

Ministère de L'enseignement et de la Recherche Scientifique

24/82

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE

HOUARI BOUMEDIENE

nea

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ELECTRONIQUE

PROJET FIN D'ETUDES



SIMULATION DE SOUS - SYSTEMES
D'UNE BOUCLE THERMIQUE SOLAIRE



Proposé par :
J.P. GAUTHIER
S A. DERRADJI

Etudié par :
DOUAG Mustapha
BETTAYEB Med Chérif

PROMOTION JUIN 1982

R E M E R C I E M E N T S

Au moment, où notre travail arrive à son terme, nous tenons à remercier, vivement, Monsieur J.P Gauthier, Docteur Es-Sciences, pour les précieux conseils qu'il nous a prodigués, ainsi que Monsieur S.A. Derradji, qu'il n'a cessé de nous aider, durant tout notre travail.

Comme, nous remercions Monsieur Y. Bahayou, enseignant du module MO34 à l'ENP, pour ses conseils, concernant la partie statistiques. N'oublions pas, aussi, d'exprimer nos remerciements, au personnel de la station de l'énergie solaire à Bouzaréa, pour l'aide qu'il nous a fournie, que ce soit du point de vue documentation ou tirage de ce polycopié, ainsi qu'au personnel du CNTI lors du passage des programmes.

Et, nous remercions enfin, tous ceux qui ont aidé de près ou de loin, à la réalisation de ce projet .

- 17) E D I C A C E S -

- A Mon Père.
- A Ma Mère.
- A Mon Epouse.
- A Mon Fère.
- A Toute ma Famille.
- Et à tous mes Amis.

M. DOUAG.

- A Mon Père.
- A Ma Mère.
- A Mon Frère Smail et son epouse.
- A mes jeunes Frères et Soeurs.
- A toute ma famille, surtout mon oncle MEKKI
- A tous mes amis.

M.G. BETTEYEN.

TABLE DES MATIERES .

INTRODUCTION

Première Partie :

ANALYSE STATISTIQUE DES PROCESSUS METEOROLOGIQUES.

Chapitre 1 .

Rappels fondamentaux sur l'énergie solaire.

1. Rayonnement solaire
2. Calcul du Rayonnement diffus.
3. Organigramme .

Chapitre 2.

AJUSTEMENT ANALYTIQUE et TEST de Khi - Deux .

1. Ajustement analytique.
2. Ajustement analytique et test de Khi-Deux.
3. Programmation de la methode.

Deuxième Partie

ECHANGEUR THERMIQUE.

Chapitre 1.

Simulation d'un échangeur thermique à trois phases.

1. Généralités
2. Echangeur thermique à trois phases.
3. Simulation de l'échangeur.

Chapitre 2 . Approximation par un polynôme déterminé par le critère des moindres carrés

1. ANALYSE MATHEMATIQUE .

2. Programme.

CONCLUSION

Bibliographie

P R E M I E R E P A R T I E

ANALYSE STATISTIQUE DES PROCESSUS METEOROLOGIQUES



- 0 - INTRODUCTION - 0 -

Les énormes dépenses d'énergie, que connaît notre époque, et, risque d'épuisement de ses sources, incitent au développement de la recherche à d'autres formes d'énergie. Parmi lesquelles; le soleil, qui suscite un grand intérêt de par l'importance de son gisement nous est dispensé régulièrement et surtout généreusement. Il ne pourrait guère être considéré, en soi, comme une source nouvelle, mais son exploitation peut être conçues selon plusieurs voies nouvelles.

Cette modeste étude comprend deux parties, la première concernant l'analyse statistique des processus météorologiques, la seconde traite la conversion théorique du rayonnement solaire, par échange de chaleur. Néanmoins ces deux parties font à des notions se rapportant à des domaines très diversifiés qu'on ne pourrait pas relater. Mais nous nous limiterons surtout à la simulation faite sur ordinateur, qu'on doit souligner, ici, son importance, ne serait - ce que du point de vue gain de temps, avec quelques rappels sur des notions fondamentales...

RAPPEL FONDAMENTAUX SUR L'ENERGIE SOLAIRE./

L'échange d'énergie entre deux corps ou entre un système et le milieu extérieur peut emprunter la forme d'un rayonnement. Ce rayonnement est constitué par des ondes électromagnétiques de différentes longueurs d'onde et propagé en ligne droite avec une vitesse qui est, dans le vide, celle de la lumière; il peut être décomposé en un spectre formé de radiations monochromatiques, correspondant chacune à une longueur d'onde et une fréquence bien déterminées. Des longueurs d'ondes des radiations lumineuses sont approximativement comprises entre 0,4 et 0,81; le spectre visible est prolongé du côté des courtes longueurs d'onde par les radiations ultraviolettes et du côté des grandes longueurs d'onde par les radiations infrarouges. Il n'y a aucune différence au point de vue thermodynamique entre les radiations et les radiations lumineuses: toutes transportent de l'énergie qu'on peut toujours transformer en chaleur en recevant le rayonnement sur un récepteur approprié. La fraction d'énergie absorbée dépend de la température et de la surface du récepteur.

1. / Rayonnement solaire.

Le soleil rayonne comme un corps noir dont la température est d'environ 6000° K et son émission se situe essentiellement dans une bande de longueur d'onde allant de 0,25 à 5 μ m avec un maximum d'énergie vers 0,5 μ m.

Le rayonnement solaire arrive à la surface de la terre affaibli d'abord par la distance de la terre au soleil (150 millions de km) ensuite par sa traversée de l'atmosphère. Cet affaiblissement dépend d'un très grand nombre de facteurs.

1.1./Rayonnement direct.

Il s'agit de l'éclairement énergétique d'une surface réceptrice normale aux rayons solaires, par le seul rayonnement provenant directement du disque solaire. Le pyréliomètre permet de mesurer cette énergie.

1.2./ Rayonnement diffus.

C'est le rayonnement d'origine solaire rediffusé par l'hémisphère à l'exception du disque solaire, vu par la surface receptrice à tout moment du jour. Le rayonnement solaire diffus n'a pas d'orientation privilégiée et parvient donc du sol en provenance de toute la voûte céleste.

L'éclairement diffus dépend de la hauteur du soleil et du degré de pollution (ou trouble).

1.3./ Rayonnement Global.

Le rayonnement global correspond à la somme des rayonnements solaires direct et diffus et donc à l'énergie provenant de l'ensemble de l'hémisphère apparent durant le jour.

Le rayonnement global se mesure grâce pyranomètre.

2. CALCUL du rayonnement diffus.

2.1. Rappels Fondamentaux d'astronomie.

2.1.1. Généralités sur le soleil et la terre.

La terre, ponctuelle à l'échelle du système solaire, parcourt une ellipse de faible excentricité contenue dans une plan passant par le soleil.

La terre et son atmosphère sont baignées en permanence par un rayonnement reçu régulièrement par toute un hémisphère et issu du soleil.

Le soleil n'étant pas à notre distance considéré comme une étoile ponctuelle, on peut connaître son diamètre apparent c'est-à-dire l'angle sous lequel un observateur terrestre placé sur un cercle dont le soleil occuperait le centre, verrait celui-ci, sa valeur est 32' d'arc soit environ un demi-degré.

Compte tenu de l'importance pratique des coordonnées angulaires du soleil, il convient de rappeler les formules habituelles de calcul, toutes basées essentiellement sur la connaissance de la déclinaison du soleil et de son angle horaire.

2.1.1./ Déclinaison du soleil.

- La déclinaison angulaire du soleil est l'angle qui fait la direction du soleil avec le plan équatorial, on peut

./.

aussi la définir par l'angle que fait l'axe de la rotation de la terre avec la normale au plan de l'écliptique celle-ci varie de manière presque sinusoidale en fonction de la date de l'année.

$$\sin \quad = 0,4 \sin T$$

où T correspond au nombre N de jours de l'année écoulés depuis l'équinoxe de printemps (21 Mars), multiplié par un facteur correctif égal à $\frac{360}{365}$

$$= 23,5 \sin \frac{360}{365} N$$

où encore en prenant en radian l'argument du Sinus

$$= 23,5 \sin \frac{2 \pi N}{365}$$

est mesuré en degrés.

2.1.2./ Angle horaire AH.

- L'angle horaire est déterminé par la rotation régulière de la terre autour de son axe polaire, il est donc directement lié au temps solaire vrai qui est un paramètre essentiel, permettant le calcul exact des coordonnées angulaires du soleil. L'angle horaire est l'angle formé par le plan méridien passant par le centre du soleil et le plan vertical du lieu (méridien) Il est midi T.S.V. si l'angle horaire est nul.

On détermine le temps solaire vrai (T.S.V.) comme suit :

T.S.V. = temps local - N + correction de longitude + correction du temps.

Temps local : temps local (horloge).

N : numéro du fuseau.

N°1 : 1 heure

N°2 : 2 heures.

- correction du temps est donnée par des tables.

- correction de longitude : donnée par le lieu.

./.

1 heure de temps : 15° en angle horaire.

1 minute de temps: 15° " " "

1 seconde de temps: 15° " " "

2.1.3./ Hauteur angulaire du soleil h.

La hauteur du soleil au dessus de l'horizon est donnée par la formule suivante

$$\sin h = \cos Z = \sin \varnothing \sin \delta + \cos \varnothing \cos AH \cos \epsilon$$

h : altitude ou hauteur du soleil en degré

Z : distance Zenithale du soleil en degré

\varnothing : latitude du lieu

δ : déclinaison du solaire

AH: angle horaire

2.1.4./ Calcul du rayonnement diffus.

