

وزارة التعليم و البحث العلمي

1ex

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المسجلة الوطنية للعلوم الهندسية

المكتبة

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHEQUE

DEPARTEMENT ELECTROTECHNIQUE

# PROJET DE FIN D'ETUDES

## S U J E T

COMMANDE NUMERIQUE D'UN  
MOTEUR A COURANT CONTINU  
PAR MICRO-ORDINATEUR

Proposé par :  
DR SCHREYER

Etudié par :  
BOUDJEMA FARES  
RAJAOFETRA JEAN JOSE

Dirigé par :  
DR SCHREYER

PROMOTION : JUIN 1985

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ELECTROTECHNIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### S U J E T

COMMANDE NUMERIQUE D'UN  
MOTEUR A COURANT CONTINU  
PAR MICRO-ORDINATEUR

Proposé par :

DR SCHREYER

Etudié par :

BOUDJEMA FARES  
RAJAOFETRA JEAN JOSE

Dirigé par :

DR SCHREYER

PROMOTION : JUIN 1985

## R E M E R C I E M E N T S

Nous adressons nos vifs remerciements à Monsieur SCHREYER pour son dévouement et pour l'aide précieuse qu'il nous a apportée.

Nous tenons également à remercier tous les enseignants et personnels du département électrotechnique et du centre de calcul .

A tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de ce travail , nous exprimons toute notre reconnaissance .

o o o

A mes parents ,

A mes frères et soeurs ,

A mes amis ,

Farès

A mes parents ,

A mes soeurs et frères ,

José



الموضوع: التحكم العددي للمحرك ذو التيار المتواهل بواسطة العقل الإلكتروني .

الملخص: موضوعنا يكمن في التحكم العددي للمحرك ذو التيار المتواهل بواسطة العقل الإلكتروني .

في مرحلة أولى ، تقدم دراسة نظرية للتحكم بواسطة التحويل الى  $Z$  ، ولهذا مع أخذ بعين الاعتبار الأنماط الخطية لمركبات الجملة . فالمرحلة الثانية تكمن في اعداد عقل آلي مع اختيار مناسب للمنظّم .

Sujet: Commande numérique d'un moteur à courant continu par micro-ordinateur.

Résumé: Notre projet concerne la commande numérique d'un moteur à courant continu par micro-ordinateur.

Dans la première partie, il présente une étude théorique de la commande par la transformation en  $Z$ , en utilisant les modèles linéaires des composants du système. La deuxième partie consiste à réaliser un système de servomécanisme avec un choix approprié du régulateur.

Subject: Digital control of direct current motor by means of a microcomputer .

Abstract: Our project concerns the digital control of a direct current motor using a microcomputer .

The first part presents a theoretical study of control by a  $Z$  transformation , using linear models of system components. The second part consists of realising a servo-mechanism system with the appropriate regulator choice .

# S O M M A I R E

GENERALITES . . . . .	1
-----------------------	---

## Première partie

### STRUCTURE DE LA COMMANDE

INTRODUCTION . . . . .	2
1. CALCULATEUR NUMERIQUE	
1.1 Unité centrale de traitement . . . . .	5
1.2 Mémoire . . . . .	7
1.3 Périphériques . . . . .	7
1.4 Langages de programmation . . . . .	8
2. MOTEUR A COURANT CONTINU	
2.1 Equations de base . . . . .	9
2.2 Diagramme fonctionnel . . . . .	9
2.3 Fonction de transfert relative à l'entrée principale	11
3. CONVERTISSEURS	
3.1 Conversion numérique-analogique . . . . .	12
3.2 Conversion analogique-numérique . . . . .	13

## Deuxième partie

### ANALYSE ET SYNTHÈSE DE LA COMMANDE

INTRODUCTION . . . . .	15
4. REGULATEURS . . . . .	17
5. ANALYSE	
5.1 Fonction de transfert échantillonnée . . . . .	19
5.2 Etude de stabilité . . . . .	20
5.3 Réponse indicielle . . . . .	25
5.4 Influence des paramètres du régulateur . . . . .	27
6. SYNTHÈSE	
6.1 Dimensionnement du régulateur . . . . .	34
6.2 Régulateur optimal . . . . .	37

## Troisième partie

### REALISATION D'UN SYSTEME DE SERVOMECHANISME

A.	ELEMENTS DE LA COMMANDE	
	A.1 Micro-ordinateur . . . . .	41
	A.2 Les interfaces . . . . .	41
	A.3 Amplificateur . . . . .	43
	A.4 Moteur . . . . .	44
B.	ALGORITHME DE REGLAGE	
	B.1 Régulateur PD . . . . .	45
	B.2 Régulateur optimal . . . . .	47
C.	COMMANDE	
	C.1 Fonctionnement . . . . .	49
	C.2 Résultats . . . . .	49
	CONCLUSIONS . . . . .	54
	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	55
	ANNEXES . . . . .	56



## GENERALITES

L'utilisation de la technique numérique dans la commande de processus est aujourd'hui très répandue, particulièrement après l'apparition des microprocesseurs. Elle a permis de compenser certains défauts de la technique analogique.

Les unités industrielles, comme par exemple les laminoires, les centrales nucléaires ou thermiques, les unités de production chimiques ou pétrolières sont en général équipées d'un grand nombre de boucles d'asservissement. Grâce aux capacités de traitement, de calcul et de mémorisation des calculateurs, il est possible d'accroître leurs performances et d'obtenir une souplesse d'exploitation avec un matériel réduit.

En aéronautique par exemple, l'ordinateur est installé à bord du concorde pour aider à la navigation, assurer les communications, et contrôler la poussée des réacteurs.

Dans ce projet, nous étudions la commande par micro-calculateur d'un moteur à courant continu. Son application ouvre des perspectives intéressantes dans l'industrie et surtout dans la robotique.



PREMIERE PARTIE

STRUCTURE DE LA COMMANDE

INTRODUCTION

Un automatisme est un appareillage assurant le fonctionnement automatique d'une machine ou d'une installation.

D'une façon tout à fait générale, un système automatisé peut se décomposer en deux parties: l'une est dite partie opérative et l'autre partie commande.

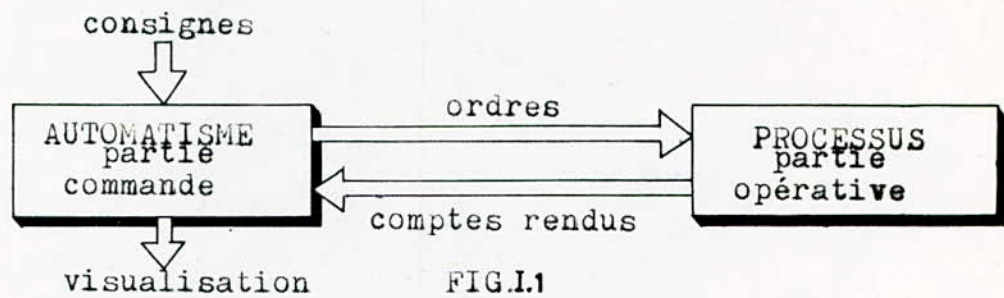


FIG.I.1

La partie opérative est le processus physique à automatiser. La partie commande est un automatisme qui élabore en sortie des ordres destinés au processus et des signaux de visualisation en fonction des comptes rendus venant du processus et des consignes qu'il reçoit en entrée.

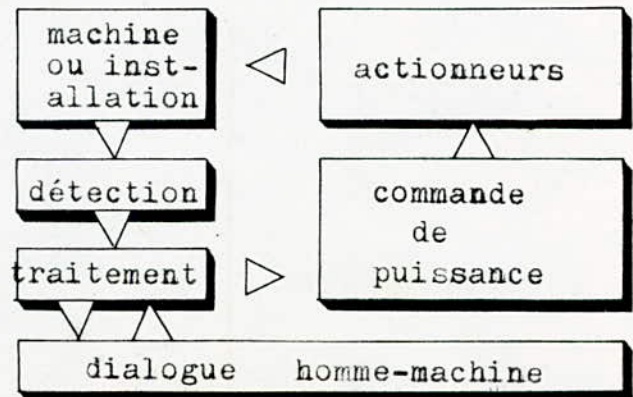


FIG.I.2 Structure d'un système automatisé

Détection:

Elle est réalisée par des capteurs qui ont pour tâches d'informer l'unité de traitement de l'état du processus.

Traitement:

L'ensemble des informations saisies par les capteurs est transmis à l'unité de traitement qui élabore les ordres d'action selon une procédure préétablie.

Commande de puissance:

Les ordres de l'unité de traitement sont transmis aux actionneurs, à travers des organes amplificateurs.

Dialogue homme-machine:

Le fonctionnement d'un automatisme nécessite toujours un dialogue entre l'homme et la machine assuré par des moyens très variés de contrôle et d'intervention.

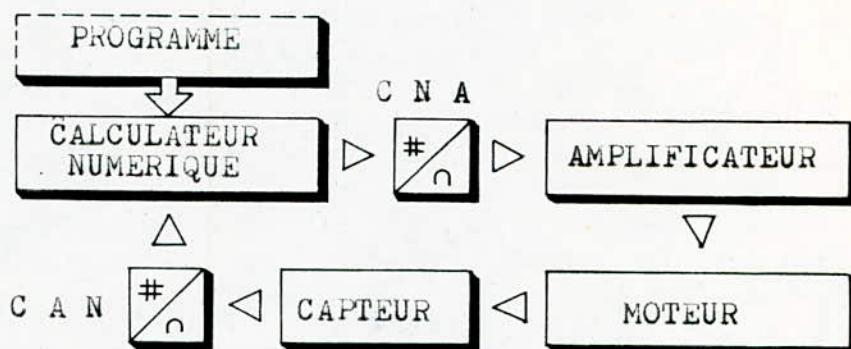


FIG. I.3

Pour la commande en position, on a utilisé un potentiomètre transformant une position mécanique en potentiel électrique. Le calculateur est un élément qui traite uniquement des nombres, mais l'information délivrée par le potentiomètre est de nature analogique. D'où la nécessité d'utilisation d'un convertisseur analogique-numérique (CAN) qui assure l'interfaçage entre le calculateur et le système à asservir. L'information recueillie est traitée grâce au programme qui élabore périodiquement l'algorithme de réglage, le résultat de calcul constituant l'ordre que le système doit suivre est de nature numérique. Pour que cet ordre puisse être

exécuté, il est nécessaire d'utiliser un convertisseur numérique-analogique qui a pour fonction la transformation d'un nombre en tension. Celle-ci est amplifiée à l'aide d'un amplificateur qui alimente le moteur à courant continu. Sur l'arbre du moteur est couplé mécaniquement un potentiomètre par lequel on boucle le système.



## 1. CALCULATEUR NUMERIQUE

Le calculateur constitue l'élément central de la commande numérique.

Les calculs prescrits par le programme exige un certain temps d'élaboration, il est donc exclu qu'il puisse traiter de manière continue l'information analogique. Ce découpage dans le temps de l'information est appelé échantillonnage et le temps qui s'écoule entre deux collectes d'information est appelé période d'échantillonnage. L'échantillonnage est théoriquement, sans doute, la caractéristique la plus importante de l'insertion des calculateurs dans la commande.

Les principaux constituants d'un calculateur sont illustrés sur la figure suivante:

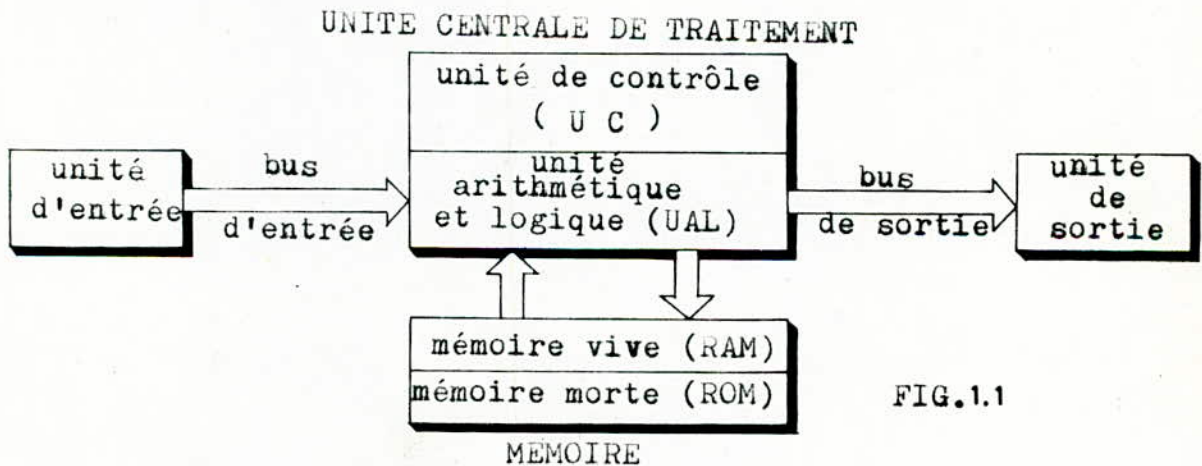


FIG.1.1

### 1.1 UNITE CENTRALE DE TRAITEMENT

-Unité de contrôle: son rôle est de lire les instructions en mémoire, de les décoder, de les exécuter et de générer les signaux de contrôle nécessaire pour la synchronisation des opérations et contrôle également le flux d'information dans le bus de donnée et le bus d'adresse.

-UAL: les calculs effectifs, suivant les ordres du programme mémorisé, sont effectués dans l'unité arithmétique et logique. C'est elle qui manipule les données numériques.



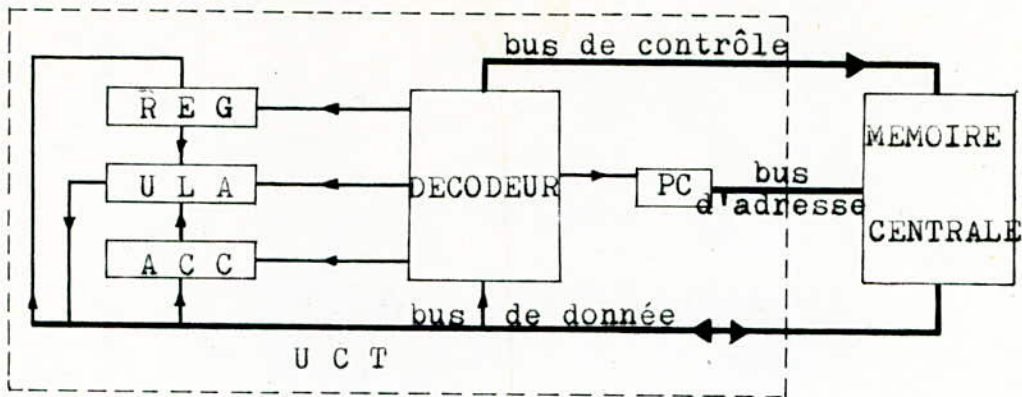


FIG. 1.2

-Un registre temporaire REG et un registre accumulateur ACC: ces deux registres ont pour rôle principal de stocker les données qui doivent être traitées par l'ULA.

-Un registre décodeur: il sert à décoder les instructions provenant de la mémoire centrale.

-Un compteur P.C qui fournit les adresses successives des données ou instructions stockées dans la mémoire centrale.

Pour cadencer le déroulement de ces opérations, le système comporte une horloge nécessaire au fonctionnement de l'unité centrale permettant de générer un signal périodique.

-Le bus d'adresse du système permet à l'unité centrale de sélectionner une cellule mémoire.

-Le bus de donnée permet de transférer des codes instruction, des données et des codes de commande entre l'unité centrale, la mémoire et les boîtiers périphériques.

-Le bus de contrôle regroupe tous les signaux qui permettent aux éléments du système de synchroniser leurs échanges.

Dans le système s'exécutent des programmes.

Un programme est une série d'instructions faisant partie du logiciel de l'ordinateur. Sa fonction est de traiter des données.

Les données entrent et sortent du système grâce aux périphériques d'entrée et de sortie. Dans le système, les données sont codées à l'aide de chiffre binaire (bit), et elles sont rangées dans la mémoire. La mémoire contient également les programmes qui sont composés d'instructions élémentaires codées aussi en binaire. Les instructions constituent le langage machine.

## 1.2 MEMOIRE

La mémoire est composée de plusieurs cellules élémentaires, chacune d'elles étant désignée par son adresse. On peut distinguer deux types de mémoire: la mémoire vive et la mémoire morte.

-Mémoire vive ou (RAM): est la mémoire dans laquelle une information peut être écrite ou lue quelle que soit son emplacement. La mémoire vive est la "mémoire de travail" de l'ordinateur. C'est là que les programmes d'applications peuvent être chargés de l'extérieur.

-Mémoire morte ou (ROM): est la mémoire dans laquelle l'information est stockée au moment de sa fabrication. Elle ne peut par conséquent être modifiée par l'utilisateur. Une information peut être recopiée à partir d'une mémoire morte mais il est impossible d'y ajouter quoique ce soit.

## 1.3 PERIPHERIQUES

- Les organes d'entrée: dispositif destiné à faire pénétrer une information dans l'ordinateur, par exemple à partir d'un clavier ou une bande magnétique.

-Les organes de sortie: dispositif destiné à fournir à l'homme les informations qu'il a demandé, tel que imprimante, traceur de courbe, écran cathodique, dispositif sonore, etc...

-Mémoires auxiliaires: elles constituent le troisième groupe des organes périphériques permettant de stocker des informations qui n'ont pas besoin d'être utilisées immédiatement, tels que bande magnétique, disque magnétique et tambour magnétique.



#### 1.4 LANGAGES DE PROGRAMMATION

-Langage machine interne (LMI): c'est le langage que l'ordinateur comprend vraiment. Il est constitué uniquement de 1 et de 0. Il n'est pas commode à utiliser car les programmes sont trop lents à établir.

-Langage machine externe (LME): appelé aussi le langage d'assemblage. Il reprend la même structure que le LMI mais en essayant d'assouplir la représentation des différents paramètres. Les programmes sont très délicats à écrire et ont une mise au point assez longue. Ce langage constitue un outil très puissant mais en général mal commode.

-Langages évolués (LE): ce sont des langages de haut niveau. L'apprentissage est plus rapide et plus aisé que celui du langage machine. Malheureusement il n'est pas directement compris par l'ordinateur, d'où la nécessité d'un traducteur de langage. L'ALGOL, par exemple est un langage de programmation scientifique. Le COBOL sert à la gestion. Le FORTRAN correspond mieux aux mathématiques. Quant aux BASIC, c'est le langage "à tous faire".

## 2. MOTEUR A COURANT CONTINU

Le moteur à courant continu présente des avantages importants dans les systèmes de commande.

En effet, en raison de sa très grande souplesse, il offre les possibilités de varier la vitesse, de faire la régulation et l'asservissement.

Dans les asservissements de position que l'on désigne encore sous le nom de "servomécanisme", le type de moteur le plus utilisé est le moteur à excitation séparée. Il fonctionne généralement à flux constant et a un couple proportionnel au courant d'induit.

### 2.1 EQUATIONS DE BASE

La commande se fait par la tension d'induit, l'excitation étant constante. Les équations de base pour le moteur à courant continu sont:

$$\begin{aligned} \Gamma &= K_C I \\ E &= K_E \Omega \end{aligned} \quad (2.1)$$

où  $K_C$  et  $K_E$  représentent respectivement le coefficient de couple du moteur et le coefficient de force contre électro-motrice, la vitesse étant  $\Omega$ .

### 2.2 DIAGRAMME FONCTIONNEL

Soit le système suivant:

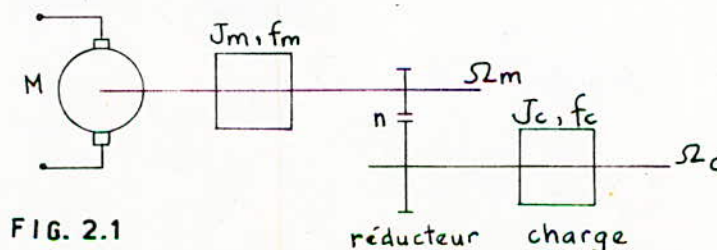


FIG. 2.1

Le moteur entraîne une charge dont l'inertie est  $J_C$  par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse de rapport  $1/n$ .



