

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE
Mémoire de fin d'études
En vue de l'obtention du diplôme master 2 en Electronique

Thème :

Réduction du rapport PAPR dans l'OFDM

Réalisé par :

HORKOUS Houari

Encadré par :

Dr. TERRA Zidane

Soutenus le 14 octobre 2013 devant le jury composé de:

Président : Mr D. BERKANI.

Examineur : Mr L. SADAOUI.

Rapporteur : Mr Z. TERRA.

Promotion : Juin 2013

الملخص:

هذا نطاق التردد بطريقة فعالة ويستخدم لاستغلال يسمح هي الاسلوب الذي تقنية التوزيع المتعدد الحوامل المتعامدة
ظية . ام بمساوى منها اختلافات كبيرة في السرعة اللحظي نظم التدفق العال و مع ذلك يتميز هذا الن الاسلوب في
التوزيع المتعدد الحوامل المتعامدة مخطط تقنية كيف أن نحاول أن نبين سوف الحاضر نحن هذا المشروع من خلال
المشفرة يستخدم لمعالجة هذه المساوى.

المفتاح: المشفرة التوزيع المتعدد الحوامل.

Résumé :

L'OFDM est une technique qui permet d'exploiter la bande des fréquences de façon efficace. Cette technique est utilisée dans les systèmes nécessitant le haut débit. Cependant, les systèmes OFDM ont un inconvénient qui est représenté par des variations importantes en puissance instantanée. A travers ce présent projet nous tenteront de montrer comment le schéma de modulation multiporteuse COFDM est utilisé pour remédier aux inconvénients de l'OFDM.

Clé : codage, OFDM

Abstract:

OFDM is a technique that exploits the frequency band in an efficient way. This scheme is used in the systems requiring high data throughput. However, OFDM systems have inconvenient is represent by significant variations instant power. Through this project present we try to show how the modulation scheme COFDM multicarrier used for remedy of the inconvenience for OFDM.

Key: decoded, OFDM

Dédicace

Je dédie ce travail a mes parents "Mohamed" et "Fatma", à mes frères et mes sœurs surtout "Youssra", à ma grande-mère "Houria" à mes amis de polytech et mes amis de Bled.

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord **le Dieu** le tout puissant et maître de l'univers qui m'a donné la force nécessaire, la forte volonté et la patience afin d'accomplir ce travail.

Au terme de ce projet de master 2 réalisé à l'Ecole Nationale Supérieure polytechnique d'Alger, Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur Monsieur **Z. TERRA**, qui, grâce à leur disponibilité, aide et rigoureux conseils, j'ai pu mener à bien ce projet.

Je remercie **Pr. BERKANI** pour avoir accepté de présider le jury.

Je remercie, également **Dr. SADAoui** pour avoir accepté d'examiner mon projet.

Table des matières

1	Principes de base de l'OFDM	3
1.1	Transmission multi-porteuses	3
1.1.1	Structure de base de système de transmission multi-porteuse	3
1.1.2	Système de transmission à base de l'OFDM	5
1.2	La technique OFDM	8
1.2.1	Orthogonalité	9
1.3	Génération et réception du signal OFDM	10
1.3.1	Conversion série parallèle	11
1.3.2	Modulation des sous porteuses	12
1.3.3	Conversion du domaine fréquentiel au domaine temporel . .	13
1.3.4	L'intervalle de garde pour l'OFDM	13
1.3.5	Modèle mathématique d'un symbole OFDM	14
1.4	Avantages et inconvénients de la technique OFDM	15
1.4.1	Les avantages :	15
1.4.2	Les inconvénients :	15
1.5	Canal radio mobile	17
1.5.1	Caractéristiques du canal radio mobile	18
1.5.2	Modélisation du canal radio mobile	20
2	Codes utilisés dans l'OFDM	23
2.1	Codes algébriques ou en blocs	23
2.2	Codes convolutifs ou récurrents	25
2.3	Codes Reed-Solomon (RS)	26
2.4	Codes Reed-Muller (RM)	28
2.5	Entrelacement et desentrelacement	30
3	Techniques de réduction du PAPR	31
3.1	Métriques existantes de la mesure du PAPR	32
3.1.1	Peak-to-Average Power Ratio (PAPR)	32
3.1.2	Peak to Mean Envelope Power Ratio (PMEPR)	33
3.1.3	"Crest Factor" ou facteur de crête (CF)	34
3.1.4	Conséquences d'un fort PAPR pour l'amplification de puissance	34
3.2	Techniques Probabilistes	35
3.3	Techniques d' "ajout de signal"	38
3.4	Techniques de Codage	39

Table des figures

1.1	structure et caractéristiques fréquentielles d'un système de transmission multi-canal	4
1.2	structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi porteuse	5
1.3	Modèle d'une communication à bande de base mono-porteuse[1]	6
1.4	Structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission OFDM	8
1.5	Spectre d'un signal FDM formé par 5 canaux.	9
1.6	Spectre d'un signal OFDM formé par 5 sous porteuses.	10
1.7	Schéma fonctionnel d'un émetteur-récepteur OFDM de base	11
1.8	le concept de multi-porteuse et conversion série-parallèle	12
1.9	Modulation multi-porteuse avec $N_c=4$ sous-porteuse	12
1.10	Modulation des sous porteuses	13
1.11	Exemple d'une constellation.	14
1.12	Constellation des vecteurs IQ	15
1.13	Génération de l'OFDM, étage de l'IFFT.	16
1.14	Ajout de l'intervalle de garde au signal OFDM.	16
1.15	description, dans le domaine temps/fréquence, d'un symbole OFDM avec un CP(cyclic prefix)	17
1.16	symbole OFDM avec CP et un CS	17
1.17	La propagation multi-trajet variable dans le temps	18
1.18	Schéma représentatif de l'effet Doppler	19
1.19	Les catégories de fading en fonction de la distance	20
1.20	La réponse impulsionnelle et la fonction de transfert variables dans le temps	21
2.1	Mot de code	24
2.2	Principe de codage convolutionnel	25
2.3	Représentation en treillis du code convolutionnel	26
2.4	Schéma du codage en bloc de Reed-Solomon	28
2.5	Codage et l'entrelacement	30
3.1	Illustration du PAPR pour un signal $x(t)$ continu	33
3.2	Bilan de puissance d'un amplificateur et courbes de gain/rendement	35
3.3	Schéma d'un modulateur "Selected Mapping"	37
3.4	Schéma d'un modulateur "Partial Transmit Sequences".	37
3.5	Caractéristique d'un limiteur	39
3.6	Schéma de principe de la "Tone Reservation".	40

3.7	Schéma conceptuel d'un système de réduction du PAPR par codage.	42
3.8	Lien entre le Code Reed-Muller (RM) et la Modulation OFDM . . .	44
3.9	Principe de Codage et Obtention des Séquences Complémentaires .	45

Liste Des Abréviations

AWGN	Additive White Gaussian Noise
BLU	Best Linear Unbiased
BPSK	Binary Phase Shift Keying
CP	Cyclic Prefix
DFT	Discrete Fourier Transform
DMT	Discrete Multi Tone
DAC	Digital to Analogous Converter
FDM	Frequency Division Multiplexing
FMT	Filtered Multi-Tone
ICI	Inter Carrier Interference
ISI	Inter Symbol Interference
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
IQ	In phase Quadrature
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
PAPR	Peak-to-Average Power Ratio
PMEPR	Peak to Mean Envelop Power Ratio
PDF	Probability Density Function
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
RMS	Root Mean Squared
SLM	Selected Mapping
SNR	Signal to Noise Ratio
TR	Tone Reservation
WLAN	Wireless Local Area Network

Introduction générale

Au cours de ces dernières décennies, la transmission numérique a connu une révolution en nouveaux services tel que la télévision et la radio numériques, les réseaux locaux sans fil, l'internet à haut débit et bien sûr la téléphonie mobile. Parallèlement à cette explosion numérique, les gammes spectrales connaissent un engouement important ; ceci a donc motivé la recherche de nombreux schémas de transmission capable de supporter des transmissions à large bande. Les groupes de recherche ont découvert l'intérêt considérable des transmissions multipor- teuses orthogonales OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) pour les transmissions à large bande.

Dans ce contexte de transmission haut débit, "la modulation OFDM" est toujours restée l'un des piliers principaux. On voit alors apparaître les différentes variantes de l'OFDM dans l'objectif de renforcer la robustesse du signal vis-à-vis du canal multitrajet par exemple ou pour optimiser l'encombrement spectral. Parmi ces variantes le schéma de modulation COFDM (Coded OFDM) s'est révélé le plus utilisé afin de renforcer l'OFDM à l'aide de codes "convolutifs" par exemple ; il s'agit d'un codage qui rajoute de la redondance dans le message à transmettre et permet ainsi au récepteur de corriger les erreurs de transmission. À la réception, un algorithme est utilisé pour retrouver le message original le plus probable (par exemple l'algorithme de Viterbi). Ainsi, en rajoutant une redondance plus ou moins importante, ce mécanisme permet une bonne résistance aux interférences.

De ce fait, pratiquement toutes les nouvelles technologies actuelles se basent sur les modulations multipor- teuses orthogonales, présentant des avantages ainsi que des inconvénients. Les avantages concernent principalement la robustesse du signal vis-à-vis du canal multitrajet avec évanouissement et l'encombrement spectral optimal.

En revanche, un des principaux inconvénients est représenté par les fortes fluctuations en amplitude de l'enveloppe du signal modulé et donc par des variations importantes en puissance instantanée. Le "Peak-to-Average Power Ratio" ("PAPR"), qui prend en compte ces variations en puissances, est un paramètre indispensable dans la caractérisation des modulations à enveloppe non-constante. Dans certains cas, comme pour l'OFDM, le "PAPR" devient suffisamment élevé et le signal OFDM montre une grande dynamique en amplitude (et en puissance) ce qui peut amener à une perte de l'orthogonalité.

A travers ce présent projet nous tenteront de montrer comment le schéma de modulation multiporteuse COFDM est utilisé pour remédier aux inconvénients de l'OFDM.

De fait, Le travail a été divisé en trois chapitres au cours desquels nous allons tenter de comprendre le schéma de modulation COFDM et montrer comment la COFDM est utilisée comme solution aux inconvénients de l'OFDM. Le premier chapitre sera constitué autour de la modulation multiporteuse (OFDM). Une description des codages utilisés dans la modulation multiporteuse OFDM fera l'objet du second chapitre, une attention particulière sur le problème du PAPR sera le point important. Cette notion sera éclairci plus loin dans le chapitre trois pour comprendre comment l'OFDM codée (COFDM) est utilisé comme schéma de modulation pour remédier au problème du PAPR.

Chapitre

1

Principes de base de l'OFDM

Introduction

Ce chapitre constitue une présentation de la technique de transmission multiporteuses orthogonales OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Les principes de base de cette technique, la constitution et le fonctionnement d'un système OFDM typique sont expliqués. Des notions de base de la transmission numérique ou analogique, jugées nécessaires pour la compréhension de la suite de ce projet, sont introduites selon les besoins.

1.1 Transmission multi-porteuses

1.1.1 Structure de base de système de transmission multi-porteuse

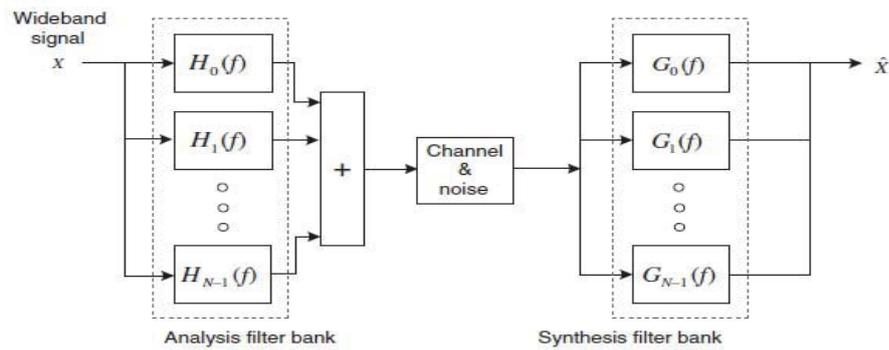
La sélectivité en fréquence d'un canal radio mobile large bande rend inefficace l'utilisation des systèmes de transmissions mono porteuses, et pour y surmonter on

1.1. TRANSMISSION MULTI-PORTEUSES

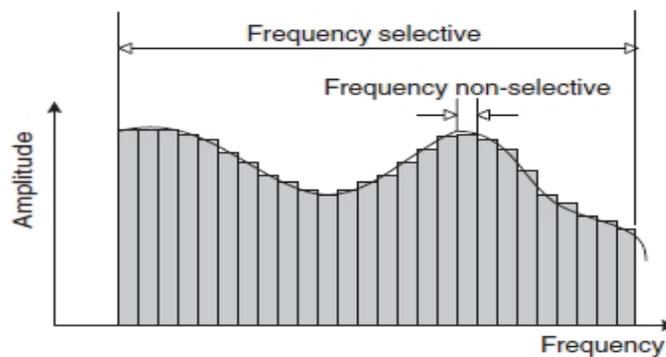
fait recours aux systèmes à transmission multi-porteuse, qui sont utilisés pour la transmission haut débit. La figure 1.1(a) montre la structure de base et le concept de système de transmission multi-porteuse. Le signal large bande soit analyser (à travers plusieurs filtres à bande étroite de fonction du transfert $H_k(f)$) en plusieurs signaux à bande étroite en transmission et est synthétisé (à travers plusieurs filtres à bande étroite de fonction du transfert $G_k(f)$) en réception, donc la sélectivité en fréquence du canal large bande peut être estimée par une multitude de bandes de fréquences étroites (frequency- flat) non sélective, comme s'y montré dans la figure 1.1(b).[1]

Notant que la non-sélectivité en fréquence des bandes étroites du canal réduit considérablement la complexité de l'égaliseur pour chaque sous-canal. Tant que l'orthogonalité entre sous-porteuses est maintenue, l'ICI peut être éliminé, donc un minimum de distortion.

Dans les systemes multi-porteuse, la bande passante originale (large bande) est subdivisée en N_c sous bandes (bandes étroites), où chacune est caractérisée par une sous-porteuse $f_k, k=0,1,2,\dots,N_c - 1$. La figure 1.2(a) montre la structure de base de système de communication multi-porteuse, celle qui représente l'une des formes spécifique d'un système multi-canal,

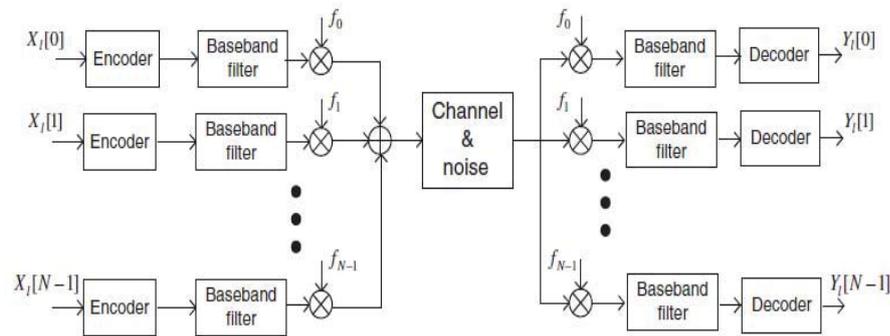


a) structure d'un système de transmission multi-canal.

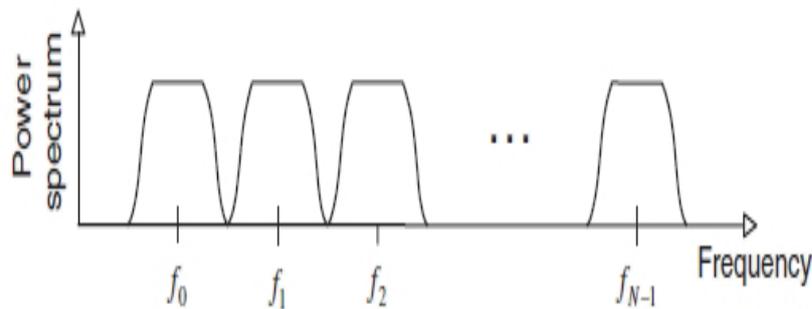


b) la réponse d'un système de transmission multi-canal.

Figure 1.1 – structure et caractéristiques fréquentielles d'un système de transmission multi-canal



a) Structure de base d'un système de transmission multi-porteuse.



b) Caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi-porteuse.

Figure 1.2 – structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi porteuse

Où, les différents symboles sont transmit en parallèle.

$X_l(k)$ et $Y_l(k)$ indiquent, respectivement, le signal transmit et reçu d'une sous-porteuse f_k de l ieme symbole. La figure 1.2(b) illustre le spectre d'un signal transmit dans un système à transmission multi-porteuse, qui occupe une multitude de sous-bandes d'égale largeur, chacune centrée sur une fréquence (sous-porteuse). Si chaque sous-bande est d'une largeur limitée, le type de transmission est dit FMT (Filtered Multi-Tone).

