

وزارة التعليم العالي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Electronique

PROJET DE FIN D'ETUDES

En Vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat

S U J E T

Quantificateurs optimaux des signaux
unidimensionnels et bidimensionnels

Proposé par :

Mr. A. Chékima

Etudié par :

Melle S. Ghernaouti

Melle R. Gueraichi

Dirigé par :

Mr. A. Chékima

PROMOTION : Juin 1989

Page 13:

-Pour la figure représentant le quantificateur uniforme, la longueur entre le seuil X_3 et le niveau Y_2 n'est pas Δ , mais $\Delta/2$.

-Le dernier seuil représenté est X_{N-1} et non pas X_N .

Page 30:

Pour l'équation (II-7), il faut lire:

$\text{sinc}(1/N_\theta)$ au lieu de $\text{sinc}(1/N)$

Page 34-(59 à 62)-(80 à 86):

Il faut réctifier la notation des seuils et des niveaux:

b_i au lieu de Y_i

a_i au lieu de X_i

Page 39:

Supprimer la lecture de pas.

Page 88 (paragraphe 3, 4^{ème} ligne):

Il faut lire représentation cartésienne au lieu de polaire.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سُبْحَانَكَ

لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا

إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ

REMERCIEMENTS

Nous remercions vivement Mr CHEKIMA pour nous avoir dirigé le long de notre travail et pour ses conseils et critiques.

Nous tenons à remercier Mr SAADAoui et Mr CHIGARA pour leur aide.

Que tous les enseignants qui ont contribué à notre formation trouvent ici notre reconnaissance et nos plus vifs remerciements.

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail,

- A mes chers parents
- A toute ma famille
- A toutes mes amies

Ratiba

Je dédie ce modeste travail,

- A mon père
- A ma mère
- A mes frères et soeurs
- A toutes mes amies

Souad

TABLE DES MATIERES



INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

RAPPELS MATHÉMATIQUES

CHAPITRE I

RAPPELS SUR LES LOIS DE PROBABILITES

1) Variable aléatoire.....	3
2) Fonction de distribution.....	3
3) Fonction densité de probabilité.....	3
4) Fonction de distribution pour des variables aléatoires discrètes.....	3
5) Fonction de distribution pour des variables aléatoires continues.....	4
6) Espérance mathématique.....	4
7) Moments.....	4
8) Distribution conjointe.....	5
9) Densité de probabilité conjointe.....	5

CHAPITRE II

APPLICATION A QUELQUES DISTRIBUTIONS DE PROBABILITES

1) Distribution Laplace.....	6
2) Distribution Normale ou de Gauss.....	6
3) Distribution de Rayleigh.....	6
4) Distribution de Gamma.....	7

QUANTIFICATION D'UN SIGNAL UNIDIMENSIONNEL

CHAPITRE I

PRINCIPE DE QUANTIFICATION

1) Principe.....	
2) Définition.....	9
3) Distorsion d'un quantificateur.....	10
4) Critère de fidélité.....	10
5) Entropie d'une source.....	10

CHAPITRE II
 QUANTIFICATEUR OPTIMUM

1) Définition.....	13
2) Quantificateur uniforme.....	13
2-1) Définition.....	13
2-2) Conditions d'optimisations.....	14
3) Quantificateur non uniforme (optimum pour un nombre de niveaux fixe.....	14
3-1) Définition.....	14
3-2) Conditions D'optimisations.....	15
3-3) Choix des seuils et des niveaux de reconstruction.....	16
4) Algorithmes de quantification.....	17
4-1) Algorithme de Lloyd.....	17
4-2) Algorithme de Max.....	18
4-3) Comparaison.....	19
4-3-1) Recherche de la valeur de Y_1	19
4-3-2) Modification de Y_1 durant le processus itératif.....	20

QUANTIFICATION D'UN SIGNAL BIDIMENSIONNEL

CHAPITRE I
 GENERALITES ET DEFINITIONS

1) Introduction.....	25
2) Quantificateur en coordonnées polaires.....	25
2-1) Distorsion du quantificateur.....	25
2-2) Entropie d'une source.....	26
3) Quantificateur en coordonnées cartésiennes.....	26
Distorsion d'un quantificateur.....	26

CHAPITRE II
QUANTIFICATEUR OPTIMUM

1) Quantificateur en coordonnées polaires.....	29
1-1) Conditions d'optimisations.....	29
1-2) Choix des seuils et des niveaux de reconstruction.....	31
2) Quantificateur en coordonnées cartésiennes.....	32
2-1) Conditions d'optimisation.....	32
2-2) Choix des seuils et des niveaux de reconstruction.....	33
3) Algorithmes de quantification utilisés.....	34
3-1) Pour N petit.....	34
3-2) Pour N grand.....	35

ORGANIGRAMMES-PROGRAMMES-RESULTATS-INTERPRETATION

CHAPITRE I

ORGANIGRAMMES ET PROGRAMMES

1) Organigrammes.....	37
2) Matériel et langage utilisé.....	41
3) Programmes.....	42

CHAPITRE II

RESULTATS ET INTERPRETATIONS

CAS DU SIGNAL UNIDIMENSIONNEL:

1) Interprétation des courbes $R=f(D)$ pour la quantification uniforme	80
2) Interprétation des courbes $R=f(D)$ pour la quantification non uniforme.....	80

CAS DU SIGNAL BIDIMENSIONNEL:

1) Interprétation du tableau de résultats.....	89
--	----

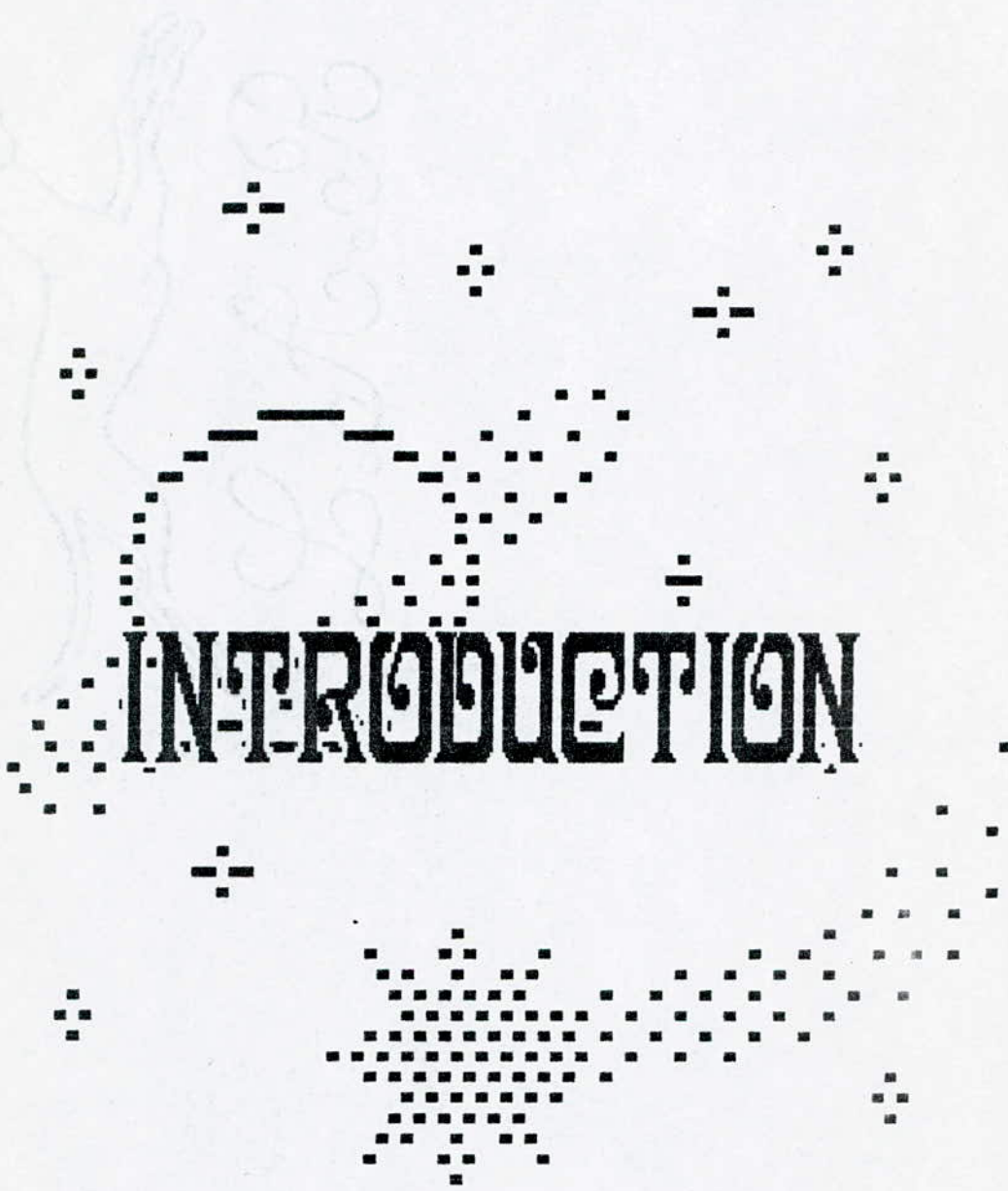
2) Interprétation de la courbe $R=f(D)$ 89

CONCLUSION..... 90

ANNEXE I..... 92

ANNEXE II..... 98

BIBLIOGRAPHIE..... 100



INTRODUCTION

INTRODUCTION

Le traitement et la transmission des signaux numériques ont un rôle déterminant dans les systèmes de communication modernes. Néanmoins, les origines physiques des signaux informationnels (parole, image, télémétrie, acquisition de données et les systèmes facsimiles) sont intrinséquement analogiques et par nature temporellement continus.

Aussi, il est nécessaire d'introduire une interface entre le domaine analogique et le domaine numérique.

Cependant, la numérisation de tels signaux génère une grande quantité de données que les réseaux de communication et les équipements de traitement, actuellement disponibles, sont incapables de transmettre ou de manipuler.