La formule permettant d'obtenir le rayonnement est la suivante :

$$D = G - I \sin h.$$

D : rayonnement diffus

G : rayonnement Global

I : rayonnement direct

h : hauteur angulaire du soleil

3. Programme pour le calcul du rayonnement diffus.

Ce calcul peut - être aisement programmé, surtout que la station de Bouzaréa ne possédant pas d'appareil de mesure permettant d'avoir la valeur du rayonnement diffus la formule de l'équation du temps.

$$\begin{aligned} E_t = & A - B * \cos(W * J) + (C * \cos(2 * W * J)) \\ & + E * \cos(3 * W * J) + H_1 \sin(W * j) \\ & + F * \sin(2 * W * J) + H * \sin(3 * W * J) \end{aligned}$$

où A, B, C, E, H1, F et H sont les constantes définies.

E_t = donné en minutes.

On prendra comme correction de longitude la variable θ dépendant du lieu donné généralement en minutes.

;/;

K : temps local.

On pourrait convertir la correction du temps Et en heure, la correction de longitude en heure, et prendre le temps local en heure pour obtenir le temps solaire vrai T.S.V. en heure.

$$T.S.V. = K + G/M + E/M$$

avec M = 60, permettant la conversion en heure

$$AH = C \times 15$$

$$C = T.S.V - 12$$

AH : angle horaire (donné en degré)

$$\sin h = \sin (\text{Lat}) \sin (\text{DEC}) + \cos (\text{Lat}) \cos (\text{DEC}) \cos (\text{AH})$$

Lat : Latitude (pour le cas de la station de Bouzaréa, on a

$$\text{Lat} = 38^{\circ} 48' 04'' \text{ Nord}$$

3.1. Organigramme.

organigramme pour le calcul du diffus

DIMENSION I(365,24), G(365,24), D(365,24)

Q = 12.
 IP = 118
 IT = 200
 PI = 5 14 37 93

$$w = 2 * \pi / 366$$

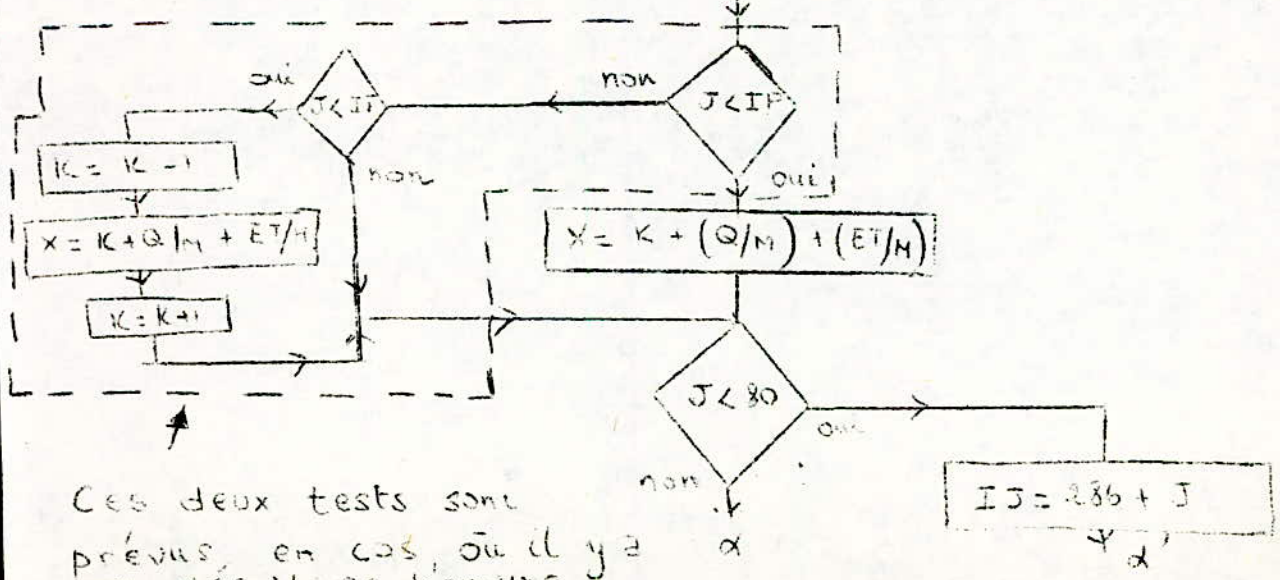
$$A = \sin(36 * \pi / 180)$$

$$S = \cos(36 * \pi / 180)$$

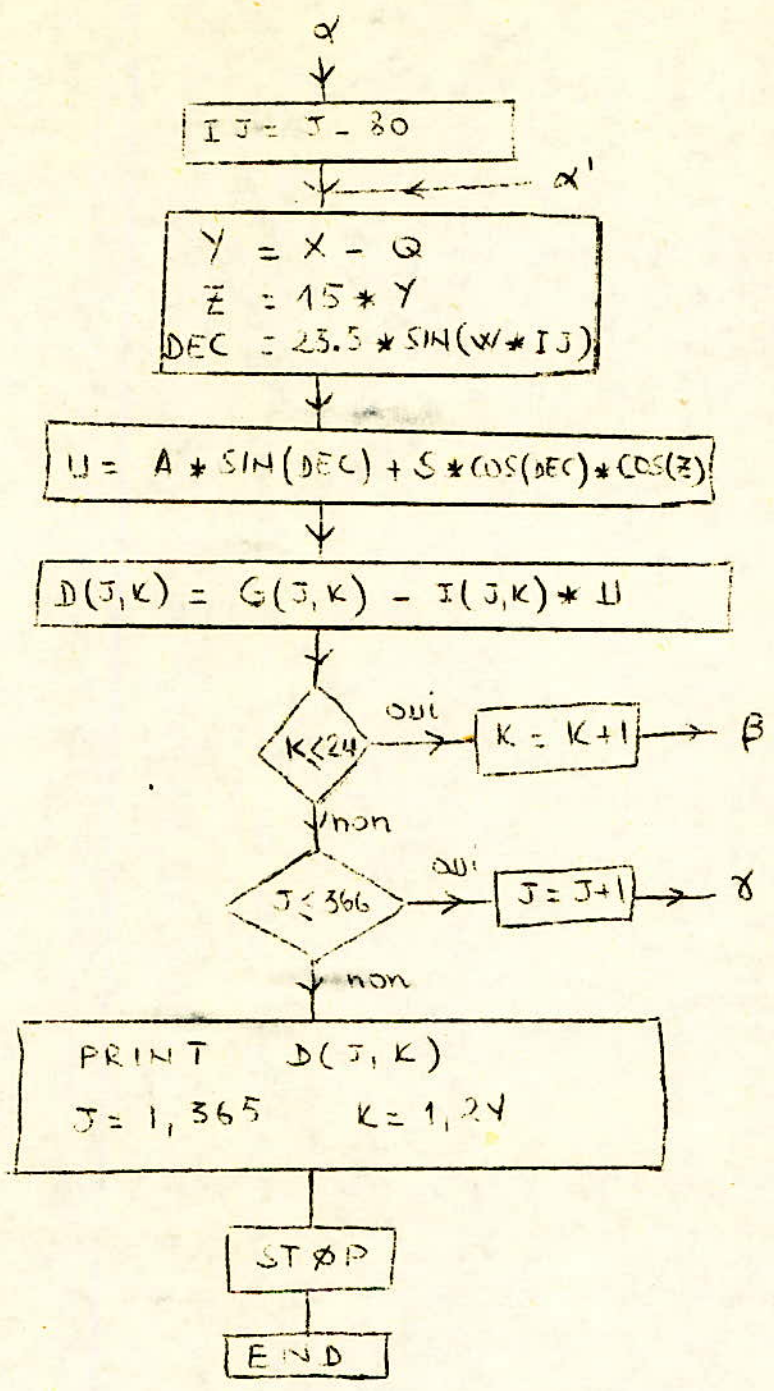
J = 1

K = 1

$$ET = 0.002 - (0.4197 * \cos(w * J)) + (3.2765 * \cos(2 * w * J)) + (0.0903 * \cos(3 * w * J)) + (7.3509 * \sin(w * J)) + (9.3912 * \sin(2 * w * J)) + (0.3361 * \sin(3 * w * J))$$



Ces deux tests sont prévus, en cas, où il y a un décalage horaire



AJUSTEMENT ANALYTIQUE ET TEST DE KHI - DEUX.

Le bon fonctionnement d'un capteur dépend essentiellement des conditions climatiques, et en première lieu, du rayonnement direct et diffus, de la température, et, de la vitesse du vent.

Donc la connaissance de ces paramètres à tout instant, s'avère nécessaire pour un bon rendement du capteur, toutefois un tel procédé peut être très coûteux, car il ne peut se faire que sur ordinateur. Ainsi on procède à l'utilisation d'une autre méthode, qui peut-être à la limite acceptable, elle se base sur l'analyse statistique de ces paramètres, et utilise pour ceci le test de Khi-Deux, et nécessite un échantillon de mesures représentatif, pouvant s'étaler sur des dizaines d'années, pour un bon ajustement .

Et vu qu'on ne dispose pas actuellement de tels échantillon, on s'est limité à l'exposition de la méthode et à sa programmation.

1 - Ajustement analytique.

Une des difficultés que l'on doit envisager lors de l'application de la théorie des probabilités et des méthodes statistiques est la comptabilité du phénomène pratique que l'on veut analyser avec les hypothèses de base sur lesquelles sont fondés les théories et les modèles.

Dans plusieurs tests statistiques, nous assumons, par exemple, que les observations proviennent d'une certaine population, normale, ou d'une population uniforme etc..., mais jusqu'à quel point pouvons-nous tolérer l'écart qui peut exister entre les hypothèses de base d'un modèle et la situation réelle? Le test de Khi-deux permet de vérifier la qualité de l'ajustement de données à une distribution particulière. Pour effectuer ce test nous comparons les fréquences observées avec les fréquences théoriques ou espérées obtenues sous l'hypothèse d'une distribution de probabilité spécifique.

II - AJUSTEMENT ANALYTIQUE ET TEST DE KHI-DEUX.

