

UNIVERSITE D'ALGER

23/82

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



2ex

PROJET DE FIN D'ETUDES

CALCUL DES COURANTS DE  
COURT-CIRCUIT DANS UN  
RESEAU DE TRANSPORT  
D'ENERGIE ELECTRIQUE

Proposé par

SONELGAZ

Direction Planification

Etudié par

L. TAFLIS

M. KIDOUICHE

Promoteurs

M<sup>E</sup> BOUSBA

M<sup>E</sup> KWIASTOWSKI

Promotion juin 1982

## R E M E R C I E M E N T S

Qu'il nous soit permis de remercier tous ceux qui nous ont accordé leur appui pendant la rédaction de cet ouvrage. C'est avant tout le bienveillant appui que nous avons trouvé auprès de nos promoteurs

M. M. BOUSBA et KWIATKOWSKI que nous devons remercier sincèrement pour l'empressement avec lequel ils nous ont prodigué leurs conseils, et tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.

Nous remercions également nos parents à qui nous leur devons notre profond respect et notre vive gratitude.

Nous remercions également Mr SAID qui s'est chargé de la dactylographie définitive du manuscrit et tous les collègues de la SONELGAZ qui nous ont assisté dans cette tâche.

---

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de mon père  
que Dieu benisse son ame

MADJID

---

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de mon père  
que Dieu bénisse son ame

LOUNES

S O M M A I R E

## CHAPITRE I

Rappel sur les composantes symétriques

## CHAPITRE II

Représentation du réseau

## x CHAPITRE III

Rappel sur la formation de la matrice admittance

## x CHAPITRE IV

Réduction de la matrice admittance

## x CHAPITRE V

Inversion des matrices

## CHAPITRE VI

Calcul des courants de court-circuit

## CHAPITRE VII

Calcul des puissances de court-circuit

## CHAPITRE VIII

Partie programmation

## INTRODUCTION

Dans beaucoup de problèmes relatifs aux réseaux électriques, l'intérêt se porte essentiellement sur les relations qui lient les courants et les tensions. La technique la plus adéquate pour décrire un ensemble de relations linéaires entre plusieurs inconnues est le calcul matriciel. Il présente une simplicité dans les différents calculs des courants de court-circuit qui sont basés soit :

- sur la matrice des impédances de transfert qui est une application directe pour le calcul des courants de court-circuit, néanmoins sa formation est un peu délicate pour un réseau important.
- Sur les équations nodales (sur lesquelles nous sommes penchés) qui permettent le plus simplement l'élaboration d'un système d'équations appelé matrice des admittances en court-circuit.

Mais ce système de formation rapide, est en fait d'un emploi peu commode il n'est alors utilisable que combiné à un procédé itératif de résolution qui nous donne sa forme inverse appelée matrice des impédances de transfert ou à vide.

L'inversion de la matrice des admittances en court-circuit convient généralement pour un réseau de dimension peu élevée mais pour un réseau très étendu cette méthode est à éviter car le temps de calcul varie avec le cube de l'ordre de la matrice. Leur étude nécessite donc un calcul très long d'où une accumulation des erreurs. C'est pourquoi on a jugé utile pour des problèmes régionaux de remplacer le réseau par un réseau plus simple (de taille peu élevée) mais qui lui reste équivalent. Ce procédé permet de réduire tout réseau important en éliminant certains sommets dits non intéressants, par la méthode des éliminations partielles selon l'algorithme de GAUSS JORDAN afin de réduire d'abord l'ordre de la matrice admittance qui a été formée par la SONELGAZ et d'effectuer ensuite après son inversion les calculs des courants de court-circuit.

## RAPPEL SUR LES COMPOSANTES SYMETRIQUES

---

Le principal intérêt des composantes symétriques résulte de ce qu'elles permettent de résumer <sup>un réseau</sup> réel en trois -3- schémas équivalents (direct, inverse et homopolaire) appelés séquences ou systèmes.

Lorsque le réseau est équilibré, il n'y a pas d'interaction entre ces schémas équivalents et les courants dans l'un des schémas créeront des tensions dans ce seul schéma.

En cas de dissymétrie, ou de déséquilibre survenant en un point du réseau (défauts, déséquilibre des charges, etc...) il y a interaction entre les séquences.

L'avantage des composantes symétriques est alors de permettre la représentation du réseau triphasé par un schéma monophasé simple dans chaque séquence peut, par transformation, être ramenée à une tension unique et une impédance unique.

La méthode des composantes symétriques, qui va être décrite, simplifie notablement les calculs car elle rend nécessaire l'écriture d'autant d'équations qu'il y a de phases. Les principes de cette méthode vont tout d'abord être rappelés ; son application au calcul des courants de court-circuit dissymétriques dans les réseaux sera ensuite exposée.

### Propriété des systèmes polyphasés :

" Tout système de grandeurs sinusoïdales q-phasées non équilibrées peut être décomposé en q-phasés équilibrés, que l'on appelle les 'composantes symétriques du système non équilibré' ".

### Décomposition d'un système de trois grandeurs sinusoïdales en ses composantes symétriques

Théorème : Un système de trois -3- vecteurs quelconques peut être décomposé en trois -3- vecteurs symétriques: un système tripolaire symétrique à succession directe, un système tripolaire à succession inverse, un système homopolaire.

Soit un système quelconque de trois -3- grandeurs sinusoïdales de même pulsation  $\omega$  donnée, d'amplitude  $V$  on aura

$$V_1 = V_{1d} + V_{1i} + V_{10}$$

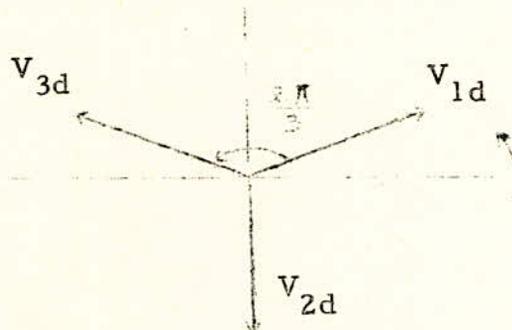
$$V_2 = V_{2d} + V_{2i} + V_{20} \quad (1)$$

$$V_3 = V_{3d} + V_{3i} + V_{30}$$

Les grandeurs  $V_{1d}$ ,  $V_{2d}$ ,  $V_{3d}$  représentent le système de composantes directe;  $V_{1i}$ ,  $V_{2i}$ ,  $V_{3i}$  les composantes inverses tandis que  $V_{10}$ ,  $V_{20}$ ,  $V_{30}$  les composantes homopolaires.

### Représentation des composantes symétriques :

Composantes directes (à succession directe)



Les trois vecteurs du système **direct** tournent dans le sens **positif** (antihoraire) et qui présentent deux à deux un même déphasage égal à  $2\pi/3$ , on a un multiple de  $2\pi/3$ .

On remarque que  $V_{2d} = V_{1d} e^{j 4\pi/3}$

$$V_{3d} = V_{1d} e^{j 2\pi/3}$$

on pose  $a = e^{j 2\pi/3} = (\cos 2\pi/3 + j \sin 2\pi/3) = -1/2 + j\sqrt{3}/2$

$$a^2 = e^{j 4\pi/3} = -1/2 - j\sqrt{3}/2$$

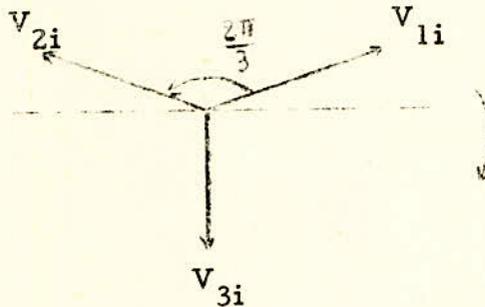
Les équations précédentes s'écrivent alors de la façon suivante :

$$V_{2d} = a^2 V_{1d}$$

$$V_{3d} = a V_{1d}$$

Le système des composantes sera alors  $V_{1d}, a^2 V_{1d}, a V_{1d}$

Composantes inverses (à succession inverse)



Les trois vecteurs du système inverse tournent dans le sens horaire.

On déduit que :

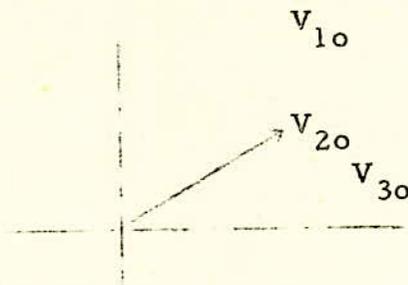
$$V_{2i} = a V_{1i}$$

$$V_{3i} = a^2 V_{1i}$$

Le système des composantes inverses est donc :

$$V_{1i}, a V_{1i}, a^2 V_{1i}$$

Composantes homopolaires



Un système homopolaire est tel que ses trois vecteurs représentatifs soient confondus; en d'autres termes les trois grandeurs qui le constituent sont en phase

$$V_{1o} = V_{2o} = V_{3o}$$

En posant  $V_{1d} = V_d$ ,  $V_{1i} = V_i$ ,  $V_{10} = V_o$  l'écriture du système (1) se réduit à :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_d + V_i + V_o \\ V_2 &= a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 &= a V_d + a^2 V_i + V_o \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix}$$

La transformation **inverse** donne

$$\begin{aligned} V_d &= 1/3 \cdot (V_1 + a V_2 + a^2 V_3) \\ V_i &= 1/3 \cdot (V_1 + a^2 V_2 + a V_3) \\ V_o &= 1/3 \cdot (V_1 + V_2 + V_3) \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} = 1/3 \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

on a coutume de dire que  $(V_d, V_i, V_o)$  sont les composantes symétriques du système  $(V_1, V_2, V_3)$  alors qu'elle ne sont en réalité que les composantes de  $V_1$ .

### Loi d'Ohm. Impédances symétriques

Dans une branche quelconque d'un réseau comportant un générateur de forces électromotrices déséquilibrées, la loi d'Ohm appliquée à chacune des trois phases s'écrit comme suit :

$$E_d = V_d + Z_d I_d$$

PHASE 1

$$E_i = V_i + Z_i I_i$$

$$E_o = V_o + Z_o I_o$$

$$a^2 E_d = a^2 V_d + a^2 Z_d I_d$$

PHASE 2

$$a E_i = a V_i + a Z_i I_i$$

$$E_o = V_o + Z_o I_o$$

PHASE 3

$$a E_d = a V_d + a Z_d I_d$$

$$a^2 E_d = a^2 V_i + a^2 Z_i I_i$$

$$E_o = V_o + Z_o I_o$$

$E_d, E_i, E_o$  représentent les composantes symétriques des f e m appliquées à une extrémité de la branche.

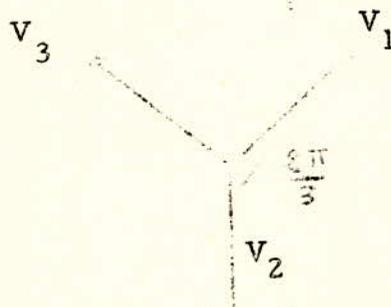
Forces électromotrices équilibrées appliquées à un réseau triphasé de constitution di symétrique

Les tensions  $V_1, V_2, V_3$  sont égales en module et déphasées de  $2\pi/3$  l'une par rapport à l'autre dans le sens direct

$$V_1 = V$$

$$V_2 = a^2 V$$

$$V_3 = a V$$



$$E_d = 1/3 (V_1 + a V_2 + a^2 V_3) = \frac{1}{3} (V + a a^2 V + a^2 a V) = 1/3 (V + V + V) = V$$

$$E_i = 1/3 (V_1 + a^2 V_2 + a V_3) = 1/3 (V + a^2 a^2 V + a a V) = 1/3 V (1 + a + a^2) = 0$$

$$E_o = 1/3 (V_1 + V_2 + V_3) = 1/3 (V + a^2 V + a V) = 1/3 V (1 + a + a^2) = 0$$

D'après ces considérations on peut écrire

$$V = V_d + Z_d I_d$$

PHASE 1

$$0 = V_i + Z_i I_i$$

$$0 = V_o + Z_o I_o$$

$$a^2 V = a^2 V_d + a^2 Z_d I_d$$

PHASE 2

$$0 = a V_i + a Z_i I_i$$

$$0 = V_o + Z_o I_o$$

PHASE 3

$$a V = a V_d + a Z_d I_d$$

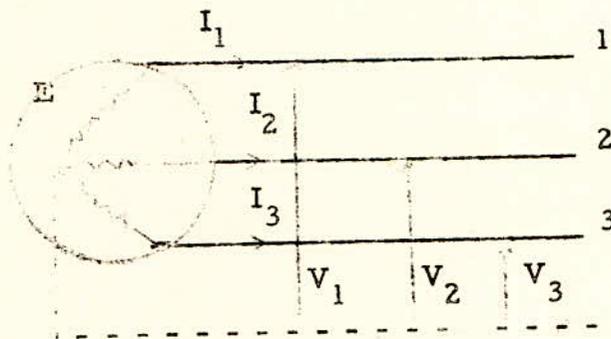
$$0 = a^2 V_d + a^2 Z_i I_i$$

$$0 = V_o + Z_o I_o$$

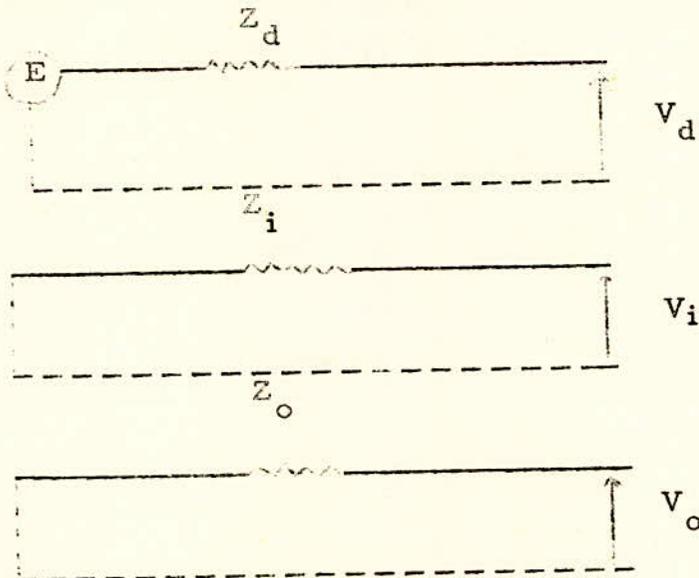
Soit par exemple une portion de réseau comportant une source synchrone de force électromotrice  $E$  (première phase) en série avec une impédance, prenant dans les trois systèmes, des valeurs  $Z_d$   $Z_i$   $Z_o$

Soient  $V_d$   $V_i$   $V_o$  les composantes symétriques des tensions à l'extrémité du circuit,  $I_d$   $I_i$   $I_o$  les composantes symétriques des courants dans le circuit :

Schéma réel



Schémas monophasés équivalents pour la première phase





## PRESENTATION DU RESEAU

### Représentation des éléments ----- du réseau -----

#### Représentation des lignes

##### a) impédances des lignes aériennes:

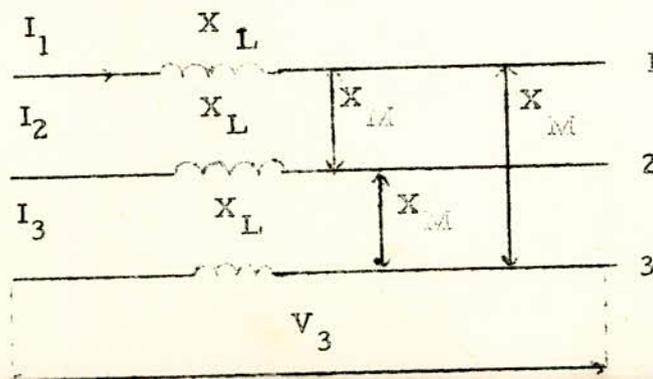
On considère des lignes triphasées comportant des conducteurs circulaires du même résistance linéique et d'une constitution telle que des transpositions régulières assurent en moyenne l'égalité des impédances mutuelles entre les différents circuits constitués par un conducteur de phase et la terre.

##### b) résistance des lignes de transport et de distribution

Du fait de prendre en compte la résistance des lignes dans la détermination des courants de court-circuits d'un réseau alourdit considérablement les calculs par suite de l'introduction d'un terme réel à côté du terme imaginaire. L'expérience montre que le terme réel peut être négligé pour toute ligne dont l'angle d'impédance ( $\arctg \frac{L\omega}{R}$ ) est supérieur à  $60^\circ$ , ce qui conduit pratiquement à négliger la résistance des lignes à 220, 90, 60 KV. A cet effet les lignes sont simplement représentées par leur réactance directe, inverse et homopolaire.

##### c) réactance directe et inverse d'une ligne triphasée

Soit un système de trois conducteurs symétriques. On définit pour chacun d'eux une réactance propre  $X_L$  et entre deux conducteurs une réactance mutuelle  $X_M$ . Le système étant parfaitement symétrique, les réactances propres et mutuelles sont toutes égales entre elles



$I_1, I_2, I_3$  les courants des trois phases,  $V_1, V_2, V_3$  les différences de potentiel entre les extrémités de chaque conducteur.

On écrit les relations entre les différentes grandeurs

$$V_1 = X_L I_1 + X_M I_2 + X_M I_3$$

$$V_2 = X_M I_1 + X_L I_2 + X_M I_3$$

$$V_3 = X_M I_1 + X_M I_2 + X_L I_3$$

La composante directe de la tension

$$V_d = 1/3 \cdot (V_1 + a V_2 + a^2 V_3) =$$

$$V_d = \frac{1}{3} (X_L I_1 + X_M I_2 + X_M I_3 + a X_M I_1 + a X_L I_2 + a X_M I_3 + a^2 X_M I_1 + a^2 X_M I_2 + a^2 X_L I_3)$$

$$V_d = \frac{1}{3} (X_L (I_1 + a I_2 + a^2 I_3) - X_M (I_1 + a I_2 + a^2 I_3)) = I_d (X_L - X_M)$$

Le rapport  $\frac{V_d}{I_d}$  définit la réactance directe  $X_d$

$$X_d = X_L - X_M$$

Un calcul analogue nous donne la réactance inverse

$$X_i = X_L - X_M$$

on en conclut que la réactance directe et la réactance inverse sont égales, car lorsqu'on change l'ordre de succession des phases l'ordre des courants et des tensions change aussi, mais les réactances intérieures ne varient pas.

Ceci est aussi valable pour les éléments statiques (transformateurs)

#### Réactance homopolaire

La composante homopolaire de la tension est égale à

$$V_o = \frac{1}{3} (V_1 + V_2 + V_3)$$

$$= \frac{1}{3} (X_L (I_1 + I_2 + I_3) + 2 X_M (I_1 + I_2 + I_3)) = I_o (X_L + 2 X_M)$$

sachant que :

$X_o$  est égale au rapport de  $V_o$  sur  $I_o$  on en déduit que :

$$X_o = X_L + 2 X_M$$

### Représentation des charges

La valeur des impédances à attribuer à un réseau de charge comportant des transformateurs alimentant divers récepteurs tels que : moteurs asynchrones, moteurs synchrones, lampes d'éclairage, etc... La détermination de l'impédance équivalente de cet ensemble hétérogène est délicate et ne peut être faite qu'à l'aide de larges approximations. Le fait de représenter les charges ou de les négliger n'a qu'une action faible sur le résultat final du calcul de court-circuit.

Il est pratiquement impossible de donner des règles rigoureuses à ce sujet.

### Composition de la charge

Connaissant la physionomie d'un réseau qui absorbe une puissance active  $P$  et une puissance réactive  $Q$  on peut effectuer une répartition approximative des charges.

$$\left. \begin{array}{l} S = UI^* \\ I = I_a + j I_r \\ I^* = I_a - j I_r \end{array} \right\} \Rightarrow S = U (I_a - j I_r) = UI_a - j UI_r$$

$$\begin{array}{ll} \text{si on pose} & P = UI_a \quad \text{puissance active} \\ & Q = UI_r \quad \text{puissance réactive} \end{array}$$

on aura

$$S = P - jQ = \frac{U^2}{Z} \quad Z = \frac{P - jQ}{S} = R + jX = \frac{1}{Y}$$

Vu la structure du programme de la formation de la matrice admittance où la partie réelle est négligée ( $R \ll X$ ) et que seule la partie imaginaire ( $Y = \frac{1}{X}$ ) est considérée

## Représentation des machines synchrones

### a) - réactance directe

Aux premiers instants d'un court-circuit la première onde de courant fait intervenir la réactance subtransitoire des machines qui tient compte du régime transitoire des circuits amortisseurs des rotors des alternateurs; ce régime s'amortissant en quelques périodes on peut souvent le négliger dans la pratique car la valeur des courants de court-circuit est calculée en tenant compte du temps de fonctionnement cumulé des relais et des interrupteurs et ce temps à l'heure actuelle n'est jamais inférieur à un dixième de seconde.

Au temps un dixième de seconde intervient le régime transitoire de l'inducteur qui met en cause la réactance transitoire des machines.

Après un temps variable de quelques secondes intervient le régime de court circuit permanent mettant en cause la réactance synchrone de l'alternateur.

Dans les réseaux actuels le défaut est toujours éliminé en moins d'une seconde, il s'en suit que pour le calcul des courants de court-circuit la réactance à prendre en considération est la réactance transitoire.

Cette représentation permet de calculer les courants de défaut au moment où interviendront les protections.

### b) réactance inverse

La charge d'un alternateur peut être déséquilibrée au cours d'un défaut. On peut considérer à ce moment que le courant de court-circuit peut être décomposé en deux systèmes de courants l'un direct, l'autre inverse donnant naissance à deux champs tournants en sens contraire. La réactance inverse qui est produite par le flux qui tourne par rapport à l'inducteur au double de la vitesse de synchronisme, est généralement plus faible que la réactance transitoire: on peut l'admettre égale à cette dernière en l'absence de tout élément d'information.

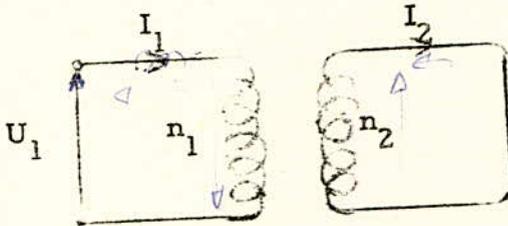
## Représentation des transformateurs

### Transformateurs à deux enroulements

#### Reactance directe et inverse

Les réactances du transformateur sont déterminées par les essais en court circuit.

Soit  $X_{cc}$  la réactance de court-circuit mesurée entre les bornes de l'enroulement primaire, le secondaire étant court-circuité



$$U_1 = - (E_1 - j I_1 X_1 - I_1 R_1) = - E_1 + Z_1 I_1 \quad (1)$$

$$E_2 - I_2 (R_2 + j X_2) = E_2 - Z_2 I_2 = 0 \quad (2)$$

étant donné que  $U_1$  est égal à 5 — 10% de la tension nominale de l'enroulement correspondant, le flux principal dans le noyau pour produire  $\Phi_{cc}$  et la force magneto-motrice  $F_o = I_o n_1$  nécessaire pour produire ce dernier sont tellement petits qu'on peut les négliger.

L'équation de la F. M. M. d'un transformateur s'écrira sous la forme suivante

$$I_1 + \frac{n_2}{n_1} I_2 = 0 \quad (3)$$

En se servant des équations (2) et (3) on peut présenter la relation (1) sous la forme suivante :

$$U_1 = Z_1 I_1 + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_2 I_2 = I_1 \left( Z_1 + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_2 \right) \quad (4)$$

En négligeant la résistance de l'enroulement devant celle de la réactance,

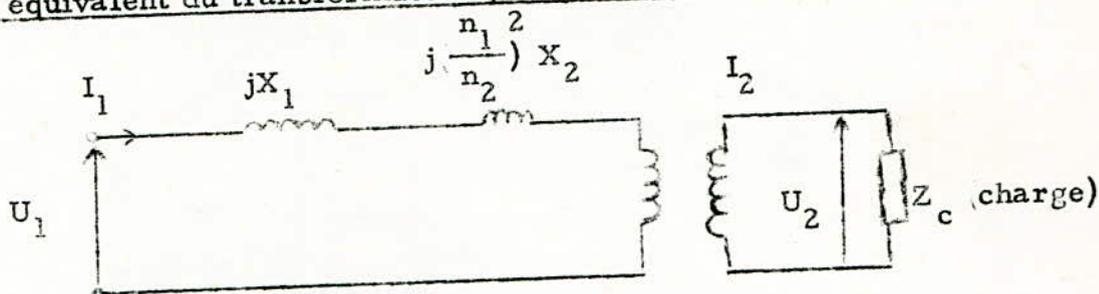
l'équation (4) devient :

$$U_1 = j I_1 \left( X_1 + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 X_2 \right) = j X_{cc} I_1$$

$X_{cc}$  est la réactance équivalente vue du primaire.

Dans les calculs des courants de court-circuit il est légitime de négliger les courants magnétisants, donc la réactance magnétisante; il s'en suit que les transformateurs présentent aux courants des systèmes directe et inverse une impédance égale à leur impédance de court-circuit dont on néglige évidemment la partie réelle.

