

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

THESE

Présentée en vue d'obtention du grade de

DOCTORAT

EN ELECTRONIQUE

Par

AZRAR Arab

Ingénieur d'Etat en Electronique

Magister en Electronique, Option Télécommunication

Analyse de Réseaux Phasés Planaires

Soutenue le 27 septembre 2004 devant le jury composé de:

MM. D. BERKANI	Professeur à l'ENP	Président
R. AKSAS	Professeur à l'ENP	Rapporteur
K. HARICHE	Professeur à l'Univ. de Boumerdès	Examineur
M. TRABELSI	Maître de Conférences à l'ENP	Examineur
M. NOUREDDINE	Maître de Conférences à l'Univ. de Boumerdès	Examineur
A. AOUCHAR	Maître de Conférences à l'Univ. de Laghouat	Examineur
M. HAMADACHE	Docteur, CSDAT	Invité

*To the memory of my uncle Mouloud
To my lovely Family
To everybody with whom I exchanged a smile*

Remerciements

Je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance et mes vifs remerciements à mon directeur de thèse, R. AKSAS, Professeur à l'ENP, pour avoir bien voulu diriger ma thèse, sa disponibilité, l'orientation précieuse et l'importante aide qu'il m'a consenties tout au long de ce travail. Accomplir

Je tiens à remercier, Monsieur M. TRABELSI, Maître de Conférences à l'ENP pour ses suggestions fructueuses et la motivation qu'il m'a apportée pour l'achèvement de ce travail.

J'exprime également ma gratitude à M. DEHMAS pour son aide apportée pour l'accomplissement de ce travail, sans oublier l'aide morale de mon collègue A. DAAMOUCHE.

Je remercie profondément Messieurs les membres du Jury pour l'attention qu'ils ont bien voulu porter à mon travail en acceptant de l'examiner.

J'adresse aussi mes remerciement à toute l'équipe du laboratoire de Télécommunication de l'ENP, particulièrement, A. MOKRAOUI et A. CHAMSA pour leur précieux soutien.

Je profite de l'occasion pour exprimer toute ma sympathie à mes collègues et amis de l'ENP et du DGEE (université de Boumerdès).

Liste des symboles

- \vec{A} : vecteur de potentiel électrique
 L : nombre d'éléments du réseau dans la direction x .
 K : nombre d'éléments du réseau dans la direction y .
 d_x : espacement entre éléments dans la direction x .
 d_y : espacement entre éléments dans la direction y .
 λ : longueur d'onde.
 D : directivity du réseau.
 D_0 : directivité maximale du réseau.
 η : le rendement du réseau.
 N : nombre d'éléments du réseau.
 g_r : le gain d'un élément du réseau.
 G_r : Le gain total du réseau.
 Γ : coefficient de réflexion.
 ε : reste de la division du nombre d'éléments dans une direction de réseau par 2.
 I_{mn} : distribution d'amplitudes du réseau.
 $T_k(\cdot)$: polynôme de Chebychev d'ordre k .
 R : rapport du premier lobe secondaire par rapport au lobe principale.
 F : facteur du réseau.
 w_0 : facteur d'échelle.
 δ : symbole de Kronecker.
 θ_c : largeur du faisceau.
 L_s : nombre d'éléments du réseau carré auto convolé.
 R_s : premier lobe secondaire par rapport au lobe principale d'un réseau carré auto convolé.
 F_s : facteur du réseau auto convolé.
 h : épaisseur de diélectrique.
 ε_r : constante diélectrique relative.
 $tg\delta$: l'angle de perte.
 \vec{J} : distribution du courant.
 $\overline{\overline{G}}$: fonction de Green dyadique du diélectrique.
 Z_{in} : impédance d'entrée.
 B : bande passante.
 E : champ rayonné.
 k_x, k_y : variables dans la domaine spectrale correspondant à x et y .
 Z_{mn} : élément de la matrice mutuel.
 R^m : coefficient de réflexion du l'élément m du réseau.
 e : rendement basé sur la puissance transformée en ondes de surface.
 P_{in} : puissance fournie au réseau.
 P_{sw} : puissance transformée en ondes de surface.
 E^0 : diagramme du rayonnement d'un mode dans le réseau.
 E^j : diagramme du rayonnement de l'élément j dans le réseau.
 Z_T : impédance d'adaptation d'élément du réseau.
 $[S]$: matrice de répartition.

Sommaire

Chapitre 1 Etat de L'art	1
1.1 Introduction	1
1.2 Facteur de réseau - Multiplication des diagrammes	2
1.3 Réseaux phasés	5
1.3.1 Architecture électrique des réseaux phasés	5
1.3.2 Circuits d'alimentation des réseaux phasés	7
1.3.3 Déphaseurs	11
1.3.3.1 Déphaseurs Ferrite	11
1.3.3.2 Déphaseur électroniques	13
1.4 Réseaux plans	14
1.4.1 Diagramme de rayonnement d'un réseau plan	15
1.4.2 Angle d'ouverture	16
1.4.3 Espacement maximum entre éléments – Lobes d'ambiguïté	17
1.4.4 Directivité de réseau plan	19
1.4.5 Couplage mutuel entre éléments	19
1.5 Éléments rayonnants	21
1.6 Antennes microrubans	22
1.6.1 Techniques de bases	22
1.6.1.1 Caractéristiques d'une antenne microruban	22
1.6.1.2 Conception assister par ordinateur (CAO)	24
1.6.1.3 Matériaux	25
1.6.2 Techniques d'alimentation de réseaux	25
Chapitre 2 Réseaux Chebyshev Modifiés et Auto-Convolués	28
2.1 Introduction	29
<i>Partie I</i>	
2.2 Méthode conventionnelle pour les réseaux rectangulaires de Chebyshev	29
2.2.1 Diagramme de rayonnement	29
2.2.2 Calcul de la distribution de courant	31
2.2.3. Détermination des amplitudes de courant par la méthode modale	32
2.2.4 Calcul de la directivité maximale	33

2.2.5 Résultats obtenus	34
2.3 Méthode optimale appliquée aux réseaux carrés	39
2.3.1 Distribution optimale du courant	39
2.3.2 Calcul de la directivité maximale	40
2.3.3 Largeur de faisceau d'un réseau plan de Chebyshev	41
2.3.4 Nombre minimum d'éléments pour un large secteur de balayage	41
2.3.5 Résultats numériques Obtenus	42
<i>Part II</i>	
2.4. Réseaux carrés optimaux auto-convolués	48
2.4.1 Facteur de réseau et distribution de courant	48
2.4.2 Directivité maximale	51
2.4.3 Largeur de faisceau à mi-puissance et espacement maximum	52
2.4.4 Résultats obtenus	53
Chapitre 3 Analyse des Réseaux Microruban par Equation Intégrale	57
3.1 Introduction	57
3.2 Patch isolé	58
3.2.1 Résultats obtenus	61
3.3 Effets de proximité (patch pilote au voisinage d'un patch parasite)	63
3.3.1 Résultats obtenus	65
3.4 Réseau rectangulaire infini	69
3.4.1 Formulation mathématique	69
3.4.2 Résultats et discussions	72
3.5 Réseau rectangulaire fini	75
3.5.1 Théorie des réseaux finis	76
3.5.2 Résultats et discussions	79
3.5.3 Validation expérimentale	84
Conclusion	86
Références	88
Annexe A	96
Annexe B	108
Annexe C	114
Annexe D	115

ETAT DE L'ART

1.3 Introduction

L'antenne filaire rectiligne (dipôle électrique) malgré son faible gain, est la plus simple et la plus appropriée lorsqu'on désire un rayonnement uniforme (omnidirectionnel) dans un plan donné. Elle est donc toute indiquée pour des applications en radiodiffusion. Par contre, les liaisons point à point nécessitent un rayonnement intense dans des directions désirées et exigent donc des aériens directifs. Nous savons bien que les antennes filaires utilisant de longs conducteurs et travaillant en régime d'ondes progressives permettent de réaliser cet objectif. Cependant, malgré leurs dimensions importantes, leur gain et leur rendement demeurent relativement faibles. C'est la raison pour laquelle on préfère utiliser l'association d'une manière adéquate de plusieurs éléments rayonnants (dipôle, ouverture, etc.) excités judicieusement afin d'obtenir un rayonnement très directif dans des directions voulues. On obtient alors un réseau d'antennes. Bien que ce ne soit pas nécessaire, les éléments d'un réseau doivent être identiques afin que la conception soit plus simple et la réalisation plus pratique.

Si on néglige l'effet du couplage (espacement convenable entre éléments adjacents), le champ rayonné par le réseau est alors la somme vectorielle des champs rayonnés individuellement par chaque élément. Pour que le rayonnement de ce réseau soit directif, il faut que les champs rayonnés par les divers éléments interfèrent d'une manière appropriée. Ils doivent s'additionner dans les directions voulues et se neutraliser dans les directions indésirables.

Un simple réseau permet d'obtenir un gain de 10 à 15 dB par rapport au gain du dipôle électrique demi onde (pris comme antenne de référence). On obtient alors l'avantage de pouvoir utiliser des émetteurs moins puissants et des récepteurs moins sensibles.

L'avènement des équipements radioélectriques en ondes courtes en 1920 a rendu possible l'utilisation de réseaux d'antennes de dimensions raisonnables. Durant la deuxième guerre mondiale, des réseaux d'antennes en UHF et SHF ont été utilisés dans les systèmes radar. Actuellement les réseaux SHF sont essentiellement destinés pour les communications par satellites. Une nouvelle classe des réseaux appelés réseaux conformes, commence à prendre de l'ampleur. Leurs éléments fabriqués essentiellement en technologie micro ruban sont implantés sur des surfaces non planes. On trouve ce genre de réseaux sur les engins volants et les missiles pour des problèmes aérodynamiques.

Seuls les réseaux d'antennes permettent le balayage électronique du lobe principal en agissant sur la phase des courants d'excitation des éléments rayonnants. Ce type de réseaux, appelé réseaux phasés, trouve de nombreuses applications particulièrement dans les systèmes radar. Dans ces systèmes, le pointage du lobe principal dans une direction désirée se fait en un temps faible par rapport à la période de répétition du radar.

Les réseaux d'antennes peuvent avoir plusieurs configurations géométriques. Le réseau linéaire résulte quand les centres des éléments de réseau se trouvent suivant une ligne droite. Le réseau planaire est obtenu en plaçant les éléments sur un plan. Les exemples des réseaux planaires sont des réseaux circulaires et rectangulaires.

La forme du diagramme de rayonnement d'un réseau d'antennes peut être contrôlée par les paramètres suivants :

- La géométrie de la configuration du réseau (linéaire, circulaire, etc.) ;
- L'espacement entre éléments ;
- L'amplitude et la phase des courants d'excitation des éléments rayonnants ;
- La nature et le nombre des éléments utilisés.

Dans ce chapitre quelques notions de base (le facteur de réseau, la multiplication de diagramme et les structures des réseaux phasés sont décrits où des notions conventionnelles telles que largeur de faisceau, directivité et des lobes secondaires sont introduites) sur les réseaux d'antennes sont donnés suivies d'une brève histoire sur leur avancement. Après nous discutons la technologie microruban dans les réseaux phasés.

1.4 Facteur de réseau - Multiplication des diagrammes

Considérons d'abord le cas d'une antenne unique occupant un volume V et excitée par une densité de courant électrique $\vec{J}(\vec{r}')$ (Fig. 1.1). Ramené à un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) ou sphériques (r, θ, ϕ) d'origine O , le potentiel vecteur \vec{A} au point \vec{r} s'écrit

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dV' \quad (1-1)$$

avec $R = \|\vec{r} - \vec{r}'\|$

$\vec{r}' = \overrightarrow{OP} = x'.\hat{x} + y'.\hat{y} + z'.\hat{z}$ décrit le point d'excitation P .

$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x.\hat{x} + y.\hat{y} + z.\hat{z}$ décrit le point d'observation M .

\hat{x} , \hat{y} et \hat{z} sont les vecteurs unitaires dans les coordonnées cartésiennes.

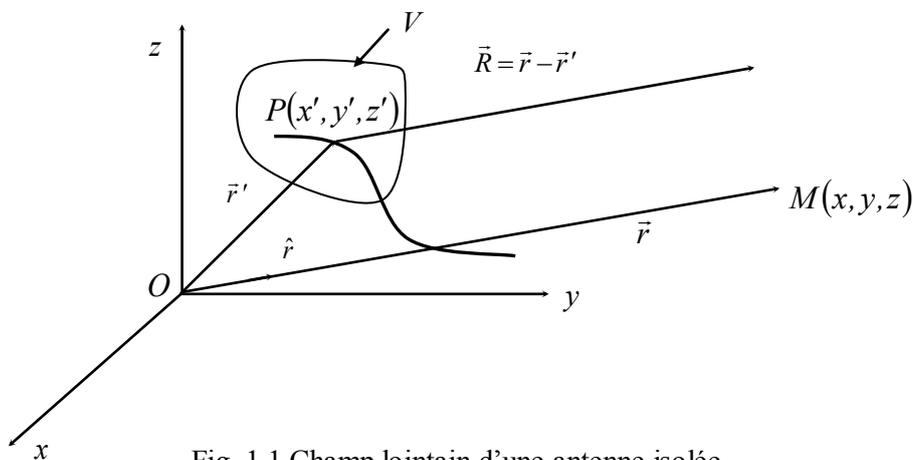


Fig. 1.1 Champ lointain d'une antenne isolée

Dans la zone du champ lointain, on peut effectuer les approximations

$$R = \begin{cases} r & \text{pour le terme d'amplitude de } \psi(R) = e^{-jkR}/R \\ r - \vec{r}' \cdot \vec{r} & \text{pour le terme de phase dont la variation harmonique est rapide.} \end{cases} \quad (1-2)$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} \quad (1-3)$$

Dans ces conditions, l'expression (1-1) devient

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_V \vec{J}(\vec{r}') e^{jk\vec{r}' \cdot \hat{r}} dV' \quad (1-4)$$

Considérons à présent un réseau de n antennes identiques (A_1, A_2, \dots, A_n) (Fig. 1.2). L'antenne A_1 d'ordre 1 est prise comme référence et son excitation est $\vec{J}(\vec{r}') = \vec{J}_{ref}(\vec{r}')$. L'excitation de l'antenne A_m d'ordre m s'écrit $\vec{J}_m(\vec{r}'_m) = i_m \vec{J}_{ref}(\vec{r}')$, avec i_m coefficient multiplicatif complexe. La position de l'élément m du réseau est obtenue par une translation \vec{r}_m appliquée à l'antenne de référence pour l'amener en coïncidence avec A_m .

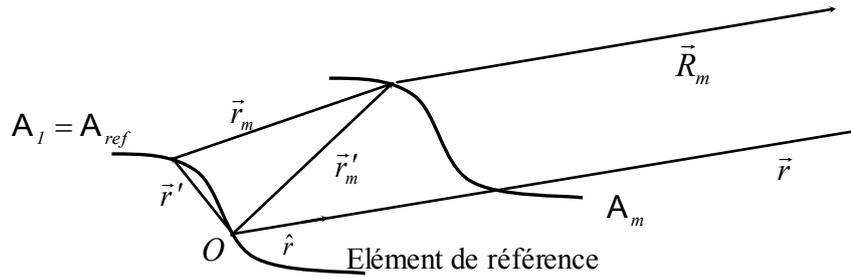


Fig. 1.2 Le champ lointain d'un réseau

D'après l'équation (1-4), le potentiel vecteur \vec{A}_m correspondant à l'antenne m s'écrit

$$\vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{V_m} \vec{J}(\vec{r}'_m) e^{jk\vec{r}'_m \cdot \hat{r}} dV' \quad (1-5)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{V_m} i_m \vec{J}_{ref}(\vec{r}') e^{jk\vec{r}' \cdot \hat{r}} e^{jk\vec{r}_m \cdot \hat{r}} dV'$$

$$= i_m e^{jk\vec{r}_m \cdot \hat{r}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{V_{ref}} \vec{J}_{ref}(\vec{r}') e^{jk\vec{r}' \cdot \hat{r}} dV'$$

ou encore

$$\vec{A}_m = \left(i_m e^{jk\vec{r}_m \cdot \hat{r}} \right) \cdot \vec{A}_{ref} \quad (1-6)$$

avec

$$\vec{A}_{ref} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{V_{ref}} \vec{J}_{ref}(\vec{r}') e^{jk\vec{r}' \cdot \hat{r}} dV' \quad (1-7)$$

le potentiel vecteur de l'antenne de référence.

En sommant les contributions des n éléments, on obtient l'expression du potentiel vecteur total \vec{A} du réseau sous la forme

$$\vec{A} = \sum_{m=1}^L \vec{A}_m = \vec{A}_{ref} \cdot f(\theta, \phi) \quad (1-8)$$

où $f(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^n i_m e^{jk \vec{r}_m \cdot \hat{r}}$ est le *facteur de réseau* (1-9)

Il est important de noter que le facteur de réseau est une caractéristique propre au réseau; il dépend uniquement des coefficients d'excitation i_m et de la position relative des éléments. Par contre, il est indépendant du type des éléments utilisés. Le facteur de réseau $f(\theta, \phi)$ est généralement une fonction complexe dont une attention toute particulière est consacrée au module $|f(\theta, \phi)|$ qui illustre le diagramme de rayonnement.

On montre à partir des relations

$$\vec{E} = -j\omega \left(\frac{1}{k^2} \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) + \vec{A} \right) \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A} \quad (1-10)$$

que (1-8) et (1-9) s'appliquent aux champs rayonnés dans la zone lointaine

$$\vec{E} = \vec{E}_{ref} f(\theta, \phi) \quad \vec{H} = \vec{H}_{ref} f(\theta, \phi) \quad (1-11)$$

\vec{E}_{ref} et \vec{H}_{ref} sont respectivement les champs électrique et magnétique de l'antenne de référence.

En coordonnées cartésiennes, les vecteurs \vec{r}_m et \hat{r} s'écrivent

$$\vec{r}_m = x_m \hat{x} + y_m \hat{y} + z_m \hat{z} \quad \text{et} \quad \hat{r} = \hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta$$

et l'expression (1-9) devient alors

$$f(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^T i_m e^{jk(x_m \sin \theta \cos \phi + y_m \sin \theta \sin \phi + z_m \cos \theta)} \quad (1-12)$$

ou $f(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^T i_m e^{ju_m(\theta, \phi)}$ (1-13)

avec $u_m(\theta, \phi) = k \vec{r}_m \cdot \hat{r} = k \cdot (x_m \sin \theta \cos \phi + y_m \sin \theta \sin \phi + z_m \cos \theta)$ (1-14)

L'expression (1-8) illustre le théorème de multiplication des diagrammes de rayonnement [7].

La fonction caractéristique $E(\theta, \phi)$ d'un réseau d'antennes identiques est égale au produit du facteur de réseau $f(\theta, \phi)$ et de la fonction caractéristique d'une antenne individuelle $f_A(\theta, \phi)$.

$$E(\theta, \phi) = f_A(\theta, \phi) \times f(\theta, \phi) \quad (1-15)$$

Toutefois, ce théorème ne tient pas compte des effets de couplage inter-éléments qui devient important particulièrement lorsque l'espacement entre éléments est faible comparé à la longueur d'onde. L'usage de ce théorème donne des bons résultats au voisinage du lobe principal, mais peut conduire à des erreurs sur la position et le niveau des lobes secondaires éloignés.

1.3 Réseaux phasés

La théorie des réseaux d'antennes a été étudiée intensivement et traitée en texte [1, 8-13] par divers auteurs. En outre, des éditions spéciales de journaux professionnels ont été consacrées aux types particuliers de réseaux. Bien que les éléments d'un réseau d'antennes doivent être déphasés d'une façon spécifique, le terme *réseau phasé* dénote un réseau de plusieurs éléments avec la phase (et même l'amplitude) de chaque élément soit variable, en *contrôlant la direction du lobe principale* et la forme du diagramme. Ces réseaux performant le balayage en incorporant des déphaseurs dans chaque ligne d'alimentation. La commande électronique de ces déphaseurs, produisant des variations de phases, permet le balayage rapide de la direction du lobe principale dans l'espace. Les réseaux phasés de grandes tailles utilisent souvent des guides d'ondes ouverts, des petits cornets ou des fentes comme éléments de rayonnement.

Puisque les faisceaux agiles des réseaux à balayage électronique fournissent des avantages significatifs, les réseaux phasés représentent un intérêt particulier notamment dans le domaine militaire et dans l'industrie aéronautique. L'intérêt et le développement des réseaux phasés ont pris une ampleur particulière dès les années 1950 et 1960 [14-19]. On distingue deux principaux types de réseaux phasés; passif et actif. Les réseaux passifs emploient un émetteur et un récepteur centraux et offrent des possibilités de déphasage au niveau de chaque élément de rayonnement ou au niveau des sous réseaux. Dans des réseaux actifs, la génération de puissance élevée pour le rayonnement, l'amplification à faible bruit et même la commande de phase sont assurés au niveau de chaque élément de rayonnement. Malgré leur fiabilité et leur adaptation dans diverses applications, les réseaux actifs n'ont suscité l'attention attendue que durant les 15 dernières années pour cause de complexité et de cherté. Cependant, l'avènement de la technologie des circuits intégrés monolithiques micro-onde GaAs (MMICs), l'assemblage automatisé des composants micro-onde, et les processeurs numériques à grande vitesse à des prix réduits, ont fait des réseaux actifs un choix préféré pour les systèmes de radars et de communication exigeant un balayage rapide [20-21].

Bien que le coût des réseaux actifs à balayage électronique ait considérablement diminué pendant les dix dernières années et les efforts en cours pour les réduire davantage, l'accès généralisé à cette technologie demeure un défi [22].

Des informations supplémentaires et détaillées sur les réseaux phasés de grandes tailles, les problèmes associés et les solutions proposées sont développés dans les travaux de Stark et Mailloux [23-24].

1.3.1 Architecture électrique des réseaux phasés

La figure 1.3 illustre les deux architectures principales de réseaux phasés à balayage électronique : passifs et actifs [22, 25]. Chacun a ses propriétés, avantages et imperfections. De façon générale, dans les réseaux passifs, il n'y a pas de commande de l'amplitude d'excitation des éléments et seulement des déphaseurs bilatéraux sont employés à chaque élément pour fournir le déphasage nécessaire pour le balayage (fig. 1.3(a)). Le défi dans la conception des réseaux passifs est de réduire au minimum les pertes dans les circuits d'alimentation et dans les déphaseurs afin d'améliorer la sensibilité et le rendement du système. Cette exigence limite souvent le type de circuit d'alimentation RF au guide d'ondes et ce, risque d'augmenter sensiblement le poids du réseau. Le réseau passif est le type le plus économique des réseaux phasés. Pour un niveau faible des lobes secondaires un circuit d'alimentation en réception proprement pondéré est nécessaire.

Dans les réseaux actifs, un module de transmission/réception (MTR) est utilisé au niveau de chaque élément pour assurer la commande de l'amplitude et de la phase de son excitation. L'émetteur central utilisé dans un réseau passif conventionnel est remplacé par des amplificateurs de puissance distribués dans chaque MTR (fig. 1.3(b)) [10]. L'avantage

principal d'un réseau actif est l'augmentation de la sensibilité du système car le facteur de bruit du système est contrôlé et la puissance de RF est développée à l'ouverture.

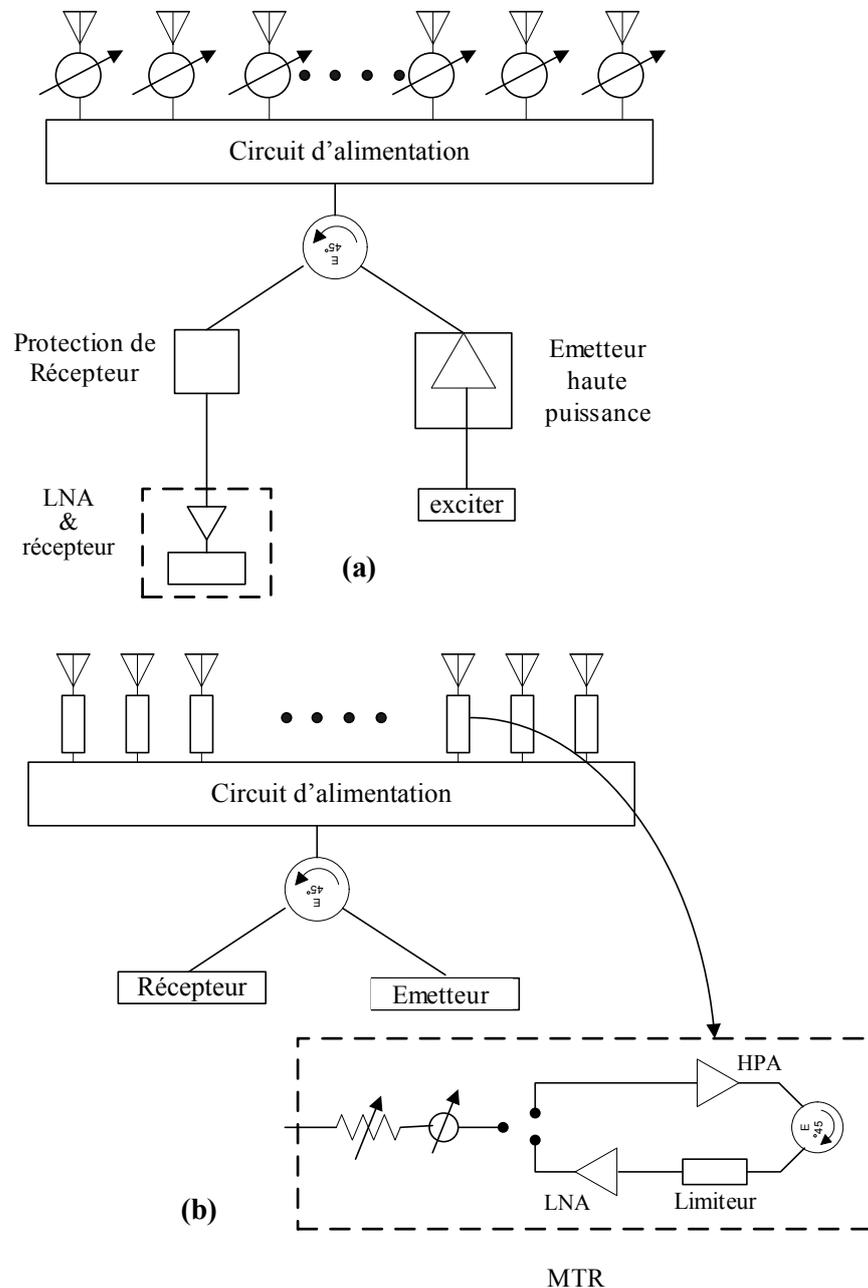


Fig. 1.3 Architectures de base de réseaux phasés.
 (a) Réseau Linéaire passif avec un déphaseur pour chaque élément.
 (b) Un réseau actif avec un MTR à chaque élément.

Un deuxième avantage est que les MTRs fournissent une flexibilité totale dans la commande d'amplitude et de phase dans la transmission et la réception. Aussi, le circuit d'alimentation d'un réseau actif ne nécessite pas l'optimisation des pertes et permet de ce fait une flexibilité de conception et une capacité de réduire au minimum sa taille (volume) et son poids. Naturellement, ces performances sont au prix d'une complexité et d'un coût accru du réseau.

Un réseau phasé hybride associe les caractéristiques des réseaux passifs et actifs (fig. 1,4). Identiquement au réseau passif, un émetteur central alimente le réseau mais avec un

amplificateur à faible bruit (LNA) incorporé au niveau de chaque élément devant le déphaseur pour améliorer le facteur de bruit global du système. Pour un système plus fiable, un limiteur est placé devant le LNA pour sa protection à l'image de réseau actif.

Un réseau de grande taille et de bande passante large requiert une architecture offrant le retard effectif exigé pour éviter la déformation du signal et tout rayonnement suspect. Dans ce type de réseaux, la longueur de la ligne de transmission alimentant les éléments assure le déphasage différentiel. Cependant, pour un balayage du faisceau, la longueur effective de la ligne d'alimentation de chaque élément doit être modifiée en conséquence. Plusieurs méthodes comprenant des lignes de retard permutables à fibres optiques ont été suggérées pour assurer ces modifications, et ces technologies demeurent toutefois immatures [22].

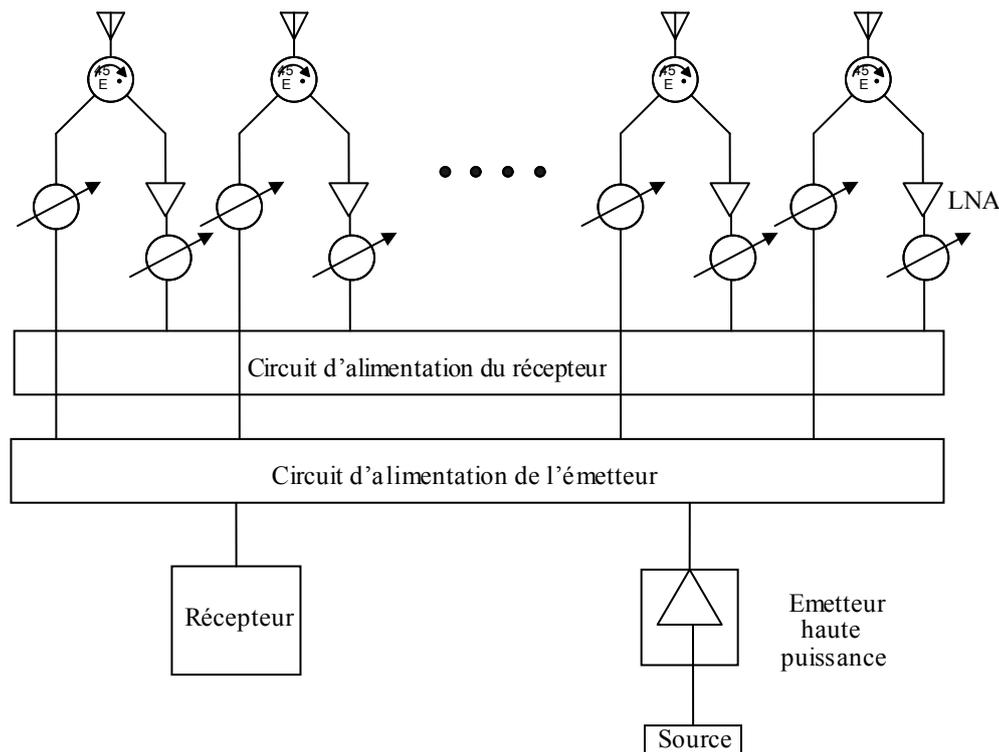


Fig. 1.4 Architecture d'un réseau hybride

1.3.2 Circuits d'alimentation des réseaux phasés

Les techniques pour alimenter les éléments d'un réseau sont nombreuses et variées. On distingue deux types principaux; contraint et non contraint [26-27]. Entre ces deux types, il existe plusieurs variantes d'alimentation semi contrainte. Dans une alimentation contrainte, l'énergie micro-onde est distribuée aux éléments du réseau par l'intermédiaire des lignes de transmission et des diviseurs de puissance. Généralement, ces alimentations sont unidimensionnelles, mais elles peuvent exciter un réseau plan en les interconnectant. Dans une alimentation non contrainte, l'énergie est distribuée à travers l'espace libre ou un guide de transmission suivant les principes micro-ondes.

La conception du circuit d'alimentation qui fournit le courant, d'amplitude et de phase prescrites, à l'impédance d'entrée de chaque élément est affectée par l'impédance mutuelle avec les éléments voisins. En particulier, l'impédance d'entrée des éléments de la partie centrale du réseau est différente de celle des éléments au bord du réseau. Le problème est plus complexe dans le cas des éléments irrégulièrement excités en raison de la nécessité d'employer des diviseurs de puissance qui assurent les niveaux requis par chaque élément du

réseau. Généralement, il est nécessaire d'adapter chaque élément à la ligne de transmission d'alimentation pour une performance appréciable du réseau sur la bande de fréquences de fonctionnement. Dans les circuits d'alimentation typiques, les éléments sont groupés suivant la symétrie globale du réseau. A titre d'exemple, la figure 1.5 montre un réseau de neuf éléments disposés dans trois compartiments se composant de trois éléments chacun. Chaque compartiment est alimenté par une ligne de transmission simple. L'arrangement symétrique du circuit d'alimentation assure également un degré élevé de symétrie de l'excitation du réseau globale indépendamment de l'inadaptation et des effets d'impédances mutuelles [1].

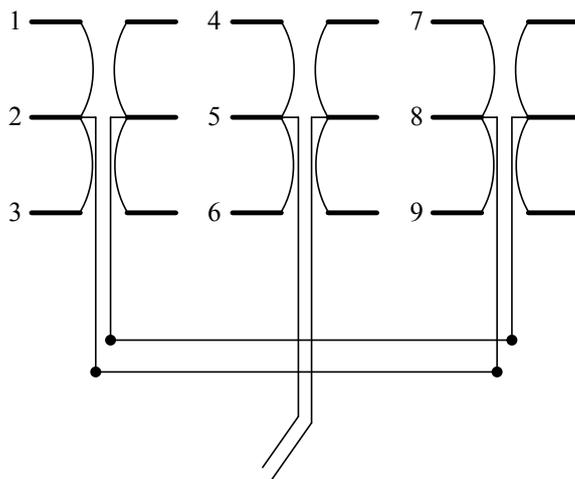


Fig. 1.5 Réseau de neuf éléments groupé en trios compartiments pour une alimentation symétrique

Une façon avantageuse d'alimenter un élément dans un réseau dont la phase et l'amplitude de courant sont directement liées à la tension de la ligne principale est de connecter l'élément à la ligne d'alimentation par une section quart d'onde (fig. 1.6(a)). Le même principe est appliqué pour exciter trois éléments avec des courants en phase proportionnels à Y_a , Y_b , Y_c . Puisque la longueur de la ligne de transmission entre chaque section quart d'onde est λ_0 , la tension aux points a – a, b – b, c – c est identique. Ainsi, les courants des éléments sont proportionnels aux impédances caractéristiques de chaque section $\frac{\lambda_0}{4}$.

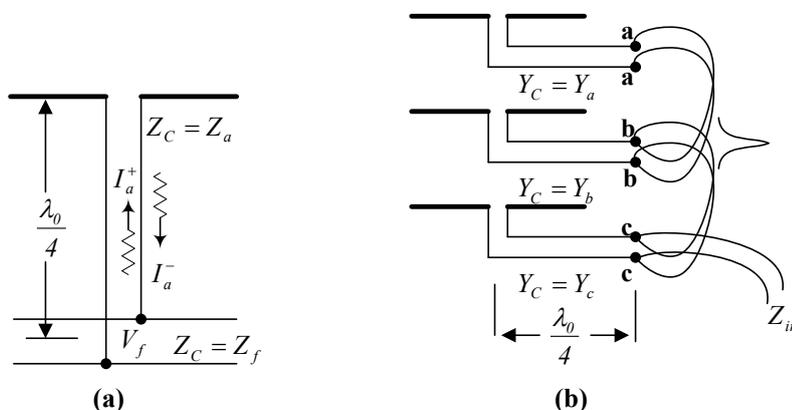


Fig. 1.6 (a) Dipôle alimenté par une section quart d'onde. **(b)** Réseau à trois éléments alimentés par des sections quart d'onde produisant des courants proportionnels à Y_a , Y_b et Y_c .

Les circuits d'alimentation de antennes radar doivent prévoir les diagrammes de somme et de différence. Un moyen simple de le faire repose sur l'utilisation du port de différence dans le niveau d'hybride de l'alimentation parallèle le plus élevé (fig. 1,7). Le port de somme combine les deux moitiés du réseau en phase et le port de différence combine ces mêmes moitiés en opposition de phase. Avec ce type de configuration, les diagrammes de somme et de différence sont réalisés sur la base d'impulsion par impulsion, et l'arrangement est désigné sous le nom d'un circuit à faisceau mono impulsion. Les diagrammes produits de cette façon sont un compromis entre les caractéristiques souhaitables des lobes secondaires du faisceau somme et la sensibilité élevée d'erreur pente du faisceau différence. Plus aigue est la pente de la diminution des lobes secondaires, plus large sont les positions des directions nulles et moins sensible est le faisceau différence. Pour atteindre de bonnes caractéristiques des faisceaux somme et différence, des alimentations séparables doivent être employées et optimisées indépendamment. Pour cela, diverses techniques ont été développées pour des alimentations séries et parallèles [28, 29].

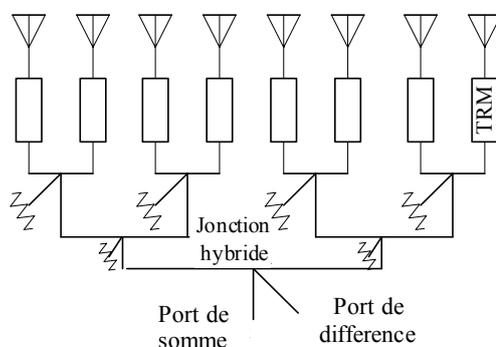


Fig. 1.7 Réseau d'alimentation parallèle avec des diviseurs de puissance adaptés et circuit mono impulsion.

Des alimentations périodiques se composent de disposition en cascade de jonctions tels que l'énergie au premier port de sortie traverse seulement une jonction, l'énergie au deuxième port de sortie traverse deux jonctions, et ainsi de suite jusqu'au dernier port de sortie dont l'énergie a traversé toutes les jonctions. Un diagramme d'onde progressive alimenté en série ayant des coupleurs directifs adaptés et un circuit mono impulsion à son entrée est illustré par la figure 1.8. Cette alimentation a une perte très basse et une excellente division de puissance. L'inconvénient des alimentations série réside dans l'exigence de chaque coupleur d'une conception séparée.

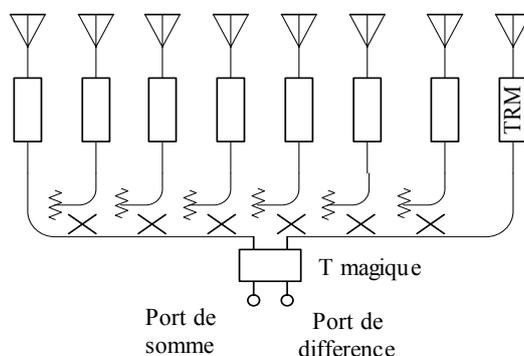


Fig. 1.8 Alimentation contrainte série à onde progressive avec des diviseurs de puissance adaptés et un circuit mono impulsion.

Il est parfois souhaitable d'alimenter un réseau, notamment en communication spatiale, par un système à plusieurs ports d'entrée de façon à produire un ou plusieurs faisceaux avec des déphasages mutuels prédéfinis. Ces systèmes d'alimentation sont représentés par des matrices correspondantes aux formes du faisceau connues sous le nom «*beam-forming matrices*», et la matrice la plus utilisée est celle de Butler [30-34]. Ces matrices utilisent une combinaison appropriée de jonctions hybrides et de déphaseurs fixes. Elles produisent ainsi autant de faisceaux indépendants que d'éléments du réseau (fig. 1.9). Le système d'alimentation utilise une jonction hybride tel que le T magique en guide d'onde. L'alimentation d'une matrice de Butler d'un niveau n nécessite 2^{n-1} coupleurs à chaque un de ces niveaux, soit $n \times (2^{n-1})$ coupleurs. Un déphasage additionnel est requis sur certaines pistes du circuit d'alimentation afin de réaliser les faisceaux indépendants. L'angle de déphasage étant π/N où N dénote le nombre d'éléments constituant le réseau.

Un dispositif en cascade de groupes de lentilles de Rotman [35] ou une matrice de Butler peuvent alimenter un réseau planaire bidimensionnel. Dans le premier groupe, les lentilles sont empilées l'une contre l'autre. Le deuxième groupe de lentilles est orienté orthogonalement au premier de sorte que les ports de sorties du premier alimentent les ports d'entrées du second. Cette approche trouve une application multi faisceaux dans des systèmes de communication par satellite répondant à des conditions très sévères sur la forme du faisceau, des directions des faisceaux (*beam-pointing locations*) et de commutation de faisceau afin de maintenir des contacts avec les bases terrestre pendant toute la trajectoire du satellite.

Les avantages des alimentations non contraintes sont liés à leur poids et prix comme est le cas des lentilles alimentées par un corné. Une surface de lentille est un réseau d'antennes, chacune alimentant un déphaseur ou un MTR connecté à l'élément correspondant sur la surface rayonnante de la lentille. L'arrangement des déphaseurs définit la direction de rayonnement du réseau. Une lentille de transmission doit être soutenue sur le long de ses bords du fait que la région entre le corné d'alimentation et la face arrière de la lentille doit être dépourvue de tout réflecteur.

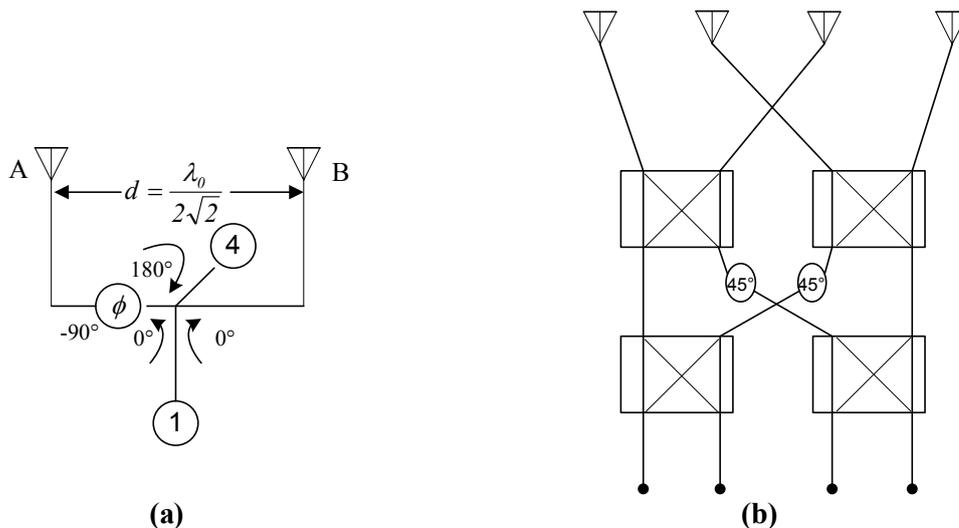


Fig. 1.9 Matrice de Butler pour l'orientation du faisceau
(a) Réseau a deux éléments
(b) Réseau à quatre éléments

1.3.3 Déphaseurs

Le déphaseur est le composant essentiel d'un réseau à balayage électronique. Un déphasage différentiel entre éléments du réseau est requis pour la réalisation du balayage désiré. Il est commode de quantifier les 360° en incréments discrets. Par exemple, un déphaseur à 5-bit aurait $2^5 = 32$ intervals de 11.25° . Les 32 incréments de phase peuvent être réalisés en cascade cinq déphaseurs ayant des incréments différentiels de phase de 11.25° , 22.5° , 45° , 90° , et 180° et puis en opérant une commutation adéquate des bits pour réaliser le déphasage désiré. Ces déphaseurs numériques sont les plus appropriés dans les réseaux à balayage électronique parce qu'ils sont commandés facilement par un contrôleur numérique spécialisé.

Les paramètres critiques dont on doit tenir compte dans une conception de déphaseurs sont: perte d'insertion, variation d'amplitude avec le déphasage, temps de commutation, puissance supportée, puissance nécessaire pour le déphasage, taille et poids des déphaseurs ainsi que ses circuits de commande. Cependant, aucun déphaseur n'a les propriétés requises par l'ensemble de ces paramètres.

Une variété de déphaseurs à base de ferrite ou diode à commande électronique a été étudiée pour usage dans les réseaux phasés passifs [35-44]. Des déphaseurs à base de diodes sont utilisés en raison de leurs temps de commutation rapides, poids réduit et prix abordable avec toutefois une perte d'insertion élevée [44-49]. Cependant, les déphaseurs à base de ferrite sont employés dans les systèmes utilisant les réseaux passifs où des pertes d'insertion faibles sont exigées et des temps de commutation faibles sont permis,

1.3.3.1 Déphaseurs Ferrite

Un déphaseur est un instrument qui produit des variations réglables sur l'angle de phase de l'onde transmise. On distingue quatre types majeurs de déphaseurs ferrite ; à perméabilité variable, toroïdal, à mode duel et à champ rotatoire. Dans un déphaseur à perméabilité variable, une tige de ferrite est montée au centre d'un guide d'ondes et magnétisé en longueur par un solénoïde. Le déphasage de l'onde de propagation RF est modulé par le champ magnétique appliqué et qui est commandé par le courant dans la bobine du solénoïde. Les déphaseurs ferrite à perméabilité variable sont réciproques et continuellement variables avec un temps de commutation court à cause de l'impédance d'entrée élevée de l'inductance de la bobine. En outre, ils exigent le maintien du courant de modulation à un niveau élevé sur toute la période de fonctionnement. Le déphaseur toroïdal non réciproque à ferrite "verrouillant" élimine le besoin de courant constant de modulation. Il est composé d'un tore ferromagnétique centré dans un guide d'ondes (fig. 1.10a) et son fonctionnement repose sur une magnétisation permanente du ferrite avec une boucle d'hystérésis carrée. Un déphasage différentiel est obtenu en commutant la magnétisation d'une direction à l'autre. Un fil de commande est disposé le long du centre du tore pour effectuer cette commutation. Le tore demeure dans son état sans davantage de perte d'énergie jusqu'à ce qu'une impulsion de commutation inverse la magnétisation au second état qui sera occupé jusqu'à l'application de l'impulsion suivante.

En sus des avantages d'un déphaseur réciproque, le déphaseur ferrite à mode duel (fig. 10b) fournit le rendement d'une conception non réciproque. Le ferrite au centre du dispositif est magnétisé axialement à un niveau correspondant au déphasage désiré. Aux extrémités de la partie centrale, il existe des sections ferrite quart d'ondes magnétisées transversalement avec un champ fixe Quadra pôles pour réaliser polarisation circulaire non réciproque.

L'armature quart d'onde d'entrée convertit l'onde d'une polarisation linéaire à une polarisation circulaire qui se propage à travers la section ferrite acquérant un déphasage dépendant de l'amplitude et de la direction du champ axial polarisant appliqué. L'armature quart d'onde de sortie convertit l'onde reçue d'une polarisation circulaire à une polarisation linéaire. Les deux armatures d'extrémités produisent une propagation d'ondes progressives à

travers la section à champ variable avec deux polarisations circulaires opposées afin d'assurer des déphasages égaux sur les deux directions de propagation. Cette combinaison d'effets non réciproques engendre un dispositif réciproque sans devoir renverser la direction de magnétisation. Des mécanismes alternatifs où la section ferrite variable est modulée par un quadra pôle magnétique transversal ont été également développés pour réduire les temps de commutation [40].

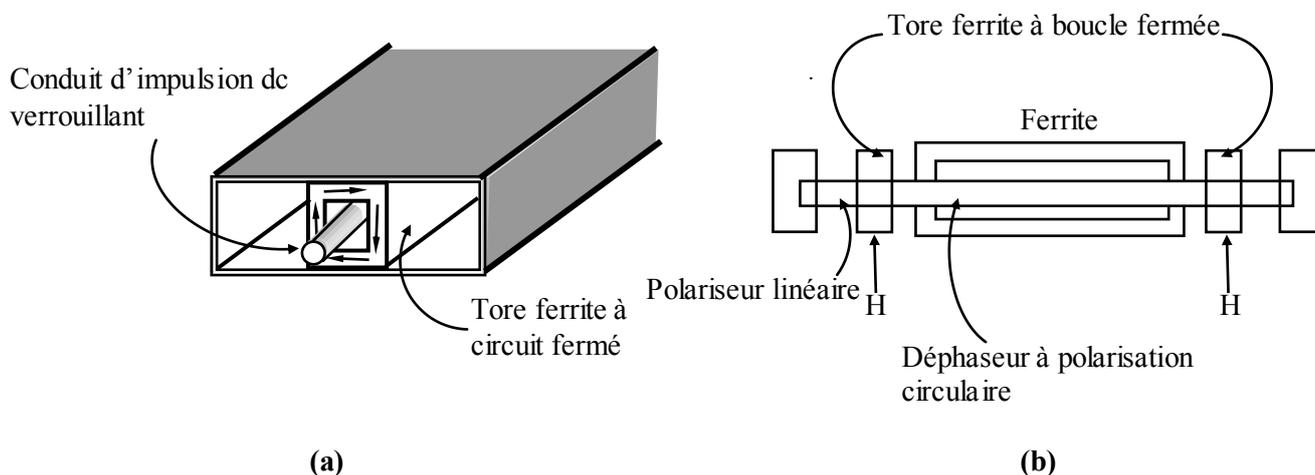


Fig. 10 Déphaseur Ferrite

(a) Déphaseur non réciproque.

(b) Déphaseur ferrite à mode duel.

La phase du champ circulaire est réciproque et elle est l'équivalent électrique d'un déphaseur "commutateur vanne" [42, 43]. Elle est employée dans des applications hautes puissances. Elle consiste en une interface entre un guide d'onde rectangulaire à circulaire, suivi d'un commutateur de polarisation linéaire à circulaire, d'une tige ferrite magnétisée transversalement (équivalente à une armature demi onde rotative), d'un commutateur de polarisation circulaire à linéaire et d'une interface guide d'ondes circulaire à, de nouveau, rectangulaire. Le ferrite central remplit le guide d'ondes circulaire et il est polarisé avec un champ quadra pôles transversal à un niveau qui crée un déphasage différentielle de 180° . Ce champ polarisant est produit par des enroulements de "sinus" et de "cosinus" placés sur une armature similaire au stator d'un moteur placé en dehors du mur métallique du guide d'ondes à côté du ferrite. Chaque bobine produit un champ magnétique quadra pôles transversal dans la tige ferrite, et ces bobines sont entrelacés tel que les axes principaux du champ quadra pôles peuvent être orientés à tout angle par un réglage adéquat des courants dans deux bobines. Le déphasage dépend de l'orientation effective des axes principaux de la tige magnétisée.

Pour des applications à puissance et vitesse élevées, un dispositif à deux armatures (fig. 1.11a), est utilisé [50]. Ces armatures ferrite sont glissées dans l'enceinte du guide d'ondes où des champs magnétiques RF sont polarisés circulairement dans le plan orthogonal au champ magnétique externe polarisant. L'application de ces champs magnétiques nécessite un emplacement de ces armatures ferrite à environ $1/3$ et $2/3$ de la largeur de guide d'ondes rectangulaire. La configuration de deux armatures utilisent deux aimants courts pour performer leur magnétisation (fig. 1.11b). Un bref temps de réponse au décalage du déphaseur nécessite une faible inductance de la bobine de l'aimant. Pour réduire cette inductance, la distance entre les armatures YIG doit être écourtée tout en maintenant un espacement adéquat pour minimiser les fuites du champ polarisant. Pour ce faire, on charge les armatures par des diélectriques [51].

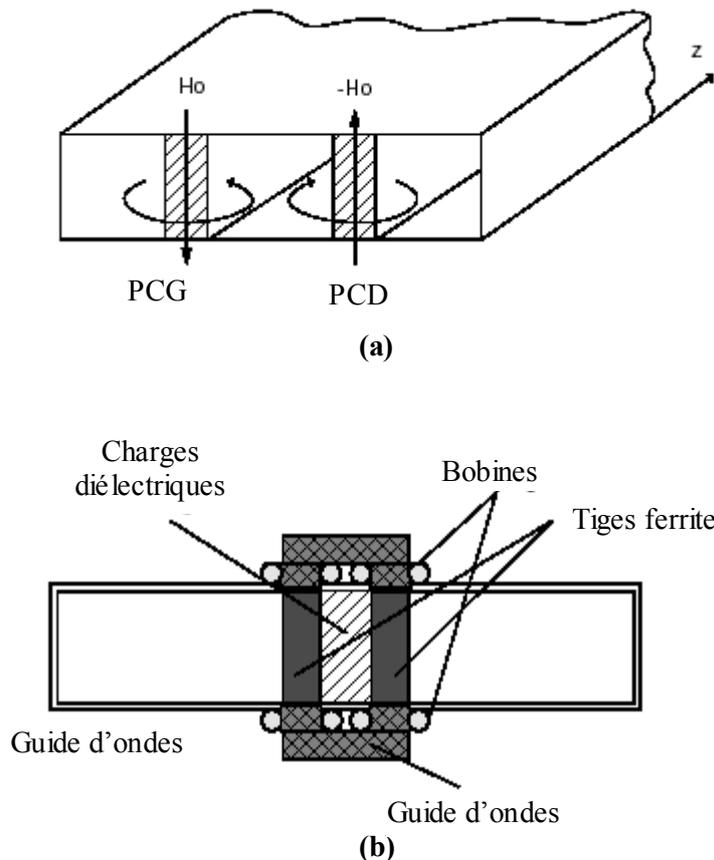


Fig. 1.11 (a) Deux champs magnétiques circulaires dans un guide ondes rectangulaire
 (b) Coup transversale du déphaseur à guide d'ondes.

