

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

3/00

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

2x

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



Projet de Fin d'Etudes

Etude des Ondemetres A Cavites
Resonantes et A Constantes Localisees



Proposé par :
M^r ANGUELOV

Etudié par :
MM. ALLOUCHE M.
et
RACHEDI A.



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE ET D'ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

(INGENIORAT EN ELECTRONIQUE)

ETUDE DES ONDEMETRES A CAVITES RESONANTES
ET A CONSTANTES LOCALISEES .

PROPOSE PAR :

M. ANGUELOV.
PROF. A L'E.N.P.A

ETUDIE PAR :

MM. ALLOUCHE M.
ET RACHEDI A.

JUIN 1980

DEDICACES

A mes parents,
à mes frères et soeurs,
à mes oncles et à tous
les amis.

A la mémoire de mon père,
et tous ceux qui me sont
proches de sang ou de coeur.

M. ALLOUCHE

A. RACHEDI

REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promoteur Monsieur ANGELOV, professeur à L' E.N.P.A., pour les discussions concernant le sujet sur les Ondemètres.

Nous profitons, en outre de l'occasion qui nous est offerte, pour remercier Monsieur A. CHIKH, Ingénieur Subdivisionnaire à l'Hydraulique de Bordj-Ménaiel, ainsi que tout le personnel en particulier Messieurs A. HAMMADI et A. MAMMERI qui nous ont grandement aidé à la frappe et au tirage.

Que ceux qui ont contribué à notre formation trouvent ici nos remerciements.

TABLE DES MATIERES

-GENERALITES

-ONDEMETRES A CAVITES RESONANTES

1) INTRODUCTION

2) ETUDE DES CAVITES RESONANTES

- 2.1.-Definition d'une cavite
- 2.2.-Etude d'une cavite ideale en oscillations libres non amorties
 - 2.2.1.-Equations du champ electromagnetique
 - 2.2.2.-Frequences propres
 - 2.2.3.-Abaque donnant les frequences de resonances d'une cavite cylindrique
 - 2.2.4.-Configuration des champs
 - 2.2.5.-Bilan energetique
- 2.3.-Etude d'une cavite isolee reelle en oscillations libres amorties.
 - 2.3.1.-Amortissement et coefficient de qualite
 - a)-Definitions
 - b)-Courbe de reponse
 - c)-Expression du coefficient de qualite Q_0 dû aux pertes ohmiques dans les parois
 - d)-Expression du coefficient de qualite Q_d dû aux pertes dielectriques
 - 2.3.2.-Determination du circuit electrique R,L,C equivalent de la cavite
 - a)-Circuit equivalent parallele
 - b)-Circuit equivalent serie
- 2.4.-Etude d'une cavite couplée, en oscillations forcées
 - 2.4.1.-Cavite montée en réflexion ou en absorption
 - 2.4.2.-Cavite montée en transmission
 - 2.4.3.-Etude des couplages

3) ONDEMETRES A CAVITES RESONANTES

- 3.1.-Principe et proprietes principales des ondemètres à cavités
- 3.2.-Ondemètre à transmission
 - 3.2.1.-Principe
 - 3.2.2.-Dérive de fréquence dû à une charge reactive
- 3.3.-Ondemètres à absorption terminant une ligne
- 3.4.-Remarque sur l'utilisation de ces ondemètres
- 3.5.-Considérations generales de construction d'ondemètres
 - 3.5.1. Procèdes de suppression des modes indesirables
 - 3.5.2.-Etude des détecteurs.

ONDEMETRES A CONSTANTES LOCALISEES /

4)- RAPPEL SUR LES CIRCUITS COUPLES

4.1.- Impedance d'entrée Z_e

4.2.- courant dans le secondaire I_2

4.3.- courant dans le primaire I_1

5) ONDEMETRE A RESONANCE .

5.1.- Définition

5.2.- Principe de mesure de la longueur d'onde d'une source alternative

5.3.- Etalonnage, précision de mesure

6) ONDEMETRE A ABSORPTION

6.1.- Définition

6.2.- Principe de mesure

8) EXEMPLE DE REALISATION

8.1.- Description du montage de la maquette

8.2.- Calcul de la fréquence propre de l'oscillateur et condition d'entretien des oscillations.

9) CONCLUSION

GENERALITES

On désigne sous le nom d'Ondemètres des appareils possédant une caractéristique de fréquence variable, repérable et étalonée que l'on utilise pour mesurer la fréquence d'une source ou la fréquence d'accord d'un récepteur, ou la longueur d'onde d'une onde en propagation guidée ; ils sont gradués directement, suivant les cas et les gammes d'ondes à mesurer, en longueurs d'onde ou en fréquences.

En ondes courtes dont le domaine s'étend plus ou moins arbitrairement de quelques mètres au décimètre de longueur d'onde, la longueur d'onde ou la fréquence sont souvent mesurées avec un Ondemètre consistant en un circuit résonant formé de Selfs et capacités localisées. Un tel Ondemètre couplé à la source dont on veut déterminer la fréquence, est accordable à celle-ci en faisant varier les Selfs et les capacités. Et la fréquence de résonance se calcule directement d'après les valeurs des Selfs et capacités qui font résonner le système.

En Micro-ondes, le spectre de fréquence s'étend de 1 à 100 GHz, ce qui correspond à des longueurs d'ondes de 30 cm à 3 mm. dans ce domaine de fréquences, les Selfs et les capacités localisées cessent d'être utilisables car d'une part les dimensions de ces éléments deviennent trop petites pour être pratiquement réalisables et qu'elles se voient varier avec la fréquence et d'autre part le rayonnement est excessif.

On est ainsi amené à utiliser des lignes de transmission blindées, lignes coaxiales ou guides d'ondes et les éléments des circuits sont remplacés par des cavités résonantes, d'où l'on passe de la longueur d'onde à cavité résonante.

Une cavité bien définie par ses dimensions et ses dispositifs de couplage avec la ligne de transmission d'onde est équivalente à un circuit de basse fréquence formé de Selfs, capacités, résistances, transformateurs.

L'étude de l'utilisation de tels systèmes pour la mesure des longueurs d'ondes en ondes courtes et en Micro-ondes fait l'objet de notre projet. L'ouvrage insiste sur l'éclaircissement des notions et des phénomènes fondamentaux. Il fournit les données nécessaires au lecteur pour lui permettre de traiter correctement les applications des circuits à constantes localisées et à cavités résonantes en Ondemètres.

ON DEMETRES A CAVITES RESONANTE

1 - INTRODUCTION

En ondes centrimétriques et millimétriques, les constantes localisées selfs et capacités ne peuvent être utilisées pour des raisons bien connues. Les cavités résonnantes dont les propriétés rappellent celles des circuits oscillants caractérisés par le coefficient de qualité élevé (de l'ordre de 10^4) et par conséquent leur bande passante très étroite peuvent être utilisées comme ondemètres dans ce domaine de fréquences.

Un ondemètre à cavité résonnante est un dispositif par lequel on mesure une longueur d'onde de propagation guidée, d'où l'on déduit par le calcul la longueur d'onde correspondante en espace libre. Et si la vitesse de propagation est connue, on peut tirer la fréquence de propagation.

Strictement parlant, une cavité est un volume de diélectrique complètement entouré de parois conductrices où le champ électromagnétique peut prendre diverses configurations spatiales. A certaines fréquences et pour certaines configurations le système est résonnant, c'est à dire que l'énergie électromagnétique est emmagasinée dans la cavité pendant un intervalle de temps long vis à vis de la période du phénomène. Pour une cavité de forme et de dimensions données il y a une infinité de fréquences de résonnance correspondant chacune à une configuration de champ qui définit le mode de résonnance. Il existe une limite inférieure à ces fréquences, mais pas de limite supérieure. Pour utiliser la cavité en ondemètre, elle doit être couplée à la source, et ce couplage entre dans la configuration des champs spatiaux. Dans le présent chapitre, on va étudier les caractéristiques de la cavité, ses différents moyens de couplage avec la ligne de transmission, et enfin l'ensemble de la cavité couplée utilisée en ondemètre. L'ensemble cavité couplée peut se ramener à un circuit à constantes localisées formé de selfs, capacités, résistances, transformateurs. On essaiera cependant de déterminer pour une cavité couplée bien définie un circuit équivalent sur lequel on résonnera en utilisation d'ondemètre.

Pour tout système particulier les éléments du circuit équivalent peuvent être déterminés soit par le calcul de la répartition du champ soit expérimentalement.

2 ETUDE DES CAVITES :/

2.1 : Définition d'une cavité :

On appelle cavité électromagnétique un volume vide ou contenant des matériaux diélectrique, entièrement entouré par des parois conductrices, et dans lequel des oscillations électromagnétiques peuvent exister.

Les parois sont métalliques à faibles pertes ohmiques, et leur épaisseur sera toujours grande par rapport à la profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques.

Le volume de la cavité peut être, dans le cas général, rempli entièrement ou partiellement par des matériaux diélectriques, homogènes ou non, isotropes ou non. Il peut avoir une forme géométrique quelconque de dimensions de l'ordre de la longueur d'onde. Les formes les plus importantes dans la pratique sont le parallélépipède rectangle et le cylindre droit à section circulaire qui résultent des guides correspondants et se prêtent bien à l'usinage de haute précision.

Pratiquement une cavité entièrement fermée n'est pas concevable, car il doit exister un système de couplage de la cavité à la source ou au guide et cela nécessite que l'on enlève une portion de la paroi de la cavité et que l'on introduit à la place l'élément de couplage (sonde, boucle...)

En utilisation en onde, la cavité a un seul diélectrique homogène isotrope et surtout à faible pertes (air ou vide). Et le volume doit avoir que forme parallélépipédique, cylindrique, coaxiale ou à la limite sphérique. Notre étude se limite aux 2 premières formes.

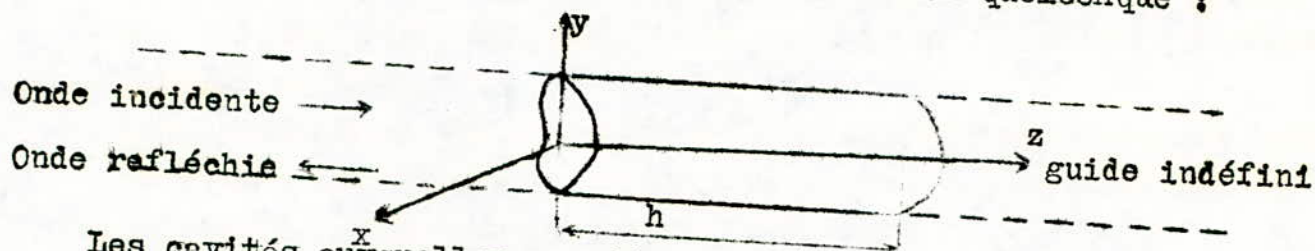
2.2 : Etude d'une cavité isolée en oscillations libres non amorties

Il s'agit d'une cavité idéale : parois de conductivité infinie (pas de pertes ohmiques ou magnétiques), cavité complètement

fermée (pas de pertes par rayonnement), diélectrique parfait (sans pertes). Si l'on excite initialement cette cavité idéale et que l'on supprime aussitôt la cause d'excitation, la cavité reste à osciller. On dit qu'elle est le siège d'oscillations libres non amorties.

2.2.1 : Equations du champ électromagnétique :

Considérons une cavité cylindrique de section quelconque :



Les cavités auxquelles on s'intéresse résultent de guides d'ondes (rectangulaires ou cylindriques) court-circuités en deux extrémités distantes de h . Chaque composante du champ électromagnétique de la cavité s'obtient nécessairement par la superposition de deux ondes : Une onde incidente se propageant vers les z positifs et une onde réfléchie se propageant vers les z négatifs. La cavité est donc le siège d'ondes stationnaires. De plus elles doivent répondre aux conditions aux limites suivantes :

a) Le coefficient de réflexion $\Gamma(z) = \frac{V_r(z)}{V_i(z)}$

vaut : $+1$ pour les composantes transversales magnétiques (H_x, H_y , ou H_r, H_θ) et longitudinales électriques (E_z).

Et -1 pour les composantes transversales électriques (E_x, E_y , ou E_r, E_θ) et longitudinales magnétiques (H_z).

b) Le champ électromagnétique est tel que \vec{E} est perpendiculaire aux parois et \vec{H} tangente à celles-ci. Il en résulte donc que :

$$\vec{E}_T|_{z=0, h} = \vec{0} \quad \text{Et} \quad H_z|_{z=0, h} = 0$$

Où E_T : est la composante tangentielle de E .

Soit M un point de la cavité et m sa projection sur le plan perpendiculaire à OZ et A_i^+ (M) une composante du champ E.M. de l'onde incidente dans le guide. $A_i^+ = U_i(m) \exp(-jK_g z)$ où K_g est la constante de propagation dans le guide.

La première condition aux limites donne :

- si $\Gamma(z=0) = -1$, alors l'onde réfléchie correspondante

$A_i^-(x,y,z)$ s'écrit $A_i^- = -U_i(x,y) \exp(jK_g z)$ et la composante du champ E.M. dans la cavité s'écrit $A_i^t = A_i^+ + A_i^-$

$$A_i^t = U_i(x,y) \left[\exp(-jK_g z) - \exp(jK_g z) \right]$$

$A_i^t = -2jU_i(x,y) \cdot \sin(K_g z)$. Résultat valable pour E_x, E_y et H_z

- si $\Gamma(z=0) = +1$, alors l'onde réfléchie correspondante s'écrit $A_i^- = U_i(x,y) \exp(-jK_g z)$ et l'équation de l'onde dans la cavité devient

$A_i^t = A_i^+ + A_i^- = 2U_i(x,y) \cdot \cos(K_g z)$ résultat valable pour H_x, H_y et E_z .

La deuxième condition aux limites donne :

$$A_i^t = -2jU_i(x,y) \cdot \sin(K_g z) = 0 \text{ à } z = h$$

$$U_i(x,y) \neq 0$$

$$\Rightarrow \sin(K_g h) = 0$$

$$\boxed{K_g = n\pi/h \quad n \in \mathbb{N}^*}$$

On a alors, pour la composante de l'onde incidente dans le guide, $A_i = U_i(m) \exp(-jK_g z)$ et les composantes du champ E.M.

A_i^t dans la cavité :

$A_i^t(M) = -2jU_i(m) \cdot \sin(n\pi z/h)$: Composantes électriques transversales ou composante magnétique longitudinale

$A_i^t(M) = 2U_i(m) \cdot \cos(n\pi z/h)$: Composantes magnétiques transversales ou composante électrique longitudinale.

2.2.2: fréquence propres de la cavité :a) Pour une propagation guidée et illimitée :

$$\text{On a } k_c^2 + k_g^2 = K^2 \quad \text{Avec } K > K_c, \quad K = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{4\pi f^2}{v^2}$$

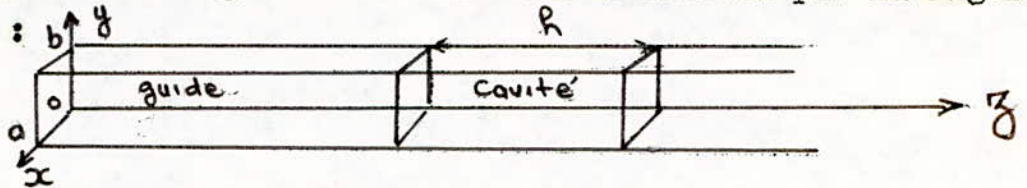
k_c : est la constante de propagation libre (milieu illimité)

k_g : constante de propagation guidée

k_c : constante limite de propagation guidée ; elle ne dépend que la forme du guide et du mode de la propagation guidée.

v : vitesse de propagation en milieu libre.

Pour un guide rectangulaire de dimensions données par la figure suivante :



$$\text{On a } k_c^2 = k_{c1}^2 + k_{c2}^2 = (l\pi/a)^2 + (m\pi/b)^2$$

$$(k_c)_{l,m} = \pi \left[(l/a)^2 + (m/b)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Pour un guide cylindrique de rayon R :

$$k_c = X_{lm} / R \quad \text{pour le mode T M} \quad (3)$$

$$k_c = X'_{lm} / R \quad \text{pour le mode T E} \quad (4)$$

Où X_{lm} est le $n^{\text{ème}}$ zéro non nul de la fonction de Bessel J_l d'ordre l . X'_{lm} est le $n^{\text{ème}}$ zéro non nul de la dérivée de la fonction de Bessel J'_l d'ordre l .

b) Pour une cavité définie à partir d'un guide court-circuité en ces deux extrémités distantes de h :

$$\left. \begin{array}{l} \text{On a } k_g = n\pi/h \\ k = 4\pi f^2/v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow f_{l,m,n} = \frac{v}{2} \left[(k_c/\pi)^2 + (n/h)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Et enfin les fréquences de résonance de la cavité sont :

Pour une cavité parallélépipédique pour les modes TE ou TM de dimensions $a \times b \times h$

$$f_{l,m,n} = \frac{v}{2} \left[(l/a)^2 + (m/b)^2 + (n/h)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

(7)

$$f_{l,m,n} = \frac{v}{2} \left[\left(X_{lm} / \pi R \right)^2 + (m/h)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{pour le mode } TM_{lmn} \quad (7)$$

$$\frac{v}{2} \left[\left(X'_{lm} / \pi R \right)^2 + (n/h)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{pour le mode } TE_{lmn} \quad (8)$$

Pour une cavité cylindrique de rayon R et de hauteur h.

Pour toute fréquence f supérieure à la fréquence limite f_c , l'onde peut se propager dans le guide. Le guide se comporte donc comme un filtre passe haut de fréquence de coupure f_c . Par contre pour une cavité un deuxième filtrage s'impose : Parmi toutes ces fréquences $f > f_c$ seules les fréquences propres.

$f_{l,n,n} = \frac{v}{2} \left[\left(\frac{k_c}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{n}{h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ sont susceptible de faire osciller la cavité.

Si le spectre de fréquence est continu dans un guide, il est discret pour une cavité.

La fréquence minimale (Mode TE ou TM), la plus petite est la fréquence fondamentale du mode TE ou TM.

A deux modes TE et TM correspondent donc deux fréquences fondamentales, la plus petite correspond au mode dominant.

Les fréquences propres supérieures ne sont pas multiples entiers des fréquences fondamentales.

Pour une cavité donnée, et une permutation des trois nombres l,n,n la fréquence de résonance est déterminée d'une façon unique. Pour une cavité idéale (sans pertes) les raies de résonance ont une largeur nulle.

- Influence du diélectrique sur la fréquence de résonance.

$$f_{l;m,n} = \frac{v}{2} \left[\left(k_c / \pi \right)^2 + \left(n/h \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Où v : est la vitesse de propagation libre.

$$v = 1 / (\mu \epsilon)^{\frac{1}{2}} = c / (\mu_r \epsilon_r)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{si } \mu_r = 1 \Rightarrow v = c / (\epsilon_r)^{\frac{1}{2}}$$

Et la fréquence de résonance devient $f_{1,m,n} = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r}} \left[\left(\frac{k_c}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{n}{h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

Il en résulte que la fréquence de résonance dépend de la nature du diélectrique constituant l'intérieur de la cavité même si celui-ci est considéré sans pertes.

2.2.3 : Abaque donnant les fréquences de résonance d'une cavité cylindrique :

Pour un mode donné, la fréquence de résonance dépend des dimensions de la cavité comme le montrent les formules (7) et (8). Ces formules peuvent s'écrire :

$$(2f R/v)^2 = (X_{1m}/\pi)^2 + (n R/h)^2 \text{ pour le mode } TM_{1,m,n} \quad (10)$$

$$(2f R/v)^2 = (X'_{1m}/\pi)^2 + (n R/h)^2 \text{ pour le mode } TE_{1,m,n} \quad (11)$$

Ces 2 équations sont de la forme $y = a \cdot x + b$ avec

$$y = (2 R f/v)^2 \quad ; \quad a = n^2 \quad ; \quad x = (R/h)^2$$

$$\left(X_{1m}/\pi \right)^2 \quad \text{pour le mode } TM_{1,m,n}$$

b =

$$\left(X'_{1m}/\pi \right)^2 \quad \text{pour le mode } TE_{1,m,n}$$

Pour un mode donné d'une cavité de rayon R donné, les constantes a et b sont déterminées. Et pour une hauteur h de la cavité cylindrique on fait correspondre une fréquence propre de cette cavité.

Autrement dit pour une valeur de $x = \left(\frac{R}{h} \right)^2$ donnée on a une valeur de $y = \left(\frac{2R}{v} f \right)^2$ correspondante.

Les formules (10) et (11) se représentent alors par des graphes sur un même repère à 2 dimensions x et y .

Ces graphes qui sont des droites de pente n^2 constituent un abaque qui est représenté par la figure 1.

Cet abaque est très utile, il permet de déterminer les fréquences des différents modes connaissant le rayon R et la longueur h de la cavité. Pour les cavités accordables par variation de h , l'abaque donne le nombre de modes possibles qui peuvent être générés dans la bande d'accord de la cavité et on peut prévoir des marches pour éviter les modes indésirables et favoriser le mode unique à exciter dans la bande de variation.

Il apparaît que le mode $TM_{1,m,n}$ ayant la fréquence la plus basse est le mode TM_{010} (ou E_{010}) et le mode $TE_{1,m,n}$ ayant la fréquence la plus basse est le mode TE_{111} (ou H_{111}).

Si R/h est suffisamment petit il apparaît un grand nombre de modes de résonance dans une bande de fréquence étroite (dix dans une octave si R/h est compris entre 0,5 et 0,7).

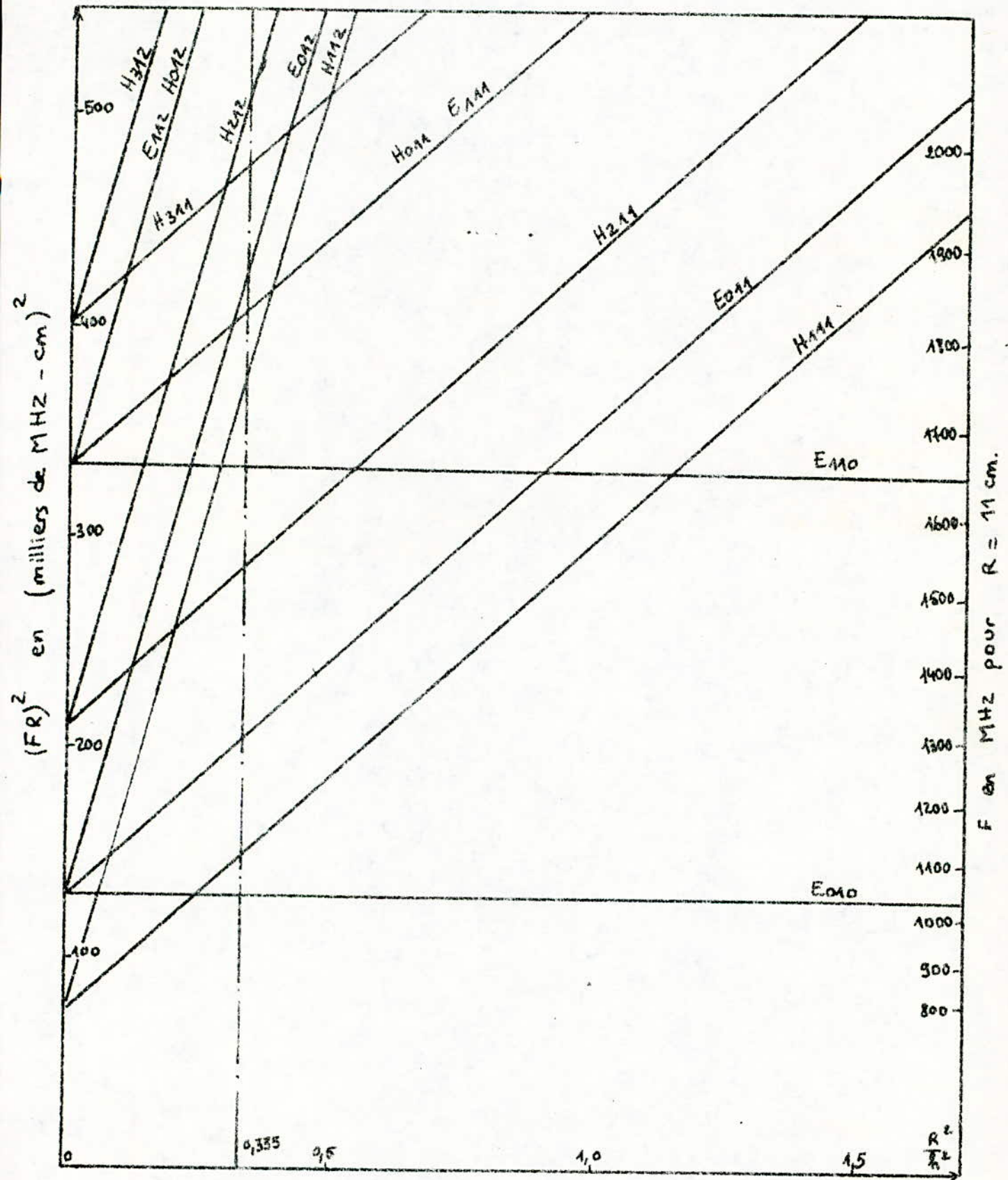


Fig1 - ABAQUE DONNANT LES FRÉQUENCES DE RÉSONANCE D'UNE CAVITÉ CYLINDRIQUE.