Afin de résoudre cet épineux problème, des techniques de compression de données ont été mises en oeuvre. Ainsi, l'une de ces techniques, qui est en fait, la plus simple et la plus utilisée est l'opération de quantification dont l'étude est le principal objectif de ce travail.

En effet, la quantification se fait sur des échantillons analogiques ayant des amplitudes continues pouvant avoir des valeurs allant de $-\infty$ à $+\infty$.

Le quantificateur remplace chaque valeur de l'échantillon par une valeur de sortie qui approxime l'amplitude originale. Donc, sa propriété essentielle est que chaque valeur de sortie ait une valeur parmi un ensemble de nombres réels.

L'objet de notre travail consiste à étudier un quantificateur scalaire optimal des signaux unidimensionnels et bidimensionnels.

Le problème consiste à minimiser la distorsion introduite pour un nombre de niveaux de quantification fixe.

Notre travail se divise en deux parties:

La première concerne le quantificateur d'un signal à une dimension, tandis que, la seconde étudie le quantificateur d'un signal bidimensionnel.

Dans ce dernier cas, nous avons considéré les représentations cartésienne et polaire.

Les équations établies lors de l'étude des deux types de quantificateurs optimaux font appel pour leur résolution à des méthodes numériques.

L'étude du quantificateur des signaux unidimensionnels se fera pour les lois de probabilités courantes: Laplace, Normale, Rayleigh, Gamma.

Quant au quantificateur des signaux bidimensionnels, son étude sera faite pour une loi Gaussienne qui approxime bien le signal image.



RAPPELS

MATHÉMATIQUES



RAPPELS SUR LES PROBABILITES

1-) VARIABLE ALEATOIRE:

Soit S un ensemble de valeurs obtenues par une expérience aléatoire. On définit une *variable aléatoire* comme une fonction qui attribue pour chaque élément s de S un nombre $x(s)$ [20].

2-) FONCTION DE DISTRIBUTION :

La *fonction de distribution* d'une variable aléatoire X est la fonction définie par:

$$F_x(x) = \text{prob}\{X \leq x\} \quad \text{ou} \quad -\infty < x < +\infty$$

3-) LA FONCTION DENSITE DE PROBABILITE :

La *fonction de densité de probabilité*, si elle existe, est définie par:

$$p_x(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

4-) FONCTION DE DISTRIBUTION POUR DES VARIABLES ALEATOIRES DISCRETES :

Une variable aléatoire discrète X a une fonction de distribution $F(x)$ de type *escalier*.

La mesure de probabilités pour la variable aléatoire discrète se fait par la *fonction de masse* $p(x_i)$ définie par :

$$p(x_i) = \text{prob}\{X = x_i\}$$

5-) FONCTION DE DISTRIBUTION POUR DES VARIABLES ALEATOIRES CONTINUES :

On définit la fonction de distribution ou de répartition $F(x)$ pour une variable aléatoire continue par :

$$F(x) = P\{X \leq x\} = P\{-\infty < X < x\} = \int_{-\infty}^x p_U(u) \cdot du$$

$$\text{où } p_U(u) \geq 0 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} p_U(u) \cdot du = 1$$

5-) ESPERANCE MATHEMATIQUE :

L'espérance mathématique appelée aussi valeur moyenne est définie :

- Dans le cas d'une variable aléatoire discrète par :

$$\mu = E[X] = \sum_i x_i \cdot P\{X=x_i\} \quad \text{où } P\{X=x_i\} > 0 \quad \forall x_i \quad (*)$$

- Dans le cas d'une variable aléatoire continue par :

$$\mu = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p_X(x) \cdot dx \quad (**)$$

Les définitions (*) et (**) peuvent être étendues pour des cas plus généraux tels que :

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot p_X(x) \cdot dx \quad \text{si } X \text{ est une variable aléatoire continue}$$

$$E[g(x)] = \sum_i g(x_i) \cdot p(X=x_i) \quad \text{si } X \text{ est une variable aléatoire discrète}$$

$g(x)$ étant une fonction de X

7-) MOMENTS :

On définit le moment d'ordre r de x par :

$$\overline{x^r} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r \cdot p_X(x) \cdot dx$$

Pour $r=1$ on retrouve l'espérance mathématique μ .

- Le moment centré d'ordre r est défini par:

$$m_r = E[(X - \bar{X})^r] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^r \cdot p_X(x) \cdot dx$$

Les moments d'ordre 1 et 2 sont les plus utilisés. Le moment d'ordre 2 est aussi appelé *variance* ou *dispersion* notée σ^2 . $\sigma = \sqrt{m_2}$ est appelé *écart type*.

8-) DISTRIBUTION CONJOINTE :

Soient deux variables aléatoires X et Y définies sur le même espace de probabilités, la fonction de distribution conjointe de X et Y est définie par :

$$F_{XY}(x, y) = P \{ X \leq x, Y \leq y \}$$

9-) DENSITE DE PROBABILITE CONJOINTE :

La densité de probabilité conjointe, si elle existe est donnée par:

$$p_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 [F_{XY}(x, y)]}{\partial x \partial y}$$

Les densités $p_X(x)$ et $p_Y(y)$ sont appelées *densités marginales* [17].

Remarque :

Dans le cas où les variables aléatoires X et Y sont indépendantes

$$p_{XY}(x, y) = p_X(x) \cdot p_Y(y)$$

APPLICATION A QUELQUES DISTRIBUTIONS DE PROBABILITES

1-) DISTRIBUTION LAPLACE :

C'est une distribution continue dont la densité de probabilité s'exprime par :

$$p_x(x) = \frac{\alpha}{2} \exp(-\alpha|x|) \quad (\text{II-1})$$

sa moyenne est :

$$\mu = 0$$

et sa variance est :

$$\sigma^2 = 2/\alpha^2$$

pour $\alpha = \sqrt{2}$

$$\mu = 0 \text{ et } \sigma^2 = 1$$

Voir (fig1-a).

2-) DISTRIBUTION NORMALE OU DE GAUSS :

C'est une distribution continue, sa densité de probabilité est donnée par :

$$p_x(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad \text{avec } -\infty < x < +\infty \quad (\text{II-2})$$

Si $\mu = 0$ et $\sigma = 1$, on parle de loi Normale centrée réduite

Voir (fig1-b).

3-) LOI DE RAYLEIGH :

C'est une distribution continue, sa densité de probabilité s'exprime par :

$$p_x(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp(-x^2/2 \cdot \sigma^2) \quad \text{avec } 0 \leq x < +\infty \quad (\text{II-3})$$

Pour $\sigma = 1$

$$p_x(x) = x \cdot \exp(-x^2/2)$$

Sa valeur moyenne est égale à: $\mu = \sqrt{\pi/2}$

et sa variance :

$$\sigma^2 = 2 - \pi/2$$

Voir (fig1-c).

4-) DISTRIBUTION GAMMA :

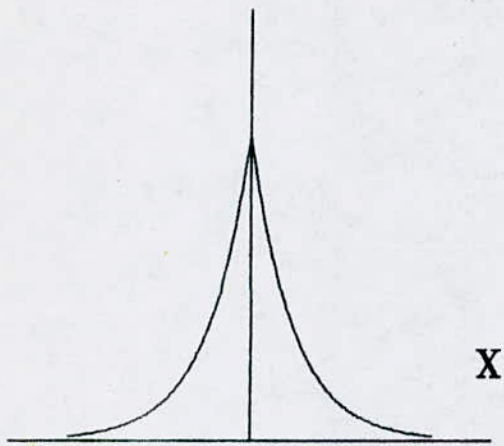
Une variable aléatoire X continue suit la loi *Gamma* si sa densité de probabilité est donnée par :

$$p_x(x) = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{|x|} \exp(-k \cdot |x|) \quad \text{où} \quad -\infty < x < +\infty \quad (\text{II-4})$$

pour $k = \sqrt{0.75}$ on a $\mu = 0$ et $\sigma^2 = 1$

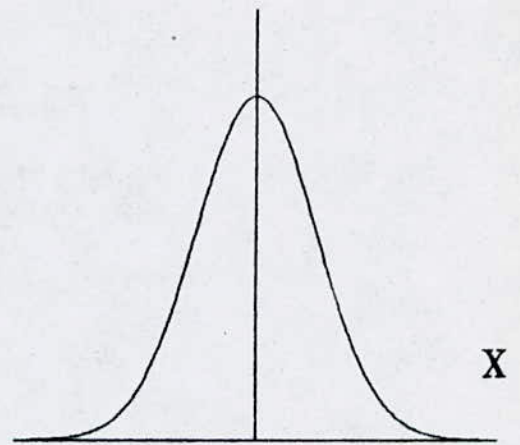
Voir (fig1-d).

$P(x)$



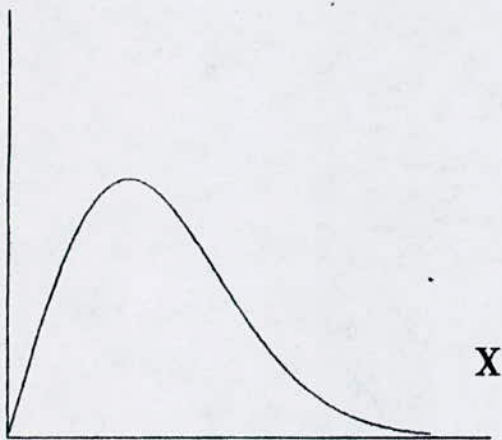
a) Loi Laplace

$P(x)$



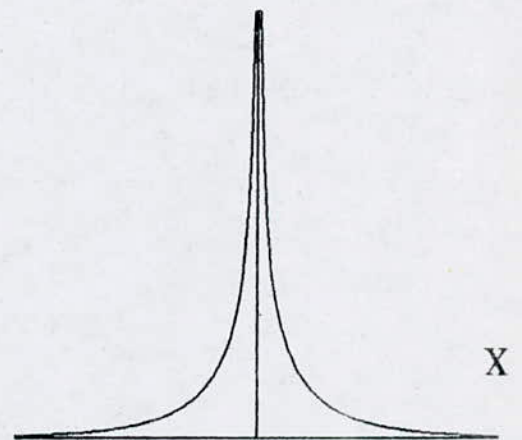
b) Loi Normale

$P(x)$



c) Loi de Rayleigh

$P(x)$



d) Loi Gamma

Fig1- DENSITE DE PROBABILITE

QUANTIFICATION



**DU
SIGNAL
UNIDIMENSIONNEL**

PRINCIPE DE QUANTIFICATION

1-) PRINCIPE :

La quantification est l'opération qui consiste à remplacer la valeur exacte du signal par une valeur choisie parmi les N valeurs quantifiées. On substitue donc une infinité de valeurs possibles de la grandeur analogique $X(t)$ en un nombre fini de valeurs Y_i de ce signal.