Le couple résistant ainsi que les coefficients de frottement et d'inertie ramenés sur l'arbre du moteur sont:

$$\begin{aligned}\Gamma'_c &= \Gamma_c/n & (\Gamma_c: \text{couple résistant de la charge}) \\ f_T &= f_m + f_c/n^2 \\ J_T &= J_m + J_c/n^2\end{aligned}$$

L'application du théorème fondamental de la dynamique des corps en rotation permet d'écrire:

$$\Gamma_m = J_T \frac{d\Omega_m}{dt} + f_T \Omega_m + \Gamma'_c/n \quad (2.2)$$

D'autre part, en régime variable, on a l'équation électrique suivante:

$$U = RI + L \frac{dI}{dt} + E \quad (2.3)$$

Soit, avec les notations opérationnelles:

$$\Gamma_m(p) = J_T p \Omega_m(p) + f_T \Omega_m(p) + \Gamma'_c(p)/n \quad (2.4)$$

$$U(p) = RI(p) + LpI(p) + E(p) \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}\text{avec } \Gamma_m(p) &= K_c I(p) \\ E(p) &= K_E \Omega_m(p)\end{aligned} \quad (2.6)$$

Le schéma fonctionnel du moteur est alors:

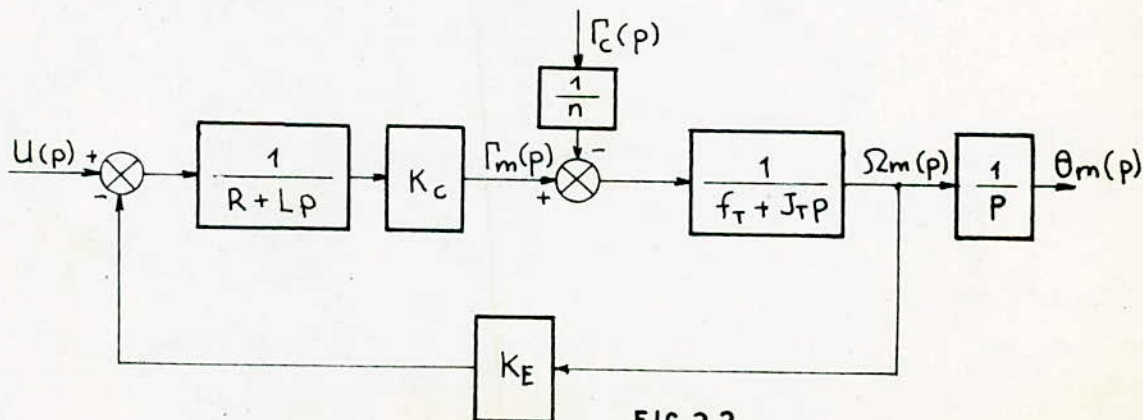


FIG.2.2

La position de l'arbre du moteur  $\theta_m$  est obtenue en intégrant la vitesse.

2.3 FONCTION DE TRANSFERT RELATIVE A L'ENTREE PRINCIPALE

Si l'on étudie l'influence de l'entrée principale sur la sortie, le schéma fonctionnel devient:

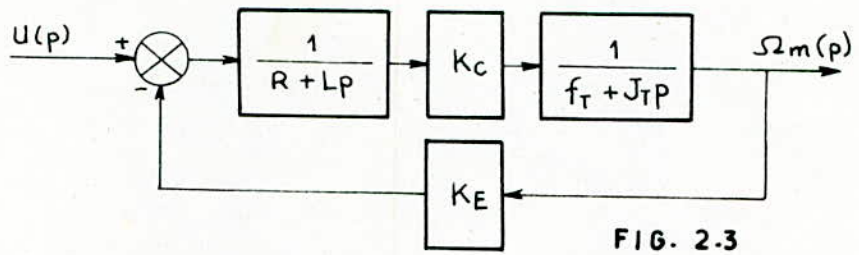


FIG. 2.3

En négligeant la réactance d'induit devant la résistance, le modèle simplifié du moteur est représenté par la figure 2.4 .

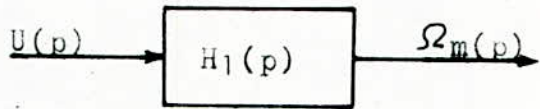


Fig. 2.4

dans laquelle:

$$H_1(p) = \frac{K_m}{(1+T_m p)} \quad (2.7)$$

avec 
$$K_m = \frac{K_c/R}{f_T + \frac{K_c K_E}{R}} \quad (2.8)$$

$$T_m = \frac{J_T}{f_T + \frac{K_c K_E}{R}} \quad (2.9)$$

Dans la pratique,  $\frac{K_c K_E}{R} \gg f_T$

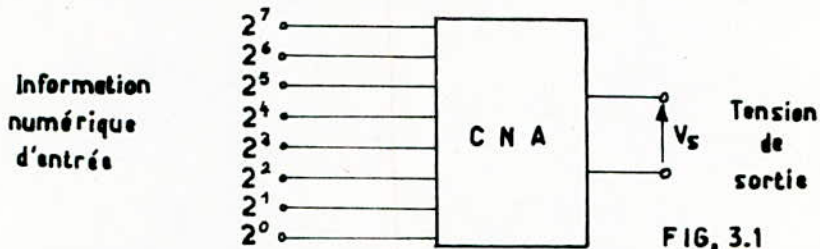
D'où 
$$K_m = 1/K_E \quad (2.10)$$

$$T_m = R J_T / K_c K_E \quad (2.11)$$

et 
$$H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1+T_m p)} \quad H_2(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{p(1+T_m p)}$$

3.1 CONVERSION NUMERIQUE-ANALOGIQUE

Un convertisseur numérique-analogique (CNA) est un dispositif qui transforme une information numérique en un signal analogique.

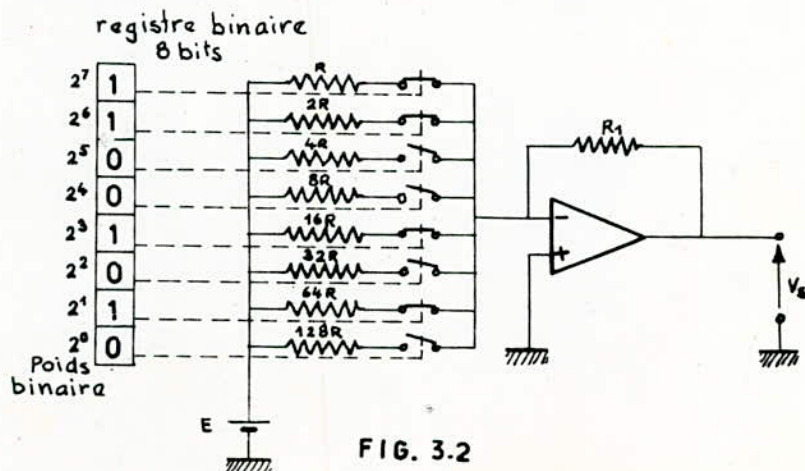


Pour faire correspondre une tension analogique à l'information numérique, il faut attribuer une valeur analogique au poids  $2^i$ : ce poids est le quantum.

-Principe

La figure 3.2 représente un schéma possible pour un convertisseur 8 bits, sur cette figure est illustré le principe de la conversion numérique-analogique.

L'information numérique d'entrée est supposée dans un registre binaire 8 "bits" sous forme de "cases" dont chacune d'elles représente l'état ouvert ou fermé d'un commutateur suivant que le bit prend la valeur 0 ou 1.





L'amplificateur se comporte comme un sommateur de courants et la tension à la sortie d'après la fig est:

$$V_s = -\left(\frac{E}{R} + \frac{E}{2R} + \frac{E}{16R} + \frac{E}{64R}\right) \cdot R_1 \quad (3.1)$$

Dans l'exemple choisi, le nombre 11001010 qui correspond à 202 donnera lieu à une tension de sortie égale à 202 fois le quantum

### Caracteristiques techniques d'un CNA

-Résolution: c'est l'ecart minimal de tension de sortie correspondant à un changement de code d'une unité en entrée .

-Précision: par suite de l'imperfection des circuits électroniques, la tension fournie en sortie du convertisseur lorsque tous les bits d'entrée sont à 1 diffère quelque peu de la valeur théorique. Cette différence traduit la précision du convertisseur.

-Temps de conversion: C'est le temps qui s'écoule entre l'instant où la commande de conversion est faite et l'instant où la tension de sortie atteint sa valeur finale .

-Linéarité: l'accroissement d'une unité du nombre d'entrée fournit, en principe, un accroissement  $\Delta V$  de la tension de sortie.

### 3.2 CONVERSION ANALOGIQUE-NUMERIQUE

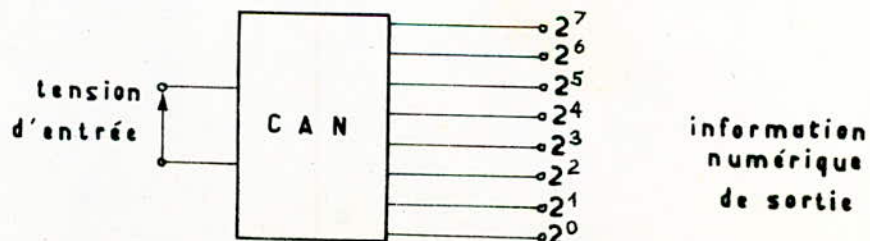


FIG. 3.3



La tension est une grandeur susceptible d'une transformation directe en nombre. Cependant, dans beaucoup de processus, des grandeurs physiques telles que: pressions, températures, efforts, déplacements, etc... doivent être transformées en général en tension au cours des phases précédant le codage.

La plus grande partie des CAN fonctionnent en mode série, quelques-uns cependant fonctionnent en mode série-parallèle.

-Conversion par l'intermédiaire d'un intervalle de temps.

Un compteur numérique est déclenché au début du codage en même temps qu'une tension de comparaison croît à partir de zéro. Le compteur est arrêté lorsque la tension de comparaison est égale à la tension à coder. Le temps de codage dépend de la valeur de la tension à coder.

-Conversion par comparaison.

La méthode est basée sur l'emploi d'un décodeur à résistances associé à un registre où le nombre doit se former, fig 3.4 . Ce registre est progressivement rempli et son contenu, décodé, est une tension continue comparée à la tension à coder. Quand le comparateur détecte l'égalité des deux signaux continus, il arrête le chargement du registre dont le contenu est alors envoyé au calculateur. Ensuite le registre est remis à zéro et le codage d'une autre tension peut commencer.

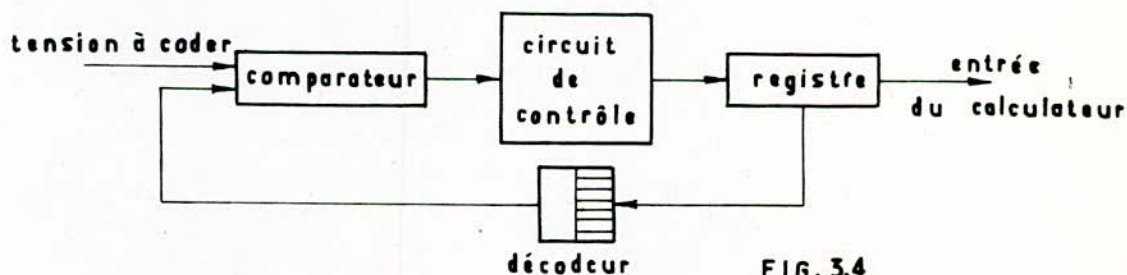


FIG. 3.4  
(codeur par comparaison)

### Caractéristiques techniques d'un CAN

On retrouve à peu-près les caractéristiques d'un CNA: résolution, précision, temps de conversion, linéarité.

## DEUXIEME PARTIE

## ANALYSE ET SYNTHÈSE DE LA COMMANDE

## INTRODUCTION

Dans cette partie, nous nous intéresserons essentiellement à la commande en position, vue son application courante dans la robotique et dans les servomécanismes.

L'étude des systèmes échantillonnés peut se faire aussi bien par la transformation en  $Z$  que dans l'espace d'état. Pour notre étude, nous avons adopté la transformation en  $Z$ .

Avant d'aborder l'analyse, nous commençons cette partie par le choix du régulateur pour déterminer ensuite la fonction de transfert échantillonnée du système bouclé.

A partir de l'équation caractéristique, nous déterminerons les conditions de stabilité à l'aide des critères algébrique et géométrique. La réponse indicielle est déterminée par la méthode de l'équation aux différences.

Nous réservons également une grande importance à l'influence des paramètres du régulateur et de la période d'échantillonnage sur la qualité de réglage.

En ce qui concerne la synthèse de la commande, nous présentons la méthode de compensation des pôles et une autre méthode pour la détermination du régulateur optimal.

-Schéma de principe

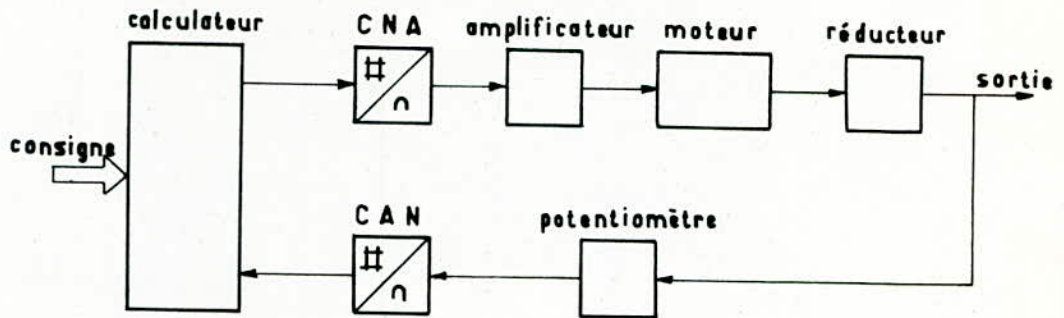


FIG. II.1

-Schéma fonctionnel

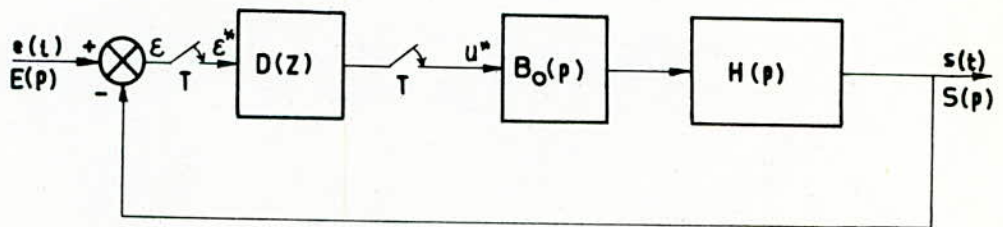


FIG. II.2

L'entrée analogique est représentée par un échantillonneur idéal, la sortie analogique par un échantillonneur et un bloqueur. On admet que les échantillonneurs sont synchrones et le temps de calcul négligeable.

La fonction de transfert échantillonnée du calculateur est  $D(Z)$ .

$H(p)$  exprime la transmittance de l'objet de commande :

$$H(p) = \frac{K}{p(\tau + Tmp)} \quad (\text{commande en position})$$

$$H(p) = \frac{K}{1 + Tmp} \quad (\text{commande en vitesse})$$

dans laquelle:  $K = K_m \cdot K_{\text{ampl}} \cdot K_{\text{réd}} \cdot K_{\text{pot}}$



#### 4. REGULATEURS

Le choix et le dimensionnement d'un régulateur dans les circuits de réglage est fondamental. En effet, il ne suffit pas d'étudier uniquement la stabilité, les coefficients du régulateur doivent être convenablement déterminés afin que le circuit de réglage soit stable et bien amorti.

Ce choix dépend non seulement de l'objet de la commande mais aussi du paramètre que l'on veut contrôler.

Une des tâches les plus importantes qui sont posées aux régulateurs est celle d'annuler l'écart de réglage en régime établi. Dans la plupart des cas, on utilise des régulateurs standard (P, PI, PID, PD) en raison de la simplicité de l'algorithme de réglage et de l'expérience acquise dans le domaine des réglages continus.

L'écart de réglage discret  $\varepsilon_{\infty}^*$  en régime établi peut être déterminé à partir de sa transformée en Z à l'aide du théorème de la valeur finale.

$$\varepsilon_{\infty}^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon^*[k] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \varepsilon(z) \quad (4.1)$$

L'expression de  $\varepsilon(z)$  est tirée à partir du schéma fonctionnel de la figure 11.2 .

$$\varepsilon(z) = \frac{1}{1 + G(z) \cdot D(z)} E(z) \quad (4.2)$$

-Echelon de position:  $e(t)=1$  ,  $E(Z) = \frac{Z}{(Z-1)}$

-Echelon de vitesse:  $e(t) = t$  ,  $E(Z) = \frac{TZ}{(Z-1)^2}$

Le théorème de la valeur finale appliqué au système pour deux types de régulateurs PD et PID suivant la commande en position ou en vitesse a donné les résultats suivants:

		ERREUR STATIQUE : $\varepsilon_{\infty}$	
		P D	P I D
COMMANDE EN VITESSE	$e(t) = 1$	$\frac{1}{1 + KK_p}$	0
	$e(t) = t$		$\frac{T}{KK_1 K_p}$
COMMANDE EN POSITION	$e(t) = 1$	0	
	$e(t) = t$	$\frac{1}{KK_p}$	0

### Conclusions

Pour l'asservissement en position, il n'est pas nécessaire que le régulateur présente un pôle à  $Z=1$  (sauf dans le cas où l'écart doit s'annuler pour une variation de la grandeur de consigne par une rampe), on peut donc choisir un régulateur PD. Par contre dans le cas en vitesse, on doit ajouter l'action intégrale pour assurer l'erreur nulle.

## 5. ANALYSE

5.1 FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE

On a choisi pour l'analyse, les modèles linéaires des composants et la technique de la transformation en Z classique.

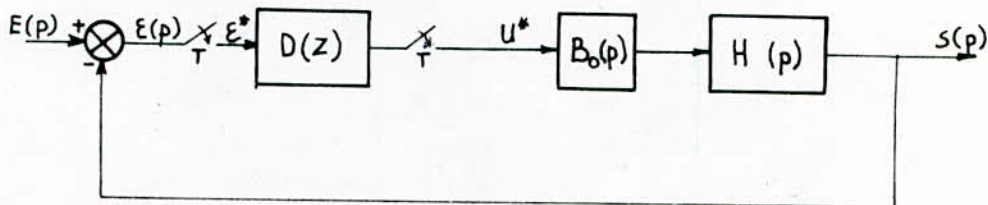


FIG. 5.1

La transformée de laplace de la sortie est donnée par:  
 $S(p) = G(p) \cdot U^*(p)$  avec  $G(p) = B_0(p) \cdot H(p)$  et  $B_0(p) = \frac{1 - \exp(-p \cdot T)}{p}$

En appliquant la propriété de la transformée en Z, on a:  
 $S^* = G^* \cdot U^*$

$$U^* = D(Z) \cdot \mathcal{E}^* \quad \text{et} \quad \mathcal{E} = e - s \Rightarrow \mathcal{E}^* = E^* - S^*$$

$$S^* = G^* \cdot D(Z) \cdot \mathcal{E}^* = G^* \cdot D(Z) \cdot (E^* - S^*) \Rightarrow S^* (1 + G^* \cdot D(Z)) = G^* \cdot D(Z) \cdot E^*$$

$$\frac{S^*}{E^*} = \frac{G^* \cdot D(Z)}{1 + G^* \cdot D(Z)} = \frac{G(Z) \cdot D(Z)}{1 + G(Z) \cdot D(Z)}$$

La fonction de transfert échantillonnée est:

$$F(Z) = \frac{G(Z) \cdot D(Z)}{1 + G(Z) \cdot D(Z)} \quad (5.1)$$

$$G(p) = \frac{K(1 - e^{-pT})}{p^2(T_m p + 1)} \quad (5.2)$$

En utilisant la transformation en Z, on trouve:

$$(5.3) \quad G(Z) = K \frac{Z(T + T_m Z_0 - T_m) + (T_m - T_m Z_0 - T Z_0)}{(Z - 1)(Z - Z_0)} \quad \text{avec} \quad Z_0 = \exp(-T/T_m)$$

La fonction de transfert du régulateur PD est:

$$D(Z) = K_p \left( 1 + K_d \frac{Z - 1}{Z} \right) \quad (5.4)$$



en posant:

$$\begin{aligned} S1 &= T + T_m(ZO - 1) \\ SO &= -TZO - T_m(ZO - 1) \quad \text{et} \quad Z_c = \frac{K_d}{1 + K_d} \\ K1 &= K \cdot K_p \end{aligned}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte est:

$$G_o(Z) = K1(1 + K_d) \frac{(Z - Z_c)(S1Z + SO)}{Z(Z - 1)(Z - ZO)} \quad (5.5)$$

D'après l'équation 5.1, la fonction de transfert en boucle fermée est:

$$F(Z) = \frac{b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0}{a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (5.6)$$

$$b_2 = K1(1 + K_d) \cdot S1$$

$$b_1 = K1(1 + K_d)(S0 - Z_c \cdot S1)$$

$$b_0 = -K1 K_d S0$$

avec

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = b_2 - (Z_0 + 1)$$

$$a_1 = b_1 + Z_0$$

$$a_0 = b_0$$

## 5.2 ETUDE DE LA STABILITE

Le premier problème posé par l'étude d'un système échantillonné est celui de la stabilité. Un système continu stable peut devenir instable dans le cas discret.