2.2.4 : Configuration des champs :a) définitions :

- Une ligne de champ électrique est une courbe où le champ électrique est tangent en chacun des points de cette courbe. Si M_1 est un point de la ligne de champs électrique $\Rightarrow \vec{E} \wedge d\vec{M}_1 = \vec{0}$
- Une ligne de champs magnétique est une courbe où le champ magnétique est tangent à la ligne de champ magnétique. Si M_2 est un point de la ligne de champ magnétique $\Rightarrow \vec{H} \wedge d\vec{M}_2 = \vec{0}$
- Les configurations du champ électromagnétique sont des réalités physiques ; les composantes du champ électromagnétique sont donc réelles et non complexes.

b) Equations des configurations de champs pour une cavité parallélépipédique :- Modes $TM_{1,m,n}$ Rappelons les modes $TM_{1,m,n}$ d'un guide parallélépipédique illimité suivant oz :

$$E_x = (-j/2) B_0 (K_1 K_g / K^2) \cos(K_1 x) \sin(K_2 y)$$

$$E_y = (-j/2) B_0 (K_2 K_g / K^2) \sin(K_1 x) \cos(K_2 y)$$

$$E_z = (1/2) B_0 (K_c / K) \sin(K_1 x) \sin(K_2 y)$$

$$H_x = j(1/2) B_0 (K_2 / \eta K) \sin(K_1 x) \cos(K_2 y)$$

$$H_y = (-j/2) B_0 (K_1 / \eta K) \cos(K_1 x) \sin(K_2 y)$$

$$H_z = 0$$

Composante des modes $TM_{1,m,n}$ correspondants pour la cavité parallélépipédique :

$$E_x = - B_0 (K_1 K_g / K^2) \cos(K_1 x) \sin(K_2 y) \sin(K_g z)$$

$$E_y = - B_0 (K_2 K_g / K^2) \sin(K_1 x) \cos(K_2 y) \sin(K_g z)$$

$$E_z = B_0 (K_c^2 / K^2) \sin(K_1 x) \sin(K_2 y) \cos(K_g z)$$

$$H_x = B_0 (jK_2 / \eta K) \sin(K_1 x) \cos(K_2 y) \cos(K_g z)$$

$$H_y = -j B_0 (K_1 / \eta K) \cos(K_1 x) \sin(K_2 y) \cos(K_g z)$$

$$H_z = 0$$

Avec $K_1 = l \pi / a$, $K_2 = n \pi / b$, $K_g = n \pi / h$

$$K_c^2 = K_1^2 + K_2^2, \quad K^2 = K_1^2 + K_2^2 + K_g^2$$

η est l'impédance de l'onde incidente en mode $(TM)_{1m}$ du guide illimité

$$\eta = \left| \frac{E_t}{H_t} \right| = \frac{\text{module de la composante transversale électrique incidente}}{\text{module de la composante transversale magnétique incidente}}$$

B_0 est une constante arbitraire de même dimension que le champ électrique.

- Modes $(TE)_{1,m,n}$

Rappelons les composants des modes $(TE)_{1,m}$ d'un guide parallélépipédique illimité suivant oz :

$$E_x = -(1/2) A_0 (\eta K_2 / K) \cos(K_1 x) \cdot \sin(K_2 y)$$

$$E_y = (1/2) A_0 (\eta K_1 / K) \sin(K_1 x) \cdot \cos(K_2 y)$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = -(1/2) A_0 (K_1 K_g / K^2) \sin(K_1 x) \cdot \cos(K_2 y)$$

$$H_y = -(1/2) A_0 (K_2 K_g / K^2) \cos(K_1 x) \cdot \sin(K_2 y)$$

$$H_z = j(1/2) A_0 (K_c / K^2) \cos(K_1 x) \cdot \cos(K_2 y)$$

Modes $(TE)_{1,m,n}$ de la cavité parallélépipédique :

(12)

$$E_x = jA_0 (\eta K_2/K) \cos(K_1 x) \cdot \sin(K_2 y) \sin(K_g z)$$

$$E_y = -jA_0 (\eta K_1/K) \sin(K_1 x) \cdot \cos(K_2 y) \sin(K_g z)$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = -A_0 (K_1 K_g / K^2) \sin(K_1 x) \cdot \cos(K_2 y) \cdot \cos(K_g z)$$

$$H_y = -A_0 (K_2 K_g / K^2) \cos(K_1 x) \cdot \sin(K_2 y) \cdot \cos(K_g z)$$

$$H_z = A_0 (K_c^2 / K^2) \cos(K_1 x) \cdot \cos(K_2 y) \cdot \sin(K_g z)$$

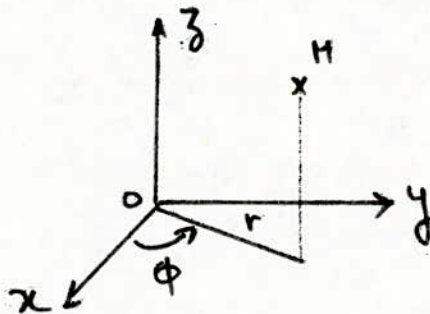
K_1, K_2, K_c et K_g sont les mêmes que pour le mode de $(TM)_{1n}$

η est l'impédance de l'onde incidente (guide illimité) en mode $(TE)_{1n}$

$$\eta = \left| \frac{E_t}{H_t} \right|$$

A_0 est une constante arbitraire de même dimension que le champ magnétique qui pourra être déterminée par une condition initiale.

c) Equations des configurations de champs pour une cavité cylindrique



- Modes $(TE)_{1,n,n}$

Rappelons les composantes des modes $(TE)_{1n}$ d'un guide cylindrique illimité en propagation suivant oz

$$E_z = 0$$

$$E_r = (-1/2) A_0 (1\eta/K) (1/r) j_1(K_c r) \sin(l\phi)$$

$$E_{\phi} = (-1/2) A_0 (\eta K_c/K) J'_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$H_z = (j/2) A_0 (K_c/K^2) J_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$H_r = (1/2) A_0 (K_c K_g/K^2) J'_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$H_{\phi} = - (1/2) A_0 (1 K_g/K^2) (1/r) J_1(K_c r) \sin(1\phi)$$

Composantes $(TE)_{1, n, n}$ de la cavité cylindrique :

$$E_z = 0$$

$$E_r = j A_0 (1 \eta/K) \sin(K_g z) (1/r) J_1(K_c r) \sin(1\phi)$$

$$E_{\phi} = j A_0 (\eta K_c/K) \sin(K_g z) J'_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$H_z = A_0 (K_c^2 / K^2) \sin(K_g z) J_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$H_r = A_0 (K_c K_g/K^2) \cos(K_g z) J'_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$H_{\phi} = - A_0 (1 K_g/K^2) \cos(K_g z) J_1(K_c r) (1/r) \sin(1\phi)$$

Avec η : impédance de l'onde incidente.

$$K_c = (X'_{1m}/R) ; K_g = n\pi/h ; K^2 = K_c^2 + K_g^2$$

A_0 : Constante arbitraire de même dimension que le champ magnétique.

- Modes $(TM)_{1, n, n}$

Rappelons les composantes des modes $(TM)_{1m}$ d'un guide cylindrique

$$E_z = (1/2) B_0 (K_c/K)^2 J_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$E_r = -j (1/2) B_0 (K_c K_g/K^2) J'_1(K_c r) \cos(1\phi)$$

$$E_{\phi} = j (1/2) B_0 (K_g/K^2) (1/r) J_1(K_c r) \sin(1\phi)$$

(14)

$$H_z = 0$$

$$H_r = (-j/2) B_0 (1/\eta K) (1/r) J_1 (K_c r) \sin (m \phi)$$

$$H_\phi = (-j/2) B_0 (K_c/\eta K) J'_1 (K_c r) \cos (m \phi)$$

Composantes $(TM)_{1,m,n}$ de la cavité cylindrique :

$$E_z = B_0 (K_c^2 / K^2) \cos (K_g z) J_1 (K_c r) \cos (l \phi)$$

$$E_r = -B_0 (K_c K_g / K^2) \sin (K_g z) J'_1 (K_c r) \cos (l \phi)$$

$$E_\phi = B_0 (1 K_g / K^2) \sin (K_g z) (1/r) J_1 (K_c r) \sin(l \phi)$$

$$H_z = 0$$

$$H_r = -j B_0 (1/\eta K) \cos (K_g z) (1/r) J_1 (K_c r) \sin (l \phi)$$

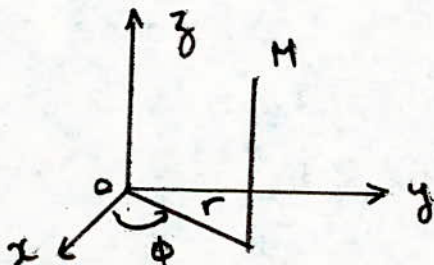
$$H_\phi = -j B_0 (K_c/\eta K) \cos (K_g z) J'_1 (K_c r) \cos (l \phi)$$

$$K_c = X_{1m}/R ; \quad (K_g = n \pi / h) ; \quad K^2 = K_c^2 + K_g^2$$

η : impédance de l'onde incidente en mode $(TM)_{1n}$.

d) Détermination des configurations de champs de quelques modes usuels ;

exemple du mode TM_{012} (ou E_{012}) d'une cavité cylindrique de longueur h et rayon R.



Les composantes de H sont : $H_r = 0$ $H_\phi = -J'_0 (r x_{01}) \cos(2\pi z/h)$
 $H_z = 0$

i_1 i_2 i_3

(15)

$$\vec{H} \wedge d\vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i}_r & \vec{i}_\phi & \vec{i}_z \\ H_r & H_\phi & H_z \\ d_r & d_\phi & d_z \end{vmatrix} = \vec{0}$$

Les lignes de champ magnétique dans le plans $z = \text{cte}$ sont données par : $H_r d_\phi = H_\phi d_r - J'_0 (r x_{01}/R) \cos(2\pi z/h) dr = 0$

$$\int J'_0 (r x_{01}/R) \cos(2\pi z/h) dr = \text{cte}$$

$$(R/x_{01}) \cos(2\pi z/h) J_0 (r x_{01}/R) = \text{cte} \quad , \quad r = \text{cte.}$$

Les lignes de champs magnétiques du mode TM_{012} dans une section parallèle à la base de la cavité cylindrique sont radiales. Elles sont représentées comme pour les autres modes d'une cavité cylindrique dans les tableaux de la figure 2

2.2.5 Bilan Énergétique :

a) Rappels :

- Aune composante réelle du champ électromagnétique $A_i(\vec{r}, t)$
On fait correspondre une composante complexe $\mathcal{H}_i(\vec{r}, t)$ telle que

$$\text{Re}[\mathcal{H}_i(\vec{r}) e^{j\omega t}] = A_i(\vec{r}, t)$$

$$\text{aussi } \vec{E}(\vec{r}, t) \rightarrow \vec{E}(\vec{r}) / \text{Re}[\vec{E}(\vec{r}) e^{j\omega t}] = \vec{E}(\vec{r}, t)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) \rightarrow \vec{H}(\vec{r}) / \text{Re}[\vec{H}(\vec{r}) e^{j\omega t}] = \vec{H}(\vec{r}, t)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T |\vec{A}(\vec{r}, t)|^2 dt = \frac{\|\vec{\mathcal{H}}(\vec{r})\|^2}{2}$$

Ce qui signifie la valeur moyenne du carré du vecteur $\vec{A}(\vec{r}, t)$ à composantes réelles est égale à u carré de la norme du vecteur $\vec{\mathcal{H}}(\vec{r})$ à composantes complexes divisée par deux.

b) Rappels :






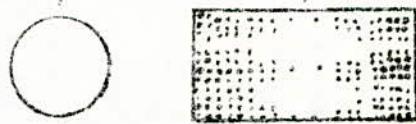
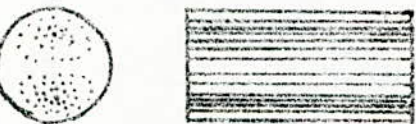



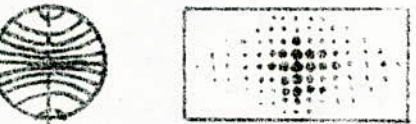
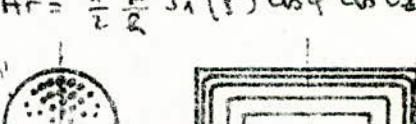
ONDES	CHAMP ELECTRIQUE	CHAMP MAGNETIQUE
E_{010} $0 < \rho < x_{01}$	 $E_r = 0$ $E_\varphi = 0$ $E_z = 0,58 \frac{\lambda}{R} J_0(\rho)$	 $H_r = 0$ $H_\varphi = -J_0'(\rho)$ $H_z = 0$
E_{011} $0 < \rho < x_{01}$	 $E_r = -\frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} J_0'(\rho) \sin \theta_2$ $E_\varphi = 0$ $E_z = 0,38 \frac{\lambda}{R} J_0(\rho) \cos \theta_2$	 $H_r = 0$ $H_\varphi = -J_0'(\rho) \cos \theta_2$ $H_z = 0$
E_{111} $0 < \rho < x_{11}$	 $E_r = -\frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} J_1'(\rho) \cos \varphi \sin \theta_2$ $E_\varphi = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} J_1(\rho) \sin \varphi \sin \theta_2$ $E_z = 0,6 \frac{\lambda}{R} J_1(\rho) \cos \varphi \cos \theta_2$	 $H_r = -\frac{1}{\rho} J_1(\rho) \sin \varphi \cos \theta_2$ $H_\varphi = -J_1'(\rho) \cos \varphi \cos \theta_2$ $H_z = 0$
E_{110} $0 < \rho < x_{11}$	 $E_r = 0$ $E_\varphi = 0$ $E_z = 0,6 \frac{\lambda}{R} J_1(\rho) \cos \varphi$	 $H_r = -\frac{1}{\rho} J_1(\rho) \sin \varphi$ $H_\varphi = -J_1'(\rho) \cos \varphi$ $H_z = 0$
H_{011} $0 < \rho < x'_{01}$	 $E_r = 0$ $E_\varphi = -J_0'(\rho) \sin \theta_2$ $E_z = 0$	 $H_r = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} J_0'(\rho) \cos \theta_2$ $H_\varphi = 0$ $H_z = 0,41 \frac{\lambda}{R} J_0(\rho) \sin \theta_2$
H_{111} $0 < \rho < x'_{11}$	 $E_r = -\frac{1}{\rho} J_1(\rho) \sin \varphi \sin \theta_2$ $E_\varphi = -J_1'(\rho) \cos \varphi \sin \theta_2$ $E_z = 0$	 $H_r = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} J_1'(\rho) \cos \varphi \cos \theta_2$ $H_\varphi = -\frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} \frac{1}{\rho} J_1(\rho) \sin \varphi \cos \theta_2$ $H_z = 0,29 \frac{\lambda}{R} J_1(\rho) \cos \varphi \sin \theta_2$

Fig2 : Configuration du champ electromagnetique.

(Coupes longitudinales et transversales)

$$\rho' = \frac{r}{R} x'_{lm} \quad \rho = \frac{r}{R} x_{lm} \quad \theta_2 = \pi \frac{z}{L}$$

Avec $0 < \theta_2 < \pi$ et $0 < \varphi < 2\pi$

b) Définitions :

$W(t) = 1/2 \int_{(V)} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}) dV$ est l'énergie électromagnétique instantanée emmagasinée dans la cavité.

$W_e(t) = 1/2 \int_{(V)} \vec{E} \cdot \vec{D} dV$ est l'énergie électrique instantanée emmagasinée dans la cavité.

$W_m(t) = 1/2 \int_{(V)} \vec{H} \cdot \vec{B} dV$ est l'énergie magnétique instantanée emmagasinée dans la cavité.

$$W(t) = W_e(t) + W_m(t)$$

$\bar{W} = 1/T \int_0^T W(t) dt$ est l'énergie moyenne emmagasinée.
De même \bar{W}_e , \bar{W}_m sont respectivement les énergies électriques et magnétiques moyennes emmagasinées.

c) Montrons que $\bar{W}_e = \bar{W}_m$: pour une cavité sans perte de volume (V) limité par la surface (S), les équations de Maxwell dans le plan complexe donnent :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -j\omega \mu \vec{H} & \text{rot } \vec{H} &= j\omega \epsilon \vec{E} \\ \vec{E} (\text{rot } \vec{H})^* - (\text{rot } \vec{E}) \vec{H}^* &= \vec{E} (j\omega \epsilon \vec{E})^* - (-j\omega \mu \vec{H}) \vec{H}^* \\ -d\omega (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) &= j\omega (\mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* - \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^*) \end{aligned}$$

$$\int_{(V)} d\omega (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) dV = \int_{(S)} (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) d\vec{S} \quad (\text{thé de Stokes})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \int_{(S)} (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) d\vec{S} = \frac{j\omega}{4} \left[\int_{(V)} \mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* dV - \int_{(V)} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^* dV \right]$$

$W_r = \frac{1}{2} \int_{(S)} (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) d\vec{S}$ représente les pertes par rayonnement à travers la surface (S) qui sont nulles par hypothèse (cavité sans pertes) d'où

$$\frac{j\omega}{4} \int_{(V)} \mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* dV = \frac{j\omega}{4} \int_{(V)} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^* dV$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{H} \cdot \vec{H}^* &= 2 \left[\frac{1}{T} \int_0^T |\vec{H}|^2 dt \right] = |\vec{H}|^2 \\ \vec{E} \cdot \vec{E}^* &= 2 \left[\frac{1}{T} \int_0^T |\vec{E}|^2 dt \right] = |\vec{E}|^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left[\frac{1}{2} \int_{(V)} \mu |\overline{H}|^2 dv = \frac{1}{2} \int_{(V)} \epsilon |\overline{E}|^2 dv \right] \Leftrightarrow \left[\overline{W}_m = \overline{W}_e \right]$$

$\overline{W}_e = \overline{W}_m = (\overline{W}/2) = W(t)$ puisque $(dW/dt) = 0$ (conservation d'énergie). Ainsi dans une cavité idéale et pour un mode donné, les énergies moyennes électriques \overline{W}_e et magnétique \overline{W}_m , emmagasinées sont égales à la moitié de l'énergie moyenne totale emmagasinée.

2.3. Etude d'une cavité isolée (réelle) en oscillations libres amorties.

Nous envisageons maintenant le cas d'une cavité proche de la réalité ; c'est à dire que l'on tient compte des différentes pertes d'énergie faibles qu'elles soient, que présente cette cavité.

On en distingue des pertes ohmiques sur les parois de la cavité dues à la conductivité du matériau qui ne peut être infinie et des pertes diélectriques dues aux caractéristiques de la substance remplissant le volume. Une telle cavité si on lui applique une excitation et que l'on supprime aussitôt, elle deviendra le siège d'oscillation libres faiblement amorties.

Ces pertes sont généralement assez faibles pour que la composante du champ électrique tangente aux parois de la cavité qui prend naissance soit négligeable. Et nous pouvons à priori supposer que les fréquences propres ainsi que les configurations des champs dans les divers modes propres resteront sensiblement inchangées par rapport au régime d'oscillations libres non amorties.

Ces pertes sont caractérisées par un coefficient de qualité introduit de la même façon à ce qui est fait aux plus basses fréquences dans les circuits à constantes localisées R, L, C.

2.3.1 Amortissement et coefficient de qualité :

a) Définitions :

1'Amortissement des champs dans une cavité est dû aux pertes

d'énergie dans les parois métalliques et dans le diélectrique. Les effets de ces pertes se traduisent par l'introduction d'une pulsation complexe de résonance $\Omega = \omega + j\alpha$, remplaçant la pulsation propre réelle de la cavité idéale en oscillation libre non amortie.

ω : pulsation réelle du mode considéré

α : partie imaginaire correspondant aux pertes ; en général. $\alpha \leq 10^{-3}$

Un champ amorti n'est rigoureusement pas harmonique ;

$$\vec{E} = \vec{E} e^{j\Omega t} = \vec{E} e^{j\omega t} e^{-\alpha t}$$

$$\vec{H} = \vec{H} e^{j\Omega t} = \vec{H} e^{j\omega t} e^{-\alpha t}$$

α représente alors un coefficient d'amortissement.

Et du fait de l'existence de cet amortissement, l'énergie électromagnétique moyenne emmagasinée dans la cavité oscillante pour un mode propre donné se trouve dégradée.

Soit μ_r et ϵ_r la perméabilité et la permittivité du milieu diélectrique on a :

$$W_e(t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_{(v)} \epsilon_r | \operatorname{Re}(\vec{E} e^{j\Omega t}) |^2 dv = 2 \bar{W}_e e^{-2\alpha t} \cos^2 \omega t$$

$$W_m(t) = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{(v)} \mu_r | \operatorname{Re}(\vec{H} e^{j\Omega t}) |^2 dv = 2 \bar{W}_m e^{-2\alpha t} \sin^2 \omega t$$

$$\bar{W}_e = \bar{W}_m ; \bar{W}(t) = W_e(t) + W_m(t) = 2 \bar{W}_e e^{-2\alpha t} = 2 \bar{W}_m e^{-2\alpha t}$$

$$\bar{W}(0) = 2 \bar{W}_e = 2 \bar{W}_m$$

$$\bar{W}(t) = \bar{W}(0) e^{-2\alpha t}$$

énergie moyenne emmagasinée dans la cavité

$\bar{W}(0)$: énergie moyenne localisée à l'instant initial $t = 0$

On définit le facteur de surtension Q de la cavité pour un mode donné :

$$Q = \frac{\text{énergie moyenne emmagasinée}}{\text{puissance moyenne dissipée en pertes}} = \frac{\bar{W}}{(dW/dt)}$$

$$W = W(0) \exp(-\omega t/Q) \text{ et on a alors } \alpha = (\omega/2Q)$$

On définit alors le coefficient de la qualité de la cavité Q :

$$Q = (w\bar{W}/P) = (w/2\alpha)$$

Toute cause de pertes d'énergie fait augmenter l'amortissement α et abaisse la qualité Q de la cavité.