Schéma équivalent du transformateur pour une phase



La réactance directe ou inverse est :

$$X_d = X_i = X_1 + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 X_2 = X_{cc}$$

Représentation du transformateur en direct ou en inverse



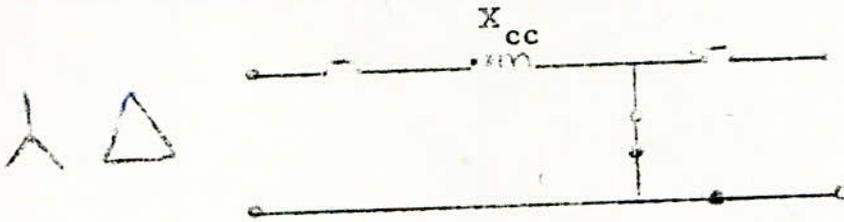
Réactance homopolaire

Par définition les courants homopolaires ont même phase, autrement dit le courant homopolaire n'existe que s'il y a un retour (sans cela la loi de KIRCHOFF ne serait pas satisfaite).

Dans ces conditions la réactance homopolaire d'un transformateur dépend du mode de couplage de ses enroulements et de la nature de son circuit magnétique.

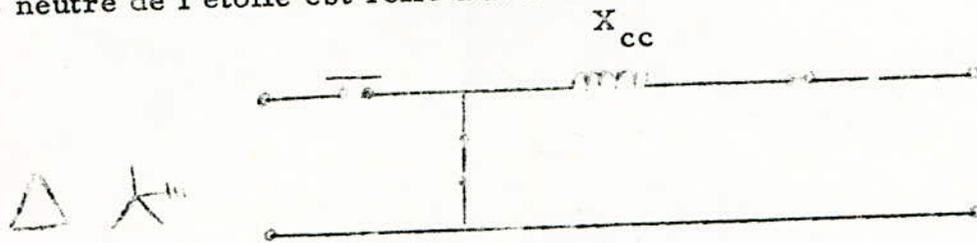
### Transformateur étoile - triangle

- neutre de l'étoile n'est pas relié à la terre ou à un conducteur neutre



La réactance homopolaire vue des bornes de l'enroulement triangle ou étoile est définie, les courants homopolaires ne peuvent circuler par suite de l'absence d'un trajet de retour.

- neutre de l'étoile est relié à la terre

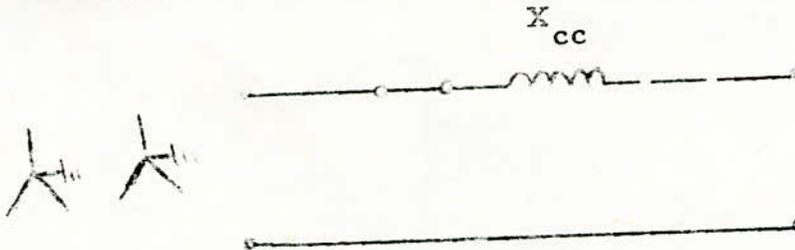


La réactance homopolaire vue des bornes de l'enroulement étoile est sensiblement égale à la réactance directe ( la réactance est tres superieure à la réactance en court - circuit ).

$$X_o = X_d$$

### Transformateur étoile - étoile

- les deux points neutres sont reliés à la terre ou à un conducteur neutre



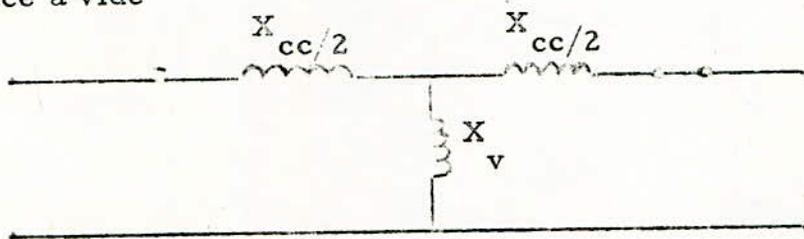
La réactance homopolaire d'un transformateur étoile-étoile est dans ces conditions égale à sa réactance directe.

- seul un des points neutres est relié à la terre

La réactance homopolaire vue des bornes de l'enroulement dont le neutre est isolé, est infinie.

La réactance homopolaire vue des bornes de l'enroulement dont le neutre est relié à la terre dépend de la nature du circuit magnétique du transformateur.

Schéma équivalent du transformateur  en tenant compte de la réactance à vide

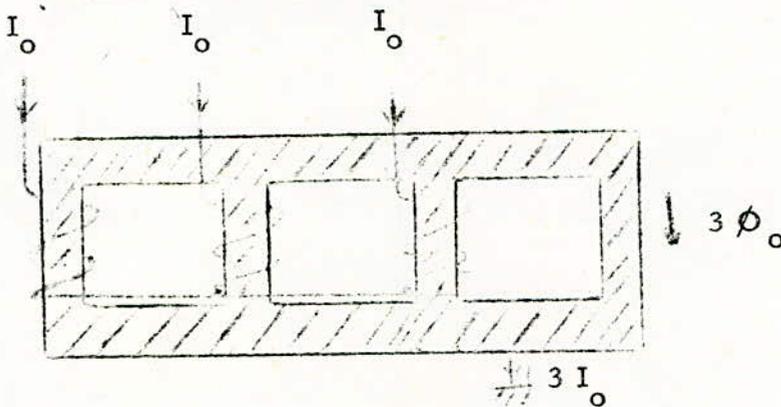


$X_v$  : réactance à vide du transformateur

$$X_o = \frac{X_{cc}}{2} + X_v = X_v$$

La réactance homopolaire est égale à la réactance à vide.

#### Transformateur à flux libre



Si on appelle  $R_n$  la réluctance de chaque noyau d'enroulement,  $R_c$  la réluctance du noyau commun, l'inductance propre de chaque enroulement est

$$L_{v1} = \frac{n^2}{R_n + 3R_c}$$

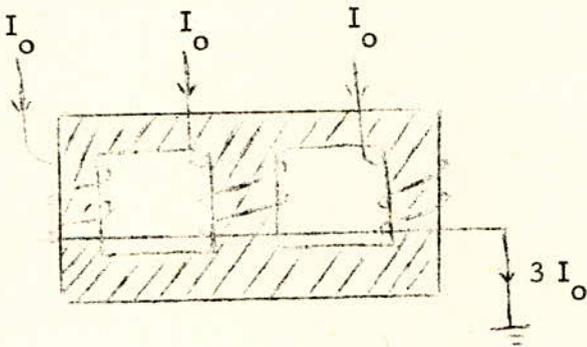
la réactance  $X_{v1} = L_{v1} \omega$

$X_v$  : réactance vue des bornes de l'enroulement dont le neutre est relié à la terre mesurée à vide

$n$  : nombre de spires des enroulements.

Les valeurs de  $R_n$  et de  $R_c$  sont faibles puisque le flux homopolaire se referme dans le fer, il s'en suit qu'on peut considérer la valeur de  $L_v$  comme infinie dans les calculs de courants de court-circuit.

#### Transformateur à flux forcés



La réactance homopolaire est beaucoup plus faible car le flux créé par le courant homopolaire dans chaque noyau se referme dans l'air par des trajets de grande réluctance.

Si  $R_f$  est la réluctance du trajet de retour, l'inductance de chaque enroulement à pour valeur

$$L_{v2} = \frac{n^2}{R_v + R_f} \neq \frac{n^2}{R_f}$$

$$X_{v2} = L_{v2} \omega$$

$$X_o = X_{v2}$$

La valeur de  $R_f$  étant beaucoup plus grande que la valeur de  $(R_n + 3R_c)$ .

Il s'en suit que  $X_{v2}$  est beaucoup plus faible que  $X_{v1}$  néanmoins la réactance  $X_{v2}$  reste élevée elle est comprise entre 10 et 15 fois la valeur de la réactance de court-circuit.

### Transformateurs à trois enroulements

Le transformateur à trois enroulements permet des échanges de puissance entre trois réseaux de tensions différentes.

### Equations de fonctionnement

L'action du flux principal est caractérisé par les inductions mutuelles  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  et celle des flux de dispersion est caractérisée par les inductances  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_{12}$ ,  $l_{21}$ ,  $l_{13}$ ,  $l_{31}$ ,  $l_{23}$ ,  $l_{32}$

Nous admettons que la perméabilité magnétique du fer  $\mu = \text{constante}$ .  
Dans ces conditions :

$$M_1 = M_2 = M_3 = M$$

$$l_{12} = l_{21}, l_{13} = l_{31}, l_{23} = l_{32}$$

par analogie avec les transformateur à deux enroulements nous avons  
 $I_1 + I_2 + I_3 = 0$  (en négligeant le courant magnétisant).

Les inductances totales des enroulements 1, 2 et 3 sont :

$$L_1 = M + l_1 + l_{12} + l_{13}$$

$$L_2 = M + l_2 + l_{12} + l_{23}$$

$$L_3 = M + l_3 + l_{13} + l_{23}$$

Les inductions mutuelles totales entre les enroulements 2 et 3 par rapport à l'enroulement 1 sont déterminés par les sommes  $M + l_{21}$  et  $M + l_{13}$  et par un raisonnement analogue on détermine les différentes inductions mutuelles entre les différents enroulements.

Les équations des F.E.M. du transformateur à 3 enroulements s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 U_1 &= jI_1 w (M + l_1 + l_{12} + l_{13}) + jI_2 w (M + l_{12}) + jI_3 w (M + l_{13}) \\
 - U_2 &= jI_2 w (M + l_2 + l_{12} + l_{23}) + jI_3 w (M + l_{23}) + jI_1 w (M + l_{12}) \\
 - U_3 &= jI_3 w (M + l_3 + l_{13} + l_{23}) + jI_1 w (M + l_{13}) + jI_2 w (M + l_{23})
 \end{aligned}$$

en retranchant  $U_2$  de  $U_1$  et  $U_3$  de  $U_1$ , puis nous introduisant dans les différences obtenues les valeurs du courant  $I_1 = - (I_2 + I_3)$  on aura

$$U_1 - (-U_2) = \Delta U_{12} = -jI_1 w (l_1 + l_{13} + l_2 + l_{23}) - jI_3 w (l_1 + l_{23}) \quad (1)$$

$$U_1 - (-U_3) = \Delta U_{13} = -jI_1 w (l_1 + l_{12} + l_3 + l_{23}) - jI_2 w (l_1 + l_{23}) \quad (2)$$

au régime de court-circuit entre les enroulements 1 et 2 avec l'enroulement 3 ouvert et  $I_3 = 0$

$$\Delta U_{12} = -jI_1 w (l_1 + l_{13} + l_2 + l_{23}) = -jI_1 X_{12}$$

pour les enroulements 1 et 3 et  $I_2 = 0$

$$\Delta U_{13} = -jI_1 w (l_1 + l_{12} + l_3 + l_{23}) = -jI_1 X_{13}$$

de façon analogue on obtient du régime de court circuit des enroulements 2 et 3 pour  $I_1 = 0$

$$w (l_2 + l_{12} + l_3 + l_{13}) = X_{23}$$

on pose

$$w (l_1 + l_{23}) = X_1$$

$$w (l_2 + l_{13}) = X_2$$

$$w (l_3 + l_{12}) = X_3$$

De ces équations on en déduit que :

$$X_{12} = X_1 + X_2$$

$$X_{13} = X_1 + X_3$$

$$X_{23} = X_2 + X_3$$

Dans ces conditions les équations (1) et (2) se mettent sous la forme suivante :

$$\Delta U_{12} = I_1 \cdot j \cdot X_1 - I_2 (jX_{12} - jX_1)$$

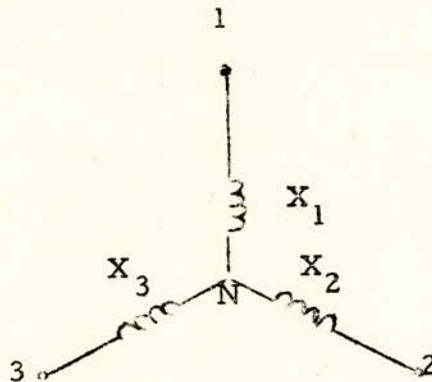
$$\text{ou vu que } X_1 + X_2 = X_{12} \text{ on a : } \Delta U_{12} = I_1 \cdot jX_1 - I_2 \cdot jX_2 \quad (3)$$

on a respectivement

$$\Delta U_{13} = I_1 \cdot jX_1 - I_3 jX_3 \quad (4)$$

#### Schéma équivalent du transformateur à trois enroulements

En partant des équations (3) et (4) on peut voir que le schéma équivalent qui satisfait à ces égalités est une étoile à trois branches de reactances  $X_1$ ,  $X_2$  et  $X_3$ .



Ce schéma correspond à une phase d'un transformateur à trois enroulements.

Les éléments  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  de l'étoile fictive peuvent être déterminés très simplement si l'on connaît les résultats des trois essais en court-circuit c'est à

dire  $X_{12}$ ,  $X_{13}$ ,  $X_{23}$ .

$$X_{12} = X_1 + X_2$$

$$X_{13} = X_1 + X_3$$

$$X_{23} = X_2 + X_3$$

on en déduit que

$$X_1 = \frac{X_{12} + X_{13} - X_{23}}{2}$$

$$X_2 = \frac{X_{12} + X_{23} - X_{13}}{2}$$

$$X_3 = \frac{X_{13} + X_{23} - X_{12}}{2}$$

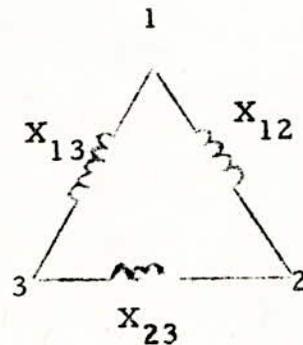
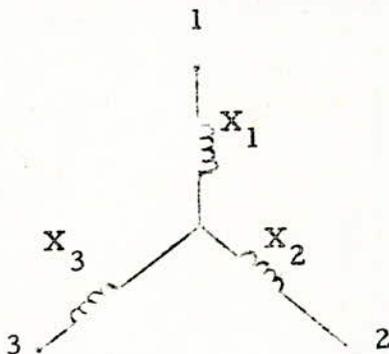
### Réactance directe et inverse

Les réactances directe et inverse sont égales à la réactance en court circuit du transformateur. Les valeurs  $X_1$   $X_2$   $X_3$  des réactances des trois branches de l'étoile sont identiques.

### Représentation en direct ou en inverse

Le schéma en étoile à trois branches étant fictif puisque le point N détermine non pas la liaison électrique mais la liaison électromagnétique entre les trois enroulements. Pour lever cette ambiguïté on préfère passer du schéma étoile à la représentation en triangle afin d'éliminer ce point neutre fictif.

### Transformation de l'étoile en triangle



$$X_{12} = \frac{X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_1 X_3}{X_3}$$

$$X_{13} = \frac{X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_1 X_3}{X_2}$$

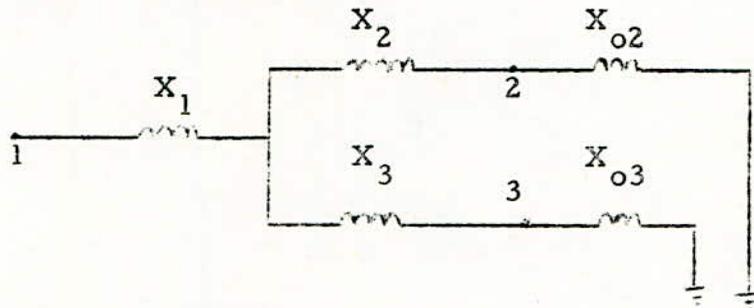
$$X_{23} = \frac{X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_1 X_3}{X_1}$$

### Réactance homopolaire

La réactance homopolaire dépend du couplage des enroulements

transformateur 

Dans le cas où le réseau alimenté par le transformateur à son neutre relié à la terre le schéma est le suivant :

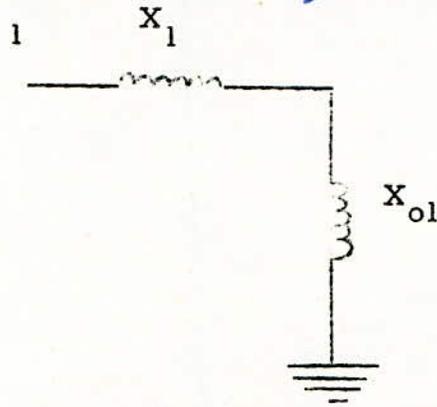


Les enroulements 2 et 3 sont branchés sur des réseaux de réactances homopolaires respectivement égales à  $X_{o2}$  et  $X_{o3}$

Reactance homopolaire vue des bornes primaires 1

$$X_o = X_1 + \frac{(X_2 + X_{o2})(X_3 + X_{o3})}{(X_2 + X_3 + X_{o2} + X_{o3})}$$

Dans le cas ou le réseau alimenté par le transformateur fonctionnant à neutre isolé, la représentation est la suivante :

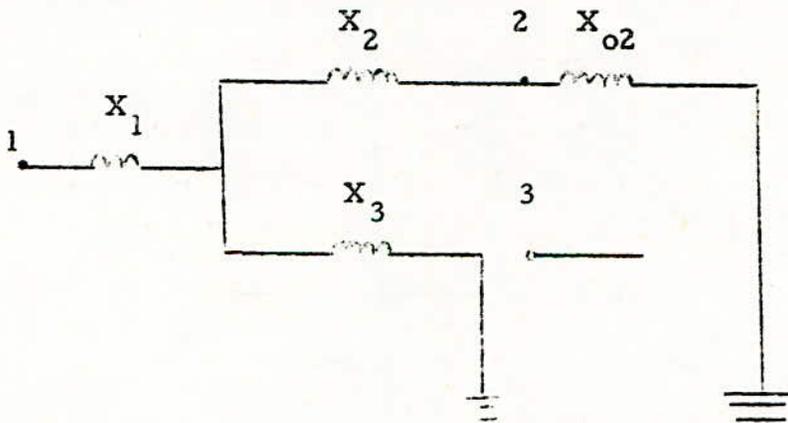


$X_{01}$  : réactance vue du primaire mesurée lors de l'essai à vide

$$X_o = X_1 + X_{01} = X_{01}$$

transformateur 

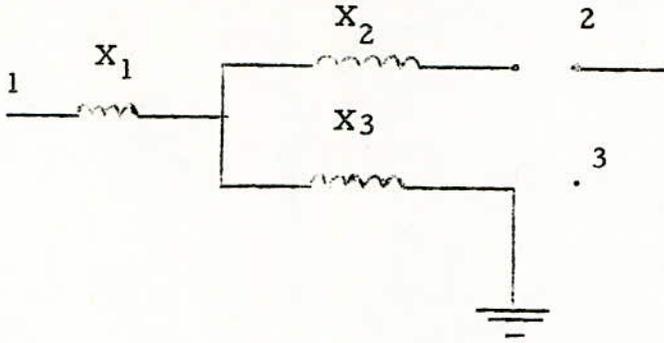
Le réseau alimenté par le transformateur à son neutre relié à la terre



La réactance homopolaire vue des bornes primaires

$$X_o = X_1 + \frac{X_3 (X_2 + X_{02})}{X_3 + X_2 + X_{02}}$$

Dans le cas où le réseau alimenté par le transformateur fonctionne à neutre isolé le schéma équivalent est le suivant :

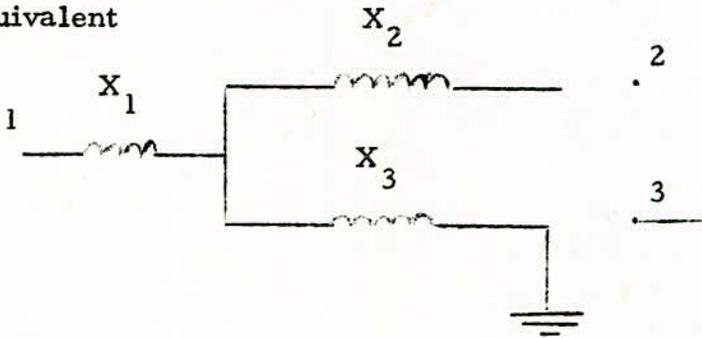


La réactance vue des bornes primaire est  $X_0 = X_1 + X_3$

La réactance vue des autres bornes est évidemment infinie

Transformateur 

Schéma équivalent



La composante homopolaire des courants ne peut franchir le transformateur

La réactance vue des bornes primaires est égale à

$$X_0 = X_1 + X_3$$

## Représentation du réseau dans le cas d'un défaut

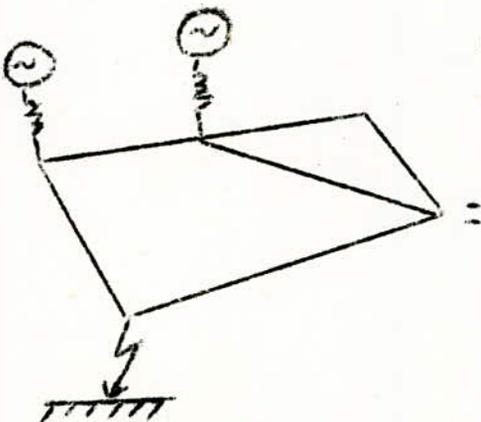
Rappel: Le théorème de superposition des états d'équilibres permet de décomposer le réseau défaillant en une somme de deux réseaux :

- réseau à l'état sain
- réseau dit ' additionnel '

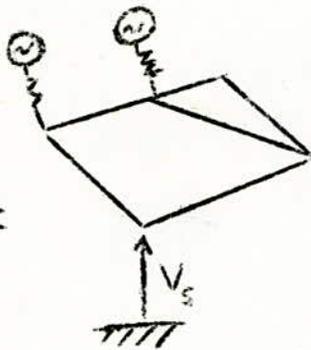
- Réseau à l'état sain: C'est le régime en l'absence de défaut. Les forces électromotrices symétriques des groupes générateurs sont appliquées au réseau en série avec leur impédance transitoire.

- Réseau additionnel : Aucune tension n'est appliquée au réseau par les groupes générateurs qui sont supposés réduits à leur impédance transitoire, par contre trois tensions sont imposées au noeud en défaut entre les trois-3- phases et le neutre (noeud de référence) de sorte que l'addition de ces tensions à celles preexistantes donne des tensions constatées durant le court-circuit

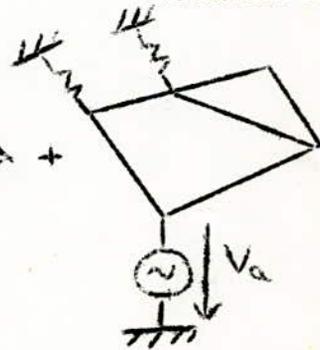
Réseau à l'état du défaut



Réseau sain



Réseau additionnel



Les tensions pour chacune des phases en régime de court-circuit sont :

$$V_c^1 = V_s^1 + V_a^1 ; V_c^2 = V_s^2 + V_a^2 ; V_c^3 = V_s^3 + V_a^3$$

Le courant de défaut est alimenté par les courants de phase de ce régime additionnel :  $I_a^1, I_a^2, I_a^3$  puisque à l'état initial seuls existent  $I_s^1, I_s^2, I_s^3$

Calculer le courant de défaut revient donc à calculer le courant que créerait la source de tension dans le réseau additionnel.

Le réseau dans le régime additionnel est un réseau passif ( les générateurs sont réduits à leur impédance transitoire).

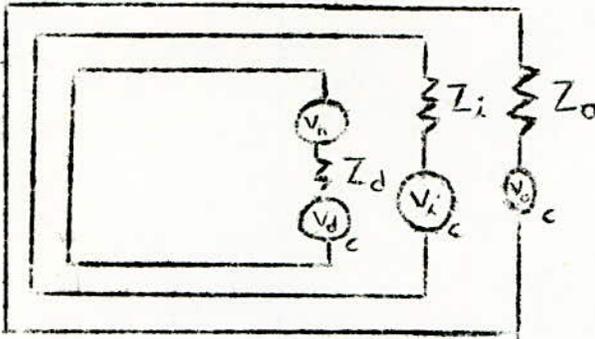
Pour étudier les courants de court-circuit, on doit former la matrice des impédances de transfert relative au régime additionnel, c'est à dire on fait intervenir lors de la formation de la matrice admittance en court-circuit :

- le réseau (lignes, transformateurs, charges)
- les machines (par leur impédance transitoire)

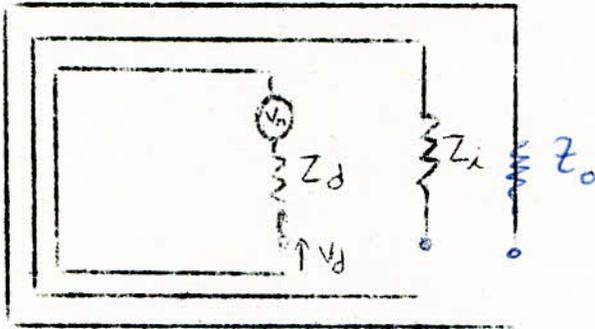
Le calcul du régime dissymétrique provoqué dans un réseau par l'apparition d'un défaut réalisant un court-circuit dissymétrique reste complexe, aussi à t-on recours aux composantes symétriques qui simplifient le problème posé.

Les trois réseaux considérés (direct., inverse et homopolaire) sont totalement découplés d'où trois calculs complètement séparés et beaucoup plus simples.

