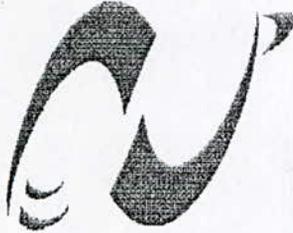


5/99

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique



Ecole Nationale Polytechnique

D.E.R de Génie Electrique  
et Informatique

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Electronique

## PROJET DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

### Thème

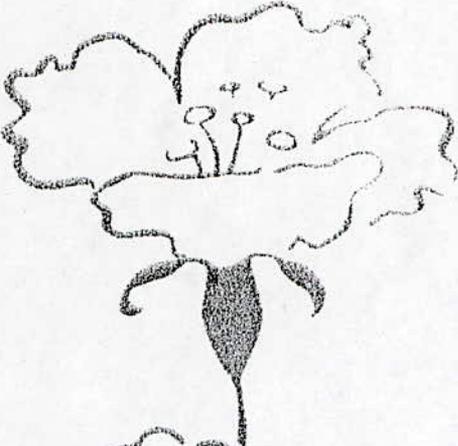
**Méthode de la ligne de transmission  
précise Pour le calcul des caractéristiques  
d'une antenne microruban rectangulaire**

Proposé par :  
**Mr. R.AKSAS**

Etudié par :  
**BERKANE MOUHOUSAID  
BELKESSAM MUSTAPHA**

Promotion : **JUIN 1999**

**E.N.P.** 10, Avenue Hassen Badi -El-Harrach- Alger



## *Dédicace*

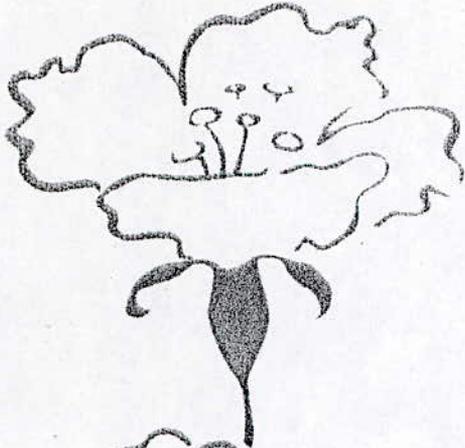
*Je dédie ce modeste travail*

*À ma mère, à ma mère, à ma mère, et À mon très cher père pour leurs  
dévouements;*

*À mes sœurs et frères;*

*À tous mes amis ;*

*Mouhousaid*



## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*À ma très chère mère ; à mon père ; à ma sœur et à mes frères sans oublier  
toute ma famille et plus particulièrement mon arrière-grand-mère, ainsi que tous  
mes amis.*

*mustapha*

## Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance à monsieur R.Aksas, docteur à l'E.N.P., pour son aide et les moyens qu'il nous a offerts pour le bon déroulement de ce travail.

Nous remercions vivement monsieur A. Azrar pour son suivi et ses conseils.

Nous remercions également Messieurs Jean Désigaux, D.Ihidoussene et M.Arab pour leurs aides pendant toute la durée de réalisation de ce mémoire.

عملنا هذا تناول إحدى أقدم الطرق المستعملة لتحليل الهوائيات المكروشرطية. إنه بمثابة عرض كامل لتاريخها و تطورها، مع الأخذ بعين الاعتبار المراحل المتبعة في وضع أسسها النظرية الأساسية. تطبيقها على الهوائيات المكروشرطية المستطيلة الشكل أعطت نتائج جد مرضية خاصة وأنها تمتاز بالبساطة و السرعة، المزايا التي تم التطرق إليها و إظهارها من خلال عملنا هذا.

## RESUME

Notre travail a abordé l'une des plus anciennes méthodes utilisées pour l'analyse des antennes microrubans. Il constitue un exposé succinct de son histoire ; son évolution et les étapes suivies lors de son élaboration.

Son application pour les antennes microrubans de forme rectangulaire s'avère très satisfaisante, eu égard à sa rapidité et sa simplicité à mettre en œuvre, avantages mis en relief tout au long de notre travail

**Mots clés :** ligne microruban, patch rayonnant, substrat diélectrique, ouvertures rayonnantes, composantes copolaire et contrapolaire, permittivité électrique, impédance d'entrée, directivité, bande passante, pertes, ondes de surfaces, résonance, transformée de Fourier.

## ABSTRACT

Our work landed one of the most ancient methods used for the analysis of antennas microstrip. It constitutes a brief exposition of its history; its evolution and the follow-up stages at the time of its development.

Its application for antennas microstrip of oblong shape proves out to be very satisfactory, had consideration to its speed and simplicity to put in action, advantages put in relief all along our work.

**Key words :** microstrip line, radiating patch, diélectric substrate, radiating slots, copolar and crosspolar component, electric permittivity, input impedance, directivity, bandwidth, losses, surface waves, resonance, Fourier transform.



<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE I Etat de l'art</b> .....	2
I-1 Historique.....	3
I-2 Aspect generaux .....	4
I-3 Mécanisme de rayonnement .....	4
I-4 Caractéristiques élémentaires d'une antenne microruban.....	5
I-4-1 le substrat.....	5
I-4-2 L'élément rayonnant.....	6
I-5 Les techniques d'alimentation .....	7
I-5-1 alimentation par ligne microruban .....	7
I-5-2 alimentation par sonde coaxiale.....	8
I-5-3 Alimentation par couplage électromagnétique.....	8
I-5-4 Alimentation par proximité .....	9
I-6 Les techniques d'analyses d'une antenne microruban .....	10
I-6-1 modèles empiriques.....	10
I-6-1-1 La méthode de la ligne de transmission .....	10
I-6-1-2 le modèle de la cavité.....	10
I-6-2 Modèles semi-empiriques.....	11
I-6-2-1 Approche variationnelle .....	11
I-6-2-2 L'approche de l'équation intégrale duale.....	11
I-6-2-3 Le modèle du courant de surface électrique .....	11
I-6-2-4 La technique de la transformée de Hankel .....	12
I-6-2-5 Méthode de réciprocité.....	12
I-6-2-6 Technique de la condition aux limites généralisée.....	12
I-6-3 analyse complète « full-wave » .....	12
I-6-3-1 Méthode de l'équation intégrale du champ à potentiel mixte.....	12
I-6-3-2 Approche de l'équation intégrale du champ électrique.....	12
I-7 Les applications des antennes microruban .....	13
I-8 Avantages et inconvénients .....	13
<b>CHAPITRE II méthode de la ligne de transmission</b> .....	14
II-1 Introduction.....	15
II-2 Le modèle simple de la ligne de transmission.....	16
II-3 Tripôle équivalent du modèle de la ligne de transmission .....	17
II-4 le modèle de la ligne de transmission amélioré.....	17

II-4.1 Matrice admittance.....	8
II-4.2 L'admittance d'entrée.....	19
II-4.2.2 le Cas d'alimentation avec une ligne microruban.....	19
I-4-3 Expressions des paramètres du modèle.....	20
I-4-3.1 L'admittance propre des fentes.....	20
I-4-3.1-a Expression de la conductance propre d'une fente.....	20
II-4-3-1.b expression de la susceptance propre d'une fente.....	22
II-4-3.2 Expression de l'admittance mutuelle.....	23
II-4-3-2.a expression de la conductance mutuelle.....	23
II-4-3-2.b expression de la susceptance mutuelle.....	26
II-4-4 Expression des paramètres de la ligne.....	28
II-4-4.1 L'approche quasi-statique.....	28
II-4-4.2 l'effet de la fréquence.....	29
II-4 -5 Les pertes.....	30
II-5 Calcul du champ rayonné par une antenne microruban.....	31
II-5.1 Le champ rayonné par une seule ouverture.....	32
II-5.2 le champ total.....	32
II-6 Influence des slots laterales sur le champ rayonné.....	33
II-7 Calcul de la directivité.....	34
II-8 La bande passante.....	36
II-9 L'effet des ondes de surfaces.....	37
<b>CHAPITRE III Analyses des résultats obtenus.....</b>	<b>39</b>
III-1 introduction.....	40
III-2 Antennes analysées.....	40
III-3 Impédance d'entrée.....	40
III-3.1 Alimentation par un câble coaxial.....	41
III-3-2. alimentation par une ligne micro ruban.....	42
III-4 Influence des paramètres de l'antenne.....	43
III-4-1. l'effet de l'épaisseur du substrat h.....	43
III-4-2.L'effet de la permittivité relative.....	44
III-4-3.Influence de la position de l'alimentation.....	44
III-4-4 Influence d'une couche d'air.....	44
III-5 diagramme de rayonnement.....	50
III-6 influence des divers parametres sur le champ rayonné.....	52
III-6-1 Influence de l'épaisseur du substrat.....	52





III-6-2 Influence de la fréquence.....	53
III-6-3 Influence de la permittivité relative.....	53
III-7 Le modele de la ligne de transmission et les hautes frequences.....	57
III-8 Calcul de la directivité .....	59
III-9 Conclusion.....	60
<b>IV- CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>62</b>
<b>REFERENCES.....</b>	<b>65</b>
<b>ANNEXE</b>	
<b>Annexe A.....</b>	<b>68</b>
<b>Annexe B.....</b>	<b>78</b>

## INTRODUCTION GENERALE



La découverte des antennes plaques micro ruban il y a 44 ans par Deschamps, a marqué le début de l'histoire d'une invention qui a suscité tant d'intérêt et d'enthousiasme, auprès d'un bon nombre de chercheurs. Ceci étant justifié par la place qu'occupent les antennes dans tout système de communication. Le boom qu'a connu le monde des communications et de l'information d'aujourd'hui (communications satellite, Internet...), exige le développement de nouveaux procédés, pour éviter la saturation des réseaux de câbles jusque là utilisés et de satisfaire une demande de plus en plus grandissante.

Or la majorité des antennes conventionnelles, volumineuses et encombrantes ne répondent aucunement aux exigences de la technologie moderne. Contrairement les antennes micro ruban procurent des avantages forts intéressants, tels la légèreté la robustesse et surtout l'intégrabilité qui les rend adaptables aux techniques récemment développées. Toutefois un travail reste à faire quant à l'amélioration de leurs bande passante et de leurs rendement, qui constituent d'ailleurs les handicaps majeurs qui freinent leurs utilisation. Cependant l'utilisation des réseaux d'antennes, peut résoudre les deux problèmes suscités dans un futur très proche.

Les chercheurs eux, tout à fait conscients des véritables enjeux de cette technique, ne cessent de travailler d'arrache-pied pour mettre en œuvre des outils théoriques afin de faciliter les travaux d'analyse et de conception. Ces outils doivent répondre à un certain nombre d'exigences tels la rapidité ; la précision et la facilité de mise en œuvre, parmi une multitude d'approches connues jusque là, celle de la ligne de transmission occupe une place de choix, cette méthode se singularise des autres méthodes par sa rapidité et sa grande simplicité. Par ailleurs sa précision médiocre à ses débuts connaît une notable amélioration grâce aux travaux d'éminents chercheurs. Donc l'intérêt suscité par cette méthode demeure toujours d'actualité.

Notre présent travail se veut un exposé succinct et concis, du modèle de la ligne de transmission amélioré. Pour ce faire, au premier chapitre nous avons passé en revue les caractéristiques d'ordre générales concernant les antennes micro ruban. Alors que le deuxième chapitre a accès sur le modèle lui-même ; son principe ; les améliorations qui lui ont été apportées et les limitations qu'il présente. Le troisième chapitre lui, teste et atteste les résultats obtenus, par leur confrontation à ceux de l'expérience ainsi qu'une analyse de l'influence des paramètres physiques de l'antenne sur ces caractéristiques radioélectriques. Enfin une conclusion s'impose pour la clôturer notre travail, et pour situer les objectifs et les perspectives quant à l'avenir de cette méthode.

# **CHAPITRE I**

## ***Etat de l'art***

Dans ce chapitre nous traitons les grandes lignes d'une antenne microruban à savoir la diversité des formes géométriques, le mécanisme de rayonnement, les différentes méthodes d'analyse, les procédés d'alimentation, avantages, inconvénients et champ d'applications.

## I-1 HISTORIQUE

Les antennes microrubans sont apparues, il y a environ 44 ans, d'abord aux états unis par Deschamps[1], et puis<sup>2</sup> France par Gutton et baissinot[2]. Peu après des études ont été menées par Lewin[3] sur le mécanisme de leur rayonnement. Les années suivant 1960 ont vu la publication des travaux de Kloi portant sur le rayonnement des configurations rectangulaires et circulaires. On a attendu jusqu'aux années 70 pour voir l'évolution spectaculaire de la technologie des antennes microrubans, de nombreux travaux ont réussi à élucider le mystère qui les entourait, entre autres ceux de Howell[4] ; Weischnel[5] pour les applications militaires et ceux de Munson.

De nombreux modèles mathématiques ont été proposés pour l'analyse et la synthèse des antennes microrubans, le modèle fondamental de rayonnement a été appliqué par analogie aux lignes de transmission en considérant l'antenne comme étant un simple conducteur rectangulaire excité en son centre[6], [7], c'est ainsi que des diagrammes de rayonnement et des mesures ont été rapportés par Craver[8], d'autres modèles applicables pour différentes formes ont été proposés par Lo, et Al. [9] en 1977 (modèle expansion technique), des méthodes similaires ont fait l'objet de publication par Derneryd[7] ; Shen et Long [10] ; Craver et Coffey [11], tel qu'on n'a pas atteint 1978 que les antennes microrubans trouvaient déjà leur place, et envahissent les différents systèmes de communication. La tenue du premier congrès international des antennes microrubans à New Mexico State university (NMSU) en octobre 1979 sous le patronage de l'USArmy research office et du NMSU's physical laboratory [12], dénote si besoin est, toute l'importance accordée à cette technologie naissante par les pays développés.

Au cours de ces dernières années le monde des télécommunications a enregistré une évolution spectaculaire, les besoins de la communauté n'ont pas cessé de progresser, tant bien en quantité qu'en qualité, ce qui constitue un véritable stimulant pour le développement de ce secteur devenu des plus stratégique. La saturation des canaux situés au bas de l'échelle du spectre des ondes électromagnétiques (jusqu'à 1 GHZ) a vite pousser les professionnels du domaine à investir les gammes d'en haut. De nouveaux défis guettent les chercheurs et attendent d'être relevés.

L'exploitation de la gamme suscitée requiert des dispositifs d'antennes spéciales, d'abord celles-ci ont été tirées à partir du dimensionnement de ses équivalents micro-onde [13], cependant cette approche a été abandonnée vue les contraintes énormes qu'elle suscitait, telle l'encombrement ; la non-intégrabilité cela sans compter d'autres difficultés d'ordre technique auxquelles il faut faire face. Heureusement que les antennes microrubans étaient là, malgré ces quelques défauts indéniables, elles constituent un candidat potentiel pour ce genre d'applications surtout avec l'avènement des circuits micro-ondes imprimés.

## I-2 ASPECTS GENERAUX

L'antenne microruban est obtenue à partir des lignes de transmission microruban après la mise à profit de l'un de leurs effets indésirables qui sont les pertes par rayonnement, dues aux discontinuités. Proposée par Deschamps en 1953, ce nouveau dispositif est constitué de deux plaques conductrices l'une représente le plan de masse et l'autre moins grande que la précédente et de forme quelconque représente l'élément rayonnant, entre elles est mis un substrat diélectrique d'épaisseur  $h$  généralement très faible devant la longueur d'onde. Le choix du substrat influe directement sur les caractéristiques de l'antenne.

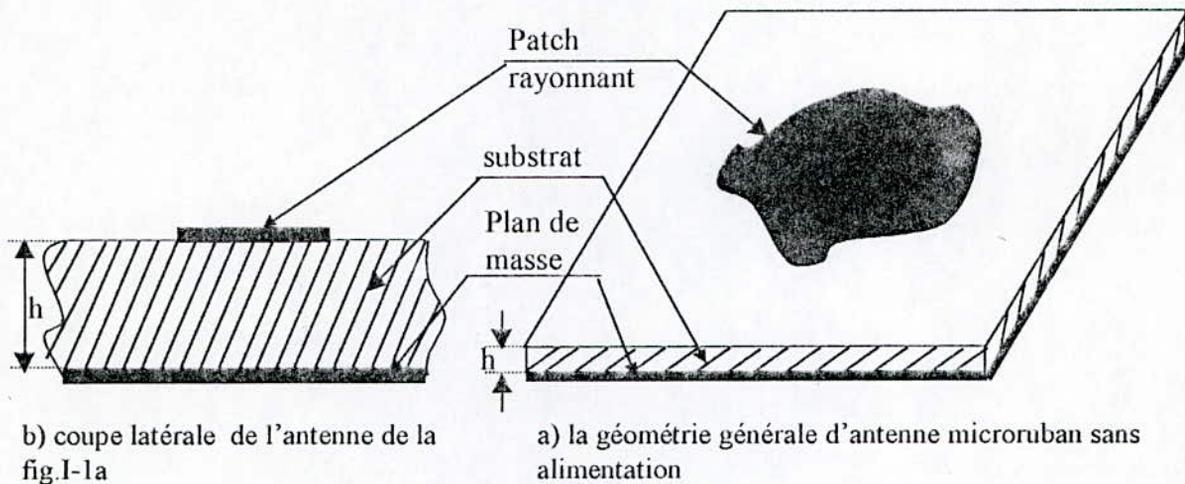


Fig.I-1 Antenne microruban

## I-3 MECANISME DE RAYONNEMENT

Pour comprendre le rayonnement d'une antenne microruban nous avons jugé nécessaire de distinguer les différentes régions selon le type de champ électromagnétique (fig.I.1)[14].

La région (A) du substrat, située entre les deux conducteurs est le siège d'une concentration du champ électromagnétique. Cette dernière est d'autant plus accentuée que la fréquence est basse. Il y a alors propagation sans rayonnement, la structure qui en résulte est une ligne de transmission ou l'une de ces dérivées (jonction, coude, ...etc.)[15].

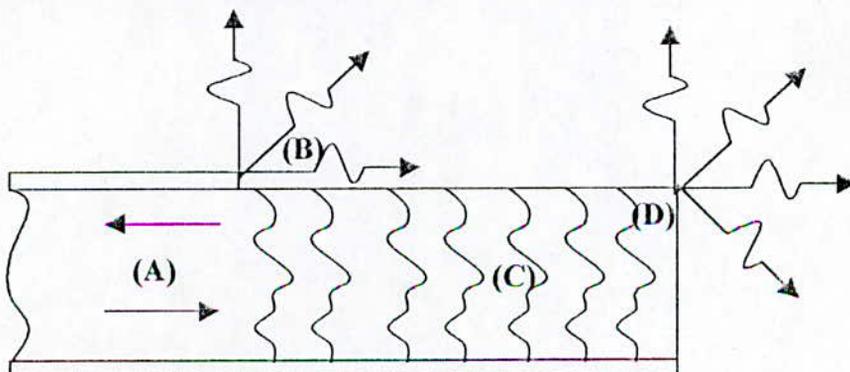


Fig.I-2 Les principales régions de l'antennes

Dans la région (B) se passe un phénomène très intéressant, c'est là précisément qu'on peut mettre en évidence le rayonnement de la structure. C'est à ce niveau que le signal se disperse librement dans l'espace et l'énergie rayonnante devient significative, le dispositif se comporte alors comme une antenne. Plus explicitement, comme les courants de surface circulent essentiellement sur la face inférieure (côté substrat) de l'élément rayonnant, le rayonnement semble être émis par les arrêtes. En effet, on constate dans cette partie un champ de débordement responsable du rayonnement et qui sert au calcul du champ lointain ; cette propriété a permis d'ailleurs de mettre au point certains modèles simplifiés. Par ailleurs, une importante partie de l'énergie restera confinée entre les deux conducteurs (énergie emmagasinée dans la zone du champ proche (A)), qui sera dissipée dans le substrat, il en résulte une absorption notable du signal et par delà même son affaiblissement qui rend de ce fait le rendement de l'antenne microruban assez modeste pour ne pas dire faible.

Dans la région (C) du substrat, certains rayons restent piégés en vertu du mécanisme de la réflexion totale, cette onde, dite de surface, sera alors guidée par le bord du diélectrique. Arrivant à la région (D), elle sera diffractée et générera un rayonnement indésirable (parasite). C'est surtout au-dessus d'un certain seuil de fréquence que cette gêne devient beaucoup plus perceptible et la structure ne peut guère être utilisée comme antenne. C'est ainsi que le diagramme de rayonnement d'une antenne microruban et plus particulièrement dans le cas des réseaux, est fort modifié par la présence des ondes de surface, notamment au niveau des lobes secondaires [15].

## I-4 CARACTERISTIQUES ELEMENTAIRES D'UNE ANTENNE MICRORUBAN

### I-4-1 Le substrat

C'est le matériau pris en sandwich par les plaques conductrices, il est l'élément le plus sensible intervenant dans la conception de ce type d'antenne une multitude de travaux des chercheurs vient corroborer cette thèse [16]. Le choix du substrat est d'une très grande importance telle que beaucoup de paramètres en dépendent étroitement (fréquence de résonance, résistance de résonance...), quant aux critères qui fixent son choix, on peut citer :

- L'environnement (température, humidité).
- Contraintes mécaniques
- Les pertes diélectriques et électriques
- Anisotropie
- Ondes de surface

Les concepteurs exigent une tolérance plus sévère sur la permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r$ ,

surtout si on sait qu'une erreur sur ce paramètre aussi faible soit elle, change totalement la fréquence opérationnelle de l'antenne.

$$\frac{\delta f_0}{f_0} = -\frac{1}{2} \frac{\delta \epsilon_r}{\epsilon_r} \quad [17]$$

Telle :

$f_0$  fréquence de résonance

$\epsilon_r$  : permittivité relative

Il existe sur le marché une panoplie de substrats aux permittivités allant de 1.0006 à 25, et avec des pertes diélectriques caractérisées par le facteur  $\text{tg}\delta$  dont la valeur est de 0.0001 à 0.004 [17]. Le tableau (I.1) illustre quelques substrats qui sont fréquemment utilisés dans la pratique.

Tableau I.1 Quelques substrats utilisés dans la pratique [16]

Matériaux	Constante diélectrique	Angle de perte
PTFE, Cufon	2.10	0.0004
PTFE, RT	2.20	0.0009
Quartz fondue	3.75	0.0001
96% Alumine	9.40	0.0001
99.5% Alumine	9.80	0.0010
Saphir	9.4, 1.6	0.0001
GaAs	12.9	0.0020

#### 1-4-2 L'élément rayonnant

L'élément rayonnant est un conducteur caractérisé par sa conductivité, sa rugosité et son épaisseur. Néanmoins, les paramètres les plus descriptifs, restent évidemment sa forme et ses dimensions, les éléments rayonnants sont généralement de formes simples (fig.I.3) mais des formes plus complexes peuvent être sollicitées pour pallier à certains problèmes. Beaucoup de formes ont été l'objet d'études menées par divers chercheurs : dipôle; rectangle et carré ; disque ; ellipse[15] ; etc.

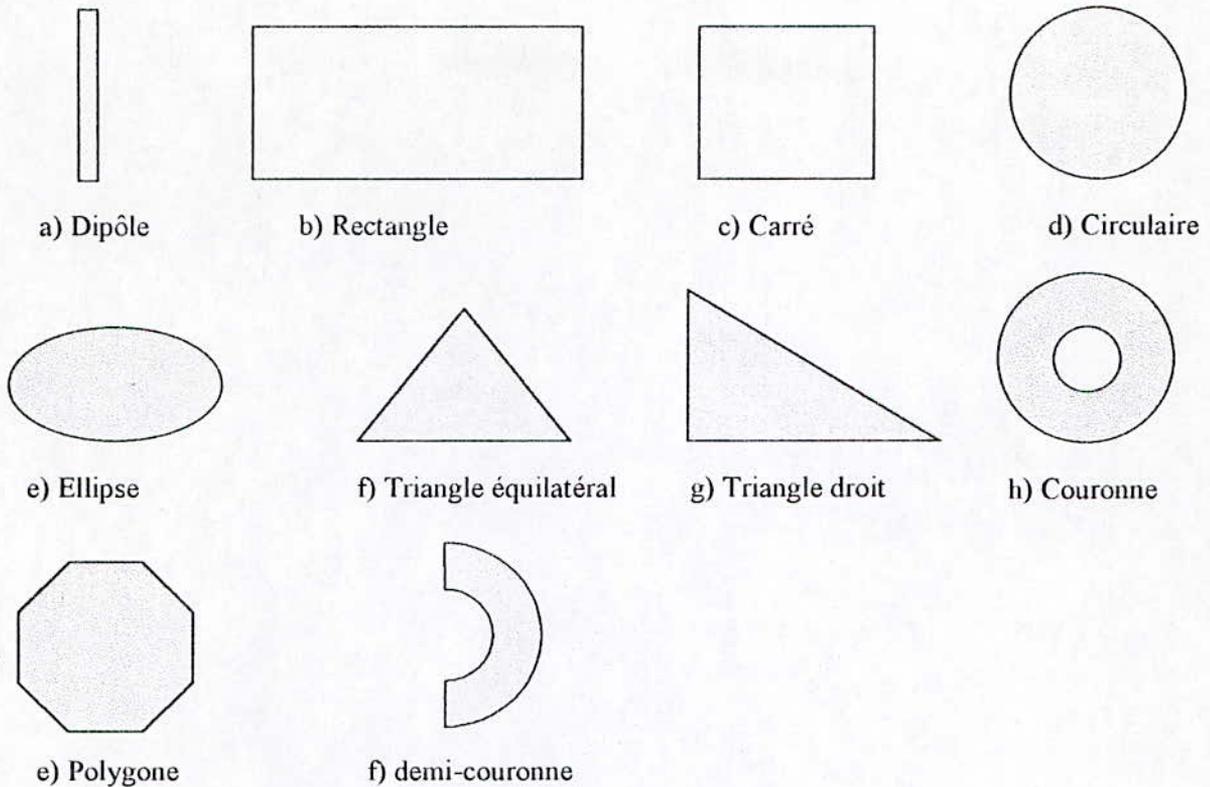


Fig. I.3 Quelques formes simples de l'antenne microruban

## I-5 LES TECHNIQUES D'ALIMENTATION

La technique d'alimentation constitue à elle-même un art et suppose une étude détaillée pour éviter d'éventuels désagréments qui peuvent survenir et altérer les performances de l'antenne considérée. Pour ce faire, différentes techniques peuvent être utilisées selon le besoin. Cependant une bonne alimentation doit prendre en considération quelques aspects pratiques qui sont :

- une parfaite adaptation entre l'antenne et l'alimentation et faible insertion des pertes
- réduire au minimum l'espace
- la simplicité
- Un minimum de discontinuité pour éviter le rayonnement parasite.

Dans ce qui suit, quelques types d'alimentation les plus utilisés seront exposés d'une manière brève.

### I-5-1 Alimentation par ligne microruban

C'est la plus simple et la plus rudimentaire des techniques d'alimentation. Ici la ligne microruban et l'élément rayonnant sont imprimés sur la même face du substrat diélectrique (fig. I-4). Cette configuration est largement utilisée, hormis sa simplicité louable elle présente tout de même un bon nombre d'inconvénients, notamment le rayonnement indésirable causé par les discontinuités entre la ligne, l'élément rayonnant et éventuellement les éléments d'adaptation, qui peuvent modifier le diagramme de rayonnement de l'antenne. Ajoutant à cela la génération des ondes de surface dont les méfaits ont été évoqués précédemment.

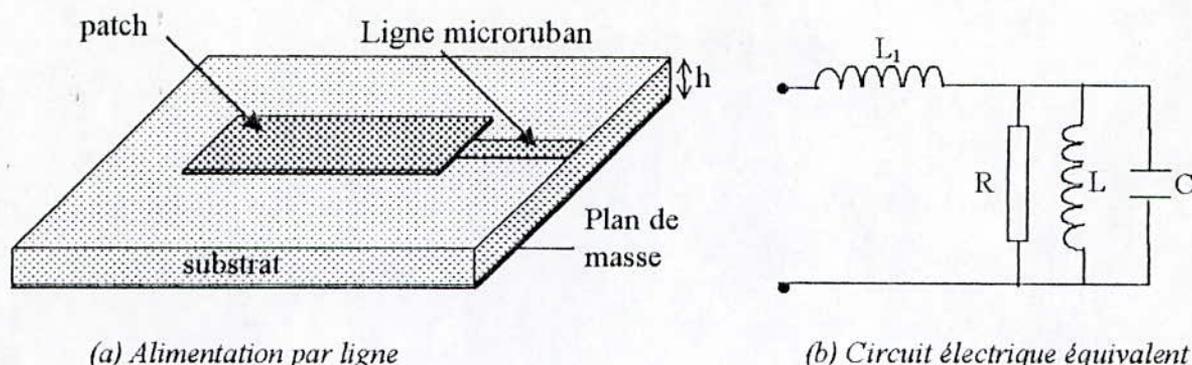


Fig.I-4 Alimentation par ligne microruban

### I-5-2 Alimentation par sonde coaxiale

L'alimentation par câble coaxiale est la plus utilisée, pour les avantages qu'elle confère, d'abord elle occupe moins d'espace, le conducteur central est connecté directement au patch tandis que le conducteur extérieur est relié au plan de masse. Le point d'excitation peut être varié à volonté, ce qui offre une marge de manœuvre importante quant à l'adaptation (Fig.I.5)

L'effet de la réactance du câble est l'élément essentiel qui intervient dans la conception de cette technique, cette réactance est d'autant plus importante que la fréquence augmente. Par conséquent, le câble est déconseillé si on travaille dans les très hautes fréquences ; un remède peut tout de même y être apporté en utilisant des stubs capacitifs qui sont en mesure d'éliminer la réactance indésirable [16]. En outre, un bon nombre de problèmes technologiques surgissent eux aussi particulièrement lors de la réalisation des réseaux en raison des percements du substrat et des soudures sur les éléments rayonnants.

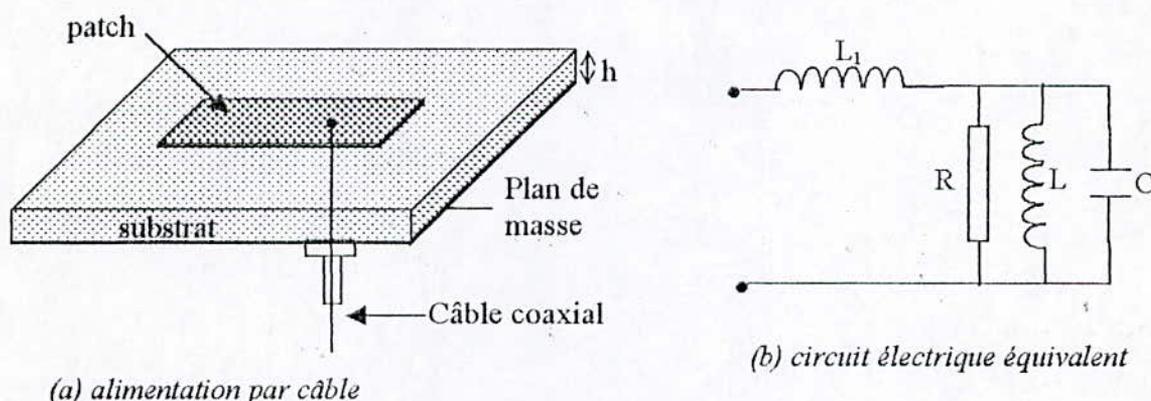


Fig.I-5 Alimentation coaxiale

### I-5-3 Alimentation par couplage électromagnétique

Initié par Pozar et analysé rigoureusement par Sullwan et Schubert [16]. Dans ce mécanisme d'alimentation, l'énergie RF (radio fréquence) de la ligne d'alimentation est couplée à l'élément rayonnant à travers une ouverture qui peut être circulaire ou rectangulaire (voir Fig.I-6). Cette technique possède des avantages louables. En voici quelques uns :

- absence total d'effet réactif de l'alimentation, à cause de son isolement de l'élément rayonnant,
- un circuit d'alimentation peut être intégré séparément (approche modulaire),
- contrôlabilité de l'excitation des ondes de surfaces (choisir  $\epsilon_{r1}$  faible),
- optimiser l'alimentation (canalisation de l'énergie vers la fente en augmentant  $\epsilon_{r2}$ ).