Pour une cavité isolée réelle, on distingue les pertes ohmiques sur les parois de la cavité soit W_o et les pertes diélectriques dans les milieux qu'elle renferme soit W_d .

Les pertes totales pour une cavité isolée sont : $W_o + W_d$

et on définit alors le coefficient de qualité propre de la cavité par Q_{pr} telle que :

$$\frac{1}{Q_{pr}} = \frac{1}{Q_o} + \frac{1}{Q_d}$$

avec Q_o : coefficient de qualité de la cavité vide et non couplée ; qualité liée uniquement aux pertes ohmiques sur les parois.

Q_d : coefficient de qualité lié aux pertes dans le milieu diélectrique.

b) Courbe de réponse :

Tenant compte de cet amortissement, les champs électriques et magnétiques s'écrivent :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-(wt/2Q)} e^{-j\omega t}, \quad \vec{H} = H_0 e^{-(wt/2Q)} e^{j\omega t}$$

Pour un mode donné de pulsation ω_i , d'une façon générale la composante de champ est de la forme :

$$F_i(t) = A_i \exp(j\omega_i t) \cdot \exp(-\omega_i t/2Q_i).$$

Cette oscillation amortie peut être considérée comme la résultante d'un nombre infini d'oscillations harmoniques non amorties dont les fréquences sont très voisines de ω_i .

$A(\omega)$ d ω étant l'amplitude complexe de l'oscillation de pulsation ω ; appliquons la transformation de fourrier.

$$A_i \exp(j\omega_i t) \cdot \exp(-\omega_i t/2Q_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

L'excitation a lieu à l'instant initial $t = 0$
 donc pour $t < 0$ $F_i(t) = 0$

$$t \geq 0 \quad F_i(t) = A_i \exp(j\omega_i t) \cdot \exp(-\omega_i t/2Q_i)$$

et on a alors $F_i(t) = A_i \exp(j\omega_i t) \cdot \exp(-\omega_i t/2Q_i) = \int_0^{+\infty} A(\omega) e^{j\omega t} d\omega$

La fonction inverse de fourrier $A(\omega)$ est :

$$= A_i/2\pi \int_0^{\infty} \exp\left[(j(\omega_i - \omega) - \omega_i/2Q_i) t\right] dt =$$

$$(-A_i/2\pi) / [j(\omega_i - \omega) - \omega_i/2Q_i]$$

$$|A(\omega)| = \frac{A_i Q_i}{\pi \omega_i} \frac{1}{\left[1 + \left(2 Q_i \frac{\omega - \omega_i}{\omega_i}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

La fonction $|A(\omega)|$ exprime les amplitudes des composantes contenues dans la spectre des oscillations amorties; son graphique est la courbe de réponse de la cavité pour le mode considéré dont le maximum a lieu pour $\omega = \omega_i$ et $|A(\omega)| = (A_i Q_i / \pi \omega_i)$

Et pour $\omega = \omega_i \pm \omega_i/2Q_i$ c'est à dire pour $Q_i = (\omega_i / \Delta \omega_i) = (f_i / \Delta f_i)$

$$\text{On a } |A(\omega)| = A_i Q_i / \pi \omega_i \sqrt{2} = |A(\omega)|_{\max} / \sqrt{2}$$

Δf_i : est la largeur de bande de la courbe de réponse de la cavité pour un mode de fréquence de résonance f_i donné, correspondant à une réduction de 3 dB (rapport $1/\sqrt{2}$ pour les champs et $1/2$ pour la puissance).

Courbes de réponse d'une cavité pour les modes $i = 1, 2, 3 \dots$ fig.
 En général le coefficient de qualité Q d'une cavité est assez élevé, les courbes de réponse sont assez étroites pour qu'elles restent séparées l'une de l'autre. Mais si les pertes sont relativement élevées (Q faible), les courbes de réponse des divers modes risquent de se chevaucher partiellement ce qui entraîne un couplage entre modes correspondants; Et pour éviter cependant le chevauchement des modes, on doit réaliser un cavité dont les pertes sont relativement faibles d'une part et d'autre part la faire fonctionner avec le mode le plus éloigné des autres et travailler juste autour de sa résonance pour éviter l'influence des autres sur celui-ci. Le mode qui répond à cette exigence est le mode fondamental.

c) Expression du coefficient de qualité Q_0 dû aux pertes ohmiques dans les parois W_0 :

Soit un élément unitaire de surface d_s de parois métallique de conductivité σ_s , de profondeur de pénétration δ_s et de perméabilité μ_s et parcouru par un courant de densité J_s supposé constant dans cet élément de surface d_s .

On définit la résistance superficielle des parois métalliques par :

$$R_s = \frac{1}{\sigma_s \delta_s} \quad \text{avec} \quad \delta_s = \left[\frac{2}{\mu_0 \mu_s \sigma_s \omega} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Et } dW_0 = \frac{1}{2} R_s (J_s)^2 d_s$$

$$W_0 = \frac{1}{2} \iint_S R_s J_s J_s^* d_s \quad \text{Avec } J_s = \vec{n} \wedge \vec{H}$$

\vec{H} étant le champ magnétique du mode propre considéré .

$$\Rightarrow W_0 = \frac{1}{2} \iint_S R_s \vec{H} \vec{H}^* d_s$$

$$\text{Et on a alors } Q_0 = \frac{\bar{W}}{W_0} \equiv \frac{\text{Energie moyenne emmagasinée dans la cavité}}{\text{Puissance en pertes ohmiques}}$$

$$\bar{W} = 2 \bar{W}_m = 2 \bar{W}_E = \frac{1}{2} \iiint_V \mu_0 \mu_r \mathcal{H} \mathcal{H}^* dv .$$

$$\Rightarrow Q_0 = \omega \left[\frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \iiint_V \mathcal{H} \mathcal{H}^* dv \right] \left[\frac{1}{2} \iint_S R_s \mathcal{H} \mathcal{H}^* ds \right]^{-1}$$

La cavité étant remplie entièrement d'un seul diélectrique et parois sont constituées d'un seul métal; Q_0 devient :

$$Q_0 = \frac{2K}{\delta_s} \frac{\mu_r}{\mu_s} \frac{V}{S}$$

$$\text{Avec } K = \left[\frac{1}{V} \iiint_V \mathcal{H} \mathcal{H}^* dv \right] \left[\frac{1}{S} \iint_S \mathcal{H} \mathcal{H}^* ds \right]^{-1}$$

Le facteur K est le rapport des valeurs moyennes du champ magnétique dans le volume (V) et sur la surface (S) de la cavité. Il dépend de la forme géométrique de la cavité et du mode de vibration ; il est voisin de l'unité pour les modes d'indices bas. Si la cavité est vide ($\mu=1$) et non couplée avec $\mu_s=1$, $K=1$

$$Q_0 = 2 \frac{V}{\delta_s} \sim \frac{V}{\delta_s}$$

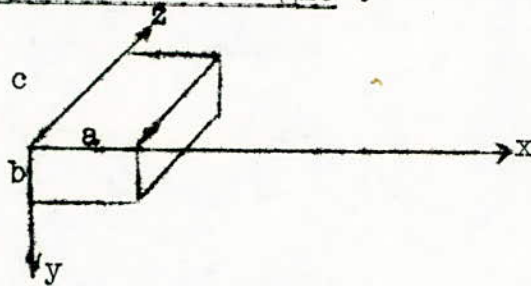
Le facteur de surtension relatif aux pertes ohmiques dans les paroi métalliques est de l'ordre du rapport du volume de la cavité au volume de parois dans lequel circule le courant.

Et on définit le facteur de forme $F = Q_0 \delta_s / A = 2KV / AS$

Le facteur de forme F varie entre 0,1 et 1. Il ne dépend que de la forme de la cavité et du mode de vibration. Autrement dit, il permet de comparer les qualités des divers modes d'une forme donnée de la cavité pour nous servir enfin à sélectionner le mode de vibration qui répond aux exigences du problème.

En résumé pour obtenir un coefficient de qualité Q_0 le plus élevé possible on doit en premier lieu choisir une forme géométrique de la cavité, ensuite les indices (l,m) du mode, et enfin l'indice longitudinal (n) qui, en l'augmentant fait accroître le rapport V/S et donc Q_0 .

Détermination du facteur de forme F d'une cavité parallélépipédique rectangle :



On pose : $L = (1/a)$, $M = (1/b)$, $N = (1/c)$, $V = a \cdot b \cdot c$.

$$S = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$$

S : surface des parois.

$$\lambda_{lmn} = 2 \left[\left(\frac{1}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 + \left(\frac{1}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} = 2 \left[L^2 + M^2 + N^2 \right]^{-1/2}$$

- Pour les modes H_{lmn} :

le calcul donne $F = Q_0 \frac{S}{\lambda} = 2K \cdot V/S =$

$$F = \frac{abc (L^2 + M^2)(L^2 + M^2 + N^2)^{3/2}}{4 \left[ac \left[L^2 N^2 + (L^2 + M^2)^2 \right] + bc \left[M^2 N^2 + (L^2 + M^2)^2 \right] + abN^2 (L^2 + M^2) \right]}$$

Cette expression du facteur de forme est valable

pour $l \neq 0$, $m \neq 0$, $n \neq 0$

et le coefficient de qualité $Q_0 = F \cdot \lambda / S_s$

- pour les modes E_{lmn} :

$$F = \frac{abc (L^2 + M^2)(L^2 + M^2 + N^2)^{1/2}}{4 \left[L^2 b(a + c) + M^2 a(b + c) \right]}$$

Détermination du facteur de forme F d'une cavité cylindrique :

Pour les modes TM_{lmn} on a $\lambda_{lmn} = 2 \left[\left(X'_{lm} / \pi R \right)^2 + (n/h)^2 \right]^{-1/2}$

Pour les modes $TE_{l,m,n}$ on a $\lambda_{lmn} = 2 \left[\left(X'_{lm} / \pi R \right)^2 + (n/h)^2 \right]^{-1/2}$

On pose $\gamma = 2R/h$, $(n\pi/2X'_{1m})$, $N' = n\pi/2X'_{1m}$, $N = n\pi/2X_{1m}$
 - pour les modes $TM_{1,m,n}$ on a $F = Q_0 \delta_s/\lambda = 2K \cdot V/\lambda^3$

$$F = X'_{1m}/2\pi \left(1 + N^2 \gamma^2 \right)^{1/2} / (1 + \gamma)$$

- pour les modes $TE_{1,m,n}$ (ou $H_{1,m,n}$)

$$F = X'_{1m}/2\pi \left[1 + (n\pi/2X'_{1m})^2 (2R/h)^2 \right]^{3/2} \cdot \frac{1 - (1/X'_{1m})^2}{1 + N'^2 \gamma^3 + N'^2 (1 - \gamma) \gamma^2 (2/X'_{1m})^2}$$

La figure 4 donne le facteur de forme F en fonction de 2R/h pour une cavité cylindrique de section circulaire.

On voit d'après la figure que :

- le mode H_{012} d'une cavité circulaire donne une qualité Q_0 plus élevée que le mode H_{011} .

- le mode E_{012} donne une qualité Q_0 plus élevée que le mode E_{011} .

- le mode H_{112} donne une qualité Q_0 plus élevée que le mode H_{111} .

Pour les modes $H_{0,m,n}$, F passe un maximum lorsque $2R = 2h$
 A Q_0 et λ constants, le volume de la cavité devient minimal pour les modes H_{01n} .

d) Expression du coefficient de qualité Q_d dû aux pertes diélectriques.

Le volume de la cavité étant rempli d'un diélectrique homogène et isotrope. Ce milieu présente des pertes diélectriques, ainsi que de légères pertes ohmiques, et se caractérise donc par sa permittivité complexe apparente :

$$E_d = \epsilon' E - j \epsilon'' E$$

$$\text{Rot } \vec{H} = j\omega \epsilon_d \vec{E} + \vec{J}$$

$$\vec{J} = \nabla_d \vec{E} \quad ; \quad \nabla_d : \text{ Est la conductivité du diélectrique}$$

$$\text{Rot } \vec{H} = j\omega \epsilon_d \vec{E} + \nabla_d \vec{E} = (j\omega \epsilon_d + \nabla_d) \vec{E}$$

$$\begin{aligned} \text{Rot } \vec{H} &= [j\omega(\epsilon' - j\epsilon'') + \nabla_d] \vec{E} \\ &= [j\omega\epsilon' + \omega\epsilon'' + \nabla_d] \vec{E} \end{aligned}$$

$$\text{Rot } \vec{H} = j\omega\epsilon' \left[1 - \frac{j(\omega\epsilon'' + \nabla_d)}{\omega\epsilon'} \right] \vec{E} = j\omega\epsilon_c \vec{E}$$

$$\Rightarrow \epsilon_c = \epsilon' \left[1 - \frac{j(\omega\epsilon'' + \nabla_d)}{\omega\epsilon'} \right]$$

$$\epsilon_c = \epsilon' [1 - j \text{tg} \delta_a]$$

On définit alors l'angle de pertes

$$\text{tg} \delta_a = (\omega\epsilon'' + \nabla_d) / \omega\epsilon'$$

ϵ_c : permittivité complexe apparente du milieu dont la partie imaginaire rend compte des pertes aussi bien diélectriques.

δ_a : angle apparent des pertes diélectriques et ohmiques.

- Les pertes dans le milieu diélectrique s'expriment alors par :

$$W_d = \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 \iiint_V \epsilon' \text{tg} \delta_a \vec{E} \vec{E}^* dv.$$

- Énergie moyenne emmagasinée dans la cavité:

$$\bar{W} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \iiint_V \epsilon' \vec{E} \vec{E}^* dv.$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_d = \omega \frac{\bar{W}}{W_d} = \frac{1}{\text{tg} \delta_a}}$$

L'emploi des cavités vides ou remplies d'air est indispensable si l'on désire une qualité plus élevée.

La présence d'un milieu diélectrique quelconque dans la cavité n'affecte pas seulement sa qualité, mais déplace aussi la fréquence réelle de sa résonance. En effet, en propagation libre le facteur de propagation des champs s'écrit :

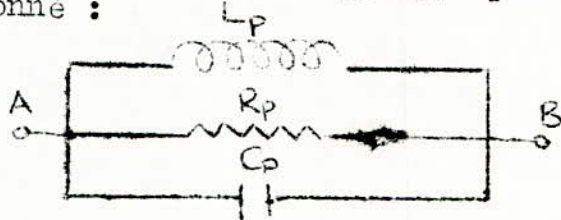
$$\text{Exp} \left[-j\omega(\epsilon_c \mu_c)^{1/2} \cdot z/c \right]$$

2.3.2 Détermination du circuit électrique R, L, C équivalent de la cavité :

On considère une cavité isolée dont le coefficient propre de qualité est Q_p , qui oscille à une pulsation ω voisine à une pulsation résonance ω_0 d'un mode propre bien déterminé. Pour un mode donné, la cavité est représentée par un circuit équivalent R, L, C à constantes localisées.

a) Circuit équivalent parallèle L_p, R_p, C_p (ou anti-résonnant) pour un mode donné :

$$U = V_A - V_B$$



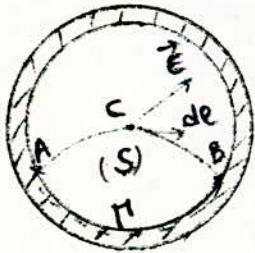
Pour déterminer les éléments L_p, R_p, C_p du circuit équivalent anti-résonnant de la cavité il nous faut 3 équations :

à la résonance ou a : $L_p C_p \omega_0^2 = 1$ et $Q_p = R_p C_p \omega_0$

Pour établir la 3ème équation nous faisons appel à l'énergie moyenne emmagasinée dans la cavité :

Le champ électrique ne dérive pas d'un potentiel scalaire tandis que le courant à travers un contour sur les parois de la cavité dépend du contour.

Pour calculer U, on choisit 2 points A et B sur les parois de la cavité ainsi qu'un parcours A C B situé dans le volume de la cavité de sorte que la circulation de \vec{E} maximale.



$$U = \oint_{ACB} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$C_p = \frac{2\overline{W}}{U^2} = \left[\iiint_V \epsilon_0 \vec{E}' \cdot \vec{E} \vec{E}^* dv \right] \left[\oint_{ACB} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \right]^{-2}$$

$$C_p = \left[\iiint_V \epsilon_0 \epsilon' |\vec{E}|^2 dv \right] \left[\oint_{ACB} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \right]^{-2} =$$

$$= \left[\iiint_V \mu_0 \mu |\vec{H}|^2 dv \right] \left[\oint_{ACB} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \right]^{-2}$$

d'après le théorème de Stokes

$$\oint_{ACB} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \text{Rot } \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{Rot } \vec{\Sigma} = \omega_0 \mu_0 \mu \vec{H}$$

$$\oint \vec{\Sigma} d\ell = \iint_S \text{Rot } \vec{\Sigma} ds = \iint_S \mu_0 \mu \vec{H} \omega ds$$

$$\Rightarrow C_p = \left[\iiint_V \mu_0 \mu |\vec{H}|^2 dv \right] \left[\iint_S \mu_0 \mu \vec{H} \omega ds \right]^{-2}$$

$$L_p = \frac{1}{C_p \omega_0^2} = \left[\iint_S \mu_0 \mu \vec{H} ds \right] \left[\iiint_V \mu_0 \mu |\vec{H}|^2 dv \right]^{-1}$$

L_p s'exprime par le flux magnétique traversant la surface S qui s'appuie sur le contour $A C B A$ dont la partie $B A$ se place dans les parois métalliques où $\vec{E} = \vec{0}$.

$$R_p = \frac{Q_p}{C_p \omega_0} = Q_p L_p \omega_0 = Q_p \omega_0 \left[\iint_S \mu_0 \mu \vec{H} ds \right]^2 \left[\iiint_V \mu_0 \mu |\vec{H}|^2 dv \right]^{-1}$$

L'impédance du circuit équivalent parallèle est

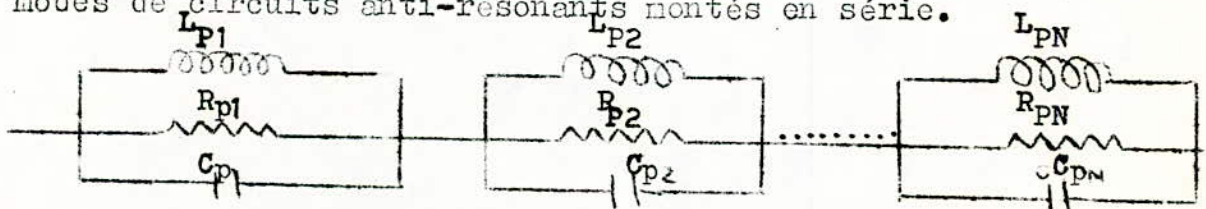
$$Z(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{jL_p\omega} + \frac{1}{R_p} + jC_p\omega} = \frac{jR_p}{j + Q_p \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]}$$

Les éléments du circuit équivalent parallèle de la cavité sont définis à partir de la tension ($U_k = \sum U_i$)

Si on travaille dans une large bande on doit considérer tous les modes entrant dans le compartement de la cavité, et l'impédance résultante est :

$$Z(\omega) = \sum_i \frac{jR_{pi}}{j + Q_{pi} \left[\frac{\omega_i}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_i} \right]}$$

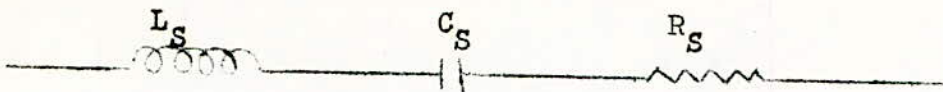
Le circuit équivalent parallèle est composé d'un nombre égal de modes de circuits anti-résonants montés en série.



b) Circuit équivalent série L_s, R_s, C_s (circuit résonant).

La cavité étant supposée osciller autour d'un mode de pulsation ω_0 isolé des autres modes.

Déterminons le circuit équivalent pour le mode donné ;

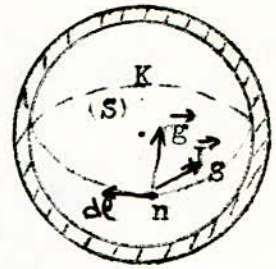


à la résonance on a: $L_S C_S \omega_0^2 = 1$

$$Q_p = L_S \omega_0 / R_S$$

L'énergie moyenne emmagasinée est $\bar{W} = 1/2 \cdot LI^2$.

soit K un contour fermé choisi arbitrairement sur les parois de la cavité, d_l un élément orienté de ce contour, \vec{d}_l un vecteur unitaire perpendiculaire à K et tangent aux parois, \vec{n} vecteur unitaire perpendiculaire aux parois et dirigé vers l'intérieur de la cavité.



Et soit J_S la densité superficielle de courant le long du contour K.

$$I = \int_{\text{sur } S} \vec{J}_S \cdot \vec{d}_l$$

$$\text{sur } S, \nabla \rightarrow \infty \Rightarrow \text{Rot } \vec{H} = \vec{n} \wedge \vec{H} = \vec{J}_S$$

$$\Rightarrow I = \int_K \vec{d}_l \cdot (\vec{n} \wedge \vec{H}) = \int_K \vec{H} \cdot (\vec{d}_l \wedge \vec{n})$$

En utilisant la formule de stoks sur le contour K de sorte que le courant I est maximum on a :

$$I = \oint_K \vec{H} \cdot \vec{d}_l = \iint_{S'} \omega_0 \epsilon_0 \epsilon' \vec{E} \cdot \vec{d}_l$$

et on a finalement les 3 équations qui déterminent les éléments L_S, C_S, R_S .

$$L_S = \frac{2 \bar{W}}{I^2} = \left[\iiint_V \mu_0 \mu' |\vec{H}|^2 dv \right] \left[\oint_K \vec{H} \cdot \vec{d}_l \right]^{-2} = \left[\iiint_V \epsilon_0 \epsilon' |\vec{E}|^2 dv \right] \left[\iint_{S'} \omega_0 \epsilon_0 \epsilon' \vec{E} \cdot \vec{d}_l \right]^{-2}$$

$$C_S = 1 / L_S \omega_0^2 = \left[\iint_{S'} \epsilon_0 \epsilon' \vec{E} \cdot \vec{d}_l \right]^2 \left[\iiint_V \epsilon_0 \epsilon' |\vec{E}|^2 dv \right]^{-1}$$

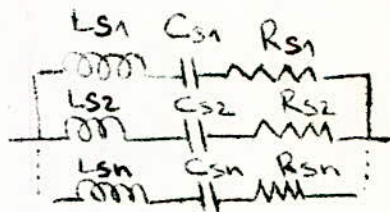
$$R_S = L_S \omega_0 / Q_p = 1 / Q_p C_S \omega_0$$

Pour les mode considéré de pulsation ω_0 , l'admittance du circuit équivalent résonant de la cavité oscillant au voisinage de ω_0 est :

$$y(\omega) = \frac{\partial / R_S}{\delta + Q_p [\omega_0 / \omega - \omega / \omega_0]}$$

Les éléments du circuit équivalent série sont définis à partir du courant. Si on travaille donc dans une large bande on doit considérer tous les modes entrant dans le comportement de la cavité et l'admittance résultante est :

$$y(\omega) = \sum \frac{1/R_{si}}{1 + Q_{pi} [\omega_i/\omega - \omega/\omega_i]}$$



Le circuit équivalent de la cavité pour l'ensemble des modes est constitué d'un nombre de circuits résonants (égal au nombre de modes) montés en parallèle. Chaque cavité résonante quelle que soit sa forme, possède une infinité de fréquences propres, qui sont de plus en plus rapprochés les unes des autres à mesure que la fréquence croit. Le nombre total de modes ayant une fréquence de résonance sensiblement inférieure à une fréquence donnée est :

$$N = 8\pi V \cdot f^3 / 3v^2$$

où V : est le volume de la cavité (en m³)

v : vitesse des ondes dans le diélectrique (en m/s)

f : fréquence en hertz.