Pendant qu'on cherche à surmonter au problème de la sélectivité en fréquence du canal avec ce type de transmission multi-porteuse (FMT), son implémentation devient complexe, il nécessite plus des codeurs/décodeurs et oscillateurs, et d'une très haute qualité des filtres utilisés dès que le nombre de sous porteuses augmentent.[2]

1.1.2 Système de transmission à base de l'OFDM

Le système de transmission basé sur la technique OFDM est un autre type de systèmes multi-canal, qui est similaire à un système de transmission FMT dans le sens qu'il emploi plusieurs porteuses. Comme c'est montré dans la figure 1.4(a), il n'a pas utilisé une bande limitée pour les filtres et oscillateurs de chaque sous-

1.1. TRANSMISSION MULTI-PORTEUSES

canal, en plus, les spectres des sous-porteuses se sont chevauchés d'une manière efficace pour la bande passante, différemment au système FMT où la totalité de la bande passante est divisé en un nombre N de sous-canaux de bandes étroites (figure 1.2 (b)), donc la différence réside dans la manière avec laquelle la bande passante est divisée en sous bandes étroites. L'ensemble de sous-porteuses orthogonales, chevauchées en spectre, peuvent être produites en satisfaisant le critère de Nyquist, en généralisant l'équation suivante :

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} G(f - \frac{i}{T}) = T \quad (1.1)$$

Qui réfère à une transmission mono-porteuse, à une transmission multi-porteuses. Où $G(f)$ est la transformé de Fourier de la fonction $g(t)$, tel que cette dernière représente la réponse impulsionnelle totale du système mono-porteuse (émetteur, canal, récepteur), où :

Les fonctions $g_T(t)$, $h(t)$, $g_R(t)$ et $h^{-1}(t)$ sont montrées dans la figure suivante :

$$g(t) = g_T(t) * h(t) * g_R(t) * h^{-1}(t) \quad (1.2)$$

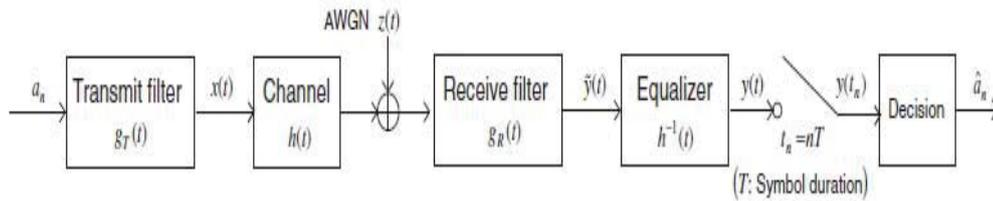


Figure 1.3 – Modèle d'une communication à bande de base mono-porteuse[1]

Dans la pratique, les processus de la transformé de Fourier discrète (DFT) et la transformé inverse (IDFT) sont utilisables pour l'implémentation de ces signaux orthogonaux. Mais l'implémentation sera efficace par l'utilisation de la transformé de Fourier rapide (FFT) et la transformé inverse (IFFT).

Dans un système de transmission OFDM, N_c point IFFT tenus pour les symboles transmits $\{X_l[k]\}$, $k=0, \dots, N_c-1$, pour générer le signal $\{x[n]\}$, $n=0, \dots, N_c-1$, qui représente les échantillons de la somme de N_c sous porteuses. $y(n)$ est le signal reçu, qui correspond au signal $x(n)$ avec du bruit additif $N(n)$ i.e :

$$y(n) = x(n) + N(n)$$

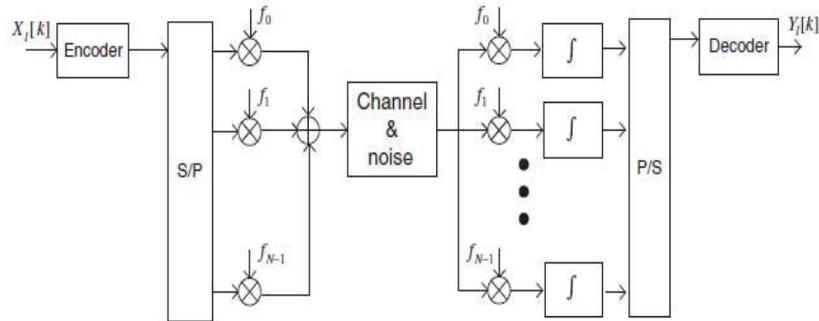
. Tenu compte des échantillons reçus de N_c point de la FFT ($y[n]$, $n=0, \dots, N_c-1$) la version bruitée des symboles transmits $Y_l[k]$, $k=0, \dots, N_c-1$, peut être obtenue à la réception.

1.1. TRANSMISSION MULTI-ORTEUSES

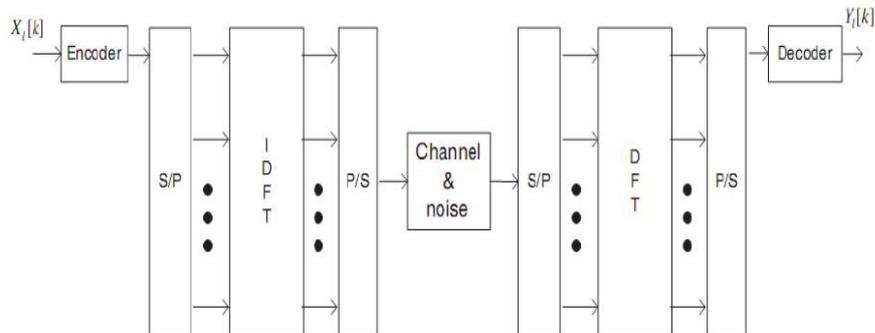
La figure 2.4(c) montre une structure d'une transmission OFDM implémentée à l'aide d'une IDFT/DFT. Comme toutes les sous porteuses ont une durée, T_s , finie dans le temps, le spectre du signal OFDM peut être considéré comme une somme des fonctions Sinc de fréquences décalées, comme c'est montré dans la figure 2.4(c), où l'espacement entre sous-porteuses est $1/T_s$.

La technique DMT (discrete multi-tone) utilisée dans le système ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) et VDSL (Very high-rate Data digital Subscriber Line) a aussi la même structure que l'OFDM.

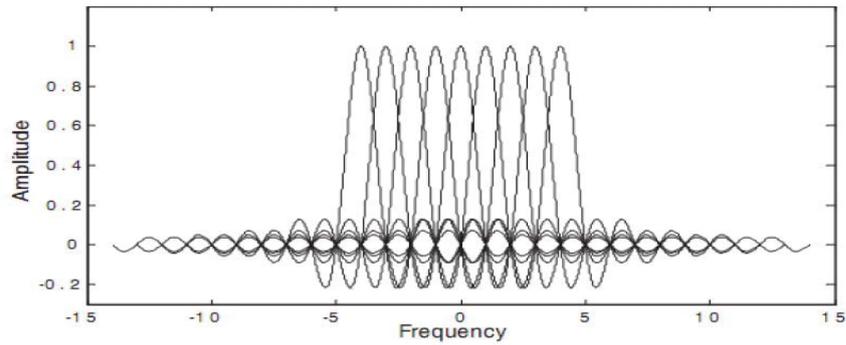
Du fait que chaque signal modulant une sous porteuse est limité dans le temps (non limité dans le domaine fréquentielle), il est possible qu'il y'ait des interférences entre porteuses (ICI) important, comme il est montré dans la figure 1.4(d) où on remarque que le premier lobe secondaire de la fonction Sinc (dans le domaine fréquentielle) n'est pas négligeable par rapport au lobe principale. Ainsi, dans le système OFDM on ajoute une bande de garde, appelée porteuses virtuelles (VCs). On ajoute aussi un intervalle de garde dans le domaine temporel, appelé préfixe cyclique (PC) qui fait réduire l'effet d'inter-symboles (ISI) entre symboles OFDM.[1]



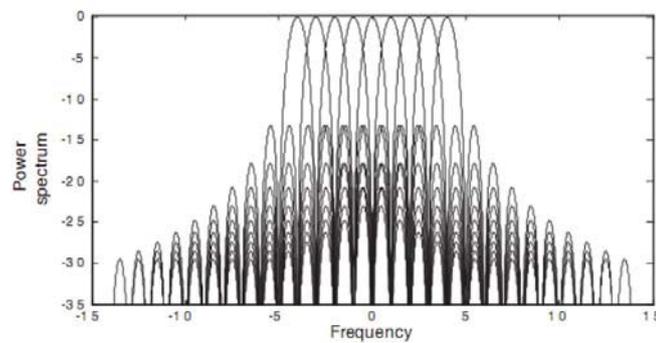
a) Configuration d'un système de transmission OFDM.



b) Système de transmission OFDM et son implémentation utilisant la IDFT/DFT.



c) Le spectre d'un signal OFDM (échelle linéaire)..



d) La puissance spectrale d'un signal OFDM (dB).

Figure 1.4 – Structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission OFDM .

1.2 La technique OFDM

L'OFDM utilise le principe du multiplexage fréquentiel utilisé par le FDM. Cependant, dans le cas de l'OFDM, ce multiplexage est fait de manière plus contrôlée, permettant une amélioration de l'efficacité spectrale.

Dans le cas de la technique FDM, les signaux transmis doivent avoir une large bande de séparation entre les canaux pour empêcher l'interférence entre ces canaux. Ceci limite l'efficacité spectrale totale des systèmes FDM (figure 1.5)[3].

L'OFDM utilise plusieurs sous porteuses synchronisées en temps et en fréquence entre elles. Cette synchronisation permet de conserver la nature orthogonale de l'OFDM. Grâce à l'orthogonalité de l'OFDM, les différentes sous porteuses se chevauchent dans le domaine fréquentiel mais sans causer d'interférence entre porteuses ICI (Intercarrier Interference), ce qui réduit la bande de séparation et améliore l'efficacité spectrale du système OFDM (figure 1.6).

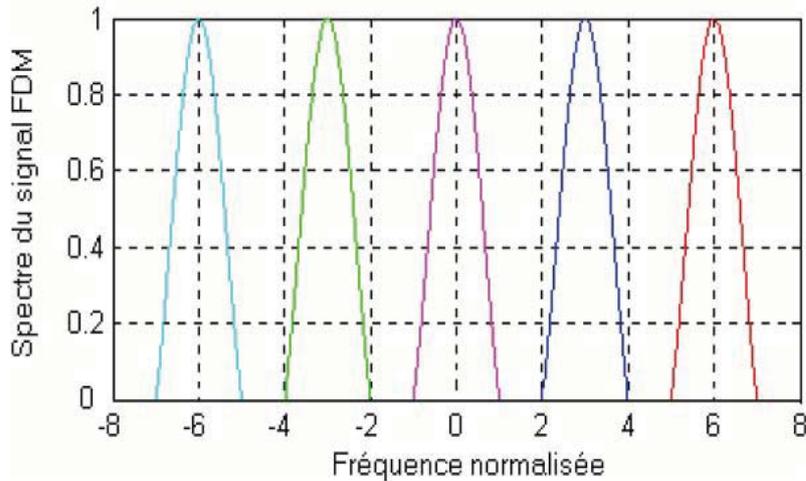


Figure 1.5 – Spectre d'un signal FDM formé par 5 canaux.

1.2.1 Orthogonalité

De façon générale, des fonctions sont orthogonales entre elles si elles vérifient les conditions de l'équation 1.3.

$$\int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \begin{cases} C & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (1.3)$$

où T est la durée de symbole.

Dans le cas de l'OFDM, des fonctions orthogonales sinusoïdales représentent les sous porteuses d'un signal OFDM réel (équation 1.4).

$$s_k(t) = \begin{cases} \sin(2\pi k f_0 t) & 0 < t < T_{FFT} \quad k = 1, 2, \dots, M \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.4)$$

où f_0 est l'espacement entre les sous porteuses, M est le nombre de sous porteuses, T_{FFT} est la durée du symbole OFDM.

Un signal OFDM est réalisé à partir d'une somme de sinusoïdes, chaque sinusoïde correspond à une sous porteuse. La fréquence, en bande de base, de chaque sous porteuse est un multiple de l'inverse de la durée du symbole OFDM, ce qui implique que chaque sous porteuse a un nombre entier de période par symbole OFDM. Cette propriété entraîne la vérification de la condition d'orthogonalité (équation 1.3) entre les sous porteuses.

Il existe aussi une autre façon de voir la propriété d'orthogonalité en analysant le spectre du signal OFDM. Dans le domaine fréquentiel, chaque sous porteuse du signal OFDM a une réponse fréquentielle en sinus cardinal, $\sin(x)/x$, comme indiqué dans la figure 1.6. Le récepteur reçoit chaque symbole OFDM transmis pendant une durée (T_{FFT}) qui correspond à l'inverse de l'espacement fréquentiel f_0

1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM

. La nature orthogonale de la transmission est due au fait que la valeur maximale de chaque sous porteuse correspond à des valeurs nulles des autres sous porteuses.

En effet, lorsque le signal OFDM est détecté en utilisant une transformée de Fourier discrète DFT, le spectre vu par le récepteur n'est plus continu, comme indiqué dans la figure 1.6 (b), mais échantillonné. Le spectre échantillonné est marqué par des points noirs dans la figure 1.6 (a). Les échantillons de la DFT correspondent juste aux valeurs maximales des sous porteuses, alors la région de chevauchement fréquentiel n'affecte pas le spectre vu par le récepteur, par conséquent elle n'affecte pas la transmission OFDM.[3]

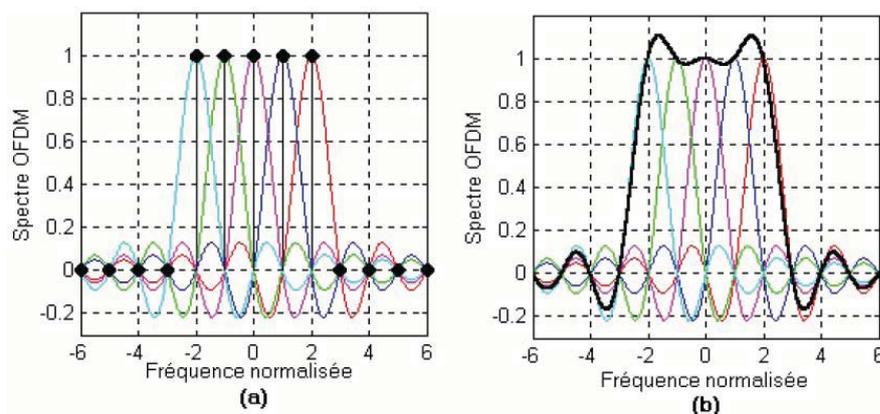


Figure 1.6 – Spectre d'un signal OFDM formé par 5 sous porteuses.

1.3 Génération et réception du signal OFDM

Les signaux OFDM sont générés numériquement à cause de la difficulté de réalisation d'un grand nombre d'oscillateurs synchronisés.

La figure 1.7 montre le schéma fonctionnel d'un émetteur-récepteur OFDM. L'émetteur OFDM convertit les données binaires, par modulation et transcodage (mapping), en amplitude et phase de chaque sous porteuse. Ces amplitudes et phases représentent les échantillons de spectre du symbole OFDM. L'application de la transformée de Fourier discrète inverse IDFT (Inverse Discrète Fourier Transform) sur les échantillons de spectre du symbole OFDM permet d'avoir les échantillons temporels du symbole OFDM.

La transformée de Fourier inverse rapide IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) réalise la même opération que l'IDFT, sauf qu'elle est plus efficace en calcul ; de ce fait, elle est utilisée dans tous les systèmes pratique.

Afin de transmettre le signal OFDM dans un canal physique, le signal OFDM temporel est modulé par une porteuse sinusoïdale.

Le récepteur réalise l'opération inverse : il démodule le signal reçu pour enlever la porteuse sinusoïdale, utilise la FFT pour analyser le signal OFDM reçu dans le domaine fréquentiel et finalement les amplitudes et les phases des sous porteuses

1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM

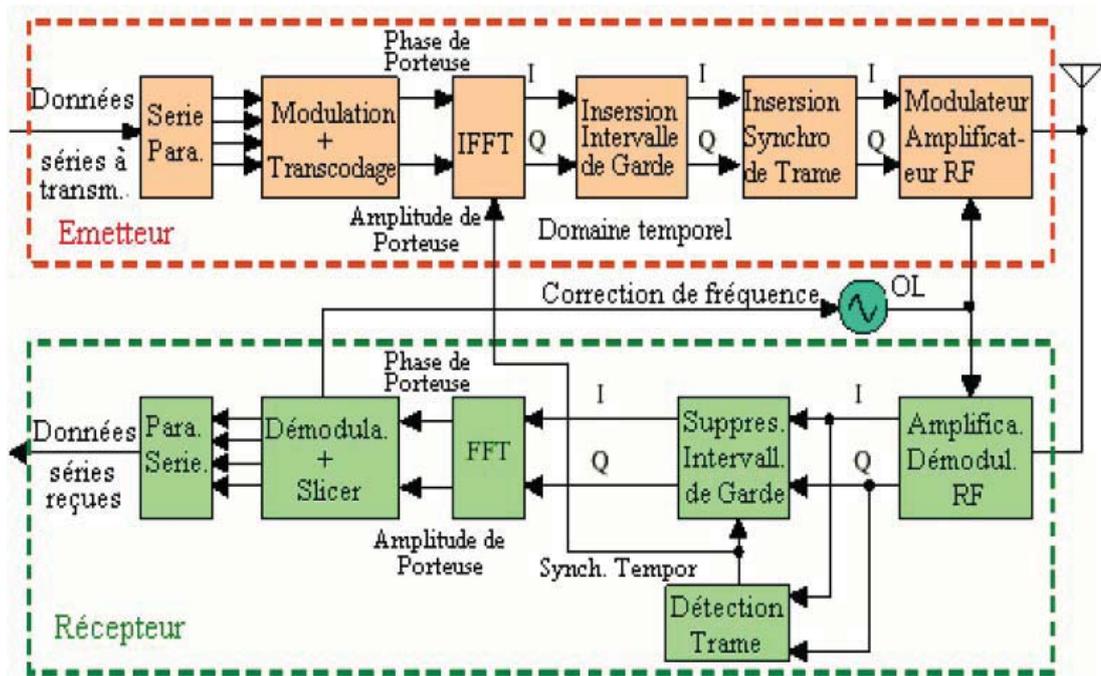


Figure 1.7 – Schéma fonctionnel d'un émetteur-récepteur OFDM de base

sont prises et converties en données binaires[3].

