



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

# Ecole Nationale Polytechnique

Département d'électronique

## Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de mastère en électronique

Thème :

# Synchronisation pour l'OFDM

*Réalisé par :*

**AIT TALEB Hamid**

*Proposé et dirigé par :*

**Dr. TERRA Zidane**

*Soutenu le 26 Juin 2012 devant le jury composé de:*

Président : Mr M. S. AIT CHEIKH.

Examineur : Mr M. TAGHI.

Promoteur : Mr Z. TERRA.

Promotion 2012

Ecole Nationale Polytechnique, 10 Av. Hassan Badi, El Harrach, Alger, Algérie.

## الملخص:

ان تقنية ال OFDM تسمح بالاستغلال الفعال لمجال التواترات. هذه التقنية تستعمل حاليا في الانظمة ذات التدفق السريع للمعلومات. لكن، انظمة ال OFDM حساسة جدا لاططاء التزامن و خاصة في مجال التواترات. نعرض في هذه الوثيقة مشكل التزامن في انظمة ال OFDM و كذا بعض التقنيات المستعملة لحل هذا الاشكال.

## Résumé :

L'OFDM est une technique qui permet d'exploiter la bande des fréquences de façon efficace. Cette technique est utilisée dans les systèmes nécessitant le haut débit. Cependant, les systèmes OFDM ont une grande sensibilité envers les erreurs de synchronisation et plus particulièrement en fréquence.

Nous présentant, dans ce document, le problème de synchronisation dans les systèmes OFDM ainsi que certaines techniques utilisées pour y remédier.

## Abstract:

OFDM is a technique that exploits the frequency band in an efficient way.

This scheme is used in the systems requiring high data throughput. However, OFDM systems are very sensitive to synchronization errors and particularly, the frequency offset.

We present in this document, the synchronization problem in OFDM systems and certain schemes used to resolve it.

# *Dédicace*

*Je dédie ce travail à mes parents, mes sœurs et frères et  
à tous mes amis.*

*Dieu merci.*

*Remerciement :*

*Nous remercions notre promoteur, Monsieur **Z. TERRA** pour son aide, ses conseils et ses remarques pertinentes.*

*Nous remercions Monsieur **M. S. AIT CHEIKH** pour avoir accepté de présider le jury.*

*Nous remercions, également, Monsieur **M. TAGHI** pour avoir accepté d'examiner notre projet.*

*Nous tenons à remercier, également, tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.*

## Table des matières

Introduction générale .....	7
Chapitre 1 .....	8
Canal radio mobile : .....	8
Introduction : .....	8
1.1 Caractéristiques du canal radio mobile : .....	8
1.1.1 Evanouissement à petite-échelle (small-scale fading) : .....	8
1.1.2 Evanouissement à grande échelle (large-scale fading) : .....	10
1.1.3 Modélisation du canal radio mobile : .....	11
1.1.4 Interférences Inter-symbole (ISI) et inter-canal (ICI) [1] : .....	13
Chapitre 2 .....	15
Principes de base de l'OFDM .....	15
Introduction à l'OFDM : .....	15
2.1 Transmission multi-porteuses : .....	15
2.1.1 Structure de base de système de transmission multi-porteuse : .....	15
2.1.2 Système de transmission à base de l'OFDM : .....	17
2.2 Principe de base de l'OFDM : .....	20
2.2.1 Modulation et démodulation OFDM : .....	21
2.2.2 Conversion série parallèle : .....	26
2.2.3 L'intervalle de garde pour l'OFDM : .....	27
2.2.4 BER d'un système OFDM : .....	29
2.2.5 Modèle mathématique d'un symbole OFDM : .....	29
2.3. Avantages et inconvénients de la technique OFDM : .....	30
Conclusion : .....	30
Chapitre 3 .....	31
Problème de synchronisation dans les systèmes OFDM .....	31
Introduction : .....	31
3.1 Modèle des erreurs de synchronisation : .....	31
3.2 Effet de l'erreur de synchronisation en temps : .....	32
3.3 Effet de l'erreur de synchronisation en fréquence : .....	35
3.4 Techniques de synchronisation : .....	38
3.4.1 Synchronisation aveugle : .....	38
3.4.2 Synchronisation utilisant des préambules : .....	44
Conclusion générale .....	51

## Liste des figures

- Figure 1.1 : Propagation dans un canal multi trajets variable dans le temps.
- Figure 1.2 : principe de l'effet Doppler.
- Figure 1.3 : schéma récapitulatif des différents types d'évanouissement.
- Figure 1.4 : la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert, variables dans le temps, du canal.
- Figure 2.1 : structure et caractéristiques fréquentielles d'un système de transmission multi-canal [7].
- Figure 2.2 : structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi-porteuse [7].
- Figure 2.3 : Modèle d'une communication à bande de base mono-porteuse.
- Figure 2.4 : Structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission OFDM.
- Figure 2.5 : spectre de 7 sous porteuses.
- Figure 2.6 : Exemple d'une constellation 16-QAM avec un codage de GRAY.
- Figure 2.7 : Un système de transmission OFDM.
- Figure 2.8 : Un système OFDM simplifié.
- Figure 2.9 : Représentation temps/fréquence pour un symbole OFDM et une trame OFDM.
- Figure 2.10: le concept de multi-porteuse et conversion série-parallèle.
- Figure 2.11 : Modulation multi-porteuse avec  $N_c=4$  sous-porteuse.
- Figure 2.12 Ajout de l'intervalle de garde au signal OFDM.
- Figure 2.13 : description, dans le domaine temps/fréquence, d'un symbole OFDM avec un CP(cyclic prefix).
- Figure 2.14 : symbole OFDM avec CP et un CS.
- Figure 3.1 : Erreur de synchronisation en temps.
- Figure 3.2 : Erreur de synchronisation en temps en présence de multi-trajets.
- Figure 3.3 : Effet du décalage fréquentiel.
- Figure 3.4 : Dégradation du SNR due au décalage fréquentiel. Expressions analytiques pour un canal AWGN et un canal à multi-trajets.
- Figure 3.5 : Préambule avec  $L=2$ .
- Figure 3.6 : Corrélacion entre les symboles dans le préambule pour  $L=2$ .

## Liste des abréviations

<b>ADC</b>	Analogous Digital Converter
<b>AWGN</b>	Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>BLU</b>	Best Linear Unbiased
<b>BPSK</b>	Binary Phase Shift Keying
<b>C</b>	Circular
<b>CFO</b>	Carrier Frequency Offset
<b>CGRV</b>	Complex Gaussian Random Vector
<b>CP</b>	Cyclic Prefix
<b>CRB</b>	Cram`er Rao Bound
<b>DFT</b>	Discrete Fourier Transform
<b>DMT</b>	Discrete Multi Tone
<b>DAC</b>	Digital to Analogous Converter
<b>FDM</b>	Frequency Division Multiplexing
<b>GCRB</b>	Gaussian Cram`er-Rao Bound
<b>ICI</b>	Inter Carrier Interference
<b>ISI</b>	Inter Symbol Interference
<b>IDFT</b>	Inverse Discrete Fourier Transform
<b>LLF</b>	Log Likelihood Function
<b>ML</b>	Maximum Likelihood
<b>MLC</b>	Maximum Likelihood Circular
<b>MLS</b>	Maximum Length Sequence
<b>MSE</b>	Mean Squared Error
<b>NC</b>	Noncircular
<b>NC-BLU</b>	Noncircular Best Linear Unbiased
<b>NCR</b>	Noncircular Refined
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>PDF</b>	Probability Density Function
<b>PSD</b>	Power Spectral Density
<b>QPSK</b>	Quadrature Phase Shift Keying
<b>RHS</b>	Right Hand Side
<b>SER</b>	Symbol Error Rate
<b>SNR</b>	Signal to Noise

## **Introduction générale**

Les systèmes multi-porteuses OFDM (Orthogonale Frequency Division Multiplexing) sont conçus pour les transmission haut débit. La bande passante est exploitée de façon optimale ce qui signifie une efficacité spectrale meilleure comparée à celle des systèmes multi-porteuses classiques. Cependant, ces systèmes présentent une grande sensibilité aux erreurs de synchronisation en temps et en fréquence.

Nous présentons, dans ce travail, en premier lieu, le canal radio mobile et ses imperfections qui provoquent des distorsions dans le signal radio électrique qui se propage à travers celui-ci. Nous décrivons, en suite, les systèmes OFDM, ces avantages et ces inconvénients. En dernier lieu, nous traitons les problèmes de synchronisation en temps et en fréquence, leurs effets sur les systèmes OFDM et puis nous présentant deux techniques de synchronisation à savoir, une technique utilisant les préambules pour l'estimation du décalage fréquentiel et temporel et une technique aveugle.

## Chapitre 1

### Canal radio mobile :

#### Introduction :

Le canal radio mobile est le milieu à travers lequel se propagent les signaux radio envoyés par un émetteur, pour atteindre le récepteur. Le canal radio mobile présente des imperfections provoquant ainsi des interférences et retards dans le signal envoyé, ce qui peut causer une erreur de détection à la réception. Nous présentons dans ce chapitre ces imperfections.

#### 1.1 Caractéristiques du canal radio mobile :

Le choix d'une technique de transmission adéquate est déterminé par les caractéristiques du canal de transmission. De ce fait l'étude du comportement d'un canal radio mobile est essentielle pour la modélisation d'un système de transmission [6].

Pour un canal radio idéal le signal reçu consiste en un seul signal issu du trajet direct. Dans ce cas, à la réception, le signal reçu est parfaitement reconstruit. Cependant, pour un canal réel, le signal est modifié durant la transmission à travers le canal. Le signal reçu est la somme de répliques atténuées, réfléchies, réfractées et diffractées du signal transmis [6].

En plus, le canal ajoute un bruit au signal et peut causer un changement de la fréquence porteuse. Comprendre ces effets est important, car la performance d'une chaîne de transmission dépend des caractéristiques du canal de transmission [6].

Dans le canal radio mobile, le signal transmis souffre de plusieurs distorsions causées par des imperfections caractérisées comme suit :

##### 1.1.1 Evanouissement à petite-échelle (small-scale fading) :

phénomène très local : se produit dès que le mobile se déplace d'une faible distance (fast fading)[5].

- **Propagation multi trajets :**

Apparaît comme conséquence de réflexions, dispersion et diffraction, de l'onde électromagnétique transmise, par différents objets. Ainsi, à la réception, les signaux qui ont suivi différents chemins arriveront avec des retards de propagations, phases et atténuations différents. La superposition de ces ondes va influencer sur l'amplitude et la phase du signal reçu [4].

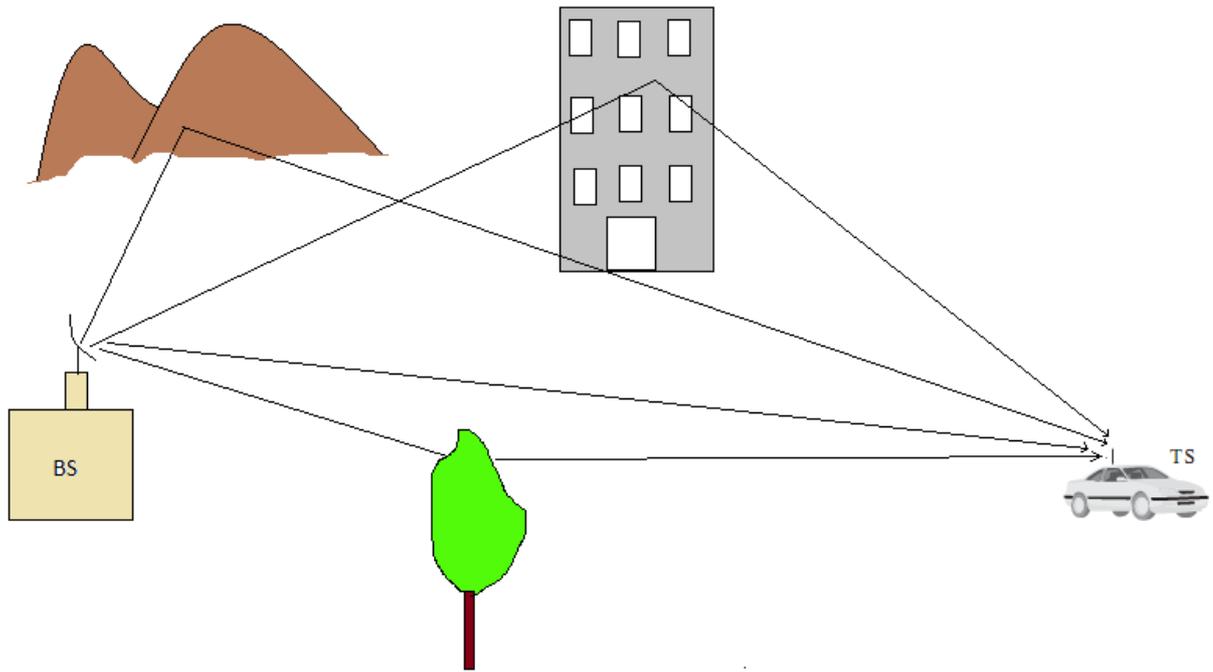


Figure 1.1 : Propagation dans un canal multi trajets variable dans le temps.

- **Effet Doppler :**

L'effet Doppler est dû au déplacement soit du récepteur ou bien des objets dans le canal radio mobile. L'effet Doppler cause un décalage de la fréquence  $f_c$ , du signal transmis, d'une quantité  $f_D$  qui est donnée par la fréquence de Doppler [3]:

$$f_D = \frac{v f_c \cos(\alpha)}{c} \dots\dots\dots(1.1)$$

Où :

$v$  est la vitesse de déplacement du récepteur.

$c$  est la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le vide,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

$\alpha$  est l'angle entre  $\vec{v}$  (vitesse de déplacement) et  $\vec{k}$  (direction de propagation du champ).

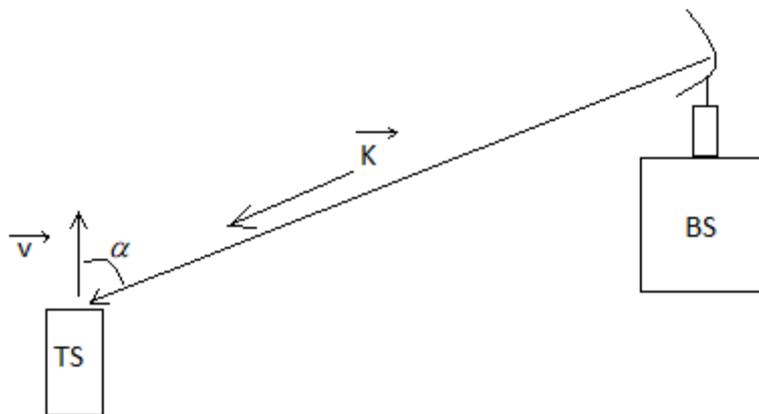


Figure 1.2 : principe de l'effet Doppler.

L'effet Doppler provoque des changements de phases et d'amplitudes des signaux se propageant dans le canal ce qui rend la propagation multi-trajets variable dans le temps. Même des mouvements de l'ordre de la longueur d'onde peuvent affecter grandement la superposition des signaux à la réception [4].

La variation de la force du signal, due à la propagation multi-trajets variable dans le temps, est appelée évanouissement rapide (fast fading).

### 1.1.2 Evanouissement à grande échelle (large-scale fading):

- **Pertes par parcours (path loss) :**

Il représente l'atténuation que subit la puissance moyenne du signal transmit le long de la distance entre l'émetteur et le récepteur. En espace libre la puissance moyenne du signal est inversement proportionnelle au carré de la distance ( $r^2$ ). Cependant dans un canal radio mobile où, en générale, il n'y a pas de visibilité (no line of sight (NLOS)), la puissance moyenne est inversement proportionnelle à  $L$  (tel que  $r^3 < L < r^5$ ) [4].

- **Effet de masque (shadowing) :**

C'est un phénomène plus local (sur quelques centaines de  $\lambda$ ), aléatoire (car obstacles aléatoires), causé par l'obstruction des ondes qui se propagent, par de grands obstacles, par exemple : les collines, les édifices, les murs, les arbres...etc, ce qui cause une atténuation, plus ou moins forte, de la force du signal. La variation de la force du signal due à l'effet de masque est appelé évanouissement lent (slow fading) et peut être décrit par une distribution log-normal [4].

Pour deux mobiles à égale distance de la BS, shadowing différent (contrairement au Path Loss, si environnement homogène).

La moyenne du shadowing → Path Loss [5].

Les variations de la puissance reçue dues aux pertes par parcours et à l'effet de masque peuvent être neutralisées d'une manière efficace par le contrôle de puissance. En ce qui suit, on ne prendra en considération que l'évanouissement rapide.