1.3.3.2 Déphaseur électroniques

On distingue quatre configurations principales de déphaseurs électroniques (fig. 1,12) [45-48]. Dans ces déphaseurs, la commutation de phase repose sur l'utilisation soit d'une diode p-i-n, d'un transistor à effet de champ (TEC), d'un transistor GaAs [52] ou d'un micro commutateur électromécanique (MCEM) [53-55]. Les déphaseur de la figure 1.12(a) et (b) utilisent des commutateurs pour le choix d'une des deux longueurs de lignes de transmission. Dans le cas de la ligne transmission de la figure 1.12(c) chargée périodiquement, la vitesse de phase augmente si les inductances sont connectées et diminue si les condensateurs sont connectés. La ligne quart d'ondes entre les éléments est employée pour une élimination partielle de la réactance d'inadaptation. Dans la figure 1.12(d), les éléments dans le circuit T sont choisis de sorte que la section est exactement adaptée quelque soit la position des interrupteurs formant un circuit passe-bas ou un circuit passe-haut. Ce circuit induit un retard de phase dans la position passe-bas et une avance dans la position passe-haut.

Les déphaseurs MCEM offrent une alternative dans les applications réseaux passifs où la puissance rayonnée par élément est relativement faible. En dépit de l'état encore immature de la technologie MCEM, un déphaseur de ce type à cinq bits avec une perte d'insertion de seulement 1 dB et d'une puissance d'un 1W a été réalisé. En raison de leur taille et poids réduits, des pertes d'insertion et d'une demande en puissance minimales, les déphaseurs MCEM occupent une place de choix dans des applications spatiales.

Les années 90 ont connu un développement des déphaseurs micro-onde à circuits monolithiques intégrés (MMIC) [56-65] pour les modules (T/R) (MTRs) en raison de leur

petite taille, vitesse de commutation élevée, basse puissance et bas prix. Leur perte d'insertion importante de l'ordre de 4 à 9 dB est acceptable du fait qu'ils sont montés du côté basse puissance de MTR et après l'amplificateur de réception à faible bruit.

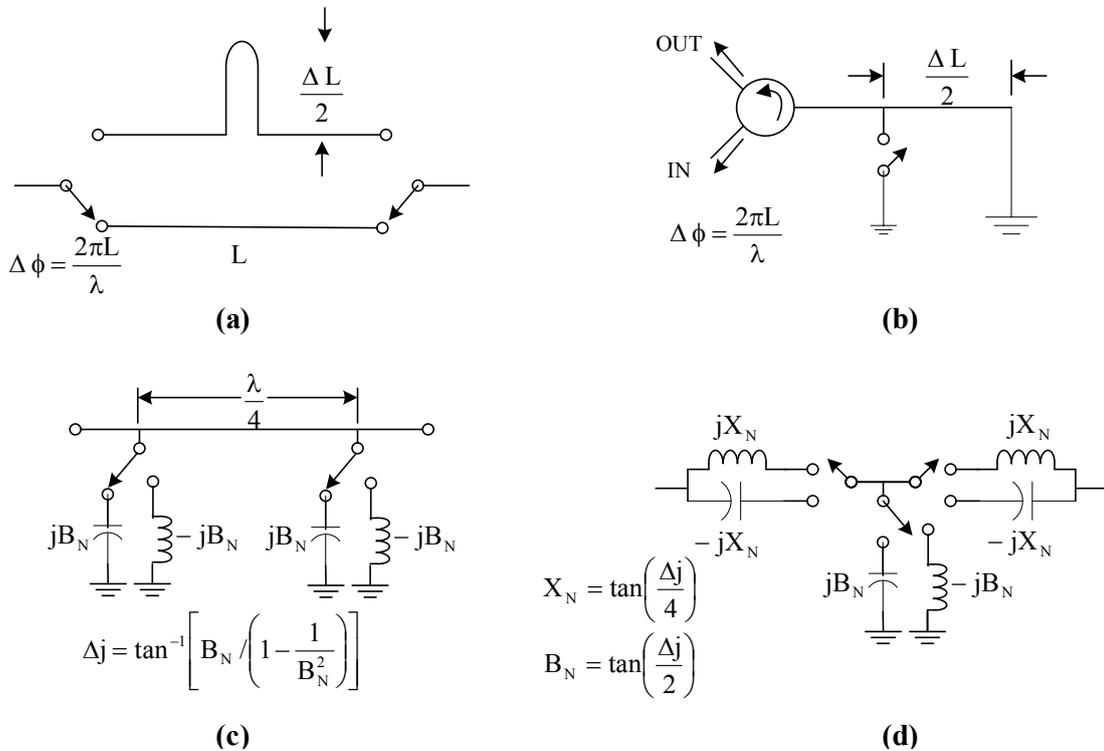


Fig. 1.12 Circuits commutateurs électroniques de déphaseurs.
(a) Déphaseurs à commutation de ligne **(b)** Déphaseur à réflexion .
(c) Déphaseurs à ligne chargée. **(d)** Déphaseurs passe-haut passe-bas.

1.4 Réseaux plans

Un réseau plan est un groupement d'éléments rayonnants suivant des alignements souvent orthogonaux bien que ceci ne soit pas indispensable. Ces alignements peuvent être situés dans un plan (réseaux plans) ou plaqués sur une surface non plane (réseaux conformes) [66].

Les réseaux plans (Fig. 1.13) offrent des variables additionnelles, par apport aux alignements, pour contrôler la forme du diagramme de rayonnement de réseau. Les réseaux plans sont plus versatiles et permettent d'obtenir des diagrammes symétriques avec des lobes secondaires faibles. On outre, ces réseaux ont la possibilité de balayer tous points dans l'espace.

1.4.1 Diagramme de rayonnement d'un réseau plan

La suite de notre travail sera consacrée aux réseaux plans de forme rectangulaire centré en O dans le plan xy . Ce réseau est constitué de K alignements de sources isotropes parallèles à l'axe des y et L alignements parallèles à l'axe des x . La taille de ce réseau est donc $T = K \times L$ (Fig. 1.13).

L'antenne A_{mn} d'ordre (m, n) est excitée par un courant de la forme

$$i_{mn} = I_{mn} e^{j\varphi_{mn}} \quad (m \text{ selon } x, \text{ et } n \text{ selon } y) \quad (1-16)$$

Pour obtenir un rayonnement maximum dans la direction (θ_0, ϕ_0) , la phase φ_{mn} doit être de

la forme

$$\varphi_{mn} = -mkd_x \sin \theta_0 \cos \phi_0 - nk d_y \sin \theta_0 \sin \phi_0 \quad (1-17)$$

Dans ces conditions, on montre aisément que le facteur de réseau s'écrit

$$E(u, v) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N i_{mn} e^{2j(mu+nv)} \quad (1-18)$$

avec

$$u = \frac{kd_x}{2} (\sin \theta \cos \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0) \quad (1-19.a)$$

$$v = \frac{kd_y}{2} (\sin \theta \sin \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0) \quad (1-19.b)$$

$$M = \frac{K-1}{2} \quad \text{et} \quad N = \frac{L-1}{2}$$

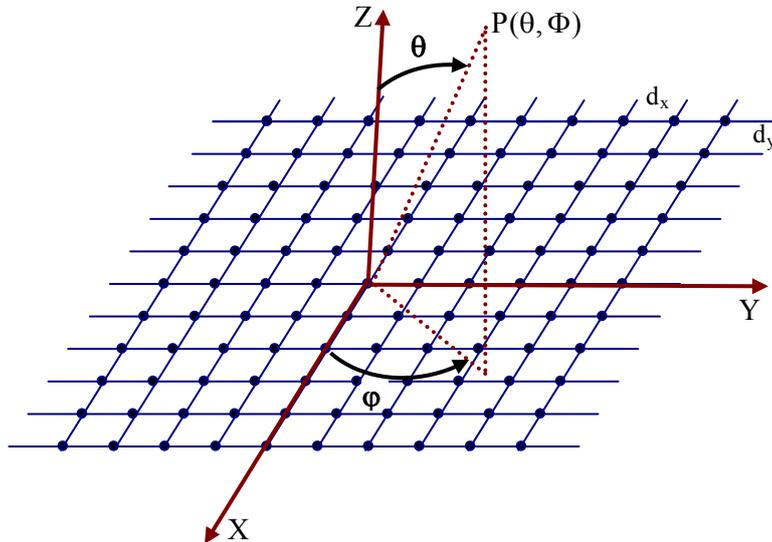


Fig. 1.13 Réseau plan rectangulaire d'espacement d_x selon la direction X et d_y selon la direction Y

Dans le cas d'une illumination à amplitude uniforme ($I_{mn} = 1$ par exemple), l'expression (1-18) devient

$$E(u, v) = \frac{\sin(Ku)}{\sin u} \cdot \frac{\sin(Lv)}{\sin v} \quad (1-20)$$

autrement dit, le facteur de réseau d'une configuration plane rectangulaire à excitation équiamplitude est égal au produit des facteurs de réseau des deux alignements disposés le long des axes x et y . On retrouve ainsi le principe de multiplication des diagrammes de rayonnement. Ce principe reste valable même pour les réseaux pondérés mais à excitation séparable ($I_{mn} = I_m I_n$). La figure 1.1 illustre le diagramme de rayonnement tridimensionnel d'un réseau rectangulaire à excitation uniforme.

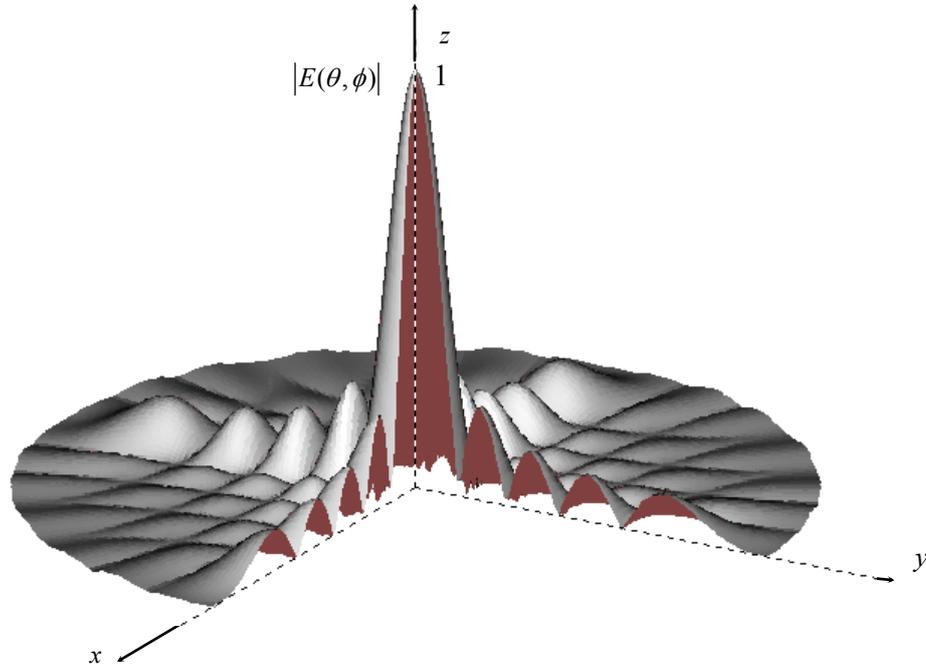


Fig. 1.14 Coupe de diagramme de rayonnement d'un réseau carré uniforme
 $K = L = 10$ et $d_x/\lambda = d_y/\lambda = 0.5$

1.4.2 Angle d'ouverture

L'angle d'ouverture du diagramme de rayonnement d'un réseau plan, ayant comme direction de rayonnement maximum (θ_0, ϕ_0) , est défini par la relation

$$|E(\theta, \phi)| = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|}{\sqrt{2}} \quad (1-21)$$

Pour le calculer, il faut déterminer les angles d'ouverture dans deux plans perpendiculaires, l'un vertical et l'autre horizontal.

En prenant $\phi = \phi_0$ comme plan vertical, on obtient un angle d'ouverture à 3 dB en résolvant l'équation

$$\left| \frac{\sin(K \cdot u_3)}{\sin(u_3)} \right| \times \left| \frac{\sin(L \cdot v_3)}{\sin(v_3)} \right| = \frac{K \times L}{\sqrt{2}} \quad (1-22)$$

avec $u_3 = \frac{kd_x}{2} \cos \phi_0 (\sin \theta_3 - \sin \theta_0)$ et $v_3 = \frac{kd_y}{2} \sin \phi_0 (\sin \theta_3 - \sin \theta_0)$

Dans le cas d'un réseau carré ($K = L$) et $\phi_0 = \tan^{-1}(d_x/d_y)$, on a $u_3 = v_3$ et l'angle d'ouverture est alors

$$\theta_3 = \sin^{-1} \left[\sin \theta_0 + \frac{2u_3}{kd_x \cos \phi_0} \right] - \sin^{-1} \left[\sin \theta_0 - \frac{2u_3}{kd_x \cos \phi_0} \right] \quad (1-23)$$

Dans le cas des réseaux de grande taille, (1-23) peut s'écrire, avec une bonne approximation, comme suit [67]

$$\theta_3 \cong \frac{4u_3}{kd_x \cos \theta_0 \cos \phi_0} = \frac{2\lambda u_3}{\pi d_x \cos \theta_0 \cos \phi_0} \quad (1-24)$$

On procède d'une manière analogue pour le calcul de l'angle d'ouverture dans le plan vertical en prenant $\theta = \theta_0$.

L'équation paramétrique (1-21) décrit un contour elliptique [4]. A la surface hachurée (Fig. 1.14), indépendante de ϕ , délimitée par ce contour, correspond l'angle d'ouverture à 3 dB (en Stéradian).

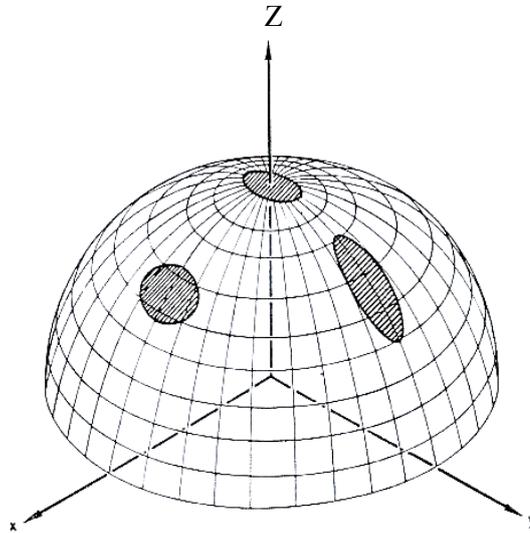


Fig. 1.14 Surfaces correspondantes aux angles d'ouverture à 3 dB (en stéradian) de différents faisceaux [5]

1.4.3 Espacement maximum entre éléments – Lobes d'ambiguïté

La courbe de la figure 1.15 montre que pour assurer un balayage important, il faut réduire l'espacement d tout en prenant la précaution de ne pas dépasser une certaine valeur qui risque de provoquer le phénomène de couplage. En effet, un espacement suffisamment large provoque l'apparition d'un deuxième lobe (lobe d'ambiguïté) dans le diagramme de

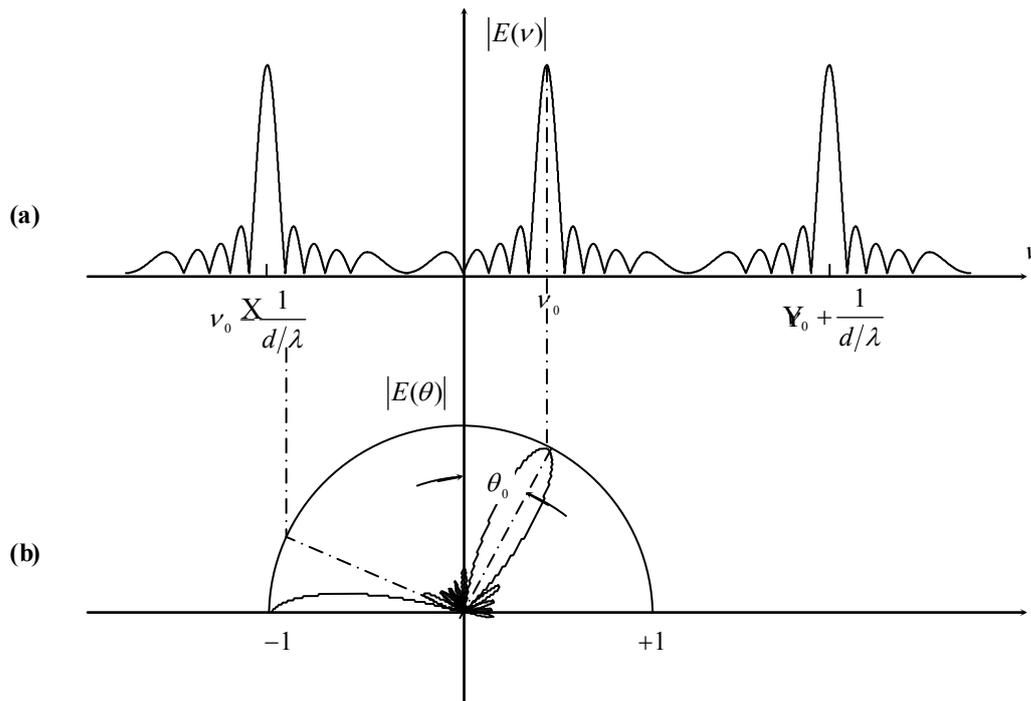


Fig. 1.15 : Position des lobes d'ambiguïté dans le diagramme de rayonnement θ_0 et d fixés. **a)** en cartésien **b)** en polaire

rayonnement.

Lorsque l'argument de $E(\theta, \phi)$ est égal à un multiple de 2π , les positions de lobes d'ambiguïté sont définies par

$$\begin{cases} \sin \theta \cos \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0 = \frac{\lambda}{d_x} \cdot p \\ \sin \theta \sin \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0 = \frac{\lambda}{d_y} \cdot q \end{cases} \quad p, q = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-25)$$

Afin de déterminer les espacements d_x et d_y à ne pas dépasser sous peine d'apparition des lobes d'ambiguïté, il est plus aisé de travailler dans le plan $\mu\xi$ (développé par Aulock en 1960) dont les coordonnées sont définies par [18]

$$\mu = \sin \theta \cos \phi \quad (1-26a)$$

$$\xi = \sin \theta \sin \phi \quad (1-26b)$$

L'espace visible est alors délimité par le cercle unité (Fig. 1.16) et défini par

$$\mu^2 + \xi^2 = 1 \quad (1-27)$$

Les lobes d'ambiguïtés sont alors espacés uniformément de λ/d_x et λ/d_y respectivement selon les axes μ et ξ . Lors du balayage du lobe principal, le point correspondant à ce dernier, défini par les coordonnées $(\sin \theta_0 \sin \phi_0, \sin \theta_0 \cos \phi_0)$ dans le plan $\mu\xi$, varie dans le cercle unité. Il faut limiter les variations de ce point afin qu'un point représentant un lobe d'ambiguïté ne puisse pénétrer dans le cercle. Cette condition est traduite par les relations

$$\begin{cases} \frac{d_x}{\lambda} < \frac{1}{1 + \sin \theta_0} \\ \frac{d_y}{\lambda} < \frac{1}{1 + \sin \theta_0} \end{cases} \quad (1-28)$$

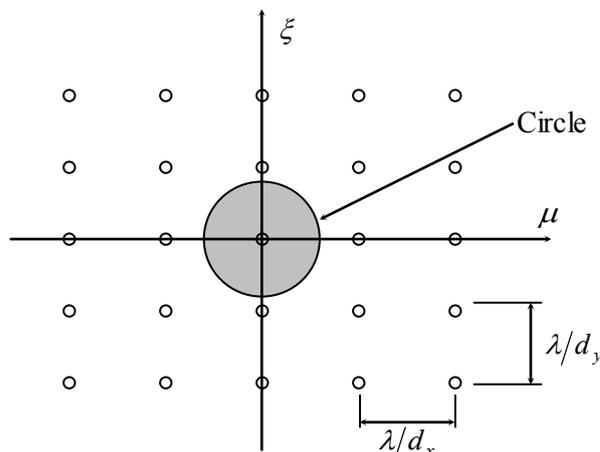


Fig. 1.16 : Lobes d'ambiguïté dans le plan $\mu\xi$

1.4.4 Directivité d'un réseau plan

La directivité d'une antenne dans la direction de rayonnement maximum θ_0 est définie comme étant le rapport de la puissance maximale rayonnée par angle de solide sur la puissance moyenne rayonnée par l'antenne (c-a-d la puissance total rayonnée divisée par 4π) donnée par [68]

$$D_0 = D(\theta_0, \phi_0) = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} |E(\theta, \phi)|^2 d\Omega} \quad (1-29)$$

avec $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$

Dans le cas où l'alimentation est séparable, le calcul de la directivité est analogue à celui des alignements [22] en vertu du principe de multiplication des diagrammes de rayonnement. Dans le cas contraire, le calcul est trop complexe et nécessite une intégration numérique. Cependant, pour des réseaux de grande taille, la quasi-totalité de la puissance rayonnée est concentrée dans le lobe principal. Le calcul de la directivité des ces réseaux est donc similaire à ce lui de d'une ouverture rayonnante rectangulaire qui s'écrit [68]

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cos\theta_0 \frac{\left| \iint_A I(x, y) dx dy \right|^2}{\iint_A |I(x, y)|^2 dx dy} \quad (1-30)$$

où A est la surface de l'ouverture.

L'utilisation de l'inégalité de Schwarz

$$\left| \int fg dx dy \right|^2 \leq \int f^2 dx dy \int g^2 dx dy$$

où f et g sont deux fonctions réelles, permet d'écrire (1-30) sous la forme

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \cdot \eta \cdot \cos\theta_0 \quad (1-31)$$

Les termes η , A , $\eta \cdot A$ dénotent respectivement le rendement, la surface physique et l'aire équivalente de l'ouverture.

Les intégrales intervenant dans l'équation (1-30) peuvent s'exprimer avec une bonne approximation comme suit :

$$\begin{aligned} \int_A I(x, y) dx dy &\cong \sum_m \sum_n I_{mn} d_x d_y \\ \int_A |I(x, y)|^2 dx dy &\cong \sum_m \sum_n |I_{mn}|^2 d_x d_y \end{aligned}$$

avec $I_{mn} = I(m \cdot d_x, n \cdot d_y)$.

Dans ces conditions on obtient une expression, aisément utilisable, de la directivité sous la forme

$$D(\theta_0, \phi_0) = 4\pi \cdot \eta \cdot T \frac{d_x \cdot d_y}{\lambda^2} \cos\theta_0 \quad (1-32)$$

où $T = K \times L$ représente la taille du réseau. Le rendement η dépend de la distribution des amplitudes.

1.4.5 Couplage mutuel entre éléments

Le rayonnement d'un élément de réseau d'antennes est différent que si l'élément est isolé à cause des effets de couplage mutuel. Dans les sections précédentes, nous avons supposé que les distributions de courant sur les éléments diffèrent seulement par l'amplitude et la phase

d'un élément à l'autre. En pratique, cette supposition est erronée dans le cas des réseaux finis car le couplage entre éléments affecte les distributions de ces courants. En effet, Les éléments centraux se situent dans un environnement différent que celui des éléments de bord, et ont donc de différentes distributions de courant qui varient en fonction de la fréquence et l'angle de balayage. Dans ces conditions, les caractéristiques de rayonnement du réseau doivent être déterminées à partir de non seulement du facteur de réseau mais aussi des paramètres de chaque élément. La procédure pour déterminer la distribution de courant est très complexe et exige souvent la résolution d'une multitude d'équations intégrale ou intégral-différentielles simultanées. Ces équations ont été résolues seulement pour certains cas idéals.

Dans le cas de réseaux large où le nombre d'éléments de bord est beaucoup moins que le nombre total d'éléments, il est commode de l'assimiler à un réseau infini pour déterminer les caractéristiques d'un élément individuel du réseau qui tiennent compte des effets de couplage mutuel. En effet, dans un réseau infini, l'environnement est similaire pour l'ensemble des éléments. Mis à part la phase, la distribution du courant est identique sur tous les éléments et le diagramme de réseau est le produit de facteur de réseau par le facteur d'un élément. Cependant, il est plus commode de définir un facteur de réseau par apport à la puissance rayonnée plutôt que le champ électrique. En définissant ce facteur, il est supposé que les éléments du réseau sont alimentés par une puissance incidente identique. En effet, cette supposition correspond étroitement à la plupart des réseaux micro-ondes.

Le facteur d'un élément de réseau, $g_r(\theta, \phi)$, est défini comme étant le diagramme de puissance rayonnée obtenue lorsque seul cet élément est alimenté par une source de puissance et tous les autres éléments sont terminés par l'impédance de générateur adapté à la ligne de transmission d'alimentation [17]. Ce facteur d'élément de réseau, également désigné sous le nom de *embedded-element factor*, contient tous les effets de couplage mutuel sur tous les angles de balayage.

Dans les réseaux de grandes tailles, nous supposons que tous les éléments ont des diagrammes identiques et sont excités par des courants de même amplitude. Le principe de superposition peut être utilisé en considérant la puissance disponible au niveau des générateurs alimentant les éléments pour écrire

$$G_r(\theta, \phi) = Ng_r(\theta, \phi) \quad (1-33)$$

où $G_r(\theta, \phi)$ dénote le gain réalisé par l'antenne dans la direction (θ, ϕ) quand les éléments sont excités pour qu'ils s'additionnent dans cette direction, $g_r(\theta, \phi)$ le gain réalisé dans la même direction si l'élément est isolé et, N le nombre d'éléments du réseau.

En raison des pertes et de l'inadaptation d'impédance, le gain réalisé par l'antenne est inférieur à son gain directif sans ces effets. Si l'on suppose qu'il n'y a aucune perte au niveau de l'antenne et des lignes d'alimentation et on considère seulement l'inadaptation, le rapport du gain réalisé par l'antenne $G_r(\theta, \phi)$ sur le gain directif du réseau $G_d(\theta, \phi)$ est donné par

$$\frac{G_r(\theta, \phi)}{G_d(\theta, \phi)} = 1 - |\Gamma(\theta, \phi)|^2 \quad (1-34)$$

où $\Gamma(\theta, \phi)$ dénote le coefficient de réflexion actif quand tous les éléments sont alimentés par des sources de puissance constante avec des phases appropriées au balayage (θ, ϕ) . Ainsi, les effets de couplage mutuel peuvent être exprimés sous forme de coefficient de réflexion équivalent qui est approximativement le même pour tous les éléments d'un réseau de grand taille.

Pour des ouvertures plus larges que la longueur d'onde, le gain directif maximal d'un réseau planaire uniformément alimenté sans lobes d'ambiguïté sur la surface de l'ouverture du réseau est

$$G_d(\theta, \phi) = \left(\frac{4\pi NA}{\lambda} \right)^2 \cos(\theta) \quad (1-35)$$

où A est la surface associée à chaque élément ($d_x d_y$ pour le réseau rectangulaire) et (θ, ϕ) la direction où l'ensemble des éléments s'additionnent en phase [4, 14]. Les équations (1-33) et (1-35) donne l'expression du facteur d'élément

$$g_r(\theta, \phi) = \left(\frac{4\pi d_x d_y}{\lambda^2} \right) \cos(\theta) [1 - |\Gamma(\theta, \phi)|^2] \quad (1-36)$$

L'équation (1-36) est intéressante du fait qu'elle intègre deux conditions de fonctionnement d'un réseau. Le facteur d'élément du réseau est obtenu en excitant un seul élément à la fois avec tous autres éléments terminés par leur impédance de générateur. Le coefficient de réflexion actif est déterminé quand tous les éléments du réseau sont excités avec les phases appropriées pour orienter le faisceau dans la direction (θ, ϕ) et indique une mesure de puissance réfléchi par un élément.

Le couplage mutuel entre les éléments d'un réseau et son effet sur le gain de l'antenne ainsi que le coefficient de réflexion actif sont inclus dans le facteur d'élément du réseau. Une approximation de ce facteur peut être mesurée en excitant un élément central d'un réseau fini ayant un nombre d'éléments suffisamment grand où elle peut être déterminée par la mesure de $\Gamma(\theta, \phi)$ sur un nombre d'angles balayage limité à l'aide d'un simulateur guide d'ondes. $\Gamma(\theta, \phi)$ peut être aussi évalué en utilisant un modèle numérique de simulateur guide d'onde [69-70].

1.5 Éléments rayonnants

Plusieurs types d'éléments rayonnants sont dans les réseaux phasés comme cellules élémentaires. Six des plus largement répandus sont : dipôles au dessus d'un plan de masse, guides d'ondes ouverts, cornés multi modes, guides d'ondes diélectriques circulaires, éléments rayonnants évasés d'entaille et patches microruban. La bande passante, l'angle de balayage maximum, la polarisation, l'auto signature du radar, l'environnement d'installation et le coût de fabrication sont quelques facteurs qui doivent être pris en compte dans le choix du type de l'élément rayonnant [71].

Un dipôle au-dessus du plan de masse est la configuration la plus simple et économique avec cependant une bande passante limitée. Les guides d'ondes ouverts au dessus du plan de masse ont une bande passante acceptable et pouvant être élargie en utilisant un guide d'onde rugueux. Dans les applications de communication Terre-satellite où la polarisation duelle est exigée et un espacement large entre éléments est possible, des cornés carrées multi modes sont utilisés.

Le guide d'ondes diélectrique circulaire excité avec une paire de dipôles orthogonaux est utilisé dans les radars (GBR) pour une polarisation duelle. Le guide circulaire est chargé avec un diélectrique pour réduire la taille de l'élément rayonnant afin contrôler l'espacement serré exigé par le réseau.

Comme les systèmes radar nécessitent une bande passante large, l'élément rayonnant évasé d'entaille est sélectionné dans ces applications. De multiples octaves de bande passante sont possibles avec l'élément évasé d'entaille. Des éléments rayonnants évasés d'entailles métalliques précis sont développés pour répondre aux exigences accrues de l'uniformité dans les ouvertures auto signatures petites (fig. 9 dans réf. [71]).

Dans les applications où on a résoudre un problème d'encombrement ou d'aérodynamique, la technologie microruban est tout indiquée [72-73]. Dans les sections suivantes, cette technologie, ces avantages et inconvénients et son application dans les réseaux phasés sont développés en détail.

1.6 Antennes microrubans

Depuis l'avènement des antennes microrubans il y'a de cela quatre décennies [74, 75], leur champ d'application s'est considérablement élargi durant les deux dernières décennies particulièrement dans le domaine militaire. En raison de leur caractère planaire fin ($0,01\lambda$ à $0,05\lambda$), les antennes imprimées sont largement utilisées sur des engins aéronautique militaires, missiles, fusées et satellites. Dans le civil, l'utilisation des antennes microrubans n'a pas été aussi rapide, principalement a cause de leur coût élevé. En effet, pendant les premières années, les coûts du matériau du substrat de l'antenne, sa conception et son processus de fabrication n'étaient pas compétitifs comparés à l'antenne monopole, hélice, corné ou au réflecteur parabolique. Par exemple, les communications terrestres traditionnelles n'assuraient pas l'intégration de l'antenne microruban dans leurs systèmes. Cependant, la dernière décennie a connu une chute sensible des couts de reviens des antennes microrubans. Ceci est du à la maturité de la technologie des antennes microrubans, la baisse des prix du matériau du substrat et du processus de fabrication et la facilité dans la conception introduite par les outils nouvellement développés tel la conception assistée par ordinateur (CAO). Ainsi, les applications courantes de communication par satellite bénéficient considérablement des tailles et profils minimes des antennes microrubans. Par exemple, dans un système UHF de communication cellulaire terrestre, avec l'abondance de puissance RF et d'antennes pour ses stations de base, l'unité mobile peut opérer correctement avec une antenne monopole à gain faible sans aucun souci sur la marge minime de ce gain. Cependant, à cause des capacités limitées des batteries solaires et des tailles minimes de leurs antennes, le développement d'antennes de communications sur la bande L [76] sur les engins aérospatiaux nécessitent des antennes à gain élevé de l'ordre de 10 dBi. Pour couvrir une région d'élévation de 20° à 60° au-dessus de l'horizon avec un tel gain, une antenne comme un corné, une hélice ou un réseau de monopole est trop encombrante pour être montée sur l'engin. Cependant, un réseau d'antennes imprimées offre non seulement un aspect esthétique satisfaisant mais implique également de faible coût de fabrication particulièrement quand il est produit en série.

1.6.1 Techniques de bases

Dans ce qui suit, nous allons présenter les aspects techniques des antennes imprimés, les outils de conception et de fabrication assistées par ordinateur et les matériaux utilisés comme substrat diélectriques.

1.6.1.1 Caractéristiques d'une antenne microruban

Une antenne microruban (fig. 1.17) [77, 78] se compose d'un dépôt (ou d'un réseau de dépôts) métallique rayonnant sur une face d'un substrat diélectrique mince (d'épaisseur de l'ordre de $0,01$ à $0,05\lambda$), avec le plan de masse sur l'autre face. L'élément rayonnant (patch) consiste en une lame de cuivre ou une lame de cuivre galvanisé avec un métal non corrosif, tel que l'or, l'étain ou le nickel. Le patch peut prendre plusieurs formes (comme montré en chapitre 1 de réf. [72]); les plus populaires sont la forme rectangulaire et circulaire. Le matériau du substrat pour un réseau d'antennes doit avoir une perte d'insertion faible et une tangente de perte (également appelée facteur de dissipation) inférieur à 0,002.

De façon générale, les matériaux du substrat [77] sont groupés en trois catégories:

- (1) avec une constante diélectrique relative de 1.0 à 2.0. Ce matériau peut avoir la forme d'air, de mousse de polystyrène ou *de nid d'abeille*.
- (2) avec une constante diélectrique relative de 2,0 à 4,0 (ex : Téflon).
- (3) avec une constante diélectrique relative entre 4 et 10 comme la céramique, le quartz ou l'alumine. D'une façon générale, la tendance est que plus la constante diélectrique du

substrat est faible, plus le coût d'antenne et la perte d'insertion sont réduits.

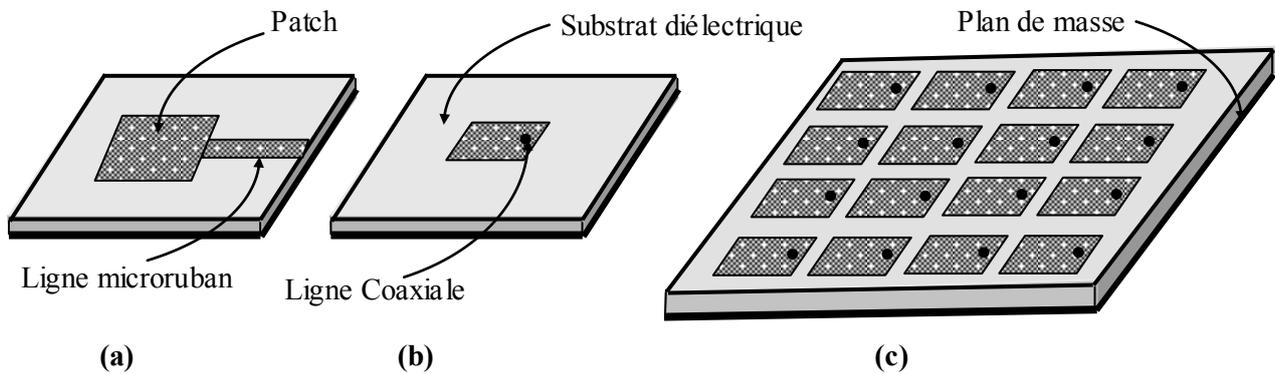


Fig. 1.17 Structures d'antenne microruban.

- (a) Alimentation par ligne microruban;
- (b) Alimentation coaxiale;
- (c) Réseau microruban.

Une antenne microruban est généralement excitée par une ligne de transmission microruban ou par une sonde coaxiale (fig. 1.17(a) et 1.17(b)). Dans un réseau microruban, les patches peuvent être interconnectés par des lignes microruban situées sur le côté des patches ou avec des lignes microruban ou ruban (*strip line*) sur une couche séparée placée derrière le plan de masse. Dans cette dernière configuration, les patches électriquement connectés à leurs lignes d'alimentation par des postes métalliques minces ou par des fentes de couplage à ouverture [79]. Dans un réseau microruban, des dizaines, voire des centaines, de patches peuvent être fabriquées suivant un procédé de gravure simple et économique. En d'autres termes, les éléments du réseau sont fabriqués simultanément à l'inverse d'autres types d'éléments rayonnants. Comparée aux antennes conventionnelles telles que l'hélice, le corné et le réflecteur, une antenne microruban présente les avantages suivants:

- (1) Le profil extrêmement bas de l'antenne microruban la rend légère et moins encombrante. Elle peut être aisément montée sur une surface courbée de sorte qu'elle soit esthétiquement attrayante et aérodynamiquement sensée.
- (2) En grandes quantités, les antennes simples et les réseaux à plusieurs patches peuvent être fabriquée suivant un processus simple de gravure (*etching*) réduisant sensiblement leurs coûts de revient.
- (3) Le fonctionnement à double fréquence est possible en employant les patches stratifiés [80] ou un patch chargé par une diode [81] ou par un stub [82].

Les inconvénients d'une antenne microruban sont:

- (1) L'antenne est une structure à une bande passante étroite (généralement inférieure à 3%). Cependant, avec la disponibilité d'outils technologiques performants, des techniques produisant des bandes passantes allant jusqu'à **15 à 20** pour cent ont été élaborées. Celles-ci utilisent des patches parasites empilés, des substrats plus épais, des circuits d'adaptation externes [83], un arrangement séquentiel de rotation [84, 85] ou un couplage parasite planaire [72, 86], etc.
- (2) En raison de l'épaisseur du substrat constituant la distance entre l'élément rayonnant et le plan de masse, (équivalents à une petite distance entre deux électrodes), l'antenne microruban ne peut supporter que des puissances RF relativement basses. De façon générale, celle-ci est limitée à quelques centaines de watts. Cependant, suivant les épaisseurs du substrat et du métal et la fréquence de fonctionnement, des puissances de

quelques kilowatts dans la bande x ont été rapportés [87]. Il convient de noter que la puissance dans les applications spatiales est généralement inférieure à celle des applications terrestres, en raison du claquage multi emballage [88].

- (3) Le réseau microruban a généralement une perte ohmique plus importante que celle des autres types d'antennes d'ouverture équivalente comparable. Celle-ci se produit généralement dans le substrat diélectrique et le conducteur métallique des diviseurs de puissance. Il est à noter qu'un patch microruban encourt de très faible perte parce qu'il est seulement de longueur demi-longueur d'onde. La perte dans le diviseur du réseau microruban peut être minimisée en employant les techniques d'alimentation série [78, 89], des diviseurs combinant des guides d'ondes et des lignes microruban, un substrat de nid d'abeilles, etc.

1.6.1.2 Conception assister par ordinateur (CAO)

Il y a 15 à 20 ans, le choix d'outils de développement de dispositifs microruban (logiciels CAO) était limité et leur prix excessivement chers. En conséquence, on procédait par tâtonnement dans la fabrication de circuits microruban nécessitant un temps d'élaboration long, un coût de revient de l'antenne élevé et une inexactitude dans la prévision des performances. Cette situation a évolué sensiblement depuis suite au développement significatif des performances des ordinateurs et la disponibilité d'une variété d'outils CAO. Nous rappelons qu'un réseau microruban est constitué principalement de deux composants: (1) le diviseur de puissance à base de lignes microruban et, (2) les éléments rayonnants microruban. La plus part de ces logiciels concernait l'étude et la conception de lignes microruban, parce qu'ils n'ont pas été développées seulement pour ce type d'antennes, mais leur utilisation virait plutôt vers la conception de composants d'émetteurs et de récepteurs, tels que les filtres, les hybrides, les coupleurs directifs, etc. Des exemples de ces outils sont *Touchstone Supercompact*, *Midas*, *LINMAC*, etc. Seuls quelques logiciels CAO ont été dédiés à la conception à la fois de circuit à lignes microruban et de patches rayonnants. Parmi ces outils nous citons le *Micpatch* développé en Suisse utilisant la technique de ligne de transmission multi port, l'*Ensemble* développé par Boulder Microwave Inc. au Colorado basé sur la technique d'équation intégrale [90] et le *Micropatch* développé par l'université du Colorado utilisant la technique de segmentation multi port [91]. Ces outils ne se limitaient pas à la conception de réseaux d'antennes mais leur application s'étendait également à l'étude et à la détermination de leurs caractéristiques radioélectriques (impédance d'entrée, diagrammes de rayonnement, rendement, etc.). Les effets de couplage mutuels entre éléments sont aussi pris en compte par cette analyse.

Il convient de noter que du fait que les lignes microruban ont des bandes passantes relativement large ($>10\%$), tous ces outils CAO peuvent généralement être utilisés avec succès pour concevoir le diviseur de puissance du réseau microruban dès la première itération. Cependant, en raison de la bande passante étroite des patches rayonnant ($<3\%$), leur traitement par l'outil CAO nécessite généralement une à deux itérations pour que l'élément résonne effectivement à la fréquence désirée. L'inexactitude dans la spécification des paramètres du matériau par les fabricants (constante diélectrique du substrat, etc.) et les tolérances de fabrication indéfinies sont les deux causes principales du nombre d'itérations nécessaire à la conception. Néanmoins, les outils CAO ont réduit le temps de conception d'un réseau nécessitant quelque mois avec les méthodes par tâtonnement à quelque semaines voire, quelques jours. Particulièrement, aux fréquences millimétriques, en raison de dimensions extrêmement petites des patches, la conception ne peut pas aboutir par la méthode de tâtonnement en utilisant un couteau; chaque itération doit donc être effectuée par un processus complet de gravure. Ainsi, les outils CAO, jouent un rôle décisif dans la conception de réseaux microruban.

Une fois la CAO accomplie, un film photographique reflétant la géométrie du réseau est produit par la technique optique très précise. Ce film photographique est alors plongé dans des solutions chimiques afin d'effectuer une reproduction réelle du réseau microruban sur une plaquette substrat métallisée sur les deux faces. Ce procédé peut être automatisés [78] pour une production série de réseaux de grandes tailles en temps record à l'opposé des méthodes de fabrication d'autres antennes (corné, hélice, etc.).

1.6.1.3 Matériaux

L'objectif principal du substrat diélectrique d'une antenne microruban est de fournir un support mécanique pour les éléments rayonnements. Il existe plusieurs types de matériaux du substrat. Comme noté dans la section 1.6.1.1, la constante diélectrique relative de ces matériaux se situe entre 1 et 10. Le matériau le plus utilisé est à base de Téflon ayant une constante diélectrique relative entre 2 et 3. Ce matériau, également appelé polytétrafluoroéthylène (PTFE), a une forme structurale très semblable à la fibre de verre (*glass fiber*) souvent employé pour les cartes numériques, mais avec une perte d'insertion très inférieure. Le choix du matériau du substrat dépend de l'application et doit tenir compte de son coût, de la perte d'insertion, de la stabilité thermique, de la constante diélectrique, etc. Pour les applications commerciales, le coût est probablement un des critères les plus importants et déterminants. A titre indicatif, une antenne simple ou un réseau de quelques éléments opérant à la limite inférieure du spectre micro-onde, tel que la bande L, peut être fabriquée à base de la fibre de verre économique tandis qu'un réseau de 50 éléments fonctionnant à 15 GHz peut se permettre l'usage d'un substrat à base de Téflon beaucoup plus coûteux, mais bénéficiant d'une perte d'insertion inférieure. Pour un réseau plus large opérant à des fréquences micro ondes inférieures, un substrat diélectrique de forme de nid d'abeilles peut constituer un choix adéquat pour minimiser la perte d'insertion, le poids de l'antenne et son coût de revient. La référence [78] rapporte une étude détaillée des matériaux diélectriques constituant le substrat.

1.6.2 Techniques d'alimentation de réseaux

L'excitation des éléments rayonnants joue un rôle très important lors de la conception d'un réseau microruban car elle peut modifier considérablement ces caractéristiques de rayonnement. En effet, par sa position, elle détermine l'adaptation et par sa nature elle peut engendrer des phénomènes indésirables. Une large variété de mécanismes d'alimentation est disponible, non simplement pour fournir l'énergie aux différents éléments, mais également pour une distribution contrôlée de l'énergie pour le réseau linéaire ou planaire.

On distingue deux types d'alimentation de réseau microruban largement répandus. L'alimentation série dans laquelle un alignement de patches est interconnecté par une ligne microruban droite excitant ces éléments [92]. La figure 1.18(a) montre un réseau linéaire de ce type. Un réseau planaire est obtenu en imprimant plusieurs alignements en parallèle sur un même substrat et en connectant leurs points d'alimentation à une source commune (fig. 1.18(b)). Dans de tels réseaux, la longueur des lignes d'alimentation, et par conséquent les pertes du système d'alimentation, sont sensiblement réduites par rapport à un système d'alimentation incorporé. Le fonctionnement de ces réseaux est à celui des réseaux progressifs, et présentent l'inconvénient que le faisceau rayonné balayera avec la fréquence. Un taux de balayage de 1° par variation de fréquence de 1% est typique. Ce balayage peut être éliminé en utilisant la disposition de réseau montrée par la figure 1.18(c). Il est supposé dans ce cas que l'espacement entre les patches est tel qu'à la fréquence de travail tous les éléments sont excités en phase égale, et le réseau rayonne dans la direction transversale. En s'éloignant de la fréquence de fonctionnement, la phase d'excitation varie d'un élément à l'autre. Cependant, la symétrie du réseau fait que les deux faisceaux partiels produits par ses moitiés supérieure et

inférieure balayent dans des directions opposées avec des formes de diagrammes identiques. Par conséquent, le faisceau composé demeure aigu dans la direction transversale. Mais l'élargissement du faisceau se produira et par la suite causant une dissolution de diagramme. La largeur du diagramme de ces réseaux est limitée. Référence [93] présente une discussion détaillée de ce type de réseaux.

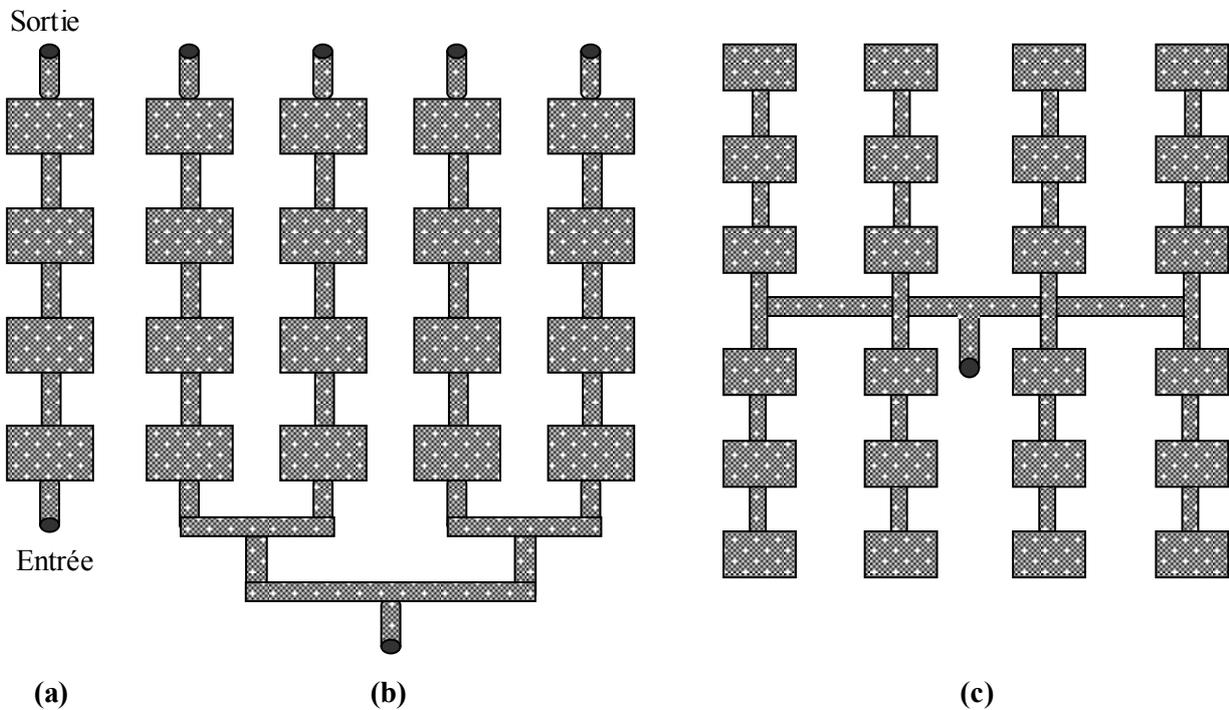


Fig. 1.18 Alimentation série des réseaux micro ruban.

- (a) Réseau Linaire;
- (b) Réseau planaire;
- (c) Réseau à balayage compensé.

Le second type de systèmes d'alimentation est l'alimentation parallèle, ou incorporée, qui a une entrée unique et de multiples lignes parallèles constituant les ports de sortie (fig. 1,19.) Chacune de ces lignes d'alimentation se termine par un élément de rayonnement individuel, et transfère donc toute son énergie à cet élément [94].

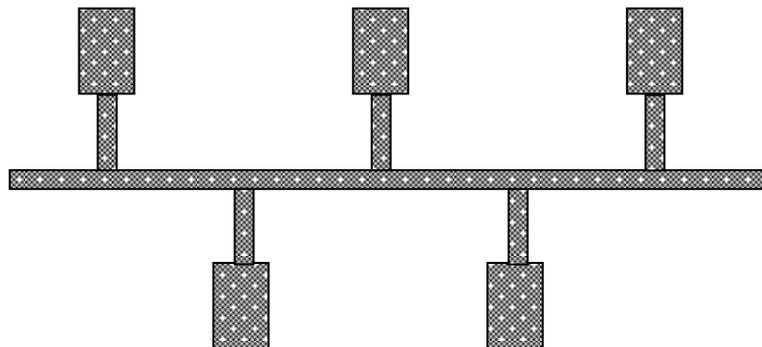


Fig. 1.19 Alimentation parallèle d'un réseau microruban.

D'autres configurations d'alimentation de réseaux microruban sont développées. On cite parmi elles, l'alimentation hybride [95] basée sur le système d'alimentation incorporé dans la quelle les pertes liées aux longues lignes d'alimentation sont réduites en subdivisant le réseau en sous réseaux disposés en parallèle à l'aide de diviseurs de puissance. Williams [96] a pu largement contrôlé la largeur du faisceau et les niveaux des lobes secondaires par une connexion diagonale des éléments microruban (fig. 1.20). Cette technique permet une forte densité d'emballage d'éléments tout en gardant tous les éléments de largeur, et produit des diagrammes effilants en employant un réseau alimenté par le centre. Alors que ceci est exigé pour des niveaux bas des lobes latéraux, le contrôle de la largeur de faisceau est réalisé en modifiant l'inclinaison des lignes d'alimentation. Ceci aide également à augmenter la résolution.

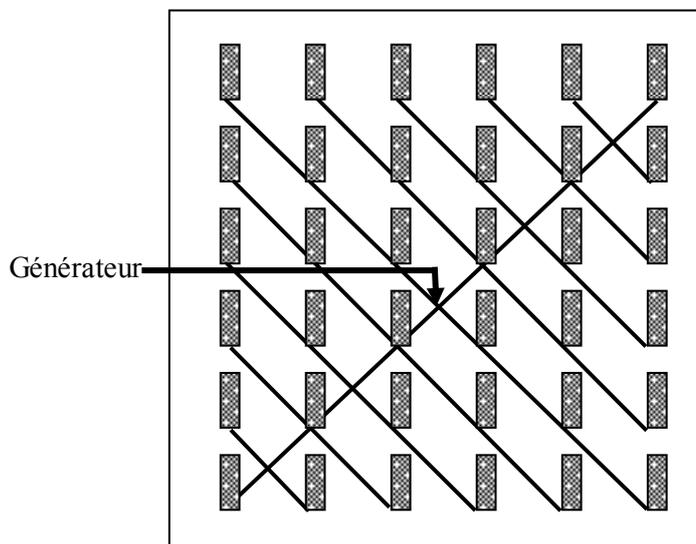


Fig. 1.20 Alimentation croisé d'un réseau microruban

RESEAUX CHEBYSHEV MODIFIES ET AUTO-CONVOLUES

2.1 Introduction

En raison des exigences des systèmes de communication moderne en matière de gain, sélectivité et directivité, les réseaux d'antennes semblent être les candidats les plus favorables qui peuvent remplir ces conditions. La synthèse de facteurs de réseaux a été largement étudiée pour réaliser la distribution de courant appropriée à chaque élément produisant le diagramme de rayonnement désiré. Malgré sa simplicité de réalisation, l'excitation uniforme offre une directivité élevée mais au détriment du niveau des lobes latéraux très élevé. Le réseau binomial, dans lequel la distribution des courants est déterminée à partir des coefficients de développement binomial ou de triangle du Pascal, concourt largement à la réduction de ces niveaux en contrepartie d'une dégradation de la directivité [97]. Dolph [98] a proposé une distribution de courants basée sur le polynôme de Chebyshev de première espèce produisant un compromis entre les réseaux uniforme et Binomial. En effet, le diagramme obtenu avec cette distribution a un niveau de lobe secondaire inférieur à celui d'un réseau uniforme et une meilleure directivité que celle d'un réseau binomial. Cependant, il a noté que le niveau uniforme des lobes secondaires de la distribution de Dolph Chebyshev est source d'un faible rendement du faisceau rayonné. Pour palier à ces problèmes, des alternatives basées sur les polynômes de Legendre [99] et de Chebyshev [100] ont été présentés. Celles-ci ont pour effet une diminution sensible et soutenue des niveaux de lobes secondaires et une augmentation de rendement de faisceau.