1.3.1 Conversion série parallèle

Le principe de cette conversion est de transmettre des données numériques en parallèle modulées sur un grand nombre de porteuses à bas débit. Ceci nous permet d'éviter l'égalisation à grande vitesse.

Les données à transmettre sont sous forme d'un flot de données binaires, chaque symbole OFDM transmet entre 40 jusqu'à 4000 bits. Le nombre de bits transmis dans chaque symbole OFDM dépend de la modulation utilisée par les sous porteuses et du nombre de sous porteuses utilisées[4].

exemple :

Dans une transmission OFDM utilisant 100 sous porteuses par exemple modulées toutes par une 32-QAM (modulation d'amplitude en quadrature), alors chaque sous porteuse portera 5 bits et chaque symbole OFDM portera 500 bits.

1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM

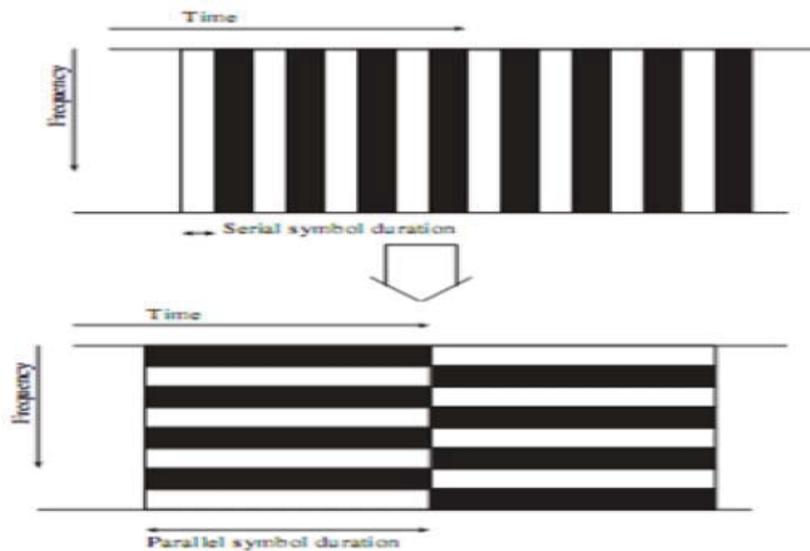


Figure 1.8 – le concept de multi-porteuse et conversion série-parallèle

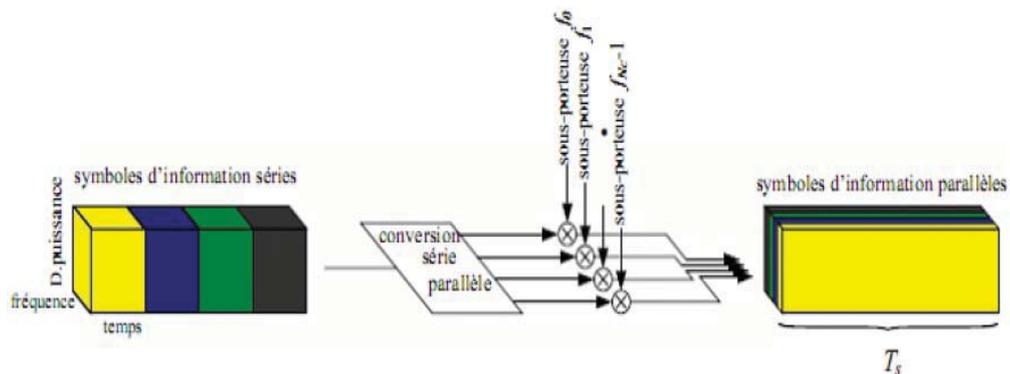


Figure 1.9 – Modulation multi-porteuse avec $N_c=4$ sous-porteuse

1.3.2 Modulation des sous porteuses

Les sous porteuses sont modulées par les transcodes (position des symboles dans la constellation). Chaque transcode est un nombre complexe représenté par un vecteur (vecteur IQ) dans la constellation. La figure 1.10 montre un exemple de modulation des sous porteuses en utilisant le schéma de modulation QAM. Dans ce cas, chaque sous porteuse porte 2 bits par symbole OFDM.

La figure 1.11 donne un autre exemple de modulation des sous porteuses. Cet exemple montre le schéma de modulation 16-QAM. Chaque combinaison de 4 bits correspond à un seul vecteur IQ.

A la réception, l'opération inverse représente la démodulation des sous porteuses. Durant la transmission, le signal est distordu et corrompu par le bruit. La figure

1.3. GÉNÉRATION ET RÉCEPTION DU SIGNAL OFDM

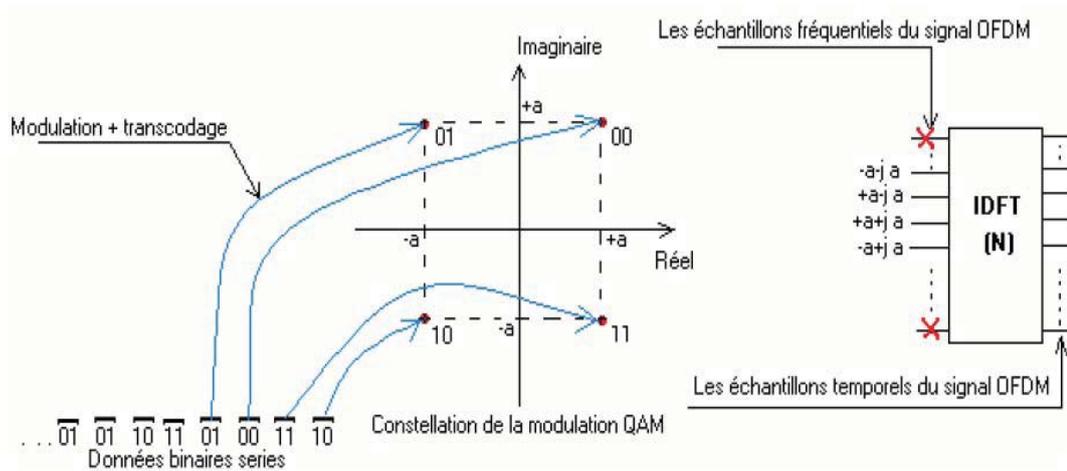


Figure 1.10 – Modulation des sous porteuses

1.12 montre un exemple du signal OFDM, utilisant une modulation 16-QAM, reçu avec un SNR de 18 dB.

Aucun point de la constellation des symboles reçus n'a une position précise à cause du bruit de canal. Le récepteur doit estimer la position originale la plus probable de chaque vecteur reçu. Ceci est fait en trouvant le vecteur de la constellation le plus proche du vecteur reçu.

Une erreur a lieu lorsque le bruit dépasse la moitié de l'espace entre les points voisins de la constellation de la modulation utilisée.

1.3.3 Conversion du domaine fréquentiel au domaine temporel

Après l'étape de la modulation, les sous porteuses sont mises à des amplitudes et phases basées sur les données à transmettre et le schéma de modulation utilisé; toutes les sous porteuses non utilisées sont mises à zéro. Ceci établit le signal OFDM dans le domaine fréquentiel. L'IFFT est utilisée pour convertir ce signal au domaine temporel. La figure 1.13 montre la partie IFFT de l'émetteur OFDM. Dans le domaine fréquentiel, avant l'application de l'IFFT, chaque échantillon de l'IFFT correspond à une seule sous porteuse. La plupart des sous porteuses sont modulées par les données.

Les sous porteuses périphériques ne sont pas modulées, c'est-à-dire elles sont mises à zéro.

Ces sous porteuses nulles donnent un intervalle de garde fréquentiel avant la fréquence de coupure du filtre de reconstruction passe bas.

1.3.4 L'intervalle de garde pour l'OFDM

L'effet de l'ISI sur le signal OFDM peut être minimisé davantage par l'addition d'un intervalle de garde (guard period) au début de chaque symbole OFDM. Cet intervalle est une copie de la fin du symbole OFDM, qui prolonge la durée du

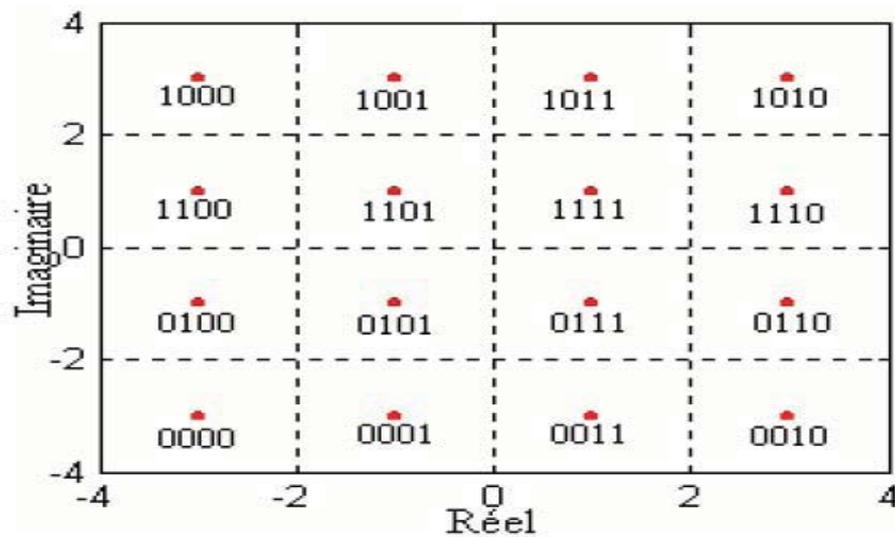


Figure 1.11 – Exemple d'une constellation.

symbole OFDM (figure 1.14).

La nouvelle durée totale du symbole OFDM est $T'_s = T_g + T_s$.

Où T_g est la durée de l'intervalle de garde ajouté.

T_s est la durée initiale du symbole généré par l'IFFT.

L'intervalle de garde doit être plus grand que le retard max de propagation prévue. Il existe deux types principaux d'intervalles de garde ; le plus fréquemment utilisé est le préfixe cyclique (Cyclic Prefix (CP)) qui fait précéder chaque symbole OFDM par une extension périodique du signal lui-même. L'autre type est le ZeroPadding (ZP) qui fait compléter chaque symbole OFDM par des zéros [1].

Il existe aussi ce qu'on appelle un suffixe cyclique à CS, ce qui joue le même rôle que le CP, sauf qu'on l'ajoute à la fin d'un symbole OFDM et qui contient une copie du début du signal OFDM.

L'intervalle de garde est ajouté dans le domaine temporel et son essentiel rôle est de prévenir aux ISI, par contre une bande de garde est ajoutée dans le domaine fréquentielle qui a pour but l'élimination d'ICI du signal OFDM.

1.3.5 Modèle mathématique d'un symbole OFDM

Le modèle mathématique d'un symbole OFDM $s(t)$, qui sera adopté pour le chapitre suivant est :

$$s(t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} a_i^q R_T(t - qT) e^{j\frac{2\pi}{T}i(t-qT)} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} R_T(t - qT) \sum_{i=0}^{N-1} a_i^q e^{j\frac{2\pi}{T}it} \quad (1.5)$$

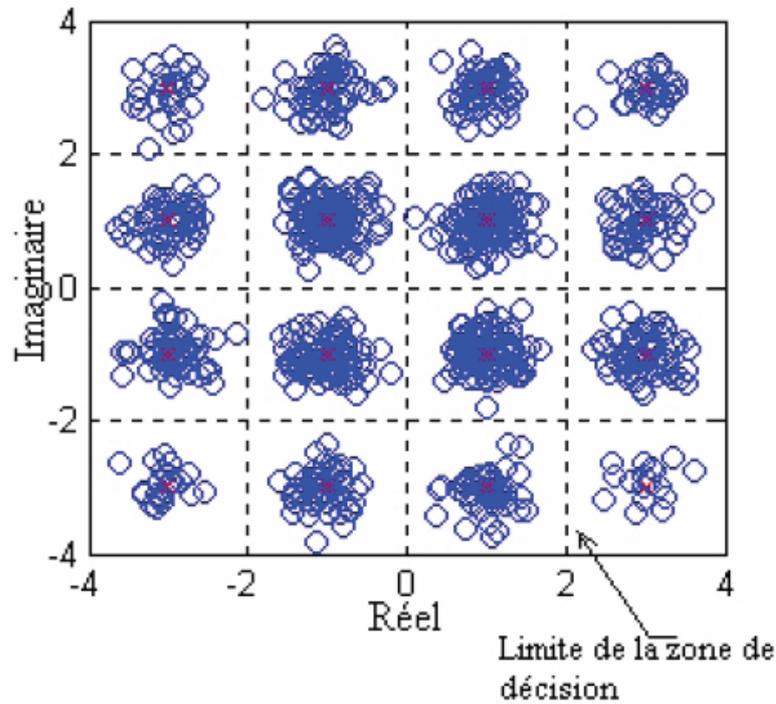


Figure 1.12 – Constellation des vecteurs IQ

a : les symboles informatifs.

q : le q^{ieme} symbole.

T : la durée d'un symbole OFDM.

1.4 Avantages et inconvénients de la technique OFDM

1.4.1 Les avantages :

- Une haute efficacité spectrale.
- Une réalisation digitale simple par utilisation du IFT et IFFT.
- Réduction de la complexité des récepteurs due à la possibilité d'éviter les ISI et ICI par insertion d'un intervalle de garde.

1.4.2 Les inconvénients :

- Les signaux multi-porteuses ont un coefficient PAPR (Peak to Average Power ratio) élevé, qui peut causer la saturation de l'amplificateur à l'émission et mener par la suite à une perte d'orthogonalité et de rayonnements hors de la bande passante. Puisque n'importe quel système de transmission réel contient des non-linéarités, il est important de déterminer la détérioration résultante du signal. En particulier, l'amplificateur de sortie d'antenne d'un

1.4. AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE LA TECHNIQUE OFDM

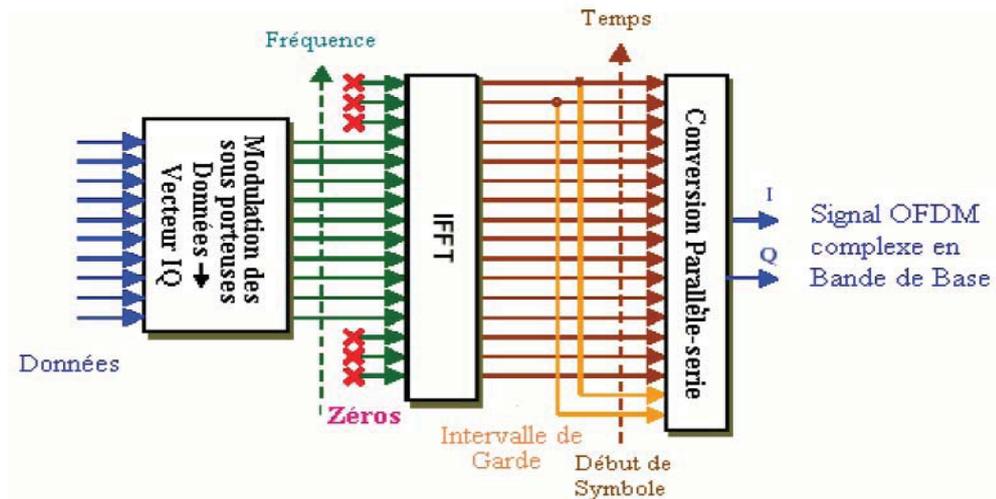


Figure 1.13 – Génération de l'OFDM, étage de l'IFFT.