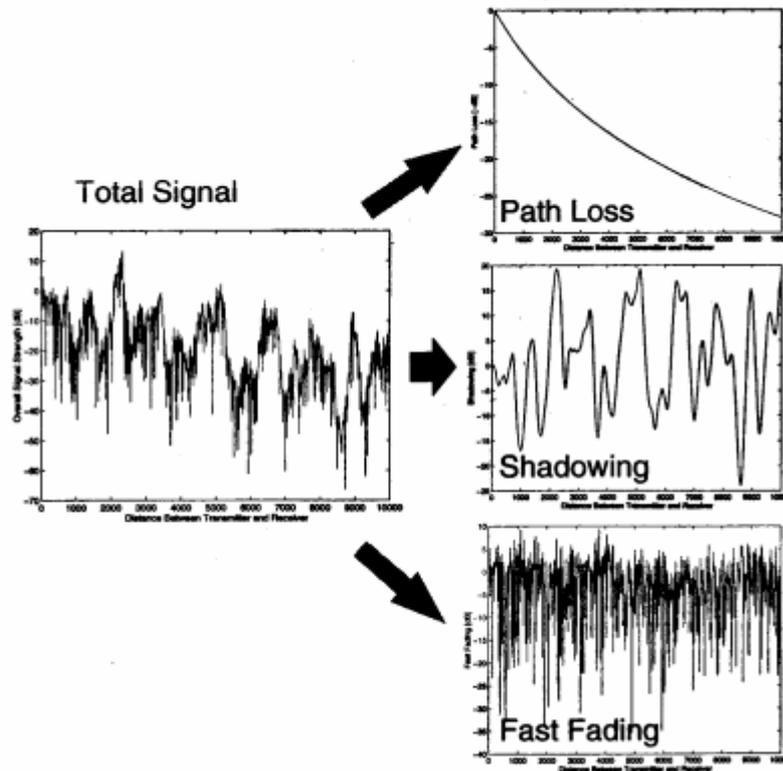


Figure 1.3 : schéma récapitulatif des différents types d'évanouissement [5].

### 1.1.3 Modélisation du canal radio mobile :

Le canal radio mobile peut être caractérisé par une réponse impulsionnelle variable dans le temps  $h(\tau, t)$  ou bien par sa fonction de transfert, variable dans le temps,  $H(f, t)$ , qui est la transformée de Fourier de la fonction  $h(\tau, t)$ . La réponse impulsionnelle du canal à un instant  $t$  représente la réponse du canal à une impulsion appliquée à l'instant  $t - \tau$ . On assume que le canal radio mobile est un processus aléatoire stationnaire au sens large, c.-à-d que le canal a une statistique de fading qui reste constante pour de petites périodes de temps ou de courtes distances spatiales.

Une impulsion envoyé dans le canal va suivre différents trajets ( $N_p$  trajets différents) et donc chaque impulsion suivant un trajet ( $p : p = 0, \dots, N_p - 1$ ) va subir une atténuation ( $a_p$ ), un retard de propagation ( $\tau_p$ ) et un déphasage dû aux réflexions ( $\phi_p$ ) et à l'effet Doppler ( $f_{D,p}$ ) d'où : <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Les grandeurs  $a_p$ ,  $\tau_p$ ,  $\phi_p$  et  $f_{D,p}$  sont variables dans le temps

$$h(\tau, t) = \sum_{p=0}^{N_p - 1} a_p e^{j(2\pi f_{D,p} t + \varphi_p)} \delta(\tau - \tau_p) \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

Où :

$$\delta(\tau - \tau_p) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tau = \tau_p \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(1.3)$$

La fonction de transfert est :

$$H(f, t) = TF[h(\tau, t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) e^{j2\pi f\tau} d\tau \quad \dots\dots\dots(1.4)$$

$$H(f, t) = \sum_{p=0}^{N_p - 1} a_p e^{j(2\pi(f_{D,p} t - f\tau_p) + \varphi_p)} \quad \dots\dots\dots(1.5)$$

Les retards sont mesurés par rapport à la première impulsion détectée à la réception.

La fréquence Doppler est :

$$f_{D,p} = \frac{v f_c \cos(\alpha_p)}{c} \quad \dots\dots\dots(1.6)$$

Cette fréquence dépend de la vitesse ( $v$ ) de la station terminale, la célérité ( $c$ ), la porteuse ( $f_c$ ) et l'angle d'incidence ( $\alpha_p$ ) de l'onde suivant le trajet ( $p$ ).

Un exemple de la réponse impulsionnelle du canal avec la fonction de transfert correspondante sont illustrées dans la figure 1.4.

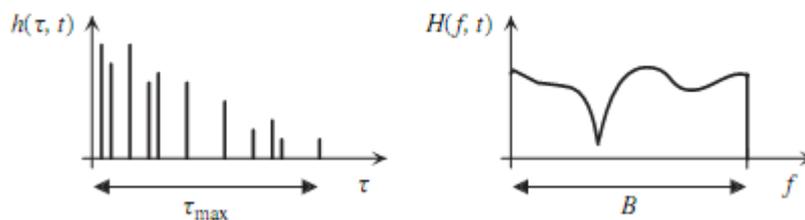


Figure 1.4 : la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert, variables dans le temps, du canal [4]

La densité spectrale de puissance du retard  $\rho(\tau)$  caractérisant la sélectivité fréquentielle du canal donne une puissance moyenne à la sortie du canal en fonction du retard  $\tau$ .

Les paramètres caractéristiques de la densité spectrale de puissance du retard sont :

- Le retard max  $\tau_{max}$ ,
- Le retard moyen  $\bar{\tau}$ ,

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{p=0}^{N_p-1} \tau_p \Omega_p}{\sum_{p=0}^{N_p-1} \Omega_p} \dots\dots\dots(1.7)$$

Avec

$$\Omega_p = |a_p|^2 \dots\dots\dots(1.8)$$

L'énergie de signal suivant le trajet  $p$ .

- Le retard de propagation  $\tau_{RMS}$ ,

$$\tau_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{p=0}^{N_p-1} \tau_p^2 \Omega_p}{\sum_{p=0}^{N_p-1} \Omega_p} - \bar{\tau}^2} \dots\dots\dots(1.9)$$

De même, la densité spectrale de puissance de Doppler  $S(f_D)$  caractérisant la variation temporelle du canal radio mobile donne la puissance moyenne de sortie du canal en fonction de la fréquence Doppler  $f_D$ .

Les propriétés de dispersion fréquentielle sont généralement quantifiées par la fréquence Doppler maximale  $f_{Dmax}$  et la fréquence Doppler de dispersion  $f_{Dspread}$ . La dispersion Doppler est la bande passante de la densité spectrale de puissance de Doppler qui satisfait la relation :

$$f_{Dspread} \leq 2 |f_{Dmax}| \dots\dots\dots(1.10)$$

#### 1.1.4 Interférences Inter-symbole (ISI) et inter-canal (ICI) :

Les dispersions dues aux retards peuvent causer des interférences inter-symbole (ISI) entre les symboles d'information adjacents.

Le taux d'interférence inter-symboles dans un système mono-porteuse est :

$$N_{ISI, \text{ single carrier}} = \left\lceil \frac{\tau_{max}}{T_d} \right\rceil \dots\dots\dots(1.15)$$

Pour les applications à haut débit avec une durée du symbole  $T_d < \tau_{max}$ , l'effet d'ISI ainsi la complexité du récepteur augmentent de façon significative, du fait qu'il faut ajouter un égaliseur, soit dans le domaine temporel ou fréquentiel, pour neutraliser l'effet d'ISI.

L'effet d'ISI devient négligeable dès que  $T_d \gg \tau_{max}$ , cet effet est exploité dans les systèmes de transmission à multi-porteuses où la durée du symbole augmente avec l'augmentation du nombre ( $N_c$ ) de sous-porteuses. Dans ce cas, le taux d'ISI devient :

$$N_{ISI, \text{ multi carriers}} = \left\lceil \frac{\tau_{max}}{N_c T_d} \right\rceil \dots\dots\dots(1.16)$$

L'ISI résiduel peut être éliminé en introduisant des intervalles de gardes.

Dans un système mono-porteuse, l'étalement causé par l'effet Doppler est suffisamment petit comparé à la marge de garde entre canaux adjacents, et donc pas d'interférence inter-canal.

Par contre, pour les systèmes à multi-porteuses l'espacement ( $F_s$ ) entre sous-canaux est étroit.

Donc, l'effet Doppler peut causer des interférences ICI significatives. Tant que toutes les sous porteuses subissent le même changement, cet effet peut être compensé au niveau du récepteur et l'ICI peut être évité. Cependant, si un étalement Doppler de l'ordre de plusieurs pourcents de l'espacement entre sous-porteuses apparaît, l'ICI dégrade les performances du système de façon significative. Pour éviter, les dégradations de performance dues à l'ICI ou l'utilisation de récepteurs complexes avec des égaliseurs d'ICI, l'espacement entre porteuses doit être choisi :

$$F_s \gg f_{D \text{ max}} \dots\dots\dots(1.17)$$

pour que l'effet de l'étalement Doppler soit négligeable.

Néanmoins, si une architecture d'un système à multi-porteuse a été choisie sachant que l'étalement Doppler est de l'ordre de l'espacement entre sous-porteuses ou plus, un récepteur de Rake peut être utilisé dans le domaine fréquentiel. Ainsi, chaque branche du récepteur Rake, dans le domaine fréquentiel, corrige une fréquence Doppler.

## Chapitre 2

### Principes de base de l'OFDM

#### Introduction à l'OFDM :

Un des problèmes majeurs en télécommunications est d'adapter l'information à transmettre au canal de propagation. Pour des canaux sélectifs en fréquence, une technique est l'utilisation de modulations multi-porteuses dans laquelle un bloc d'information est modulé par une transformée de Fourier. Cette technique connue sous le nom d'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) a connu un vif succès ces dernières années et est en phase de normalisation dans différents standards sans fils (IEEE802.11a, WiMAX, LTE, DVB, DAB). La technique OFDM a le grand mérite de transformer un canal multi-trajet large bande en un ensemble de sous-canaux mono-trajet très simples à égaliser. De plus, l'utilisation ingénieuse de redondance cyclique à l'émission permet de réduire la complexité des terminaux grâce à l'utilisation d'algorithmes à base de FFT rapides. Le but de ce chapitre est d'introduire aux principes de l'OFDM. Les principes généraux sont décrits (chaîne de transmission...) ainsi que les avantages (simplicité de l'égalisation, utilisation d'algorithmes FFT rapides) et les inconvénients (manque de diversité)

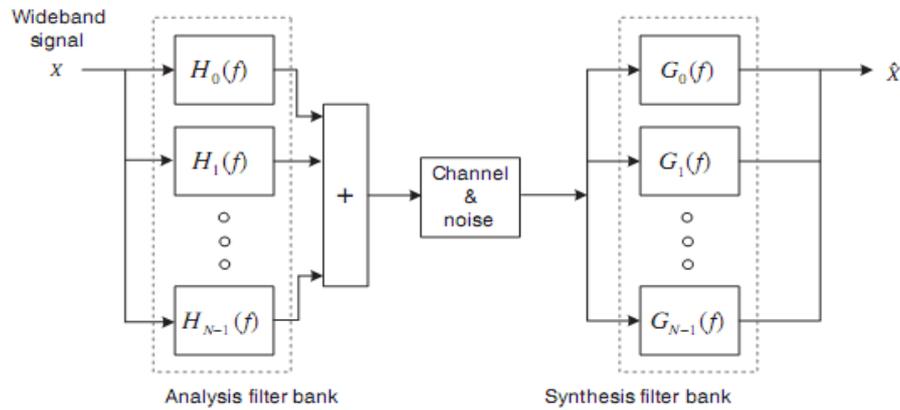
#### 2.1 Transmission multi-porteuses :

##### 2.1.1 Structure de base de système de transmission multi-porteuse:

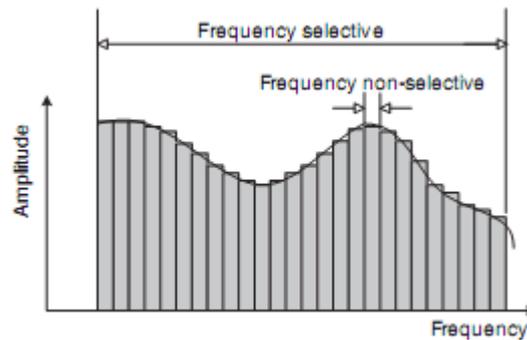
La sélectivité en fréquence d'un canal radio mobile large bande rend inefficace l'utilisation des systèmes de transmissions mono porteuses, et pour y surmonter on fait recours aux systèmes à transmission multi-porteuse, qui sont utilisés pour la transmission haut débit. La figure 2.1(a) montre la structure de base et le concept de système de transmission multi-porteuse. Le signal large bande soit analyser (à travers plusieurs filtres à bande étroite de fonction du transfert  $H_k(f)$ ) en plusieurs signaux à bande étroite en transmission et est synthétisé (à travers plusieurs filtres à bande étroite de fonction du transfert  $G_k(f)$ ) en réception, donc la sélectivité en fréquence du canal large bande peut être estimée par une multitude de bandes de fréquences étroites (frequency-flat) non sélective, comme s'y montré dans la figure 2.1 (b).[7]

Notant que la non-sélectivité en fréquence des bandes étroites du canal réduit considérablement la complexité de l'égaliseur pour chaque sous-canal. Tant que l'orthogonalité entre sous-porteuses est maintenue, l'ICI peut être éliminé, donc un minimum de distortion.

Dans les systèmes multi-porteuse, la bande passante originale (large bande) est subdivisée en  $N_c$  sous bandes (bandes étroites), où chacune est caractérisée par une sous-porteuse  $f_k, k=0, 1, 2, \dots, N_c-1$ . La figure 2.2(a) montre la structure de base de système de communication multi-porteuse, celle qui représente l'une des formes spécifique d'un système multi-canal,

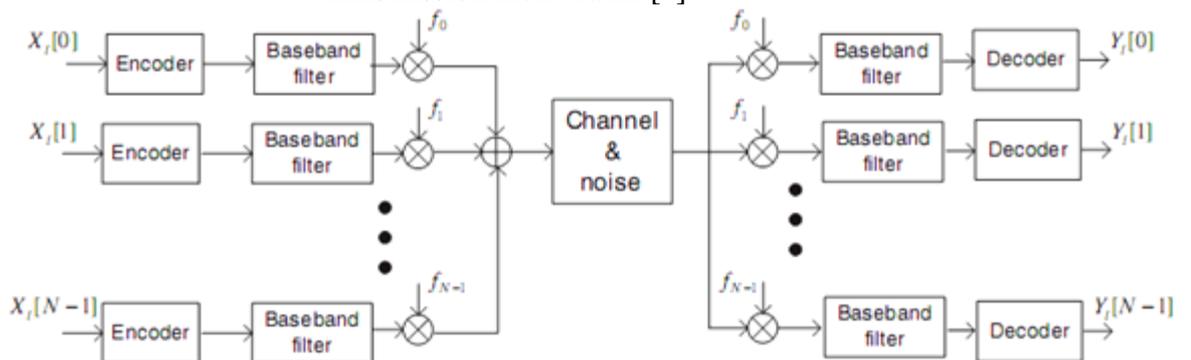


a) structure d'un système de transmission multi-canal.

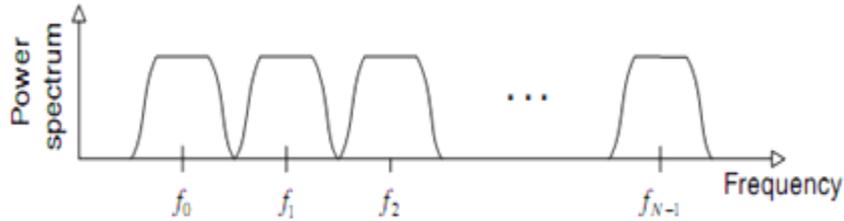


b) la réponse d'un système de transmission multi-canal.

Figure 2.1 : structure et caractéristiques fréquentielles d'un système de transmission multi-canal [4].



a) Structure de base d'un système de transmission multi-porteuse.



b) *Caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi-porteuse.*

Figure 2.2 : structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission multi-porteuse [7].

Où, les différents symboles sont transmit en parallèle.

$X_i(k)$  et  $Y_i(k)$  indiquent, respectivement, le signal transmit et reçu d'une sous-porteuse  $f_k$  de  $l^{ieme}$  symbole.

La figure 2.2(b) illustre le spectre d'un signal transmet dans un système à transmission multi-porteuse, qui occupe une multitude de sous-bandes d'égale largeur, chacune centrée sur une fréquence (sous-porteuse). Si chaque sous-bande est d'une largeur limitée, le type de transmission est dit **FMT (Filtered Multi-Tone)**.

Pendant qu'on cherche à surmonter au problème de la sélectivité en fréquence du canal avec ce type de transmission multi-porteuse (FMT), son implémentation devient complexe, il nécessite plus des codeurs/décodeurs et oscillateurs, et d'une très haute qualité des filtres utilisés dès que le nombre de sous porteuses augmentent.