Condition générale de stabilité pour un système échantillonné:

Soit la fonction de transfert en boucle fermée  $F(Z) = \frac{B(Z)}{A(Z)}$

L'équation caractéristique est  $A(Z) = 0$

Pour que le système reste stable, il faut que toutes les racines de l'équation caractéristique, c'est-à-dire les pôles de la transmittance  $F(Z)$ , soient situés à l'intérieur du cercle unité du plan  $Z$ , ou encore  $|Z_i| < 1$ .

Il existe plusieurs critères permettant de savoir si le module de ces racines est inférieur à 1.

Dans notre étude, on va considérer deux critères, l'un algébrique et l'autre géométrique. Le premier consiste à définir le domaine de stabilité pour les paramètres. Le second est utilisé pour l'analyse du système.

### 5.2.1 Critère de Jury

Soit  $A(Z) = a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0$ ,  $a_3 > 0$

Les conditions de stabilité pour un système d'ordre trois sont

$$\begin{cases} |a_0| < a_3 \\ a_0^2 - a_3^2 < a_0 a_2 - a_1 a_3 \\ a_0 + a_1 + a_2 + a_3 > 0 \\ a_0 - a_1 + a_2 - a_3 < 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

Le programme 1 (voir annexes) permet de tracer les courbes représentées sur les figures 5.2 et 5.3.

La partie inférieure de la courbe délimitée par les axes positifs correspond au domaine de stabilité du système bouclé.

Sur la figure 5.2, on voit que la limite de stabilité diminue lorsqu'on augmente l'un des paramètres  $K_1$ ,  $K_d$  et lorsque  $T_m$  devient inférieur à  $T$ .

La figure 5.3 montre l'influence de la période d'échantillonnage  $T$  sur la stabilité. On constate que le coefficient de proportionnalité  $K_1$  diminue lorsque  $T$  augmente.

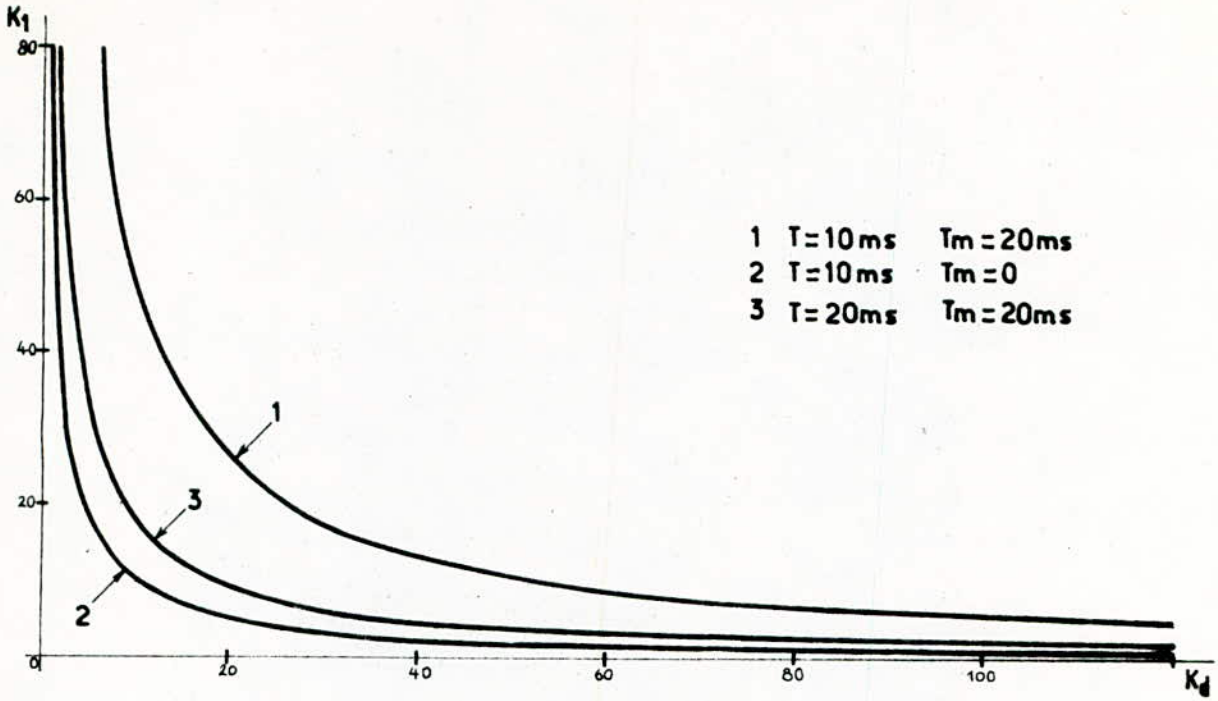


FIG. 5.2

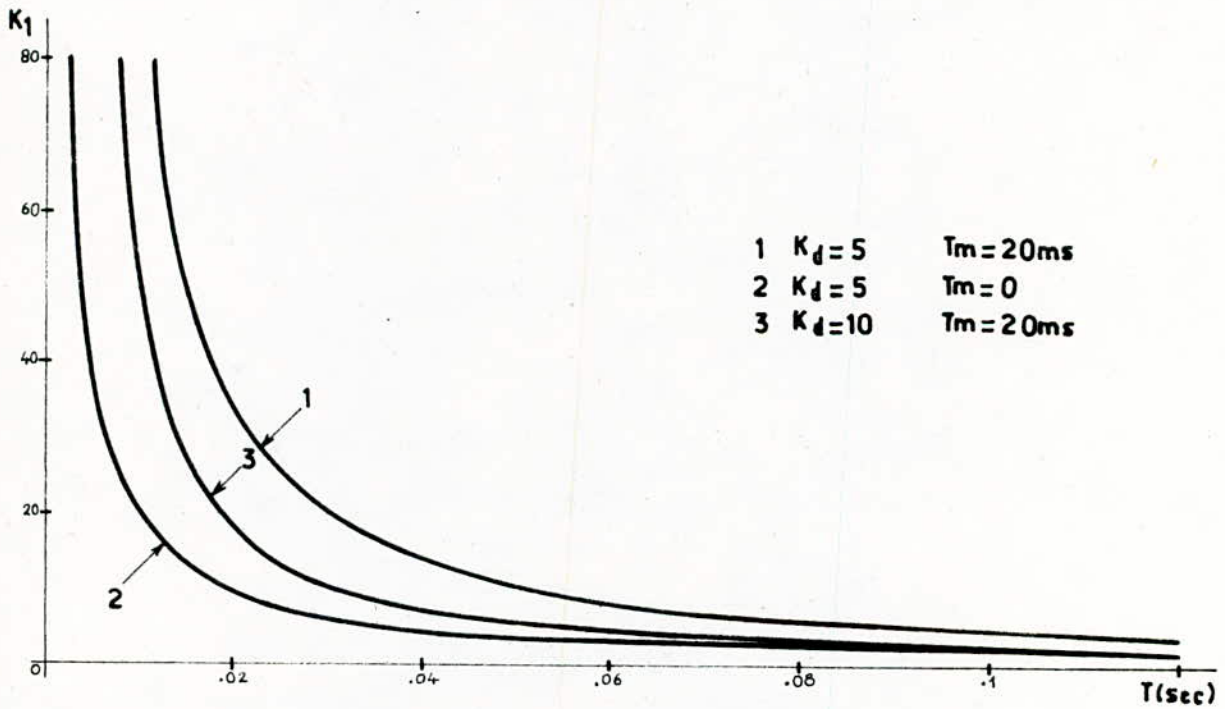


FIG. 5.3

(domaine de stabilité)



### 5.2.2 Lieu des racines

Cette méthode donne des informations non seulement sur la stabilité mais aussi sur le comportement dynamique du système.

La construction de ce lieu est basée sur l'équation caractéristique:

$$1 + G_0(Z) = 0 \quad (5.8)$$

$G_0(Z)$  étant la fonction de transfert en boucle ouverte.

$$\text{En posant } G_0(Z) = \frac{Q_0(Z)}{P_0(Z)} = \frac{k (Z - z_1)(Z - z_2) \dots (Z - z_m)}{(Z - p_1)(Z - p_2) \dots (Z - p_n)} \quad (5.9)$$

$$k > 0 \quad \text{et } n \gg m$$

L'équation (5.8) devient:

$$\frac{P_0(Z) + Q_0(Z)}{P_0(Z)} = 0 \quad (5.10)$$

Le lieu des racines décrit la position des pôles lorsque  $k$  varie de zéro à l'infini. Il présente un nombre de branches égal à l'ordre  $n$  du système.

Pour  $k=0$ , on a  $P_0(Z)=0$

D'où le lieu commence par les  $n$  pôles de  $G_0(Z)$ .

Pour  $k=\infty$ , on a  $Q_0(Z)=0$

Les racines de cette équation sont les zéros de  $G_0(Z)$ .  $m$  branches se terminent donc aux zéros  $z_1, z_2, \dots, z_m$  et  $(n-m)$  vers l'infini (directions asymptotiques).

Dans le système étudié, la fonction de transfert en boucle ouverte est:

$$G_0(Z) = K_1 \frac{(Z - z_c)(s_1 z + s_0)}{Z(Z-1)(Z - z_0)} (1 + K_d) \quad \begin{matrix} m=2 \\ n=3 \\ K_1 > 0 \end{matrix} \quad (5.11)$$

Donc le lieu comprend trois branches qui ont pour points de départ  $p_1=0$ ,  $p_2=1$  et  $p_3=z_0$ . Les deux s'arrêtent aux zéros  $z_1=z_c$  et  $z_2=-\frac{s_0}{s_1}$  et la troisième vers l'infini.

-Calcul des racines de l'équation caractéristique

Soit  $a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0 = 0$

On peut mettre cette équation sous la forme:

$$(Z - Z_3)(\alpha Z^2 + \beta Z + \gamma) = 0$$

avec  $\alpha = a_3$

$$\beta = a_2 + a_3 Z_3 \quad (Z_3: \text{une racine réelle})$$

$$\gamma = a_1 + (a_2 + a_3 Z_3) Z_3$$

Pour le calcul de la première racine, c'est-à-dire  $Z_3$ , on a fait appel à une méthode numérique, telle que la méthode des dichotomies successives.

Le programme 2 permet de calculer les racines. L'organigramme correspondant est mis en annexe.

-Amortissement relatif optimal

Pour un système de second ordre, la courbe pointillée représentée sur la figure 5.4 donne l'amortissement relatif optimal. Elle a pour équations:

$$Z = \exp(-\delta(1 \mp j))$$

où  $\delta$  varie de 0 à  $\pi$ .

Le point d'intersection de cette courbe avec le lieu des racines correspond à la réponse rapide et bien amortie.

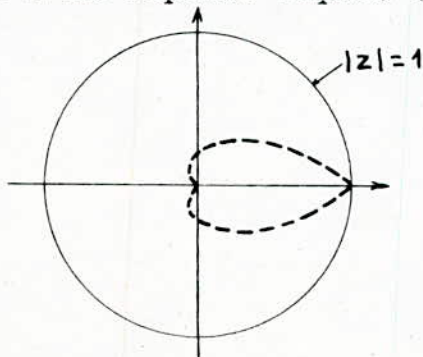


FIG. 5.4

5.3 REPOSE INDICIELLE

Il existe plusieurs méthodes pour la détermination de la transformée en Z inverse. Dans notre cas on a adopté la méthode de l'équation aux différences, car elle se prête bien à la programmation dans un ordinateur.

$$F(Z) = \frac{S(Z)}{E(Z)} = \frac{b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0}{a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (5.12)$$

d'où  $E(Z) \cdot (b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0) = S(Z) \cdot (a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0)$

par définition, la transformée en Z de l'entrée et de la sortie est:

$$E(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) \cdot Z^{-k} \quad \text{et} \quad S(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} s(kT) \cdot Z^{-k} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} E(Z) \cdot b_2 \cdot Z^2 &= b_2 \cdot (e(0) + e(T) \cdot Z^{-1} + \dots + e(nT) \cdot Z^{-n}) \cdot Z^2 \\ &= b_2 (e(0) \cdot Z^2 + e(T) \cdot Z + e(2T) + e(3T) \cdot Z^{-1} + \dots + e(nT) \cdot Z^{2-n}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(Z) \cdot a_3 \cdot Z^3 &= a_3 \cdot (s(0) + s(T) \cdot Z^{-1} + \dots + s(nT) \cdot Z^{-n}) \cdot Z^3 \\ &= a_3 \cdot (s(0) \cdot Z^3 + s(T) \cdot Z^2 + s(2T) \cdot Z + s(3T) + s(4T) \cdot Z^{-1} + \dots \\ &\quad + s(nT) \cdot Z^{3-n}) \end{aligned}$$

En faisant de même avec les autres termes et en identifiant membre à membre les coefficients de  $Z^3, Z^2, Z$  et  $Z^0$ , on obtient:

$$s(0) = 0$$

$$a_3 s(T) = b_2 e(0)$$

$$a_3 s(2T) + a_2 s(T) = b_2 e(T) + b_1 e(0)$$

$$a_3 s(3T) + a_2 s(2T) + a_1 s(T) + a_0 s(0) = b_2 e(2T) + b_1 e(T) + b_0 e(0)$$

$$a_3 s(4T) + a_2 s(3T) + a_1 s(2T) + a_0 s(T) = b_2 e(3T) + b_1 e(2T) + b_0 e(T)$$

par récurrence, on obtient:

$$\begin{aligned} a_3 s(nT) + a_2 s((n-1)T) + a_1 s((n-2)T) + a_0 s((n-3)T) = \\ b_2 e((n-1)T) + b_1 e((n-2)T) + b_0 e((n-3)T) \end{aligned} \quad (5.14)$$



pour une entrée échelon:

$$e(0)=e(T)=\dots=e(nT)=1$$

$$s(0)=0$$

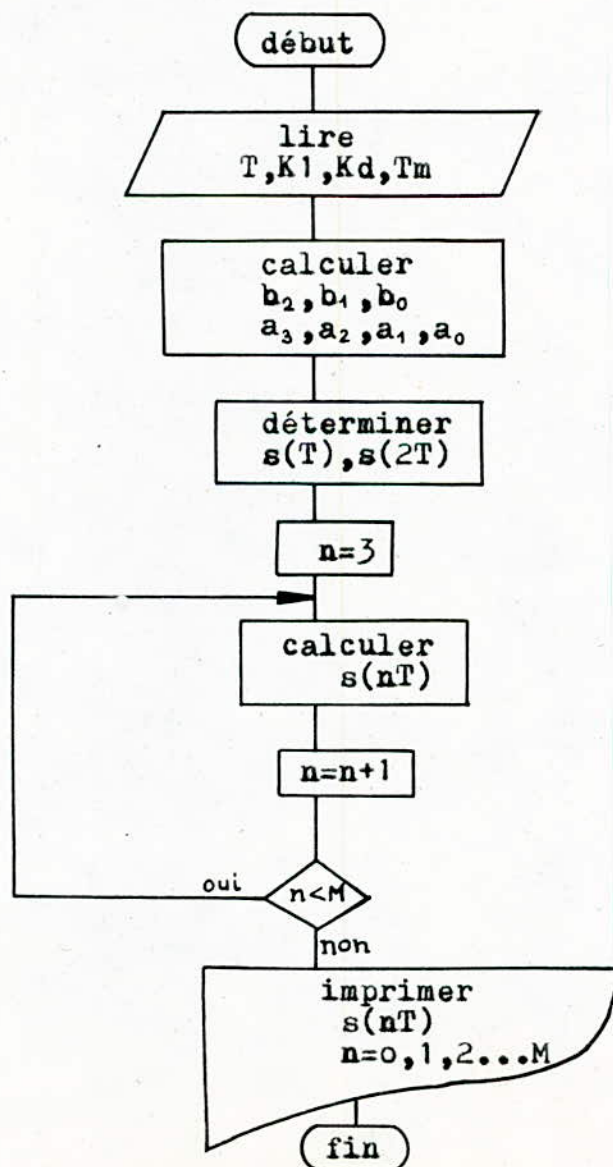
$$s(T)=b/a_3$$

$$s(2T)=(b_2+b_1-a_2s(T))/a_3$$

par récurrence

$$s(nT)=(b_2+b_1+b_0-a_2s((n-1)T)-a_1s((n-2)T)-a_0s((n-3)T))/a_3 \quad (5.15)$$

-Organigramme



#### 5.4 INFLUENCE DES PARAMETRES DU REGULATEUR

Les courbes représentées aux fig 5.5 à 5.15 ont été obtenues selon le programme 3.

La figure 5.5 montre l'influence de  $K_1$  sur la réponse indicielle pour  $K_d=0$ . Le lieu des racines correspondant est représenté à la figure 5.8. On se trouve effectivement à la limite de stabilité lorsque  $K_1=218$  et le meilleur comportement transitoire est obtenu pour  $K_1=20$  (FIG. 5.6 et 5.7).

On constate également que la rapidité du phénomène transitoire augmente avec le facteur  $K_1$ . Cependant, pour des valeurs trop élevés, la réponse présente une forte oscillation mal amorti. En effet le système se trouve proche de la limite de stabilité.