Cependant, le rendement lui fait défaut.

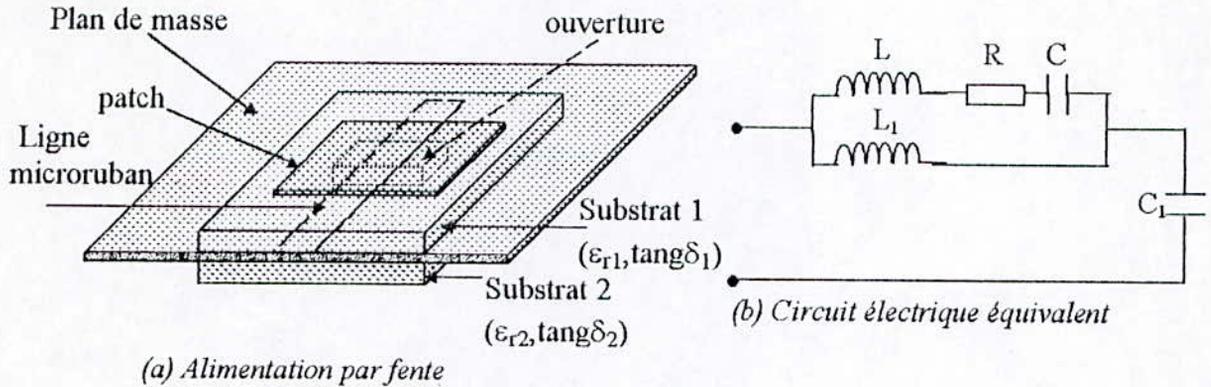


Fig.I-6 Alimentation par couplage magnétique

#### I-5-4 Alimentation par proximité

Cette variante consiste à utiliser deux substrats, un premier sur lequel on dépose la ligne microruban qui doit véhiculer l'énergie, on dépose sur ce premier substrat un second sur lequel on dépose l'élément rayonnant (fig.I.7). La difficulté de sa mise en œuvre réside dans sa conception. L'adaptation et la modification de la bande passante se font en jouant sur les dimensions du patch et celles de la ligne microruban.

Cette technique a le mérite d'être celle qui confère la plus large bande passante, et les rayonnements parasites qui en découlent sont minimes.

Dans notre thèse, les deux premières techniques seront abordées eu égard à leurs larges utilisations et les avantages qui sont offerts.

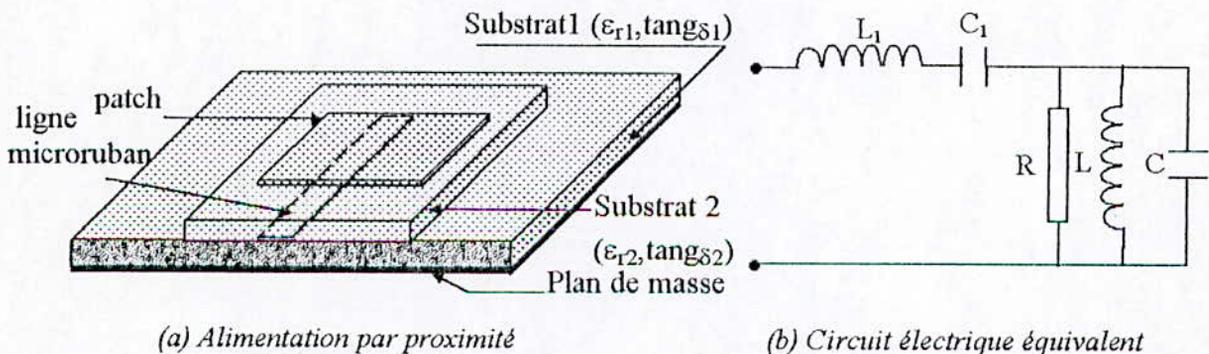


Fig.I.7 Alimentation par proximité

## I-6 LES TECHNIQUES D'ANALYSE DES ANTENNES MICRORUBAN

En plus de la méthode de la ligne de transmission qu'on va développer tout au long de cet exposé, une multitude d'autres techniques peuvent être utilisées, ces modèles vont du plus simple au plus complexe. Ce qu'il faut signaler c'est l'inexistence des critères bien définis qui permettent de choisir une méthode plutôt qu'une autre, néanmoins quelques exigences notamment, l'épaisseur du substrat ; la performance particulière de l'antenne à évaluer ; sa géométrie ; et la technique d'alimentation [15] aident à déterminer le choix convenable.

On peut toutefois distinguer trois grandes classes de techniques qu'on va aborder brièvement.

### I-6-1 Modèles empiriques

Comme d'ailleurs leur nom l'indique, ces modèles sont basés sur l'observation expérimentale et pratique. Hormis leur inefficacité en très hautes fréquences (ondes millimétriques)[16], ils présentent un intérêt pas des moindres de par leur facilité à mettre en œuvre. De plus, ils constituent un bon moyen pour comprendre le mécanisme de rayonnement des antennes microruban.

Parmi la panoplie des méthodes empiriques il convient de citer deux qui sont intéressantes à savoir :

#### I-6-1-1 La méthode de la ligne de transmission

( sur laquelle on reviendra longuement dans le prochain chapitre).

#### I-6-1-2 le modèle de la cavité

Très facile à mettre en œuvre. Dans ce modèle l'antenne microruban est considérée comme étant une cavité, autrement dit un espace entouré de murs électriques et de murs magnétiques parfaits. (fig.I.8 )

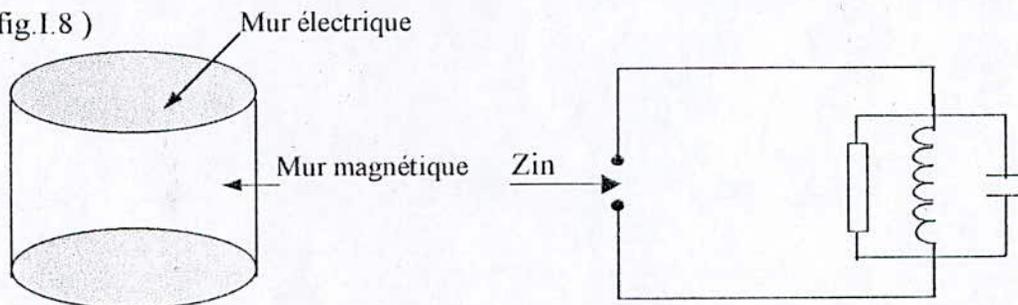


Fig.I.8 a) Modèle d'antenne microruban en cavité simple

Fig.I.8 b) circuit équivalent du modèle pour l'impédance d'entrée

Fig.I.-8. Modèle de la cavité et son schéma électrique équivalent. [15].

Cette modélisation a été possible grâce aux observations suivantes :

- Au niveau des conducteurs, il ne subsiste que la composante normale du champ électrique ainsi que la composante tangentielle du champ magnétique [15].

- Les champs sont indépendants de  $z$ .
- Au niveau des bords, par effet d'attraction et de répulsion, le courant n'a pas de composante tangentielle, ce qui implique que la composante du champ magnétique selon  $z$  va être négligeable.

La conséquence directe de cette constatation est l'application des expressions du champ concernant la cavité moyennant quelques corrections pour tenir compte du rayonnement.

Beaucoup de formes d'antennes peuvent être analysées ; rectangulaire ; triangulaire ; circulaire elliptique. Notant enfin que des efforts ne cessent de se déployer pour étendre son application à des formes arbitraires et pour les hautes fréquences.

### **I-6-2 Modèles semi-empiriques**

Ces modèles sont le résultat du mariage des analyses empiriques et des analyses complètes. Ils nécessitent bien évidemment davantage de calculs ce qui se paie par un élargissement de leur validité vers le domaine des ondes millimétriques, en voici quelques méthodes des plus en vue :

#### ***I-6-2-1 Approche variationnelle***

Elle est le fruit des travaux de Uzunglo ; Alexopoulos ; et Fikioris publiés en 1979. Cette méthode consiste en :

1. La dérivation des fonctions de Green exacte.
2. L'utilisation d'une distribution de courant présumée afin de déterminer une expression variationnelle de l'impédance d'entrée

De bons résultats sont obtenus en ondes centimétriques, par contre les résultats ne sont valides qu'aux alentours de la résonance[16].

#### ***I-6-2-2 L'approche de l'équation intégrale duale***

Proposée par Chew et kong en 1981, nonobstant la lourdeur de la programmation et la difficulté de la mise en œuvre, cette méthode nous offre des résultats excellents.

#### ***I-6-2-3 Le modèle du courant de surface électrique***

Proposé par Ashkenazy et al en 1985. il est surtout applicable au patch rectangulaire et les antennes conformes. Ce modèle tient compte aussi des ondes de surface, et suit les démarches suivantes :

- Détermination des fonctions de Green.
- Détermination des caractéristiques radioélectriques de l'antenne[16].

#### ***I-6-2-4 La technique de la transformée de Hankel***

Proposée par Araki et *al* en 1986. Dans ce modèle le problème est ramené et résolu dans le domaine de Hankel; de bons résultats ont été obtenus dans la bande S(2 à 4GHZ), mais l'inconvénient majeur reste l'effort à consentir pour sa mise en œuvre [16].

#### ***I-6-2-5 Méthode de réciprocité***

Cette méthode utilise le théorème de réciprocité et les fonctions de Green exactes, présentée pour la première fois en 1986 par Pozar . La nouvelle méthode porte l'avantage d'être applicable pour beaucoup de configurations d'antennes imprimées avec une rigueur analytique indiscutable, mais elle souffre d'être totalement inefficace dans la détermination des modes supérieurs dans l'expression du champ modal de l'antenne microruban.

#### ***I-6-2-6 Technique de la condition aux limites généralisée***

Elle est suggérée en 1988 par Martinson [16], cette méthode n'est valide qu'aux basses fréquences du spectre des ondes millimétriques car elle est basée sur l'hypothèse du substrat mince.

### **I-6-3 analyse complète « full-wave »**

Contrairement aux deux classes précédentes, cette catégorie de techniques ne prête pas à confusion et on ne trouve plus de traces aux formules empiriques ou semi-empiriques, mais malheureusement, ce qui est gagné en précision est perdu dans la difficulté de mise en œuvre du programme de simulation. Dans cette classe on en distingue deux techniques :

#### ***I-6-3-1 Méthode de l'équation intégrale du champ à potentiel mixte***

Propose par Mosig, cette méthode est générale pour l'analyse d'une antenne microruban de forme quelconque, elle est basée sur l'équation intégrale constituée de potentiels vecteurs et scalaires, cette dernière sera résolue par la méthode des moments dans le domaine spectral.

#### ***I-6-3-2 Approche de l'équation intégrale du champ électrique***

Les principales démarches suivies par cette méthode sont :

- i. Détermination de la distribution du courant sans supposer une quelconque connaissance préalable de sa distribution.
- ii. Transformer l'équation intégrale du domaine spatiale aux domaines fréquentiels.
- iii. Résolution numérique de l'équation en utilisant la méthode des moments.

Et pour d'amples informations, se rapporter à la référence [16]

## I-7 LES APPLICATIONS DES ANTENNES MICRORUBAN

Le nombre croissant d'applications des réseaux d'antennes imprimées micro-onde confirme aujourd'hui leurs avantages. Mais loin d'être parfait, la précision dans la conception est de mise pour optimiser leurs performances. Le nombre très important de travaux de recherche orientés vers ce domaine ont fait qu'on les retrouve dans des applications aussi nombreuses que variées, notamment dans les systèmes de communication ; la télédiffusion ; les transports (localisation et identification) ; la circulation routière ; sécurité et mesure de vitesse[18], on les utilise aussi dans les altimètres ; radars modernes ; satellites ; avions ; navettes spatiales ; les radios mobiles ; le contrôle et la commande à distance ; en biomédical comme antennes de RMN (résonance magnétique nucléaire ). En outre, de nouvelles applications sont en perspective.

## I-8 AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Les antennes microrubans ont beaucoup d'avantages, tels l'encombrement, la facilité de fabrication[18]. De plus, elles sont compatibles avec les circuits MMIC et très versatiles de point de vue fréquence de résonance ; polarisation (linéaire et circulaire) ; diagramme de rayonnement et impédance d'entrée. En contre partie, elles présentent les inconvénients suivants : bande passante très réduite ; faible rendement ; faibles puissances ; rayonnement parasite dû à l'alimentation et aux ondes de surface.

# CHAPITRE II

## *Analyse d'une antenne microruban par la methode de la ligne de transmission*

Ce chapitre va traiter l'analyse d'une antenne microruban rectangulaire par la méthode de la ligne de transmission. Les diverses grandeurs radioélectriques caractérisant cette structure seront calculées à l'aide de cette méthode.

## II-1 INTRODUCTION

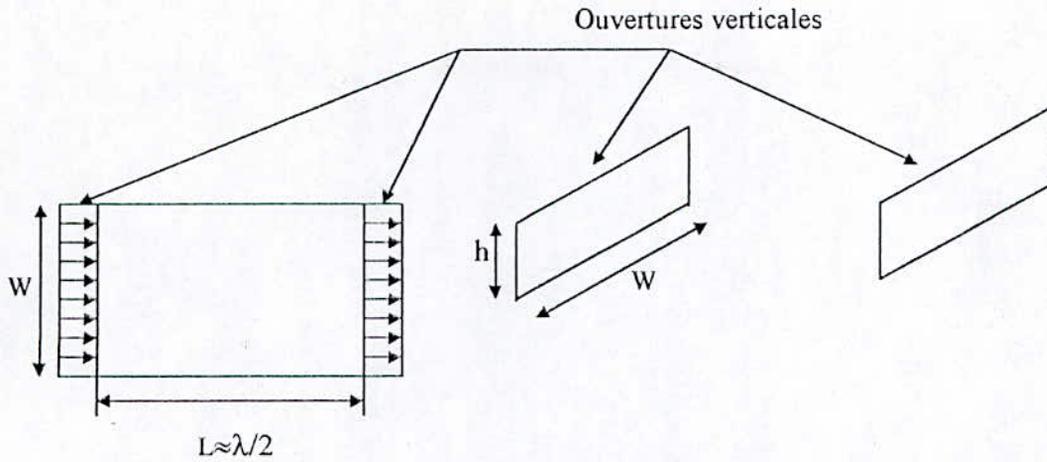
Le modèle de la ligne de transmission est basé sur l'observation qu'un patch rectangulaire est simplement une ligne microruban large, terminée par un circuit ouvert. Le rayonnement se fait en plus grande partie grâce aux effets de bord au niveau des ouvertures verticales (Fig. II.1). Ces dernières sont modélisées par deux admittances de rayonnement et deux admittances mutuelles exprimant l'interaction entre elles. Par ailleurs, la connaissance de la configuration des champs au niveau des ouvertures va nous permettre de connaître les champs rayonnés à un point quelconque de l'espace.

Le modèle de la ligne de transmission est apparu en 1974 par Munson [1]. Celui-ci ne tient en compte que les deux slots situées à la fin de la ligne, il calcule leurs admittances en se basant sur des expressions connues, et cela en supposant, d'une part l'infinité de leur longueur, et d'autre part l'uniformité de la distribution du champ électrique. Concernant le rayonnement, des détails ont été donnés uniquement pour l'estimation du gain, l'admittance mutuelle en a été complètement ignorée.

Depuis, beaucoup d'auteurs prennent le modèle de base et y introduisent des améliorations plus au moins intéressantes. Parmi eux, il convient de citer les contributions de Derneryd qui a quantifié d'une manière rigoureuse les selfs conductances des ouvertures en utilisant les résultats bien connus du rayonnement d'une ouverture de largeur négligeable et de longueur finie. Quant aux selfs susceptances, leurs expressions ont été dérivées de l'effet de bord (end effect) modélisé par Hammerstad [3]. Cependant, Derneryd a été le premier à considérer l'influence des admittances mutuelles, toutefois, les expressions utilisées par Derneryd sont généralement des intégrales difficiles à implémenter, sauf que des expressions analytiques ont été dérivées par Van De Capelle, Puse et Lier.

Van De Capelle et par la suite Nauwelaers ont porté d'énormes améliorations pour les différentes composantes du modèle. C'est ainsi qu'ont été calculées avec précision, la permittivité effective [19]; la constante de propagation de la ligne de transmission; son impédance caractéristique; la largeur et la longueur effectives. Les pertes diélectriques et conductrices ont été introduites avec succès. En outre, des formules fermées ont été proposées par Nauwelaers pour le calcul notamment de l'impédance mutuelle et de l'influence des ondes de surfaces. L'influence de ces dernières a été abordée à la fin de ce chapitre, cependant beaucoup de travaux les ont détaillées, notamment [22]. En hautes fréquences, leur effet devient important, ce qui rend nécessaire leur introduction dans le modèle.

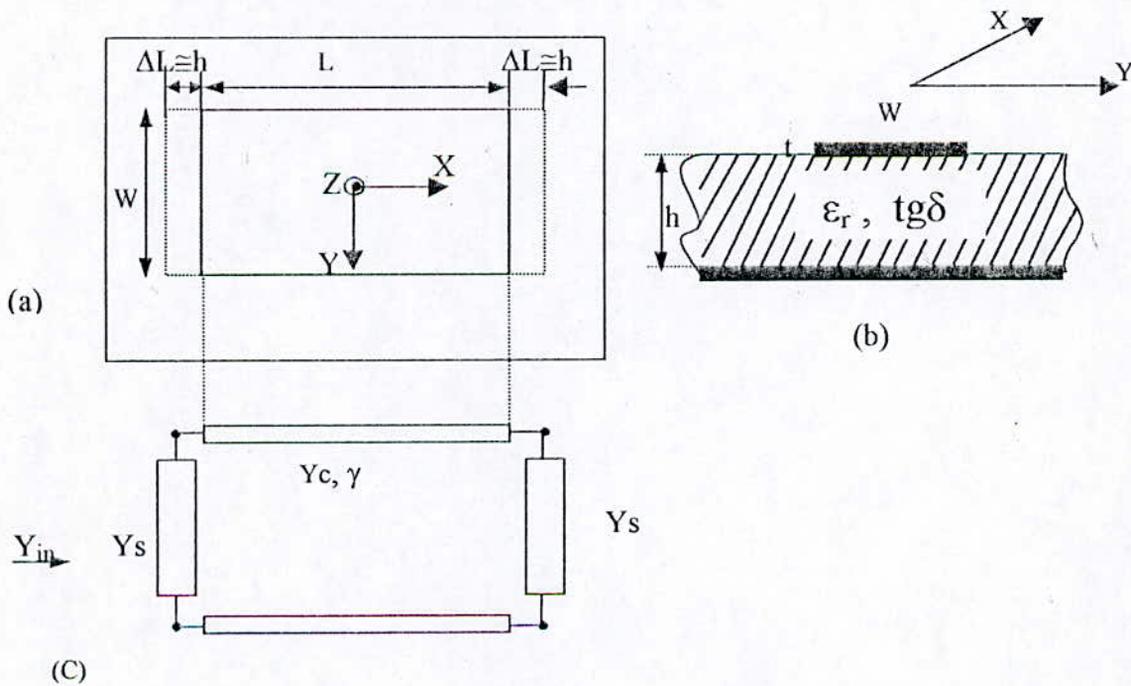
Malgré tous ces progrès, un travail énorme reste à accomplir pour rendre ce modèle plus général (beaucoup de configurations ne peuvent pas être analysées); plus rapide (l'avantage principal qu'offre ce modèle) et plus précis afin de concurrencer avec les autres modèles.



-Fig.II-1 patch rectangulaire

**II-2 LE MODELE SIMPLE DE LA LIGNE DE TRANSMISSION**

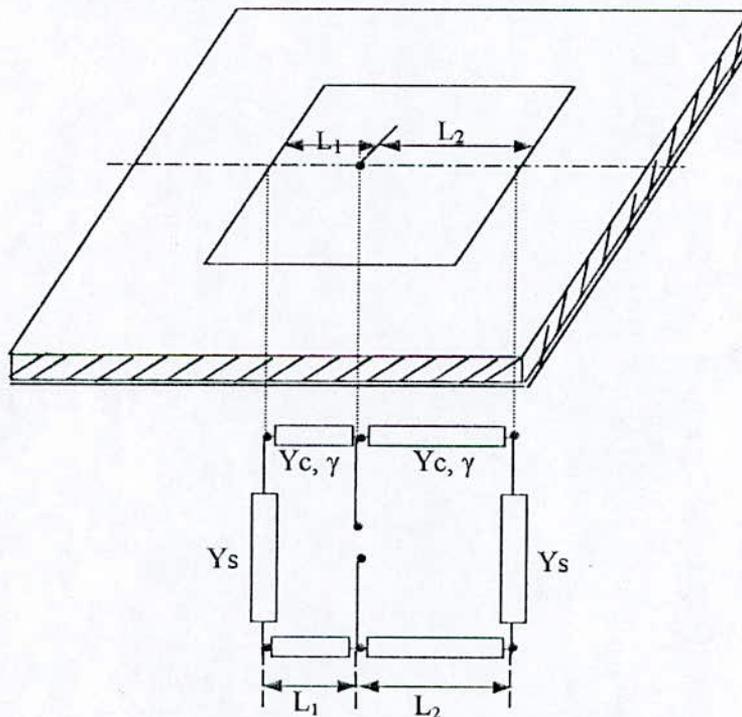
Le concept de base du modèle de la ligne de transmission est illustré par la figure(II-1). L'antenne est caractérisée par une ligne microruban de longueur  $L$ , de largeur  $W$ , d'épaisseur du substrat  $h$  et d'épaisseur du conducteur  $t$ . Chaque coté rayonnant est modélisé par une ouverture rayonnante de longueur  $W$  et de largeur proche de  $h$ . Résultat immédiat, le patch rectangulaire peut être représenté par deux admittances, dont les parties réelles représentent l'effet de rayonnement et les parties imaginaires représentent l'énergie emmagasinée aux extrémités, connectées par une ligne de transmission d'admittance caractéristique  $Y_c$  et de constante de propagation  $\gamma$  qui seront déterminées ultérieurement (§ II-4-4).



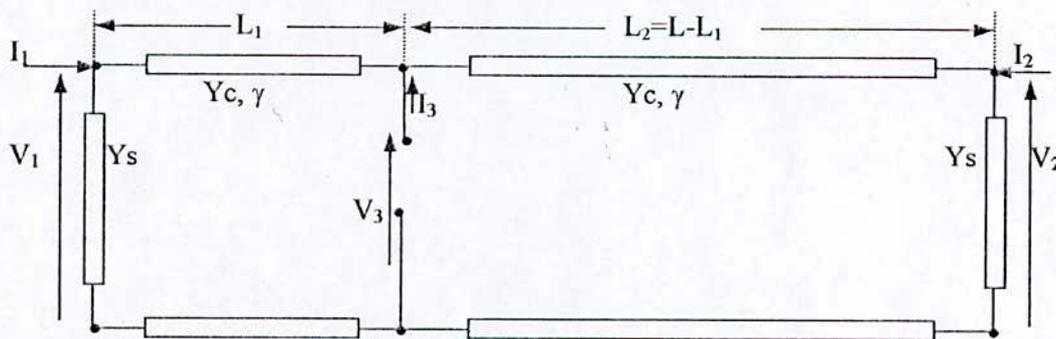
-Fig.II-2 a) vue de dessus de l'antenne microruban, b) une coupe latérale de l'antenne, c) Le circuit équivalent en ligne de transmission

### II-3 TRIPÔLE EQUIVALANT DU MODELE DE LA LIGNE DE TRANSMISSION

Le pavé peut être alimenté en n'importe quel point à l'aide des différentes techniques ; en ce qui nous concerne, nous ne considérons que l'alimentation en surface par une ligne microruban et celle par un câble coaxial (technique déjà exposée dans le premier chapitre). Par souci d'englober dans le même modèle les deux types d'alimentations choisies, un tripôle équivalent de l'antenne étudiée est utilisée (Fig. II. 3). C'est ainsi que pour une alimentation en surface, un tronçon de ligne est ajouté aux bornes (1) tout en laissant les bornes (3) ouvertes, pour l'autre cas de figure, c'est les bornes (3) qui seront attaquées par le câble tout en laissant telles qu'elles sont les autres bornes.



-Fig.II-3-a Antenne microruban rectangulaire alimentée avec un câble coaxial et son modèle équivalent en ligne de transmission



-Fig.II-3-b Le tripôle équivalent du modèle général de la ligne de transmission

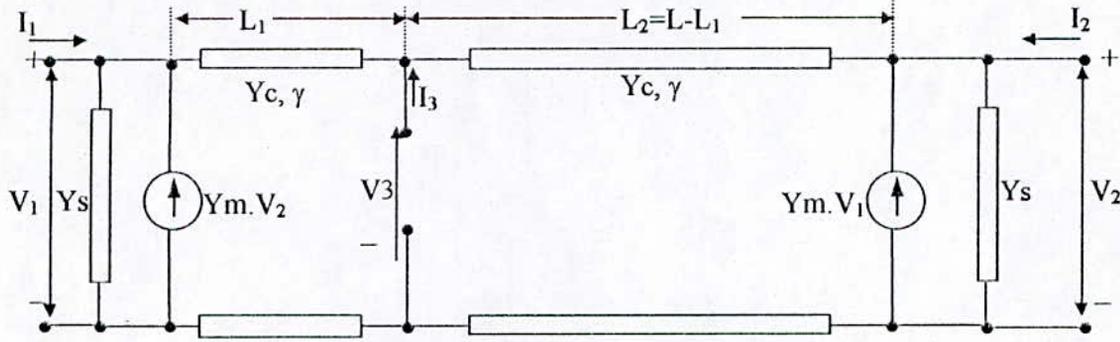
### II-4 LE MODELE DE LA LIGNE DE TRANSMISSION AMELIORE

Le modèle simple présente d'importants défauts:

- Les expressions de  $Y_s$  sont inapplicables pour les patches usuels ( $W \leq \lambda_0$ )[19]

- L'admittance mutuelle des ouvertures est totalement ignorée
- La negligence de l'effet mutuels entre les ouvertures.

Pour palier à ces défauts, un modèle amélioré est proposé par Puz et Van De Capelle (Fig.II.4). On y trouve inclus l'impédance mutuelle modélisée par une source de courant, ainsi qu'une amélioration des expressions donnant les différents paramètres du modèle.



-Fig.II-4 Le modèle de la ligne de transmission amélioré, représenté en un tripôle

### II-4.1 Matrice admittance [Y]

Si on prend le modèle amélioré, les relations entre tensions et courants peuvent se mettre sous forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

avec :

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix}$$

On se basant sur les principes fondamentaux de la théorie des lignes de transmission, les  $Y_{ij}$  peuvent être déterminés aisément. La mise du modèle sous forme matricielle, présente un intérêt particulier. D'une part il facilite beaucoup les calculs, en utilisant les règles du calcul matriciel et d'autre part, il englobe les deux types d'alimentations cités ci-dessus.

[Y] sera donnée par :

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_s + y_c \coth(\gamma L_1) & -y_m & -y_c \csc h(\gamma L_1) \\ -y_m & y_s + y_c \coth(\gamma L_2) & -y_c \csc h(\gamma L_2) \\ -y_c \csc h(\gamma L_1) & -y_c \csc h(\gamma L_2) & y_c \csc h(\gamma L_1) + y_c \csc h(\gamma L_2) \end{bmatrix}$$

Où  $\coth$  et  $\operatorname{csch}$  sont respectivement les fonctions cotangente hyperbolique et cosécante hyperbolique.

$Y_m$  : L'admittance mutuelle des ouvertures rayonnantes.

$Y_c$  : L'admittance caractéristique de la ligne de transmission.

$L, L_1, L_2$  sont définies dans la figure (II-4).

$\gamma$  : est la constante de propagation avec pertes :  $\gamma = \alpha + j\beta$  (§ II-4-4)

et  $\alpha$  représente les pertes :  $\alpha = \alpha_g + \alpha_c + \alpha_d$

$\alpha_g$  représente les pertes dans le plan de masse.

$\alpha_c$  représente les pertes dans le patch.

$\alpha_d$  représente les pertes diélectriques (dans le substrat).

et  $\beta =$  constante de phase.

#### II-4.2 L'admittance d'entrée

C'est l'élément qui nous renseigne sur un bon nombre de caractéristiques de l'antenne, telles la bande passante et l'adaptation des impédances. Deux cas peuvent être distingués :

II-4.2.1 *Le cas d'alimentation par câble coaxial* : en assumant  $I_1 = I_2 = 0$ , l'admittance d'entrée  $y_{in}$  est donnée par :

$$y_{in} = 2y_c \frac{y_c^2 + y_s^2 - y_m^2 + 2y_m y_c \coth \gamma L - 2y_m y_c \operatorname{csch} \gamma L}{(y_c^2 + y_s^2 - y_m^2) \coth \gamma L + (y_c^2 - y_s^2 + y_m^2) \cosh(2\gamma \Delta) \operatorname{csch} \gamma L + 2y_s y_c} \quad (\text{II-1})$$

$$\text{où } \Delta = \left| \frac{L}{2} - L_1 \right| = \left| \frac{L}{2} - L_2 \right|$$

Dans la pratique, la connexion se fait derrière le plan de masse, ceci va entraîner une réactance supplémentaire qui va s'ajouter à l'admittance calculée en (II-1) :

$$Z'_{in} = \frac{1}{Y_{in}} + j \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \tan\left(\frac{2\pi h}{\lambda_0}\right) \quad [14] \quad (\text{II-2})$$

II-4.2.2 *le Cas d'alimentation avec une ligne microruban* : ce cas correspond à  $I_2 = I_3 = 0$ , et en considérant l'effet de l'alimentation,  $y_{in}$  sera donnée par :

$$y_{in} = \frac{y_c^2 + y_s^2 - y_m^2 + 2y_s y_c \coth \gamma L - 2y_m y_c \operatorname{csch} \gamma L}{y_s + y_c \coth \gamma L} + y_F \quad (\text{II-3})$$

$y_F = (r-1)y_s$  caractérise l'effet parasite de la ligne d'alimentation [19].

$r=1-W_m/W_{eff}$  avec :

$W_m$  : la largeur de la ligne d'alimentation.

$W_{eff}$  : la largeur effective du patch (§II-4-4)

La précision de ce modèle dépend étroitement de la précision des expressions des paramètres de ce modèle ( $Y_m, Y_s...$ ).

**I-4-3 Expressions des paramètres du modèle**

**I-4-3.1 L'admittance propre des fentes :  $y_s = G_s + jB_s$**

Elle est reliée directement à l'énergie rayonnée par l'antenne, comme il a été établi de longue date que les deux slots verticales sont les responsables de la quasi-totalité de l'énergie rayonnée, La modélisation de l'antenne par un réseau de deux ouvertures rayonnantes peut être utilisée. Une précision accrue est souhaitée pour le calcul de  $y_s$  car la validité du modèle en dépend étroitement.