Un signal d'erreur $e(t)$ appelé *bruit de quantification*, est superposé au signal quantifié. Il provient du fait que la valeur exacte du signal est remplacée par une valeur approchée.

Il vient alors :

$$X(t) = Y_i(t) + e(t) \quad [18]$$

2-) DEFINITION :

- Soit X une variable aléatoire à numériser et soit $F_C(.)$ une fonction de distribution cumulative.

Un appareil qui fait associer l'entrée X à la sortie Y est dit un *quantificateur* s'il existe des constantes $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$ tel que:

$$X_{i-1} < X < X_i \quad \rightarrow \quad Y = Y_i \quad [15]$$

- Les X_i sont appelés *seuils de quantification*.
- Les Y_i sont appelées *niveaux de reconstruction* [15].

La caractéristique du quantificateur est en *marche d'escalier* et elle présente deux formes différentes à l'origine, selon que le nombre de niveaux de reconstruction N est pair ou impair (fig2-a ,fig2-b).

3-) DISTORSION DU QUANTIFICATEUR :

On définit la *distorsion* d'un quantificateur comme étant l'espérance mathématique de $f(e)$, où f est une fonction différentiable, et e est l'erreur de quantification.

En appelant $p(x)$ la densité de probabilité de l'amplitude d'entrée, on a :

$$D = E [f(X - Y_i)]$$

$$D = \sum_{i=1}^{i=N} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x - y_i) \cdot p(x) \cdot dx \quad (I-1) \quad [3]$$

La fonction $f(\cdot)$ représente le *critère de fidélité*.

4-) CRITERE DE FIDELITE :

Le *critère de fidélité* peut varier selon le choix de la fonction $f(\cdot)$. Souvent, on utilise la fonction $(X - Y_i)^r$ avec $r > 0$, pour exprimer la puissance $r^{\text{ème}}$ de l'erreur. En prenant $r=2$, on aura :

$$f(x - Y_i) = (x - Y_i)^2$$

qui désigne l'erreur quadratique moyenne modélisant la puissance du bruit qui n'est rien d'autre que la distorsion D définie par :

$$D = \sum_{i=1}^{i=N} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - Y_i)^2 \cdot p(x) \cdot dx \quad (I-2)$$

L'erreur quadratique moyenne est choisie comme critère de fidélité pour deux raisons essentielles :

- Sa simplicité lors du calcul.
- Pour pouvoir comparer nos résultats avec ceux déjà publiés dans ce domaine.

5-) ENTROPIE D'UNE SOURCE :

Une source peut émettre n messages correspondants à des quantités d'informations différentes.

Pour caractériser la source, on considérera la quantité d'informations moyenne associée à un message émis par cette source.

Parmi les n messages possibles, le message i de la probabilité p_i apporte une quantité d'informations :

$$Q_i = -\text{Log}_2(p_i) \quad [\text{bits}]$$

On définit l'entropie de la source R comme étant la valeur moyenne de la variable aléatoire Q_i :

$$R = \sum_i p_i \cdot Q_i = -\sum_i p_i \cdot \text{Log}_2(p_i) \quad [\text{bits/échantillons}] \quad (\text{I-3})$$

[19]

On remarque que pour une loi de probabilités symétrique et pour un nombre de niveaux pair, le taux R est toujours supérieur à l'unité. La démonstration est donnée en Annexe II.

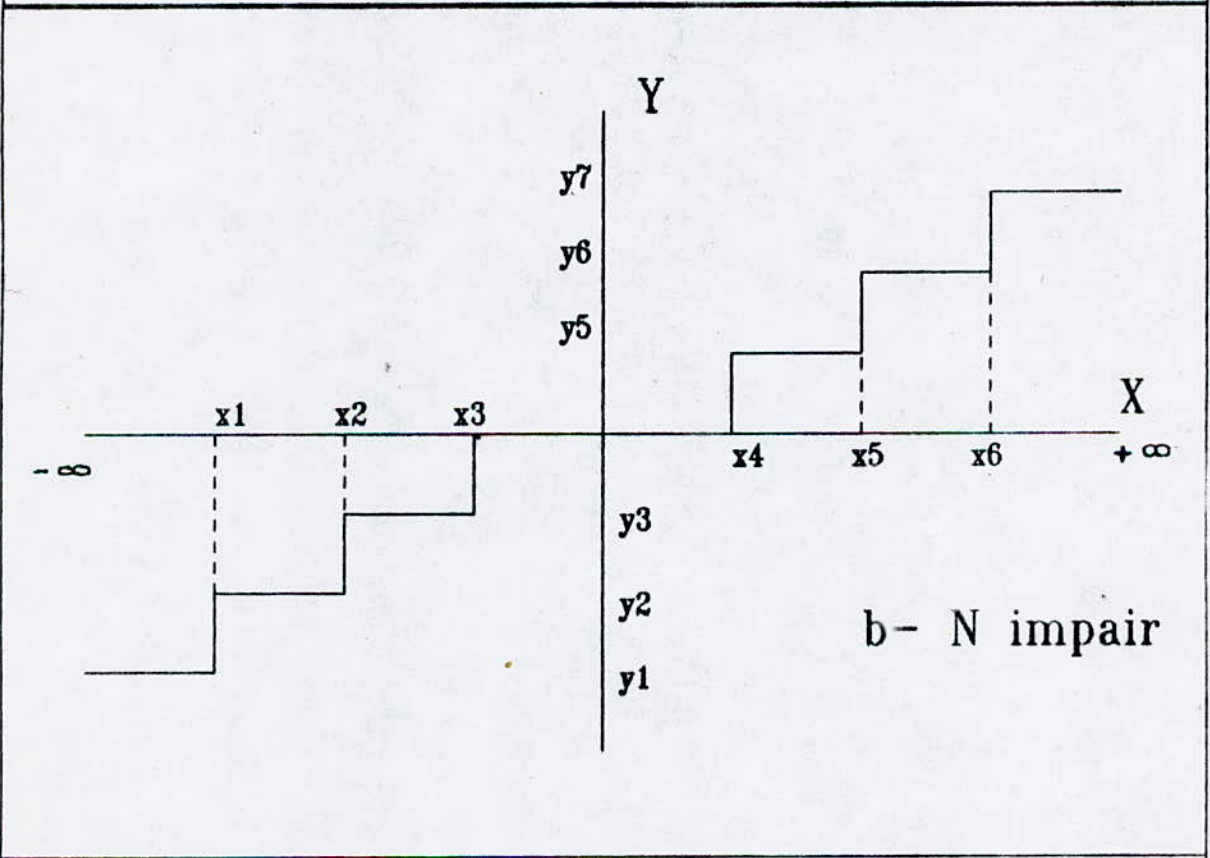
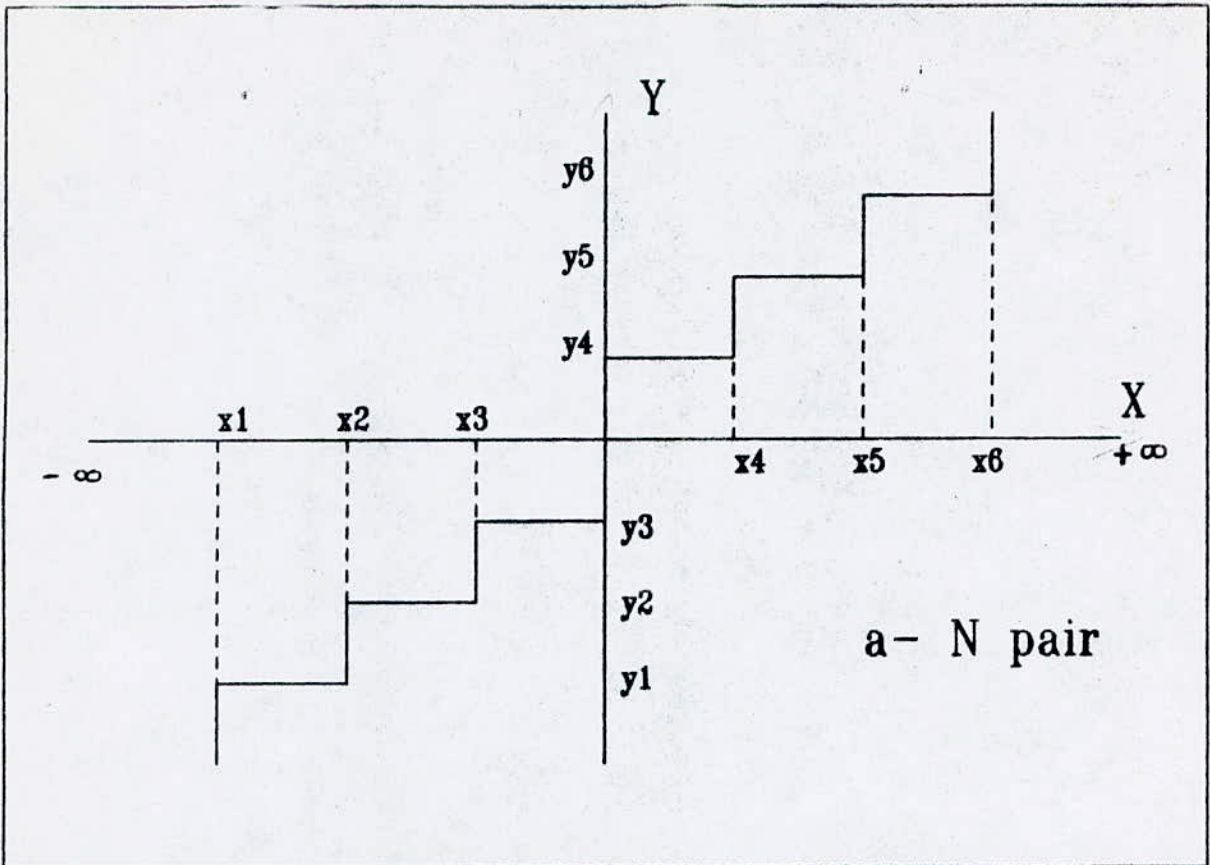