Les différentes étapes pour vérifier l'ajustement d'une série d'observations à un modèle statistique sont les suivantes :

- 1°) Formulation de l'hypothèse H_0 , et l'hypothèse alternative. On assume que les observations proviennent de telle population.
- 2°) Choix du niveau significatif α étant la probabilité que l'hypothèse H_0 soit fautive.
- 3°) Définir la région critique de Khi-Deux.

Le calcul des degrés de liberté pour le Khi-Deux dépend de la relation suivante :

$$DL = NC - K - 1$$

ou DL : nombre de degrés de liberté.

NC : nombre de classes de la distribution de fréquences ; la fréquence expérimentale ou théorique d'une classe quelconque doit être d'au moins 5. Ainsi, si quelques classes ont des fréquences inférieures à 5, on regroupe ces classes avec les précédentes ou les suivantes ; L est alors le nombre de classes après le regroupement ;

K : le nombre de paramètres à estimer. Ainsi pour une population normale, nous avons deux paramètres à estimer, μ et σ .

Au départ on perd 1 degré de liberté puisque dans un problème de comparaison, la somme de fréquences observées des classes doit égaler le nombre total d'observations. On a donc $L - 1$ classes indépendantes.

La région critique se présente comme suit :

| | |
|----------------|----------------|
| acceptation de | rejet de H_0 |
| H_0 | |

Le critère de décision est : rejeter H_0 si $\chi^2_{obs} \geq \chi^2_{crit}$

$k - 1$. Sinon ne pas rejeter H_0 .

- 4) tirer un échantillon de la population concernée.
- 5) dénombrer les données suivant une distribution de fréquences et évaluer les fréquences théoriques correspondantes en considérant que l'hypothèse nulle est vraie.
- 6) comparer les fréquences observées et les fréquences théoriques et évaluer le χ^2 de la façon suivante :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{oi} - f_{ti})^2}{f_{ti}}$$

f_{oi} : fréquence observée; f_{ti} : fréquence théorique.

- 7) appliquer le critère de décision et tirer les conclusions qui s'imposent.

III - Programmation de la méthode :

La nécessité de choisir l'ajustement à des lois de probabilité continues, paraît évidente, et provient du fait qu'on traite des variables aléatoires continues, qu'il s'agit du rayonnement, de la température, ou de la vitesse du vent. L'ajustement à la loi normale, serait primordial, car d'après le théorème central limite, toutes les lois de probabilité convergent vers cette loi. Et, à titre d'exemple, on a associé à la loi de Laplace - Gauss, la loi exponentielle, et la loi uniforme, tout en précisant, qu'on peut ajouter autant de lois continues, à lesquelles on voudrait faire l'ajustement.

I - Programme.

Ce programme fait appel à deux sous-programmes l'un pour le classement des données, l'autre est relatif à la loi choisie et concerne le calcul des fréquences théoriques de celle-ci.


```

C          *** TEST DE KHI-DEUX ***
C          * PROGRAMME PRINCIPAL *
C          .SI : TAILLE DE L'ECHANTILLON , P:LONGUEUR DE LA CLASSE
C          A(K): TABLEAU DE VALEURS DU PARAMETRE CONSIDERE
C          Q(K): TABLEAU DE VALEURS DU KHI-DEUX. critiques
C          DE 1 A 30 DEGRES DE LIBERTE, POUR ALPHA =0.01
C          FT(K): TABLEAU RESERVE AUX FREQUENCES THEORIQUES
C          C (K): TABLEAU RESERVE AUX FREQUENCES OBSERVEES

```

```

DIMENSION A (243), Q(30), FT(30), C(30), CX (30)
INTEGER P,SI
REAL MOY
P = 1
SI = 243
READ(5,25) (A(I),I=1,SI), (Q(J) ,J=1,30)
25  FORMAT (3 (F6.2,2X))
DO 20 I=1,242
K=I+1
DO 20 J=K ,243
IF (A(I) - A(J)) 20,20,10
10  B = A (I)
A(I) = A(J)
A(J) = B
20  CONTINUE
RPI = SQRT (2* 3.141593)
IF(A(1)) 17, 18, 18
17  NBI = INT ( A(1) - 1)
GOTO 19
18  NBI = INT (A(1))
19  DO 30 M = 1,30
FT(M) = 0
C (M) = 0
CX(M) = 0
30  CONTINUE

```

.../...

```

R = NBI + P
SOM = 0.
V = 0.
M = 1
DO 70 I = 1,SI
45 IF (A(I) -R) 40,50,50,
50 R = R+P
M = M+1
GOTO 45
40 C(M) = C(M)+1
CX(M) = C(M)
X = R - P/2
SOM = SOM +X
V = V + X * X
70 CONTINUE
NC=M
MOY = SOM/SI
VAR = V/SI
RSIG = SQRT ( VAR -(MOY **2))
NK = 50
RA = SQRT (2.)
DO 75 M= 1,NC
B = NBI + (M-1)*P
R = B+P
CALL CINT ( DBLIN,B,R, NK,MOY,RSIG,S)
FT(M) = SI*S
75 CONTINUE
CALL CLASS (CX,FT,NC,ST, LIK)
LIK = LIK -3
QUYAL = Q (LIK )
IF (ST- QUYAL) 160,170, 170
160 WRITE (6,105) MOY,RSIG
105 FORMAT (2X, LOI NORMALE DE MOYENNE MU=' , F 6.2, ' ET DE
1 TYPE RSIG = ' , F 6.2)

```



```
GO TO 260
170 AL = 1/MOY
R = NBI
DO 175 M=1,NC
R = R+ (M-1)*P
S = EXP(-(AL*R)) - EXP(-(R+P)*AL)
FT(M) = SI*S
CX(M) = C(M)
175 CONTINUE
CALL CLASS (CX, FT, NC, SIL, LIK)
MXR = LIK
LIK = LIK -2
QUYAL = Q(LIK)
IF(SIL - QUYAL) 190,200,200
190 WRITE (6,115) AL
115 FORMAT('LOI EXPONENTIELLE DE PARAMETRE LAMBDA=',F7.4)
GOTO 260
200 UMO = SI/MXR
DO 275 M=1,NC
CX(M) = C(M)
FT(M) = UMO
275 CONTINUE
CALL CLASS (CX,FT,NC,SIT,LIK)
LIK = LIK -1
QUYAL = Q(LIK)
IF(SIT- QUYAL) 240,250,250
240 WRITE (6,225) MOY
225 FORMAT ('LOI UNIFORME DE MOYENNE MU=',F 6.2).
GOTO 260
250 WRITE (6,235)
235 FORMAT (19H NE SUIT AUCUNE LOI)
260 CONTINUE
```



```
C   ** SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE CALCULER LE KHI-DEUX ***
      SUBROUTINE CLASS (CL,FL,LI,SL,LIK)
      DIMENSION CL(30),FL(30)
      L=LI-1
      LIK=LI
      SL=0
      DO 9 I=1,L
      IF(CL(I)-6) 11,12,12
11   CL(I+1)= CL(I+1) + CL(I)
      FL(I+1) = FL(I+1) +FL (I)
      LIK = LIK -1
      GOTO 9
12   KIL = I
      SL = SL + (FL(I) - CL(I))**2/FL(I)
9    CONTINUE
      I = I+1
      IF(CL(I) -6) 80,15,15
80   CL(I) = CL(I) + CL(KIL)
      FL(I) = FL(I) + FL (KIL)
      LIK= LIK -1
      SL = SL - (FL(KIL) - CL(KIL))**2/FL(KIL)
15   SL = SL +(FL(I) - CL(I))**2 / FL(I)
      RETURN
      END
```

```
C   *** SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE CALCULER L'INTEGRALE DE LA **
C   *** FONCTION DENSITE DE LA LOI NORMALE PAR LA METHODE **
C   *** DES TRAPEZES. FUNT:FONCTION A INTEGRER; A:BORINF **
C   *** B: BORNE SUP. ; .NA: PAS D'INTEGRATION ***

SUBROUTINE CINT (FUNT,A,B,NA,MOY,RSIG,S)
REAL MOY
DX = (B-A)/NA
S = 0.
X = A
1  Y = FUNT(X,MOY,RSIG)
   IF (X-A) 2,2,4
2  X = X + DX
3  Y1= Y
   GOTO 1
4  S = S + 0.5 * (Y1+Y)*DX
   IF (X-B) 5,7,7
5  X = X + DX
   IF (X -B) 3,3,6

6  X = B
   GO TO 3
7  RETURN
END
```


C *** CALCUL DE LA DENSITE DE PROBABILITE ***

C *** POUR LA LOI NORMALE ***

FUNCTION DBLIN (X,MO,RS)

REAL MO

RPI = SQRT (2*3.14)

DBLIN = (1/(RS*RPI)) * EXP(-(X-MO)**2 / (2* RS**2))

RETURN

END

On commence par l'introduction des données dans le programme, et la réservation de places-mémoires, pour les fréquences théorique et observées, remarquons ici, qu'on s'est limité, dans notre cas, à 30 le nombre de places, néanmoins on peut en réserver plus, de même pour les valeurs du chi-Deux critique, on pourra aussi introduire des valeurs correspondant à des degrés beaucoup plus supérieur.

Le programme principal commence par ordonner les données, et ceci, pour faciliter le classement, il les répartit ensuite en classes suivant la longueur choisie, tout en déterminant les fréquences observées $C(M)$, on prévoit également une sauvegarde de ces fréquences dans le tableau (M) et ceci en cas où on a un groupement de classes.

Puis il calcule la moyenne et la variance avant de passer à l'ajustement à la loi normale correspondante, où, il calcule les fréquences théoriques, relatives à cette loi, pour les différentes classes, en faisant appel au sous-programme CINT (calcul d'intégrale) qui intègre la fonction densité de probabilité de la loi normale.