**I-4-3.1-a Expression de  $G_s$**

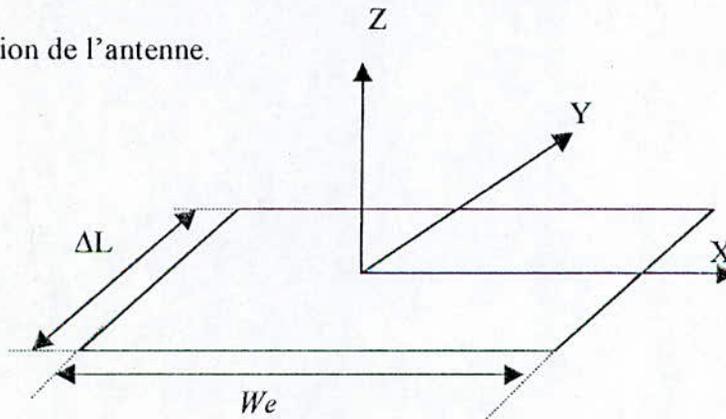
Pour déterminer l'expression de  $G_s$  (les détails sont donnés dans l'annexe A), considérons l'ouverture rayonnante de la figure(II-5), de dimension  $(W_e, \Delta L)$ . Supposons que le champ électrique dans le plan de l'ouverture est uniforme, cette hypothèse est justifiée par le fait que la largeur de la fente est négligeable. Dans ces conditions, l'expression du champ  $\vec{E}_a$  dans le repère choisi sera donnée par :

$$\vec{E}_a = \frac{V_s}{S} \hat{y} \text{ pour : } |Y| \leq \frac{S}{2}, |x| \leq \frac{W_e}{2}$$

où :

$S=\Delta L$  : largeur de la fente Equivalente, qui représente Les franges d'extension du champ au-delà de la limite physique du patch,  $\Delta L$  est de l'ordre de la hauteur du substrat.

$V_s$  : tension d'excitation de l'antenne.



-Fig.II-5 l'ouverture rayonnante

L'admittance  $y_s$  peut être donnée par la formule suivante :

$$y_s = 2 \frac{P^*}{|V_s|^2} \quad (\text{II-5})$$

où :

$P$  : la puissance complexe émise par l'antenne.

$V_s$  : tension de référence de l'ouverture.

L'utilisation de la transformée de Fourier du champ électrique (voir annexe A), a l'avantage de réduire notablement la complexité du problème, surtout si on sait qu'en vertu du théorème de Parseval, la puissance dans le domaine temporelle est égale à la puissance dans le domaine spatiale, donc le passage d'un domaine à l'autre est désormais possible. La puissance émise par l'ouverture est donnée par la relation suivante :

$$P = \frac{-1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_{ay} (k_x, k_y) H_{ax}^* (k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (\text{II-6})$$

avec :

$\xi_{ay}$  : la transformée de Fourier de.

$H_{ax}$  : la transformée de Fourier de.

La puissance rayonnée  $P$ , est reliée à l'impédance de rayonnement par la relation évidente suivante :

$$P = P + jQ = \frac{1}{2} y_s^* |V_s|^2 = \frac{1}{2} (G_s - jB) |V_s|^2 \quad (\text{II-7})$$

Connaissant  $P$ , l'expression de  $G_s$  peut en être facilement déduite par l'identification des parties réelles des deux termes de l'équation (II-7). l'expression finale de  $G_s$  est donnée par la relation suivante :

$$G_s \cong \frac{1}{\pi\eta} \left\{ \left[ a \text{Si}(a) + \frac{\sin a}{a} + \cos a - 2 \right] \left( 1 - \frac{\nu^2}{24} \right) + \frac{\nu^2}{12} \left( \frac{1}{3} \frac{\cos a}{a^2} - \frac{\sin a}{a^3} \right) \right\} \quad (\text{II-8})$$

pour plus de détails, vous pouvez consulter l'annexe B.

$\eta$  : l'impédance d'onde dans le vide,  $\eta = 120\pi$ .

$a = KWe$  : longueur normalisée de l'ouverture

$KS = \nu$  : largeur normalisée de l'ouverture.

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du \quad (\text{sinus intégral})$$

généralement,  $KS = \nu$  est très petit, donc le deuxième terme de la relation (II-8) peut être négligé, alors l'équation devient :

$$G_s = \frac{1}{\pi\eta} \left[ a \operatorname{Si}(a) + \frac{\sin a}{a} + \cos a - 2 \right] \quad (\text{II-9})$$

Le développement de  $\sin(a)$  ;  $\operatorname{si}(a)$  et  $\cos(a)$  en série de Maclaurin jusqu'au quatrième terme, donne pour  $G_s$  :

$$G_s = \frac{a}{3\pi\eta_0} \left[ 1 - \frac{a^2}{60} + \frac{a^4}{2400} - \frac{a^6}{423.360} \right] \quad (\text{II-10})$$

Cette expression garantie une précision plus de 1% pour  $a < 5$ , son avantage est qu'elle est plus facile à calculer et à utiliser.

#### II-4-3-1.b Expression de $B_s$

si on procède de la même manière que pour  $G_s$ , la self susceptance  $B_s$  sera donnée par la formule suivante :

$$B_s = \frac{1}{\pi^2 \eta K |V_s|^2} \int_0^K \left\{ \int_{\sqrt{K^2 - K_x^2}}^{+\infty} (K^2 - K_x^2) |\xi_{ay}|^2 \frac{dk_y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2 - k^2}} \right\} dk_x + \frac{1}{\pi^2 \eta K |V_s|^2} \int_K^{+\infty} \left\{ \int_0^{+\infty} (K^2 - K_x^2) |\xi_{ay}|^2 \frac{dk_y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2 - k^2}} \right\} dk_x \quad (\text{II-11})$$

Néanmoins cette expression n'est pas utilisée, car le model de l'ouverture rayonnante n'est pas appropriée pour la connaissance exacte de la distribution du champ dans les ouvertures qui est indispensable pour la détermination de l'énergie emmagasinée aux franges. On utilise plutôt l'expression de Kirschning, Jansen et Koster pour le calcul de  $B_s$  [20]. L'idée est de considérer  $B_s$  comme étant une représentation de l'extension du patch  $\Delta L$  (l'extension du champ aux bords du patch).  $B_s$  est donnée par :

$$B_s = y_c \tan(\beta \Delta L) \quad [19] \quad (\text{II-12})$$

$y_c$  : admittance caractéristique.

$\beta$  : constante de propagation.

$\Delta L$  : extension des champs au delà du patch, il est donnée par :

$$\Delta L = h \vartheta_1 \vartheta_3 \vartheta_5 / \vartheta_4 \quad [17] \quad (\text{II-13})$$

$$\vartheta_1 = 0.434907 \frac{\mathcal{E}_{eff}^{0.81} + 0.26 (W/h)^{0.8544} + 0.236}{\mathcal{E}_{eff}^{0.81} - 0.1890.26 (W/h)^{0.8544} + 0.87} \quad (\text{II-14})$$

$$g_2 = 1 + \frac{(W/h)^{0.371}}{2.358 \epsilon_r + 1} \quad (\text{II-15})$$

$$g_3 = 1 + \frac{0.5274 \arctan \left\{ 0.084 (W/h)^{1.9413} / g_2 \right\}}{\epsilon_{eff}^{0.9236}} \quad (\text{II-16})$$

$$g_4 = 1 + 0.077 \arctan \left\{ 0.067 (W/h)^{1.456} \left\{ 6 - 5 \exp[0.036 (1 - \epsilon_r)] \right\} \right\} \quad (\text{II-17})$$

$$g_5 = 1 - 0.218 \exp(-7.5 W/h) \quad (\text{II-18})$$

avec :

$y_c$  : l'admittance caractéristique de la ligne.

$\epsilon_{eff}$  : permittivité relative du substrat diélectrique.

$\beta$  : constante de propagation.

$W$  : largeur du patch.

$h$  : la hauteur du substrat.

Les expressions de, seront déterminées dans la section «paramètres de la ligne ».

#### II-4-3.2 Expression de l'admittance mutuelle : $y_m = G_m + jB_m$

L'admittance  $y_m$ , a été négligée par les modèles simplifiés, pleins d'imperfections, une partie de leurs imprécisions est amputée d'ailleurs à cette cause. Van De Capelle avait proposé une méthode, qui consistait à utiliser les transformées de Fourier du champ électromagnétique, pour définir une expression simple de  $y_m$ . Tout récemment des formules fermées ont été publiées par la littérature, proposées par Nauwelaers elles permettent d'estimer mieux la valeur de  $y_m$ .

##### II-4-3-2.a Expression de $G_m$

Il existe des expressions plus au moins précises pour le calcul de  $G_m$ . On en donne deux formules : ceux données par Van De Capelle(Les détails de dérivation de l'expression de  $G_m$  sont donnés dans l'annexe A) et ceux données par Nauwelaers (eq.II- 28).

L'expression de la conductance mutuelle  $G_m$  entre les deux slots de longueur finie sera dérivée de celle des slots de longueur infinie(figure II-6). On définit d'abord une fonction de

$$\text{couplage auxiliaire } Fg, \text{ telle que : } Fg = \frac{g_m}{g_s} = \frac{G_m}{G_s} \quad (\text{II-19})$$

Où  $g_s$  et  $g_m$  sont, respectivement, la conductance propre par unité de longueur et la conductance mutuelle par unité de longueur.

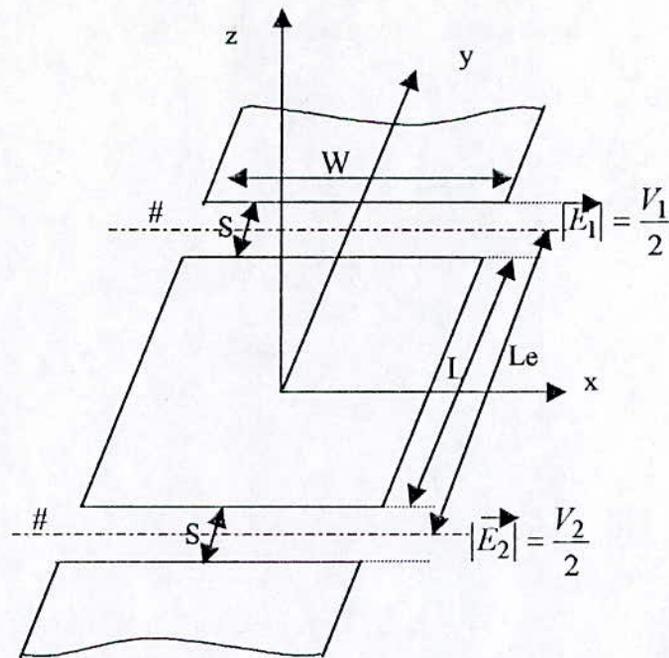


Fig.II-6 modèle à 2 ouvertures infinies

La puissance complexe émise, calculée dans le domaine spatial est reliée à  $g_s$  et  $g_m$  par la relation suivante :

$$p + jq = \frac{1}{2} y_s^* |V_s|^2 = \frac{1}{2} (g_s - b_s) |V_s|^2 + y_m^* \text{Re}(V_1 V_2^*) \quad (\text{II-20})$$

la puissance complexe rayonnée ( $p + jq$ ) par unité de longueur, est donnée dans le domaine spatial

par

$$p = \frac{K}{4\pi\eta} \int_{-K}^K |\xi_{ay}|^2 \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_y^2}} \quad (\text{II-21})$$

avec :

$\xi_{ay}$  : est la transformée de Fourier de  $E_a$ , où  $E_a$  est le champ électrique tangentiel au niveau de l'ouverture, qui est donne par :

$$E_a = \begin{cases} \frac{V_1}{S} \hat{y} & \text{pour } \frac{Le-S}{2} \leq y \leq \frac{Le+S}{2} \\ \frac{V_2}{S} \hat{y} & \text{pour } \frac{Le-S}{2} \leq -y \leq \frac{Le+S}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$Le = L + S = L + \Delta L$  et  $S = \Delta L$  : largeur de l'ouverture.

$$K = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} : \text{le vecteur d'onde.}$$

en résolvant l'intégrale de l'équation (II-21), et en faisant l'identification entre les parties réelles dans l'équation (II-20), tout en assumant  $V_2 = 0$ ,  $g_s$  sera donnée par :

$$g_s = \frac{K}{\eta v^2} j_0^{ii}(v) \quad (II-22)$$

$v$  : largeur normalisée de l'ouverture.

$j_0^{ii}(v)$  est le double intégrale de la fonction de Bessel  $J_0$  de premier type et d'ordre 0 :

$$j_0^{ii}(v) = \int_0^v \int_0^U J_0(\tau) d\tau dU \quad (II-23)$$

l'intégration de (II-23) est donnée par la référence [19] :

$$j_0^{ii}(v) = \frac{v^2}{2} \left( 1 - \frac{v^2}{24} + \frac{v^2}{960} \dots \right)$$

Comme  $v$  est très petit, les termes d'ordre 4 et plus, peuvent être négligés. Dans ce cas  $g_s$  sera donnée par :

$$g_s \cong \frac{K}{2\eta} \left( 1 - \frac{v^2}{24} \right) \quad (II-24)$$

Pour obtenir l'expression de  $g_m$ , on exprime la puissance complexe par unité de longueur ( $p+jq$ ) en fonction de la transformée de Fourier du champ de l'ouverture, d'une part, et en fonction des tensions d'excitation des ouvertures 1 et 2 ( $V_1$  et  $V_2$ ) d'autre part. Puis on pose  $V_1 = V_2$  et on égalise les deux parties réelles des deux fonctions. L'expression de  $g_m$  est donnée dans l'annexe A par la relation suivante :

$$g_m = \frac{K}{2\eta} \left\{ \left( 1 - \frac{v^2}{24} \right) J_0(l) + \frac{v^2}{24} J_2(l) \right\} \quad (II-25)$$

avec :

$l = K.L_e$  : la longueur normalisée du patch.

Connaissant  $g_s$ ,  $g_m$ , le coefficient de couplage auxiliaire peut être déterminé très facilement :

$$Fg \cong J_0(l) + \frac{v^2}{24 - v^2} J_2(l) \quad (II-26)$$

d'où :

$$Gm \cong Gs \left( J_0(l) + \frac{v^2}{24 - v^2} J_2(l) \right) \quad (II-27)$$

Cette expression de  $G_m$ , est une bonne approximation lorsque l'on a affaire à des ouvertures longues ( $W$  très grand). Cela vient du fait que la longueur de ces dernières a été supposée infinies. Pour englober les antennes aux petites dimensions, on peut utiliser, une expression fermée proposée par Nauwelaers :

$$G_m = \frac{a^2}{3\pi\eta_0} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{3Em(l)}{(m+2)!} (a)^{2m} \quad [20] \quad (II-28)$$

$$E(l) = (2m-1)!! \left\{ \frac{j_m(l)}{l^m} - (2m+1) \frac{j_{m+1}(l)}{l^{m+1}} \right\}$$

$j_m(l)$  = fonction de Bessel sphérique de premier type et d'ordre  $m$ .

$$(2m-1)!! = (2m-1)(2m-3)(2m-5) \dots 1$$

$a$  et  $l$  sont définis précédemment.

#### II-4-3-2.b Expression de la susceptance mutuelle $B_m$ :

On utilise la même procédure que pour  $G_m$ , D'abord on définit la fonction auxiliaire de couplage  $Fb$  pour les susceptances, tel que  $Fb = b_m/b_s = B_m/B_s$ .  $b_s$  et  $b_m$  sont respectivement la susceptance propre par unité de longueur et susceptance mutuelle par unité de longueur, les calculs donnent (voir annexe A) :

$$b_m \cong -\frac{K}{2\eta} \left\{ \left(1 - \frac{v^2}{24}\right) y_0(l) + \frac{v^2}{24} y_2(l) \right\} \quad (II-29)$$

$$b_s = -\frac{K}{\pi\eta} \left\{ \left(\ln\left(\frac{v}{2}\right) + Ce - \frac{3}{2}\right) \left(1 - \frac{v^2}{24}\right) + \frac{v^2}{288} \right\} \quad (II-30)$$

$Ce$  : constante d'Euler qui est égale à 0.577216

$y_0$  : fonction de Bessel de seconde espèce et d'ordre 0.

Connaissant  $b_s$  et  $b_m$ , la fonction de couplage auxiliaire peut être aisément déterminée, d'après la définition il vient :

$$Fb = \frac{b_m}{b_s} \cong \frac{y_0(l) + \frac{v^2}{24-v^2} y_2(l)}{\ln\left(\frac{v}{2}\right) + Ce - \frac{3}{2} + \frac{v^2/12}{24-v^2}} \quad (II-31)$$

$B_s$  étant calculée dans la section précédente, la susceptance  $B_m$ , est donnée facilement par la relation suivante :

$$B_m = Fb B_s \cong B_s \frac{y_0(l) + \frac{v^2}{24-v^2} y_2(l)}{\ln\left(\frac{v}{2}\right) + Ce - \frac{3}{2} + \frac{v^2/12}{24-v^2}} \quad (II-32)$$

Eu égard aux hypothèses émises lors des calculs (la longueur des slots étant supposée infinie), l'expression de  $B_m$  nécessite une correction. un coefficient  $K_b$  étant défini à cet effet, tel que :

$$B_m = K_b F_b B_s$$

Avec :

$$K_b = 1 - \exp(-0.21w)$$

On voit bien que lorsque l'on a  $w$  suffisamment grand,  $K_b$  tendra à l'unité, donc on va retomber sur la première expression. Toutefois, il existe dans la littérature des formules proposées par Nauwelaers, qui estiment  $B_m$  à l'aide des séries infinies. Ces expressions sont données par [20] comme suit :

$$B_m = \frac{a^2}{3\pi\eta_0} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{3E_m(l)}{(m+2)!} (a)^{2m} \tag{II-33}$$

$$E_m(l) = (2m-1)!! \left\{ \frac{j_m(l)}{l^m} - (2m+1) \frac{j_{m+1}(l)}{l^{m+1}} \right\}$$

$j_m(l)$  = fonction de Bessel sphérique de premier type et d'ordre  $m$ .

$$(2m-1)!! = (2m-1)(2m-3)(2m-5) \dots 1$$

$a$  et  $l$  sont définis précédemment.

La série est très précise et converge rapidement. Cette première expression de  $B_m$  reste correcte pour autant qu'on ait  $l > a+0,5$ , dans ce cas, les 6 premiers termes de la série garantissent une erreur inférieure à 1%. Bien souvent, ce n'est pas le cas et on doit apporter une correction, notamment pour les antennes de longueur faible. Cette restriction limite le champ d'application de (II-33). Cependant, plusieurs termes peuvent être pris ( $m=0-15$ ) pour étendre l'utilisation à  $l > a+0.1$ . Pour des petites valeurs de  $l$ , on utilise la formule suivante[20] :

$$B_m = B_m(a=1, l' = \frac{l}{u}) \cdot \frac{G_s(a)}{G_s(1)} \cdot CF \tag{II-34}$$

$B_m(a=1, l' = \frac{l}{u})$  peut s'obtenir à partir de l'équation (II-33), en prenant dans cette formule  $l'$  au lieu de  $l$  et  $a=1$ .

$G_s(1)$  peut s'obtenir à partir de l'équation (II-10), en prenant dans la formule  $a=1$ .

$$u = 1.0086 - 0.00772a - 0.00085a^2$$

$$CF = 1 + \frac{(a-1)^{2.55}}{1000} + 0.016(a-1)(l-3.5) + \frac{\text{sign}(l-3.7)|l-3.7|^{5.5} (25.03 - |a-3.6|^{3.37} 1.49)}{10}$$

l'expression (II-34) donne une erreur inférieure à 2.5% pour  $1 < a < 5$  et  $1.2 < l < 0.1$  [20].

#### II-4-4 Expression des paramètres de la ligne

Les paramètres de la ligne  $Y_c$  et  $\gamma$  sont exprimés en fonction de la largeur effective du patch  $W_{eff}$  et de la permittivité effective du substrat  $\epsilon_{eff}$ . Ces deux derniers paramètres dépendent de la fréquence. Dans un premier temps ils seront exprimés en fonction de ceux de la ligne microruban à l'aide de l'approche quasi-statique[19].

##### II-4-4.1 L'approche quasi-statique

Dans cette approche, la ligne microruban dont le conducteur supérieur de largeur  $W$  et le substrat de permittivité électrique relative  $\epsilon_r$  (fig.II-7.a), est modélisée par un guide d'onde rectangulaire (fig.II-7.b). Les deux murs horizontaux sont considérés comme étant des conducteurs électriques parfaits, et les deux parois verticales sont considérées comme des conducteurs magnétiques parfaits. Ce guide est d'une hauteur égale à l'épaisseur du substrat de (fig.II-7.a), mais de largeur effective  $W_{eff}$  supérieur à la largeur physique ( $W$ ) du ruban, il est rempli avec un diélectrique de permittivité relative effective  $\epsilon_{eff}$ . L'impédance caractéristique  $Z_c$  et la constante de phase  $\beta$  du mode fondamentale se propageant dans la ligne microruban sont données [19] en termes des paramètres du guide d'onde par les formules suivantes :

$$Z_C = \frac{\eta_o}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{h}{W_{eff}} \quad (\text{II-35})$$

$$\beta = K_o \sqrt{\epsilon_{eff}} \quad (\text{II-36})$$

Où  $\eta_o = \sqrt{\mu_o/\epsilon_o}$  = impédance d'onde dans l'espace libre.

$K_o = \omega \sqrt{\mu_o \epsilon_o}$  = vecteur d'onde dans l'espace libre.

Pour cette approximation quasi-statique, [19] donne les formules ci-dessous qui ne dépendent aucunement de la fréquence, ces expressions peuvent être applicables dans une certaine mesure, à condition que la fréquence n'accède pas un seuil donné, où les formulations de  $W_{eff}$  et de  $\epsilon_{eff}$  deviennent caduques.

$$W_{eff}(0) = 2\pi h / \ln(hF/W' + \sqrt{1 + (2h/W')^2}) \quad (\text{II-37})$$

$$F = 6 + (2\pi - 6) \exp\left\{-\frac{4\pi^2}{3} \left(\frac{h}{W'}\right)^3\right\} \quad (\text{II-38})$$

$$W' = W + \frac{t}{\pi} \left\{ 1 + \ln\left(4 / \sqrt{\left(\frac{t}{h}\right)^2 + \left(\frac{1}{\pi}\right)^2} / (W/t + 1.1)^2\right)\right\} \quad (\text{II-39})$$

$$\epsilon_{eff}(0) = \frac{1}{2} \{ \epsilon_r + 1 + (\epsilon_r - 1)G \} \quad (II-40)$$

$$G = (1 + 10h/W)^{-AB} - \frac{\ln 4}{\pi} \frac{t}{\sqrt{Wh}} \quad (II-41)$$

$$A = 1 + \frac{1}{49} \ln \left\{ \frac{(W/h)^4 + W^2/(52h)^2}{(W/h)^4 + 0.432} \right\} + \frac{1}{18.7} \ln \left\{ 1 + \left( \frac{W}{18.1h} \right)^3 \right\} \quad (II-42)$$

$$B = 0.564 \exp \left( -\frac{0.2}{\epsilon_r + 0.3} \right) \quad (II-43)$$

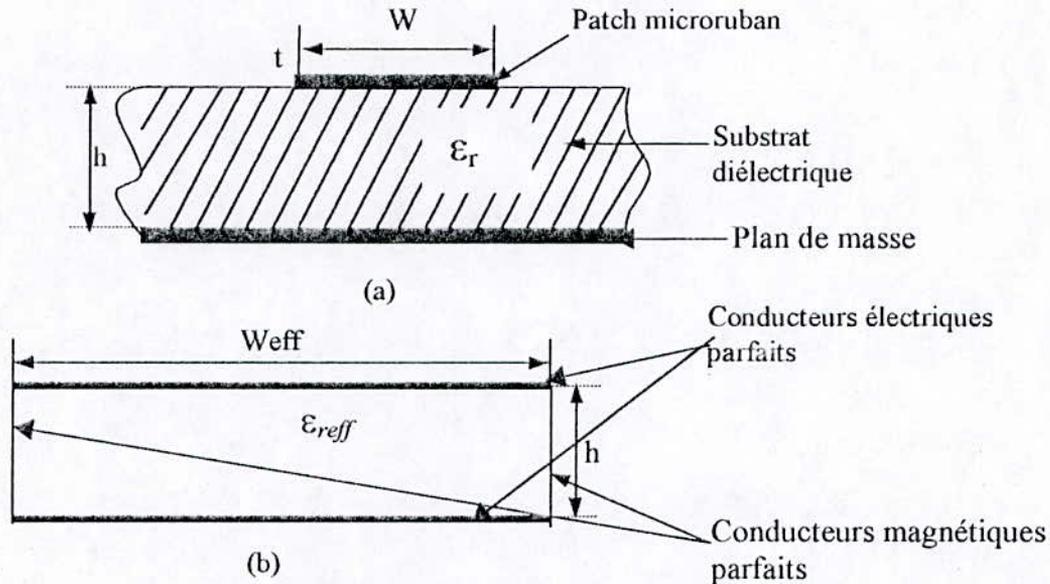


Fig.II-7 le modèle de guide d'onde pour une ligne microruban  
 (a) coupe de la ligne microruban ;  
 (b) guide d'onde équivalent.

#### II-4-4.2 l'effet de la fréquence

Dans la pratique l'utilisation des hautes fréquences se fait sentir de plus en plus comme une nécessité. Or pour conserver la validité du modèle, des corrections adéquates tenant compte de l'effet de la fréquence ont été établies. [19] donne les formules suivantes :

$$\epsilon_{eff}(f) = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{eff}(0)}{1 + P} \quad (II-44)$$

$\epsilon_{eff}(0)$  est donnée dans (II-40).

$$P = P_1 P_2 \{ (0.1844 + P_3 P_4) f_n \}^{1.5763} \quad (II-45)$$

$$P_1 = 0.27488 + \left\{ 0.6315 / (1 + 0.0157 f_n)^{20} \right\} u - 0.065683 \exp(-8.7513 u) \quad (II-46)$$

$$P_2 = 0.33622 \{ 1 - \exp(-0.03442 \epsilon_r) \} \quad (II-47)$$

$$P_3 = 0.0363 \exp(-4.6u) \left\{ 1 - \exp \left[ - (f_n / 38.7)^{4.97} \right] \right\} \quad (II-48)$$

$$P_4 = 1 + 2.751 \left\{ 1 - \exp \left[ - (\epsilon_r / 15.916)^8 \right] \right\} \quad (\text{II-49})$$

$$f_n = f [\text{GHz}] h [\text{mm}] \quad (\text{II-50})$$

$$u = \{ W + (W' - W) / \epsilon_r \} / h \quad (\text{II-51})$$

et la largeur effective est donnée par [19] :

$$W_{\text{eff}}(f) = \frac{W}{3} + (R_w + P_w)^{\frac{1}{3}} - (R_w - P_w)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II-52})$$

où 
$$P_w = \left( \frac{W}{3} \right)^3 + \frac{S_w}{2} \left[ W_{\text{eff}} - \frac{W}{3} \right] \quad (\text{II-53})$$

$$Q_w = \frac{S_w}{3} - \left( \frac{W}{3} \right)^2 \quad (\text{II-54})$$

$$R_w = \left( P_w^2 + Q_w^3 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II-55})$$

$$S_w = \frac{C_0^2}{4f^2 \left[ \epsilon_{\text{eff}}(f) - 1 \right]} \quad (\text{II-56})$$

#### II-4 -5 Les pertes

C'est grâce aux modèles récents que les pertes ont été prises en compte, elles sont représentées par la constante d'atténuation  $\alpha$ . Cette dernière peut être subdivisée en fonction de la prévenance en deux types :

- pertes diélectriques dans le substrat ( $\alpha_d$ ),
- pertes de conduction dans le ruban ( $\alpha_c$ ) et dans le plan de masse ( $\alpha_g$ ).

La constante d'atténuation totale  $\alpha$  sera la somme des différentes pertes :  $\alpha = \alpha_g + \alpha_c + \alpha_d$   
 les pertes diélectriques et de conduction sont données par [19] :

$$\alpha_d = 0.5 \beta \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{\text{eff}}(f)} \frac{\epsilon_{\text{eff}}(f) - 1}{\epsilon_r - 1} \tan \delta \quad (\text{II-57})$$

$\tan \delta$  est l'angle de perte du diélectrique.

$$\alpha_c = \alpha_n R_{ss} F_{\Delta s} F_s \quad (\text{II-58})$$

$$\alpha_g = \alpha_n R_{sg} F_{\Delta g} \quad (\text{II-59})$$

avec 
$$R_{ss} = \sqrt{\pi f \mu_0 / \sigma_s} \quad (\text{II-60})$$

$$R_{sg} = \sqrt{\pi f \mu_0 / \sigma_g} \quad (\text{II-61})$$

$$\alpha_n = \begin{cases} \frac{1}{Z_c^{(0)}} \frac{32 - (W'/h)^2}{32 + (W'/h)^2}; & W'/h < 1 \\ \frac{\sqrt{\epsilon_{eff}(0)}}{2\eta_0 W_{eff}(0)} \left( W'/h + \frac{0.667 W'/h}{W'/h + 1.444} \right); & W'/h \geq 1 \end{cases} \quad (II-62)$$

$Z_c(0)$  est donnée en (II-35)

$$F_{\Delta_s} = 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left\{ 1.4 (R_{ss} \Delta_s \sigma_s)^2 \right\} \quad (II-63)$$

$$F_{\Delta_g} = 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left\{ 1.4 (R_{sg} \Delta_g \sigma_g)^2 \right\} \quad (II-64)$$

$\Delta_s$  = rugosité du conducteur du patch

$\Delta_s$  = rugosité du conducteur du plan de masse.

$$F_s \cong 1 + \frac{2h}{W'} \left( 1 - \frac{1}{\pi} + \frac{W' - W}{t} \right) \quad (II-65)$$

### II-5 CALCUL DU CHAMP RAYONNE PAR UNE ANTENNE MICRORUBAN

L'épaisseur du substrat d'une antenne de ce type est généralement très faible devant la longueur d'onde ( $0,003\lambda_0 < h < 0,05\lambda_0$ ), donc on peut admettre l'uniformité de la distribution du champ dans l'ouverture :

$$\vec{E}_{az} = \begin{cases} E_0 \hat{z} & \text{si : } -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

avec :  $E_0 = \frac{V_0}{h} = \text{cste}$

où  $V_0$  est la tension aux extrémités

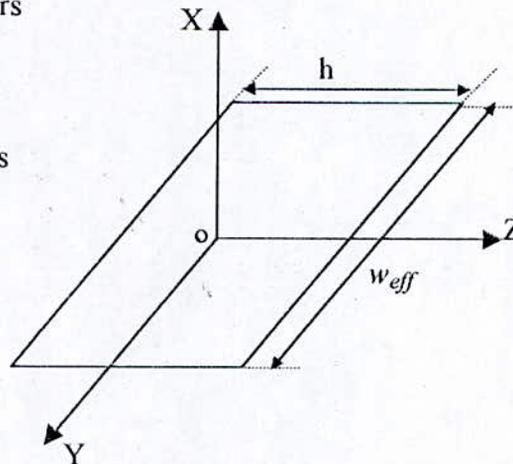


Fig.II-8 L'ouverture rayonnante

Comme les antennes de types ouvertures peuvent être représentées soit par la densité de courant électrique, soit par la densité de courant magnétique ou par les deux à la fois, prenant le cas de sources magnétiques seules.