### 2.1.2 Système de transmission à base de l'OFDM:

Le système de transmission basé sur la technique OFDM est un autre type de systèmes multi-canal, qui est similaire à un système de transmission FMT dans le sens qu'il emploie plusieurs porteuses. Comme c'est montré dans la figure 2.4(a), il n'a pas utilisé une bande limitée pour les filtres et oscillateurs de chaque sous-canal, en plus, les spectres des sous-porteuses se sont chevauchés d'une manière efficace pour la bande passante, différemment au système FMT où la totalité de la bande passante est divisé en un nombre  $N$  de sous-canaux de bandes étroites (figure 2.2 (b)), donc la différence réside dans la manière avec laquelle la bande passante est divisée en sous bandes étroites. L'ensemble de sous-porteuses orthogonales, chevauchées en spectre, peuvent être produites en satisfaisant le critère de Nyquist, en généralisant l'équation suivante,

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} G\left(f - \frac{i}{T}\right) = T \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

Qui réfère à une transmission mono-porteuse, à une transmission multi-porteuses.

Où  $G(f)$  est la transformé de Fourier de la fonction  $g(t)$ , tel que cette dernière représente la réponse impulsionnelle totale du système mono-porteuse (émetteur, canal, récepteur), où :

$$g(t) = g_T(t) * h(t) * g_R(t) * h^{-1}(t) \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

Les fonctions  $g_T(t)$ ,  $h(t)$ ,  $g_R(t)$  et  $h^{-1}(t)$  sont montrées dans la figure suivante :

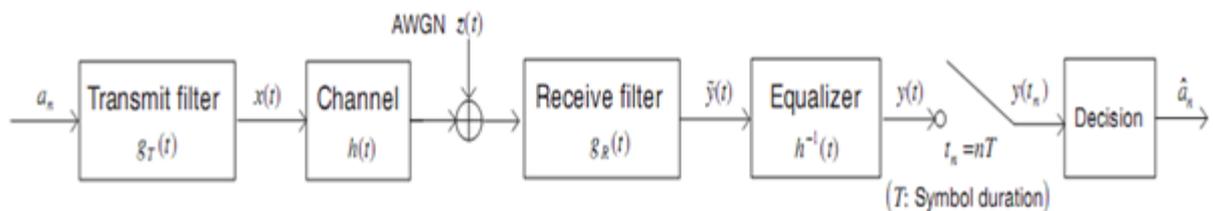


Figure 2.3 : Modèle d'une communication à bande de base mono-porteuse.

Dans la pratique, les processus de la transformé de Fourier discrète (DFT) et la transformé inverse (IDFT) sont utilisables pour l'implémentation de ces signaux orthogonaux. Mais l'implémentation sera efficace par l'utilisation de la transformé de Fourier rapide (FFT) et la transformé inverse (IFFT). [7]

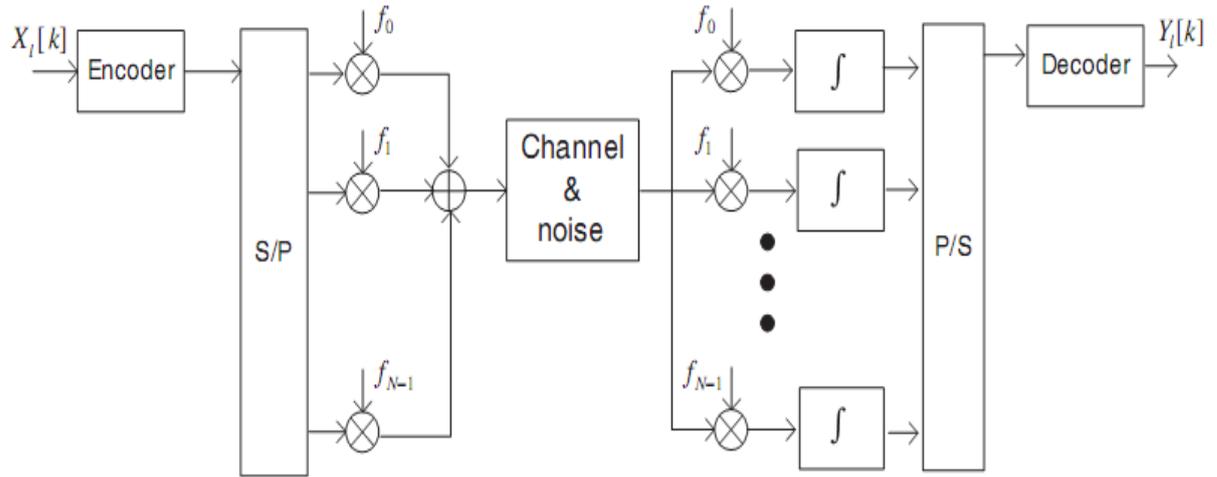
Dans un système de transmission OFDM,  $N_c$  point IFFT tenus pour les symboles transmit  $\{X_l[k]\}$ ,  $k=0, \dots, N_c-1$ , pour générer le signal  $\{x[n]\}$ ,  $n=0, \dots, N_c-1$ , qui représente les échantillons de la somme de  $N_c$  sous porteuses.  $y(n)$  est le signal reçu, qui correspond au signal  $x(n)$  avec du bruit additif  $N(n)$  (i.e :  $y(n) = x(n) + N(n)$ ). Tenu compte des échantillons reçus de  $N_c$  point de la FFT ( $y[n]$ ,  $n=0, \dots, N_c-1$ ) la version bruitée des symboles transmits  $Y_l[k]$ ,  $k=0, \dots, N_c-1$ , peut être obtenue à la réception.

La figure 2.4(c) montre une structure d'une transmission OFDM implémentée à l'aide d'une IDFT/DFT. Comme toutes les sous porteuses ont une durée,  $T_s$ , finie dans le temps, le spectre du signal OFDM peut être considéré comme une somme des fonctions Sinc de fréquences décalées, comme c'est montré dans la figure 2.4(c), où l'espacement entre sous-porteuses est  $1/T_s$ .

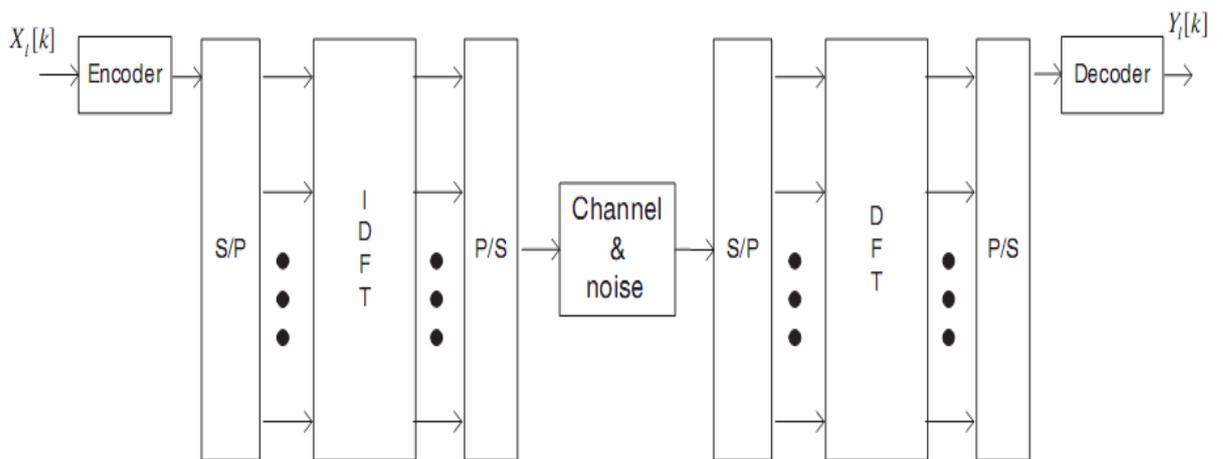
La technique DMT (discrete multi-tone) utilisée dans le système ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) et VDSL (Very high-rate Data digital Subscriber Line) a aussi la même structure que l'OFDM.

Du fait que chaque signal modulant une sous porteuse est limité dans le temps (non limité dans le domaine fréquentielle), il est possible qu'il y'ait des interférences entre porteuses (ICI) important, comme il est montré dans la figure 2.4(d) où on remarque que le premier lobe secondaire de la fonction Sinc (dans le domaine fréquentielle) n'est pas négligeable par rapport au lobe principale. Ainsi, dans le système OFDM on

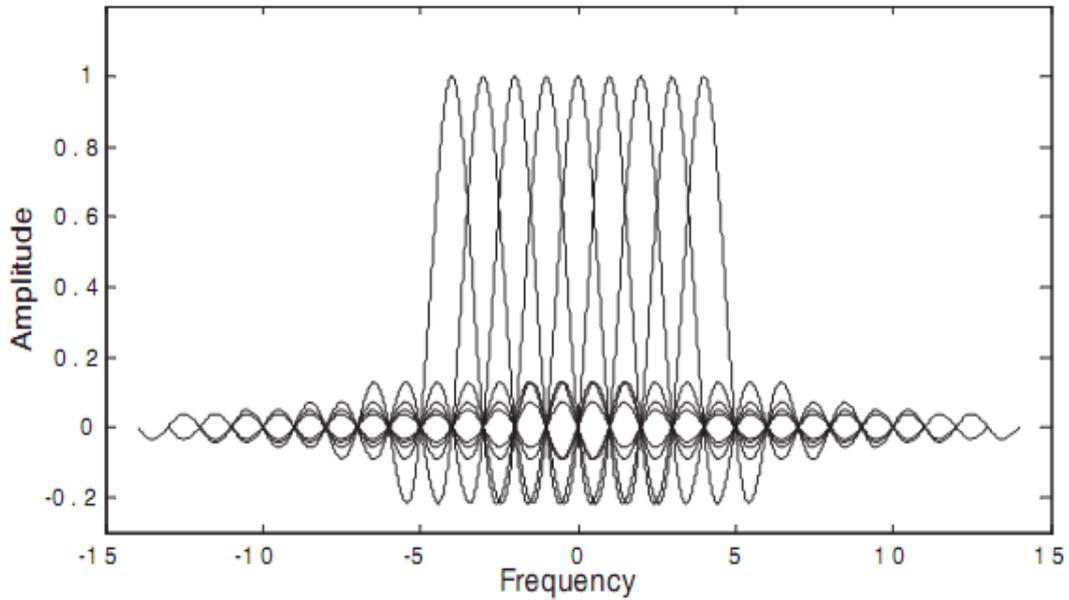
ajoute une bande de garde, appelée porteuses virtuelles (VCs). On ajoute aussi un intervalle de garde dans le domaine temporel, appelé préfixe cyclique (PC) qui fait réduire l'effet d'inter-symboles (ISI) entre symboles OFDM.



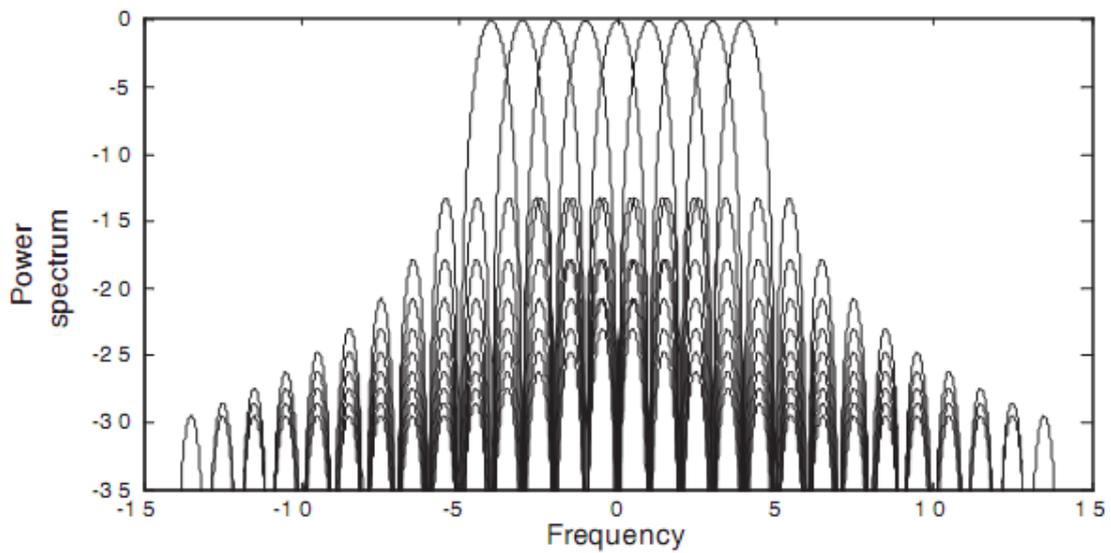
a) Configuration d'un système de transmission OFDM.



b) Système de transmission OFDM et son implémentation utilisant la IDFT/DFT.



c) *Le spectre d'un signal OFDM (échelle linière).*



d) *La puissance spectrale d'un signal OFDM (dB).*

Figure 2.4 : Structure et caractéristiques spectrale d'un système de transmission OFDM [7].

## 2.2 Principe de base de l'OFDM :

Le principe de la transmission multi-porteuse OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) est de convertir un flux de données série de haut débit en des sous-flux de données parallèles avec un débit faible, et chaque sous-flux module une sous-porteuse différente. Puisque le débit dans chaque sous-porteuse est faible par

rapport au débit initial, l'effet des interférences (ISI) diminue significativement ce qui va réduire la complexité d'égaliseur.

Un but important de conception pour les systèmes de transmission multi-porteuses OFDM, est que le canal radio mobile peut être considéré comme invariant dans le temps durant un symbole OFDM et le fading comme plat (flat) par sous canal. Donc, la durée d'un symbole OFDM doit être plus petite que le temps de cohérence du canal  $(\Delta t)_c$  et la bande de fréquence entre les sous-porteuses inférieure à la bande de cohérence  $(\Delta f)_c$  du canal. Par vérification de ces conditions, la réalisation des récepteurs moins complexe est possible [4].

## 2.2.1 Modulation et démodulation OFDM :

### 2.2.1.1 l'orthogonalité :

Considérons l'exponentiel complexe limité en temps

$e^{j2\pi f_k t}$ ,  $k=0, \dots, N_c - 1$ , qui représente les sous-porteuses à la fréquence  $f_k = \frac{1}{T_s}$  dans le signal OFDM, où  $0 \leq t \leq T_s$ . Ces signaux seront orthogonaux si l'intégrale de produits entre eux est égale à zéro,

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j2\pi f_k t} e^{-j2\pi f_i t} dt &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j2\pi \frac{k}{T_s} t} e^{-j2\pi \frac{i}{T_s} t} dt \\ &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j2\pi \frac{k-i}{T_s} t} dt \\ &= \begin{cases} 1 & \forall \text{ entier } k=i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \dots\dots\dots (2.3) \end{aligned}$$

compte tenu des échantillons dans le temps, avec les instants  $t = nT_d = nT_s/N_c$ ,  $n=0, \dots, N_c-1$ , l'équation peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} e^{j2\pi \frac{k}{T_s} nT_d} e^{-j2\pi \frac{i}{T_s} nT_d} &= \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} e^{j2\pi \frac{k n}{N_c}} e^{-j2\pi \frac{i n}{N_c}} \\ &= \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} e^{j2\pi \frac{k-i}{N_c} n} \\ &= \begin{cases} 1 & \forall \text{ entier } k=i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \dots\dots\dots (2.4) \end{aligned}$$

L'orthogonalité ci-dessus est essentielle pour le signal OFDM pour éliminer l'ICI.

En effet, lorsque le signal OFDM est détecté en utilisant la transformée de Fourier discrète (DFT) le signal est échantillonné. Si la DFT est synchronisée dans le temps les échantillons de la DFT correspondent aux valeurs maximales des sous porteuses et par conséquent, le chevauchement fréquentiel n'aura aucun effet sur le signal reçu, d'où une bonne exploitation de la bande utilisée.

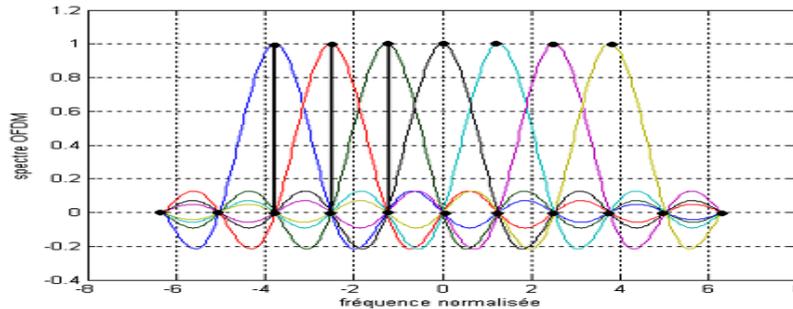


Figure 2.5 : spectre de 7 sous porteuses[4].