Puis, il fait appel au sous-programme CLASS, qui calcule le χ^2 , celui-ci prévoit cas où la fréquence observée d'une classe est inférieure à 6, de la grouper avec la suivante, ce groupement affecte aussi les fréquences observées, sauf si c'est le cas de la dernière classe, ou à priori les dernières classes (si la somme des fréquences de celles-ci n'atteint pas six), qui seront groupées avec la dernière classe rencontrée dont la fréquence est supérieure à six (classe d'indice KIL).

En retournant au programme principal, il teste le χ^2 -deux calculé au critique s'il est inférieur, il imprime 'LOI NORMALE' avec sa moyenne et son écart-type, sinon il procède de la même manière pour la loi exponentielle, si le test s'avère négatif, il effectue le même procédé pour la loi uniforme, et si le test s'avère toujours négatif il imprime 'ne suit aucune loi'.

Application aux données de temperature

.../...

Ces mesures ont été faites, à 8h du matin, à midi et à 17h, sur un intervalle d'une heure, pendant quatre mois (Décembre, Janvier, Février, et Mars), et sur deux ans.

Les resultats à l'execution donnent :

- temperature à 8h :

LOI NORMALE DE MOYENNE MU = 11,28 ET D ECART
TYPE RSIG = 3.13

(la temperature est exprimée ici en degrés celsius)

- à 12 h :

LOI NORMALE DE MOYENNE MU = 13.01 ET D ECART
TYPE RSIG = 3.59

- à 17 h

LOI NORMALE DE MOYENNE MU = 11.62 ET D ECART TYPE
RSIG = 2.95

Remarques :

- On pourrait étaler la periode de mesures , sur dix ans, ou même plus pour avoir un bon ajustement, et ceci, bien entendu, en cas de disponibilité de telles mesures .

- Pour la vitesse du vent on n'obtient aucune resultat avec cet ajustement, et pour les rayonnements direct et diffus, on ne dispose pas d'assez de données pour faire ce test (les mesures sont réalisés d'une façon irregulière)

- les mesures sont prises à Bouzaréa (Station d'energie solaire et l'ENEMA).

DEUXIEME PARTIE

ECHANGEUR THERMIQUE.

CHAPITRE 1

SIMULATION D'UN ECHANGEUR
THERMIQUE A TROIS PHASES

I - Generalités

Le rôle d'un échangeur thermique est de transférer de la chaleur d'un fluide chaud à fluide froid sans mélanger ces deux fluides. On a donc une paroi et les deux fluides circulant de chaque côté de la paroi (échangeur à plaques ou tubulaire).

Il y a lieu de distinguer deux types de circulation dans les échangeurs

- la circulation à courants parallèles : les vitesses sont parallèles et de même sens (fig. 1)
- la circulation à contre -courant : les vitesses sont parallèles et de sens opposés . (fig.2)

Le deuxième mode de circulation est le plus efficace ,et dans les installations thermiques on cherche systématiquement à la réaliser, bien que des contraintes relatives à la géométrie du système peuvent s'opposer à cette réalisation .

Le fluide chaud transmet de la chaleur u fluide froid, à travers la paroi, cette cession met en jeu des transferts par conductibilité, convection et rayonnement, et provoque une diminution de la température du fluide et l'augmentation de celle du fluide froid (exception faite du cas où il y a changement d'état d'un des fluides).

Donc on doit tenir compte de ces variations et diviser l'échangeur en tranches infinitésimales , et ensuite intégrer des équations différentielles .

II - Echangeur thermique à trois phases

Le mode de circulation dans cet échangeur est à contre-courant; d'un côté circule de l'eau relativement chaude(env.70°) provenant du capteur, de l'autre côté circule le fréon 12(F12), fluide caloporteur (fig.3).

Le fréon rentre sous forme liquide, et sort à l'état vapeur, en passant par l'état intermédiaire où il garde constante sa température, et

1^{ère} phase :

Le Freon est complètement vapeur, le système d'équations qui régissent cette phase, est :

$$\begin{cases} \frac{dT_F}{dz} = \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFV}}{FF \cdot C_{PFV}} (T_F(z) - T_E(z)) \\ \frac{dT_E}{dz} = - \frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{FE \cdot C_{PE}} (T_E(z) - T_F(z)) \end{cases}$$

T_F : température du freon
Au niveau de l'échangeur, c'est une fonction de la variable z qui définit la distance parcourue par les fluides.

T_E : température de l'eau
C'est aussi une fonction de la variable z .

Le système d'équations peut se mettre sous la forme matricielle ci-dessous.

$$\begin{pmatrix} \dot{T}_F \\ \dot{T}_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFV}}{FF \cdot C_{PFV}} & - \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFV}}{FF \cdot C_{PFV}} \\ \frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{FE \cdot C_{PE}} & - \frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{FE \cdot C_{PE}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_F(z) \\ T_E(z) \end{pmatrix}$$

où \dot{T}_F et \dot{T}_E sont les dérivées de T_F et T_E par rapport à la variable z

SOIT alors le vecteur T défini par

$$T = \begin{pmatrix} T_F \\ T_E \end{pmatrix}$$

Et si l'on appelle par la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFV}}{FF \cdot C_{PFV}} & - \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFV}}{FF \cdot C_{PFV}} \\ \frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{FE \cdot C_{PE}} & - \frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{FE \cdot C_{PE}} \end{pmatrix}$$

le système se mettra sous la forme

$$\dot{T} = AT$$

La solution sera de la forme suivante

$T = T_0 e^{AZ}$ (1)
avec T_0 constante définissant les conditions initiales.

SCHEMA SYMBOLIQUE D'UN ECHANGEUR

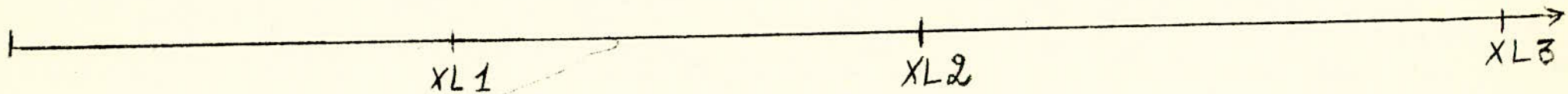
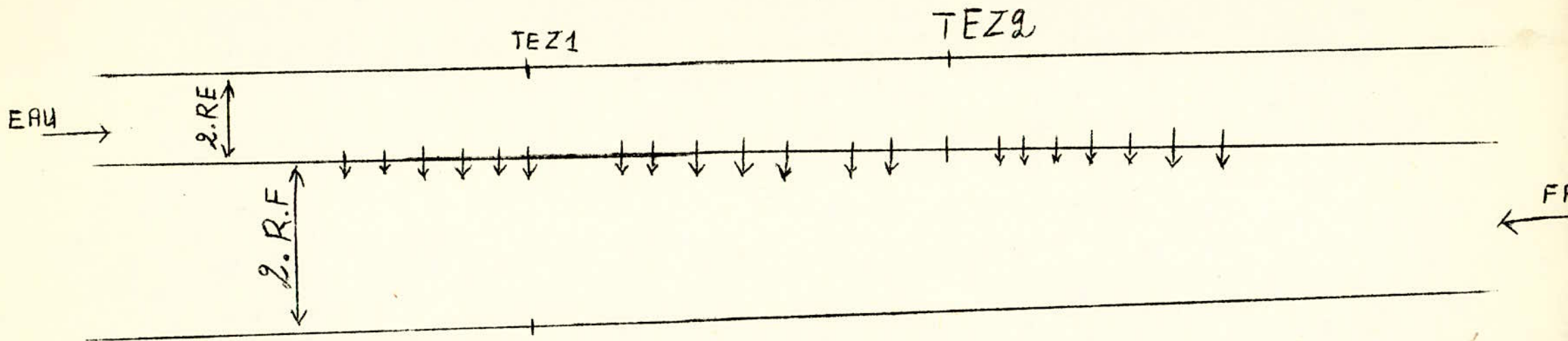


fig 3

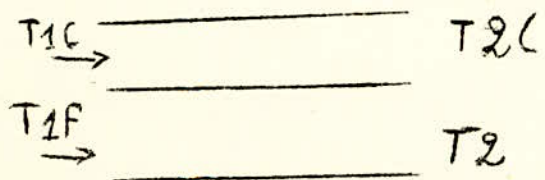


fig 1.

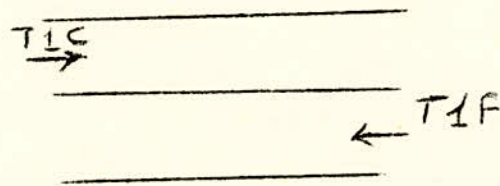


fig 2.

De l'expression (1) on définit $T_F(Z)$ d'où $P_F(Z)$ (pression du freon en fonction de Z), qu'on considère à variation linéaire par rapport à Z ; $P_F(Z) = P_{FO} + \text{ALFAF} \cdot Z$

Or à toute pression correspond une température d'ébullition T_{eb} . Et quand on a l'égalité $T_F(Z) = T_{eb}$, la longueur correspondante, serait celle du premier tronçon, $Z = XL1$.

2^{ème} phase :

Au début de ce tronçon le fluide est complètement vapeur, en parcourant cette phase, on commence à rencontrer des gouttelettes du fluide, jusqu'à devenir complètement liquide à la fin, cette partie est caractérisée par la présence de la vapeur et du liquide en même temps.