### II-5.1 Le champ rayonné par une seule ouverture

Le champ lointain en un point M est donné par la relation 19 de l'annexe B:

$$\vec{E}_1(M) = \frac{jK}{2\pi} \frac{\exp(-jKr)}{r} \iint_S (\hat{x} \wedge E_0 \hat{z}) \wedge \hat{r} \exp(jK \vec{r}' \cdot \hat{r}) dS \quad (\text{II-66})$$

$dS = dz' \cdot dy'$  = élément de surface dans l'ouverture.

$$|y'| \leq \frac{W_{eff}}{2}; |z'| \leq \frac{h}{2}$$

$\vec{r}' = \vec{Op}$ ,  $p$  point quelconque dans l'ouverture.

$$\vec{r}' \cdot \hat{r} = y' \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(M) &= \frac{-jK_0}{2\pi r} \exp(-jK_0 r) V_0 W_{eff} \sin c \left[ \frac{W_{eff} k_0}{2} \sin \theta \sin \phi \right] \sin c \left[ \frac{h k_0}{2} \cos \theta \right] (\hat{y} \wedge \hat{r}) \\ &= \frac{-jK_0}{2\pi r} \exp(-jK_0 r) V_0 W_{eff} \sin c \left[ \frac{W_{eff} k_y}{2} \right] \sin c \left[ \frac{h k_z}{2} \right] (\hat{y} \wedge \hat{r}) \end{aligned} \quad (\text{II-67})$$

$$\begin{aligned} \text{avec } k_y &= k_0 \sin \theta \sin \phi \\ k_z &= k_0 \cos \theta \end{aligned}$$

### II-5.2 le champ total

Le champ total rayonné par l'antenne est donné par

$$\vec{E} = \vec{E}_1 F(\theta, \phi) \quad (\text{II-68})$$

Avec  $F(\theta, \phi)$  le facteur de réseaux qui est donné par la relation suivante :

$$F(\theta, \phi) = 1 + \exp(jk_0 L_{eff} \hat{x} \cdot \hat{r}) = 1 + \exp(jk_0 L_{eff} \sin \theta \cos \phi) = (1 + \exp(jL_{eff} k_x)) \quad (\text{II-69})$$

$$k_x = k_0 L_{eff} \sin \theta \cos \phi$$

$E_1$  est donné le paragraphe précédent.

finalement :

$$\begin{cases} \vec{E}(M) = \frac{-jk_0 \exp(-jk_0 r)}{2\pi r} V_0 W (1 + \exp(jk_x L_{eff})) \sin c \left[ \frac{k_y}{2} \right] \sin c \left[ \frac{k_z h}{2} \right] (\hat{y} \wedge \hat{r}) \\ \vec{H}(M) = \frac{1}{Z} \hat{r} \wedge \vec{E} \end{cases} \quad (\text{II-70})$$

Introduisons les composantes copolaire et contrapolaire qui sont définies d'après Ludwig[7] par la relation suivante.

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_{co} \\ \hat{e}_{cross} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix}$$

ce qui donne :

$$\hat{y} \wedge \hat{r} = \left[ 1 - \sin^2\phi(1 - \cos\theta) \right] \hat{e}_{co} + \left[ \frac{1}{2} \sin(2\phi)(1 - \cos\theta) \right] \hat{e}_{cross} \quad (II-71)$$

$\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$  = vecteurs unitaires dans le système de coordonnées sphériques.

Finalement, les composantes copolaires et contrapolaires seront données par:

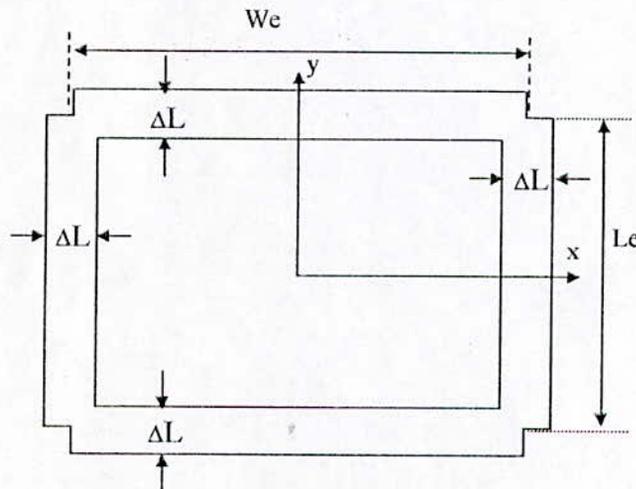
$$\begin{aligned} \vec{E}_{co} &= \frac{-jk_0}{2\pi} \exp(-jk_0 r) V_0 W_{eff} (1 + \exp(jk_x L_{eff})) \operatorname{sinc} \left[ \frac{k_y W_{eff}}{2} \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{k_z h}{2} \right] \left[ 1 - \sin^2\phi(1 - \cos\theta) \right] \hat{e}_{co} \\ \vec{E}_{cross} &= \frac{-jk_0}{2\pi} \exp(-jk_0 r) V_0 W_{eff} (1 + \exp(jk_x L_{eff})) \operatorname{sinc} \left[ \frac{k_y W_{eff}}{2} \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{k_z h}{2} \right] \left[ \frac{1}{2} \sin(2\phi)(1 - \cos\theta) \right] \hat{e}_{cross} \quad (II-72) \end{aligned}$$

La composante copolaire existe dans les deux plans E ( $\phi=0$ ) et H( $\phi=\pi/2$ ). Cependant, la composante contrapolaire n'existe ni dans le plan E ni dans le plan H, et elle prend son maximum dans le plan D( $\phi=\pi/4$ ).

## II-6 INFLUENCE DES SLOTS LATÉRALES SUR LE CHAMP RAYONNE

Afin d'évaluer l'influence des sides slots, prenant une antenne microruban demi-longueur d'onde. Aux bords longitudinaux de la ligne microruban, la tension a une distribution presque sinusoidale.[20]

Le système devient à 4 slots : 2 slots principales (main slots) et 2 slots longitudinales (sides slots). Les 2 premières slots ont une longueur  $w_{eff}$  et une largeur  $\Delta L$ , distante l'une de l'autre de  $L_e + \Delta L$ . Les sides slots ont une longueur  $L_e$ , une largeur  $\Delta L$  et distante l'une de l'autre de  $W_e$ .



-Fig.II-9 Le modèle à 4 slots de rayonnement

Le champ électrique dans les ouvertures ( $z=0$ ) est :

$$E_{\alpha} = \begin{cases} \frac{V_s}{\Delta L} = \hat{y} \text{ pour } |x| \leq \frac{We}{2}, \frac{Le-\Delta L}{2} \leq |y| \leq \frac{Le+\Delta L}{2} & (1) \\ \frac{V_s}{\Delta L} \sin\left(\frac{\pi y}{Le}\right) \hat{x} \text{ pour } |y| \leq \frac{Le}{2}, \frac{We-\Delta L}{2} \leq x \leq \frac{We+\Delta L}{2} & (2) \\ -\frac{V_s}{\Delta L} \sin\left(\frac{\pi y}{Le}\right) \hat{x} \text{ pour } |y| \leq \frac{Le}{2}, \frac{We-\Delta L}{2} \leq -x \leq \frac{We+\Delta L}{2} & (3) \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (II-73)$$

On suit le même principe qu'on a utilisé pour la détermination du champ rayonné par les 2 main slots. Mais ici les distributions sont sinusoïdales (eq. (II-73.2) et (II-73.3)). On obtient :

$$\vec{E} = -\frac{2K}{\pi} \sin(K_y \frac{Weff}{2}) \left\{ V' \frac{\sinh\left[(jK_x - \gamma) \frac{Leff}{2}\right]}{jK_x - \gamma} + V'' \frac{\sinh\left[(jK_x + \gamma) \frac{Leff}{2}\right]}{jK_x + \gamma} \right\} \exp(-jK_x \frac{Leff}{2}) \quad (II-74)$$

$$\cdot \left\{ \left[ \frac{1}{2} \sin^2 \phi (1 - \cos \theta) \right] \hat{e}_{CO} + \left[ 1 - \cos^2 \theta (1 - \cos \theta) \right] \hat{e}_{cross} \right\}$$

avec

$$V' = \frac{V_1 \exp(\frac{\gamma Leff}{2}) - V_2 \exp(-\frac{\gamma Leff}{2})}{\exp(\gamma Leff) - \exp(-\gamma Leff)}$$

$$V'' = \frac{V_2 \exp(\frac{\gamma Leff}{2}) - V_1 \exp(-\frac{\gamma Leff}{2})}{\exp(\gamma Leff) - \exp(-\gamma Leff)}$$

$\gamma = \alpha + j\beta$  = coefficient de propagation.

$$K_x = K_o \sin \theta \cos \phi$$

$$K_y = K_o \sin \theta \sin \phi$$

Dans le plan E ( $\phi=0$ ) le facteur  $\sin(K_y Weff / 2)$  est nul, donc l'effet des sides slots ne contribue ni dans la composante copolaire ni dans la composante contrapolaire du champ. Dans le plan H ( $\phi=90^\circ$ ) la composante copolaire est nulle, et la composante contrapolaire est donnée par:

$$E_{cross} = -\frac{K_o}{\pi} Leff V_1 \frac{\sinh^2(\gamma \frac{Leff}{2})}{\gamma \sinh(\gamma Leff)} \sin c(K_o Weff / 2 \sin \theta). \quad (II-75)$$

## II-7 CALCUL DE LA DIRECTIVITE

La directivité d'une antenne, dans une direction donnée  $\Delta(\theta, \phi)$  est le rapport de l'intensité de rayonnement  $U(\theta, \phi)$  dans cette direction sur l'intensité de rayonnement d'une antenne de référence.

Celle-ci est généralement la source isotrope. La formulation mathématique de cette caractéristique radioélectrique est donnée par [23] :

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{ray}} \quad (\text{II-76})$$

$$U(\theta, \phi) = \frac{|E|^2}{2\eta_0} r^2 \quad (\text{intensité de rayonnement})$$

$\eta_0$  : impédance caractéristique du vide.

$$P_{ray} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (\text{puissance rayonnée}).$$

$$\vec{|E|}^2 = |\vec{E\theta}|^2 + |\vec{E\phi}|^2$$

de l'équation (II-70), on peut donner :

$$|\vec{E\phi}| = \left[ \frac{K_o W_{eff} V_o}{2\pi} \sin \theta \cos \theta \cos \frac{KxL_{eff}}{2} \sin c \left( \frac{KyW_{eff}}{2} \right) \sin c \left( \frac{KzL_{eff}}{2} \right) \right]^2 \frac{1}{r^2} \quad (\text{II-77})$$

$$|\vec{E\theta}| = \left[ \frac{K_o W_{eff} V_o}{2\pi} \cos \theta \cos \frac{KxL_{eff}}{2} \sin c \left( \frac{KyW_{eff}}{2} \right) \sin c \left( \frac{KzL_{eff}}{2} \right) \right]^2 \frac{1}{r^2}$$

donc :

$$D(\theta, \phi) = \frac{2\pi}{\eta_0} \frac{\left[ \cos \theta \cos \frac{KxL_{eff}}{2} \sin c \left( \frac{KyW_{eff}}{2} \right) \sin c \left( \frac{KzL_{eff}}{2} \right) \right]^2 \left[ 1 + \sin^2 \theta \right]}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ \cos \theta \cos \frac{KxL_{eff}}{2} \sin c \left( \frac{KyW_{eff}}{2} \right) \sin c \left( \frac{KzL_{eff}}{2} \right) \right]^2 \left[ 1 + \sin^2 \theta \right] \sin \theta \, d\theta \, d\phi} \quad (\text{II-78})$$

Vu la complexité de cette double intégrale, on utilise plutôt une technique numérique :

On discrétise uniformément (Fig.II-10) les intervalles  $[0, \pi]$  et  $[0, 2\pi]$  respectivement en N et M divisions. Les pas  $\Delta\theta_i$  et  $\Delta\phi_j$  s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \nabla\theta_i = \frac{\pi}{N} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\ \nabla\phi_j = \frac{2\pi}{M} \quad (j = 1, 2, \dots, M) \end{cases} \quad (\text{II-79})$$

Quant aux variables discrètes  $\theta_i$  et  $\phi_j$ , elles peuvent être choisies comme suit :

$$\begin{cases} \theta_i = i \frac{\pi}{N} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N). \\ \phi_j = j \frac{2\pi}{M} \quad (j = 1, 2, 3, \dots, M). \end{cases} \quad (\text{II-80})$$

l'expression de la puissance rayonnée ( $P_{ray}$ ) devient :

$$P_{ray} = \left(\frac{\pi}{N}\right) \left(\frac{2\pi}{M}\right) \sum_{j=1}^M \left[ \sum_{i=1}^N U(\theta_i, \phi_j) \sin \theta_i \right] \quad (\text{II-81})$$

Avec : 
$$U(\theta_i, \phi_j) = \left[ \cos \theta_i \cos \frac{KxL_{eff}}{2} \sin c \left( \frac{KyW_{eff}}{2} \right) \sin c \left( \frac{KzL_{eff}}{2} \right) \right]^2 \left[ 1 + \sin^2 \theta_i \right]$$

$Kx = K_0 \sin \theta_i \cos \phi_j$

et  $Ky = K_0 \sin \theta_i \sin \phi_j$

$Kz = K_0 \cos \theta_i$

La directivité maximale est obtenue pour la direction  $\theta=0$ , c'est à dire l'intensité de rayonnement

maximale : 
$$D_o = \frac{4\pi U(0, \phi)}{P_{ray}} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{ray}} \quad (\text{II-82})$$

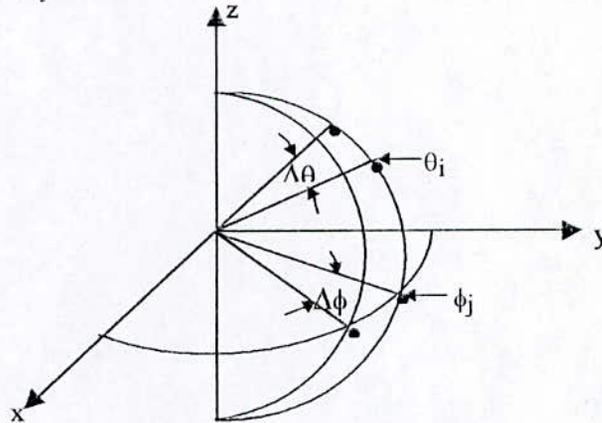


Fig.II-10 discrétisation en coordonnées sphériques.

**II-8 LA BANDE PASSANTE**

Comme la fréquence et la résistance de résonance, la bande passante est aussi un paramètre très important dans l'étude d'une antenne microruban. D'une manière générale, elle représente la gamme de fréquence dans laquelle les performances radioélectriques de cette antenne sont conformes à une norme imposée [15]. Il est donc possible de considérer plusieurs définitions de la bande passante.

- ◆ Celle pour laquelle le niveau du gain est de 3dB au-dessous de son maximum ;
- ◆ Celle pour laquelle la partie réelle de l'impédance d'entrée vaut 0.707 fois sa valeur maximale.

Ici, la bande passante est donnée par : 
$$B = \frac{f_2 - f_1}{f_r}$$

Avec  $f_r$ = fréquence de résonance.

$f_1, f_2$ =fréquences pour lesquelles  $Re(Z_{in})=0.707 R_r$

$R_r = Re(Z_{in})|_{f=f_r}$

- ◆ Celle définie directement à partir de la représentation en abaque de Smith de l'impédance : il s'agit de repérer sur cet abaque les deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  correspondant à l'intersection de la courbe représentant l'impédance d'entrée normalisée avec le cercle de rayon  $|\Gamma| = 0.33$  (T.O.S  $\approx 2$ ). La bande passante, dans ce cas est donnée par :  $B = 200 \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}$  (en %).

$\Gamma$  est le coefficient de réflexion  $= \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c}$  et T.O.S est le taux d'onde stationnaire  $= \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$ .

On outre, des expressions purement analytiques du coefficient de qualité et de la bande passante, pour un T.O.S donné, ont été élaborées [15] sous la forme

$$Q = \frac{f_r}{2\text{Re}(Y_{in})_{f=f_r}} \left\{ \frac{\partial \text{Im}(Y_{in})}{\partial f} \right\}_{f=f_r}$$

$$B = \frac{100(T.O.S - 1)}{Q\sqrt{T.O.S}} \text{ (en \%)} \quad (T.O.S > 1)$$

où  $f_r$  est la fréquence de la résonance, c'est-à-dire la fréquence pour laquelle l'impédance d'entrée de l'antenne est purement réelle (sa partie imaginaire est nulle);  $\text{Re}(Y_{in})$  et  $\text{Im}(Y_{in})$  sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de l'admittance d'entrée.

## II-9 L'EFFET DES ONDES DE SURFACES

L'un des grands problèmes des antennes microruban est que les pertes sont très considérables. En effet, en plus des pertes dans les conducteurs et des pertes dans le diélectrique, il existe des pertes par rayonnement de surface, générant des ondes de surface se propageant parallèlement à la surface du substrat. Ces ondes de surface sont très gênantes, de plus elles sont difficiles à quantifier et à modéliser car elles se propagent dans des directions arbitraires; elles se réfléchissent sur les bords de l'antenne et sur les divers éléments de celui-ci, et enfin elles sont rayonnées dans l'espace et s'interfèrent avec les ondes d'espace. Leur puissance peut être déterminée seulement par des techniques très compliquées. Pozar et Perlmutter ont utilisé les fonctions de Gréens exactes pour déterminer cette puissance [20]. Ils définissent l'efficacité des

ondes d'espace <sup>de surface</sup> comme suit :  $e = \frac{P_{sp}}{P_{sp} + P_{su}}$  [20] (II-83)

$P_{sp}$  = puissance des ondes d'espace,

$P_{su}$  = puissance des ondes de surface.

Pour le modèle de la ligne de la transmission,  $e$  est exprimée en terme de conductance au lieu de

puissance :  $e = \frac{G_{sp}}{G_{sp} + G_{su}}$  [20] (II-84)

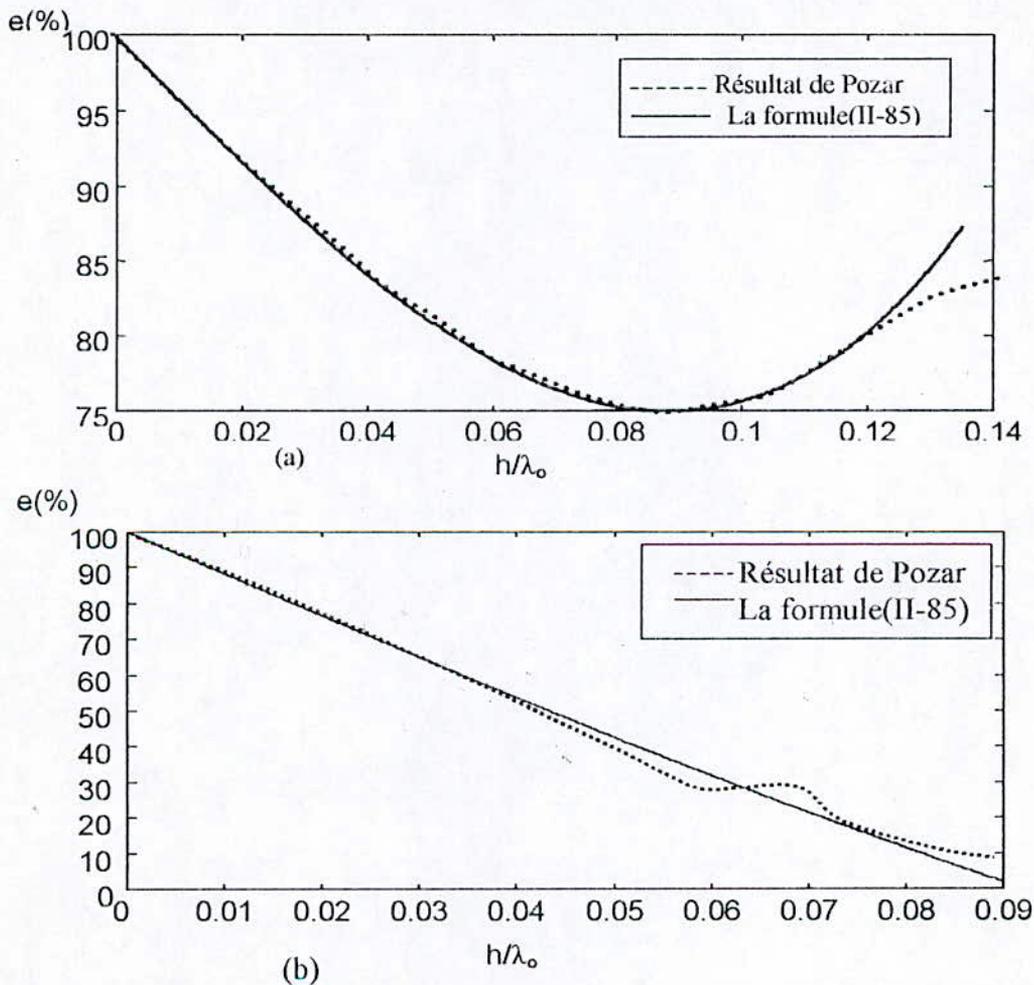
$G_{sp}$  = conductance des ondes d'espace,

$G_{su}$  = conductance des ondes de surface.

Pozar et Perlmutter montrent que  $e$  ne dépend que des paramètres  $\epsilon_r$  et de  $h/\lambda_0$ . La référence [20] donne la formule suivante pour  $e$  :

$$e = 1 - \sqrt{\epsilon_r - 1} \frac{h}{\lambda_0} \left\{ 3.4 - \frac{370}{\epsilon_r} \left( \frac{h}{\lambda_0} \right)^2 \right\} \quad (\text{II-85})$$

La figure (II-9) montre les résultats obtenus par Pozar et par la relation (II-85). Par ailleurs il est intéressant de signaler que l'efficacité des ondes de surface ne dépend que de deux paramètres :  $h/\lambda_0$  et  $\epsilon_r$ . pour les  $(h/\lambda_0)$  très petits l'efficacité  $e$  décroît linéairement, quand l'épaisseur relative dépasse 0.05 la courbe déviait sa trajectoire linéaire ce qui affecte un peu la précision de la formule(II-85). Néanmoins, cette dernière constitue une approximation acceptable pour quantifier l'effet des ondes de surface, et d'estimer par le biais de la formule (II-84) l'inductance totale [20].



-FigII-11. Efficacité des ondes de surface en fonction de l'épaisseur du substrat  
 -(a)  $\epsilon_r=2.55$ . -(b)  $\epsilon_r=12.8$ .

Pour plus d'information sur l'effet des ondes de surface, vous pouvez vous référer à la référence [22].

# **CHAPITRE III**

## ***Analyse des résultats obtenus***

Après avoir établi au chapitre 2 toutes les formulations mathématique des caractéristiques et des paramètres de la ligne de transmission équivalente à l'antenne microruban rectangulaire, nous consacrons ce chapitre aux résultats théoriques que nous avons obtenus et qui seront comparés aux résultats mesurés présentés par d'autres auteurs. L'influence de divers paramètres sur l'évolution de ces caractéristiques sera également présentée et interprétée.

### III-1 INTRODUCTION

L'intérêt d'une modélisation d'un système physique n'est pas de remplacer l'expérience, la simulation (analytique ou numérique) permet de gagner beaucoup de temps, d'analyser et se concevoir des dispositifs variés et divers. Cela suppose aussi un recours à des mesures au laboratoire pour confirmer ou infirmer les résultats théoriques obtenus.

Dans ce chapitre nous allons exposer les résultats obtenus après implémentation de la technique développée tout au long du chapitre précédent, en l'appliquant pour un patch rectangulaire isolé. Tout d'abord, la validité des résultats obtenus va être attestée par leurs confrontation à des résultats ou des mesures publiées dans la littérature par d'autres auteurs. Ensuite, l'influence des paramètres de l'antenne sur ses caractéristiques sera examinée pour enfin tirer les conclusions quant à l'efficacité du modèle choisi.

### III-2 antennes analysées

tous les résultats qui seront mentionnés dans les différentes sections de ce chapitre sont obtenus en considérant une antenne rectangulaire isolée. La figure ( III-1) montre l'antenne et ses caractéristiques physiques, ainsi que les symboles les désignant.

$h$  = hauteur du substrat

$L$  = longueur du substrat.

$W$  = Largeur du substrat.

$\epsilon_r$  = Permittivité électrique relative.

$\tan\delta$  = angle de pertes diélectrique.

$\Delta_s, \Delta_g$  = sont respectivement la rugosité du patch et du plan de masse.

$\delta_s, \delta_g$  = sont respectivement la conductivité du patch et du plan de masse.

$X = \frac{L_1}{L}$  longueur relative de l'excitation par un câble coaxial.

$X=0$  pour l'alimentation en surface.

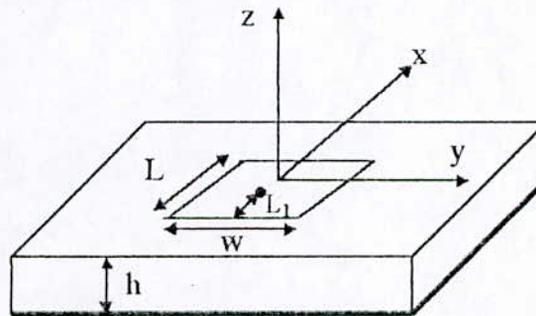


Fig.III.1 Antenne microruban

### III-3 IMPEDANCE D'ENTREE

C'est l'une des caractéristique essentielle qui détermine le comportement de l'antenne, dans le circuit dans lequel elle est insérée. Tout l'intérêt de cette analyse, réside dans l'adaptation des impédances pour recevoir le maximum de la puissance disponible. L'impédance d'entrée est une fonction très complexe des paramètres de l'antenne, dans la deuxième section de ce chapitre on a examiné l'incidence qu'aurait le choix de ces paramètres sur l'évolution de l'impédance d'entrée.

Dans cette section nous avons abordé l'impédance d'entrée d'une antenne isolée alimentée par les deux types d'alimentations déjà traitées. Les calculs sont faits avec le logiciel Fortran.

### III-3.1 Alimentation par un câble coaxial

La figure(III-2) nous montre la partie réelle et imaginaire de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence de l'antenne, dont les caractéristiques sont mentionnés au bas de la figure. La figure(III-2) montre aussi le comportement résonnant de la structure microruban. Dans le but d'attester notre analyse, nos résultats ont été confrontés aux mesures effectuées par [24]. On constate bien que les résultats obtenus sont agrémentés, à 2,01% pour la fréquence de résonance et d'environ, 3,6 % pour la résistance de rayonnement. La fréquence de résonance  $f_r$  correspond à l'impédance d'entrée purement réelle, dans notre cas,  $f_r = 1.59$  GHz.

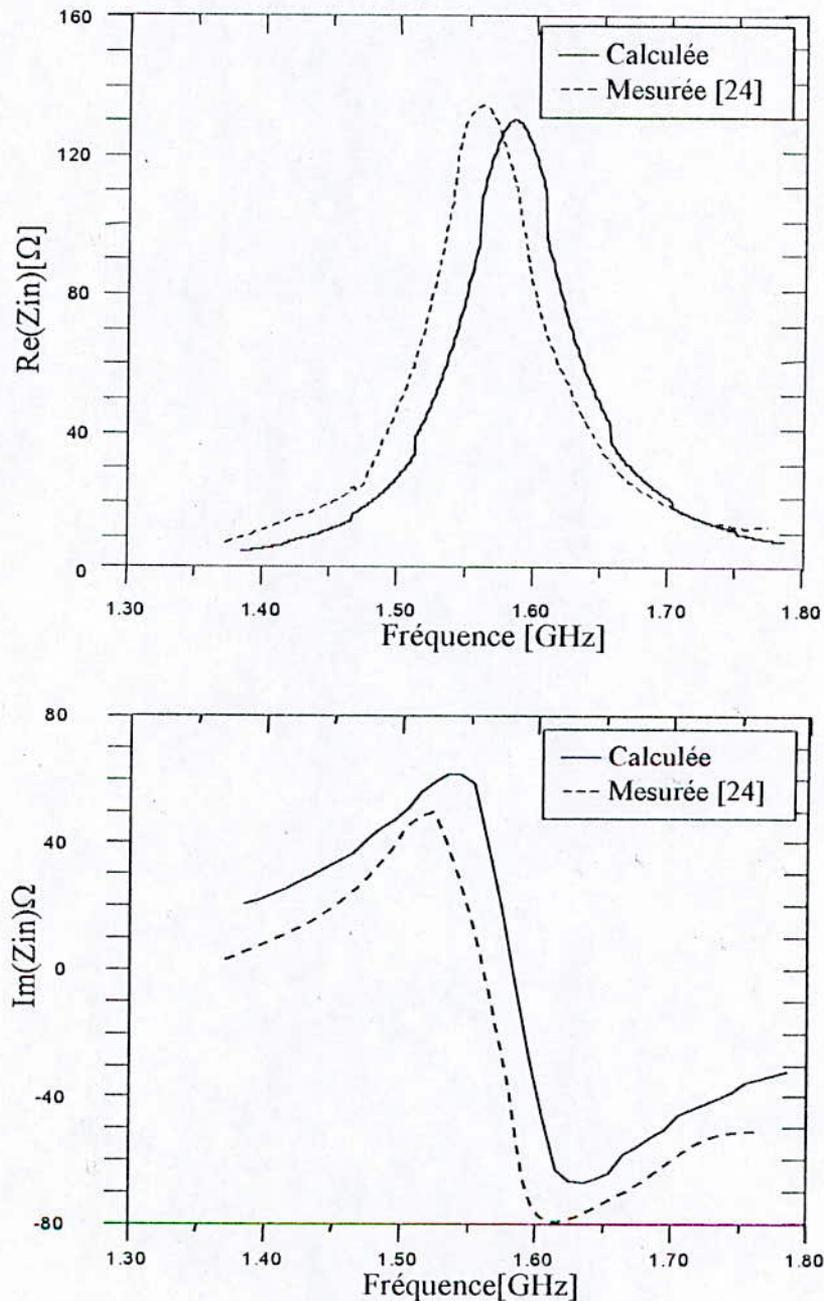


Fig.III-2-L'impedance d'entrée d'un patch rectangulaire isolé.(partie réelle et imaginaire).avec : $L=82.5\text{mm}$  ; $W=82.5\text{mm}$  ; $h=7\text{mm}$  ; $t=18\mu\text{m}$  ; $\epsilon_r=1.0006$  ; $\text{tg}\delta=0.0009$  . $x=0.26$

### ❖ bande passante

La bande passante est calculée à partir de figure(III-3) qui représente la variation du TOS en fonction de la fréquence, elle est la même que celle trouvée par la méthode directe. Dans notre cas elle est de 3,6%. La bande passante correspondra à l'intervalle de fréquence où le taux d'ondes stationnaires(TOS)est inférieur à deux. La simulation de l'antenne dont les caractéristiques sont mentionnées ci-dessus donne les résultats suivants. On voit bien sur la figure que le minimum du TOS correspond exactement à la fréquence de résonance

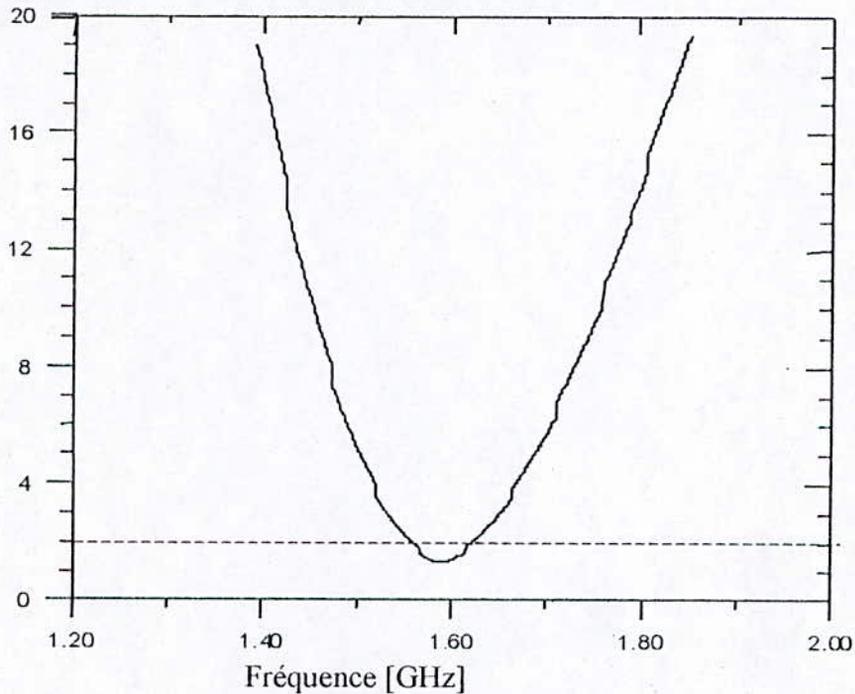


Fig.III-3 le taux d'ondes stationnaires (TOS) de l'antenne décrite dans la figure précédente.