Taylor a présenté une autre méthode pour produire les lobes secondaires coniques (tapered lobes), désignés sous le nom méthode de Taylor (paramètre 1) [68]. Il a également présenté par la suite une autre méthode (méthode Taylor \bar{n}) de synthèse de diagramme de rayonnement de réseau [101]. Le résultat de fin commun pour les méthodes entières est la formation de faisceau. La forme du diagramme de rayonnement constitue l'objectif principal de ces méthodes. Dans le cas des réseaux planaires, la forme du diagramme est obtenue avec une distribution appropriée des amplitudes et des phases sur les éléments du réseau; ainsi, la transformée de Fourier d'une telle distribution est similaire au diagramme désiré. Au cours des années, plusieurs algorithmes ont été développés pour la synthèse de telles distributions [102-104]. La littérature a montré d'excellentes comparaisons entre les diagrammes désirés et ceux synthétisés. Cependant, le problème principal réside dans la réponse du réseau aux différents paramètres (fréquence, tolérance dans la fabrication, etc.).

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons exposer deux méthodes d'analyse de réseaux de Chebyshev. La première, appelée méthode conventionnelle, consiste à considérer des distributions de courant indépendantes dans les deux directions du réseau et appliquer ainsi la méthode classique de multiplication de diagrammes de rayonnement. Nous allons montrer que pour cette méthode, une configuration carrée offre de meilleures

performances qu'une géométrie rectangulaire de taille comparable. Toutefois, cette méthode conventionnelle donne des diagrammes de rayonnement optimaux uniquement dans les deux plans principaux. Pour les autres plans, les lobes secondaires sont effectivement réduits mais au détriment des lobes principaux assez larges. Ceci est dû au fait que la distribution des excitations est séparable [105]. La deuxième méthode, appelée méthode optimale, élaborée par Baklonov [104]. Cette méthode permet d'obtenir des diagrammes optimaux dans tous les plans verticaux. Cependant, il n'a traité que le cas d'un rayonnement transversal en supposant que les excitations sont équiphases.

L'objet de ce chapitre consiste à étendre la méthode optimale aux réseaux phasés à configuration rectangulaire ($K \times L$), en utilisant une nouvelle formulation du facteur de réseau, permettant d'englober sous forme d'une expression unique toutes les éventualités que peuvent prendre les valeurs des entiers K et L . Nous montrerons également que par rapport aux expressions classiques des amplitudes pondérées des excitations, un développement modal permet à la fois d'obtenir une réduction du temps de calcul et de meilleurs résultats, particulièrement pour les réseaux de grande taille. Du point de vue directivité, nous mettrons en évidence les meilleures performances d'un réseau carré par rapport à celles d'une géométrie rectangulaire de taille comparable. Ce développement permet d'obtenir une expression plus simple de la directivité.

Partie I

2. 2 Méthode conventionnelle pour les réseaux rectangulaires de Chebyshev

2. 2. 1 Diagramme de rayonnement

Considérons un réseau rectangulaire de $K \times L$ éléments identiques à espacement uniforme dans le plan xy (Fig. 2.1). Pour des raisons de simplicité, les amplitudes des excitations des éléments du réseau sont supposées symétriques par rapport aux axes x et y , et les phases sont ajustées de telle sorte que les éléments rayonnants soient équiphases dans la direction (θ_0, ϕ_0) (direction du rayonnement maximum). On peut écrire le facteur de réseau sous la forme [Annexe A]

$$E_{ee}(\theta, \phi) = F_{ee}(u, v) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N 4I_{mn} \cos[(2m-1)u] \cdot \cos[(2n-1)v] \quad (2-1)$$

pour un nombre d'éléments pair dans les deux directions ($K = 2M$, $L = 2N$), et

$$E_{oo}(\theta, \phi) = F_{oo}(u, v) = \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N+1} \varepsilon_{m-1} \varepsilon_{n-1} I_{mn} \cos[2(m-1)u] \cdot \cos[2(n-1)v] \quad (2-2)$$

pour $K = 2M + 1$, $L = 2N + 1$, et

$$E_{eo}(\theta, \phi) = F_{eo}(u, v) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} 2\varepsilon_{n-1} I_{mn} \cos[(2m-1)u] \cdot \cos[2(n-1)v] \quad (2-3)$$

pour $K = 2M$ et $L = 2N + 1$, et

$$E_{oe}(\theta, \phi) = F_{oe}(u, v) = \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^N 2\varepsilon_{m-1} I_{mn} \cos[2(m-1)u] \cdot \cos[(2n-1)v] \quad (2-4)$$

pour $K = 2M + 1$ et $L = 2N$, avec

$$u = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta \cos \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0) \quad (2-5.a)$$

$$v = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta \sin \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0) \quad (2-5.b)$$

$$\varepsilon_l = \begin{cases} 1, & \text{si } l = 0 \\ 2, & \text{si } l \neq 0 \end{cases} \quad (2-6)$$

où d est la distance entre deux éléments adjacents et λ la longueur d'onde, I_{mn} étant l'excitation de l'élément d'ordre (m,n) et les indices e et o signifiant pair (ang : even) et impair (ang : odd) respectivement.

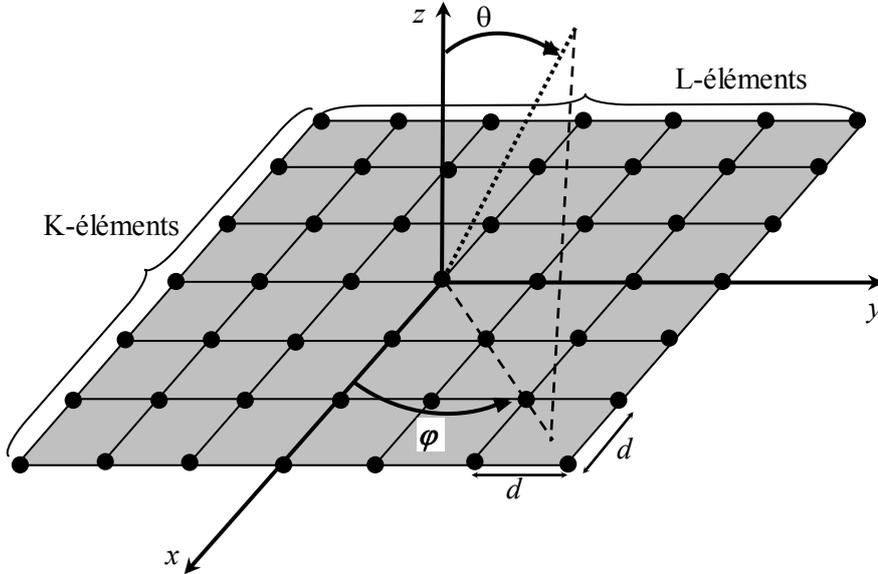


Fig. 2.1 Réseau rectangulaire à espacement uniforme

Les expressions (2-1), (2-2), (2-3), et (2-4) peuvent être écrites sous la forme générale

$$E(\theta, \phi) = F(u, v) = \sum_{m=1}^{M+r_K} \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_K \delta_{m-1})(2-r_L \delta_{n-1}) I_{mn} \cos[(2m-r_K-l)u] \cdot \cos[(2n-r_L-l)v] \quad (2-7)$$

$\delta_{p-q} = \delta_{pq}$, où δ_{pq} est le symbole de Kronecker, et

$$r_Q = \begin{cases} 0 & \text{if } Q \text{ is even} \\ 1 & \text{if } Q \text{ is odd} \end{cases} \quad \text{avec } Q = K \text{ or } L \quad (2-8)$$

La méthode conventionnelle pour la synthèse des réseaux rectangulaires de Chebyshev, consiste à écrire $F(u, v)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes de Chebyshev d'ordre $(K-1)$ et $(L-1)$, c'est-à-dire

$$F(u, v) = f_K(u) \cdot f_L(v) = T_{K-1}(w_0 \cos u) \cdot T_{L-1}(w_0 \cos v) \quad (2-9)$$

où w_0 étant un paramètre dépendant du niveau des lobes secondaires. Compte tenu des équations (2-7) et (2-9) et du fait que la distribution des excitations est séparables (indépendantes) dans les deux directions, on peut écrire

$$f_K(u) = T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{m=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{m-1}) I_m^K \cdot \cos[(2m-r_K-l)u] \quad (2-10)$$

$$f_L(v) = T_{L-1}(w_0 \cos v) = \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{n-1}) I_n^L \cdot \cos[(2n-r_L-l)v] \quad (2-11)$$

avec

$$I_{mn} = I_m^K \times I_n^L \quad (2-12)$$

L'approche conventionnelle, réduit donc la synthèse d'un réseau rectangulaire à celle de deux réseaux de Chebyshev linéaires et indépendants. Néanmoins, le diagramme obtenu est optimum uniquement dans les plans $u=0$, $v=0$, car les excitations ne sont pas produites selon la technique de Dolph- Chebyshev que dans ces deux plans.

L'équation (2-9) montre que le niveau du lobe principal, situé dans la direction (θ_0, ϕ_0) , et le niveau du premier lobe secondaire valent respectivement

$$T_{K-1}(w_0) \times T_{L-1}(w_0) \quad (2-13.a)$$

$$T_{K-1}(w_0) \quad (\text{dans le cas où } K \geq L) \quad (2-13.b)$$

et on peut donc déduire la relation donnant le facteur d'échelle w_0 en fonction du rapport R du niveau de lobe principal à celui du premier lobe secondaire par

$$R = T_{L-1}(w_0) = \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{n-1}) I_n^L \quad (2-14)$$

ou sous la forme

$$w_0 = \cosh \left[\frac{1}{L-1} \cosh^{-1} R \right] \quad (2-15)$$

2.2.2 Calcul de la distribution de courant

La distribution de courant du réseau est obtenue à partir des polynômes de Chebyshev introduits dans l'équation (2-9). Un polynôme de Chebyshev d'ordre $Q-1$ est défini par [2]

$$T_{Q-1}(w) = \begin{cases} \cosh[(Q-1) \cosh^{-1} w], & w > 1 \\ \cos[(Q-1) \cos^{-1} w], & w \leq 1 \end{cases} \quad (2-16)$$

ou encore sous la forme polynomiale

$$T_{Q-1}(w) = \sum_{m=1}^{P+r_Q} (-1)^{P-m+r_Q} \frac{2^{2m-r_Q-2} (2P+r_Q-1)}{P+m-1} \cdot C_{P+m-1}^{2m-r_Q-1} \cdot w^{2m-r_Q-1} \quad (2-17)$$

$$\begin{cases} P = M \text{ and } w = w_0 \cos u \text{ for } Q = K \\ P = N \text{ and } w = w_0 \cos v \text{ for } Q = L \end{cases} \quad \text{et} \quad C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Compte tenu de (2-17), l'expression (2-9) devient Annexe A

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \sum_{m=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{m-1}) \cdot b_m^K \cdot \cos[(2m-r_K-1)u] \times \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{n-1}) \cdot b_n^L \cdot \cos[(2n-r_L-1)v] \\ &= \sum_{m=1}^{M+r_K} \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_K \delta_{m-1})(2-r_L \delta_{n-1}) \cdot b_m^K \cdot b_n^L \cdot \cos[(2m-r_K-1)u] \cos[(2n-r_L-1)v] \end{aligned} \quad (2-18)$$

$$\text{Avec } b_m^K = \sum_{s=m}^{M+r_K} (-1)^{M-s+r_K} \frac{2M+r_K-1}{2(M+s-1)} \cdot C_{M+s-1}^{2s-r_K-1} \cdot C_{2s-r_K-1}^{s-m} \cdot w_0^{2s-r_K-1} \quad (2-19.a)$$

$$b_n^L = \sum_{s=n}^{N+r_L} (-1)^{N-s+r_L} \frac{2N+r_L-1}{2(N+s-1)} \cdot C_{N+s-1}^{2s-r_L-1} \cdot C_{2s-r_L-1}^{s-n} \cdot w_0^{2s-r_L-1} \quad (2-19.b)$$

L'identification de (2-7) avec (2-18) permet d'obtenir l'amplitude I_{mn} de l'élément d'ordre (m, n) sous la forme

$$I_{mn} = b_m^K \times b_n^L \quad (2-20)$$

et on peut donc déduire que

$$I_m^K = b_m^K \quad \text{et} \quad I_n^L = b_n^L$$

Généralement dans les problèmes de synthèse des réseaux, la valeur du rapport R est imposée. On en déduit alors le facteur d'échelle w_0 à partir de l'équation (2-15) pour calculer la distribution des amplitudes I_{mn} à l'aide des relations (2-19) et (2-20), et donc l'expression du facteur de réseau pour le tracé du diagramme de rayonnement.

Compte tenu de la symétrie considérée, les résultats obtenus montrent que le nombre d'amplitudes à déterminer passe de $(M + r_K) \times (N + r_L)$ pour une configuration rectangulaire ($K \neq L$) à $(N + r_L)(N + r_L + 1)/2$ pour un réseau carré. Le temps de calcul est ainsi réduit de moitié.

2.2.3. Détermination des amplitudes de courant par la méthode modale

Le calcul des amplitudes I_{mn} à partir des relations (2-19) et (2-20) est très complexe et exige un temps de calcul assez long. C'est la raison pour laquelle, nous proposons une méthode permettant d'alléger le formalisme mathématique et de réduire le temps de calcul. Cette méthode [101] consiste à développer l'amplitude I_m^K (ou I_n^L) de la relation (2-12) sous la forme modale Annexe A

$$I_m^K = \sum_{p=1}^{M+r_K} (2 - r_K \delta_{p-1}) a_p^K \cos \left[\frac{2\pi}{K} \left(m - \frac{r_K + 1}{2} \right) \left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \right] \quad m = 1, 2, \dots, M + r_K \quad (2-20)$$

qui permet de réécrire l'équation (2-10) comme suit

$$f_K(u) = T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{p=1}^{M+r_K} (2 - r_K \delta_{p-1}) a_p^K \psi_p^K(u) \quad (2-21)$$

où les a_p^K sont des coefficients à déterminer, et

$$\psi_p^K(u) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin \left[K \left(u + \left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right) \right]}{\sin \left[u + \left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right]} + \frac{\sin \left[K \left(u - \left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right) \right]}{\sin \left[u - \left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right]} \right\} \quad (2-22)$$

Comme

$$\psi_p^K \left[\left(p' - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right] = \frac{K}{(2 - r_K \delta_{p'-1})} \delta_{p-p'} \quad (2-23)$$

l'expression (2-21) s'écrit

$$f_K \left[\left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right] = T_{K-1} \left[w_0 \cos \left[\left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right] \right] = K \cdot a_p^K \quad (2-24)$$

et permet alors d'obtenir les coefficients a_p^K sous la forme

$$a_p^K = \frac{1}{K} \cdot T_{K-1} \left[w_0 \cos \left[\left(p - \frac{r_K + 1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right] \right] \quad (2-25)$$

Compte tenu des équations (2-20) et (2-25), l'expression de I_m^K devient

$$I_m^K = \frac{I}{K} \sum_{p=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{p-1}) \cdot T_{K-1} \left[w_0 \cos \left[\left(p - \frac{r_K+I}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{K} \left(m - \frac{r_K+I}{2} \right) \left(p - \frac{r_K+I}{2} \right) \right] \quad (2-26.a)$$

Un développement analogue permet d'obtenir le deuxième terme de la relation (2-12) sous la forme

$$I_n^L = \frac{I}{L} \sum_{q=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{q-1}) \cdot T_{L-1} \left[w_0 \cos \left[\left(q - \frac{r_L+I}{2} \right) \frac{\pi}{L} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{L} \left(n - \frac{r_L+I}{2} \right) \left(q - \frac{r_L+I}{2} \right) \right] \quad (2-26.b)$$

Il est clair que l'expression des amplitudes I_{mn} obtenues à l'aide des équations (2-26) est moins complexes que celles obtenues à partir des relations (2-19). La méthode proposée permet ainsi de réduire le temps de calcul des amplitudes I_{mn} . D'ailleurs, elle est plus avantageuse pour les réseaux de grande taille (§ tableau 2.1).

2.2.4 Calcul de la directivité maximale

La directivité maximale d'un réseau rectangulaire dont le rayonnement maximum est dans la direction (θ_0, ϕ_0) est définie par la relation (1-29), et on peut l'écrire sous la forme [108]

$$D_0 = \frac{I}{P} |E(\theta_0, \phi_0)|^2 \quad (2-27)$$

avec

$$P = \frac{I}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |E(\theta, \phi)|^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (2-28)$$

La configuration du réseau considéré nous permet d'obtenir Annexe A l'expression de P comme suit :

$$P = \sum_{m=1}^{M_2+1} \sum_{n=1}^{N_2+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^{(2)} b_{m-1 \ n-1} \cos[(m-1)u_0] \cdot \cos[(n-1)v_0] \quad (2-29)$$

avec

$$b_{m-1 \ n-1} = \sin c \left(kd \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2} \right) \quad (2-30)$$

$$I_{mn}^{(2)} = I_m^{K_2} \times I_n^{L_2} \quad (2-31.a)$$

$$I_m^{K_2} = \frac{I}{K_2} \sum_{p=1}^{M_2+1} (2-\delta_{p-1}) \cdot T_{K-1}^2 \left[w_0 \cos \left[(p-1) \frac{\pi}{K_2} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{K_2} (m-1)(p-1) \right] \quad (2-31.b)$$

$$I_n^{L_2} = \frac{I}{L_2} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2-\delta_{q-1}) \cdot T_{L-1}^2 \left[w_0 \cos \left[(q-1) \frac{\pi}{L_2} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right] \quad (2-31.c)$$

$$M_2 = K - 1, \quad K_2 = 2M_2 + 1, \quad N_2 = L - 1 \quad \text{and} \quad L_2 = 2N_2 + 1 \quad (2-31.d)$$

$$u_0 = kd \sin \theta_0 \cos \phi_0 \quad \text{et} \quad v_0 = kd \sin \theta_0 \sin \phi_0 \quad (2-32)$$

Compte tenu de (2-9) et (2-14), la directivité maximale devient

$$D_0 = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{P} = \frac{(T_{K-1}(w_0) \times R)^2}{P} \quad (2-33)$$

Dans le cas d'un espacement entre éléments de l'ordre de la demi-longueur d'onde ($d \approx \lambda/2$), la quantité $b_{m-1 \ n-1}$ peut s'écrire, avec une bonne approximation, comme suit :

$$b_{m-1 \ n-1} \cong \delta_{m-1} \times \delta_{n-1} \quad (2-34)$$

et l'expression de la directivité maximale est donc

$$D_0 \cong \frac{(T_{K-1}(w_0) \times R)^2}{I_{11}^{(2)}} = \sum_{m=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{m-1}) I_m^{K_2} / I_1^{K_2} \times \sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{n-1}) I_n^{L_2} / I_1^{L_2} \quad (2-35)$$

car

$$R = T_{L-1}(w_0) = \sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{n-1}) I_n^{L_2} \quad (2-36.a)$$

$$T_{K-1}(w_0) = \sum_{m=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{m-1}) I_m^{K_2} \quad (2-36.b)$$

Dans le cas d'un réseau carré ($K = L$), l'expression (2-35) devient

$$D_0 \cong \left(\sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{n-1}) I_n^{L_2} / I_1^{L_2} \right)^2 = \left(\frac{R^2}{I_1^{L_2}} \right)^2 \quad (2-37)$$

alors que Tseng [108] obtient pour la même structure

$$D_0 \cong 4 \cdot \frac{\left(\sum_{n=1}^N I_n^L \right)^4}{\left(\sum_{n=1}^N (I_n^L)^2 \right)^2} = \left(\frac{R^2}{2 \cdot \sum_{n=1}^N (I_n^L)^2} \right)^2 \quad (\text{if } L = 2N) \quad (2-38.a)$$

$$D_0 \cong \frac{\left(\sum_{n=1}^{N+1} (2 - \delta_{n-1}) I_n^L \right)^4}{\left(\sum_{n=1}^{N+1} (2 - \delta_{n-1}) (I_n^L)^2 \right)^2} = \left(\frac{R^2}{\sum_{n=1}^{N+1} (2 - \delta_{n-1}) (I_n^L)^2} \right)^2 \quad (\text{if } L = 2N + 1) \quad (2-38.b)$$

L'expression (2-37) donne la même valeur de la directivité que les expressions (2-38), mais avec un temps de calcul beaucoup plus faible (voir tableau 2.2).

2.2.5 Résultats obtenus

Le tableau 1.1, est un état comparatif des performances entre les résultats obtenus à l'aide des équations (2-19) et ceux obtenus par (2-26). La première colonne représente la taille du réseau carré considéré. Les colonnes 2 et 3 illustrent les temps de calcul (en secondes, obtenus par le logiciel MATLAB sur un Pentium II) des amplitudes I_{mn} en utilisant respectivement (2-19) et (2-26) et montrent l'avantage évident du développement modal qui nécessite un temps de calcul pratiquement dix fois plus faible. De plus, à l'aide de la relation (2-14), nous avons effectué l'investigation de la validité des approches pour des réseaux de grande taille et ce en recalculant la valeur du rapport R (en dB), représentée dans les colonnes 4 et 5. Nous constatons, qu'au delà d'une certaine taille ($L = 40$), les relations (2-19) donnent des résultats complètement erronés quoique leur développement mathématique soit rigoureux. Toutefois cette méthode nécessite trop de développements numériques (usage de la fonction factorielle) qui dépassent les capacités de stockage de l'outil informatique. Toutefois, les résultats obtenus, par l'usage de la fonction factorielle, dépassent les capacités de stockage de l'outil

informatique. Même l'usage de la formule approximative de Stirling $n! = \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$ ne résout pas ce phénomène de débordement, car les erreurs s'accumulent lors du calcul du rapport R selon (2-14).

Par contre, la méthode modale donne toujours des bons résultats car elle est basée sur l'usage direct des polynômes de Chebyshev sous leur forme (2-16), qui permet de traiter des réseaux carrés de n'importe quelle taille. Nous avons testé la validité de cette méthode jusqu'à $L = 2000$.

L	Eq. (2-19)	Eq. (2-26)	R selon (2-19)	R selon (2-26)
10	0.11	0.00	30	30
20	0.38	0.06	30	30
30	0.82	0.06	30	30
40	1.43	0.11	30.39	30
50	2.14	0.22	81.81	30
100	8.19	0.77	470.66 $e^{i0.058}$	30
150	17.90	1.75	852.82 $e^{i0.032}$	30
200	31.42	3.02	∞	30
1000	784.89	97.49	∞	30

Table 2.1 Temps de calcul (en secondes) et précision des deux méthodes exposées pour la détermination des amplitudes de courant.

Le tableau 2.2, permet une étude comparative du temps de calcul (en secondes) nécessaire à l'établissement de la courbe donnant la directivité en fonction de la taille d'un réseau carré dont la valeur de R est fixée à 30 dB.

Nous mettons aussi en évidence l'avantage de l'approche que nous proposons, particulièrement pour les réseaux de grande taille. Ce résultat est d'ailleurs prévisible en analysant les expressions (2-37) et (2-38). En effet, pour tracer une courbe de directivité en fonction de la taille L d'un réseau carré ($L = 2, \dots, L_{\max}$), il faut déterminer $L_{\max}(L_{\max}+1)(L_{\max}+2)/12-1$ valeurs dans le cas du modèle élaboré par Tseng [108], et $(L_{\max}-1)(L_{\max}+2)/2$ dans le cas de notre approche, ce qui permet d'obtenir pratiquement un temps de calcul $L_{\max}/6$ fois plus faible.

L_{\max}	t (en sec.) selon l'approche proposée	t (en sec.) selon [108]
10	0.05	0.05
40	0.27	1.70
70	0.72	8.07
100	1.32	22.14
130	2.08	47.01
160	3.02	85.63
190	4.18	141.32
220	5.61	215.64

Table 2.2 Temps de calcul de la directivité en fonction de L selon le modèle proposé et celui élaboré par [108].

Il est intéressant de comparer les performances de rayonnement d'un réseau carré et celles d'un réseau rectangulaire. Dans cette optique, nous avons effectué les tracés (Fig. 2.2 à 2.6) de diagrammes de rayonnement d'un réseau rectangulaire ($K \times L$) et ceux d'un réseau carré ($S \times S$) de taille comparable, et ce prenant S égale à la partie entière de $\sqrt{K \times L}$. Ces tracés sont obtenus pour les paramètres suivants : $R=30$ dB, $d = \lambda/2$ et $\theta_0 = 0^\circ$.

Dans le plan xz ($\phi = 0^\circ$), les diagrammes de rayonnement sont pratiquement identiques, particulièrement du point de vue de la largeur de lobe principal et de l'angle d'ouverture à mi-puissance.

L'avantage du réseau carré apparaît nettement dans le plan yz ($\phi = 90^\circ$) où l'amélioration de la directivité est bien illustrée par la réduction de la largeur de l'angle d'ouverture à 3 dB. Dans le cas de la figure 2.3.b, par exemple, cet angle passe de 26° pour une géométrie rectangulaire à 9° pour un réseau carré. Pour la structure de la figure 2.4.b, la réduction est moins sensible ; elle passe de 42° à 27° . Ainsi, pour une valeur de K fixée, nous remarquons que cette avantage est d'autant plus prononcé que L est faible.

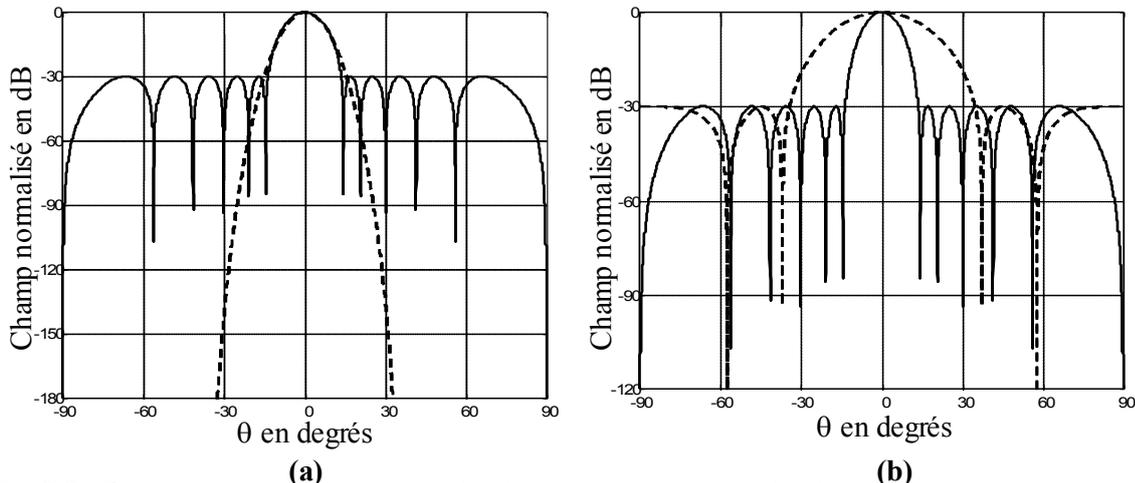


Fig. 2.2 : Diagrammes de rayonnement du réseau rectangulaire et du réseau carré pour $K = 12$ et $L = 5$.
(a) $\phi = \phi_0 = 0^\circ$ — Réseau carré
(b) $\phi = \phi_0 = 90^\circ$ - - - Réseau rectangulaire

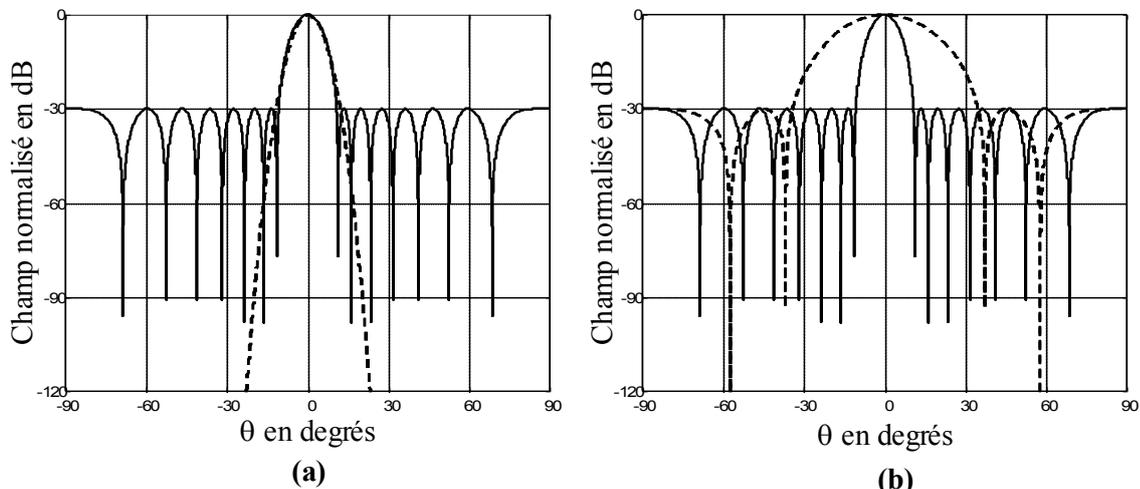


Fig. 2.3 Diagrammes de rayonnement du réseau rectangulaire et du réseau carré pour $K = 50$ et $L = 5$.
(a) $\phi = \phi_0 = 0^\circ$ — Square array
(b) $\phi = \phi_0 = 90^\circ$ - - - Rectangular array

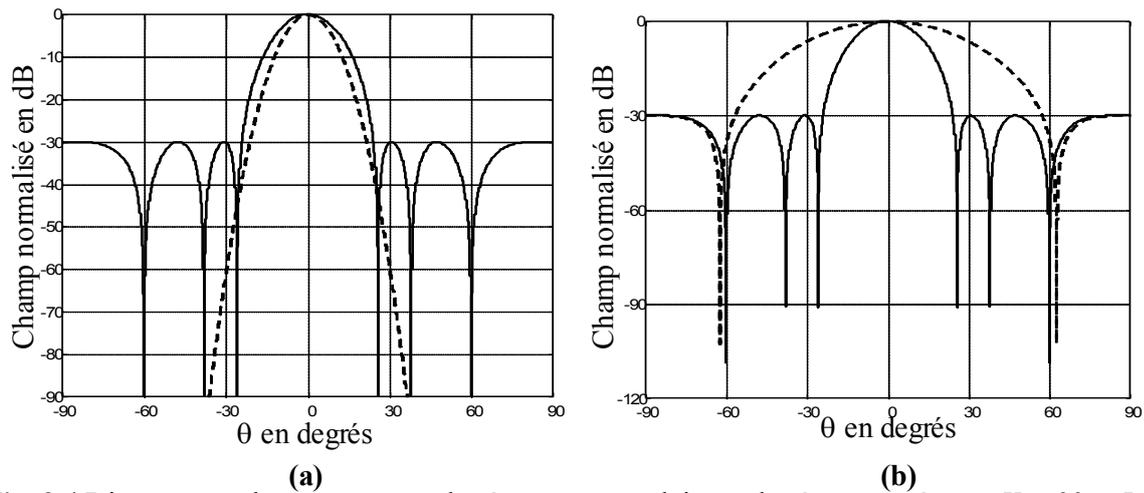


Fig. 2.4 Diagrammes de rayonnement du réseau rectangulaire et du réseau carré pour $K = 20$ et $L = 3$.

(c) $\phi = \phi_0 = 0^\circ$ — Square array
 (b) $\phi = \phi_0 = 90^\circ$ - - - Rectangular array

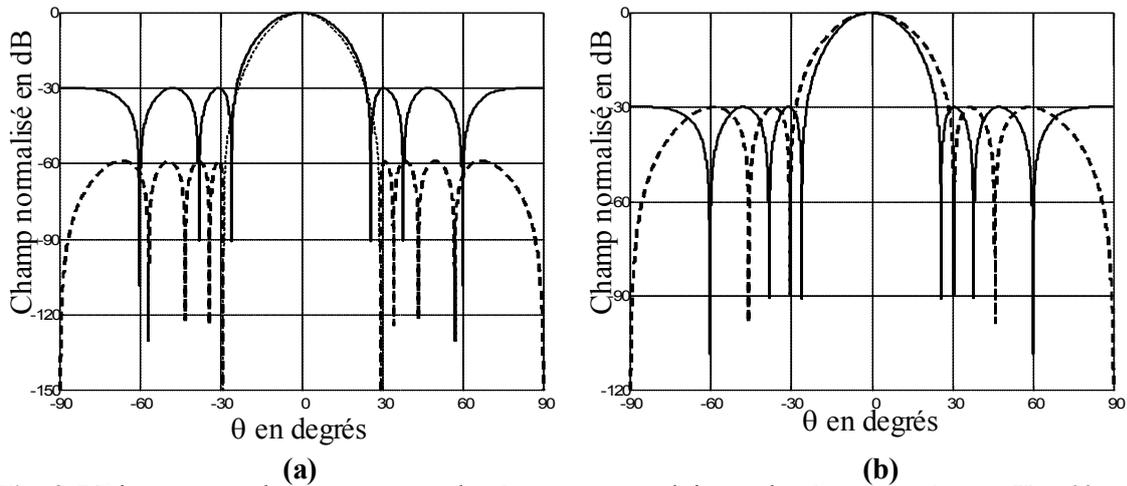


Fig. 2.5 Diagrammes de rayonnement du réseau rectangulaire et du réseau carré pour $K = 10$ et $L = 6$.

(d) $\phi = \phi_0 = 0^\circ$ — Square array
 (b) $\phi = \phi_0 = 90^\circ$ - - - Rectangular array

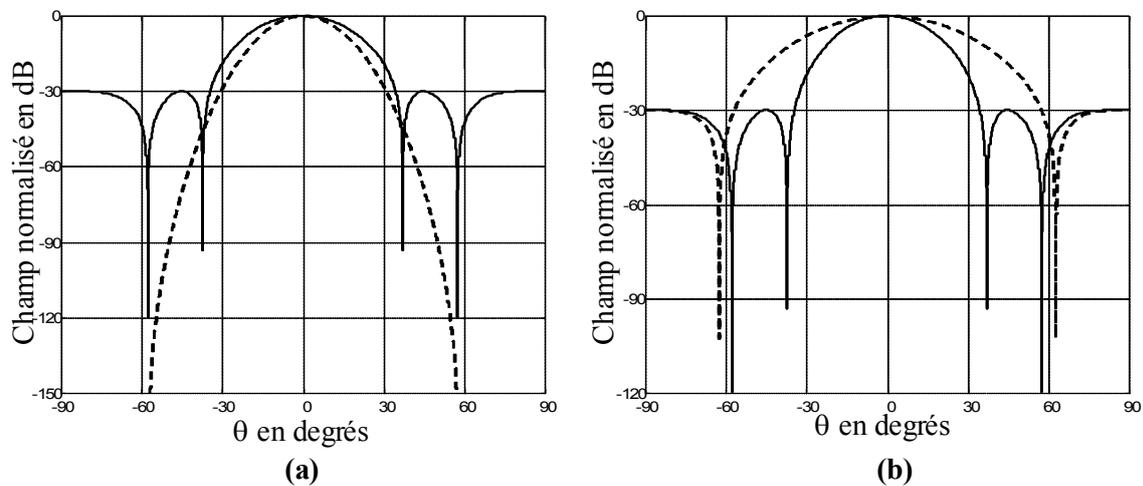


Fig. 2.6 Diagrammes de rayonnement du réseau rectangulaire et du réseau carré pour $K = 10$ et $L = 3$.

(e) $\phi = \phi_0 = 0^\circ$ — Square array
 (b) $\phi = \phi_0 = 90^\circ$ - - - Rectangular array

Les figures 2.7 et 2.8 illustrent bien, que du point de vue de la directivité, le réseau carré offre, dans le cas général où $K \geq 10$, de meilleures performances qu'un réseau rectangulaire de taille comparable.

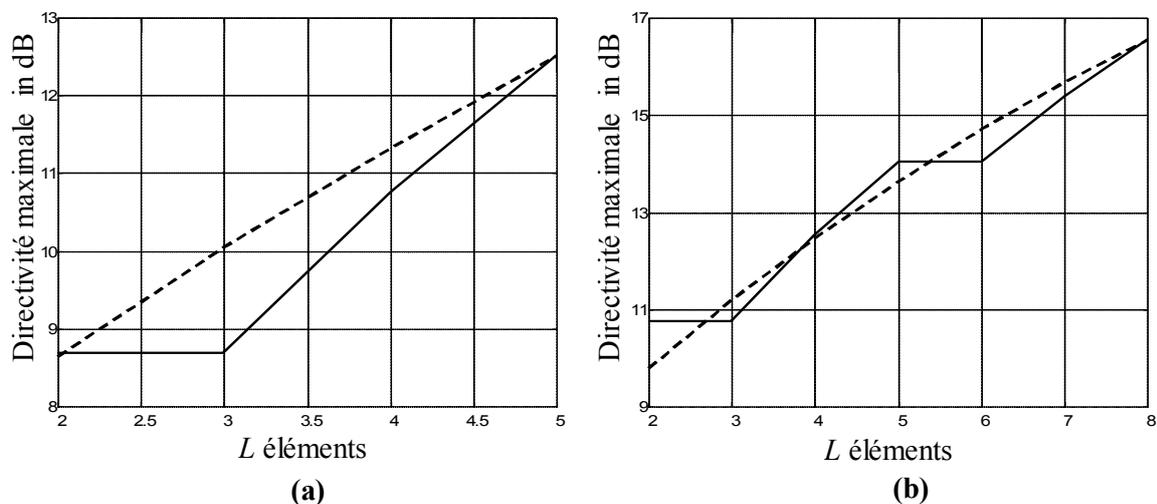


Fig. 2.7 Directivités maximales en fonction de L pour des valeurs faibles de K ($K < 10$) = 20.

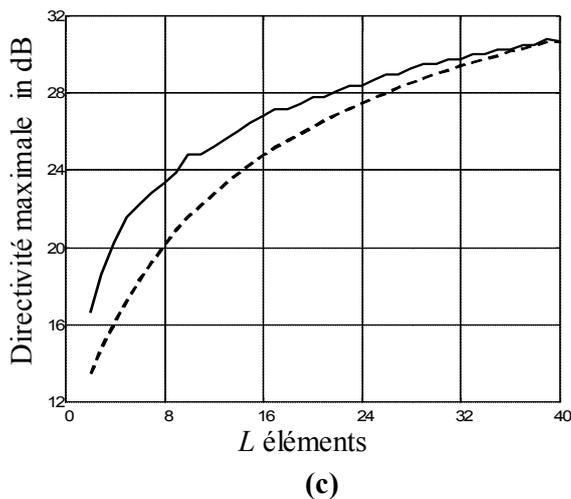
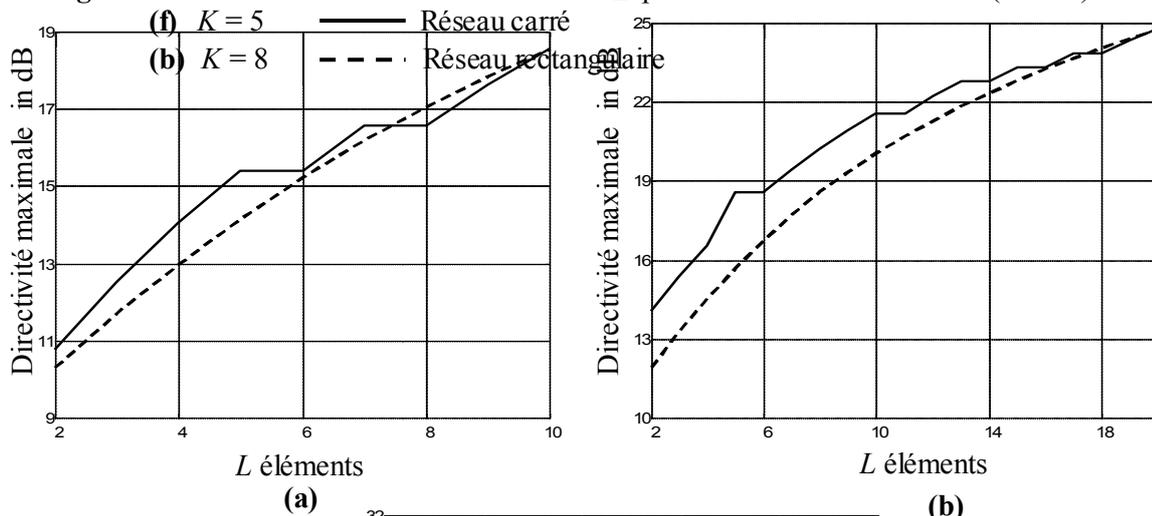


Fig. 2.8 Directivités maximales en fonction de L pour $(K \geq 10) = 20$.

(g) $K = 10$ (b) $K = 20$ (c) $K = 40$

— Réseau carré - - - Réseau rectangulaire

2.3 Méthode optimale appliquée aux réseaux carrés

Les réseaux de Tschebyscheff conventionnels ne sont optimaux que dans deux plans perpendiculaires particuliers (Fig. 2.15.b). Afin de rendre le diagramme de rayonnement de révolution autour de la direction de rayonnement maximum (Fig. 2.15.a), on fait appel à la technique de Baklanov [104] qui consiste à modifier la distribution de courant tout en lui gardant son originalité à savoir l'utilisation des polynômes de Tschebyscheff. Pour cela, on remplace l'expression (2-9) par

$$F(u, v) = T_{L-1}(w_0 \cos u \cos v) \quad (2-39)$$

La combinaison des relations (2-7) (avec $K=L$) et (2-39), permet de déterminer les amplitudes I_{mn} en fonction de w_0 . Dans la direction de rayonnement maximum (θ_0, ϕ_0) , la valeur de $F(u, v)$ est égale à $T_{L-1}(w_0)$. Le niveau des lobes secondaires est égal à 1 dans toutes les coupes transverses.

D'autres formes, autre que (2-39), basées sur des combinaisons en termes de $\cos u$ et $\cos v$, sont également possibles pour exprimer le facteur de réseau.

2.3.1 Distribution optimale de courant

Le polynôme de Tschebyscheff $T_{L-1}(w)$ est donné par (2-16) ou (2-17) a pour argument dans ce cas, la nouvelle variable

$$w = w_0 \cos u \cdot \cos v \quad (2-40)$$

En tenant compte de (2-17), (2-39) et (2-40), on obtient l'expression du facteur de réseau sous la forme [Annexe A]

$$F(u, v) = \sum_{m=1}^{N+r_L} \sum_{n=1}^{N+r_L} (2 - r_L \delta_{m-1})(2 - r_L \delta_{n-1}) B_{mn} \cos[(2m - r_L - 1)u] \cdot \cos[(2n - r_L - 1)v] \quad (2-41)$$

avec

$$B_{mn} = \sum_{s=\max(m,n)}^{N+r_L} (-1)^{N-s+r_L} \frac{2N+r_L-1}{2(N+s-1)} \cdot C_{N+s-1}^{2s-r_L-1} \cdot C_{2s-r_L-1}^{s-m} \cdot C_{2s-r_L-1}^{s-n} \cdot (w_0/2)^{2s-r_L-1} \quad (2-42)$$

où

$$\max(m, n) = \begin{cases} m, & \text{si } m \geq n \\ n, & \text{si } m < n \end{cases} \quad (2-43)$$

L'égalité des relations (2-7) et (2-41), nous donne

$$I_{mn} = B_{mn} \quad (2-44)$$

La distribution des amplitudes I_{mn} est donc complètement définie par (2-42). Ces amplitudes vérifient

$$\sum_{m=1}^{N+r_L} \sum_{n=1}^{N+r_L} (2 - r_L \delta_{m-1})(2 - r_L \delta_{n-1}) I_{mn} = R \quad (2-45)$$

A partir de (2-39), on peut dire que le paramètre w_0 et le rapport R sont liés par l'équation

$$T_{L-1}(w_0) = R \quad (2-46)$$

Comme pour le cas des réseaux conventionnels, il est préférable d'utiliser la méthode modale pour la détermination des amplitudes de courant plutôt que d'utiliser (2-42). Un travail analogue à celui effectué au paragraphe 2.2.3, nous permet d'écrire les amplitudes I_{mn} sous la forme

$$I_{mn} = \frac{I}{L^2} \cdot \sum_{p=1}^{N+r_L} \sum_{q=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{p-1})(2-r_L \delta_{q-1}) \cdot T_{L-1} \left[w_0 \cos \left[\left(p - \frac{r_L+1}{2} \right) \frac{\pi}{L} \right] \cdot \cos \left[\left(q - \frac{r_L+1}{2} \right) \frac{\pi}{L} \right] \right] \quad (2-47)$$

$$\times \cos \left[\frac{2\pi}{L} \left(m - \frac{r_L+1}{2} \right) \left(p - \frac{r_L+1}{2} \right) \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{L} \left(n - \frac{r_L+1}{2} \right) \left(q - \frac{r_L+1}{2} \right) \right]$$

Il est clair que l'équation (2-47) est moins complexe que l'équation (2-42). La méthode proposée permet ainsi de réduire le temps du calcul des amplitudes I_{mn} . De plus, elle est plus avantageuse pour les réseaux de grande taille (voir le tableau 2.3).

2.3.2 Calcul de la directivité maximale

En utilisant la méthode exposée dans le paragraphe 2.2.4 et en tenant compte de (2-39), on peut écrire

$$D_0 = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{P} = \frac{R^2}{P} \quad (2-48)$$

avec

$$P = \sum_{m=1}^{N_2+1} \sum_{n=1}^{N_2+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^{(2)} b_{m-1 \ n-1} \cos[(m-1)u_0] \cdot \cos[(n-1)v_0] \quad (2-49)$$

$$I_{mn}^{(2)} = \left(\frac{I}{L_2} \right)^2 \sum_{p=1}^{N_2+1} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2-\delta_{p-1})(2-\delta_{q-1}) \cdot T_{L-1}^2 \left[w_0 \cos \left((p-1) \frac{\pi}{L_2} \right) \cos \left((q-1) \frac{\pi}{L_2} \right) \right] \quad (2-50)$$

$$\times \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right]$$

Dans le cas d'un espacement entre éléments de l'ordre de la demi-longueur d'onde ($d \approx \lambda/2$), (2-48) devient

$$D_0 \cong \frac{R^2}{I_{11}^{(2)}} = \sum_{m=1}^{N_2+1} \sum_{n=1}^{N_2+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^{(2)} / I_{11}^{(2)} \quad (2-51)$$

car

$$R^2 = \sum_{m=1}^{N_2+1} \sum_{n=1}^{N_2+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^{(2)} \quad (2-52)$$

alors que Tseng [108] obtient pour la même structure whereas

$$D_0 \cong 4 \cdot \frac{\left(\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_{mn} \right)^2}{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_{mn}^2} = \frac{R^2}{4 \cdot \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_{mn}^2} \quad (\text{si } L = 2N) \quad (2-53.a)$$

et

$$D_0 \cong \frac{\left(\sum_{m=1}^{N+1} \sum_{n=1}^{N+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn} \right)^2}{\sum_{m=1}^{N+1} \sum_{n=1}^{N+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^2} = \frac{R^2}{\sum_{m=1}^{N+1} \sum_{n=1}^{N+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^2} \quad (\text{si } L = 2N+1) \quad (2-53.b)$$

L'expression (2-51) donne les mêmes résultats que ceux obtenus par les expressions (2-53), mais avec un temps de calcul beaucoup plus faible, comme illustré dans le tableau 2.4.

2.3.3 Largeur de faisceau d'un réseau plan de Tschebyscheff

La largeur de faisceau d'un réseau carré optimum dans le plan $\phi = \phi_0$ peut être déterminée à partir de (2-39). En attribuant au facteur de réseau $F(u, v)$ une valeur c (avec $1 \leq c \leq R$), la résolution de l'équation (2-39) donne la valeur du couple (u_1, v_1) qui permet de déterminer la largeur du faisceau θ_c .

$$T_{L-1}(w_1) = T_{L-1}(w_0 \cos u_1 \cos v_1) = c \quad (2-54)$$

avec

$$\begin{cases} u_1 = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \cos \phi_0 \\ v_1 = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \sin \phi_0 \end{cases} \quad (2-55)$$

Dans le plan $\phi_0 = \pi/4$, on obtient la largeur de faisceau θ_c sous la forme

$$\Delta \theta_c = \sin^{-1} \left[\sin \theta_0 + \frac{\sqrt{2} \lambda}{\pi d} \cos^{-1} \left(\frac{w_1}{w_0} \right) \right] - \sin^{-1} \left[\sin \theta_0 - \frac{\sqrt{2} \lambda}{\pi d} \cos^{-1} \left(\frac{w_1}{w_0} \right) \right] \quad (2-56)$$

avec

$$w_1 = \cosh \left[\frac{1}{L-1} \cosh^{-1} c \right] \quad (2-57)$$

Pour L grand, nous avons

$$\theta_c \cong 2 \sin^{-1} \left[\frac{\sqrt{2} \lambda}{\pi d \cos \theta_0} \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{w_1}{w_0}} \right) \right] \quad (2-58)$$

Un travail analogue, permet de trouver la largeur de faisceau, dans le plan $\phi = \phi_0 = 45^\circ$, d'un réseau conventionnel à grande taille, comme suit :

$$\theta'_c \cong 2 \sin^{-1} \left[\frac{\sqrt{2} \lambda}{\pi d \cos \theta_0} \cos^{-1} \left(\frac{w'_1}{w_0} \right) \right] \quad (2-59)$$

avec

$$w'_1 = \cosh \left[\frac{1}{L-1} \cosh^{-1} \sqrt{c} \right] \quad (2-60)$$

La comparaison de (2-58) avec (2-59), nous permet de conclure que pour toute valeur de c , comprise entre 1 et R , la largeur θ_c est toujours inférieure à θ'_c .

2.3.4 Nombre minimum d'éléments pour un large secteur de balayage

D'après l'équation (2-58), on peut constater que, si l'espacement normalisé entre éléments d/λ augmente la largeur de faisceau θ_c diminue. Donc, il est préférable du point de vue pratique, d'avoir un espacement grand que possible. Cependant, quand d/λ dépasse certaine valeur, soit d_M/λ , des lobes d'ambiguïté commencent d'apparaître. Pour un angle de

balayage maximum θ_M , la condition d'éviter l'apparence de ces lobes est que l'argument de $T_{L-1}(\cdot)$ dans l'équation (2-39) soit supérieur ou égal à -1 [109]

$$w_0 \cos \left[\frac{\pi d}{\lambda} (1 + \sin \theta_M) \cos \phi_0 \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi d}{\lambda} (1 + \sin \theta_M) \sin \phi_0 \right] \geq -1 \quad (2-61)$$

pour tout ϕ_0 . D'où la condition

$$\frac{d}{\lambda} \leq \frac{d_M}{\lambda} = \frac{1 - \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{1}{w_0} \right)}{1 + \sin \theta_M} \quad (2-62)$$

En remplaçant (2-62) dans (2-58), on obtient la largeur maximale de faisceau, soit θ_{cM} , comme suit

$$\theta_c \leq \theta_{cM} = 2 \sin^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{2} (1 + \sin \theta_M) \cos^{-1} (\sqrt{w_1/w_0})}{\cos \theta_M \cdot [\pi - \cos^{-1} (1/w_0)]} \right\} \quad (2-63)$$

Comme w_0 et w_1 dépendent de L , la largeur maximale θ_{cM} peut être tracée en fonction de L pour un angle de balayage maximum θ_M et un rapport R/c donnés. Le nombre minimum d'éléments L_M , nécessaire, pour assurer que la largeur de faisceau ne dépasse pas θ_{cM} pour tout $\theta_0 \leq \theta_M$ et pour tout ϕ_0 peut être trouvé directement à partir des courbes représentées dans les figures 2.11 et 2.12.

2.3.5 Résultats numériques Obtenus

Le tableau 2.3, montre, comme dans le paragraphe 2.3, que la méthode modale reste avantageuse (donne des résultats exacts) même dans le cas d'un réseau carré optimum.

L	Eq. (2-42)	Eq. (2-47)	R selon (2-42)	R selon (2-47)
10	0.33	0.11	30.00	30
20	1.76	1.59	30.00	30
30	5.27	7.58	30.00	30
40	11.65	23.46	30.02	30
50	21.75	56.63	83.43	30
60	36.41	116	168.48	30
70	58.99	226.51	$247.12 \times e^{i 0.110}$	30
80	86.95	381.95	316.83	30
90	119.58	608.02	391.17	30
100	166.98	1083.5	$481.30 \times e^{i 0.056}$	30

Table 2.3 Temps de calcul et précision des deux méthodes exposées pour le calcul des amplitudes I_{mn} (réseau optimum)

Le tableau 2.4, représente une étude comparative du temps de d'exécution (en secondes) nécessaire pour calculer la directivité maximale (dans le cas d'un réseau optimum) correspond à une taille donnée du réseau carré dont la valeur de R est fixée à 30 dB. D'après ce tableau, on constate que notre approche est avantageuse que la l'approche proposée par Tseng [108], particulièrement pour les réseaux optimaux de grand taille. Ce résultat est d'ailleurs prévisible en analysant les expressions (2-51) et (2-53). En effet, pour calculer la directivité du réseau carré, il faut déterminer $((L + r_L)/2)^4$ valeurs dans le cas du modèle

élaboré par Tseng [108], et L^2 dans le cas de notre approche, ce qui permet d'obtenir pratiquement un temps de calcul $(L/4)^2$ fois plus faible.

L	t (en sec.) l'approche proposé	t (en sec.) selon [108]
10	0.025	0.17
20	0.08	2.03
30	0.17	10.38
40	0.33	32.58
50	0.5	79.04
60	0.66	164.06
70	0.88	301.16
80	1.16	539.97

Table 2.4 Temps de calcul de la directivité en fonction de L selon le modèle proposé et celui élaboré par [108].