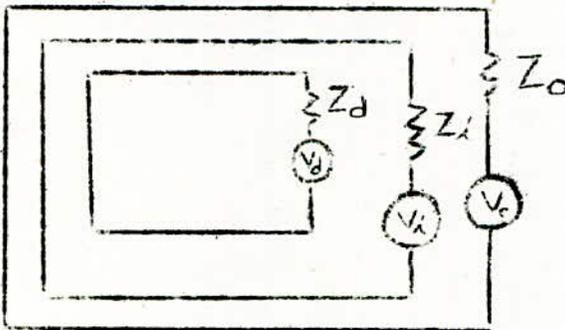
- réseau en état de court-circuit



- réseau à l'état sain



- réseau additionnel



Les composantes symétriques des tensions et courants de ce régime additionnel se calculent simplement d'après les égalités suivantes :

$$(V_d)_c = (V_d)_s + (V_d)_a ; (V_i)_c = (V_i)_a ; (V_o)_c = (V_o)_a$$

$$(I_d)_c = (I_d)_a ; (I_i)_c = (I_i)_a ; (I_o)_c = (I_o)_a$$

Comme on l'a déjà fait remarquer, le courant de défaut se calcule dans le seul régime additionnel, et il suffit donc de déduire des équations précédentes les relations entre les composantes symétriques des tensions et courants de ce régime additionnel, en connaissant le régime initial (réseau sain) et les conditions de court-circuit (on admet que la tension dans le réseau sain est égale à la tension nominale  $V_n$ ).

La tension imposée dans le régime additionnel est égale à  $V_n$ .

De ces considérations on peut conclure que les équations en régime additionnel sont en fonction des composantes symétriques

$$V_n = V_d + Z_d I_d$$

$$0 = V_i + Z_i I_i$$

$$0 = V_o + Z_o I_o$$

D'où la nécessité de former les matrices admittances directes, inverses et homopolaires au régime additionnel.

EDWARD ELIZAVETH

ELIZAVETH

## RAPPEL SUR LA FORMATION DE LA MATRICE ADMITTANCE

### Introduction et rappel de quelques définitions

Un réseau électrique est constitué d'un certain nombre ( $b$ ) de liaisons ou branches (lignes câbles, transformateurs, machines etc...) raccordant entre eux, selon une contexture donnée, un certain nombre ( $n+1$ ) de noeuds ou sommets (jeux de barres de postes point neutre etc...)

Un sommet quelconque étant choisi comme sommet de référence. Le rôle du sommet de référence est double :

a) la tension de ce sommet sert d'origine à la mesure de toutes les autres tensions du réseau. En particulier ce qu'on appelle par la suite tension d'un sommet  $i$  est en réalité la différence de potentiel entre ce sommet et le sommet de référence

b) ce sommet permet d'équilibrer le bilan des courants injectés. La somme de ceux-ci devant être nulle. Le courant injecté au sommet de référence est égal à l'opposé de la somme de tous les autres.

On sait qu'il existe entre les  $n$  tensions  $V$  des autres sommets et les  $n$  courants  $I$  injectés en ces sommets, un système de  $n$  relations linéaires qui constituent les équations du réseau.

Ainsi l'état d'un réseau est complètement déterminé par la donnée de  $n$  paramètres choisis parmi ces tensions et ces courants, les  $n$  autres s'en déduisant par les équations du réseau mises sous une forme appropriée.

Parmi toutes les formes possibles de ce système, la plus facilement accessible est celle pour laquelle les paramètres sont les tensions et les inconnues, les courants.

## Formation de la matrice admittance

### méthode des équations nodales

La méthode des équations nodales est celle qui permet le plus simplement l'élaboration du système d'équations permettant de calculer les courants et les tensions dans un réseau. Les inconnues de ce système sont les potentiels des noeuds du réseau.

Le calcul matriciel constitue la technique la plus adéquate pour décrire un ensemble de relations **linéaires** entre plusieurs inconnues.

soit le système d'équation suivant

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + \text{---} + Y_{1i} V_i + \text{---} + Y_{1j} V_j + \text{---} + Y_{1n} V_n$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + \text{---} + Y_{2i} V_i + \text{---} + Y_{2j} V_j + \text{---} + Y_{2n} V_n$$

$$I_i = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \text{---} + Y_{ii} V_i + \text{---} + Y_{ij} V_j + \text{---} + Y_{in} V_n$$

$$I_j = Y_{j1} V_1 + Y_{j2} V_2 + \text{---} + Y_{ji} V_i + \text{---} + Y_{jj} V_j + \text{---} + Y_{jn} V_n$$

$$I_n = Y_{n1} V_1 + Y_{n2} V_2 + \text{---} + Y_{ni} V_i + \text{---} + Y_{nj} V_j + \text{---} + Y_{nn} V_n$$

Les tensions  $V_i$  sont mesurées par rapport au noeud de référence qui est dans notre cas la terre.

soit encore sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_i \\ I_j \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1i} & Y_{1j} & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2i} & Y_{2j} & Y_{2n} \\ Y_{i1} & Y_{i2} & Y_{ii} & Y_{ij} & Y_{in} \\ Y_{j1} & Y_{j2} & Y_{ji} & Y_{jj} & Y_{jn} \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{ni} & Y_{nj} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_i \\ V_j \\ V_n \end{bmatrix}$$

ou sous sa forme condensée

$$[I] = [Y] \cdot [V]$$

Les éléments de la matrice admittance  $Y$  peuvent se calculer à partir des admittances de branches supposées connues :

### Méthodes de calcul des éléments de la matrice admittance

#### Calcul des termes diagonaux

Pour calculer le terme diagonal  $Y_{ii}$ , on injecte un courant  $I_i$  au noeud  $i$  sous une tension  $V_i$  tandis que les autres noeuds sont mis en court-circuit ce qui implique que tous les sommets  $j \neq i$  sont au potentiel nul (potentiel du noeud de référence terre.).

L'équation relative au noeud  $i$  devient

$$I_i = Y_{i1} \cdot 0 + Y_{i2} \cdot 0 + \dots + Y_{ii} V_i + \dots + Y_{ij} \cdot 0 + \dots + Y_{in} \cdot 0$$

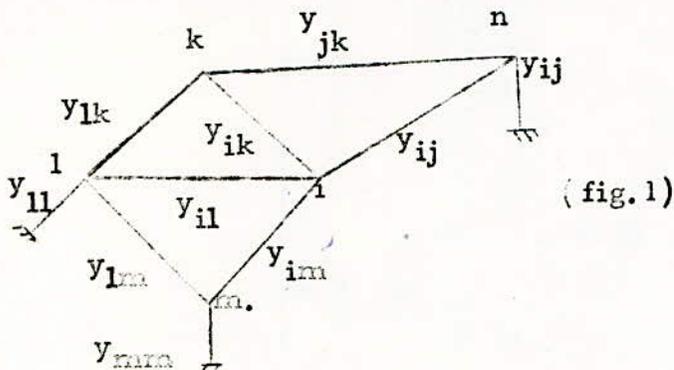
$$I_i = Y_{ii} V_i \quad Y_{ii} = \frac{I_i}{V_i}$$

ou  $I_i$  est le courant total rentrant par le sommet  $i$ ,  $V_i$  son potentiel.

Convention de signe pour les courants: On adopte un signe positif pour les courants entrants, et négatif dans le cas contraire.

### Signification physique du terme diagonal $Y_{ii}$

Considerons le graphe suivant representant un réseau

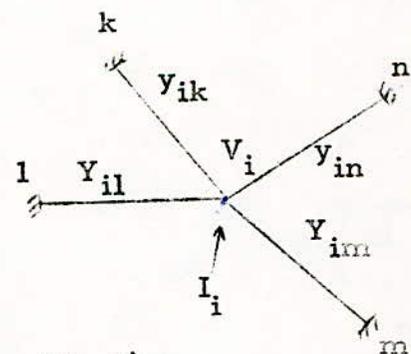
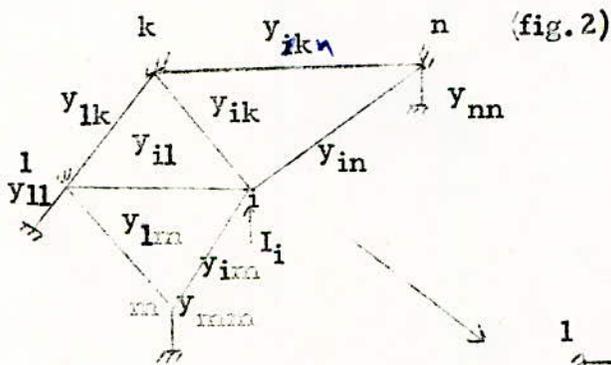


où les termes  $Y_{pq}$  représentent les admittances des branches joignant les sommets  $p$  et  $q$ .

Dans le cas où tous les noeuds sont en court-circuit sauf le noeud  $i$  donc :

$$V_p = 0 \quad \text{pour } p \neq i$$

Le schéma équivalent sera donc représenté comme suit :



Comme les admittances s'ajoutent en parrallèle on en déduit iramédiatement que chaque élément  $Y_{ii}$  de la diagonale principale est égale à la somme des admittances des branches incidentes au noeud  $i$ . (admittance propre du noeud  $i$ ).

$$Y_{ii} = \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

### Calcul des termes non diagonaux

#### Theorème de réciprocité

Ce théorème permet de formuler pour toute paire de noeuds  $i$  et  $j$  d'un réseau l'égalité suivante :

$$Y_{ij} = Y_{ji}$$

En injectant au noeud  $i$  un courant  $I_i$  sous une tension  $V_i$  (les autres noeuds sont mis en court-circuit), par l'intermediaire du noeud de référence), il y aura apparition d'un courant  $I_j$  circulant dans la connexion de mise à la terre correspondante au noeud  $j$ .

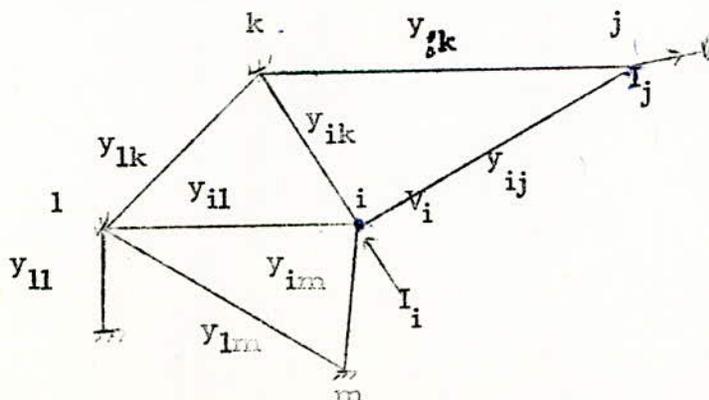
L'équation relative au noeud  $j$  devient

$$I_j = Y_{j1} \cdot 0 + Y_{j2} \cdot 0 + \dots + Y_{ji} V_i + \dots + Y_{jj} \cdot 0 + \dots + Y_{jn} \cdot 0$$

$$Y_{ji} = \frac{I_j}{V_i}$$

#### Signification physique du terme non diagonal $Y_{ij}$

En tenant compte des considérations ci-dessus on déduit le schéma suivant relatif à la fig. 1



$I_j$  est le courant circulant dans la connexion de mise à la terre.

Le courant circulant dans la branche  $y_{pq}$  pour  $p$  et  $q$  différents de  $i$  est nul (les noeuds sont reliés au même potentiel) donc  $I_j$  est égal au courant parcourant la branche  $i - j$

On en déduit immédiatement que chaque élément non diagonal  $Y_{ij}$  est égal à la somme changée de signe des admittances de branches joignant les noeuds  $i$  et  $j$

$$Y_{ij} = - y_{ij}$$

Ce système de formation rapide est en fait d'un emploi peu commode.

Dans la grande majorité des études concernant un réseau ce ne sont pas en effet les tensions qui servent de données, mais les courants injectés. Ainsi le système (1) n'est alors utilisable que combiné à un procédé itératif de résolution.

La forme inverse de la matrice précédente

$$[V] = [Y_{cc}]^{-1} [I] = [Z_o] \cdot [I]$$

conduisait au contraire directement au résultat.

## CONCLUSION

La formation de  $Y_{cc}$  puis son inversion donne donc  $Z_o$ .

Mais ce procédé de formation, très aisément applicable aux petits réseaux, devient impraticable dès que l'ordre de  $Y_{cc}$  (égale au nombre de sommet du réseau) devient très important.

L'inversion devient alors une opération très longue et le résultat imprécis.

Donc cette méthode est à éviter car le temps de calcul varie avec le cube de l'ordre de la matrice.

Dans le cas des matrices d'ordre très élevé, la méthode par élimination partielle qui va être décrite au chapitre qui suit s'impose.

SMITH, ASHLEY

EDMUNDS, ASH

## REDUCTION DU RESEAU

Un réseau de transmission d'énergie peut être considéré comme un système physique à paramètres localisés, constants ou variables.

Pour la résolution de ce système on transforme les équations initiales afin d'établir des équations réduites qui ne contiennent que certaines variables qui sont facilement résolubles.

Ainsi que pour les réseaux, on préfère passer d'un réseau étendu à un réseau équivalent de plus en plus réduit par élimination des noeuds pour arriver à un dernier dans lequel on obtient la réponse désirée.

Ce dernier réseau peut être obtenu soit par la réduction des équations matricielles initiales, soit par des transformations successives des circuits, la première méthode est à retenir car elle est aisément programmable.

Cette méthode permet de réduire le réseau en partant de la matrice initiale des admittances qu'on écrit pour le réseau. Cette matrice a les propriétés suivantes :

$$a) Y_{hi} = Y_{ih}$$

$$b) Y_{hh} = \sum_{i \neq h} Y_{ih} \neq 0$$

$$c) \text{ la grande majorité des coefficients } Y_{ih} = 0$$

Ainsi nous transformons cette matrice en recalculant ses termes après chaque élimination d'un noeud. On continue ce procédé itératif jusqu'à ce que tous les sommets  $s$  sont éliminés, on obtient alors l'équation matricielle réduite.

Le concept de cette réduction conduit à un réseau équivalent avec le réseau initial, c'est au fond une synthèse du réseau présentée sous une nouvelle structure de moindre taille.

Ainsi si nous prenons l'exemple du réseau national, on peut effectuer un calcul de courant de court-circuit en un sommet en défaut appartenant à une région quelconque, en conservant seulement les sommets de la région étudiée, l'inversion de la matrice admittance deviendra une opération très courte, d'où un gain de temps.

Elimination des noeuds par le procedé de GAUSS

Soit le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_s \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1s} & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2s} & Y_{2n} \\ Y_{s1} & Y_{s2} & Y_{ss} & Y_{sn} \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{ns} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_s \\ V_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

Les  $Y_{ij}$  sont les coefficients de la matrice admittance.

Soit à éliminer le noeud  $s$  c'est à dire que le courant correspondant au sommet  $s$  est nul ( il n'y a pas d'injection de courant).

Ce qui implique que le courant  $I_s = 0$

Le système (1) devient :

$$\begin{aligned} Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + & + Y_{1s} V_s + & + Y_{1n} V_n = & I_1 \\ Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + & + Y_{2s} V_s + & + Y_{2n} V_n = & I_2 \\ Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + & + Y_{ss} V_s + & + Y_{sn} V_n = & 0 \quad (2) \\ Y_{n1} V_1 + Y_{n2} V_2 + & + Y_{ns} V_s + & + Y_{nn} V_n = & I_n \end{aligned}$$

De la  $s^{i\text{eme}}$  équation on tire  $V_s$

$$Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + & + Y_{ss} V_s + & + Y_{sn} V_n = & 0$$

$$V_s = -Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n)$$

En remplaçant l'expression de  $V_s$  dans le système (2) on obtient :

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + \dots + Y_{1,s-1} V_{s-1} - Y_{1s} Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n) + Y_{1,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{1n} V_n$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + \dots + Y_{2,s-1} V_{s-1} - Y_{2s} Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n) + Y_{2,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{2n} V_n$$

$$I_{s-1} = Y_{s-1,1} V_1 + Y_{s-1,2} V_2 + \dots + Y_{s-1,s-1} V_{s-1} - Y_{s-1,s} Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n) + Y_{s-1,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{s-1,n} V_n$$

$$0 = Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} - Y_{s,s} Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n) + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n$$

$$I_{s+1} = Y_{s+1,1} V_1 + Y_{s+1,2} V_2 + \dots + Y_{s+1,s-1} V_{s-1} - Y_{s+1,s} Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n) + Y_{s+1,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{s+1,n} V_n$$

$$I_n = Y_{n1} V_1 + Y_{n2} V_2 + \dots + Y_{n,s-1} V_{s-1} - Y_{ns} Y_{ss}^{-1} (Y_{s1} V_1 + Y_{s2} V_2 + \dots + Y_{s,s-1} V_{s-1} + Y_{s,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{sn} V_n) + Y_{n,s+1} V_{s+1} + \dots + Y_{nn} V_n$$

Après factorisation on obtient :

$$I_1 = (Y_{11} - Y_{1s} Y_{ss}^{-1} Y_{s1}) V_1 + (Y_{12} - Y_{1s} Y_{ss}^{-1} Y_{s2}) V_2 + \dots + (Y_{1, s-1} - Y_{1s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s-1}) V_{s-1} + O.V_s + (Y_{1, s+1} - Y_{1s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s+1}) V_{s+1} + \dots + (Y_{1n} - Y_{1s} Y_{ss}^{-1} Y_{sn}) V_n$$

$$I_2 = (Y_{21} - Y_{2s} Y_{ss}^{-1} Y_{s1}) V_1 + (Y_{22} - Y_{2s} Y_{ss}^{-1} Y_{s2}) V_2 + \dots + (Y_{2, s-1} - Y_{2s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s-1}) V_{s-1} + O.V_s + (Y_{2, s+1} - Y_{2s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s+1}) V_{s+1} + \dots + (Y_{2n} - Y_{2s} Y_{ss}^{-1} Y_{sn}) V_n$$

$$I_{s-1} = (Y_{s-1, 1} - Y_{s-1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s1}) V_1 + (Y_{s-1, 2} - Y_{s-1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s2}) V_2 + \dots + (Y_{s-1, s-1} - Y_{s-1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s-1}) V_{s-1} + O.V_s + (Y_{s-1, s+1} - Y_{s-1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s+1}) V_{s+1} + \dots + (Y_{s-1, n} - Y_{s-1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, n}) V_n$$

$$I_s = O.V_1 + O.V_2 + \dots + O.V_{s-1} + O.V_s + O.V_{s+1} + \dots + O.V_n = 0$$

$$I_{s+1} = (Y_{s+1, 1} - Y_{s+1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s1}) V_1 + (Y_{s+1, 2} - Y_{s+1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s2}) V_2 + \dots + (Y_{s+1, s-1} - Y_{s+1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s-1}) V_{s-1} + O.V_s + (Y_{s+1, s+1} - Y_{s+1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s+1}) V_{s+1} + \dots + (Y_{s+1, n} - Y_{s+1, s} Y_{ss}^{-1} Y_{s, n}) V_n$$

$$I_n = (Y_{n1} - Y_{ns} Y_{ss}^{-1} Y_{s1}) V_1 + (Y_{n2} - Y_{ns} Y_{ss}^{-1} Y_{s2}) V_2 + \dots + (Y_{n, s-1} - Y_{ns} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s-1}) V_{s-1} + O.V_s + (Y_{n, s+1} - Y_{ns} Y_{ss}^{-1} Y_{s, s+1}) V_{s+1} + \dots + (Y_{nn} - Y_{ns} Y_{ss}^{-1} Y_{sn}) V_n$$

On constate que le terme général de la matrice admittance après l'élimination du noeud  $s$  s'écrit sous la forme suivante :

$$Y_{ij}^{(k)} = Y_{ij}^{(k-1)} - \frac{Y_{is}^{(k-1)} Y_{sj}^{(k-1)}}{Y_{ss}^{(k-1)}} \quad (3)$$

$Y_{ij}^{(k)}$  = élément nouveau de la matrice réduite

$Y_{ij}^{(k-1)}$ ,  $Y_{is}^{(k-1)}$ ,  $Y_{sj}^{(k-1)}$ ,  $Y_{ss}^{(k-1)}$  = éléments anciens de la

matrice du réseau à réduire

La ligne et la colonne de la matrice admittance réduite correspondants au sommet  $s$  à éliminer deviennent nulles :

$$Y_{sj}^{(k)} = Y_{sj}^{(k-1)} - \frac{Y_{ss}^{(k-1)} Y_{sj}^{(k-1)}}{Y_{ss}^{(k-1)}} = 0$$

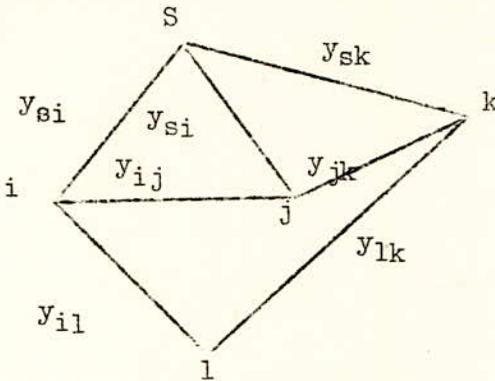
$$Y_{is}^{(k)} = Y_{is}^{(k-1)} - \frac{Y_{is}^{(k-1)} Y_{ss}^{(k-1)}}{Y_{ss}^{(k-1)}} = 0$$

Ce processus de réduction n'est stoppé que lorsque toutes les lignes et les colonnes correspondantes aux noeuds qui doivent être éliminés sont simultanément nulles.

Il convient toutefois de diviser par un élément de la diagonale principale de faible valeur numérique ce qui pourrait provoquer des erreurs. Afin d'éviter ces erreurs d'approximation avant de passer à la réduction on multiplie la matrice admittance initiale par un scalaire de valeur numérique suffisante, et on divise la matrice réduite (après la réduction) par le même scalaire.

Signification physique des éléments de la matrice

Considerons pour simplifier, et sans nuire à la généralité du réseau suivant :



procedons à l'élimination des noeuds s :

pour tout élément situé en dehors de la diagonale l'équation (3) s'écrit :

$$Y_{ij \text{ nouveau}} = Y_{ij} - \frac{Y_{is} Y_{sj}}{Y_{ss}} \text{ (ancien)} \quad (4)$$

Rappelons que dans la matrice des admittances nodales, chaque élément non diagonal d'indices  $(i, j)$  vaut la somme des admittances des branches joignant les noeuds  $p$  et  $q$ , changée de signe tandis que chaque élément de la diagonale principale d'indice  $(i, i)$  est égal à la somme des admittances des branches incidentes au noeud  $p$ .

Il en résulte que :

$$Y_{ij} = -y_{ij}, \quad Y_{si} = -y_{si}, \quad Y_{sj} = -y_{sj}$$

$$Y_{ss} = y_{si} + y_{sj} + y_{sk}$$

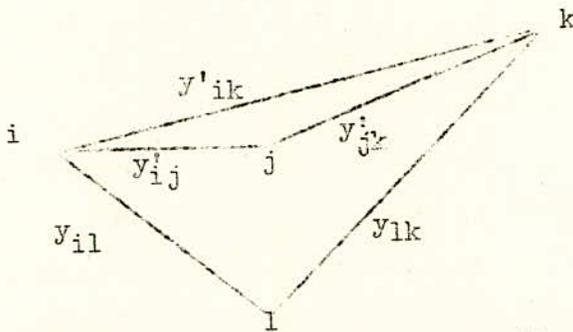
Il s'en suit que l'équation (4) s'écrit de la façon suivante :

$$Y_{ij} = -y_{ij} - \frac{y_{si} \cdot y_{sj}}{y_{si} + y_{sj} + y_{sk}} = - \left( y_{ij} + \frac{y_{si} \cdot y_{sj}}{y_{si} + y_{sj} + y_{sk}} \right) \quad (5a)$$

On remarque que l'admittance  $Y_{ij}$  qui joint les sommets  $i$  et  $j$  après l'élimination du noeud  $s$  peut être obtenue en ajoutant à l'admittance initialement présente  $y_{ij}$  une admittance égale au produit des admittances joignant respectivement les noeuds  $i$  et  $j$  au noeud éliminé ( $s$ ) divisé par la somme des admittances incidentes au noeud  $s$ .

Ainsi le second terme :  $\frac{y_{si} y_{sj}}{y_{si} + y_{sj} + y_{sk}}$  correspond à la formule de transformation d'une étoile en polygone, qui correspond physiquement à l'élimination du noeud  $s$ .

Le schéma réduit résultant de l'élimination du noeud  $s$  après avoir calculé les nouvelles admittances des branches (les admittances reliant les noeuds non voisins au sommet éliminé restent inchangées).



Calcul du nouveau terme diagonal par l'application de la formule

$$Y_{ii} = y_{is} + y_{ij} + y_{il} - \frac{y_{is} y_{is}}{y_{is} + y_{js} + y_{sk}}$$

$$Y_{ii} = y_{il} + y_{ij} + \frac{y_{si}(y_{is} + y_{js} + y_{sk}) - y_{is} y_{is}}{y_{is} + y_{js} + y_{sk}}$$

$$= y_{il} + y_{ij} + \frac{y_{si}(y_{js} + y_{sk})}{y_{is} + y_{js} + y_{sk}}$$

En utilisant les propriétés de la matrice admittance,

Le terme  $Y_{ii}$  après l'élimination du noeud  $s$  prend la forme suivante :

$$Y_{ii} = y'_{ij} + y'_{ik} + y_{il} = y_{ij} + \frac{y_{si} y_{sj}}{y_{si} + y_{sj} + y_{sk}} + \frac{y_{si} y_{sk}}{y_{si} + y_{sj} + y_{sk}} + y_{il}$$

$$Y_{ii} = y_{il} + y_{ij} + \frac{y_{si}(y_{sj} + y_{sk})}{y_{si} + y_{sj} + y_{sk}} \quad (5b)$$

En comparant les relations (5a) et (5b) on constate que l'élément diagonal  $Y_{ii}$  est égale à la somme des admittances connectées au noeud  $i$ . On conclut que cette propriété est conservée après l'élimination du noeud  $s$ .