#### III-3-2. Alimentation par une ligne micro ruban

La figure(III-4) illustre la variation de l'impédance d'entrée d'une antenne citée dans la référence [19], en fonction de la fréquence. On voit bien que nos résultats s'accorde d'une manière satisfaisante avec ceux de l'auteur. l'erreur commise sur la fréquence est d'environ 1%, l'erreur sur l'impédance quant à elle est estimée à 3.5%. Cette amélioration constatée, en particulier pour la fréquence de résonance, peut être rendue au fait que l'antenne en question possède un substrat plus mince que le précédent, ce qui colle parfaitement avec les hypothèses émises lors du calcul de l'impédance dans le chapitre précédent, à savoir l'uniformité de la distribution du champ électrique dans l'ouverture, qui suppose pour être juste, une hauteur très faible du substrat diélectrique. Ces résultats corroborent bien l'hypothèse, d'après laquelle le modèle de ligne de transmission convient beaucoup plus aux substrats minces qu'aux plus épais.

En ce qui concerne la bande passante, la différence est minime, pour ne pas dire négligeable. Dans notre cas elle vaut précisément 1.68%, à quelques millièmes près.

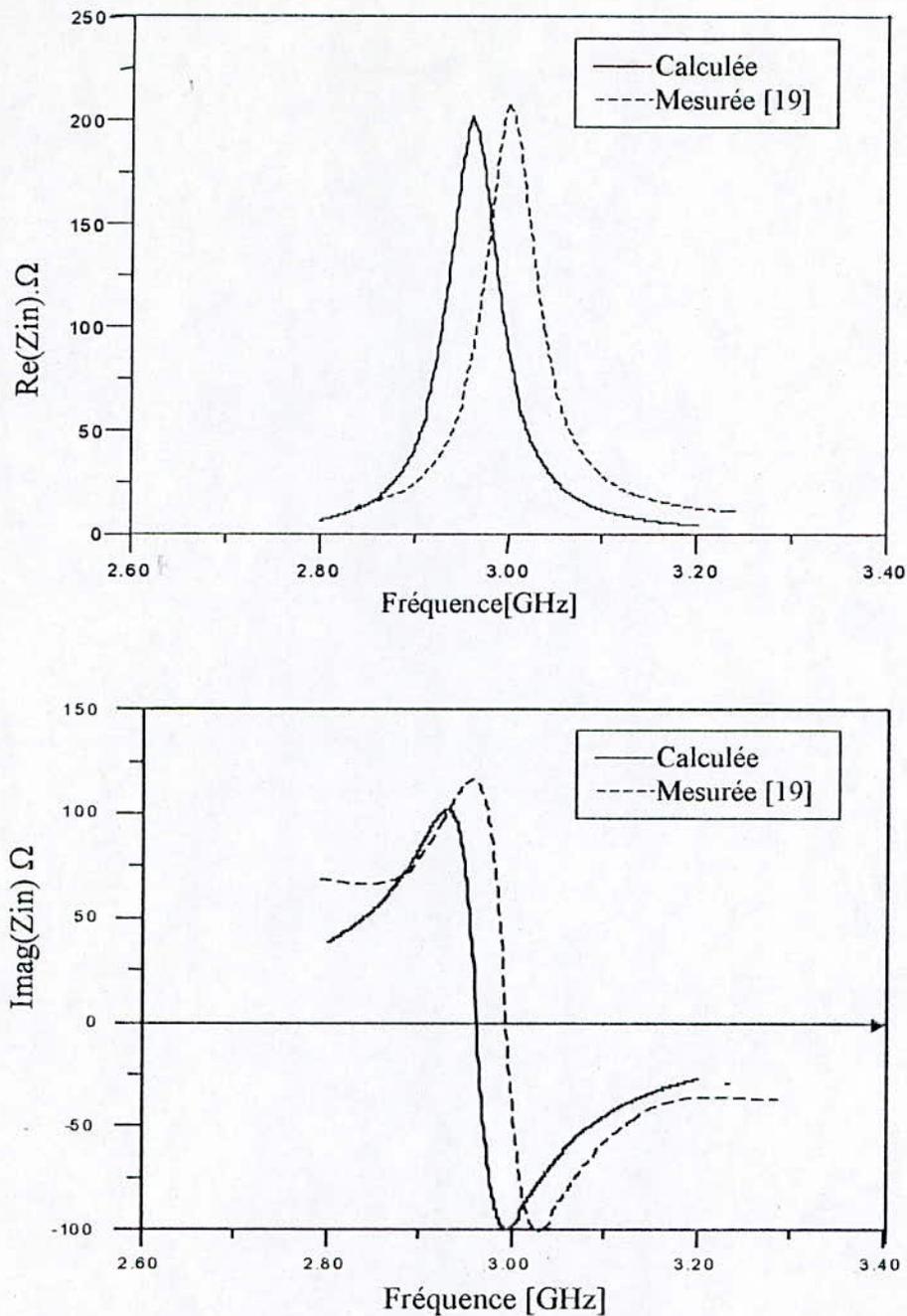


Fig.III-4. L'impédance d'entrée en fonction de la fréquence de l'antenne ayant  $L=33.147, W=33.165, h=0.7874, \epsilon_r=2.2, \text{tg}\delta=0.0009$ .

#### III-4. INFLUENCE DES PARAMETRES DE L'ANTENNE

Dans cette section, nous allons examiner l'influence des divers paramètres de la structure, à savoir, l'épaisseur du substrat et la permittivité relative, ainsi que la position du point d'alimentation, sur l'évolution de l'impédance d'entrée ; la fréquence de résonance et la bande passante.

##### III-4-1. L'effet de l'épaisseur du substrat h

On fixe les dimensions du patch et la position du point d'excitation et on note qu'une augmentation du h entraîne la diminution de la fréquence de résonance et l'augmentation de la

résistance de résonance et de la bande passante (fig.III.6). Ces résultats peuvent être prédits en analysant l'aspect physique de la structure microruban.

#### III-4-2.L'effet de la permittivité relative

La permittivité diélectrique est aussi un paramètre important dans l'étude d'une antenne microruban. La figure (III.7) montre l'effet de  $\epsilon_r$  sur les caractéristiques les plus importantes d'une antenne : la fréquence de résonance, la bande passante et la résistance d'entrée. Une augmentation de la permittivité diélectrique se traduit par une diminution de la fréquence de résonance et de la bande passante. Par contre, elle entraîne une augmentation des valeurs maximales des parties réelles et imaginaires de l'impédance d'entrée. Le tableau (III.2) résume les résultats obtenus. L'épaisseur du substrat est prise égale à 7mm, Les autres paramètres sont ceux du (§.III.3.1). nos résultats s'accorde parfaitement avec [16].

#### III-4-3.Influence de la position de l'alimentation

La fréquence de résonance et la bande passante (Fig.III-8) sont pratiquement indépendantes de la position d'excitation(le long de la médiane du patch). Nos résultats (Fig.III-8) dépendent essentiellement des dimensions de l'antenne et des caractéristiques de son substrat. Par contre, les parties réelles et imaginaires de l'impédance d'entrée varient d'une manière rapide au fur et à mesure que le point d'excitation s'approche du milieu. Donc il existe un position optimale pour laquelle on aura l'adaptation. Le tableau (III-3) résume les différentes variations de la résistance et de la susceptance de résonance en fonction de  $x$ .  $h$  est pris égale à 7mm.

#### III-4-4. influence d'une couche d'air

S'il y a des handicapes qui entravent l'utilisation des antennes microrubans, c'est bien le rendement faible et la bande passante étroite. Cette dernière a connu un bon nombre d'amélioration plus au moins complexe. Une technique très simple et moins coûteuse, consiste à faire intercaler une couche d'air entre le substrat et le plan de masse. Cette technique en plus de son effet bénéfique sur la bande passante, offre d'autres avantages que la théorie va mettre en évidence dans la suite de ce paragraphe.

La méthode que nous allons proposer ici, permet d'étendre l'analyse exposée tout au long du deuxième chapitre à une structure rayonnante contenant une couche d'air entre le substrat et le plan de masse (fig.-III-9), cette couche dont le rôle est déjà exposé plus haut consiste à élargir la bande passante et le changement de la fréquence de résonance.

La procédure qu'on va utiliser repose sur Le principe selon lequel toute structure bicouche peut être ramenée à une structure monocouche équivalente et ce moyennant quelques transformations .

La permittivité de l'antenne équivalente peut être donnée en fonction de celle de l'air et du substrat par la formule suivante :

$$\epsilon_{re} = \epsilon_r \frac{H_r}{H + \epsilon_r H_a} \quad [15]$$

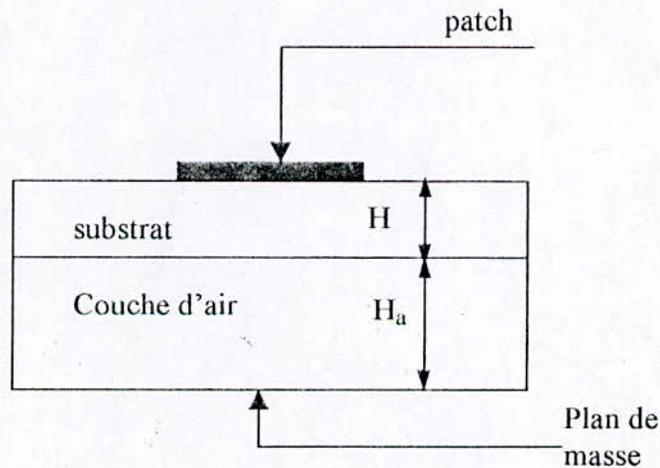
tel que :

$\epsilon_{re}$  : la permittivité relative de l'antenne équivalente.

$\epsilon_r$  : la permittivité relative de l'antenne bicouche.

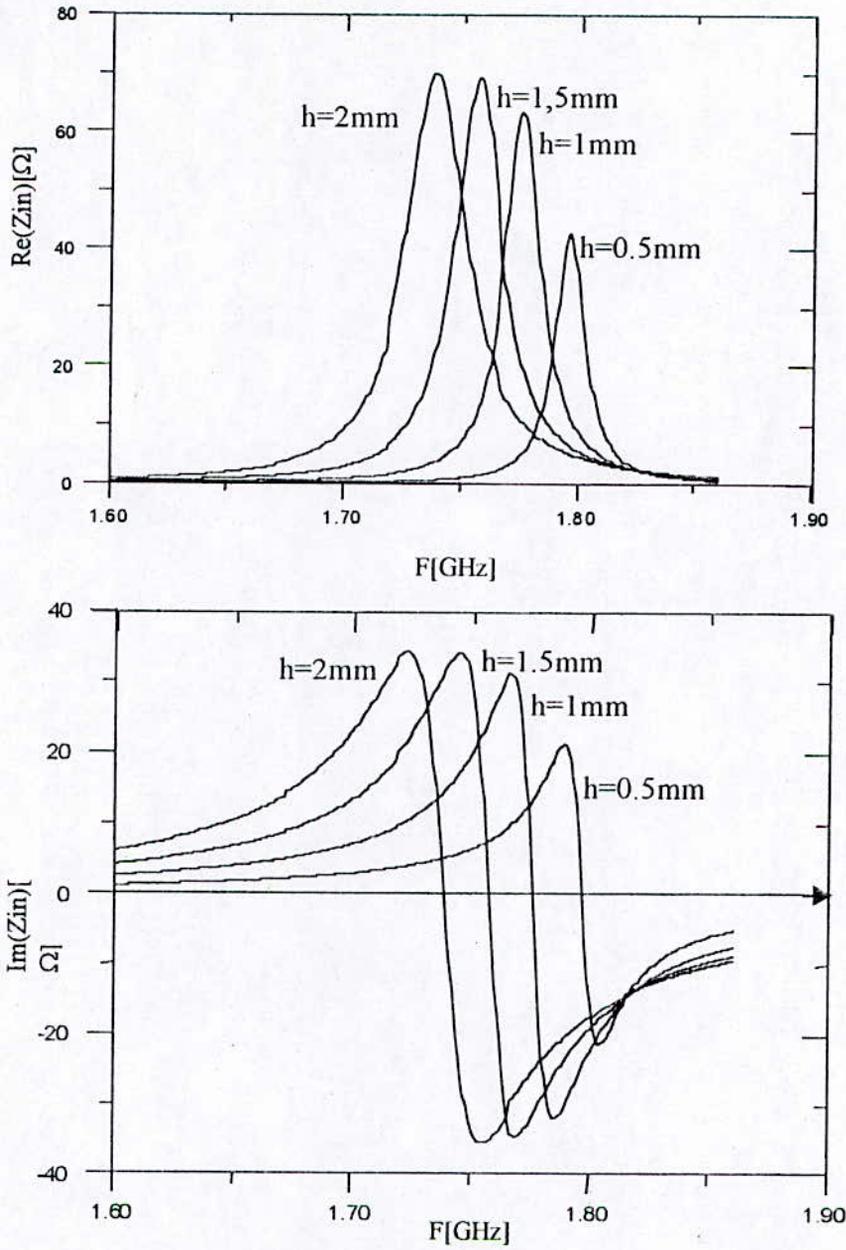
$H_t$  : c'est la hauteur de l'antenne équivalente. Tel que  $H_t$  est égale à la somme de la hauteur de la couche d'air et de celle du substrat.

Ces relations montrent que  $\epsilon_{re}$  est inférieur à la permittivité  $\epsilon_r$  du substrat diélectrique c'est ce qui explique l'augmentation de la bande passante et de la fréquence de résonance conformément aux résultats établis dans le paragraphe précédent. De plus,  $\epsilon_{re}$  diminue avec l'augmentation de  $H_a$ , il en résulte qu'avec une telle structure nous pouvons ajuster à volonté la fréquence de résonance en jouant sur la hauteur de la couche d'air.



figIII.-5 antenne avec couche d'air.

La figure (III-9) montre les résultats obtenus, pour une multitudes de valeurs de la hauteur de la couche d'air. On constate bien, que d'après les courbes qui représentent la variation de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence, que la bande passante et la fréquence de résonance sont d'autant plus grandes que la hauteur est importante. C'est ainsi que les résultats prévus plus haut se voient confirmés par l'analyse. Donc cette technique constitue un bon moyen pour élargir la bande passante. Le tableau(III-4) résume les résultats obtenus pour les bandes passantes et les fréquences de résonances.



-Fig.III-6 .L'influence de la hauteur du substrat sur l'impédance d'entrée de l'antenne, caractérisée par :  $L=82.5\text{mm}$  ;  $W=82.5\text{mm}$  ;  $tg\delta=0.0009$  ;  $x=0.36$  ;  $t=18\mu\text{m}$  ;  $\epsilon_r=1.0006$

TableauIII-1 influence de  $h$  sur les caractéristiques de l'antenne

Hauteur(mm)	Fréquence de résonance (GHz)	Bande passante(%)	$R_{res}(\Omega)$
0.5	1.8	0.6	43
1	1.77	0.9	68
1.5	1.76	1.13	69
2	1.74	1.7	70

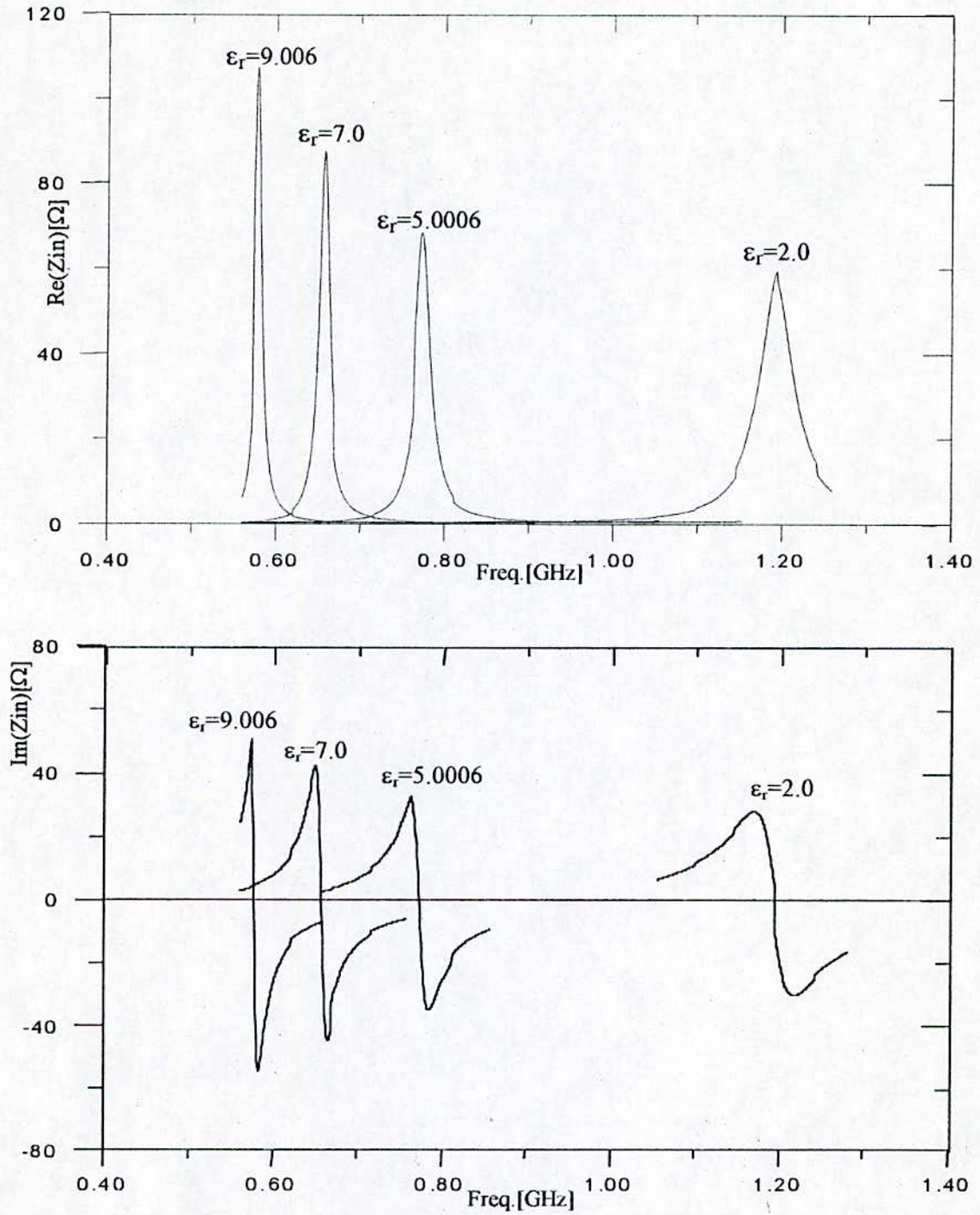


Fig.III-7 Influence de la permittivité relative de substrat sur l'impédance d'entrée

- Tableau III-2 influence de  $\epsilon_r$  sur  $Re(z_{in})$

$\epsilon_r$	2.0	5.0006	7.0	9.006
$R_r[\Omega]$	59.5	78.5	88	108
$F_r[\text{GHz}]$	1.19	0.772	0.66	0.58
B(%)	2.59	1.165	1.15	1.03

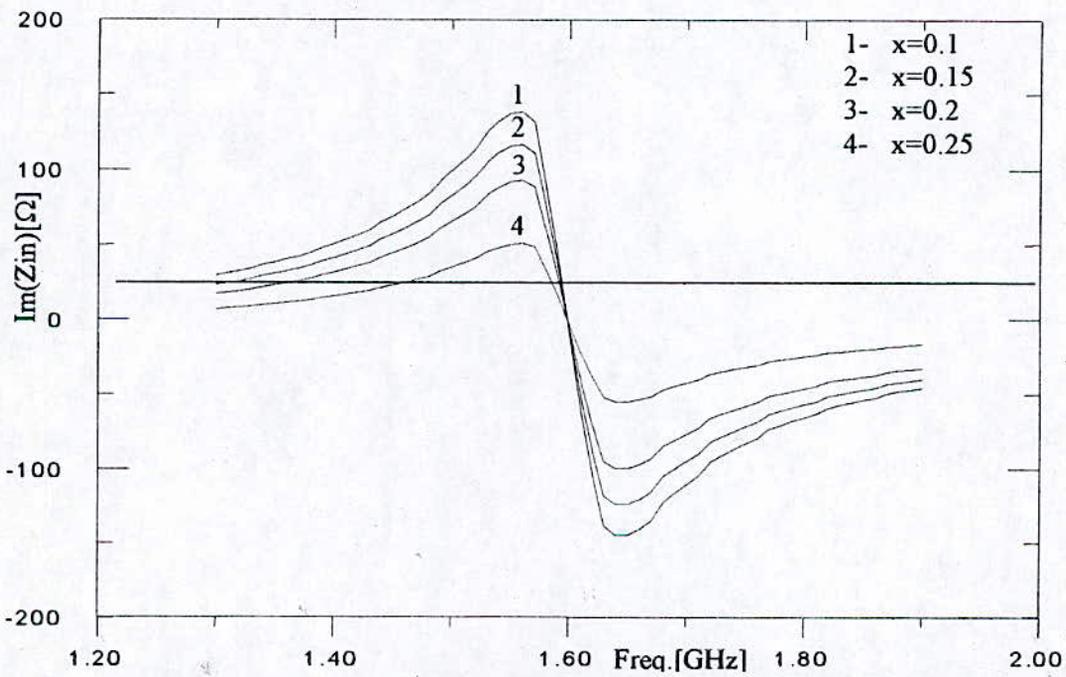
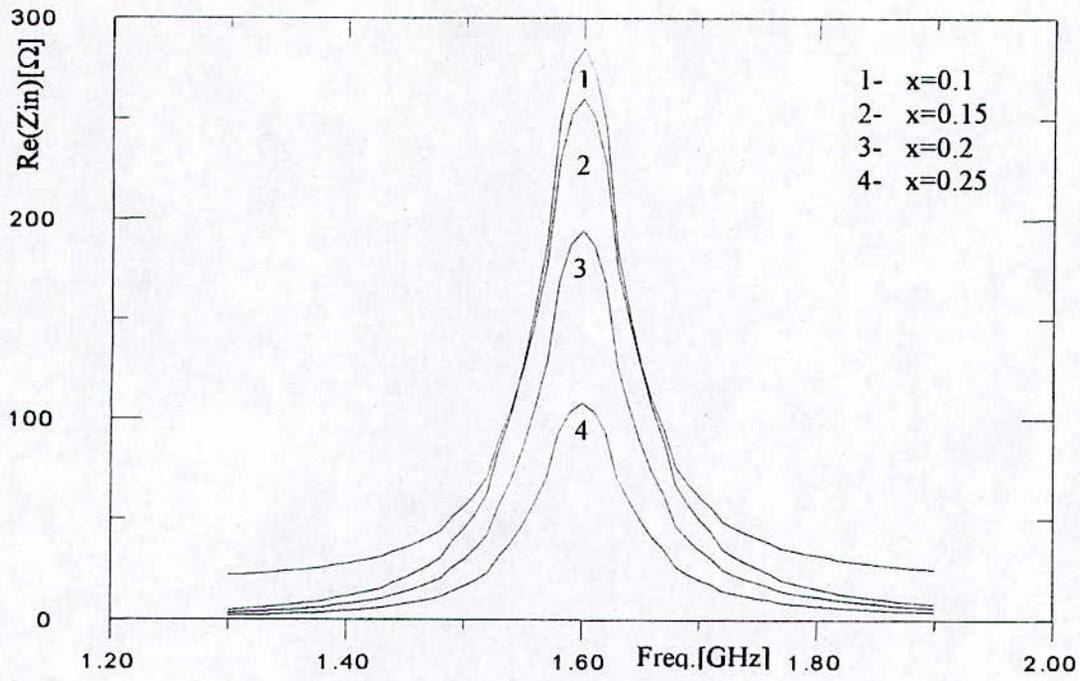


Fig.III.8 Effet de la position de l'alimentation sur l'impédance d'entrée

Tableau III-3 influence de la position du point d'alimentation

x	0.10	0.15	0.20	0.29
Re(Zin) (Ω)	280	240	194	106.67
Fr[GHz]	1.59	1.59	1.59	1.59
Bande passante(%)	3.6	3.6	3.6	3.6

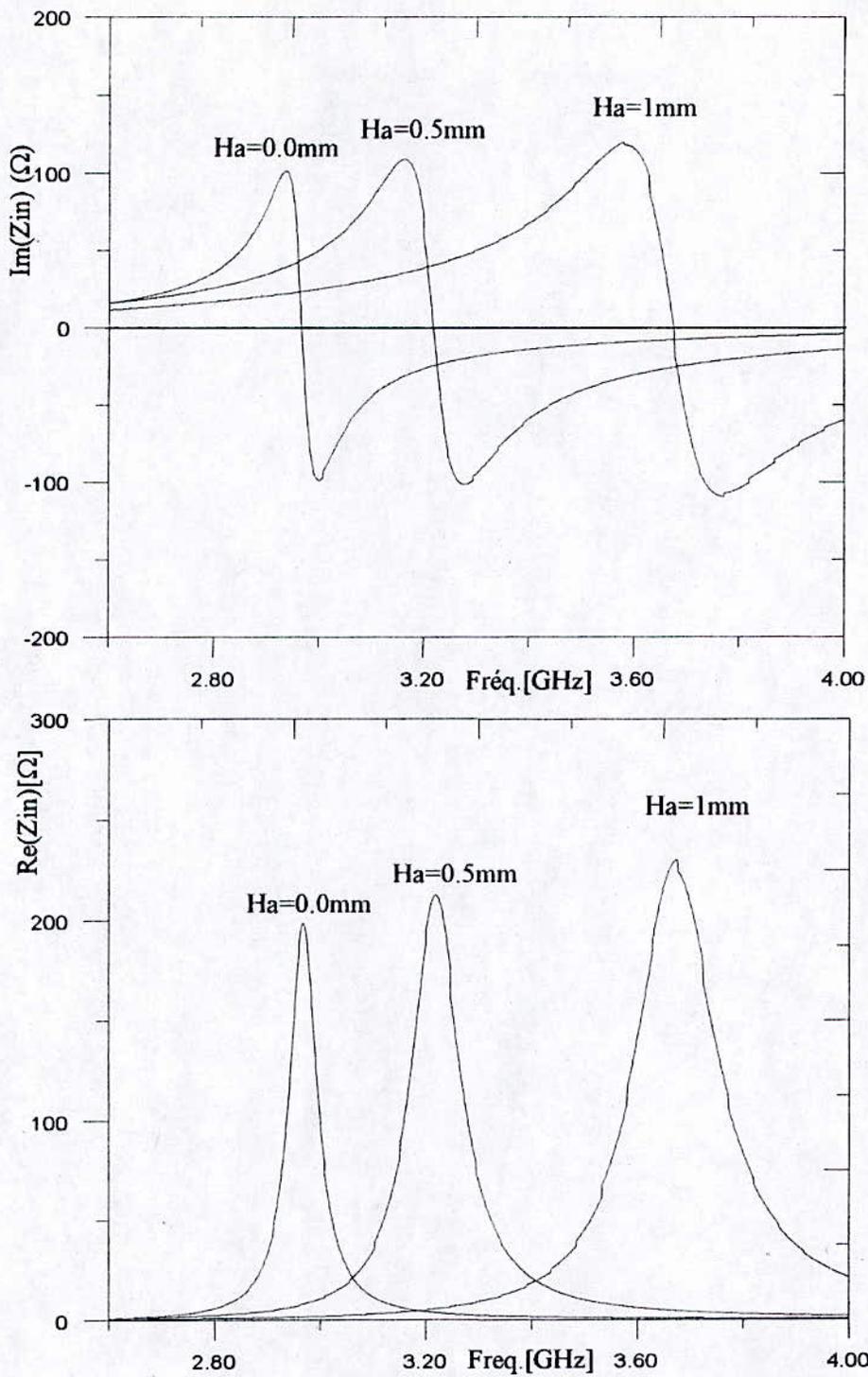


Fig.II-9 Influence de la hauteur de la couche d'air sur l'impédance d'entrée, la fréquence de résonance et sur la bande passante

Tableau III-4 Effet de la hauteur de la couche d'air.

Ha[mm]	0.0	0.5	1.0
Fr[GHz]	2.97	3.22	3.67
Re[ $\Omega$ ]	200	210	230
B(%)	1.34	2.48	3.54

### III-5 DIAGRAMME DE RAYONNEMENT

Le champ lointain de l'antenne décrite dans la figure (III-11) a été tracé à l'aide des formulations théoriques établies dans le deuxième chapitre, tout en considérant le plan de masse infini. Dans la direction perpendiculaire au plan de masse, les composantes du champ s'ajoutent en phase, et donnent un rayonnement maximum, normal au plan du patch. La figure (III-10) rappelle la disposition des plans E et H où les composantes normalisées des champs ont été tracées. Pour assurer la validité des résultats obtenus les composantes copolaires et contrapolaires tracées dans les plans E et H conformément aux relations de Ludwig, ont été confrontées aux mesures réalisées par Van De Capelle[19].

Au voisinage de la direction du rayonnement maximum, nos résultats collent parfaitement avec les valeurs expérimentales. Toutefois un décalage plus au moins important apparaît au-delà de cette région, ce décalage est attribué aux ondes d'interférences qui n'ont pas été prises en compte par la théorie et le plan de masse qui est considéré infini.

Cependant deux faits imprévus par la théorie retiennent notre attention. Tout d'abord, la composante contrapolaire du champ dans le plan E, qui est inexistante d'après la théorie, a été mise en évidence par les mesures bien que son niveau très faible peut être assimilé à zéro (son niveau ne dépasse pas dans le meilleur des cas le seuil des 30dB). Une deuxième constatation concerne la composante contrapolaire dans le plan H, celle-là présente en réalité des oscillations au-delà de la région du rayonnement maximum. Ce comportement oscillatoire peut être attribué à l'effet du plan de masse fini. Cet effet peut être introduit en faisant appel à la théorie uniforme de la diffraction (DUT)[15].

Hormis ces deux imperfections plus au moins importantes, nos résultats s'approchent d'une manière satisfaisante de ceux obtenus par l'expérience. C'est ainsi que le niveau des composantes croisées du champ rayonné, illustre bien la polarisation linéaire de l'antenne micro ruban.

L'ouverture à -3dB de la structure dans les plans E et H sont respectivement (90°) et (60°), donc la structure possède une directivité maximale qui peut être estimée par la formule approchée donnée par la référence [23] :

$$D_0 = \frac{72815}{\theta_1^2 + \theta_2^2}$$

Tel que  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les angles d'ouvertures à -3dB dans les plans E et H exprimés en degrés, dans notre cas  $D_0$  est trouvée égale à 6.22dB.