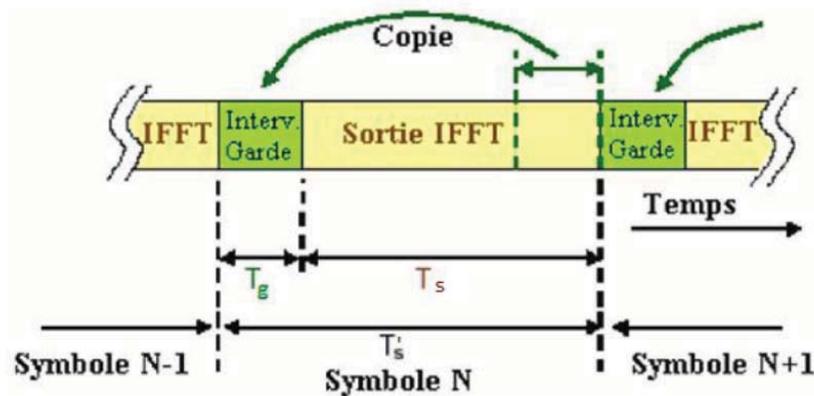


Figure 1.14 – Ajout de l'intervalle de garde au signal OFDM.

émetteur peut causer la déformation non linéaire significative. Un PAPR très élevé signifie que le signal possède une puissance maximale plus importante par rapport à sa puissance moyenne, et que des pics d'amplitude important sont présents. Le rapport de PAPR est directement proportionnel au nombre de sous canaux utilisés dans le système OFDM. Nous voudrions que ce rapport soit aussi bas que possible. Il existe certaines techniques qui peuvent aider à réduire le rapport de PAPR, par exemple, les techniques probabilistes, les techniques d'ajout de signal aux ordres de données dans le domaine de temps et les techniques de codage qui seront plus détaillées dans le chapitre III. Il y a aussi d'autre technique de réduction de PAPR qui consiste à ajouter des porteuses supplémentaires, désignées sous le nom RPC (Peak Reduction Carriers). La phase et l'amplitude des porteuses RPCs doivent être ajustées pour réduire au minimum le rapport de la puissance maximale et de la puissance moyenne du signal OFDM. La méthode de RPC peut être employée pour un nombre moins élevé de porteuses, puisque une aug-

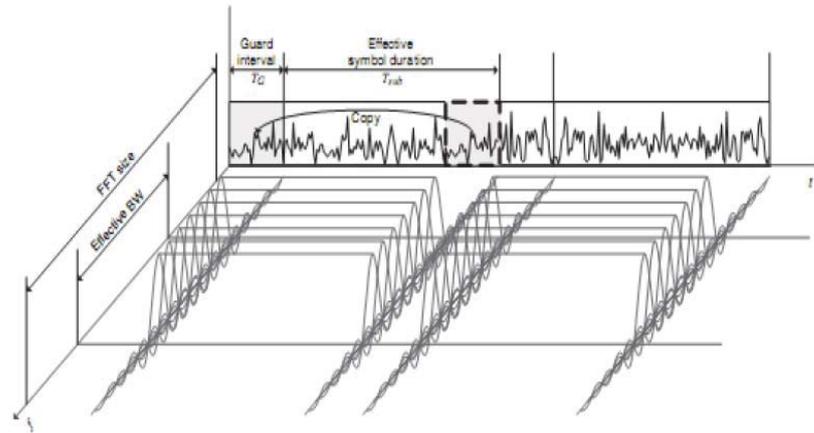


Figure 1.15 – description, dans le domaine temps/fréquence, d'un symbole OFDM avec un CP(cyclic prefix)

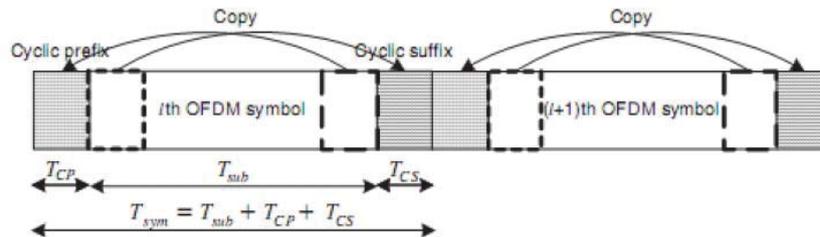


Figure 1.16 – symbole OFDM avec CP et un CS .

mentation de nombre des porteuses supplémentaires mène à une complexité importante du système.[7]

- La perte dans l'efficacité spectrale due à l'addition d'un intervalle de garde.
- La sensibilité à l'effet Doppler est supérieure par rapport aux systèmes de modulation mono-porteuse.
- Une synchronisation parfaite en temps et en fréquence est nécessaire.

1.5 Canal radio mobile

Le canal de propagation décrit le support physique de la transmission. Il peut être invariant dans le temps, par exemple dans le cas d'une transmission sur câble, ou variant dans le temps (cas d'une transmission dans un canal radio mobile). La variation dans le temps de ce dernier est due essentiellement à la propagation par trajets multiples et à la mobilité du récepteur (voir figure 1.17), et elle constitue la caractéristique principale du canal radio mobile. En plus de la variation dans le temps, le canal radio mobile souffre de plusieurs imperfections comme l'évanouissement, l'interférence, l'effet Doppler et l'effet de masque.

Par conséquent, un modèle précis de canal décrivant le comportement de la propagation d'onde dans différents environnements (tels que mobile/fixe et indoor/outdoor) est nécessaire.

Ceci peut permettre, par des simulations, d'estimer et de valider l'exécution d'un arrangement donné de transmission.

1.5.1 Caractéristiques du canal radio mobile

Dans le canal radio mobile (voir figure 1.17), le signal transmis souffre de différents effets, qui sont caractérisés comme suit :

- * La propagation multi-trajet,
- * L'effet Doppler,
- * L'évanouissement (Fading),
- * Les pertes dues à la distance ou Path Loss.

a) Propagation multi-trajet

La propagation multi-trajet se produit par suite de réflexion, dispersion et de diffraction de l'onde électromagnétique transmise à travers différents obstacles. Ainsi, à la réception beaucoup de signaux arrivent de différentes directions avec des retards, des atténuations et des phases diverses. La superposition de ces derniers donne des variations d'amplitude et de phase du signal reçu, qui rend difficile la récupération du signal d'information d'origine .

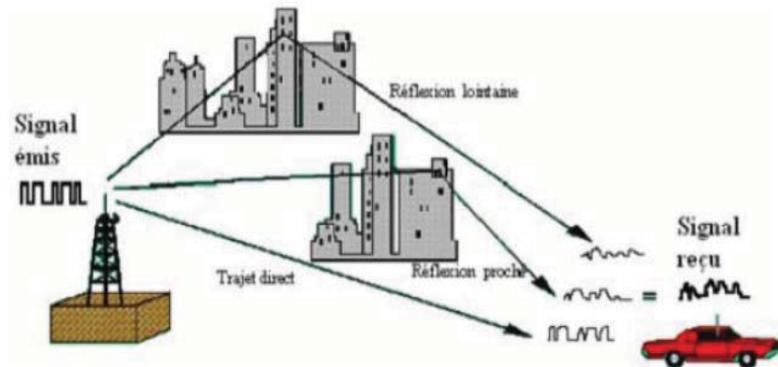


Figure 1.17 – La propagation multi-trajet variable dans le temps

b) Effet Doppler L'effet Doppler est le décalage de la fréquence , du signal transmis, à la réception d'une quantité f_D qui est donnée par la fréquence Doppler :

$$f_D = \frac{v f_c \cos(\alpha)}{c} \quad (1.6)$$

où :

v est la vitesse de déplacement du récepteur.

c est la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans l'air, $c = 3.108\text{m/s}$.

α est l'angle entre \vec{v} (vitesse de déplacement) et \vec{k} (direction de propagation du champ), (voir figure 1.18). Le décalage de la fréquence est dû à la variation d'amplitude et de phase du signal reçu, qui est le résultat de déplacement des objets dans le canal radio . Le maximum de la fréquence Doppler détermine la variation dans le temps du canal radio mobile , il est donné par [5] :

$$f_{dmax} = \frac{v f_c}{c} \quad (1.7)$$

c) Évanouissement (Fading)

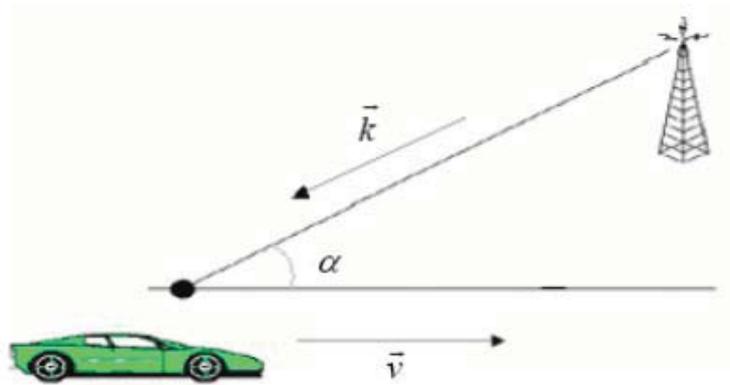


Figure 1.18 – Schéma représentatif de l'effet Doppler

C'est la variation de la puissance du signal en fonction du temps ou de la distance. On peut distinguer deux types de fading :

- **Fading à court terme**

Ce sont les fluctuations de la puissance du signal reçu sur un intervalle de temps ou un déplacement suffisamment petit (voir Figure 1.19). Il est causé par le multi-trajet, l'effet Doppler et la bande passante du signal émis. Le fading à court terme apparaît en moyenne dans le temps à une fréquence égale à deux fois la fréquence de Doppler.

- **Fading à long terme**

C'est les fluctuations de la puissance du signal reçu mesurée sur un déplacement de plusieurs dizaines de longueurs d'onde ou sur un intervalle de temps suffisamment grand (voir Figure 1.19), il est appelé aussi "Log-Normal fading" ou bien "Shadowing". Il est dû principalement à l'effet de masque par des obstacles (collines, forêts, immeubles, ...)[3] .

d) Pertes dues à la distance ou Path Loss

Elles dépendent de plusieurs facteurs comme la fréquence et la hauteur de l'émetteur. En effet, pour les basses fréquences, les pertes sont plus faibles. Ainsi comme la puissance d'émission du mobile est plus faible que celle de la base, le mobile émettra sur une fréquence plus basse appelée canaux montants en opposition aux canaux descendants. Les pertes sont plus faibles quand l'émetteur est plus haut. De plus à partir d'une certaine distance apparaît un point de rupture (break point), au-delà duquel l'atténuation est plus élevée avec la distance.

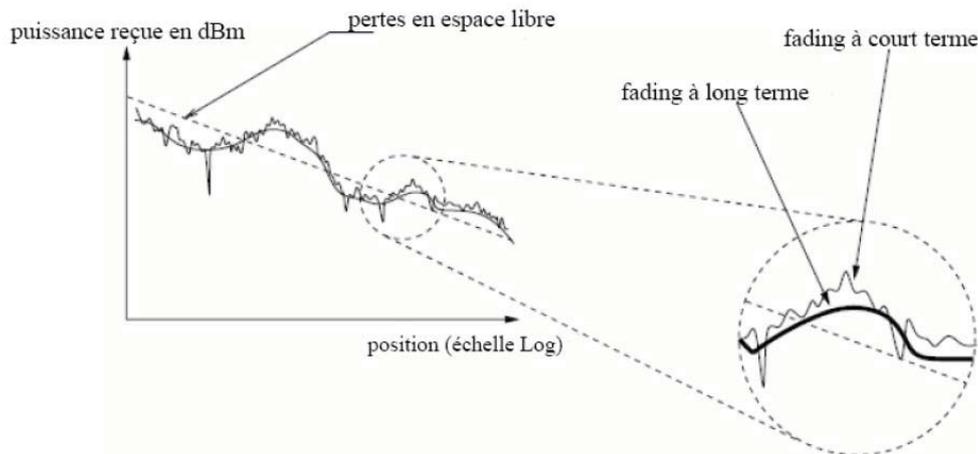


Figure 1.19 – Les catégories de fading en fonction de la distance

1.5.2 Modélisation du canal radio mobile

Le canal radio mobile peut être caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(\tau)$, ou par sa fonction de transfert $C(f, t)$, qui sont variables dans le temps, où $C(f, t)$ est la transformée de Fourier de $c(t, \tau)$. La réponse impulsionnelle représente la réponse du canal au temps t , à une impulsion appliquée au temps τ . On suppose que le canal radio mobile est un processus aléatoire stationnaire au sens large, c.-à-d., le canal a une statistique d'évanouissement (fading) qui reste constante dans de courtes périodes de temps ou distances spatiales. La réponse impulsionnelle du canal radio mobile se compose de plusieurs impulsions dispersées à travers N_p trajets différents. Elle est donnée par [5] :

$$c(t, \tau) = \sum_{p=0}^{N_p-1} a_p e^{j(2\pi f_{D,p}t + \phi_p)} \delta(\tau - \tau_p) \quad (1.8)$$

$$\delta(\tau - \tau_p) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tau = \tau_p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.9)$$

et, $f_{D,p}$, ϕ_p et τ_p sont respectivement l'amplitude, la fréquence Doppler, la phase et le retard de propagation, associés au trajet p , $p=0,1,2,\dots,N_p-1$. La fonction de transfert du canal est [3] :

$$c(t, \tau) = \sum_{p=0}^{N_p-1} a_p e^{j(2\pi(f_{D,p}t - f\tau_p) + \phi_p)} \quad (1.10)$$

Les retards sont mesurés par rapport au premier signal détecté à la réception. La fréquence de Doppler dans les équations (1.6) et (1.7) est donnée par :

$$f_{D,p} = \frac{vf_c \cos(\alpha_p)}{c} \quad (1.11)$$

où α_p est l'angle d'incidence associé au trajet p.

La figure 1.20 représente un exemple de la réponse impulsionnelle, et la fonction de transfert du canal. Sous l'hypothèse que le canal est stationnaire au sens large (SWS chanel) et que (τ_1, t) et (τ_2, t) sont incorrélés pour τ_1 différent de τ_2 (Uncorrelated Scattering US), on définit la densité spectrale de puissance croisée (the delay cross-power spectral density) par :

$$\rho(\tau, \Delta t) = \frac{1}{2} E\{c(\tau, t)c^*(\tau, t + \Delta t)\} \quad (1.12)$$

où : $E\{.\}$ c'est l'opérateur de l'espérance mathématique.

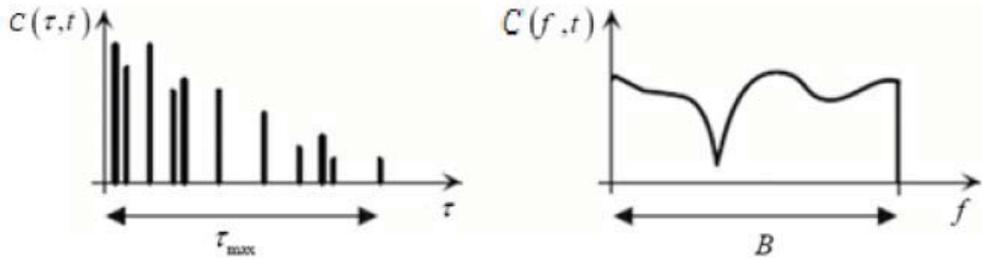


Figure 1.20 – La réponse impulsionnelle et la fonction de transfert variables dans le temps

La transformé de Fourier de $c(t, \Delta t)$ dans la direction du temps, donne la fonction de diffusion (Scattering function) retard-Doppler $S(\tau, f_D)$, qui est donné par .

$$S(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau, \Delta t) e^{-2\pi f_D(\Delta t)} d(\Delta t) \quad (1.13)$$

La densité spectrale de puissance des retards $\rho(\tau, \Delta t)$, qui caractérise la sélectivité fréquentielle du canal radio mobile, donne la puissance moyenne de sortie du canal en fonction du retard τ . $S(\tau, f_D)$ est donnée par :

$$\rho(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f_D) d(f_D) \quad (1.14)$$

Le retard moyenne $\bar{\tau}$, la dispersion des retards (ou le retard de Root Mean square) τ_{RMS} et l'étalement des retards (ou le retard maximal) τ_{max} sont des paramètres qui caractérisent la densité spectrale de puissance des retards[5] .

Le retard moyen est donné par :

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{p=0}^{N_p-1} \tau_p \Omega_p}{\sum_{p=0}^{N_p-1} \Omega_p} \quad (1.15)$$

où :

$$\Omega_p = |a_p|^2 \quad (1.16)$$

Ω_p est la puissance du trajet p . Le retard τ_{RMS} est défini par :

$$\tau_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{p=0}^{N_p-1} \tau_p^2 \Omega_p}{\sum_{p=0}^{N_p-1} \Omega_p} - \bar{\tau}^2} \quad (1.17)$$

De la même façon, La densité spectrale de puissance de Doppler $S(f_D)$ caractérise la variation temporelle du canal, et donne la puissance moyenne de sortie en fonction de la fréquence f_D .