Fig2- Caractéristique du quantificateur

QUANTIFICATEUR OPTIMUM

1-) DEFINITION :

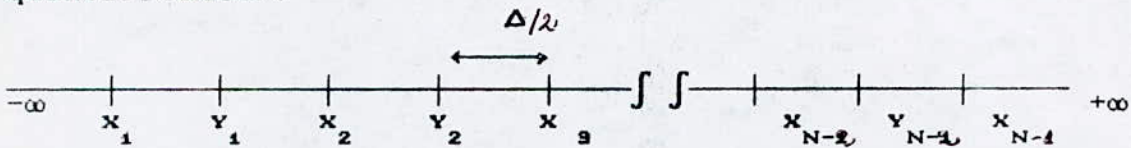
Un quantificateur est dit *optimum* s'il minimise la distorsion D pour un taux d'entropie fixe ou vice versa [15].

2-) QUANTIFICATEUR UNIFORME :

2-1) Définition :

Ce type de quantificateur est le plus utilisé du fait qu'il est facile à réaliser.

Le quantificateur *uniforme* divise les seuils d'entrée en N-2 intervalles égaux de longueur Δ et deux intervalles semi-infinis. N étant le nombre de niveaux du quantificateur.



Les niveaux de reconstructions Y_i doivent être uniformément espacés. Les seuils X_i se situent au milieu de ces niveaux. alors:

$$X_i = \frac{Y_i + Y_{i+1}}{2} \quad i=1, \dots, N-1 \quad (II-1)$$

et

$$Y_i = \begin{cases} (i-1/2) \cdot \Delta & (i-1) \cdot \Delta < X < i \cdot \Delta \\ (N-1/2) \cdot \Delta & X \geq (N-1) \cdot \Delta \end{cases} \quad (II-2)$$

La distorsion de ce quantificateur est donnée par :

$$D = \sum_{i=1}^{N-1} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} [x - (i-1/2) \cdot \Delta]^2 \cdot p(x) \cdot dx + \int_{(N-1)\Delta}^{+\infty} [x - (N-1/2) \cdot \Delta]^2 \cdot p(x) \cdot dx \quad (II-3)$$

2-2) Conditions d'optimisation :

Pour que le quantificateur uniforme soit optimum, il faut choisir un pas de quantification Δ qui soit solution de l'équation :

$$\frac{\partial D}{\partial \Delta} = 0 \quad (\text{II-4})$$

Le calcul de $\frac{\partial D}{\partial \Delta}$ donne:

$$-\sum_{i=1}^{i=N-1} (2i-1) \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} [x - (i-1/2)\Delta] \cdot p(x) \cdot dx - (2N-1) \int_{(N-1)\Delta}^{+\infty} [x - (N-1/2)\Delta] p(x) \cdot dx$$

(II-5)

Il est important de noter que la condition (II-4) est une condition nécessaire.

Comme il est difficile de résoudre de telles équations, on utilise alors un autre procédé qui consiste à faire varier le pas de quantification pour un nombre fixe de niveaux et de relever chaque fois la distorsion et l'entropie correspondante.

Ainsi, on aura une famille de quantificateurs dont on choisira celui qui dispose de la plus faible distorsion pour une source donnée. De ce fait, ce quantificateur uniforme sera optimal [1].

3-) QUANTIFICATEUR NON UNIFORME (OPTIMUM POUR UN NOMBRE DE NIVEAU FIXE) :

3-1) Définition :

Un quantificateur *non uniforme* est un quantificateur dont la longueur de ses intervalles est variable afin de réduire la distorsion. C'est à dire pour optimiser D par rapport à la longueur des intervalles et les niveaux de reconstruction.

3-2) Conditions d'optimisation :

Etant donné un nombre de niveaux N fixé, pour minimiser la distorsion D, il faut satisfaire les conditions suivantes :

$$\frac{\partial D}{\partial X_i} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial D}{\partial Y_i} = 0$$

D'après (I-2), on a :

$$\frac{\partial D}{\partial X_i} = f(X_i - Y_{i-1}) \cdot p(X_i) - f(X_i - Y_i) \cdot p(X_i) = 0 \quad \text{pour } i=2, \dots, N \quad \text{(II-6)}$$

$$\frac{\partial D}{\partial Y_i} = - \int_{x_i}^{x_{i+1}} f'(x - Y_i) \cdot p(x) \cdot dx = 0 \quad \text{pour } i=1, \dots, N \quad \text{(II-7)}$$

Pour $p(X_i) \neq 0$ l'équation (II-6) devient :

$$f(X_i - Y_{i-1}) = f(X_i - Y_i) \quad \text{(II-8)}$$

et l'équation (II-7) devient :

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f'(x - Y_{i-1}) \cdot p(x) \cdot dx = 0 \quad \text{(II-9)}$$

3-3) Choix des seuils et des niveaux de reconstruction :

En choisissant comme critère de fidélité, l'erreur quadratique moyenne, c'est à dire $f(e) = e^2$. Les relations (II-8) et (II-9) deviennent respectivement :

$$(X_i - Y_{i-1})^2 = (X_i - Y_i)^2 \quad \text{(II-10)}$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - Y_i) \cdot p(x) \cdot dx = 0 \quad \text{(II-11)}$$

Ce qui donne : $|X_i - Y_{i-1}| = |X_i - Y_i|$ pour $i=2, \dots, N$ (II-12)

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - Y_i) \cdot p(x) \cdot dx = 0 \quad \text{pour } i=1, \dots, N \quad \text{(II-13)}$$

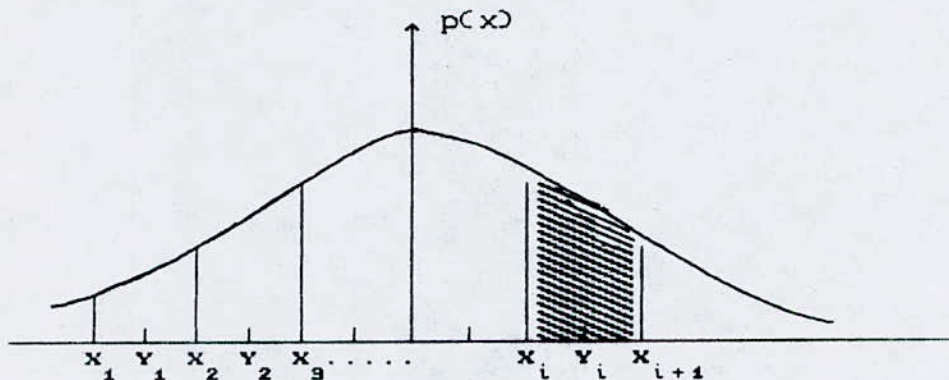
Donc :

$$X_i = \frac{Y_i + Y_{i-1}}{2} \quad \text{pour } i=2, \dots, N \quad \text{(II-14)}$$

$$Y_i = \frac{\int_{x_i}^{x_{i+1}} x \cdot p(x) \cdot dx}{\int_{x_i}^{x_{i+1}} p(x) \cdot dx} \quad \text{pour } i=1, \dots, N \quad (\text{II-15})$$

Ainsi les deux relations précédentes constituent les conditions nécessaires pour obtenir un quantificateur optimum.

Le niveau Y_i défini par la relation (II-15) est appelé *centroide* de l'aire de $p(x)$ entre X_i et X_{i+1} comme le montre la figure suivante :



4-) Algorithmes de quantification :

Vue que les relations (II-14) et (II-15) sont difficiles à résoudre, des algorithmes adéquats ont été élaborés pour surmonter ces difficultés.

Ainsi, il existe deux algorithmes essentiels pour la résolution des équations (II-14) et (II-15), il s'agit des algorithmes de :

-Lloyd [2]

-J. Max [3]

4-1-) Algorithme de Lloyd [2] :

Cet algorithme consiste à attribuer de façon arbitraire des valeurs aux niveaux Y_i et calculer, à partir de la relation (II-14) tous les seuils correspondants. On calculera par la suite l'entropie et la distorsion D_1 .

relatives à ces seuils et niveaux.

Les seuils précédemment trouvés permettent, en utilisant l'expression (II-15) d'obtenir d'autres niveaux Y_i .

Par conséquent, l'entropie et la distorsion D_2 seront calculées de nouveau.

On comparera ensuite les valeurs de D_1 et D_2 . Dans le cas où elles sont égales (avec un certaine erreur tolérable), alors les derniers seuils et niveaux calculés caractérisent bien le quantificateur. Dans le cas contraire, il faut recalculer de nouveau, les seuils et les niveaux. Ainsi le processus itératif continu jusqu'à ce que les deux distorsions soient égales.

4-2-) Algorithme de J. Max [3]:

Cet algorithme consiste à choisir arbitrairement en premier lieu la valeur de Y_1 et calculer successivement les seuils X_i et les niveaux Y_i (à l'aide d'une méthode numérique) en utilisant respectivement les expressions (II-15) et (II-14).

On vérifiera par la suite si Y_N est *centroïde* de l'aire de $p(x)$ entre X_N et $+\infty$, c'est à dire vérifier que la relation (II-13) est nulle.

Si cette condition est vérifiée, alors la valeur de Y_1 est bien choisie. Par conséquent, les différents seuils et niveaux sont ainsi définis. On pourra alors, calculer la distorsion introduite par ce quantificateur et l'entropie correspondante.