Enfin, nous avons jugé nécessaire d'ajouter les résultats obtenus dans le plan D ( $\phi=45^\circ$ ), malgré l'inexistence des mesures de comparaison, et cela dans le but de mettre en évidence le résultat selon lequel la composante contrapolaire prend son maximum dans ce plan. La figure

(III-11) illustre et corrobore ce résultat. Ce résultat a été aussi signalé par Van De Capelle dans [19]. Les calculs sont faits avec le logiciel Matlab.

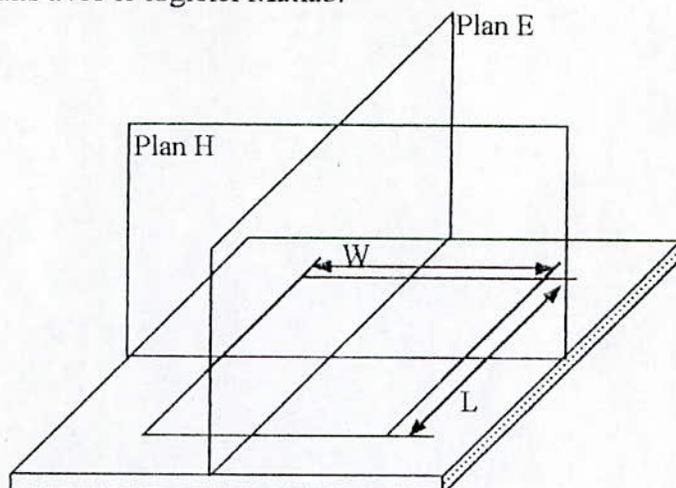


Fig.III-10 La disposition des plans E et H

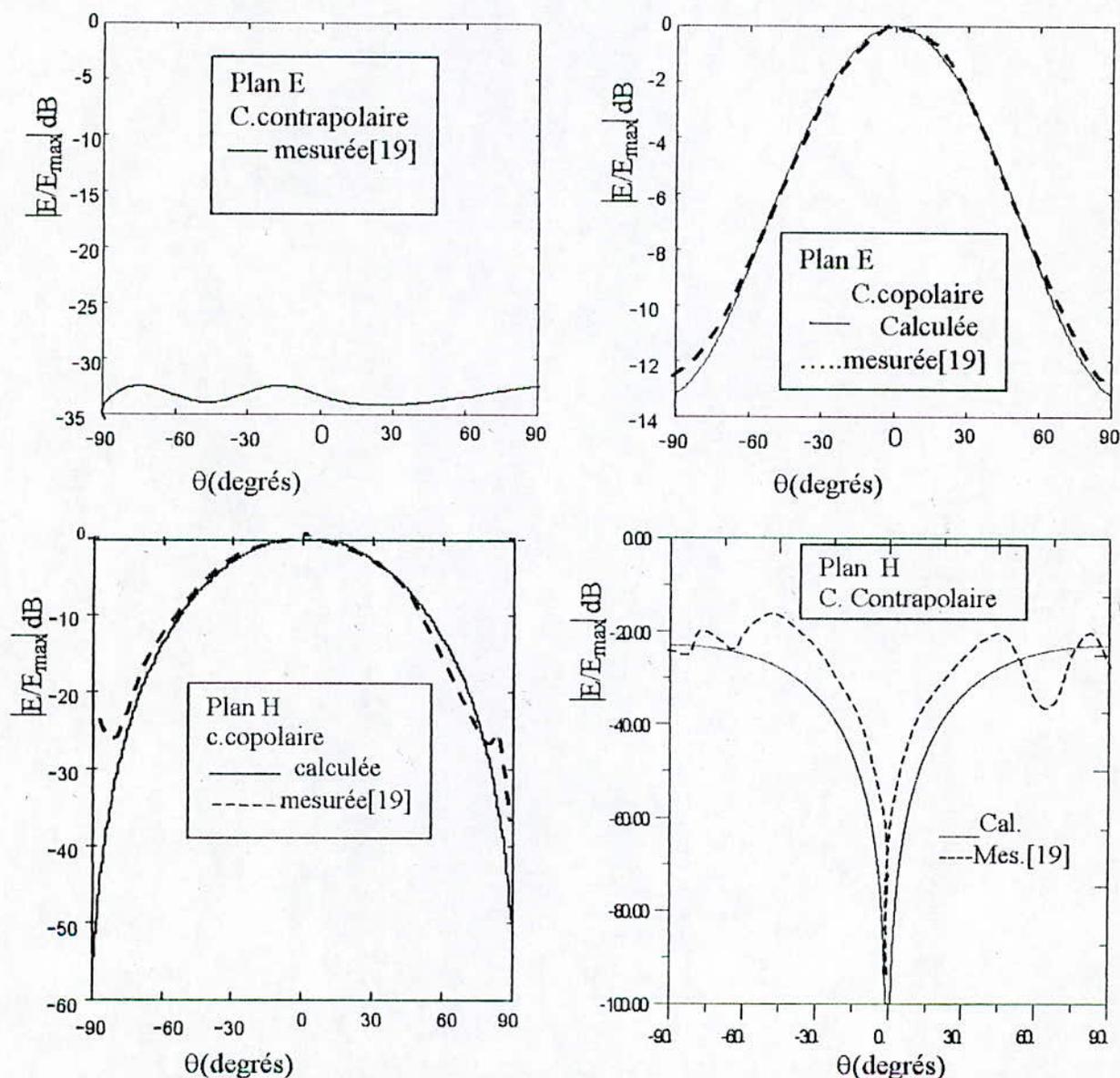


Fig.III-11 Le champ électrique rayonné dans les plans E, H, par l'antenne dont les caractéristiques sont  $l=33.165\text{mm}$ ,  $w=33.165\text{mm}$ ,  $h=0.7874\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=2.2$  et  $\text{tg } \delta=0.0009$ .

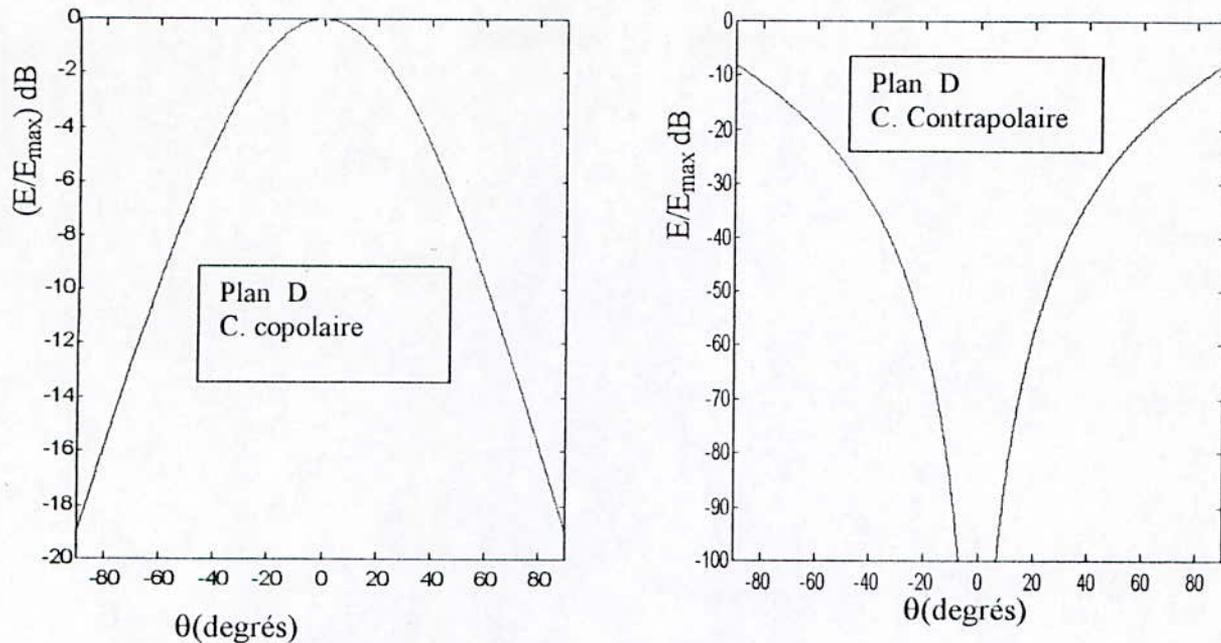


fig.-III-12 le champ rayonné dans le plan D ( $\phi=45^\circ$ ), de l'antenne décrite dans la figure précédente

### III-6 L'INFLUENCE DES DIVERS PARAMETRES SUR LE CHAMP RAYONNE

Dans le paragraphe précédent les formulations mathématiques du chapitre II ont été appliquées à une antenne rectangulaire isolée. Les résultats d'analyse ont été validés par leurs confrontations à des mesures pratiques publiées dans la littérature.

Dans les sections suivantes, nous allons examiner l'incidence des divers paramètres à savoir la permittivité électrique ; l'épaisseur du substrat et la fréquence sur l'évolution du champ rayonné.

#### III-6-1 L 'influence de l'épaisseur du substrat

L'épaisseur du substrat dont l'effet sur l'impédance d'entrée a été analysé dans le paragraphe précédent, modifie aussi la configuration du champ rayonné.

La figure (III-13) montre les composantes copolaires et contrapolaires du champ électrique rayonné, dans les plans E et H, tel que pour chaque valeur de l'épaisseur  $h$  est tracée sa courbe correspondante. Les champs sont normalisés par rapport à leurs maximums pour examiner le changement de niveau de la puissance rayonnée.

Il est facile de constater que l'effet de l'épaisseur du substrat dans le plan E sur la composante copolaire, est analogue à celui subit par la composante copolaire dans le plan H. une augmentation de l'épaisseur du substrat se traduit par la diminution du niveau de puissance du champ rayonné, ceci peut être justifié par le fait qu'un substrat épais constitue un stimulant important pour les différentes pertes (dans substrat), donc une partie importante de la puissance

disponible sera dissipée sous forme de pertes qui affectent par la même occasion la puissance rayonnée et engendre la diminution du niveau du champ.

Cependant, le niveau des composantes croisées du champ électrique se voient augmenter leurs niveaux au fur et à mesure que  $h$  augmente, ceci est dû d'une part à la raison citée plus haut et d'autre part aux ondes réfléchies du plan de masse qui s'additionnent au rayonnement, sous forme de parasites.

L'ouverture à  $-3\text{dB}$ , quant à elle ne subit aucun changement, donc la directivité reste constante lorsque l'épaisseur du substrat varie.

### III-6-2 Influence de la fréquence

La figure (III-14) illustre l'effet de la fréquence sur le diagramme de rayonnement de la structure rayonnante, elle présente les résultats obtenus pour 3 valeurs de fréquences différentes.

Les composantes normalisées du champ sont tracées pour les fréquences 3GHz ; 3.5 GHz et 4 GHz, on note que les composantes copolaires dans E et H diminuent avec l'augmentation de la fréquence de résonance qui est 3 GHz, et elles sont d'autant plus faibles que l'on s'écarte plus de cette fréquence.

Le niveau le plus élevé est obtenu pour la fréquence de résonance, l'explication de ce phénomène réside dans la résonance elle-même, car en dehors de celle-ci les champs rayonnés par les deux ouvertures ne s'ajoutent pas en phase, ce qui provoque une diminution notable de leurs niveaux.

### III-6-3 L'influence de la permittivité relative

L'influence du substrat diélectrique est déterminante dans la conception des antennes plaques microruban, n'est ce pas là une preuve suffisante qui justifie l'importance occupée par le substrat dans le développement de ce type d'antenne.

Son influence sur l'impédance d'entrée est déjà évoquée dans les sections précédentes, son incidence sur le rayonnement est aussi importante. L'examen des résultats illustrés par la figure (III-15) est édifiant, en effet les courbes montrent que les composantes copolaires du champ électrique dans les deux plans diminuent lorsque la constante diélectrique augmente ceci est peut paraître évident si on sait que l'augmentation de la constante diélectrique favorise les différentes pertes dans le substrat, ce qui se traduit par la perte d'une bonne partie de la puissance disponible pour le rayonnement, contrairement à cela le niveau des composantes contrapolaire dans le plan H augmente avec l'augmentation de la constante diélectrique, ceci est dû au fait que les ondes parasites qui, en s'additionnant au champ principal renforce la composante contrapolaire du champ rayonné.

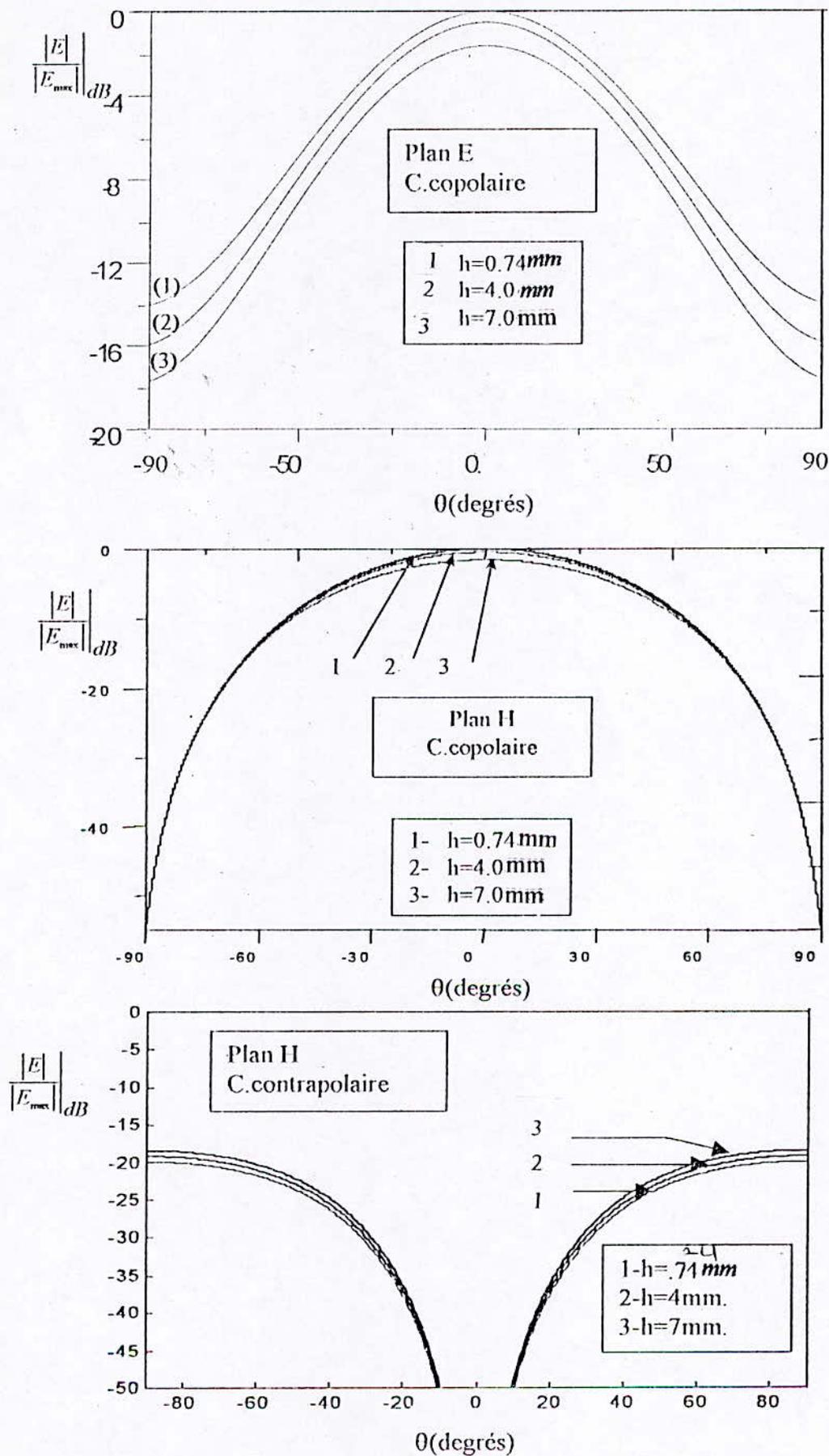


Fig.III-13 l'influence de h(épaisseur du substrat) sur les champs rayonnés

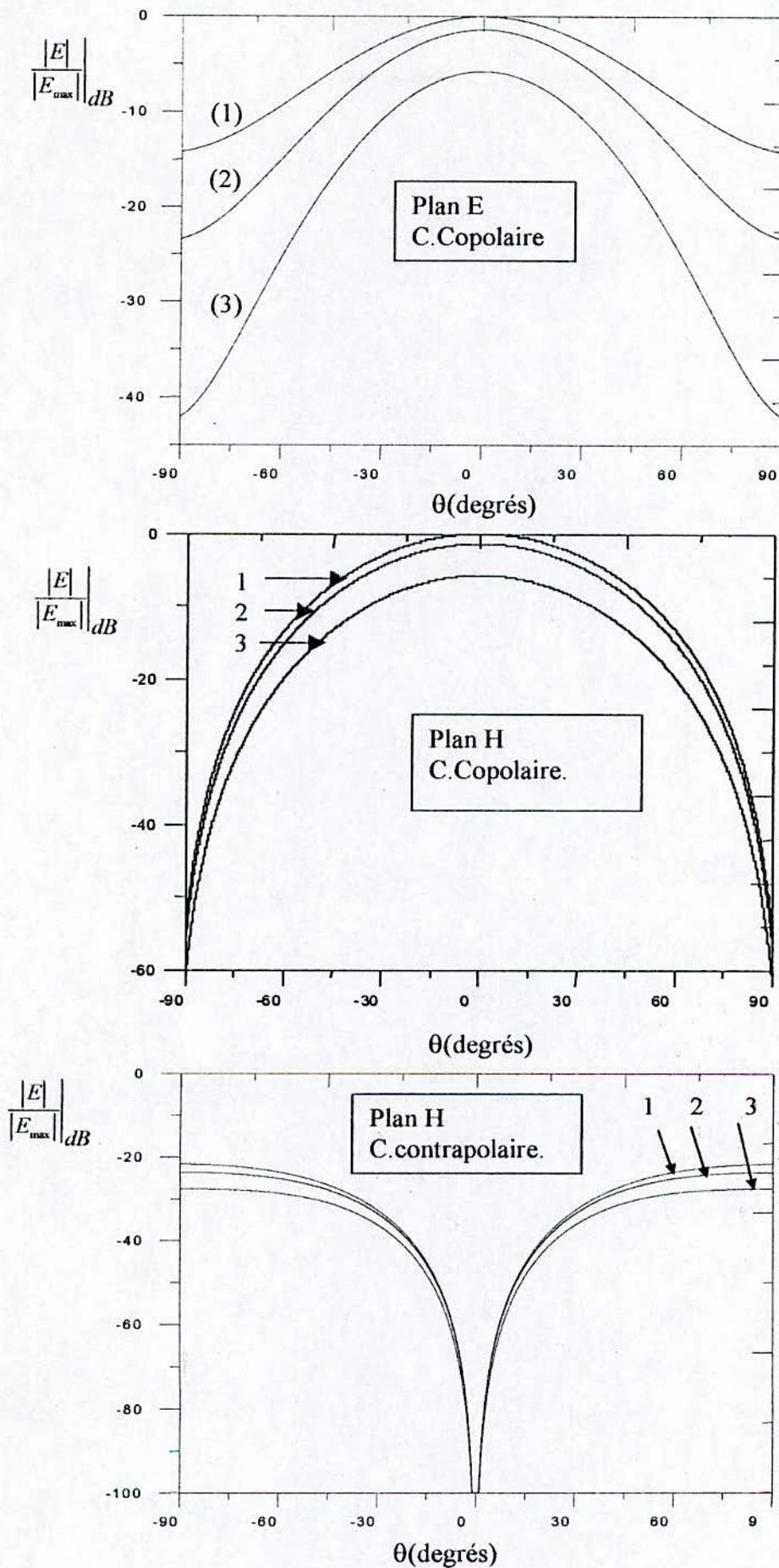


Fig.III-14 influence de la fréquence sur le champ rayonné.  
 (1)=3GHz ;(2)= 3,5GHz ;(3)= 4GHz

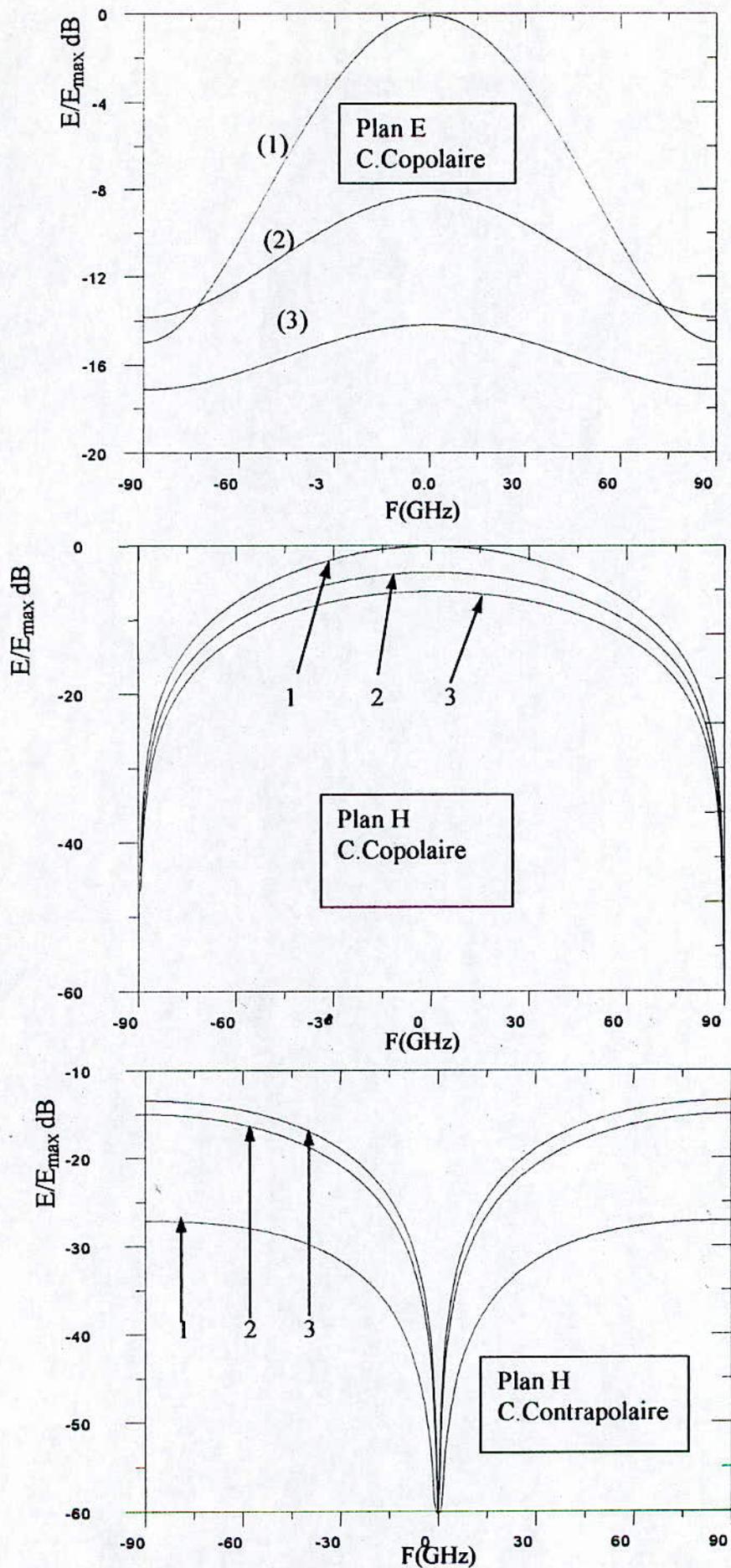


fig.-15 influence de la permittivité relative sur le champ rayonné  
 (1) :  $\epsilon_r=2.2$  (2) :  $\epsilon_r=5$  (3) :  $\epsilon_r=9$

### III-7 LE MODELE DE LA LIGNE DE TRANSMISSION ET LES HAUTES FREQUENCES

Il est établi de longue date que les anciens modèles semi-empiriques et empiriques, ne sont précis que dans la gamme des fréquences relativement basses (bande x). Lorsque la fréquence de travail augmente c'est toute l'armada des formules semi-empiriques, sur lesquelles se basent les modèles, qui se trouve affectée par l'effet de la fréquence, et nécessite donc une correction qui va tenir en compte de la fréquence.

Dans la présente section, nous allons mettre en éprouve la performance de notre modèle, en très hautes fréquences. Pour accomplir cette tâche, une antenne travaillant aux alentours de 24GHz sera analysée. Cette antenne est conçue aux laboratoires de micro ondes de l'UCL en Belgique. Les paramètres électriques et physiques de l'antenne sont :  $L=3.35\text{mm}$  ;  $W=4.82\text{ mm}$  ;  $h=0.5\text{mm}$  ;  $\epsilon_r=2.33$  et  $\text{tg}\delta=0.001$ .

La figure (III-16) montre l'évolution de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence de cette antenne. Les résultats sont donnés sous forme normalisés pour deux raisons, d'une part la position de l'alimentation ne se situe pas sur la médiane et d'autre part pour comparer nos résultats à ceux obtenus par [16] avec la méthode des moments.

De la figure (III-16) nous pouvons conclure que le modèle de la ligne de transmission demeure aussi applicable pour les hautes fréquences, il est vrai que ces résultats sont un peu décalés par rapport à ceux de la pratique, n'empêche que l'erreur relative estimée à 2.2% reste acceptable. Cependant, pour la bande passante le problème ne se pose pas, le tableau III-5 illustre bien cette constatation.

Cette amélioration constatée des résultats du modèles de la ligne de transmission, peut être attribuée à l'amélioration qu'ont connues ces dernières années, les différentes expressions calculant les paramètres de la ligne. Aujourd'hui La théorie ne considère plus les paramètres comme étant statiques, mais au contraire un terme de fréquence y apparaît et permet de corriger d'éventuelles erreurs qui peuvent surgir avec l'augmentation de la fréquence. Dans les formules que nous avons exposées dans le deuxième chapitre, l'effet de la fréquence a été inclus, ce qui a rendu le modèle plus précis que jadis.

*Tableau III-5 tableau comparatif des modèles (méthode des moments ,MLT) en hautes fréquences.*

	Fréquence de résonance(GHz)	Bande passante(%)
Méthode des moments	24.25	4.1
M.L.T	24.75	4.09
mesures	24.4	4.04

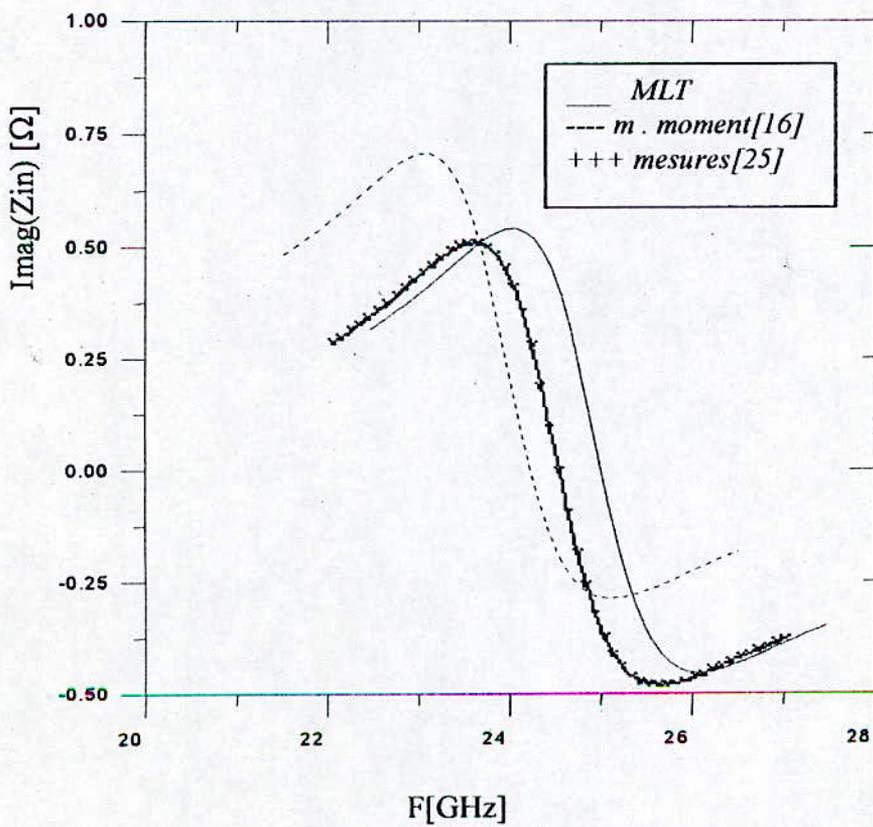
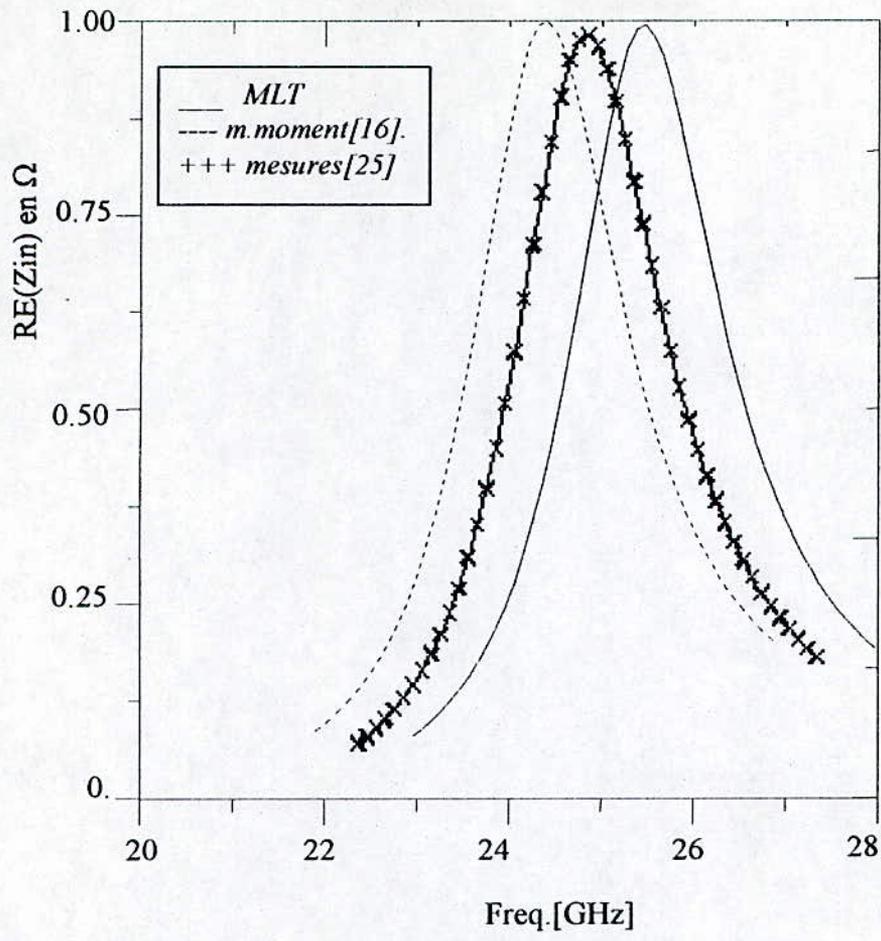


Fig.III-16 le modèle de la ligne de transmission en hautes fréquences.

### III-8 CALCUL DE LA DIRECTIVITE

L'importance de l'étude de la directivité réside dans le fait que toutes les applications des antennes demandent un rayonnement bien spécifié du point de vu direction : il y a ceux qui nécessitent un rayonnement bien précis dans une direction bien précise, donc une grande directivité, comme les applications radar et guidage de missile, et ceux qui sont utilisées afin de couvrir un champ de rayonnement plus large, donc une faible directivité, comme les transmissions de télévision et de radio. La figure (III-17) montre que la directivité de l'antenne étudiée est maximale dans la direction normale au patch ( $\theta=0$ ) et plus on s'éloigne de cette direction vers le plan du patch, plus la directivité devient faible.