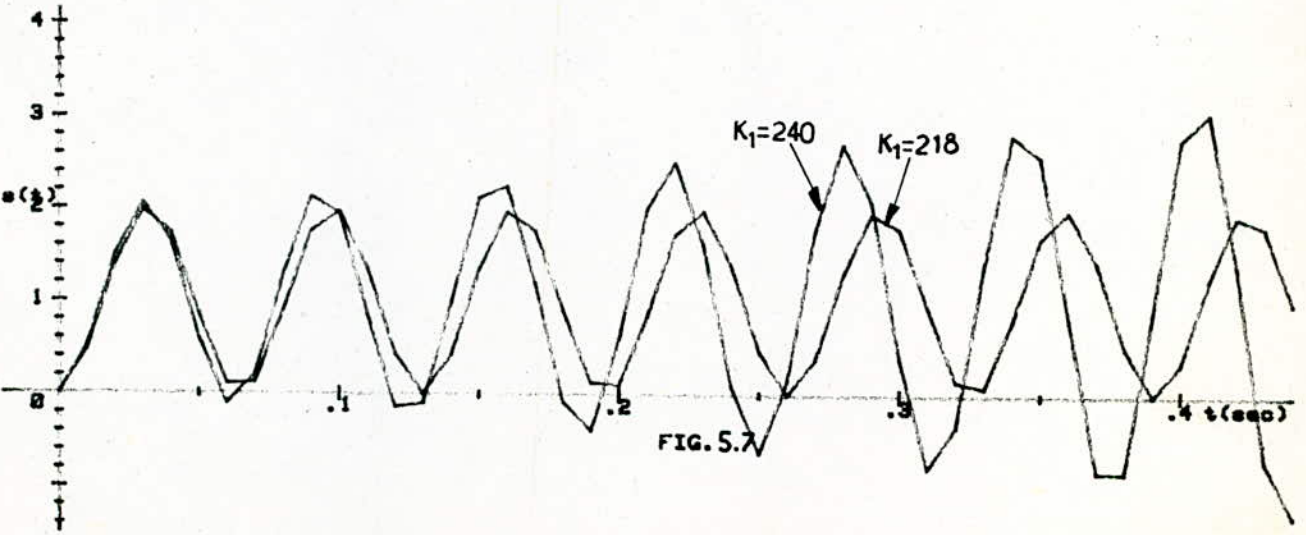
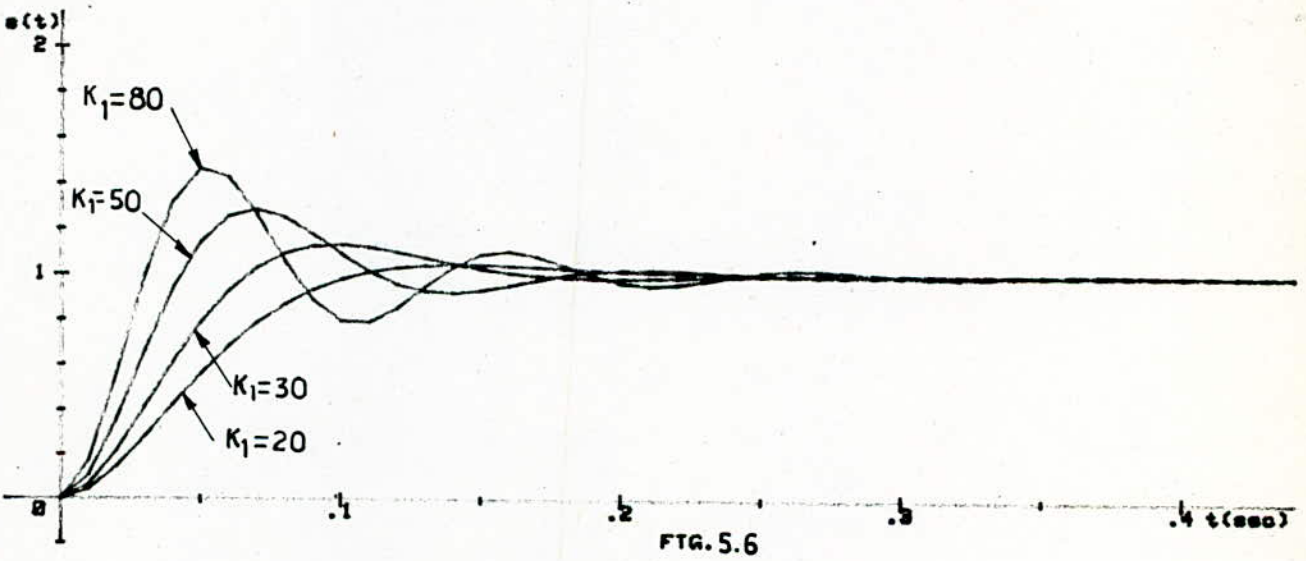
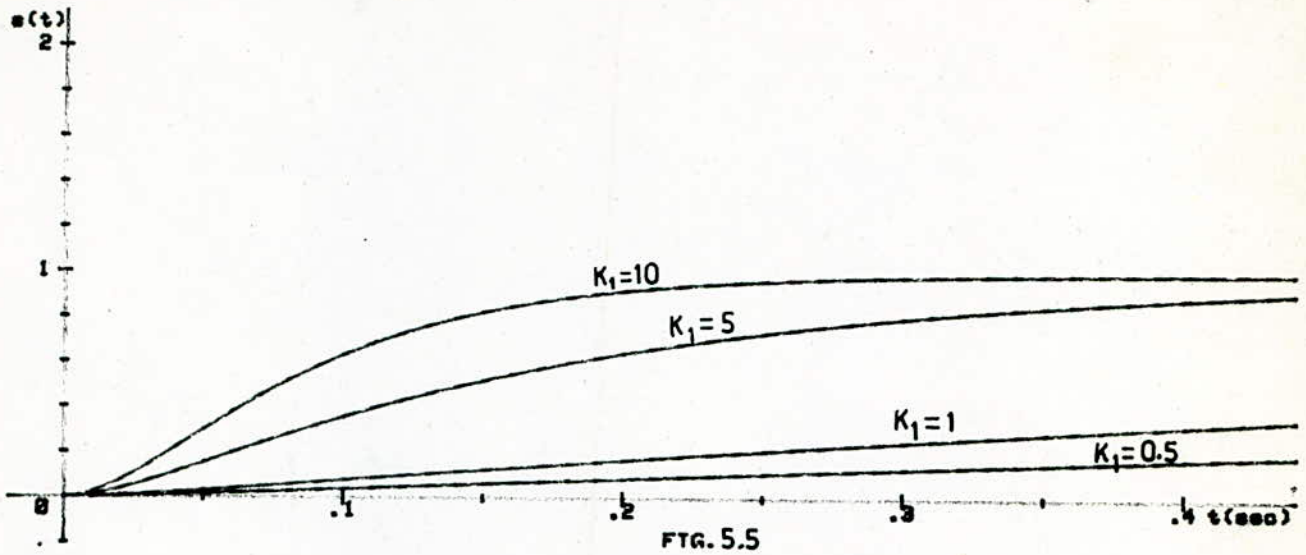
La figure 5.9 met en évidence l'influence de  $K_d$  sur l'amortissement. On voit que ce dernier augmente avec  $K_d$  jusqu'à une certaine valeur correspondant à la réponse optimale. Lorsque  $K_d$  devient grand, le système commence à osciller jusqu'à l'instabilité.

L'influence de  $T$  est représentée sur les figures 5.11, 12, 13. Elles montrent que si  $T$  augmente, la réponse devient oscillatoire et tend vers l'instabilité.

Enfin, les figures 5.14, 15 présentent les réponses indicielles pour des valeurs de  $K_1$  et  $K_d$  correspondant à un dépassement environ 5%. Dans la première partie, la rapidité du phénomène transitoire augmente avec  $K_1$  et  $K_d$ . Ensuite, pour des valeurs trop élevées de  $K_d$ , le temps de réponse augmente et le système devient de plus en plus lent. Le réglage optimal correspond à  $K_1=50$  et  $K_d=1.5$ .

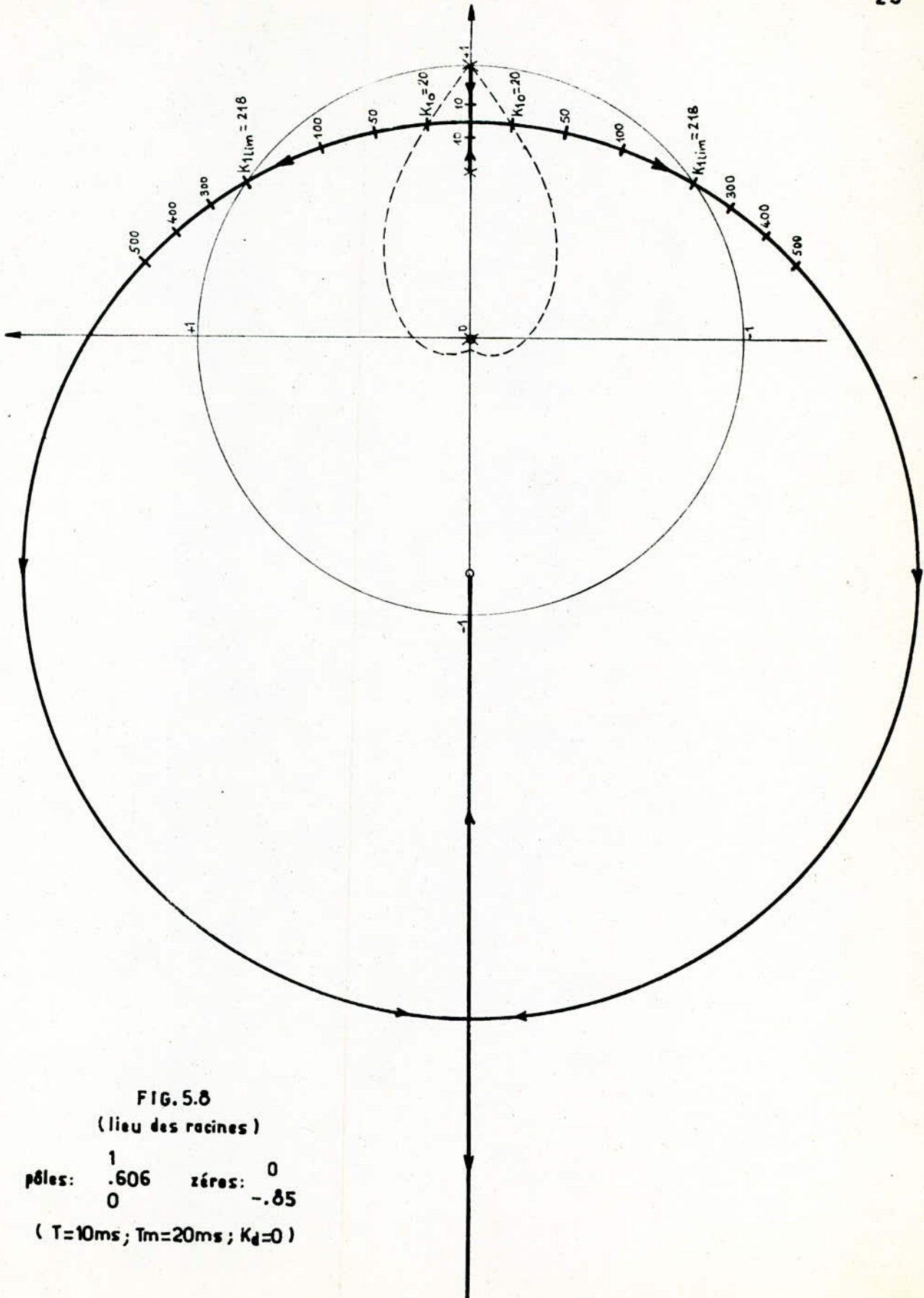
#### -Conclusions

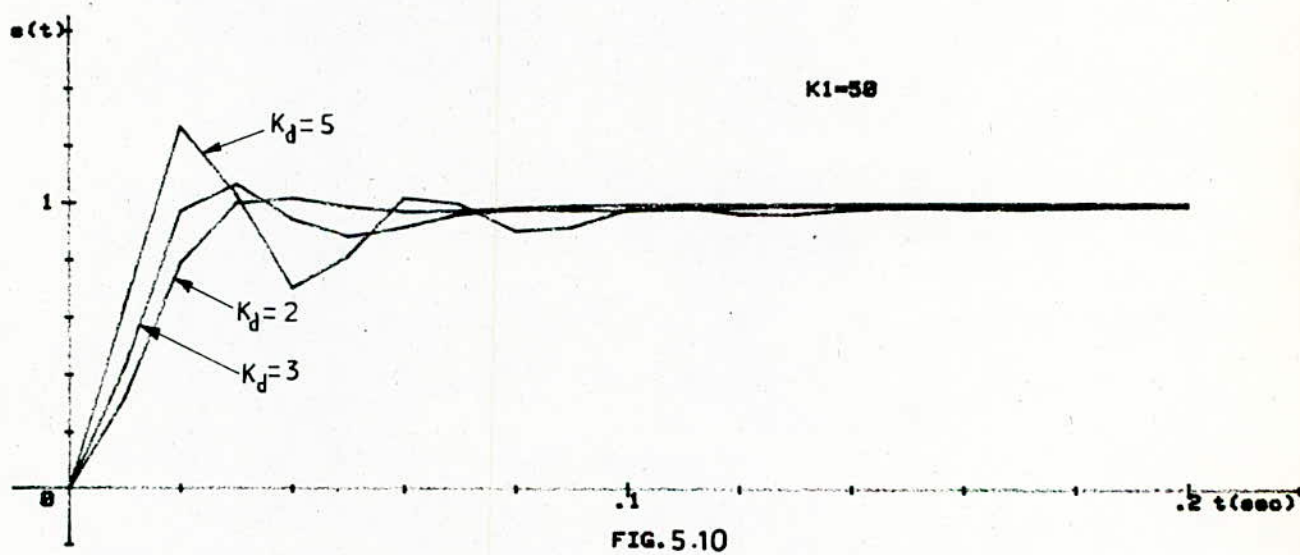
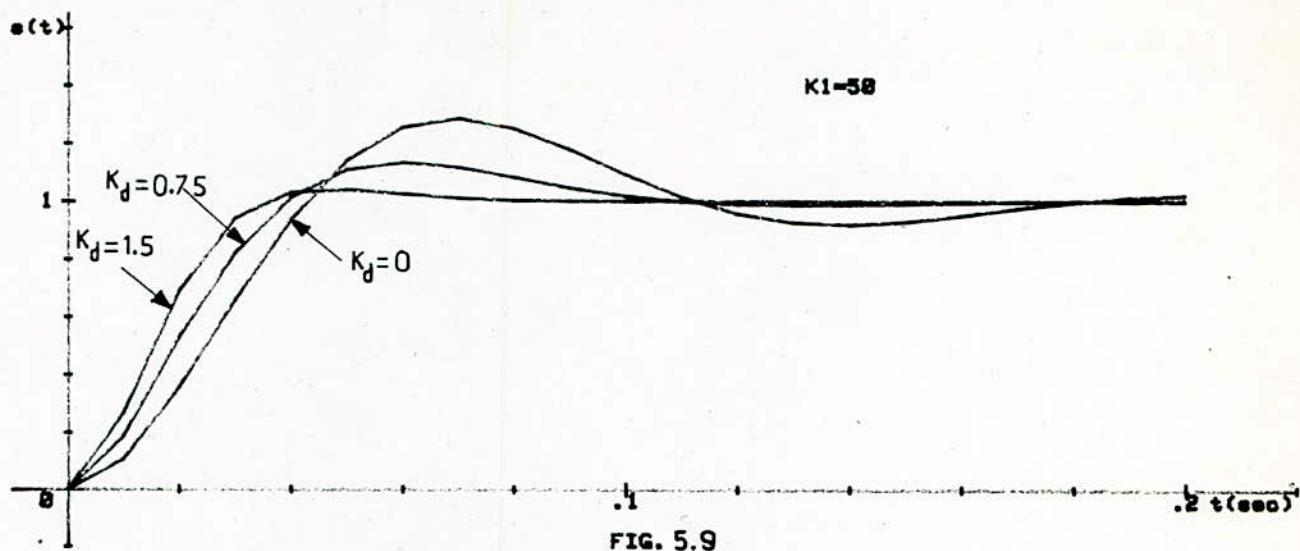
L'augmentation du coefficient de proportionnalité du régulateur conduit à un régime transitoire rapide. Cependant, le dépassement peut atteindre une valeur inadmissible pour le système. L'action dérivée, qui joue le rôle d'amortisseur, permet alors de limiter cette valeur.



REPONSES INDICIELLES ECHANTILLONNEES EN POSITION  
 POUR  $K_d=0$ ;  $T=18\text{ms}$ ;  $T_m=20\text{ms}$   
 (Influence de  $K_1$ )



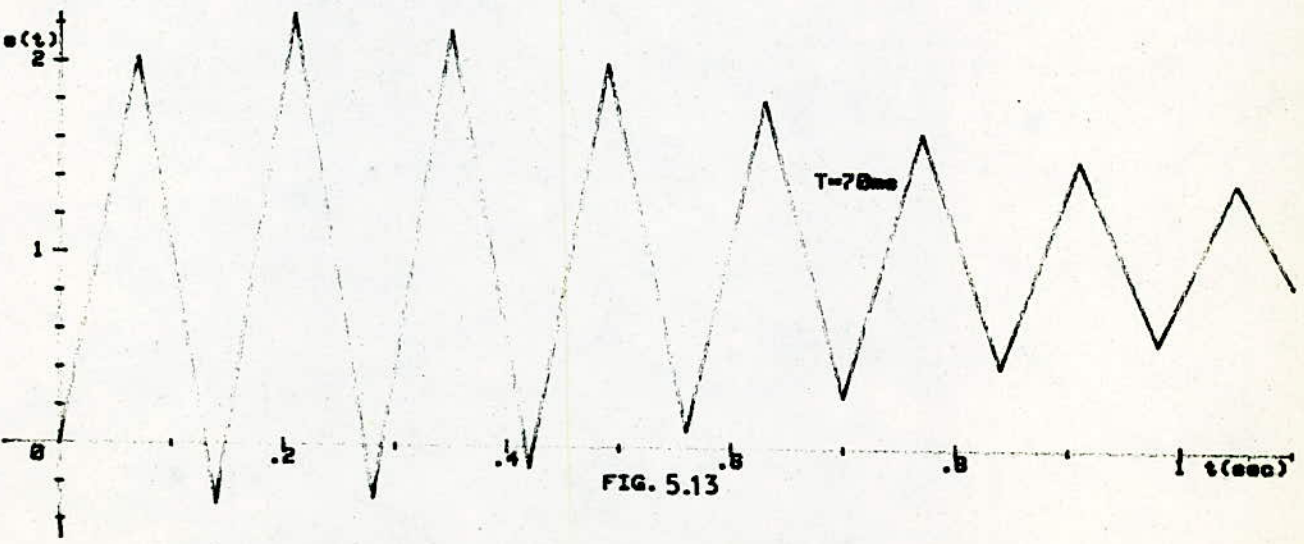
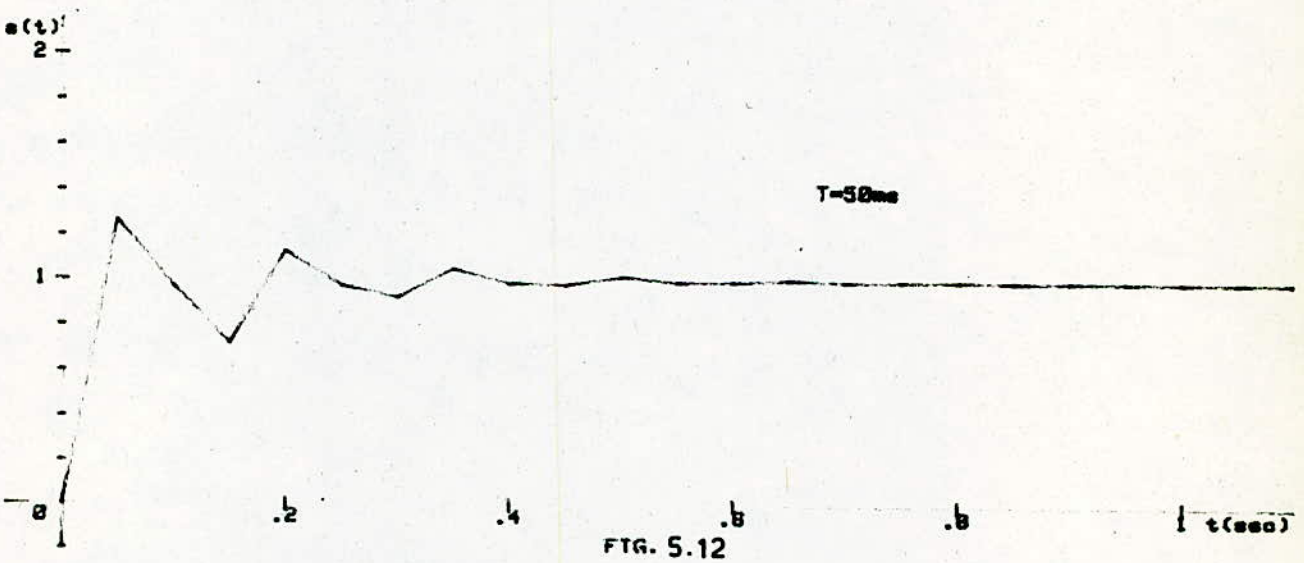
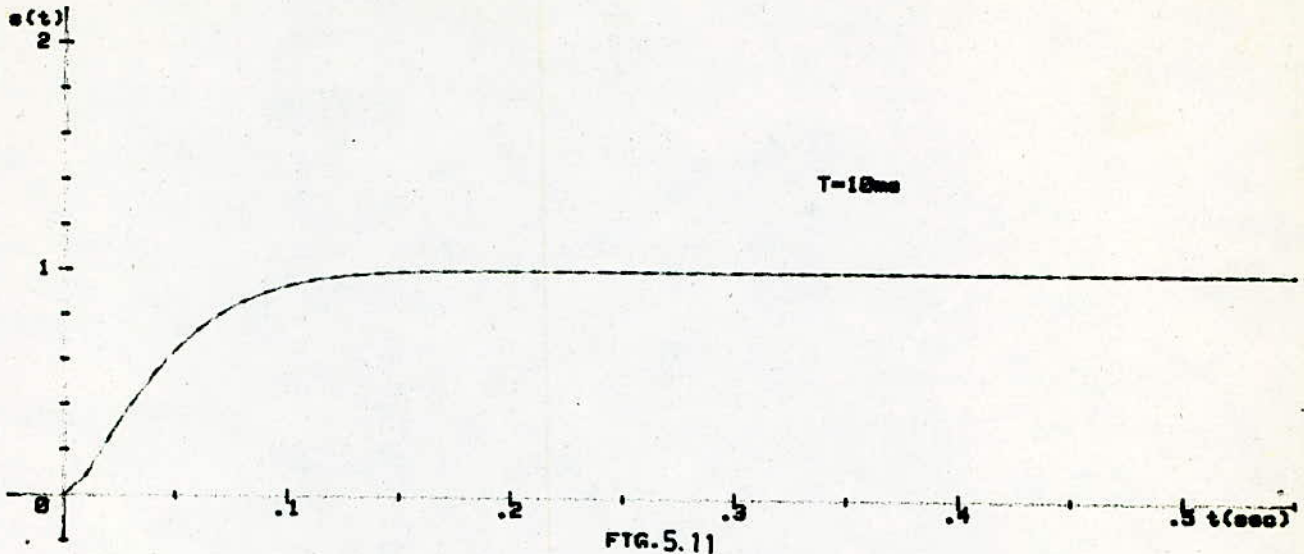