Plusieurs figures ont été tracées pour illustrer les performances des méthodes optimale et conventionnelle. Les figures 2.9, illustrent les amplitudes relatives de courant pour un réseau carré de taille $L \times L = 121$.

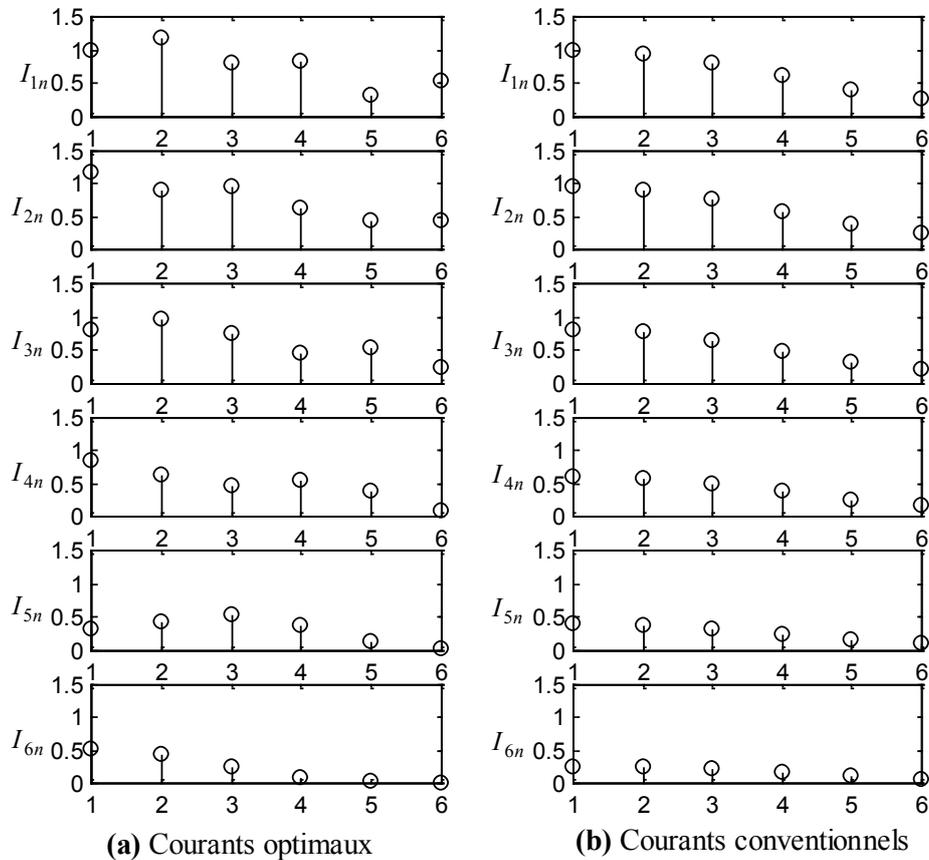


Fig. 2.9 Amplitudes relatives de courant d'un réseau carré de Tschebyscheff avec $L = 11$ et $R = 30$ dB

Les amplitudes de la figure 2.9.a, produit un diagramme de rayonnement optimum (Fig. 2.10) à un niveau des lobes secondaires invariant et à faisceau étroit pour tout angle ϕ . Les amplitudes de la figure 2.9.b, produit un diagramme de rayonnement à niveau des lobes secondaires réduit dans toutes les coupes (sauf dans les plans $u=0$ et $v=0$) au détriment de la largeur de faisceau (Fig. 2.10).

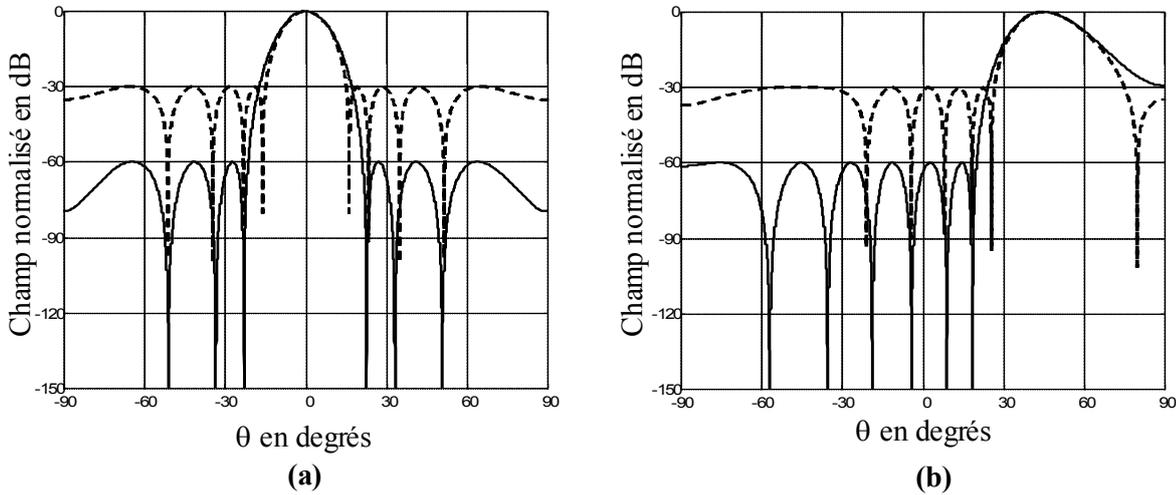


Fig. 2.10 Diagramme de rayonnement dans le plan $\phi = 45^\circ$ avec $d = 0.5\lambda$, $R = 30$ dB.

- (h) $\theta_0 = 0^\circ$ — Réseau conventionnel
 (b) $\theta_0 = 45^\circ$ - - - Réseau optimal

Les figures 2.11, représentent la variation de largeur maximale de faisceau, en fonction du nombre minimum d'éléments L_M , pour les deux méthodes. On constate d'après ces figures que la largeur de faisceau obtenue par la méthode optimale est toujours inférieure à celle obtenue par la méthode conventionnelle. Ce résultat est d'ailleurs prévisible en analysant les expressions (2-58) et (2-59).

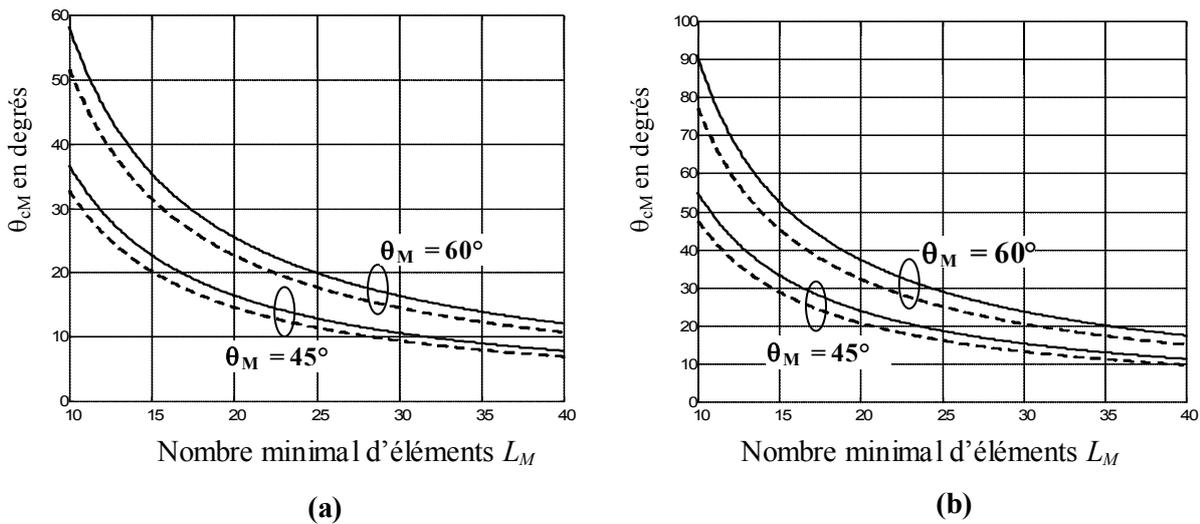


Fig. 2.11 La largeur de faisceau en fonction de nombre minimum d'éléments.

- (i) $R = 20$ dB et $C/R = 0.1$ — Réseau Conventionnel
 (b) $R = 30$ dB et $C/R = 0.03$ - - - Réseau optimal

Les figures 2.12, illustrent la variation de la largeur maximale de faisceau à 3 dB en fonction du nombre minimum d'éléments du réseau optimum. Ces figures montrent qu'un faisceau étroit correspond à des valeurs faibles de l'angle θ_M .

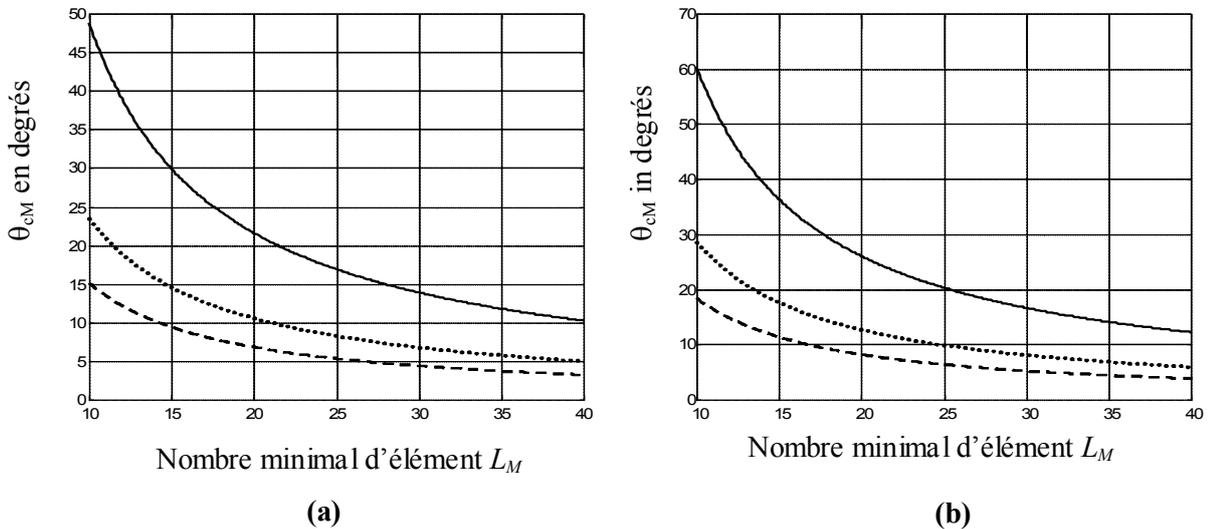


Fig. 2.12 Largeur de faisceau en fonction de nombre minimum d'éléments avec $C/R = 0.707$.
(j) $R = 20$ dB **(b)** $R = 30$ dB
 - - $\theta_M = 45^\circ$ $\theta_M = 60^\circ$ — $\theta_M = 75^\circ$

Les figures 2.13, montrent que pour un angle θ_M donné, on ne peut pas dépasser une certaine valeur de d_M/λ quelque soit la taille du réseau utilisé. Cette valeur est l'inverse de $(1 + \sin \theta_M)$.

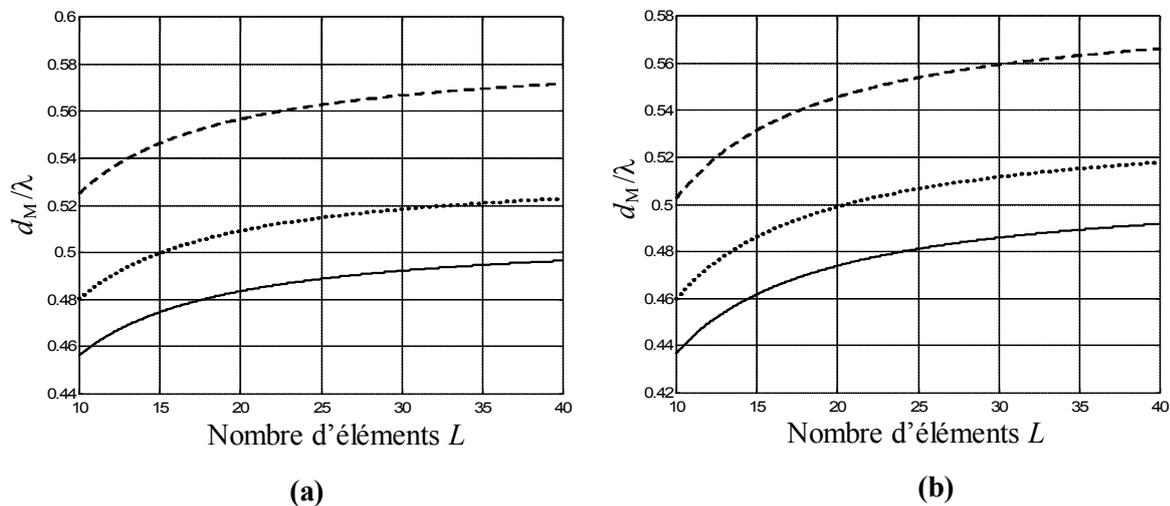


Fig. 2.13 Espacement maximum normalisé en fonction de nombre d'élément.
(k) $R = 20$ dB **(b)** $R = 30$ dB
 - - $\theta_M = 45^\circ$ $\theta_M = 60^\circ$ — $\theta_M = 75^\circ$

Les courbes des figures 2.14, sont tracées en utilisant les formules approximatives (2-37) et (2-51). Nous constatons à partir de ces figures que, la directivité de la méthode conventionnelle dépasse légèrement celle de la méthode optimale. Mais, si on augmente le rapport R , les deux méthodes donnent pratiquement la même directivité.

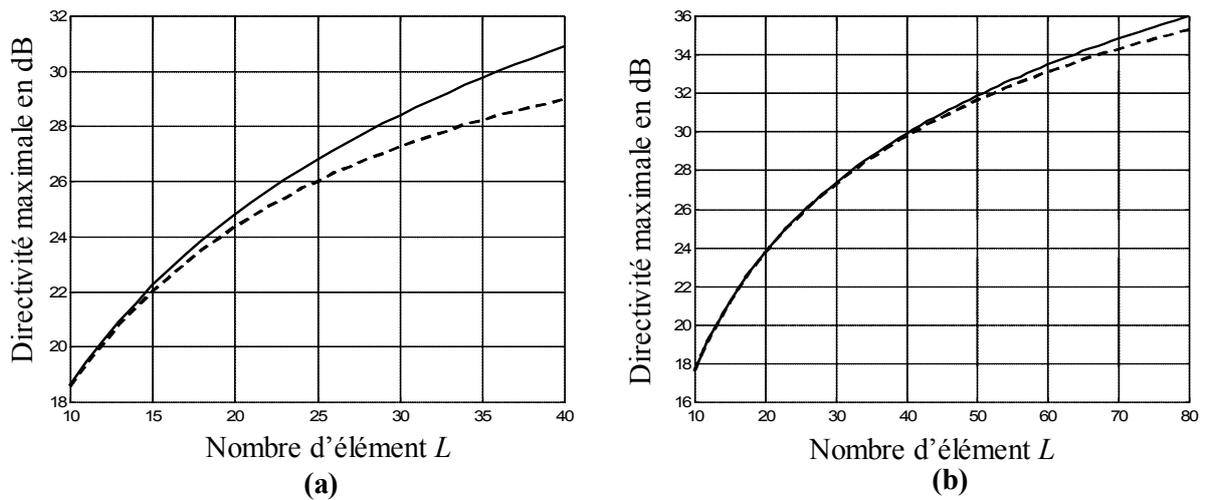


Fig. 2.14 Directivité maximale en fonction de nombre d'élément L avec $d = 0.5\lambda$ et $\theta_0 = 0^\circ$
 (a) $R = 30$ dB ——— Réseau conventionnel
 (b) $R = 40$ dB - - - Réseau optimal

Les figures 2.15, illustrent les diagrammes de rayonnement en 3 dimensions d'un réseau carré de 121 éléments avec un rapport $R=10$ dB, pour les deux méthodes. Le diagramme de rayonnement de la figure 2.15.a est optimum dans toutes les coupes transverses et possède une forme de révolution (symétrique par rapport à l'axe z). Par contre, le diagramme obtenu par la méthode conventionnelle est optimum que dans les plans $u=0$ et $v=0$. Ainsi, le faisceau principal du diagramme optimum est plus étroit que celui du diagramme

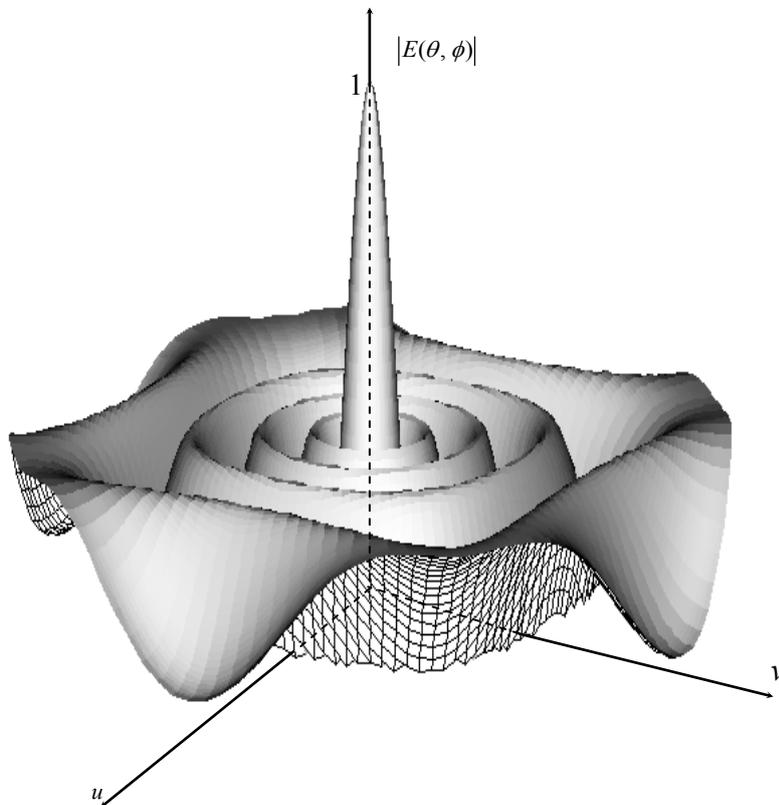


Fig. 2.15.a Diagramme de rayonnement à 3D du réseau carré optimal de 120 éléments avec $d = \lambda/2$, $\theta_0 = 0^\circ$ et $R=10$ dB

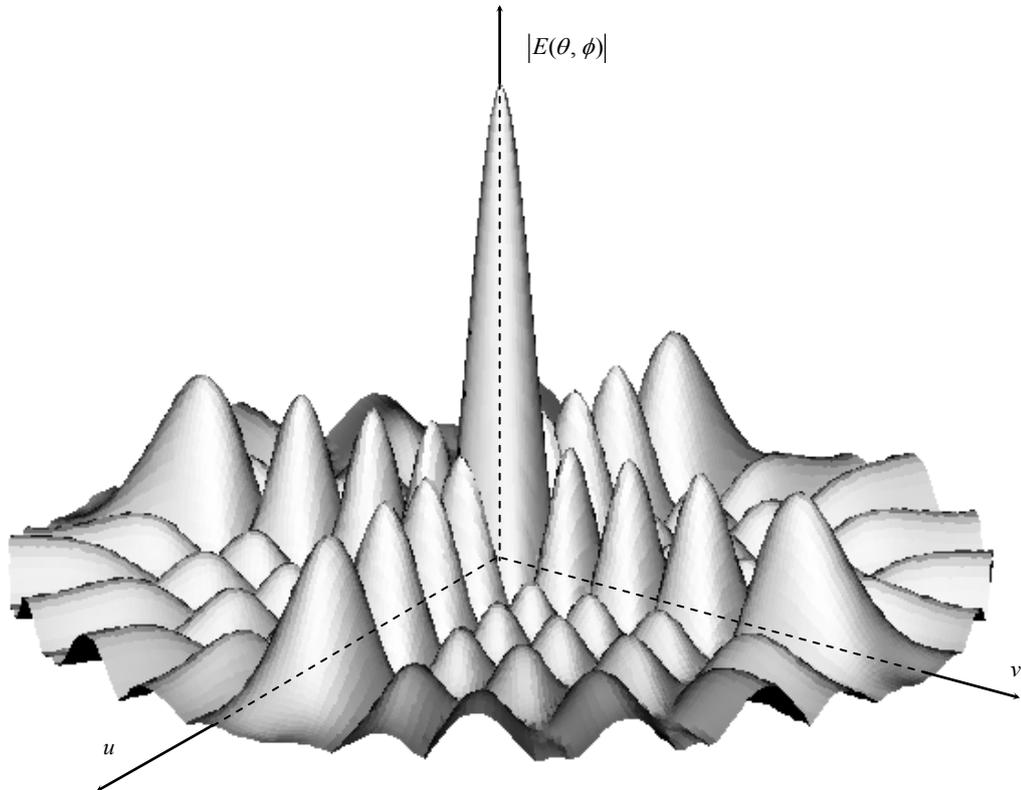


Fig. 2.15.b Diagramme de rayonnement, en 3D, d'un Réseau carré conventionnel de 121 éléments avec $d = \lambda/2$, $\theta_0 = 0^\circ$ et $R = 10$ dB

Dans ce chapitre, nous avons élaboré une nouvelle approche de détermination du facteur de réseau en l'écrivant sous une forme plus générale englobant les différents cas possibles de la taille $K \times L$ (pair-pair, pair-impair, impair-pair et impair-impair). L'avantage de développement modal par rapport aux expressions classiques des amplitudes des excitations a été mis en évidence en terme de temps de calcul et de précision dans les deux méthodes de conception, conventionnelle et optimale. Le modèle que nous proposons permet le tracé de la directivité en fonction de la taille du réseau en un temps d'exécution beaucoup plus réduit que l'approche proposée Tseng [110], particulièrement lorsque la taille de réseau est grande. De plus, nous avons montré que, du point de vue de la directivité, la configuration carrée offre les meilleures performances que celles d'un réseau rectangulaire, et que la méthode optimale qui est applicable que sur les réseaux carrés donne un diagramme de rayonnement à faisceau principal étroit par rapport à celui donné par la méthode conventionnelle, avec des lobes secondaires égaux. Le problème majeur dans la conception optimale est que la directivité maximale se sature lorsque la taille du réseau dépasse certaine valeur, c'est-à-dire qu'on gagne peu si on augmente la taille. Ce problème est traité dans cette partie.

En remplaçant le facteur de réseau $E(\theta, \phi)$ d'un réseau plan carré de taille $L_1 \times L_1$ par $E_s(\theta, \phi) = (E_s(\theta, \phi))^s$ ($s = 2, 3, \dots$), on conserve la même configuration du diagramme de rayonnement (même nombre de directions de rayonnement nul et même nombre de lobes secondaires) tout en diminuant à la fois la largeur du lobe principal et le niveau des lobes secondaires. Pratiquement, cela revient à passer d'un réseau carré $L_1 \times L_1$ à un autre réseau carré de taille $L_s \times L_s$ tel que $L_s = s(L_1 - 1) + 1$. Nous allons montrer que l'usage de cette

nouvelle technique donne une meilleure directivité que celle obtenue par la méthode classique de Chebyshev, pour un réseau $L_s \times L_s$ identique en taille, en espacement, en direction (θ_0, ϕ_0) du lobe principal et en niveau des lobes secondaires. De plus, l'usage de cette technique confère au diagramme de rayonnement un nombre de lobes secondaires inférieur ou égal à la moitié de celui obtenu par la méthode classique et ce au détriment d'un léger élargissement du lobe principal.

La technique proposée, consiste à trouver la taille $L_1 \times L_1$ et l'ordre s appropriés donnant les meilleures performances aussi bien du point de vue de la directivité qu'en nombre de lobes secondaires. On a donc affaire à un problème de synthèse. Pour cela nos résultats seront présentés sous forme de réseau de courbes servant d'abaque qui permet, à partir d'une directivité et d'un niveau de lobes secondaires imposés, de déterminer la taille optimale du réseau modifié ($L_s \times L_s$), l'ordre s et d'en déduire le réseau de base $L_1 \times L_1$.

2.4. Réseaux Carrés Optimaux Auto-convolués

2.4.1 Facteur de réseau et distribution de courant

Considérons un réseau optimum de taille $L_1 \times L_1$ (fig. 2.1, $K = L = L_1$). Tenu compte de (2-41) le facteur de réseau d'un tel réseau est donné par

$$F(u, v) = \sum_{m=1}^{N_1+r_{L_1}} \sum_{n=1}^{N_1+r_{L_1}} (2-r_{L_1}\delta_{m-1})(2-r_{L_1}\delta_{n-1}) I_{mn} \cos[(2m-r_{L_1}-1)u] \cdot \cos[(2n-r_{L_1}-1)v] \quad (2.64)$$

$$= T_{L_1-1}(w_0 \cos u \cdot \cos v)$$

Le facteur d'échelle w_0 est lié au rapport R_1 du niveau du lobe principal sur celui du premier secondaire par la relation

$$R_1 = T_{L_1-1}(w_0) \quad (2.65a)$$

ou

$$w_0 = \cosh \left[\frac{1}{L_1-1} \cosh^{-1} R_1 \right] \quad (2.65b)$$

Le principe de la méthode proposée consiste à élever à la puissance s le facteur de réseau $F(u, v)$ (s entier supérieur à 1 étant l'ordre de la modification ou l'ordre de la convolution) pour obtenir l'expression du facteur de réseau de Chebyshev modifié

$$F_s(u, v) = F^s(u, v) = T_{L_1-1}^s(w_0 \cos u \cos v) \quad (2.66)$$

qui représente le facteur de réseau d'une nouvelle configuration plane carrée $L_s \times L_s$ donnant un diagramme de rayonnement ayant le même nombre de lobes secondaires et les mêmes directions de rayonnement nul que ceux du réseau de base $L_1 \times L_1$. Du point de vue des performances des réseaux d'antennes, cette idée présente un intérêt considérable. En effet, elle offre le double avantage d'améliorer la directivité et de réduire le niveau des lobes secondaires. La taille L_s du réseau modifié et le ratio R_s du lobe principal par rapport à celui des lobes secondaires seront déduits (annexe B) de ceux du réseau de base par

$$L_s = s(L_1 - 1) + 1 \quad (2.67a)$$

$$R_s = R_1^s \quad (2.67b)$$

L'expression de $F_s(u, v)$, dont la détermination très laborieuse, est exposée dans l'annexe B, s'écrit

$$F_s(u, v) = F^s(u, v) = \sum_{m=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{n=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} I_{mn}^{(s)} e^{j2 \left[\left(m - \frac{r_{L_s}+1}{2} \right) u + \left(n - \frac{r_{L_s}+1}{2} \right) v \right]} \quad (2.68)$$

où les amplitudes de courant $I_{mn}^{(s)}$ s'expriment par la relation de récurrence

$$I_{mn}^{(s)} = \sum_{m_2=M_{2max}}^{M_{2min}} \sum_{n_2=N_{2max}}^{N_{2min}} I_{m-m_2+\rho_{s-1} \quad n-n_2+\rho_{s-1}}^{(s-1)} I_{m_2 n_2} \quad (2.69)$$

avec

$$M_{2max} = \max(m - N_{s-1} - r_{L_{s-1}} + \rho_{s-1}, -N_1 + 1); \quad M_{2min} = \min(m + N_{s-1} + \rho_{s-1} - I, N_1 + r_{L_1})$$

$$N_{2max} = \max(n - N_{s-1} - r_{L_{s-1}} + \rho_{s-1}, -N_1 + 1); \quad N_{2min} = \min(n + N_{s-1} + \rho_{s-1} - I, N_1 + r_{L_1})$$

$$L_s = 2N_s + r_{L_s} = s(2N_1 + r_{L_1} - 1) + 1 \quad (2.70)$$

$$r_{L_s} = \left[(2r_{L_1} - 1)^s + 1 \right] / 2 \quad (2.71)$$

$$\rho_s = 1 - (r_{L_1} - 1)(r_{L_s} - 1) \quad (2.72)$$

La relation (2.68), très utilisée dans la transformée de Fourier discrète, peut être exprimée sous la forme de produit de convolution

$$I_{mn}^{(s)} = I_{mn}^{(s-1)} * I_{mn} = \prod_{i=1}^s I_{mn}^{(i)} \quad (2.73)$$

avec $I_{mn}^{(1)} = I_{mn}$. L'utilisation de l'opérateur de convolution, noté par \mathbf{X} , confère au réseau $L_s \times L_s$ la dénomination de réseau de Chebyshev auto-convolué.

Les relations (2.69) et (2.70) montrent que les amplitudes $I_{mn}^{(s)}$ sont symétriques par rapport aux axes x et y (annexe B), et on peut alors écrire $F_s(u, v)$ sous la forme

$$F_s(u, v) = \sum_{m=1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{n=1}^{N_s+r_{L_s}} (2 - r_{L_s} \delta_{m-1}) (2 - r_{L_s} \delta_{n-1}) I_{mn}^{(s)} \cos[(2m - r_{L_s} - 1)u] \cdot \cos[(2n - r_{L_s} - 1)v] \quad (2.74)$$

$$= T_{L_1-1}^s(w_0 \cos u \cdot \cos v)$$

La connaissance des paramètres du réseau de base à savoir L_1 et R_1 nous permet, à l'aide de la relation (2.73), de déterminer les amplitudes $I_{mn}^{(s)}$, de tracer le diagramme de rayonnement $F_s(u, v)$ et de calculer le ratio R_s du réseau auto-convolué de taille $L_s \times L_s$.

La méthode proposée est très utile dans le cas de la synthèse des réseaux. Pour cela, on impose la directivité $D_0^{(s)}$, le rapport R_s et l'espacement d/λ et on détermine à partir d'abaques analogues aux courbes illustrées par la figure 1.19 la valeur optimale de L_s et on en déduit l'entier s correspondant. L'utilisation des relations (2.67), permet de déterminer la taille L_1 et le rapport R_1 du réseau de base dont on calcule le facteur de réseau $F_1(u, v)$ et la distribution du courant I_{mn} . Les expressions (2.66) et (2.73) permettent de déterminer les caractéristiques du réseau auto-convolué $L_s \times L_s$, qui est beaucoup plus performant qu'un réseau identique à excitation classique.

Le calcul des excitations $I_{mn}^{(s)}$ à l'aide de la relation (2.73) est complexe et nécessite un temps de calcul assez long. Aussi, on préfère écrire l'expression de ces excitations sous la forme modale [108]

$$I_{mn}^{(s)} = \sum_{p=1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{q=1}^{N_s+r_{L_s}} (2-r_{L_s}\delta_{p-1})(2-r_{L_s}\delta_{q-1})a_{pq}^{(s)} \cos\left[\frac{2\pi}{L_s}\left(m-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\left(p-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\right] \times \cos\left[\frac{2\pi}{L_s}\left(n-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\left(q-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\right] \quad m,n=1,2,\dots,N_s \quad (3-75)$$

et qui permet d'exprimer $F_s(u, v)$ par la relation

$$F_s(u, v) = \sum_{p=1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{q=1}^{N_s+r_{L_s}} (2-r_{L_s}\delta_{p-1})(2-r_{L_s}\delta_{q-1})a_{pq}^{(s)}\psi_p^{(s)}(u) \cdot \psi_q^{(s)}(v) \quad (2.76)$$

où

$$\psi_l^{(s)}(t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin\left[L_s\left(t-\left(l-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right)\right]}{\sin\left[t-\left(l-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right]} + \frac{\sin\left[L_s\left(t+\left(l-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right)\right]}{\sin\left[t+\left(l-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right]} \right\} \quad (2.77)$$

avec $\begin{cases} l = p & \text{or} & q \\ t = u & \text{or} & v \end{cases}$

Sachant que

$$\psi_p^{(s)}\left[\left(p'-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right] = \frac{L_s}{(2-r_{L_s}\delta_{p'-1})} \delta_{p-p'} \quad (3-78)$$

alors

$$F_s\left[\left(p-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}, \left(q-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right] = L_s^2 \cdot a_{pq}^{(s)} \quad (2.79)$$

et en tenant compte de (2.66), les coefficients $a_{pq}^{(s)}$ s'écrivent

$$a_{pq}^{(s)} = \frac{1}{L_s^2} \cdot T_{L-1}^s \left[w_0 \cos\left[\left(p-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right] \cdot \cos\left[\left(q-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right] \right] \quad (2.80)$$

Dans ces conditions, l'expression (2.75) devient

$$I_{mn}^{(s)} = \frac{1}{L_s^2} \cdot \sum_{p=1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{q=1}^{N_s+r_{L_s}} (2-r_{L_s}\delta_{p-1})(2-r_{L_s}\delta_{q-1}) \cdot T_{L-1}^s \left[w_0 \cos\left[\left(p-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right] \cdot \cos\left[\left(q-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\frac{\pi}{L_s}\right] \right] \times \cos\left[\frac{2\pi}{L_s}\left(m-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\left(p-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\right] \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{L_s}\left(n-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\left(q-\frac{r_{L_s}+1}{2}\right)\right] \quad (2.81)$$

2.4.2 Directivité maximale

Comme dans le paragraphe 2.2.4, on peut écrire la directivité maximale du réseau $L_s \times L_s$ comme suit

$$D_0^{(s)} = \frac{|F_s(\theta_0, \phi_0)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |F_s(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} = \frac{1}{P_s} |F_s(\theta_0, \phi_0)|^2 \quad (2.82)$$

avec

$$F_s(\theta, \phi) = \sum_{m=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{n=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} i_{mn}^{(s)} e^{jkd \left[\left(m - \frac{r_{L_s}+1}{2} \right) \sin \theta \cos \phi + \left(n - \frac{r_{L_s}+1}{2} \right) \sin \theta \sin \phi \right]} \quad (2.83)$$

Comme les $I_{mn}^{(s)}$ sont symétriques par rapport aux axes x et y , on peut écrire alors $|F_s(\theta, \phi)|^2$ comme suit :

$$|F_s(\theta, \phi)|^2 = \sum_{m=-N_{2s}+1}^{N_{2s}+1} \sum_{n=-N_{2s}+1}^{N_{2s}+1} I_{mn}^{(2s)} e^{j2[(m-1)u+(n-1)v]} \quad (2.84)$$

L'expression de P_s s'écrit alors sous la forme

$$P_s = \sum_{m=1}^{N_{2s}+1} \sum_{n=1}^{N_{2s}+1} (2 - \delta_{m-1})(2 - \delta_{n-1}) I_{mn}^{(2s)} b_{m-1 \ n-1} \cos[(m-1)u_0] \cdot \cos[(n-1)v_0] \quad (2.85)$$

Avec
$$b_{m-1 \ n-1} = \text{sinc} \left(kd \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2} \right) \quad (2.86)$$

$$I_{mn}^{(2s)} = \left(\frac{I}{L_{2s}} \right)^2 \sum_{p=1}^{N_{2s}+1} \sum_{q=1}^{N_{2s}+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cdot T_{L-1}^{2s} \left[w_0 \cos \left((p-1) \frac{\pi}{L_{2s}} \right) \cos \left((q-1) \frac{\pi}{L_{2s}} \right) \right] \times \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (n-1)(q-1) \right] \quad (2.87a)$$

$$N_{2s} = L_s - 1 = s(L_1 - 1) \text{ et } L_{2s} = 2N_{2s} + 1 = 2s(L_1 - 1) + 1 \quad (2.87b)$$

$$u_0 = kd \sin \theta_0 \cos \phi_0 \text{ et } v_0 = kd \sin \theta_0 \sin \phi_0 \quad (2.87c)$$

Compte tenu (2.65a) et (2.74), l'expression (2.82) devient

$$D_0^{(s)} = \frac{|E_s(\theta_0, \phi_0)|^2}{P_s} = \frac{R_1^{2s}}{P_s} = \frac{R_s^2}{P_s} \quad (2.88)$$

Dans le cas d'un espacement entre éléments adjacents de l'ordre de la demi-longueur d'onde ($d \approx \lambda/2$), ($b_{m-1 \ n-1} \cong \delta_{m-1} \times \delta_{n-1}$)

$$P_s \cong I_{11}^{(2s)} \quad (2.89)$$

De plus, puisque les expressions (2.82), (2.83) et (2.88) permet d'écrire R_1^{2s} sous la forme

$$R_1^{2s} = \sum_{m=1}^{N_{2s}+1} \sum_{n=1}^{N_{2s}+1} (2 - \delta_{m-1})(2 - \delta_{n-1}) I_{mn}^{(2s)} \quad (2.90)$$

la directivité maximale peut être écrite, avec une bonne approximation, comme suit

$$D_0^{(s)} \cong \frac{R_l^{2s}}{I_{ll}^{(2s)}} = \sum_{m=1}^{N_{2s}+1} \sum_{n=1}^{N_{2s}+1} (2-\delta_{m-1})(2-\delta_{n-1}) I_{mn}^{(2s)} / I_{ll}^{(2s)} \quad (2.91)$$

Pour un réseau de grande taille $L_1 \times L_1$ sa directivité $D_0^{(l)}$ tend vers $2R_1^2$. Pour un réseau auto-convolué de même rapport, on peut montrer que pour une taille infinie sa directivité s'écrit (annexe B)

$$(D_0^{(s)})_{\infty} = \lim_{L_s \rightarrow +\infty} D_0^{(s)} = \frac{2^{2s} R_s^2}{C_s^{2s}} \quad (2.92)$$

Par conséquent, le rapport entre la directivité $(D_{\infty}^{(s)})$ d'un réseau auto-convolué et celle $(D_0^{(l)})_{\infty}$ d'un réseau classique, ayant le même rapport R , est

$$r_a(s) = \frac{(D_0^{(s)})_{\infty}}{(D_0^{(l)})_{\infty}} = \frac{2^{2s-1}}{C_s^{2s}} = \frac{2^{2s-1} \times (s!)^2}{(2s)!} \quad (2.93)$$

D'après (2.93) et le tableau suivant, on constate que le rapport r_a croit avec l'entier s . Cependant, l'augmentation de ce rapport est très lente pour des valeurs grandes de s .

modification order s	2	3	4	5	10	100	1000
The ratio $r_a(s)$	1. 333	1. 600	1. 828	2. 032	2. 837	8. 837	28. 028

2.4.3 Largeur de faisceau à mi-puissance et espacement maximum

L'angle d'ouverture à 3 dB (dans le plan $\phi = \phi_0$), notée par $\Delta\theta_3$, est déterminé à partir de la relation

$$T_{L_1-1}^s(w_0 \cos u \cos v) = R_s / \sqrt{2} \quad (2.94)$$

ou sous la forme

$$T_{L_1-1}(w_0 \cos u \cos v) = R_1 / (\sqrt{2})^{l/s} \quad (2.95)$$

Pour $\phi_0 = 45^\circ$, on a

$$\Delta\theta_3 = \sin^{-1} \left[\sin\theta_0 + \frac{\sqrt{2}\lambda}{\pi d} \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{w_1}{w_0}} \right) \right] - \sin^{-1} \left[\sin\theta_0 - \frac{\sqrt{2}\lambda}{\pi d} \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{w_1}{w_0}} \right) \right] \quad (2.96)$$

avec

$$w_1 = \cosh \left[\frac{1}{L_1-1} \cosh^{-1} \frac{R_1}{(\sqrt{2})^{l/s}} \right] \quad (2.97)$$

Pour L_1 grand, la relation (2.96) devient

$$\Delta\theta_3 \cong 2 \sin^{-1} \left[\frac{\sqrt{2}\lambda}{\pi d \cos\theta_0} \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{w_1}{w_0}} \right) \right] \quad (2.98)$$

L'espacement entre éléments d'un réseau de Chebyshev auto-convolué est égal à celui d'un réseau de Chebyshev classique. Alors, la distance maximale autorisée entre éléments, d_M/λ , pour éviter les lobes d'ambiguïté, est donnée par (2-17), où l'argument $T_{L_1-1}(\cdot)$ doit être supérieur ou égale à -1 [111]

$$w_0 \cos\left[\frac{\pi d}{\lambda}(1 + \sin\theta_M)\cos\phi_0\right] \cdot \cos\left[\frac{\pi d}{\lambda}(1 + \sin\theta_M)\sin\phi_0\right] \geq -1 \quad (2.99)$$

Pour tout ϕ_0 . D'où la condition :

$$\frac{d}{\lambda} \leq \frac{d_M}{\lambda} = \frac{1 - \frac{1}{\pi} \cos^{-1}\left(\frac{1}{w_0}\right)}{1 + \sin\theta_M} \quad (2.100)$$

Ceci permet d'obtenir une borne supérieure, notée par $(\Delta\theta_3)_M$, de l'angle d'ouverture à -3 dB

$$(\Delta\theta_3)_M = 2 \sin^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{2}(1 + \sin\theta_M) \cos^{-1}(w_1/w_0)}{\cos\theta_M \cdot [\pi - \cos^{-1}(1/w_0)]} \right\} \quad (2.101)$$

θ_M étant l'angle maximum du balayage.

2.4.4 Résultats obtenus

Dans ce paragraphe, nous allons effectuer une comparaison entre un réseau de Chebyshev auto-convolué et un réseau de Chebyshev classique, qui ont les mêmes caractéristiques : la taille $L \times L$, le rapport R , l'espacement $d/\lambda = 0.5$ et l'angle maximum de balayage θ_M qui est fixé à 75° . Pour effectuer cette comparaison, nous avons pris comme indices de performances la directivité maximale et la largeur du faisceau principal dans la direction transversale ($\theta_0 = 0^\circ, \phi_0 = 45^\circ$).

Les distributions d'amplitudes des courants des deux réseaux, sont illustrées par la figure 2.16. Nous remarquons que l'inconvénient majeur d'une excitation classique (Fig. 2.6b) réside dans les écarts élevés entre les amplitudes de courant I_{mn} . Ces écarts deviennent trop importants lorsque la taille du réseau est grande. Il est alors difficile d'obtenir et de maintenir une telle distribution sur les différentes sources du réseau. Cet inconvénient est compensé par la technique d'auto-convolution (Fig. 2.6a) qui donne des écarts peu significatifs des amplitudes de courant, ce qui est facilement réalisable. Nous remarquons de plus que cette nouvelle technique s'approche de la distribution uniforme lorsque la taille du réseau est importante et il est donc évident que la directivité soit améliorée.

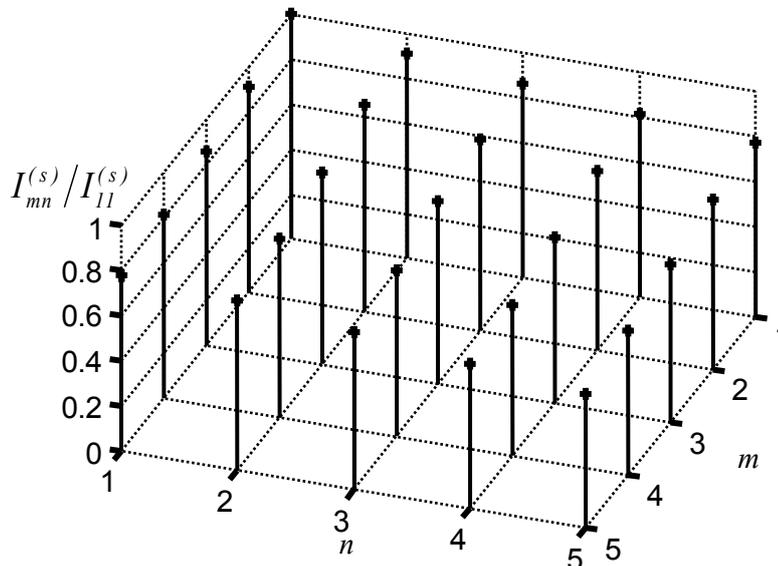


Fig. 2.16a Distribution des amplitudes de courant pour $R = 20$ dB, pour un réseau auto-convolué avec $L_I = 5$ et $s = 2$.

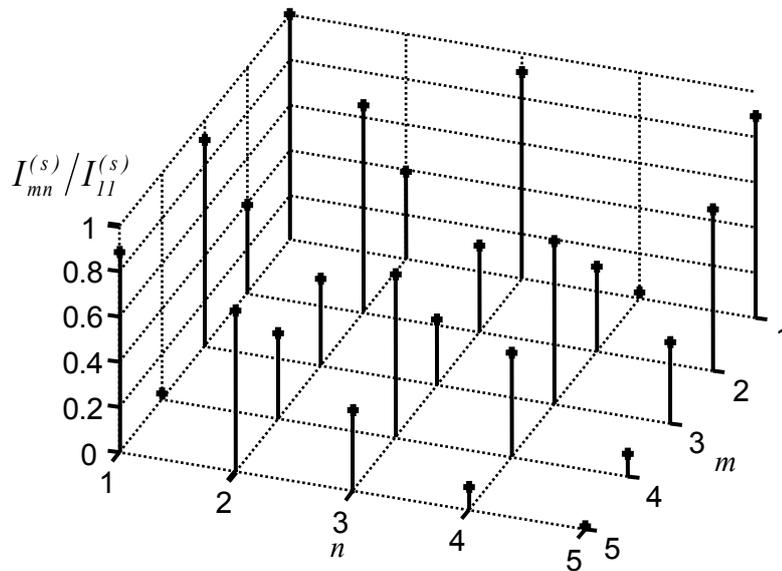


Fig. 2.16b Distribution des amplitudes de courant pour $R = 20$ dB, pour un réseau classique de Chebyshev avec $L = 9$.

La figure 2.17 illustre le diagramme de rayonnement, dans le plan $\phi = 45^\circ$, d'un réseau auto-convolué, pour deux valeurs de L_s , et pour un rapport $R=10$ dB. Nous constatons une diminution de la largeur de faisceau lorsque la taille du réseau de base augmente. Pour une valeur de L_s fixée et l'ordre de modification s augmente, le nombre des lobes secondaires diminue au détriment de la largeur du faisceau.

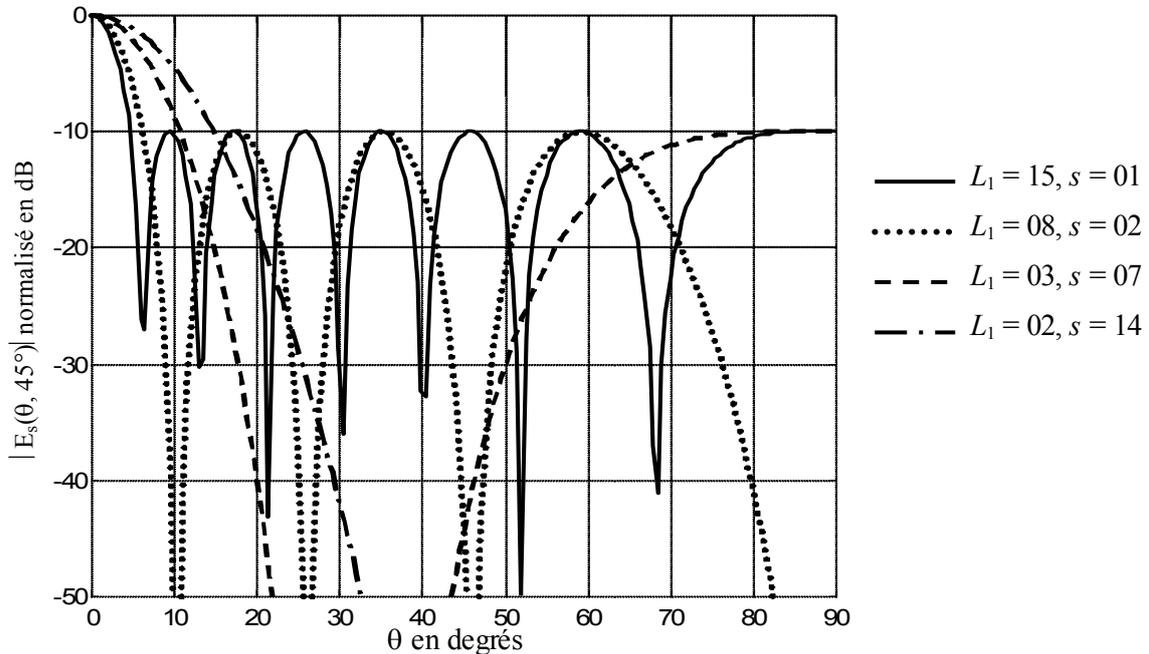


Fig. 2.17a Diagrammes de rayonnement pour $L_s = 15$.

La figure 2.18 met en évidence l'augmentation de la directivité avec la taille du réseau et de l'ordre de la modification s . Dans le cas où le paramètre R est pris égal à 20 dB, cette augmentation est pratiquement linéaire jusqu'à $L=30$. Elle l'est jusqu'à $L=60$ dans le cas où $R=30$ dB. Nous constatons également que les valeurs élevées de l'ordre de la modification n'améliore guère la directivité. Par conséquent, des valeurs de s égales à 2 ou 3 suffisent amplement pour améliorer les performances du réseau.

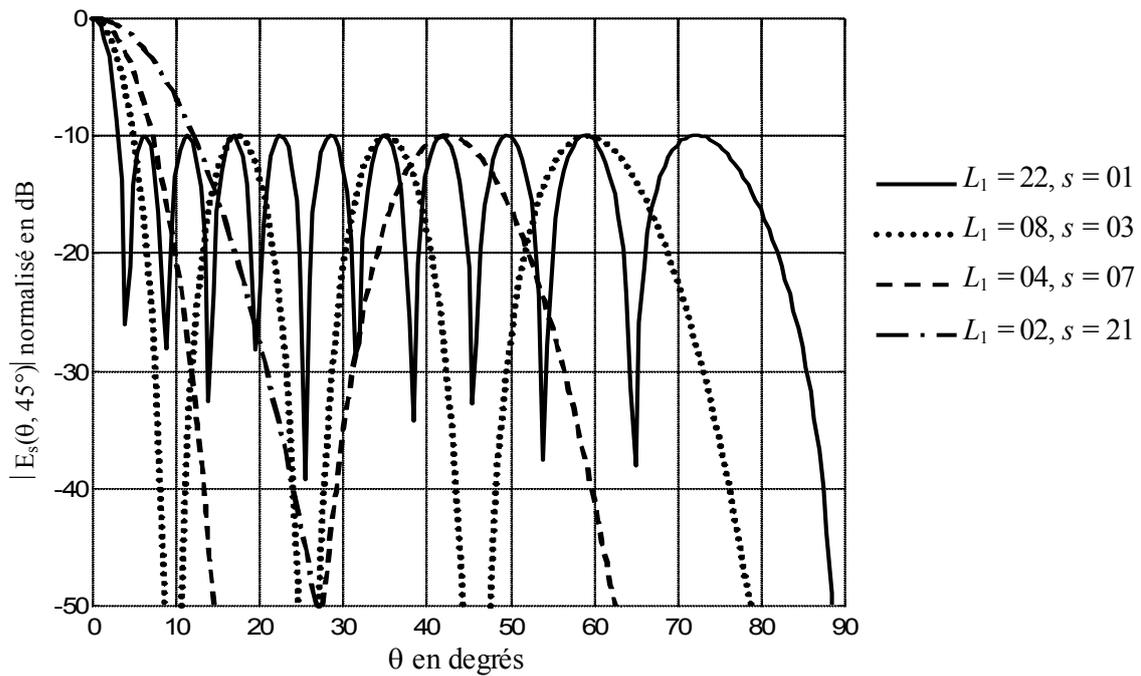


Fig. 2.17b Diagrammes de rayonnement pour $L_s = 22$.

Un réseau de courbes comparables à celles de la figure 2.18 peuvent servir d'abaques pour effectuer la synthèse de tels réseaux. Ainsi, pour des valeurs imposées de la directivité et du rapport R , on peut déterminer les dimensions du réseau de base et l'ordre de la modification. On procédera ensuite par auto-convolution aux calculs des amplitudes I_{mn} . On déterminera ensuite le facteur du réseau de la configuration modifiée dont on déterminera toutes les caractéristiques de rayonnement.

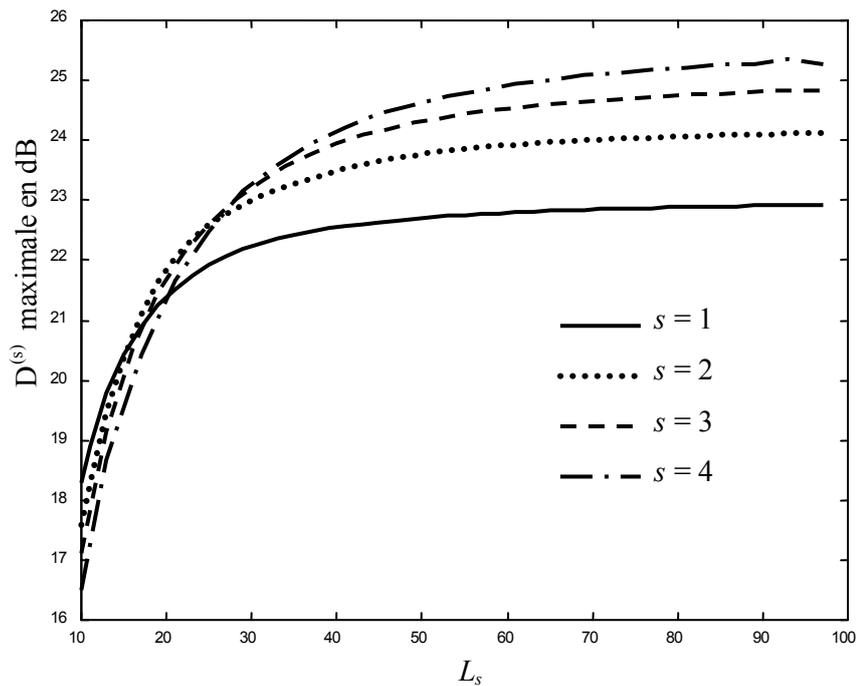


Fig. 2.18a Directivité maximal d'un réseau carré auto-convolué en fonction de nombre d'éléments pour différente valeurs de s avec $R = 20$ dB.