En plus de la direction de rayonnement, un autre facteur dont l'effet sur la directivité n'est pas des moindres, est la largeur du patch. La figure (III-18) représente la variation de la directivité maximale en fonction du rapport  $W/\lambda_0$ . Plus la largeur du patch est importante devant la longueur d'onde plus la directivité maximale devient importante.

Mais le gain en directivité lorsque  $W$  devient important est au détriment de la puissance rayonnée. En effet, la figure(III-19), qui représente la variation de la puissance en fonction de la fréquence pour une largeur du patch donnée ( $W$ ), montre bien cette diminution de la puissance lorsque  $W$  augmente.

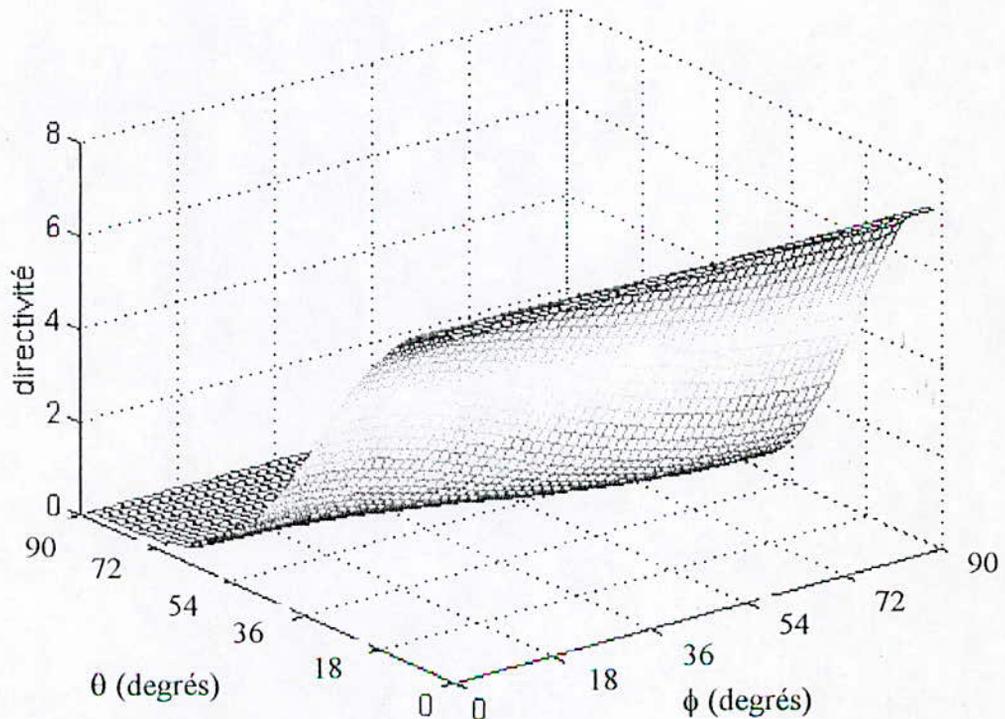
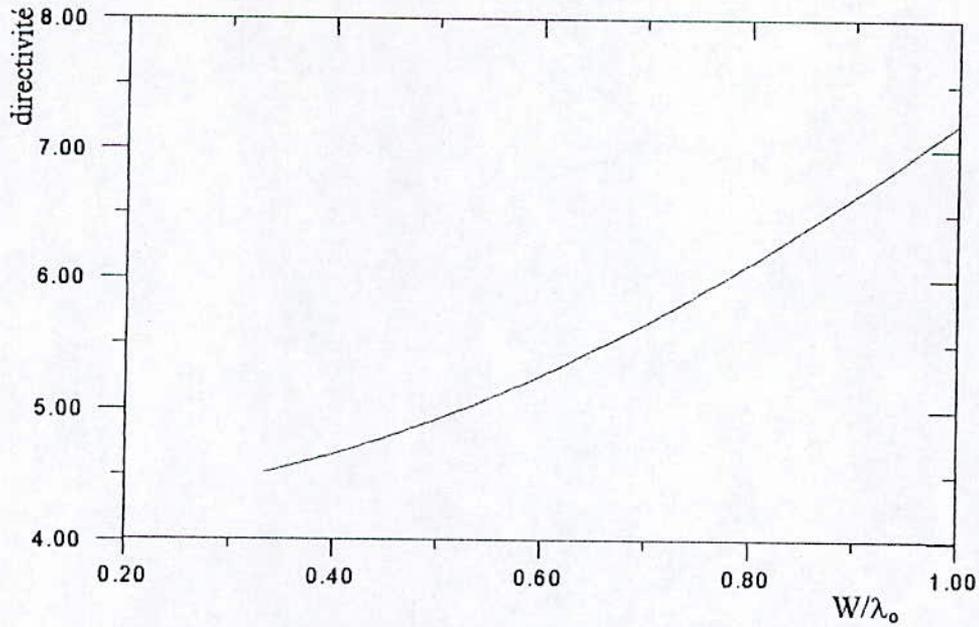


Fig.III-17 La directivité dans l'espace  
 $n=200$  et  $m=200$  sont les nombres de discrétisation



III- 18 Influence de la largeur du patch sur la directivité

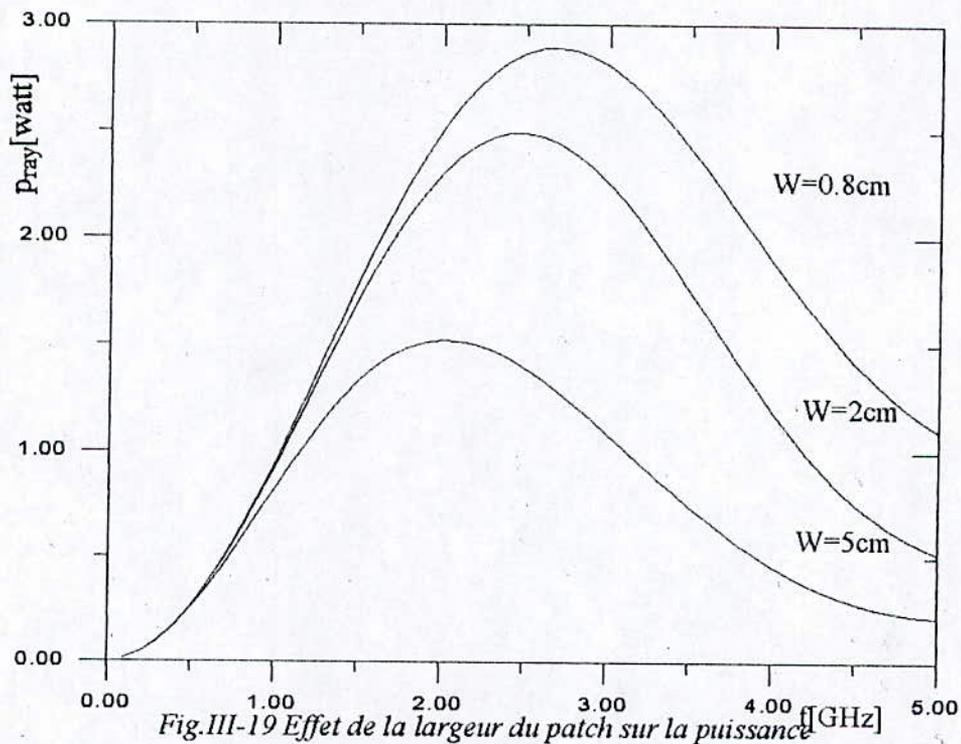


Fig.III-19 Effet de la largeur du patch sur la puissance

### III-4 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté et discuté les résultats du modèle de la ligne de transmission appliquée à un patch rectangulaire isolé, alimenté par une ligne microruban ou un câble coaxial. À la lumière des résultats obtenus nous pouvons conclure que cette méthode constitue un outil d'un intérêt remarquable particulièrement s'il s'agit des substrats minces.

L'approche qui est essentiellement un circuit-model convient parfaitement au calcul des impédances, mais cela ne l'empêche en aucun cas de fournir des informations intéressantes sur le rayonnement de l'antenne.

Enfin, une amélioration semble nécessaire pour le calcul des champs, pour affiner les résultats obtenus.

# CONCLUSION

## CONCLUSION GENERALE

Dans notre travail, nous avons abordé l'une des plus anciennes méthodes d'analyse des antennes plaques micro ruban. A l'instar de toute théorie naissante, au moment de son apparition le modèle de la ligne de transmission portait beaucoup d'imperfections, qui ont contribuées à la restriction et à la limitation de son champ d'application. Depuis, des versions corrigées et améliorées du modèle original n'ont pas cessé de voir le jour, celle que nous avons utilisé dans ce mémoire est l'une des plus récente.

Les démarches suivies lors de l'élaboration de ce document ont été dictées par une logique qui vise d'une part, à mettre en évidence les différentes étapes qui ont abouti à la construction des différentes composantes du modèle, et d'autre part à faire la lumière sur les différentes évolutions qu'a connue cette théorie.

Après avoir donner un aperçu général sur les antennes plaques micro ruban, nous nous somme attelé à établir les fondements théoriques de la méthode de la ligne de transmission sous son nouvel aspect corrigé et amélioré, pour cela les publications de Van De Capelle nous ont été précieuses à plus d'un titre, tel que une majeure partie de notre travail s'appuie et s'inspire de son modèle, toutefois des améliorations y ont été apportées, notamment celles proposées par Nauwelaers, et cela dans le but d'affiner la précision qui a tant fait défaut à ce modèle.

Les plus importantes améliorations qui ont été apportées, concerne l'introduction de la fréquence dans le calcul des paramètres effectifs de la ligne et la considération des différentes pertes qui ont été jusque là négligées. Quant aux impédances, elles sont déterminées avec beaucoup plus de précision que jadis. En outre le calcul du champ rayonné exige un peu plus de précision, en incluant notamment, l'effet du plan de masse fini et la considération des ondes de surface qui influent considérablement sur les caractéristiques du champ rayonné.

La simulation de quelques antennes dans le chapitre III ont donné de bons résultats, la chose qui a retenu notre attention le plus c'est l'extrême rapidité avec laquelle les différentes caractéristiques de l'antenne sont calculées. Comparé à d'autres modèles, il apparaît de loin invincible sur ce chapitre. En plus de sa rapidité de sa simplicité, il s'apparente merveilleusement pour l'analyse des antennes rectangulaires, plus particulièrement celles ayant un substrat relativement mince.

Cependant, notre document peut servir d'outil de base aux études ultérieures qui pourront être menées dans ce sens. Loin d'être complet, il peut être complété et enrichi pour étendre son application à d'autres configurations (tels les réseaux). Sa mise à jour à la lumière des nouveautés qui peuvent surgir est plus qu'indispensable dans un domaine qui évolue à une vitesse extraordinaire.

Enfin, quelques perspectives pourront être envisagées telles l'introduction des ondes de surface dans le calcul du champ rayonné. L'effet du plan de masse peut lui aussi, être inclus en introduisant la théorie uniforme de diffraction (DUT).

# **BIBLIOGRAPHIE**

## Bibliographie

- [1] **G. A. Deschamps**  
« microstrip microwave antennas ».  
presented at the 3<sup>rd</sup> USAF symp. On antennas, jan. 1953
- [2] **H. Gutton and G. Baissinot**  
« flat aerial for ultra heigh frequencies ».  
french patent No. 703113, 1955.
- [3] **Olyphant, M. and Nowicki, T.E.**  
« Microwave substrates support MIC Technology »  
Microwaves, Vol. 19, No. 12, pp 74-80, Dec. 1980.
- [4] **J. Q. Howell**  
« microstrip antennas »  
in Dig. Int. symp. on antennas propagat. Soc., wiliamsburg, VA, dec. 1972, pp 177-180.
- [5] **H. D. Weinschel**  
« progress report on development of microstrip cylindrical arrays for sounding rockets. »  
Physic. and Sci. Lab. New Mexico state univ. , las cruces. 1973.
- [6] **R. E. Munson**  
« conformal microstrip antennas and microstrip phased arrays »  
IEEE Trans. Antennas Propagat. , vol. AP22 , No1, pp.74-77, jan. 1974.
- [7] **A. G. Derneryd**  
« linear microstrip array antennas »  
Chalmer univ. Technol. , Göteborg, Sweden, Tech.Rep. TR 7505, oct. 1975.
- [8] **H. R. Craver**  
« The radiation pattern of a microstrip disc antenna »  
Physic. and Sci. Lab. New Mexico state univ. , las cruces Tech. Memo., Nov. 29, 1976.
- [9] **Y. T. Lo, D. D. Harrison, D. Solomon, G. A. Deschamps and R. R. Ore**  
« Study of microstrip phased arrays and microstrip feed networks »  
Rome air development center , Tech. Rep. TR-77-406, oct, 21, 1977.
- [10] **L. C. Shen and S. A. Long**  
« Low profil printed circuits antennas »  
Dept. Elect. Eng., Univ. Houston, Houston, Texas. Contrat DAAG-29-75-0187, Final  
Rep. , Oct. 1977.
- [11] **K. R. Craver and E. L. Coffey**  
« Theoretical investigation of the microstrip antenna »  
Physic. and Sci. Lab. New Mexico state univ. , las cruces Tech. Rep., PT-00929, Jan. 23,  
1979.
- [12] « Proc. Workchop on Printed Circuit Antenna Technologie »  
39 Papers , 480pp., New Mexico state univ. , las cruces, Oct. 17-19, 1979.

- [13] **Pozar D. M.**  
 « considerations for millimeter-wave printed antennas » IEEE Trans antennas and propagation. Vol AP31, No 5, Sept 1983, pp. 740-747.
- [14] **Kazuhiro Hirasawa & Misao Haneishi**  
 « Analysis, design, and measurement of small and low-profile antennas ». Artech House Boston, London 1992.
- [15] **R. Aksas**  
 « analyse d'antennes microrubans de forme quelconque ,basée sur la technique des lignes de transmission ,application aux géométrie circulaires ».  
 Thèse de Doctorat. Ecole Nationale Polytechnique ,Alger 1995.
- [16] **A. Azrar**  
 « Analyse d'antennes microruban avec éléments parasites à l'aide de l'équation intégrale résolue dans le domaine spectral ».  
 Thèse de Magister .Ecole nationale Polytechnique, Alger 1998.
- [17] **Keith R. Carver**, member, IEEE, and **James W. Mink**, member, IEEE  
 « Microstrip Antenna Technology »  
 IEEE Transactions on antennas and propagation 1981.
- [18] **J. P. Daniel ,E. Penard, M. Redler, J. P. Mutzig.**  
 « design of low cost printed antennas arrays. »  
 Proceeding of isop août 1985 Japon. pp.121-124.
- [19] **A. Van de Capelle**  
 « Transmission-line modele for rectangular microstrip antennas »  
 Handbook of microstrip antennas, Vol.1, edited by JR James et Ps Hall, 1989.
- [20] **Pues H., Van de Capelle A.**  
 « Accurate transmission-line model for the rectangular microstrip antenna »  
 IEE Proc., Vol. 131,pt. H, december 1984.
- [21] **Abramowitz and Stegun**  
 « Handbook of Mathematical Functions ».  
 Washington: U.S. Government Printing Office, 1964.
- [22] **Christian Faik**  
 « modélisation des pertes par rayonnement de surface dans les structures microruban »  
 Mémoire pour l'obtention du grade d'ingénieur civil électricien, université Catholique de Louvain, 1989/1990.
- [23] **C.T. Tai and C.S. Pereira**  
 « an approximation formula for calculating the directivity of an antenna »  
 IEEE Trans. Antennas Propagat. ,Vol.AP-24, Mar.1976.
- [24] **G.A.E Vandenbausch, F.J.Demuynk, and A.R. Van de Capelle.**  
 « The transmission-line modele : past, present and future. »  
 international journal of microwave and millimeter-wave Computer-Aided Engineering, Vol.3, No.4,319-325 (1993).
- [25] **Résultats communiqués par le laboratoire micro ondes de l'université catholique de Louvain-La-Neuve de Belgique.**

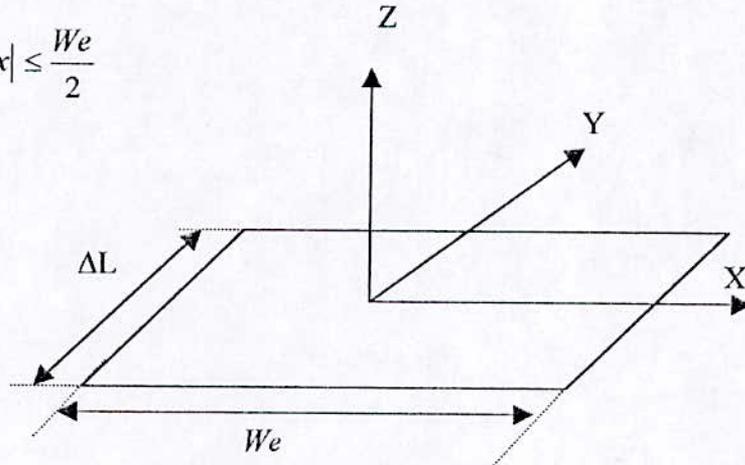
# **Annexe**

## Annexe A

### 1- Expression de $G_s$ :

Supposons que le champ électrique dans le plan de l'ouverture est uniforme. Dans le repère choisi son expression sera :

$$\vec{E}_a = \frac{V_s}{S} \hat{y} \text{ pour : } |y| \leq \frac{S}{2}, |x| \leq \frac{W_e}{2}$$



-Fig.II-1 l'ouverture rayonnante

La transformée de Fourier du champ dans l'ouverture ( $z=0$ ) est :

$$\vec{\xi}_a = \xi_{ay} \hat{y} = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_a e^{(jK_x x')} e^{(jK_y y')} dx dy \right] \hat{y} = \xi_{ay}(K_x, K_y, z=0) \hat{y} \quad (1)$$

ce qui donne, après l'intégration :

$$\xi_{ay} = V_s W_e \frac{\sin(K_x W_e / 2)}{(K_x W_e / 2)} \frac{\sin(K_y S / 2)}{(K_y S / 2)} = V_s W_e \text{sinc}(K_x W_e / 2) \text{sinc}(K_y S / 2) \quad (2)$$

L'admittance  $y_s$ , peut être donnée [19] par la formule suivante :

$$y_s = 2 \frac{P^*}{|V_s|^2} \quad (3)$$

où :

$P$  : la puissance complexe émise par l'antenne.

$V_s$  : tension de référence de l'ouverture.

Le vecteur de Poynting au niveau de l'ouverture s'écrit :

$$\vec{\omega}(x', y', z'=0) = \frac{1}{2} \left[ \vec{E}(x', y', z'=0) \wedge \vec{H}^*(x', y', z'=0) \right] \quad (4)$$

Et la puissance totale émise :

$$P = \iint_{sa} \vec{w}(x', y', z' = 0) \hat{z} dx' dy' \quad (5)$$

$Sa$  : surface de l'ouverture.

$$P = -\frac{1}{2} \iint_{sa} [E_{ay}(x', y', z = 0) H_{ax}^*(x', y', z' = 0)] dx' dy' \quad (6)$$

et d'après le théorème de Parseval :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) g^*(x, y) dx dy = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w_1, w_2) \zeta^*(w_1, w_2) dw_1 dw_2 \quad (7)$$

avec  $F(w_1, w_2)$  = transformée de Fourier de  $f(x, y)$   
 $\zeta(w_1, w_2)$  = transformée de Fourier de  $g(x, y)$

ce qui donne :

$$P = \frac{-1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_{ay}(k_x, k_y) H_{ax}^*(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (8)$$

avec :

$\xi_{ay}$  : la transformée de Fourier de  $E_{ay}$ .

$H_{ax}$  : la transformée de Fourier de  $H_{ax}$ .

$$\text{Or on a } \vec{H}(x, y, z) = \frac{-1}{(2\pi)^2 \eta K} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi_{ay} \wedge \vec{K}) \exp(-j \vec{K} \cdot \vec{r}) dK_x dK_y \quad (9)$$

d'où :

$$\vec{H}_{ax}(k_x, k_y) = \frac{-1}{K\eta} (\xi_{ay} \wedge \vec{k}) = \frac{-1}{K\eta} \left( k_z + \frac{|k_y|^2}{K_z} \right) \xi_{ay}(k_x, k_y, z = 0) \hat{x} \quad (10)$$

$$\text{donc : } \vec{H}_{ax}(k_x, k_y) = \frac{-1}{K\eta} \left[ \frac{k^2 - k_x^2}{k_z} \right] \xi_{ay} \hat{x} \quad (11)$$

il vient :

$$P = \frac{1}{8\pi^2 \eta k} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ k_z^2 + |k_y|^2 \right] |\xi_{ay}| \frac{dk_x dk_y}{k_z^*} \quad (12)$$

où

$$k_z = \begin{cases} (k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{\frac{1}{2}} & \text{pour } k^2 \geq k_x^2 + k_y^2 \\ -j(k_x^2 + k_y^2 - k^2)^{\frac{1}{2}} & \text{pour } k^2 < k_x^2 + k_y^2 \end{cases}$$

$$P = P + jQ = \frac{1}{2} y_s^* |V_s|^2 = \frac{1}{2} (G_s - jB) |V_s|^2 \quad (13)$$

$G_s$  correspond à la partie réelle de  $y_s$ , ce qui implique que :  $k_z = \sqrt{K - k_x^2 - k_y^2}$

et par identification des équations (12) et (13), on obtient :

$$G_s = \frac{1}{\pi^2 \eta K |V_s|^2} \int_0^K \left\{ \int_0^{\sqrt{k^2 - k_x^2}} (k^2 - k_x^2) |\xi_{ay}|^2 \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \right\} dk_x \quad (14)$$

de l'équation (2), et en remplaçant  $\xi_{ay}$  dans la formule de  $G_s$ , on obtient :

$$G_s = \frac{4}{\pi^2 \eta K} \int_0^K \frac{k^2 - k_x^2}{k_x^2} \sin^2 \left( k_x^2 \frac{We}{2} \right) \left\{ \int_0^{\sqrt{k^2 - k_x^2}} \sin^2 \left( k_y^2 \frac{We}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \right\} dk_x \quad (15)$$

Car  $k^2 \geq k_x^2 + k_y^2$  pour  $k_x \leq K$

Et  $\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$  est définie pour  $0 \leq k_y \leq \sqrt{k^2 - k_x^2}$

L'intégrale interne de (15) peut être écrite comme double intégrale de la fonction de Bessel de 1<sup>er</sup> type et d'ordre 0. Le développement de la fonction de Bessel en série de Maclaurin et par double intégration terme par terme [21], il vient :

$$\int_0^{\sqrt{K - k_x^2}} \frac{\sin(k_y S/2)}{(k_y S/2)^2} \frac{dk_y}{\sqrt{K - k_x^2 - k_y^2}} = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{24} \left( \sqrt{K - k_x^2} S \right)^2 + \frac{1}{960} \left( \sqrt{K - k_x^2} S \right)^4 \dots \right\} \quad (16)$$

on maintient les deux premiers termes de cette série et en les remplaçant dans (15) on obtient :

$$G_s \cong \frac{1}{\pi \eta} \left\{ \left[ a \text{Si}(a) + \frac{\sin a}{a} + \cos a - 2 \right] \left( 1 - \frac{\nu^2}{24} \right) + \frac{\nu^2}{12} \left( \frac{1}{3} \frac{\cos a}{a^2} - \frac{\sin a}{a^3} \right) \right\} \quad (17)$$

où :

$\eta$  : l'impédance d'onde dans le vide,  $\eta = 120\pi$ .

$a = KWe$  : longueur normalisée de l'ouverture

$KS = \nu$  : largeur normalisée de l'ouverture.

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du \quad (\text{sinus intégral})$$

## 2 expression de $G_m$

L'expression de la conductance mutuelle  $G_m$  entre les deux slots de longueur finie sera dérivée de celle des slots de longueur infinie. On définit d'abord une fonction de couplage

$$\text{auxiliaire } Fg : Fg = \frac{g_m}{g_s} = \frac{G_m}{G_s} \quad (18)$$

Avec cette considération,  $\exp(jk_x x)$  tendra vers l'unité et on sera ramené à un problème unidimensionnel :

$$|\xi_{ay}| = V_s S \frac{\sin(k_y S/2)}{k_y S/2} \quad (19)$$

$$p + jq = \frac{1}{2} y_s^* |V_s|^2 = \frac{1}{2} (g_s - b_s) |V_s|^2 \quad (20)$$

$$p = \frac{K}{\pi \eta} \int_0^K \frac{\sin^2(k_y S/2)}{(k_y S/2)^2} \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_y^2}} \quad (21)$$

$$g_s = \frac{K}{\pi \eta} \int_0^K \frac{\sin^2(k_y S/2)}{(k_y S/2)^2} \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_y^2}} \quad (22)$$

l'intégrale (22) peut s'exprimer comme suit [21] :

$$\frac{K}{\eta v^2} J_0^{ii}(v) \quad (23)$$

avec  $v = KS$ .

$J_0^{ii}(v)$  est le double intégrale de la fonction de Bessel  $J_0$  de premier type et d'ordre 0 :

$$J_0^{ii}(v) = \int_0^v \int_0^U J_0(\tau) d\tau dU \quad (24)$$

On remplace  $J_0$  par son développement en série dans (24) et en l'intégrant 2 fois, on obtient :

$$J_0^{ii}(v) = \frac{v^2}{2} \left( 1 - \frac{v^2}{24} + \frac{v^2}{960} \dots \right)$$

$g_s$  devient :

$$g_s \cong \frac{K}{2\eta} \left( 1 - \frac{v^2}{24} \right)$$

Maintenant on va déterminer l'expression de  $g_m$ . Le champ électrique tangentiel dans les ouvertures (fig. II-1) est donné par :

$$Ea = \begin{cases} \frac{V_1}{S} \hat{y} & \text{pour } \frac{Le-S}{2} \leq y \leq \frac{Le+S}{2} \\ \frac{V_2}{S} \hat{y} & \text{pour } \frac{Le-S}{2} \leq -y \leq \frac{Le+S}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$Le = L + S = L + \Delta L$$

$S = \Delta L$  : largeur de l'ouverture

Et sa transformée de Fourier  $\xi_{ay}$  :

$$\xi_{ay} = \int_{-\infty}^{+\infty} Ea \exp(jk_y y) dy = jS \sin c\left(k_y \frac{S}{2}\right) \left( V_1 \exp(jy_y \frac{Le}{2}) + V_2 \exp(-jk_y \frac{Le}{2}) \right) \quad (25)$$

$$p = \frac{K}{4\pi\eta} \int_{-K}^K |\xi_{ay}|^2 \frac{dk_y}{\sqrt{K^2 - k_y^2}} \quad (26)$$

on pose  $V_1 = V_2$ . D'où :

$$|\xi_{ay}| = S \sin c\left(k_y \frac{S}{2}\right) |V_1| \left\{ 2 \cos\left(\frac{k_y Le}{2}\right) \right\} \quad (27)$$

$$p = |V_1|^2 \frac{K}{\pi\eta} \int_{-K}^K \sin^2\left(k_y \frac{S}{2}\right) \cos^2\left(k_y \frac{Le}{2}\right) \frac{dk_y}{\sqrt{K^2 - k_y^2}} \quad (28)$$

$$p = |V_1|^2 \frac{K}{\pi\eta} \int_0^K \sin^2\left(k_y \frac{S}{2}\right) (\cos(k_y Le) + 1) \frac{dk_y}{\sqrt{K^2 - k_y^2}} \quad (29)$$

et de l'équation 22 :

$$p = |V_1|^2 \frac{K}{\pi\eta} \int_0^K \sin^2\left(k_y \frac{S}{2}\right) \cos(k_y Le) \frac{dk_y}{\sqrt{K^2 - k_y^2}} + |V_1|^2 g_s \quad (30)$$

$$\text{et on a } p + jq = \frac{1}{2} y_s^* (|V_1|^2 + |V_2|^2) + y_m^* \operatorname{Re}(V_1 V_2^*) \quad (31)$$

et en posant  $V_1 = V_2$ , l'équation 31 devient :

$$\begin{aligned} p + jq &= |V_1|^2 \{ y_s^* + y_m^* \} \\ &= |V_1|^2 \{ g_m + g_s - j(b_m + b_s) \} \end{aligned} \quad (32)$$

$$p = |V_1|^2 (g_m + g_s) \quad (33)$$

les équations (32) et (33) donne  $g_s$  comme suit :

$$g_m = \frac{K}{\pi\eta} \int_0^K \sin^2 \left( k_y \frac{S}{2} \right) \cos(k_y Le) \frac{dk_y}{\sqrt{K-k_y^2}} \quad (34)$$

on peut écrire :

$$\sin^2 \left( k_y \frac{S}{2} \right) \cos(k_y Le) = \frac{1}{2} \sin^2 \left( k_y \frac{Le + \Delta L}{2} \right) + \frac{1}{2} \sin^2 \left( k_y \frac{Le - \Delta L}{2} \right) - \sin^2 \left( k_y \frac{Le}{2} \right) \quad (35)$$

$$\text{Donc : } g_m = \frac{K}{\pi\eta} \left\{ \int_0^K \frac{1}{2} \sin^2 \left( k_y \frac{Le + \Delta L}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_y^2}} + \int_0^K \frac{1}{2} \sin^2 \left( k_y \frac{Le - \Delta L}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_y^2}} - \int_0^K \sin^2 \left( k_y \frac{Le}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k^2 - k_y^2}} \right\} \quad (36)$$

L'intégrale  $\frac{K}{\pi\eta} \int_0^K \sin^2 \left( k_y \frac{S}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{K-k_y^2}}$  est exprimée par (23).

Donc l'équation 34 devient :

$$g_m = \frac{K}{2\eta v^2} \left\{ J_0^{ii}(v+l) + J_0^{ii}(v-l) - 2J_0^{ii}(l) \right\} \quad (37)$$

où  $l = KLe$ .

le développement de  $J_0^{ii}(l \pm v)$  en série de Taylor autour de  $l$ , conduit à :

$$g_m \cong \frac{K}{\eta v^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v^{2n}}{2n} J_0^{(2n)}(l) \quad (38)$$

$J_0^{(2n)}$  est la  $2n^{\text{ième}}$  dérivée de  $J_0$ .

si on se limite aux deux premiers termes de cette série, on aura

$$g_m \cong \frac{K}{\eta} \left\{ \frac{1}{2!} J_0(l) + \frac{v^2}{4!} J_0^{(2)}(l) \right\} \quad (39)$$

L'identité  $J_0^2(l) = \frac{1}{2} \{ J_2(l) - J_0(l) \}$  conduit à :

$$g_m = \frac{K}{2\eta \left\{ \left( 1 - \frac{v^2}{24} \right) J_0(l) + \frac{v^2}{24} J_2^2(l) \right\}} \quad (40)$$

enfin, (18) devient :

$$Fg \cong J_0(l) + \frac{v^2}{24 - v^2} J_2(l). \quad (41)$$

La fonction de couplage auxiliaire  $Fg$  étant introduit pour calculer la 1<sup>ière</sup> approximation de la conductance mutuelle  $Gm$  pour les longueurs finies des ouvertures.

$$D'où  $Gm \cong Gs \left( J_0(l) + \frac{v^2}{24 - v^2} J_2(l) \right)$$$

avec  $Gs$  calculée précédemment.