REPONSES INDICIELLES ECHANTILLONNEES EN POSITION

POUR  $T=10\text{ms}$  ;  $T_n=20\text{ms}$

(Influence de  $K_d$ )



REPONSES INDICIELLES ECHANTILLONNEES EN POSITION  
POUR  $K1=20$ ;  $Kd=1$ ;  $Ta=20ms$   
(Influence de  $T$ )



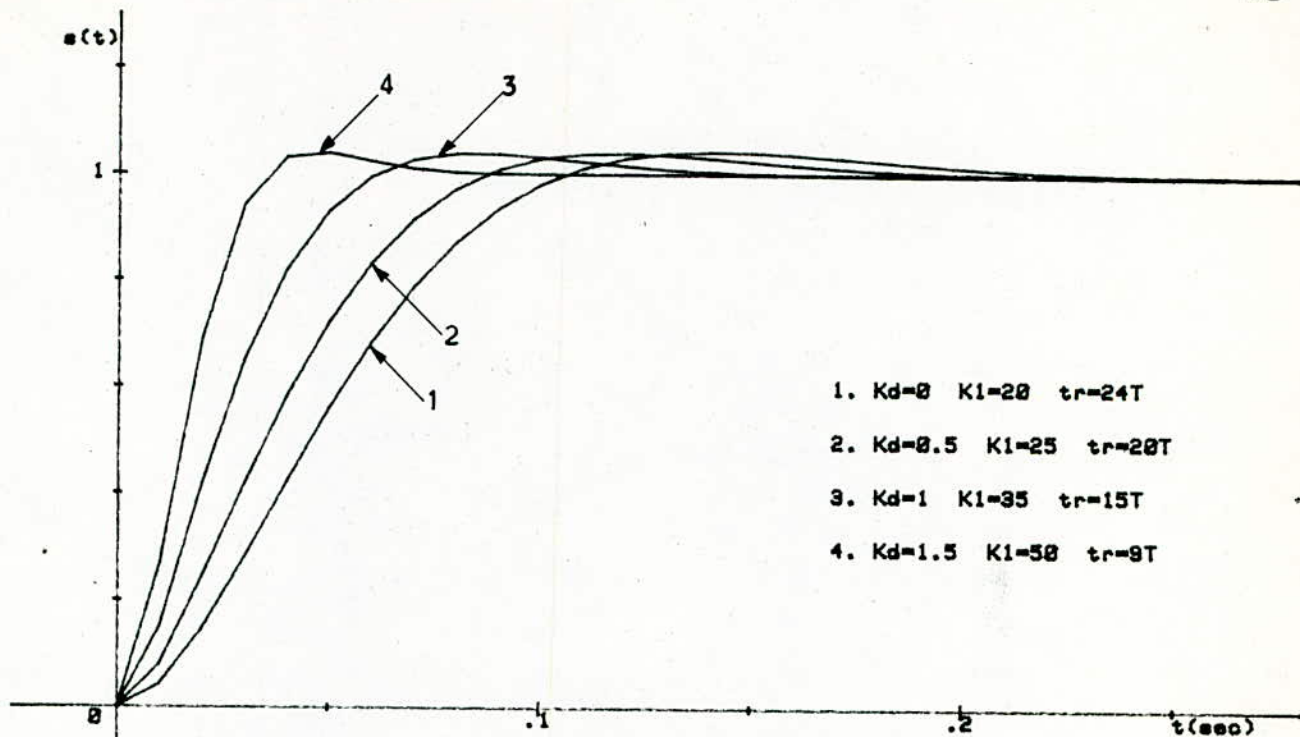


FIG. 5.14

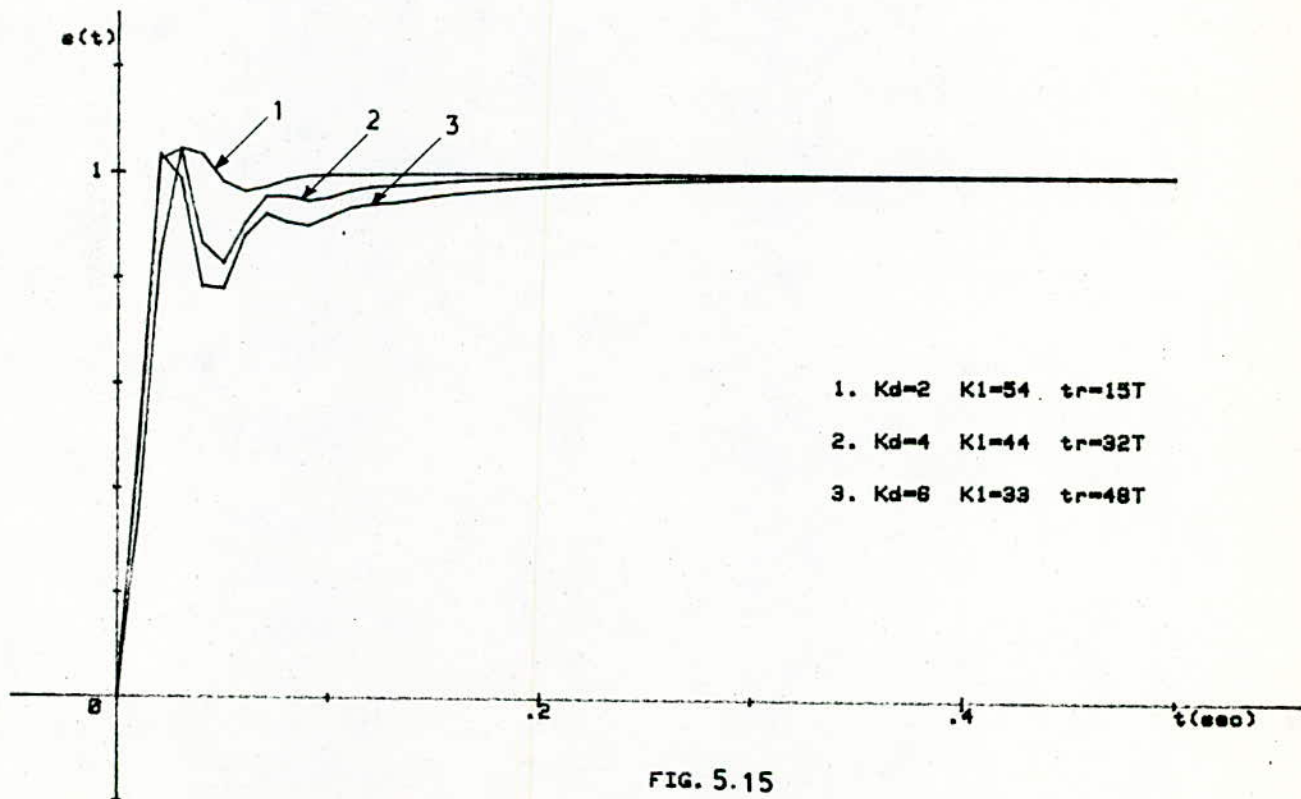


FIG. 5.15

REPONSES INDICIELLES POUR DIFFERENTES VALEURS DE  $K_I$  ET  $K_d$

( $T=10\text{ms}$  ;  $T_m=20\text{ms}$ )

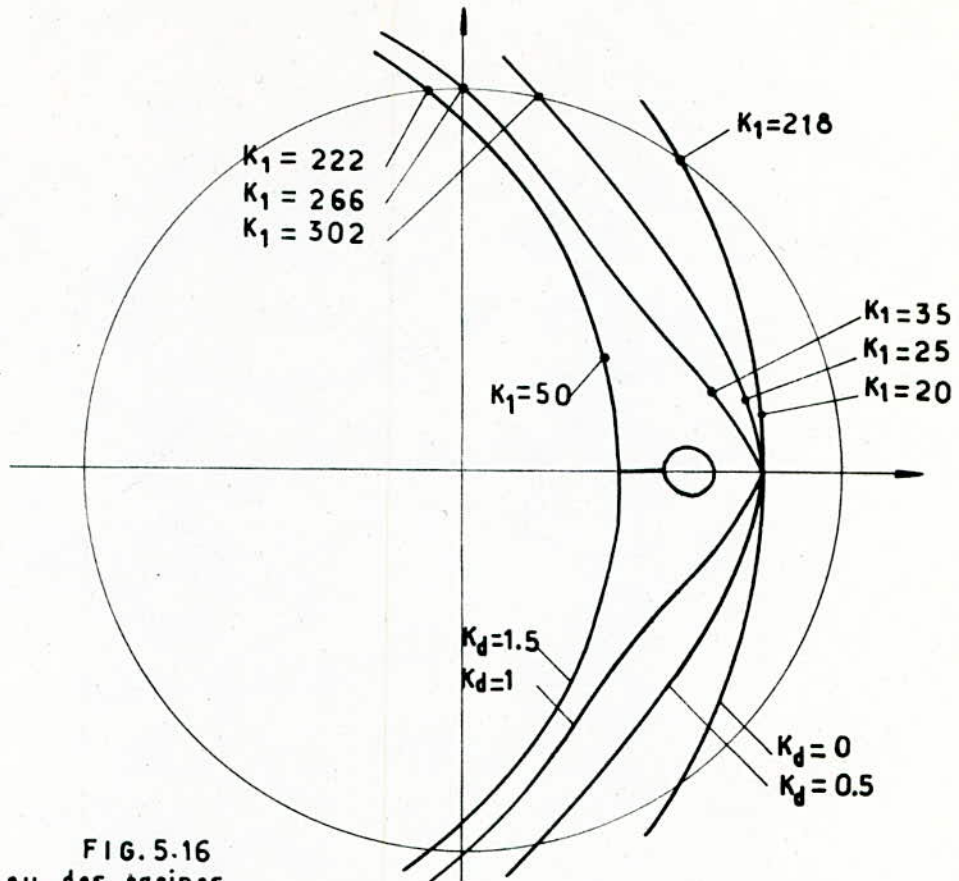
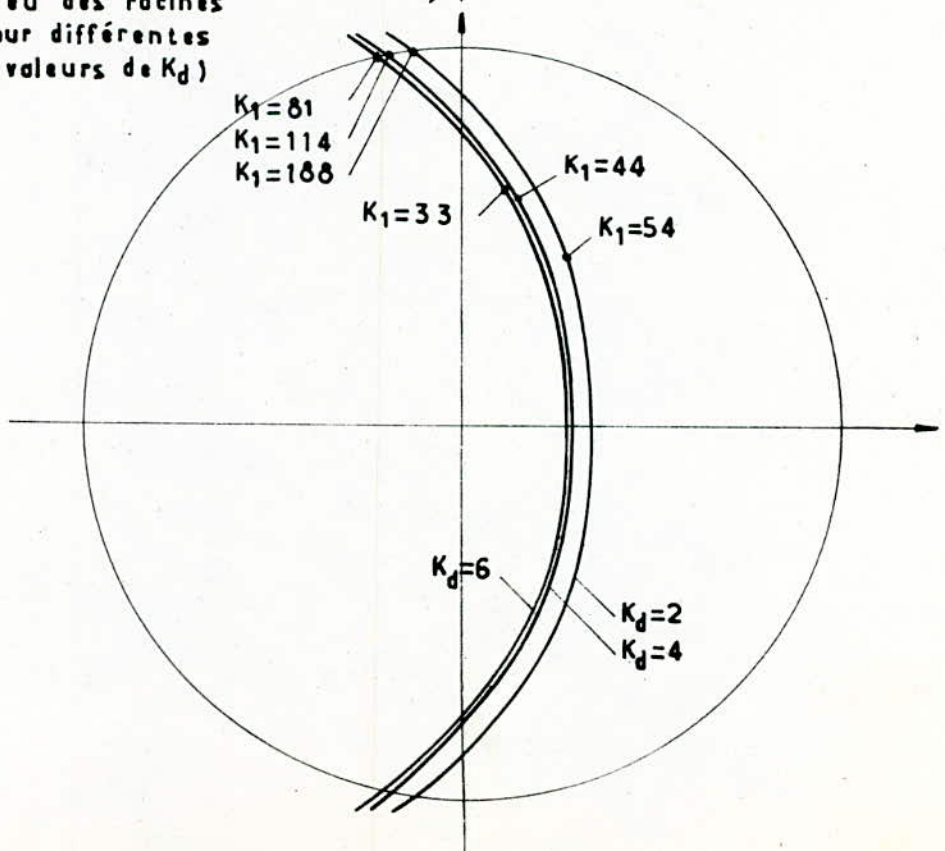


FIG. 5.16  
(lieu des racines  
pour différentes  
valeurs de  $K_d$ )



## 6. SYNTHÈSE

### 6.1 DIMENSIONNEMENT DU RÉGULATEUR

La méthode pour le dimensionnement d'un régulateur standard est basée sur le principe de la compensation des pôles du système à régler par les zéros du régulateur .

Après, on applique la méthode du lieu des racines en adoptant un amortissement relatif optimal.

Pour le système à régler avec comportement intégral, la fonction de transfert peut être exprimée sous la forme:

$$H(Z) = \frac{Q(Z)}{(Z-1)P'(Z)} \quad (6.1)$$

ou  $P'(Z)$  ne possède pas de racines à  $Z=1$  .

Soit la fonction de transfert du régulateur  $D(Z) = \frac{W(Z)}{R(Z)}$  (6.2)

On fait alors le choix du régulateur de sorte que:

$$W(Z) = K_2 \cdot P'(Z) \quad (6.3)$$

où  $K_2$  est un coefficient de proportionnalité que l'on déterminera selon le critère relatif optimal.

#### -Application du lieu des racines

En boucle ouverte, on a:

$$G_o(Z) = D(Z) \cdot G(Z) \quad \text{avec } G(Z) = K \frac{(S_1 Z + S_0)}{(Z-1)(Z-Z_0)}$$

On prend donc  $W(Z) = K_2(Z-Z_0)$  et  $R(Z) = Z$  pour un régulateur PD.

$$\text{D'où } G_o(Z) = K K_2 \frac{(S_1 Z + S_0)}{Z(Z-1)} \quad (6.4)$$

En boucle fermée, on a:



$$F(Z) = \frac{G_0(Z)}{1+G_0(Z)} \quad (6.5)$$

L'équation caractéristique est  $1+G_0(Z)=0$   
ou encore:

$$1+KK_2 \frac{(S_1 Z + S_0)}{Z(Z-1)} = 0 \quad (6.6)$$

Le lieu commence aux pôles  $p=0$  et  $p=1$ . Une branche se termine au zéro  $Z = -\frac{S_0}{S_1}$  et l'autre tend vers  $-\infty$ .

Pour les racines complexes, le lieu forme un cercle de centre  $-\frac{S_0}{S_1}$  et de rayon: 
$$\frac{\sqrt{S_0 S_1 + S_0^2}}{S_1}$$

(démonstration analytique, en posant  $Z=x+iy$ )

#### -Calcul de $K_p$ , $K_d$

Pour un régulateur PD,  $W(Z) = C_1 Z + C_0$  (6.7)

$$\text{avec } C_1 = K_p(1+K_d)$$

$$C_0 = -K_p K_d$$

On pose  $C_1 Z + C_0 = K_2(Z - Z_0)$

En identifiant les deux membres, on trouve:

$$K_d = \frac{Z_0}{1-Z_0} \quad (6.8)$$

$$K_p = K_2(1-Z_0)$$

La fig 6.1 présente les réponses indicielles pour différentes valeurs de  $T$ .  $K_2$  est déterminé à l'aide du critère relatif optimal fig 6.2,  $K_1$  et  $K_d$  par les relations (6.8). En effet, on constate un bon amortissement et un phénomène transitoire rapide.

D'autre part, on remarque que l'augmentation de  $T$  diminue la rapidité de réglage.

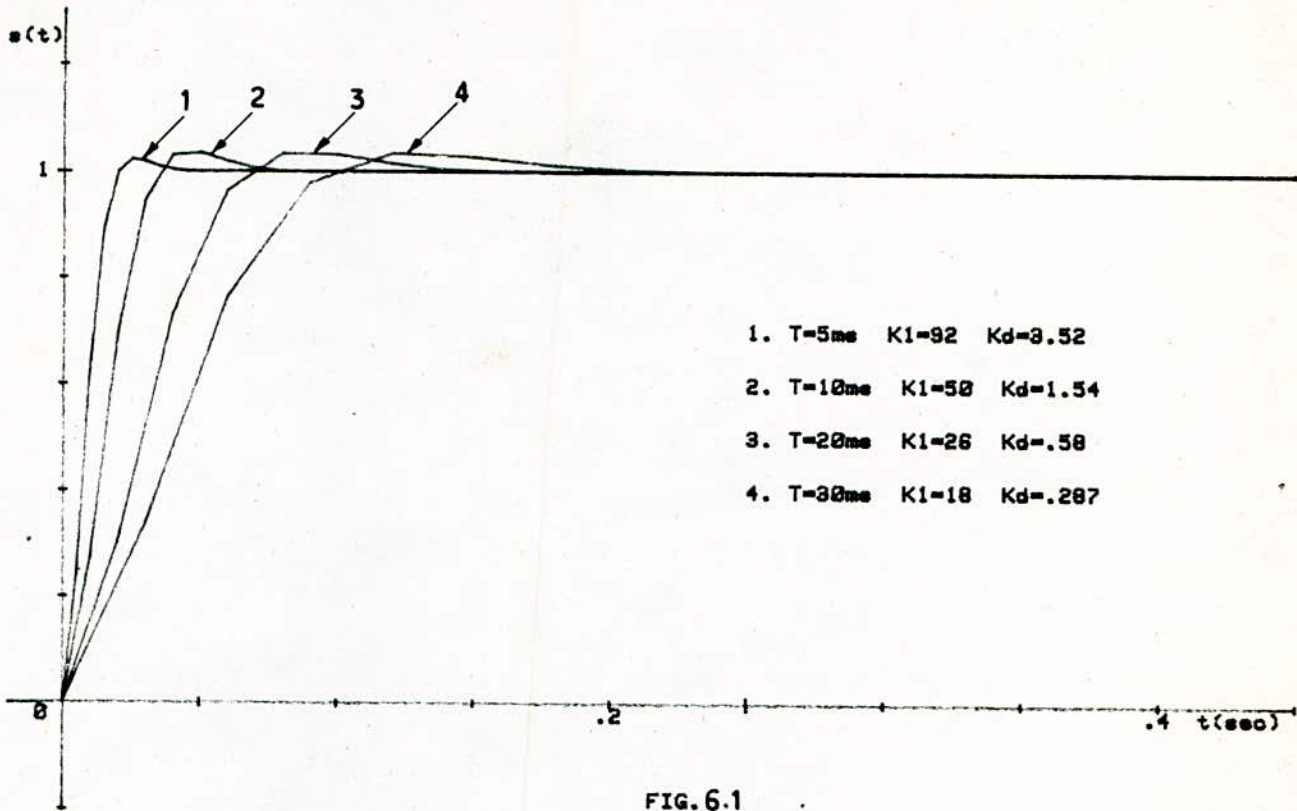


FIG. 6.1

REPONSES INDICIELLES POUR  $T_m=.02$   
 (Méthode de compensation des pôles ; influence de T)

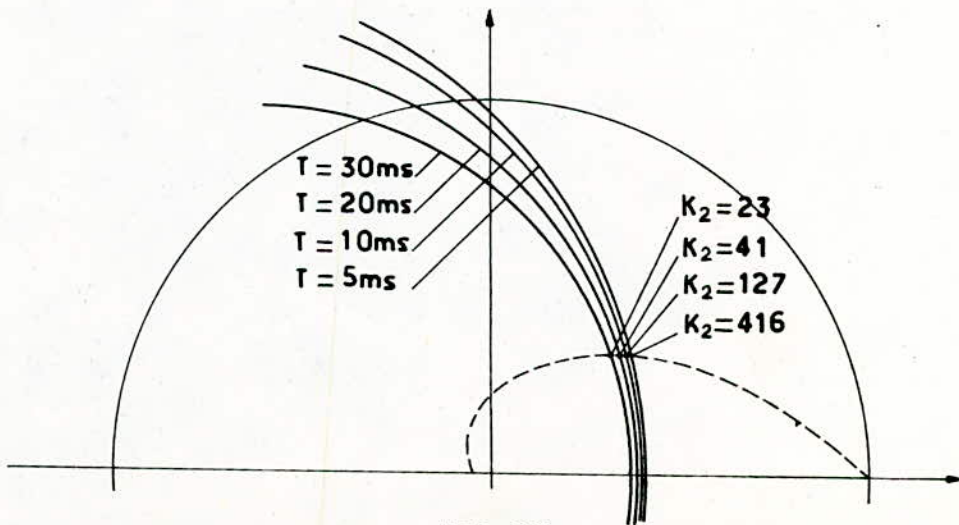


FIG. 6.2

(lieu des racines)

6.2 REGULATEUR OPTIMAL

Un régulateur qui rend le temps de réponse minimal est déterminé totalement par l'objet que l'on veut contrôler.