Dans le cas contraire, on doit ajuster la valeur de Y_1 et refaire la procédure une autre fois.

Ainsi, on remarque que la convergence de l'algorithme dépend en grande partie de la valeur attribuée à Y_1 et surtout de la procédure d'ajustement ou de correction de la nouvelle valeur de Y_1 .

4-3-) Comparaison des deux algorithmes :

L'algorithme de Lloyd est rapide mais peu précis car initialement les valeurs des niveaux sont pris arbitrairement. Par contre, l'algorithme de J. Max est précis et donne des résultats satisfaisants, mais le procédé de recherche de Y_1 augmente considérablement le temps de calcul.

Donc pour obtenir des résultats précis en un temps plus court, on peut utiliser les résultats de Lloyd comme données dans l'algorithme de J. max [14].

Cependant, cette méthode n'est pas optimale car d'une part, le temps de calcul reste assez long et d'autre part, elle n'est pas pratique. C'est pourquoi, il est préférable d'utiliser une méthode directe de recherche de la valeur de Y_1 , pour un gain de temps.

4-3-1) Recherche de la valeur de Y_1 :

Il existe une relation très étroite entre le choix de la valeur de Y_1 et le nombre de niveaux de quantification utilisé. C'est pourquoi, il est intéressant de trouver une loi qui lie la valeur de Y_1 à celle de N . Ainsi, on aura une valeur approchée de Y_1 quelque soit la valeur de N , ce qui fait converger l'algorithme plus rapidement.

Pour trouver la loi $Y_1 = f(N)$, il existe une méthode appelée *approximation-s* qui est simple et précise qui en fait n'est pas appliquée à Y_1 mais à Y_N .

Pour des densités de probabilités symétriques (Gauss, Laplace, Gamma), les quantificateurs optimums sont symétriques. Ainsi $Y_1 = -Y_N$.

Cette méthode approxime la valeur exacte Y_N par \hat{Y}_N obtenu en utilisant les valeurs déjà tabulées [3], [5], [7].

La fonction $\hat{Y}_N = f(N)$ présente une courbure, c'est pourquoi il est préférable de tracer \hat{Y}_N en fonction de $\log(N)$ pour obtenir une droite, c'est ce qu'on appelle plus précisément l'*approximation-s*.

Ainsi
$$\hat{Y}_N = C_1 \cdot \log(N) + C_2$$

où les constantes C_1 et C_2 sont déterminées par la méthode des moindres carrés dont l'explication est donnée en Annexe I.

Pour la densité de Rayleigh, on remarque que Y_1 en fonction de $\log(N)$ n'est pas aussi bien approximé par une droite que Y_N en fonction de $\log(N)$. C'est pourquoi, dans ce cas, on remplace la densité $p(x)$ par $p(-x)$, la valeur négative du premier niveau pour $f(-x)$ est la valeur négative du dernier niveau pour $p(x)$ [4].

Donc pour les différentes densités de probabilités utilisées au cours de notre travail, on a les valeurs de Y_1 respectives :

Densités de probabilités	Y_1
NORMALE	$0.77848 \cdot \log(N) + .54448$
LAPLACE	$1.99303 \cdot \log(N) - 1.057$
GAMMA	$2.90496 \cdot \log(N) + 1.88370195$
RAYLEIGH	$.69082 \cdot \log(N) + 1.65864$

4-4) Modification de la valeur de Y_1 durant le processus itératif :

Comme on l'a déjà expliqué, si la valeur de la relation (II-13) pour $i=N$ n'est pas nulle, on doit ajuster la valeur de Y_1 et reprendre la procédure une autre fois.

Pour modifier la valeur de Y_1 durant le calcul, il existe une méthode efficace [4]. Celle-ci consiste à réduire le nombre d'itérations nécessaire pour la recherche des paramètres du quantificateur. En posant :

$$E = \int_{x_N}^{x_{N+1}} (x - Y_N) \cdot p(x) \cdot dx = \int_{x_N}^b (x - Y_N) \cdot p(x) \cdot dx \quad (\text{II-16})$$

On Notera que E est fonction du premier niveau Y_1 . Donc, le quantificateur optimum peut être posé comme un problème d'obtention d'une solution pour l'équation non linéaire $E(Y_1) = 0$.

On notera aussi qu'une solution existe toujours pour cette équation [8].

A partir des équations de J-Max (II-14), (II-15) et en posant :

$$X_{i+1}' = \frac{dX_{i+1}}{dY_1} \quad \text{et} \quad Y_i' = -\frac{dY_i}{dY_1}$$

on obtient :

$$X_{i+1}' = \frac{X_i' \cdot (X_i - Y_i) \cdot p(X_i) + Y_i' \cdot \int_{X_i}^{X_{i+1}} p(x) \cdot dx}{(X_{i+1} - Y_i) \cdot p(X_{i+1})} \quad (\text{II-17})$$

et

$$Y_{i+1}' = \frac{dY_{i+1}}{dY_1} = 2 \cdot X_{i+1}' - Y_i' \quad \text{où} \quad i=1, \dots, N-1 \quad (\text{II-18})$$

$$X_1' = 0 ; Y_1' = 1$$

De (II-16), on a :

$$E(Y_1') = \frac{dE}{dY_1} = X_N' \cdot (Y_N - X_N) \cdot p(X_N) - Y_N' \cdot \int_{X_N}^b p(x) \cdot dx \quad (\text{II-19})$$

En utilisant la méthode de Newton-Raphson (voir Annexe I), on peut modifier la valeur de Y_1 durant le processus itératif par :

$$Y_{1,k+1} = Y_{1,k} - \frac{E(Y_{1,k})}{E'(Y_{1,k})} \quad (\text{II-20})$$

où $Y_{1,k+1}$ représente la $k^{\text{ième}}$ valeur de Y_1 .

Si le quantificateur optimum est symétrique, on aura besoin de calculer seulement la moitié des paramètres. Dans ce cas, pour N pair, Soit $N=2 \cdot M$, on redéfinie E comme :

$$E = \int_{X_M}^0 (x - Y_M) \cdot p(x) \cdot dx \quad (\text{II-21})$$

Ceci entraîne :

$$E'(Y_1) = X_M' \cdot (Y_M - X_M) \cdot p(X_M) - Y_M' \cdot \int_X^0 p(x) \cdot dx \quad (\text{II-22})$$

VARIATION DU PREMIER NIVEAU Y(1) EN FONCTION DE N

Loi Laplace

N	log(N)	Premier Niveau Y(1)
4	1.38629	y(1)=-1.83401
8	2.07944	y(1)=-3.08677
16	2.77258	y(1)=-4.43097
24	3.17805	y(1)=-5.24218
32	3.46573	y(1)=-5.82327
48	3.87120	y(1)=-6.66536
64	4.15888	y(1)=-7.20449

Loi Normale

N	log(N)	Premier Niveau Y(1)
4	1.38629	y(1)=-1.51040
8	2.07944	y(1)=-2.15192
16	2.77258	y(1)=-2.73229
32	3.46573	y(1)=-3.25998
48	3.87120	y(1)=-3.54691
64	4.15888	y(1)=-3.74347
96	4.56434	y(1)=-3.98971

Loi de Rayleigh

N	log(N)	Premier Niveau Y(1)
4	1.38629	y(1)=-2.52925
8	2.07944	y(1)=-3.08531
12	2.48490	y(1)=-3.39061
16	2.77258	y(1)=-3.60280
24	3.17805	y(1)=-3.87871
32	3.46573	y(1)=-4.04411
48	3.87120	y(1)=-4.27631

Loi Gamma

N	log(N)	Premier Niveau Y(1)
4	1.38629	y(1)=-2.22185
8	2.07944	y(1)=-4.11240
12	2.48490	y(1)=-5.29571
16	2.77258	y(1)=-6.15313
24	3.17805	y(1)=-7.35445
32	3.46573	y(1)=-8.13706
48	3.87120	y(1)=-9.19235
64	4.15888	y(1)=-9.79246

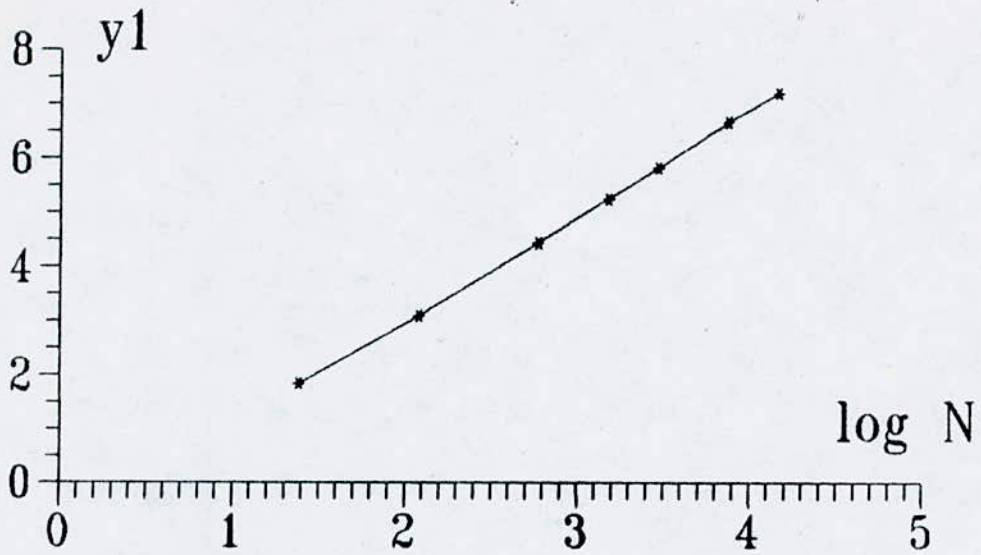


Fig4- Variation du premier niveau en fonction de N (Loi Laplace)