Une cavité isolée peut être décrite par des circuits anti-résonants ou résonants montés en série ou en parallèle dont les éléments s'expriment à partir des champs dans la cavité.

2.4 Etude d'une cavité couplée en oscillations forcées :

Dans ce cas le problème est plus général, la cavité est couplée avec d'autres éléments extérieurs pour être excitée par une source à une fréquence généralement voisine de l'une de ses fréquences propres. On tient compte alors en plus des pertes propres de la cavité des pertes par rayonnement à travers le dispositif de couplage. Et l'on définit ainsi un coefficient de qualité en charge lorsque les guides de couplage sont adaptés à la charge.

$Q_c = \frac{\text{Energie moyenne emmagasinée}}{\text{Puissance moyenne des pertes totales}}$

Puissance moyenne des pertes totales

pertes totales = pertes propres de la cavité + pertes de rayonnement dues aux couplages.

On peut également définir un coefficient de qualité Q_{ex} caractérisant les pertes par rayonnement dues aux couplages de la cavité avec les éléments extérieurs.

$$Q_{ex} = \omega_0 \frac{\text{Énergie moyenne emmagasinée}}{\text{Puissance moyenne des pertes par rayonnement}}$$

$$1/Q_c = 1/Q_p + 1/Q_{ex}.$$

On définit un coefficient de couplage β caractérisant le rapport des pertes par rayonnement aux pertes propres.

$$\beta = Q_p / Q_{ex} \quad \text{En général } 0,1 \leq \beta \leq 10.$$

Si $\beta < 1$, la cavité est sous couplée : les pertes par rayonnement sont inférieures aux pertes propres.

Si $\beta = 1$, la cavité est au couplage critique : les pertes par rayonnement sont égales aux pertes propres.

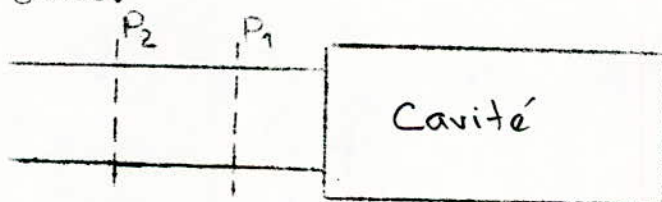
Si $\beta > 1$, la cavité est surcouplée : les pertes par rayonnement sont supérieures aux pertes propres.

Dans tous les cas, le couplage doit être réalisé de telle sorte qu'il favorise le mode désiré dans la cavité tout en atténuant au maximum les autres modes qui pourraient éventuellement exister dans la bande de fréquence de travail.

L'ensemble (cavité + couplage) est équivalent à un circuit électrique dont on déterminera les éléments.

2.4.1 : Circuit équivalent électrique d'une cavité montée en réflexion ou absorption :

la cavité couplée est placée à l'extrémité terminale d'une ligne ou d'un guide.



Notons l'ensemble PC = guide de couplage + dispositif de couplage + cavité. L'impédance équivalente de l'ensemble PC ramenée au plan P est fonction de la position de ce plan et de la pulsation d'excitation. Soit ω_0 une des pulsations de résonance de l'ensemble PC ; le plan P_1 choisi sur une section droite où l'impédance équivalente s'annule, ou passe au moins par un minimum presque nul lorsque ω est éloignée de ω_0 est assimilé à un plan de court-circuit ($V_{p1} = 0$, noeud de tension).

Le plan P_2 choisi tel que l'impédance équivalente est maximum lorsque ω est éloigné de ω_0 , est assimilé à un plan de circuit ouvert (ventre de tension). Les Plans P_1 et P_2 sont distants de $\lambda_g/4$, et chacun de ces plans est défini à $K\lambda_g/2$ près.

L'ensemble PC défini à partir de l'un des plans de court circuit

ou circuit ouvert est alors isolé, et l'en peut appliquer alors le théorie de la cavité isolée, vue précédemment, à cet ensemble. L'ensemble PPC est décrit au voisinage de la résonance par un circuit anti résonant rapporté au plan P_1 , ou par un circuit résonant série rapporté au plan P_2 . Les 2 formalisme sont physiquement équivalents, mais généralement on utilise la représentation, du type anti résonant pour les raisons suivantes :

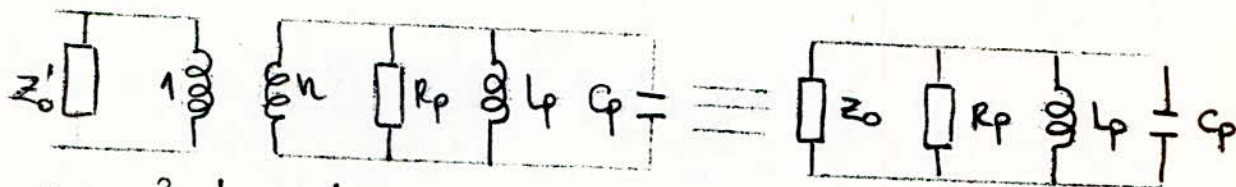
- lorsqu'on introduit dans la cavité un petit échantillon à pertes diélectrique, la représentation de celle-ci dans le circuit équivalent anti résonant est en général plus simple que pour le circuit résonant. mieux

- Le circuit anti résonant s'adapte pour un couplage en iris dont le plan est presque un plan de court-circuit.

Mais dans l'un ou l'autre des circuits équivalents on choisit le plan le plus proche de la cavité mais toujours assez éloigné d'elle pour que le mode désiré se propage dans le guide sans être perturbé par les ondes évanescentes liées au dispositif de couplage.

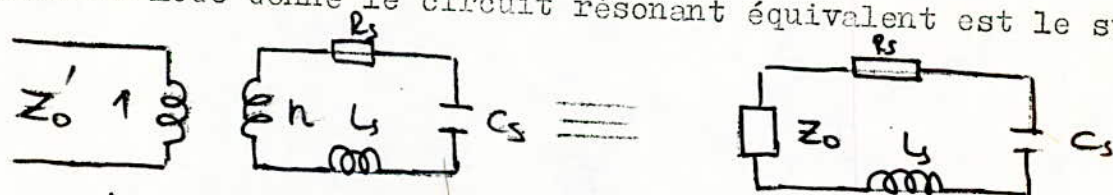
Toutes ces précautions prises, supposons de plus que la ligne ou le guide de couplage est adapté à l'extrémité opposée de la cavité.

Pour un mode donné le circuit anti-résonant équivalent est le suivant



$Z_0 = n^2 Z'_0$ où Z'_0 est l'impédance caractéristique du guide de couplage. Le transformateur représente le dispositif de couplage.

Pour un mode donné le circuit résonant équivalent est le suivant :



a) Détermination des éléments du circuit équivalent anti-résonant :

Soit Q_p le coefficient de qualité propre de l'ensemble PC qui

caractérise l'amortissement des oscillations pour un mode donné ;

$$Q_p = \omega / 2\alpha = R_p \cdot C_p \cdot \omega_0$$

$L_p \cdot C_p \omega_0^2 = 1$ est la condition de résonance .

Nous avons deux relations et 3 éléments inconnus L_p, C_p, R_p à déterminer. Pour que la résolution soit possible il nous faut une troisième équation. Pour cela on introduit le coefficient de couplage β .

$$\beta = Q_p / Q_{ex}$$

Q_{ex} : est le coefficient de qualité extérieur, caractérisant les pertes par rayonnement dues au couplage.

$$Q_{ex} = \omega_0 Z_0 C_p \quad ; \quad \beta = Q_p / Q_{ex} = R_p \cdot C_p \cdot \omega_0 / \omega_0 Z_0 C_p = R_p / Z_0$$

Pour que le système soit entièrement déterminé, il faut donc déterminer le coefficient de couplage.

- Détermination du coefficient de couplage :

En utilisant les éléments réduits : $r_p = R_p / Z_0$, $l_p = L_p / Z_0$, $c_p = C_p Z_0$, l'impédance réduite ramenée au plan P_1 est :

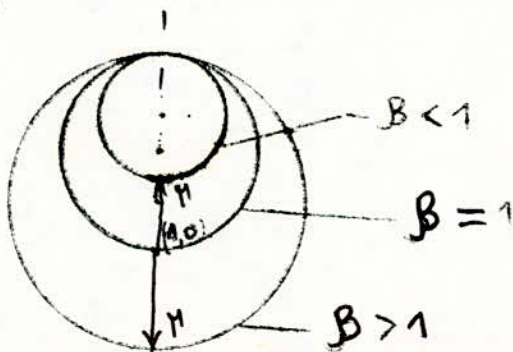
$$z_1 = \frac{1}{1 + 1/r_p + 1/jl_p \omega + jc_p \omega} = Z_0 \beta \left\{ z_1 = \frac{\beta}{1 + jQ_p(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \right.$$

$$\beta = R_p / Z_0 = r_p, \quad Q_p = R_p C_p \omega_0 = r_p c_p \omega_0$$

On voit qu'à la résonance $z_1 = \beta = r_p$. Cette impédance réduite est liée au coefficient de réflexion Γ_n rapporté au plan P_1 par l'expression : $\Gamma_n = (z_1 - 1) / (z_1 + 1)$

à la résonance ($\omega = \omega_0$) $\Gamma_n = (\beta - 1) / (\beta + 1)$
Le coefficient de couplage peut être déterminé en mesurant le coefficient de réflexion Γ_n .

En utilisant l'abaque de SMITH, le lieu géométrique de l'impédance z_1 est :



* Cas d'un surcouplage ($\beta > 1$):

$$\beta > 1 \Rightarrow \Gamma = |\Gamma| e^{j\theta} = |\Gamma| \Rightarrow \begin{cases} V_{p1}(f_0) = V_i(1 + |\Gamma|) \\ I_{p1}(f_0) = \frac{V_i}{Z_0}(1 - |\Gamma|) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{p1} = |V_i| |1 + |\Gamma|| = V_{\max} \\ I_{p1} = \frac{|V_i|}{Z_0} |1 - |\Gamma|| = I_{\min} \end{cases} \Rightarrow Z_1(f_0) = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = S_0$$

s S_0 est le taux d'ondes stationnaires pour $\omega = \omega_0$.

Or à la résonance on a $z_1 = \beta$ d'où alors $\boxed{\beta = S_0}$.

* Cas d'un sous couplage ($\beta < 1$)

$$\Gamma = |\Gamma| e^{j\pi} = -|\Gamma| \Rightarrow \begin{cases} V_{p1}(f_0) = V_i(1 - |\Gamma|) \\ I_{p1}(f_0) = V_i/Z_0(1 + |\Gamma|) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |V_{p1}(f_0)| = |V_i| |1 - |\Gamma|| = V_{\min} \\ |I_{p1}(f_0)| = \frac{|V_i|}{Z_0} |1 + |\Gamma|| = I_{\max} \end{cases} \Rightarrow z_1(f_0) = 1/S_0$$

on a donc $\boxed{\beta = 1/S_0}$ pour $\beta < 1$

* Cas d'un couplage critique ($\beta = 1$)

$$\Gamma = 0 \Rightarrow \begin{cases} V_{p1}(f_0) = V_i \\ I_{p1}(f_0) = V_i/Z_0 \end{cases} \Rightarrow z_1 = 1$$

$$\boxed{\beta = 1/S = S = S_1}$$

Pour déterminer donc le coefficient de couplage d'une cavité résonante on utilise un tosmètre. On fait tendre la fréquence du générateur vers la fréquence de résonance de la cavité et on mesure le tos S_0 .

- Si on a un ventre de tension $Z_1 = \beta = S_0$; $\beta = S_0 > 1$ (cavité surcouplée).

- Si on a un noeud de tension $Z_1 = 1/S_0$; $\beta = \frac{1}{S_0} < 1$ (cavité sous couplée).

- Si on n'a ni un noeud ni un ventre ; $1/S_0 = S_0 = 1$. (couplage critique).

b) Détermination des éléments du circuit équivalent résonant:

$$Q_p = L_S \omega_0 / R_S ; L_S C_S \omega_0 \pm 1 ; Q_{ex} = L \omega_0 / Z_0 ; \beta = Q_p / Q_{ex} = Z_0 / R_S$$

en éléments réduits :

$$l'impédance réduite au plan P_2 est : $\beta = 1/r_s$;$$

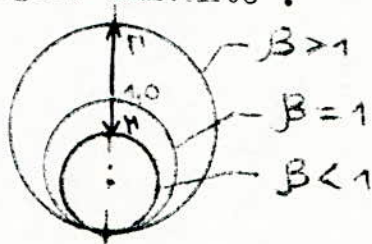
$$\bar{Z}_{0P2} = \bar{Z}_2 = \frac{1}{\beta} \left[1 + j Q_p \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

à la résonance ($\omega = \omega_0$) $\Rightarrow \bar{Z}_2 = 1/\beta$

et le coefficient de réflexion au plan P_2 est $\Gamma_2(\omega = \omega_0) = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$

- Détermination expérimentale du coefficient de couplage β en utilisant le tos.

Le lieu géométrique de l'impédance au plan P_2 de circuit ouvert est donné par la figure suivante :



Le lieu géométrique des impédances Z_{P_2} est représenté par 3 cercles tel que $\text{Re}(Z_{P_2}) = 1/\beta$

* Cas d'un sur couplage ($\beta > 1$)

$$\Gamma_2(f_0) = |\Gamma| e^{j\pi} = -|\Gamma|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{P_2}(f_0) = V_c (1 + \Gamma) \\ I_{P_2}(f_0) = \frac{V_c}{Z_0} (1 - \Gamma) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |V_{P_2}(f_0)| = |V_c| |1 - |\Gamma|| = V_{\min} \\ |I_{P_2}(f_0)| = \frac{|V_c|}{Z_0} |1 + |\Gamma|| = I_{\max} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_2(f=f_0) = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1}{S_0}$$

Or $Z_2 = \frac{1}{\beta}$ donc $\boxed{\beta = S_0}$

* Cas d'un sous couplage ($\beta < 1$) ; $\Gamma_{P_2}(f_0) = |\Gamma| e^{j0} = |\Gamma|$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{P_2}(f=f_0) = V_c (1 + \Gamma) = V_c (1 + |\Gamma|) \\ I_{P_2}(f=f_0) = \frac{V_c}{Z_0} (1 - |\Gamma|) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |V_{P_2}| = |V_c| |1 + |\Gamma|| = V_{\max} \\ |I_{P_2}(f_0)| = \frac{|V_c|}{Z_0} |1 - |\Gamma|| = I_{\min} \end{cases}$$

$$Z_2(f=f_0) = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = S_0$$

Or $Z_2(f=f_0) = 1/\beta \Rightarrow \boxed{\beta = 1/S_0}$

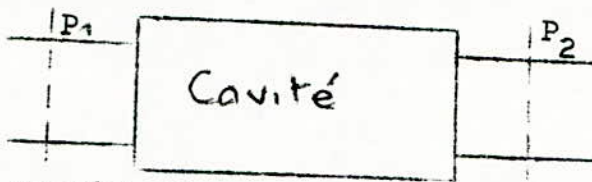
* Cas d'un couplage critique ($\beta = 1$)

$$\Gamma = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_{P_2}(f=f_0) = V_i \\ I_{P_2}(f=f_0) = I_i \end{array} \right\} \Rightarrow Z_2(f=f_0) = 1$$

$$Z_2(f_0) = 1/\beta \Rightarrow \boxed{\beta = 1}$$

la détermination de β se ramène alors à une mesure expérimentale du taux d'onde stationnaire à la résonance. Le coefficient de couplage déterminé, on a 3 équations bien définies pour déterminer les 3 éléments L_s, R_s, C_s du circuit résonant équivalent de l'ensemble PC.

2.4. 2. Cavity montée en transmission :



La cavité possède 2 couplages par lesquels elle est reliée d'une part à la source et d'autre part à la charge. La source et la charge sont supposées adaptées.

a) Circuit équivalent anti résonant :

Les plans P_1 et P_2 sont des plans de court-circuit quand la fréquence de travail s'éloigne de la fréquence de résonance. L'ensemble PCP_2C est considéré comme une cavité isolée.

On définit 2 coefficients externes relatifs aux 2 couplages.

$$Q_{ex1} = \omega_0 \frac{\text{énergie moyenne emmagasinée}}{\text{puissance rayonnée dans le dispositif de couplage 1}}$$

$$Q_{ex2} = \omega_0 \frac{\text{énergie moyenne emmagasinée}}{\text{puissance rayonnée dans le dispositif de couplage 2}}$$

soit $\beta_1 = Q_p/Q_{ex1}$ le coefficient de couplage du 1er bras.

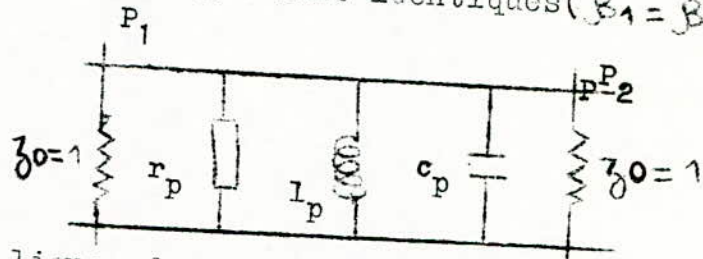
et $\beta_2 = Q_p/Q_{ex2}$ le coefficient de couplage du 2ème bras

$$Q_c = \omega_0 \frac{\text{énergie moyenne emmagasinée}}{\text{puissance totale des pertes}}, \text{ est le coefficient de qualité en charge.}$$

$$1/Q_c = 1/Q_p + 1/Q_{ex1} + 1/Q_{ex2} = 1/Q_p + \beta_1/Q_p + \beta_2/Q_p = (1 + \beta_1 + \beta_2)/Q_p$$

La cavité est supposée symétrique, c'est à dire que le plan P_1 est déterminé de sorte que le bras (2) est fermé par une charge adaptée et que l'on branche le bras (1) sur une source, la cavité se comporte envers cette source comme un dipôle qui ramène un court-circuit dans le plan P_1 lorsque ω est suffisam-

ment éloignée de ω_0 . Et de la même façon est déterminé le plan P_2 . En travaillant en éléments réduits par rapport à l'impédance caractéristique des lignes de couplage, le schéma équivalent dans le cas où les couplages sont identiques ($\beta_1 = \beta_2 = \beta$) est le suivant :



Z_0 : impédance des lignes de couplage aux plans P_1 et P_2
 $Z_0 = 1$ impédance réduite des lignes de couplage

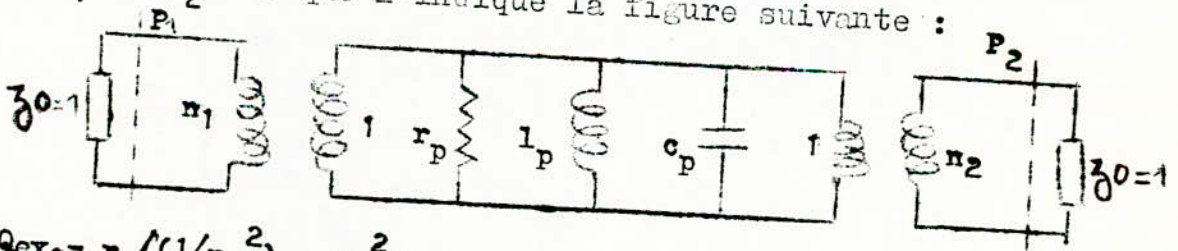
$r_p = (R_p/Z_0)$, $l_p = (L_p/Z_0)$ et $c_p = C_p Z_0$ sont des éléments réduits du circuit équivalent de l'ensemble P_1 & P_2 .

$Q_p = r_p c_p \omega_0$, condition de résonance: $l_p c_p \omega_0^2 = 1$

$$Q_{ex1} = Q_{ex2} = z_0 / l_p \omega_0 = 1 / l_p \omega_0 \Rightarrow \beta = Q_p / Q_{ex} = r_p c_p l_p \omega_0^2 = r_p$$

Il suffit de déterminer le coefficient de couplage $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ par la mesure du coefficient de réflexion ou autre et on a 3 équations pour déterminer les 3 inconnues r_p , l_p , c_p du circuit équivalent anti résonant.

- Dans le cas où les couplage sont différents, il faudra introduire les transformateurs d'impédances de rapport de transformation n_1 et n_2 tel que l'indique la figure suivante :



$$\beta_1 = Q_p / Q_{ex1} = r_p / (1/n_1^2) = n_1^2 r_p$$

$$\beta_2 = Q_p / Q_{ex2} = r_p / (1/n_2^2) = n_2^2 r_p$$

$$r_p c_p \omega_0 = Q_p$$

$$l_p c_p \omega_0^2 = 1$$

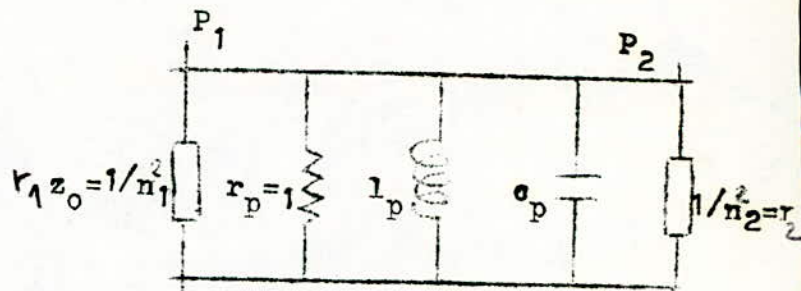
Pour déterminer les éléments n_1 , n_2 , r_p , c_p , l_p du schéma équivalent il faudra 5 équations alors qu'on en dispose que 4. Pour cela on choisit soit $r_p = z_0 = 1$, soit que l'un des rapports de transformation soit égal à l'unité mais avec ce 2ème cas on perdrait la symétrie du circuit équivalent. On préfère alors prendre $r_p = z_0 = 1$. Le système d'équations devient :

$$Q_p = r_p c_p \omega_0 = c_p \omega_0$$

$$\beta_1 = n_1^2 r_p = n_1^2 \cdot$$

$$\beta_2 = n_2^2 r_p = n_2^2 \cdot$$

$$l_p c_p \omega_0^2 = 1$$



L'admittance réduite ramenée au plan P_1 est donnée par le circuit suivant :



L'admittance ramenée au plan P_1 est $y = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{j\omega l_p n_1^2} + \frac{j\omega c_p n_1^2}{n_1^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2}$

$$y = \left(\frac{1}{n_1}\right)^2 \left[1 + n_2^2\right] - jQ_p \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right) = \left(\frac{1}{\beta_1}\right) (1 + \beta_2) - jQ_p \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right]$$

à la résonance ($\omega = \omega_0$) $\Rightarrow Y = \frac{1}{\beta_1} (1 + \beta_2)$

Il y a adaptation si $y = 1 \Rightarrow \beta_1 = (1 + \beta_2)$

On remarque que si les couplages sont égaux, l'adaptation est impossible, c'est à dire qu'une cavité symétrique ($\beta_1 = \beta_2$)

($Q_{ex1} = Q_{ex2}$) ne peut être adaptée.

Pour déterminer les nombres de spires des transformateurs il faudra évaluer les coefficients de couplage β_1 et β_2

* Evaluation des coefficient des couplage β_1 et β_2 :

On définit $T(\omega)$ le coefficient de transmission en puissance qui caractérise les pertes de transmission.

$$T(\omega) = \frac{P_t}{P_i} = \frac{\text{puissance transmise au bras 2}}{\text{puissance incidente}}$$

P_t : est alors la puissance transmise à la charge.