$S(f_D)$ est donné par :

$$S(f_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f_D) d(\tau) \quad (1.18)$$

La dispersion de fréquence est quantifiée par f_{Dmax} et f_{spread} . Doppler spread ($f_{Dspread}$) est la bande passante de la densité spectrale de puissance de Doppler, et prend des valeurs dans l'intervalle :

$$f_{Dspread} \leq 2 |f_{Dmax}| \quad (1.19)$$

Chapitre

2

Codes utilisés dans l'OFDM

Introduction

Nous avons sans cesse besoin d'augmenter les débits de transmission tout en gardant ou en améliorant leur qualité. Les perturbations intervenant sur le canal induisent des erreurs de transmission que le codage de canal s'efforce de combattre. Actuellement, tous les systèmes OFDM utilisent un codage correcteur d'erreurs pour diminuer le taux d'erreur du signal transmis dénommé Coded-OFDM (COFDM). Un code correcteur d'erreur permet de corriger une ou plusieurs erreurs dans un mot code en ajoutant aux informations des symboles redondants, autrement dits, des symboles de contrôle. Différents codes possibles existent, ils représentent les différents compromis entre efficacité et complexité de codage[6].

2.1 Codes algébriques ou en blocs

Les codes algébriques, plus communément appelés codes en blocs sont presque toujours linéaires. Cela signifie que la relation entre un mot de code n et un bloc d'information de taille k est une opération linéaire qui peut être écrite sous la

2.1. CODES ALGÈBRIQUES OU EN BLOCS

forme d'une opération matricielle. Un code en bloc code un bloc formé de k bits d'information en n symboles, où n est plus grand que k . Le but d'ajouter $n - k$ bits de parité est d'augmenter la distance minimale Hamming d_{min} , qui mesure la différence entre les deux mots de code les plus similaires. On dit codage par bloc, par opposition au codage convolutif qui "traite les symboles l'un après l'autre". Ici les positions sont regroupées en blocs de même longueur. Pour une distance minimale Hamming d_{min} , le code peut corriger t erreurs, où t peut être présenté comme suit :

$$t \leq \text{floor}\left(\frac{d_{min} - 1}{2}\right) \quad (2.1)$$

où $\text{floor}(x)$ est une fonction d'arrondissement de x à la valeur de nombre entier. La distance minimale Hamming d_{min} est caractérisée par l'équation suivante :

$$d_{min} \leq n - k + 1 \quad (2.2)$$

Un code en bloc permet de corriger une ou plusieurs erreurs dans un mot-code en ajoutant aux informations des symboles redondants, autrement dits, des symboles de contrôle. Parmi les codes en blocs c'est le code Reed-Solomon (RS) qui présente de meilleur compromis entre le nombre de symboles de parité ajoutés aux informations et la difficulté de codage. Les codes Reed-Solomon sont des codes en bloc les plus populaires. Ces codes sont définis pour des blocs de symboles avec m bits par symbole, où la longueur de code peut être représentée comme suit :

$$n = 2^m - 1 \quad (2.3)$$

Le mot de code de n symboles est formé de k bits d'information et de $n-k$ bits de parité (voir la Figure 2.1).

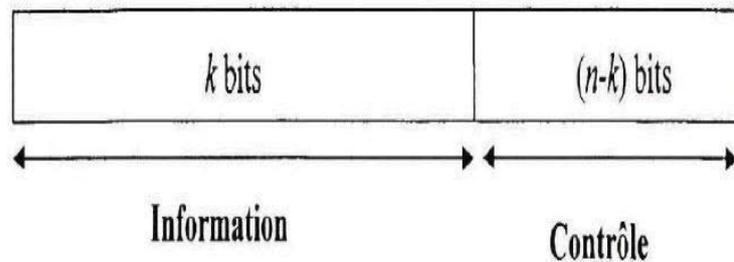


Figure 2.1 – Mot de code

Les codes cycliques font partie de la famille des codes en blocs linéaires. La propriété d'un code cyclique est la suivante : "toute permutation circulaire à gauche de j éléments binaires d'un mot de code est un mot de code". Les mots de code sont représentés par un polynôme plutôt que par un vecteur.

Les codes de Hamming, Golay, Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH), Reed-Solomon et Reed-Muller sont des codes en blocs linéaires. Ce sont des codes très

structurés et performants pour des petites tailles de mot de code $n < 1000$, cependant, les codes algébriques n'ont jamais permis d'atteindre la capacité théorique de canal (l'écart est de 2 à 3 dB sur canal Gaussien).

2.2 Codes convolutifs ou récurrents

Les codes convolutifs sont des codes linéaires basés sur la convolution discrète. Chaque bloc de n éléments binaires en sortie du codeur dépend du bloc de k éléments binaires à entrée, mais également des m blocs précédents. Cet aspect confère aux codes convolutifs un effet mémoire d'ordre m .

Pour ces codes, chaque bloc de n éléments binaires en sortie dépend non seulement des k éléments binaires présents en entrée mais aussi des m blocs de k éléments binaires précédents. Le codage se fait avec des registres à décalage et des additionneurs formés par des ou exclusif. Chacun des deux codeurs est un codeur convolutionnel récursif (voir la Figure 2.2).

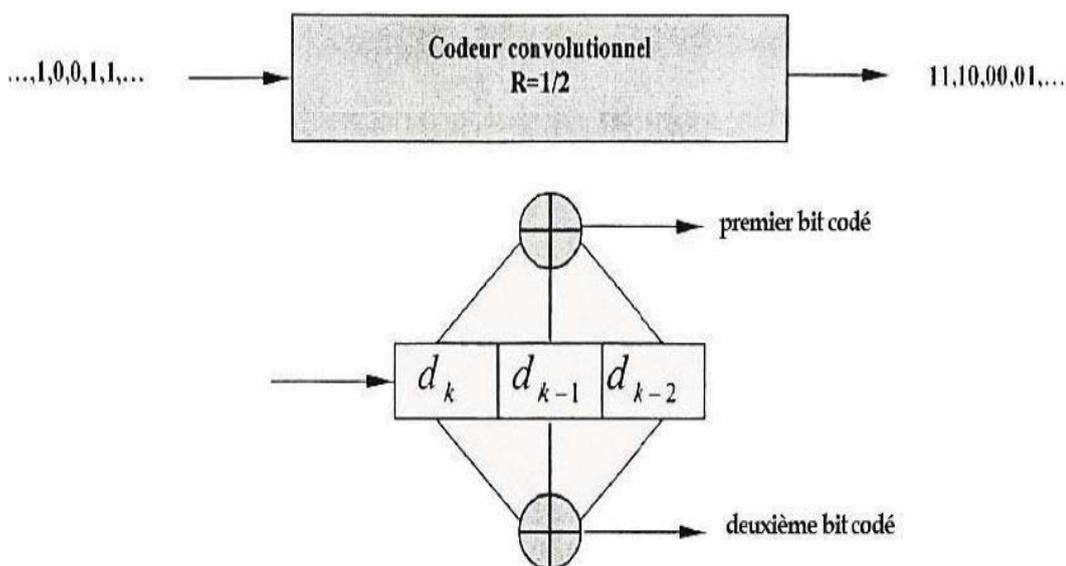


Figure 2.2 – Principe de codage convolutionnel

La Figure 2.2 représente un codeur convolutionnel de taux de codage $R = \frac{1}{2}$ et de longueur de contrainte $k = 3$. Le codeur fonctionne de la manière suivante : avant que le processus de décodage ne débute, le contenu du registre à décalage est initialisé à zéro. Les bits d'information arrivent à l'entrée du codeur de façon continue. La séquence des symboles codés est obtenue en échantillonnant les additionneurs modulo-2 à l'aide de commutateur. En appliquant la technique de perforation sur le code convolutionnel de faible taux, un code convolutionnel perforé de taux de codage élevé peut être produit. Cette technique consiste à supprimer un bit de sortie, selon une règle prédéfinie par une matrice de perforation. L'utilisation des

codes convolutionnels perforés conduit à une grande flexibilité du système, car par le simple changement de matrice de perforation on peut varier le taux de codage sans changer la complexité du codeur et du décodeur.

Un treillis d'encodage est une représentation du codeur convolutionnel qui tient compte du fait que le nombre d'états du codeur est fini. Le treillis est constitué de noeuds représentant les états du codeur en question, et de branches reliant les noeuds du treillis représentant les transitions entre les états du codeur. La longueur du treillis représente la profondeur dans la séquence des bits d'information, et sa largeur représente le nombre d'états du codeur. La Figure 2.3 illustre une représentation en treillis d'un code convolutionnel. On peut constater que le treillis a toujours deux branches sortantes de chaque état.

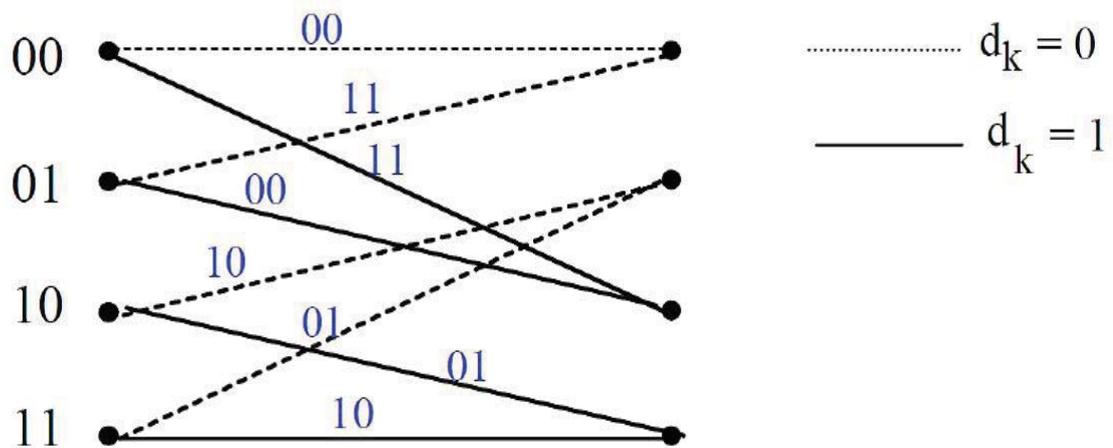


Figure 2.3 – Représentation en treillis du code convolutionnel

La technique de modulation codée en treillis est une combinaison de codage convolutionnel et une application par répartition. La procédure de répartition des codes en treillis optimaux pour les canaux à bande limitée en présence du bruit blanc additif et gaussien (AWGN) est basée sur le critère de la minimisation de la distance libre Euclidienne du code.

Le décodage des codes convolutionnel le plus courant est basé sur l'algorithme de Viterbi. Il consiste à rechercher dans l'arbre le chemin qui correspond à la séquence la plus probable c'est-à-dire celle qui est à la distance minimale de la séquence reçue ou encore la séquence la plus probable.

2.3 Codes Reed-Solomon (RS)

Les codes Reed-Solomon sont basés mathématiquement sur les corps finis de Galois. Les champs de Galois finis sont des ensembles d'éléments fermés sur eux-mêmes. Les codes Reed-Solomon permettent de corriger des erreurs et des effacements grâce à des symboles de contrôle ajoutés après l'information.

2.3. CODES REED-SOLOMON (RS)

Le codage par exemple de RS $(n, k) = \text{RS}(15, 9)$ peut être représenté comme suit :

- $n = 15$ est la longueur totale d'un bloc Reed - Solomon.
- $k = 9$ est la longueur du bloc d'information.
- $t = 6$ est la capacité de correction des erreurs du système ($15-9 = 6$ symboles de parité).

Les symboles de redondance sont ajoutés à la fin du bloc des données. Donc le RS fait ajouter six symboles de redondance à la fin d'un bloc de neuf symboles, afin de pouvoir corriger trois symboles au maximum. Les $2 * t$ symboles de parité (6 symboles) dans un mot codé RS (de longueur $n = 15$ symboles) sont donnés par l'équation suivante :

$$P(x) = (i(x) * x^{n-k}) \text{ modulo } g(x) \quad (2.4)$$

où

- $g(x)$: le polynôme générateur du code,
- $i(x)$: le bloc d'information à coder (15 symboles),
- $P(x)$: les $2 * t$ symboles de parité (6 symboles).

La distance minimale du code Reed - Solomon peut être déterminée comme suit :

$$d_{min} = 2t + 1 \quad (2.5)$$

La capacité de correction des erreurs du système est :

$$t = \frac{15 - 9}{2} = 3 \quad (2.6)$$

Le nombre de bits s par symbole est donné par :

$$n = 2^s - 1 \quad (2.7)$$

$$s = \frac{\ln(n + 1)}{\ln(2)} = \frac{16}{2} = 4 \quad (2.8)$$

C'est-à-dire le nombre de bits utilisés pour coder les symboles est donc de 4.

Le polynôme générateur est sous la forme :

$$g(x) = (x - \alpha^1)(x - \alpha^2) \dots (x - \alpha^{2t}) \quad (2.9)$$

Si on calcule les coefficients du polynôme du code de RS (15,9) qui peut corriger trois erreurs ($t = 3$), on trouve :

$$\begin{aligned} g(x) = & (x - \alpha^1)(x - \alpha^2) \dots (x - \alpha^{2t}) = \\ & (x - \alpha^1)(x - \alpha^2)(x - \alpha^3)(x - \alpha^4)(x - \alpha^5)(x - \alpha^6) = \\ & x^6 + x^5(\alpha^{13} + \alpha^9) + x^4(\alpha^6 + \alpha^7 + \alpha^{11}) + x^3(\alpha^3 + 1 + \alpha^9) + \\ & x^2(\alpha^{10} + \alpha^{12} + \alpha^2) + x(\alpha^4 + \alpha^{14}) + \alpha^6 = \\ & x^6 + \alpha^{10}x^5 + \alpha^{14}x^4 + \alpha^4x^3 + \alpha^6x^2 + \alpha^9x + \alpha^6 \end{aligned} \quad (2.10)$$

L'équivalence en décimal peut être représentée comme suit :

$$g(x) = x^6 + 7x^5 + 9x^4 + 3x^3 + 12x^2 + 10x + 12 \quad (2.11)$$

L'implémentation d'un codeur Reed-Solomon demande deux opérations : un décalage et une division. Ces deux opérations peuvent être effectuées grâce à des registres à décalage et à des multiplexeurs (voir la Figure 2.4).

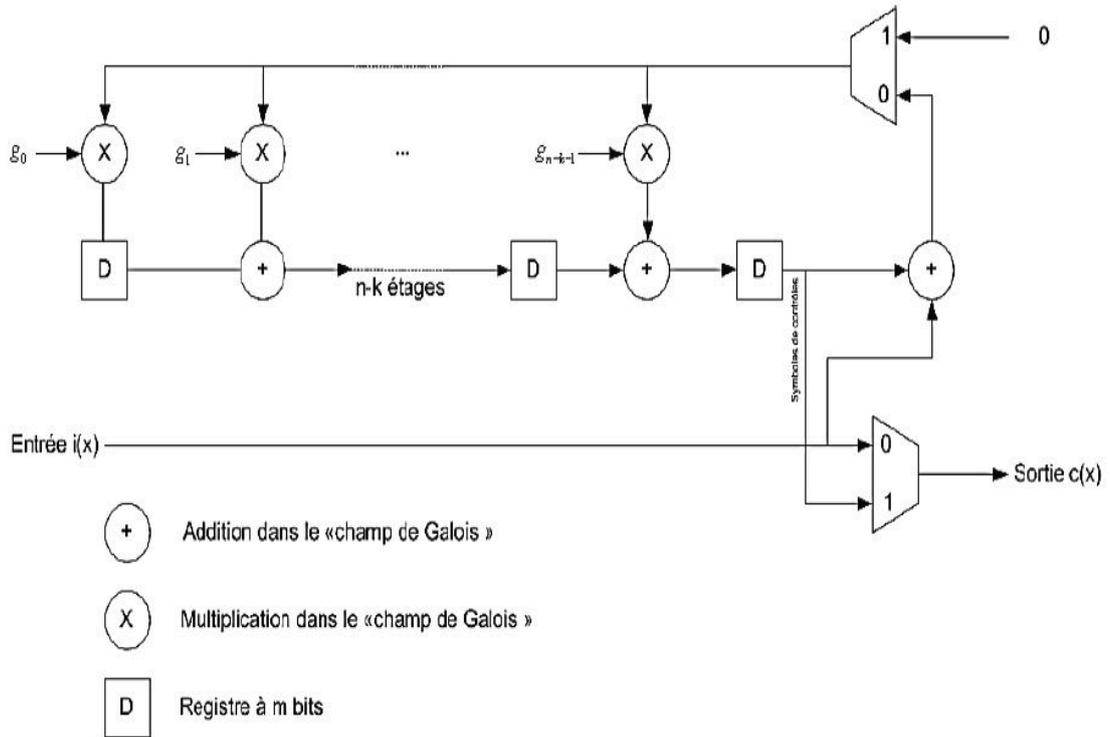


Figure 2.4 – Schéma du codage en bloc de Reed-Solomon

2.4 Codes Reed-Muller (RM)

Les codes Reed-Muller (RM) sont des codes correcteurs linéaires à forte capacité de correction d'erreur. Cette famille de codes, initialement binaire, doit son nom aux travaux de D.E. Muller qui proposa le principe du code et à Irving S. Reed qui proposa une technique de décodage, publiés en 1954. Depuis cette famille de codes a été largement étudiée et généralisée aux corps finis de plus de 2 éléments.