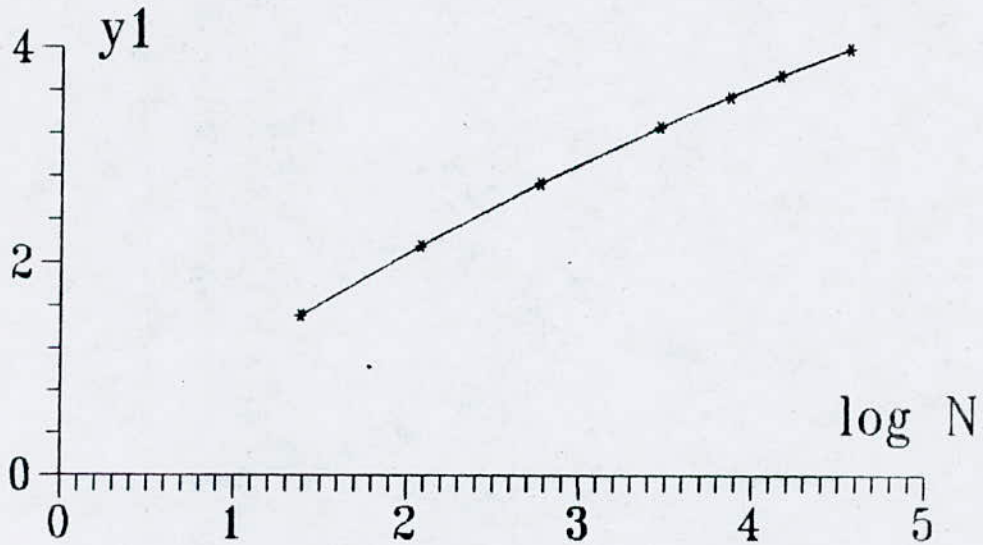


Fig5- Variation du premier niveau en fonction de N (Loi Normale)

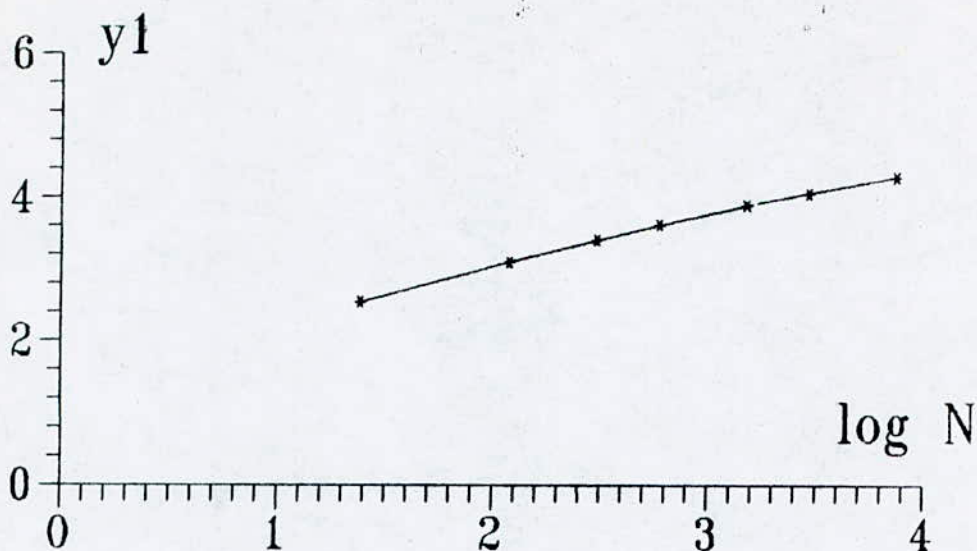


Fig6- Variation du premier niveau en fonction de N (Loi de Rayleigh)

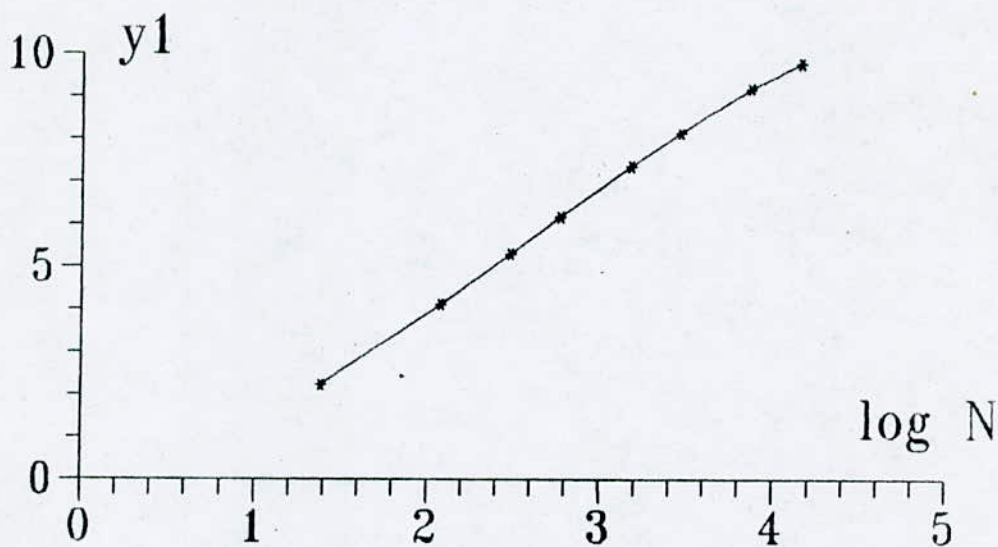
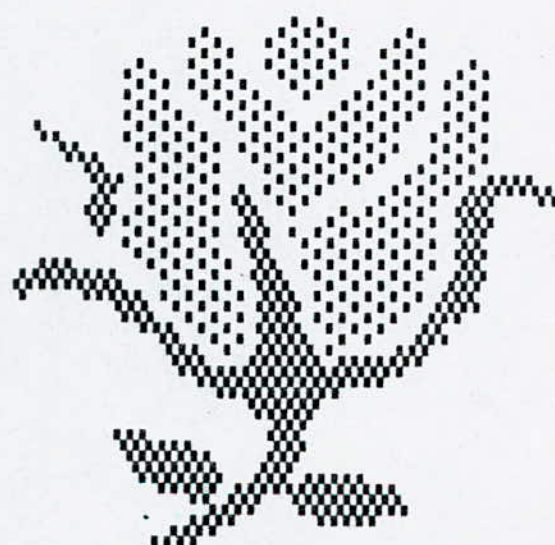


Fig7- Variation du premier niveau en fonction de N (Loi Gamma)

QUANTIFICATION



**DU
SIGNAL
BIDIMENSIONNEL**

GENERALITES ET DEFINITIONS

1-) INTRODUCTION :

Pour plusieurs applications dans le traitement du signal et les communications numériques, il est nécessaire de représenter, la variable aléatoire X Gaussienne à deux dimensions (dont les composantes sont indépendantes), par un ensemble fini de valeurs.

Une des représentations possible de X est la représentation cartésienne, obtenue en quantifiant les deux composantes cartésiennes de X individuellement.

Une autre alternative, est la représentation en coordonnées polaires obtenue en quantifiant l'amplitude et la phase de X. [9].

2-) QUANTIFICATEUR EN COORDONNEES POLAIRES :

2-1-) Distorsion du quantificateur :

L'erreur quadratique moyenne de quantification E_P en représentation polaire est donnée par :

$$E_P = \sum_{j=1}^{N_\theta} \sum_{i=1}^{N_r} \int_{c_{j-1}}^c \int_{a_{i-1}}^a |r \cdot \exp(j\theta) - b_i \cdot \exp(jd_j)|^2 \cdot \frac{p(r)}{2 \cdot \pi} \cdot dr \cdot d\theta \quad (I-1)$$

Où N_θ et N_r sont respectivement, le nombre de niveaux de quantification pour la phase et l'amplitude .

Les b_i et d_j sont respectivement, les niveaux de sortie des quantificateurs de l'amplitude et de la phase correspondantes à des niveaux d'entrées situées dans les intervalles $[a_{i-1}, a_i]$ et $[c_{j-1}, c_j]$.

La fonction $p(r)$ est la densité d'entrée de l'amplitude qui est une distribution Rayleigh, comme on le

démontrera par la suite. Elle est indépendante de la phase aléatoire θ qui est uniformément distribuée sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ [9].

DÉMONSTRATION :

Soit la variable aléatoire $X(x, y)$ ayant des composantes x et y indépendantes donc :

$$p(X) = p(x, y) = p(x) \cdot p(y)$$

Si on considère les fonctions suivantes :

$$w = x = r \cdot \cos(\theta) = g(r, \theta)$$

$$z = y = r \cdot \sin(\theta) = h(r, \theta)$$

La densité de probabilité $p(r, \theta)$ peut être calculer en fonction de $p(x, y)$ à l'aide du Jacobien défini par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial w}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix}$$

$$\text{or } p(x, y) = \frac{p(r, \theta)}{|J|} \quad \rightarrow \quad p(r, \theta) = |J| \cdot p(x, y)$$

comme :

$$p(x, y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \exp(-x^2 - y^2 / 2) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \exp(-r^2 / 2)$$

et $|J| = r$

on a donc :

$$p(r, \theta) = \frac{r}{2 \cdot \pi} \cdot \exp(-r^2 / 2)$$

$$p(r, \theta) = p(r) \cdot p(\theta) \quad (r \text{ et } \theta \text{ sont indépendants})$$

donc

$$p(r) = r \cdot \exp(-r^2 / 2) \quad \text{car } p(\theta) = \frac{1}{2 \cdot \pi}$$

(c. q. f. d)

Sachant que $|r \cdot \exp(j \cdot \theta) - b_i \cdot \exp(j \cdot d_j)|^2$ ne dépend pas de θ . On aura :

$$E_p = \sum_{j=1}^{\theta} \sum_{i=1}^r \int_{a_{i-1}}^{a_i} [(c_j - c_{j-1})(r^2 + b^2) - 2b_i [\sin(c_j - d_j) - \sin(c_j - d_{j-1})]] \frac{p(r)}{2\pi} dr$$

(I-2)

2-2) Entropie d'une source :

D'après la définition donnée dans la première partie de notre travail (I-5), l'entropie de la source est donnée par :

$$R = -\sum_i p_i \cdot \text{Log}_2(p_i) \quad (\text{I-3})$$

où p_i dans notre cas est :

$$p_i = \int_{c_{j-1}}^c \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r, \theta) \cdot dr \cdot d\theta \quad (\text{I-4})$$

$p(r, \theta)$ désigne la densité conjointe.