### 2.2.1.2 Modulation et démodulation:

#### *Modulation :*

La génération d'un signal OFDM exige un contrôle absolu des sous-porteuses afin d'assurer leur permanente orthogonalité. Pour ce faire, il faut tout d'abord choisir le spectre nécessaire pour la transmission de données numériques en fonction de la modulation utilisée (BPSK, QAM, QPSK...). La représentation des points (échantillons) se fut dans des constellations (figure 2.6)

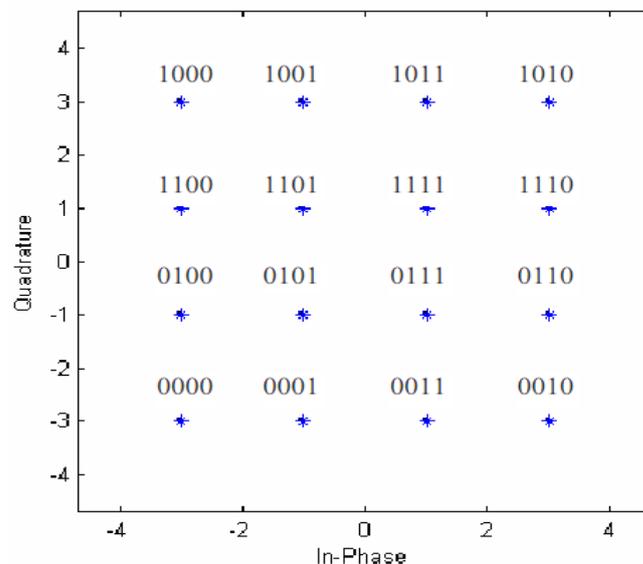


Figure 2.6 : Exemple d'une constellation 16-QAM avec un codage de GRAY[4].

Les  $N_c$  symboles modulés sont transmis comme un symbole OFDM avec un enveloppe complexe donné par :

$$x(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} S_n e^{j2\pi f_n t}, \quad 0 \leq t \leq T_s \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

Où  $S_n$  sont les entrées parallèles du block IFFT. Et  $f_n = \frac{n}{T_s}$ ,  $n = 0, \dots, N_c - 1$ .

Le premier avantage dans l'utilisation de l'OFDM est que la modulation multi-porteuse peut être facilement implémentée dans le domaine discret en utilisant IDFT ou IFFT. L'IDFT qui a comme coefficients la séquence des symboles d'information, n'est rien d'autre que l'échantillonnage de l'enveloppe complexe  $x(t)$  à la fréquence  $1/T_d$ . Elle est donnée par :

$$x_k = \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} S_n e^{j2\pi \frac{nk}{N_c}}, \quad k = 0, \dots, N_c - 1. \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

Le diagramme en bloc d'un émetteur/récepteur OFDM est donné dans la figure 2.7.

Quand le nombre de sous-porteuse augmente, la durée d'un symbole OFDM devient plus large par rapport au retard maximal du canal  $\tau_{max}$  et par conséquent, les ISI diminuent significativement. Cependant pour éviter complètement l'ISI et ICI on ajoute un intervalle de garde entre les symboles OFDM adjacents. Cet intervalle doit être d'une durée :

$$T_g \geq \tau_{max}. \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

La durée d'un symbole OFDM devient :

$$T'_s = T_s + T_g. \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

La longueur discrète de l'intervalle de garde est  $L_g$ . Donc à partir de (2.7) la valeur de  $L_g$  doit vérifier :

$$L_g \geq \left\lceil \frac{\tau_{max} N_c}{T_s} \right\rceil \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

La séquence échantillonnée avec intervalle de garde devient :

$$x_k = \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} S_n e^{j2\pi \frac{nk}{N_c}}, \quad k = -L_g, \dots, N_c - 1. \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

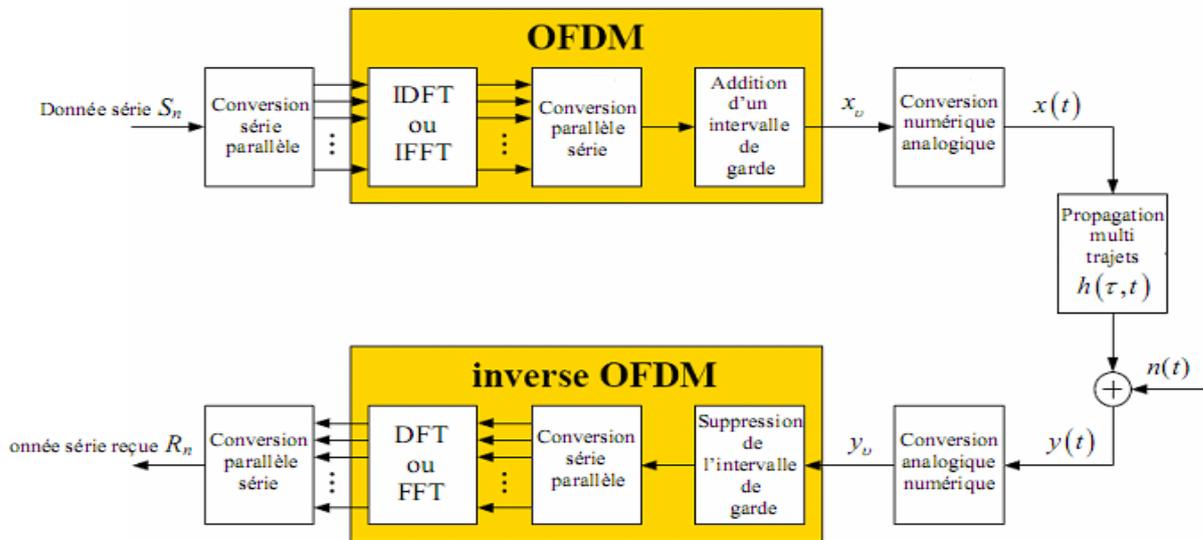


Figure 2.7 : Un système de transmission OFDM.

Cette séquence va passer à travers un convertisseur numérique/analogique dont la sortie est un signal de forme d'onde  $x(t)$ , de durée  $T'_s$ , qui sera transmis à travers le canal radio mobile (voir figure 2.7).

**Démodulation :**

La sortie du canal est obtenue après convolution de  $x(t)$  avec la réponse impulsionnelle  $h(\tau, t)$  et l'addition du bruit  $n(t)$  :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \tau)h(\tau, t) d\tau + n(t) \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

Le signal reçu  $y(t)$  va passer à travers un convertisseur analogique/numérique, dont la sortie est la séquence  $y_k$ ,  $k = -L_g, \dots, N_c - 1$ . Qui est l'échantillonnage du  $y(t)$  à la fréquence  $1/T_d$ . Puisque l'ISI existe seulement dans les  $L_g$  premiers échantillons de la séquence reçue, ces échantillons sont enlevés avant une démodulation multi-porteuse.

La partie des échantillons  $y_k$  libre d'ISI ( $k = 0, \dots, N_c - 1$ ) est démodulé par inverse OFDM en utilisant l'DFT. La séquence démodulé  $R_n$  est donnée par :

$$R_n = \sum_{k=0}^{N_c - 1} y_k e^{-j2\pi \frac{nk}{N_c}}, \quad n = 0, \dots, N_c - 1. \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

Puisque les ISI et ICI peuvent être évités par l'insertion de l'intervalle de garde  $T_g$ , chaque sous canal peut être considéré séparément. De plus, supposant que le fading par sous canal est plat (flat fading), le symbole  $R_n$  peut être donné dans le domaine fréquentiel par :

$$R_n = H_n S_n + N_s, \quad n = 0, \dots, N_c - 1. \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

Où :  $H_n$  est le facteur de fading plat et  $N_n$  le bruit, correspondant au  $n^{ième}$  sous canal.  $H_n$  est l'échantillon de la fonction de transfert du canal pour la fréquence  $f_n = nF_s$ , les différentes valeurs de  $H_n$  sont données dans l'équation (1.18 dans le chapitre 1).

La variance du bruit est donnée par :

$$\sigma^2 = E\{|N_n|^2\}. \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

Dans le cas où ISI et ICI peuvent être négligés, le système de transmission multi-porteuse représenté à la figure 2.7 peut être vu comme un système discret dans le domaine du temps et le domaine des fréquences, avec  $N_c$  parallèles canaux Gaussien (parce que le bruit est Gaussien) et différentes valeurs d'atténuation complexe  $H_n$  (voir figure 2.8).

La représentation temps/fréquence d'un symbole OFDM est donnée à la figure 2.9(a) et la représentation d'une trame OFDM (OFDM frame) qui est constituée par  $N_s$  symboles OFDM est illustrée dans la figure 2.9(b).

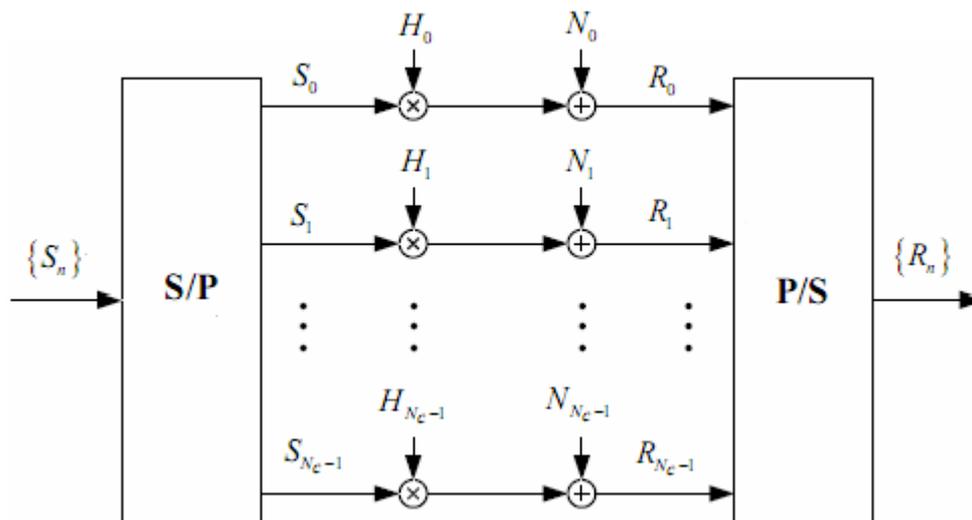


Figure 2.8 : Un système OFDM simplifié [4].

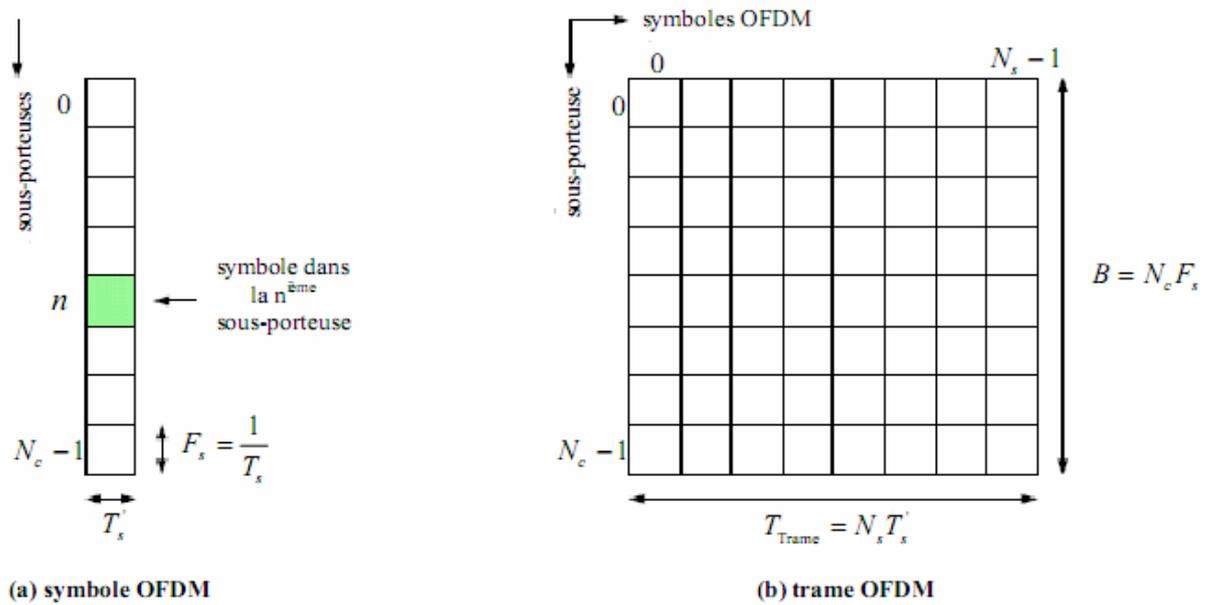


Figure 2.9 : Représentation temps/fréquence pour un symbole OFDM et une trame OFDM.

### 2.2.2 Conversion série parallèle :

Le principe de cette conversion est de transmettre des données numériques en parallèle modulées sur un grand nombre de porteuses à bas débit. Ceci nous permet d'éviter l'égalisation à grande vitesse.

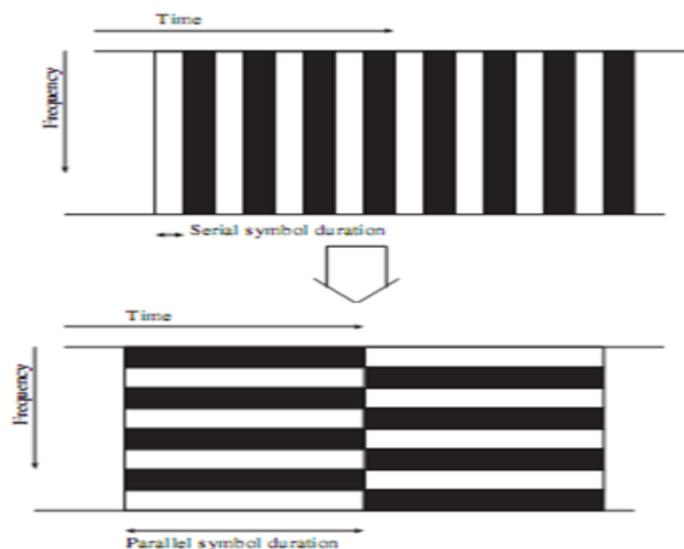


Figure 2.10: le concept de multi-porteuse et conversion série-parallèle [8].

Les données à transmettre sont sous forme d'un flot de données binaires, chaque symbole OFDM transmet entre 40 jusqu'à 4000 bits. Le nombre de bits transmis dans chaque symbole OFDM dépend de la modulation utilisée par les sous porteuses et du nombre de sous porteuses utilisées.

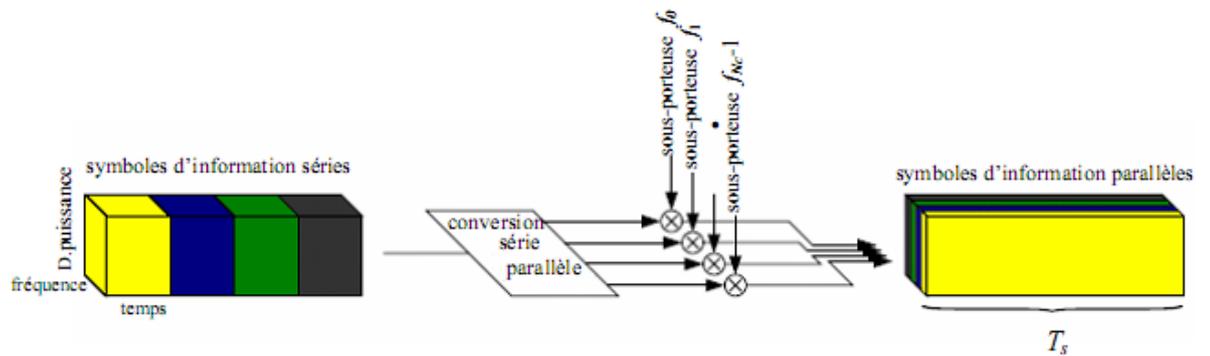


Figure 2.11 : Modulation multi-porteuse avec  $N_c=4$  sous-porteuses [4].

Voici un exemple :

Dans une transmission OFDM utilisant 100 sous porteuses par exemple modulées toutes par une 32-QAM (modulation d'amplitude en quadrature), alors chaque sous porteuse portera 5 bits et chaque symbole OFDM portera 500 bits.