Soit V le pourcentage de vapeur dans le mélange, il est fonction de Z , soit, au début $V(0)=1$, à la fin $V(XL2)=0$

La température du freon étant constante, d'où $\frac{dT_F}{dZ} = 0$

les équations s'écrivent :

$$\frac{dV}{dZ} = \frac{XKFPV - \text{ALFAF} \cdot V}{XLF} (TFZ1 - T_E(Z)) \quad (2)$$

$$\frac{dT_E}{dZ} = - \frac{2 \text{ RE} \cdot XKE}{\text{FE} \cdot \text{CPE}} (T_E(Z) - TFZ1) \quad (3)$$

ALPHA F étant une constante

La resolution de l'équation(3) donne:
avec la condition initiale:

$$TE (XL1) = TE Z1$$

$$(4)... TE(Z) = TEZ1 + (TEZ1 - TFZ1) \exp \left[\frac{2 \pi . RE . XKE}{FE . CPE} (Z - XL1) \right]$$

Ainsi en remplaçant dans (2), on obtient

$$\frac{dV}{dz} = \frac{XKFPV - ALFAF . V}{XLF} (TEZ1 - TFZ1) \exp \left[\frac{2 \pi . RE . XKE}{FE . CPE} (Z - XL1) \right]$$

C'est une equation différentielle à variables separables
donc on pourra l'intégrer aisement, on obtient:

$$V(Z) = \frac{XKFPV}{ALFAF} - \left(\frac{XKFPV}{ALFAF} - 1 \right) \exp \left[D(\exp(F.(Z - XL1)) - 1) \right]$$

$$D = - \frac{ALFAF}{XLF} (TEZ1 - TFZ1) \frac{FE . CPE}{2 . RE . XKE}$$

$$F = - \frac{2 . RE . XKE}{FE . CPE}$$

Ce deuxième tronçon se termine quand $V(Z) = 0$
d'où l'on déduit la longueur correspondante.

$$Z = XL2.$$

3^e Phase

dans ce tronçon, le freon est complètement liquide, les équations d'échanges thermique s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{dT_F}{dz} = \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFL}}{F_F \cdot C_{PFL}} (T_F(z) - T_E(z)) & \dots (5) \\ \frac{dT_E}{dz} = -\frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{F_E \cdot C_{PE}} (T_E(z) - T_F(z)) & \dots (6) \end{cases}$$

On posera, comme au premierement, comme vecteur

$$\dot{T} = \begin{pmatrix} \dot{T}_F \\ \dot{T}_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFL}}{F_F \cdot C_{PFL}} & -\frac{2\pi \cdot R_F \cdot X_{KFL}}{F_F \cdot C_{PFL}} \\ \frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{F_E \cdot C_{PE}} & -\frac{2\pi \cdot R_E \cdot X_{KE}}{F_E \cdot C_{PE}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_F \\ T_E \end{pmatrix}$$

$$\dot{T} = A T$$

\dot{T} : vecteur dérivé par rapport à la variable z .

En intégrant, on arrive à la solution de la forme

$$T = T_0 e^{Az}$$

T_0 : défini par les conditions initiales

$$T_E(x_{L2}) = T_{EZ2}$$

$$T_F(x_{L2}) = T_{FZ2}$$

Pour $z = x_{L3}$, on aura la température de l'eau, et d'entrée du freon

$$\begin{pmatrix} T_{FZ3} \\ T_{EZ3} \end{pmatrix} = e^{A \cdot x_{L3}} \begin{pmatrix} T_{FZ2} \\ T_{EZ2} \end{pmatrix}$$

$$\text{avec } e^{A \cdot x_{L3}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^n \cdot (x_{L3})^n}{n!}$$

III- Simulation de l'échangeur

La description des différentes phases, étant faite, établissons un programme permettant de simuler complètement l'échangeur. Cependant, il faut qu'on souligne, qu'à priori, on ne peut pas connaître toutes les conditions aux limites, car dans le cas contraire l'intégration serait triviale, mais on peut surmonter cette difficulté, en attribuant une valeur arbitraire, à la condition inconnue; et on teste, après l'intégration, si elle concorde avec les autres conditions, sinon on change la valeur, en l'augmentant ou en la diminuant d'un pas constant, et ainsi de suite, jusqu'à trouver la valeur correspondante .

Programme de simulation (voir Page 31)

. Les conditions aux limites connues dont la température d'entrée du freon, et celle de l'eau, celles qui sont inconnues sont la température de sortie du freon TSF, et celle de l'eau, la non connaissance de cette dernière ne présente aucune difficulté, puisqu'on n'en aura pas besoin pour l'intégration, en revanche la connaissance de la première étant primordial, ceci étant le but du programme principal.

Après l'introduction des données, il attribue à la température de sortie du freon une valeur, en admettant une variation moyenne de 30 degrés entre la température d'entrée et celle de sortie, et, il fait appel au sous-programme CALTEF (calcul de la température d'entrée du freon), qu'on en donnera dans la suite une explication donc le sous-programme donne une valeur de TEF, qu'on teste avec celle connue, si celle-ci lui est inférieure, on doit diminuer de 10 degrés la valeur de TSF, si elle lui est supérieure on doit l'augmenter du même pas, si elle est égale on est arrivé au but .

23

Si on ne l'a pas atteint, on procède de la même manière pour la nouvelle valeur de TSF, et on utilise la méthode de dichotomie pour trouver la solution, en admettant une erreur de $\pm 2^\circ$.

Le sous-programme CALTEF, calcule la température d'entrée du fréon, ainsi que la température de sortie de l'eau, en intégrant les équations définies précédemment, cette intégration par pas DZ , très faible.

Il définit les éléments de la matrice A , puis il calcule l'exponentielle $(A \cdot DZ)$ en faisant appel au sous-programme EPX, multiplie le résultat par les conditions initiales TSF et TEA, et calcule la pression du fluide qui correspond à une telle position, puis il détermine la température d'ébullition correspondante par le sous-programme CATFP, si cette température coïncide avec la température du fréon, on serait atteint donc la fin de la 1^{ère} phase, sinon on avance de DZ , et on procède de la même manière jusqu'à ce qu'il y a coïncidence, puis il passe à la deuxième phase, après avoir déterminé la longueur, les températures et la pression correspondant au 1^{er} tronçon ($XL1, TEZ1, TFZ1, et PZ1$). Il avance d'un pas, définit les différents paramètres régissant $V(Z)$, calcule $V(Z)$, et teste de valeur, si elle est nulle on a atteint le début de la 3^{ème} phase, sinon, il incrémente la distance, et boucle jusqu'à obtenir $V(Z)$ nulle, ainsi il détermine la longueur $XL2$, la température $TEZ2$, et; $TFZ2 = TFZ1, PZ2 = PZ1$.

Et pour la 3^e phase, il procède de la même manière que dans la 1^{ère} phase, mais le test, permettant de boucler, sera fait sur Z , puisqu'on connaît la longueur de cette 3^e phase.

Le sous-programme EPX, de son côté, permet de calculer l'expression $\exp(A \cdot DZ)$, et dans ce cas on doit avoir DZ très faible pour éviter un dépassement de capacité, dans notre cas la matrice carrée A est de $\dim=2$, il définit deux matrices unité EA et AN , puis le factoriel FN , et attribue les valeurs des éléments de A à AUX , et les sauvegarde dans A^* , pour faire $AUX(I,J)/FN$, U étant la norme dans R^n , définie, comme la somme des éléments de R^n , cette norme doit être inférieure à $EPS1$ (erreur admise dans le calcul de

.../...

l'exp (A *DZ)), si le test s'avère positif il retourne au sous-programme CALTEF, sinon, il boucle jusqu'à ce que la condition soit satisfaite, en incrementant, bien entendu, le factoriel FN.

Tandis qu'au sous-programme CATFP, ^{ce lui-ci} calcule de la température (d'ébullition), en fonction de la pression. Notons que cette variation $T_e = f(P)$ est une approximation par un polynôme, et qu'on ^{en} ^rreviendrait en détail sur cette approximation au chapitre suivant .

A la fin du programme principal, il imprime la température TSFF, (TSF finale), correspondante à TEF.

Les longueurs XL1, XL2 , et KL3 ; la température TEZ1, TEZ2, TEZ3, TEZ1, et TFZ3; et les pressions IZ1 et PZ3, sont imprimées avant chaque retour du sous-programme CALTEF au programme principal, et on adopte, bien entendu, les dernière valeurs comme resultats.

RESULTATS A L'EXECUTION :

| | | |
|------------------|-----------------|----------------|
| XL1 = 0,0001 m | XL2 = 0,0004 m | XL3 = 5.9995 m |
| TEZ1= 353.00 °K | TEZ2= 352.67°K | TEZ = 337.92°K |
| TFZ1= 336. 12°K | TFZ3 = 302.58°K | |
| PZ1 = 19.00 Bars | PZ2 = 7.00 Bars | |
| TSFF= 336.12°K | | |

Remarque :

Les resultats sont donnés à titre d'illustration, ce n'est que pour tester le bon déroulement du programme.


```

C *** SIMULATION D'UN ECHANGEUR A TROIS PHASES ***
C *** PROGRAMME PRINCIPAL ***
C *** XLT : LONGUEUR DE L'ECHANGEUR *****
C *** TEA : TEMPERATURE D'ENTREE DE L'EAU ****
C *** TSF : TEMPERATURE DE SORTIE DU FREON ***
C *** TFE : TEMPERATURE D'ENTREE DU FREON *****
      READ (5,4) TEA,TSF,X LT ,FF,FE, PFC,T FE,EPS
4      FORMAT (8(F9.4))
      TSF = TFE + 30.
      CALL CALTEF (TEA,TSF,X LT,FF,FE,PFO,TFE1 )
      TT = TFE 1-TFE
      IF(TT ) 50,53,60
50      TTMAX = TSF
      DT=10.
      GOTO 810
60      TTMAX =TSF
      D T=-10.
810     CONTINUE
      TSF = TSF + DT
      CALL CALT EF (T EA,TSF, XLT,FF,FE,PFO,TFE2)
      TTP = TF E2-TFE
      PR = TT*TTP
      IF (PR) 70,53,80
80      GOTO 810
70      CONTINUE
      IF(TTP) 90,53,96
90      TIMIN =TSF
      GOTO 830

```

.../...

```
96      TTMAX = TSF
830     CONTINUE
      T=(TT MIN+TT MAX)/2
      CALL CALTEF (TEA,T ,X LT ,FF ,FE , PFC,T FE3)
      TTP=TF E3-TFE
      X=TTMAX-TTMIN
      TSF=T
      IF (X-EPS) 53,53,70
53      TSFF = TSF
      WRITE (6,200) TSFF
200     FORMAT (2X,'TSFF =',F6.2)
      STOP
      END
```


C *** SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE ***

C * * * * CALCULER EXP (A*DZ) * * *

SUBROUTINE EPX (A,EA,EPS1)

DIMENSION A(2 ,2) ,EA(2 ,2),AN(2 ,2), AUX(2,2)

DO 500 I=1,2

DO 500 J=1,2

EA(I,J)=0.