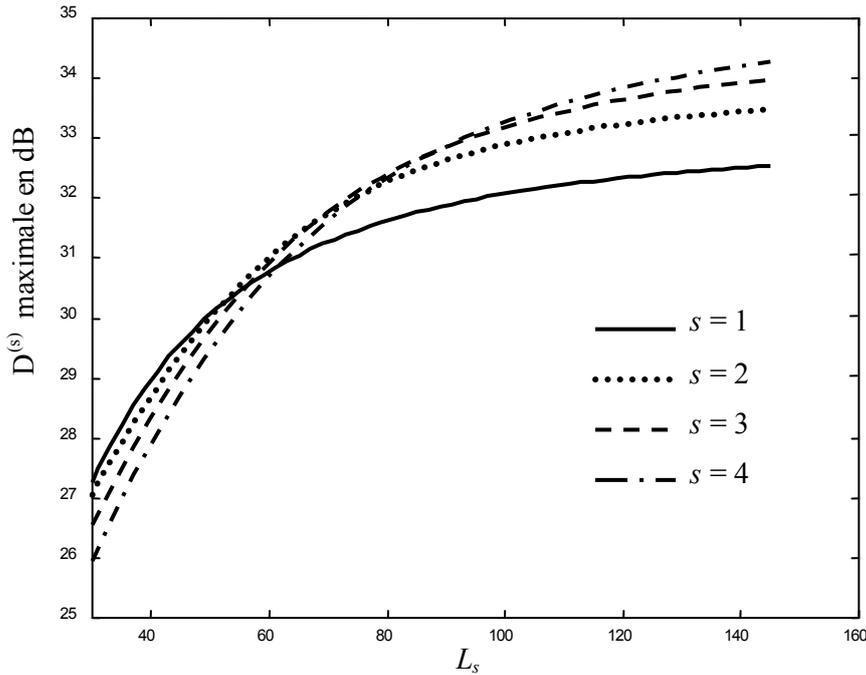


Fig. 2.18a Directivité maximal d'un réseau carré auto-convolué en fonction de nombre d'éléments pour différente valeurs de s avec $R = 30$ dB.

La figure 2.19 représente l'évolution de l'angle maximum $\theta_{3M}^{(s)}$ à mi-puissance en fonction de la taille du réseau pour deux valeurs du rapport R . Les courbes en trait plein et en pointillés représentent respectivement $\theta_{3M}^{(s)}$ d'un réseau auto-convolué et d'un réseau classique de même taille. A partir de ces courbes on peut déduire que l'intérêt des réseaux modifiés réside plutôt dans la diminution du nombre et du niveau des lobes secondaires car les angles d'ouverture à mi-puissance sont pratiquement les mêmes.

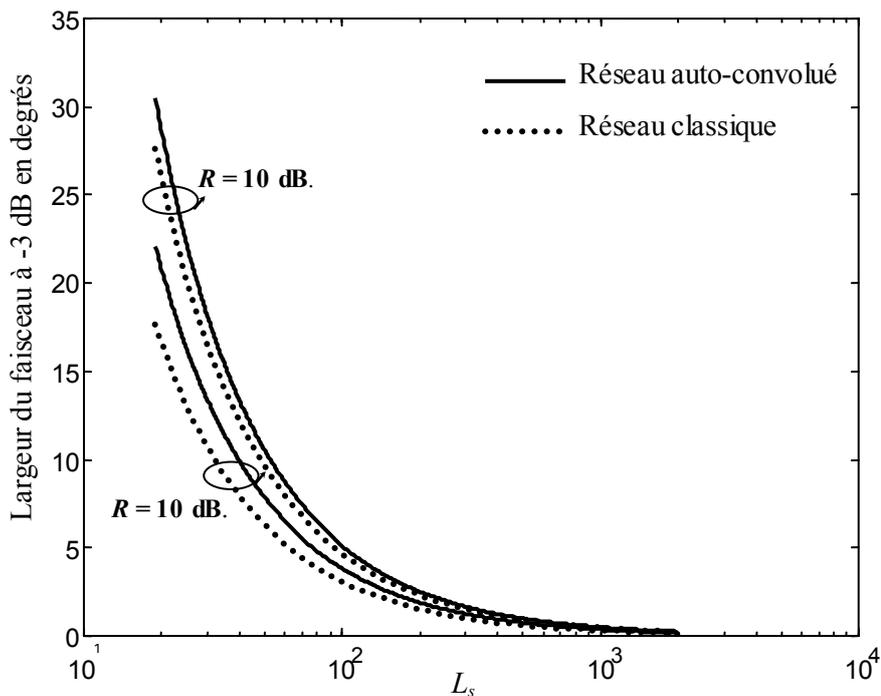


Fig. 2.19 Largeur maximale de faisceau à mi-puissance pour les deux types de réseaux, en fonction de la taille avec $R = 10$ dB , $R = 30$ dB et $s = 2$.

Analyse des Réseaux Microruban par Equation Intégrale

3.1 Introduction

Les réseaux d'antennes phasés imprimés ont gagné un intérêt considérable en particulier dans les réseaux monolithiques dans la bande millimétrique où des dispositifs actifs pour déphaseurs et des amplificateurs sont intégrés sur le même substrat que les éléments de rayonnement. L'antenne microruban convient parfaitement à ce type de réseaux du fait de son faible gain, de sa compatibilité avec l'architecture monolithique et de sa possibilité d'être alimentée de manières diverses [112, 113].

L'analyse de réseaux d'antennes en technologie microruban à l'aide des méthodes développées au chapitre 2 s'avère insuffisantes. En effet, ces méthodes ne prennent pas en considération les effets de couplage mutuel inter sources [114] et les directions aveugles [115] dues à l'existence d'ondes de surface. C'est la raison pour laquelle nous avons opté pour l'une des méthodes les plus rigoureuses à savoir la résolution de l'équation intégrale dans le domaine spectral à l'aide de la méthode des moments [116, 118].

L'étude d'un réseau d'antennes doit toujours être précédée par la description du couplage mutuel entre ses éléments. Ceci est aussi bien valable pour les réseaux microrubans que pour tout autre type de réseaux. L'utilisation des caractéristiques optimales d'un élément en isolation pour la conception d'un réseau entraîne souvent à des résultats erronés. Quels sont donc les effets du couplage mutuel? En particulier, il modifie la résistance de rayonnement des éléments couplés entraînant une mauvaise adaptation d'impédance. Il peut aussi affaiblir le rayonnement par l'apparition de directions aveugles.

Les directions aveugles se réfèrent à une condition où aucune puissance active n'est rayonnée (reçue) dans certains angles de balayage. Elle résulte d'un confinement de la puissance dans le réseau et, généralement, elle est liée à la résonance de certains modes guidés dans la structure du réseau. En raison de la présence d'une couche diélectrique, les réseaux phasés imprimés sont plus susceptibles de présenter des directions aveugles. Ces directions sont caractéristique des réseaux infinis, et dans les réseaux de grandes tailles leurs effets peuvent sérieusement affecter leurs performances. Ainsi, il est important de prévoir l'apparition de cet effet dans les réseaux imprimés.

La méthode d'analyse utilisée dans ce chapitre (*Fullwave approach*) consiste à caractériser la structure rayonnante par une équation intégrale de champ électrique résolue à l'aide de la méthode des moments dans le domaine spectral. Nous avons d'abord spécifié les caractéristiques du patch rectangulaire isolé, puis étudié l'effet de proximité (réseaux parasites avec deux éléments) pour mettre en évidence l'existence de couplage inter éléments. Ensuite, les caractéristiques du patch dans un réseau infini sont obtenues. Finalement les effets de bord ont été étudiés.

3.2 Patch isolé

L'antenne microruban à patch rectangulaire est l'un des éléments les plus utilisés dans les antennes imprimées (fig. 3,1). Son diagramme de rayonnement est utilisé comme diagramme de rayonnement d'un élément de réseaux dans l'étude des réseaux planaires. Dans cette section, les caractéristiques d'une antenne rectangulaire sont étudiées en utilisant la méthode des moments. Nous avons validé la méthode proposée [116] expérimentalement et montré la précision des résultats obtenus jusqu'à une fréquence de 24 GHz.

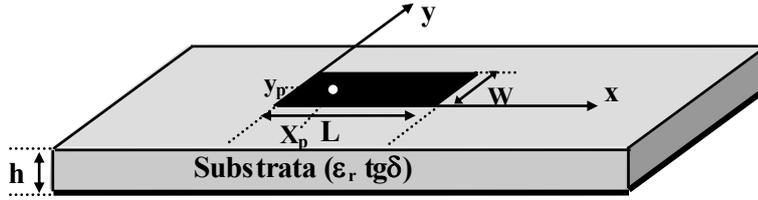


Fig. 3.1 Antenne microruban rectangulaire

Dans la structure de la figure 3.1, le substrat diélectrique est supposé infini, homogène et isotrope avec pertes. Ainsi, sa constante diélectrique s'écrit

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r (1 - j \tan \delta) \quad 0 < z < h \quad (3-1)$$

Où h , ε_r et $\tan \delta$ sont respectivement, l'épaisseur, la constante diélectrique et l'angle de perte du substrat.

Pour étudier le rayonnement de la configuration considérée, l'équation intégrale de champ électrique (EICE) est utilisée. Dans sa formulation, le champ électrique tangentiel sur le patch conducteur de conduite est nul

$$\vec{E}_{tan} = 0 \quad (3-2)$$

Si l'on suppose l'existence d'un courant total équivalent \vec{J}_s sur le patch, nous pouvons alors écrire

$$L(\vec{J}_s) + \vec{E}^i = 0 \quad (3-3)$$

Dans le domaine spatial, \vec{E}^i est exprimé en intégrale de convolution de la fonction de Green de la structure et du courant d'excitation. De même, L est l'opérateur de convolution qui devient un produit simple dans le domaine spectral. A cet effet, l'équation (3-3) devient

$$\int_S \vec{J}_s \vec{E}^{scat} ds + \int_{V_s} \vec{J}_f \vec{E}^{scat} dv = 0 \quad (3-4)$$

Où

\vec{E}^{scat} est le champ diffracté du au courant de surface \vec{J}_s ,

S dénote la surface du conducteur sur laquelle le courant \vec{J}_s circule,

V_s est le volume contenant la source d'alimentation et

\vec{J}_f est le courant d'alimentation.

L'équation (3-4) est l'équation intégrale désirée qui caractérise la structure de rayonnement de la figure 3.1. En ce qui concerne la solution de cette équation, il est plus intéressant de travailler avec des courants au lieu des champs. Ceci peut être accompli en

utilisant la fonction de Green $\overline{\overline{G}}$ qui donne une relation de cause à effet entre le courant électrique \vec{J}_s et le champ électrique \vec{E}^{scat} qu'il crée. De la théorie de systèmes linéaires, cette relation s'écrit sous forme

$$\vec{E}^{scat} = \int \overline{\overline{G}} \vec{J}_s ds \quad (3-5)$$

Dans le domaine spectral, l'intégrale ci-dessus est transformée à un produit simple. Puisque, le courant induisant et le champ résultant sont des quantités vectorielles; l'équation (3-5) devient

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \\ \tilde{J}_z \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

avec $\tilde{G} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{bmatrix}$ est la fonction de Green dyadique dans le domaine spectral.

Le symbole \sim est utilisé pour indiquer que la quantité correspondante est exprimée dans le domaine spectral. Dans cette analyse, la fonction de Green exacte est utilisée (annexe C).

L'effet du courant d'alimentation \tilde{J}_z est modélisé par le champ incident \tilde{E}^{inc} , et le champ \tilde{E}^{scat} est dû seulement au courant de surface $\tilde{J}_s = \tilde{J}_x \hat{x} + \tilde{J}_y \hat{y}$. Par conséquent, nous avons

$$\tilde{E}^{inc} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^{inc} \\ \tilde{E}_y^{inc} \\ \tilde{E}_z^{inc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{J}_z \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

$$\tilde{E}^{scat} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^{scat} \\ \tilde{E}_y^{scat} \\ \tilde{E}_z^{scat} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

À cet effet, l'équation intégrale de champ électrique s'écrit dans le domaine spectral sous la forme

$$\tilde{E}^{inc}(k_x, k_y, h) + \tilde{E}^{scat}(k_x, k_y, h) = 0 \quad (3-9)$$

Des solutions analytiques de l'équation (3-9) sont impossible à obtenir même pour des géométries simples. La méthode des moments (M₂) [72] est employée pour obtenir une solution numérique. Dans la formulation de la M₂, le courant surfacique est exprimé par un développement de fonctions de base suivant

$$\vec{J}_s = \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} J_{xn} \hat{x} + \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} J_{yn} \hat{y} \quad (3-10)$$

J_{xn} et J_{yn} sont les fonctions de base de forme sinusoïdales sous-section données (Annexe D), α_{xn} et α_{yn} sont des coefficients de pondération à déterminer. En utilisant la méthode de Galerkin, l'équation (3-9) est transformée à un ensemble d'équations algébriques linéaires de

forme

$$V_m + \sum \alpha_n Z_{mn} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, N \quad \text{et } N = N_x + N_y \quad (3-11)$$

Qui prend la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} Z_{mn}^{xx} & Z_{mn}^{xy} \\ Z_{mn}^{yx} & Z_{mn}^{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{xn} \\ \alpha_{yn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m^x \\ V_m^y \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

avec

$$Z_{mn}^{pq} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{pm}^*(k_x, k_y) \tilde{G}_{pq}(k_x, k_y) \tilde{J}_{qn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (3-13)$$

et

$$V_m^p = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \tilde{J}_{pm}^*(k_x, k_y) \tilde{G}_{pz}(k_x, k_y) \tilde{J}_z(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (3-14)$$

L'impédance d'entrée de l'antenne de la figure 3-1 s'écrit sous forme [72]

$$Z_{in} = -\left\{ \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} V_{xn} + \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} V_{yn} \right\} \quad (3-15)$$

où α_{xn} et α_{yn} sont déterminés à partir de l'équation (3-12).

La détermination de la bande passante est effectuée par un traçage de l'impédance normalisée en fonction de la fréquence sur l'abaque de Smith et en notant les fréquences d'intersection f_1 et f_2 avec le cercle TOS = 2 (fig. 3.2a) ou en traçant le TOS en fonction de la fréquence et en lisant les fréquences f_1 et f_2 (fig. 3.2b). L'impédance de normalisation devrait être choisie judicieusement afin d'assurer une meilleure adaptation avec la ligne d'alimentation. Ainsi, la largeur de la bande passante est exprimée directement en fonction f_1 et f_2 par la relation.

$$B = 200 \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (\text{in } \%) \quad (3-16)$$

Le diagramme de rayonnement de l'antenne est donné par [72]

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = E_\theta(r, \theta, \phi) \hat{\theta} + E_\phi(r, \theta, \phi) \hat{\phi} \quad (3-17)$$

avec

$$E_\theta = j \frac{k_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \tilde{E}_x(k_x, k_y, h) \cos \phi + \tilde{E}_y(k_x, k_y, h) \sin \phi \right\} \quad (3-18a)$$

$$E_\phi = j \frac{k_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \cos \phi \left[\tilde{E}_x(k_x, k_y, h) \sin \phi + \tilde{E}_y(k_x, k_y, h) \cos \phi \right] \right\} \quad (3-18b)$$

où $k_x = k_0 \sin\theta \cos\phi$, $k_y = k_0 \sin\theta \sin\phi$ et $K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$; $\tilde{E}_x(k_x, k_y, h)$ et $\tilde{E}_y(k_x, k_y, h)$ sont les composantes du champ électrique sur la surface du patch exprimées dans le domaine spectral; $\hat{\theta}$ et $\hat{\phi}$ sont les vecteurs unitaires en coordonnées sphériques.

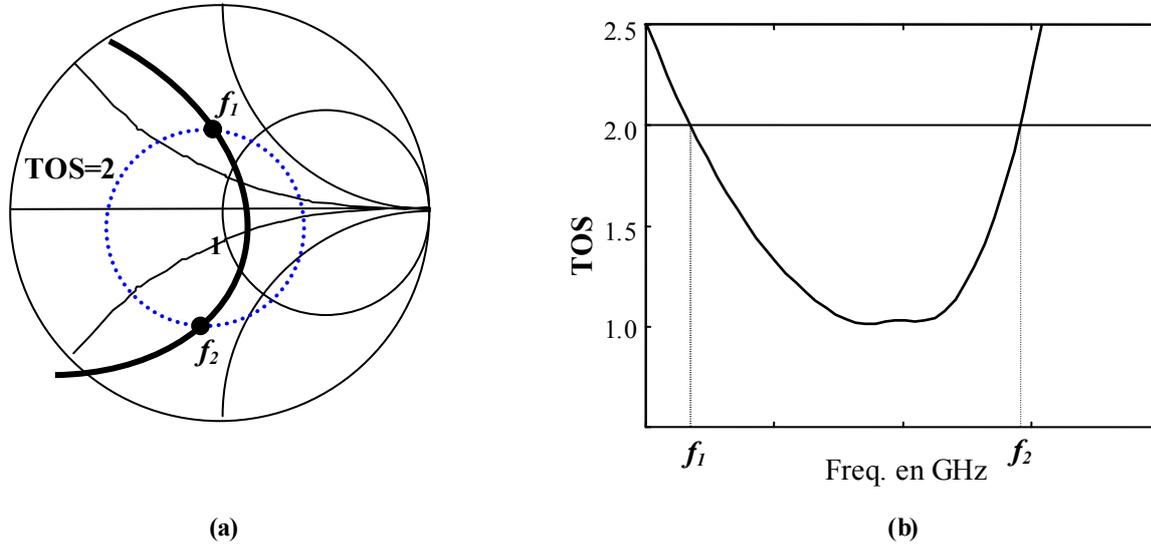


Fig. 3.2 Détermination graphique de la bande passante

3.2.1 Résultats obtenus

Les caractéristiques de l'antenne rectangulaire considérée sont : $L = 25$ mm, $W = 30$ mm, $h = 1.5$ mm, $x_p = 1$ mm, $y_p = 15$ mm, $\epsilon_r = 2.86$ et $\text{tg}\delta = 0.001$.

La Figure 3.3 montre la variation des parties résistive et réactive de l'impédance d'entrée de l'antenne isolée en fonction de la fréquence. A la résonance, $f_r = 3.405$ GHz, la partie imaginaire de l'impédance d'entrée est nulle et sa partie réelle atteint sa valeur maximale. La bande passante de l'antenne calculée à partir de la figure 3.4 est estimée à 1,45%.

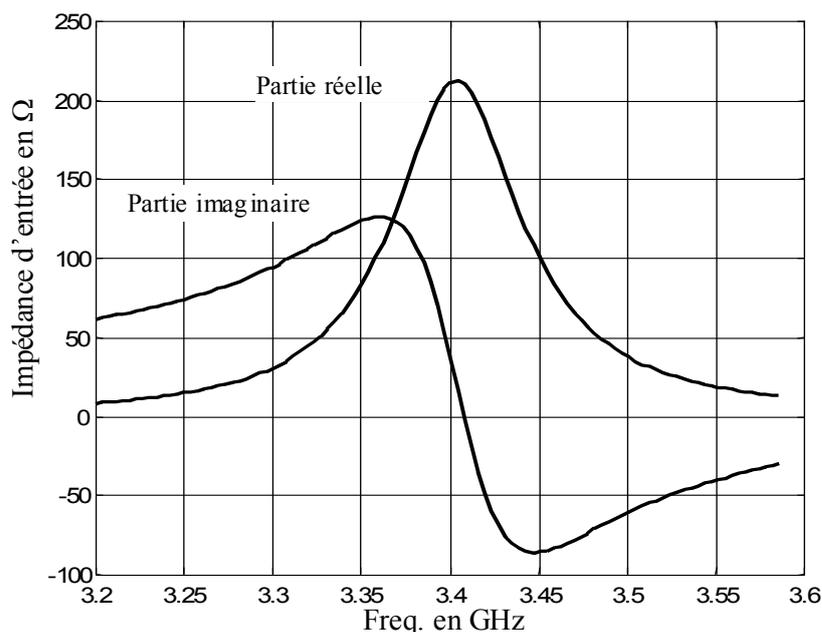


Fig. 3.3 Impédance d'entrée d'un patch rectangulaire avec $L = 25$ mm, $W = 30$ mm, $x_p = 1$ mm, $y_p = 15$ mm $h = 1.5$ mm, $\epsilon_r = 2.86$ and $\text{tg}\delta = 0.001$.

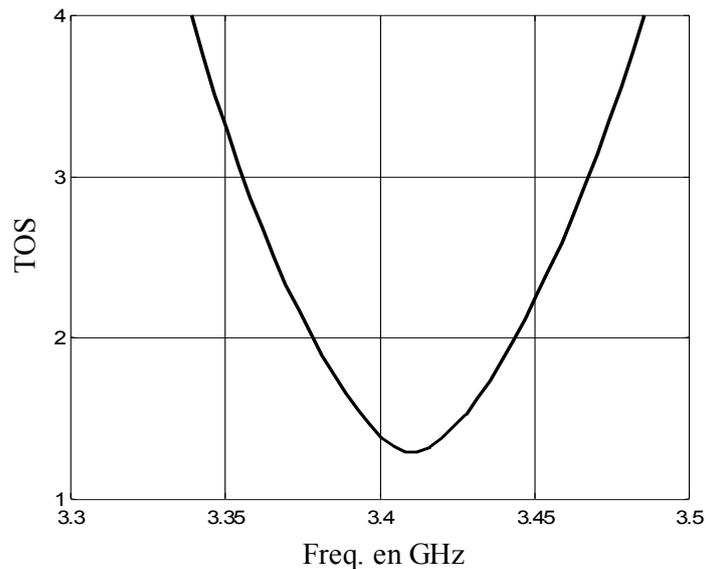


Fig. 3.4 TOS de patch rectangulaire en fonction de la fréquence
 $L = 25$ mm, $W = 30$ mm, $x_p = 1$ mm, $y_p = 15$ mm, $h = 1.5$ mm, $\epsilon_r = 2.86$ and $\text{tg}\delta = 0.001$.

La figure 3.5 présente les composantes co-polaires et contrapolaire du champ électrique dans les plans E et H rayonnés à la fréquence de résonance de l'antenne. Nous notons que les diagrammes de rayonnement sont symétriques par rapport à la direction $\theta = 0$.

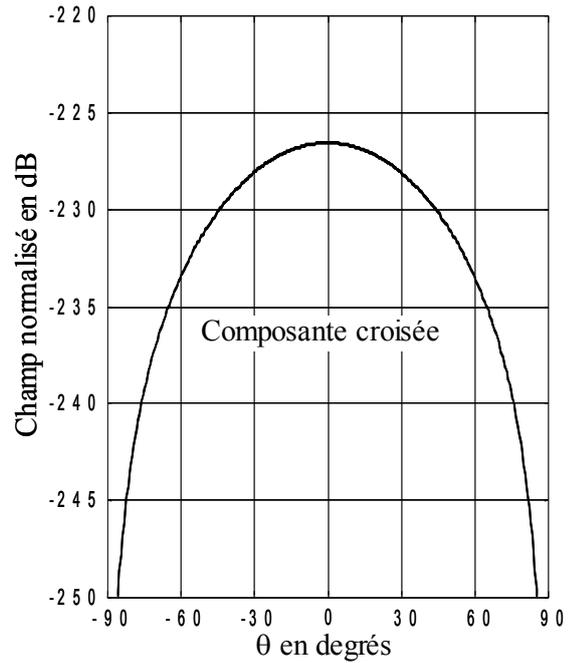
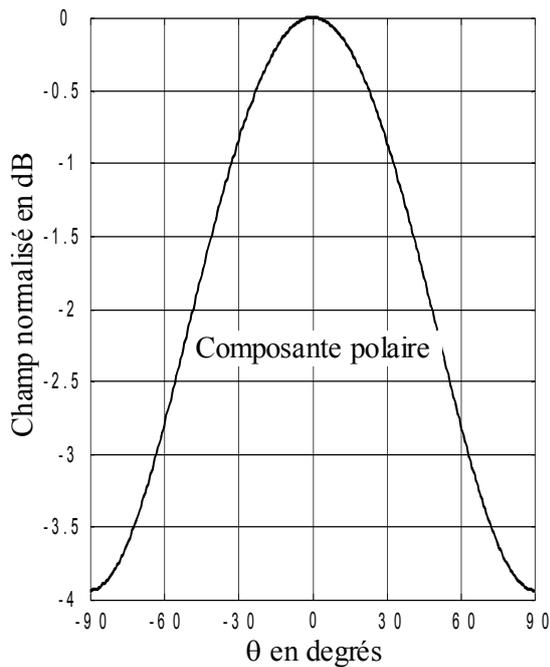
En ce qui concerne les composantes co-polaires dans les plans E et H, nous remarquons que dans la direction perpendiculaire au plan de masse les composantes du champ rayonné présente un rayonnement maximum dans la normale du patch et diminuent graduellement pour s'annuler à 90° . Par conséquent, cette antenne est de type transversal. En outre, avec le nombre de fonctions de base considéré ($N_x = N_y = 3$), les composantes du champ contrapolaire sont pratiquement négligeables dans les deux plans principaux. Ceci signifie que cette antenne a une bonne pureté de polarisation en particulier dans le plan E où le champ contrapolaire est pratiquement nul. En conséquence, une antenne rectangulaire alimentée de la de la manière indiquée a une polarisation linéaire. Dans le cas d'un réseau imprimé basé sur des éléments alimentés au point médian de leur largeur ont une polarisation linéaire. Nous avons obtenu une polarisation circulaire avec une seule excitation en utilisant un patch carré alimenté sur l'une de ces diagonales [119]. Ainsi, cette technique est utile dans le cas des réseaux imprimés à polarisation circulaire.

La largeur de faisceau demi puissance dans les plans E et H sont respectivement 126° et 77.1° et ce [72], résulte d'une directivité de 4,3 dB.

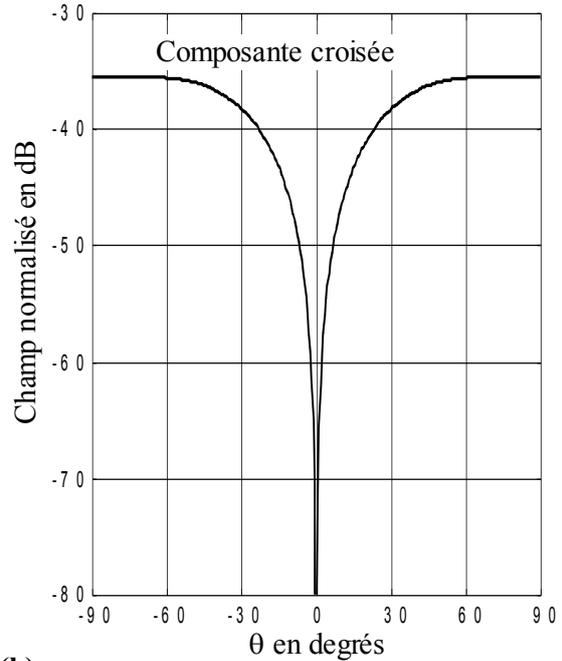
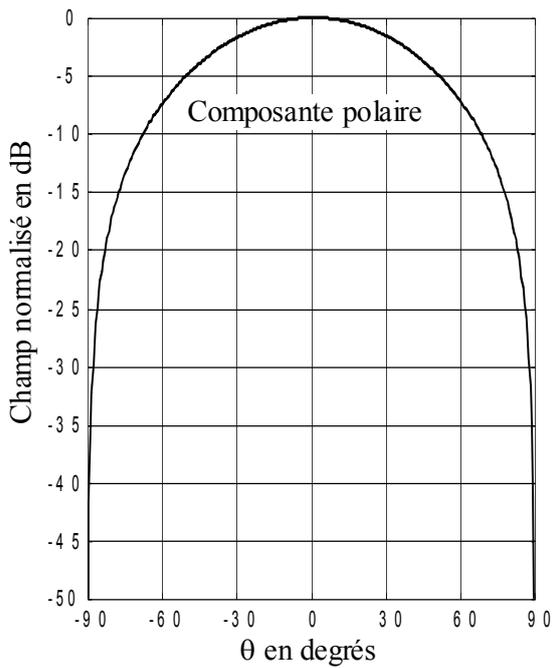
Le type du substrat affecte sensiblement les performances de l'antenne [72]. L'augmentation de son épaisseur diminue la fréquence de résonance ainsi que la résistance à la résonance. La puissance rayonnée de l'antenne diminue également.

Les variations de la constante diélectrique n'affectent guère la direction de rayonnement maximum à l'inverse de la pureté de polarisation qui est légèrement affectée.

La position du point d'excitation et du type du matériau diélectrique dicte le degré d'adaptation de l'antenne à la ligne d'alimentation. Plus le point d'excitation est proche du milieu du patch, plus faible est la résistance d'entrée [72].



(a)



(b)

Fig. 3.5 Diagramme de rayonnement du patch rectangulaire isolé

$L = 25\text{mm}$, $W = 30\text{mm}$, $x_p = 1\text{mm}$, $y_p = 15\text{mm}$, $h = 1.5\text{mm}$, $\text{tg}\delta = 0.001$,

$\epsilon_r = 2.86$, $f_r = 3.405\text{ GHz}$.

(a) plan E (b) plan H

3.3 Effets de proximité (patch pilote au voisinage d'un patch parasite)

L'objectif de cette section est de mettre en évidence l'existence d'effets de couplage inter éléments même dans le cas d'un patch parasite (non excité). L'élément parasite (Fig. 3.6) est excité à la fois par les ondes de surface (internes au substrat diélectrique) et l'onde rayonnée par le pilote alimenté à l'aide d'une sonde coaxiale. Nous avons étudié l'effet de proximité pour une structure à un élément [121, 122], et même à plusieurs éléments parasites [123].

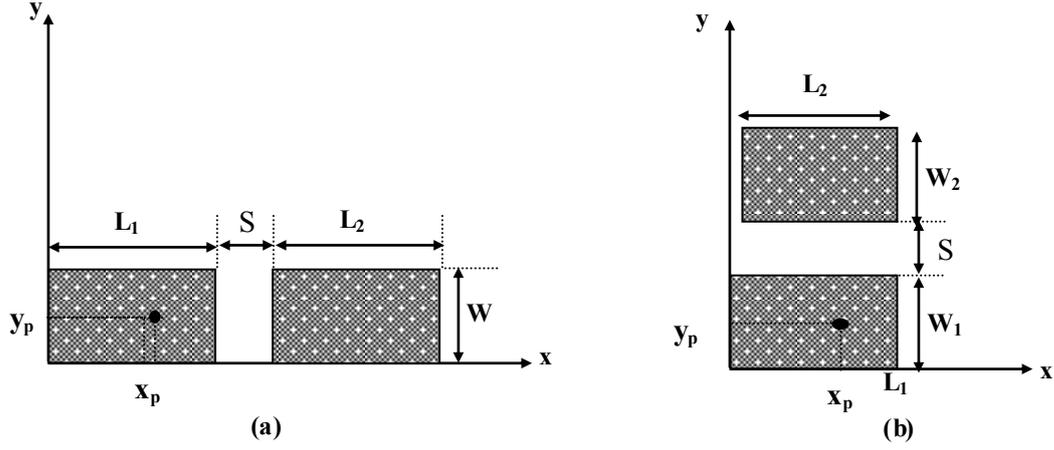


Fig. 3.6 vue de dessous d'un réseau parasite à deux éléments
(a) couplage par côté rayonnant
(b) couplage par des côtés Non rayonnant.

De même que pour le cas d'un patch isolé précédemment étudié, l'équation intégrale caractérisant la structure de figure 3.6 est résolue par la M₂. Celle-ci s'écrit sous la forme

$$\sum_{k=1}^2 \iint_{S_p} \overline{\overline{G}}(r, r') \bar{J}_p^k(r') dr' + \iiint_{V_f} \overline{\overline{G}}(r, r') \bar{J}_f(r') dr' = 0 \quad (3-19)$$

$\bar{J}_s = \sum_{k=1}^2 J_p^k$, \bar{J}_f et \bar{J}_p^k sont les courants de la sonde d'excitation et sur le patch k respectivement, S_p est la surface du patch et, V_f le volume contenant le courant d'alimentation.

Suite à l'application de la méthode des moments l'équation intégrale (3-19) se transforme à un système d'équations linéaire exprimé sous la forme matricielle suivante [121]:

$$\begin{bmatrix} Z^{11} & Z^{12} \\ Z^{21} & Z^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha^1 \\ \alpha^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^1 \\ V^2 \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

avec
$$[Z^{ij}] = \begin{bmatrix} Z_{mn}^{xx} & Z_{mn}^{xy} \\ Z_{mn}^{yx} & Z_{mn}^{yy} \end{bmatrix}^{ij} \quad (3-21)$$

où
$$(Z_{mn}^{pq})^{ij} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{pm}^{i*} \tilde{G}_{pq} \tilde{J}_{qn}^j dk_x dk_y \quad (3-22)$$

et
$$[V^i] = \begin{bmatrix} V_x^p \\ V_y^p \end{bmatrix}^i \quad (3-23)$$

où
$$(V_m^p)^j = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{pm}^{i*} \tilde{G}_{pz} \tilde{J}_z dk_x dk_y \quad (3-24)$$

et finalement
$$[\alpha^i] = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{bmatrix}^i \quad (3-25)$$

Une fois les coefficients $[\alpha^i]$ évalués et la distribution des courants déterminée, nous pouvons alors calculer les paramètres radioélectriques de l'antenne en utilisant (3-17) et (3-18) pour les composantes du champ rayonné et la relation

$$Z_{in} = -\sum_{k=1}^2 \left\{ \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn}^k V_{xn}^k + \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn}^k V_{yn}^k \right\} \quad (3-26)$$

pour l'impédance d'entrée.

3.3.1 Résultats obtenus

Les éléments des antennes microruban étudiées dans cette section (Fig.3.6) sont déposés sur un substrat de constante diélectrique $\epsilon_r = 2,86$, $\text{tg } \delta = 0,001$, et $h = 1.5$ mm, et sont de dimensions $L_1 = 25$ mm, $L_2 = 24.5$ mm, $W_1 = W_2 = 30$ mm, $S = 0.7$ mm, $x_p = 1$ mm et $y_p = 15$ mm.

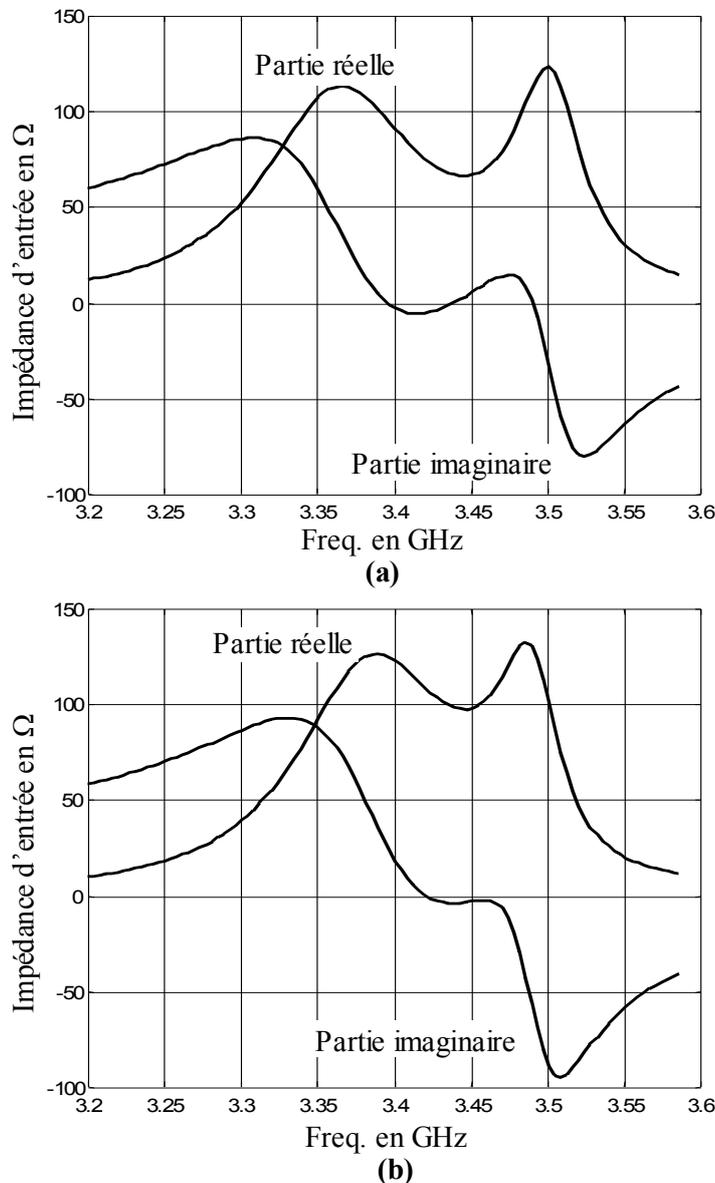


Fig. 3.7 impédance d'entrée en fonction de la fréquence d'un patch rectangulaire avec parasite.
 $L_1 = 25$ mm, $L_2 = 24.5$ mm, $W_1 = W_2 = 30$ mm, $S = 0.7$ mm,
 $h = 1.5$ mm, $\epsilon_r = 2.86$ and $\text{tg}\delta = 0.001$, $x_p = 1$ mm, $y_p = 15$ mm.

(a) couplage par côté rayonnant (b) couplage par côté non rayonnant

L'évolution de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence (fig. 3.7) montre clairement l'influence du couplage inter éléments. La présence de l'élément parasite se traduit par deux pics de résonances et donc par un élargissement de la bande passante. Cet effet est plus accentué dans le plan E (fig. 3.7a) que dans le plan H (fig. 3.7b). En effet, la structure (a) a une bande passante de 4.72% alors que celle de la structure (b) est de 3.75%. Cette différence est due à la variation de la longueur résonnante effective de la structure (a) alors que dans la structure (b), la variation n'a pas d'effet sur la première résonance. Le caractère large bande de ces structures nous incite à l'étude du champ rayonné en fonction des fréquences dans la bande fréquentielle de l'antenne.

Contrairement au cas d'une antenne isolée (sans éléments parasites), le diagramme de rayonnement de la structure de la figure 3.6a varie considérablement avec la fréquence (fig. 3.8a). Dans le plan E, cette variation se traduit aussi bien de point de vue du niveau du champ rayonné que de la direction de rayonnement maximum. Cet effet est moins accentué dans le plan H où il se traduit uniquement par la variation du niveau du champ. Dans le cas de la figure 3.6b, nous observons des effets inverses (figure 3.8b). Les variations du champ observées sont expliquées par le couplage mutuel inter éléments et par l'écart entre les longueurs des éléments de l'antenne.

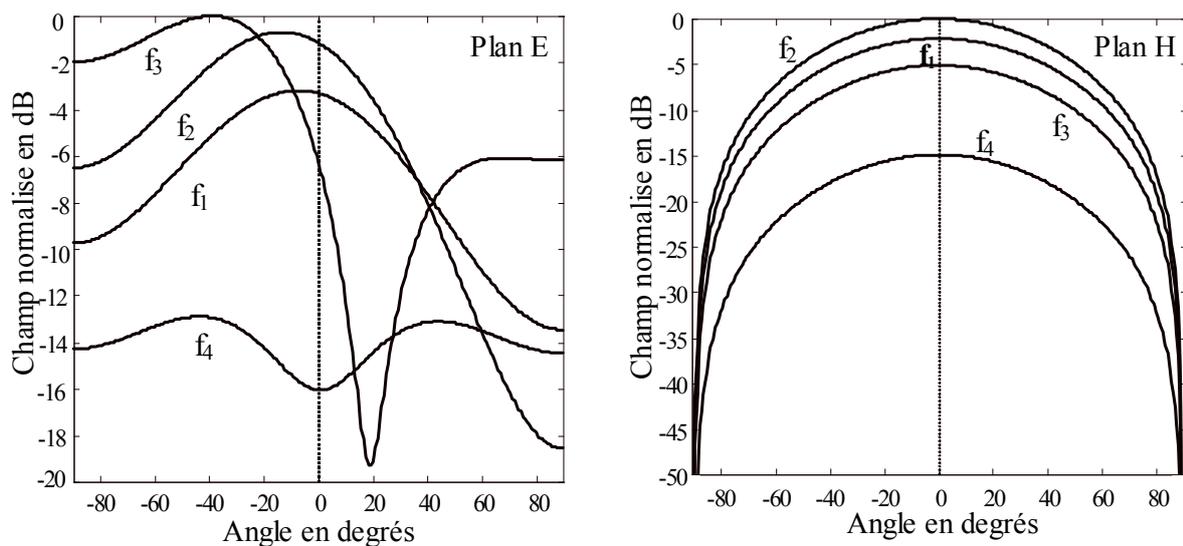


Fig. 3.8a Diagramme de rayonnement du réseau parasite.

$L_1 = 25.0$ mm, $L_2 = 24.5$ mm, $S = 0.7$ mm, $W = 30$ mm

$\epsilon_r = 2.86$, $\text{tg}\delta = 0.001$, $X_p = 0$, $Y_p = 15.0$ mm $h = 1.5$ mm

$f_1 = 3.3$ GHz
$f_2 = 3.4$ GHz
$f_3 = 3.5$ GHz
$f_4 = 3.6$ GHz

En plus des ondes de surface et d'espace, le patch parasite est également excité par le champ débordé et par le champ dans l'espace de couplage entre les éléments. Il est donc important d'étudier l'effet de la distance S entre les éléments sur l'impédance d'entrée.

Cet effet est illustré par les figures 3.9a et 3.9b où on constate clairement que la séparation entre le patch pilote et le patch parasite affecte fortement l'impédance d'entrée de la structure. L'élargissement de cet espace se traduit par un rapprochement des pics résonnants de la résistance d'entrée. Ces pics fusionnent pour un espacement relativement large (cas de $S = 10$ mm) où la résistance d'entrée de la structure s'approche de celle du patch isolé. A des distances intermédiaires (cas de $S = 1$ mm et $S = 2$ mm dans les figures 3.9a et 3.9b respectivement), l'allure de la résistance est relativement plate.

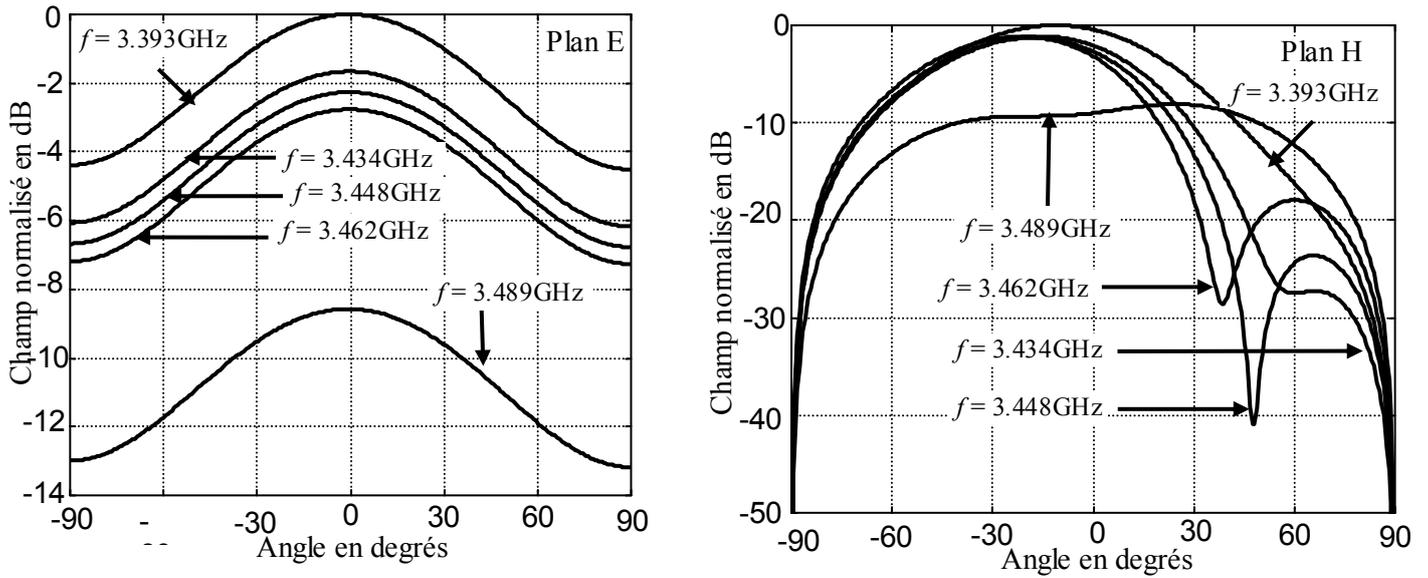


Fig. 3.8b Diagramme de rayonnement d'un réseau parasite.
 $L_1 = 25\text{mm}$, $L_2 = 24.5\text{mm}$, $W_1 = W_2 = 30\text{mm}$, $x_p = 1\text{mm}$, $y_p = 15\text{mm}$,
 $h = 1.5\text{mm}$, $\text{tg}\delta = 0.001$, $\epsilon_r = 2.86$,

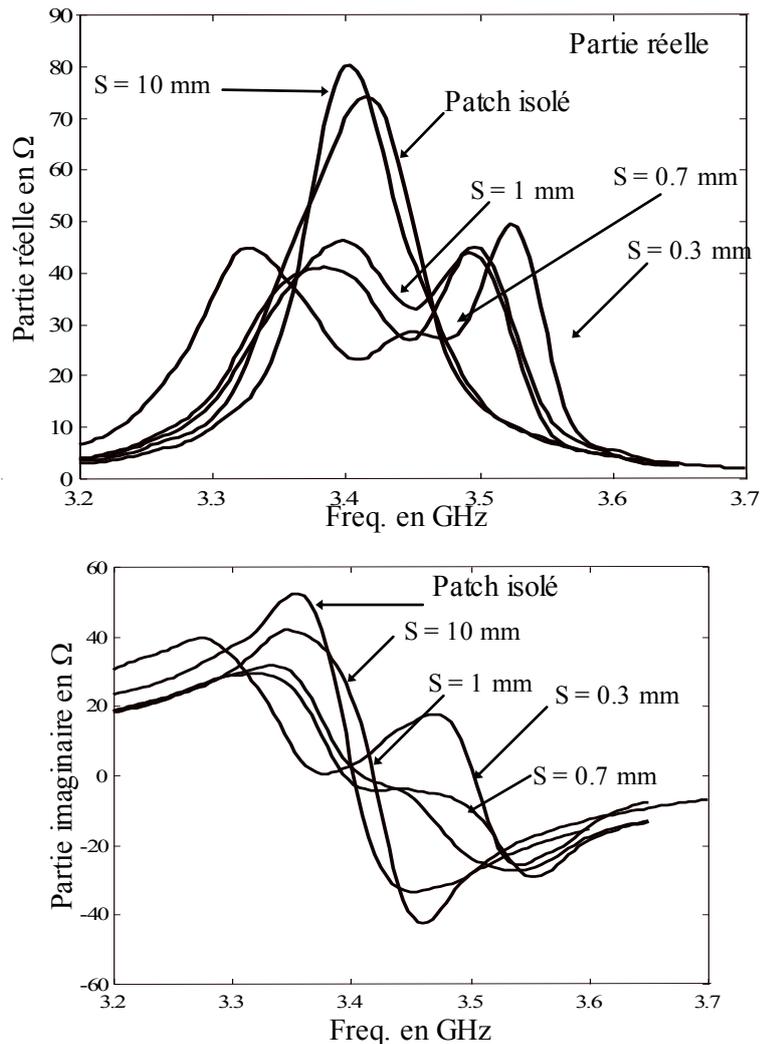
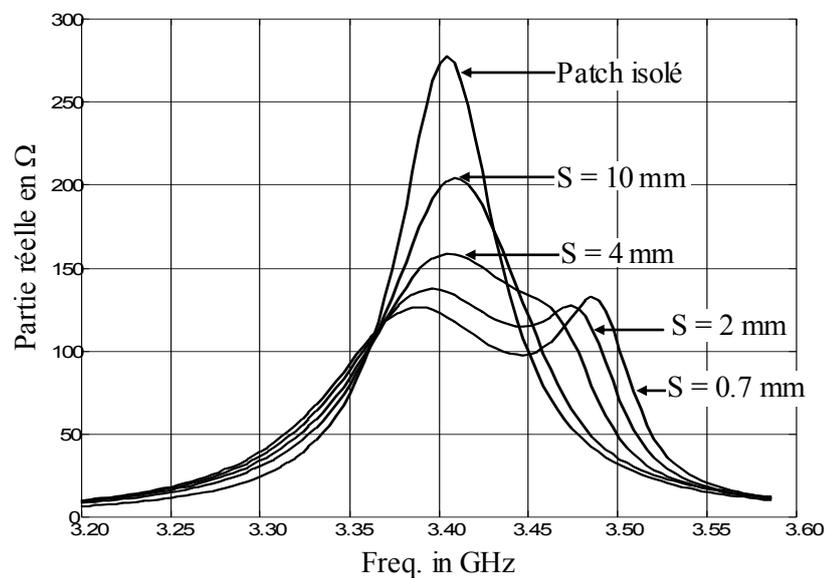
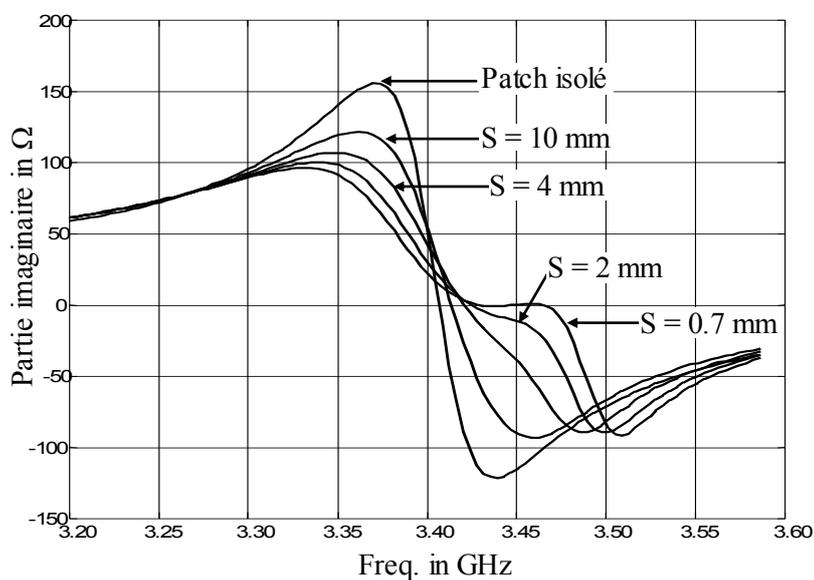


Fig. 3.9a L'effet de la largeur S sur l'impédance d'entrée pour un réseau parasite de la structure (a). $L_1 = 25\text{ mm}$, $L_2 = 24.5\text{ mm}$, $W_1 = W_2 = 30\text{ mm}$, $h = 1.5\text{ mm}$, $\epsilon_r = 2.86$ and $\text{tg}\delta = 0.001$, $x_p = 1\text{ mm}$, $y_p = 15\text{ mm}$.

Il ressort de la figure 3.9b qu'à l'inverse du cas de la figure 3.9a, la première fréquence de résonance est indépendante de S . ceci est dû au fait que dans la structure de la figure 3.6b la longueur résonante effective du pilote est affectée par la variation du champ de débordement qui est sans effet dans le cas de la structure de la figure 3.6a.



(a)



(b)

Fig. 3.9b L'effet de la largeur S sur l'impédance d'entrée pour un réseau parasite
 $L_1 = 25$ mm, $L_2 = 24.5$ mm, $W_1 = W_2 = 30$ mm, $h = 1.5$ mm
 $\epsilon_r = 2.86$ and $\text{tg}\delta = 0.001$, $x_p = 1$ mm, $y_p = 15$ mm.

(a) Partie réelle (b) Partie imaginaire.

3.4 Réseau rectangulaire infini

La notion de réseau infini est nécessaire pour la détermination des directions aveugles de rayonnement [115]. Le phénomène de directions aveugles est une caractéristique des réseaux larges auxquels l'étude développée au chapitre 2 est destinée et qui est également inapte de le prévoir du fait de l'ignorance des effets mutuel entre éléments.

L'étude d'un réseau fini ne doit pas ignorer les effets du couplage mutuel et se reposer uniquement sur les données d'un élément caractérisé en isolation. Si le réseau est très large, les éléments centraux peuvent être modélisés en l'assimilant à un réseau infini qui prend en charge le couplage mutuel. Pour ce faire, l'analyse par équation intégrale basée sur la méthode de Galerkin et les fonctions de Green est effectuée sur le réseau imprimé.

3.4.1 Formulation mathématique

La forme géométrique d'un réseau infini alimenté par une sonde coaxiale est illustrée par la figure 3.10. L'étude suppose un model idéal d'alimentation coaxiale avec un courant de sonde constant. Nous avons vérifié que ce modèle donne des résultats satisfaisant dans le cas d'un patch isolé sur un substrat mince [116, 119].