### 2.2.3 L'intervalle de garde pour l'OFDM :

L'effet de l'ISI sur le signal OFDM peut être minimisé davantage par l'addition d'un intervalle de garde (guard period) au début de chaque symbole OFDM. Cet intervalle est une copie de la fin du symbole OFDM, qui prolonge la durée du symbole OFDM (figure 2.12). [9]

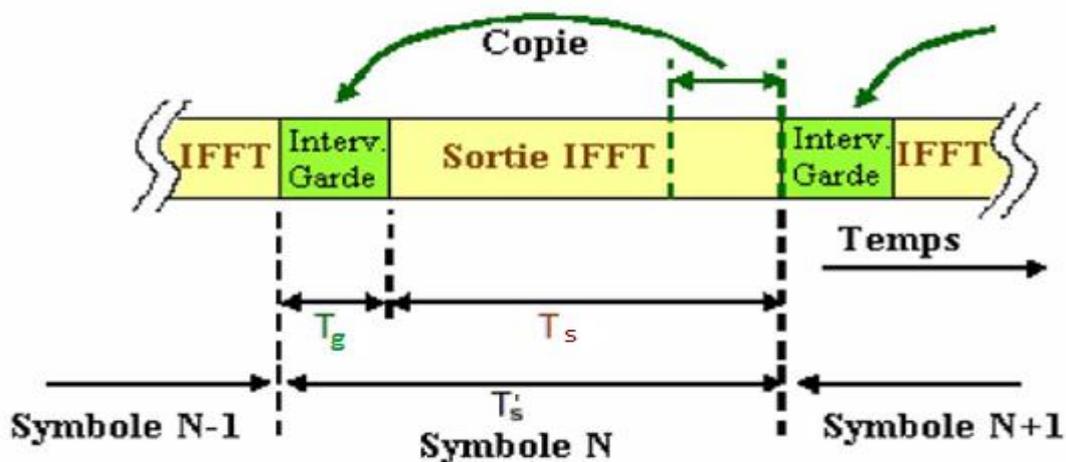


Figure 2.12 Ajout de l'intervalle de garde au signal OFDM.

La nouvelle durée totale du symbole OFDM est  $T'_s = T_g + T_s$ ,

Où  $T_g$  est la durée de l'intervalle de garde ajouté.

$T_s$  est la durée initiale du symbole généré par l'IFFT.

L'intervalle de garde doit être plus grand que le retard max de propagation prévue.

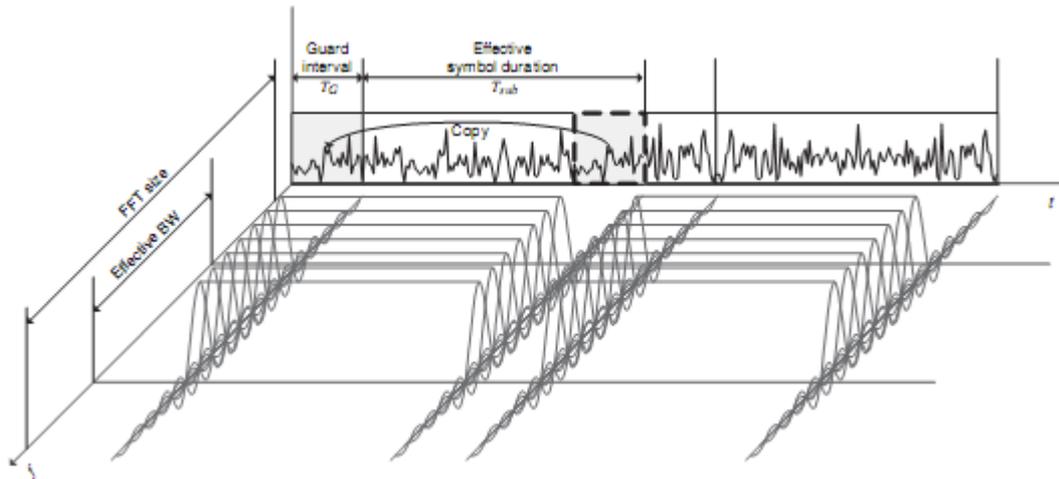


Figure 2.13 : description, dans le domaine temps/fréquence, d'un symbole OFDM avec un CP(cyclic prefix) [7].

Il existe deux types principaux d'intervalles de garde; le plus fréquemment utilisé est le préfixe cyclique (Cyclic Prefix (CP)) qui fait précéder chaque symbole OFDM par une extension périodique du signal lui-même. L'autre type est le ZeroPadding (ZP) qui fait compléter chaque symbole OFDM par des zéros [7].

Il existe aussi ce qu'on appelle un suffixe cyclique à CS, ce qui joue le même rôle que le CP, sauf qu'on l'ajoute à la fin d'un symbole OFDM et qui contient une copie du début du signal OFDM [4].

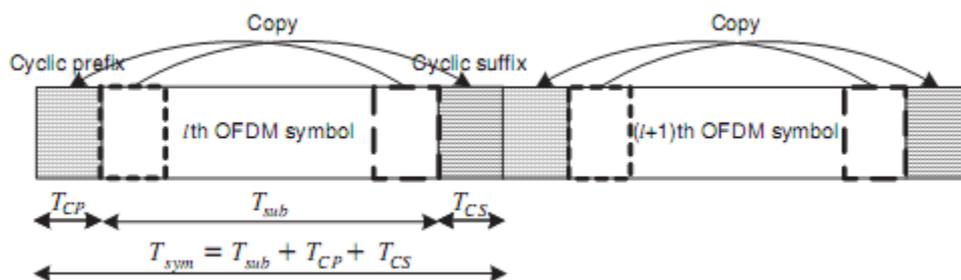


Figure 2.14 : symbole OFDM avec CP et un CS [7].

L'intervalle de garde est ajouté dans le domaine temporel et son essentiel rôle est de prévenir aux ISI, par contre une bande de garde est ajoutée dans le domaine fréquentielle qui a pour but l'élimination d'ICI du signal OFDM.

### 2.2.4 BER d'un système OFDM :

BER en anglais Bits Erreurs Rate signifie le taux de bits erronés, qui est un facteur essentiel pour l'évaluation de la qualité des communications numérique.

Les expressions analytiques du BER pour une modulation M-QAM, un canal de Rayleigh et d'un bruit additif gaussien AWGN, sont données par :

Canal AWGN :

$$P_e = \frac{2(M-1)}{M \log_2(M)} Q \left( \sqrt{\frac{6 E_b}{N_0} \cdot \frac{\log_2(M)}{M^2 - 1}} \right) \dots\dots\dots (2.15)$$

Canal de Raryleigh :

$$P_e = \frac{M-1}{M \log_2(M)} Q \left( 1 - \sqrt{\frac{3 \gamma \log_2(M) / (M^2 - 1)}{3 \gamma \log_2(M) / (M^2 - 1) + 1}} \right) \dots\dots (2.16)$$

Où  $\gamma = E_b/N_0$  et  $M$  est l'ordre de la modulation. Alors que  $Q(\cdot)$  est la fonction standard définie par :

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2/2} dt \dots\dots\dots (2.17)$$

Notant que le  $SNR_t$  en temps diffère de celui en fréquence  $SNR_f$ , et sont liés par l'équation suivante :

$$SNR_t = SNR_f + 10 \log \left( \frac{N_{used}}{N} \right), [dB] \dots\dots\dots (2.18)$$

Tel que  $N_{used}$  est le nombre de sous porteuses utilisées et  $N$  représente la taille de la FFT.

### 2.2.5 Modèle mathématique d'un symbole OFDM :

Le modèle mathématique d'un symbole OFDM  $s(t)$ , qui sera adopté pour le chapitre suivant est :

$$s(t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} a_q^i R_T(t - qT) e^{j \frac{2\pi}{T} i(t - qT)} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} R_T(t - qT) \sum_{i=0}^{N-1} a_q^i e^{j \frac{2\pi}{T} it}. \quad (2.19)$$

$a$  : les symboles informatifs.

$q$  : le  $q^{ieme}$  symbole.

$T$  : la durée d'un symbole OFDM.

### **2.3. Avantages et inconvénients de la technique OFDM :**

Les avantages:

- Une haute efficacité spectrale.
- Une réalisation digitale simple par utilisation du IFT et IFFT.
- Réduction de la complexité des récepteurs due à la possibilité d'éviter les ISI et ICI par insertion d'un intervalle de garde.

Les inconvénients :

- Les signaux multi-porteuses ont un coefficient PAPR (Peak to Average Power ratio, voir section 2.4.2) élevé, ce qui nécessite l'utilisation des amplificateurs à haute linéarité.
- La perte dans l'efficacité spectrale due à l'addition d'un intervalle de garde.
- La sensibilité à l'effet Doppler est supérieure par rapport aux systèmes de modulation mono-porteuse.
- Une synchronisation parfaite en temps et en fréquence est nécessaire.

#### **Conclusion :**

Les systèmes OFDM permettent la transmission à haut débit. Ils minimisent l'effet de l'ISI du fait qu'ils augmentent la durée du symbole envoyé. Cependant, ces systèmes sont très sensibles aux décalages temporels et fréquentiels qui dégradent énormément les performances de ces systèmes. Nous présentons dans le chapitre suivant les effets de ces décalages sur un système OFDM et certaines techniques utilisées pour y remédier.

## Chapitre 3

### Problème de synchronisation dans les systèmes OFDM

#### Introduction :

La démodulation et la détection des signaux OFDM nécessitent une synchronisation très précise. Des erreurs de synchronisation dans les systèmes OFDM, provoquent des interférences inter-symboles (ISI) et des interférences inter-canaux (ICI), ce qui dégrade énormément les performances de ces systèmes.

Il existe en général deux type d'erreur de synchronisation :

- Erreurs de synchronisation en temps.
- Erreurs de synchronisation en fréquence.

Nous présentant dans ce chapitre ces deux erreurs et nous étudions séparément leurs effets sur les performances du système. En fin, nous traitons certaines techniques de synchronisation. [1]

#### 3.1 Modèle des erreurs de synchronisation :

Les systèmes multi-porteuses sont très sensibles aux erreurs de synchronisation. Pour étudier l'impact des erreurs de synchronisation sur les performances des systèmes OFDM on considère un signal reçu avec un retard  $\tau$  et un décalage fréquentiel  $\Delta f$ . Dans ce cas, et sous l'hypothèse que les conversions analogique-numérique et numérique-analogique soient parfaite, le signal reçu est donné par l'équation 3.1. [1]

$$r(t) = \frac{N}{M} \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(i) \text{sinc} \left( \frac{t - \tau - iT_c}{T_c} \right) e^{j2\pi\Delta ft}. \quad (3.1)$$

Supposons encore que le retard  $\tau$  est un nombre entier de la période

d'échantillonnage du système  $\tau = \theta.T_c$ . Notons par  $\hat{\theta}$  Le retard estimé, on obtient donc :

$$\begin{aligned}
r_q(k+\hat{\theta}) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(i)e^{j2\pi\Delta f[(k+\hat{\theta})T_c+qT]}\delta[k+qM+\hat{\theta}-\theta-i] \\
&= s_q(k+\Delta\theta)e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\epsilon k+\phi\right)}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Où  $\epsilon \triangleq \Delta f T_c N$  est le décalage fréquentiel normalisé par rapport à la distance entre sous porteuses.

$\Delta\theta \triangleq \hat{\theta} - \theta$  est l'erreurs commise lors de l'estimation du retard,

$$\phi \triangleq 2\pi\epsilon \left[ q + \frac{(qL_c+\hat{\theta})}{N} \right].$$

Nous présentons dans les deux sections suivantes, les effets des erreurs de synchronisation en temps et en fréquence, séparément, sur le système OFDM.

### 3.2 Effet de l'erreur de synchronisation en temps :

Les systèmes OFDM sont plus ou moins tolérants aux erreurs de synchronisation en temps, et ça grâce à l'ajout de l'intervalle de garde entre symboles. Pour le cas d'un canal qui ne présente pas de retards, l'erreur de synchronisation en temps, tolérable, est de même durée que la longueur de l'intervalle de garde sans qu'il y ait perte d'orthogonalité, sauf une rotation de la phase des sous porteuses. Cette rotation est corrigée lors de la phase de compensation des effets du canal. Ce qui signifie qu'il n'y a pas de dégradation des performances. [2]

Pour des erreurs de synchronisation supérieures à la taille de l'intervalle de garde, la dégradation des performances devient très rapide, du fait que, pour un symbole OFDM donné, le bloc traité par la FFT contient des échantillons appartenant à d'autres symboles, ce qu'on appelle interférences inter-symboles (ISI). [2]

Mettons  $\Delta f = 0$  dans l'équation 3.2, et avec la présence de bruit blanc, le signal reçu est :

$$r_q(k+\hat{\theta}) = s_q(k+\Delta\theta) + w_q(k+\hat{\theta}). \tag{3.3}$$

Après élimination de l'intervalle de garde, et passage par la FFT, les symboles décodés sont donnés par :

$$\tilde{a}_q^l = \sum_{k=0}^{N-1} r_q(k + \hat{\theta}) e^{-j \frac{2\pi}{N} kl} = \sum_{k=0}^{N-1} \left[ s_q(k + \Delta\theta) + w_q(k + \hat{\theta}) \right] e^{-j \frac{2\pi}{N} kl}. \quad (3.4)$$

De cette équation résulte que, si l'erreur dans l'estimation du retard satisfait la condition  $-L_c \leq \Delta\theta \leq 0$ , le vecteur

$\mathbf{s}_q \triangleq [s_q(|\Delta\theta|), \dots, s_q(N-1 + \Delta\theta)]^T$  contient tous les échantillons du  $q^{ième}$  symbole OFDM et donc on peut écrire :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_q^l &= \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{h=0}^{N-1} a_q^h e^{j \frac{2\pi}{N} h(k + \Delta\theta)} + w_q(k + \hat{\theta}) \right] e^{-j \frac{2\pi}{N} kl} \\ &= a_q^l e^{j \frac{2\pi}{N} l \Delta\theta} + \eta(l) \end{aligned}$$

Avec 
$$\eta(l) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} w_q(k + \hat{\theta}) e^{-j \frac{2\pi}{N} kl}.$$

Ainsi, une erreur dans l'estimation du retard causé par le canal  $\Delta\theta$  appartient à l'intervalle  $\{-L_c \dots 0\}$  causera seulement un décalage de phase qui doit être compensé. Ce pendant, pour un  $\Delta\theta$  en dehors de l'intervalle  $\{-L_c \dots 0\}$ , il existe une interférence entre les symboles OFDM. En particulier, considérons le cas où l'erreur  $\Delta\theta$  est dans l'intervalle  $\{-M, \dots, -L_c\}$ , ce qui veut dire qu'il y a une interférence entre le  $q^{ième}$  et le  $(q-1)^{ième}$  symbole OFDM. Dans ce cas, le symbole démodulé s'écrira :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_q^l &= \frac{M + \Delta\theta}{N} a_q^l e^{j \frac{2\pi}{N} l \Delta\theta} \\ &+ \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=-\Delta\theta-L_c}^{N-1} e^{-j \frac{2\pi}{N} kl} \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h e^{j \frac{2\pi}{N} h(k + \Delta\theta)}}_{ICI} \\ &+ \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{-\Delta\theta-L_c} e^{-j \frac{2\pi}{N} kl} \sum_{h=0}^{N-1} a_{q-1}^h e^{j \frac{2\pi}{N} h(k + \Delta\theta)} + \eta(l)}_{ISI}. \end{aligned}$$

Le symbole démodulé contient, donc, un terme représentant l'information utile ainsi que des termes indésirables causés par les interférences inter-symboles (ISI), les interférences inter-porteuses (ICI) et le bruit blanc gaussien.

Concernant le terme représentant l'information utile, comme pour le cas où l'erreur  $\Delta\theta$  est dans l'intervalle  $\{-L_c \dots 0\}$ , les symboles transmet subissent des atténuations et des rotations de phase proportionnelles à leurs indices de sous-

porteuses et leurs indices en temps. En plus de ces effets, les signaux démodulés souffrent des termes causés par l'ISI et l'ICI.

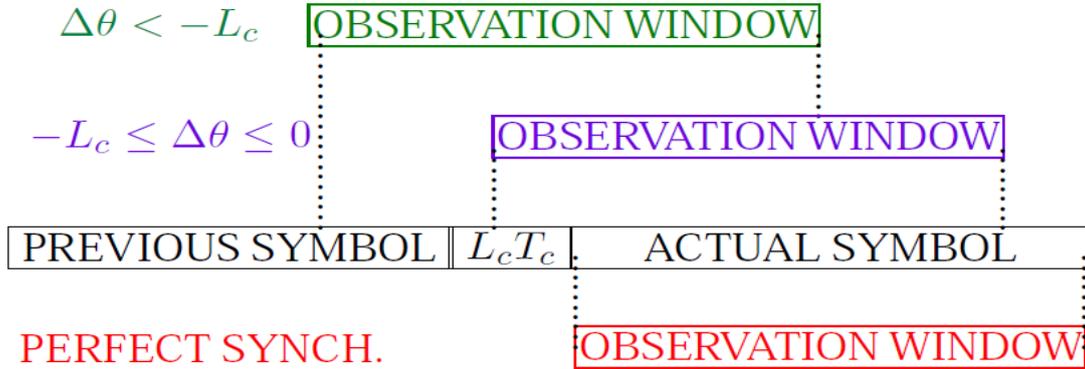


Figure 3.1 : Erreur de synchronisation en temps. [1]

En présence d'un canal multi-trajets, généralement, la même analyse est appliquée. Le signal reçu, s'écrit dans ce cas :

$$r_q(n) = \sum_{l=0}^{N_m} h(l)s_q(k-l-\theta) + w_q(n) \quad (3.5)$$

$\{h(l)\}_{l=0}^{N_m}$  désigne la réponse impulsionnelle du canal avec un retard maximal  $Nm$ . Les symboles démodulés sont donnés par :

$$\tilde{a}_q^l = \alpha(\theta)a_q^l H(l)e^{-j\frac{2\pi}{N}l\theta} + \xi(l) + \eta(l), \quad (3.6)$$

Les termes indésirables sont modélisés par un bruit additionnel  $\xi(l)$ .