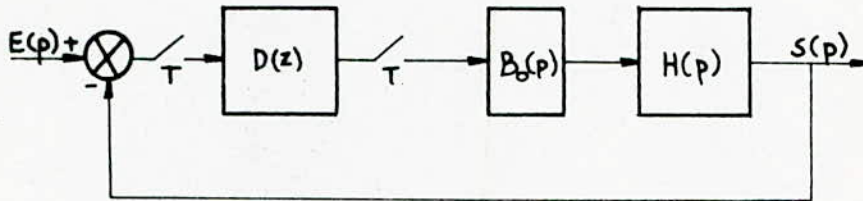


FIG. 6.3

$$G(p) = B_o(p) \cdot H(p)$$

$$G(Z) = K \frac{(S_1 Z + S_0)}{(Z-1)(Z-Z_0)} = \frac{Q(Z)}{P(Z)} \quad (6.9)$$

L'expression du régulateur en fonction de l'objet est:

$$D(Z) = \frac{P(Z)}{Z^n \cdot Q(1) - Q(Z)} \quad \text{avec } n: \text{ degré de } D(Z) \quad (6.10)$$

$$Q(Z) = K(S_1 Z + S_0)$$

$$Q(1) = KT(1 - Z_0)$$

$$P(Z) = Z^2 - Z(Z_0 + 1) + Z_0, \quad n=2$$

On obtient:

$$D(Z) = \frac{b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0}{a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (6.11)$$

avec

$$b_2 = 1$$

$$b_1 = -(Z_0 + 1)$$

$$b_0 = Z_0$$

$$a_2 = KT(1 - Z_0)$$

$$a_1 = -K(T + T_m Z_0 - T_m)$$

$$a_0 = -K(T_m - T_m Z_0 - T Z_0)$$



-Algorithme de réglage

$$\text{Soit } D(Z) = \frac{U(Z)}{E(Z)} \quad (6.12)$$

L'équation récurrente du régulateur est déterminée par la méthode de l'équation aux différences.

$$\begin{aligned} U(0) &= E(0)/a_2 \\ U(T) &= (E(T) + b_1 E(0) - a_1 U(0))/a_2 \\ U(nT) &= (E(nT) + b_1 E((n-1)T) + b_0 E((n-2)T) \\ &\quad - a_1 U((n-1)T) - a_0 U((n-2)T))/a_2 \end{aligned} \quad (6.13)$$

-Réponse indicielle

Considérons le schéma indiqué sur la figure 6.3 , dans lequel

$$D(Z) = \frac{b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0}{a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (6.14)$$

$$B_0(p) = \frac{(1 - \exp(-pT))}{p} \quad (6.15)$$

$$H(p) = \frac{K}{p(Tmp+1)} \quad (6.16)$$

en posant:  $S1 = T + T_m Z_0 - T_m$

$$S0 = T_m - T_m Z_0 - T Z_0 \quad (6.17)$$

$$G(p) = B_0(p) \cdot H_2(p)$$

La fonction de transfert du système est:

$$(6.18) \quad F(Z) = \frac{D(Z) \cdot G(Z)}{1 + D(Z) \cdot G(Z)} = \frac{d_3 Z^3 + d_2 Z^2 + d_1 Z + d_0}{c_4 Z^4 + c_3 Z^3 + c_2 Z^2 + c_1 Z + c_0} = \frac{S(Z)}{E(Z)}$$

avec

$$d_3 = K b_2 S1$$

$$d_2 = K(b_1 S1 + b_2 S0)$$

$$d_1 = K(b_0 S1 + b_1 S0)$$

$$d_0 = K S0 b_0$$

$$c_4 = a_2$$

$$c_3 = a_1 - a_2 Z_0 - a_1 + d_3$$

$$c_2 = a_2 Z_0 - a_1 Z_0 - a_1 + a_0 + d_2$$

$$c_1 = a_1 Z_0 - a_0 Z_0 - a_0 + d_1$$

$$c_0 = a_0 Z_0 + d_0$$

En appliquant la méthode de l'équation aux différences, on obtient:

$$\begin{aligned} s(0) &= 0 \\ s(T) &= (d_3 e(0))/c_4 \\ s(2T) &= (d_3 e(T) + d_2 e(0) - c_3 s(T))/c_4 \\ s(3T) &= (d_3 e(2T) + d_2 e(T) + d_1 e(0) - c_3 s(2T) - c_2 s(T))/c_4 \end{aligned}$$

Par récurrence, la sortie à l'instant d'échantillonnage  $nT$  est:

$$s(nT) = (d_3 e((n-1)T) + d_2 e((n-2)T) + d_1 e((n-3)T) + d_0 e((n-4)T) - c_3 s((n-1)T) - c_2 s((n-2)T) - c_1 s((n-3)T) - c_0 s((n-4)T))/c_4 \quad (6.19)$$

Pour une réponse indicielle:

$$e(0) = e(1) = \dots = e(nT) = 1$$

D'où

$$\begin{aligned} s(0) &= 0 \\ s(T) &= d_3/c_4 \\ s(2T) &= (d_3 + d_2 - c_3 \cdot s(T))/c_4 \\ s(3T) &= (d_3 + d_2 + d_1 - c_3 s(2T) - c_2 s(T))/c_4 \\ s(nT) &= (d_3 + d_2 + d_1 + d_0 - c_3 s((n-1)T) - c_2 s((n-2)T) - c_1 s((n-3)T) - c_0 s((n-4)T))/c_4 \end{aligned} \quad (6.20)$$

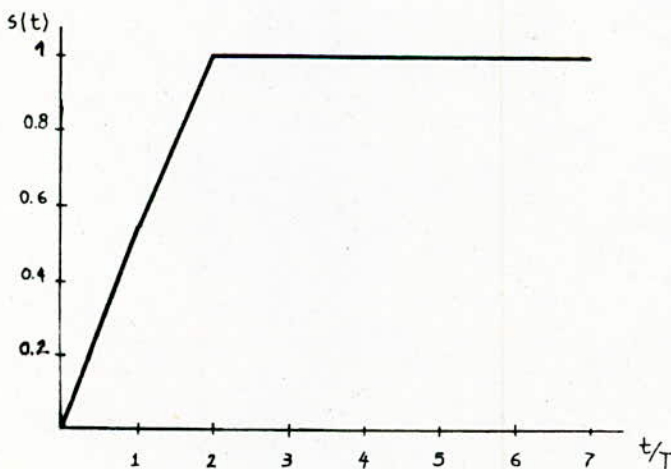


Fig. 6.4  
Réponse indicielle  
pour  
 $T = 0.01$   $T_m = 0.02$   $\kappa = 20$

Avec le régulateur optimal le comportement transitoire est meilleur. La valeur finale est atteinte après deux périodes d'échantillonnage seulement.

## T R O I S I E M E      P A R T I E

R E A L I S A T I O N   D ' U N   S Y S T E M E   D E   S E R V O M E C A N I S M E



## A. ELEMENTS DE LA COMMANDE

### A.1 LE MICRO-ORDINATEUR

Le micro-ordinateur utilisé est le ZX Spectrum + , avec le microprocesseur Z80 comme unité centrale.

Le langage machine utilisé par le ZX Spectrum + est le BASIC. Cependant, la programmation en assembleur est aussi possible.

Caractéristiques techniques:

-Mémoire (ROM): 16 K

-Mémoire (RAM): 48 K

-Fréquence de l'horloge: 2.5MHz

### A.2 LES INTERFACES

#### A.2.1 Carte de base (type KAP 208)

Elle permet la liaison de toutes les cartes de type "entrées" et de type "sorties" avec le micro-ordinateur.

Les adresses de sélection sont indiquées par des chiffres: 31, 63, 95 et 127.

-branchement:

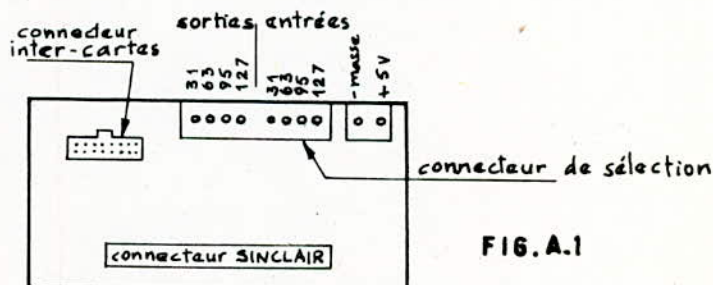


FIG. A.1

#### A.2.2 Carte 1: 8 entrées analogiques (KAP 303)

Elle permet de mesurer 8 signaux compris entre 0 et 5V. Dans notre cas, on a utilisé une seule entrée pour détecter la position du moteur par l'intermédiaire du potentiomètre. La durée de conversion est environ 100 micro secondes.

-branchement:

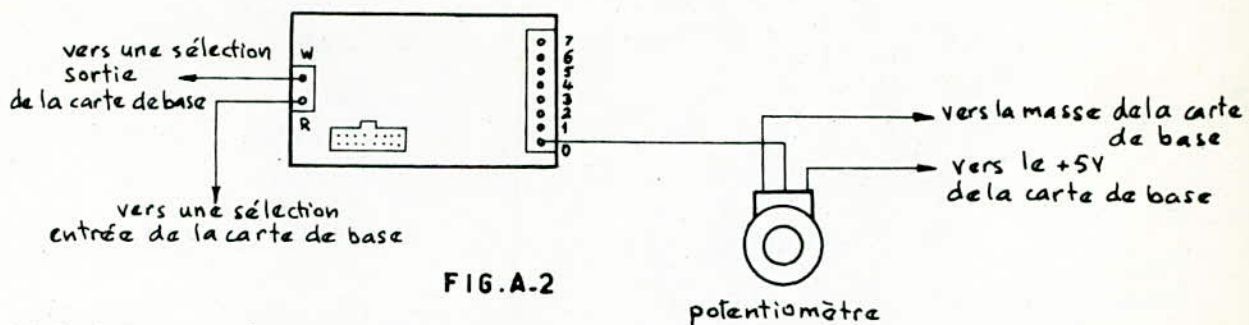


FIG.A-2

### A.2.3 Carte 2 (KAP 403)

La carte utilisée est celle du moteur pas-à-pas unipolaire. Elle permet d'envoyer à l'amplificateur une tension 0 ou 5V pour inverser le sens de rotation du moteur.

La figure A.3 montre le branchement de cette carte.

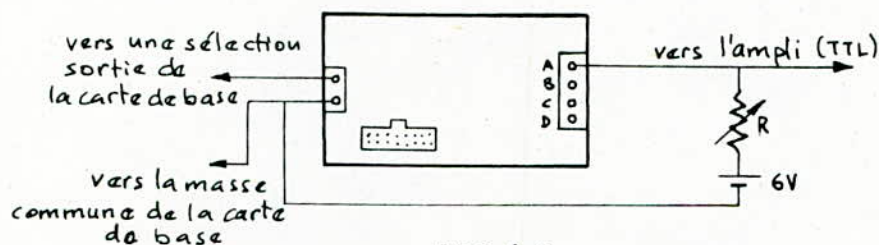


FIG.A.3

Remarque: Si on avait une carte à plusieurs sorties analogiques, on pourrait utiliser une sortie pour la commande du moteur et une autre pour l'inversion du sens.

### A.2.4 Carte 3: 1 sortie analogique (KAP 404)

Elle délivre une tension comprise entre 0 et 2.56V sous le contrôle du micro-ordinateur.

Le temps d'établissement du signal est inférieur à 1 microseconde, la précision absolue est meilleure que 1%.

-branchement:

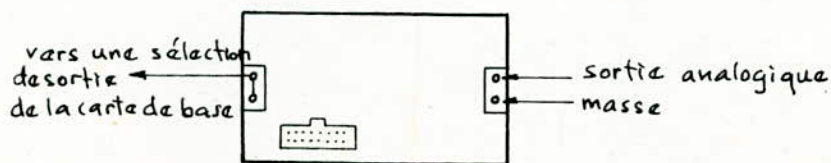


FIG.A.4

### A.3 AMPLIFICATEUR

L'ordinateur, par l'intermédiaire du CNA, délivre un signal de très faible puissance. Pour alimenter le moteur, on doit insérer un élément permettant de fournir une puissance adéquate. L'amplificateur utilisé est celui de la fig A.5 .

On peut distinguer quatre blocs:

- Bloc 1: consiste à adapter l'impédance. Pour cela, deux amplis opérationnels( $\mu A 741$ ) sont utilisés.
- Bloc 2: permet l'amplification en puissance du signal sortant du bloc 1. Il utilise deux transistors de puissance montés en push-pull.
- Bloc 3: un commutateur électronique simple pour inverser la polarité à la sortie de l'ampli push-pull(bloc 2).
- Bloc 4: une alimentation stabilisée classique qui peut générer une tension symétrique  $+V_c$  et  $-V_c$  par rapport à la masse.

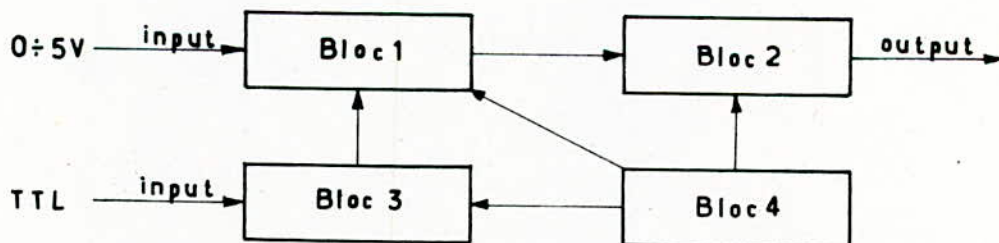


FIG.A-5

La caractéristique et le schéma de l'amplificateur sont représentés en annexe.

#### -Gain de l'amplificateur:

IL est déterminé à partir de la caractéristique linéaire ( voir annexe).

$$K_a = \frac{V_s}{V_e} \approx 3$$



#### A.4 MOTEUR

Il s'agit d'un moteur à courant continu à excitation indépendante de faible puissance.

-Excitation:            tension : 12V  
                           courant : 0.25A  
                           coefficient de f.c.é.m :  $K_E = 0.053$  MKSA

-Induit :                résistance : 4.2  $\Omega$   
                           moment d'inertie (total) :  $J_t = 133.8 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$   
                           coefficient de couple :  $K_C = 0.053$  MKSA

-Constante du moteur:

$$K_m = \frac{1}{K_E} = 18.87$$

-Constante de temps mécanique:

$$T_m = \frac{R J_t}{K_E K_C} = 0.2 \text{ sec}$$

#### A.5 POTENTIOMETRE, REDUCTEUR

##### A.5.1 Potentiomètre

caractéristiques:

- Résistance maximale: 10 k $\Omega$
- Nombre de tours: 10
- Alimentation: 5V
- Type linéaire

$$\text{Gain: } K_{\text{pot}} = \frac{5}{20\pi} = 0.0796$$

##### A.5.2 Réducteur

La première poulie de rayon r est montée sur l'arbre du moteur, La deuxième de rayon R sur le potentiomètre. Le gain est déterminé par le rapport r/R.

$$\begin{aligned} -r &= 2 \text{ cm} \\ -R &= 6.2 \text{ cm} \end{aligned} \quad \text{d'où } K_{\text{red}} = 0.317$$

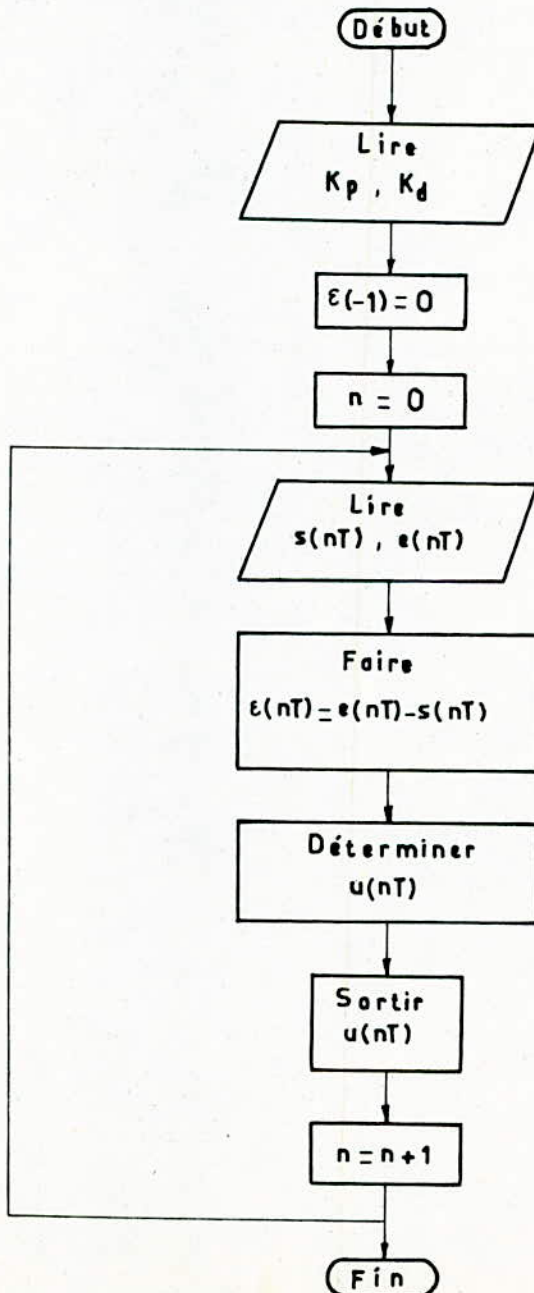
$$\text{Gain total: } K = K_m \cdot K_{\text{pot}} \cdot K_{\text{amp}} \cdot K_{\text{red}} = 1.428$$