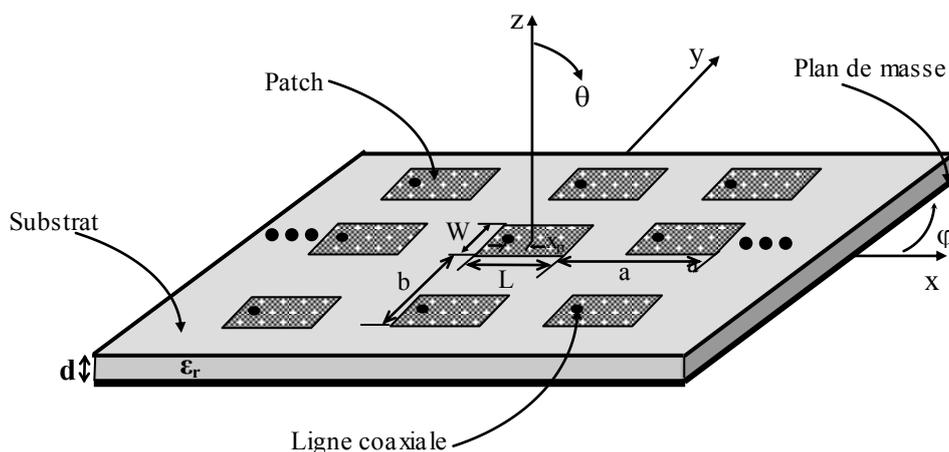


Fig. 3.10 Réseau micro ruban infini à patch rectangulaire

La condition aux limites annulant le champ électrique tangentiel total sur le patch conducteur est exprimé par l'équation intégrale du champ électrique

$$\vec{E}_{tan}^{inc} = -\vec{E}_{tan}^{scat} = -\int \vec{E} \cdot \vec{J}_S ds \quad (3-27)$$

où \vec{E}_{tan}^{inc} est les composantes (\hat{x}, \hat{y}) tangentielles du champ incident issu de la sonde coaxial évalué à $z = d$, \vec{J}_S le vecteur de la densité de courant sur la surface du patch, S la surface du patch et, \vec{E}_{tan}^{scat} le champ électrique rayonné du patch. La densité de courant \vec{J}_S est la somme des fonctions de base pondérées

$$\vec{J}_S = \sum_j I_j \vec{J}_j(x_0, y_0) \quad (3-28)$$

où \vec{J}_j est un mode de développement représentant un courant dans l'une des directions \hat{x} ou \hat{y} , et I_j sont des coefficients de pondération à déterminer. La substitution de l'éqn. (3-28) dans l'éqn. (3-27) et l'intégration sur S donne, pour $i = 1, 2, 3, \dots, N$

$$\int_S \vec{J}_i \cdot \vec{E}_{tan}^{inc} ds = -\sum I_j \int_S \int_S \vec{J}_i \cdot \vec{E} \cdot \vec{J}_j ds ds \quad (3-29)$$

Nous pouvons à présent définir l'élément Z_{ij} de la matrice d'impédance comme

$$Z_{ij} = \int_S \int_S \vec{J}_i \cdot \vec{E} \cdot \vec{J}_j ds ds \quad (3-30)$$

et l'élément V_i^t du vecteur tension comme

$$V_i^t = \int_S \vec{J}_i \cdot \vec{E}_{tan}^{inc} ds \quad (3-31)$$

où l'exposant t indique que ce terme de vecteur tension est basé sur un mode d'essai, ou mode de poids. Les composantes *des courants* de développement sur x et y sont utilisées; ainsi dans le souci de clarté il est utile de définir des dyades représentant les composantes x et y du champ comme suit

$$\vec{\vec{G}}^{EJ} = \hat{x}G_{xx}^{EJ} \hat{x} + \hat{x}G_{xy}^{EJ} \hat{y} + \hat{y}G_{yx}^{EJ} \hat{x} + \hat{y}G_{yy}^{EJ} \hat{y} \quad (3-32)$$

$$\vec{\vec{E}} = \frac{I}{ab} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \vec{\vec{G}}(K_x, K_y) e^{-jK_x(x-x_x)} e^{-jK_y(y-y_x)} \quad (3-33)$$

G_{pq}^{EJ} est la fonction de Green (annexe C) qui représente la composante \hat{p} du champ électrique due au courant dans la direction \hat{q} . L'élément Z_{ij} de la matrice d'impédance s'écrit alors en utilisant l'éqn. (3.33) comme

$$Z_{ij} = \frac{-I}{ab} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_i(K_x, K_y) \vec{\vec{G}}^{EJ} \cdot \vec{F}_j^*(K_x, K_y) \quad (3-34)$$

$$V_i^t = \frac{-I}{ab} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_i(K_x, K_y) [\hat{x}G_{xz}^{EJ}(K_x, K_y) + \hat{y}G_{yz}^{EJ}(K_x, K_y)] \times e^{jK_x x_p} e^{jK_y y_p} \quad (3-35)$$

x_p et y_p étant les coordonnées du point d'excitation, \vec{F}_i la transformée de Fourier du mode d'expansion et \vec{J}_j est défini par

$$\vec{F}_i(K_x, K_y) = \int_S \int_S \vec{J}_i(x_0, y_0) e^{-jK_x x_0} e^{-jK_y y_0} dx_0 dy_0 \quad (3-36)$$

Les coefficients I_j de (3-28) sont les solutions du système d'équations linéaires

$$\sum_j Z_{ij} I_j = V_i^t, \text{ pour tout } i \quad (3-37)$$

L'impédance d'entrée au niveau de la sonde est

$$Z_{in} = \frac{-I}{I_p^2} \int_0^d \hat{z} \cdot \vec{E}^{scat} dz \quad (3-38)$$

où I_p est le courant dans la sonde supposé uniforme et égale si $d \ll \lambda_0$. A partir des eqn. (3-38), (3-28), (3-27) et éqn. (3-33) nous pouvons écrire

$$Z_{in} = -\sum_j I_j V_j^e \quad (3-39)$$

où l'élément V_i^e du vecteur tension sur le mode j est défini par [120]

$$V_i^e = \frac{-I}{ab} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} [G_{zx}^{EJ}(K_x, K_y) \hat{x} + G_{zy}^{EJ}(K_x, K_y) \hat{y}] \vec{F}_j^*(K_x, K_y) \times e^{jK_x x} e^{jK_y y} \quad (3-40)$$

V_i^t représente une tension basée sur le champ de la sonde intégré sur la surface du mode test. Cependant, V_i^e représente une tension basée sur le champ de la surface de mode d'expansion intégré sur la sonde. En général, nous avons donc $V_i^e \neq V_i^t$.

L'étape suivante consiste à choisir les fonctions de développement/poids. Compte tenu de la forme rectangulaire des éléments rayonnants, les fonctions de base s'écrivent

$$\vec{J}_i(x, y) = \hat{x} \sin\left(\frac{k\pi}{L}\left(x + \frac{L}{2}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{l\pi}{W}\left(x + \frac{W}{2}\right)\right) \quad (2-41)$$

pour la composante \hat{x} des courants, et

$$\vec{J}_i(x, y) = \hat{y} \cos\left(\frac{k\pi}{L}\left(x + \frac{L}{2}\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{l\pi}{W}\left(x + \frac{W}{2}\right)\right) \quad (2-42)$$

pour la composante \hat{y} des courants, où k et l sont des indices entiers représentant le nombre de variations dans les directions x et y , respectivement. La transformée de Fourier de ces modes peut facilement être trouvée analytiquement par [72]

$$\tilde{J}_i = \begin{cases} \frac{\pi k L W}{2} \frac{\sin\left(\frac{K_y W}{2}\right)}{\frac{K_y W}{2}} \frac{\cos\left(\frac{K_x L}{2}\right)}{\left(\frac{\pi k}{2}\right)^2 - \left(\frac{K_x L}{2}\right)^2} & \text{pour } k \text{ impair} \\ \frac{j\pi k L W}{2} \frac{\sin\left(\frac{K_y W}{2}\right)}{\frac{K_y W}{2}} \frac{\sin\left(\frac{K_x L}{2}\right)}{\left(\frac{\pi k}{2}\right)^2 - \left(\frac{K_x L}{2}\right)^2} & \text{pour } k \text{ pair} \end{cases} \quad (3-43)$$

pour les courants dirigés selon x et, pour les courants dirigés selon y , l'expression est donnée par (3-44). Ces calculs supposent que les courants dans la direction x ont une amplitude constante dans la direction y et vice versa. En d'autres termes, nous employons seulement des couples $(k, 0)$ pour les courants dirigés suivant x et des couples $(0, l)$ pour les courants dirigés suivant y .

$$\tilde{J}_i = \begin{cases} \frac{\pi l L W}{2} \frac{\sin\left(\frac{K_x L}{2}\right)}{\frac{K_x L}{2}} \frac{\cos\left(\frac{K_y W}{2}\right)}{\left(\frac{\pi l}{2}\right)^2 - \left(\frac{K_y W}{2}\right)^2} & \text{pour } l \text{ impair} \\ \frac{j\pi l L W}{2} \frac{\sin\left(\frac{K_x L}{2}\right)}{\frac{K_x L}{2}} \frac{\sin\left(\frac{K_y W}{2}\right)}{\left(\frac{\pi l}{2}\right)^2 - \left(\frac{K_y W}{2}\right)^2} & \text{pour } l \text{ pair} \end{cases} \quad (3-44)$$

3.4.2 Résultats et discussions

L'allure de l'impédance d'entrée d'un patch dans le réseau infini en fonction de la fréquence est illustrée dans la fig. 3.11. Elle est similaire à celle d'un patch isolé précédemment étudié. Sa partie réelle présente un pic à la résonance alors que sa partie imaginaire y est nulle. La bande passante est très étroite et estimée à 2 % dans ce cas donnant alors un facteur de qualité élevé.

Comme dans le cas d'un patch isolé [72], il est possible de choisir l'impédance d'entrée d'un réseau excité par une sonde coaxiale en déplaçant le point d'excitation sur la surface du patch. En effet, la résistance d'entrée d'un patch rectangulaire isolé [72] augmente de façon monotone lorsque la sonde se déplace du centre du patch vers son extrémité. Cependant, en raison du couplage mutuel avec les patches voisins dans le cas d'un réseau, la variation d'impédance d'entrée est légèrement différente de celle de l'impédance d'entrée d'un patch isolé. Ainsi, il est intéressant de souligner cette différence avec les résultats d'un patch simple. Bien que les résultats présentés sont obtenus avec un réseau infini, ils reflètent une vue globale du comportement d'un réseau fini de grande taille.

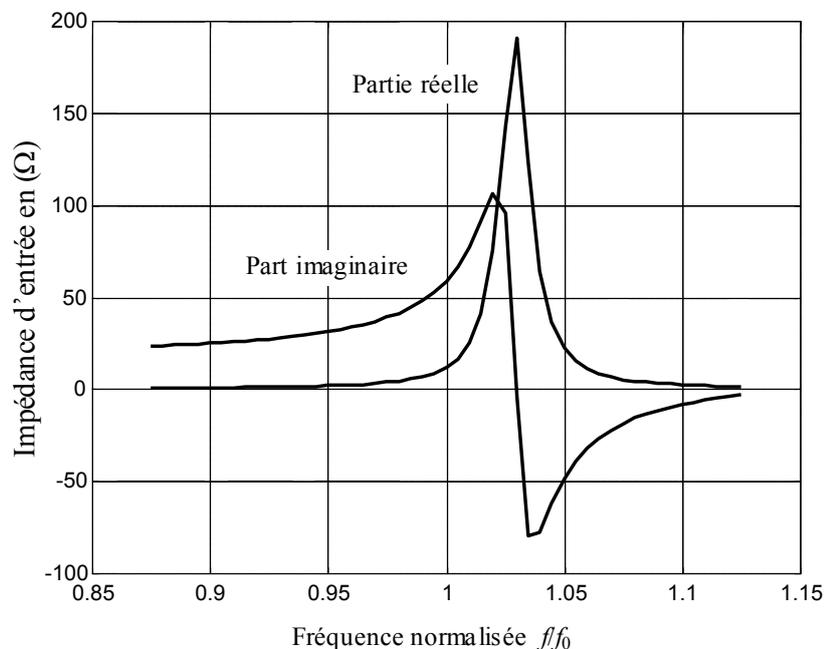


Fig. 3-11 Impédance d'entrée en fonction de la fréquence normalisée pour un réseau infini $d = 0.01\lambda_0$, $a = 0.5\lambda_0$, $b = 0.5\lambda_0$, $L = 0.3\lambda_0$, $W = 0.2\lambda_0$ et $x_p = 0.5L$.

La figure 3.12 montre que, contrairement à la variation monotone dans le cas du patch isolé, la résistance d'entrée d'un réseau infini phasé pour un rayonnement transversal n'est plus maximale aux bords du patch mais présente un maximum plutôt fort près du bord du patch et ce à cause du couplage mutuel inter éléments du réseau.

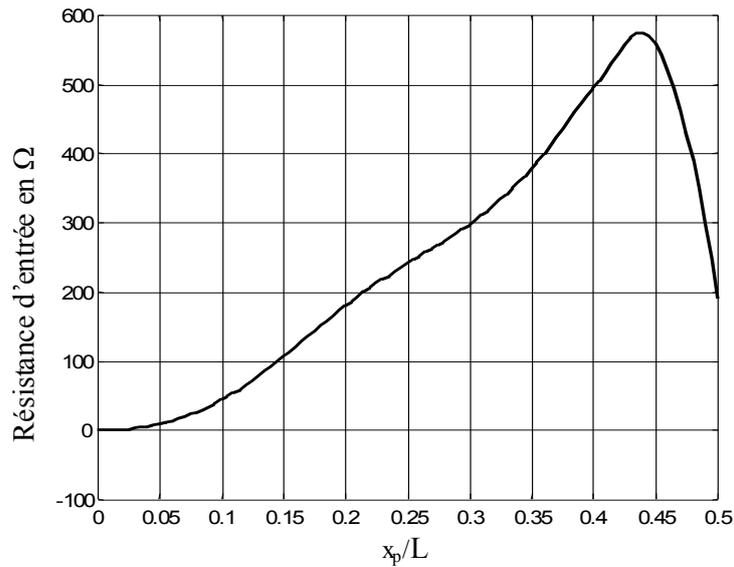


Fig. 3-12 Variation de la résistance d'entrée en déplaçant la sonde vers le bord du patch à la résonance dans un réseau infini (la sonde est centrée dans la direction non résonnante).

$$d = 0.01\lambda_0, a = b = 0.5\lambda_0, L = 0.3\lambda_0, W = 0.2\lambda_0$$

Si la position du point d'excitation est maintenue constante dans la direction résonnante à $0.25L$ et variée dans la direction non rayonnante, on note une allure quasi constante de la résistance au voisinage du milieu du patch et une diminution forte à son bord (fig. 3.13). Une fois de plus, ceci indique que le couplage entre les patches du réseau est fort.

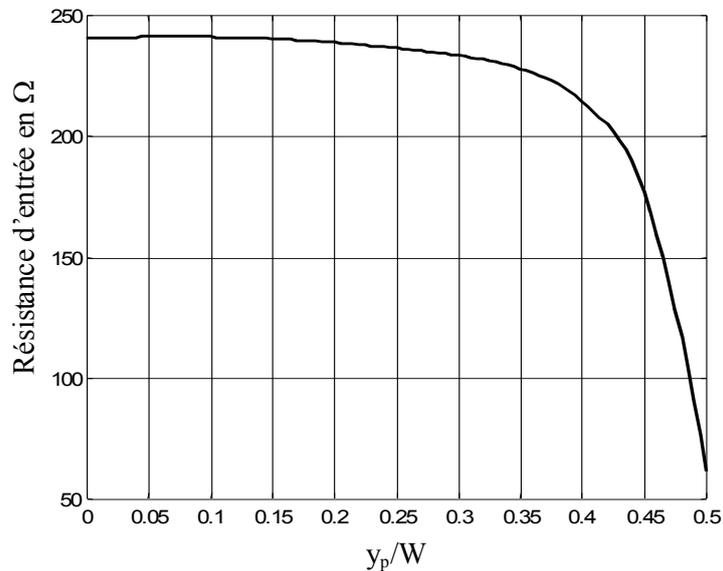


Fig. 3-13 Variation de la résistance d'entrée en déplaçant la sonde vers le bord du patch sur le côté non rayonnant dans un réseau infini. ($x_p = 0.25L$)

$$d = 0.01\lambda_0, a = b = 0.5\lambda_0, L = 0.3\lambda_0, W = 0.2\lambda_0$$

Il a été par ailleurs observé que l'augmentation de l'épaisseur du substrat diélectrique résulte en une impédance d'entrée inductive de la structure à la résonance. En outre, la bande passante de l'antenne augmente avec l'épaisseur de substrat.

Une méthode pour observer les directions aveugles est de considérer l'amplitude du coefficient de réflexion d'un élément du réseau. Pour cela, On suppose une adaptation acceptable de l'impédance au balayage transversal ($\theta = 0^\circ$); le coefficient de réflexion est donc faible à cet angle. Si l'angle de balayage approche la direction longitudinale ($\theta = 90^\circ$), la valeur de coefficient de réflexion augmente à l'unité, puisqu'un réseau phasé infini ne transmet aucune puissance active aux directions longitudinales. Les directions aveugles sont donc révélées par la valeur de coefficient de réflexion égale à un dans certains angles en dehors de la longitudinale. Ceci signifie que dans ces conditions, tous les éléments du réseau réfléchissent la totalité de leur puissance incidente à l'intérieur du substrat. Ainsi, le réseau est dit 'aveugle' à cet angle de balayage.

Une autre technique de visualisation de ces directions aveugles est de considérer le diagramme du rayonnement d'élément actif réseau. Dans ce travail nous optons pour la première méthode où le coefficient de réflexion est défini par

$$R = \frac{Z_{in}(\theta, \phi) - Z_b}{Z_{in}(\theta, \phi) + Z_b} \quad (3-45)$$

où $Z_b = Z_{in}(0,0)$ dénote l'impédance d'entrée de l'antenne au rayonnement transversale.

La Figure 3.14 montre l'amplitude des coefficients de réflexion en fonction de l'angle de balayage pour un réseau infini sur un substrat de caractéristiques $\epsilon_r = 2.55$ et $d = 0.06\lambda_0$. La position du point aveugle dans le plan E correspond à un angle θ de 68.8° . A cause de l'existence de la composante y du courant, il existe aussi une direction aveugle dans le plan H située à 76.4° . Cette cécité a un facteur de qualité supérieure à celui du plan E puisque la composante y du courant est hautement réactive et rayonne une puissance active très faible.

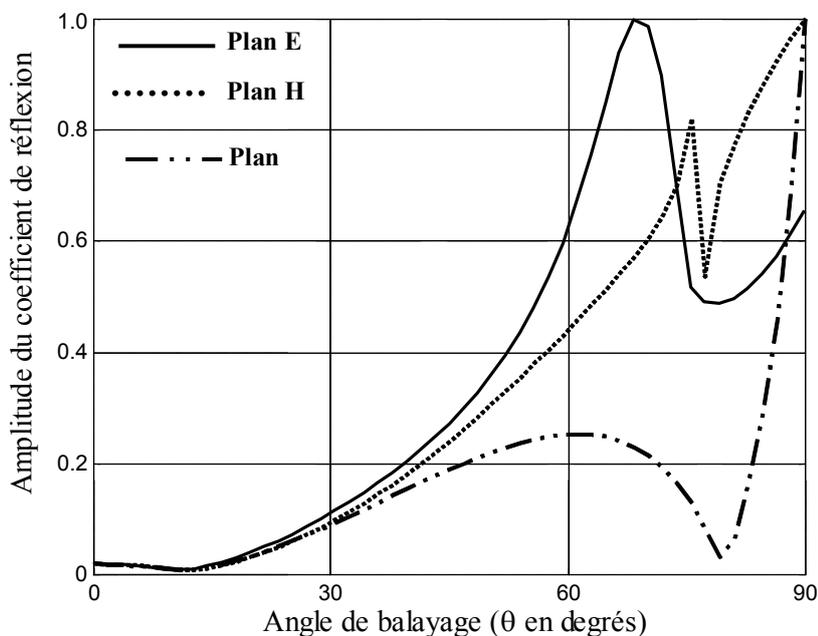


Fig. 3.14 Amplitude du coefficient de réflexion en fonction de l'angle de balayage pour un réseau infini micro ruban ($Z_b = 86 \Omega$)
 $d = 0.06\lambda_0$, $a = 0.51\lambda_0$, $b = 0.50\lambda_0$, $L = 0.28\lambda_0$, $W = 0.30\lambda_0$ et $X_p = 0.5L$.

En pratique, toute perte, rayonnement de sonde ou effet aléatoire d'erreur élimine probablement la direction aveugle dans le plan H.

La Figure 3-15 illustre le rayonnement d'un réseau infini sur un substrat mince ($d = 0.02\lambda_0$) ayant une constante diélectrique élevée $\epsilon_r = 12.8$ donc défavorable pour le rayonnement. Du fait de la faible épaisseur du substrat, la position des points aveugles dans les plans E et H se situe à $\theta = 82.9^\circ$. Ce résultat montre que l'intérêt de l'usage des substrats minces dans la réalisation de réseaux de grandes tailles en technologie microruban.

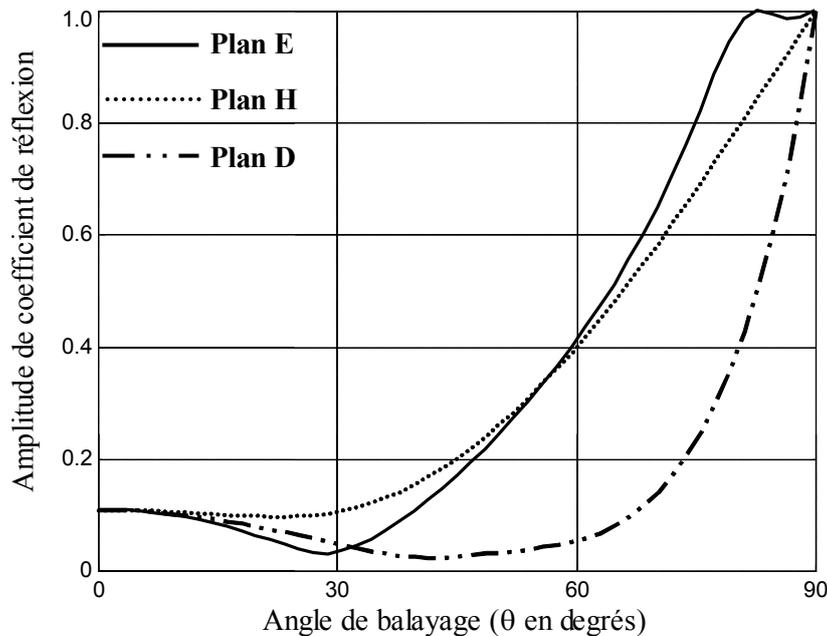


Fig. 3.15 L'amplitude du coefficient de réflexion en fonction de l'angle de balayage pour un réseau infini micro ruban ($Z_b = 403 \Omega$)

$d = 0.02\lambda_0$, $a = 0.5\lambda_0$, $b = 0.50\lambda_0$, $L = 0.131\lambda_0$, $W = 0.15\lambda_0$ et $X_p = 0.5L$.

3.5 Réseau fini

Comme observé dans la section précédente, la détermination des variations de l'impédance d'entrée active d'un élément dans un réseau infini en fonction de l'angle de balayage est aussi simple que celles du patch isolé. Cependant, l'étude d'un réseau infini ne révèle pas les effets du bord d'un réseau fini et ne détermine à partir de quelle taille un réseau fini peut être considéré infini. Ainsi, une étude de réseaux finis s'avère utile et peut offrir des informations plus pratiques que l'étude des réseaux infinis.

Une autre raison de considérer des réseaux d'antennes imprimées finis concerne le rôle des ondes de surface. On a vu qu'un élément d'antenne imprimé simple peut convertir une fraction importante de sa puissance incidente en ondes de surface à l'inverse de la puissance rayonnée [124]. D'autre part, les ondes de surface ne peuvent pas exister sur des réseaux phasés infinis excepté à des angles aveugles où toute la puissance d'entrée est convertie en puissance d'ondes de surface, et aucun rayonnement n'est émis de la surface du réseau. La question qui se pose alors est : est-ce qu'un réseau microruban fini excite plus ou moins les ondes de surface qu'un simple patch sur le même substrat ? Et comment la puissance de ces ondes de surface change avec la taille de réseau et l'angle de balayage ?

Cependant, il est considérablement plus difficile d'analyser les réseaux finis qu'une antenne à élément simple ou un réseau infini. En utilisant l'approche élément par élément, le couplage mutuel entre toute paire d'éléments dans le réseau doit être calculée, et des matrices d'ordre au moins égal au nombre d'éléments dans le réseau doivent être inversées. Ainsi, La

taille des réseaux planaires pouvant être étudiée par cette méthode est limitée.

3.5.1 Théorie des réseaux finis

La configuration géométrique du réseau fini considéré est illustrée par la figure 3.16. Les patches ont une longueur résonnante L dans la direction x , une largeur W et sont uniformément espacées par les distances a et b dans les directions x et y respectivement. Les patches sont excités sur le point médian de la largeur et, par conséquent, seuls les courants dirigés suivant x sont considérés. En effet, nous avons justifié ce choix qui a pour effet de réduire le temps de calcul avec des résultats expérimentaux [72]. Nous avons étendu l'analyse d'un réseau fini de dipôles microruban [125] au réseau fini d'antennes de forme rectangulaire. L'expression de l'élément mn de la matrice mutuelle à l'aide de la méthode de Galerkin s'écrit [72, 125] sous la forme

$$Z_{mm} = \frac{-I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{pm}^*(K_x) \cdot F_u(K_y) G_{xx}^{EJ}(K_x, K_y) F_{pm}(K_x) F_u(K_y) dk_x dK_y \quad (3-47)$$

avec

$$F_{Pi}(k_x) = \frac{2k_e [\cos k_x h - \cos k_e h]}{\sin k_e h (k_e^2 - k_x^2)} e^{-jk_x x_i} \quad (3.48)$$

h étant la demi longueur du mode "PWS", x_i la position du mode i sur la direction x et $k_e = k_0 \sqrt{(\epsilon_r + 1)}/2$ la valeur effective du nombre d'onde.

$$F_u(k_y) = \frac{\sin k_y W/2}{k_y W/2} \quad (3.49)$$

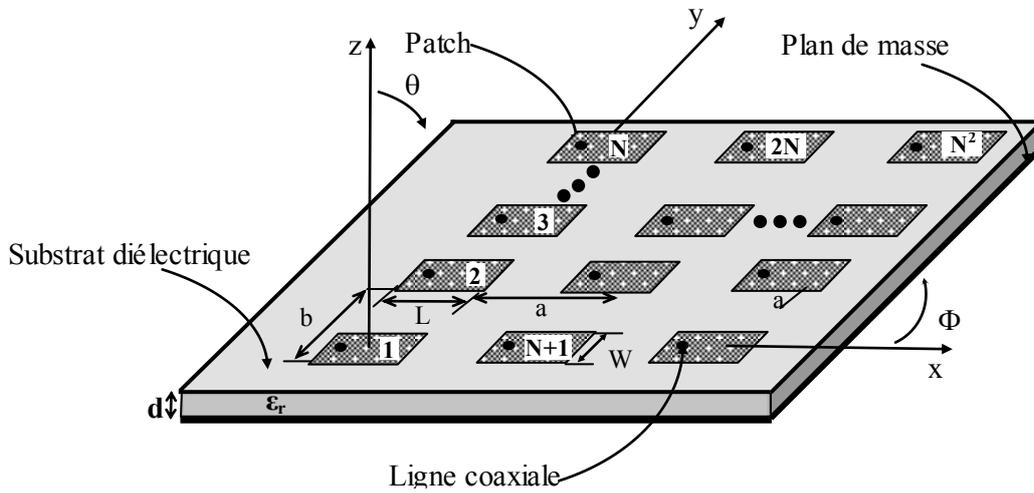


Fig. 3.16 Géométrie du réseau micro ruban fini

Le courant circulant sur le patch est lié au voltage V_0 excité aux terminaux de la sonde [125] par

$$V_0 = \frac{I}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_p^*(k_x) F_u^*(k_y) G_{zx}^{EJ}(k_x, k_y) e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_p} dk_x dk_y \quad (3-50)$$

Pour un balayage des angles θ et ϕ , le courant d'alimentation au niveau de la sonde est défini par

$$I_m^P = e^{-jk_0(ka u + lb v)} \quad (3-51)$$

où k et l indiquent respectivement la colonne et la ligne du patch m considéré. u et v sont définies par

$$u = \sin \theta \cos \phi \quad (3-52a)$$

$$v = \sin \theta \sin \phi \quad (3-52b)$$

Les amplitudes des courants sur les patches [124] sont exprimées par le vecteur $[I]$

$$[I] = V_0 [Y] [I^P] \quad (3-53)$$

où $[Y] = [Z]^{-1}$. L'impédance d'entrée active est donnée par [126]

$$Z_{in}^m(\theta, \phi) = \frac{-V_0 I_m}{I_m^P} \quad (3-54)$$

Le coefficient de réflexion actif sur le patch m est

$$R^m(\theta, \phi) = \frac{Z_{in}^m(\theta, \phi) - Z_{in}^m(0, 0)}{Z_{in}^m(\theta, \phi) + Z_{in}^{m*}(0, 0)} \quad (3-55)$$

Ceci suppose que le réseau est adapté au balayage transversal. Le rendement de rayonnement considérant la puissance transférée aux ondes de surface est défini par [126]

$$e = 1 - \frac{P_{sw}}{P_{in}} \quad (3-56)$$

où P_{in} est la puissance total à l'entrée du réseau, et P_{sw} la puissance des ondes de surface. Ces quantités sont exprimées par

$$P_{in} = Re \left\{ \sum_{m=1}^{N^2} \sum_{n=1}^{N^2} I_m^* Z_{mn} I_n \right\} \quad (3-57)$$

$$P_{sw} = \left\{ \sum_{m=1}^{N^2} \sum_{n=1}^{N^2} I_m^* R_{mn}^{sw} I_n \right\} \quad (3-58)$$

où R_{mn}^{sw} est la contribution des ondes de surface aux éléments d'impédance Z_{mn} calculé à partir du résidu des pôles des ondes de surface [126].

L'étude quantitative du couplage mutuel inter sources s'inspire du réseau multi-pôles de la figure 3-17 qui assimile le réseau d'antenne de N^2 éléments à un circuit de N^2 ports. Les entrées des ports de ce circuit sont terminées en impédance Z_T excepté le port j qui est alimenté avec une source de courant de 1 A. La relation entre les courants et les tensions des ports est

$$[V^P] = [Z^P] [I^P] \quad (3-59)$$

où la matrice d'impédances du port $[Z^P]$ est donnée par [126]

$$[Z^P] = [Y^P]^{-1} = -V_0^2 [Y] \quad (3-60)$$

Les éléments de la matrice de répartition s'écrit à partir du $[Z^P]$ comme

$$[S] = \{ [Z^P] - [Z_c] \} \{ [Z^P] + [Z_c] \}^{-1} \quad (3-61)$$

où $[Z_c]$ est une matrice diagonal ayant comme éléments les impédances caractéristiques des lignes de transmission d'alimentation.

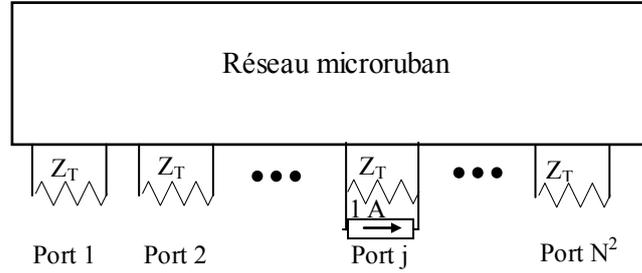


Fig. 3-17 Le réseau microruban fini de N^2 éléments comme circuit N^2 port.

Dans ce qui suit nous nous intéressons au calcul du diagramme de rayonnement de l'élément actif.

En utilisant les équations (3-53), (3-59) et (3-60), les courants $[I]$ sur les patches dus à l'ensemble des tensions $[V^P]$ des ports s'écrit

$$[I] = V_0 [Y] [Y^P] [V^P] = \frac{-I}{V_0} [V^P] \quad (3-62)$$

Si l'on définit $[I^s]$ comme vecteur de courants alimentant les ports de la figure 3-17, tous les éléments de $[I^s]$ sont zéro excepté celui d'élément j qui est de 1 A correspondant à l'élément alimenté. Les tensions $[V^P]$ aux ports dues aux courants $[I^s]$ vérifient la relation

$$\{[Y^P] - [Y^T]\} [V^P] = [I^s] \quad (3-63)$$

où $[Y^T]$ est une matrice carrée diagonale dont les éléments sont $\frac{I}{Z_T}$.

Les courants des patches dus à la source de 1 A alimentant l'élément j sont obtenus à partir des équations (3-62) et (3-63) et s'écrivent

$$[I] = \frac{-I}{V_0} \{[Y^P] + [Y^T]\}^{-1} [I^s] \quad (3-64)$$

Le diagramme de rayonnement de l'élément est calculer par

$$E^j(\theta, \phi) = E^0(\theta, \phi) \sum_{i=1}^{N^2} I_i \exp(jk_0(kau + lbv)) \quad (3-65)$$

k et l dénotent respectivement la colonne et la ligne de l'élément j dans le réseau. $E^0(\theta, \phi)$ est le diagramme de rayonnement d'un patch qui s'écrit sous la forme [127]

$$E^0(\theta, \phi) = -j60k_0 F(k_0u + k_0v) [\hat{\theta} P_\theta \cos \phi - \hat{\phi} P_\phi \sin \phi] \quad (3-66)$$

où

$$P_\theta = \frac{\cos \theta}{\cos \theta - js \cot(k_0 ds)} \frac{s(s + j \cos \theta \tan(k_0 ds))}{\varepsilon_r \cos \theta + js \tan(k_0 ds)} \quad (3-67)$$

$$P_\phi = \frac{\cos \theta}{\cos \theta - js \cot(k_0 ds)} \quad (3-68)$$

$$s^2 = \varepsilon_r - \sin^2(\theta) \quad (3-69)$$

$F[k_0u, k_0v]$ est la transformée de Fourier d'un mode de développement exprimée par

$$F(k_0u, k_0v) = \frac{-2k_e [\cos(k_0h \sin\theta \cos\phi) - \cos k_e h]}{\sin k_e h [k_0^2 \sin^2(\theta) \cos^2(\phi) - k_e^2]} \quad (3-70)$$

Le gain d'un élément actif du réseau fini est donné par

$$G^j(\theta, \phi) = \frac{4\pi |E^j(\theta, \phi)|^2}{Z_0 P_{in}} \quad (3-71)$$

Et dans le cas du réseau infini, il est exprimé par

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi ab}{\lambda^2} [1 - |R(\theta, \phi)|^2] \cos\theta \quad (3-72)$$

3.5.2 Résultats et discussions

Les figures 3-18 à 3-20 illustrent les résultats obtenus pour un réseau fini avec $\varepsilon_r = 12.8$ et $d = 0.06\lambda_0$. La figure 3-18 montre une comparaison entre l'amplitude du coefficient de réflexion en fonction de l'angle de balayage de l'élément central d'un réseau planaire 7×7 ($j=25$) et celle d'un réseau infini. Il est à noter que même avec un réseau de taille relativement limitée (7×7), les résultats sont similaires à ceux obtenus avec un réseau infini à des angles de balayage allant jusqu'à 60° . A 90° , le réseau infini ayant un gain infini et sans angle d'ambiguïté a une amplitude du coefficient de réflexion égale à l'unité alors qu'un réseau fini rayonne toujours du fait que sa largeur de faisceau est non nulle. L'amplitude du coefficient de réflexion du réseau infini autour de 46° est supérieure à l'unité. Ceci est expliqué par le fait que le pôle 25 reçoit de la puissance délivrée par les autres patches; la puissance totale étant conservée.

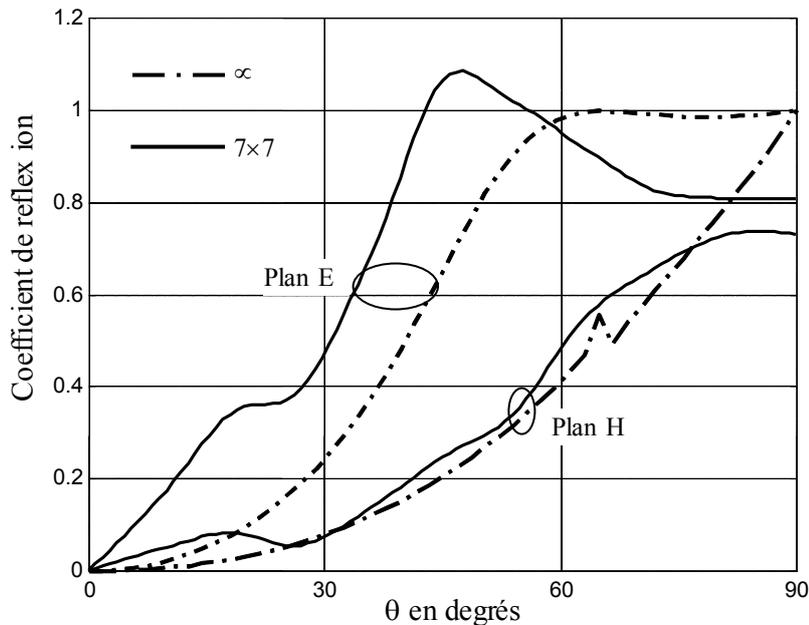


Fig. 3.18 Coefficients de réflexion de l'élément central du réseau fini 7×7 et du réseau infini en fonction de l'angle de balayage.

$\varepsilon_r = 12.8$, $d = 0.06\lambda_0$, $a = b = 5\lambda_0$, $L = 0.1074\lambda_0$, $W = 0.15\lambda_0$, $x_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

La figure 3-19 illustre le rendement obtenu avec (3-56) pour un balayage dans le plan E pour deux réseaux différents. Ces résultats présentent un intérêt particulier car ils montrent la transition en terme de puissance d'onde de surface d'un petit réseau à un autre de taille plus large. Ce rendement varie avec l'angle de balayage et augmente avec la taille du réseau pour tous les angles de balayage excepté 46° où il tend à diminuer. Le rendement de rayonnement, non montré sur cette figure, est constant pour tout angle de balayage avec un patch isolé. On note que les ondes de surface présentent une interférence destructive avec la croissance de la taille du réseau autour de la direction aveugle. Pour un réseau infini, le rendement est égal à l'unité pour tous les angles de balayage excepté sur la direction aveugle où il est nul.

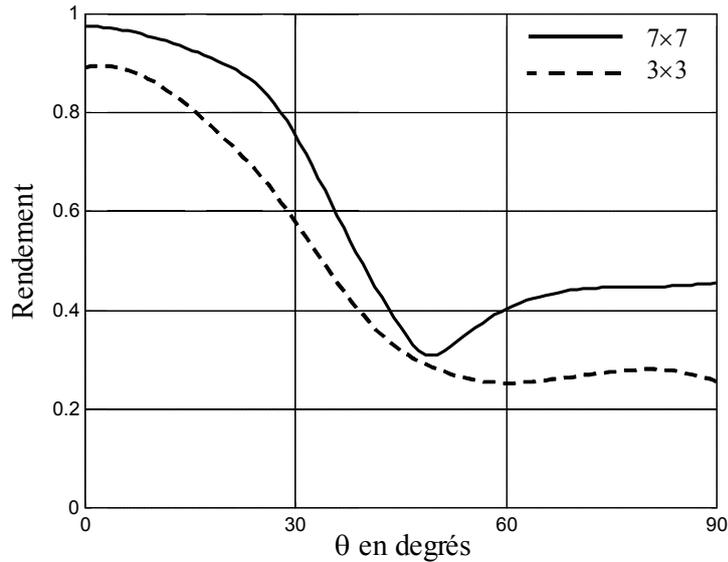


Fig. 3-19 Rendement en fonction de l'angle de balayage dans le plan E pour deux réseaux différents. $\epsilon_r = 12,8$, $d = 0,06\lambda_0$, $a = b = 0,5\lambda_0$, $L = 0,1074\lambda_0$, $W = 0,15\lambda_0$, $x_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

Les figures 3-20(a) et 3-20(b) montrent le gain de l'élément central d'un réseau de taille 3×3 et celui d'un réseau infini. Nous notons que le gain de l'élément du réseau fini, même de faible taille (3×3), est proche de celui du réseau infini. L'existence de la direction aveugle sur le plan E est indiquée par gain nul dans le cas du réseau infini. Ces diagrammes sont obtenus avec l'impédance $Z_T = 50 \Omega$.

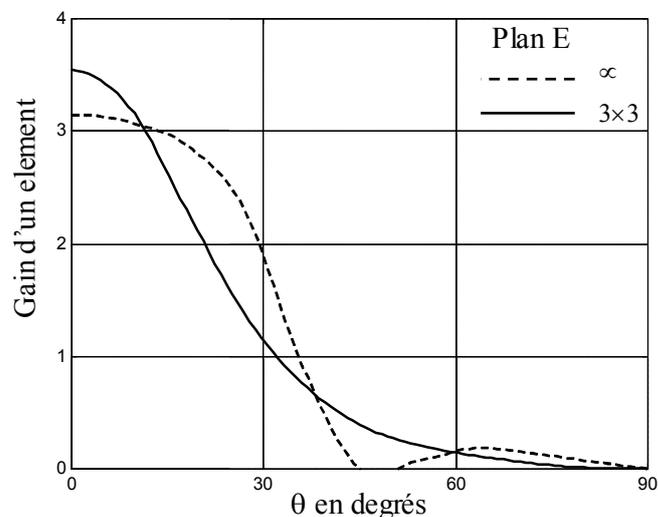


Fig. 3.20(a) Gain actif de l'élément central dans le plan E pour deux réseaux de tailles différentes. $\epsilon_r = 12,8$, $d = 0,06\lambda_0$, $a = b = 0,5\lambda_0$, $L = 0,1074\lambda_0$, $W = 0,15\lambda_0$, $x_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

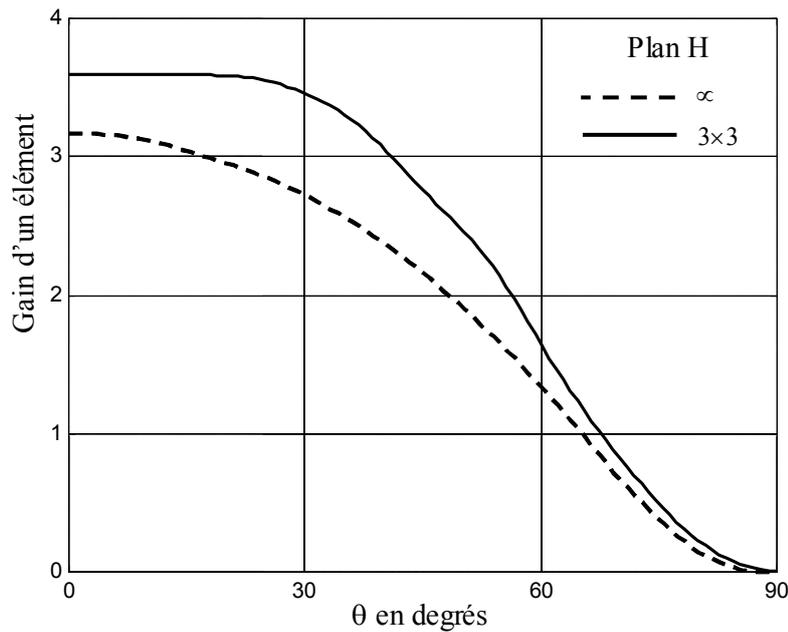


Fig. 3.20(b) Gain actif de l'élément central dans le plan H pour deux réseaux de tailles différentes $\epsilon_r = 12.8$, $d = 0.06\lambda_0$, $a = b = 0.5\lambda_0$, $L = 0.1074\lambda_0$, $W = 0.15\lambda_0$, $x_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

Les figures 3-21 à 3-23 illustrent les résultats obtenus pour un réseau fini sur un substrat plus mince que dans le cas précédent ($d = 0.04\lambda_0$) et constante diélectrique $\epsilon_r = 2.55$ favorable pour le rayonnement. L'amplitude du coefficient de réflexion de l'élément central en fonction de l'angle de balayage pour un réseau 7×7 est montrée par la figure 3.21 et comparée avec celle d'un réseau infini. Une fois de plus, les résultats du réseau fini suivent ceux du réseau infini jusqu'au tour de 70° . Avec cette structure, le réseau infini ne montre pas de directions aveugles à cause de type du substrat et de son épaisseur.

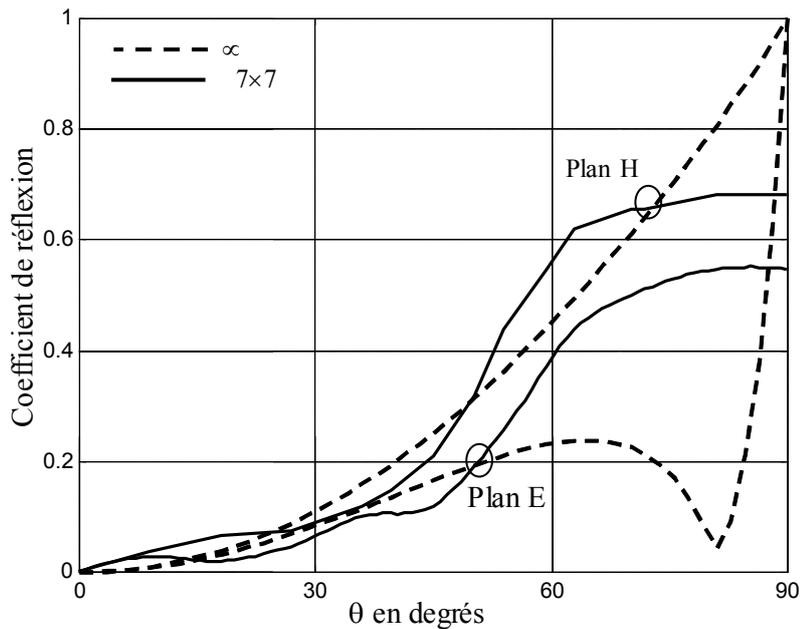


Fig. 3.21 Coefficient de réflexion en fonction de l'angle de balayage ($\epsilon_r = 2.55$, $d = 0.04\lambda_0$, $a = b = 0.5\lambda_0$, $L = 0.3\lambda_0$, $W = 0.3\lambda_0$, $x_p = -L/2$ et $Y_p = 0$).

La figure 3.22 montre le rendement de deux réseaux en fonction de l'angle de balayage sur le plan E. Comme le substrat est plus mince que dans le cas de la figure 3-19, le rendement est plus grand pour un réseau de taille identique. Comme noté précédemment, le rendement s'approche l'unité avec une taille plus grande du réseau sur tous les angles de balayage excepté au voisinage de la direction longitudinale.

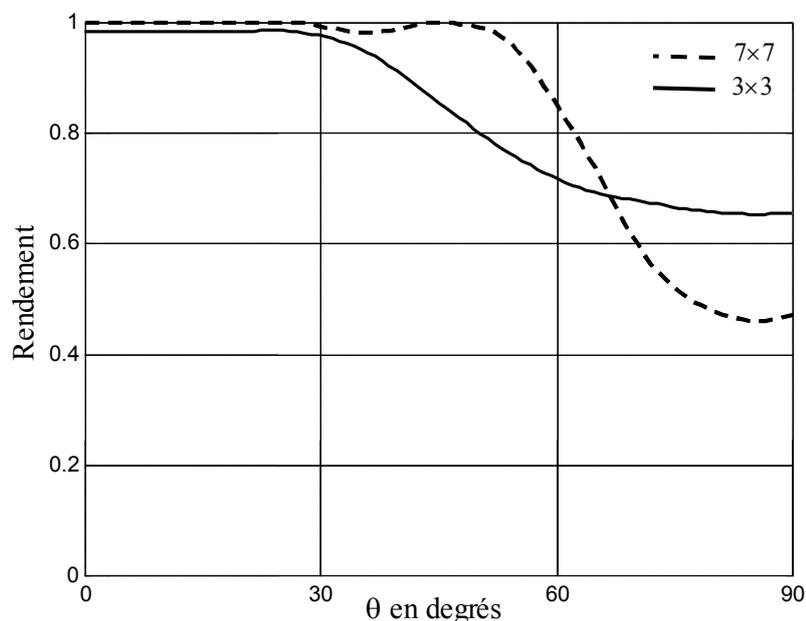


Fig. 3.22 Rendement de réseaux finis en fonction de l'angle de balayage.
 $\epsilon_r = 2.55$, $d = 0.04\lambda_0$, $a = b = 0.5\lambda_0$, $L = 0.3\lambda_0$, $W = 0.3\lambda_0$, $X_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

Les figures 3.23(a) et 3.23(b) montrent les gains actifs de l'élément central d'un réseau fini et quelconque d'un réseau infini. Encore une fois, les résultats d'un réseau fini même de taille réduite (3x3) tendent à converger vers ceux d'un réseau infini. Aussi, il est observé dans ce cas que le choix d'un substrat plus mince conduit à de meilleures performances de balayage du fait de l'inexistence de directions aveugles (ou, si elles existent elles sont proches de la direction longitudinale comme illustré par la figure 3.15).

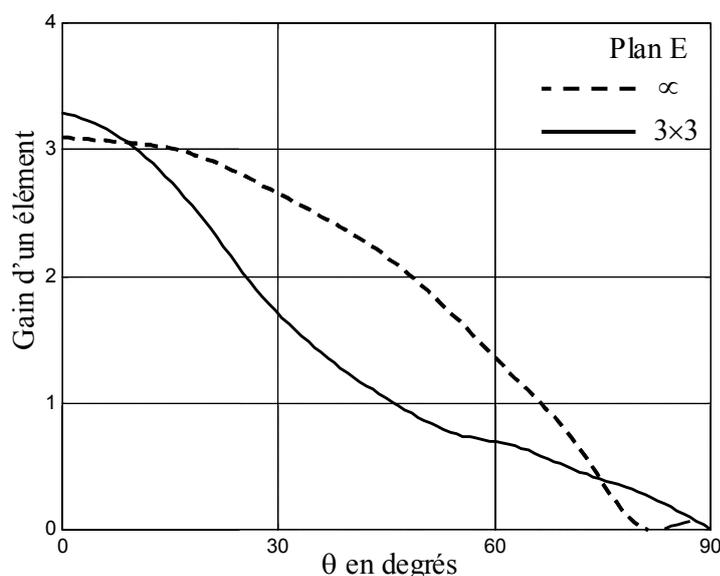


Fig. 3.23(a) Gain de l'élément central dans le plan E pour deux réseaux de tailles différentes
 $\epsilon_r = 2.55$, $d = 0.04\lambda_0$, $a = b = 0.5\lambda_0$, $L = 0.3\lambda_0$, $W = 0.3\lambda_0$, $X_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

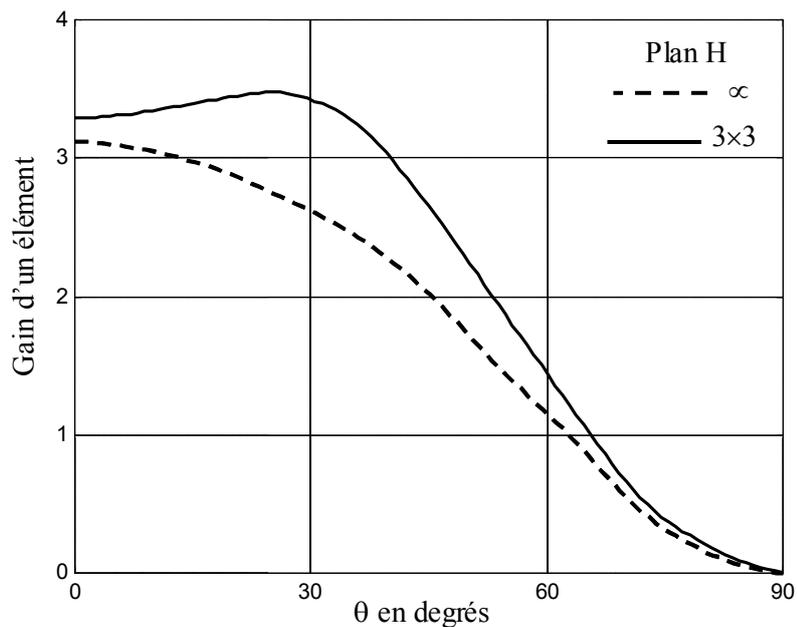


Fig. 3.23(b) Gain de l'élément central dans le plan H pour deux réseaux de tailles différentes $\epsilon_r = 2.55$, $d = 0.04\lambda_0$, $a = b = 0.5\lambda_0$, $L = 0.3\lambda_0$, $W = 0.3\lambda_0$, $X_p = -L/2$ et $Y_p = 0$.

Nous avons également effectué une étude quantitative du couplage mutuel entre éléments adjacents et ce, à l'aide des paramètres de répartition. La figure 3.24 montre que le coefficient de couplage augmente avec l'effet de proximité. Le couplage est plus élevé dans le plan E que dans le plan H ; plan dans lequel il subit une décroissance rapide.