Remarque

La réduction n'est pas d'une très grande importance pour le réseau étudié qui ne comporte que trente six sommets, mais, elle est d'une grande utilité pour des réseaux très étendus, néanmoins travailler sur un réseau réduit limite énormément les risques d'erreurs.

Ainsi, dans l'inversion de la matrice admittance initiale, les erreurs peuvent s'accumuler à la suite des opérations répétées.

Par contre, la réduction permet de constituer un modèle simple de calcul qui consiste à réduire l'ordre de la matrice tout en réalisant une économie de mémoire (ordinateur) et d'un temps considérable de calcul, étant donné que lors de la réduction, les opérations arithmétiques effectuées sont seulement celles effectivement nécessaires (la matrice admittance est creuse, donc plus ieurs opérations sont simplifiées).



## INVERSIONS DES MATRICES ADMITTANCES

Après les formations des matrices admittances directes et homopolaires respectivement  $YD$  et  $YH$  et leur réduction, leur inversion nous donne la matrice impédance directe et homopolaire qui nous servent pour les calculs des courants et des puissances de court-circuit .

La matrice impédance  $Z_o$  est définie comme l'inverse de la matrice admittance  $Y_{cc}$

$$\begin{bmatrix} Z_o \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

$Z_o$  est dite matrice des impédances de transfert

$Y_{cc}$  est dite matrice des admittances en court-circuit du réseau.

### Inversion de $Y_{cc}$

L'inversion de la matrice admittance  $Y_{cc}$  est calculé par la méthode de GAUSS-JORDAN (méthode du pivot).

Soit le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2n} \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_n \end{bmatrix}$$

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + Y_{1n} V_n$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + Y_{2n} V_n$$

$$I_n = Y_{n1} V_1 + Y_{n2} V_2 + Y_{nn} V_n$$

Ce système d'équation peut s'écrire sous la forme

$$I = f(V)$$

Son système inverse  $V = g(I)$  s'opère comme suit :

soit la  $k^{\text{iem}}$  équation

$$I_k = Y_{k1} V_1 + Y_{k2} V_2 + \dots + Y_{kk} V_k + \dots + Y_{kn} V_n$$

de cette équation on tire

$$Y_{kk} V_k = -Y_{k1} V_1 - Y_{k2} V_2 - \dots - Y_{k,k-1} V_{k-1} + I_k - Y_{k,k+1} V_{k+1} - \dots - Y_{kn} V_n$$

$$V_k = -\frac{Y_{k1}}{Y_{kk}} V_1 - \frac{Y_{k2}}{Y_{kk}} V_2 - \dots - \frac{Y_{k,k-1}}{Y_{kk}} V_{k-1} + \frac{I_k}{Y_{kk}} - \frac{Y_{k,k+1}}{Y_{kk}} V_{k+1} - \dots - \frac{Y_{kn}}{Y_{kk}} V_n$$

Cette équation n'est définie que si et seulement si  $Y_{kk} \neq 0$ .

On pose

$$Y_{kk} = P \quad Y_{kj}^{(\text{pivot})} = -\frac{Y_{kj}}{P} \quad (j \neq k)$$

$$b_{kj} = -\frac{Y_{kj}}{Y_{kk}} = -\frac{Y_{kj}}{P}$$

$$b_{kk} = \frac{1}{Y_{kk}} = \frac{1}{P}$$

Ce sont ces formules qui permettent le changement de  $I$  par  $V$ .

Après ce changement de variables, on obtient :

$$V_k = b_{k1} V_1 + b_{k2} V_2 + \dots + b_{kk} I_k + \dots + b_{kn} V_n$$

Supposant maintenant  $1 \neq k$ .

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + \dots + Y_{1k} V_k + \dots + Y_{11} V_1 + \dots + Y_{1n} V_n$$

En remplaçant l'expression de  $V_k$  dans cette équation, on aura

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + \dots + Y_{1k} (b_{k1} V_1 + b_{k2} V_2 + \dots + b_{kk} I_k + \dots + b_{kn} V_n) + \dots + Y_{11} V_1 + \dots + Y_{1n} V_n$$

$$I_1 = (Y_{11} V_1 + Y_{1k} b_{kl}) V_1 + (Y_{12} + Y_{1k} b_{k2}) V_2 + \dots + Y_{1k} b_{kk} I_k + \\ + (Y_{1l} + Y_{1k} b_{kl}) V_l + \dots + (Y_{1n} + Y_{1k} b_{kn}) V_n$$

On pose ensuite :

$$b_{lj} = Y_{lj} + Y_{lk} b_{kj} \quad \begin{array}{l} l = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad \text{avec } l \neq k \\ b_{lk} = Y_{lk} b_{kk} = \frac{Y_{lk}}{P} \quad \text{avec } j \neq k$$

L'équation finale de  $I_1$  sera la suivante :

$$I_1 = b_{11} V_1 + b_{12} V_2 + \dots + b_{1k} I_k + \dots + b_{1l} V_l + \dots + b_{1n} V_n$$

On poursuit ce procédé itératif pour toutes les équations d'indice différent de  $k$  jusqu'à l'ordre  $n$ .

### Algorithme d'inversion (simplifié)

$$k = 1, 2, \dots, n$$

1°) On divise la colonne  $k$  par l'élément pivot  $(- Y_{kk})$  excepté l'élément correspondant à la ligne  $k$

$$Y_{ik}^{(m)} = - Y_{ik}^{(m-1)} / Y_{kk}^{(m-1)} \quad \begin{array}{l} i = 1, n \\ i \neq k \end{array}$$

$$2^\circ) \quad \begin{array}{l} i = 1, n \\ j = 1, n \end{array} \quad \begin{array}{l} i \neq k \\ j \neq k \end{array}$$

$$Y_{ij}^{(m)} = Y_{ij}^{(m-1)} + Y_{kj}^{(m-1)} \cdot Y_{ik}^{(m)}$$

$$3^\circ) \quad j = 1, n$$

$$\begin{array}{l} j \neq k \\ Y_{kj}^{(m)} = Y_{kj}^{(m-1)} / Y_{kk}^{(m-1)} \\ Y_{kk}^{(m)} = 1 / Y_{kk}^{(m-1)} \end{array}$$

Remarques

Dans le premier stade, on a multiplié la matrice par un scalaire de valeur numérique assez grande avant et après l'inversion.

Soit un scalaire  $a$  et une matrice  $Y$  à inverser, la multiplication de  $Y$  par  $a$  donne  $aY$ .

L'inversion de  $aY$  :  $(aY)^{-1} = Y^{-1} a^{-1} \Rightarrow Y^{-1} = \frac{aY^{-1}}{a^{-1}}$

$$Y^{-1} = a^{-1} (aY)^{-1}$$

Dans le deuxième stade, on a préféré permuter les éléments de cette matrice puisqu'elle est creuse. Cette permutation permet de retrouver l'élément pivot qui est choisi avec une valeur numérique suffisante pour éviter une accumulation des erreurs.

ERIKSSON, ELLIOT

1877-1878

## CALCUL DES COURANTS DE COURT-CIRCUIT

---

La connaissance des courants et puissances apparentes de court-circuit et d'une importance capitale pour l'exploitation des réseaux.

Il est en effet indispensable de dimensionner correctement le matériel constituant les postes, essentiellement les disjoncteurs dont le pouvoir de coupure doit être suffisant pour interrompre les courants de défauts les plus élevés; de plus on cherche à réaliser des systèmes de protection économique donnant toute sécurité en cas de défaut d'isolation quelconque, soit entre phases, soit entre phase et terre.

### Aspect pratique des études de court-circuit

On groupe sous le nom de court-circuit tout incident provoqué soit par un contact entre la terre et un conducteur, soit entre conducteurs. Ce contact provoque quelquefois un arc.

### établissement d'un court-circuit

Après un court-circuit les tensions et les courants varient continuellement avant d'atteindre le régime permanent où ils sont alors sinusoidaux.

On distingue trois périodes :

- |                         |  |
|-------------------------|--|
| - régime subtransitoire | $t < 0,1 \text{ s}$ (néglige en pratique)            |
| - régime transitoire    | $0,1 < t < 1 \text{ à } 3 \text{ s}$ (régime étudié) |
| - régime permanent      | $t \geq 3 \text{ secondes.}$                         |

### Les court-circuits sont d'origine diverses

- |                       |                                |
|-----------------------|--------------------------------|
| - électrique          | altération d'un isolant        |
| - atmosphérique       | foudre, tempête,               |
| - mécanique           | chute d'un corps sur une ligne |
| - fausses manoeuvres. |                                |

### Effets des courts-circuits

on distingue quatre genres d'effets :

#### 1°) effet d'échauffement

Ils sont dus soit à la surintensité dans les divers circuits alimentant le défaut, soit à l'arc électrique. Ils sont évidemment fonction de la durée du court-circuit.

#### 2°) effets électrodynamiques

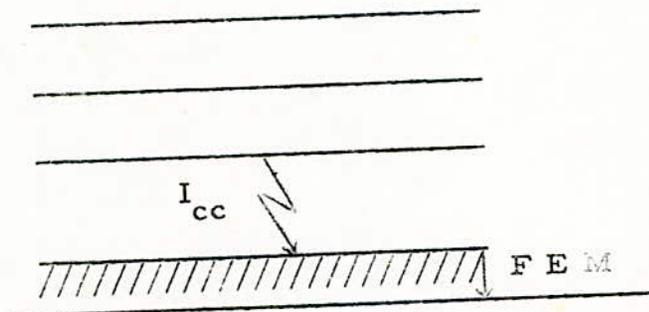
A chaque alternance, les conducteurs traversés par le courant de défaut s'attirent où se repoussent avec une force proportionnelle au carré du courant et inversement proportionnelle à leur distance:

$$F = K \frac{I_{cc}^2}{d}$$

#### 3°) effets d'induction dans le cas d'un court-circuit monophasé

Les surintensités parcourant les lignes peuvent provoquer des phénomènes sur les circuits voisins tels que les lignes PTT, les conduites de gaz ou d'eau.

Par exemple, quand une ligne est parallèle à un circuit PTT, la circulation du courant de court-circuit  $I_{cc}$  dans le sol induit une f. e. m dans le circuit constitué par le sol et le circuit PTT. Si le circuit est mis à la terre ou mal isolé, il apparaît à l'extrémité du circuit une tension d'autant plus dangereuse que  $I_{cc}$  est plus grand



P. T. T.

4°) effets de chutes de tension

tout court-circuit provoque des chutes de tensions sur le réseau voisin du lieu de défaut qui peuvent gêner l'alimentation des consommateurs.

### Méthode générale de calcul des régimes déséquilibrés

1. On isole autours du point de défaut une zone aussi petite que possible.
2. A l'intérieur de la zone on écrit en raisonnant sur les courants et tensions réels, les équations caractérisant la nature du défaut.
3. A la frontière de la zone on écrit l'identité entre les grandeurs réelles (courants et tensions) mesurées à l'intérieur et leur expressions résultant de la composition de leurs composantes symétriques mesurées à l'extérieur. Ces équations ne font que traduire la continuité des courants et tensions réels à travers la frontière.
4. A l'extérieur de la zone on écrit les équations caractérisant le fonctionnement des schémas monophasés équivalents de toutes les parties du réseau, dans les trois systèmes direct, inverse et homopolaire.

### Calcul des courants de court-circuit dans un réseau triphasé complexe

- formules caractérisant le défaut

La méthode exposée ci-dessus va être appliquée au calcul des courants de court-circuit. Le court-circuit peut revêtir l'une des formes suivantes :

- défaut triphasé symétrique
- défaut entre deux phases et la terre
- défaut entre deux phases sans mise à la terre
- défaut entre une phase et la terre

### Calcul des courants de court-circuit

Le calcul des courants de court-circuit sont une application directe des matrices impédances de transfert. Ils sont basés sur la théorie des composantes symétriques. Un changement de base permet de raisonner sur les composantes directs, inverses et homopolaires des tensions et courants au lieu de raisonner sur les composantes par phase de ces grandeurs.

Les calculs des courants de court-circuit se décomposent en deux étapes principales.

- 1) calcul au noeud en défaut (courant et puissance de court-circuit)
- 2) calcul en d'autres points du réseau (chute de tension, composantes symétriques dans certaines branches).

Ces deux étapes sont suivies de conversions nécessaires pour passer

- aux composantes par phase
- aux composantes réelles (et non à la tension de base)

### Calcul au noeud en défaut

On sait que le calcul du courant de défaut revient à déterminer le courant que créerait la source -  $V_n$  dans le réseau additionnel.

Reprenons les équations qui représentent le réseau additionnel

$$V = Z \cdot I$$

Supposons que le défaut se produit en un noeud quelconque  $k$  du réseau. Sachant que dans le réseau additionnel le courant de défaut est le seul injecté

$$\text{donc pour } j \neq k \quad I_j = 0$$

On en déduit que le système  $V = Z \cdot I$  se réduit à :

$$V_k = Z_{kk} I_k$$

ou bien en fonction des composantes symétriques

$$(V_d)_k = V - (Z_d)_{kk} (I_d)_{kk}$$

$$(V_i)_k = - (Z_i)_{kk} (I_i)_k$$

$$(V_o)_k = - (Z_o)_{kk} (I_o)_k$$

On conclue donc que l'impédance équivalente du réseau, vu d'un sommet d'indice  $k$  et le terme diagonal  $Z_{kk}$  de la matrice des impédances de transfert et ce dans le système direct, inverse et homopolaire.

### Calcul en d'autres points du réseau

Le calcul des tensions au noeud  $l$  ( $l \neq k$ ) est immédiat une fois on a déterminé le courant de défaut.

Puisque le courant injecté au noeud  $l$  est nul ( le défaut est supposé au noeud  $k$  ). Les équations qui s'en déduisent sont :

$$V_k = Z_{kk} I_k$$

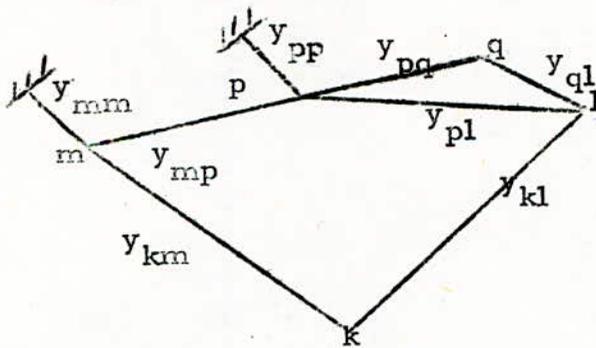
$$V_l = Z_{kl} I_k = Z_{lk} I_k$$

$V_l$  représente la chute de tension crée par le défaut, puisque <sup>c'est</sup> la tension due au courant  $I_k$

$Z_{lk}$  représente l'impédance équivalente vu des noeuds  $l$  et  $k$  .

On en déduit la tension dans les noeuds conservés du réseau, et par application de la loi d'OHM le courant dans les branches du réseau.

Sans nuire à la généralité prenons l'exemple suivant schématisant un réseau en régime additionnel



Supposons qu'un défaut se produit au noeud  $k$

Les composantes symétriques des courants et des tensions au sommet  $k$  en défaut sont

$$(V_d), (V_i), (V_o)$$

$$(I_d), (I_i), (I_o)$$

Les composantes symétriques des tensions au noeud  $l$  (noeud voisin)

$$(V_i)_l = - (Z_{i'lk}) (I_i)_k$$

$$(V_o)_l = - (Z_{o'lk}) (I_o)_k$$

$$(V_d)_l = V - (Z_{d'lk}) (I_d)_k$$

Les composantes symétriques des courants traversant la branche  $pq$

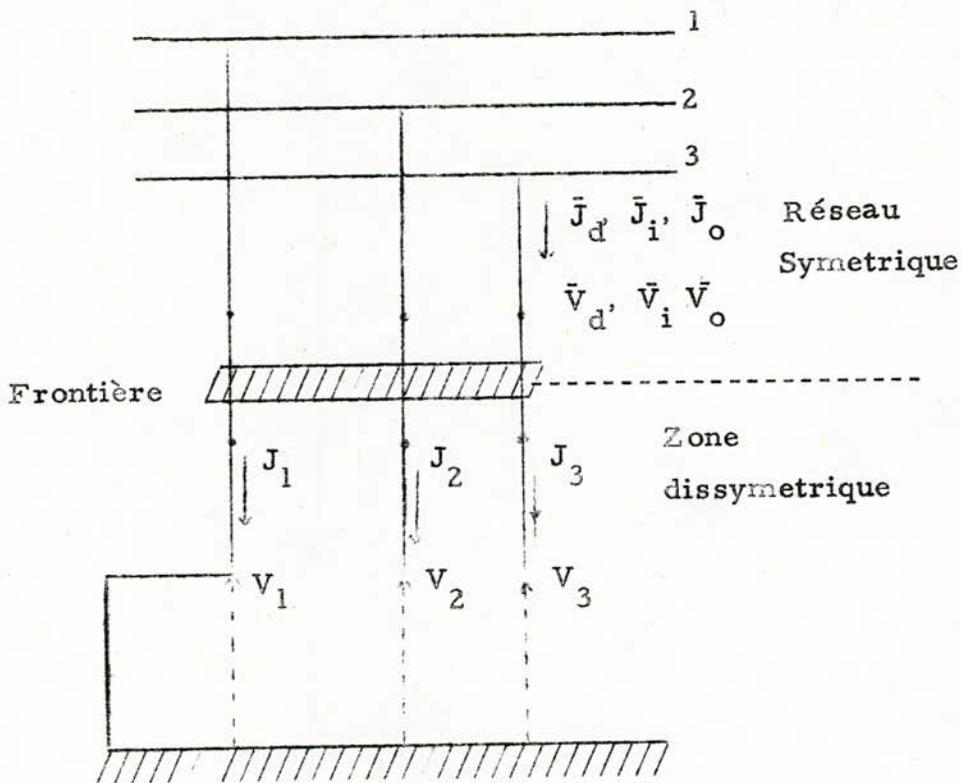
$$(I_d)_{lk} = ((V_d)_l - (V_d)_k) (Y_d)_{lk}$$

$$(I_i)_{lk} = ((V_i)_l - (V_i)_k) (Y_i)_{lk}$$

$$(I_o)_{lk} = ((V_o)_l - (V_o)_k) (Y_o)_{lk}$$

Calcul des différents cas de court-circuit

Court-circuit entre une phase et la terre (monophasé)



Les relations entre les tensions et courants réels dans les derivations à l'intérieur de la zone de dissymetrie sont évidemment les suivantes :

$$J_2 = J_3 = 0$$

$$V_1 = 0$$

Les relations entre ces courants et tensions et leurs composantes symétriques de l'autre côté de la frontière sont :

$$V_1 = V_d + V_i + V_o = 0$$

$$J_1 = a^2 I_d + a I_i + I_o = 0 \quad (1)$$

$$J_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o = 0$$

Calcul des composantes symétriques

par la méthode de substitution, on tire du système d'équation (1)

$$I_d = I_i = I_o$$

$$V = V_d + Z_d I_d$$

$$0 = V_i + Z_i I_i$$

$$0 = V_o + Z_o I_o$$

(2)

La somme des trois équations du second système nous permet d'écrire la relation suivante :

$$V = I_d (Z_d + Z_i + Z_o) \quad I_d = \frac{V}{Z_d + Z_i + Z_o} = I_i = I_o$$

$$V_d = V - Z_d I_d = V - \frac{Z_d \cdot V}{Z_d + Z_i + Z_o} = V \frac{(Z_i + Z_o)}{Z_d + Z_i + Z_o} = I_d (Z_i + Z_o)$$

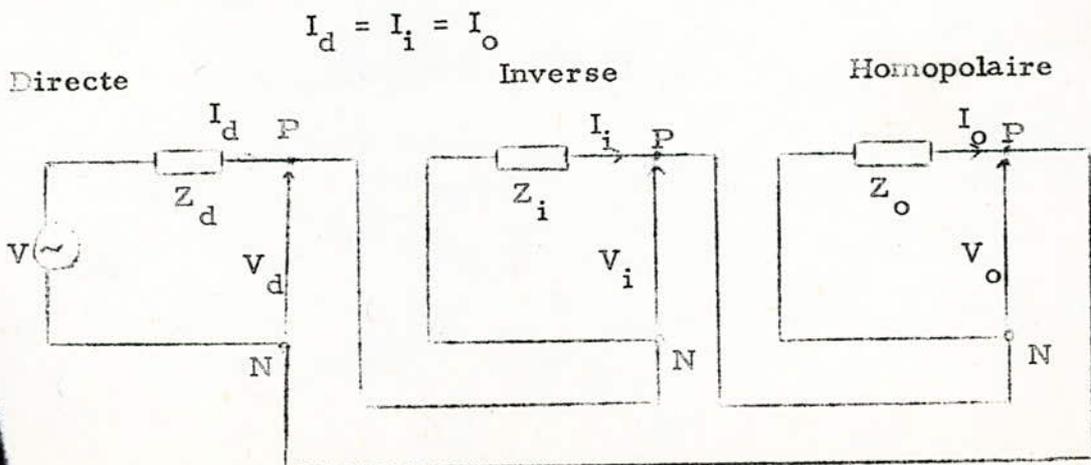
$$V_i = -Z_i I_d = -\frac{Z_i V}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

$$V_o = -Z_o I_d = -\frac{Z_o V}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

on en déduit que  $V_d + V_i + V_o = 0$

Schéma monophasés équivalents

Ils permettent de traduire les relations caractéristiques de la nature du défaut dans chacun des schémas; on figure les deux bornes (une P de phase une N de neutre)



Calcul des composantes par phase (grandeurs réelles)

$$I_1 = I_d + I_i + I_o = 3 I_d = \frac{3 V}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

$$I_2 = I_3 = 0$$

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o = V \cdot \frac{a^2 - a) Z_i + (a^2 - 1) Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

$$V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o = V \cdot \frac{a - a^2) Z_i + (a - 1) Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

Court-circuit triphaséEquations caractérisant le défaut

$$V_1 = V_2 = V_3 = 0$$

$$V_1 = V_d + V_i + V_o = 0$$

$$V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o = 0 \quad (1)$$

$$V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o = 0$$

Calcul des composantes symétriques

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_d (1 + a + a^2) + V_i (1 + a + a^2) + 3V_o = 3V_o = 0 \quad V_o = 0$$

$$V_1 - V_2 - V_3 = V_d (1 - a - a^2) + V_i (1 - a - a^2) = 2(V_d + V_i) = 0 \quad V_d = -V_i$$

$$V_2 = a^2 V_d - a V_d = V_d (a^2 - a) = 0 \quad V_d = 0 \text{ car } (a^2 - a) \neq 0$$

$$V_o = V_d = V_i = 0$$

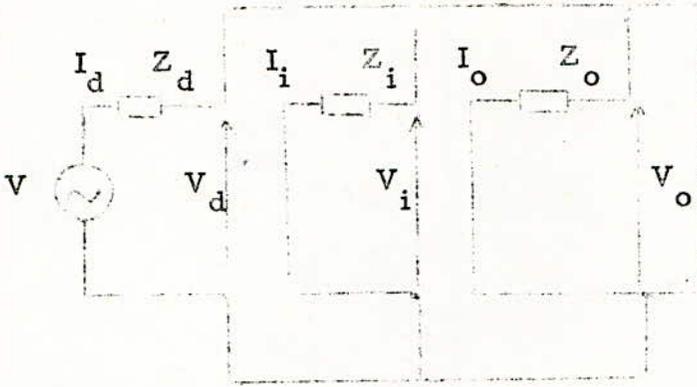
On écrit les équations caractérisant le fonctionnement des chémas monophasés :

$$V = V_d + Z_d I_d = Z_d I_d \quad I_d = \frac{V}{Z_d}$$

$$Z_i I_i = 0 \quad I_i = 0$$

$$Z_o I_o = 0 \quad I_o = 0$$

Schéma monophasé équivalent relatif au court-circuit triphasé relations  
entre les composantes symétriques :  $V_d = V_i = V_o$



Dans chacun de ces schémas, le réseau direct contient seul des forces électromotrices, les réseaux inverses et homopolaires sont purement passifs.

On en déduit que  $I_i = I_o = 0$  (puisque  $V_i = V_o = 0$ ), par contre  $I_d = V/Z_d$  (ce qui vérifie les résultats trouvés auparavant).