P_d : puissance dissipée dans y .

$$P_t = U^2 / r_2 = n_2^2 U^2$$

$$P_d = U^2 \left[\frac{r_p r_2}{r_p + r_2} \right] = \frac{1}{n_2^2} (1 + \beta_1) U^2 \Rightarrow P_t / P_d = n_2^2 / (n_2^2 + 1) = \beta_2 / (1 + \beta_1)$$

$$T(\omega) = P_t / P_i = P_t / P_d \cdot P_d / P_i$$

Or la puissance cédée à y est : $P_d = P_i (1 - |T|^2)$

$$\frac{P_d}{P_i} = (1 - |\Gamma|^2) = 1 - \left(\frac{1-y}{1+y} \right)^2 = \frac{4y}{(1+y)^2}$$

$$\frac{P_d}{P_i} = \frac{4\beta_1(1+\beta_2)}{(1+\beta_1+\beta_2)^2 + Q_p^2 \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2}$$

$$T(\omega) = \frac{P_t}{P_d} \cdot \frac{P_d}{P_i} = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1+\beta_1+\beta_2)^2 + Q_p^2 \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2}$$

$$T(\omega) = \frac{4Q_c^2 / Q_{ex1} Q_{ex2}}{1 + Q_c^2 \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2}$$

A la résonance ($\omega = \omega_0$), $T(\omega_0) = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1+\beta_1+\beta_2)^2} = \frac{4Q_c^2}{Q_{ex1} Q_{ex2}}$

$$T(\omega) = \frac{T(\omega_0)}{1 + Q_c^2 \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2}, \quad \Gamma(\omega_0) = \frac{-(1-\beta_1+\beta_2)}{1+\beta_1+\beta_2}$$

En posant : $\omega = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$

On a : $T(\omega) = \frac{T(\omega_0)}{1 + Q_c^2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2}$

nous voyons que $T(\omega) = \frac{1}{2} T(\omega_0)$ pour $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q_c}$

$\Rightarrow \Delta\omega$: est la bande passante de la cavité de résonance ω_0 .

A la résonance on a une transmission maximale en puissance si l'adaptation de la cavité est assurée ($y = 1$), et on a

alors $\Gamma = 0$ et $\beta_1 = 1 + \beta_2$

- pour β_2 donné $\Rightarrow \beta_1 = 1 + \beta_2$ on a $T_{max} = \frac{\beta_2}{1 + \beta_2}$

- pour β_1 donné $\Rightarrow \beta_2 = 1 + \beta_1$ on a $T_{max} = \beta_1 / (1 + \beta_1)$

En mesurant le coefficient de transmission on voit qu'il est possible de déterminer les coefficients de couplage β_1 et β_2 . On voit qu'un bras adapté assure en même temps la transmission maximale. Le coefficient de transmission est d'autant plus important que β_1 et β_2 sont élevés mais $Q_c = Q_p / (1 + \beta_1 + \beta_2)$ décroît et l'on perd en sélectivité.

Jusque là nous avons considéré que toutes les terminaisons des lignes ou des guides de couplage sont adaptées. Mais alors si les terminaisons ne sont pas adaptées, les éléments équivalents (r_p, l_p, c_p) du système, rapportés aux plans de court-circuit en dehors des résonances ne changent pas. Les charges terminales ne ramènent plus à ces plans des résistances pures mais des impédances. Et les pulsations de résonance seront affectées.

2.4.3 Etude des couplages.

On a vu qu'une cavité est capable de résonner sur plusieurs modes. Le système de couplage de la cavité au guide doit en effet permettre d'exciter sélectivement le mode désiré. Pour cela on choisit un dispositif de couplage dont la configuration du champ crée dans son voisinage coïncide au moins pour une composante électrique ou magnétique avec la configuration locale du champ correspondant au mode à exciter

On distingue : - un couplage magnétique par une petite boucle qui doit s'effectuer dans une région des parois de la cavité où le champ magnétique du mode préféré est maximal, et le plan de la boucle doit être orienté perpendiculairement aux lignes magnétiques de ce mode.

- Un couplage électrique assuré par une petite sonde (ou antenne) qui doit se placer dans une région de champ électrique maximal, mais parallèlement aux lignes électriques du mode correspondant de la cavité.

On peut réaliser aussi un couplage magnétique ou électrique par une ouverture (iris) reliant la cavité au guide de couplage. Exemple : dans les cavités cylindriques vibrant suivant le mode $T E_{01n}$ le champ E est nul partout sur la surface limite, le couplage doit être magnétique et il peut être réalisé soit par une boucle soit par une ouverture (iris) commune à la cavité et au guide de couplage.

Il faut remarquer aussi qu'au voisinage du dispositif de couplage que la structure des champs est perturbée par la création d'ondes évanescentes ce qui se traduit par une modification de la pulsation de résonance. Le choix et la réalisation d'un couplage nécessite donc la connaissance des configurations des champs non perturbés aussi bien du mode préféré que des autres modes susceptibles d'intervenir en même temps et que l'on cherche à éliminer.

3. ONDEMÈTRES :

3.1 : Principe et propriétés principales des Ondemètres à cavités.

On a vu qu'une cavité résonne sur un certain nombre de fréquences discrètes, chacune correspondant à un mode particulier de vibration associé à sa configuration de champ propre. Comme la longueur d'onde libre qui correspond au mode associé à la fréquence la plus basse est de l'ordre de grandeur de la plus grande dimension linéaire de la cavité, il s'ensuit que pour les ondes centimétriques jusqu'à quelques millimètres de longueur d'ondes, une cavité vibrante possède un faible encombrement qui la rend propre à l'utilisation d'un Ondemètre.

Un Ondemètre est constitué par une cavité accordable couplée au guide principal. Quand la cavité est accordée à la fréquence de l'onde propagée dans le guide, elle modifie profondément les conditions de propagation dans le guide principal, et cet accord se traduit par une ~~diminution~~ brutale du champ mesuré dans le guide. En dehors de cette fréquence la perturbation apportée est négligeable. Pour mesurer la fréquence, on fera varier la fréquence d'accord de la cavité en modifiant l'une de ses dimensions. Pour cela, la cavité utilisée en Ondemètre possède une partie de parois mobile dont la position est étalonnée en longueur d'onde de résonance. Cette partie mobile est en ~~général~~ un piston substitué à une des bases de la cavité et dont la position est reperée à l'aide d'une vis micrométrique. Une courbe d'étalonnage établit la correspondance entre la position de la vis micrométrique et la fréquence de résonance de la cavité. Pour que la mesure soit précise et sans ambiguïté, il est nécessaire d'une part que la résonance soit très sélective (la cavité doit être à très forte surtension) c'est à dire que les coefficients de couplage avec l'extérieur soient les plus faibles possibles pour que le coefficient de qualité en charge ne s'éloigne pas beaucoup de la qualité propre de la cavité, et d'autre part il faut que seul le mode prévu soit excité dans la cavité. Les Ondemètres à cavités sont 2 types : Ondemètres à transmission et Ondemètres à absorption.

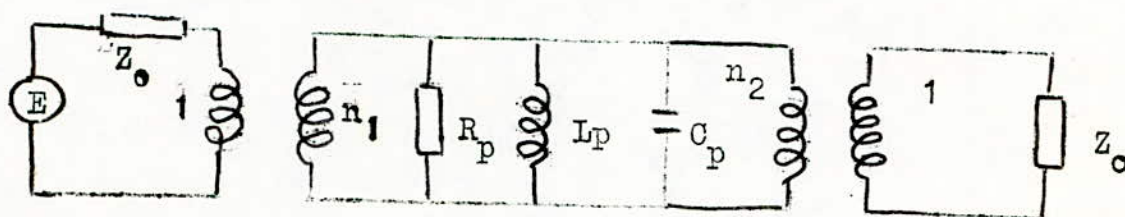
3.2 Ondemètres à transmission :

3.2.1 : Principe.

- Schéma synoptique :



Le principe de mesure est basé sur l'accord de la fréquence de la cavité de l'Ondemètre à la source dont le repérage s'effectue par le changement de puissance absorbée par la charge connectée. On a montré précédemment que le schéma équivalent d'un tel montage pour une position particulière des plans de court-circuits est le suivant :



La source et la charge sont adaptées au guide. Le coefficient de transmission en puissance ainsi calculé est :

$$T(\omega) = \frac{\text{Puissance transmise à la charge}}{\text{Puissance venant de la source}} = \frac{4 B_1 B_2}{(1 + B_1 + B_2)^2 + Q_{pr}^2 \left[\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2}$$

ω_0 : pulsation de la source $\omega^2 = (1/LC)$

ω : pulsation d'accord de la cavité

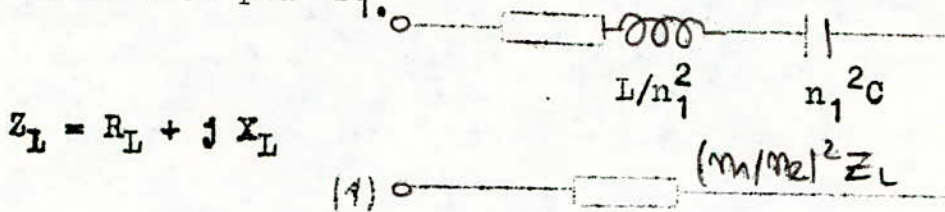
Pour des fréquences très éloignées de la résonance aucune puissance n'est transmise à la charge, et plus l'accord de la cavité s'approche de la résonance, plus la puissance transmise augmente. A la résonance la puissance transmise à la charge est maximale telle que

$$T(\omega_0) = \frac{4 B_1 B_2}{(1 + B_1 + B_2)^2}$$

La largeur de la résonance est donnée par la bande passante correspondant à la demi-puissance telle que $T(\omega) = \frac{1}{2} T(\omega_0)$

Pour un Ondemètre monté en transmission sur une charge, la fréquence pour laquelle la cavité transmet le maximum de puissance dépendra des impédances de la charge et celle du générateur.

a) Pour un premier cas donné considérons la dérive due uniquement à une charge terminale réactive Z_L , en supposant que le générateur à une résistance pure R_G . Pour une simplicité de calcul raisonnons sur le schéma équivalent série dont les éléments sont ramenés au plan P_1 .



$$Z_L = R_L + j X_L$$

La fréquence de résonance du système est celle pour laquelle la partie imaginaire de l'impédance vue des bornes (1) s'annule.

$$Z = (R/n_1^2) + (j Lw/n_1^2) + (n_2/n_1)^2 R_L + j (n_2/n_1)^2 X_L$$

$$Z = (R/n_1^2) + (n_2/n_1)^2 R_L + j \left[(Lw/n_1^2) - 1/n_1^2 Cw + (n_2/n_1)^2 X_L \right]$$

$$LCw^2 + n_2^2 X_L Cw - 1 = 0 \quad (1)$$

Dans le cas où $n_2^2 X_L \ll Lw$; $1/Cw$

la solution de l'équation (1) est :

$$w_R = w_0 - n_2^2 X_L / 2L \quad \text{avec } w_0 = 1/\sqrt{LC}$$

w_R : est la fréquence de résonance perturbée.

Exprimons cette fréquence de résonance perturbée en fonction de

$Q_p = Lw_0/R$ et du coefficient de couplage $\beta_2 = n_2^2 Z_0/R$

$$w_R = w_0 \left[1 - \frac{n_2^2 X_L}{2Lw_0} \right] = w_0 \left[1 - \frac{n_2^2 X_L}{2Q_p R} \right] = w_0 \left[1 - \frac{\beta_2 X_L}{2Q_p Z_0} \right]$$

le terme $\beta_2 X_L / 2Q_p Z_0$ représente la dérive de fréquence.

Le coefficient de couplage β_2 est très faible, le coefficient de surtension à vide Q_p est élevé, de l'ordre de 10^4 , la dérive est faible et elle est d'autant plus faible que X_L est faible.

exemple numérique : si $\beta_2 = 0,5$, $Q_p = 10^4$, $X_L/Z_0 = 1$

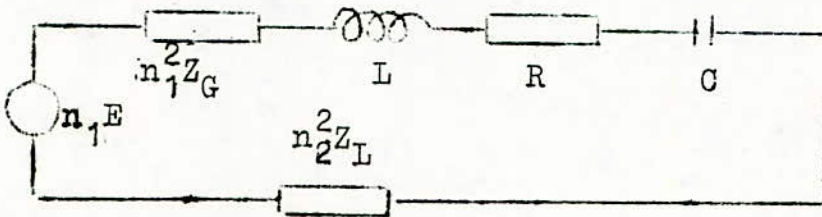
On a
$$\frac{\omega_0 - \omega_R}{\omega_0} = \frac{2 X_L}{2 Q_p Z_0} = \frac{0,5}{2 \cdot 10^4} = 2,5 \cdot 10^{-5}$$

Si le système de cavité couplée est représenté en circuit résonant parallèle où est la susceptance de la charge qui apparaît à ces bornes, la fréquence de résonance perturbée du système devient.

$$\omega_R = \omega_0 \left[1 - \beta_2 \frac{B}{2Q_p Y_0} \right]$$

b) voyons maintenant que devient l'expression de la dérive de fréquence d'un Ondemètre à transmission sur une charge d'impédance Z_L et couplé à un générateur d'impédance Z_G .

Ramenons les impédances Z_L et Z_G dans la maille résonante du circuit équivalent série de l'ensemble du système de cavité couplée.



Le maximum de puissance transmise à la résistance de charge R_L est à une fréquence ω_t solution de l'équation

$$Z = n_1^2 Z_G + jL\omega + R + (1/jC\omega) + n_2^2 Z_L$$

$$Z = n_1^2 R_G + R + n_2^2 R_L + j \left[L\omega - (1/C\omega) + n_1^2 X_G + n_2^2 X_L \right]$$

$$\text{Im}(Z) = 0 \quad L\omega - (1/C\omega) + n_1^2 X_G + n_2^2 X_L = 0$$

$$L C \omega^2 + C\omega (n_1^2 X_G + n_2^2 X_L) = 0$$

Pour $n_1^2 X_G$, $n_2^2 X_L \ll (L\omega_1 / C\omega)$, Cette équation a pour solution

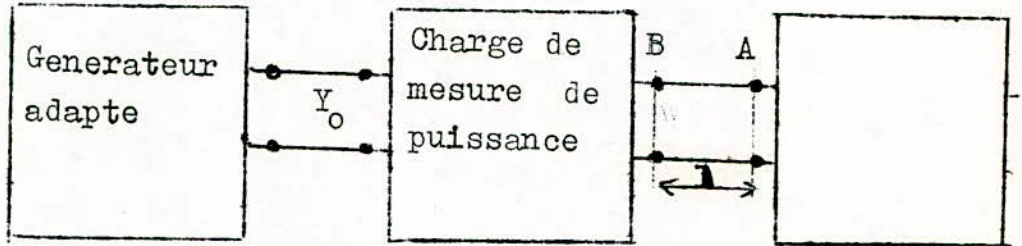
$$\omega_t = \omega_0 \left[1 - \frac{\beta_1 X_G}{2Z_0 Q_p} - \frac{\beta_2 X_L}{2Z_0 Q_p} \right] \quad \text{avec}$$

$$\omega_0 = 1/(LC)^{\frac{1}{2}} \quad \beta_1 = n_1^2 Z_0/R, \quad \beta_2 = n_2^2 Z_0/R \quad \text{et} \quad Q_p = L\omega_0/R$$

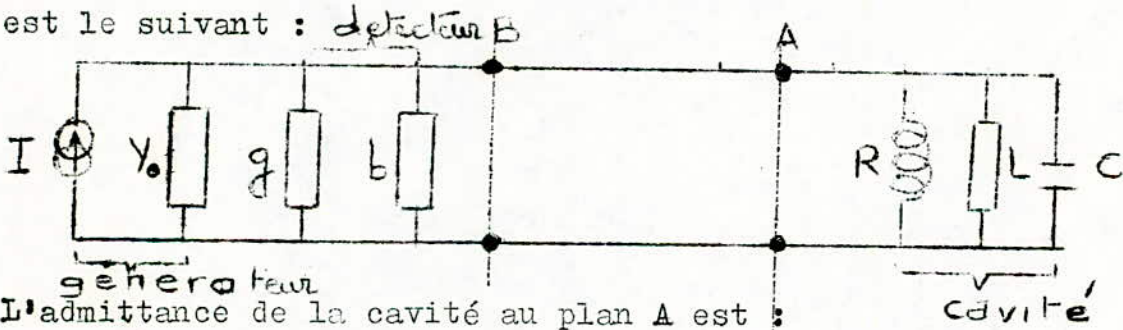
Pour la fabrication des Ondemètres à transmission à usage industriel on se contente de cet Ondemètre affecté de cette derive de fréquence faible. Mais si on veut réaliser des étalons de fréquence, il faudra utiliser des moyens de réduction de dérive au maximum. Ces procédés résident au niveau des couplages qui ne font pas partie de notre étude.

3.3 Ondemètres à absorption terminant une ligne.

Principe :



La charge de mesure de puissance est placée à une longueur l de la cavité. Quand la cavité oscille au voisinage de la fréquence du générateur, la puissance absorbée par la charge varie et cette variation dépend de la longueur l . Il convient cependant de placer la charge de mesure de puissance à une distance l de la cavité choisie de telle que cette charge absorbe le maximum de puissance quand la cavité oscille loin de la résonance. La charge de mesure de puissance est un cristal détecteur ou un bolomètre qui peut être représenté comme une admittance pure $g + jb$. Le circuit équivalent parallèle d'un tel montage est le suivant :



L'admittance de la cavité au plan A est :

$$Y_A = \frac{1}{R} + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) = \frac{1}{R} + j\omega_0 C \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

Or $\beta = RY_0$, $Q_p = \omega_0 RC$ et posons $\omega = \omega_0 + \delta$

$$Y_A = \frac{1}{R} + j \frac{Q_p}{R} \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$$

en utilisant l'approximation $(1 + \delta/\omega_0)^{-1} \approx 1 - \delta/\omega_0$

$$\text{on a } Y_A \approx (Y_0/\beta) (1 + 2j Q_p \delta/\omega_0)$$

L'admittance de la cavité ramenée au plan B s'écrit :

$$Y_B = Y_0 \left[Y_A + j Y_0 \operatorname{tg} (2 \pi l / \lambda) \right] / \left[Y_0 + j Y_A \operatorname{tg} (2 \pi l / \lambda) \right]$$

la puissance totale transmise à l'ensemble $y = Y_B + g + jb$ est

$$P_t = P_0 (1 - |\Gamma|^2)$$

où P_0 : est la puissance disponible par le générateur.

coefficient de réflexion au plan B. $\Gamma = (1 - y) / (1 + y)$

Cette puissance se repartie entre les 2 conducteurs g et G_B

la puissance absorbée par la charge (détecteur) est alors

$$P_d = P_0 (1 - |\Gamma|^2) g / (g + G_B)$$

Ceci montre (une fois que le calcul est fait), que la puissance absorbée par le détecteur est maximum loin de la résonance quand la susceptance de la cavité ramenée au plan B est égal à $-jb$ et

$$\operatorname{tg} (2 \pi l / \lambda) = Y_0 / b$$

En tenant compte de ces hypothèses, l'admittance de la cavité au plan B est :

$$Y_B = Y_0 \frac{1 + j \left[(2Q_p \delta / \omega_0) + \beta Y_0 / b \right]}{\left[\beta - 2 Y_0 Q_p \delta / b \omega_0 \right] + j Y_0 / b}$$

et la puissance dans la charge à la fréquence ω est :

$$P = \frac{I^2 Y_0}{Y Y^*} = \frac{I^2 Y_0}{(Y_0 + Y_B + g + j b) (Y_0 + Y_B + g - j b)}$$

Loin de la résonance cette puissance est maximale et vaut

$$(P)_{\max} = I^2 Y_0 / (Y_0 + g)^2$$

Allure de la courbe $P(\omega)$: puissance absorbée par la charge :

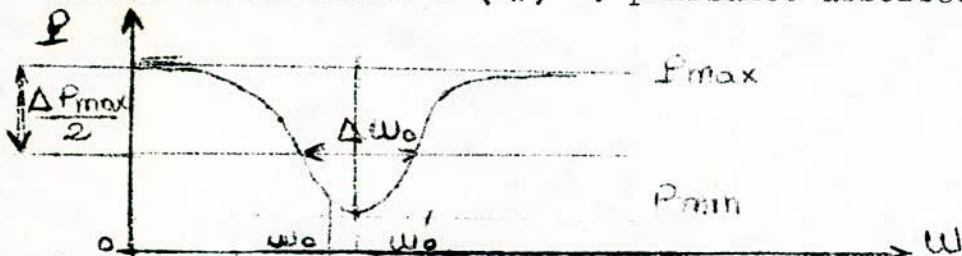


fig 1

La puissance dans la charge est maximale à la fréquence pour laquelle le dénominateur de l'expression de P est maximum c'est à dire que $(Y_0 + Y_B + g + jb)$ soit maximal.

$$Y_0 + Y_B + g + j b =$$

$$1 + j \left(2Q_p \frac{\delta}{w_0} + \beta \frac{Y_0}{b} \right)$$

$$Y_0 + g + j b + Y_0 \frac{\left[\beta - \frac{2Y_0 Q_p \delta}{b w_0} \right] + j \frac{Y_0}{b}}{\left[\beta - \frac{2Y_0 Q_p \delta}{b w_0} \right] + j \frac{Y_0}{b}}$$

Ce vecteur est maximum pour une fréquence w'_0 pour laquelle sa partie imaginaire est nulle ;

$$Y_0 \left[\frac{\beta}{Y_0} - \frac{2Q_p \delta}{b w_0} \right]^2 + \left[\frac{1}{b} \right]^2 +$$

$$\left[\frac{2Q_p \delta}{w_0} + \frac{\beta Y_0}{b} \right] \left[\beta - \frac{2Y_0 Q_p \delta}{b w_0} \right] - \left[\frac{Y_0}{b} \right] = 0$$

$$\frac{\beta b}{2Y_0} = \frac{Q_p \delta}{w_0} - \frac{\beta b}{2Y_0} = Q_p \frac{w'_0 - w_0}{w_0}$$

$$w'_0 = w_0 \left[1 + \frac{b}{2Y_0 Q_p} \right]$$

Ce minimum de puissance est à une w'_0 légèrement différente de la fréquence w_0 du générateur. Cette derive de fréquence est due à la réactance b de la charge comme cela a été montré précédemment. Calculons la puissance minimale absorbée par la charge à cette fréquence w'_0 .
On remplace $Q_p \delta / w_0$ par $\beta b / 2Y_0$ dans l'expression de Y_B , on obtient :

$$Y_B = -j b + (\beta Y_0) (b^2 + Y_0^2)$$

$$d'où P_{\min} = \frac{I^2 Y_0}{\left[Y_0 + g + \beta (b^2 + Y_0^2) / Y_0 \right]^2}$$

$$\frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{(Y_0 + g)^2}{\left[Y_0 + g + \beta (b^2 + Y_0^2) / Y_0 \right]^2}$$

La courbe d'accord de la puissance absorbée par la charge est représentée par la figure (1).