### 3- Expression de la susceptance mutuelle $Bm$ :

on utilise la même procédure que pour  $Gm$ . D'abord on définit la fonction auxiliaire de couplage  $Fb$  pour les susceptances, tel que  $Fb = bm/bs = Bm/Bs$ .  $bs$  et  $bm$  sont respectivement la susceptance propre par unité de longueur et susceptance mutuelle par unité de longueur, les calculs donnent :

Nous avons :

$$q = -(b_m + b_s)|V_1|^2, \text{ et d'autre part :}$$

$$q = \frac{-K}{4\pi\eta} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} + \int_K^{+\infty} \left( |\xi_{ay}|^2 \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \right] \quad (42)$$

$$\text{et nous avons } bs = \frac{K}{\pi\eta} \int_K^{\infty} \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \quad (43)$$

En remplaçant  $|\xi_{ay}|^2 = |V_1|^2 \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) 4 \cos^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right)$  dans la formule (42), on obtient :

$$\begin{aligned} q &= \frac{-K}{\pi\eta} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} + \int_K^{+\infty} |V_1|^2 \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \cos^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \right] \\ &= \frac{-K}{\pi\eta} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} + \int_K^{+\infty} |V_1|^2 \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(k_y L e) \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \right] \end{aligned} \quad (44)$$

or à cause de la parité par rapport à  $k_y$ ,  $q$  devient :

$$q = \frac{-K}{\pi\eta} \left[ \int_K^{+\infty} |V_1|^2 \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \cos(k_y L e) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} + \int_K^{+\infty} |V_1|^2 \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \right] \quad (45)$$

par identification à  $q = -(b_m + b_s)|V_1|^2$ , et  $b_s$  étant donné par (43), on obtient :

$$q = - \left[ \frac{K}{\pi\eta} |V_1|^2 \int_K^{+\infty} \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \cos(k_y Le) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} + \frac{K}{\pi\eta} |V_1|^2 \int_K^{+\infty} \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \right] \quad (46)$$

$$b_s = \frac{K}{\pi\eta} \int_K^{+\infty} \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \quad (47)$$

$$b_m = \frac{K}{\pi\eta} \int_K^{+\infty} \sin^2 \left( \frac{k_y S}{2} \right) \cos(k_y Le) \frac{dk_y}{\sqrt{k_y^2 - k^2}} \quad (48)$$

comme pour  $g_m$ , l'intégrale (48) peut s'exprimer comme suit :

$$b_m = \frac{-K}{2\eta v^2} \left\{ y_0^{ii}(l+v) + y_0^{ii}(l-v) - 2 y_0^{ii}(l) \right\} \quad (49)$$

tq  $v = KS$  et  $l = KLe$

et  $y_0^{ii}(v) = \int_0^v \int_0^U y_0(\tau) d\tau dU$  est le double intégrale de la fonction de Bessel de deuxième type.

On remplace  $y_0$  par son développement en série et en intégrant deux fois, [21], il vient :

$$y_0^{ii}(v) = \frac{v^2}{\pi} \left\{ \left( X - \frac{3}{2} \right) - \frac{v^2}{24} \left( X - \frac{19}{12} \right) + \frac{v^4}{960} \left( X - \frac{28}{15} \right) \dots \right\} \quad (50)$$

avec  $X = \log\left(\frac{v}{2}\right) + Ce$  et  $Ce$  : constante d'Euler = 0.577216.

on développe  $y_0^{ii}(l \pm v)$  en série de Taylor autour de  $l$  et on maintient les deux premiers termes.

L'expression (49) devient :

$$b_m \cong -\frac{K}{\eta v^2} \left\{ \frac{1}{2!} y_0(l) + \frac{v^2}{4!} y_0^{(2)}(l) \right\} \quad (51)$$

puis par l'identité  $y_0^{(2)}(l) = \frac{1}{2} \{ y_2(l) - y_0(l) \}$ , on trouve finalement :

$$b_m \cong -\frac{K}{2\eta} \left\{ \left( 1 - \frac{v^2}{24} \right) y_0(l) + \frac{v^2}{24} y_2(l) \right\} \quad (52)$$

on refait les même transformation pour  $b_s$ . On trouve:

$$b_s = -\frac{K}{\pi\eta} \left\{ \left( \ln\left(\frac{v}{2}\right) + Ce - \frac{3}{2} \right) \left( 1 - \frac{v^2}{24} \right) + \frac{v^2}{288} \right\} \quad (53)$$

finalement :

$$Fb = \frac{b_m}{b_s} \cong \frac{y_0(l) + \frac{v^2}{24-v^2} y_0(l)}{\ln\left(\frac{v}{2}\right) + Ce - \frac{3}{2} + \frac{v^2/12}{24-v^2}} \quad (54)$$

il vient que :

$$B_m = Fb B_s \cong B_s \frac{y_o(l) + \frac{v^2}{24-v^2} y_o(l)}{\ln\left(\frac{v}{2}\right) + Ce - \frac{3}{2} + \frac{v^2/12}{24-v^2}} \quad (55)$$

$B_s$  est calculée dans le chapitre II par l'expression (II-12).

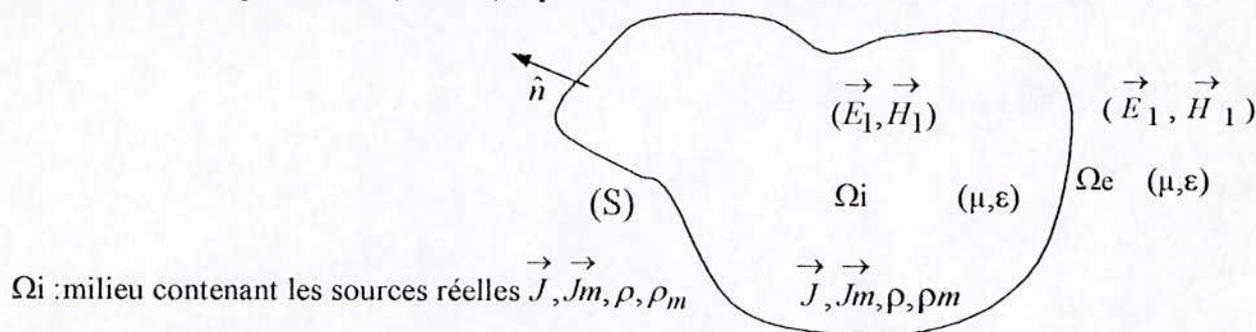
# Annexe B

## CALCUL DU CHAMP RAYONNE

Pour le calcul du champ rayonné par une antenne microruban rectangulaire, l'utilisation de la théorie des ouvertures rayonnantes s'avère très commode, et cela en considérant une ouverture  $(W \cdot h)$  formée par l'antenne à étudier. Ce principe se ramène donc à celui de la diffraction du champ électromagnétique par un trou percé dans un écran conducteur.

### 1-2 Principe d'équivalence de SCHELKUNOFF

L'idée consiste en le remplacement des sources réelles d'un champ électromagnétique par une série de sources équivalentes (fictives) réparties sur la surface  $S$  entourant les sources réelles.



$\Omega_i$  : milieu contenant les sources réelles  $\vec{J}, \vec{J}_m, \rho, \rho_m$

$\Omega_e$  : milieu extérieur.

Fig.1 choix de la surface fermée

Les sources réelles créent dans tout l'espace  $(\Omega_i)$  et  $(\Omega_e)$  les champs  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$

#### 1-2-1 Hypothèse

On supprime les sources réelles  $\vec{J}, \vec{J}_m, \rho, \rho_m$  dans  $(\Omega_i)$ , et on postule l'existence d'un champ

$(\vec{E}, \vec{H})$  dans  $(\Omega_i)$  tout en maintenant  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  dans  $(\Omega_e)$  (Fig.2).

On est ramène donc à un problème de discontinuité du champ électromagnétique à la traversée de la surface  $(S)$  qui doit satisfaire les conditions aux limites.

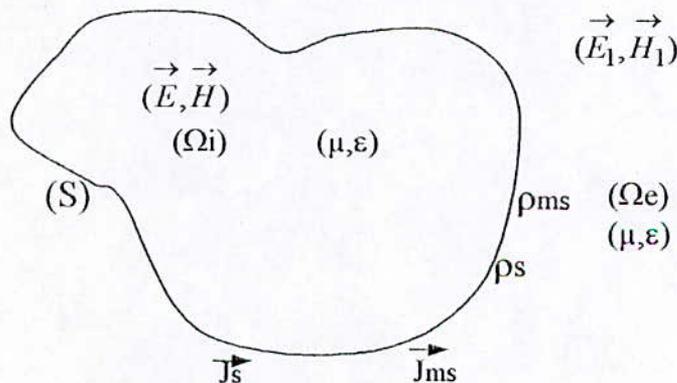


Fig.2 Problème d'équivalence dans  $\Omega_e$ .

Afin que le champ électromagnétique dans  $(\Omega_i)$ ,  $(\Omega_e)$  soient solutions correctes des équations de Maxwell, il faut supposer l'existence de sources équivalentes (fictives)  $[\vec{J}_s, \vec{J}_{ms}, \rho_s, \rho_{ms}]$  qui doivent satisfaire les conditions aux limites suivantes :

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{J}_s = \hat{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}) & (1-a) \\ \vec{J}_{ms} = -\hat{n} \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}) & (1-b) \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_s = \epsilon_0 \hat{n} \cdot (\vec{E}_1 - \vec{E}) & (1-c) \\ \rho_{ms} = \hat{n} \cdot (\vec{H}_1 - \vec{H}) & (1-d) \end{cases}$$

$\hat{n}$  = vecteur normal à la surface (S).

Les couples d'équations [(1-a), (1-b)], [(1-c), (1-d)] illustrent respectivement la discontinuité des composantes tangentielles du champ électromagnétique  $E$  et  $H$ , et des composantes normales des inductions électriques  $D$  et magnétique  $B$  au niveau de la surface de séparation (s) [6].

Il est de même pour les équations de conservation de charge.

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_s + j\omega \rho_s &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{ms} + j\omega \rho_{ms} &= 0 \end{aligned}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{ms} + j\omega \rho_{ms} = 0.$$

$$\vec{\nabla} : \text{opérateur nabla } \left( \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \right)$$

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  = vecteurs unitaires en coordonnées cartésiennes.

Ces sources équivalentes dites « sources de Huygens », peuvent être considérées créatrices des champs  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  dans tout l'espace.

La région  $(\Omega_i)$  ne nous intéresse pas, les champs peuvent être considérés comme nuls.

La liberté du choix pour  $(\vec{E}, \vec{H})$  dans  $(\Omega_i)$  nous permet d'opter pour une structure simple (champ constant ou identiquement nuls) ; dans ce cas les expressions (1) deviennent :

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{J}_s = \hat{n} \wedge \vec{H}_1 & ; \quad \rho_s = \epsilon_0 \hat{n} \cdot \vec{E}_1 \\ \vec{J}_{ms} = -\hat{n} \wedge \vec{E}_1 & ; \quad \rho_{ms} = \hat{n} \cdot \vec{H}_1 \end{cases}$$

Si on choisit pour  $\Omega_i$  un conducteur parfait ( $\sigma = \infty$ ) on aura :

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{J}_s = \hat{n} \wedge \vec{H}_1 = 0 & (\text{mur électrique}) \\ \vec{J}_{ms} = -\hat{n} \wedge \vec{E}_1 \end{cases}$$

dans ces conditions on ne peut pas utiliser l'expression du potentiel vecteur  $\vec{A}$  pour le calcul du champ rayonné, car la densité de courant  $\vec{J}_s$  qui est tangentielle à S est court-circuitée par le conducteur parfait ( $\sigma = \infty$ ). Le champ rayonné  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  est dû uniquement à  $J_{ms}$ . Idem si on opte pour un conducteur magnétique parfait :

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{J}_s = \hat{n} \wedge \vec{H}_1 \\ \vec{J}_{ms} = -\hat{n} \wedge \vec{E}_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{mur magnétique})$$

dans ce cas on ne peut pas utiliser  $\vec{A}_m$  (potentiel vecteur magnétique) pour le calcul du champ rayonné.

Supposons que la surface du conducteur est plate et infinie afin d'utiliser le principe des images (Fig.3).

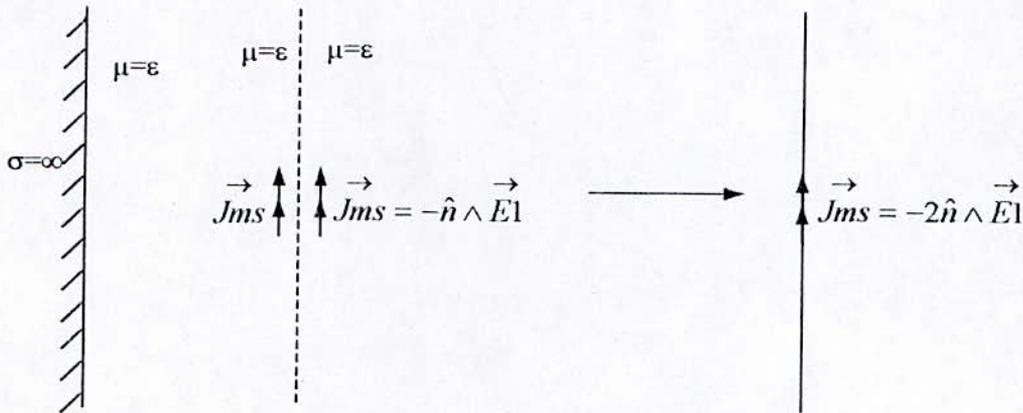


Fig.3 Modèle équivalent pour le rayonnement de sources magnétique (conducteur électrique parfait).

Dans ces conditions, l'expression (3) devient :

$$(5) \quad \begin{cases} \vec{J}_{ms} = -2\hat{n} \wedge \vec{E}_1 \\ \vec{J}_s = 0 \end{cases}$$

De même si on utilise une surface plate et infinie constituée d'un conducteur magnétique, on aboutit en vertu du principe des images à :

$$(6) \quad \begin{cases} \vec{J}_s = 2\hat{n} \wedge \vec{H}_1 \\ \vec{J}_{ms} = 0 \end{cases}$$

### 1-3 Formule de Kottler

Les potentiels vecteurs et scalaires sont donnés par :

$$(7-a) \quad \begin{cases} \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \vec{J}_s \Psi dS \\ \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \rho_s \Psi dS \end{cases} \quad \text{pour les sources électriques seules.}$$

$$(7-b) \quad \begin{cases} \vec{A}_m = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \iint_S \vec{J}_{ms} \Psi dS \\ \Phi_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \iint_S \rho_{mS} \Psi dS \end{cases} \quad \text{pour les sources magnétiques seules.}$$

avec :  $\Psi = \frac{\exp(-jKR)}{R}$  et  $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$  (Fig.4).

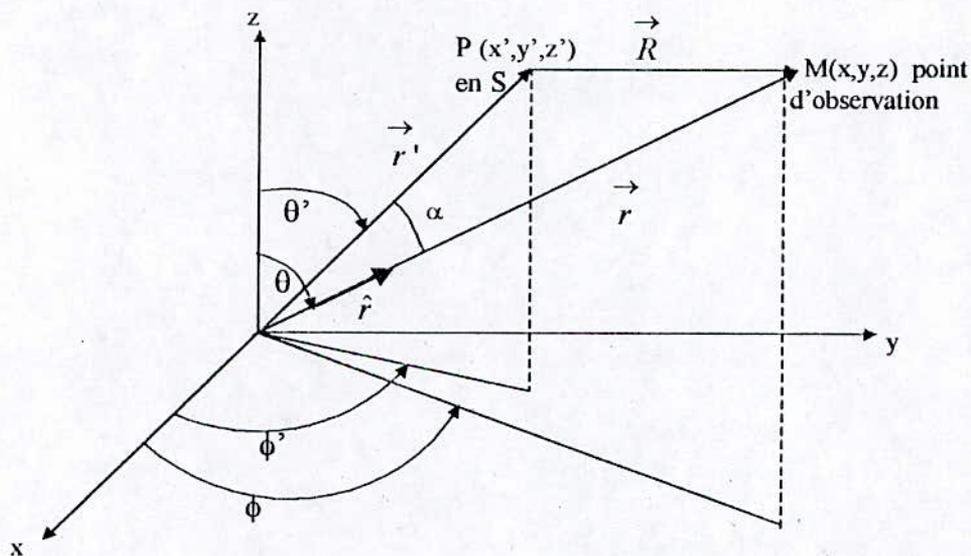


Fig.4 le point d'observation M et le point d'excitation P de la surface S.

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \alpha}$$

les équations du champ électromagnétique au point M s'écrivent :

$$(8) \quad \begin{cases} \vec{E}(M) = -j\omega \vec{A} - \nabla_M \Phi - \frac{1}{\epsilon_0} (\nabla_M \wedge \vec{A}_m) \\ \vec{H}(M) = -j\omega \vec{A}_m - \nabla_M \cdot \Phi_M - \frac{1}{\epsilon_0} (\nabla_M \wedge \vec{A}) \end{cases}$$

où  $\vec{\nabla}_M = \left( \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \right)$  opérateur nabla en coordonnées cartésiennes.

### 1-3-1 Le champ au point $M$ en fonction des champs sur la surface $S$ , avec des sources électriques et magnétiques

Compte tenu des expressions (2),(7) et (8), l'expression du champ  $\vec{E}(M)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M) = & -j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \left[ \Psi \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \right] dS - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \vec{\nabla}_M \left[ \Psi \left( \epsilon_0 \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S \right] dS \\ & + \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\epsilon_0}{4\pi} \iint_S \vec{\nabla}_M \cdot \left[ \Psi \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \right] dS \end{aligned} \quad (9)$$

avec :

$$\vec{\nabla}_M \left[ \Psi \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S \right] = \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S \left( \vec{\nabla}_M \Psi \right) + \Psi \vec{\nabla}_M \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S$$

et  $\Psi \vec{\nabla}_M \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S = 0$ , donc :

$$\vec{\nabla}_M \left[ \Psi \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S \right] = - \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S \vec{\nabla}_p \Psi \quad (10.a)$$

$$\vec{\nabla}_M \wedge \left[ \Psi \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \right] = \vec{\nabla}_M \wedge \left[ \Psi \left( -J_{ms} \right)_S \right] = \Psi \left[ \vec{\nabla}_M \wedge \left( -J_{ms} \right)_S \right] + \left( \vec{\nabla}_M \cdot \Psi \right) \wedge \left( -J_{ms} \right)_S$$

et  $\vec{\nabla}_M \wedge \left( -J_{ms} \right)_S = 0$ , donc :

$$\vec{\nabla}_M \wedge \left[ \Psi \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \right] = \left( \vec{\nabla}_M \cdot \Psi \right) \wedge \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S = \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \wedge \vec{\nabla}_p \Psi \quad (10.b)$$

avec  $\vec{\nabla}_p = -\vec{\nabla}_M$

Les relations (10) substituées dans (9) donnent enfin :

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{E}(M) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \left( \hat{n} \cdot \vec{E} \right)_S \vec{\nabla}_p \Psi + \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \wedge \vec{\nabla}_p \Psi - j\mu_0 \omega \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \right\} dS \\ \text{un travail analogue donne pour le champ magnétique :} \\ \vec{H}(M) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \left( \hat{n} \cdot \vec{H} \right)_S \vec{\nabla}_p \Psi + \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \wedge \vec{\nabla}_p \Psi + j\epsilon_0 \omega \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \right\} dS \end{aligned} \right.$$

Ces expressions constituent les formules de Kottler.

### 1-3-2 Champ en M en fonctions des sources équivalentes (électriques et magnétiques)

Si on revient aux sources équivalentes :

$$\begin{aligned} \left( \hat{n} \vec{E} \right)_S &= \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \quad ; \quad \rho_{ms} = \left( \hat{n} \vec{H} \right)_S \\ \vec{J}_{ms} &= \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \quad ; \quad \vec{J}_s = \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \end{aligned}$$

et si on tient compte des équations de conservation :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_s + j\omega\rho_s &= 0 \quad ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{ms} + j\omega\rho_{ms} = 0 \\ (12) \quad \left\{ \begin{aligned} \left( \hat{n} \vec{E} \right)_S &= \frac{\rho_s}{\epsilon_0} = -\frac{1}{j\epsilon_0\omega} \vec{\nabla}_M \cdot \vec{J}_s = \frac{1}{j\epsilon_0\omega} \vec{\nabla}_p \cdot \vec{J}_s \\ \left( \hat{n} \vec{H} \right)_S &= \rho_{ms} = -\frac{1}{j\omega} \vec{\nabla}_M \cdot \vec{J}_{ms} = \frac{1}{j\omega} \vec{\nabla}_p \cdot \vec{J}_{ms} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Les expressions (12) substituées dans (11) donnent :

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{E}(M) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\omega} \iint_S \left[ k^2 \vec{J}_s \Psi + \left( \vec{J}_s \vec{\nabla}_p \right) \left( \vec{\nabla}_p \Psi \right) - j\epsilon_0\omega \vec{J}_{ms} \wedge \vec{\nabla}_p \Psi \right] dS \\ \vec{H}(M) &= \frac{1}{4\pi\mu_0\omega} \iint_S \left[ k^2 \vec{J}_{ms} \Psi + \left( \vec{J}_{ms} \vec{\nabla}_p \right) \left( \vec{\nabla}_p \Psi \right) + j\mu_0\omega \vec{J}_s \wedge \vec{\nabla}_p \Psi \right] dS \end{aligned} \right.$$

c'est une autre forme des formules de Kottler.

$$\text{On a} \quad \left( \vec{J}_s \vec{\nabla}_p \right) \left( \vec{\nabla}_p \Psi \right) = \vec{\nabla}_p \left[ \vec{\nabla}_p \Psi \cdot \vec{J}_s \right]$$

$$\text{Et on a} \quad \Psi = \frac{\exp(-jKR)}{R}$$

Donc l'expression  $\left( \vec{J}_s \vec{\nabla}_p \right) \left( \vec{\nabla}_p \Psi \right)$  s'écrit :

$$-(1 + jKR) \frac{\Psi}{R^2} \vec{J}_s + \left( 3 + 3jKR - K^2 R^2 \right) \frac{\Psi}{R^2} \left( \hat{u} \cdot \vec{J}_s \right) \hat{u}$$

où  $\hat{u} = \frac{\vec{R}}{R}$  vecteur unitaire.

L'expression du champ obtenu à partir de (13) s'écrit en posant :

$$\vec{J}_{us} = \left( \vec{J}_s \hat{u} \right) \hat{u} \quad \text{projection de } \vec{J}_s \text{ sur } \vec{R}$$

$$\vec{J}_{mus} = (\vec{J}_{ms} \hat{u}) \hat{u} \quad \text{projection de } \vec{J}_{ms} \text{ sur } \vec{R}$$

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{E}(M) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\omega} \iint_S \left\{ \left[ \beta + jKR - k^2R^2 \right] \vec{J}_{us} - \left( 1 + jKR - k^2R^2 \right) \vec{J}_s \right\} \frac{\Psi}{R^2} \\ &\quad - j\epsilon_0\omega (1 + jKR) \left( \hat{u} \wedge \vec{J}_{ms} \right) \frac{\Psi}{R} \right\} dS \\ \vec{H}(M) &= \frac{1}{4\pi\mu_0\omega} \iint_S \left\{ \left[ \beta + jKR - k^2R^2 \right] \vec{J}_{mus} - \left( 1 + jKR - k^2R^2 \right) \vec{J}_{ms} \right\} \frac{\Psi}{R^2} \\ &\quad + j\mu_0\omega (1 + jKR) \left( \hat{u} \wedge \vec{J}_s \right) \frac{\Psi}{R} \right\} dS \end{aligned} \right.$$

#### 1-4 Expression du champ lointain – formule de Goudet

Si on réduit les expressions (14) à leur partie en  $1/R$ , on obtient :

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{E}(M) &= \frac{K^2}{4\pi j\epsilon_0\omega} \iint_S \left( \vec{J}_s - \vec{J}_{us} \right) \Psi dS + j \frac{K}{4\pi} \iint_S \left( \hat{u} \wedge \vec{J}_{ms} \right) \Psi dS \\ \vec{H}(M) &= \frac{K^2}{4\pi j\mu_0\omega} \iint_S \left( \vec{J}_{ms} - \vec{J}_{ums} \right) \Psi dS - j \frac{K}{4\pi} \iint_S \left( \hat{u} \wedge \vec{J}_s \right) \Psi dS \end{aligned} \right.$$

On note que :  $\left( \vec{J} \wedge \hat{u} \right) \wedge \hat{u} = \left( \vec{J} \hat{u} \right) \hat{u} - (\hat{u} \hat{u}) \vec{J} = \vec{J}_u - \vec{J}$ .

$$\vec{J}_s - \vec{J}_{us} = - \left( \vec{J}_s \wedge \hat{u} \right) \wedge \hat{u}$$

$$\vec{J}_{ms} - \vec{J}_{ums} = - \left( \vec{J}_{ms} \wedge \hat{u} \right) \wedge \hat{u}$$

$$\Psi = \frac{\exp(-jKR)}{R} \cong \frac{\exp(-jKr)}{r} \exp(jK r' \hat{r})$$

avec  $K = \frac{\omega}{C}$  ;  $C = (\mu_0 \epsilon_0)^{(-1/2)}$

$R \cong r$  ;  $\hat{u} = \hat{r}$  ,  $\hat{r}$  le vecteur unitaire porté par  $r$  = vecteur unitaire dans le système de coordonnées sphériques.

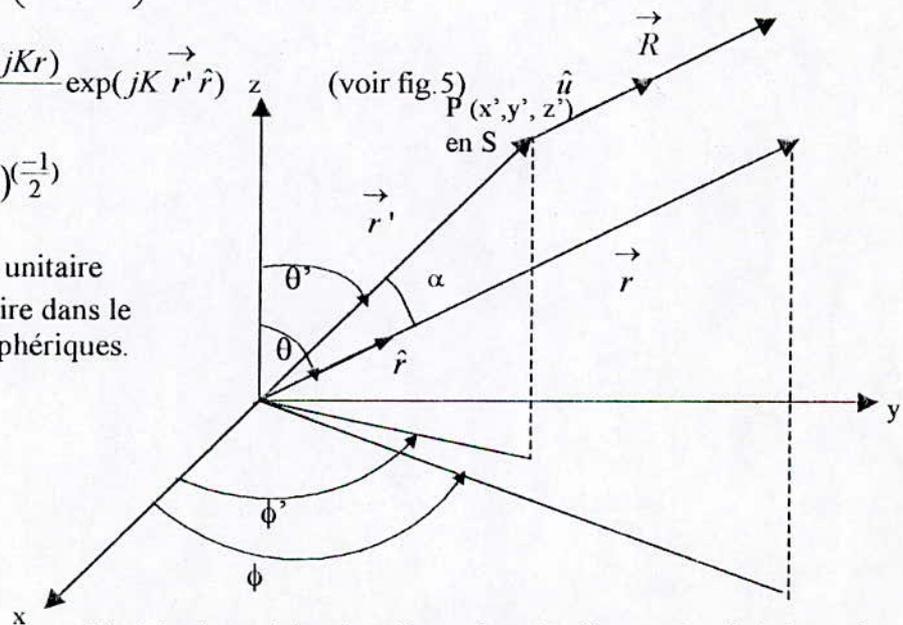


Fig. 5 le champ lointain crée par le point d'excitation P de la surface S.

Les expressions du champ lointain (15) deviennent :

$$(16) \quad \begin{cases} \vec{E}(M) = \frac{jK}{4\pi} \frac{\exp(-jKr)}{r} \iint_S \left[ \eta_0 \left( \vec{J}_s \wedge \hat{r} \right) - \vec{J}_{ms} \right] \wedge \hat{r} \exp(jK \vec{r}' \cdot \hat{r}) dS \\ \vec{H}(M) = \frac{jK}{4\pi} \frac{\exp(-jKr)}{r} \iint_S \left[ \frac{1}{\eta_0} \left( \vec{J}_{ms} \wedge \hat{r} \right) + \vec{J}_s \right] \exp(jK \vec{r}' \cdot \hat{r}) dS \end{cases}$$

$$\text{où } \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

en fonction des sources équivalentes.

On peut aussi les écrire en fonction des champs tangentiels à la surface S en utilisant les relations :

$$\begin{aligned} \vec{J}_s &= \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \\ \vec{J}_{ms} &= - \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \end{aligned}$$

on a :

$$\begin{aligned} \left( \vec{J}_s \wedge \hat{r} \right) \wedge \hat{r} &= \left[ \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \wedge \hat{r} \right] \wedge \hat{r} = \hat{r} \wedge \left[ \hat{r} \wedge \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \right] = \left[ \hat{r} \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \right] \hat{r} - (\hat{r} \cdot \hat{r}) \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \\ &= \left( \vec{H} \wedge \hat{n} \right)_S - \left[ \hat{r} \left( \vec{H} \wedge \hat{n} \right)_S \right] \hat{r} = \left( \vec{H} \wedge \hat{n} \right)_N \text{ composante normale à } \hat{r}. \\ - \left( \vec{J}_{ms} \wedge \hat{r} \right) &= \hat{r} \wedge \left( \vec{E} \wedge \hat{n} \right)_S \end{aligned}$$

les expressions du champ lointain (16) deviennent :

$$(17) \quad \begin{cases} \vec{E}(M) = j \frac{K}{4\pi} \frac{e^{-jKr}}{r} \iint_S \left[ \hat{r} \wedge \left( \vec{H} \wedge \hat{n} \right)_S + Z \left( \vec{H} \wedge \hat{n} \right)_N \right] e^{jK \vec{r}' \cdot \hat{r}} ds \\ \vec{H}(M) = \frac{1}{Z} \left[ \hat{r} \wedge \vec{E}(M) \right] \end{cases}$$

Comme les formules de Goudet, elles donnent les expressions du champ lointain en fonction des champs tangentiels à S dans le cas où on ferait intervenir à la fois les sources électriques et magnétiques.

#### 1-4-1. équivalence à l'aide des sources magnétiques seules

Ce cas correspond à  $J_s=0$ .

$$\vec{J}_{ms} \mapsto 2\vec{J}'_{ms} = \vec{J}'_{ms} = -2(\hat{n} \wedge \vec{E})_S = 2(\vec{E} \wedge \hat{n})_S$$

dans ces conditions, (16) et (17) deviennent respectivement :

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}(M) = -j \frac{K}{4\pi} \frac{e^{-jKr}}{r} \iint_S \left( \vec{J}_{ms} \wedge \hat{r} \right) e^{jK \vec{r}' \cdot \hat{r}} ds \\ \text{où encore} \\ \vec{E}(M) = j \frac{K}{4\pi} \frac{e^{-jKr}}{r} \iint_S \left( \hat{n} \wedge \vec{E} \right)_S \wedge \hat{r} e^{jK \vec{r}' \cdot \hat{r}} ds \end{array} \right.$$

#### 1-4-2. Equivalence à l'aide des sources électriques seules

Ce cas correspond à :

$$\begin{aligned} \vec{J}_{ms} &= 0 \\ \vec{J}_s &= 2 \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \end{aligned}$$

Les équations (16) et (17) deviennent :

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}(M) = j \frac{KZ}{4\pi} \frac{e^{-jKr}}{r} \iint_S \left( \vec{J}_s \wedge \hat{r} \right) \wedge \hat{r} e^{jK \vec{r}' \cdot \hat{r}} ds \\ \text{où encore} \\ \vec{E}(M) = j \frac{K}{2\pi} \frac{e^{-jKr}}{r} \iint_S \left[ \left( \hat{n} \wedge \vec{H} \right)_S \wedge \hat{r} \right] \wedge \hat{r} e^{jK \vec{r}' \cdot \hat{r}} ds \end{array} \right.$$

et le champ magnétique :

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{Z} \left[ \hat{r} \wedge \vec{E}(M) \right]$$