Un code Reed-Muller est identifié à l'aide de deux paramètres, usuellement notés r et m , appelés respectivement *ordre* et *nombre* de variables. Ces paramètres interviennent dans la description utilisant les fonctions booléennes : le code binaire de Reed-Muller d'ordre r en m , que l'on note $RM(r, m)$, est l'ensemble des tables de vérité des fonctions booléennes en m variables dont la forme algébrique normale est de degré au plus r .

On choisit un ordre quelconque sur les éléments de $F_2^m = \{x_0, \dots, x_{2^m-1}\}$

Une fonction booléenne f en m variables est alors identifiée au mot binaire défini par :

$$c_f = (f(x_0, \dots, x_{2^m-1})) \quad (2.12)$$

En d'autres termes, c_f est la liste des valeurs prises par f dans un ordre quelconque mais fixe. On peut alors définir

$$RM(r, m) = \{c_f : d(f) \leq r\} \quad (2.13)$$

où $d(f)$ est le degré de la forme algébrique normal de f .

Par exemple prenons $RM(r, m) = RM(1, 5)$ Ce code Reed-Muller est d'ordre 1 en 5 variables dont, m vaut 5.

$$F_2^5 = \{x_0 = (0, 0, 0, 0, 0), \dots, x_{31} = (1, 1, 1, 1, 1)\} \quad (2.14)$$

Les fonctions booléennes en 5 variables sont identifiées chacune à un mot binaire de longueur 32.

$$c_f = (f(x_0), \dots, (x_{31})) \quad (2.15)$$

L'ensemble des mots du code est :

$$\begin{aligned} RM(1, 5) = & \{c_f : \exists a \in F_2^6 | f((X_0, \dots, X_4)) \\ & = a_0X_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + a_4X_4 + a_5 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Ainsi le code est l'ensemble des tables de vérité des fonctions booléennes affines en 5 variables, la table de vérité de f étant simplement le vecteur c_f .

Les codes Reed-Muller étant des codes à forte correction d'erreur d'autres méthodes de constructions sont proposés notamment la construction à travers une matrice génératrice de code où le code $RM(r, m)$ avec les paramètres r et m définis par :

$$m = \log n \quad (2.17)$$

où n est le nombre de colonne de la matrice de codage.

$$r = m - \log_2 d_{min} \quad (2.18)$$

où d_{min} est la distance minimum de Hamming. Le nombre de ligne de la matrice de codage est donné par :

$$K = 1 + \binom{m}{1} + \binom{m}{2} + \dots + \binom{m}{r} \quad (2.19)$$

Le code Reed-Muller est le cas général des codes Hadamard, Walsh Hadamard et Reed- Solomon.

2.5 Entrelacement et desentrelacement

Les techniques d'entrelacement et de desentrelacement permettent de répartir de façon aléatoire les erreurs afin de faciliter la correction des erreurs au décodage. Pour éviter la perte des symboles affectés par l'environnement à trajets multiples, on effectue après le codage, un entrelacement des symboles (voir la Figure 2.5). L'entrelacement consiste à placer dans un ordre différent et selon une règle prédéfinie les bits d'entrée. Le desentrelaceur s'assurera que les bits reçus seront introduits colonne par colonne et lus ligne par ligne afin de récupérer les symboles de la séquence transmise dans le bon ordre.

En fait, l'entrelacement permet de changer l'ordre des symboles à l'émission, alors que le desentrelacement permet de les remettre en ordre à la réception. Il existe plusieurs types d'entrelacement dont l'entrelacement bloc et l'entrelacement convolutionnel[7].

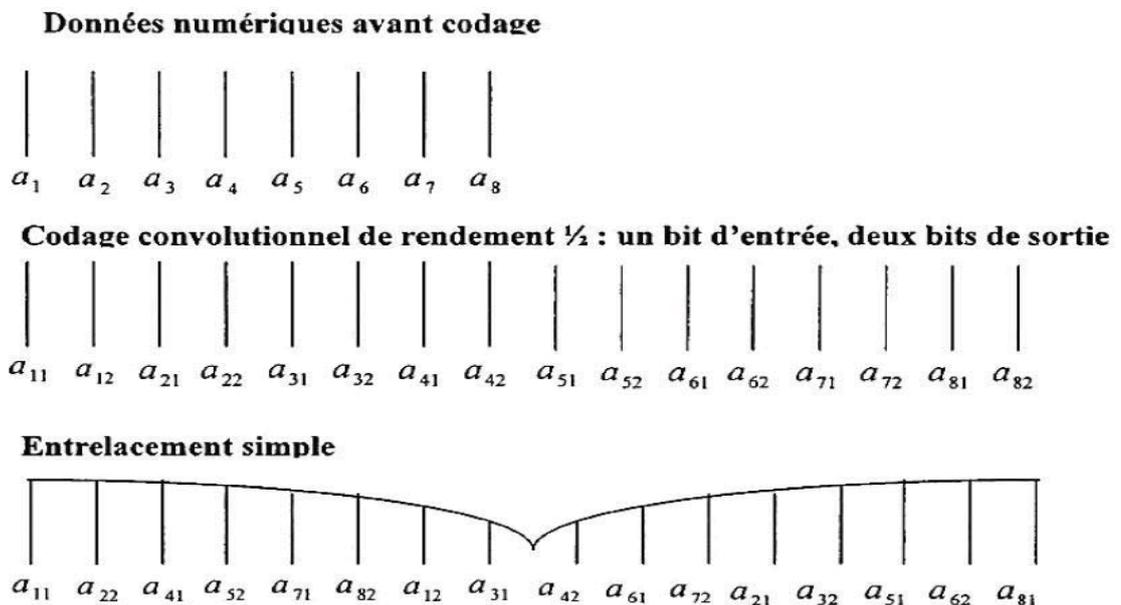


Figure 2.5 – Codage et l'entrelacement

L'entrelacement convolutionnel consiste à placer les bits d'entrée de façon aléatoire dans la liste entrelacée. Afin de récupérer les bits dans le bon ordre, la table de correspondance doit être connue au niveau du desentrelaceur car, contrairement à l'entrelacement bloc, la règle régissant le positionnement des bits dans la liste entrelacée n'est pas connue d'avance pour l'entrelacement convolutionnel.

Chapitre

3

Thechniques du reduction du PAPR

Introduction

Dans le système OFDM, nous rencontrons comme inconvénients les problèmes liés à la conservation de l'orthogonalité, aux interférences entre porteuses et/ou entre symboles, à la synchronisation entre Emetteur/Récepteur et à la non-linéarité de l'amplificateur de puissance qui induit parfois à un niveau très important le rapport de la puissance maximale instantanée sur la puissance moyenne du signal appelé *Peak – to – Average Power Ratio* (PAPR), obligeant ainsi à prendre un recul important pour ne pas saturer l'amplificateur d'émission et réduit alors l'efficacité de puissance.

Le PAPR permet de dimensionner les fluctuations de puissance vis à vis de l'amplificateur de puissance (et vice versa). Ce paramètre apparaît dans la littérature sous plusieurs appellations très proche les uns, les autres tels que PAR, PMEPR ou encore CF ce qui prête grandement à confusion.

Nous définirons d'abord les différentes métriques requises pour mesurer le PAPR

et par la suite, nous décrirons les différentes techniques de réduction du PAPR notamment à travers le *codage* du signal OFDM.

3.1 Métriques existantes de la mesure du PAPR

La nature des signaux OFDM fait que le rapport entre la puissance maximale et la puissance moyenne du signal peut être très important. En effet, les données sont séparées en N flux, chacun modulant de façon indépendante un ensemble de porteuses orthogonales. Le symbole OFDM passant du domaine temporel par la transformation inverse de Fourier. Les échantillons discrets du domaine temporel peuvent alors présenter des pics de forte amplitude, selon la manière dont les porteuses indépendantes se combinent. On définit alors le PAPR : *Peak-to-Average Power Ratio*.

3.1.1 Peak-to-Average Power Ratio (PAPR)

Le rapport de la puissance maximale instantanée sur la puissance moyenne du signal PAR (Peak-to-Average Ratio) est habituellement défini pour un signal de *temps discret* x_n (l'équation (3.1)). Si N est un nombre d'échantillons d'un vecteur x du système OFDM, le facteur de crête est défini comme suit :

$$PAP(x) = \frac{\max_n |x_n|^2}{E_x[\frac{1}{N} \|x\|^2]} \quad (3.1)$$

D'autre part, le rapport de PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) défini pour un signal de *temps continu* $x(t)$ sera :

$$PAPR(x(t)) = \frac{\max_t |x(t)|^2}{E_x[\frac{1}{NT} \int_0^{NT} |x(t)|^2 dt]} \quad (3.2)$$

En général, $PAPR(x(t)) \geq PAR(x)$. Par conséquent, une évaluation de performance dans le domaine de temps discret peut mener à des valeurs optimistes. La réduction de facteur de crête est habituellement effectuée par l'amplificateur de puissance, qui limite les signaux en temps continu.

Si x_n désigne les N échantillons temporels d'un symbole OFDM, le PAPR du symbole est donné par la relation suivante :

$$PAPR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{\max_n \{x_n^2\}}{E\{x_n^2\}} \quad 0 \leq n \leq N \quad (3.3)$$

Par exemple la valeur maximale que peut atteindre le PAPR pour un signal OFDM dont les porteuses sont modulées en M-PSK est donnée par la relation suivante :

$$PAPR_{dB-max} = 10 \log_{10} N \quad (3.4)$$

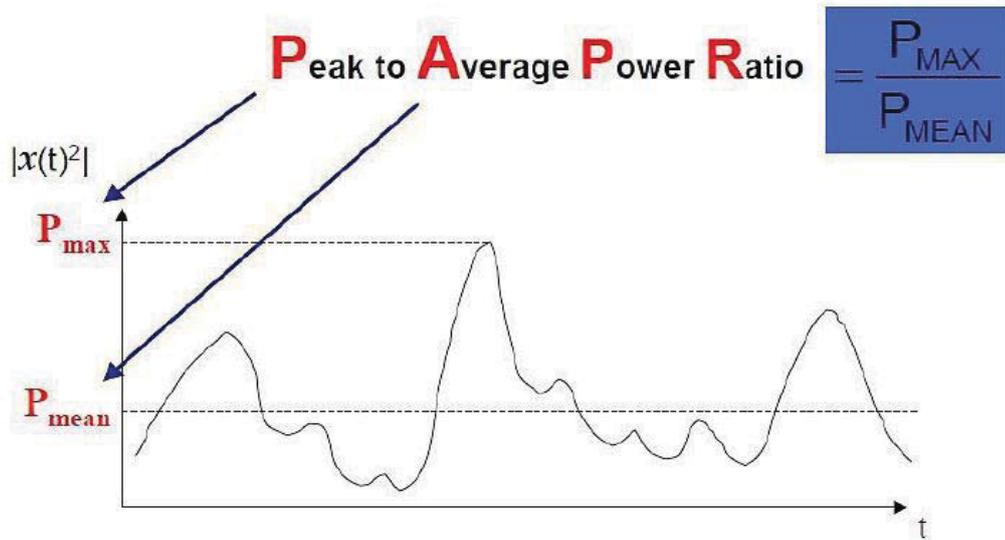


Figure 3.1 – Illustration du PAPR pour un signal $x(t)$ continu

3.1.2 Peak to Mean Envelope Power Ratio (PMEPR)

Puisque $x(t)$ implique seulement la partie réelle d'une fonction complexe, il est souvent plus difficile de travailler avec. Pour un signal passe-bande avec une fréquence porteuse beaucoup plus grande que l'inverse de la durée d'un symbole, c.-à-d., $f_0 \gg \frac{1}{T_u}$ nous pouvons employer l'enveloppe complexe du signal OFDM. Ainsi, le PMEPR (Peak to Mean Envelope Power Ratio), est défini par :

$$PAP(z) = \frac{\max_n |z_n|^2}{E_z[\frac{1}{N} \|z\|^2]} \quad (3.5)$$

$$PAPR(z(t)) = \frac{\max_t |z(t)|^2}{E_z[\frac{1}{NT} \int_0^{NT} |z(t)|^2 dt]} \quad (3.6)$$

où $z = (z_0, z_1, \dots, z_{N-1})$ est défini par l'équation suivante :

$$z_n = z(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp \frac{j2kn}{N}$$

où $n, k = 0, 1, \dots, N - 1$

Ces deux grandeurs, PMEPR et PAPR, étant calculées respectivement sur des signaux en bande de base et radio fréquence, il y a un lien mathématique entre elles. Il a alors été montré que :

$$PAPR_{dB} = PMEPR + 3dB \quad (3.7)$$

3.1. MÉTRIQUES EXISTANTES DE LA MESURE DU PAPR

Cette relation montre alors qu'il y a 3 dB de différence entre un PAPR calculé en bande de base et un PAPR calculé en radio fréquence. Ce résultat est fondamental car elle a une incidence sur les performances de toutes les méthodes de réduction du PAPR réalisées en bande de base. En effet lorsqu'une méthode de réduction de PAPR est réalisée en bande de base sur un signal (à priori à fort PAPR) lorsque ce dernier est transposé en fréquence, le PAPR est dégradé de 3 dB. Il faut alors prendre en considération cette remarque avant l'amplification du signal.

3.1.3 "Crest Factor" ou facteur de crête (CF)

Le facteur de crête (CF, Crest Factor) d'un signal OFDM est défini comme le rapport de la puissance maximale sur la puissance moyenne (RMS, Root-Mean Square) du signal OFDM. On peut choisir entre un signal réel x et une enveloppe complexe z d'un signal OFDM ainsi que, entre le domaine de temps discret et le domaine de temps continu. Ceci mène aux équations suivantes :

$$CF(x) = \frac{\max_n |x_n|}{\sqrt{E_x[|x|^2]}} \quad (3.8)$$

$$CF(z) = \frac{\max_n |z_n|}{\sqrt{E_z[|z|^2]}} \quad (3.9)$$

ou

$$CF(x(t)) = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} |x(t)|}{\sqrt{E_x[\frac{1}{NT} \int_0^{NT} |x(t)|^2 dt]}} \quad (3.10)$$

$$CF(z(t)) = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} |z(t)|}{\sqrt{E_z[\frac{1}{NT} \int_0^{NT} |z(t)|^2 dt]}} \quad (3.11)$$

Notons que le facteur de crête est la racine carrée du PAPR (ou PMEPR si l'on utilise l'enveloppe complexe du signal OFDM).

$$CF = \sqrt{PAPR(ou PMEPR)} \quad (3.12)$$

3.1.4 Conséquences d'un fort PAPR pour l'amplification de puissance

Le fait qu'un signal donné ait un fort PAPR se conjugue avec les caractéristiques clés d'un amplificateur de puissance, à savoir son gain et son rendement. En effet, le gain d'un amplificateur est caractérisé par une zone linéaire puis une zone où le gain s'écarte de la linéarité jusqu'à la saturation [8]. Cette caractéristique est à relier au rendement de l'amplificateur qui est très faible dans la zone où justement

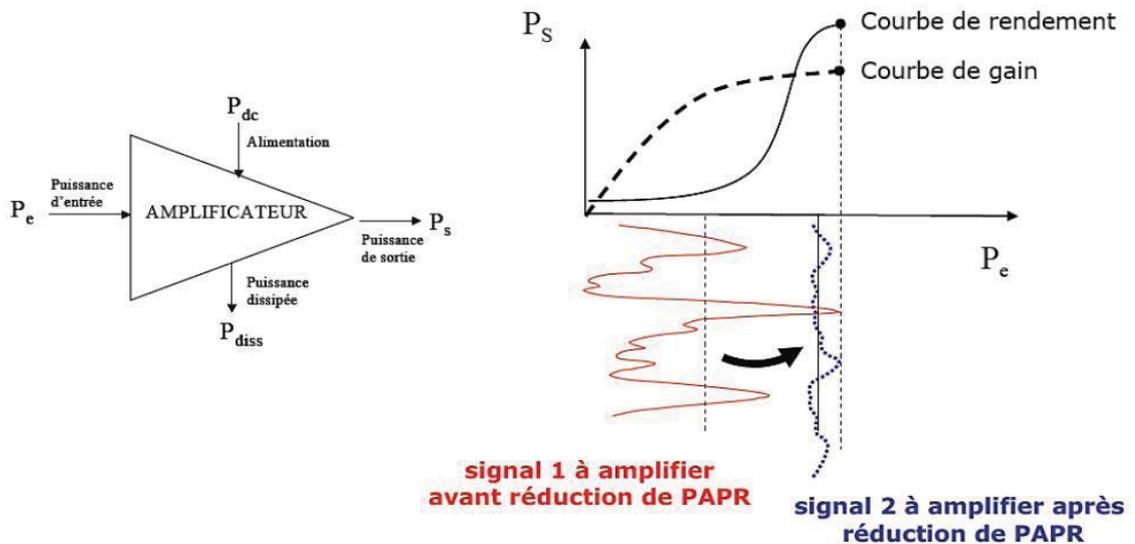


Figure 3.2 – Bilan de puissance d'un amplificateur et courbes de gain/rendement

le gain est constant et maximum lorsque le gain chute. Ceci est illustré sur la Figure (3.2). Le gain et le rendement sont respectivement définis comme $\frac{P_s}{P_e}$ et $\frac{P_s}{P_{dc}}$.