$\alpha(\theta)$  désigne l'atténuation du symbole.

Il est donc, nécessaire de synchroniser le récepteur avec la première composante arrivant. Comme il est indiqué dans la figure 3.2, l'intervalle de l'erreur de synchronisation pour lequel il n'y a pas de ISI est :

$$-L_c + N_m \leq \Delta\theta \leq 0.$$

Dans cet intervalle, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est préservée. Il y a donc, seulement, rotation de phase et atténuation à la sortie du bloc FFT, ce qui peut être corrigé facilement.

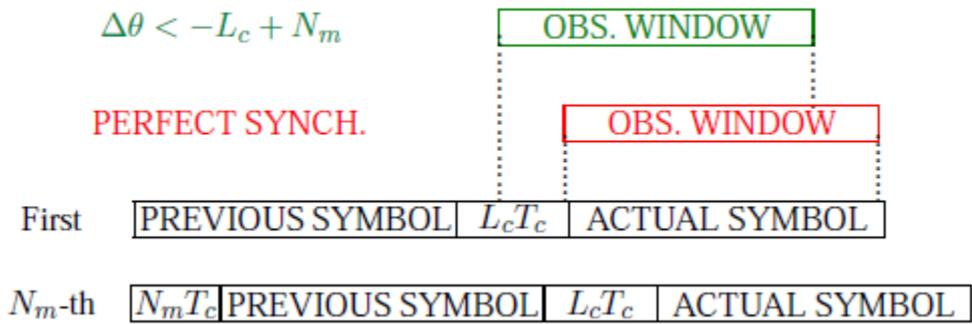


Figure 3.2 : Erreur de synchronisation en temps en présence de multi-trajets. [1]

### 3.3 Effet de l'erreur de synchronisation en fréquence :

Les erreurs dans l'estimation du décalage fréquentiel sont causées par un désaccord entre l'oscillateur radiofréquence de l'émetteur et celui du récepteur, l'effet Doppler, les phases de bruit introduites par le canal. Le décalage fréquentiel fait que le signal reçu n'est pas échantillonné aux sommets, ce qui veut dire que l'échantillon considéré n'est pas au maximum de son énergie. De l'énergie provenant d'autres échantillons fait, aussi, parti du présent échantillon. Une présentation de cet effet dans le domaine fréquentiel est donnée dans la figure 3.3 :

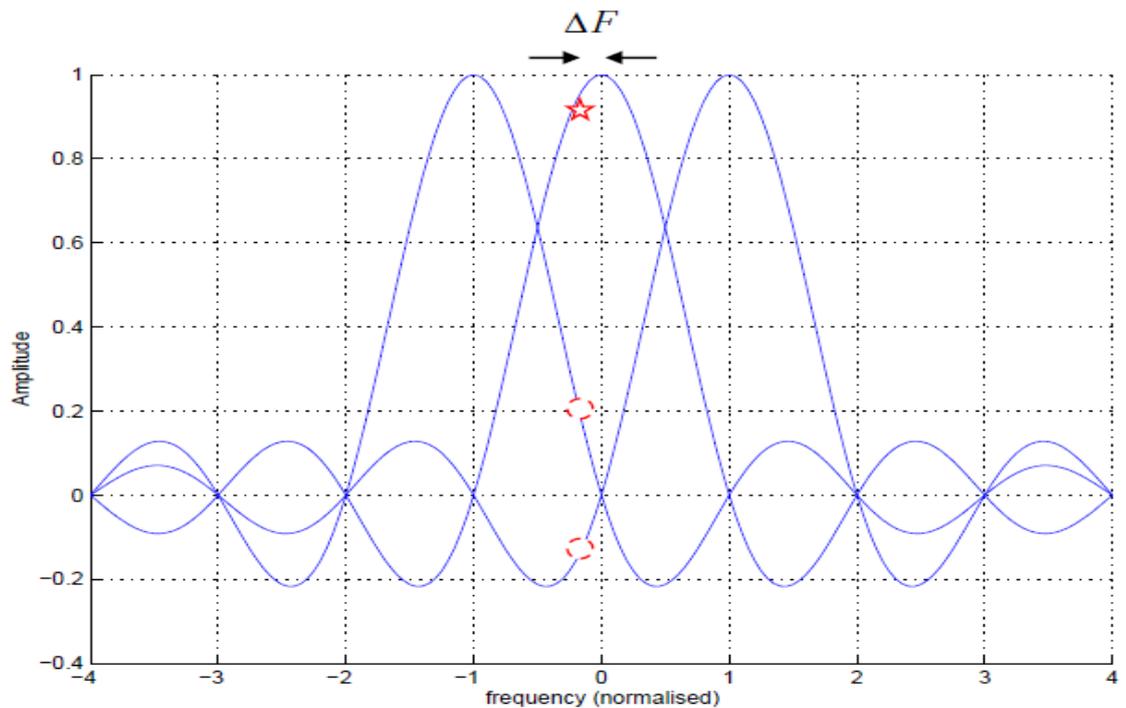


Figure 3.3 : Effet du décalage fréquentiel. [2]

Comme il est illustré dans la figure 3.3, un décalage fréquentiel fait que le signal n'est pas échantillonné au sommet (représenté par une étoile dans la figure), en plus de ça, on prend des échantillons des autres symboles (représentés par des cercles dans la figure) ce qu'on appelle interférences inter-porteuses (ICI).

Les systèmes OFDM sont plus sensibles aux erreurs du décalage fréquentiel que les systèmes mono-porteuses à cause du chevauchement qu'il y a entre les sous-porteuses. [2]

Nous présentons ici les effets du décalage fréquentiel, séparément, c.-à-d., on suppose qu'au temps la synchronisation est parfaite  $\Delta\theta = 0$ . Le signal reçu au niveau d'un récepteur OFDM s'écrit donc :

$$r_q(n) = s_q(n)e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi\right)} + w_q(n) \quad (3.7)$$

$$\phi \triangleq \frac{2\pi}{N}\epsilon q M.$$

Dans le cas où l'erreur de synchronisation en fréquentiel est un nombre entier multiple de l'espacement entre sous-porteuses, ces dernières subissent une même rotation et gardent donc leur orthogonalité. Par contre, un décalage fréquentiel égal à une fraction de l'espacement entre sous-porteuses peut provoquer un ICI et une atténuation du signal transmis. Considérons le signal reçu à la sortie du démodulateur OFDM :

$$\tilde{a}_q^l = \sum_{k=0}^{N-1} \left[ s_q(k)e^{j\left[\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi\right]} + w_q(k) \right] e^{-j\frac{2\pi}{N}kl}.$$

En remplaçant le signal émis par son expression on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_q^l &= \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\epsilon k + \phi\right)}}{N} \sum_{h=0}^{N-1} a_q^h e^{j\frac{2\pi}{N}hk} + w_q(k) \right] e^{-j\frac{2\pi}{N}kl} \\ &= e^{j\left[\pi\epsilon\left(\frac{N-1}{N}\right) + \phi\right]} \frac{\sin(\pi\epsilon)}{N \sin\left(\frac{\pi\epsilon}{N}\right)} a_q^l \\ &\quad + \frac{e^{j\phi}}{N} \underbrace{\sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}k(h-l+\epsilon)}}_{ICI} + \eta(l) \\ &= \frac{e^{j\phi}}{N} a_q^l I_0(\epsilon) + \frac{e^{j\phi}}{N} \underbrace{\sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h I_{h-l}(\epsilon)}_{ICI} + \eta(l) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Avec

$$I_p(\epsilon) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}k(\epsilon+p)} = \frac{\sin[\pi(\epsilon+p)]}{\sin\left[\frac{\pi}{N}(\epsilon+p)\right]} e^{j\left[\pi\left(\frac{N-1}{N}\right)(\epsilon+p)\right]}. \quad (3.9)$$

De l'équation 3.8, on constate que le signal reçu est constitué d'une somme de trois termes :

- Un terme désignant l'information utile avec une atténuation et une rotation de phase.
- Un terme représentant un bruit additif.
- Un terme représentant l'interférence inter-porteuses.

L'expression analytique du taux de bits erronés (BER), causé par le décalage fréquentiel, pour un canal AWGN est donnée par l'équation :

$$D(\text{dB}) \triangleq \frac{SNR}{SNR_e(\epsilon)} \simeq \frac{10(\pi\epsilon)^2 SNR}{3 \ln 10} = \frac{10(\pi\Delta f T_c N)^2 SNR}{3 \ln 10}, \quad (3.10)$$

Il vient de l'équation 3.10 que, pour un décalage et une fréquence du système donnés, le BER est proportionnel au carré du nombre de sous-porteuses.

A la présence d'un canal à multi-trajets le signal OFDM démodulé s'écrit :

$$\tilde{a}_q^l = \frac{e^{j\phi}}{N} I_0(\epsilon) a_q^l H(l) + \underbrace{\frac{e^{j\phi}}{N} \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq l}}^{N-1} a_q^h H(h) I_{h-l}(\epsilon)}_{ICI} + \eta(l),$$

Le canal à multi-trajets cause une atténuation et un décalage fréquentiel constant qui s'ajoutent au décalage causé par l'erreur de synchronisation.

La relation entre le SNR effectif  $SNR_e(\epsilon)$  en présence d'un bruit additif et l'ICI, et le SNR pour une synchronisation parfaite, est donnée par l'équation 3.11 éstimée analytiquement par Moose pour un canal à multi-trajet.

$$SNR_e(\epsilon) \geq \frac{SNR}{1 + 0.5947 SNR \sin^2(\pi\epsilon)} \left( \frac{\sin(\pi\epsilon)}{\pi\epsilon} \right)^2. \quad (3.11)$$

Ainsi, la dégradation, en dB, causée par la présence d'un décalage fréquentiel est limitée par :

$$D(\epsilon) \triangleq \frac{SNR}{SNR_e(\epsilon)} \leq 10 \log_{10} \left[ \frac{1 + 0.5947 SNR \sin^2(\pi\epsilon)}{\text{sinc}^2(\epsilon)} \right]. \quad (3.12)$$

Les dégradations dans un canal AWGN (en pointillés) et dans un canal à multi-trajets (en ligne continue) sont représentées dans la figure 3.4 en fonction du décalage

fréquentiel normalisé, pour différentes valeurs de SNR. En particulier, pour un SNR = 30, pour avoir une dégradation inférieure à 10% il faut que  $|\epsilon| < 10^{-2}$ .

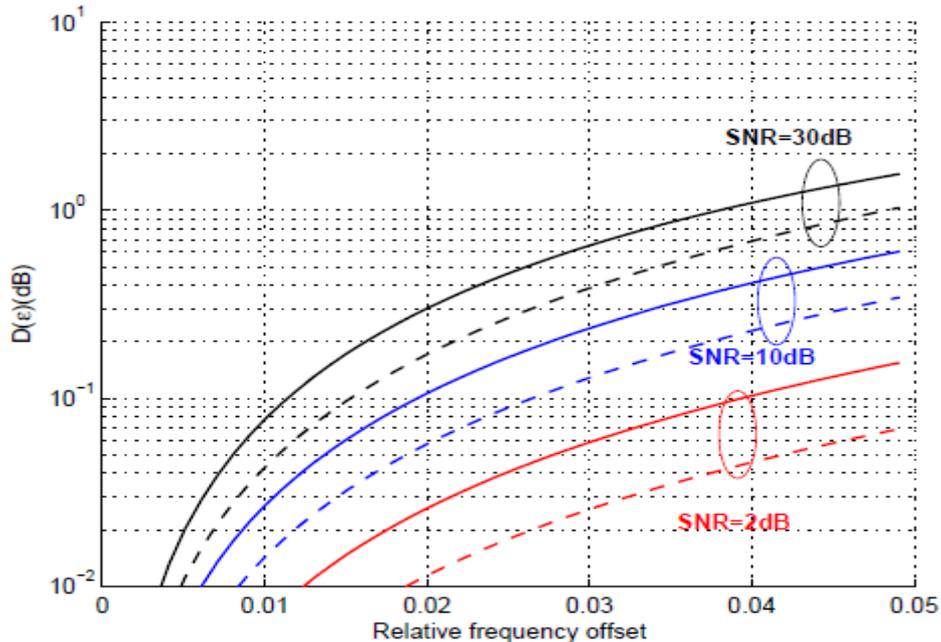


Figure 3.4 : Dégradation du SNR due au décalage fréquentiel. Expressions analytiques pour un canal AWGN et un canal à multi-trajets.

### 3.4 Techniques de synchronisation :

Plusieurs techniques de synchronisation en temps et en fréquences ont été proposées en littérature. Ces techniques peuvent être divisées en deux catégories :

- Techniques de synchronisation à l'aide des préambules : Ces techniques se basent sur des séquences de symboles ou bien structures connues.
- Techniques de synchronisation aveugles et semi-aveugles : Ces techniques se basent sur les propriétés statistiques de l'information utile.

Dans la présente section, nous présentons certaines de ces techniques de synchronisation.

#### 3.4.1 Synchronisation aveugle :

Les techniques de synchronisation aveugles sont intéressantes du fait qu'elles ne nécessitent pas l'envoi de symboles en plus. Des méthodes ont été proposées pour ce type de synchronisation, comme celle proposée par Van de Beek et al pour l'estimation du décalage temporel et fréquentiel dans le cas d'un canal à

évanouissement plat. Cette méthode, appelée méthode ML (Maximum Likelihood), exploite la redondance introduite dans l'intervalle de garde.

### 3.4.1.1 Position du problème et hypothèses :

Soit le  $m^{ieme}$  échantillon transmis appartenant au  $q^{ieme}$  symbole OFDM :

$$s_q(m) \triangleq s(m + qM) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} a_q^l e^{j \frac{2\pi}{N} lm}, \quad m \in \tau_2, \quad (3.13)$$

$$\sigma_s^2 \triangleq E[|s_q(m)|^2].$$

Les hypothèses considérées ici sont :

AS1 : Les échantillons  $\{a_q^l\}_{q=-\infty}^{\infty}, l \in \tau_1$ , sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées à moyenne nulle et à variance unité.

AS2 : Le nombre de sous porteuses est assez grand pour que le symbole OFDM soit considéré comme un processus gaussien.

AS3 : Les symboles  $\{a_q^l\}_{q=-\infty}^{\infty}, l \in \tau_1$  appartiennent à une constellation avec  $E[(a_q^l)^2] = b \neq 0$ .

La troisième hypothèse impose que les symboles appartiennent à une constellation non circulaire. Les constellations à symboles réels sont un exemple typique de constellations non circulaires (BPSK, m-ASK, DBPSK). Plusieurs nouvelles constellations ont été proposées.

De AS1 et en vertu de la redondance qui existe dans CP, on peut tirer les résultats suivants :

Résultat 1 : Dans chaque symbole OFDM, les échantillons dans le CP et leurs copies sont corrélés, ainsi, la fonction de corrélation du signal OFDM transmis est donnée par :

$$E[s_p(k)s_q^*(m)] = \begin{cases} \sigma_s^2 \delta[p - q], & m - k \in \{-N, 0, N\}, \\ & \forall m, k \in \tau_2, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.14)$$

Aussi, de l'hypothèse AS3 on a :

Résultat 2 : Pour  $N \geq 2$  et  $N > 2L_c$ , la fonction de corrélation est donnée par :

$$E[s_p(k)s_q(m)] = \begin{cases} b\sigma_s^2\delta[p-q], & m+k \in \{0, N\}, \\ & \forall m, k \in \tau_2, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.15)$$

Dans le cas où le signal OFDM est transmis dans un canal AWGN, et en présence d'un décalage fréquentiel  $\epsilon$ , un décalage de phase  $\phi$  et un retard en temps  $\theta$  supposé être un multiple de la période d'échantillonnage, le signal reçu peut être exprimé par :

$$r_q(k) = s_q(k - \theta)e^{j[\frac{2\pi}{N}\epsilon(k+qM)+\phi]} + n_q(k). \quad (3.16)$$

Soit le  $q^{\text{ième}}$  symbole OFDM transmis :  $s_q \triangleq [s_q(-L_c), \dots, s_q(N-1)]^T$

On peut écrire en notation vectorielle :  $r_q = \Psi_q s_q + n_q$  (3.17)

$$\Psi_q \triangleq e^{j[\frac{2\pi}{N}\epsilon(qM+\theta)+\phi]} \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi}{N}\epsilon L_c}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon(N-1)} \right\}$$

$r_q$  et  $n_q$  : désignent le vecteur reçu et le vecteur du bruit, respectivement.