#### Calcul des composantes par phase

$$J_1 = I_d + I_i + I_o = I_d = V/Z_d$$

$$J_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o = a^2 I_d = a^2 V/Z_d$$

$$J_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o = a I_d = a V/Z_d$$

Court-circuit biphasé isolé

relations entre les tensions et courants réels caractérisant la nature du défaut.

$$V_2 = V_3$$

$$J_1 = 0 \quad (1)$$

$$J_2 + J_3 = 0$$

Les relations entre ces grandeurs et leurs composantes symétriques sont:

$$V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o$$

$$V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o$$

$$J_1 = I_d + I_i + I_o \quad (2)$$

$$J_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o$$

$$J_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o$$

Calcul des composantes symétriques

En porte les relations (1) dans les formules (2)

$$J_2 + J_3 = (a^2 + a)(I_d + I_i) + 2 I_o = 0 \quad I_d + I_i = 2 I_o$$

$$J_1 = I_d + I_i + I_o = 3 I_o = 0 \quad I_o = 0 \quad I_d = -I_i$$

$$V_2 = V_3 \quad (a^2 - a)(V_d - V_i) = 0 \quad V_d = V_i$$

On écrit les équations caractérisant le fonctionnement des schémas monophasés

$$V_d = V - Z_d I_d$$

$$V_i = -Z_i I_i$$

$$V_o = -Z_o I_o$$

Sachant que  $V_d = V_i$  et  $I_d = -I_i$  on en déduit que :

$$I_d = \frac{V}{Z_d + Z_i}$$

$$I_i = -\frac{V}{Z_d + Z_i}$$

$$V_d = V - Z_d I_d = V - \frac{V Z_d}{Z_d + Z_i} = Z_i I_d = V_i$$

$$V_o = -Z_o I_o = 0 \quad (I_o = 0)$$

### Schéma monophasé équivalent

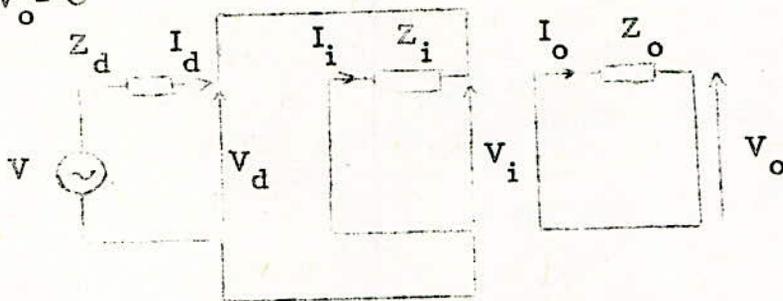
relations entre les composantes symétriques :

$$I_d + I_i = 0$$

$$I_o = 0$$

$$V_d = V_i$$

$$V_o = 0$$



### Calcul des composantes par phase

$$J_1 = 0$$

$$J_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o = a^2 I_d - a I_d = (a^2 - a) I_d = \frac{a^2 - a}{Z_d + Z_i} V$$

$$J_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o = a I_d - a^2 I_d = (a - a^2) I_d = \frac{(a - a^2)}{Z_d + Z_i} V = -J_2$$

$$V_1 = V_d + V_i + V_o = 2 V_d = \frac{2 Z_i}{Z_d + Z_i} V$$

$$V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o = (a^2 + a) V_d = -V_d = -\frac{Z_i}{Z_d + Z_i} V$$

$$V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o = (a^2 + a) V_d = -V_d = -\frac{Z_i}{Z_d + Z_i} V$$

### Court-circuit entre deux phases et la terre

Les relations entre les tensions et courants réels caractérisant la nature du défaut :

$$\begin{aligned} V_2 &= V_3 = 0 \\ J_1 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Les relations entre ces grandeurs et leurs composantes symétriques sont :

$$\begin{aligned} V_2 &= a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 &= a V_d + a^2 V_i + V_o \\ J_1 &= I_d + I_i + I_o \end{aligned} \quad (2)$$

### Calcul des composantes symétriques

en portant les relations (1) dans les formules (2) on obtient :

$$\begin{aligned} V_2 = V_3 = 0 \quad a^2 - a) V_d &= (a^2 - a) V_i \quad V_d = V_i \\ V_d &= 1/3 \cdot (V_1 + V_2 + V_3) = 1/3 \cdot V_1 = 1/3 \cdot (V_d + V_i + V_o) = 1/3 \cdot (2V_d + V_o) \\ V_o &= V_d = V_i \end{aligned}$$

$$J_1 = I_d + I_i + I_o = 0$$

Ecrivons les équations caractérisant le fonctionnement des schémas monophasés

$$V_d = V - Z_d I_d = -Z_i I_i = -Z_o I_o$$

On en déduit que :

$$I_d = \frac{V - V_d}{Z_d}, \quad I_i = -\frac{V_d}{Z_i}, \quad I_o = -\frac{V_d}{Z_o}$$

En faisant la somme de ces trois courants on obtient  $V_d$ .

$$V_d = V \frac{Z_i Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} = V_i = V_o$$

$$I_d = \frac{V - V_d}{Z_d} = \frac{(Z_i + Z_o)}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} V$$

$$I_i = -\frac{V_d}{Z_i} = -\frac{Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} V$$

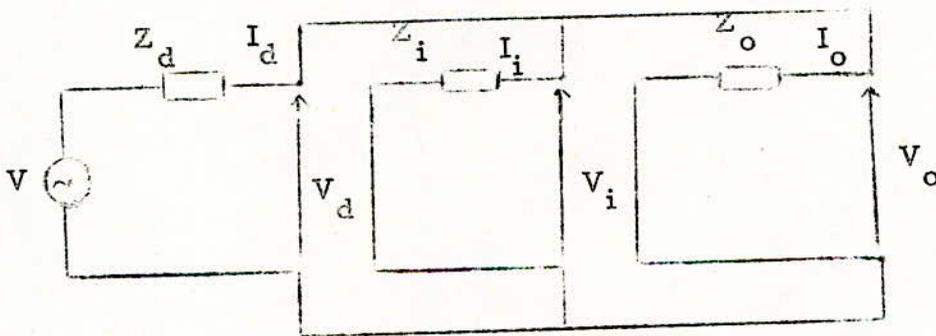
$$I_o = -\frac{V_d}{Z_o} = -\frac{Z_i}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} V$$

### Schéma monophasé équivalent

relations entre les composantes symétriques

$$J_d + J_i + J_o = 0$$

$$V_d = V_i = V_o$$



### Calcul des composantes par phase

$$J_1 = 0$$

$$J_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o = \frac{V}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} (a^2 (Z_i + Z_o) - a Z_o - Z_i) =$$

$$\frac{(a^2 - 1) Z_i + (a^2 - a) Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_i + Z_d Z_o} V$$

$$J_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o = \frac{V}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} (a (Z_i + Z_o) - a^2 Z_o - Z_i) =$$

$$\frac{(a-1) Z_i + (a-a^2) Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i} V$$

$$V_1 = V_d + V_i + V_o = 3 V_d = 3 V \frac{Z_i Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_o + Z_d Z_i}$$

$$V_2 = 0$$

$$V_3 = 0$$

## Formulaire général

Les formules établies auparavant sont récapitulées dans le tableau suivant.

| Nature de court circuit       | Equations du défaut                                      | Composantes symétriques des tensions et courants   | Grandeurs réelles tension et courant   |
|-------------------------------|--|--|--|
| Entre une phase et la terre   | 1.N<br>$V_1 = 0$<br>$J_2 = 0$                            | $I_d = I_i = I_o = \frac{V}{Z_d + Z_i + Z_o}$<br>$V_d = \frac{Z_i + Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o} V$<br>$V_i = -\frac{Z_i}{Z_d + Z_i + Z_o} V$<br>$V_o = -\frac{Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o} V$ | $J_2 = J_3 = 0$<br>$J_1 = \frac{3V}{Z_d + Z_i + Z_o}$<br>$V_1 = \frac{(a^2 - a) Z_i + (a^2 - 1) Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o} V$<br>$V_2 = \frac{(a - a^2) Z_i + (a - 1) Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o} V$<br>$V_3 = \frac{(a - a^2) Z_i + (a - 1) Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o} V$ |
| Triphasé                      | 1.2.3.<br>$V_1 = V_2 = V_3 = 0$<br>$V_d = V_i = V_o = 0$ | $I_d = V/Z_d$ , $I_i = I_o = 0$  | $J_1 = \frac{V}{Z_d}$ , $J_2 = a^2 V/Z_d$ ,<br>$J_3 = a V/Z_d$<br>$V_1 = V_2 = V_3 = 0$  |
| Entre deux phases             | 2.3.<br>$V_2 = V_3$<br>$J_1 = 0$<br>$J_3 + J_2 = 0$      | $I_o = 0$<br>$I_d = \frac{V}{Z_d + Z_i} = -I_i$<br>$V_d = V_i = \frac{Z_i}{Z_d + Z_i} V$<br>$V_o = 0$  | $J_1 = 0$<br>$J_2 = \frac{a^2 - a}{Z_d + Z_i} V = -J_3$<br>$V_1 = \frac{2V}{Z_d + Z_i} Z_i$<br>$V_2 = V_3 = -\frac{Z_i}{Z_d + Z_o} V$  |
| Entre deux phases et la terre | 2.3.N<br>$V_2 = V_3 = 0$<br>$J_1 = 0$                    | $I_d = \frac{Z_i + Z_o}{Z^2} V$<br>$I_i = -\frac{Z_o}{Z^2} V$<br>$V_d = V_i = V_o = \frac{Z_i Z_o}{Z^2} V$<br>$Z^2 = Z_d Z_i + Z_i Z_o + Z_d Z_o$                                | $I_1 = 0$<br>$I_2 = \frac{(a^2 - 1) Z_i + (a^2 - a) Z_o}{(a - 1) Z_i + (a - a^2) Z_o} V$<br>$I_3 = \frac{3Z_i Z_o}{Z^2} V$<br>$V_1 = \frac{3Z_i Z_o}{Z^2} V$<br>$V_2 = V_3 = 0$  |

2003

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

1903

## PUISSANCES DE COURT CIRCUIT

---

En un point donné d'un réseau, la puissance apparente de court-circuit varie constamment; cette dernière à d'une part une variation journalière qui dépend de la contexture du réseau, des usines qui lui sont raccordées, des transformateurs que l'on met en service ou hors service et, d'autre part une tendance à croître dans le temps; cet accroissement continu est dû au fait que de nouvelles usines sont raccordées, que de nouvelles lignes sont construites; en conséquence, le calcul des puissances de court-circuit sur un réseau existant doit être repris périodiquement en vue de pouvoir faire face à un renforcement du matériel d'interruption rendu nécessaire par les aménagements qu'on lui apporte, et éventuellement de modifier le réglage des protections.

Les résultats d'une étude de puissance de court-circuit peuvent donc présenter une marge d'incertitude considérable si l'on ne prend pas de précautions dans le choix des hypothèses de départ; nous pouvons diviser ces dernières en deux catégories :

d'une part, les impédances des machines, des transformateurs, des lignes, etc... du réseau que l'on étudie, et d'autre part, les apports de court-circuit des réseaux de tensions supérieures ou inférieures à ce dernier.

Si les premières quantités sont connues dans la majorité des cas avec une précision suffisante, il n'en est pas toujours de même des secondes qui sont parfois estimées arbitrairement. Le résultat final est tel que les puissances de coupure retenues pour les interrupteurs représentent des valeurs qui conduisent soit à surdimensionner les appareils nouveaux, soit à déclasser les appareils anciens qui pourraient être maintenues en service.

### Calcul des puissances de court circuit

Lors de la formation des matrices admittances les résistances ont été négligées et les impédances en direct sont supposées égales aux impédances inverses.

En tenant compte de ces considérations on pose :

$$Z_d = Z_i = X_d$$

$$Z_o = X_h$$

#### Court circuit monophasé

$$J_1 = \frac{3 V}{Z_d + Z_i + Z_o} = \frac{3 V}{j(2X_d + X_h)}$$

$$J_1 = \frac{3 V}{2X_d + X_h} = J$$

$$S = 3 V \cdot J = \frac{9 V^2}{2X_d + X_h}$$

#### Court circuit triphasé

$$J_1 = \frac{V}{Z_d} = \frac{V}{jX_d}$$

$$J_2 = \frac{a^2 V}{Z_d} = \frac{a^2 V}{X_d}$$

$$J_3 = \frac{a V}{Z_d} = \frac{a V}{jX_d}$$

$$|J_1| = |J_2| = |J_3| = \frac{V}{X_d} = J$$

$$S = 3 VJ = 3 \frac{V^2}{X_d}$$

Court-circuit biphasé-terre

$$J_2 = \frac{(a^2 - 1) Z_i + a^2 - a) Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_i + Z_d Z_o} \cdot V = -j \frac{(a^2 - 1) X_d + (a^2 - a) X_h}{X_d^2 + 2 X_d X_h} \cdot V$$

$$J_3 = \frac{(a-1) Z_i + a - a^2) Z_o}{Z_i Z_o + Z_d Z_i + Z_d Z_o} \cdot V = -j \frac{(a-1) X_d + (a^2 - a) X_h}{X_d^2 + 2 X_d X_h} \cdot V$$

Calcul du module des courants

$$J_2 = -j \frac{(-1/2 - j\sqrt{3}/2 - 1) X_d + (-1/2 - j\sqrt{3}/2 + 1/2 - j\sqrt{3}/2) X_h}{X_d^2 + 2 X_d X_h} \cdot V$$

$$J_2 = -j \frac{(-3/2 - j\sqrt{3}/2) X_d - j\sqrt{3} X_h}{X_d^2 + 2 X_d X_h} \cdot V = \frac{-\sqrt{3}/2 (X_d + 2X_h) + j3/2 X_d}{X_d^2 + 2 X_d X_h} \cdot V$$

$$J_2 = \frac{3/4 (X_d + 2 X_h)^2 + 3/4 X_d^2}{X_d^2 + 2 X_d X_h}^{1/2} \cdot V = V \frac{3 (X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h)}{X_d^2 + 2 X_d X_h}^{1/2} \cdot V$$

En procédant d'une manière analogue on trouve que  $|J_3| = |J_2| = J$

$$S = 3 V J = 3 V \frac{3 (X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h)}{X_d^2 + 2 X_d X_h}^{1/2}$$

Court circuit biphasé isolé

$$J_2 = \frac{(a^2 - a)V}{Z_d + Z_i} = \frac{a^2 - a}{2 j X_d} \cdot V = \frac{V}{2 j X_d} (-1/2 - j\sqrt{3}/2 + 1/2 - j\sqrt{3}/2)$$

$$= \frac{V}{2 j X_d} (-j\sqrt{3}) = -\frac{V \sqrt{3}}{2 X_d} = -J_3$$

$$|J_2| = |J_3| = \frac{V \sqrt{3}}{2 X_d} = J$$

$$S = 3 V J = \frac{3 V^2 \sqrt{3}}{2 X_d}$$

Formulaire des puissances des court-circuits

Les formules établies auparavant sont résumées dans le tableau suivant :

| Nature de court circuit       |       | Equation en défaut                    | Puissance de court circuit  |
|-------------------------------|-------|---------------------------------------|---|
| Entre une phase et la terre   | 1.N   | $V_1 = 0$ $J_2 = 0$ $J_3 = 0$         | $S = 3 V J = \frac{9 V^2}{2 X_d + X_h}$   |
| Triphasé                      | 1.2.3 | $V_1 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$         | $S = 3 V J = 3 \frac{V^2}{X_d}$   |
| Entre deux phases             | 2.3   | $V_2 = V_3$ $J_1 = 0$ $J_2 + J_3 = 0$ | $S = 3 V J = 3 \frac{\sqrt{3}}{2 X_d} V^2$  |
| Entre deux phases et la terre | 2.3.N | $V_2 = V_3 = 0$ $J_1 = 0$             | $S = 3 V J = \frac{3 V^2 \sqrt{3} \sqrt{X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h}}{X_d^2 + 2 X_d X_h}$ |

### Recherche de la puissance de court circuit maximale

Le type de défaut: on peut montrer que le courant maximal est atteint dans l'une des deux hypothèses suivantes :

- 1 - court-circuit triphasé symétrique au voisinage du disjoncteur
- 2 - court-circuit entre une phase et la terre (monophasé)

### Recherche des défauts les plus violents

A l'endroit du défaut, dans la phase où l'intensité du courant de court circuit est maximum, les valeurs des courants pour les divers types de défauts sont les suivants :

- court-circuit triphasé :  $C_T$   $I_{CT} = \frac{V}{X_d}$  (en module)
- court-circuit biphasé terre:  $B_T$   $I_{BT} = \sqrt{3} \frac{V \sqrt{X_d^2 + X_h^2 + X_h X_d}}{X_d^2 + 2 X_d X_h}$  V
- court circuit biphasé : B  $I_B = \frac{\sqrt{3} V}{2 X_d}$
- court circuit monophasé : M  $I_M = \frac{3 V}{2 X_d + X_h}$

### Comparaison des divers types de défauts

1) comparaison de  $I_B$  et  $I_{CT}$

$$I_B = \frac{\sqrt{3} V}{2 X_d}$$

$$I_{CT} = \frac{V}{X_d}$$

supposons que  $I_B > I_{CT}$  donc

$$\frac{\sqrt{3} V}{2 X_d} > \frac{V}{X_d} \implies \frac{\sqrt{3}}{2} > 1 \text{ ce qui est impossible donc}$$

$$I_{CT} > I_B$$

2) comparaison de  $I_M$  et  $I_{CT}$

$$I_M = \frac{3V}{2X_d + X_h}$$

$$I_{CT} = \frac{V}{X_d}$$

1er cas: supposons que  $I_{CT} > I_M$  donc

$$\frac{V}{X_d} > \frac{3V}{2X_d + X_h} \implies \frac{1}{X_d} > \frac{3}{2X_d + X_h} \implies 2X_d + X_h > 3X_d$$

$$X_h > 3X_d - 2X_d \implies X_h > X_d$$

2eme cas: supposons que  $I_M > I_{CT}$

$$\frac{3V}{2X_d + X_h} > \frac{V}{X_d} \implies \frac{3}{2X_d + X_h} > \frac{1}{X_d} \implies X_d > X_h$$

donc :

$$I_{CT} > I_M \quad \text{si} \quad X_h > X_d$$

$$I_{CT} < I_M \quad \text{si} \quad X_h < X_d$$

3) comparaison de  $I_{BT}$  a  $I_{CT}$  et  $I_M$

Si  $X_d < X_h$  on avait montré que  $I_M < I_{CT}$ , donc  $I_{BT}$  doit être comparé à  $I_{CT}$

$$I_{BT} = \sqrt{3} \frac{(X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h)^{1/2}}{X_d + 2X_d X_h} V$$

$$I_{CT} = \frac{V}{X_d}$$

$$\text{Supposons que } I_{BT} > I_{CT} \Rightarrow \sqrt{3} \frac{(X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h)^{1/2}}{X_d^2 + 2 X_d X_h} V > \frac{V}{X_d}$$

On simplifie par V et on élève les deux membres de cette inéquation au carré, on obtient

$$\frac{3 (X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h)}{(X_d^2 + 2 X_d X_h)^2} > \frac{1}{X_d^2} \Rightarrow$$

$$3 X_d^2 (X_d^2 + X_h^2 + X_d X_h) > X_d^4 + 4 X_d^2 X_h^2 + 4 X_d^3 X_h \Rightarrow$$

$$3X_d^4 + 3X_d^2 X_h^2 + 3X_d^3 X_h > X_d^4 + 4X_d^2 X_h^2 + 4X_d^3 X_h \Rightarrow$$

$$2X_d^4 > X_d^2 X_h^2 + X_d^3 X_h \Rightarrow 2X_d^2 > X_h^2 + X_d X_h$$

$$X_h^2 + X_d X_h - 2X_d^2 < 0$$

puisque la réactance homopolaire est supposée plus grande que la réactance directe, on prend :

$$X_d = X_h - \Delta X_h \text{ et on remplace } X_d \text{ dans la dernière inéquation on obtient}$$

$$X_h^2 + (X_h - \Delta X_h) X_h - 2(X_h - \Delta X_h)^2 < 0$$

$$X_h^2 + X_h^2 - X_h \Delta X_h - 2(X_h^2 - 2X_h \Delta X_h + (\Delta X_h)^2) < 0$$

En développant on trouve :

$$\Delta X_h (3X_h + \Delta X_h) < 0$$

cette inéquation n'est jamais vérifiée puisque  $X_h$

est une réactance positive donc

$$I_{CT} > I_{BT}$$

Par un raisonnement analogue,

si  $X_d > X_h$  on déduit que

$$I_M > I_{BT}$$

### CONCLUSION

Le type de court circuit le plus défavorable est donc :

- le court-circuit triphasé si  $X_d < X_h$
- le court-circuit monophasé si  $X_d > X_h$

En général les défauts triphasés donnent lieu aux valeurs les plus élevées des courants de court-circuit; leur importance permet de définir le pouvoir de coupure des disjoncteurs.

Les valeurs des courants de défaut à la terre et la répartition de ces courants entre les différentes lignes dépendent de plusieurs paramètres: régime du neutre, couplage des transformateurs, résistances de défaut les plus probables, etc...

La répartition de ces courants permet d'une part de définir les systèmes de protection les mieux adaptés contre de tels défauts, d'autre part de calculer la tension induite dans les lignes de télécommunication.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PRESENTATION DES DIFFERENTS MODULES  
PARTIE PROGRAMMATION

Le programme de court-circuit est écrit en langage P L 1  
Il est composé de six modules qui s'enchainent comme suit :

- module de la formation des matrices admittances :
- module de réduction des matrices admittances
- module d'inversion de matrices admittances
- module de calcul des courants de court-circuit
- module de calcul des puissances de court-circuit
- programme principal

1/ Module de formation de la matrice admittance :

Les différents paramètres introduits dans ce programme sont :

YD : matrice d'admittance directe

YH : matrice d'admittance homopolaire

SR : nom du sommet de raccordement d'une machine ou d'un shunt

S1-S2-S3 : nom des sommets extrémités de dipôles

Xcc : impédance de fuite d'un transformateur à 2 enroulements

X1 - X2 - X3 : impédance de fuite d'un transformateur à trois enroulements dans le schéma étoile équivalent

SN : puissance apparente des machines synchrones

NOM : nom des différents ouvrages

NB : nombre de sommets du réseau

NNL : majorant du nombre de lignes

NNM : majorant du nombre de machines

NNTD : majorant du Nbre de transformateurs à deux enroulements

NNTT : majorant du Nbre de transformateurs à trois enroulements

Les renseignements du réseau sont stockés dans quatre tables :

tables des sommets: elle est dimensionnée par NB.

SNOM(NB) : NOM du sommet

UN (NB) : tension nominale du sommet

tables des dipôles: dimensionnée par :

NND : majorant du nombre de dipôles

DNOM (NND) : nom du dipôle

DXD : ( NND ) : admittance directe

DXH (NND) : admittance homopolaire  
 DS1 (NND) : sommet amont  
 DS2 (NND) : sommet aval

table des shunts dimensionnée par

NNS : majorant du nombre de shunts  
 ANOM (NNS) : nom du shunt  
 AXD (NNS) : admittance directe  
 AXH (NNS) : admittance homopolaire  
 ASR (NNS) : sommet de raccordement

table des dimensions

NS : nombre de shunts  
 NM: nombre total de machines  
 ND: nombre de dipoles  
 NTD: nombre de transformateurs à deux enroulements  
 NTT: nombre de transformateurs à trois enroulements  
 NL : nombre de lignes

Les termes des matrices admittances sont ramenés à la tension de base du programme

II Module de réduction

YDR : matrice des admittances directes du réseau réduit  
 YHR : matrice des admittances homopolaires du réseau réduit  
 SNOMC: nom des sommets conservés choisis parmi les sommets  
 NC : nombre de sommets conservés  
 NNDR: majorant du nombre de dipoles  
 NNSR : majorant du nombre de shunts  
 NDR : nombre de dipoles  
 NSR : nombre de shunts

Les renseignements du réseau réduit sont stockés dans deux tables

table des dipoles

DXDR (NDR) : admittance directe  
 DXHR (NDR) : admittance homopolaire  
 DSR1 (NDR) : sommet amont  
 DSR2 (NDR) : sommet aval

table des shunts

AXDR (NSR) : admittance directe  
 AXHR (NSR) : admittance homopolaire  
 ASRR (NSR) : sommet de raccordement  
 UN (NSR) : tension nominale du sommet.

Module de calcul des courant de court-circuit

NOMCC: nom du sommet où a lieu le défaut  
 CODECC: type de défaut, il peut être  
 MONO : monophasé  
 TRIF : triphasé  
 BI T : biphasé terre  
 BI. I : biphasé isolé  
 N VOCC: niveau du court-circuit  
 NIVOCC = 1 : calcul au sommet en défaut  
 NIVOCC = 2 : calcul aux sommets voisins du sommet en défaut  
 VP(1), **VP** (2), VP(3): composantes par phase de la tension du sommet en défaut.  
 IP(1), IP(2), IP(3): composantes par phase du courant du défaut  
 VS(1), VS(2), VS(3): composantes symétriques de la tension  
 JS(1), JS(2), JS(3) : composantes symétriques du courant

VP(1), VP(2), VP(3) : composantes par phase de la tension aux noeuds voisins du sommet en défaut

IP(1), IP(2), IP(3) : composantes par phase des courants traversant les branches joignant le sommet en défaut aux sommets voisins

VVS(1), VVS(2), VVS(3) : composantes symétriques de la tension aux noeuds voisins du sommets en défaut

VJS(1), VJS(2), VJS(3) : composantes symétriques des courants traversant les branches incidentes au sommet en défaut.