Comme nous l'avons déjà indiqué l'amplitude est indépendante de la phase donc :

$$p(r, \theta) = p(r) \cdot p(\theta) = p(r) \cdot \frac{1}{2\pi}$$

$$\text{Donc } p_i = \int_{c_{j-1}}^c \frac{1}{2\pi} \cdot d\theta \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr = \frac{c_j - c_{j-1}}{2\pi} \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr \quad (\text{I-5})$$

Ce qui donne:

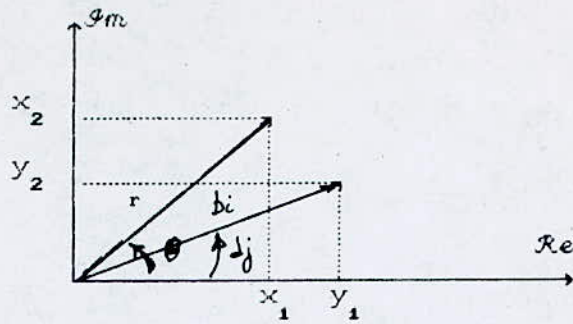
$$R = \sum_{j=1}^{N_\theta} \sum_{i=1}^{N_r} \left[\frac{c_j - c_{j-1}}{2\pi} \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr \right] \cdot \text{Log}_2 \left[\frac{c_j - c_{j-1}}{2\pi} \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr \right] \quad (\text{I-6})$$

3-) QUANTIFICATEUR EN COORDONNEES CARTESIENNES :

Distorsion du quantificateur :

Soit une variable X à deux dimensions, dont les composantes sont x_1 et x_2 .

y_1 et y_2 sont les valeurs quantifiées de x_1 et x_2 respectivement. On peut représenter alors ces deux type de signaux dans l'espace complexe comme suit :



L'erreur quadratique moyenne en représentation cartésienne est donnée par :

$$E_{\text{rect}} = \sum_{x_1} \sum_{x_2} \int_{x_2_i}^{x_2_{i+1}} \int_{x_1_i}^{x_1_{i+1}} |x_1 + jy_2 - (Y_1 - jY_2)|^2 \cdot p(x_1, x_2) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \quad (I-7)$$

Les variables X_1 et X_2 sont indépendantes donc :

$p(x_1, x_2) = p(x_1) \cdot p(x_2)$ ainsi :

$$E_{\text{rect}} = \sum_{x_2} \sum_{x_1} \int_{x_2_i}^{x_2_{i+1}} \int_{x_1_i}^{x_1_{i+1}} |x_1 - Y_1 + j(x_2 - Y_2)|^2 \cdot p(x_1) \cdot p(x_2) \cdot dx_1 \cdot dx_2$$

$$E_{\text{rect}} = \sum_{x_2} \int_{x_2_i}^{x_2_{i+1}} p(x_2) dx_2 \cdot \sum_{x_1} \int_{x_1_i}^{x_1_{i+1}} (x_1 - Y_1)^2 \cdot p(x_1) dx_1$$

$$+ \sum_{x_1} \int_{x_1_i}^{x_1_{i+1}} p(x_1) dx_1 \cdot \sum_{x_2} \int_{x_2_i}^{x_2_{i+1}} (x_2 - Y_2)^2 \cdot p(x_2) dx_2$$

comme $\sum_{x_1} \int_{x_1_i}^{x_1_{i+1}} p(x_1) \cdot dx_1 = \sum_{x_2} \int_{x_2_i}^{x_2_{i+1}} p(x_2) \cdot dx_2 = 1$

On aura :

$$E_{\text{rect}} = \sum_{x_1} \int_{x_1_i}^{x_1_{i+1}} (x_1 - Y_1)^2 \cdot p(x_1) \cdot dx_1 + \sum_{x_2} \int_{x_2_i}^{x_2_{i+1}} (x_2 - Y_2)^2 \cdot p(x_2) \cdot dx_2 \quad (I-8)$$

Puisque la quantification se fait sur X_1 indépendamment de X_2 et vice-versa, la distorsion ou l'erreur introduite sur X_1 est la même que celle introduite sur X_2 vue que les densités de probabilités sont identiques.

D'où $E_{\text{rect}} = D_1 + D_2 = 2 \cdot D_1 = 2 \cdot D_2$

avec :

$$D_j = \sum_{x_j} \int_{x_{j_i}}^{x_{j_{i+1}}} |x_j - Y_{j_i}|^2 p(x_j) \cdot dx_j \quad j=1,2 \quad (I-9)$$

Si X_1 est quantifiée par N_{x_1} niveaux et X_2 est quantifiée par N_{x_2} niveaux, alors si N désigne le produit de N_{x_1} par N_{x_2} , N désignera aussi le produit de N_θ par N_r .

$$N = N_{x_1} \cdot N_{x_2} = N_\theta \cdot N_r$$

N est pris comme le produit des nombres de niveaux pour les deux représentations afin de pouvoir les comparer ultérieurement. En utilisant la symétrie des arguments, on peut montrer que N_{x_1} doit être égale à N_{x_2} . Donc :

$$N_{x_1} = N_{x_2} = \sqrt{N}$$

Si $E(N_x, g)$ désigne l'erreur quadratique moyenne de quantification produite par un quantificateur optimal à N_{x_1} nombre de niveaux pour une distribution de Gauss, alors l'erreur quadratique moyenne en représentation cartésienne donnée par (I-9) est :

$$E_{\text{rect}} = 2 \cdot E(N_x, g) = 2 \cdot E(\sqrt{N}, g) \quad (I-10)$$

QUANTIFICATEUR OPTIMUM

1-) QUANTIFICATEUR EN COORDONNEES POLAIRES :

1-2-) Conditions d'optimisation :

Pour le cas polaire , il faut dériver la distorsion. E_p donnée par la relation (I-2) par rapport aux différents seuils et niveaux correspondants au module et à la phase.

*Par rapport aux niveaux d_j on a :

$$\frac{\partial E_p}{\partial d_j} = 0 \text{ , ceci conduit à avoir :}$$

$$c_j - d_j = c_j - d_{j-1} \quad j=1, \dots, N_\theta \quad \text{(II-1)}$$

(II-1) n'est que l'expression du quantificateur uniforme.

Donc le quantificateur de la phase est uniforme.

On aura alors :

$$c_j - d_j = c_j - d_{j-1} = \frac{\pi}{N_\theta} \quad \text{(II-2)}$$

alors:

$$c_j - c_{j-1} = \frac{2 \cdot \pi}{N_\theta} \quad \text{(II-3)}$$

l'erreur quadratique moyenne devient :

$$E_p = \sum_{i=1}^{N_r} \int_{a_{i-1}}^{a_i} [r^2 + b_i^2 - 2 \cdot r \cdot b_i \cdot \text{sinc}(1/N_\theta)] \cdot p(r) \cdot dr \quad \text{(II-4)}$$

et l'expression de l'entropie sera :

$$R = - \sum_{i=1}^{N_r} \left[\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr \right] \cdot \text{Log}_2(1/N_\theta) \cdot \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr \quad \text{(II-5)}$$

La dérivée de E_p par rapport b_i donne :

$$\frac{\partial E_p}{\partial b_i} = 0 \quad \rightarrow \quad \int_{a_{i-1}}^{a_i} [b_i - r \cdot \text{sinc}(1/N_\theta)] \cdot p(r) \cdot dr = 0 \quad (\text{II-6})$$

$$\text{ou encore : } b = \text{sinc}(1/N_\theta) \cdot \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr}$$

à partir de (II-4) :

$$E_p = \overline{r^2} - \sum_{i=1}^{N_r} \text{sinc}(1/N_\theta) \cdot \frac{\left[\int_{a_{i-1}}^{a_i} r \cdot p(r) \cdot dr \right]^2}{\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr} \quad (\text{II-8})$$

$$\text{ou } \overline{r^2} = \sum_{i=1}^{N_r} \int_{a_{i-1}}^{a_i} r^2 \cdot p(r) \cdot dr$$

$$\text{ainsi : } E_p = \sum_{i=1}^{N_r} \int_{a_{i-1}}^{a_i} (r^2 - b_i^2) \cdot p(r) \cdot dr \quad (\text{II-9})$$

Si $EC(N_r, r)$ désigne l'erreur quadratique moyenne produite par un quantificateur d'un signal unidimensionnel à N_r niveaux et dont la densité de probabilité de l'entrée est la densité de Rayleigh. Il est montré en [11] que $EC(N_r, r)$ est la différence entre la variance d'entrée et la variance de sortie du quantificateur. Ainsi $EC(N_r, r)$ peut être écrite comme :

$$EC(N_r, r) = \overline{r^2} - \sum_{i=1}^{N_r} b_i'^2 \cdot \int_{a_{i-1}'}^{a_i'} p(r) \cdot dr \quad (\text{II-10})$$

où a_i' sont les seuils du quantificateur et b_i' sont les niveaux de reconstruction. Comme on l'a démontré dans la première partie (chapitre II), les seuils a_i' et les niveaux b_i' satisfont aux conditions suivantes :

$$a'_i = \frac{b'_i + b'_{i+1}}{2} \quad (\text{II-11})$$

$$b'_i = \frac{\int_{a'_{i-1}}^{a'_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{\int_{a'_{i-1}}^{a'_i} p(r) \cdot dr} \quad (\text{II-12})$$

en utilisant la relation (II-12), (II-11) devient :

$$a'_i = \frac{\int_{a'_{i-1}}^{a'_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{2 \cdot \int_{a'_{i-1}}^{a'_i} p(r) \cdot dr} + \frac{\int_{a'_{i-1}}^{a'_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{2 \cdot \int_{a'_{i-1}}^{a'_i} p(r) \cdot dr} \quad (\text{II-13})$$

En minimisant (II-4) par rapport à a_i on obtient :

$$a_i = \frac{b_i + b_{i+1}}{2 \cdot \text{sinc}(1/N_\theta)} \quad (\text{II-14})$$

En substituant a_i dans la relation (II-7) on trouve que :

$$a_i = \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{2 \cdot \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr} + \frac{\int_{a_i}^{a_{i+1}} r \cdot p(r) \cdot dr}{2 \cdot \int_{a_i}^{a_{i+1}} p(r) \cdot dr} \quad (\text{II-15})$$

On remarque que les relations (II-14) et (II-15) sont identiques.