Le signal reçu est supposé être un vecteur aléatoire gaussien caractérisé par la matrice :

$$\bar{C}_{r_q} \triangleq E \left\{ \begin{bmatrix} r_q \\ r_q^* \end{bmatrix} [r_q^H, r_q^T] \right\} = \begin{bmatrix} C_{r_q} & R_{r_q} \\ R_{r_q}^* & C_{r_q}^* \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Avec :

$$\begin{aligned} C_{r_q} &\triangleq E[r_q r_q^H] = \Psi_q \underbrace{E[s_q s_q^H]}_{C_{s_q}} \Psi_q^* + \sigma_n^2 I_M \\ &= \Psi_q [C_{s_q} + \sigma_n^2 I_M] \Psi_q^* \end{aligned} \quad (3.19)$$

désigne la matrice de covariance du vecteur  $r_q$ .

$$R_{r_q} \triangleq E[r_q r_q^T] = \Psi_q \underbrace{E[s_q s_q^T]}_{R_{s_q}} \Psi_q \quad (3.20)$$

est dite matrice relation.

Compte tenu de AS1, AS2 et du résultat 1, la matrice de covariance  $C_{s_q}$  pour laquelle le  $(i, l)^{\text{ième}}$  élément est  $[C_{s_q}]_{(i, l)} \triangleq E[s_q(-L_c+i)s_q^*(-L_c+l)], \forall i, l \in \{0, \dots, M-1\}$ ,

est une matrice réelle symétrique de Toeplitz dont le premier élément est égal à :

$$[C_{s_q}]_{(0,:)} = \sigma_s^2 [1, \mathbf{O}_{1 \times (N-1)}, 1, \mathbf{O}_{1 \times (L_c-1)}]. \quad (3.21)$$

En vertu du résultat 2, le  $(i,l)$ <sup>ieme</sup> element de  $\mathbf{R}_{s_q}$ , la matrice relation du vecteur  $s_q$  est donnée par :

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}_{s_q}]_{(i,l)} &\triangleq E[s_q(-L_c+i)s_q(-L_c+l)] \\ &= \begin{cases} b\sigma_s^2, & i+l=2L_c \text{ or } i+l=2L_c+N, \\ & \forall i, l \in \{0, \dots, M-1\}, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.22)$$

### 3.4.1.2 Méthode ML :

Considérons le vecteur d'observation de taille totale  $W = N/2 + (2 + \eta)M$

$$\mathbf{r} \triangleq \left[ \underbrace{(\mathbf{G}_1 \mathbf{r}_{q-1})^T}_{\tilde{\mathbf{r}}_{q-1}^T}, \mathbf{r}_q^T, \dots, \mathbf{r}_{q+\eta}^T, \underbrace{(\mathbf{G}_2 \mathbf{r}_{q+\eta+1})^T}_{\tilde{\mathbf{r}}_{q+\eta+1}^T} \right]^T$$

$G_1$  et  $G_2$  sont définis par :

$$\mathbf{G}_1 \triangleq [\mathbf{O}_{(N/2+L_c+\theta) \times (N/2-\theta)} \quad \mathbf{I}_{N/2+L_c+\theta}] \quad (3.23)$$

$$\mathbf{G}_2 \triangleq [\mathbf{I}_{N-\theta} \quad \mathbf{O}_{(N-\theta) \times (L_c+\theta)}], \quad (3.24)$$

Ce sont des matrices réelles avec  $\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^T = \mathbf{I}_{N/2+\theta+L_c}$ ,  $\mathbf{G}_2 \mathbf{G}_2^T = \mathbf{I}_{N-\theta}$ ,  $\mathbf{G}_1^T \mathbf{G}_1 =$

$$[\mathbf{O}_{M \times (N/2-\theta)} \quad \mathbf{G}_1^T] \text{ et } \mathbf{G}_2^T \mathbf{G}_2 = [\mathbf{G}_2^T \quad \mathbf{O}_{M \times (L_c+\theta)}].$$

Notons que le vecteur  $\mathbf{r}$  contient les  $\theta+N/2+L_c$  derniers échantillons du  $(q-1)$ <sup>ieme</sup> symbole OFDM dans le vecteur  $\tilde{\mathbf{r}}_{q-1}$ , les  $N-\theta$  premiers échantillons du  $(q+\eta+1)$  symbole OFDM dans le  $\tilde{\mathbf{r}}_{q+\eta+1}$ . Le sous vecteur  $[\mathbf{r}_q^T, \dots, \mathbf{r}_{q+\eta}^T]^T$  contient  $\eta + 1$  symboles OFDM complets. Ce choix particulier de la fenêtre d'observation nous permet de maximiser, pour  $\theta \in \tau_1$  and  $\eta = 0$ , le nombre d'échantillons ayant une corrélation conjuguée non nulle, compte tenu ceux qui montre la propriété de corrélation.

Le vecteur d'observation  $\mathbf{r}$  est caractérisé par sa fonction de la densité de probabilité :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{r}^*; \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{\pi^W \sqrt{\det \{ \bar{\mathbf{C}}_r \}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\mathbf{r}^H \mathbf{r}^T] \bar{\mathbf{C}}_r^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^* \end{bmatrix} \right\rangle \quad (3.25)$$

$C_r$  est la matrice de covariance du vecteur :  $[r^T, r^H]^T$  dépendant du deuxième ordre des propriétés circulaires et non circulaire du signal utile et du bruit.

Pour simplifier le traitement mathématique, on considère une matrice de permutation  $P$  permettant d'écrire le vecteur  $r$  comme suit :

$$\bar{r} = P[r^T, r^H]^T = [\tilde{r}_{q-1}^T, \tilde{r}_{q-1}^H r_q^T, r_q^H, \dots, \tilde{r}_{q+\eta+1}^T, \tilde{r}_{q+\eta+1}^H]^T. \quad (3.26)$$

Nous assumant dans ce qui suit que l'estimation du temps de symbole est dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq N/2 - L_c - 1$ , ainsi, la matrice de covariance du vecteur  $\bar{r}$

peut être écrite : 
$$\bar{C}_{\bar{r}} = \text{diag} \left\{ \bar{C}_{\tilde{r}_{q-1}}, \dots, \bar{C}_{\tilde{r}_{q+\eta+1}} \right\} = \Psi \bar{C} \Psi^*, \quad (3.27)$$

Avec 
$$\Psi = \text{diag} \{ G_1 \Psi_{q-1} G_1^T, G_1 \Psi_{q-1}^* G_1^T, \Psi_q, \dots, G_2 \Psi_{q+\eta+1}^* G_2^T \}. \quad (3.28)$$

Compte tenu de 3.18 et 3.20 et puisque  $R_{s_{q+i}} = R_s \quad \forall i \in \{-1, \dots, \eta+1\}$

et que  $C_{s_{q+i}} = C_s \quad \forall i \in \{0, \dots, \eta\}$ , la matrice  $\bar{C}$  s'écrit :

$$\bar{C} = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N/2+L_c+\theta} & G_1 R_s G_1^T \\ G_1 R_s^* G_1^T & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N/2+L_c+\theta} \end{bmatrix}, \right. \\ \left. \begin{bmatrix} C_s + \sigma_n^2 I_M & R_s \\ R_s^* & C_s + \sigma_n^2 I_M \end{bmatrix} \otimes I_{\eta+1}, \right. \\ \left. \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N-\theta} & G_2 R_s G_2^T \\ G_2 R_s^* G_2^T & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) I_{N-\theta} \end{bmatrix} \right\}, \quad (3.29)$$

Compte tenu de 3.25 et 3.27 et la propriété de permutation des matrices, nous obtenons l'expression classique de LLF (Log Likelihood Function) pour  $\theta$ ,  $\epsilon$  et  $\phi$  pour un vecteur d'observation  $r$  donné :

$$\Lambda(\lambda) = \log \{ f(\bar{r}; \lambda) \} = -\frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \Psi \bar{C}^{-1} \Psi^* \bar{r} \bar{r}^H \right\}. \quad (3.30)$$

Pour but de simplifier, on pose  $q=0$ , alors l'équation 4.18 peut s'écrire :

$$\Lambda(\lambda) = T(\theta) + \Re \left\{ e^{-j2\pi\epsilon} \sum_{i=0}^{\eta} U_i(\theta) \right. \\ \left. + \gamma^* \sum_{i=-1}^{\eta+1} \left[ V_i(\theta) e^{-j\frac{4\pi}{N}\epsilon i M} + Z_i(\theta) e^{-j\frac{2\pi}{N}\epsilon(2iM+N)} \right] \right\}, \quad (3.31)$$

Avec : 
$$\gamma \triangleq e^{j\left[\frac{4\pi}{N}\epsilon\theta + 2\phi\right]} \quad (3.32)$$

Les termes  $T(\theta)$ ,  $U_i(\theta)$ ,  $i \in \{0, \dots, \eta\}$ ,  $V_i(\theta)$  et  $Z_i(\theta)$ ,  $i \in \{-1, \dots, \eta + 1\}$  sont définis dans l'annexe.

L'estimateur ML non conditionné est obtenu par la recherche de la valeur du vecteur  $\lambda$  qui minimise la LLF. Posons le vecteur  $[\theta, \epsilon]$  constant, et varions le paramètre  $\phi$ , la fonction dans 3.31 atteint le maximum pour :

$$\hat{\phi}_{ML}(\theta, \epsilon) = \frac{1}{2} \angle \left\{ e^{-j \frac{4\pi}{N} \epsilon \theta} \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j \frac{4\pi}{N} \epsilon i M} [V_i(\theta) + Z_i(\theta) e^{-j 2\pi \epsilon}] \right\}. \quad (3.33)$$

En remplaçant ensuite 3.33 dans 3.31 on obtient l'estimation pour les deux autres paramètres :

$$\begin{aligned} (\hat{\theta}_{ML}, \hat{\epsilon}_{ML}) = \arg \max_{(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon})} & \left\langle T(\tilde{\theta}) + \Re \left\{ e^{-j 2\pi \tilde{\epsilon}} \sum_{i=0}^{\eta} U_i(\tilde{\theta}) \right\} \right. \\ & \left. + \left| \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j \frac{4\pi}{N} \tilde{\epsilon} i M} [V_i(\tilde{\theta}) + Z_i(\tilde{\theta}) e^{-j 2\pi \tilde{\epsilon}}] \right| \right\rangle, \end{aligned} \quad (3.34)$$

Malheureusement, la solution de cette équation ne peut être faite que par une méthode numérique, et vue la complexité du calcul dans ce cas, il faut chercher une manière de rendre le calcul moins complexe.

Notant que les termes  $U_i(m)$  (for  $i \in \{0, \dots, \eta\}$ ),  $V_i(m)$  et  $Z_i(m)$  (for  $i \in \{-1, 0, \dots, \eta + 1\}$ ) prennent en compte la corrélation et la corrélation conjuguée entre les échantillons d'un symbole OFDM. Leurs amplitudes montre des maximums quand  $m$  est égal à la valeur actuelle du temps du symbole, comme dans ce cas, les échantillons corrélés sont parfaitement alignés dans les fenêtres de sommation. Ainsi, on propose l'estimateur du temps de symbole, suivant :

$$\hat{\theta}_{NC} = \arg \max_{\tilde{\theta}} \left\{ T(\tilde{\theta}) + \sum_{i=0}^{\eta} |U_i(\tilde{\theta})| + \sum_{i=-1}^{\eta+1} [ |V_i(\tilde{\theta})| + |Z_i(\tilde{\theta})| ] \right\}. \quad (3.35)$$

Compte tenu de 3.34 et 3.33, on considère les deux estimateurs de calage fréquentiel et de phases, suivants :

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{NC} = \arg \max_{\tilde{\epsilon}} & \left\langle \Re \left\{ e^{-j 2\pi \tilde{\epsilon}} \sum_{i=0}^{\eta} U_i(\hat{\theta}_{NC}) \right\} \right. \\ & \left. + \left| \sum_{i=-1}^{\eta+1} e^{-j \frac{4\pi}{N} \tilde{\epsilon} i M} [V_i(\hat{\theta}_{NC}) + Z_i(\hat{\theta}_{NC}) e^{-j 2\pi \tilde{\epsilon}}] \right| \right\rangle \end{aligned} \quad (3.36)$$

et 
$$\hat{\phi}_{NC} = \hat{\phi}_{ML}(\hat{\theta}_{NC}, \hat{\epsilon}_{NC}). \quad (3.37)$$

compte tenu de 3.33 il suit que l'estimateur de phase donne une estimation non ambiguë si  $|\phi| \leq \frac{\pi}{2}$ . De plus, il est facile à démontrer que la fonction à maximiser par rapport à  $\epsilon$  dans l'équation 3.26 est périodique dont la période  $Q$  est l'entier le plus petit de

$$\left\{ \frac{\kappa}{2(\alpha + 1)}, \kappa \in \mathbb{N} \right\}$$

Avec  $\alpha \triangleq L_c/N$ .

Ainsi, l'estimateur de décalage fréquentiel donne une estimation ambiguë sauf pour  $|\epsilon| \leq Q/2$ . En particulier, un choix judicieux de  $\alpha$  l'intervalle d'acquisition du décalage fréquentiel peut être augmenté ou réduit. Par exemple, pour un système OFDM à 512 sous-porteuses et un CP=12, la période est  $Q=64$ .

### 3.4.2 Synchronisation utilisant des préambules :

Nous présentons dans ce chapitre une technique de synchronisation qui utilise des préambules pour estimer le décalage fréquentiel et temporel. Le préambule est constitué de  $L$  parties obtenues par la transmission de symboles à modulation numérique BPSK. Ces symboles sont envoyés sur des sous porteuses multiple de  $L$ . On envoie des zéros sur le reste des sous porteuses.

#### 3.4.2.1 Le préambule :

En se référant au modèle de signal dans 4.1, assumons que le préambule ( $q=0$ ) est constitué de  $L$  parties identiques avec un changement possible du signe.

$$[ p(0)\mathbf{x}^T, p(1)\mathbf{x}^T, p(2)\mathbf{x}^T, \dots, p(L-1)\mathbf{x}^T ], \quad (3.38)$$

$\mathbf{x} \triangleq [s(0), \dots, s(P-1)]^T$  est un vecteur colonne de longueur  $P=N/L$  et  $p(l)$  représente le  $l^{\text{ième}}$  élément du vecteur  $\mathbf{p} \in \{1, -1\}^{L \times 1}$  désignant le signe du bloc de symboles  $\mathbf{x}^T$  dans 5.1. La structure du préambule a été illustrée, dans la figure 5.1, jusqu'à  $L=2$ .

Dans ce qui suit, nous posons les hypothèses AS1 et AS2 et en plus de ça on ajoute l'hypothèse suivante :

AS3 : Le préambule est construit par la transmission de symboles modulés BPSK sur les sous porteuses multiple de L. sur le reste des sous porteuses on envoie des nuls.

AS4 : A part les préambules les symboles envoyés sur les sous porteuses appartiennent à une constellation circulaire  $E[(a_q^l)^2] = 0$  for  $q \neq 0$ .

Des hypothèses précédentes on tire les résultats suivant :

Résultat1 : Le  $(k,m)^{ieme}$  élément de la matrice de covariance du vecteur défini dans 3.38 est égal à :

$$E[s(k)s^*(m)] = \begin{cases} \sigma_s^2 p(\lfloor \frac{k}{P} \rfloor) p(\lfloor \frac{m}{P} \rfloor), & k-m=lP, \\ \forall m, k \in \tau_1, & (3.39) \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

Puisque le préambule est construit par la transmission de symboles BPSK sur différentes sous porteuses, pour  $N \geq 4L$ , il en résulte :

Résultat 2 : Le  $(k,m)^{ieme}$  élément de la matrice de relation du vecteur dans 3.38 est donné par :

$$E[s(k)s(m)] = \begin{cases} b\sigma_s^2 p(\lfloor \frac{k}{P} \rfloor) p(\lfloor \frac{m}{P} \rfloor), & k+m=lP, \\ \forall m, k \in \tau_1, & (3.40) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

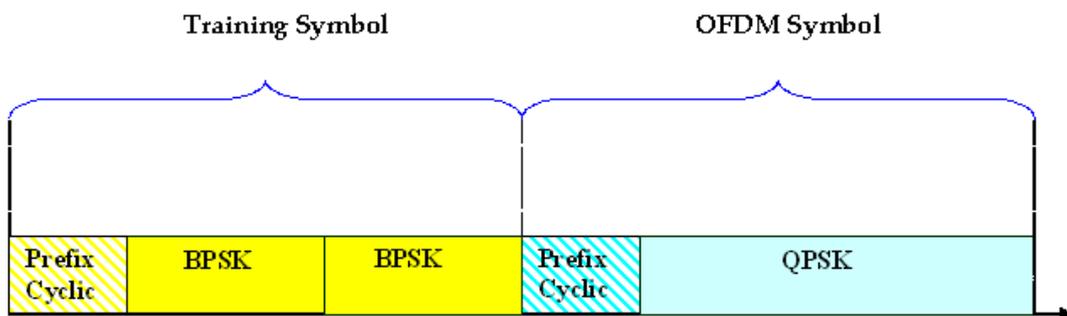


Figure 3.5 : Préambule avec L=2.