L'amplification de puissance d'un signal doit donc tenir compte de ces deux caractéristiques. Ce signal à amplifier n'est pas toujours à enveloppe constante et présente des fluctuations comme le montre la Figure 3.2 (signal 1) et un recul doit être obligatoirement pris de façon à ne pas saturer le signal amplifié. La conséquence de cela est que l'amplification est effectuée dans une zone où le rendement de l'amplificateur est faible.

D'où l'idée de réduire ces fluctuations de puissance afin d'amplifier le signal (signal 2 sur la Figure (3.2)) dans une zone où le rendement est maximum. Ceci n'a cependant de sens que si l'amplificateur est linéarisé, c'est à dire ayant une caractéristique de gain quasiment linéaire, faisant suite à un traitement spécifique. Cette réduction de fluctuations est appelée "réduction du PAPR". Il existe un grand nombre de méthodes de réduction du PAPR. Nous mettrons particulièrement l'accent sur les méthodes de réduction utilisant la technique de codage.

3.2 Techniques Probabilistes

Les méthodes probabilistes sont des méthodes ou techniques de réduction du PAPR à représentations multiples du signal. On peut citer entre autres le "Selected Mapping" (SLM) et les "Partial Transmit Sequences" (PTS), ou les techniques d'"optimisation de phase", etc. Toutes ces techniques sont adaptatives car le système s'adapte au symbole OFDM pour fournir un PAPR aussi faible que possible[9].

- "Selected Mapping" (SLM)

L'idée est de multiplier la séquence de symboles complexes issus de la modulation numérique par une série de L différents vecteurs de façon à ce que ne soit retenu que le produit au PAPR le plus faible (après IFFT). Cette méthode nécessite néanmoins la transmission d'une information de redondance pour que le récepteur identifie le vecteur optimal. On doit cette technique à R. Baüml, R. Fischer et J. Huber. Elle a été ensuite détaillée et agrémentée de précision par S.H Muller et J.B Huber.

Cette méthode s'applique à l'OFDM pour un nombre quelconque de sous-porteuses et pour une modulation numérique quelconque. Soit $X = \{X_k\}$, $k = 0, \dots, N - 1$, le vecteur symbole OFDM dans le domaine fréquentiel. L'idée de la technique "Selected Mapping" est de multiplier le vecteur X par un vecteur $\Phi^{(u)} = \{\phi_k^{(u)}\}$, $k = 0, \dots, N - 1$. Les $\phi_k^{(u)}$ sont de la forme :

$$\phi_k^{(u)} = \exp(j\varphi_k(u)), \quad \varphi_k^{(u)} \in [0, 2\pi], \quad u = 0, \dots, U - 1 \quad (3.13)$$

Le nouveau signal OFDM dans le domaine fréquentiel après pondération s'écrit : $X^{(u)} = X \cdot \Phi^{(u)}$. On obtient ainsi U signaux différents de N composantes. Finalement, le signal OFDM temporel transmis s'écrit :

$$x^{(u^*)} = IDFT(X^{(u^*)}) \quad (3.14)$$

où $u^* = \operatorname{argmin}_u \{ \max_u |x_n^{(u)}| \}$ est l'indice correspond au signal OFDM dont le PAPR est le plus faible. La valeur de l'indice u^* sera alors transmise au récepteur pour la reconstruction via un code correcteur d'erreurs. Certains auteurs proposent que le nombre de bit sur lequel doit être codé cet indice soit de l'ordre de $\log_2 U$. Le principe de la technique est illustré par la Figure (3.3).

Le SLM a de bonnes performances en termes de réduction du PAPR. Cependant, l'inconvénient majeur de cette technique est sa complexité, du fait de l'utilisation de plusieurs (U) opérations d>IDFT. De plus, cette méthode nécessite la transmission de séquences d'information ("Side Information") pour que le récepteur identifie la séquence qui a permis de générer le PAPR le plus faible[9]. L'inconvénient de transmettre une information entre l'émetteur et le récepteur est double : d'une part à cause du risque que cette séquence soit entachée d'erreurs via le canal de transmission et d'autre part à cause d'une diminution du débit utile.

– "Partial Transmit Sequences "(PTS)

La technique "Partial Transmit Sequences" s'inscrit dans la continuité de celle du "Selected Mapping". Elle a été proposé par S.H Muller et J.B Huber. L'idée de cette méthode est de tronquer le train des N porteuses en V blocs de $\frac{N}{V}$ porteuses. Une porteuse utilisée dans un bloc particulier sera mise à zéro dans tous les autres.

Une fois ces blocs $\frac{N}{V}$ formés, l'idée initiale du " Selected Mapping " est

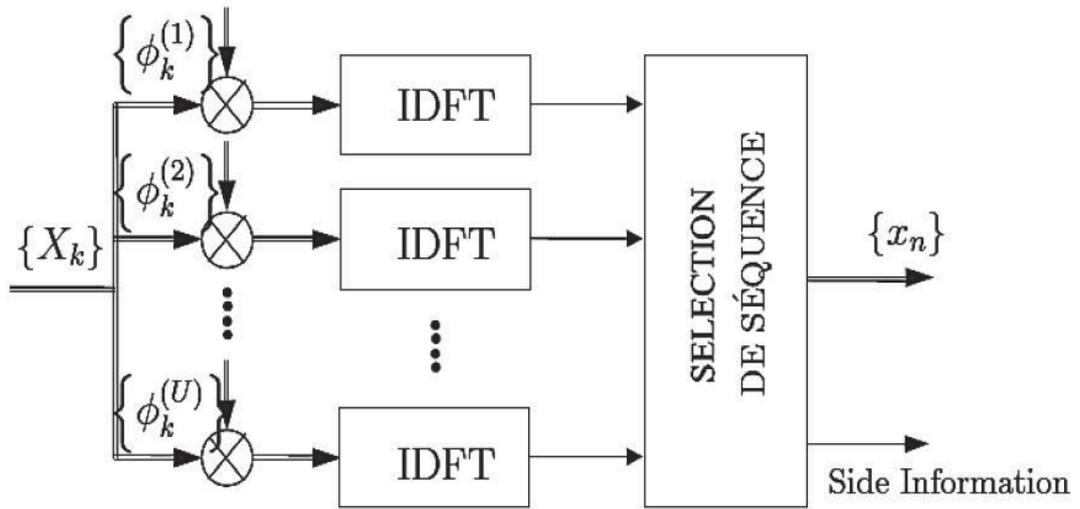


Figure 3.3 – Schéma d'un modulateur "Selected Mapping"

appliquée : un vecteur $\Phi^{(v)} = \{\phi^{(v)}\}$ effectuera une pondération de chacun des V blocs après IDFT pour former le signal final au PAPR le plus faible. Comme illustré sur la Figure (3.4) l'algorithme du PTS est comme suit :

1. Le symbole OFDM fréquentiel X de N porteuses est tronqué en V sous-blocs disjoints $X^{(v)}$ de $\frac{N}{V}$ porteuses tel que $\sum_{v=1}^V X^{(v)}$.

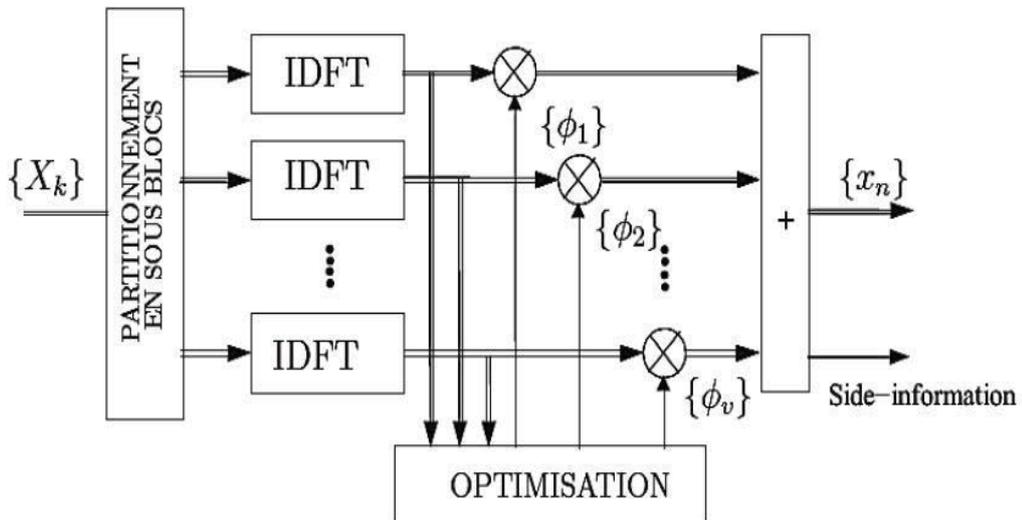


Figure 3.4 – Schéma d'un modulateur "Partial Transmit Sequences".

2. A chaque sous-blocs disjoints X^v , on applique un décalage de phase et le nouvel symbole OFDM fréquentiel s'écrit :

$$X = \sum_{v=1}^V X^{(v)} \cdot \phi^{(v)}, \quad \phi^{(v)} = \exp(j\varphi k^{(v)}), \quad v = 1, \dots, V \quad (3.15)$$

3. Le symbole OFDM temporel x s'écrit alors :

$$x = IDFT\left(\sum_{v=1}^V X^{(v)} \cdot \phi^{(v)}\right) = \sum_{v=1}^V \phi^{(v)} \cdot IDFT(X^{(v)}) = \sum_{v=1}^V \phi^{(v)} \cdot x^{(v)} \quad (3.16)$$

où le vecteur de décalage de phase $\Phi^{(v)}$ est optimisé de la façon suivante :

$$\Phi^{(v)} = \{\phi^{(v)}\} = \underset{\phi^{(v)}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \max_n \sum_{v=1}^V \phi^{(v)} \cdot x^{(v)} \right\} \quad (3.17)$$

"Side Information" (SI) pour que le récepteur identifie la séquence qui a permis de générer le PAPR le plus faible.

3.3 Techniques d' "ajout de signal"

Comme leur nom l'indique, les techniques "ajout de signal" consistent à ajouter un ou plusieurs signaux appelés "signaux additionnels" ou "signaux de réduction du PAPR" ou encore "signaux correctionnels" au signal original (en général large bande et à fort PAPR) pour atténuer au maximum ses variations d'amplitude. Contrairement aux techniques probabilistes et aux techniques de codage, les techniques "ajout de signal" peuvent être implémentées dans l'émetteur d'un système de transmission sans modification du récepteur associé. Ce sont des techniques de réduction du PAPR particulièrement attrayantes et prometteuses.

1. "Clipping"

Intuitivement le "clipping" est une classe de méthodes très simple à comprendre, car il s'agit, à l'aide d'un écrêtage de l'amplitude du signal à un seuil prédéterminé, de diminuer l'amplitude maximale du signal au niveau de ce seuil. Ce procédé a donc pour effet de diminuer la variation de puissance du signal et par conséquent de diminuer la sensibilité du signal aux non-linéarités. Le signal résultant, s'il reste compatible, est dégradé et n'aura pas les performances nominales à la réception.

Si un signal OFDM est limité directement par un seuil donné, le bruit causé par ce processus sera situé à l'intérieur de la bande d'intérêt et ne pourra être réduit que par le filtrage. Pour réduire la probabilité de cet effet, un signal complexe OFDM en bande de base doit être modulé par une porteuse puis, les échantillons à valeurs réelles, sont limités à une amplitude A comme suit :

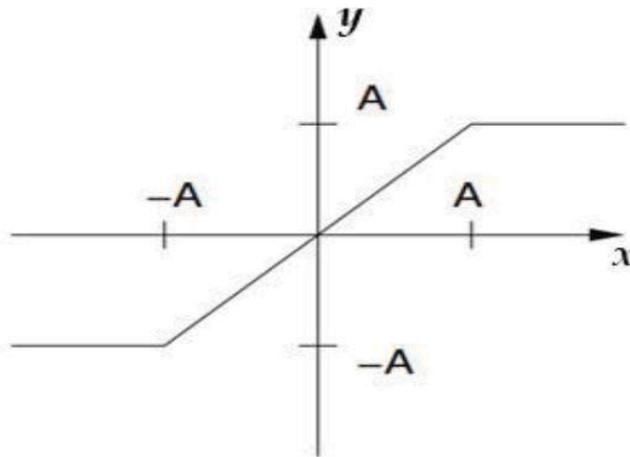


Figure 3.5 – Caractéristique d'un limiteur

$$y = \begin{cases} A & \text{si } x \geq A \\ x & \text{si } -A < x < A \\ -A & \text{si } x \leq -A \end{cases} \quad (3.18)$$

2. “Tone Reservation” (TR)

La méthode “Tone Reservation” est une technique de la classe des méthodes dites “ajout de signal”. C’est une méthode qui a été essentiellement étudiée sur le signal OFDM d’une façon générale sans spécification d’une norme particulière et qui peut être généralisée à tout type de systèmes multiporteuses. Cette méthode est une méthode pionnière d’autant plus qu’elle fut la première à être modélisée comme un problème d’optimisation convexe. Le précurseur de cette méthode est J. Tellado.

L’idée maîtresse de la méthode consiste à réserver un nombre de sous-porteuses du signal OFDM sur lesquelles sera ajoutée de l’information pertinente pour modifier le signal temporel, de sorte à diminuer la dynamique de l’enveloppe du signal. Le schéma de principe de la méthode est donné par la Figure (3.6).

Dans cette méthode, l’émetteur et le récepteur s’accordent sur le nombre, les sous-porteuses qui sont réservées pour porter le signal correcteur susceptible de diminuer le PAPR d’où l’appellation de la méthode : “*Tone Reservation*”.

3.4 Techniques de Codage

Plusieurs recherches ont été menées afin de réduire le PAPR dans les systèmes OFDM. Une des techniques de réduction du PAPR est l’utilisation du codage no-

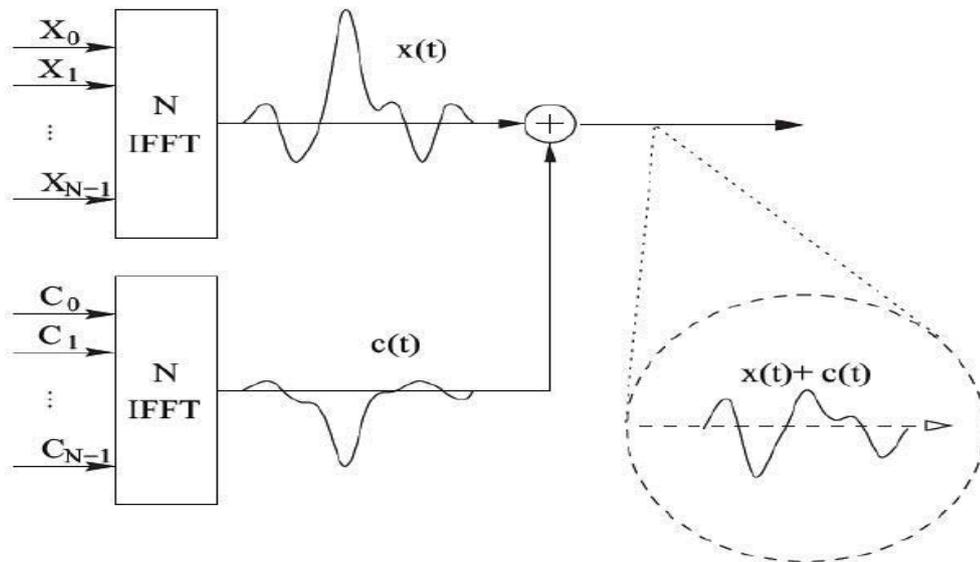


Figure 3.6 – Schéma de principe de la “Tone Reservation”.

tamment avec les codes en blocs et les codes Reed-Muller.

La technique de codage avec les codes en blocs est basée sur la sélection de mots codes appropriés ayant un faible PAPR. Cependant, cela nécessite une longue recherche parmi les mots codes pour trouver ces codes appropriés qui exige de grandes tables recherches rendant ainsi cette approche inefficace. Une autre approche est basée sur introduction d’une phase spécifique, qui est indépendante et connue de l’émetteur et du récepteur pour chaque coordonnée de tous les mots du code. Cette approche est la technique de réduction de PAPR en utilisant les codes Reed-Muller (RM).

1. Généralités

Les techniques de codage sont des techniques de réduction du PAPR plutôt populaires dans la littérature qui utilisent des formes particulières de codage afin d’éviter la transmission des symboles qui présentent un PAPR élevé. Ce sont des techniques de réduction du PAPR à représentation simple du signal. Cependant, tout comme, les techniques probabilistes, elles ont l’inconvénient de ne pas être à compatibilité descendante, c’est-à-dire comme elles emploient des codages particuliers des données binaires à l’émission, il est nécessaire de pouvoir décoder parfaitement en réception. Il apparaît donc obligatoire de faire l’opération duale du codage à la réception afin de retrouver intégralement les données émises.