Module de calcul de puissances de court-circuit

NOMDD : nom du sommet étudié

JT : courant de court-circuit triphasé

JM : courant de court-circuit monophasé

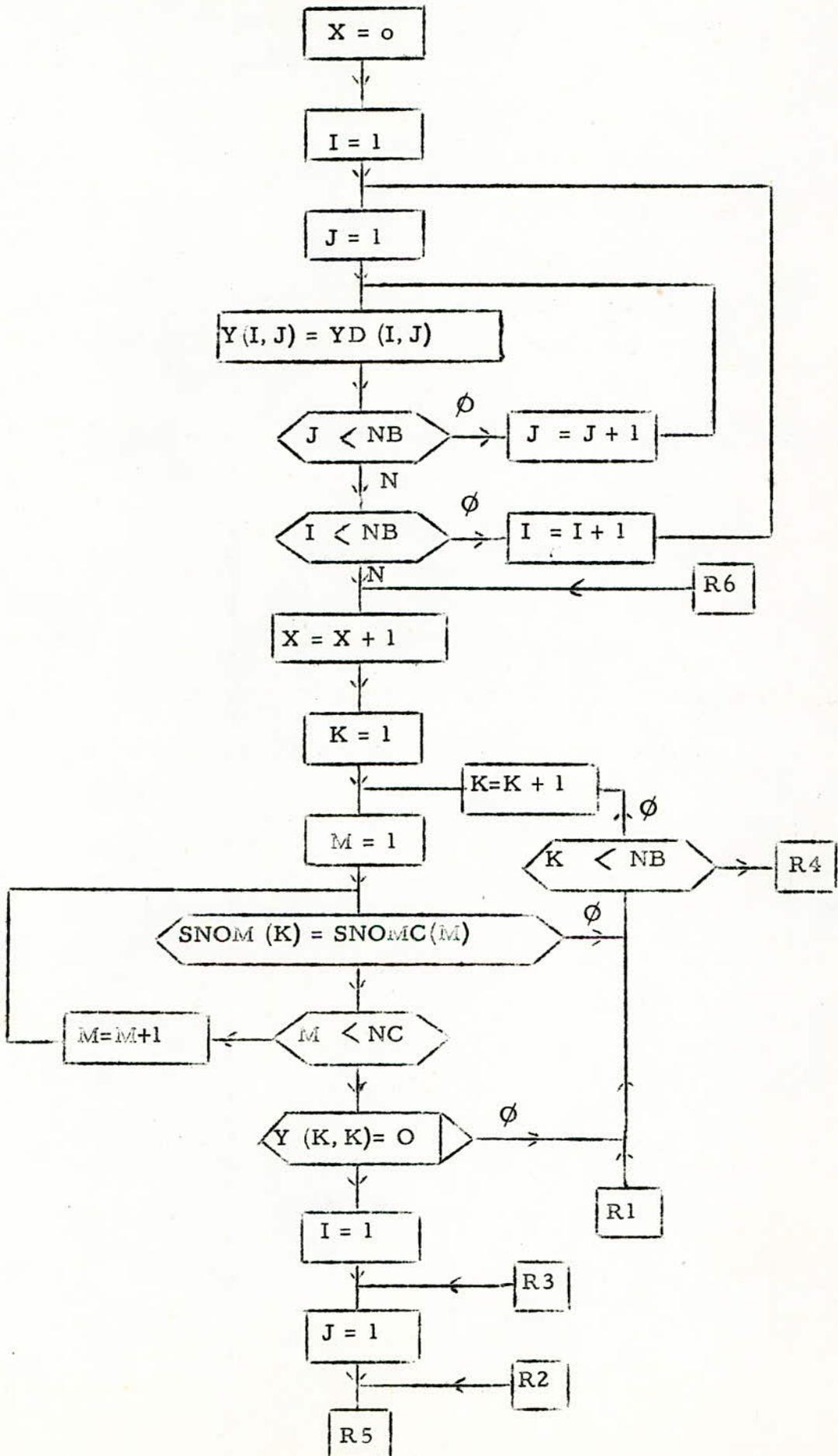
PT : puissance de court-circuit triphasé

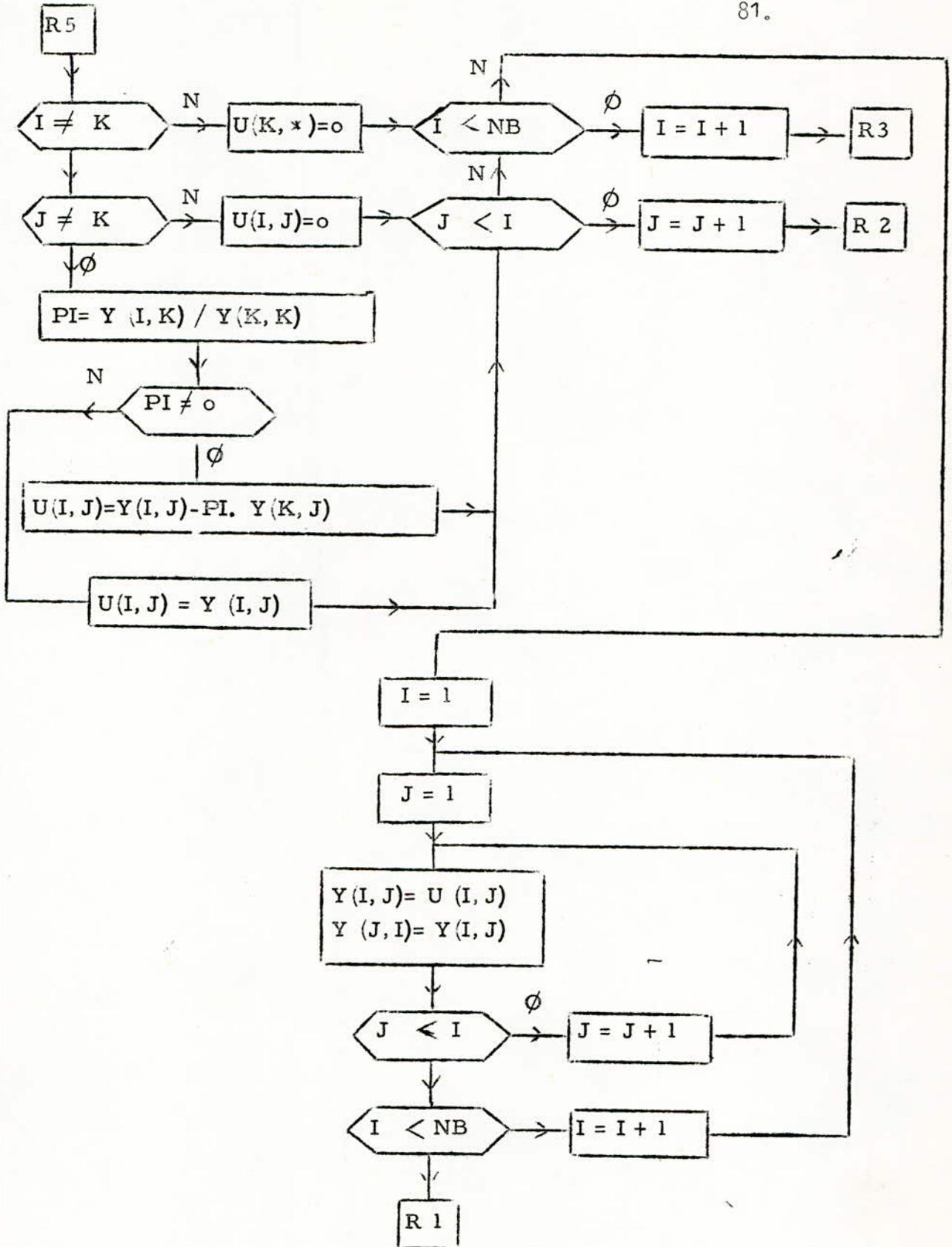
PM : puissance de court-circuit monophasé

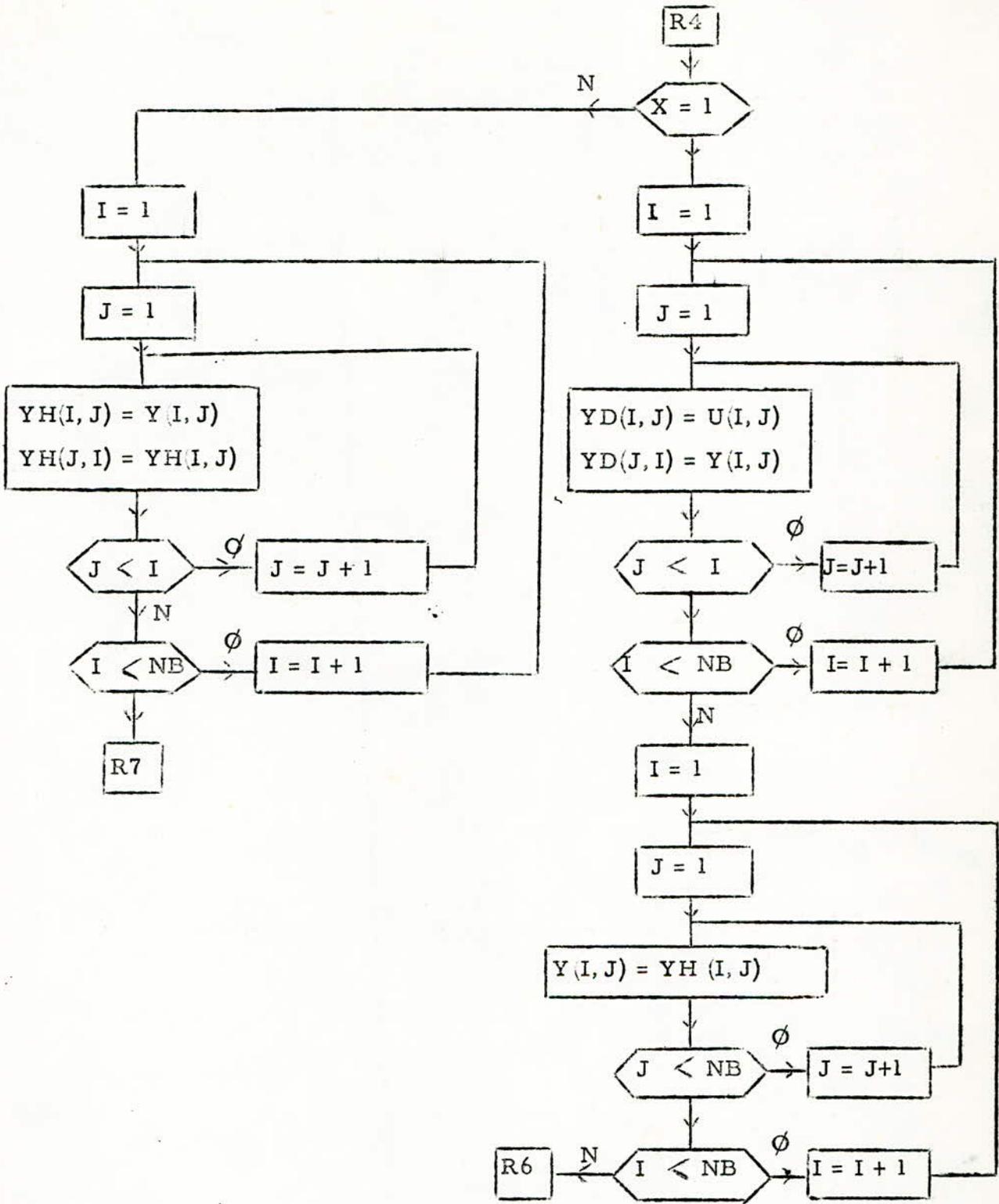
Nombre = 0 si l'utilisateur désire étudier tous les sommets du réseau

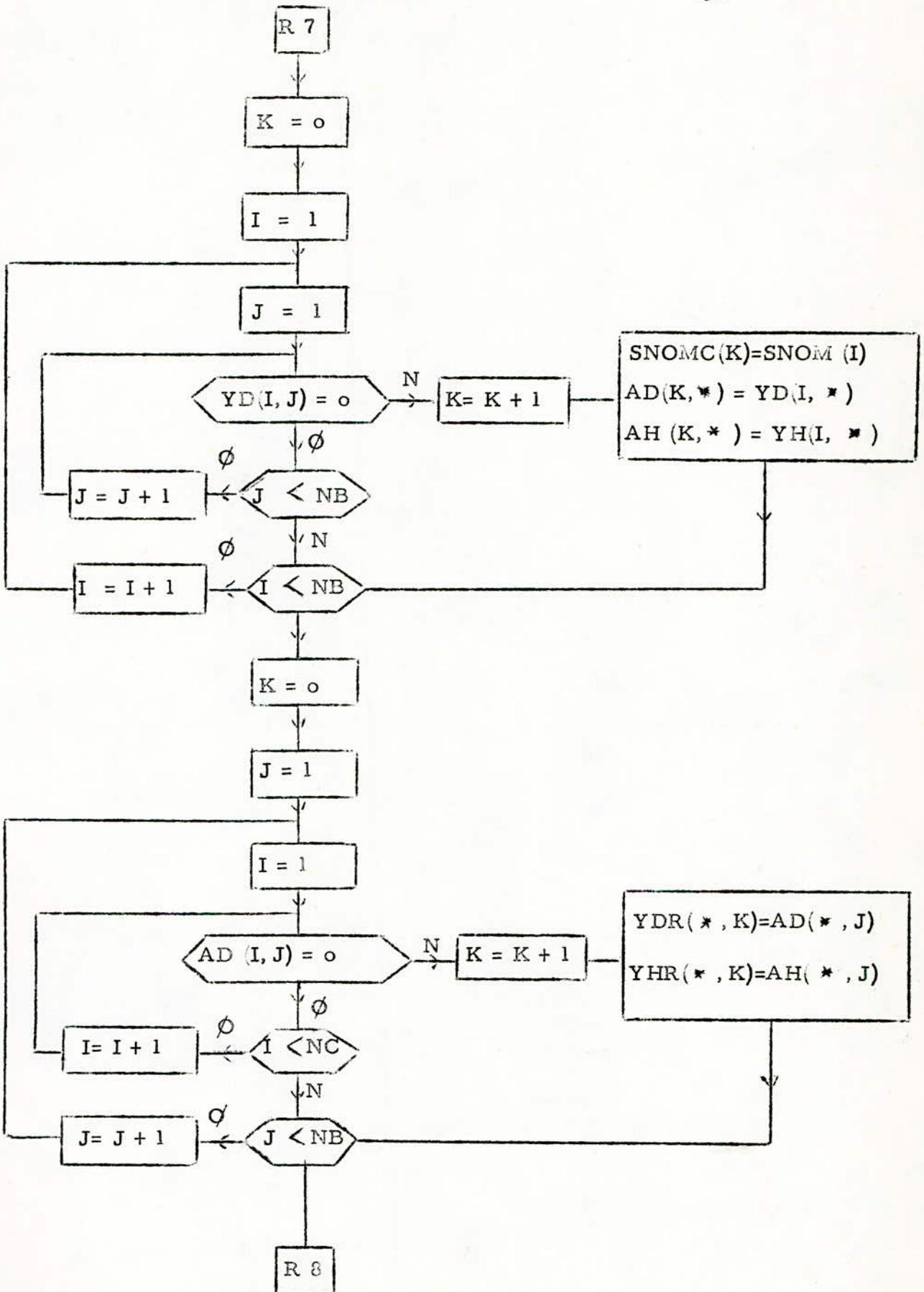
$\left. \begin{array}{l} \neq 0 \\ = i \end{array} \right\}$  si l'utilisateur désire étudier i sommets choisis

