sur l'électronique et l'automatique Alger, mai 1990

[14] A. BASTOS "Calcul des performances intrinsèques des machines à réluctance variable polydiscoïde par une méthode d'éléments finis". Thèse de Docteur-Ingénieur. Université Pierre et Marie Curie. Paris 6 (France). 1980.

[15] S. DJEMA "Etude Numérique des efforts électromagnétiques dans les machines à réluctance variable polydiscoïdes". Thèse de Docteur -Ingénieur. Université Pierre et Marie Curie. Paris 6 . 1982.

[16] F. BOUILLAULT "Contribution à la modélisation des systèmes électromagnétiques en mouvement comportant des parties ferromagnétiques massives". Thèse de 3^{ème} cycle, Université Pierre et Marie Curie. Paris 6. 1984.

[17] M. FELIACHI "Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d'une modélisation dynamique des machines électriques. Thèse de Docteur-Ingénieur. CNAM. 1981.

[18] P. RAFINEJAD "Adaptation de la méthode des éléments finis à la modélisation des systèmes électromagnétiques de conversion d'énergie". Thèse de doctorat d'Etat. INPG. Grenoble (France). 1977.

[19] A. NICOLADE "Méthode variationnelle en électromagnétique, une manière simple d'établir les formules fondamentales". RGE. n° 5, mai 1986.

[20] J.C. SABONNADIÈRE "Conception des machines électriques : la modélisation facilite l'optimisation". RGE n° 3, mars 1987.

[21] S.C. TANDON, A.F. ARMOR, M.V.K. CHARI "Non linear transient element field computation for electrical machines and devices". IEEE Trans PAS, Vol. PAS 102 n° 5, mars 1983.

[22] G. DHATT, G TOUZOT "Une présentation simple de la méthode des éléments finis". 2^{ème} Edition. Maloine S.A. Editeur Paris.