L’idée de base de ces techniques a été d’exploiter la redondance introduite par un code bien choisi qui permet de s’abstenir de transmettre les séquences qui donnent lieu à un assez fort PAPR. Le principe des techniques de co-

dage est illustré par la Figure (3.7). Il serait alors souhaitable d'exploiter les propriétés du code pour effectuer une sorte de correction d'erreur[9].

Afin de mieux comprendre la suite, quelques précisions doivent être apportées sur les caractéristiques de l'enveloppe du signal à transmettre. La puissance instantanée d'un signal OFDM en temps discret est donnée par :

$$p_n = |x_n|^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot (X_i)^* \exp\left(\frac{-j2\pi kn}{N}\right) \exp\left(\frac{j2\pi in}{N}\right) \quad (3.19)$$

où la somme est limitée à la durée d'un symbole OFDM.

En posant $k=u+i$ et en regroupant les termes en $i=k$, l'expression suivante de puissance instantanée

$$p_n = N + \sum_{u=0}^{N-1} C_n \cdot \exp\left(\frac{j2\pi un}{N}\right) \quad (3.20)$$

où

$$C_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot (X_{k+u})^* = \sum_{k=0}^{N-1} |X_k|^2 \cdot \exp(j[arg\{X_k\} - arg\{X_{k+u}\}]) \quad (3.21)$$

est la séquence d'inter-corrélation transmise. Dans le cas d'une modulation de phase MPSK avec un alphabet binaire, $|X_k|^2 = 1$, $arg X_k = \frac{2\pi}{M}$, avec $a_k \in \{0, 1\}$. Dans ce cas C_n s'écrit :

$$C_n = \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(\frac{j2\pi}{M}(a_k - a_{k+u})\right) \quad (3.22)$$

On peut donc conclure que la moyenne de la puissance est N , tandis que son maximum est égal à N^2 . Le PAPR résultant dépend alors de C_n et il peut atteindre au plus la valeur N .

Ainsi donc, une fois que les paramètres de modulation sont fixés, la puissance maximale du signal ne dépend plus que de la séquence de données à transmettre.

2. Réduction du PAPR par des codes en blocs

La réduction du PAPR par des codes en blocs a été proposée initialement par T.A Wilkinson et A.E Jones. C'est après que R.D.J Van Nee proposa une méthode de sélection de mots à faible PAPR issus de séquences complémentaires de Golay. Par la suite K.G Paterson et V. Tarokh proposèrent un long développement théorique sur l'existence de code à faibles

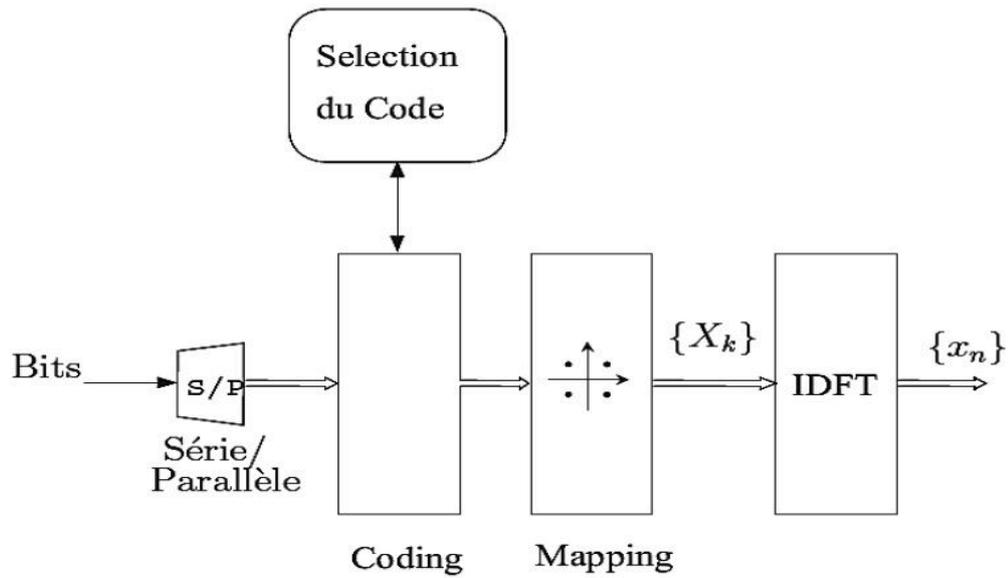


Figure 3.7 – Schéma conceptuel d'un système de réduction du PAPR par codage.

PAPR.

La réduction du PAPR par des codes en blocs intervient après l'opération de mapping (voir Figure (3.7)), les symboles complexes sont groupés en mots de longueur N et ne sont sélectionnés que les p mots aux plus faibles PAPR. Cette sélection de p parmi 2^{MN} est réalisée par un codage en bloc. Elle s'applique pour toute modulation multiporteuse de type OFDM.

Prenons par exemple $N = 4$ sous-porteuses modulées par une modulation BPSK, il y a donc $2^4 = 16$ séquences possibles. 4 d'entre elles ont un PAPR de 6 dB , 4 ont un PAPR de 3.7 dB et les 8 autres ont un PAPR de 2.5 dB . L'idée est alors de ne transmettre que les 8 séquences à faible PAPR. Ces 8 séquences peuvent donc être codées sur 3 bits, associée chacune d'entre elles à une séquence de 4 bits (parce nos symboles sont issus d'une modulation BPSK). Cette association, appelée abusivement codage, admet un taux de $\frac{3}{4}$ et permet de réduire le PAPR de 6 à 2.5 dB malgré une redondance de 33.33% . Ces résultats sont basés sur une recherche exhaustive de tous les mots possibles puis du calcul de leur PAPR associé.

C'est ainsi que la même méthodologie est adaptée mais en utilisant des séquences complémentaires dont la propriété est d'avoir un PAPR fixe de 3 dB quelque soit le nombre de sous-porteuses utilisées dans le signal OFDM. On montre alors que le rendement de codage est $\frac{(1+\log_2 N)}{N}$, soit $\frac{1}{2}$ pour $N = 8$. Par ailleurs, la distance du code s'exprime par :

$$d_{min} = \sqrt{\frac{N}{2} \|1 - \exp(\frac{j2\pi}{M})\|} \quad (3.23)$$

Ainsi, pour $N = 8$ et une modulation $8 - PSK$, la distance minimum du code est de 1.53. Le taux de codage étant égal à $\frac{1}{2}$, le gain de codage asymptotique est égal à 3 dB.

La réduction du PAPR par des codes en blocs a deux inconvénients majeurs : le premier réside dans le calcul du PAPR de chacune des séquences, ce qui peut devenir très long et presque irréalisable lorsque le nombre de porteuses devient trop grand ; le deuxième vient de l'association mot d'information-mot de code nécessitant des tables de correspondance pour le codage et le décodage. Certains auteurs comme M. Friese ou D. Wulich proposèrent une simple implémentation en utilisant des méthodes de codage systématique. Cependant ces méthodes ne proposent aucune recherche structurée et systématique des séquences à faibles PAPR. De plus, le problème de la correction d'erreurs reste entier.

3. Réduction du PAPR par codes Reed-Muller (RM)

L'objectif de cette méthode est d'insérer un code correcteur d'erreur avant la Transformée de Fourier Inverse (IFFT), code correcteur générant des séquences complémentaires. Ce code est basé sur ceux de Reed-Muller et apporte donc un gain de codage mais aussi l'assurance d'un « PAPR » constant de 3 dB quelle que soit le nombre de sous-porteuses. Cette méthode s'inscrit dans la continuité de celle de Van Nee basée sur les séquences complémentaires. Jedwab et Davis ont alors montré en 1997 que ces séquences pouvaient être simplement générées à l'aide d'un code de Reed-Muller. Les travaux sur les codes ont fait depuis l'objet de nombreuses publications axées soit sur le développement d'algorithmes de décodage performants ou de nouveaux codes, ou sur des améliorations pratiques.

Les travaux de Jedwab et Davis ont révélé un lien entre les codes de Reed-Muller d'ordre 1 et les séquences complémentaires. Cette méthode fait appel aux codes de Reed-Muller d'ordre 1.

Considérons une matrice binaire G de taille $m * 2^m$, dont les 2^m colonnes sont tous les m -uplets possibles de longueur m , y compris le vecteur nul. La matrice génératrice d'un code de Reed-Muller d'ordre 1 et de taille 2^m , est la matrice G_{RM} définie par :

$$G_{RM} = \begin{bmatrix} I \\ G \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

où I est un vecteur ligne de taille 2^m constitué de « 1 ». Notons l_1, \dots, l_N les N lignes de G_{RM} . On a alors la proposition suivante. Soit π une permutation

des indices entiers $\{1, 2, \dots, m\}$ et $D = [d_0, d_1, \dots, d_m]$ un vecteur de taille $m + 1$, les $d_k \in Z_2^h$ (Z_2^h étant l'ensemble des entiers modulo- 2^h).

$$\Delta = 2^{h-1} \sum_{k=1}^{m-1} l_{\pi(k)} l_{\pi(k+1)} + D \cdot G_{RM} \quad (3.25)$$

Δ est donc une séquence de longueur 2^m et de « PAPR » de 3 dB. Cette séquence est complémentaire (ou de Golay).

Le nombre de combinaisons L_i de produits de lignes l_i est égal à $\frac{m!}{2}$. Chacune sera donc codée sur q bits tels que ($\lfloor \rfloor$ désignant la partie entière) :

$$q = \lfloor \log_2 \frac{m!}{2} \rfloor \quad (3.26)$$

Le mot d'information sera donc constitué de $(q + m + 1)$ bits codés de la façon suivante. Les $m + 1$ premiers seront codés par le code de Reed-Muller, les q derniers seront associés à une combinaison l_i (de taille 2^m via une table de correspondance. Par exemple, dans le cas où $m = 4$, $h = 4$ et $q = 3$ et la séquence d'information binaire est donc de taille 13.

Ainsi, en posant $c = \exp(\frac{2i\pi\Delta}{2^h})$, le signal OFDM $S(t)$ aura l'expression suivante avec un « PAPR » de 3 dB :

$$S(t) = \sum_{k=0}^{m-1} \exp(\frac{2i\pi\Delta_k}{2^h}) \exp(2i\pi f_k t), \quad t \in [0, T_s] \quad (3.27)$$

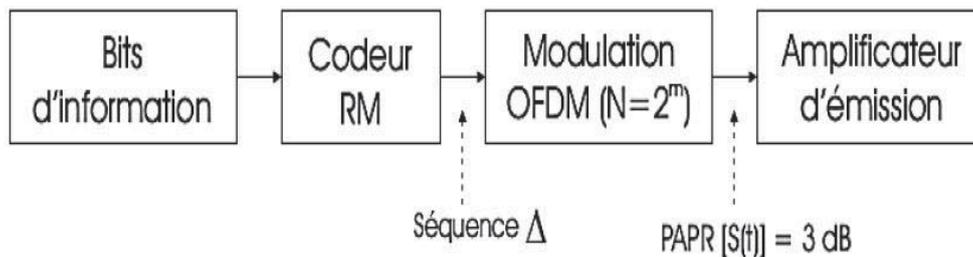


Figure 3.8 – Lien entre le Code Reed-Muller (RM) et la Modulation OFDM

L'avantage de cette technique réside dans un « PAPR » fixe de 3 dB quelle que soit le nombre de sous-porteuses.

Cette méthode peut apporter des gains importants en termes de « PAPR » pour des standards utilisant l'OFDM avec un nombre de sous-porteuses relativement réduit. Ainsi, dans le cas d'HiperLAN/2 (ou IEEE 802.11a), le nombre de sous-porteuses utiles est de 64.

Comme inconvénients on peut dire que cette méthode n'est applicable qu'aux

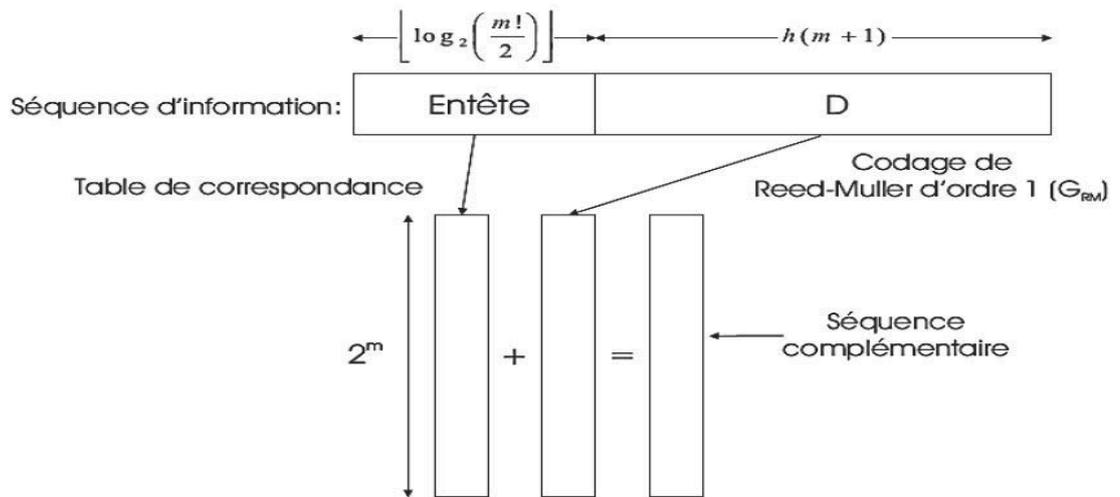


Figure 3.9 – Principe de Codage et Obtention des Séquences Complémentaires

modulations numériques de phase, ce qui réduit considérablement leur champ d'application. D'autre part, elles ne sont réellement applicables qu'à un faible nombre de sous porteuses, du fait que le taux de codage γ est inversement proportionnel.

Conclusion générale

L'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) est une technique de modulation pour les liaisons numériques qui distribue les données à transmettre sur un nombre important de fréquences porteuses. Chaque sous-porteuse peut être modulée suivant un schéma qui lui est propre (BPSK, QPSK, 16-QAM...). Cette technique de modulation a effectué un énorme chemin depuis plusieurs années surtout grâce à l'utilisation de la FFT et du codage (Coded OFDM) réduisant ainsi de façon drastique la complexité des modulateurs afin de rendre l'OFDM attractive pour le marché des télécommunications sans fils. La notion d'orthogonalité est primordiale dans ce système.

Les principaux inconvénients de l'OFDM sont le niveau important du rapport PAPR dû à la non-linéarité de l'amplificateur, sa sensibilité aux distorsions causés par les trajets multiples provoquant des interférences très sévères entre les différents canaux de fréquences. Ainsi dans presque toutes les applications utilisant la modulation OFDM, la satisfaction sur la performance ne peut être atteinte sans l'addition de quelques formes de codage (Coded OFDM).

De plus avec la non-linéarité de l'amplificateur entraînant un important PAPR au niveau de la transmission le codage s'avère un point de solution appréciable mais pas l'unique. Un schéma de codage adéquat est extrêmement important pour une communication numérique sans fil. Le concepteur doit prendre en compte plusieurs facteurs. Ce qui inclut un gain de codage requis, les caractéristiques du canal, les exigences sur le codage de la source ou les deux en même temps pour réaliser un meilleur système.

Bibliographie

- [1] Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, C. G. Kang, " MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB", Wiley, G Bretagne, 2010.
- [2] S. Kaiser et K. Fazel, "Multi-carrier and spread spectrum systems : From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX", Deuxieme édition, Wiley, G Bretagne, 2008.
- [3] M. TOUHAMI, "Evaluation des Systèmes OFDM et Estimation du Décalage Fréquentiel de la Porteuse", PFE, ENP Alger . 2001.
- [4] H. Steendam et M. Moeneclaey, "Sensitivity of orthogonal frequencydivision multiplexed systems to carrier and clock synchronization errors", Signal Processing, vol. 80, pp. 1217-1229, July 2000.
- [5] HAMOUDA Cherif, "Estimation de canal très sélectif en temps et en fréquence pour les systèmes OFDM", PFE, ENSP Alger, 2009.
- [6] ALYNA PISKONOVA, 'TRANSMISSION OFDM POUR LA TELEPHONIE CELLULAIRE', Thèse de Maîtrise, UNIVERSITE DU QUEBEC, MONTREAL, Décembre 2004.
- [7] BDELALI EL KHETTABI, 'Conception du Système de transmission OFDM Codé pour les applications à haut débit', Thèse de Maîtrise, ECOLE DE TECHNOLOGIE SUPERIEURE, MONTREAL, Février 2008.
- [8] S. HUSSAIN, 'Peak to Average Power Ratio Analysis and Reduction of Cognitive Radio Signals',Thèse de Doctorat, UNIVERSITE DE RENNES I ,Décembre 2009.
- [9] D. GUEL, 'Etude de nouvelles techniques de réduction du "facteur de crête" à compatibilité descendante pour les systèmes multiporteuses', Thèse de Doctorat, UNIVERSITE DE RENNES I, Novembre 2009.
- [10] T. fusco, "Synchronnization technics for OFDM systems", Thèse, Universita degli studi di napoli federico II, 2005.
- [11] Ahmed BENFARAH, "Conception et Implémentation des Fonctionnalités de Synchronisation dans un Récepteur DVB-",