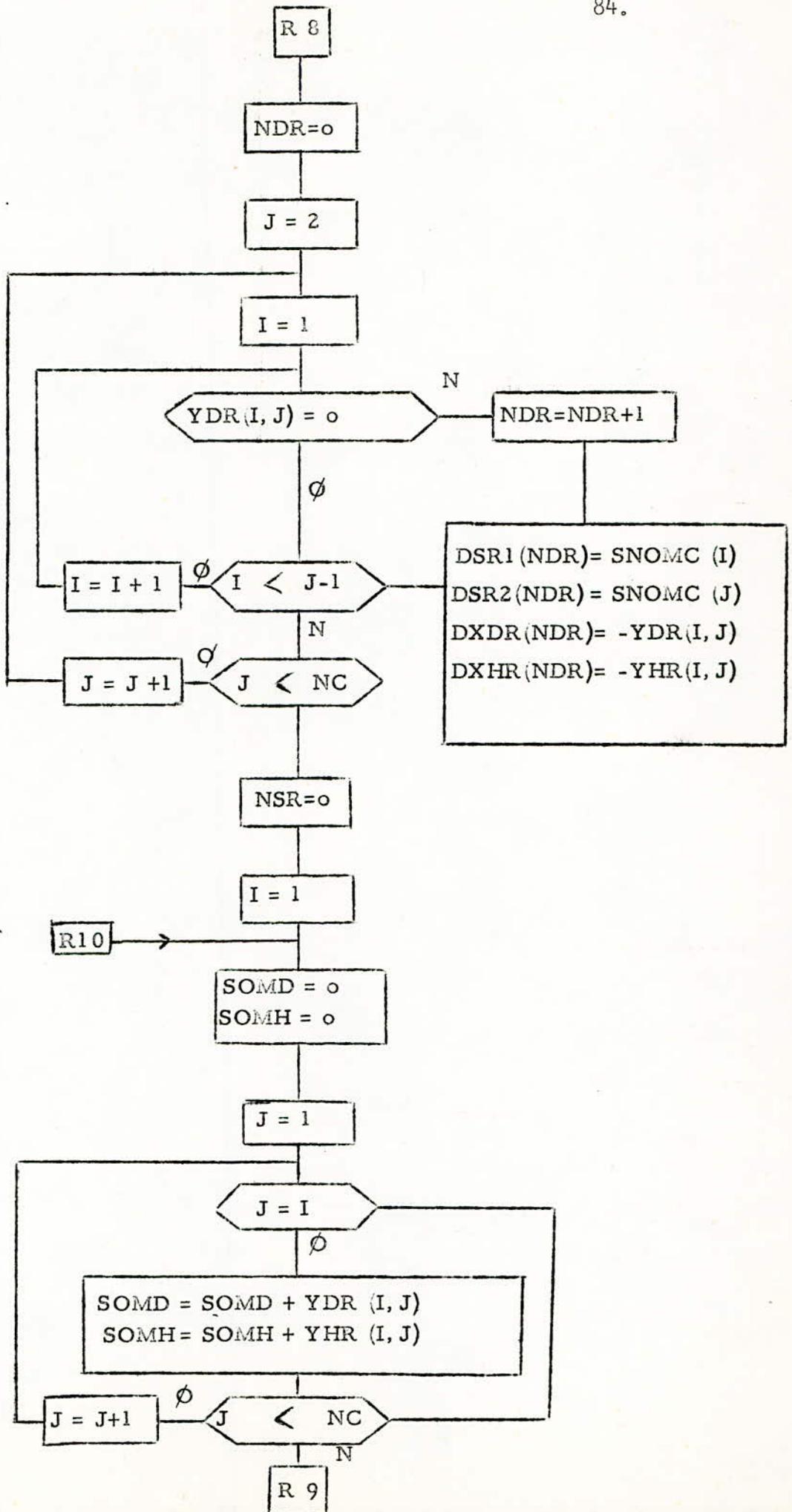
ORGANIGRAMME DE REDUCTION

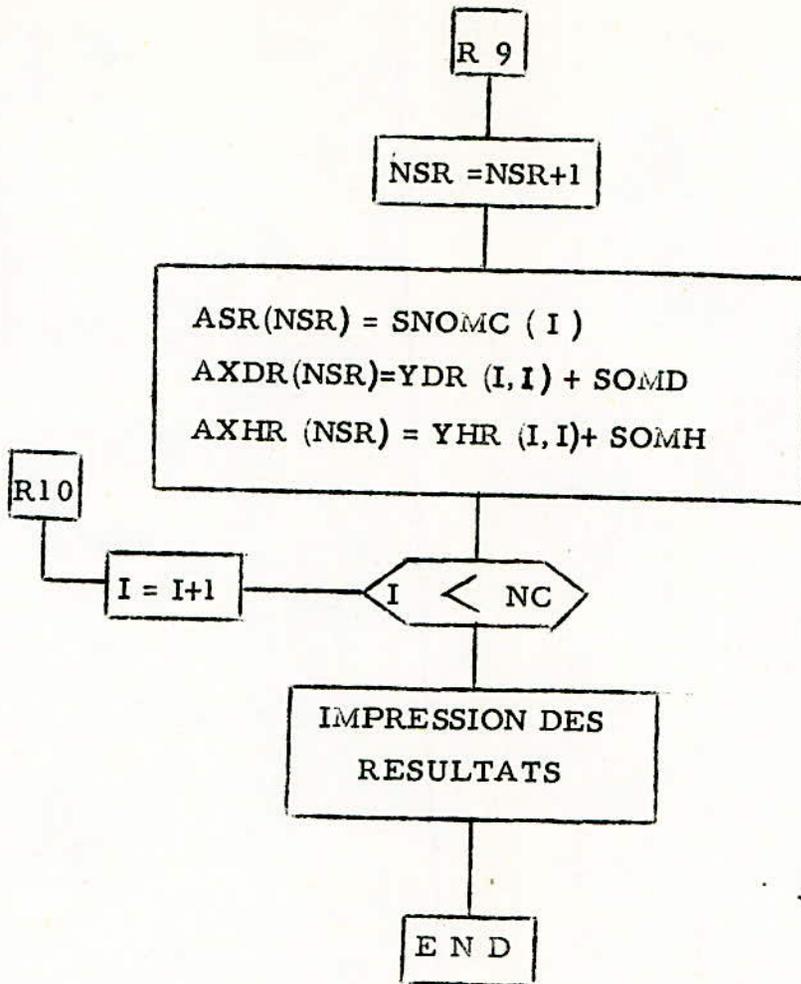




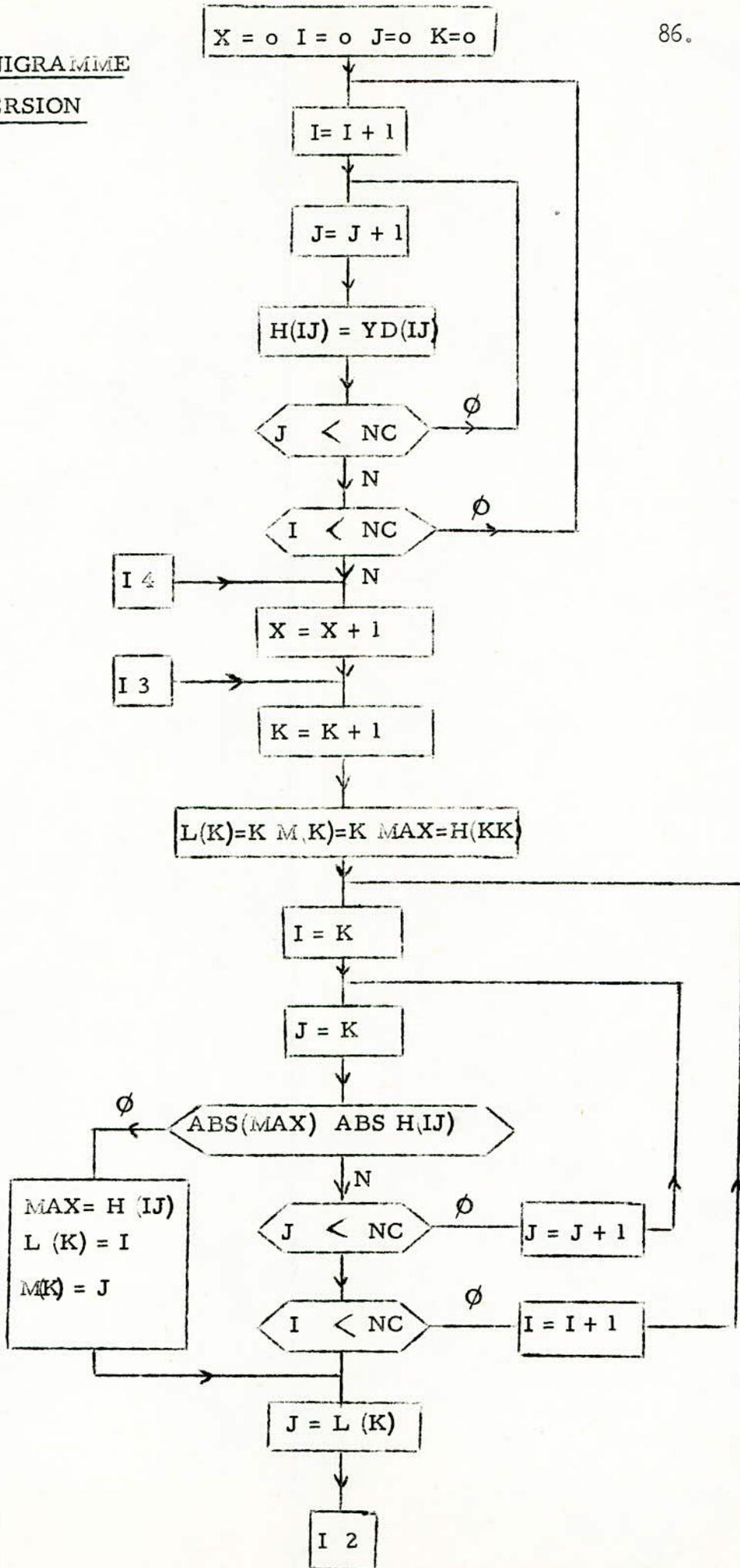


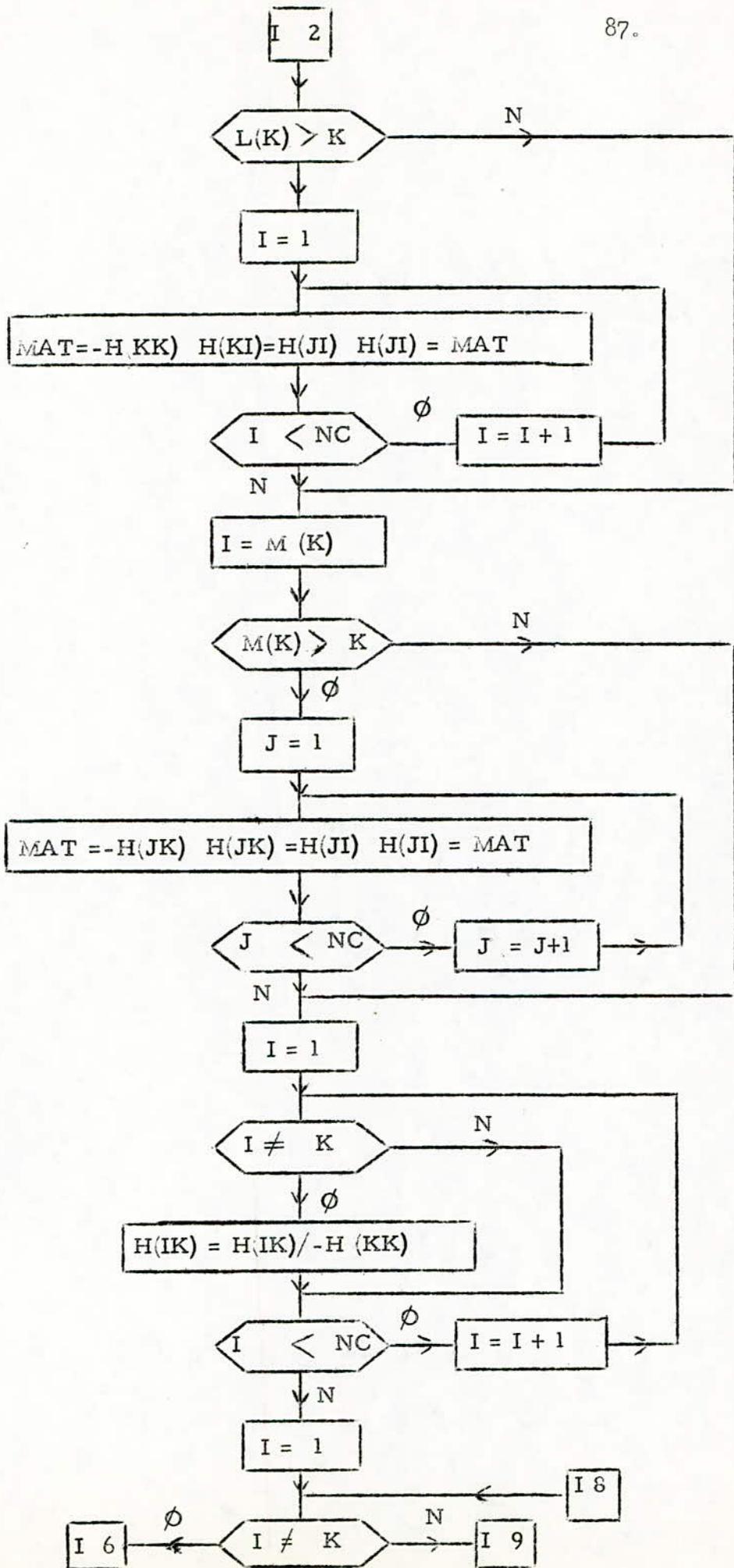


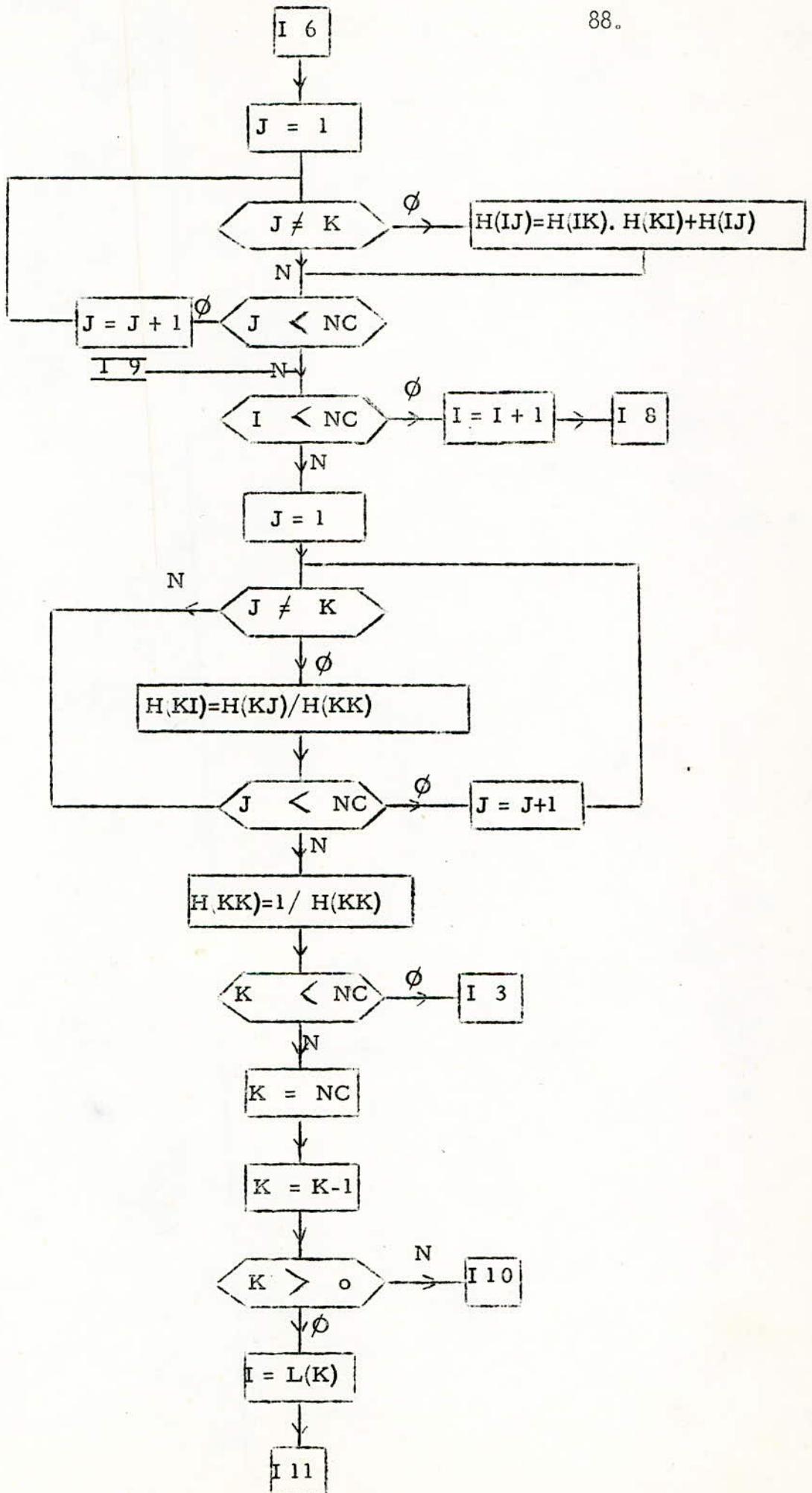


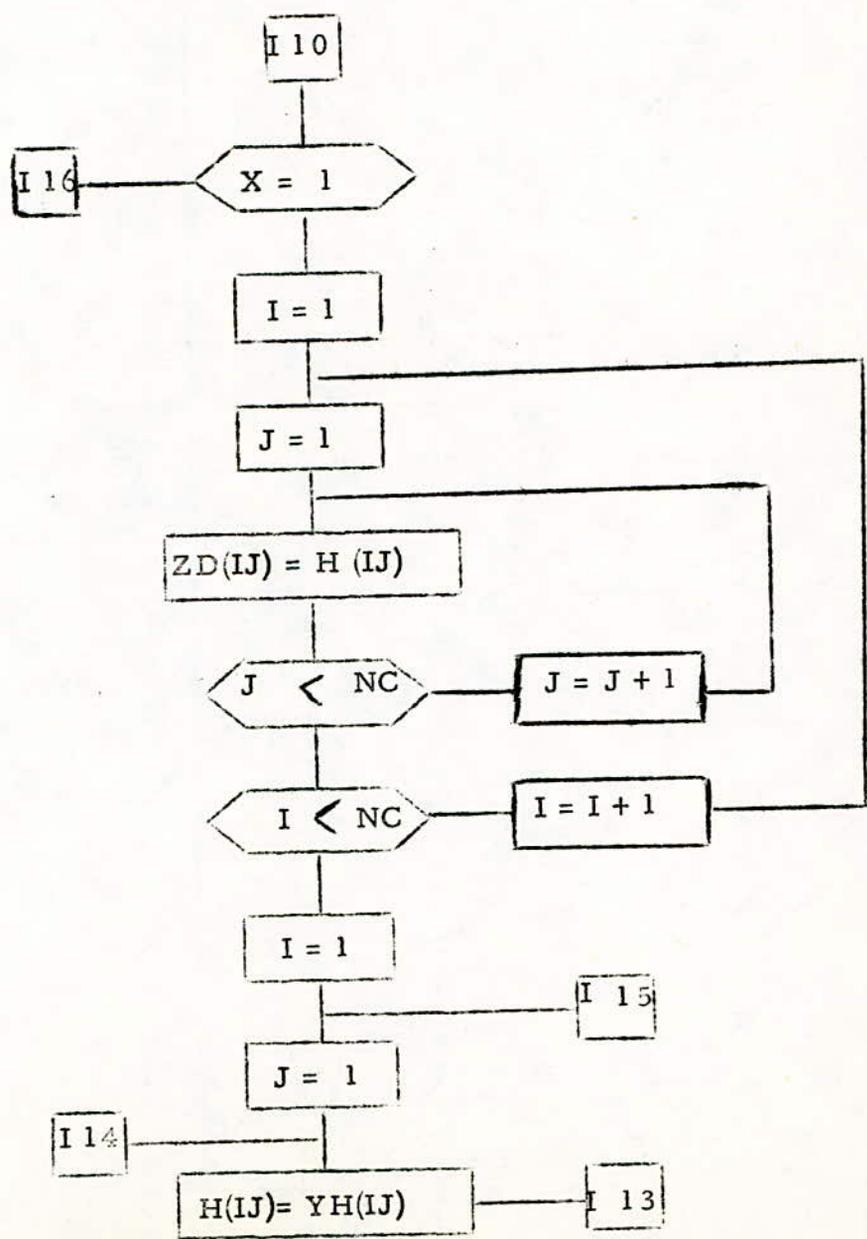
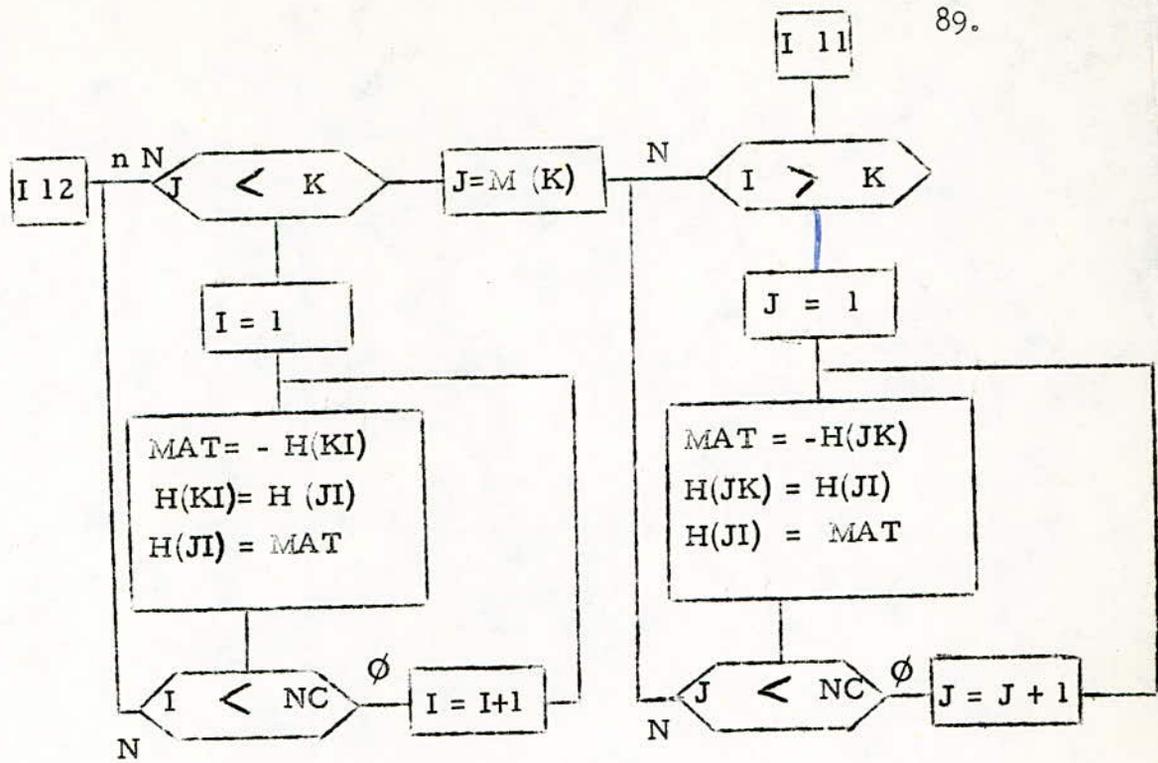


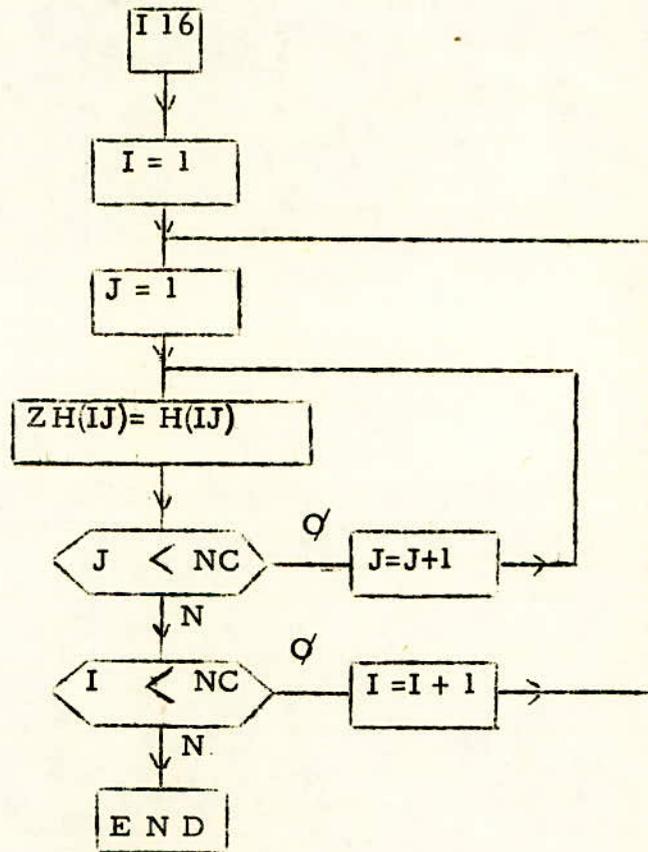
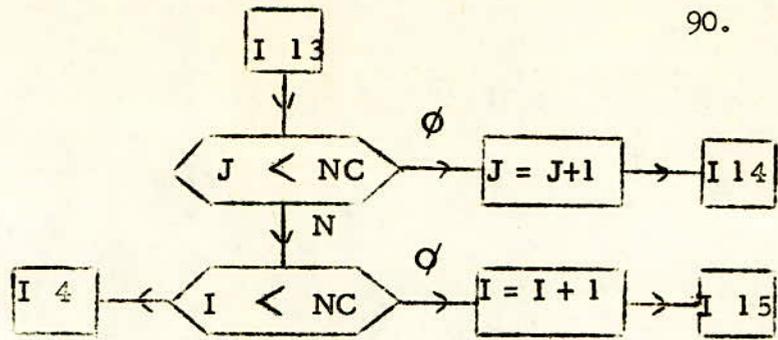
ORGANIGRAMME  
D'INVERSION







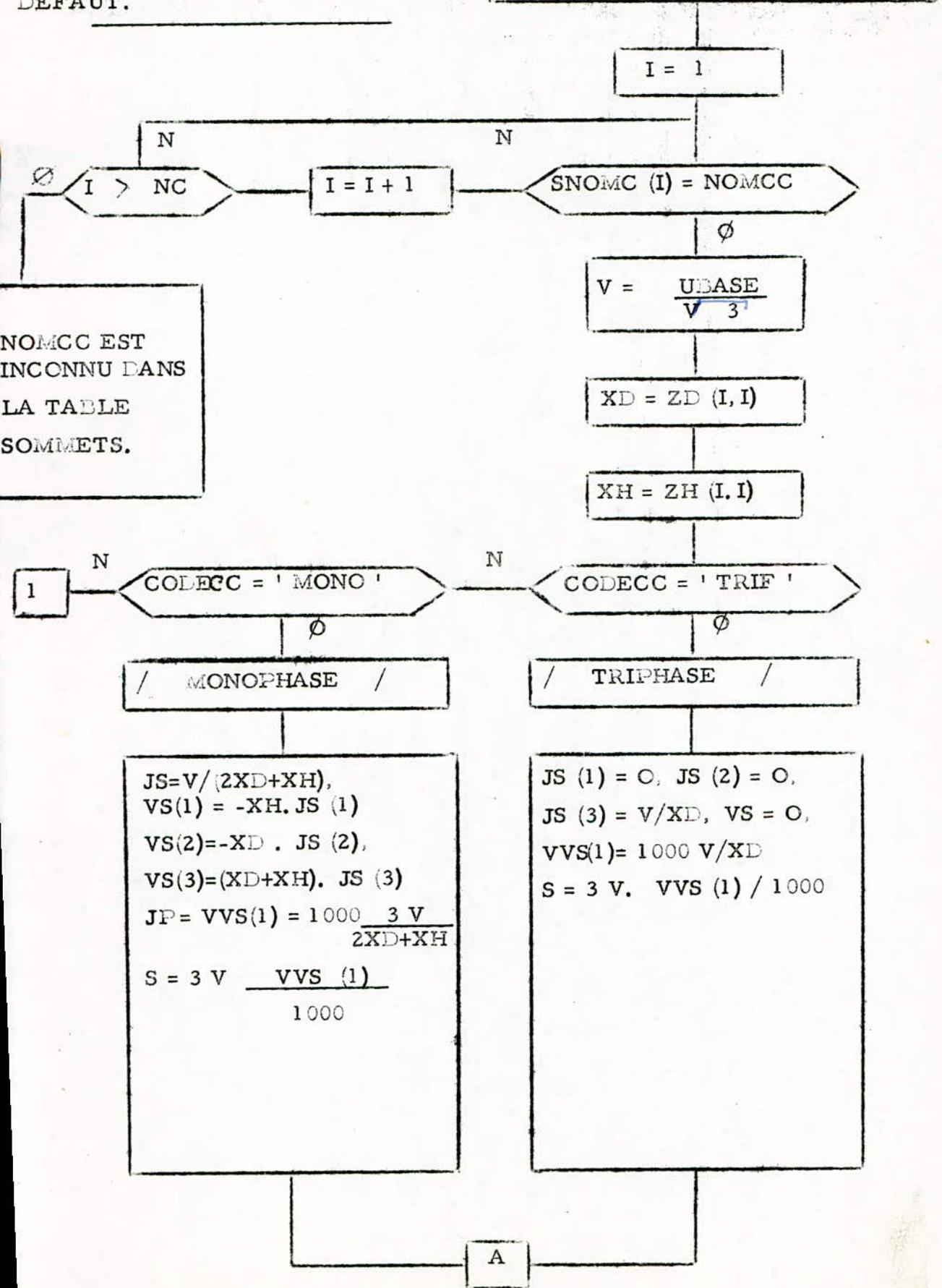




ORGANIGRAMME DE CALCUL DE COURANT

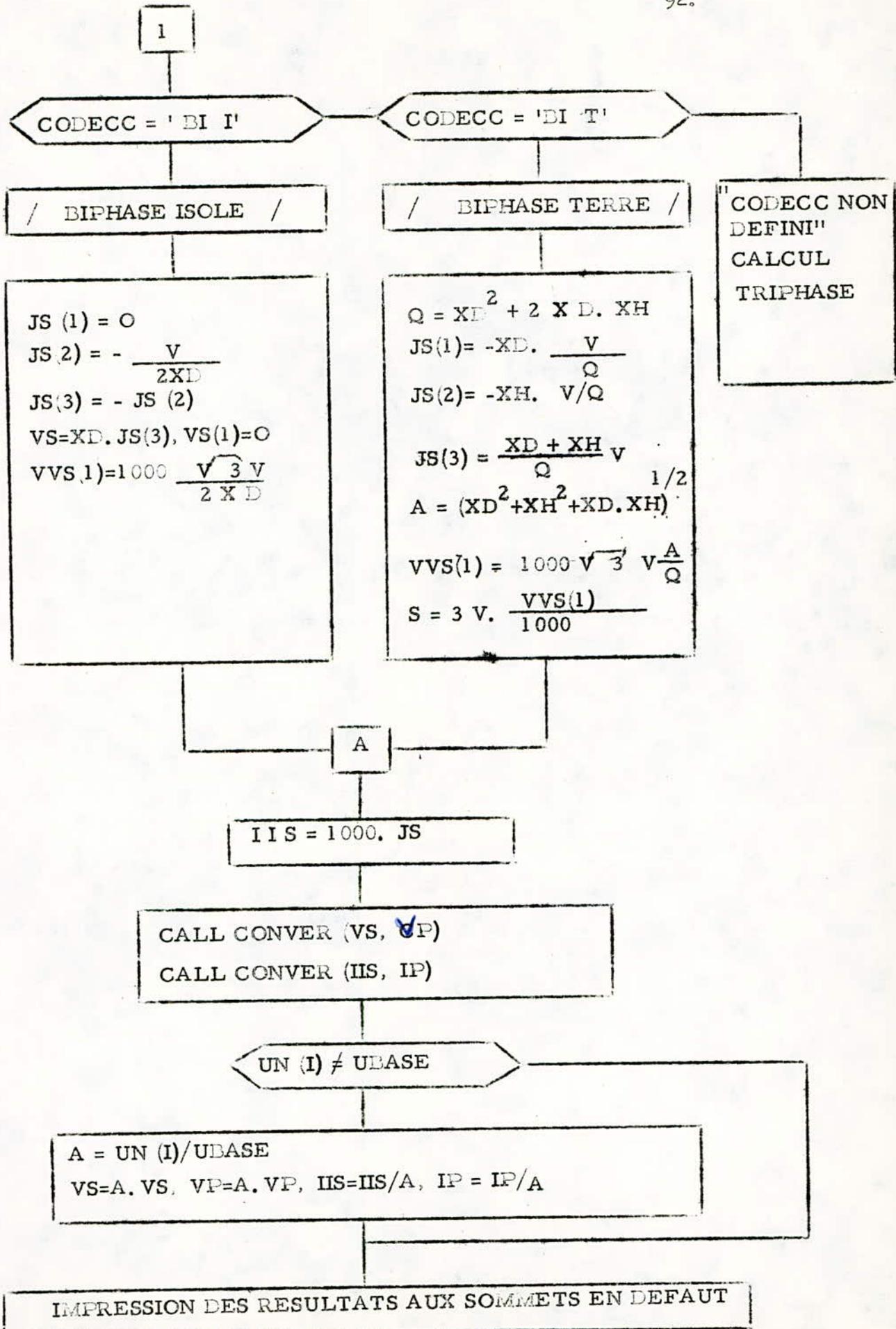
DE COURT-CIRCUIT AU SOMMET EN  
DEFAUT.