La largeur de bande de la résonance w_0 est donnée par la solution de l'équation suivante : $(P_{\max} - P_{\min}) / 2 = P(w)$ et $w_0 = 2$

$$\Rightarrow \frac{I^2 Y_0}{(Y_0 + g)^2} - \frac{I^2 Y_0}{\left[Y_0 + g + \beta (b^2 + Y_0^2) / Y_0 \right]^2} = \frac{2 I^2 Y_0}{(Y_0 + Y_B + g + j b)^2}$$

Cette équation donne $\Delta w_0 = 2 \delta$

$$\Delta w_0 = \frac{w_0}{Q_p} = \frac{Y_0 + g + \beta (b^2 + Y_0^2) / Y_0}{Y_0 + g}$$

$$\Delta w_0 / w_0 = 1 / Q_{ch} \quad Q_{ch} = w_0 / \Delta w = Q_p \frac{Y_0 + g}{Y_0 + g + \beta (b^2 + Y_0^2) / Y_0}$$

Et on aura $Q_{ch} = Q_0 / (1 + \beta)$ comme cela a été vu précédemment pour une cavité montée en absorption que si $\begin{cases} b=0 \text{ et } g=0 \\ \text{ou} \\ b = \pm Y_0 \text{ et } g = Y_0 \end{cases}$

Si $b = 0$ alors $\delta = w_0 \beta b / Q_p 2 Y_0 = 0$; et la puissance minimum dans la charge s'obtient exactement à la fréquence de résonance de la cavité (pas de dérive de fréquence).

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg}(2\pi l / \lambda_g) = Y_0 / b \\ b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg}(2\pi l / \lambda_g) \Rightarrow \infty \Rightarrow \boxed{l = -\lambda_g / 4}$$

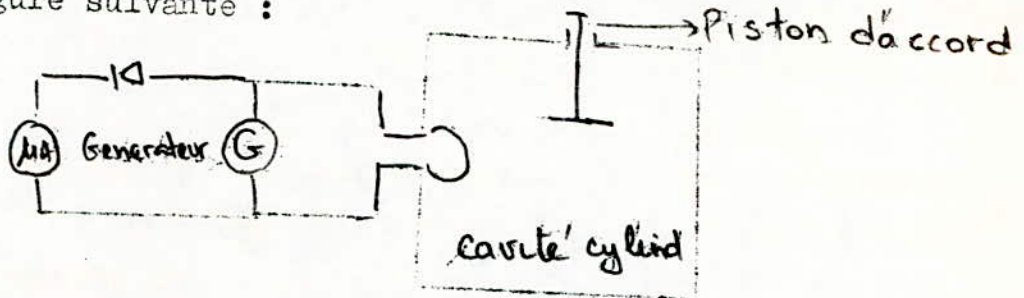
La longueur l de la ligne pour laquelle l'admittance de la cavité en dehors de la résonance se transforme en zéro une fois ramenée

a u plan B, est un quart de la longueur d'onde ($l = d/4$) et on a alors

$$\frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{(Y_0 + g)^2}{(Y_0 + g + jY_0)^2} = \frac{(Y_0 + g)^2}{(Y_0 + g + RY_0^2)^2}$$

A la résonance le circuit comprend les admittances Y_0 , g et RY_0^2 en parallèle, ce qui pourrait être vu directement.

Pour mesurer donc une longueur d'onde en propagation guidée avec un Ondemètre monté en absorption, on règle la cavité à une fréquence qui nous donne une puissance minimale absorbée par la charge. L'accord de la cavité à cette fréquence de résonance se fait par le déplacement du piston d'accord jusqu'à avoir une indication minimale donnée par le microampèremètre comme l'indique la figure suivante :



Pour qu'il n'y est pas de dérive de fréquence c'est à dire pour avoir une mesure très précise de la fréquence, il faut comme on l'a démontré que la charge de mesure de puissance (détecteur) doit avoir une susceptance nulle et que la cavité doit être placée à une distance $l = \lambda/4$ de la charge pour que sa susceptance ramenée au plan de la charge soit nulle. Ces conditions doivent être bien établies pour que le minimum de puissance absorbée par la charge soit détecté à la fréquence exacte du générateur.

3.4 Remarques sur l'utilisation de ces Ondemètres :

Vue la courbe de puissance d'accord de l'Ondemètre à absorption, celui-ci convient pour la mesure de la longueur d'onde d'une source monochromatique. En dehors de la résonance le microampèremètre dérive toujours, ceci nous indique que l'Ondemètre reçoit de la puissance H F venant de la source et que le détecteur à cristal marche bien. Cet Ondemètre ne convient donc pas pour des

générateurs fournissant plusieurs composantes de fréquences distinctes ; la déviation due à une composante se trouve en effet masquée par la déviation produite par les autres composantes. Tandis que pour l'Ondemètre à transmission, le microampère du détecteur indique zéro sauf dans une plage très étroite autour de la résonance. Cet Ondemètre convient donc bien à l'étude de source d'ondes complexes ; chaque composante de l'onde d'entrée produit une déviation sur le microampère. l'Ondemètre à transmission a un grand pouvoir séparateur, mais il est moins commode que l'Ondemètre à absorption car son détecteur ne donne aucune indication tant que la cavité n'est pas réglée presque exactement sur la longueur d'onde du générateur.

3.5 Considérations générales de construction d'Ondemètres :

3.5.1 Procédés de suppression des modes indésirables :

La forme et la place des organes de couplage de la cavité avec le générateur et le détecteur doivent être conçus essentiellement selon la configuration des champs du mode dont on désire faire apparaître la résonance dans la cavité. Le couplage se fait donc en des points précis de la cavité soit par une petite antenne placée parallèlement au champ électrique du mode à exciter, soit par une petite boucle qui doit être placée perpendiculairement aux lignes de force du champ magnétique, et il pourrait se faire aussi à l'aide d'un iris. Mais lorsque la bande de fréquence est large, ou la cavité est plus ou moins surdimensionnée par rapport au mode désiré, ces moyens sont insuffisants pour anéantir les modes indésirables. Cependant on envisage les cas suivants :

- a) On déforme légèrement les parois de la cavité de telle sorte qu'elles restent perpendiculaires aux lignes de champ électrique du mode désiré, mais il n'en n'est pas ainsi pour les autres modes qui se voient éliminés car ils ne remplissent plus les conditions aux limites.

- b) On réalise des fentes dans les parois de la cavité à des positions pures de façon à couper des lignes de courant appartenant aux modes indésirables sans toutefois perturber le courant du mode à sélectionner.

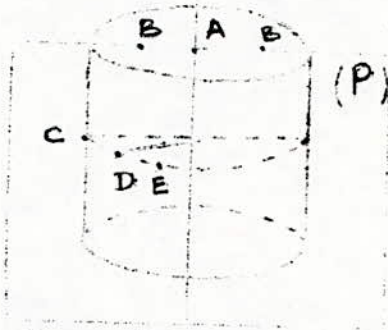
- c) On introduit dans la cavité des pièces métalliques ou absorbantes ; et un mode indésirable sera supprimé soit parce qu'il ne peut plus satisfaire aux conditions de limite, soit parce que son coefficient de qualité se trouve réduit.

Dans la pratique le plus souvent on couvre une partie du piston d'accord d'un absorbant pour supprimer un mode indésirable.

Exemples de suppression des modes parasites :

Prenons une cavité cylindrique de rayon $R = 11$ cm, de longueur $H = 19$ cm. Si le générateur hyperfréquence couvre la gamme de 900 - 2.000 MHz, 10 modes de résonance peuvent être excités selon l'abaque de la figure 1.

$$(R/H)^2 = 0,335$$



Les points de branchement des dispositifs de couplage (boucle, sonde, iris) doivent être placés comme suivant :

- Sur la face supérieure de la cavité, au centre (point A) et à mi-distance entre le centre et les bords (point B).

- Sur la paroi du cylindre dans le plan méridien; au point C qui est situé dans le plan diamétral (P) passant par les points A et B, et aux points D et E situés dans des plans faisant respectivement 45° et 60° avec le plan P. ...

Excitation du mode E_{010} : si on veut faire apparaître le mode E_{010} on doit placer des antennes en A ou B, ou des boucles radiales aux points B. Le champ électrique étant maximum dans l'axe du cylindre, il est préférable de placer une antenne en A, et le champ magnétique étant maximum le long d'un cylindre de diamètre voisin de $R/2$ il est préférable de placer comme deuxième organe de couplage une boucle radiale en B.

Excitation du mode H_{111} : Pour faire apparaître le mode H_{111} il faudra mettre une antenne en C et une boucle en A dans le plan P ou à la rigueur en B.

Séparation des modes E_{111} et H_{011} qui apparaissent à la même fréquence :

Pour le mode H_{011} le champ électrique est normal au rayon du cylindre dans des plans transversaux, il ne peut être atteint, tandis que le champ magnétique en C, D ou E est parallèle aux génératrices du cylindre, il suffit de placer des boucles dans

le plan CDE. Pour le mode E_{111} on peut mettre des antennes aux points B et C et une boucle en A dans le plan P. Et de cette façon ci les 2 modes peuvent être ainsi séparés.

Excitation du mode E_{110} : Pour faire apparaître le mode E_{110} il faudra mettre une antenne au point A et une boucle en B.

Dans certains cas on a vu que les procédés de couplages sont insuffisants pour exciter uniquement un seul mode tout en éliminant tous les autres modes qui peuvent intervenir. On fera alors appel à une élimination plus ou moins stricte de ces modes parasites en utilisant le piston d'accord ou une sonde.

Considérons un Ondemètre à transmission à cavité cylindrique dont les dispositifs de couplage sont placés pour assurer l'excitation du mode TE_{011} . La coupe axiale de cet Ondemètre est représentée par la figure 4. La longueur H du cylindre métallique se règle par rotation d'une tête micrométrique à laquelle est reliée le disque D.

Les boucles (1) et (2) sont placées à mi hauteur à 90° l'une de l'autre afin d'exciter le mode TE_{011} . La boucle (1) assure le couplage entre cavité et la ligne venant du générateur, la boucle (2) est reliée au détecteur à cristal qui permet de relever la résonance. Pour éliminer la double dégénérescence c'est à dire l'excitation du mode TM_{111} qui a la même fréquence de résonance que le mode TE_{011} , le disque mobile D ne doit pas être en contact électrique avec la paroi cylindrique. Les courants dans le mode TE_{011} circulent sur la surface en cercles coaxiaux et il ne se produit pas de passage de courant entre les extrémités plates et la paroi cylindrique, et le mode indésirable TM_{111} est alors supprimé. La distribution des courants entre le disque et la paroi circulaire plate n'est donc pas troublée par la présence de l'intervalle e.

L'intervalle e entre le disque D et la paroi cylindrique permet aussi de supprimer les modes TE_{0mn} ou il ya circulation de courant entre la paroi cylindrique et les extrémités plates.

Le déplacement du disque D se fait à l'aide d'une vis micrométrique sur une échelle graduée. On portera la graduation obtenue pour une mesure donnée sur une courbe qui nous donne la correspondance entre déplacement et la longueur d'onde et on a alors la fréquence mesurée.

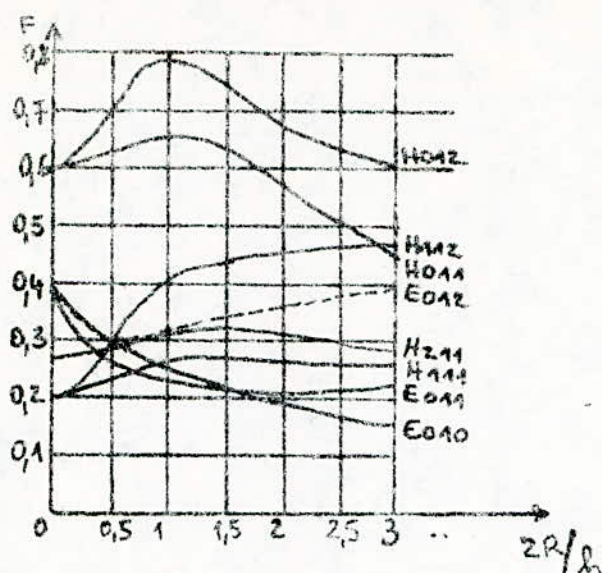


Fig 3: Facteur de Forme $F = \Phi_0 \delta_s / \lambda$ en fonction de $2R/h$ pour une cavité cylindrique de section Circulaire.

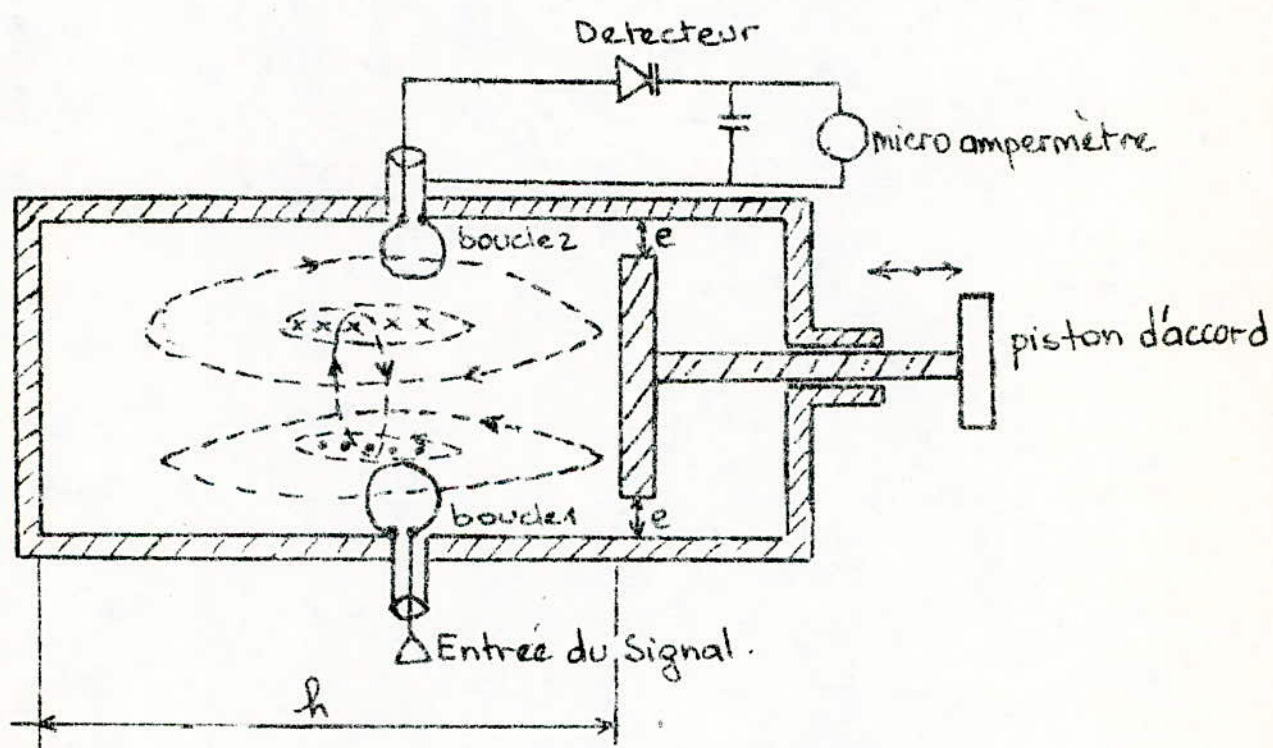


Fig 4: Coupe axiale d'une cavité montée en transmission excitée au mode TE_{011} .

3.5.2 Etude des détecteurs :

Ce sont des organes destinés à convertir la puissance H F propagée dans une ligne ou dans un guide en une grandeur facilement mesurable. Ils doivent se présenter vis à vis du guide comme une charge aussi proche que possible d'une charge adaptée. On en distingue 2 organes :

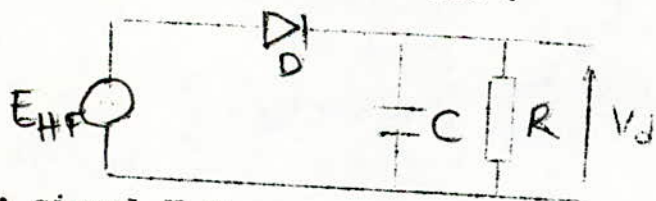
- les détecteurs à cristal qui transforment par redressement la puissance propagée en puissance électrique continue ou de basse fréquence, facile à mesurer.
- les détecteurs à bolomètres ou à thermistance qui transforment la puissance propagée en chaleur ; la variation de la résistance en fonction de la température permet une mesure de la puissance propagée. Pour la mesure de la longueur d'onde avec un Ondemètre on a vu qu'on doit chercher le maximum ou le minimum de puissance détectée selon le cas. Les détecteurs utilisés ne servent alors que de repères de puissance, on se limite à l'étude des détecteurs à cristal.

Etude sommaire des détecteurs à cristal :

a) Principe du détecteur à cristal : (schéma figure 5).

Les détecteurs à cristal sont des diodes à pointe au silicium. En moyenne fréquence allant jusqu'à 1 cm de longueur d'onde, la pastille de silicium est placée dans une cartouche de ceramique standard.

En hautes fréquences, les diodes sont nues ou sans cartouches miniatures. Le schéma équivalent électrique d'un montage à cristal détecteur est le suivant :



E_{HF} : signal H F

C : (capacité de filtage) ; elle représente la capacité du cable coaxial qui assure la liaison entre le détecteur et le microampèremètre.

R : résistance de l'ensemble coaxial et microampèremètre.

Une tension V_d continue apparait aux bornes de R .

b) Principe de construction d'un détecteur en ligne coaxiale :

le schéma du montage est représenté par la figure 6.

Le cristal détecteur est monté en série avec le conducteur central, ces 2 éléments sont centrés par une pièce diélectrique

dont la forme doit être étudiée judicieusement pour minimiser

le coefficient de réflexion. Ce montage est à bande large. Pour qu'une tension continue apparaisse aux bornes de l'appareil de mesure il faut que les conducteurs intérieur et extérieur du circuit H F soient reliés en court-circuit par une résistance faible. Pour cela on introduit une petite bobine de selfs inductance entre les 2 conducteurs, mais le fonctionnement du montage se trouve limité vers les grandes longueurs d'ondes, quand l'impédance de la self est faible.

c) Principe de montage d'un détecteur sur un guide d'onde ; le schéma de montage est représenté par la figure 7.

Le cristal est placé sur un support, sa cartouche est en contact avec la face large inférieure du guide, l'autre borne étant reliée au microampèremètre par un câble coaxial.

Le piston mobile terminant le guide est un court-circuit placé à $\lambda_g/4$ du cristal pour créer au niveau de ce dernier un ventre de champ électrique et augmenter la sensibilité du système.

L'adaptation de ce détecteur se réalise en agissant d'une part sur le piston P et d'autre part sur les 2 vis V et V' permettant de minimiser le coefficient de réflexion de l'ensemble du montage. Les 2 vis sont distants de $\lambda_g/4$ et ce sont des susceptances capacitatives variables. Ce montage est à bande étroite et il faut retoucher les réglages chaque fois qu'on modifie la fréquence. On construit des montages à large bande (pour $\lambda > 1$ cm) utilisables dans toute la gamme de fréquences du guide en montant le cristal sur le coaxial et en réalisant une transition guide coaxial. La bande passante du montage est alors essentiellement limitée par le comportement de la transition.

La sensibilité des cristaux détecteurs est de l'ordre de quelques centaines de μW . Ces détecteurs présentent certains inconvénients :

- Pour un faible niveau de puissance H F la tension continue détectée est sensiblement proportionnelle à la puissance H F ou à $|E_{HF}|^2 \Rightarrow$ détection quadratique.

- Mais au delà de quelques dizaines de μW cela n'est plus vrai, et aux forts niveaux, la tension détectée tend à être proportionnelle à $\sqrt{P_{HF}}$ ou à $|E_{HF}| \Rightarrow$ détection linéaire.

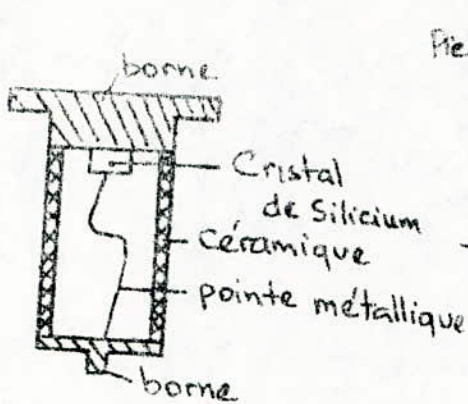


Fig 5 : Cristal detecteur

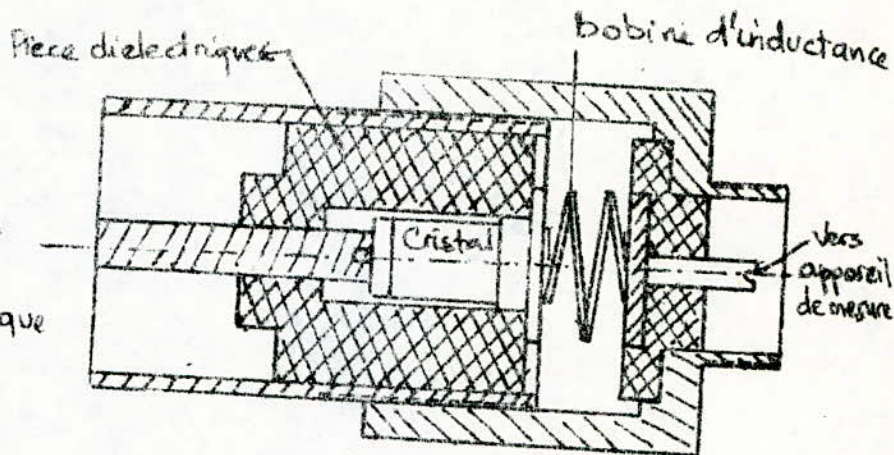
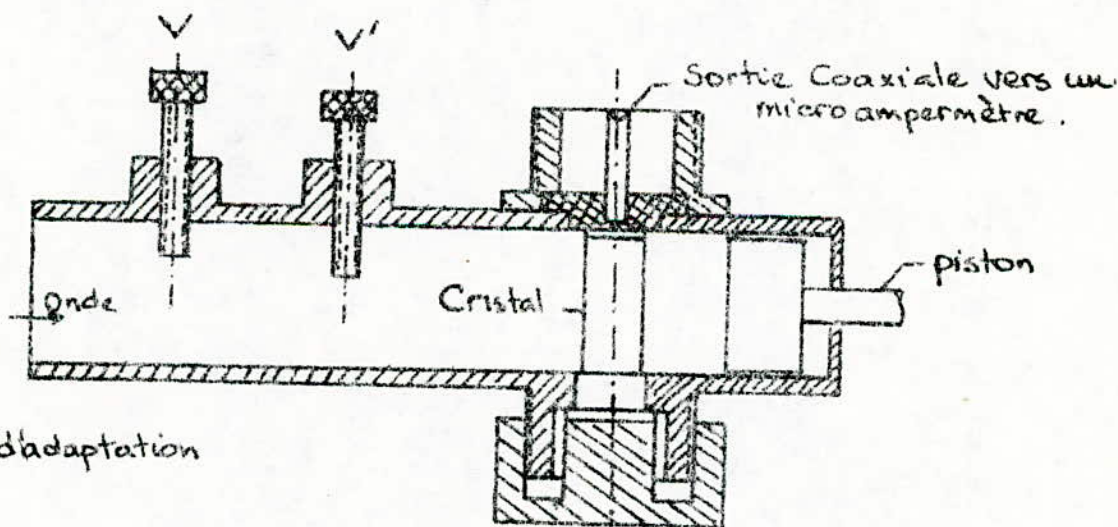


Fig 6 : Montage detecteur a Cristal en ligne coaxiale.



V et V' : vis d'adaptation

Fig 7 : Montage d'un detecteur sur guide.

ONDEMETRES A CONSTANTES LOCALISEES

4) RAPPELS SUR LES CIRCUITS COUPLES

Le principe de mesure de la longueur d'onde à l'aide d'un ondemètre à absorption ou à résonance se base essentiellement sur la théorie des circuits couplés par mutuelle.