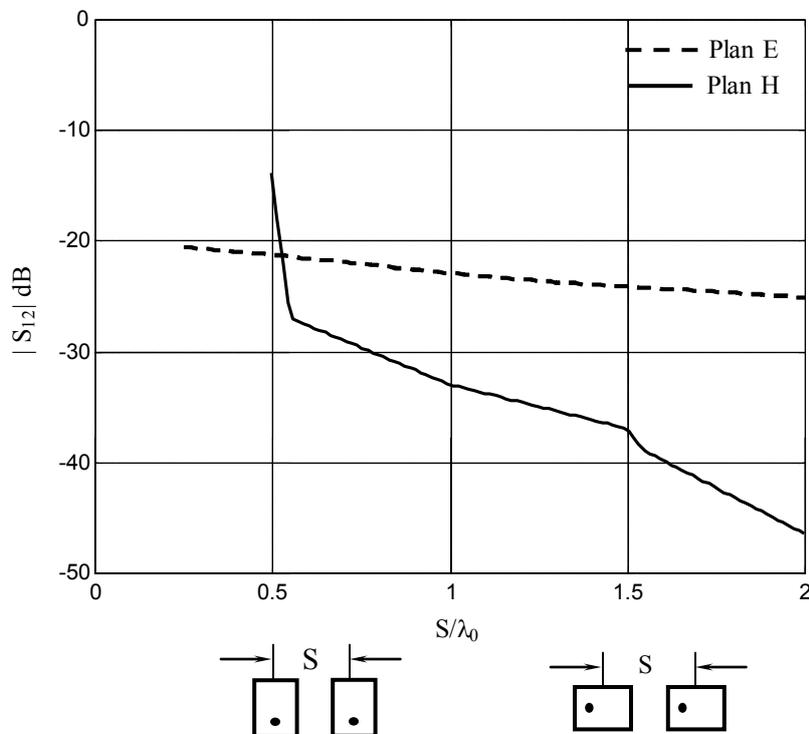
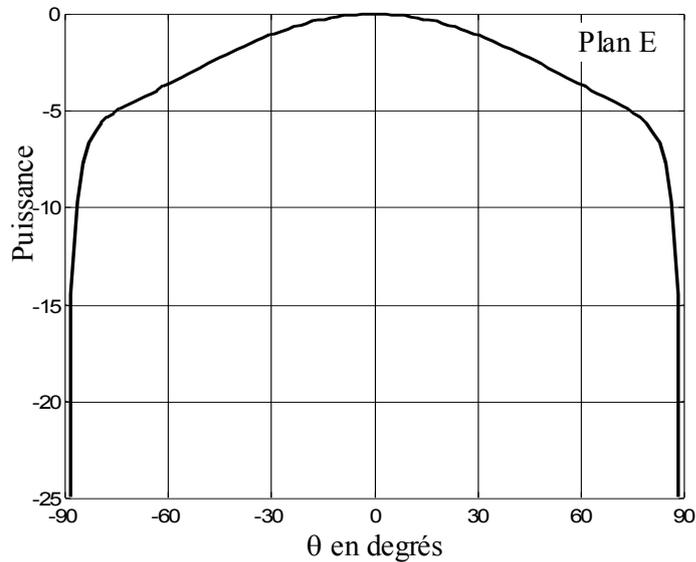
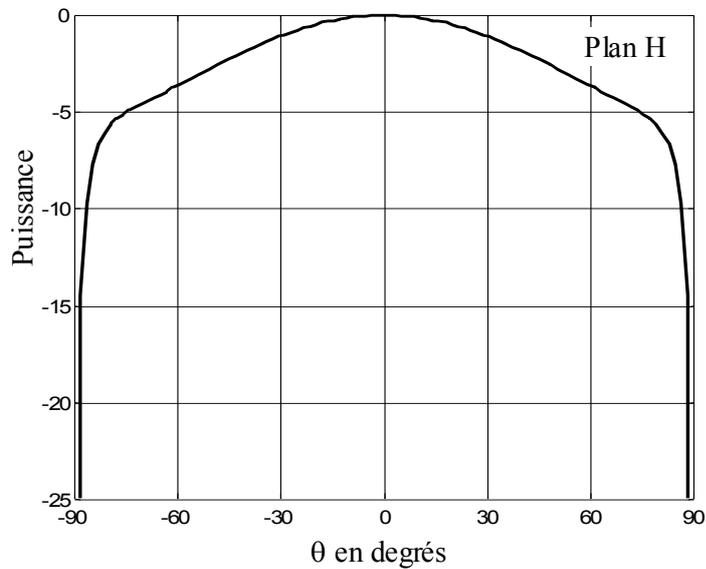


Fig. 3.24 Couplage mutuel entre patches rectangulaire $L = 2\text{cm}$, $W = 3\text{cm}$, $\epsilon_r = 2.55$, $d = 0.159\text{ cm}$, $X_p = 0.55\text{cm}$ et $f = 4.5\text{GHz}$.

Les diagrammes de rayonnement sont aussi obtenus à l'aide de la formulation précédente. Les figures 3.25(a) et 3.25(b) illustrent les diagrammes obtenus pour l'élément central d'un réseau 5×5 . La symétrie de ces diagrammes indique une bonne performance de balayage du réseau.



(a)



(b)

Fig. 3-25 Diagramme de rayonnement de l'élément central d'un réseau 5×5 ,
 $\epsilon_r = 2.55$, $d = 0.16$ cm, $a = b = 3.45$ cm, $L = 2$ cm, $W = 3$ cm, $X_p = 0.55$ cm et $Y_p = 0$.

3.5.3 Validation expérimentale

Dans cette section, le champ rayonné obtenu par l'approche de la méthode de Chebyshev modifiée est confronté au champ obtenu à l'aide méthode de l'équation intégrale et les mesures effectuées sur la structure de la figure 3-26 (cette structure est fabriquée et testée à l'UCL, Louvain La- Neuve, Belgique). Les patches du réseau 2×2 considéré sont alimentés par des lignes microruban d'impédance caractéristique de 180Ω adaptées à 100Ω par un transformateur quart d'onde.

La figure 3-27 montre que les méthodes utilisées identifient aussi bien le zéro que le niveau du lobe secondaire. Les écarts observés sont attribués au fait que l'approche proposée ne tient pas en compte les effets de couplage, la solution de l'équation intégrale considère seulement un mode et les mesures sont effectuées dans une chambre bruitée.

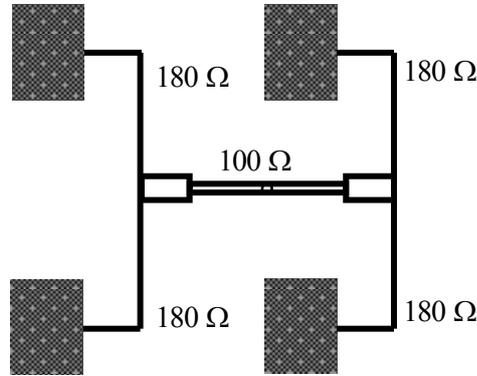


Fig. 3.26 Réseau 2×2 de patches avec une alimentation coaxial parallèle.
 ($L_x = 7.649$ mm, $W = 10.82$ mm, $a = b = 23$ mm, $h = 1.524$ mm, $\epsilon_r = 2.45$ et $\text{tg}\delta = 0.001$)

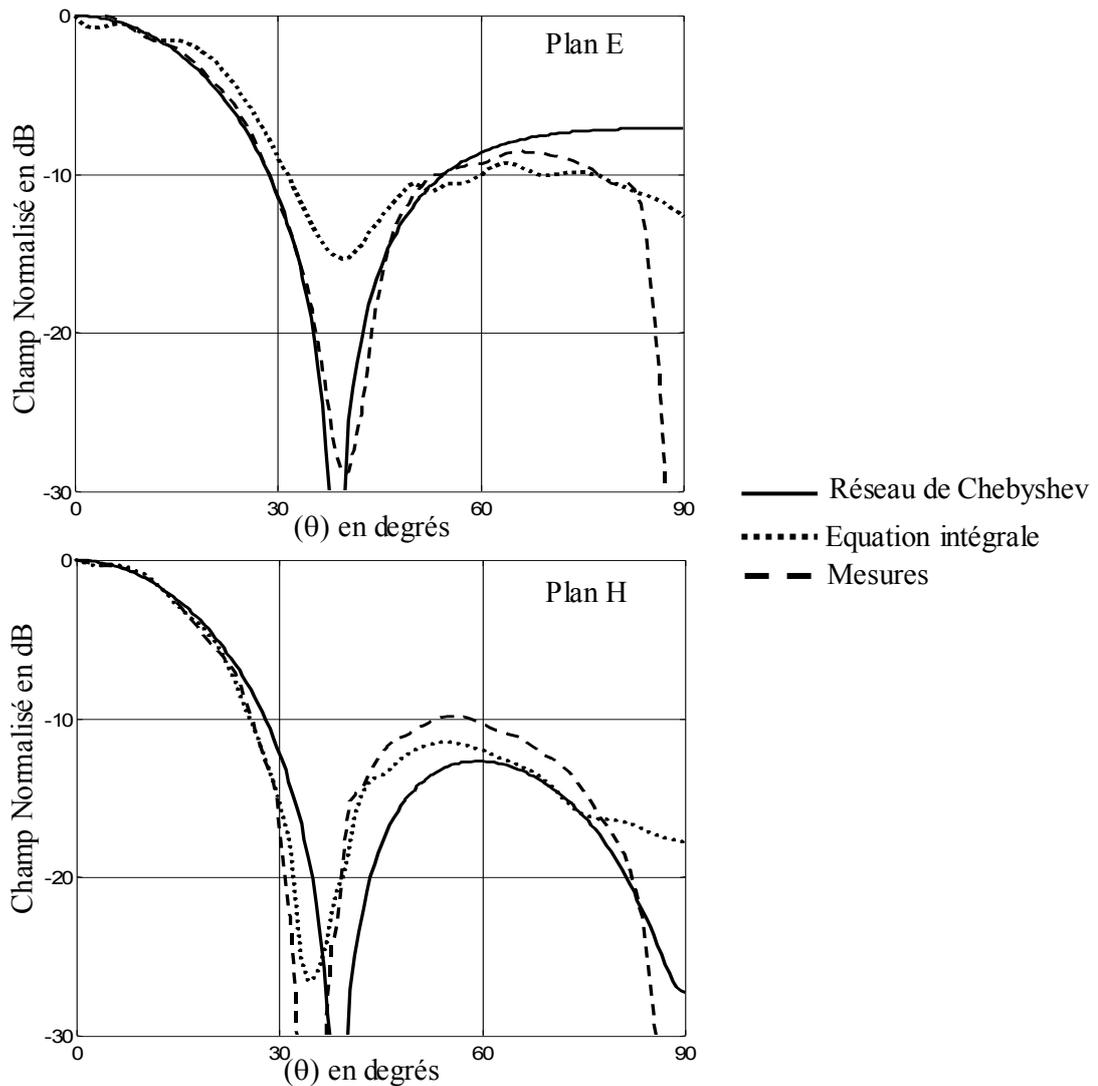


Fig. 3.27 Diagramme de rayonnement dans le plan E d'un réseau micro-ruban 2×2 à la fréquence 10.66 GHz.

CONCLUSION

Ce travail concerne l'analyse des réseaux d'antennes phasés basée sur l'utilisation des expressions fermées et de la technique de l'équation intégrale. Nous avons d'abord apporté des améliorations aux méthodes classiques (Réseaux de Chebyshev, Baklanov et Safaai) pour la détermination des caractéristiques du champ lointain. Cependant, afin d'intégrer les effets associés aux réseaux d'antennes tels que l'effet de couplage inter éléments et les directions aveugles, l'analyse par équation intégrale dans le cas de réseaux d'antennes microruban a été accomplie.

Nous avons pu élaborer une formulation originale du facteur de réseau d'une configuration plane de forme rectangulaire ($K \times L$). Ce facteur a été exprimé sous forme unique qui tient compte de toutes les éventualités concernant les valeurs des entiers K et L (pair-pair, pair-impair, impair-pair, impair-impair). L'avantage d'un développement modal de la distribution des amplitudes par rapport aux expressions usuellement utilisées est mis en évidence du point de vue précision et temps de calcul. Ce développement permet d'obtenir une expression simple de la directivité. Nous avons également montré qu'un réseau carré est plus directif qu'un réseau rectangulaire de taille comparable.

Malgré ces améliorations, l'hypothèse toujours admise de l'alimentation séparable ($I_{mn} = I_m \times I_n$) n'est pas évidente. De plus, les réseaux réalisés en tenant compte de cette hypothèse ne sont optimaux que dans les deux plans verticaux de polarisation. Afin d'éliminer cette ambiguïté, nous avons étendu la technique proposée par Baklanov pour le cas des alignements aux réseaux plans. Ceci consiste à modifier la distribution des amplitudes tout en leur conservant le caractère des polynômes de Chebychev. Ainsi, nous avons contourné l'hypothèse de l'alimentation séparable et obtenu des réseaux optimaux de révolution autour de la direction de rayonnement maximum et amélioré sensiblement la largeur du lobe principal du digramme de rayonnement.

Ayant constaté qu'au delà d'une certaine taille de réseau la directivité tend à devenir constante, nous avons généralisé le concept des alignements auto-convolués proposé par Safaai aux réseaux plans et montré qu'il est encore possible d'améliorer la directivité. La distribution des amplitudes obtenues avec cette technique, bien que pondérés à l'aide de polynôme de Chebychev, tend à s'approcher de la distribution uniforme qui confère aux réseaux une meilleure directivité. Le caractère de pondération par la technique de Dolph conserve à ses réseaux des lobes secondaires égaux.

La méthode des moments a été utilisée pour l'étude du couplage mutuel entre éléments du réseau microruban. Il a été observé qu'à cause du couplage mutuel, un patch parasite modifie sensiblement les performances d'un patch isolé. Cet effet est fonction du substrat, des patches et de l'espacement entre éléments.

Etant donné que les modèles approchés sont applicables aux réseaux de grandes tailles, l'étude de réseaux microruban infinis est effectuée. Les résultats obtenus montrent que dans les réseaux de grandes tailles des directions aveugles risquent d'apparaître. L'apparition de ces directions est fonction du type du substrat, de son épaisseur, des dimensions du patch et

de la séparation entre éléments. Ces directions se déplacent vers la direction longitudinale (*end fire*) dans le cas de substrats minces.

La présence d'ondes de surface dans les réseaux microruban induit des variations importantes de l'impédance d'entrée de l'antenne en fonction de l'angle de balayage. Dans ces conditions, il serait difficile de concevoir un circuit d'adaptation d'un facteur de qualité élevé.

L'effet de bord est aussi étudié dans un réseau fini. Il a été constaté que l'élément central du réseau fini de taille moyenne (au-delà de 7×7) peut être assimilé à un élément quelconque d'un réseau infini, bien que ceci peut différer des éléments de bord. La puissance des ondes de surface diminue avec l'augmentation de la taille du réseau dans tous les angles de balayage sauf dans les directions aveugles où elle devient prédominante. Nous avons également effectué une étude quantitative du couplage mutuel entre éléments adjacents à l'aide des paramètres de répartition. Le coefficient de couplage augmente avec l'effet de proximité. Le couplage est plus élevé dans le plan E que dans le plan H; plan dans lequel il subit une décroissance rapide.

L'application optimale des méthodes proposées pour des réseaux de grandes tailles doit être accompagnées par une étude de réseaux infinis par la méthode de l'équation intégrale. Ceci pour éviter toute dégradation des performances du réseau causée par les effets de couplage. Une conception d'un réseau microruban doit considérer certains critères parmi lesquels nous citons :

- l'élargissement de la bande passante et de la zone de balayage exige un substrat d'une constante diélectrique faible.
- L'espacement inter éléments est dicté par la zone de balayage maximale et les lobes d'ambiguïté. La zone de balayage est aussi limitée par le phénomène de directions aveugles étroitement liée à l'espacement entre éléments et aux paramètres du substrat.
- Le type de polarisation affecte la complexité du réseau.
- Le système d'alimentation risque d'affecter le niveau des lobes secondaires, la polarisation ou le gain du réseau par son rayonnement parasites.
- Les réseaux de grandes tailles doivent être montés suivant une architecture accommodée avec le circuit d'alimentation et de commande requis. D'autres considérations mécaniques ne devraient pas être ignorées.

Finalement, nous proposons pour l'extension de ce travail l'investigation des thèmes suivants :

1. Une étude comparative des techniques d'alimentation
2. Une étude théorique associée à une réalisation pratique des déphaseurs
3. Une étude des réseaux phasés intégrés utilisant un grand nombre d'éléments.

Références

- [1] Collin, R. E., "Antennas and Radiowave Propagation," *McGraw-Hill International Editios, Electrical Engineering Series*, 1985.
- [2] Kraus, D. John, "Antennas," *McGraw-Hill Book Company*, 1988.
- [3] Collin, R.E. and Zucker, F. J., "Antenna Theory," *McGraw-Hill book Company, New York*, 1969, part 1.
- [4] Elliot, R.S., "Antenna Theory and Design," *Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632*, 1981.
- [5] Hansen, R.C., "Phased Array Antennas," *John Wiley & Sons, New York*, 1998.
- [6] Johnson, R.C., "Antenna Engineering Handbook," *McGraw-Hill, New York*, Third Edition, 1981
- [7] Carpentier, M.H., "Radars : Bases modernes," *Masson, Paris*, sixth Edition, 1990.
- [8] Skobelev, S.P.; "Methods of Constructiong Optimum Phased Arrays Antennas for Limited Field of View," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 40, No. 2, pp. 39-50, April 1998.
- [9] Amitay, N., V. Galindo and C.P. Wu, "Theory and Analysis of Phased Array Antennas," *Wiley-Interscience, New York*, 1972.
- [10] Mittra, R. and S.W. Lee, "Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves," *McMillan Press*, 1971.
- [11] Ma, M.T., "Theory and Application of Antenna Arrays," *Wiley-Interscience, New York*, 1974.
- [12] Kahrilas, P., "Electronic Scanning Radar Systems (ESRS) Desighn Handbook," *Artech House, Dedham, MA*, 1976.
- [13] Skolnik, M.I., "Introduction to Radar Systems," *McGraw-Hill Book Co., New York*, 1962.
- [14] Hansen, R.C., "Microwave Scanning Antennas," *Vol. I-III, Academic press, New York*, 1966.
- [15] Elliot, R.S., "Beamwidth and directivity of large scanning arrays," *Microwave J. pt. 1*, Vol. 6, pp. 53-60, Dec. 1963.
- [16] Elliot, R.S., "Beamwidth and directivity of large scanning arrays," *Microwave J. pt. 2*, Vol. 7, pp. 74-82, Jan. 1964.
- [17] Oliner, A.A. and G.H. Knittel, "Phased-array Antennas," *Artech House, Dedham, MA*, 1974.
- [18] Hansen, R.C., "Significant Phased Array Papers," *Norwood, MA: Artech House*, 1973.
- [19] Brookner E., "Practical Phased-Array Antenna System," *Norwood, MA: Artech House*, 1991.
- [20] *IEEE int.* "Phased array Syst. Technl. Symp.Dig., *Boston, MA*, Oct. 15-18, 1996.
- [21] Stimson G. W., "Introduction to airborne Radar," *2nd ed. Mendham, NJ: Science*, 1998

- [22] Don Parker and David C. Zimmermann, "Phased Arrays—Part I: Theory and Architectures," *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 50, No. 3, pp. 678-687, March 2002
- [23] Stark, L., "Microwave Theory of Phased Array Antennas—A Review," *Proc. IEEE* Vol. 62, pp. 1661-1701, Dec. 1974.
- [24] Mailloux, R.J., "Phased Array Theory and Technology," *Proc. IEEE*, Vol. 70, pp. 246-291, March 1982.
- [25] Bruce A. Kopp, Michael Borkowski, and George Jerinic, "Transmit/Receive Modules," *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 50, No. 3, pp. 827-834, March 2002.
- [26] Patton, W.T., "Array feeds," *In Practical Phased –Array Antenna systems*, E. Brookner, ed. Norwood, MA: Artech House, 1991, Lec. 6
- [27] Rotman, W. and R.F. Turner, "Wide Angle Microwave Lens for line Source Applications," *IEEE Transaction on Antennas Propagation.*, Vol. AP-50, pp. 623-632, Nov. 1963.
- [28] Holzman, E.L. and A.K. Agrawal, "A comparison of Active Phased Array, Corporate Beamforming Architectures," *IEEE Int. Phased Array syst. Technol., Symp., Dig.*, pp. 429-434, Oct. 1996.
- [29] Lopez, A.R., "Monopulse Network for Series feeding and Array Antenna," *IEEE Transaction on Antennas Propagation.*, Vol. AP-16, pp. 436-440, July 1966.
- [30] Butler, J.L., "Digital, Matrix, and Intermediate Frequency Scanning," in R. C. Hansen (ed.), *Microwave Scanning arrays*, Academic Press, New York, 1966.
- [31] Butler, J.L., and R. Lowe, "Beam forming matrix simplifies design of electronically scanned antenna," *Electron. Design*, Vol. 9, No.12, pp. 170-173, Apr. 1961.
- [32] Levy, R., "A high Power X-band Butler Matrix," *Microwave J.* pp. 145-131, June 1984.
- [33] Kummer, W. H., and R. F. Turner, "Feeding and Phase Scanning," *In Microwave Scanning Antennas*, R. C., Hansen, Ed. New York: Academic, Vol. 3, Ch. 1, 1966.
- [34] Ajioka, J.S., and J. L., McFarland, "Beamforming Feeds," *In Antenna Handbook, Theory, Applications, and Design*, RY. T. Lo and S. W. Lee, Eds., New York: Van Nostratrand, ch. 19, 1998.
- [35] Trauhafat, M. A. and L. M. Silber, "Use of Microwave Ferrite Toroids to Eliminate External Magnets and Reduce Switching powers," *Proc. IRE*, Vol. 46, P. 1538, 1958.
- [36] Whicker L. R., "Future Directions for Microwave Ferrite Components," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 367-369, 1979.
- [37] Whicker L. R., "Review of Ferrite Phase Shifter Technology," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 95-97, 1973.
- [38] Boyd, C. R., "A Dual-Mode Latching, Reciprocity Ferrite Phase Shifter," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 337-340, 1970.
- [39] Robert, R. G., "A X-Band Reciprocal Latching Faraday Rotary Phase Shifter," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 341-345, 1970.
- [40] Hord, W. E., C. R. Boyd, and D. Diaz , "A New Type of Fast Switching Dual-Mode Ferrite Phase Shifter," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Vol. II, pp. 985-988, 1987.

- [41] Fox, A. G., "An Adjustable Waveguide Phase Shifter Changer," *Proc. IRE*. Vol. 35, pp. 1489-1498, Dec. 1947.
- [42] Boyd, C. R., "An Accurate Analog Ferrite Phase Shifter," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 104-105, May. 1971.
- [43] Oness, C. M., W. E. Hord, and C. R. Bord, "Medium Power S-band Rotary-Field Phase Shifters," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 248-250, May. 1972.
- [44] Boyd, C. R., "A Latching Ferrite Rotary-Field Phase Shifter," *In IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Vol. I, pp. 103-106, May. 1995.
- [45] White, J. F., "Diode Phase Shifters for Array Antennas," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech. (Special issue)*, Vol. MTT-22, pp. 658-674, June. 1974.
- [46] Davis, M. E., "Integrated Diode Phase-Shifter Elements for an X-band Phased Array Antenna," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-23, pp. 1080-1084, Dec. 1975.
- [47] Terrio, F. G., R. J. Stockton, and W. D. Sato, "A low Cost p-i-n Diode Phase Shifter for Airborne Phased Array Antennas," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech. (Special issue)*, Vol. MTT-22, pp. 688-692, June . 1974.
- [48] Garver, R. V., "Microwave Diode Control Devices," *In Phase Shifters*, Norwood, MA: Artech House. 1976.
- [49] Megej, A. and Fusco V. F., "Low-Loss Analog Phase Sifter Using Varactor Diodes," *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 19, No. 6, pp.384-386.Dec. 1998.
- [50] Kang, Y., "Fast RF Ferrite Phase Shifter for High Power Applications," *XX International Linac Conference, Monterey, California*, pp. 1012-1014,
- [51] Ince, W. J., and E. Stern, "Non-Reciprocal Remanence Phase Shifters in Rectangular Waveguide," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. MTT-15, pp. 87-95, February 1967.
- [52] Nagra, A.S. J.E. Xu, R.A. York, "Monolithic GaAs phase shifter circuit with low insertion loss and continuous 0-360 degree phase shift at 20 GHz," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 9, no. 1, pp 31.33, January 1999.
- [53] N.S. Barker, G.M. Rebeiz, "Distributed MEMS true-time delay phase shifters and wideband switches," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 11 part 2, pp. 1881.1890, November 1998.
- [54] N.S. Barker, G.M. Rebeiz, "Optimization of distributed MEMS phase shifters," *IEEE MTT-S Int. Symp. Dig.*, Anaheim, CA, 1999.
- [55] Joseph S. Hayden and Gabriel M. Rebeiz, "Low-Loss Cascadable MEMS Distributed X-Band Phase Shifters", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, pp. 3 Nov. 1999.
- [56] Franco De Flaviis, N. G. Alexopoulos, and Oscar M. Stafsudd, "Planar Microwave Integrated Phase-Shifter Design with High Purity Ferroelectric Material", *IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique*, VOL. 45, NO. 6, pp. 963-969, June 1997.
- [57] V. K. Varadan, K. A. Jose, V. V. Varadan, R. Hughes, and J. F. Kelly, "A Novel Microwave Planar Phase Shifter," *Microwave J.*, pp. 244-254, Apr.1995.
- [58] F. De Flaviis, N. G. Alexopoulos, and O. M. Stafsudd, "Planar Microwave Integrated Phase Shifter Design with High Purity Ferroelectric Material," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 963-969, June 1997.

- [59] F. W. Van Keuls, R. R. Romanovsky, D. Y. Bohman, M. D. Winters, F. A. Miranda, C. H. Mueller, R. E. Treece, T. V. Rivkin, and D. Galt, "(YBa Cu O , Au)/SrTiO /LaAlO Thin Film Conductor/Ferroelectric Coupled Microstripline Phase Shifters For Phased Array Applications," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 71, no. 21, pp. 3075–3077, Nov. 24, 1997.
- [60] A. Kozyrev, A. Ivanov, V. Keis, M. Khazov, V. Osadchy, T. Samoilova, A. Pavlov, G. Koepf, C. Mueller, D. Galt, and T. Rivkin, "Ferroelectric Films: Nonlinear Properties and Applications in Microwave Devices," in *IEEE MTT-S Dig.*, 1998, pp. 985–8.
- [61] F. W. Van Keuls, C. H. Mueller, F. A. Miranda, R. R. Romanovsky, C. L. Canedy, S. Aggarwal, T. Venkatesan, R. Ramesh, J. S. Horwitz, W. Chang, and W. Kim, "Room Temperature Thin Film Ba Sr TiO Ku-band Coupled Microstrip Phase Shifters: Effects of Film Thickness, Doping, Annealing and Substrate Choice," in *IEEE MTT-S Dig.*, 1999.
- [62] E. G. Erker, A. S. Nagra, Y. Liu, P. Periaswamy, T. R. Taylor, J. Speck, and R. A. York, "Monolithic Ka-Band Phase Shifter Using Voltage Tunable BaSrTiO Parallel Plate Capacitors," *IEEE Microwave GuidedWave Lett.*, vol. 10, pp. 10–12, Jan. 2000.
- [63] A. S. Nagra and R. A. York, "Distributed Analog Phase Shifters with Low Insertion Loss," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 1705–1711, Sept. 1999.
- [64] Yu Liu, Amit S. Nagra, Erich G. Erker, Padmini Periaswamy, Troy R. Taylor, James Speck, and Robert A. York, "BaSrTiO₃ Interdigitated Capacitors for Distributed Phase Shifter Applications," *IEEE Microwave and Guided wave Letters*, VOL. 10, NO. 11, pp. 448-450, Nov. 2000.
- [65] Marco A. Antoniadis, and George V. Eleftheriades, "Compact Linear Lead/Lag Metamaterial Phase Shifters for Broadband Applications," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 2, pp. 103-106, Feb. 2003.
- [66] Munger, A.D., J.H. provencher, and Gladman B.R., "Mutual Coupling on a Cylindrical array of Waveguides elements", *Trans. On Ap*, Vol. AP-19, No. 1, Jan. 1971.
- [67] MVaskelainen, L. I., "Virtual Array Synthesis Method for Planar Array Antennas", *IEEE Trrans. On Antenas and propagation*, Vol. 46, No. 3, pp. 391-396, Mar. 1998.
- [68] Constantine A. Balanis, "Antenna Theory Analysis and Design," (second edition) *John Wiley and Sons, Inc.*, 1997
- [69] Eisenhart, R. H., Private Communication 2000.
- [70] Eisenhart, R. H. and P. K. Park, "Phased array Scanning Performance Simulation," *In IEEE AP-S int. Symp., Dig.* pp. 2002-2005, 1995.
- [71] Don Parker and David C. Zimmermann, "Phased Arrays–Part II: Implementation, Applications, and Future Trends," *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 50, No. 3, pp. 688-698, March 2002
- [72] AZRAR, A., "Full-Wave Analysis of Microstrip Antennas Employing Coplanar Parasitic Elements Based on Moment Method Solution in Spectral Domain," Thesis of Magister degree presented in 1998 at ENP D'ElHarrach.
- [73] Lee, K. M., J. Edie, R. Krueger, J. Weber, T. Brott, and W. P. Carig, "A Low Profile X-Band Active Phased for Submarine Sattelite Communications," in *IEEE Int. Phased Array Syst. Technol. Symp. Dig.*, Dana Point, CA, pp. 231-234, May 23, 2000.
- [74] Deschamp, G.A., "Microstrip Microwave Antennas," presented at the 3rd *USAF Symp. on Antennas*, 1953.

- [75] Gutton, H. and G. Baissinot, "Flat Aerial for Ultra High Frequencies," *French patent No.* 703113, 1955.
- [76] Rafferty, W., K. Dessouky, and M. Sue, "NASA's Mobile Satellite Development Program," *proceedings of the Mobile Satellite Conference*, pp.11-22, May 1988.
- [77] Bahl, I. J. and P. Bhartia, "Microstrip Antennas," *Artech House*, Dedham, MA 1980.
- [78] James, J.R., and P.S. Hall, "Handbook of Microstrip Antennas," *IEE, Peter Peregrinus Ltd.*, London, UK, 1989.
- [79] Pozar, D.M., "A Microstrip Antenna Aperture coupled to a Microstrip Line," *Electron. Lett.*, VO1.21, PP.49-50, Jan. 17, 1985.
- [80] Long, S.A., and W.D. Walton, "A Dual Frequency Stacked Circular Disc Antenna," *IEEE Trans. Antennas and Propag.* JAP-27J, PP. 270-273, 1979.
- [81] Bhartia, P., and I.J. Bahl, "A Frequency Agile Microstrip Antenna," *IEEE AP-S Int. Symp. Digest.*, pp. 304-307, 1982.
- [82] Kerr, J., "Terminated Microstrip Antenna," "Antenna Applications Symposium, technique antennas," Univ. of Illinois, Sept. 1978.
- [83] Poes, H.F., and A.R. Van De Capelle, "An impedance-matching for increasing the bandwidth of microstrip," *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, Vol 37, pp. 1345- 1354, Nov. 1989.
- [84] Teshirogi, T., M. Tanaka, and W. Chujo, "Wideband Circularly polarized Array Antenna with Sequential Rotations and Phase Shifts of Elements," *Proc. Int. Symp. Antennas and Propag.* Japan, pp. 117-120, 1985.
- [85] Huang, J., "A Technique for an Array to Generate Circular Polarization with Linearly Polarized Elements," *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, AP-34, pp. 1113-1124, Sept. 1986.
- [86] Wood, J.C., "Improved Bandwidth of Microstrip Antennas using Parasitic Elements," *IEE Proceedings*, 127H, pp.231-234, 1980.
- [87] Howe, H., Jr., "Stripline is Alive and Well," *Microwave Journal*, Vol. 14, P.25, July 1971.
- [88] woo, R., "Final Report on RF Voltage Breakdown in Coaxial Transmission Lines," "JPLI Technical Report 32-1500, Oct. 1970.
- [89] Huang, J., "A Parallel-Series-Fed Microstrip Array with High Efficiency and Low Cross-Polarization," *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 5, pp.230-233, May 1992.
- [90] Chang, D.C., D.I. Wu, J.C. Moore, "Modeling and Computer-aided Design for Microstrip Antenna Array," *European Space Agency Workshop on Active Antennas*, June 1992.
- [91] Gupta, K.C., R. Garg, and R. Chadha, "Computer-aided Design of Microwave Circuits," *Artech House*, Dedham, MA, 1981.
- [92] Kai Chang, "Handbook of Microwave and Optical Component," *AJOHN WILEY & Sons*, Volume 1, 1989.
- [93] Schewering, F., and A. A. Oliner, "Millimeter Wave Antennas," in Y. T. Lo and S. W. Lee, Eds., *Handbook on Antenna Theory and Design*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1988.

- [94] Bhartia, P., K.V.S. Rao, and R.S. Tomar, "Millimeter Wave Microstrip and Printed Circuit Antennas," *Artech House*, Boston, London, 1991.
- [95] Weiss, M. A., and R. B. Cassell, "Microstrip Millimeter Wave Antenna study," *R&D Tech. Rep., CORADCOM-77-0158-F*, US. Army CORADCOM, Fort Monmouth, NJ, Nov. 21, 1983.
- [96] Williams, J. C., "Cross Fed Printed Aerials," *7th European microwave Conf.*, pp. 292-296, 1974.
- [97] Ricardi, L. J., "Radiation Properties of Binomial Array," *Microwave J.* 15, 12, pp. 20-21, Dec. 1972.
- [98] Dolph, C. L., "A Current Distribution for Broadside Arrays which Optimized the Relationship Between Beamwidth and Side-Lobe level," *Proc. IRE.* 34, pp. 335-348, June 1948.
- [99] Phongcharoenpanich, C., et al. "Legendre Array," *Proc. TJSAP'97*, pp. 197-201, May 1997.
- [100] Phongcharoenpanich, C., and Krairilsh, M. "Second Kind Tschebyscheff Array," *Proc. PIERS'99*, pp. 107, Mars 1999.
- [101] Hansen, R. C., "Aperture Theory," in *Microwave Scanning antenna*, Vol. 1 R. C. Hansen (ed.), Academic Press, New York, pp. 58-60, 1964.
- [102] Stutzman, W. I., "Synthesis of Shaped-Beam Radiation Patterns using the Iterative Sampling method," *IEEE trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-19, pp. 36-41, Jan. 1971.
- [103] Taylor, T. T. "Design of Line-Source for the Best-Mean Square Approximation to a Given Radiation Pattern," *IEEE Trans A.P.*, Vol. AP-3, pp. 16-28, Jan. 1966.
- [104] Baklanov, Y. V., "Tschebyscheff Distribution of Currents for a Plane Array of Radiators," *Radio Eng. and Electronic Phys.*, Vol. 11, pp. 640-642, April 1966.
- [105] Collin, R. E., "Pattern Synthesis With Nonseparable Aperture Fields," *IEEE Proc. Antennas Propagation (communication)*, Vol. AP-12, pp. 502-503, July 1964.
- [106] A. AZRAR, CHEMSA, and R. AKSAS, "Novel Analysis and Design Approaches of the Planar Antenna Arrays," *Submitted to Annals of Telecommunication*, Nov. 2003.
- [107] CHEMSA A., "Dimensionnement d'un Réseau Phasé Rectangulaire à Grande directivité et à niveau des lobes Secondaires Réduit," Magister Thesis, Telecommunication Laboratory, ENP, Algeria, under the supervision of Pr. R. AKSAS
- [108] Tseng, F. I. and Cheng, D. K., "Optimum Scannable Planar Array With an Invariant Side-Lobe-Level," *IEEE Proc. Antennas Propagation*, Vol. 56, No. 11, pp. 1771-1778, Nov. 1968.
- [109] Mailloux, R. J., "Phased Array Antenna Handbook," *Artech House*, Boston, 1994.
- [110] Safaai-Jazi A., "Modified Chebyshev Arrays," *IEE Proc. Antennas and Propagation*, Vol. 145, No. 1, pp. 45-48, Feb. 1998.
- [111] Krupitskiy, E. I. and Sapohnikova, T. N., "Minimum Number of Controlled Elements in Along Linear Array with Electric Beam Scanning over a Wide Sector," *Radio Engrg. And Electronic Phys.*, Vol. 10, pp. 1678-1685, Nov. 1965.
- [112] R. J. Mailloux, J. F. McIlvanna, and N. P. Kernweis, "Microstrip array technology," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-29,

- [113] D. M. Pozar, "A Microstrip Antenna Aperture Coupled to a Microstrip Line," *Electron. Lett.*, vol. 21, pp. 49-50, Jan. 17, 1985. pp. 25-37, Jan. 1981.
- [114] H. Y. David Yang, C. Harry Chen, Jesse A. Castaneda and William C. Wong, "Design of Microstrip Line feed Patch Arrays Including Mutual Coupling," *International journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 31-42- 1994.
- [115] D. M. Pozar and D. H. Schaubert, "Scan Blindness in Infinite Phased Arrays of Printed Dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-32, pp. 1101-1107, Oct. 1984.
- [116] A. AZRAR, R AKSAS and A. Vander VORST, "Spectral-domain integral-equation analysis of microstrip antenna working around 24 GHz" ; *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 24, No. 1, Jan. 2000, pp. 37-40.
- [117] Ning Yuan, Tan Soon Yeo, Xiao-Chun Nie and Le Wei Li, "A Fast Analysis of Scattering and Radiation of Large Microstrip Antenna Arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 51, No. 9, pp. 2218-2225, Sept. 2003.
- [118] Frank J. Villegas, Yahya Rahmat-Samii and David R. Jackson, "A Hybrid MoM Solution of Scattering From Finite Arrays of Cylindrical Cavities in a Ground Plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 51, No. 9, pp. 2369-2379, Sept. 2003.
- [119] A. AZRAR R AKSAS and A. Vander VORST. "Full-Wave Analysis of the Broadband Circular Polarization Microstrip Patch Antenna," *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 24, No. 2, pp. 99-102, January 2000.
- [120] D. M. Pozar and D. H. Schaubert, "Scan Blindness in Infinite Phased Arrays of Printed Dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-32, pp. 1101-1107, Oct. 1984.
- [121] A. AZRAR and R. AKSAS, "Full-wave analysis of a passive patch electromagnetically coupled to probe fed rectangular patch antenna" ; *3^{eme} Conférence Maghrébine d'Automatique, d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, COMAI, Béjaïa, Decembre 1998.*
- [122] A. AZRAR, S. BENAKILA and R. AKSAS, " Full-Wave Analysis of the Effect of a Parasitic Patch Electromagnetically Coupled to the Non-Radiation Edge of a Probe Fed Rectangular Patch Antenna," Submitted to *Microwave and Optical Technology Letters*, January 2004.
- [123] A. AZRAR and R. AKSAS, "Full-wave Analysis of the Four Edges Gap-Coupled Microstrip Patch Antenna," *Fifth International Symposium on Electric and Magnetic Fields*, Gent Belgium, EMF 2000.
- [124] D. M. Pozar, "Considerations for Millimeter Wave Printed Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-31, pp. 740-747, 1983.
- [125] D. M. Pozar, "Analysis of Finite Phased Arrays of Printed Dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1045-1053, Oct. 1985.
- [126] D. M. Pozar, "Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-30, pp. 1191-1196, 1982.
- [127] N. K. Uzunoglu, N. G. Alexopoulos and J. G. Fikious, "Radiation Properties of Microstrip Dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-27, pp. 853-858, Nov. 1979.

Annexe A

1. Détermination de l'équation (2-7)

Considérons un réseau rectangulaire de $K \times L$ éléments, excité à l'aide d'une distribution de courant symétrique par rapport aux axes x et y . On se propose de déterminer l'expression (2-7) du facteur de réseau.

On prend le cas où $K = 2M + 1$ et $L = 2N + 1$. Le facteur de réseau est alors donné par

$$E_{oo}(\theta, \phi) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N i_{mn} e^{jk(md \sin \theta \cos \phi + nd \sin \theta \sin \phi)} \quad (\text{A-1})$$

avec

$$i_{mn} = I_{mn} e^{-jk(md \sin \theta_0 \cos \phi_0 + nd \sin \theta_0 \sin \phi_0)} \quad (\text{A-2})$$

donc

$$E_{oo}(\theta, \phi) = F_{oo}(u, v) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N I_{mn} e^{j2(mu+nv)} \quad (\text{A-3})$$

où u et v sont donnés respectivement par (2-5).

D'après l'hypothèse de symétrie des I_{mn} selon les deux axes x et y où on a

$$I_{-m-n} = I_{mn} \quad \text{et} \quad I_{m-n} = I_{mn} \quad (\text{A-4})$$

On peut décomposer $F_{oo}(u, v)$ sous la forme

$$\begin{aligned} F_{oo}(u, v) &= \sum_{m=-M}^{-1} \sum_{n=-N}^{-1} I_{mn} e^{j2(mu+nv)} + \sum_{m=-M}^{-1} \sum_{n=1}^N I_{mn} e^{j2(mu+nv)} \\ &+ \sum_{m=1}^M \sum_{n=-N}^{-1} I_{mn} e^{j2(mu+nv)} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{mn} e^{j2(mu+nv)} \\ &+ \sum_{m=-N}^{-1} I_{0n} e^{j2nv} + \sum_{m=1}^N I_{0n} e^{j2nv} + \sum_{m=-M}^{-1} I_{m0} e^{j2mu} + \sum_{m=1}^M I_{m0} e^{j2mu} + I_{00} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} F_{oo}(u, v) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{-m-n} e^{-j2(mu+nv)} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{-mn} e^{-j2(mu-nv)} \\ &+ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{m-n} e^{j2(mu-nv)} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{mn} e^{j2(mu+nv)} \\ &+ \sum_{n=1}^N I_{0-n} e^{-j2nv} + \sum_{n=1}^N I_{0n} e^{j2nv} + \sum_{m=1}^M I_{-m0} e^{-j2mu} + \sum_{m=1}^M I_{m0} e^{j2mu} + I_{00} \end{aligned}$$

donc, à l'aide de (A-4), on peut écrire

$$F_{oo}(u, v) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \frac{1}{4} \varepsilon_m \varepsilon_n I_{mn} [e^{-j2(mu+nv)} + e^{j2(mu+nv)} + e^{-j2(mu-nv)} + e^{j2(mu-nv)}]$$

alors

$$E_{oo}(\theta, \phi) = F_{oo}(u, v) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \varepsilon_m \varepsilon_n I_{mn} \cos(2mu) \cdot \cos(2nv) \quad (\text{A-5})$$

avec

$$\varepsilon_p = \begin{cases} 1 & \text{si } p = 0 \\ 2 & \text{si } p \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A-6})$$

Si on fait un décalage de 1 dans la numérotation des éléments dans les deux axes, c'est-à-dire

$$I_{mn} \rightarrow I_{m+1, n+1}$$

on obtient

$$E_{oo}(\theta, \phi) = F_{oo}(u, v) = \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N+1} \varepsilon_{m-1} \varepsilon_{n-1} I_{mn} \cos[2(m-1)u] \cdot \cos[2(n-1)v] \quad (\text{A-7})$$

qui représente la formule (2-2).

Un travail analogue permet d'obtenir les formules (2-1), (2-3) et (2-4).

Les expressions (2-1), (2-2), (2-3), et (2-4) peuvent être écrites sous la forme générale

$$E(\theta, \phi) = F(u, v) = \sum_{m=1}^{M+r_K} \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_K \delta_{m-1})(2-r_L \delta_{n-1}) I_{mn} \cos[(2m-r_K-1)u] \cdot \cos[(2n-r_L-1)v] \quad (\text{A-8})$$

où $\delta_{p-q} = \delta_{pq}$ est le symbole de Kronecker, r_K et r_L sont définis par l'équation (2-8). Cette expression n'est autre que celle de la formule (2-7).

Lors du calcul des amplitudes I_{mn} nous allons utiliser les relations suivantes

$$\sum_{l=0}^M \sum_{p=0}^l \sum_{q=0}^l f(p, q, l) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^M \sum_{s=\max(m,n)}^M f(s-m, s-n, s) \quad (\text{A-9})$$

$$\sum_{l=1}^M \sum_{p=1}^l \sum_{q=1}^l g(p, q, l) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \sum_{s=\max(m,n)}^M g(s-m+1, s-n+1, s) \quad (\text{A-10})$$

2. Démonstration des équations (A-9) et (A-10)

Pour l'équation (A-9)

Soit $m=l-p$ et $n=l-q$. Alors

$$S \triangleq \sum_{l=0}^M \sum_{p=0}^l \sum_{q=0}^l f(p, q, l) = \sum_{l=0}^M \sum_{m=0}^l \sum_{n=0}^l f(l-m, l-n, l) \quad (\text{A-11})$$

mais, pour toute fonction $h(l, m)$ on a

$$\sum_{l=0}^M \sum_{m=0}^l h(l,m) = \sum_{m=0}^M \sum_{l=m}^M h(l,m) \quad (\text{A-12})$$

ce qui nous permet de changer les deux premiers opérateurs somme du troisième membre de la double égalité (A-11) comme suit :

$$S = \sum_{m=0}^M \sum_{l=m}^M \sum_{n=0}^l f(l-m, l-n, l) \quad (\text{A-13})$$

Aussi, on remarque que

$$\sum_{l=m}^M \sum_{n=0}^l h(n,l) = \sum_{n=0}^M \sum_{l=\max(m,n)}^M h(n,l) \quad (\text{A-14})$$

En utilisant (A-14) dans (A-13), on obtient

$$S = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^M \sum_{l=\max(m,n)}^M f(l-m, l-n, l) \quad (\text{A-15})$$

d'où l'équation (A-9)

$$S = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^M \sum_{s=\max(m,n)}^M f(s-m, s-n, s)$$

Pour l'équation (A-10)

On peut écrire la formule (A-9) comme suit :

$$\sum_{l'=1}^{M'} \sum_{p'=0}^{l'} \sum_{q'=0}^{l'} f(p'-l, q'-l, l'-l) = \sum_{m'=0}^{M'} \sum_{n'=0}^{M'} \sum_{s'=\max(m',n')}^{M'} f(s'-m', s'-n', s'-l) \quad (\text{A-16})$$

avec
$$x' = x + l \quad x = l, p, q, m, n, s, M$$

Posons $f(p'-l, q'-l, l'-l) = g(p', q', l')$

alors $f(s'-m', s'-n', s'-l) = g(s'-m'+l, s'-n'+l, s')$

d'où l'équation (A-10)

$$\sum_{l'=1}^M \sum_{p=1}^l \sum_{q=1}^l g(p, q, l) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \sum_{s=\max(m,n)}^M g(s-m+l, s-n+l, s)$$

3. Détermination des I_{mn}

a) *Linéarisation du $\cos^L u$*

On a
$$\cos^L u = \left(\frac{e^{ju} + e^{-ju}}{2} \right)^L = 2^{-L} (e^{ju} + e^{-ju})^L \quad (\text{A-17})$$

La formule du binôme donne

$$\cos^L u = 2^{-L} \sum_{l=0}^L c_L^l e^{j(L-2l)u} \quad (\text{A-18})$$

ou

$$\cos^L u = 2^{-L} \left[\sum_{l=0}^{N+r_L-1} \mathcal{C}_L^l e^{j(L-2l)u} + \sum_{l=N+1}^L \mathcal{C}_L^l e^{j(L-2l)u} + (1-r_L) \mathcal{C}_L^N \right] \quad (\text{A-19})$$

En effectuant le changement de variable $l' = L - l$ dans le deuxième terme entre crochets on obtient

$$\cos^L u = 2^{-L} \left[\sum_{l'=0}^{N+r_L-1} 2 \mathcal{C}_L^{l'} \cos[(L-2l')u] + (1-r_L) \mathcal{C}_L^N \right] \quad (\text{A-20})$$

car

$$\mathcal{C}_L^{L-l'} = \mathcal{C}_L^{l'}$$

Posons $l = l' + 1$, alors

$$\cos^L u = 2^{-L} \left[\sum_{l=1}^{N+r_L} 2 \mathcal{C}_L^{l-1} \cos[(L-2l+2)u] + (1-r_L) \mathcal{C}_L^N \right]$$

écrite autrement

$$\cos^L u = 2^{-L} \sum_{l=1}^{N+1} [r_L(2 - \tilde{\varepsilon}_l) + \tilde{\varepsilon}_l] \mathcal{C}_L^{l-1} \cos[(L-2l+2)u] \quad (\text{A-21})$$

avec

$$\tilde{\varepsilon}_l = \varepsilon_{N+1-l} \quad (\text{A-22})$$

b) Détermination des I_{mn} pour la méthode conventionnelle (réseau rectangulaire quelconque)

Considérons un réseau rectangulaire de $K \times L$ éléments. Dans le cas de la méthode conventionnelle, l'alimentation est séparable c'est-à-dire $I_{mn} = I_m^K \times I_n^L$, et la formule générale (A-8) devient

$$E(\theta, \phi) = F(u, v) = \sum_{m=1}^{M+r_K} (2 - r_K \delta_{m-1}) I_m^K \cos[(2m - r_K - 1)u] \times \sum_{n=1}^{N+r_L} (2 - r_L \delta_{n-1}) I_n^L \cos[(2n - r_L - 1)v] \quad (\text{A-23})$$

La formule (2-17), s'écrit pour $w = w_0 \cos u$

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{m=1}^{M+r_K} (-1)^{M-m+r_K} \frac{2^{2m-r_K-2} (2M+r_K-1)}{M+m-1} \cdot \mathcal{C}_{M+m-1}^{2m-r_K-1} \cdot w_0^{2m-r_K-1} (\cos u)^{2m-r_K-1} \quad (\text{A-24})$$

et comme

$$r_{2m-r_K-1} = 1 - r_K$$

alors

$$2m - r_K - 1 = 2(m-1) + r_{2m-r_K-1}$$

et à l'aide de la formule (A-21), on peut écrire donc

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{m=1}^{M+r_K} \sum_{p'=1}^m [(1-r_K)(2 - \tilde{\varepsilon}_{p'}) + \tilde{\varepsilon}_{p'}] (-1)^{M-m+r_K} \frac{2M+r_K-1}{2(M+m-1)} \mathcal{C}_{M+m-1}^{2m-r_K-1} \cdot \mathcal{C}_{2m-r_K-1}^{p'-1} \cdot w_0^{2m-r_K-1} \cdot \cos[(2m-2p'-r_K+1)u]$$

Posons dans cette égalité $p = m - p' + 1$, on trouve

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{m=1}^{M+r_K} \sum_{p=1}^m [(1-r_K)(2-\tilde{\varepsilon}_{m-p+1}) + \tilde{\varepsilon}_{m-p+1}] (-1)^{M-m+r_K} \frac{2M+r_K-1}{2(M+m-1)} \\ \mathcal{C}_{M+m-1}^{2m-r_K-1} \cdot \mathcal{C}_{2m-r_K-1}^{m-p} \cdot w_0^{2m-r_K-1} \cdot \cos[(2p-r_K-1)u]$$

En utilisant l'équation (A-12), cette égalité devient

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{p=1}^{M+r_K} \sum_{m=p}^{M+r_K} [(1-r_K)(2-\tilde{\varepsilon}_{m-p+1}) + \tilde{\varepsilon}_{m-p+1}] (-1)^{M-m+r_K} \frac{2M+r_K-1}{2(M+m-1)} \\ \mathcal{C}_{M+m-1}^{2m-r_K-1} \cdot \mathcal{C}_{2m-r_K-1}^{m-p} \cdot w_0^{2m-r_K-1} \cdot \cos[(2p-r_K-1)u]$$

ou

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{m=1}^{M+r_K} \sum_{s=m}^{M+r_K} [(1-r_K)(2-\tilde{\varepsilon}_{s-m+1}) + \tilde{\varepsilon}_{s-m+1}] (-1)^{M-s+r_K} \frac{2M+r_K-1}{2(M+s-1)} \\ \mathcal{C}_{M+s-1}^{2s-r_K-1} \cdot \mathcal{C}_{2s-r_K-1}^{s-m} \cdot w_0^{2s-r_K-1} \cdot \cos[(2m-r_K-1)u]$$

L'équation (A-22) nous permet d'écrire

$$\tilde{\varepsilon}_{s-m+1} = \varepsilon_{M-s+m} = \begin{cases} 1 & \text{si } M-s+m=0 \\ 2 & \text{si } M-s+m \neq 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & \text{si } m=1 \\ 2 & \text{si } m \neq 1 \end{cases} = \varepsilon_{m-1}$$

donc

$$(1-r_K)(2-\tilde{\varepsilon}_{s-m+1}) + \tilde{\varepsilon}_{s-m+1} = (1-r_K)(2-\varepsilon_{m-1}) + \varepsilon_{m-1} \\ = 2-r_K(2-\varepsilon_{m-1}) \\ = 2-r_K \delta_{m-1} \quad (\text{A-25})$$

et l'écriture finale de l'équation (A-24) est

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) = \sum_{m=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{m-1}) \cdot b_m^K \cdot \cos[(2m-r_K-1)u] \quad (\text{A-26-a})$$

avec

$$b_m^K = \sum_{s=m}^{M+r_K} (-1)^{M-s+r_K} \frac{2M+r_K-1}{2(M+s-1)} \cdot \mathcal{C}_{M+s-1}^{2s-r_K-1} \cdot \mathcal{C}_{2s-r_K-1}^{s-m} \cdot w_0^{2s-r_K-1} \quad (\text{A-26-b})$$

Un travail analogue est effectué pour $T_{L-1}(w_0 \cos v)$, on obtient donc

$$T_{L-1}(w_0 \cos v) = \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{n-1}) \cdot b_n^L \cdot \cos[(2n-r_L-1)v] \quad (\text{A-27-a})$$

avec

$$b_n^L = \sum_{s=n}^{N+r_L} (-1)^{N-s+r_L} \frac{2N+r_L-1}{2(N+s-1)} \cdot \mathcal{C}_{N+s-1}^{2s-r_L-1} \cdot \mathcal{C}_{2s-r_L-1}^{s-n} \cdot w_0^{2s-r_L-1} \quad (\text{A-27-b})$$

Le produit de (A-26-a) et (A-27-a) donne alors

$$T_{K-1}(w_0 \cos u) \cdot T_{L-1}(w_0 \cos v) = \sum_{m=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{m-1}) \cdot b_m^K \cdot \cos[(2m-r_K-1)u] \quad (\text{A-28})$$

$$\times \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{n-1}) \cdot b_n^L \cdot \cos[(2n-r_L-1)v]$$

L'identification de (A-28) avec (A-23), nous permet de conclure que

$$I_m^K = b_m^K \quad \text{et} \quad I_n^L = b_n^L \quad (\text{A-29})$$

donc

$$I_{mn} = I_m^K \times I_n^L = b_m^K \times b_n^L \quad (\text{A-30})$$

c) Détermination des I_{mn} pour la méthode optimale (réseau carré $L \times L$ éléments)

Le polynôme de Chebyshev de degré $L-1$ est donné par (2-17) avec $w = w_0 \cos u \cdot \cos v$.