## B. ALGORITHME DE REGLAGE

### B.1 REGULATEUR (PD)

Relation de base:  $U(nT) = K_p \cdot (\epsilon(nT) + K_d(\epsilon(nT) - \epsilon((n-1)T)))$

#### B.1.1 Organigramme





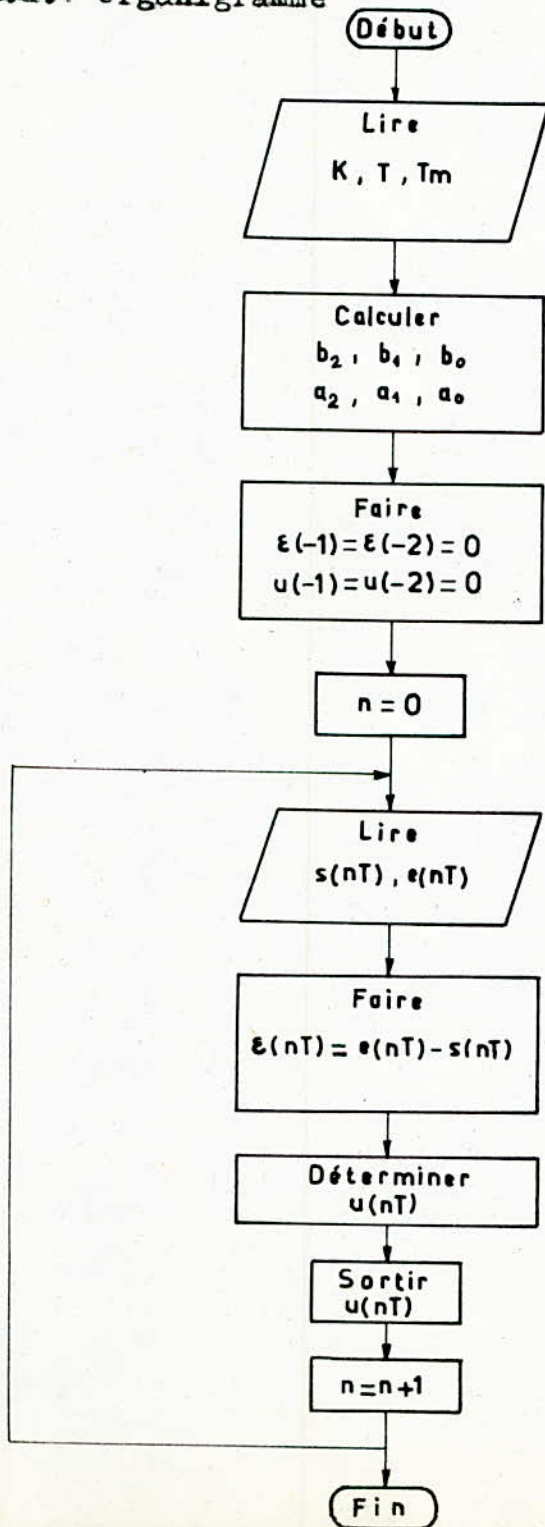


## B.2 REGULATEUR OPTIMAL

Relation de base:

$$U(nT) = (\varepsilon(nT) + b_1 \varepsilon((n-1)T) + b_0 \varepsilon((n-2)T) - a_1 u((n-1)T) - a_0 u((n-2)T)) / a_2$$

### B.2.1 Organigramme







## C. COMMANDE

### C.1 FONCTIONNEMENT

Au moyen du montage de la figure C.1 , il est possible de commander la position angulaire de l'arbre du moteur.

Cette position est détectée par un potentiomètre délivrant une tension comprise entre 0 et 5V qui est convertie en nombre par le CAN . Pour les convertisseurs à 8 bits, ce nombre varie de 0 à 255.

Le calculateur effectue ensuite le traitement à l'aide d'un programme et donne l'ordre au moteur de tourner jusqu'à la position désirée.

#### Remarques

-La valeur maximale de la grandeur de commande correspond au chiffre 255 . Ceci limite les performances du système .

-Le moteur utilisé présente une caractéristique non linéaire. Le démarrage n'est possible qu'à partir d'une certaine tension seuil. On élimine cette zone morte en ajoutant dans le programme une valeur correspondant à la tension seuil. Ceci permet de linéariser le système et d'obtenir une bonne régulation.

### C.2 RESULTATS

La fig C.3.b montre que l'influence de  $K_p$  obtenue en pratique est similaire à celle obtenue en théorie. Cependant, dans la pratique on observe bien l'effet de l'inertie du moteur au démarrage. On obtient à peu-près la même réponse pour des valeurs de  $K_p$  rigoureusement proches. Effectivement lorsque  $K_p$  augmente (fig C.4.b ) le système s'approche de l'instabilité et devient instable (fig C.5.b ) à partir d'une certaine valeur de  $K_p$  .

L'influence de  $T$  en pratique est représentée aux figures C.6 C.7 et C.8 . Elles justifient bien les constatations faites en théorie.



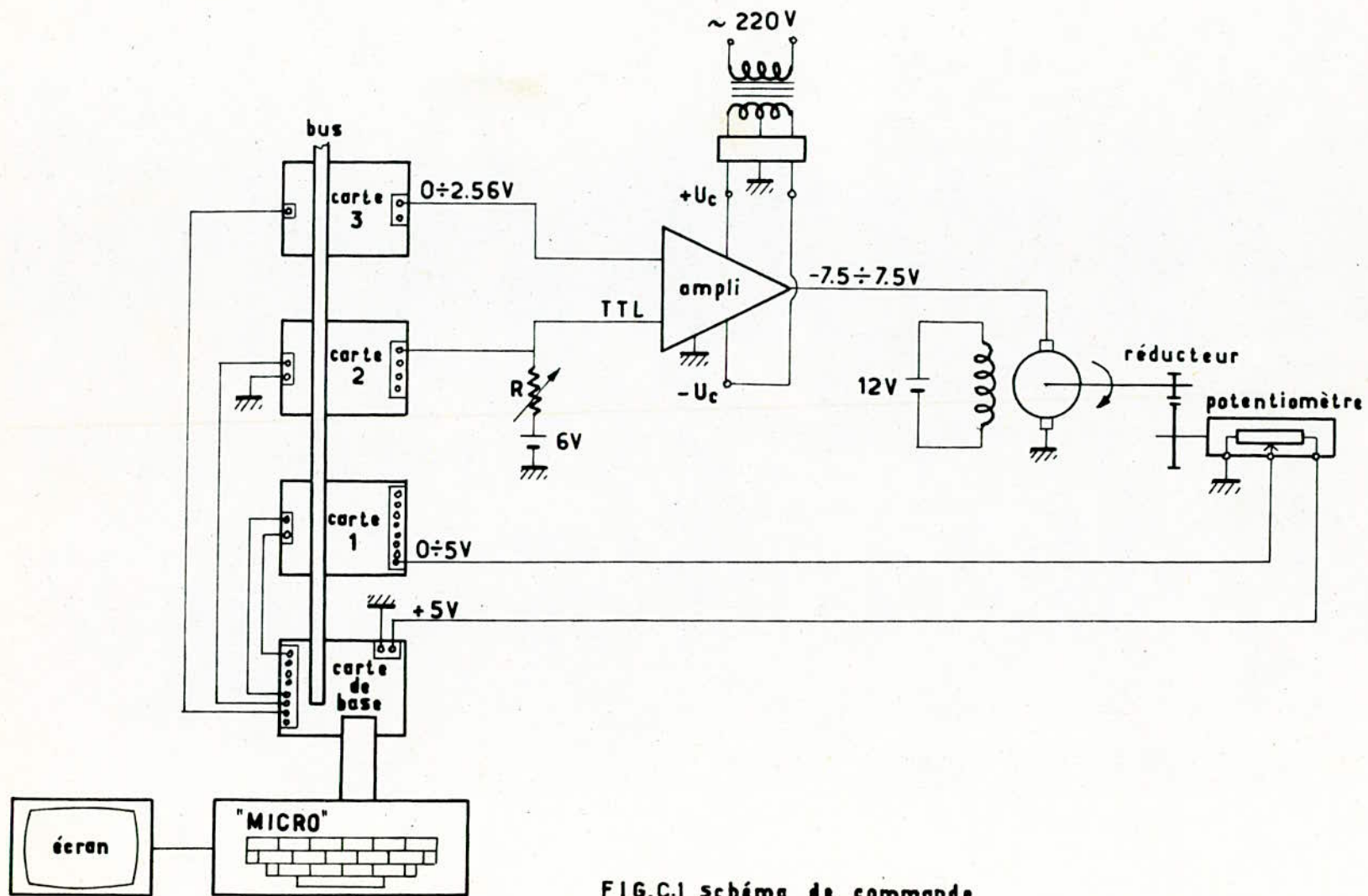


FIG.C.1 schéma de commande

La fig C.9 montre l'allure de la réponse du système correspondant à la méthode de compensation des pôles . Cette réponse ne correspond pas exactement à la réponse optimale, étant donné que les paramètres du système ne sont pas déterminés avec une grande précision.

Le régulateur optimal fig C.10 a donné de bon résultats par rapport au régulateur standard. En effet, pour une entrée échelon la réponse du système est plus rapide, et plus on augmente T plus le système devient lent. La fig C.2 montre la réponse du système pour plusieurs valeurs de la consigne.

### Remarques

-Dans la pratique nous avons observé qu'avec un régulateur PD l'erreur en régime statique est presque nulle , ceci justifie l'hypothèse faite en théorie que l'objet de la commande est un intégrateur.

-Le langage que nous avons adopté pour la commande du moteur est le BASIC .La période d'échantillonnage mesurée pour le régulateur PD est de 0.24 s . Ce langage est trop lent pour le système, c'est pourquoi il serait très intéressant de programmer en assembleur, avec lequel les performances du système seront meilleures.