AN(I ,J)=0.

500 CONTINUE

DO 510 I=1,2

EA(I,I)=1.

AN(I ,I)=1.

510 CONTINUE

FN=1.

PN=0.

800 CONTINUE

PN=PN+1.

F N=F N*PN

DO 520 I=1,2

DO 520 J =1,2

AUX(I,J)=0.

DO 520 K=1,2

AUX(I,J)=AUX(I,J)+AN(I,K)*A(K,J)

520 CONTINUE

DO 530 I = 1 2

DO 530 J=1,2

AN(I,J)=AUX(I,J)

530 CONTINUE

DO 540 I=1,2

DO 540 J=1,2

AUX(I,J)=AUX(I,J)/FN

.../...

```
540      CONTINUE
        U=0.
        DO 550 I=1,2
        DO 550 J=1,2
        U=U+ABS(AUX(I,J))
550      CONTINUE
        IF(U-E PS1)600 ,600 ,620
620      DO 560 I=1,2
        DO 560 J=1,2
        EA(I ,J)=EA(I ,J)+AUX(I,J)
560      CONTINUE
        GOTO 800
600      CONTINUE
        RETURN
        END
```



```

C ***      SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE ***
C ***      CALCULER LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FREON ****
SUBROUTINE CALT EF (TEA,TSE,XLT,FF,FE ,PFO,TFE)
DIMENSION AV(2,2) ,EADZ(2,2),X1(2),X2(2)
XKF V=5400.
PI =3. 141593
RF=0.005
CPFV=0.145
RE=0.015
XKE = 2608.
DZ=0.0001
AL FAF=-2.
XKF PV=XKFV
XL J=33.
ALFAF=250.
CPFP V=CPFV
XKFL=4655.
CPFL=0.135
CPE=1.
EPS=0.001

```

```

C ***** SECTION VAPEUR *****
AV(1 ,1)=2*PI*RF*X KFV/(FF*CPFV)
AV(1 ,2)=-AV(1,1)
AV(2 ,1)=2*PI*RE*X KE /(FE*CP E)
AV(2 ,2)=-AV(2,1)
DO500 I=1,2
DO500 J=1,2
AV(I,J)=AV(I,J)*DZ
500 CONTINUE
CALL EPX (AV,EADZ,EPS)
Z-O.
X1(1) =TSE
X1(2) =TEA

```

```

800      CONTINUE
          DO510 I=1,2
          X2(I)=0.
          DO510 J=1,2
          X2(I)=X2(I)+EADZ(I,J)*X1(I)
510      CONTINUE
          Z=Z+DZ
          TEZ=X2(2)
          TFZ=X2(1)
          X1(1)=X2(1)
          X1(2)=X2(2)
          PZ=PFO+ALFAP*Z
          CALL CATFP (TEZ,PZ)
          TBZ=TBZ+273.
          IF(TFZ-TBZ) 805,805,800
805      XL1=Z
          TEZ1=T BZ
          TFZ1=TFZ
          PZ1 =PZ
C      **** SECTION VAPEUR-LIQUIDE ****
810      CONTINUE
          Z=Z+DZ
          F=2*PI*RE*XKE/(FE*(PE))
          D=- (ALFAF*(TEZ1-TFZ1))/(XLF*F)
          B=XKFPV/ALFAF
          A=EXP(F*(XL1-Z))
          V=B-((B-1)*EXP(D*(A-1)))
          IF(V) 815,815,810
815      XL2=Z-XL1
          PZ2=PZ1
          TFZ2=TFZ1

```


TEZ2=TFZ1 +(TEZ1-TFZ1)*EXP(-F*(Z-XL 1))

C ***** SECTION LIQUIDE *****

XL3=XL1-(XL1+XL2)

AV(1,1)=2*PI*RF*XKFL/(FF*(PFL)

AV(1,2)=-AV(1,1)

AV(2,1)=2*PI*RE*XKE/(FE*CPE)

AV(2,2)=-AV(2,1)

DO 560 I=1,2

DO 560 J=1,2

AV(I,J)=AV(I,J)*DZ

560

CONTINUE

CALL EPX(AV,EACZ,EPS)

Z=0.

X1(1)=TFZ2

X1(2)=TEZ2

555

CONTINUE

DO 550 I=1,2

X2(I)=0.

DO 550 J=1,2

X2(I) =X2(I)+ EADZ(I,J)*X1(I)

550

CONTINUE

Z=Z+DZ

TEZ=X2(2)

TFZ=X2(1)

X1(1)=X2(1)

X1(2)=X2(2)

IF(Z-XL3) 555,565,565

565

TEZ3=TEZ

TFZ3=TFZ

PZ3=PZ2 + ALFAP*Z

TFE=TFZ3

WRITE (6,300)

```
300     FORMAT(77H RESULTATS A L'EXECUTION ,LONG.EN METRES,TURES.  
        EN KEL  
2 VIN,PRESSION EN BARS)  
        WRITE(6,200)XL1,XL2,XL3,TEZ1,TEZ2,TEZ3,TFZ1,TFZ3,PZ1,PZ3  
200     FORMAT(2X,'XL1=',F8.4,2X,'XL2=',F8.4,2X,'XL3=',F8.4, '//,'  
        TEZ1=',F6.2,2X,'TEZ2=',F6.2,2X,'TEZ3=',F6.2, '//,'TFZ1=',F6.  
        2,2X,'TFZ3=',F6.2, '//,'PZ1=',F6.2,2X,'PZ3=',F6.2)  
  
        RETURN  
  
        END
```


C *** SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE ***

C *CALCULER LA TEMPERATURE EN FONCTION DE LA PRESSION ****

SUBROUTINE CATFP (TEZ,PZ)

A0=-24. 7075

A1=8 .9047

A2=-0.2617

A3=0.0031

TBZ=A0+A1*PZ+A2*(PZ**2)+A3*(PZ**3)

RETURN

END

EXERCICE-2 Approximation par un polynome determine par le critère des moindres carrés.

Au niveau de la simulation de l'échangeur, comme nous l'avons vu précédemment, on devrait remarquer la nécessité de la connaissance de la loi de variation de la température d'ébullition du fluide considéré en fonction de la pression.

1. Analyse mathématique

Lorsque l'on trace une courbe expérimentale à la main, on trace une courbe continue passant le plus près possible de tous les points relevés.

De même, étant donné une fonction empirique déterminée par N couples de valeurs

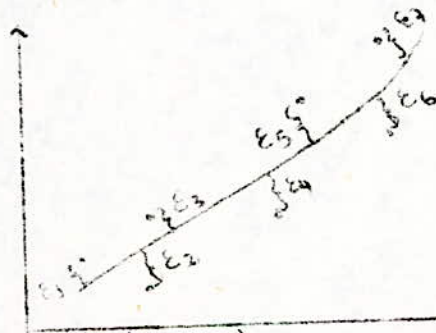
$$\begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_N & b_N \end{matrix}$$

On prendra comme fonction d'approximation un polynome

$$C_1 \cdot X^P + C_2 \cdot X^{P-1} + C_3 \cdot X^{P-2} + \dots + C_p \cdot X + C_{p+1}$$

déterminé par la condition de passer le plus près possible de ces N points. On calculera la distance du polynôme à chaque point, c'est-à-dire l'erreur commise en chaque point, et on déterminera les coefficients du polynôme en minimisant l'erreur quadratique.

En prenant le plan orthonormé, et en représentant chaque couple de valeurs par un point



Aux points $(a_1, b_1); (a_2, b_2); (a_3, b_3); \dots; (a_N, b_N)$ on aura

des erreurs suivantes

$$e_1 = b_1 - (C_1 \cdot a_1^P + C_2 \cdot a_1^{P-1} + \dots + C_p \cdot a_1 + C_{p+1})$$

$$\varepsilon_2 = b_2 - (C_1 a_2^P + C_2 a_2^{P-1} + \dots + C_p a_2 + C_{p+1})$$

$$\varepsilon_N = b_N - (C_1 a_N^P + C_2 a_N^{P-1} + \dots + C_p a_N + C_{p+1})$$

Alors l'erreur quadratique sera

$$E = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2$$

Les conditions pour que E soit minimum seront alors

$$\frac{\partial E}{\partial C_1} = \frac{\partial E}{\partial C_2} = \dots = \frac{\partial E}{\partial C_{p+1}} = 0$$

Ce qui s'écrit

$$\frac{\partial E}{\partial C_1} = 0 \Leftrightarrow C_1 \cdot \sum_{i=1}^N a_i^{2P} + C_2 \sum_{i=1}^N a_i^{2 \cdot P - 1} + \dots + C_p \sum_{i=1}^N a_i^{P+1} + C_{p+1} \sum_{i=1}^N a_i^P = \sum_{i=1}^N b_i a_i^P$$

$$\frac{\partial E}{\partial C_2} = 0 \Leftrightarrow C_1 \sum_{i=1}^N a_i^{2 \cdot P - 1} + C_2 \sum_{i=1}^N a_i^{2 \cdot P - 2} + \dots + C_p \sum_{i=1}^N a_i^{P+1} + C_{p+1} \sum_{i=1}^N a_i^{P-1} = \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^{P-1}$$

$$\frac{\partial E}{\partial C_{p+1}} = 0 \Leftrightarrow C_1 \sum_{i=1}^N a_i^P + C_2 \sum_{i=1}^N a_i^{P-1} + \dots + C_p \sum_{i=1}^N a_i^{1+C_{p+1}} + C_{p+1} \sum_{i=1}^N a_i^0 = \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^0$$