Comme

$$r_{2n-r_L-1} = 1 - r_L \quad \text{alors} \quad 2n - r_L - 1 = 2(n-1) + r_{2n-r_L-1}$$

En utilisant l'équation (A-21), on peut écrire

$$T_{L-1}(w) = \sum_{n=1}^{N+r_L} \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n [(1-r_L)(2-\tilde{\varepsilon}_p) + \tilde{\varepsilon}_p] [(1-r_L)(2-\tilde{\varepsilon}_q) + \tilde{\varepsilon}_q]$$

$$(-1)^{N-n+r_L} \frac{2N+r_L-1}{2(N+n-1)} \cdot \mathbf{C}_{N+n-1}^{2n-r_L-1} \cdot \mathbf{C}_{2n-r_L-1}^{p-1} \cdot \mathbf{C}_{2n-r_L-1}^{q-1} \cdot (w_0/2)^{2n-r_L-1}$$

$$\cos[(2n-2p-r_L+1)u] \cdot \cos[(2n-2q-r_L+1)v]$$

En utilisant l'égalité (A-10), cette expression peut s'écrire sous la forme suivante :

$$T_{L-1}(w) = \sum_{m=1}^{N+r_L} \sum_{n=1}^{N+r_L} \sum_{s=\max(m,n)}^{N+r_L} [(1-r_L)(2-\tilde{\varepsilon}_{s-m+1}) + \tilde{\varepsilon}_{s-m+1}] [(1-r_L)(2-\tilde{\varepsilon}_{s-n+1}) + \tilde{\varepsilon}_{s-n+1}]$$

$$(-1)^{N-s+r_L} \frac{2N+r_L-1}{2(N+s-1)} \cdot \mathbf{C}_{N+s-1}^{2s-r_L-1} \cdot \mathbf{C}_{2s-r_L-1}^{s-m} \cdot \mathbf{C}_{2s-r_L-1}^{s-n} \cdot (w_0/2)^{2s-r_L-1} \quad (\text{A-31})$$

$$\cos[(2m-r_L-1)u] \cdot \cos[(2n-r_L-1)v]$$

La formule (A-25) donne

$$(1-r_L)(2-\tilde{\varepsilon}_{s-m+1}) + \tilde{\varepsilon}_{s-m+1} = 2-r_L \delta_{m-1}$$

donc, (A-31) devient

$$T_{L-1}(w) = \sum_{m=1}^{N+r_L} \sum_{n=1}^{N+r_L} (2-r_L \delta_{m-1})(2-r_L \delta_{n-1}) B_{mn} \cos[(2m-r_L-1)u] \cdot \cos[(2n-r_L-1)v] \quad (\text{A-32})$$

avec

$$B_{mn} = \sum_{s=\max(m,n)}^{N+r_L} (-1)^{N-s+r_L} \frac{2N+r_L-I}{2(N+s-I)} \cdot C_{N+s-I}^{2s-r_L-1} \cdot C_{2s-r_L-1}^{s-m} \cdot C_{2s-r_L-1}^{s-n} \cdot (w_0/2)^{2s-r_L-1} \quad (\text{A-33})$$

L'identification de (A-32) avec (A-8) (où $M=N$), nous permet de conclure que

$$I_{mn} = B_{mn} \quad (\text{A-34})$$

4. Pourquoi la relation (2-20) ?

Puisqu'il y a $(M+r_K)$ inconnues dans l'équations (2-10), à variable continue u , qui sont les I_m^K ($m=1, \dots, M+r_K$), il faut avoir $(M+r_K)$ équations, pour obtenir un système de $(M+r_K)$ équations et $(M+r_K)$ inconnues, donc

$$f_K(u_p) = \sum_{m=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{m-1}) I_m^K \cdot \cos[(2m-r_K-1)u_p], \quad p=1, \dots, M+r_K \quad (\text{A-35})$$

où les u_p sont des échantillons de la variable u . En multipliant les deux membres de cette équations par la quantité $\cos[(2m'-r_K-1)u_p]$ et en faisant la somme par rapport p , on trouve

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{p-1}) f_K(u_p) \cos[(2m'-r_K-1)u_p] &= \sum_{m=1}^{M+r_K} \left((2-r_K \delta_{m-1}) I_m^K \cdot \sum_{p=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{p-1}) \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{2} \{ \cos[2(m+m'-r_K-1)u_p] + \cos[2(m-m')u_p] \} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-36})$$

et comme

$$\sum_{p=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{p-1}) \cos \left[\frac{2\pi}{K} \left(p - \frac{r_K+1}{2} \right) \cdot x \right] = \frac{\sin(\pi \cdot x)}{\sin(\pi \cdot x / K)} = K \cdot \delta_x \quad (x \text{ un entier quelconque}) \quad (\text{A-37})$$

alors, en prenant

$$u_p = \frac{\pi}{K} \left(p - \frac{r_K+1}{2} \right)$$

l'équation (A-36) devient

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{p-1}) f_K \left(\frac{\pi}{K} \left(p - \frac{r_K+1}{2} \right) \right) \cos \left[\frac{2\pi}{K} \left(m' - \frac{r_K+1}{2} \right) \left(p - \frac{r_K+1}{2} \right) \right] \\ = \frac{K}{2} \sum_{m=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{m-1}) (\delta_{m+m'-r_K-1} + \delta_{m-m'}) I_m^K = K \cdot I_{m'}^K \end{aligned} \quad (\text{A-38})$$

En posant
$$a_p^K = \frac{1}{K} \cdot f_K \left(\frac{\pi}{K} \left(p - \frac{r_K+1}{2} \right) \right) \quad (\text{A-39})$$

L'expression de I_m^K s'écrit comme suit :

$$I_m^K = \sum_{p=1}^{M+r_K} (2-r_K \delta_{p-1}) \cdot a_p^K \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{K} \left(m - \frac{r_K+1}{2} \right) \left(p - \frac{r_K+1}{2} \right) \right] \quad (\text{A-40})$$

L'écriture de I_m^K sous la forme (A-40), s'appelle la décomposition modale de I_m^K , d'où la dénomination « *méthode modale* ».

5. Calcul de la directivité maximale d'un réseau rectangulaire de Chebyshev

La directivité maximale est définie comme suit :

$$D_0 = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |E(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} = \frac{1}{P} |E(\theta_0, \phi_0)|^2 \quad (\text{A-41})$$

où

$$E(\theta, \phi) = F(u, v) = \sum_{m=-M+1}^{M+r_K} \sum_{n=-N+1}^{N+r_L} I_{mn} e^{j2 \left[\left(m - \frac{r_K+1}{2} \right) u + \left(n - \frac{r_L+1}{2} \right) v \right]} \quad (\text{A-42})$$

Les paramètres u et v sont donnés par (2-5). Le fait que les amplitudes de courant soient symétriques par rapport aux axes x et y , fait que le facteur de réseau devienne une quantité réelle, ce qui nous permet d'écrire

$$|E(\theta, \phi)|^2 = E^2(\theta, \phi) = \sum_{m_1=-M+1}^{M+r_K} \sum_{m_2=-M+1}^{M+r_K} \sum_{n_1=-N+1}^{N+r_L} \sum_{n_2=-N+1}^{N+r_L} I_{m_1 n_1} I_{m_2 n_2} e^{j2[(m_1+m_2-r_K-1)u+(n_1+n_2-r_L-1)v]} \quad (\text{A-43})$$

et si on pose

$$m = m_1 + m_2 - r_K \text{ et } n = n_1 + n_2 - r_L$$

on trouve que

$$|E(\theta, \phi)|^2 = \sum_{m=-M_2+1}^{M_2+1} \sum_{n=-N_2+1}^{N_2+1} I_{mn}^{(2)} e^{j2[(m-1)u+(n-1)v]} \quad (\text{A-44})$$

avec

$$M_2 = 2M + r_K - 1, \quad N_2 = 2N + r_L - 1 \text{ et}$$

$$I_{mn}^{(2)} = \sum_{m_2=\max(m-M, -M+1)}^{\min(m+M+r_K-1, M+r_K)} \sum_{n_2=\max(n-N, -N+1)}^{\min(n+N+r_L-1, N+r_L)} I_{m-m_2+r_K, n-n_2+r_L} I_{m_2 n_2} \quad (\text{A-45})$$

La relation (A-44), peut être réécrite de la manière suivante

$$|E(\theta, \phi)|^2 = \sum_{m=-M_2+1}^{M_2+1} \sum_{n=-N_2+1}^{N_2+1} i_{mn}^{(2)} e^{jkd \sin \theta [(m-1)\cos \phi + (n-1)\sin \phi]} \quad (\text{A-46})$$

où

$$i_{mn}^{(2)} = I_{mn}^{(2)} e^{jkd \sin \theta_0 [(m-1) \cos \phi_0 + (n-1) \sin \phi_0]} \quad (\text{A-47})$$

La partie entre crochet de l'exponentielle de (A-46) peut s'écrire

$$(m-1) \cos \phi + (n-1) \sin \phi = \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2} \cos(\phi + \xi) \quad (\text{A-48})$$

avec

$$\text{tg } \xi = \frac{n-1}{m-1} \quad (\text{A-49})$$

Pour alléger le formalisme, on pose

$$\tau = jkd \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2} \quad (\text{A-50})$$

Dans ces conditions, l'expression de P devient

$$P = \frac{I}{4\pi} \sum_{m=-M_2+1}^{M_2+1} \sum_{n=-N_2+1}^{N_2+1} i_{mn}^{(2)} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{\tau \sin \theta \cos(\phi + \xi)} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (\text{A-51})$$

Le développement de $e^{\tau \sin \theta \cos(\phi + \xi)}$ sous la forme d'une série entière

$$e^{\tau \sin \theta \cos(\phi + \xi)} = \sum_{l=0}^{+\infty} \frac{(\tau \sin \theta \cos(\phi + \xi))^l}{l!} \quad (\text{A-52})$$

permet d'écrire la double intégrale de (A-51) comme suit

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{\tau \sin \theta \cos(\phi + \xi)} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \sum_{l=0}^{+\infty} \int_0^\pi \frac{(\tau \sin \theta)^l}{l!} \sin \theta \, d\theta \cdot \int_0^{2\pi} \cos^l(\phi + \xi) \, d\phi \quad (\text{A-53})$$

sachant que

$$\int_0^{2\pi} (\cos(\phi + \xi))^l \, d\phi = 0 \text{ si } l \text{ est impair} \quad (\text{A-54})$$

alors

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{\tau \sin \theta \cos(\phi + \xi)} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\tau^{2p}}{(2p)!} \int_0^\pi (\sin \theta)^{2p+1} \, d\theta \cdot \int_0^{2\pi} (\cos(\phi + \xi))^{2p} \, d\phi \quad (\text{A-55})$$

Compte tenu de (A-21), et de la relation

$$\int_0^{2\pi} \cos qx \, dx = 2\pi \cdot \delta_q \quad (\text{A-56})$$

la deuxième intégrale de (A-55) s'écrit

$$\int_0^{2\pi} (\cos(\phi + \xi))^{2p} \, d\phi = 2\pi \cdot 2^{-2p} \cdot C_{2p}^p \quad (\text{A-57})$$

et (A-55) devient alors

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{\tau \sin \theta \cos(\phi+\xi)} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \sum_{p=0}^{+\infty} 2\pi \cdot 2^{-2p} C_{2p}^p \cdot \frac{\tau^{2p}}{(2p)!} \int_0^\pi (\sin \theta)^{2p+1} \, d\theta \quad (\text{A-58})$$

comme

$$\int_0^\pi (\sin \theta)^{2p+1} \, d\theta = \frac{2^{p+1} \times p!}{(2p+1) \times (2p-1) \times \dots \times 3 \times 1} = \frac{2^{2p+1} \times (p!)^2}{(2p+1)!} \quad (\text{A-59})$$

alors

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{\tau \sin \theta \cos(\phi+\xi)} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 4\pi \cdot \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\tau^{2p}}{(2p+1)!} = 4\pi \cdot \frac{\sinh(\tau)}{\tau} \quad (\text{A-60})$$

d'après (A-50)

$$\frac{\sinh(\tau)}{\tau} = \frac{\sin(-j\tau)}{-j\tau} \quad (\text{A-61})$$

$$\frac{\sinh(\tau)}{\tau} = \text{sinc}(-j\tau)$$

et l'expression de P s'écrit finalement

$$P = \sum_{m=-M_2+1}^{M_2+1} \sum_{n=-N_2+1}^{N_2+1} I_{mn}^{(2)} b_{m-1 \ n-1} e^{-jkd \sin \theta_0 [(m-1)\cos \phi_0 + (n-1)\sin \phi_0]} \quad (\text{A-62})$$

tel que

$$b_{m-1 \ n-1} = \text{sinc}\left(kd \sqrt{(m-1)^2 + (n-1)^2}\right) \quad (\text{A-63})$$

Cette équation nous permet de conclure que $b_{m-1 \ n-1}$ est symétrique par rapport aux droites

$m = l$ et $n = l$, c'est-à-dire que :

$$b_{-m+1 \ n-1} = b_{m-1 \ n-1} \quad b_{m-1 \ -n+1} = b_{m-1 \ n-1} \quad b_{-m+1 \ -n+1} = b_{m-1 \ n-1} \quad (\text{A-64})$$

d'autre part, l'équation (A-45) permet de dire que les amplitudes $I_{mn}^{(2)}$ vérifient les relations de symétrie suivantes

$$I_{-m+2 \ n}^{(2)} = I_{mn}^{(2)} \quad I_{m \ -n+2}^{(2)} = I_{mn}^{(2)} \quad I_{-m+2 \ -n+2}^{(2)} = I_{mn}^{(2)} \quad (\text{A-65})$$

A partir de là, l'expression de P devient

$$P = \sum_{m=1}^{M_2+1} \sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{m-1})(2 - \delta_{n-1}) I_{mn}^{(2)} b_{m-1 \ n-1} \cos[(m-1)u_0] \cdot \cos[(n-1)v_0] \quad (\text{A-66})$$

avec $u_0 = kd \sin \theta_0 \cos \phi_0$ et $v_0 = kd \sin \theta_0 \sin \phi_0$.

Finalement l'expression de la directivité maximale s'écrit comme suit :

$$D_0 = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{P} = \frac{(T_{K-1}(w_0) \times T_{L-1}(w_0))^2}{P} = \frac{(T_{K-1}(w_0) \times R)^2}{P} \quad (\text{A-67})$$

pour un réseau rectangulaire de Chebyshev $K \times L$ qui utilise la méthode conventionnelle.

Pour un réseau carré qui utilise la méthode optimale l'expression de la directivité maximale devient

$$D_0 = \frac{|E(\theta_0, \phi_0)|^2}{P} = \frac{(T_{L-1}(w_0))^2}{P} = \frac{R^2}{P} \quad (\text{A-68})$$

A partir de la relation (A-46), on peut assimiler $(E(\theta, \phi))^2$ à un nouveau facteur de réseau d'une géométrie rectangulaire de taille $K_2 \times L_2$, avec $K_2 = 2M_2 + 1$ et $L_2 = 2N_2 + 1$, excitée à l'aide d'une distribution séparable d'amplitudes $I_{mn}^{(2)}$ ($I_{mn}^{(2)} = I_m^{K_2} \times I_n^{L_2}$) symétriques par rapport aux axes x et y . La méthode modale appliquée à $(E(\theta, \phi))^2$ donne alors

$$I_m^{K_2} = \frac{I}{K_2} \sum_{p=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{p-1}) \cdot T_{K-1}^2 \left[w_0 \cos \left[(p-1) \frac{\pi}{K_2} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{K_2} (m-1)(p-1) \right] \quad (\text{A-69.a})$$

$$I_n^{L_2} = \frac{I}{L_2} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{q-1}) \cdot T_{L-1}^2 \left[w_0 \cos \left[(q-1) \frac{\pi}{L_2} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right] \quad (\text{A-69.b})$$

pour la méthode conventionnelle.

Un travail analogue donne pour la méthode optimale

$$I_{mn}^{(2)} = \left(\frac{I}{L_2}\right)^2 \sum_{p=1}^{N_2+1} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cdot T_{L-1}^2 \left[w_0 \cos\left((p-1)\frac{\pi}{L_2}\right) \cos\left((q-1)\frac{\pi}{L_2}\right) \right] \times \cos\left[\frac{2\pi}{L_2}(m-1)(p-1)\right] \cos\left[\frac{2\pi}{L_2}(n-1)(q-1)\right] \quad (\text{A-70})$$

Simplification

Pour un espacement d égal à la demi-longueur d'onde ($d = \lambda/2$) ; l'approximation suivante est valable :

$$b_{mn} \cong \text{sinc}(kd\sqrt{m^2 + n^2}) \cong \delta_m \times \delta_n \quad (\text{A-71})$$

D'après (A-70) la quantité $b_{m-1 \ n-1}$ de la relation (A-63) peut s'écrire comme suit :

$$b_{m-1 \ n-1} \cong \delta_{m-1} \times \delta_{n-1}$$

et compte tenu de l'équation (A-66), la relation (A-67) (pour un réseau rectangulaire qui utilise la méthode conventionnelle) devient

$$D_0 \cong \frac{(T_{K-1}(w_0) \times R)^2}{I_{11}^{(2)}} = \sum_{m=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{m-1}) I_m^{K_2} / I_1^{K_2} \times \sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{n-1}) I_n^{L_2} / I_1^{L_2} \quad (\text{A-72})$$

et si $K = L$ (réseau carré), la relation (A-71) s'écrit

$$D_0 \cong \frac{R^4}{I_{11}^{(2)}} = \left(\frac{R^2}{I_1^{L_2}}\right)^2 = \left(\sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{n-1}) I_n^{L_2} / I_1^{L_2}\right)^2 \quad (\text{A-73})$$

L'équation (A-68) (pour un réseau carré qui utilise la méthode optimale) devient

$$D_0 \cong \frac{R^2}{I_{11}^{(2)}} = \sum_{m=1}^{N_2+1} \sum_{n=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{m-1})(2 - \delta_{n-1}) I_{mn}^{(2)} / I_{11}^{(2)} \quad (\text{A-74})$$

6. Calcul de la limite de la directivité maximale

Pour calculer la limite de la directivité maximale d'un réseau de Chebyshev $K \times L$ ($K \geq L$) lorsque sa taille tend vers l'infini (ou L tend vers l'infini), nous allons nous baser sur les équations (A-69) et (A-70).

Nous savons que

$$T_{K-1}^2(x) = \frac{I + T_{2K-2}(x)}{2} = \frac{I + T_{K_2-1}(x)}{2} \quad (\text{A-75})$$

donc

$$I_m^{K_2} = \frac{1}{2K_2} \sum_{p=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{p-1}) \cos \left[\frac{2\pi}{K_2} (m-1)(p-1) \right] + \frac{1}{2K_2} \sum_{p=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{p-1}) \cdot T_{K_2-1} \left[w_0 \cos \left[(p-1) \frac{\pi}{K_2} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{K_2} (m-1)(p-1) \right] \quad (\text{A-76})$$

et comme

$$\sum_{p=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{p-1}) \cos \left[\frac{2\pi}{K_2} (m-1)(p-1) \right] = \frac{\sin((m-1)\pi)}{\sin \left((m-1) \frac{\pi}{K_2} \right)} = K_2 \cdot \delta_{m-1} \quad (\text{A-77})$$

et

$$\lim_{K_2 \rightarrow +\infty} \frac{1}{2K_2} \sum_{p=1}^{M_2+1} (2 - \delta_{p-1}) \cdot T_{K_2-1} \left[w_0 \cos \left[(p-1) \frac{\pi}{K_2} \right] \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{K_2} (m-1)(p-1) \right] = 0 \quad (\text{A-78})$$

alors

$$\lim_{K_2 \rightarrow +\infty} I_m^{K_2} = \frac{1}{2} \delta_{m-1} \quad (\text{A-79})$$

Un travail analogue permet d'obtenir

$$\lim_{L_2 \rightarrow +\infty} I_n^{L_2} = \frac{1}{2} \delta_{n-1} \quad (\text{A-80})$$

donc on peut écrire

$$\lim_{L_2 \rightarrow +\infty} I_{mn}^{(2)} = \frac{1}{4} \delta_{m-1} \times \delta_{n-1} \quad (\text{A-81})$$

Si le réseau de Chebyshev utilise la méthode optimale ($K=L$), on peut écrire (A-70),

compte tenu de (A-75), comme suit

$$I_{mn}^{(2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 \sum_{p=1}^{N_2+1} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 \sum_{p=1}^{N_2+1} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) T_{L_2-1} \left[w_0 \cos \left((p-1) \frac{\pi}{L_2} \right) \cos \left((q-1) \frac{\pi}{L_2} \right) \right] \times \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right] \quad (\text{A-82})$$

et comme

$$\sum_{p=1}^{N_2+1} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right] = (L_2)^2 \delta_{m-1} \times \delta_{n-1} \quad (\text{A-83})$$

et

$$\lim_{L_2 \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 \sum_{p=1}^{N_2+1} \sum_{q=1}^{N_2+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) T_{L_2-1} \left[w_0 \cos \left((p-1) \frac{\pi}{L_2} \right) \cos \left((q-1) \frac{\pi}{L_2} \right) \right] \times \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_2} (n-1)(q-1) \right] = 0 \quad (\text{A-84})$$

alors

$$\lim_{K_2 \rightarrow +\infty} I_{mn}^{(2)} = \frac{1}{2} \delta_{m-1} \times \delta_{n-1} \quad (\text{A-85})$$

A l'aide de (A-63) on a

$$\lim_{m,n \rightarrow +\infty} b_{m-1 \ n-1} = 0 \quad (\text{A-86})$$

donc, compte tenue de (A-66), (A-81) et (A-86) on peut dire que

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} P = \frac{1}{4} \quad (\text{A-87})$$

pour un réseau de Chebyshev rectangulaire qui utilise la méthode conventionnelle.

Pour un réseau de Chebyshev carré qui utilise la méthode optimale, on peut écrire à partir des formules (A-66), (A-85) et (A-86)

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} P = \frac{1}{2} \quad (\text{A-88})$$

Annexe B

1. Démonstration du principe de la méthode de Chebyshev modifiée

Le facteur de réseau d'un groupement carré $L \times L$ est donné par

$$E(\theta, \phi) = F(u, v) = \sum_{m=-N+1}^{N+r} \sum_{n=-N+1}^{N+r} I_{mn} e^{j2 \left[\left(m - \frac{r+1}{2} \right) u + \left(n - \frac{r+1}{2} \right) v \right]} \quad (\text{B-1})$$

La taille du réseau est $L \times L$ éléments avec $L = 2N + r$ et $r = \begin{cases} 1 & \text{si } L \text{ est impair} \\ 0 & \text{si } L \text{ est pair} \end{cases}$

(B-2)

Les conditions de la symétrie des amplitudes de courant par rapport aux deux axes x et y du réseau carré s'écrivent

$$I_{-m \ -n} = I_{m+r+1 \ n+r+1} \quad (\text{B-3.a})$$

$$I_{-mn} = I_{m+r+1 \ n} \quad (\text{B-3.b})$$

$$I_{m \ -n} = I_{m \ n+r+1} \quad (\text{B-3.c})$$

L'application de la méthode de Chebyshev modifiée sur un réseau carré requiert le calcul de $(F(u, v))^s$ où s est un nombre entier.

Montrons par récurrence que $F^s(u, v)$ s'écrit

$$F^s(u, v) = \sum_{m=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{n=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} I_{mn}^{(s)} e^{j2 \left[\left(m - \frac{r_{L_s}+1}{2} \right) u + \left(n - \frac{r_{L_s}+1}{2} \right) v \right]} \quad (\text{B-4.a})$$

où $(F(u, v))^s$ est le facteur de réseau d'un groupement carré, alimenté à l'aide d'excitations d'amplitudes $I_{mn}^{(s)}$, de taille $L_s \times L_s$ avec

$$L_s = 2N_s + r_{L_s} = s(2N + r - 1) + 1 \quad (\text{B-4.b})$$

$$r_{L_s} = [(2r - 1)^s + 1] / 2 \quad (\text{B-4.c})$$

où r donné par (B-2), et montrons aussi les expressions concernant la symétrie des amplitudes $I_{mn}^{(s)}$ par rapport aux axes x, y .

$$I_{-m \ -n}^{(s)} = I_{m+r_{L_s}+1 \ n+r_{L_s}+1}^{(s)} \quad (\text{B-5.a})$$

$$I_{-mn}^{(s)} = I_{m+r+1 \ n}^{(s)} \quad (\text{B-5.b})$$

$$I_{m \ -n}^{(s)} = I_{m \ n+r+1}^{(s)} \quad (\text{B-5.c})$$

- On remarque que pour $s=1$, les relations (B-4) et (B-5.a) sont vérifiées, car elles sont identiques aux relations (B-1) et (B-2) respectivement, avec $N_1 = N$, $L_1 = L$, $r_{L_1} = r$ et

$$I_{mn}^{(1)} = I_{mn}$$

• Lorsque $s=2$, on a

$$F^2(u, v) = \sum_{m_1=-N+1}^{N+r} \sum_{n_1=-N+1}^{N+r} \sum_{m_2=-N+1}^{N+r} \sum_{n_2=-N+1}^{N+r} I_{m_1 n_1} I_{m_2 n_2} e^{j2[(m_1+m_2-r-1)u+(n_1+n_2-r-1)v]} \quad (\text{B-6})$$

posons

$$p = p_1 + p_2 - r \quad (\text{B-7})$$

avec p prend les valeurs de m ou n .

comme

$$-N+1 \leq p_1, p_2 \leq N+r \quad (\text{B-8})$$

$$-2N-r+2 \leq p \leq 2N+r$$

et on a d'après (B-7)

$$p_1 = p - p_2 + r$$

alors (B-8) s'écrira

$$-N+1 \leq p - p_2 + r \leq N+r$$

ou

$$p - N \leq p_2 \leq p + N + r - I \quad (\text{B-9})$$

Les doubles inéquations (B-8) et (B-9) donnent

$$\max(p - N, -N + 1) \leq p_2 \leq \min(p + N + r - I, N + r)$$

donc (B-6) devient

$$F^2(u, v) = \sum_{m=-N_2+1}^{N_2+1} \sum_{n=-N_2+1}^{N_2+1} I_{mn}^{(2)} e^{j2[(m-1)u+(n-1)v]}$$

avec $N_2 = 2N + r - I$ et $L_2 = N_2 + I - (-N_2 + I) + I = 2N_2 + I$ donc $r_{L_2} = 1$ (on obtient la même valeur si on applique la formule de r_{L_2} donnée par (B-4.b)), et

$$I_{mn}^{(2)} = \sum_{m_2=\max(m-N, -N+1)}^{\min(m+N+r-1, N+r)} \sum_{n_2=\max(n-N, -N+1)}^{\min(n+N+r-1, N+r)} I_{m-m_2+r} I_{n-n_2+r} I_{m_2 n_2} \quad (\text{B-10})$$

Montrons maintenant que

$$I_{-m}^{(2)} = I_{m+2}^{(2)} \quad (\text{la formule (B-5.a) pour } r_{L_s} = r_{L_2} = 1)$$

L'équation (B-10) nous permet d'écrire

$$I_{m+2}^{(2)} = \sum_{m_2=\max(m-N+2, -N+1)}^{\min(m+N+r+1, N+r)} \sum_{n_2=\max(n-N+2, -N+1)}^{\min(n+N+r+1, N+r)} I_{m-m_2+r+2} I_{n-n_2+r+2} I_{m_2 n_2}$$

Posons

$$m'_2 = -m_2 + r + I \text{ et } n'_2 = -n_2 + r + I$$

donc

$$I_{m+2 \ n+2}^{(2)} = \sum_{m_2=\min(-m+N+r-1, N+r)}^{\max(-m-N, -N+1)} \sum_{n_2=\min(-n+N+r-1, N+r)}^{\max(-n-N, -N+1)} I_{m+m_2+1 \ n+n_2+1} I_{-m_2+r+1 \ -n_2+r+1}$$

En utilisant (B-3) on a

$$I_{m+m_2+1 \ n+n_2+1} = I_{-m-m_2+r \ -n-n_2+r} \quad \text{et} \quad I_{-m_2+r+1 \ -n_2+r+1} = I_{m_2 n_2}$$

donc

$$I_{m+2 \ n+2}^{(2)} = \sum_{m_2=\max(-m-N, -N+1)}^{\min(-m+N+r-1, N+r)} \sum_{n_2=\max(-n-N, -N+1)}^{\min(-n+N+r-1, N+r)} I_{-m-m_2+r \ -n-n_2+r} I_{m_2 n_2}$$

qui est l'expression de $I_{-m \ -n}^{(2)}$.

- Supposons que les relations (B-4) et (B-5.a) sont vraies et montrons que

$$F^{s+1}(u, v) = \sum_{m=-N_{s+1}+1}^{N_{s+1}+r_{L_{s+1}}} \sum_{n=-N_{s+1}+1}^{N_s+r_{L_{s+1}}} I_{mn}^{(s+1)} e^{j2 \left[\left(m - \frac{r_{L_{s+1}}+1}{2} \right) u + \left(n - \frac{r_{L_{s+1}}+1}{2} \right) v \right]} \quad (\text{B-11})$$

et

$$I_{-m \ -n}^{(s+1)} = I_{m+r_{L_{s+1}}+1 \ n+r_{L_{s+1}}+1}^{(s+1)} \quad (\text{B-12})$$

On a

$F^{s+1}(u, v) = F^s(u, v) \times F(u, v)$, et à l'aide de l'hypothèse de récurrence, on peut écrire

$$F^{s+1}(u, v) = \sum_{m_1=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{n_1=-N_s+1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{m_2=-N+1}^{N+r} \sum_{n_2=-N+1}^{N+r} I_{m_1 n_1}^{(s)} I_{m_2 n_2} e^{j2 \left[\left(m_1 + m_2 - \frac{r_{L_s}+1}{2} - \frac{r+1}{2} \right) u + \left(n_1 + n_2 - \frac{r_{L_s}+1}{2} - \frac{r+1}{2} \right) v \right]} \quad (\text{B-13})$$

La taille du nouveau réseau, de facteur $F^{s+1}(u, v)$, est $L_{s+1} \times L_{s+1}$ avec

$$L_{s+1} = 2N_{s+1} + r_{L_{s+1}} = (N_s + r_{L_s} + N + r) - (-N_s + 1 - N + 1) = 2N_s + 2N + r_{L_s} + r - 1 \quad (\text{B-14})$$

donc

$$r_{L_{s+1}} = r_{r_{L_s}+r-1} = (2r-1)r_{L_s} + 1 - r \quad (\text{B-15.a})$$

$$L_{s+1} = L_s + 2N + r - 1 \quad (\text{B-15.b})$$

Les formules (B-15) sont des formules récurrentes usuelles, on peut tirer alors les expressions générales de r_{L_s} et de L_s en fonction de s

$$r_{L_s} = [(2r-1)^s + 1]/2 \quad (\text{B-16.a})$$

$$L_s = s(2N + r - 1) + 1 \quad (\text{B-16.b})$$

La quantité

$$p_1 + p_2 - \frac{r_{L_s} + 1}{2} - \frac{r+1}{2} \quad (p \text{ prend les deux notations } m \text{ et } n)$$

qui existe dans l'exponentielle de l'équation (B-13), doit être écrit sous la forme

$$p - \frac{r_{L_{s+1}} + I}{2}$$

alors si on pose

$$p = p_1 + p_2 - \rho_s \quad (\text{B-17})$$

avec ρ constant à calculer, on trouve que

$$\frac{r_{L_s} + I}{2} + \frac{r + I}{2} - \rho_s = \frac{r_{L_{s+1}} + I}{2}$$

et compte tenu de (B-15.a) on aboutit à l'expression de ρ_s qui est

$$\rho_s = I - (r - I)(r_{L_s} - I) \quad (\text{B-18})$$

Sachant que

$$-N_s + I \leq p_1 \leq N_s + r_{L_s} \quad (\text{B-19.a})$$

et

$$-N + I \leq p_2 \leq N + r \quad (\text{B-19.b})$$

(p prend les deux notations m et n)

on peut écrire

$$-(N_s + N) + 2 - \rho_s \leq p \leq N_s + N + r + r_{L_s} - \rho_s \quad (\text{B-20})$$

compte tenu de (B-17), on peut écrire $p_1 = p - p_2 + \rho_s$, et à l'aide de (B-19) on trouve

$$p - N_s - r_{L_s} + \rho_s \leq p_2 \leq p + N_s + \rho_s - I \quad (\text{B-21})$$

Les relations (B-19.b) et (B-21) donnent donc

$$\max(p - N_s - r_{L_s} + \rho_s, -N + I) \leq p_2 \leq \min(p + N_s + \rho_s - I, N + r) \quad (\text{B-22})$$

Compte tenu de (B-14), (B-15.a), (B-17), (B-18), (B-20) et (B-21), l'équation (B-13) devient

$$F^{s+1}(u, v) = \sum_{m=-N_{s+1}+1}^{N_{s+1}+r_{L_{s+1}}} \sum_{n=-N_{s+1}+1}^{N_{s+1}+r_{L_{s+1}}} I_{mn}^{(s+1)} e^{j2 \left[\left(m - \frac{r_{L_{s+1}} + I}{2} \right) u + \left(n - \frac{r_{L_{s+1}} + I}{2} \right) v \right]}$$

avec

$$I_{mn}^{(s+1)} = \sum_{m_2=\max(m-N_s-r_{L_s}+\rho_s, -N+I)}^{\min(m+N_s+\rho_s-I, N+r)} \sum_{n_2=\max(n-N_s-r_{L_s}+\rho_s, -N+I)}^{\min(n+N_s+\rho_s-I, N+r)} I_{m-m_2+\rho_s, n-n_2+\rho_s}^{(s)} I_{m_2 n_2} \quad (\text{B-23})$$

alors la relation (B-11) est vraie. Il reste à démontrer la relation (B-12).

A partir de (B-23) on peut écrire

$$I_{m+r_{L_{s+1}}+1, n+r_{L_{s+1}}+1}^{(s+1)} = \sum_{m_2=\max(m-N_s-r_{L_s}+r_{L_{s+1}}+\rho_s+I, -N+I)}^{\min(m+N_s+r_{L_{s+1}}+\rho_s, N+r)} \sum_{n_2=\max(n-N_s-r_{L_s}+r_{L_{s+1}}+\rho_s+I, -N+I)}^{\min(n+N_s+r_{L_{s+1}}+\rho_s, N+r)} I_{m-m_2+r_{L_{s+1}}+\rho_s+I, n-n_2+r_{L_{s+1}}+\rho_s+I}^{(s)} I_{m_2 n_2} \quad (\text{B-24})$$

Effectuant dans (B-24) le changement de variable suivant

$$p'_2 = -p_2 + r + I \quad (p \text{ prend les deux notations } m \text{ et } n)$$

ce qui permet d'écrire

$$I_{m+r_{L_s+1}+1 \ n+r_{L_s+1}+1}^{(s+1)} = \sum_{m'_2=\min(-m+N_s+r+r_{L_s}-r_{L_s+1}-\rho_s, N+r)}^{\max(-m-N_s+r-r_{L_s+1}-\rho_s+1, -N+1)} \sum_{n'_2=\min(-n+N_s+r+r_{L_s}-r_{L_s+1}-\rho_s, N+r)}^{\max(-n-n+N_s+r-r_{L_s+1}-\rho_s+1, -N+1)} I_{m+m'_2-r+r_{L_s+1}+\rho_s \ n+n'_2-r+r_{L_s+1}+\rho_s}^{(s)} I_{-m'_2+r+1 \ -n'_2+r+1}^{(s)}$$

Selon (B-3) et (B-5.a) on a

$$I_{m+m'_2-r+r_{L_s+1}+\rho_s \ n+n'_2-r+r_{L_s+1}+\rho_s}^{(s)} = I_{-m-m'_2+r+r_{L_s}-r_{L_s+1}-\rho_s+1 \ -n-n'_2+r+r_{L_s}-r_{L_s+1}-\rho_s+1}^{(s)}$$

$$I_{-m'_2+r+1 \ -n'_2+r+1} = I_{m'_2 n'_2}$$

En utilisant les relations (B-15.a) et (B-18) il en résulte l'équation suivante :

$$r + r_{r_{L_s}} - r_{L_s+1} = 2\rho_s - 1$$

donc

$$I_{m+r_{L_s+1}+1 \ n+r_{L_s+1}+1}^{(s+1)} = \sum_{m'_2=\max(-m-N_s-r_{L_s}+\rho_s, -N+1)}^{\min(-m+N_s+\rho_s-1, N+r)} \sum_{n'_2=\max(-n-N_s-r_{L_s}+\rho_s, -N+1)}^{\min(-n+N_s+\rho_s-1, N+r)} I_{m-m'_2+\rho_s \ n-n'_2+\rho_s}^{(s)} I_{m'_2 n'_2}$$

qui représente l'expression de $I_{-m \ -n}^{(s+1)}$.

On peut démontrer de manière analogue les autres conditions de symétrie

$$I_{-mn}^{(s)} = I_{m+r+1 \ n}^{(s)} \quad I_{m \ -n}^{(s)} = I_{m \ n+r+1}^{(s)}$$

Compte tenu des relations (B-4) et (B-5) on peut écrire $F^s(u, v)$ sous la forme (§ annexe A)

$$F^s(u, v) = \sum_{m=1}^{N_s+r_{L_s}} \sum_{n=1}^{N_s+r_{L_s}} (2-r_{L_s} \delta_{m-1})(2-r_{L_s} \delta_{n-1}) I_{mn}^{(s)} \cos[2m-r_{L_s}-1]u \cdot \cos[2n-r_{L_s}-1]v \quad (B-25)$$

qui représente la formule (3-11).

2. Calcul de la limite de la directivité

D'après (B-24) on a

$$D_{\infty}^{(s)} \hat{=} \lim_{L_s \rightarrow +\infty} D_0^{(s)} = \frac{R_s^2}{\lim_{L_s \rightarrow +\infty} P_s} \quad (B-26)$$

Une procédure analogue à celle exposée dans l'annexe A pour aboutir à l'équation (A-21), nous permet d'obtenir la relation

$$\begin{aligned} T_{L-1}^{2s}(x) &= 2^{-2s} \sum_{l=1}^{s+1} (2-\delta_{s+l-l}) \cdot C_{2s}^{l-1} \cdot T_{2(s+l-l)(L-l)}(x) \\ &= 2^{-2s} \cdot C_{2s}^s + 2^{-2s+1} \cdot \sum_{l=1}^s C_{2s}^{s-l} \cdot T_{2l(L-l)}(x) \end{aligned} \quad (B-27)$$

alors, les amplitudes $I_{mn}^{(2s)}$ peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
I_{mn}^{(2s)} &= 2^{-2s} \cdot \mathcal{C}_{2s}^s \cdot \left(\frac{1}{L_{2s}} \right)^2 \sum_{p=1}^{N_{2s}+1} \sum_{q=1}^{N_{2s}+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (n-1)(q-1) \right] \\
&+ 2^{-2s+1} \cdot \left(\frac{1}{L_{2s}} \right)^2 \sum_{l=1}^s \sum_{p=1}^{N_{2s}+1} \sum_{q=1}^{N_{2s}+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cdot \mathcal{C}_{2s}^{s-l} \cdot T_{2l(L-1)} \left[w_0 \cos \left((p-1) \frac{\pi}{L_{2s}} \right) \cos \left((q-1) \frac{\pi}{L_{2s}} \right) \right] \\
&\quad \times \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (n-1)(q-1) \right]
\end{aligned}$$

ou sous la forme simplifiée

$$\begin{aligned}
I_{mn}^{(2s)} &= 2^{-2s} \cdot \mathcal{C}_{2s}^s \cdot \delta_{m-1} \cdot \delta_{n-1} + 2^{-2s+1} \cdot \left(\frac{1}{L_{2s}} \right)^2 \sum_{l=1}^s \sum_{p=1}^{N_{2s}+1} \sum_{q=1}^{N_{2s}+1} (2 - \delta_{p-1})(2 - \delta_{q-1}) \cdot \mathcal{C}_{2s}^{s-l} \\
&\quad \times T_{2l(L-1)} \left[w_0 \cos \left((p-1) \frac{\pi}{L_{2s}} \right) \cos \left((q-1) \frac{\pi}{L_{2s}} \right) \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (m-1)(p-1) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{L_{2s}} (n-1)(q-1) \right] \quad (\text{B-28})
\end{aligned}$$

Comme la limite du deuxième terme dans (B-28) est égale à zéros lorsque L_s tend vers l'infini, on peut dire que

$$\lim_{L_s \rightarrow +\infty} I_{mn}^{(2s)} = \lim_{L_s \rightarrow +\infty} I_{11}^{(2s)} = 2^{-2s} \cdot \mathcal{C}_{2s}^s \quad (\text{B-29})$$

et à partir de la relation (3-22), on peut déduire que

$$\lim_{L_s \rightarrow +\infty} P_s = \lim_{L_s \rightarrow +\infty} I_{11}^{(2s)} = 2^{-2s} \cdot \mathcal{C}_{2s}^s \quad (\text{B-30})$$

Finalement, la limite de la directivité s'écrit

$$D_{\infty}^{(s)} = \lim_{L_s \rightarrow +\infty} D_0^{(s)} = \frac{2^{2s} R_s^2}{\mathcal{C}_{2s}^s} \quad (\text{B-31})$$

qui est une limite dépendant seulement du niveau des lobes secondaires.

ANNEXE C

Fonctions de Green

Les fonctions de Green utilisées dans ce travail sont :

$$G_{xx} = \frac{-jz_0 \sin(k_1 h)}{k_0 T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 h) (\varepsilon_r k_0^2 - k_x^2) + jk_1 \sin(k_1 h) (k_0^2 - k_x^2)) \quad (C-1)$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{jk_x k_y z_0 \sin(k_1 h)}{T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 h) + jk_1 \sin(k_1 h)) \quad (C-2)$$

$$G_{yy} = \frac{-jz_0 \sin(k_1 h)}{k_0 T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 h) (\varepsilon_r k_0^2 - k_y^2) + jk_1 \sin(k_1 h) (k_0^2 - k_y^2)) \quad (C-3)$$

$$G_{zx} = \frac{z_0 k_2 k_x}{k_0 T_m} \cos(k_1 h) \quad (C-4)$$

$$G_{zy} = \frac{z_0 k_2 k_y}{k_0 T_m} \cos(k_1 h) \quad (C-5)$$

$$G_{xz} = -\frac{z_0 k_2 k_x}{k_0 k_1 T_m} \sin(k_1 h) \quad (C-6)$$

$$G_{yz} = -\frac{z_0 k_2 k_y}{k_0 k_1 T_m} \sin(k_1 h) \quad (C-7)$$

$$k_1^2 = \varepsilon_r k_0^2 - \beta^2, \quad k_2^2 = k_0^2 - \beta^2, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

$$T_e = k_1 \cos(k_1 h) + jk_2 \sin(k_1 h)$$

$$T_m = \varepsilon_r k_2 \cos(k_1 h) + jk_1 \sin(k_1 h)$$

Annexe D

Fonctions de base

Pour un patch rectangulaire illustré par la Figure D-1, nous adoptons aux fonctions de base de type « piecewise sinusoidal basis functions » illustrées par la Figure D-2. leurs expressions sont données par

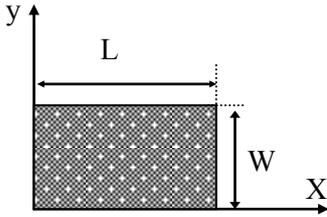


Fig.D-1 Rectangular patch antenna

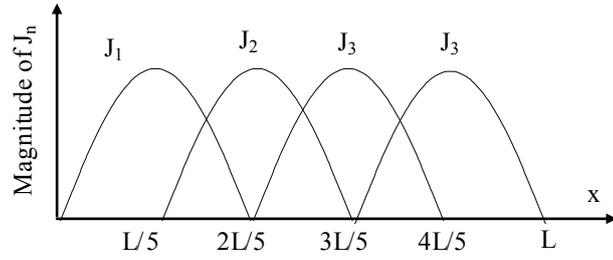


Fig.D-2 Expansion function in x-direction

$$J_{xn}(x, y) = \frac{1}{w} \cdot \frac{\sin[k_e(a - |x - x(1) - na|)]}{\sin(k_e a)} \quad n=1, \dots, N_x \quad (\text{D-1})$$

avec

$$\begin{cases} a(n-1) \leq x - x(1) \leq a(n+1) \\ 0 \leq y - y(1) \leq w \end{cases}$$

$$J_{yn}(x, y) = \frac{1}{L} \cdot \frac{\sin[k_e(y - |y - y(1) - nb|)]}{\sin(k_e b)} \quad n=1, \dots, N_y \quad (\text{D-2})$$

avec

$$\begin{cases} b(n-1) \leq x - x(1) \leq b(n+1) \\ 0 \leq x - x(1) \leq L \end{cases}$$

$$a = \frac{L}{1 + N_x}; \quad b = \frac{w}{1 + N_y}; \quad k_e = k_0 \sqrt{\epsilon_e}$$

et

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12h}{w} \right)^{-0.5}$$

La transformé de Fourier des expressions (D-1) et (D-2) sont

$$\tilde{J}_{xn}(K_x, K_y) = 2e^{-jk_y \frac{W}{2}} \left[\frac{\sin\left(k_y \frac{w}{2}\right)}{k_y \frac{w}{2}} \right] \left[\frac{k_e e^{-jk_x na}}{k_e^2 - k_x^2} \right] \times \left[\frac{\cos(k_x a) - \cos(k_e a)}{\sin(k_e a)} \right] e^{-jk_x x(I)} e^{-jk_y y(I)} \quad (D-3)$$

$$\tilde{J}_{yn}(K_x, K_y) = 2e^{-jk_x \frac{L}{2}} \left[\frac{\sin\left(k_x \frac{L}{2}\right)}{k_x \frac{L}{2}} \right] \left[\frac{k_e e^{-jk_y na}}{k_e^2 - k_y^2} \right] \times \left[\frac{\cos(k_y a) - \cos(k_e a)}{\sin(k_e a)} \right] e^{-jk_x x(I)} e^{-jk_y y(I)} \quad (D-4)$$

La forme simple du courant d'excitation J_z appliqué au point (x_p, y_p) est choisie et sa forme est comme suit:

$$J_z(x, y) = \delta(x - x_p) \delta(y - y_p) \quad (D-5)$$

Sa forme spectrale a la forme

$$\tilde{J}_z(k_x, k_y) = e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_p}$$

ملخص – طرق جديدة لحساب خصائص الإشعاعات من شبكة الهوائيات المستوية المستطيلة الشكل المغذات بتقنية "دولف تشيبشيف" من أجل الحصول على أحسن توافق بين التوجيهية و الفصوص الثانوية المقترحة. لقد برهن أن توزيع طويلة التغذية بشكل نظامي أفضل من المستعملة عاديا و هذا في خفض زمن الحساب و إمكانية معالجة الشبكات الكبيرة. تحسن في التوجيهية للشبكة المربعة الشكل على حساب الشبكة المستطيلة بنفس عدد العناصر أيضا تم برهنتها. تقنية "دولف تشيبشيف" المعدلة، استعملها شافلي أولا على حساب الشبكة الخطية، معممة على الشبكات المستوية الكبيرة العدد. لقد وجد أنها تحسن بشكل محسوس خصائصها الراديوية كهربائية.

التأثير المتبادل بين عناصر الشبكة درس على شبكات ميكروشرطية بطريقة العزوم في المجال الطيفي. خصائص العنصر المعزول حددت. هذه الخصائص تغيرت بالتأثير المتبادل في حالة العنصر الموضوع بجانب الطيفي.

نتائج الشبكة اللانهائية قد حددت من أجل دراسة التأثير المتبادل بين عناصر الشبكة الكبيرة، و قد لوحظ إمكانية وجود اتجاهات عمياء في مجال الشبكة المرني خاصة على الطبقة العازلة الغليظة. أما للطبقات العازلة الرفيعة، فتلك الاتجاهات تتسحب نحو الاتجاه العرضي للهوائي. في النهاية، تمت دراسة الشبكة المستوية الطورية المنتهية وتبين من خلال النتائج المحصل عليها أن العناصر الوسطية في الشبكة المنتهية يمكن تمثيلها بعنصر من الشبكة اللانهائية، و أن حيز الطاقة في موجات سطحية ينخفض مع غلظه الطبقة العازلة. و أيضا زيادة البعد بين عناصر الشبكة يؤدي إلى انخفاض التأثير المتبادل بينهم و الانخفاض في مستوى الحقل الكهربائي أسرع من الذي في الحقل المغناطيسي.

Résumé —Des nouvelles approches du calcul des caractéristiques de rayonnement à 'un réseau plan rectangulaire à amplitudes d'excitations pondérées, selon la technique de Dolph Chebychev; afin d'obtenir le meilleur compromis directivité niveau des lobes secondaires sont proposés. Il a été montré que la forme modale de ces amplitudes est plus avantageuse que les formes usuellement utilisées et ce aussi bien pour réduire le temps de calcul que pour traiter des réseaux de grande taille. L'amélioration de la directivité d'un réseau carré par rapport à celle d'un réseau rectangulaire, de même taille, a été également mise en évidence. La méthode de Chebychev modifiée, conçue par Chafai pour les alignements, est généralisée à des réseaux plans de grande taille. Il a été trouvé qu'elle améliore sensiblement leurs caractéristiques radioélectriques.

L'effet mutuel entre éléments a été étudié pour les réseaux micro ruban par la méthode des moments dans le domaine spectral. Les caractéristiques du patch rectangulaire isolé ont été déterminées. Ces caractéristiques sont affectées par l'effet mutuel dans le cas du patch au voisinage d'un parasite.

Pour étudier l'effet mutuel dans les réseaux de grand taille, des résultats du réseau infini sont trouvés, il a été noté que les directions aveugles peuvent s'exister dans la zone visible notamment avec des substrats épais. Ces directions se déplacent vers la direction longitudinale dans le cas des substrats minces. Finalement, le réseau phase fini des patches rectangulaires a été analysé. Les résultats trouvés montrent que l'élément central du réseau fini peut être représenté par un élément du réseau infini et que la puissance piégée par les ondes de surface diminue avec l'augmentation de la taille du réseau. De plus, le couplage mutuel entre éléments diminue avec l'augmentation de la séparation entre eux et cette diminution est plus rapide dans le plan E que dans le plan H.

Mots clés : Réseaux planaires, distribution de Chebychev, Réseau optimum, Réseau auto-convolué, Analyse par équation intégral, Patch isolé. Réseau parasite, Réseau infini, réseau fini.

Abstract —New approaches for radiation characteristics calculation of planar arrays with Dolph Chebychev amplitudes, for the best compromise directivity-side lobes level, are proposed. It is shown that the modal form of these amplitudes are better than the conventionally used in reduction of the calculation time as well as the possibility of treating large arrays. Moreover, it is shown that the square array directivity is better than that of rectangular array with the same size. The modified Chebychev method, applied by Chafai to linear arrays is generalized to planar arrays with large size. It is found that improves their radioelectric characteristics.

The spectral domain moment method is used to study the mutual effect between microstrip arrays elements. The isolated patch characteristics are determined. These characteristics are affected by the mutual effect in the case of the patch in the neighborhood of a parasitic.

For the study of the effect in large phased arrays, the results of infinite patch array are determined. It is noted that the scan blindness directions may exist in the visible range of the array made with thick substrate. These directions move to the endfire for thin substrates. Finally, the finite array of rectangular patches is analyzed. The obtained results show that the center element of the finite array may be represented by an element of the infinite array, and the power trapped by the surface waves decrease with the increase of the array size. Moreover, the mutual coupling between array elements decreases with the increase of the separation between them and this decrease is more rapid in the E-plane than in the H-plane.

Key words : planar array, Chebychev distribution, optimum array, self-convolved array, fullwave approach, isolated patch, parasitic array, infinite array, finite array.