Soit un circuit de la figure 8. Nous nous proposons d'étudier l'impédance Z_e , vue de la source U , le courant I_1 et I_2 en fonction de la pulsation imposée par la source U .

$$Z_1(p) I_1(p) + p M I_2(p) = U(p) \quad (1)$$

$$p M I_1(p) + Z_2(p) I_2(p) = 0 \quad (2) \quad \text{avec } p = j \omega$$

$$Z_i(p) = R_i + j \left(L_i p - \frac{1}{C_i} \right) \quad i = 1, 2$$

Les équations (1) et (2) donnent :

$$Z_e(p) = \frac{U(p)}{I_1(p)} = Z_1(p) - \frac{p^2 M^2}{Z_2(p)}$$

Posons :

$$X_1 = j \omega (Z_1) = L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega}$$

$$\text{et } P_{21}^2 = \frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2}$$

$$Z_e = R_e + j \left(L_e \omega - \frac{1}{C_e \omega} \right) \quad \text{avec}$$

$$R_e = R_1 + P_{21}^2 R_2$$

$$L_e = L_1 - P_{21}^2 L_2 ; \quad C_e = \frac{C_1}{1 - P_{21}^2 C_1 / C_2}$$

Du point de vue source U le schéma de la figure 8 est équivalent à celui de la figure 9 ..

Les expressions (3) et (4) montrent que les pertes du circuit primaire ainsi que la capacité sont augmentées tandis que la self a diminué.

4.2) COURANT DANS LE SECONDAIRE I_2

$$A \quad \frac{I_2(\omega)}{U} = \frac{j M \omega}{Z_1 Z_2 + M^2 \omega^2} = A_2(\omega)$$

Intéressons-nous à $A_2(\omega)$ au voisinage de la résonance

$$Z_i = R_i + j (L_i \omega - 1/C_i \omega)$$

Le coefficient de qualité du circuit i à la résonance ω_{oi} vaut $Q_i = \frac{L_i \omega_{oi}}{R_i}$

Posons $\omega = \omega_{oi} + \delta \omega$, Z_i devient :

$$Z_i = R_i \left[1 + j Q_i (2 \delta \omega / \omega_{oi}) \right] = R_i (1 + j Q_i x_i)$$

Si de plus nous supposons que les fréquences de résonances ω_{oi} et les désaccords relatifs x_i sont les mêmes pour les deux circuits, ce qui n'est pas loin de la réalité, vu le domaine de fréquences auxquelles on s'intéresse, alors

$$Z_i \approx R_i (1 + j Q_i x) \quad i = 1, 2$$

Introduisons le coefficient de couplage des deux bobines

$$K = M (L_1 L_2)^{-\frac{1}{2}}$$

L'expression de la caractéristique d'amplitude du courant I_2 devient :

$$A_2(x) = \frac{K}{\sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{R_1 R_2} \left(x (Q_1 Q_2) - j (1 + K^2 Q_1 Q_2 - x^2 Q_1 Q_2) \right)}}$$

Soit en module en introduisant $d_i = 1/Q_i = R_i / L_i \omega_0$

$$A_2(x) = \frac{K}{w_0 \sqrt{L_1 L_2} \sqrt{(d_1 d_2 + K^2)^2 + x^2 (d_1^2 + d_2^2 - 2K^2) + x^4}} \quad (5)$$

Cherchons le désaccord relatif x qui rendrait la caractéristique A_2 maximale :

$$dA_2(x) / dx = 0 \implies x (d_1^2 + d_2^2 - 2K^2 + 2x^2) = 0$$

$$(x = 0 \quad \text{ou} \quad d_1^2 + d_2^2 - 2K^2 + 2x^2) = 0$$

L'amplitude maximale de la caractéristique d'amplitude du courant I_2 vaut :

$$(A_2)_{\max} = \frac{K / (w_0 \sqrt{L_1 L_2})}{d_1 d_2 + K^2} \quad (6)$$

La figure 10 montre que la caractéristique d'amplitude (A_2) du courant I_2 croît avec K pour $K \leq \sqrt{d_1 d_2}^{1/2}$ et décroît pour $K > \sqrt{d_1 d_2}^{1/2}$

Deux cas peuvent se présenter :

$$a) \text{ si } (x_1 = 0 \text{ et } d_1^2 + d_2^2 - 2K^2 + 2x^2 \neq 0) \iff (x_1 = 0 \text{ et } K^2 < (d_1^2 + d_2^2) / 2)$$

alors le désaccord relatif qui rend A_2 maximale est $x_1 = 0$

$$w_1 = w_0 = 1 / (L_2 C_2)^{1/2}$$

La figure 11 représente $A_2(x)$ pour $K \leq \frac{d_1^2 + d_2^2}{2}$

$$b) \text{ si } (x_1 = 0 \text{ et } d_1^2 + d_2^2 - 2K^2 + 2x^2 = 0) \iff (x_1 = 0, x_{1,2} = \pm \sqrt{K^2 - (d_1^2 + d_2^2) / 2})$$

alors nous aurons 3 désaccord relatifs x_1, x_2, x_3 qui extrémisent $A_2(x)$

$$A_2(x_1) = \frac{1}{w_0 \sqrt{L_1 L_2}} \frac{K^2}{d_1 d_2 + K^2} \quad \text{et}$$

$$A_2(x_{2,1}) = \frac{1}{w_0 \sqrt{L_1 L_2}} \frac{K}{\sqrt{(d_1 d_2 + K^2)^2 - \frac{1}{4} (d_1^2 + d_2^2 - 2K^2)^2}}$$

(58)

La figure 12 représente la caractéristique d'amplitude du courant I_2

pour $K > \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2}{2}}$

4.3) ETUDE DU COURANT I_1

$$I_1 = U / Z_e \Rightarrow A_1 = I_1 / U = 1 / Z_e$$

En faisant les mêmes hypothèses que précédemment, nous avons l'expression de A_1 en fonction du désaccord x :

$$A_1(x) = \frac{(1/R_1)}{\sqrt{\left[\frac{K^2 Q_1 Q_2}{1 + Q_2^2 x^2} \right]^2 + Q_1^2 x^2 \left[\frac{K^2 Q_2^2}{1 + Q_2^2 x^2} \right]^2}}$$

$$\text{si } K \leq \frac{d_1^2 + d_2^2}{2} \Rightarrow x_1 = 0 \text{ maximise } A_1(x)$$

$A_1(0) = 1/R_1 (1 + K^2 Q_1 Q_2)$, relation qui montre que $A_1(0)$ décroît avec le coefficient de couplage.

$$\text{Si } K > \frac{d_1^2 + d_2^2}{2} \Rightarrow \text{on retrouve sensiblement}$$

Les mêmes phénomènes que pour le courant I_2 sauf que les extrêmes diminuent avec le coefficient de couplage K .

5. ONDEMETRE A RESONANCE

5.1. Définition :

On appelle Ondemètre ou fréquencesmètre à résonance un simple circuit oscillant dans lequel on contrôle la résonance par un maximum de courant ou de tension et destiné à mesurer la fréquence d'une source de haute fréquence.

5.2. Principe de mesure de la longueur d'onde d'une source alternative.

a) L'appareil est couplé inductivement à la source qui induit une f. e. m. dans le circuit oscillant, constituant l'ondemètre. On contrôle la résonance par un voltmètre, ou un ampèremètre, comme l'indique la figure (13) en agissant sur la capacité variable C_2 : il suffit d'étalonner cette capacité en longueur d'ondes ou en fréquences propres du circuit oscillant pour déduire la longueur d'onde ou la fréquence de la source pourvue que celle-ci ne soit pas perturbée.

Or, la présence du circuit oscillant de l'ondemètre produit une réaction sur la source qui perturbe la fréquence à étalonner et donc celle de la f. e. m. induite dans l'ondemètre.

Le problème est justement de savoir le degré de couplage de la source à l'ondemètre de telle manière que la fréquence de la source ne soit pratiquement pas perturbée.

b) Mise en évidence de la réaction du circuit de l'ondemètre sur la source

La figure 14 représente un oscillateur à résistance négative couplé à l'ondemètre de résonance.

Si le couplage est nul (oscillateur isolé), la fréquence de l'oscillateur est déterminée par la relation $L_1 C_1 \omega^2 = 1$ (9)

La présence du circuit modifie la fréquence de la source en effet, du point de vue alternatif

L'impédance ramenée au primaire d'après la relation (3) vaut :

$$Z_R = P_{21}^2 Z_2 = \frac{M^2 \omega^2}{R_2 + j(L_2 \omega - 1/C_2 \omega)} = \frac{M^2 \omega^2 [R_2 - j(L_2 \omega - 1/C_2 \omega)]}{R_2^2 + (L_2 \omega - 1/C_2 \omega)^2}$$

La fréquence de résonance est déterminée par la relation :

$$L_e C_e \omega^2 = 1 \quad \text{avec} \quad (L_e = L_1 - P_{21}^2 L_2 \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{C_1}{1 - P_{21}^2 C_1 / C_2})$$

$$L_e C_e \omega^2 = 1 \iff L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} = \frac{M^2 \omega^2 (L_2 \omega - 1/C_2 \omega)}{R_2^2 + (L_2 \omega - 1/C_2 \omega)^2} \quad (10)$$

La relation (10) est une équation implicite entre la capacité variable C_2 et la fréquence de la source f . ($\omega = 2\pi f$)

Étudions la fréquence en fonction du désaccord de l'ondemètre au voisinage de la résonance, c'est-à-dire pour une pulsation de la source voisine de $\omega_0 = (L_1 C_2)^{-1/2}$. $M^2 = K^2 L_1 L_2$

Posons :

$$x = (\omega - \omega_0) / \omega_0 \quad ; \quad C_0 = 1 / L_1 \omega_0^2 \quad ; \quad y = (\omega / \omega_0) - (C_0 \omega_0 / C \omega)$$

$$L_1 \omega - 1/C_1 \omega = 2 R_1 Q_1 x \quad ; \quad L_2 \omega - 1/C_2 \omega = R_2 Q_2 y$$

La relation (10) devient alors :

$$x = \frac{K^2 Q_2 y}{2(1 + Q_2^2 y^2)}$$

Si dont le graphe est représenté sur la fig. 15.

La figure 15 montre que le couplage est faible (couplage lâche),

Le désaccord de la source est pratiquement nul. Autrement dit, si le couplage de l'ondemètre à la source à étalonner est faible, la fréquence de celle-ci n'est pratiquement pas perturbée.

La force e.m induite dans le circuit de l'ondemètre est alors pratiquement constante du point de vue fréquence.

Pour effectuer une mesure de longueur d'onde à l'aide d'un ondemètre à résonance, il faut donc veiller à ce que le couplage soit aussi lâche que possible.

c) Sensibilité du détecteur :

Nous avons vu dans le chapitre concernant la théorie des circuits couplés, la relation qui existe entre le maximum de la caractéristique d'amplitude du courant I_2 et le coefficient de couplage K .

$$(A_2)_{\max} = K / (\omega_0 \sqrt{L_1 L_2}) (K^2 + 1/Q_1 Q_2)$$

$$\text{pour } K \leq (Q_1 Q_2)^{1/2} \quad (A_2)_{\max} \text{ croît avec } K.$$

Cette relation montre que l'amplitude maximale du courant I_2 croît avec le coefficient de couplage K ($K \leq (Q_1 Q_2)^{1/2}$). Nous avons donc tout intérêt à disposer d'un détecteur très sensible de façon à pouvoir détecter un courant $(I_2)_{\max}$ faible correspondant à un couplage lâche.

5.3. Étalonnage, précision de mesure

À première vue, nous pouvons étalonner la capacité variable C_2 en fréquence ou en longueur d'onde par la relation

$$f = \frac{1}{(L_2 C_2)^{1/2}} \Rightarrow 2\pi C (L_2 C_2)^{1/2} = \lambda$$

où C est la vitesse de la lumière ($C = 3 \cdot 10^8$ m/s).

La précision de lecture de la longueur d'onde de la source repose sur celle de la capacité C_2 à la résonance.

Introduisons une capacité δ , de valeur déterminée en parallèle avec la capacité C_2 comme l'indique le schéma de la figure 16.

A une capacité C_2 nous avons une tension V_1 indiquée par le voltmètre (point M_1 , commutateur M' ouvert)

A une capacité $(C_2 + \delta)$ le voltmètre indique une tension V_2 (point M_2 commutateur M' fermé)

Si on ramène C_2 de telle manière que la relation

$V_1(C_2) = V_2(C_2 + \delta)$ soit vérifiée alors la capacité C_2 à la résonance vaut :

$$(C_2)_0 = [C_2 + (C_2 + \delta)] / 2 = C_2 + \delta / 2 \implies$$

$$\lambda = 2 \pi \sqrt{L} \sqrt{C_2 + \delta / 2} \implies \frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{\delta C_2}{2(C_2 + \delta)}$$

Cette relation montre que si l'ondemètre est étalonné en fonction de la capacité $(C_2 + \delta / 2)$ et non en fonction de C_2 l'erreur relative sur la longueur d'onde de la source mesurée est diminuée.

La précision de l'ondemètre à résonance est en rapport direct avec la sensibilité de l'indicateur de résonance.

L'amplitude du maximum du signal détecté varie dans le même sens que le couplage K (couplage au plus critique); Tandis que la perturbation de la fréquence de la source varie en raison inverse. Il s'ensuit qu'une bonne sensibilité de l'indicateur de résonance, associé à l'ondemètre, est indispensable pour une bonne mesure de la longueur d'onde de la source.

$$\log \lambda = \frac{1}{2} \log (C_2 + \frac{\delta}{2})$$

$$\frac{\delta C_2}{2(C_2 + \frac{\delta}{2})}$$

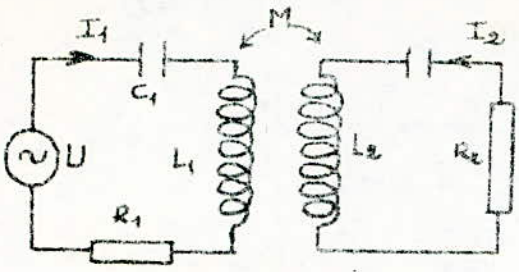


Fig 8

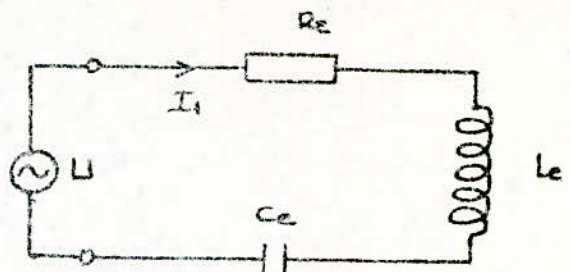


Fig 9

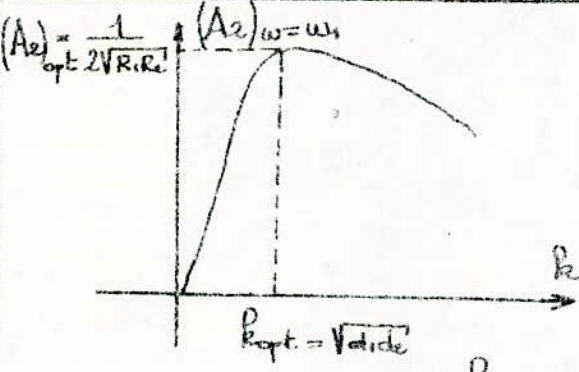


Fig 10

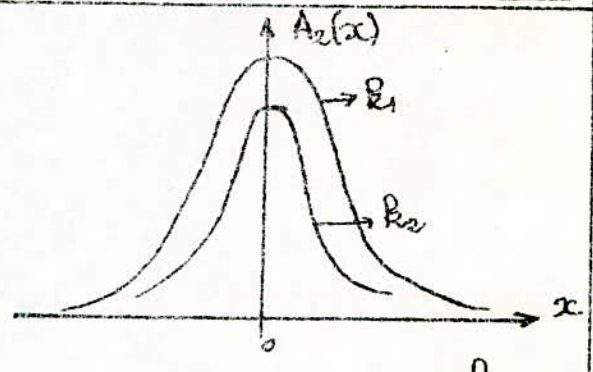
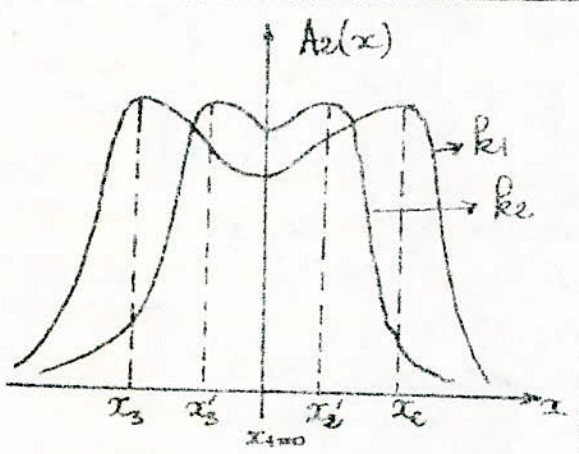


Fig 11



$R_1 > R_2 > \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2}{2}}$

Fig 12

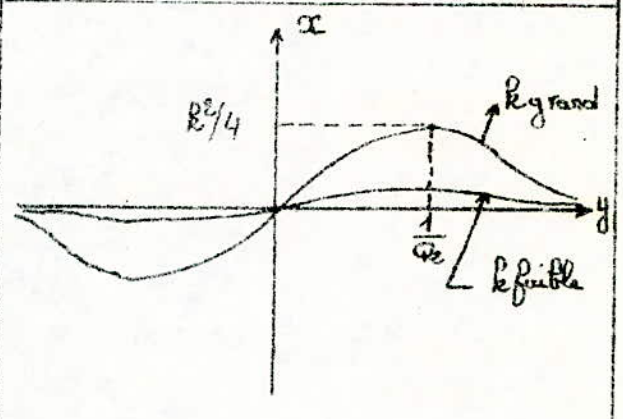


Fig 13

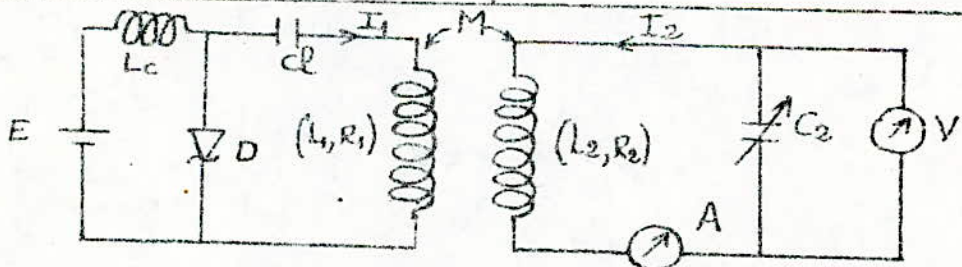


Fig 14

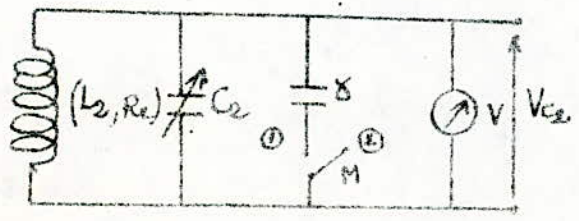
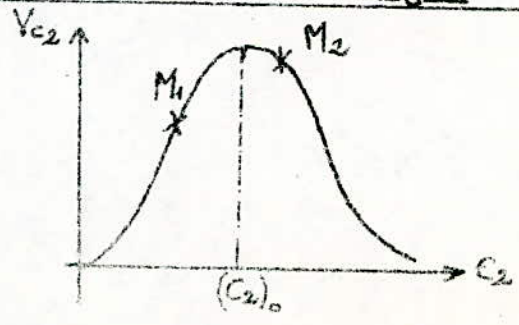


Fig 15



6) ONDEMETRE A ABSORBTION6.1. - Définition :

L'ondemètre à absorbtion se distingue de l'ondemètre à résonance par l'inexistence d'un indicateur de résonance. Celui-ci se trouve associé à la source dont on veut mesurer la fréquence.

Le circuit de l'ondemètre à absorbtion se réduit donc à un simple circuit oscillant (L_2, C_2) étaloné formé d'une selfe fixe et d'une capacité variable C_2 .

6.2. - Principe de mesure

a) Dans l'ondemètre à résonance on cherche à minimiser la réaction de celui-ci sur la source, afin de ne pas perturber sa fréquence à mesurer.

Dans l'ondemètre à absorbtion, au contraire on couple " assez fortement " l'appareil à la source de manière à faire apparaître des perturbations qui servent de critère pour la mesure de la longueur d'onde.

b) Mise en équations

La figure 17 représente le circuit oscillant L_1, C_1 de l'oscillateur (source) couplé à celui de l'ondemètre. L'oscillateur est muni d'un indicateur de résonance constitué par la diode D , l'ampèremètre A et le potentiomètre R de forte impédance.

La fréquence propre de l'oscillateur (couplage nul) vaut :

$$f_0 = \omega_0 / 2\pi = 1 / 2\pi \sqrt{L_1 C_1}$$

Lors de la mesure, cette fréquence varie en fonction de la réaction du circuit de l'ondemètre sur la source par la relation :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_e C_e}} \Rightarrow L_1 \omega = \frac{1}{C_1 \omega} = M^2 \omega^2 \frac{(L_2 \omega - 1/C_2 \omega)}{R_2^2 + (L_2 \omega - 1/C_2 \omega)^2}$$

Le courant I_e dans le circuit L_1, C_1 s'écrit :

$$\text{Si } L_e = L_1 - P_{21}^2 L_2 \quad ; \quad C_e = C_1 / \left[(1 - P_{21}^2 C_1 / C_2) \right]$$

$$R_e = R_1 + P_{21}^2 R_2 \quad ; \quad P_{21}^2 = M^2 \omega^2 / \left[R_2^2 + (L_2 \omega - 1/C_2 \omega)^2 \right]$$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_e^2 + (L_e \omega - 1/C_e \omega)^2}}$$

Le courant I_2 dans le circuit $L_2 C_2$ s'écrit :

$$I_2 = \frac{U M \omega}{\left[R_1 + j (L_1 \omega - 1/C_1 \omega) \right] \left[R_2 + j (L_2 \omega - 1/C_2 \omega) \right] + M^2 \omega^2}$$

Ces trois relations montrent que :

- pour $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ il existe une capacité $(C_2)_0$ pour laquelle la fréquence propre de l'oscillateur est égale à celle du circuit oscillant de l'endemètre.

$$\text{pour } (\omega_0, (C_2)_0) = \left(\frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}}, \frac{L_1}{L_2} C_1 \right)$$

$$P_{21}^2 = M^2 \omega_0^2 / R_2^2 \implies I_1 = U_1 / R_1 (1 + K^2 Q_1 Q_2)$$

Cette relation montre que le courant I_1 diminue quand le coefficient de couplage k augmente à $\omega = \omega_0$.