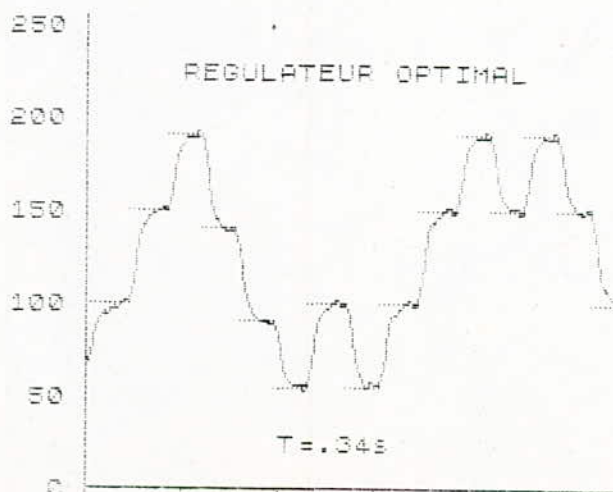


FIG.C.2

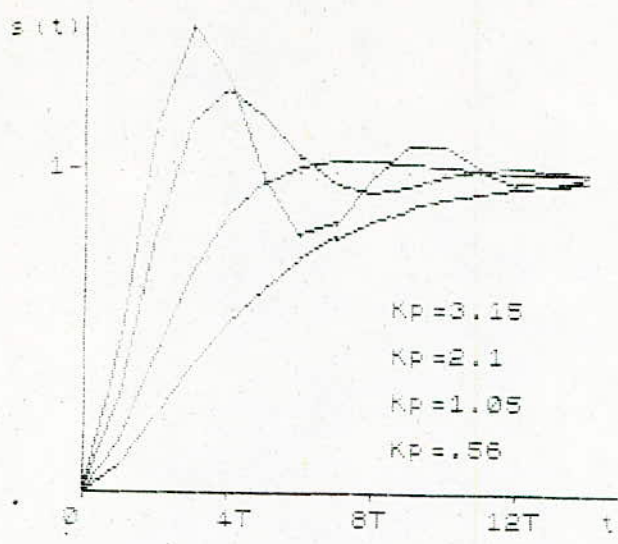


FIG. C.3.a

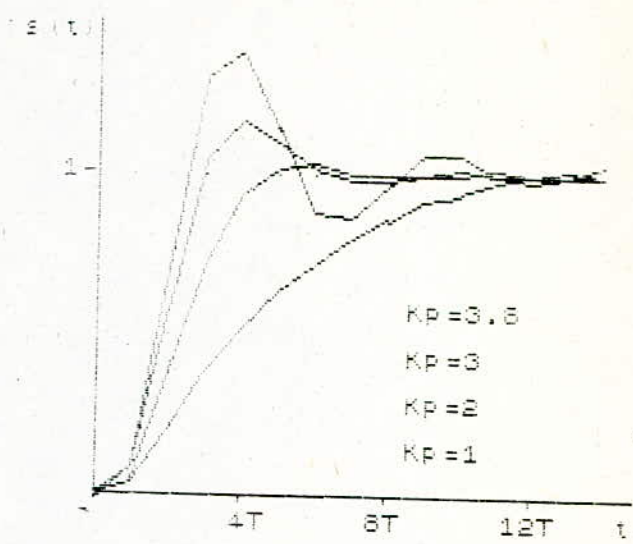


FIG. C.3.b

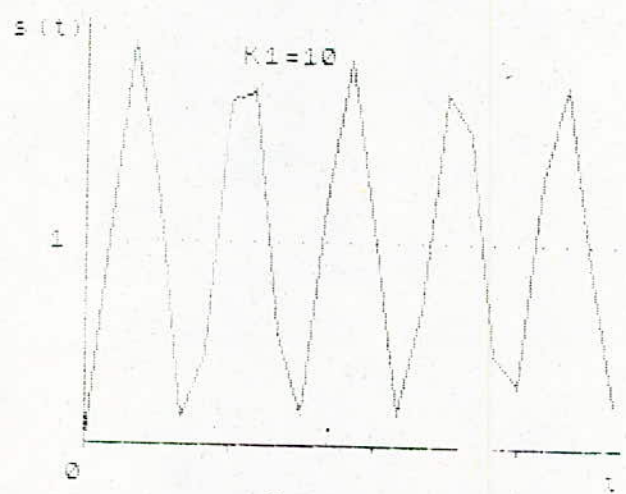


FIG. C.4.a

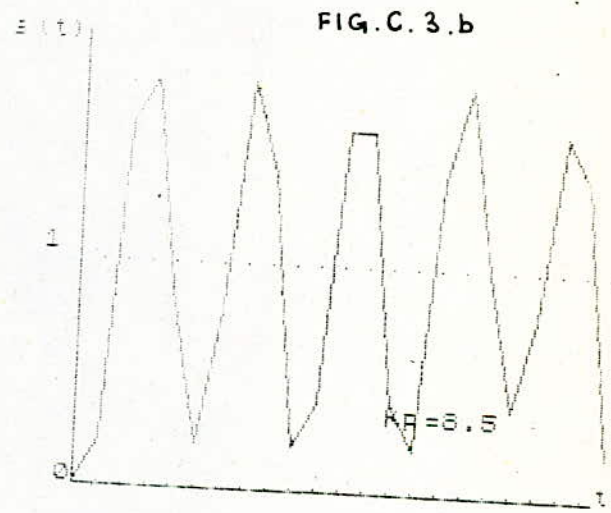


FIG. C.4.b

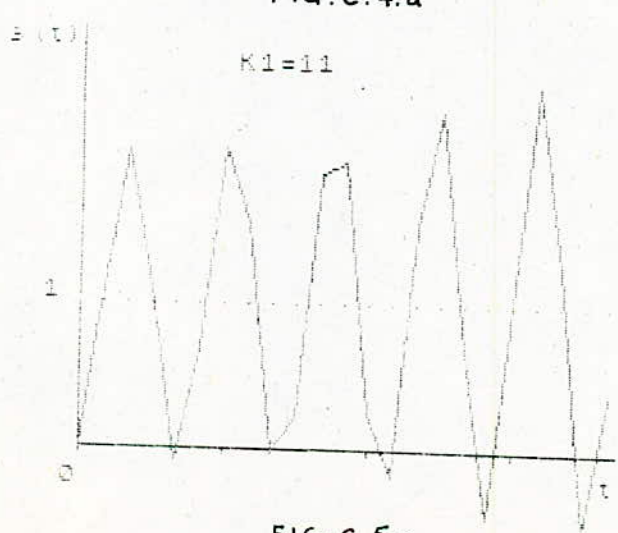


FIG. C.5.a

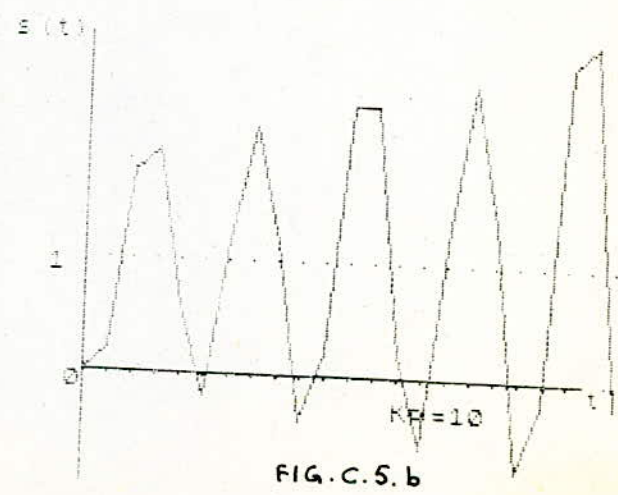


FIG. C.5.b

*courbes théoriques*

*courbes pratiques*



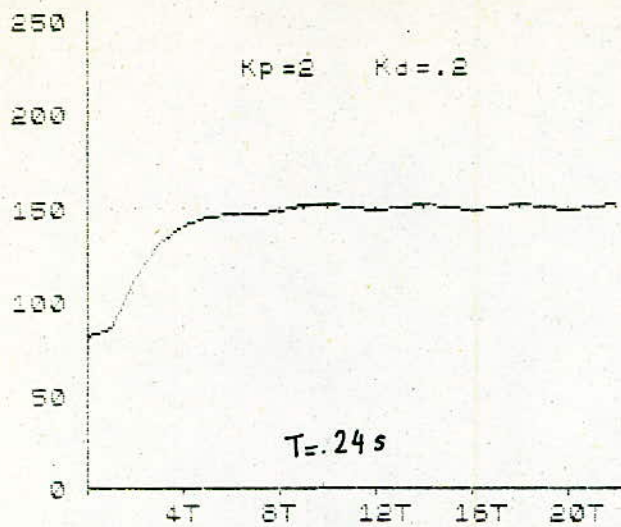


FIG. C.6

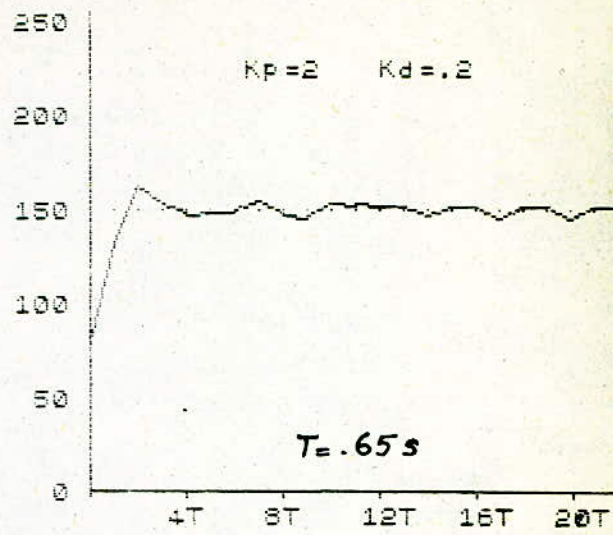


FIG. C.7

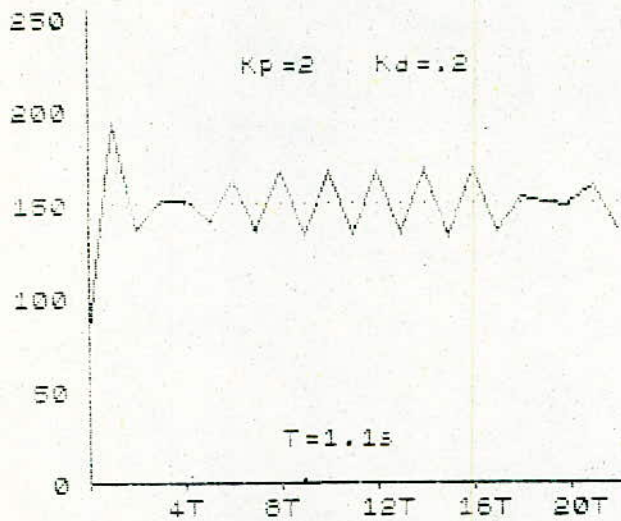


FIG. C.8

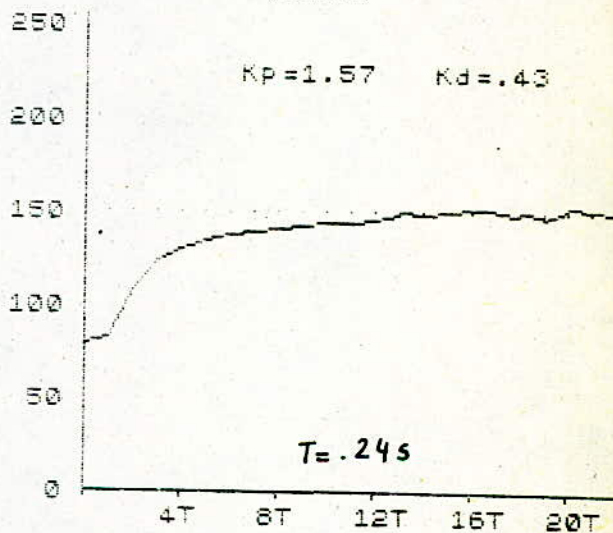


FIG. C.9

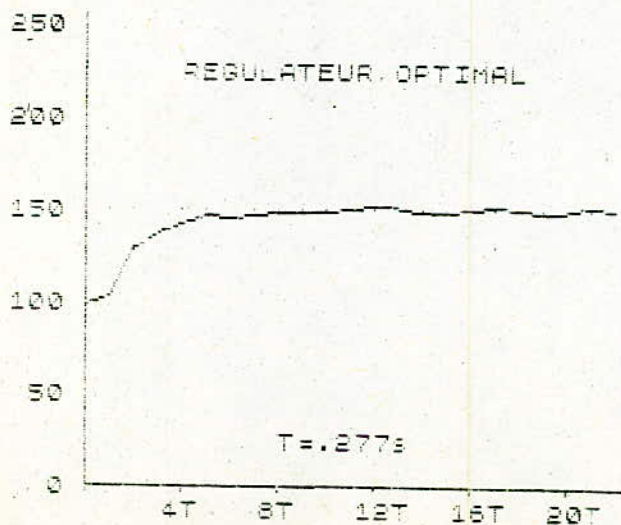


FIG. C.10

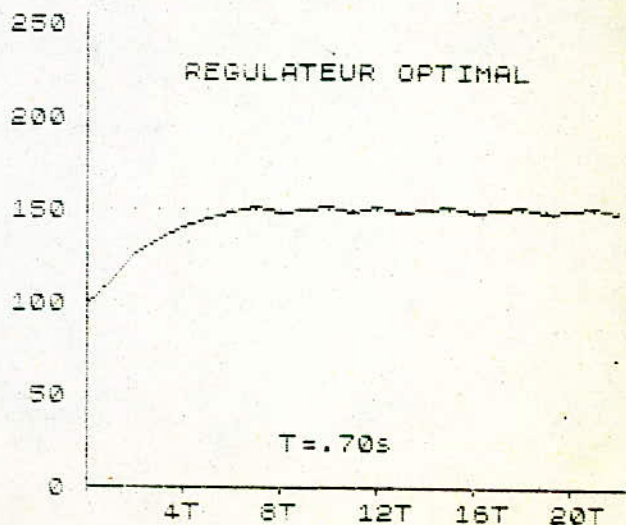


FIG. C.11

## CONCLUSIONS

Tout au long de notre étude , nous avons présenté la méthode approximative de la transformation en Z classique . Cette approche simple a donné des résultats qui sont vérifiés par l'expérience .

Pour les performances du système, il faut tenir compte de tous les éléments constituant la boucle de réglage . La précision peut être améliorée en utilisant un microprocesseur à 16 bits de la nouvelle génération .

Le régulateur qui donne la réponse optimale est totalement déterminé par l'objet que l'on veut contrôler .

La période d'échantillonnage constitue le paramètre le plus important pour les systèmes échantillonnés . La qualité de réglage peut être améliorée en choisissant une valeur de T appropriée.

Enfin, cet exemple concret de la commande numérique nous a permis de mettre en évidence les possibilités d'un microcalculateur et les avantages à en attendre . Dans ce sens, nous souhaitons une continuité de ce travail en envisageant une étude développée .

B I B L I O G R A P H I E

- [1] M. AUMIAUX  
"Pratique de l'électronique"  
Tome 2: Comparateurs, filtres actifs, techniques numériques  
(Ed. Masson)
- [2] H. BUHLER  
"Réglages échantillonnés"  
Volume 1: Traitement par la transformation en Z  
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
- [3] J. FAURE  
"Emploi des ordinateurs"  
Introduction au software  
(Ed. Dunod)
- [4] TH. MAURIN, M. ROBIN  
"Les systèmes microprogrammés"  
Automates, mini et microprocesseurs  
(Ed. Dunod)
- [5] P. DE MIRIBEL  
"Principes des ordinateurs"  
(Ed. Dunod)
- [6] Y. SEVELY  
"Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés"  
(Ed. Dunod)
- [7] R. ZAKS  
"From chips to systems"  
An introduction to microprocessors  
The Sybex Library



5 /-----PROGRAMME 1-----

6 /

7 / (ETUDE DE STABILITE SELON JURY;n=3)

8 /

9 /

10 /

15 INPUT "K1=";K1

20 P=.1

30 T=.01

40 TM=.02

50 Z0=EXP(-T/TM)

60 S1=T+TM\*(Z0-1)

70 S0=-T\*Z0-TM\*(Z0-1)

80 KD=KD+P

90 B2=S1

100 B1=S0-S1\*KD/(1+KD)

110 B0=-S0\*KD/(1+KD)

120 A3=1

130 A2=-Z0-1+K1\*(1+KD)\*B2

140 A1=Z0+K1\*(1+KD)\*B1

150 A0=K1\*(1+KD)\*B0

160 IF ABS(A0)>=1 THEN 200

170 IF A3^2-A0^2<=A1\*A3-A0\*A2 THEN 200

180 IF A0+A1+A2+A3<=0 THEN 200

185 IF A0-A1+A2-A3>=0 THEN 200

190 GOTO 80

200 PRINT "KD=";KD

210 KD=0

220 GOTO 10

230 END

1 /-----PROGRAMME 2-----

2 /

3 / (LIEU DES RACINES)

4 /

5 INPUT "K1=";K1

7 INPUT "KD=";KD

9 INPUT "T=";T

11 INPUT "TM=";TM

13 Z0=EXP(-T/TM)

15 S1=T+TM\*(Z0-1)

17 S0=-T\*Z0-TM\*(Z0-1)

19 F=K1\*(1+KD)

21 B2=S1\*F

23 B1=(S0-S1\*KD/(1+KD))\*F

25 B0=(-S0\*KD/(1+KD))\*F

27 A2=-Z0-1+B2

29 A1=Z0+B1

31 A0=B0

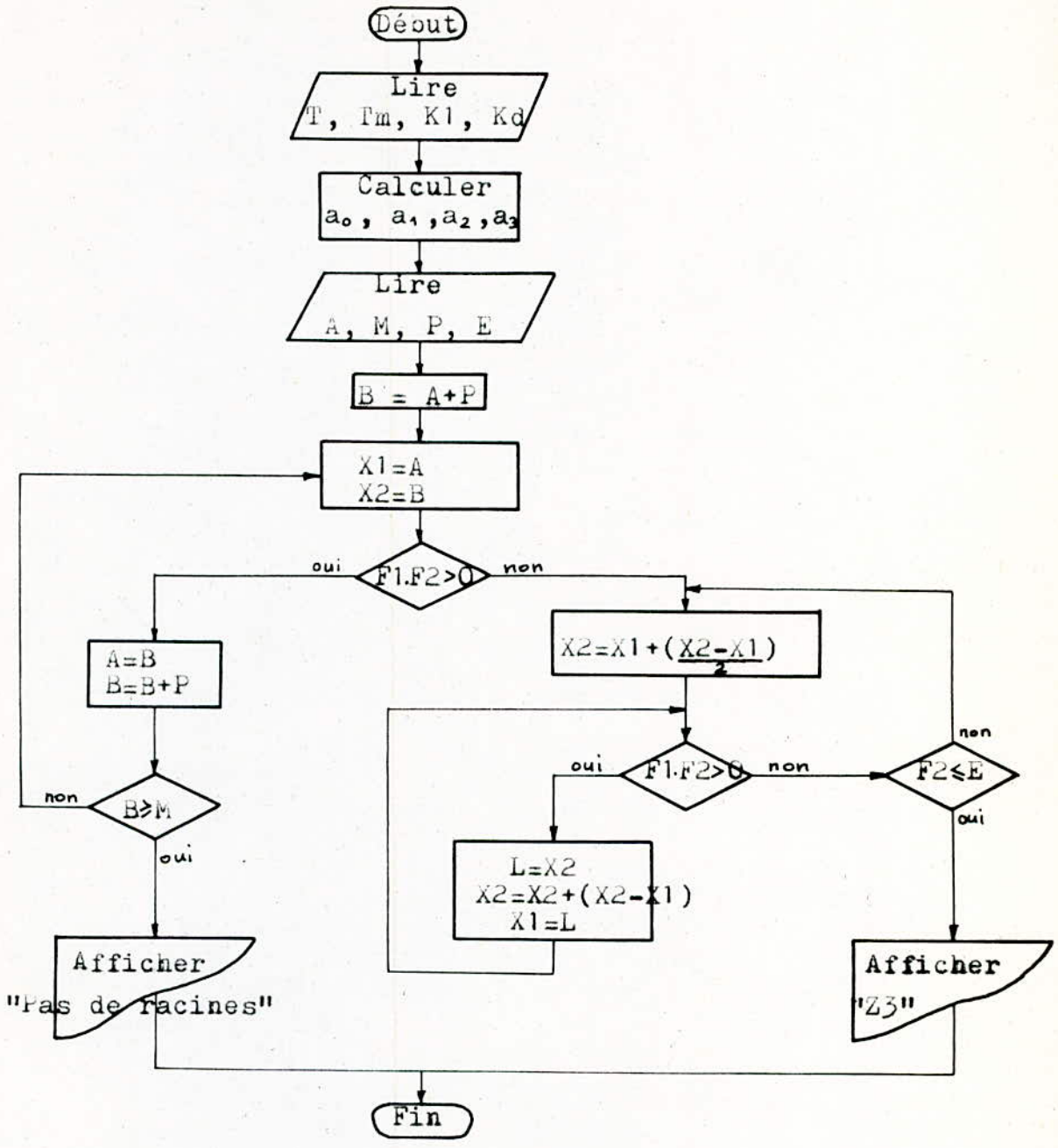
33 A3=1

```

71 /
72 /
73 /           CALCUL DE LA PREMIERE RACINE
74 /           PAR LA METHODE DES DICHOTOMIES SUCCESSIVES
75 A=-6           / INTERVALLE: (A,M)
76 M=2
77 P=.1           / PAS
80 E=.0001       / PRECISION
90 B=A+P
100 X1=A
110 X2=B
120 F1=A3*X1^3+A2*X1^2+A1*X1+A0
130 F2=A3*X2^3+A2*X2^2+A1*X2+A0
140 IF F1*F2>0 THEN 240
150 X2=(X2-X1)/2+X1
160 F1=A3*X1^3+A2*X1^2+A1*X1+A0
170 F2=A3*X2^3+A2*X2^2+A1*X2+A0
180 IF F1*F2>0 THEN 205
190 IF F2<=E THEN 280
200 GOTO 150
205 L=X2
220 X2=2*X2-X1
224 X1=L
230 GOTO 160
240 A=B
250 B=B+P
260 IF B>=M THEN 300
270 GOTO 100
280 / RACINE X2
290 GOTO 320
300 PRINT"PAS DE RACINES"
310 STOP
315 /
316 /           CALCUL DES DEUX AUTRES RACINES
317 /
320 C2=A3
330 C1=A2+X2*A3
340 C0=A1+(A2+A3*X2)*X2
345 PRINT"C2=";C2,"C1=";C1,"C0=";C0
350 D=C1^2-4*C2*C0
355 PRINT"DET=";D
360 IF D<0 THEN 470
370 IF D=0 THEN 430
380 Z1=(-C1+D^.5)/(2*C2)
390 Z2=(-C1-D^.5)/(2*C2)
410 PRINT"Z1=";Z1,"Z2=";Z2,"Z3=";X2
420 STOP
430 Z1=-C1/2/C2
450 PRINT"Z1,2=";Z1,"Z3=";X2
460 STOP
470 D=ABS(D)
480 V=-C1/2/C2
490 J=D^.5/2/C2
510 PRINT"Z1=";V;" +j";J,"Z2=";V;" -j";J
520 PRINT"Z3=";X2
530 END

```





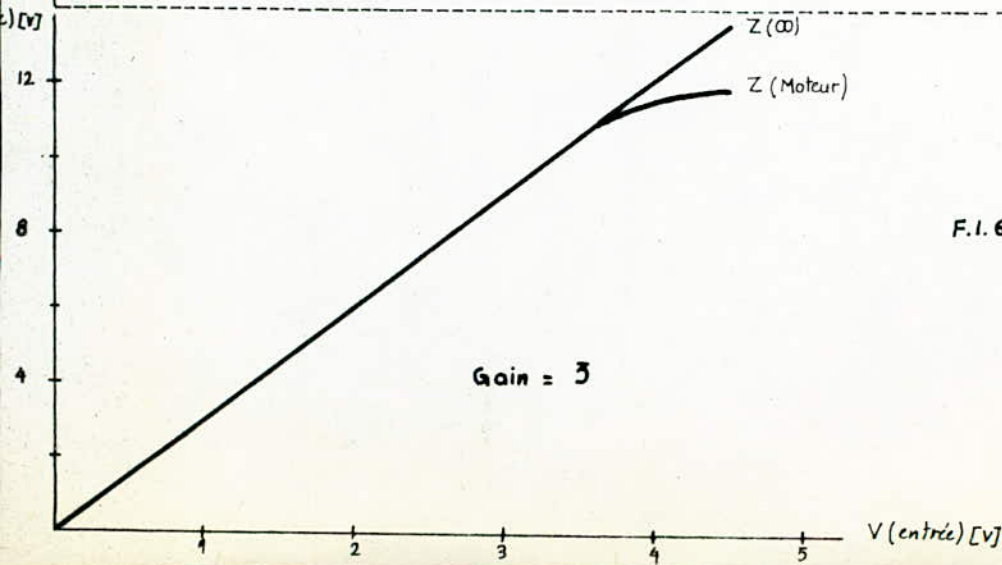
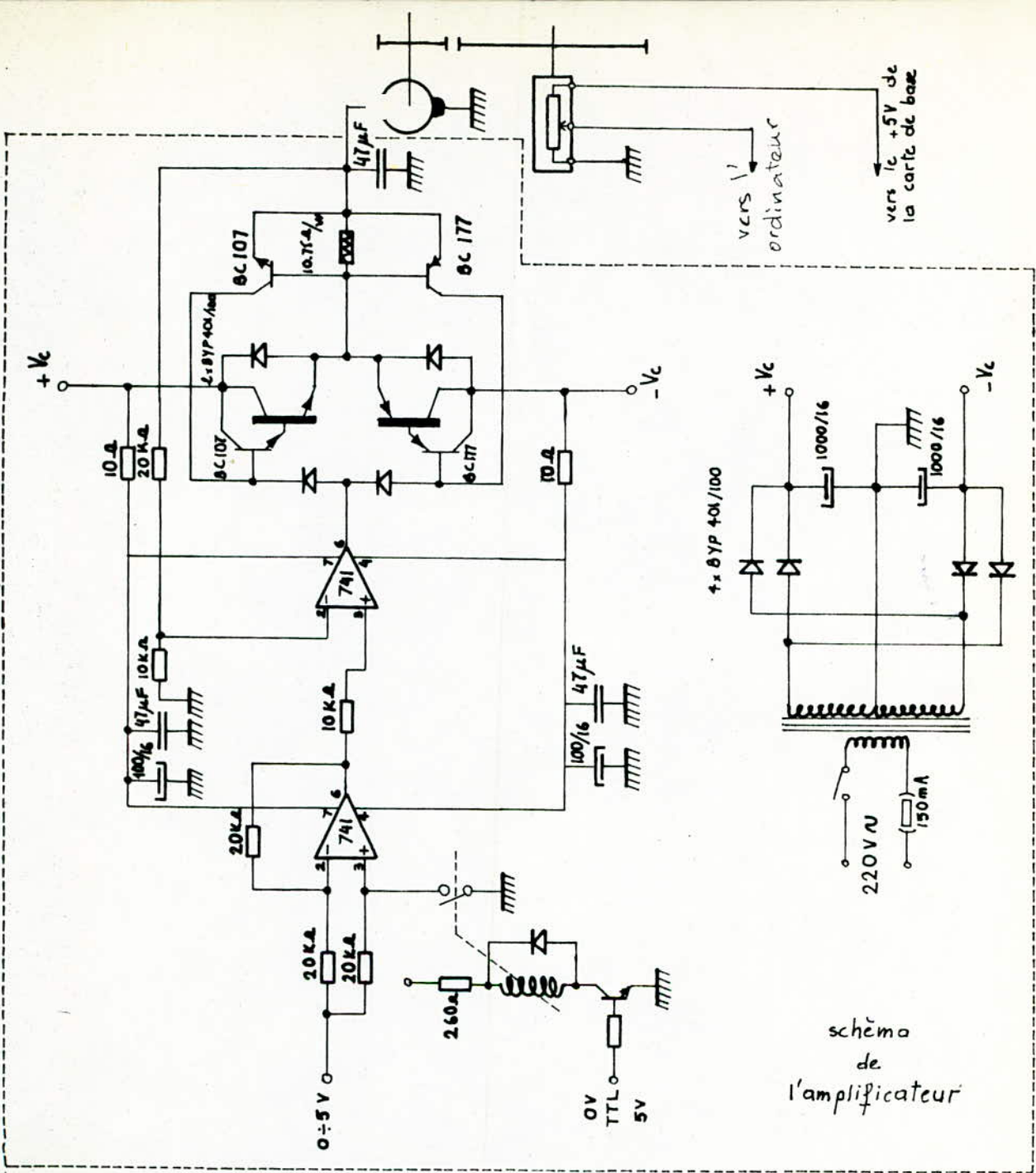
Organigramme: lieu des racines



```

1 / -----PROGRAMME 3-----
2 /
3 /
4 / (REPONSE INDICIELLE)
5 /
6 /
10 DIM S(3000)
12 P=2
14 M=100
20 INPUT "K1=" ;K1
30 INPUT "KD=" ;KD
40 T=.01
50 TM=.02
60 Z0=EXP(-T/TM)
70 S1=T+TM*(Z0-1)
72 S0=-T*Z0-TM*(Z0-1)
73 F=K1*(1+KD)
74 C2=S1
76 C1=S0-S1*K2/(1+KD)
78 C0=-S0*K2/(1+KD)
79 B2=C2*F
80 B1=C1*F
81 B0=C0*F
82 A2=-Z0-1+ B2
84 A1=Z0+B1
86 A0=B0
87 A3=1
88 PRINT "K1=" ;K1,"KD=" ;KD,"T=" ;T,"TM=" ;TM
126 /
128 /
130 S(1)=B2/A3
140 S(2)=-A2*B2/A3^2+(B1+B2)/A3
150 FOR N=3 TO M
160 S(N)=(-A2*S(N-1)-A1*S(N-2)-A0*S(N-3)+B2+B1+B0)/A3
170 NEXT N
180 I=0
190 PRINT "S("I")=" ;S(I);TAB(40);"S("I+P")=" ;S(I+P)
195 I=I+2*P
200 IF I>M THEN 220
210 GOTO 190
220 STOP

```



F.1.6 caractéristique de l'amplificateur.