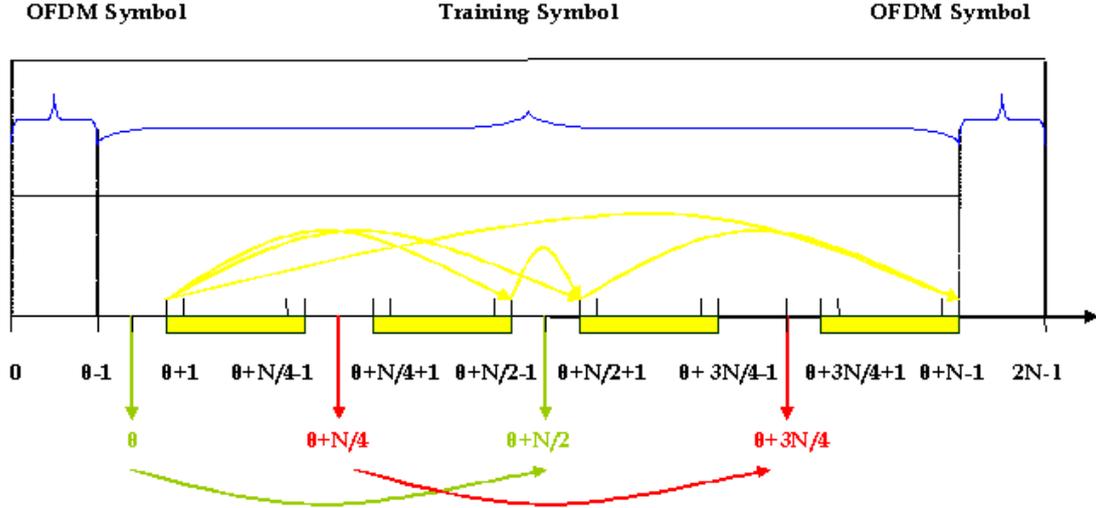


Figure 3.6 : Corrélation entre les symboles dans le préambule pour  $L=2$ .

### 3.4.2.2 Estimation par les préambules :

Nous présentons une méthode de synchronisation utilisant des préambules. Ces derniers sont formés par l'envoi de symboles, appartenant à une constellation non circulaire, sur les sous porteuses d'indices multiples de  $L$ . Cette méthode est basée sur le maximum de ressemblance ML.[1]

Considérons le vecteur  $2N \times 1$

$$\bar{r} \triangleq [r(-L_c), \dots, r(\theta - L_c - 1), r(\theta), \dots, r(2N - 1)]^T, \quad (3.41)$$

Ce vecteur est obtenu après arrangement des échantillons de l'intervalle de garde CP  $r(\theta - L_c), \dots, r(\theta - 1)$  supposons, également que, le retard  $\theta$  satisfait la condition  $0 \leq \theta \leq N$ , de tel sorte que  $r$  contient tout le préambule. Le vecteur d'observation peut être écrit :

$$\bar{r} \triangleq \left[ \underbrace{(G_1 r_{-1})^T}_{\hat{r}_{-1}^T}, r_0^T, \underbrace{(G_2 r_1)^T}_{\hat{r}_1^T} \right]^T$$

Les matrices  $G_1$  et  $G_2$  sont définis par :

$$G_1 \triangleq [O_{\theta \times (N-\theta)} \quad I_\theta] \quad (3.42)$$

$$G_2 \triangleq [I_{N-\theta} \quad O_{(N-\theta) \times \theta}], \quad (3.43)$$

Ce sont des matrices réelles avec  $G_1 G_1^T = I_\theta$ ,  $G_2 G_2^T = I_{N-\theta}$ ,  $G_1^T G_1 =$

$[\mathbf{O}_{N \times (N-\theta)} \mathbf{G}_1^T]$  et  $\mathbf{G}_2^T \mathbf{G}_2 = \mathbf{I}_{N-\theta}$ . Notons que le vecteur  $r$  contient les  $\theta$  derniers échantillons du  $(-1)^{\text{jème}}$  symbole OFDM dans le sous vecteur  $\tilde{r}_{-1}$ , les premiers  $N-\theta$  échantillons du symbole OFDM  $\tilde{r}_1$ . Le sous vecteur  $r_0^T$  contient, à part le CP, le préambule.

Le vecteur  $\bar{r}$  est caractérisé par sa fonction de densité de probabilité :

$$f(\bar{r}, \bar{r}^*; \lambda) = \frac{1}{\pi^{2N} \sqrt{\det \{ \bar{C}_{\bar{r}} \}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\bar{r}^H \bar{r}^T] \bar{C}_{\bar{r}}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{r} \\ \bar{r}^* \end{bmatrix} \right\rangle \quad (3.44)$$

$\bar{C}_{\bar{r}}$  désigne la matrice de corrélation du vecteur  $[\bar{r}^T, \bar{r}^H]^T$ .

Puisque les vecteurs  $\tilde{r}_{-1}$ ,  $r_0^T$  et  $\tilde{r}_1$  sont statistiquement indépendants, la densité de probabilité conjointe de l'équation 3.44 peut être écrite :

$$\begin{aligned} f(\bar{r}, \bar{r}^*; \lambda) &= f(\tilde{r}_{-1}, \tilde{r}_{-1}^*; \lambda) f(r_0, r_0^*; \lambda) f(\tilde{r}_1, \tilde{r}_1^*; \lambda) \\ &= \frac{1}{\pi^\theta \sqrt{\det \{ \bar{C}_{\tilde{r}_{-1}} \}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\tilde{r}_{-1}^H \tilde{r}_{-1}^T] \bar{C}_{\tilde{r}_{-1}}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{r}_{-1} \\ \tilde{r}_{-1}^* \end{bmatrix} \right\rangle \\ &\quad \times \frac{1}{\pi^N \sqrt{\det \{ \bar{C}_{r_0} \}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [r_0^H r_0^T] \bar{C}_{r_0}^{-1} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_0^* \end{bmatrix} \right\rangle \quad (3.45) \\ &\quad \times \frac{1}{\pi^{N-\theta} \sqrt{\det \{ \bar{C}_{\tilde{r}_1} \}}} \exp \left\langle -\frac{1}{2} [\tilde{r}_1^H \tilde{r}_1^T] \bar{C}_{\tilde{r}_1}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_1^* \end{bmatrix} \right\rangle, \end{aligned}$$

Les matrices  $\bar{C}_{\tilde{r}_{-1}}$ ,  $\bar{C}_{r_0}$  et  $\bar{C}_{\tilde{r}_1}$  sont données par :

$$\bar{C}_{\tilde{r}_{-1}} = \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) \mathbf{I}_\theta & \mathbf{O}_\theta \\ \mathbf{O}_\theta & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) \mathbf{I}_\theta \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

$$\bar{C}_{r_0} = \begin{bmatrix} \Psi(\lambda) [C_s + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M] \Psi^*(\lambda) & \Psi(\lambda) R_s \Psi(\lambda) \\ \Psi^*(\lambda) R_s^* \Psi^*(\lambda) & \Psi^*(\lambda) [C_s^* + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M] \Psi(\lambda) \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\bar{C}_{\bar{r}_1} = \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) \mathbf{I}_{N-\theta} & \mathbf{O}_{N-\theta} \\ \mathbf{O}_{N-\theta} & (\sigma_s^2 + \sigma_n^2) \mathbf{I}_{N-\theta} \end{bmatrix}, \quad (3.48)$$

Avec la matrice diagonale :

$$\Psi(\lambda) \triangleq e^{j\left[\frac{2\pi}{N}\epsilon\theta + \phi\right]} \text{diag} \left\{ 1, \dots, e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon(N-1)} \right\}$$

Les matrices  $R_s$  et  $C_s$  désignent les matrices de relation et de corrélation, respectivement du préambule transmis.

$$\mathbf{s} \triangleq [s(0), \dots, s(N-1)]^T.$$

En tenant compte de 3.45 et 3.48 ainsi que des résultats 3.39 et 3.40, en faisant un développement algébrique, on tire la forme de la LLF

$$\Lambda(\lambda) = \kappa_1 \left\{ -c_1 \rho P(\theta) + \sum_{l=0}^{L-2} \Re \left[ Q_l(\theta) e^{-j\frac{2\pi(l+1)}{L}\epsilon} + \gamma^* \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L \left( S_{l,n}(\theta) + T_{l,n}(\theta) e^{j\frac{2\pi\epsilon}{L}} \right) e^{-j\frac{2\pi(2l-n)}{L}\epsilon} \right] \right\}, \quad (3.49)$$

Avec

$$P(\theta) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} |\bar{r}(k + \theta)|^2,$$

$$Q_l(\theta) \triangleq \sum_{n=1}^{L-(l+1)} 2p(n-1)p(n+l) \sum_{k=0}^{P-1} \bar{r}^*(k + (n-1)P + \theta) \bar{r}(k + (n+l)P + \theta),$$

$$S_{l,n}(\theta) \triangleq \sum_{h=l-n}^{l-1} p(2l-n-h-1)p(h) \sum_{k=1}^{P-1} \bar{r}(k+hP+\theta) \bar{r}((2l-n-h)P+\theta-k)$$

$$T_{l,n}(\theta) \triangleq \sum_{h=l-n}^{l-1} p(2l-n-h-1)p(h) \bar{r}(hP+\theta) \bar{r}((2l-n-h-1)P+\theta).$$

De plus :

$$\kappa_1 \triangleq \frac{\rho}{(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)(c_1\rho + 1)(1 - \rho)}, \quad (3.50)$$

$$c_1 \triangleq \frac{(L+1)(L+2)}{6} + L - 1. \quad (3.51)$$

$\gamma$  et  $\rho$  ont été déjà définis dans 4.20 et A.9 .

Pour obtenir l'estimateur du décalage temporel et fréquentiel, on fixe les deux paramètres  $[\theta, \epsilon]^T$  et on varie  $\phi$  . Dans ces conditions la fonction LLF atteint son maximum pour une valeur de  $\phi$  :

$$\hat{\phi}_{ML}(\theta, \epsilon) = \frac{1}{2} \arg \left[ \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L \left( S_{l,n}(\theta) + T_{l,n}(\theta) e^{j\frac{2\pi\epsilon}{L}} \right) e^{-j2\pi\epsilon \left[ \frac{(2l-n)}{L} \right]} \right] \quad (3.52)$$

En

remplaçant, l'expression 3.52 dans l'équation 3.49 et en supposant que  $\kappa_1$  est une constante positive, on obtient :

$$\begin{aligned} (\hat{\theta}_{ML}, \hat{\epsilon}_{ML}) &= \arg \max_{(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon})} \Lambda(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon}, \hat{\phi}_{ML}(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon})) \\ &= \arg \max_{(\tilde{\theta}, \tilde{\epsilon})} \left\{ -c_1\rho P(\tilde{\theta}) + \sum_{l=0}^{L-2} \Re \left[ Q_l(\tilde{\theta}) e^{-j\frac{2\pi(l+1)}{L}\tilde{\epsilon}} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left| \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L \left( S_{l,n}(\tilde{\theta}) + T_{l,n}(\tilde{\theta}) e^{j\frac{2\pi\tilde{\epsilon}}{L}} \right) e^{-j\frac{2\pi(2l-n)}{L}\tilde{\epsilon}} \right| \right\}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Malheureusement, la solution au problème nécessite une recherche à deux dimensions ce qui rend le calcul complexe. Pour réduire la complexité du calcul, on adopte une autre technique de synchronisation. Spécifiquement, en vertu des deux résultats 1 et 2, les amplitudes de  $Q_l(\alpha)$ ,  $S_{l,\eta}(\alpha)$  et  $T_{l,\eta}(\alpha)$  dans l'équation 5.16 peuvent présenter des pics quand  $\alpha$  désigne l'indice du symbole actuel. Ainsi, nous considérons séparément les deux paramètres de synchronisation :

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\tilde{\theta}} \left\{ -c_1\rho P(\tilde{\theta}) + \sum_{l=0}^{L-2} |Q_l(\tilde{\theta})| + \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L \left( |S_{l,n}(\tilde{\theta})| + |T_{l,n}(\tilde{\theta})| \right) \right\}. \quad (3.54)$$

Cet estimateur présente une forte probabilité d'erreur de détection dans le cas où le signal informatif est absent. Donc, cet estimateur ne peut pas être utilisé dans le cas d'un mode de transmission par rafale (burst). Pour une faible probabilité d'erreur de détection, on propose l'estimateur NC.

$$\hat{\theta}_{NC} = \arg \max_{\tilde{\theta}} \left\{ \left[ \frac{\sum_{l=0}^{L-2} |Q_l(\tilde{\theta})| + \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L (|S_{l,n}(\tilde{\theta})| + |T_{l,n}(\tilde{\theta})|)}{c_1 P(\tilde{\theta})} \right]^2 \right\}. \quad (3.55)$$

En tenant compte 3.52 et 3.53, on propose l'estimateur du décalage fréquentiel et de phase suivants :

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{NC} = \arg \max_{\tilde{\epsilon}} & \left\{ \sum_{l=0}^{L-2} \Re \left[ Q_l(\hat{\theta}_{NC}) e^{-j \frac{2\pi(l+1)}{L} \tilde{\epsilon}} \right] \right. \\ & \left. + \left| \sum_{n=1}^L \sum_{l=n}^L \left[ S_{l,n}(\hat{\theta}_{NC}) + T_{l,n}(\hat{\theta}_{NC}) e^{j \frac{2\pi \tilde{\epsilon}}{L}} \right] e^{-j \frac{2\pi(2l-n)}{L} \tilde{\epsilon}} \right| \right\} \end{aligned} \quad (3.56)$$

et

$$\hat{\phi}_{NC} = \hat{\phi}_{ML}(\hat{\epsilon}_{NC}, \hat{\theta}_{NC}). \quad (3.57)$$

Notons que, l'estimateur  $\hat{\phi}_{NC}$  donné par l'équation 3.57, en tenant compte de 3.52, fournit, pour le décalage de phase, une estimation proche. Il donne une estimation non ambiguë pour  $|\phi| \leq \pi/2$ . La fonction à minimiser dans l'équation 3.56 est périodique de période L, l'estimateur du décalage fréquentiel  $\hat{\epsilon}_{NC}$  donne une estimation ambiguë seulement pour  $|\epsilon| \leq L/2$ .

## **Conclusion générale**

La synchronisation dans les systèmes OFDM. Grâce à l'ajout de l'intervalle de garde, ces systèmes sont plus ou moins tolérables vis-à-vis des erreurs de synchronisation en temps. Cependant, une erreur de synchronisation, en temps, d'une durée plus grande que celle de l'intervalle engendre une interférence inter-symboles ISI qui causerait une forte dégradation des performances des systèmes OFDM. L'erreur d'estimation du décalage fréquentiel, causé par un désaccord entre l'oscillateur de l'émetteur et celui du récepteur ainsi que l'effet Doppler, crée des interférences inter porteuses ICI. Cette erreur ne doit pas dépasser un certain pourcentage à partir duquel les performances se détériorent rapidement.

## **Bibliographie :**

- [1]: TILDE FUSCO “*SYNCHRONIZATION TECHNIQS FOR OFDM SYSTEMS*”, These. universita degli studi di napoli federico II. 2005.
- [2]: Gavin Hill “*Peak Power Reduction in Orthogonal Frequency Division Multiplexing Transmitters*”, These de PhD. Mars 2011.
- [3]: H.Schulze et C.Lüders, «*Theory and application of OFDM and CDMA*», Wiley, G Bretagne, 2005.
- [4]: S.Kaiser et K.Fazel, «*Multi-carrier and spread spectrum systems: From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX*», deuxieme edition, Wiley, G Bretagne, 2008.
- [5]: M. Coulon, « *canal de propagation* », INP Toulouse, 2008.
- [6]: A.B. Ben Jemâa, « *étude comparative des estimateurs du canal WSSUS en standard DVB-T* », rapport de mémoire de master, Ecole Nationale d'Ingénieur de Tunis, 2004.
- [7]: Y.S. Cho, J. Kim, W.Y. Yang, C.G. Kang, « *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*», Wiley, G Bretagne, 2010.
- [8]: M. Debbah, « *introduction aux principes de l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)* », Mobile Communication Group Institut Eurecom, Nice, 2003.
- [9]: Theodore S. Rappaport, « *Wireless Communications: Past Events and a Future Perspective* ».Virginia Tech. IEEE Communications Magazine, May 2002.
- [10]: Jan-Jaap van de Beek «*Synchronization and Channel Estimation in OFDM Systems* », Lulea University of Technology Division of Signal Processing Lulea, Sweden, September 1998.