Les coefficients $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{p+1}$ sont donc solutions d'un système lineaire qui pourra se mettre sous la forme

.../...

$$A \cdot C = B$$

avec C : vecteur dont les composantes sont les coefficients à déterminer

A : Matrice que l'on peut former

$$A = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^N a_i & \dots & \sum_{i=1}^N a_i \\ \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^{N-1} a_i & \sum_{i=1}^{N-2} a_i & \dots & \sum_{i=1}^{N-P} a_i \\ \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^{N-2} a_i & \sum_{i=1}^{N-4} a_i & \dots & \sum_{i=1}^{N-2P} a_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^{N-P} a_i & \sum_{i=1}^{N-2P} a_i & \dots & \sum_{i=1}^N a_i \\ \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^{N-1} a_i & \sum_{i=1}^{N-2} a_i & \dots & \sum_{i=1}^N a_i \\ \sum_{i=1}^N a_i & \sum_{i=1}^{N-2} a_i & \sum_{i=1}^{N-4} a_i & \dots & \sum_{i=1}^N a_i \end{bmatrix}$$

On remarque que les elements des diagonales transversales sont égaux. Pour connaitre tous les éléments de la matrice, il suffit donc de connaitre ceux de la première colonne et ceux de la dernière colonne

On obtient facilement les relations de recurrence suivantes en désignant par A(I,J) le terme général

Première colonne

$$A(I,1) = \sum_{i=1}^N a_i \quad (2 \cdot P + 1) - I$$

I variant de 1 à P + 1.

Dernière colonne

$$A(I,P+1) = \sum_{i=1}^N a_i \quad (P+1) - I$$

I variant de 1 à P + 1.

.../...

La matrice colonne B du second membre est

$$B = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^P \\ \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^{P-1} \\ \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^{P-2} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^2 \\ \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^1 \\ \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^0 \end{pmatrix}$$

On obtient encore facilement la relation de recurrence suivante en designant par B(I) le terme general :

$$B(I) = \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^{(P.+1)-I}$$

I variant de 1 à P+1

Connaissant tous les elements de la matrice ,il suffit de resoudre le systeme d'equations lineaires dont les inconnues sont les coefficient du polynomes à determiner

Le probleme revient à resoudre le système d'equations à (P+1) inconnues

P + 1 : Degré du polynome à determiner

Soit un systeme d'equations à N inconnues

$$\begin{aligned}
 a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n &= b_1 \\
 a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n &= b_2 \\
 \dots & \\
 \dots / \dots &
 \end{aligned}$$

$$a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 - - - - - + a_{nn}X_n = b_n$$

On sait que l'on peut réaliser une combinaison linéaire

Sans pour autant changer la solution du système

A l'aide d'un certain nombre de transformations, on peut ramener le système initial au système :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + - - - - + a_{1j}X_j + - - - - + a_{1n}X_n = b_1$$

$$a_{22}^{(1)}X_2 + - - - - + a_{2j}^{(1)}X_j + - - - - + a_{2n}^{(1)}X_n = b_2^{(1)}$$

$$a_{jj}^{(j-1)}X_j + - - - - + a_{jn}^{(j-1)}X_n = b_j^{(j-1)}$$

$$a_{nn}^{(n-1)}X_n = b_n^{(n-1)}$$

Ce système est alors immédiat à résoudre :

On a :

$$X_n = \frac{b_n^{(n-1)}}{a_{nn}^{(n-1)}}$$

$$X_{n-1} = \frac{b_{n-1}^{(n-2)} - a_{n-1,n}^{(n-2)} X_n}{a_{n-1,n-1}^{(n-2)}}$$

a_n^{n-1} : Signifie le coefficient a_n qui a subi $(n-1)$ transformations.

Il en est de même pour $b_j^{(j-1)}$: il a subi $(j-1)$ transformations.

Pour déterminer les coefficients C_1, \dots, C_{p+1} , il faut déterminer les matrices A et B et résoudre le système d'équations.

Il serait fort intéressant de pouvoir minimiser l'erreur quadratique par rapport au degré du polynôme à choisir.

En prenant le degré du polynôme égale à 1, et ensuite égal à 2, on pourra comparer les deux erreurs. Si l'erreur relative au degré 2.

47

est inferieur à celle du degré 1, on augmentera le degré d'une unité, et on fera le test sur les erreurs quadratiques jusqu'à ce que la variation: de l'erreur quadratiques par rapport au degré du polynôme ne se fait plus sentir. On prendra ce degré

II-PROGRAMME

Comme il a été fait dans la théorie de l'approximation par un polynôme déterminé par le critère des moindres ^{carres}, on pourra établir un sous-programme que l'on appellera 'CALCOP' qui devra pouvoir calculer les différents éléments de la matrice du système à partir des couples de la valeurs expérimentales, on déterminera aussi à partir de la formule de récurrence $B(I) = \sum_{i=1}^N b_i \cdot a_i^{(P+1)-I}$, I variant de 1 à P+1, les éléments du vecteur colonne du second membre. Ce même sous-programme fera appel à un autre sous-programme qui est la résolution d'un système d'équations que l'on appellera 'RESEQ'.

Le sous-programme 'CALCOP' donnera comme résultat directement les coefficients du polynôme à déterminer. Ces coefficients seront ceux qui minimisent l'erreur quadratique pour un degré bien défini.

Au niveau du programme 'PRINCIPAL', l'erreur quadratique sera minimisée par rapport au degré du polynôme à déterminer le sous-programme 'CALCOP' aura cinq arguments.

- Le 1^{er} Argument sera du type réel un vecteur dont les composantes déterminent les coefficients du polynôme allant dans l'ordre décroissant, c'est-à-dire que le premier coefficient correspond au plus haut degré et le dernier coefficient au degré nul.

- Le deuxième argument sera du type entier et défini par le nombre de couple de valeurs prises en considération.

- Le troisième argument sera du type entier et correspond au degré choisi pour le polynôme à déterminer.

- Le quatrième argument sera du type réel et correspond au tableau de valeurs prises comme abscisses des couples de valeurs.

- Le cinquième argument sera du type réel et correspond au tableau de valeurs prises comme ordonnées des couples de valeurs.

Le sous-programme 'RESEQ' aura quatre arguments

- Le premier argument sera du type réel et correspond à la matrice formée par le sous-programme 'CALCOP'

- Le deuxième argument sera du type réel et correspond au vecteur colonne du second membre formé par le sous-programme 'CALCOP'

- Le troisième argument sera du type réel et sera le resultat du calcul pour definir les coefficients du polynôme .

- Le quatrième argument sera du type entier et defini par le nombre de coefficient à calculer .

Le Programme principal:

Dans le programme principal, on donnera les deux tableaux de valeurs experimentales. Le premier tableau appelé T correspond aux valeurs prises comme ordonnées, le second appelé P correspond aux valeurs prises comme abscisses.

On reservera deux tableaux A et AT dans lesquels on mettra les coefficients à determiner.

On prendra le nombre de couples de valeurs experimentales prises en consideration que l'on appellera N.

On reserve deux memoires E1 et E2 qui correspond aux erreurs quadratiques de deux degrés successifs.

On commencera par le plus faible degré, égal à 1 et on calculera son erreur quadratique relative $E1 = \left(\frac{T_1 - T'_1}{T_1} \right)^2 + \dots +$

$$- \frac{(T_N - T'_N)^2}{(T_N)^2}$$

avec T_i : Valeur experimentale

T'_i : Valeur theorique calculée à partir du polynôme.

On fera la même chose pour l'ordre 2 et on mettra l'erreur quadratique dans E2 et on teste la difference $(E2 - E1)$.

Si E2 est inferieur à E1 , on refait le même travail avec le degré superieur .

Si non on termine et on prend les coefficients ainsi defini .

```

C   *** APPROXIMATION PAR UN POLYNOME DETERMINE ***
C   *** PAR LE CRITERE DES MOINDRES CARRES ***
C   PROGRAMME PRINCIPAL
C   *** T(K) : VALEURS DONNEES EXPERIMENTALES ***
C   *** P(K) : VALEURS DES ABSCISSES DONNEES AUSSI *
C   * EXPERIMENTALEMENT *
C   *** A(X) = AT(J) : VALEURS DES COEFFICIENTS DU ***
C   POLYNOME A DETERMINER *
C   DIMENSION T(70), P(70), A(40), AT(40)
C   N= 70
C   E1=0.
C   E2=0.
C   READ (5,50) (P(J), J=1,N),(T(I),I=1,N)
50  FORMAT (10 F 8.4)
C   IR =0
60  IR = IR +1
C   IT = IR + 1
C   CALL CAL COP ( A,N,IR,P,T)
C   DO 120 M = 1,N
C   S= 0
C   DO 90 K= 1,IT
C   S = S + A (K) * (P(M)**(IR-K+1))
90  CONTINUE
C   E1 = E1 + ((T(M)-S)**2)/(T(M)**2)
120 CONTINUE
200 IL = IT+1
C   CALL CALCOP (AT,N,IT,P,T)
C   DO 160 M= 1,N
C   S= 0.
C   DO 160 K= 1,IL
C   S = S + AT(K)*(P(M)**(IT-K+1))
160 CONTINUE
C   E2 = E2 + (( T(M) - S)**2)/(T(M)**2)

```



```
150 CONTINUE
    IF (E2-E1) 170,180,180
170 E1 = E2
    IT = IT + 1
    GO TO 200
180 WRITE (6,190) (AT (I),I = 1,IL)
190 FORMAT (2X,'AT = ', F 9.4)
    DO 2 J= 1,N
        TT = 0.
        DO 3 K = 1,IL
            TT = TT + AT (K) * (P(J) ** (IT- K+1))
3 CONTINUE
    WRITE (6,4) TT , T (J)
    FORMAT (2X , ' TT = ', F 6.2,2X,' TE = ', F 6.2)
2 CONTINUE
    STOP
    END
```



```

C   *** SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE ***
C   *** RESOUDRE UN SYSTEME D'EQUATIONS A N INCONNUES *
SUBROUTINE RESEQ (A,B,X,N)
DIMENSION A(70,70) ,B(70), X(70)
NM = N-1
DO 1 K= 1,NM1
  I = K+1
  M=K
2  IF (ABS (A(I,K))-ABS(A(M,K))) 5,5,3
3  M= I
5  IF (I-N) 4,6,6
4  I = I +1
   GO TO 2
6  IF (A(M,K)) 8,7,8
8  IF (M-K) 9,11,9
9  DO 10 J = K,N
   R = A (K,J)
   A(K,J) = A(M,J)
   A( M,J) = R
   R = B(K)
   B(K) = B(M)
   B(M) = R
10 CONTINUE
11 KP1 = K+1
   DO 12 I = KP1,N
   R = A(I,K)/A(K,K)
   A(I,K) =0;
   DO 13 J = KP1 ,N
   A(I,J) = A(I,J) - R * A (K,J)
13 CONTINUE
12 B(I) = B(I) - R * B(K)
1  CONTINUE
   X(N) = B(N)/A(N,N) .
   DO 14 IEIE = 1,NM1 .