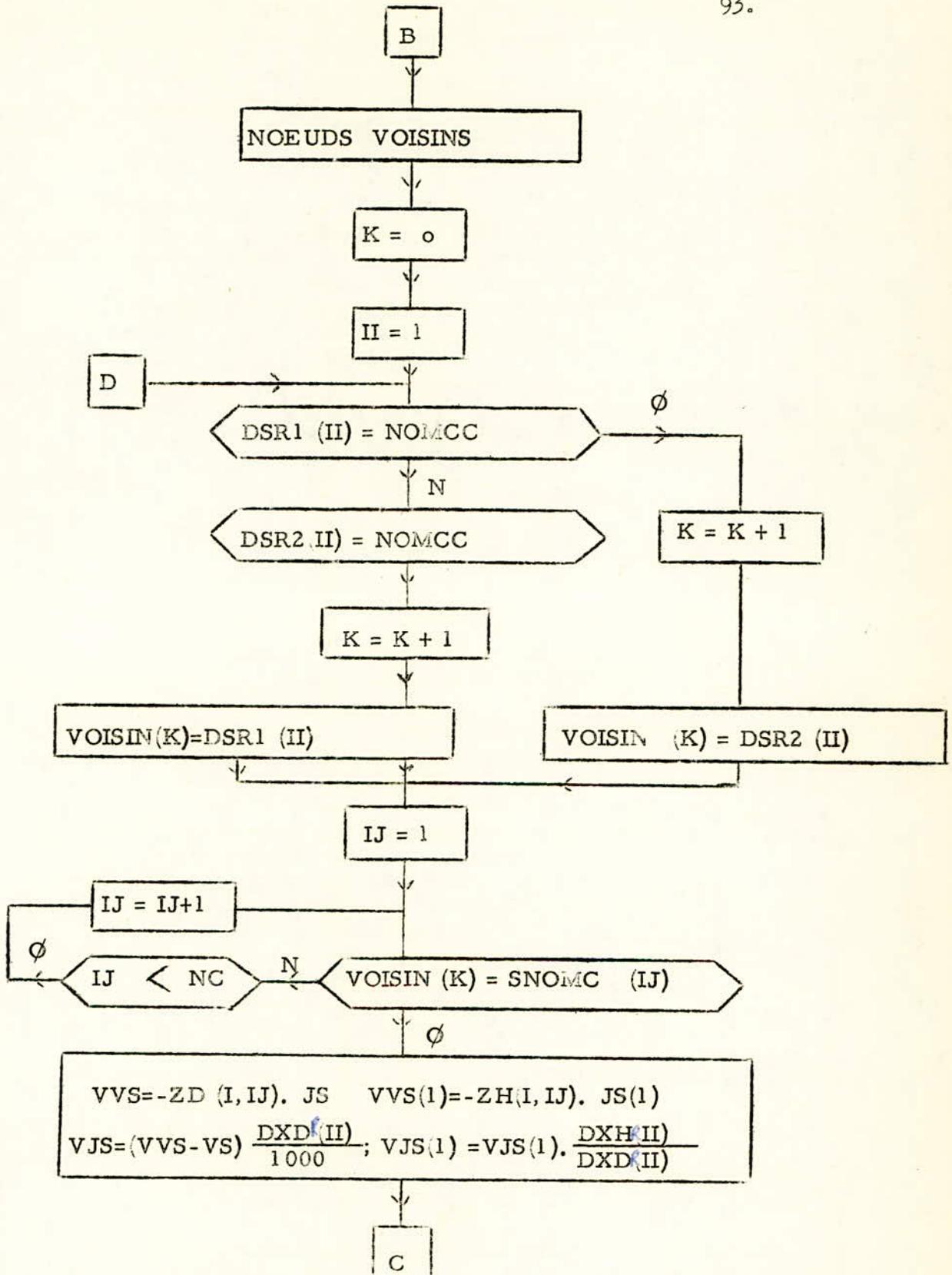
LIRE NOMCC, CODECC, NIVOCC

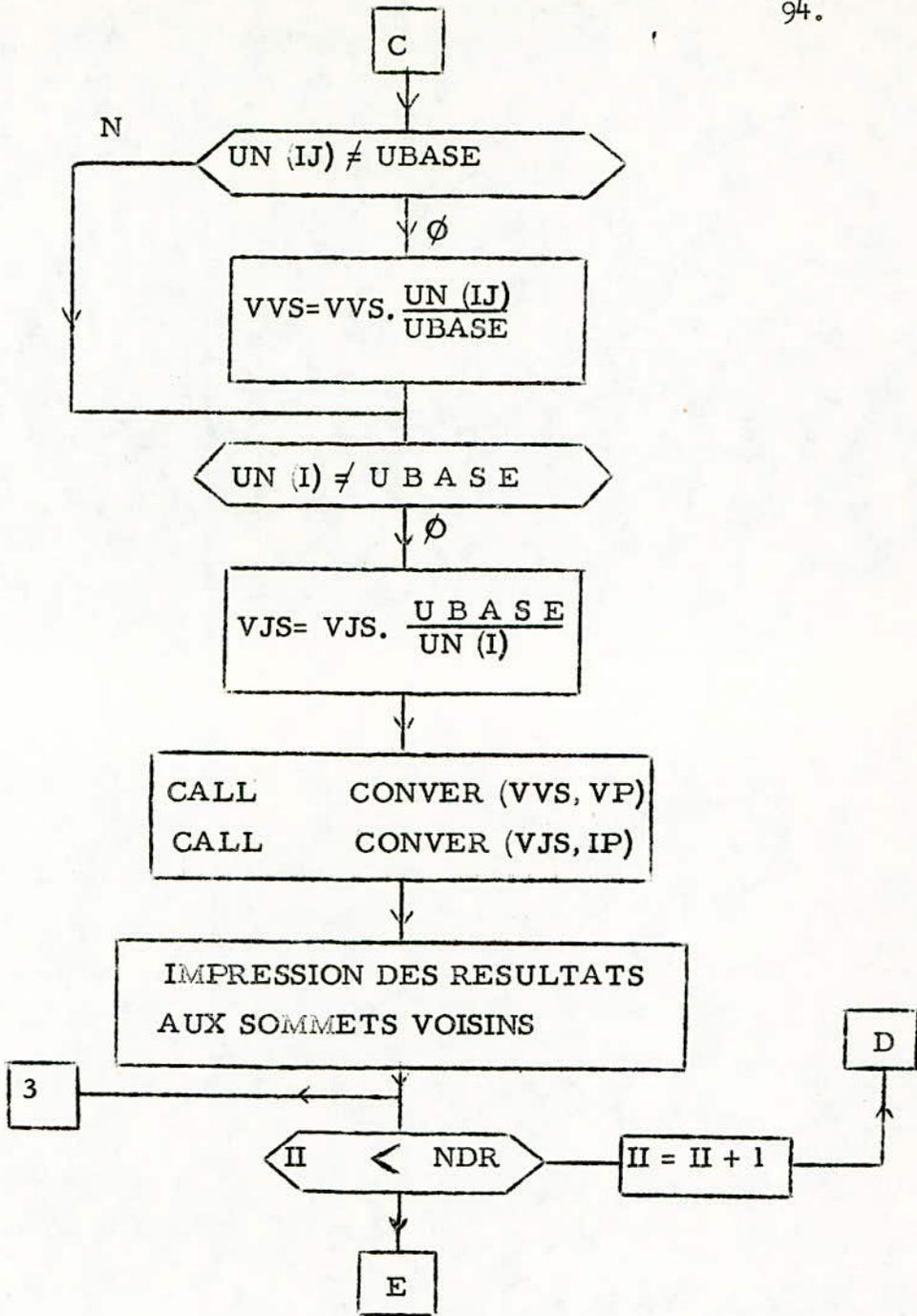


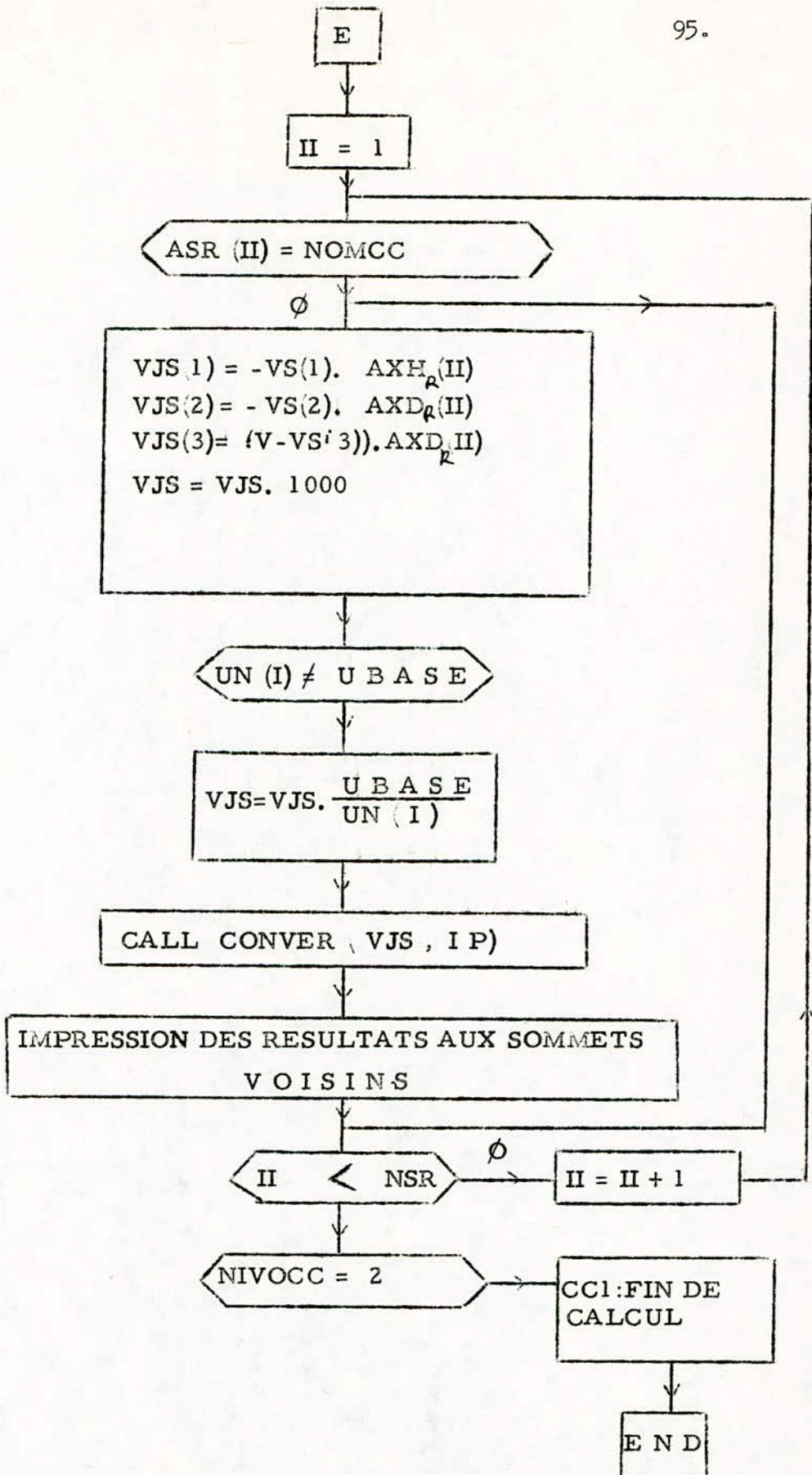
$$\begin{aligned}
 JS &= V / (2XD + XH), \\
 VS(1) &= -XH \cdot JS(1) \\
 VS(2) &= -XD \cdot JS(2), \\
 VS(3) &= (XD + XH) \cdot JS(3) \\
 JP &= VVS(1) = 1000 \frac{3 V}{2XD + XH} \\
 S &= 3 V \frac{VVS(1)}{1000}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JS(1) &= 0, JS(2) = 0, \\
 JS(3) &= V/XD, VS = 0, \\
 VVS(1) &= 1000 V/XD \\
 S &= 3 V \cdot VVS(1) / 1000
 \end{aligned}$$









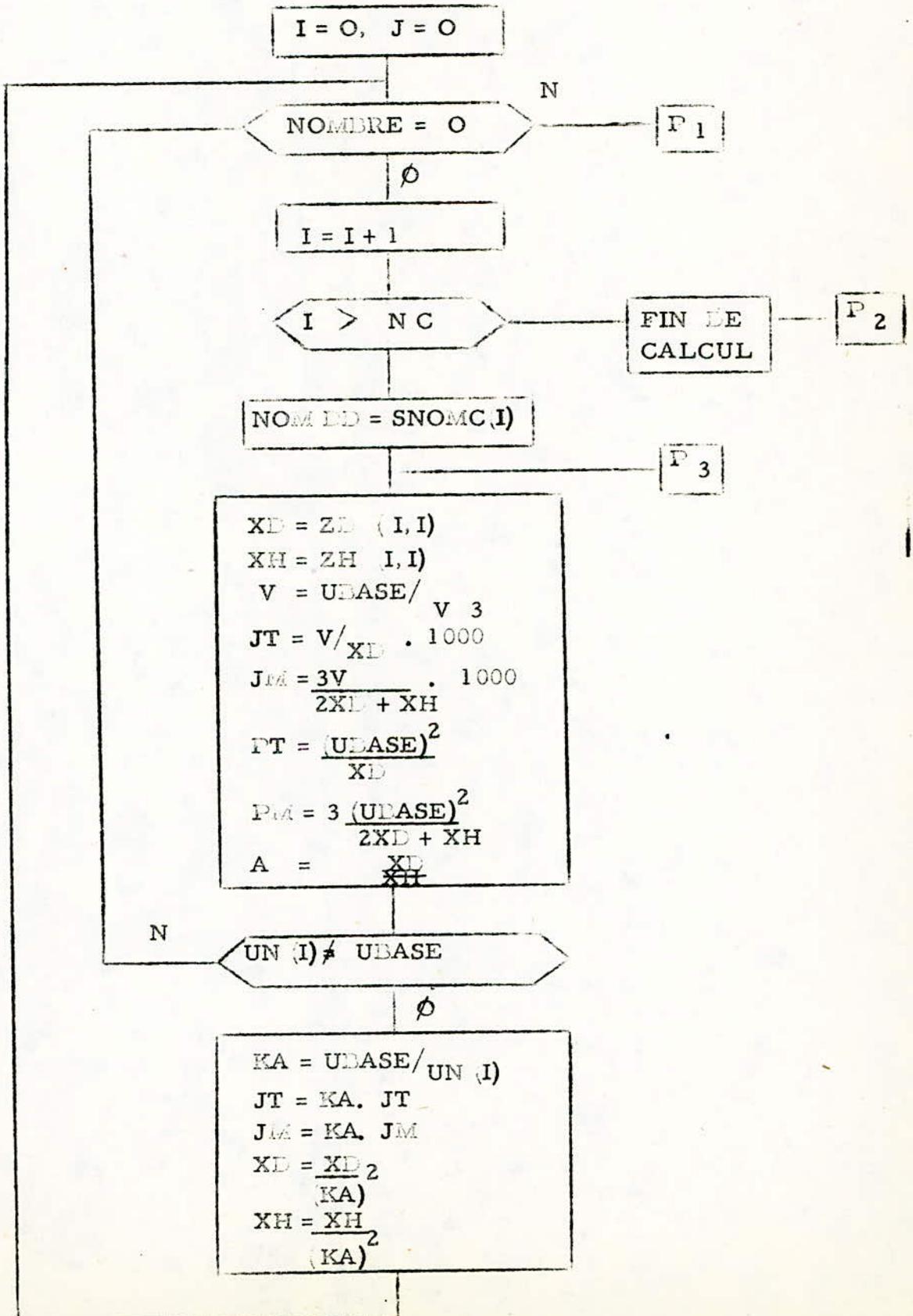
ORGANIGRAMME DE COURT-CIRCUIT  
 SOUS PROGRAMME CONVER

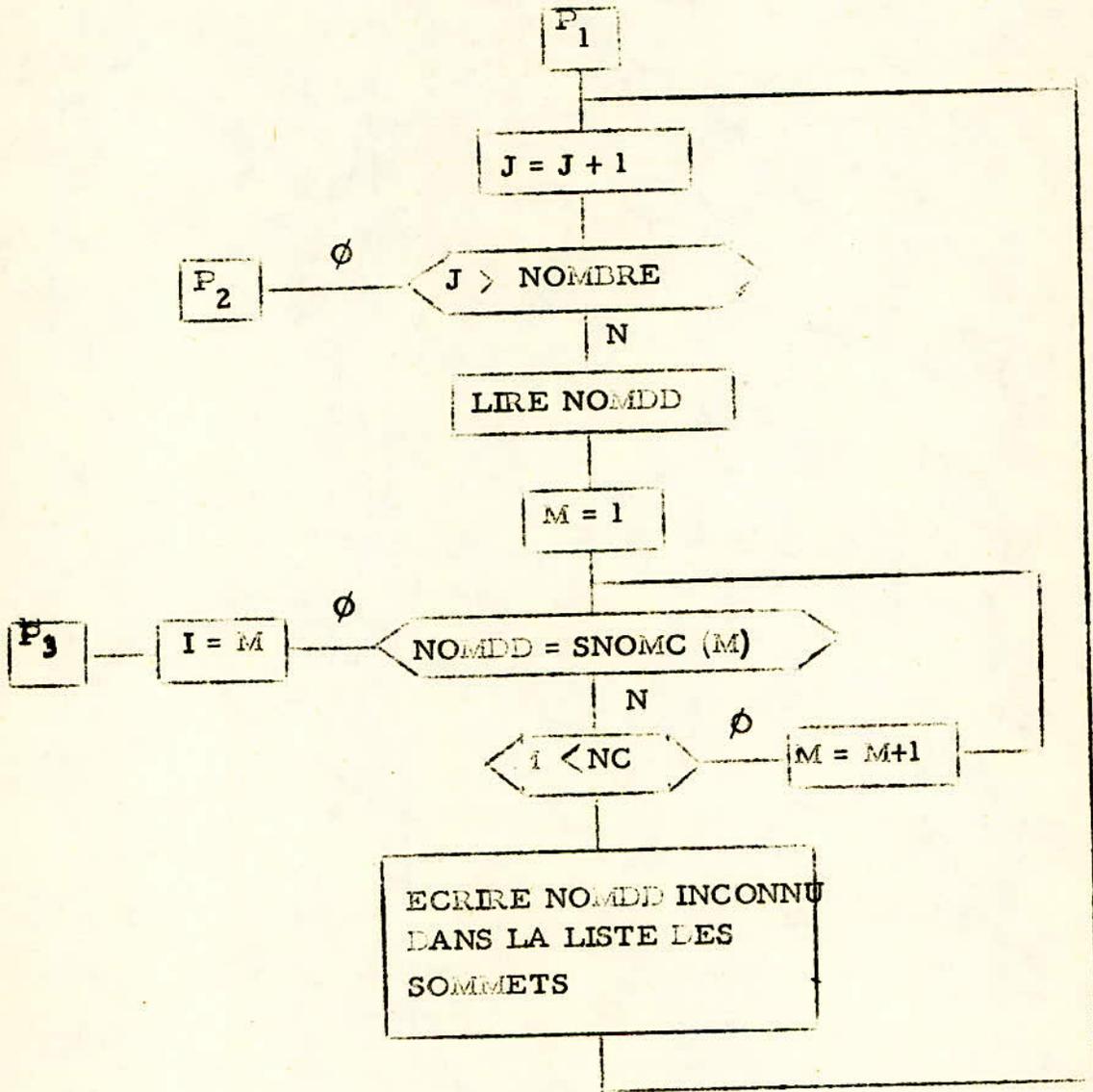
E (3), F (3)

$F(1) = E(1) + E(2) + E(3)$   
 $A = (E(2) + E(3)) / 2$   
 $B = E(2) - E(3)$   
 $A = E(1) - A$   
 $B = \frac{\sqrt{3}}{2} B$   
 $A = A \cdot A$   
 $B = B \cdot B$   
 $F(2) = A + B$   
 $F(2) = \sqrt{A+B}$   
 $F(3) = F(2)$

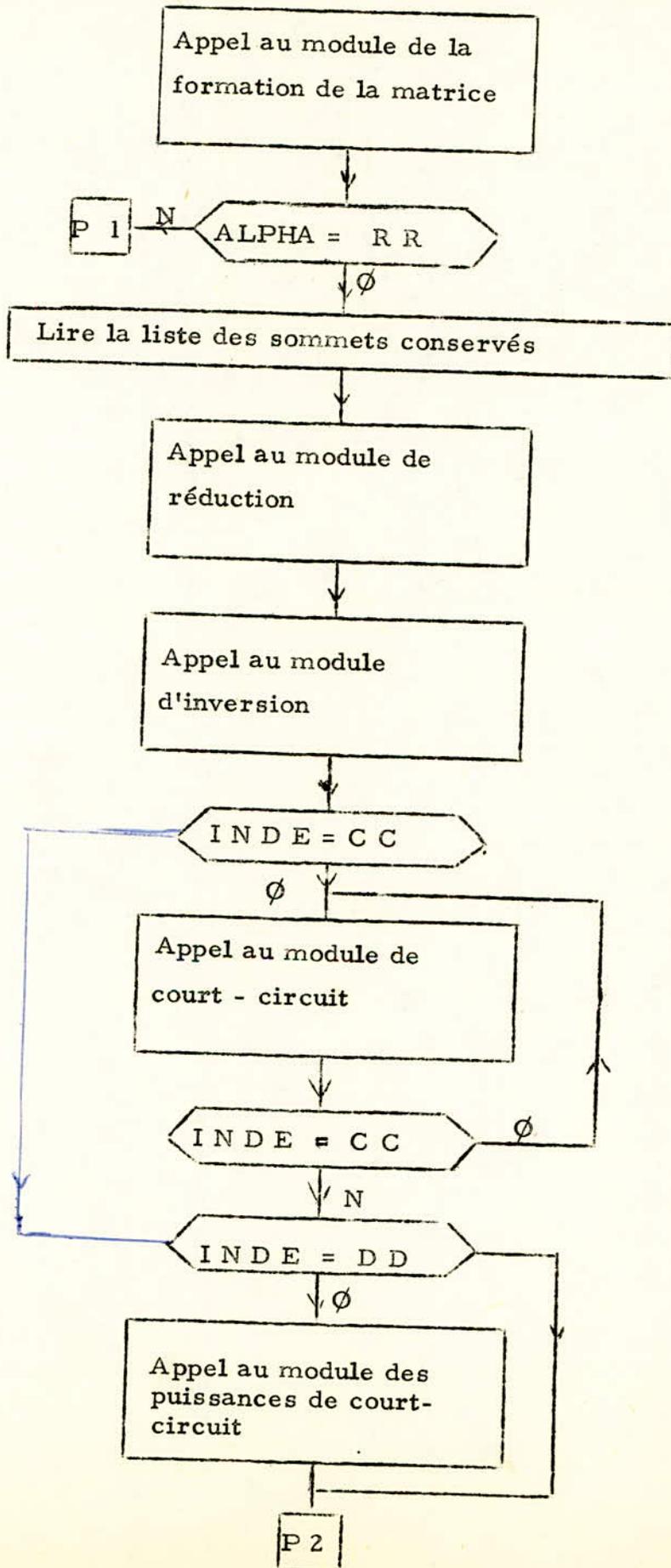
END

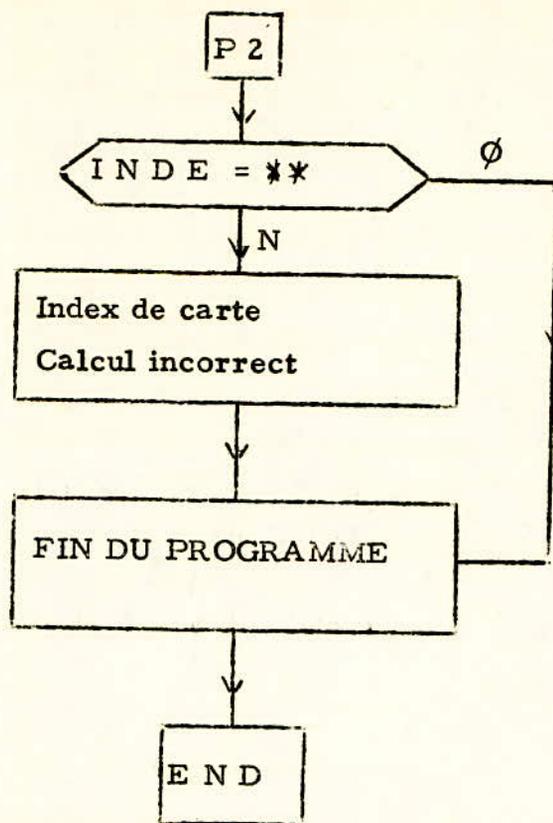
## ORGANIGRAMME DE P.C.C





ORGANIGRAMME DU MODULE PRINCIPAL





CONCLUSION GENERALE

L'utilisation des ordinateurs à profondément modifié l'exécution des études de réseaux. Il subsiste cependant, un certain nombre de difficultés, notamment dans ce qu'on appelle le dialogue "homme-Machines", qu'on a rencontré durant tout le long de notre projet, mais en retour cette étude nous a permis d'enrichir nos connaissances en programmation et d'élargir notre savoir sur certains problèmes de réseaux électriques.

Quant à la matrice admittance, sa formation est d'un emploi peu commode, et son application pour des réseaux importants est impraticable, d'où la nécessité de la réduction.

Mais, étant donné que les réseaux s'étendent de plus en plus, la connaissance de la matrice impédance est nécessaire. Elle est l'une des images les plus complètes d'un réseau. Sa formation quelle que soit, la méthode adoptée, est une opération un peu délicate, mais il est important de souligner qu'elle présente souvent une résolution rapide et directe pour les problèmes de calcul des courants de court-circuit.

BIBLIOGRAPHIE

F. CAHEN  
H. EDELMANN  
R. PELISSIER  
REVUE EXPOSE PAR M. PAUL - AUGES  
NOTE EDF  
PAUL DIMO  
IEEE POWER APPARATUS AND SYSTEMS