- A ce même couple de fréquence f_0 et capacité $(C_2)_0$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_1 R_2}} \cdot \frac{K \sqrt{Q_1 Q_2}}{1 + K^2 Q_1 Q_2}$$

relation qui montre que le courant I_2 croît avec K si $K \leq \frac{1}{\sqrt{Q_1 Q_2}}$

et décroît dans le cas contraire

Les figures 18 a, b, c sont les courbes représentatives des courants I_1 , I_2 et f en fonction de C_2

e) Interprétation des courbes et principe de mesure

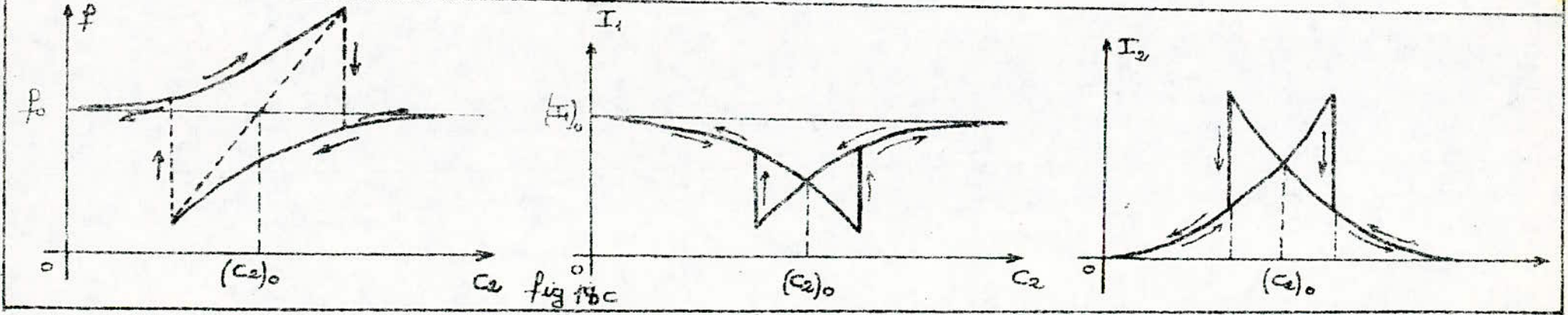
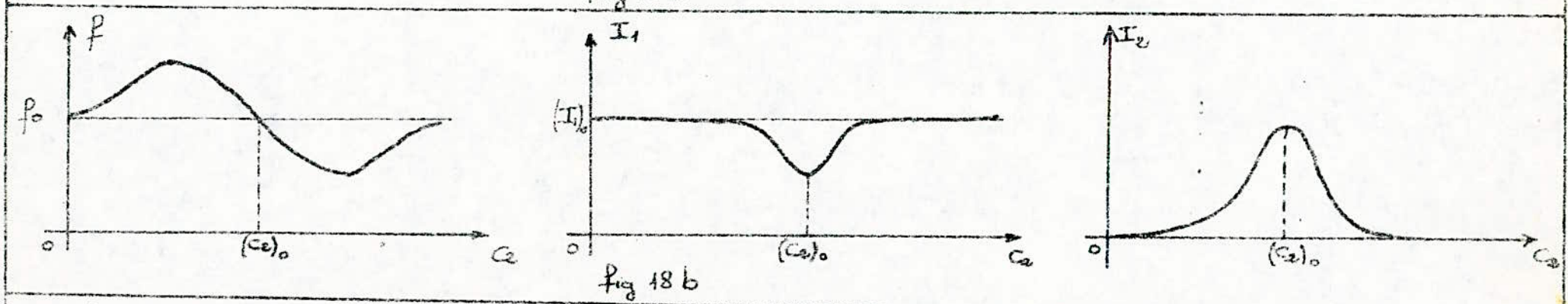
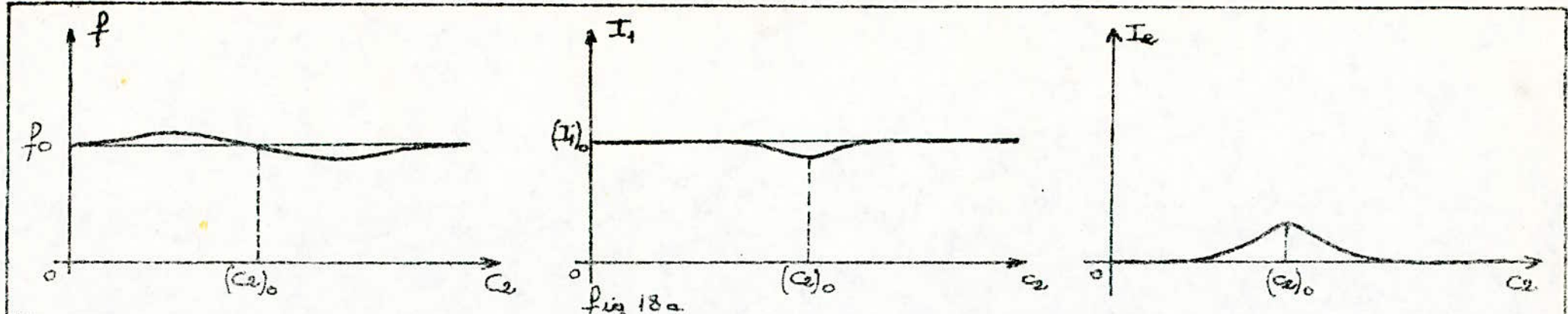
Si le couplage est lâche, la fréquence f et le courant I_1 dans l'oscillateur ne sont pratiquement pas perturbés. I_2 à une forme de cloche dont la pointe se situe à la fréquence propre de l'oscillateur.

- Si on augmente le couplage K sans dépasser le couplage critique K_0 , atteint quand $\left. \frac{d\omega}{dC_2} \right|_{\omega=\omega_0} = \infty$, on obtient la figure 17 b.

- Si on dépasse le couplage critique, les formes des courbes changent complètement d'aspect. fig. 17 c. On a deux fréquences f_1 et f_2 qui maximisent I_1 et I_2 et qui ne concordent nullement avec la fréquence propre f_0 de l'oscillateur. Et comme nous ne pouvons détecter que ces deux fréquences, toute mesure pour un couplage supérieur au critique est complètement faussée.

- Pour effectuer une mesure de la longueur d'onde de la source il ne faut jamais dépasser le couplage critique. Cette condition étant respectée, il suffit de faire varier la capacité C_2 de l'endemètre, de manière à détecter un minimum de courant I_1 . A ce moment si la capacité est étalonnée en fréquence, on déduit la fréquence propre f_0 de l'oscillateur par la relation

$$f_0 = 1 / 2\pi \sqrt{L_2(C_2)_0}$$



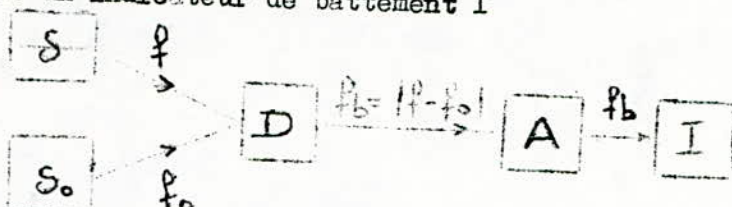
7) ONDEMETRE HETERODYNE7.1. - Définition :

Un ondemètre hétérodyne est un système formé par un générateur d'ondes entretenues, d'un détecteur et d'un indicateur de battement. Le générateur d'ondes entretenue, de faible puissance est réglable en fréquences dans une gamme étendue et étalonnée en longueur d'onde ou en fréquence dans cette gamme.

7.2. - Principe de mesure

Le schéma de la figure 18 illustre le principe de mesure de la longueur d'onde par la méthode hétérodyne.

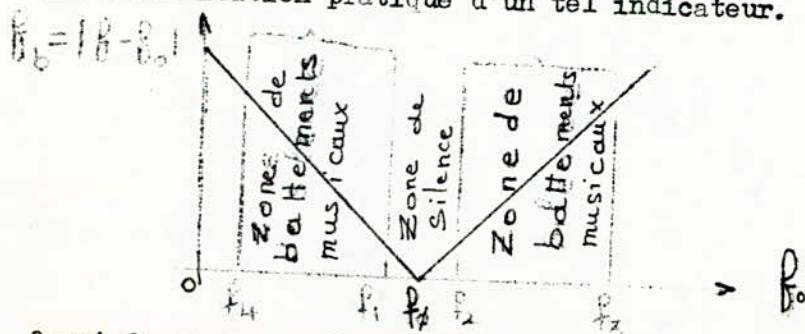
On distingue le générateur d'ondes entretenues S_0 de fréquence f_0 , une source dont on veut mesurer la fréquence f , un détecteur D , un ampèremètre A et un indicateur de battement I



La source s est lâchement couplée au générateur S_0 pour éviter toute réaction entre elles qui fausserait toute mesure.

Pour effectuer une mesure, on injecte les signaux de fréquences f_0 et f aux deux entrées du détecteur. On recueille à la sortie de celui-ci un signal de fréquence $f_b = |f - f_0|$ qui, après amplification attaque l'entrée d'un indicateur de battement. On fait varier alors la fréquence f_0 de manière à détecter un battement de fréquence f_b et on déduit la fréquence f .

Dans la pratique, l'indicateur de battement peut être un écouteur téléphonique. Le schéma de la figure 19, représentant la variation de la fréquence de battement f_b en fonction de la fréquence à mesurer f , montre l'utilisation pratique d'un tel indicateur.



Quant f_0 se rapproche de f , on commence par percevoir un sifflement très aigu, qui devient de plus en plus grave et parcourt toute la gamme de fréquences musicales.

Lorsque $f_b = |f - f_0|$ devient de l'ordre de 50 Hz, l'oreille cesse de percevoir ce battement devenu infrasonore et on observe une zone de silence qui se prolonge jusqu'au moment où, après avoir passé le point $f_0 = f$, on retrouve un battement de l'ordre de 50 Hz. Après quoi, le son fourni par le téléphone traverse à nouveau la gamme de fréquences musicales et finit par se perdre dans les notes aiguës ultrasonores (≥ 10 kHz)

Pour effectuer une mesure, il suffit de repérer f_0 et f_b correspond à la limite de la zone de silence et de déduire f par la relation.

$$|f_{1,2} - f_0| = 50 \text{ Hz} \Rightarrow f_{1,2} = f_0 \pm 50 \text{ Hz}$$

On peut ainsi mesurer une fréquence avec erreur de 50 Hz.

$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{50}{f_0}$ relation qui montre que la précision relative de mesure croît avec la fréquence à mesurer.

REMARQUE

L'indicateur I et le détecteur D peuvent être remplacés par une lampe à néon et un ampèremètre.

Les signaux de fréquence f et f_0 agissent directement sur la lampe et l'ampèremètre.

Lorsque la fréquence de battement $f_b = |f - f_0|$ est élevée l'éclat de la lampe au néon paraît stable et l'aiguille de l'ampèremètre reste au zéro.

Par contre, l'éclat et l'aiguille suivent les fluctuations du signal de battement et deviennent lents à mesure que f_0 se rapproche de f . Quand les fluctuations sont suffisamment longues, on peut évaluer, la période de battement et déduire la fréquence f .

73) UTILISATION PRATIQUE

Un signal purement sinusoïdal n'existe qu'en théorie. Nous aurons donc non seulement un battement entre f et f_0 mais encore entre leurs harmoniques nf et mf_0 de sorte que le signal de battement comporte une infinité de fréquences du type $f'_b = |nf - mf_0|$

Si ces signaux de fréquence f et f_0 sont relativement peu déformés, les amplitudes de leurs harmoniques sont faibles par rapport à ceux des fondamentaux. Nous pouvons alors distinguer le signal de battement de fréquence $f'_b = |f - f_0|$ qui correspond à l'amplitude la plus grande.

Par contre, si l'un ou l'autre des signaux de fréquence f et f_0 sont assez déformés, l'amplitude des harmoniques d'ordre 1 sont comparables à ces deux fondamentaux. Et nous aurons du mal à distinguer le signal de battement de fréquence $f'_b = |f - f_0|$, ce qui conduirait à une erreur

grave, en cas de confusion de l'un des harmoniques avec le fondamental du signal de battement.

E N R E S U M E

L'ondemètre hétérodyne est susceptible d'une grande précision de mesure mais du fait de la complexité du spectre de battements, on peut facilement confondre un terme fondamental et un harmonique qui conduirait à une erreur de mesure.

Pour éviter cette confusion deux précautions sont à prendre :

1) Le générateur d'ondes entretenues et étaloné So de l'ondemètre doit délivrer des signaux aussi purs que possibles.

2) Si le signal de fréquence f à mesurer, est déformé, il y a lieu d'effectuer préalablement la mesure à l'aide d'un ondemètre à résonance, puis de compléter à l'aide d'un ondemètre hétérodyne pour savoir une grande précision de mesure.

8 - EXEMPLE DE REALISATION

Dans le chapitre sur les ondemètres à absorption, nous avons supposé qu'on mesurait la fréquence d'une source à accord fixe à l'aide d'un circuit à fréquence variable et étalonnée.

Inversement, en utilisant un oscillateur, réglable et étalonné en fréquence et muni d'un indicateur permettant de contrôler l'amplitude des oscillations, on peut mesurer la fréquence de résonance d'un circuit à accord fixe.

8.1. - Description du montage de la maquette

Le schéma de la maquette est représenté sur la figure 19. La maquette comprend trois parties :

- un oscillateur étalonné et à accord variable grâce à la capacité variable C et au potentiomètre P_1 ,

- un détecteur de résonance constitué par la diode D , le potentiomètre P_2 et un microampèremètre μA .

- un circuit oscillant (L_2, C_i) mobile (variation du degré de couplage) et dont les capacités peuvent être mises ou hors circuit grâce aux commutateurs M_i . $i = 2, 5$.

Le principe de mesure est le même que pour l'ondemètre à absorption sauf que la résonance s'obtient à l'aide de la capacité variable C de l'oscillateur et que par conséquent, on détecte non pas un maximum mais un minimum au moment où la fréquence propre de l'oscillateur est identique à la fréquence propre du circuit oscillant. Nous espérons à l'aide de cette petite réalisation enrichir le contenu des travaux pratiques de mesure en électronique.

8.2. - Calcul de la fréquence propre de l'oscillateur et condition d'entretien des oscillations.

a) - Calcul des paramètres y_{ij} (base commune) en fonction des éléments naturels du transistor. fig. 20

$$\text{Posons : } y_{B'E} = g_{B'E} + jC_{B'E}w, \quad y_{CB'} = g_{CB'} + jC_{CB'}w \quad \text{et}$$

$$y_{CE} = g_{CE} + jC_{CE}w \approx g_{CE}$$

On fait l'approximation suivante :

$$g_m \gg y_{B'C} \quad \text{et} \quad y_{B'E} \gg y_{BC}$$

On a :

$$i_1 (1 + y_{BE}' / g_{BB}) + i_2 (1 + y_{BE}' / g_{BB}) = y_{BE}' V_1 + y_{BC}' V_2 \quad (1)$$

$$i_1 (-g_m / g_{BB'}) + i_2 (1 - g_m / g_{BB'}) = (-g_m / g_{BB'} - g_{CE}) V_1 + (y_{BC}' + y_{CE}) V_2 \quad (2)$$

$$y_{11} = \frac{[y_{BE}' (1 - g_m / g_{BB'}) + (1 + y_{BE}' / g_{BB'}) (g_{CE} + g_m / g_{BB'})]}{\Delta}$$

$$y_{12} = \frac{[y_{BC}' (1 - g_m / g_{BB'}) - (y_{BC}' + g_{CE}) (1 - g_m / g_{BB'})]}{\Delta}$$

$$y_{21} = \frac{[y_{BE}' g_m / g_{BB'} - (1 + y_{BE}' / g_{BB'}) (g_{CE} + g_m / g_{BB'})]}{\Delta}$$

$$y_{22} = \frac{[(1 + y_{BE}' / g_{BB'}) (y_{BC}' + g_{CE}) + g_m y_{BC}' / g_{BB'}]}{\Delta}$$

avec

$$\Delta = (1 + y_{BE}' / g_{BB'}) (1 - g_m / g_{BB'}) + (g_m / g_{BB'}) (1 + y_{BE}' / g_{BB'})$$

b) - calcul des paramètres y_{ij} du quadripôle de réaction

$$Y = r / (r^2 + L^2 w^2) + j [(cw - Lw) / (r^2 + L^2 w^2)]$$

on a :

$$i_1 = (G_1 + j C_1 w) V_1 + (-j C_1 w) V_2$$

$$i_2 = (-j C_1 w) V_1 + (Y + j C_1 w) V_2$$

$$y_{11} = + j C_1 w, \quad y_{12} = - j C_1 w = y_{21} \text{ et } y_{22} = Y + j C_1 w$$

c) - Fréquence d'oscillation et conditions d'entretien

Les conditions d'oscillation et d'entretien sont données par les relations simultanées suivantes :

Δ représente le déterminant de la matrice Y obtenu par la somme de la matrice Y_R du quadripôle de réaction et celle du transistor y .

$$f_o = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC^*}} \sqrt{1 - (a + bC^*)}$$

avec

(70)

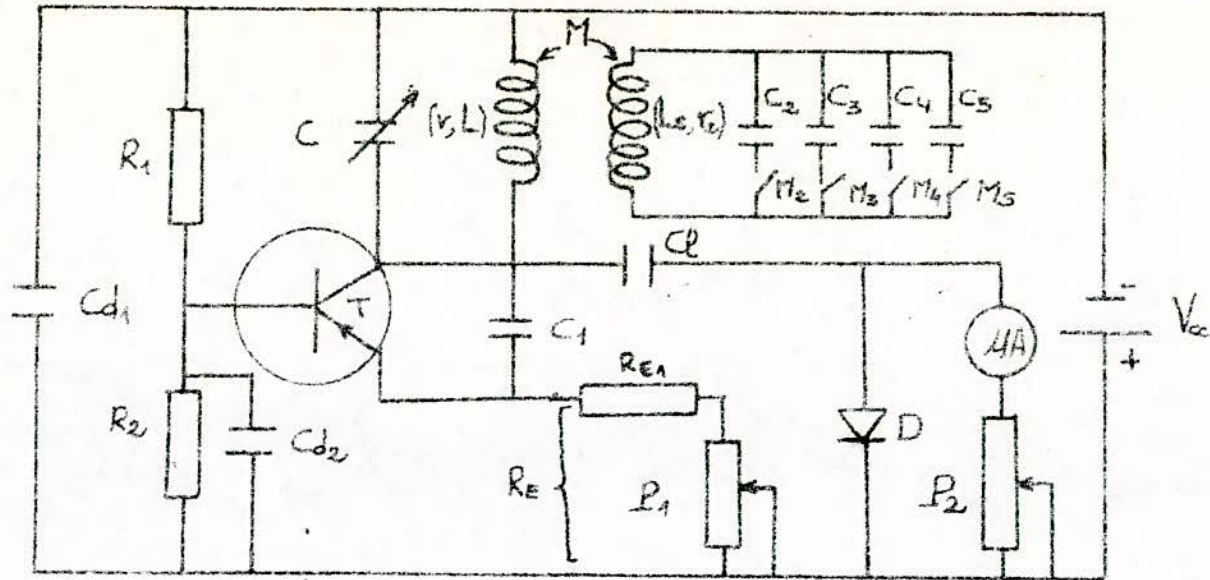
$$a = \frac{C_{11} + C_1}{\varepsilon_{11} + G} \times \dots (r/L) \quad , \quad b = r^2 / L \quad \text{et}$$

$$c = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11} + G} (C_{11} + C_1) + (C_{22} + C_1 + C) - \frac{\varepsilon_{21}}{\varepsilon_{11} + G} (C_1 - C_{12}) - \frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{11} + G} (C_1 - C_{21})$$

$$\varepsilon_{21} \Rightarrow \left[\frac{\omega_0}{\varepsilon_{12}} \left[(C_{11} + C_1) (C_{22} + C_1 + C - \frac{L}{r^2 + L^2 \omega_0^2}) + (C_{12} - C_1) (C_{21} - C_1) \right] - \left[\frac{\varepsilon_{11} + G}{\varepsilon_{12}} \left(\varepsilon_{22} + \frac{r}{r^2 + L^2 \omega_0^2} \right) \right] \right] \quad \text{avec } \omega_0 = 2\pi f_0$$

En négligeant la résistance de la bobine d'inductance L, on a :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C^*}}$$



$R_1 = 47 \text{ K}\Omega$
 $R_2 = 4,7 \text{ K}\Omega$
 $T : \text{AF 125}$
 $R_{E1} = 220 \Omega$
 $P_1 = 5 \text{ K}\Omega$
 $D : \text{OA 85}$
 $P_2 = 250 \text{ K}\Omega$
 $C_{d1} = C_{d2} = 33 \mu\text{F}$
 $C_L = 4,7 \text{ pF}$
 $C = 10 \dots 310 \text{ pF}$
 $C_A = 10 \text{ pF}$

Fig 19

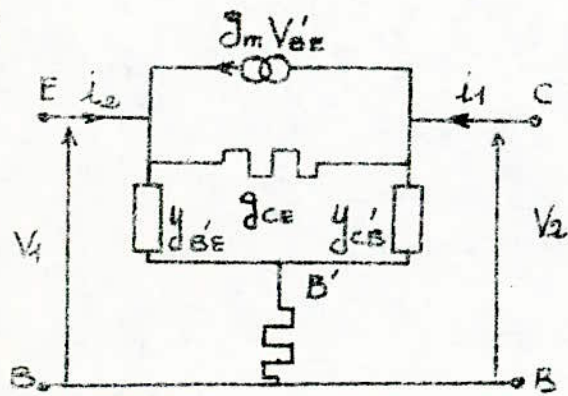


Fig 20

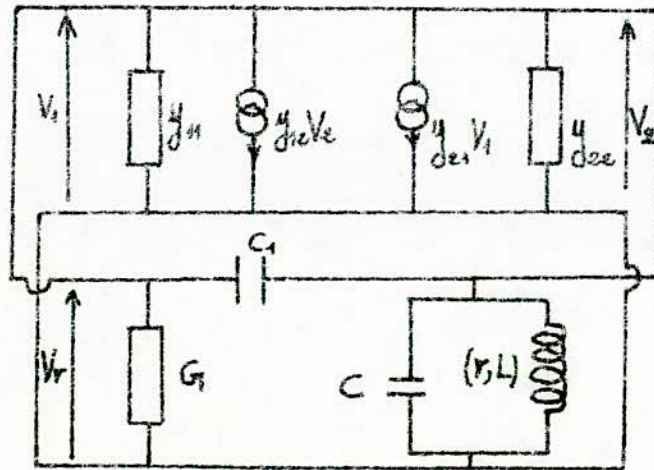


Fig 21

CONCLUSION:

On a étudié les caractéristiques mécaniques et électriques des ondemètres à cavité en absorption et à transmission • Il reste que si l'on cherche à réaliser des ondemètres très précis (type étalon) à tenir compte des effets de températures et d'humidité •

Une variation de la température entraîne une dilatation ou contraction des dimensions de la cavité, et la présence de la vapeur d'eau dans l'air à l'intérieur de la cavité affecte la constante diélectrique et par conséquent une variation de la fréquence de résonance • pour éviter l'effet de température on utilise des fours thermostatés et pour éviter l'effet de l'humidité il faut prévoir des scellements étanches au vide • Il est aussi assez difficile d'obtenir des matériaux bruts uniformes, mais plus difficile encore de reproduire de cavité à cavité les effets d'usinage, de soudures et du vieillissement • Une faible variation de dimensions de la cavité entraîne une forte variation de la fréquence de résonance • Vu ces nombreuses conditions, un ondemètre à cavité de précision est très difficile à réaliser •

D'autre part, l'étude faite montre que le principe d'un ondemètre à cavité résonante se ramène à celui d'un ondemètre à constantes localisées • Une cavité est équivalente à un circuit oscillant R, L, C à constantes localisées •

BIBLIOGRAPHIE

1. G. BOUDOURIS, Cavités électromagnétiques •
2. G. BOUDOURIS et P. CHENEVIER, Circuits pour ondes guidées •
3. CAROL G. MONTGOMERY, Technique des mesures en micro-ondes •
4. E. FROMY, Mesures en radiotechnique •
5. Cours de M. J. SLOSIAR, Théorie des circuits •