```

```
I = N - IEIE
TX = 0.
IP1 = I + 1
DO 15 J = IP1,N
TX = TX - A (I,J) *X(J).
15 CONTINUE
IF (A(I,I)) 16,7,16
16 X (I) = (B(I) + TX)/A(I,I)
14 CONTINUE
GOTO 20
7 WRITE (6,17)
17 FORMAT (11H IMPOSSIBLE )
20 CONTINUE
RETURN
END
```

C *** SOUS-PROGRAMME PERMETTANT DE CALCULER LES ***
 C *** COEFFICIENTS DU POLYNOME **
 C *** C : COEFFICIENTS DU POLYNOME, NP:DEGRE DU ***
 C *** POLYNOME ***

SUBROUTINE CALCOP (C,N,NP,PA,PB)
 DIMENSION PA(70), PB(70), A(70)70),B(70),C(70)

NP1 = NP+1

DO1 I=1,NP1

A(I,1) = 0.

DO 1 J=1,N

NEX = (2*NP)+1-I

A(I,1) = A(I,1) + (PA(J) **NEX)

1 CONTINUE

DO 2 I = 1,NP1

A(I,NP1) = 0.0

DO 2 J = 1,N

NEX = NP1 -I

IF (NEX) 3, 4,3

3 A(I,NP1) = A(I,NP1) + (PA(J) ** NEX)

GOTO 2

4 A(I,NP1) = A(I,NP1)+1.

2 CONTINUE

DO 5 I = 1,NP1

B(I) = 0.

DO5 I= 1,N

NEX = NP1 -I

IF(NEX) 6,7,6

7 B(I) = B(I) + PB(J).

GO TO 5

6 B(I) = B(I) + PB(J) * (PA(J) ** NEX)

5 CONTINUE

DO 8 I = 2,NP1

JJ = I

I1 = I -1


```
DO 8 J = 1, I1
JJ = JJ - 1
JJJ = J + 1
A(JJ, JJJ) = A(I, 1)
8 CONTINUE
NM = NP1
DO 9 I = 1, NP
JJJ = NP1
JJ = I
NM = NM - 1
DO 9 J = 1, NM
JJJ = JJJ - 1
JJ = JJ + 1
A(JJ, JJJ) = A(I, NP1)
9 CONTINUE
CALL RESEQ ( A, B, C, NP1)
RETURN
END
```

*** RESULTATS A L'EXECUTION ***

LE PROGRAMME A PERMIS LA DETERMINATION DE LA LOI DE VARIATION DE LA TEMPERATURE EN FONCTION DE LA PRESSION , IL S'AGIT DE LA TEMPERATURE D'EBULLITION, POUR LE CAS DU FREON .

LE POLYNOME DETERMINE EST DU 3^e DEGRE

T = 0.0031 P³ - 0.2617 P² + 8.9047 P - 24.7075

TT : TEMPERATURE THEORIQUE

TE : TEMPERATURE EXPERIMENTALE .

| | | | |
|---------------|---------------|---------------|-------------|
| TT = - 4.81 , | TE = - 8.00 ; | TT = - 4.16 , | TE = - 7.00 |
| TT = - 3.49 , | TE = - 6.00 ; | TT = - 2.81 , | TE = - 5.00 |
| TT = - 2.11 , | TE = - 4.00 ; | TT = - 1.40 , | TE = - 3.00 |
| TT = - 0.68 , | TE = - 2.00 ; | TT = - 0.07 , | TE = - 1.00 |
| TT = - 1.58 , | TE = 1.00 ; | TT = 2.36 , | TE = - 2.00 |
| TT = - 3.15 , | TE = 3.00 ; | TT = 3.96 , | TE = 4.00 |
| TT = 4.79 , | TE = 5.00 ; | TT = 5.62 , | TE = 6.00 |
| TT = 6.47 , | TE = 7.00 ; | TT = 7.33 , | TE = 8.00 |
| TT = 8.21 , | TE = 9.00 ; | TT = 9.08 , | TE = 10.00 |
| TT = 9.99 , | TE = 11.00 ; | TT = 10.91 , | TE = 12.00 |
| TT = 11.83 , | TE = 13.00 ; | TT = 12.76 , | TE = 14.00 |
| TT = 13.71 , | TE = 15.00 ; | TT = 14.67 , | TE = 16.00 |
| TT = 15.64 , | TE = 17.00 ; | TT = 16.62 , | TE = 18.00 |
| TT = 17.61 , | TE = 19.00 ; | TT = 18.61 , | TE = 20.00 |
| TT = 19.63 , | TE = 21.00 ; | TT = 20.65 , | TE = 22.00 |
| TT = 21.68 , | TE = 23.00 ; | TT = 22.73 , | TE = 24.00 |
| TT = 23.77 , | TE = 25.00 ; | TT = 24.83 , | TE = 26.00 |
| TT = 25.89 , | TE = 27.00 ; | TT = 26.97 , | TE = 28.00 |
| TT = 28.05 , | TE = 29.00 ; | TT = 29.12 , | TE = 30.00 |
| TT = 30.22 , | TE = 31.00 ; | TT = 31.33 , | TE = 32.00 |
| TT = 32.44 , | TE = 33.00 ; | TT = 33.52 , | TE = 34.00 |
| TT = 34.64 , | TE = 35.00 ; | TT = 35.76 , | TE = 36.00 |
| TT = 36.88 , | TE = 37.00 ; | TT = 37.98 , | TE = 38.00 |
| TT = 39.12 , | TE = 39.00 ; | TT = 40.23 , | TE = 40.00 |

TT = 41.36 , TE = 41.00 , TT = 42.47 , TE = 42.00
TT = 43.61 , TE = 43.00 , TT = 44.72 , TE = 44.00
TT = 45.84 , TE = 45.00 , TT = 46.94 , TE = 46.00
TT = 48.08 , TE = 47.00 , TT = 49.18 , TE = 48.00
TT = 50.30 , TE = 49.00 , TT = 51.38 , TE = 50.00
TT = 56.80 , TE = 55.00 , TT = 62.04 , TE = 60.00
TT = 67.00 , TE = 65.00 , TT = 71.70 , TE = 70.00
TT = 76.13 , TE = 75.00 , TT = 80.28 , TE = 80.00
TT = 84.30 , TE = 85.00 , TT = 88.35 , TE = 90.00
TT = 92.73 , TE = 95.00 , TT = 97.84 , TE = 100.00
TT = 104.28 , TE = 105.00 , TT = 112.79 , TE = 110.00

CONCLUSION

Ce que nous pouvons tirer comme conclusions, de ce travail c'est :

- qu'en l'examinant, on a l'impression que ses différentes parties, sont indépendantes l'une de l'autre, mais en réalité ceci n'étant pas vrai. Cependant, le fait que notre travail n'est qu'une contribution à l'étude d'une boucle thermique solaire, ne permet pas de bien illustrer cette étroite relation qui existe entre les différentes parties .

- que les programmes élaborés, peuvent avoir une utilisation beaucoup plus générale , et ne concernent pas uniquement l'étude d'une boucle thermique solaire .

BIBLIOGRAPHIE

- R. Bernard, G. MENGUY , M. SHWARTZ;
le rayonnement solaire , conversion thermique et applica-
tions
Ed. TECHNIQUE et DOCUMENTATION
- ANALYSE STATISTIQUE DES PROCESSUS METEOROLOGIQUES
APPLIQUEE A L'ENERGIE SOLAIRE
Ed. DU CNRS
- STATISTIQUE APPLIQUEE
- TRICOT ET PICARD
Ensembles et statistiques Mc GRAW-HILL Edditeurs
- C. FOURGEAUD ,A. FUCHS
Statistique Ed. DUNOD
- M. DREYFUS
FORTRAN IV Ed. DUNOD
- J.P. LAMOITIER
le langage Fortran IV Ed. DUNOD
- P. PELLETIER
TECHNIQUES NUMERIQUES appliquées au calcul scien-
tifiques Ed. Masson et Cie
- F. KREITH
Transmission de la chaleur et thermodynamique
Ed. Masson et Cie

Ministère de L'enseignement et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE

HOUARI BOUMEDIENE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ELECTRONIQUE

PROJET FIN D'ETUDES

SIMULATION DE SOUS - SYSTEMES
D'UNE EOUCLE THERMIQUE SOLAIRE

Proposé par :
J.P. GAUTHIER
S A. DERRADJI

Etudié par :
DOUAG Mustapha
BETTAYEB Med Chérif

PROMOTION JUIN 1982