Fleisher [12] a montré que les conditions de Max (c'est à dire (II-11) et (II-12) sont nécessaires et suffisantes pour l'optimisation du quantificateur de densité de Rayleigh, donc les solutions pour l'équation (II-15) sont uniques.

D'où on a : $a_i = a'_i$.

L'erreur quadratique moyenne devient :

$$E_p = \text{sinc}^2(1/N_\theta) \cdot E(N_r, r) + [1 - \text{sinc}^2(1/N_\theta)] \cdot r^2 \quad (\text{II-16})$$

1-2) Choix des seuils et des niveaux :

En résumé, on peut avoir un quantificateur d'un

signal bidimensionnel, dont l'entrée suit la loi de Gauss, optimal, si les seuils et les niveaux sont de la forme :

-Pour la quantification de la phase :

$$c_j - c_{j-1} = \frac{2 \cdot \pi}{N_\theta}$$

$$c_j - d_j = \frac{\pi}{N_\theta}$$

-Pour la quantification de l'amplitude, on a :

Les seuils vérifient la même condition que ceux d'un quantificateur d'un signal unidimensionnel et qui est :

$$a_i = \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{2 \cdot \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr} + \frac{\int_{a_i}^{a_{i+1}} r \cdot p(r) \cdot dr}{2 \int_{a_i}^{a_{i+1}} p(r) \cdot dr}$$

et les niveaux :

$$b_i = \text{sinc}(1/N_\theta) \cdot \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} r \cdot p(r) \cdot dr}{\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(r) \cdot dr}$$

Par rapport au quantificateur d'un signal unidimensionnel

$$b_i = b_i' \cdot \text{sinc}(1/N_\theta) \quad i=1, \dots, N_r \quad (\text{II-17})$$

où b_i' sont les niveaux du quantificateur d'un signal unidimensionnel.

2-) QUANTIFICATEUR EN COORDONNEES CARTESIENNES :

2-1) Conditions d'optimisation :

Les conditions d'optimisation sont :

$$\frac{\partial \text{ECN}_{x1}(g)}{\partial X_{1i}} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \text{ECN}_{x1}(g)}{\partial Y_{1i}} = 0 \quad (\text{II-18})$$

$$\frac{\partial \text{ECN}_{x2}(g)}{\partial X_{2i}} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \text{ECN}_{x2}(g)}{\partial Y_{2i}} = 0 \quad (\text{II-19})$$

D'après (I-9) :

$$ECN_{x_1}(g) = \sum_{i=1}^{N_{x_1}} \int_{x_{1_i}}^{x_{1_{i+1}}} |x_1 - Y_{1_i}|^2 p(x_1) dx_1$$

des conditions (II-18) :

$$\int_{x_{1_i}}^{x_{1_{i+1}}} (x_1 - Y_{1_i}) p(x_1) dx_1 = 0 \quad (\text{II-20})$$

et

$$x_{1_i} = \frac{Y_{1_i} + Y_{1_{i+1}}}{2} \quad (\text{II-21})$$

de même pour (II-19), on trouve :

$$\int_{x_{2_i}}^{x_{2_{i+1}}} (x_2 - Y_{2_i}) p(x_2) dx_2 = 0 \quad (\text{II-22})$$

et

$$x_{2_i} = \frac{Y_{2_i} + Y_{2_{i+1}}}{2} \quad (\text{II-23})$$

2-2) Choix des seuils et des niveaux :

A partir des relations (II-20), (II-21), (II-22), (II-23), les seuils et les niveaux qui fournissent un quantificateur optimal sont respectivement :

$$x_{1_i} = \frac{x_{1_i} + Y_{1_{i-1}}}{2} \quad \text{pour } i=2, \dots, N_{x_1}$$

$$Y_{1_i} = \frac{\int_{x_{1_i}}^{x_{1_{i+1}}} x_1 p(x_1) dx_1}{\int_{x_{1_i}}^{x_{1_{i+1}}} p(x_1) dx_1} \quad \text{pour } i=1, \dots, N_{x_1}$$

et

$$x_{2_i} = \frac{x_{2_i} + Y_{2_{i-1}}}{2} \quad \text{pour } i=2, \dots, N_{x_2}$$

$$Y_{2_i} = \frac{\int_{x_{2_i}}^{x_{2_{i+1}}} x_2 p(x_2) dx_2}{\int_{x_{2_i}}^{x_{2_{i+1}}} p(x_2) dx_2} \quad \text{pour } i=1, \dots, N_{x_2}$$

3-) ALGORITHME DE QUANTIFICATION UTILISE :

L'algorithme diffère selon que N est grand ou petit.

3-1) N petit (<130) :

Dans le cas de la représentation polaire, l'algorithme de J-Max peut être utilisé de deux façon différentes.

-Premiere methode :

Elle consiste à choisir la valeur de Y_1 d'une manière arbitraire et calculer successivement les X_i et Y_i selon les expressions (II-6) et (II-7). On procédera par la suite de la même façon, pour évaluer la convergence de l'algorithme, que le cas unidimensionnel. Lorsque l'algorithme converge on pourra alors calculer la distorsion suivant la relation (II-9).

Du fait que Y_1 est choisi arbitrairement, le temps de calcul est assez long. C'est pourquoi on a opté pour la deuxième méthode.

-Deuxieme methode :

En utilisant les valeurs des seuils et des niveaux du quantificateur à une dimension, pour la densité de Ragleigh, (qui sont déjà tabulés), on calculera les seuils et les niveaux relatifs au cas bidimensionnel d'après les expressions (II-16) et (II-17).

On remarque que pour cette méthode, le problème du choix de Y_1 ne se pose plus car la convergence de l'algorithme dépend du choix du premier niveau Y_1 correspondant au quantificateur unidimensionnel qui est déjà connue.

Quand l'algorithme converge, on calculera la distorsion donnée par l'équation (II-17).

En ce qui concerne le cas cartésien, l'algorithme de J-Max pour le quantificateur à une dimension reste

inchangé. La seule modification se pose au niveau du calcul de la distorsion introduite par le quantificateur d'un signal à deux dimensions qui est le double de celle du quantificateur d'un signal unidimensionnel comme il a été démontré au chapitre (I-3).

On choisira le couple (N_r, N_θ) , (N_x, N_y) de façon à avoir la plus faible distorsion E_p, E_{rect} pour N fixe.

3-2) N Grand (>2000) :

*Valeurs approchées de l'erreur quadratique moyenne:

Pour la représentation cartésienne Wood [10], a décrit une technique au moyen de laquelle il approxime l'erreur quadratique moyenne pour un quantificateur optimal à N niveaux (dont le signal d'entrée suit la loi de Gauss) qui est :

$$E(N_x, g) = \frac{2.73 N_x \cdot \sigma^2}{(N_x + 0.853)^3} \quad (\text{II-24})$$

où

- g désigne le signal Gaussien.
- σ^2 étant la variance du signal Gaussien.

L'écart entre cette valeur approchée et la valeur tabulée par J-Max [3] est de 1% .

Pour la représentation polaire en utilisant les approximations de Wood [10], on obtient une expression similaire pour la densité de Rayleigh :

$$E(N_r, r) = \frac{0.9287 \cdot N_r \cdot \sigma^2}{(0.596 + N_r)^3} \quad (\text{II-25})$$

où

- r désigne la densité de Rayleigh.
- σ^2 désigne la variance du signal ayant la densité de probabilité de Rayleigh.

En utilisant cette relation dans l'expression (II-17), on obtient l'erreur quadratique moyenne en

coordonnées polaire pour N grand.

Choix du nombre de niveaux N_r et N_θ :

Pearlman [13] a utilisé la théorie Taux-distorsion pour obtenir le rapport :

$$N_\theta / N_r = 2.596 \quad (\text{II-26})$$

Nous présentons maintenant un autre procédé de calcul de ce rapport :

L'expression (II-16) donne :

$$E_p = \text{sinc}^2(1/N_\theta) \cdot E(N_r, r) + [1 - \text{sinc}^2(1/N_\theta)] \cdot r^2$$

$$\text{comme } N_\theta = N/N_r \quad \text{sinc}(1/N_\theta) = \text{sinc}(N_r/N) = \frac{\sin(\pi \cdot N_r/N)}{(\pi \cdot N_r/N)}$$

pour N grand on a $\frac{\pi \cdot N_r}{N} \ll 1$ d'où :

$$\frac{\sin(\pi \cdot N_r/N)}{\pi \cdot N_r/N} \approx 1 - \frac{(\pi \cdot N_r/N)^2}{6}$$

$$\left[1 - \frac{(\pi \cdot N_r/N)^2}{6} \right]^2 \approx 1 - \frac{(\pi \cdot N_r/N)^2}{3}$$

$$\text{Car quand } x \ll 1 \quad \frac{\sin(x)}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{6} \quad \text{et} \quad 1 - \frac{x^2}{6} \approx 1 - \frac{x^2}{3}$$

Ainsi on aura d'après (II-16) :

$$E_p = \left[1 - \frac{(\pi/N_\theta)^2}{3} \right] \cdot \frac{0.9287 \cdot N_r}{(0.5965 + N_r)^3} + \frac{2}{3} \cdot (\pi/N_\theta)^2 \quad (\text{II-27})$$

comme N_r est grand dans $(0.5965 + N_r)^3 \approx N_r^3$.

En substituant $N_r = N/N_\theta$ dans (II-27) et en dérivant l'expression par rapport à N_θ , pour la minimiser on obtient :

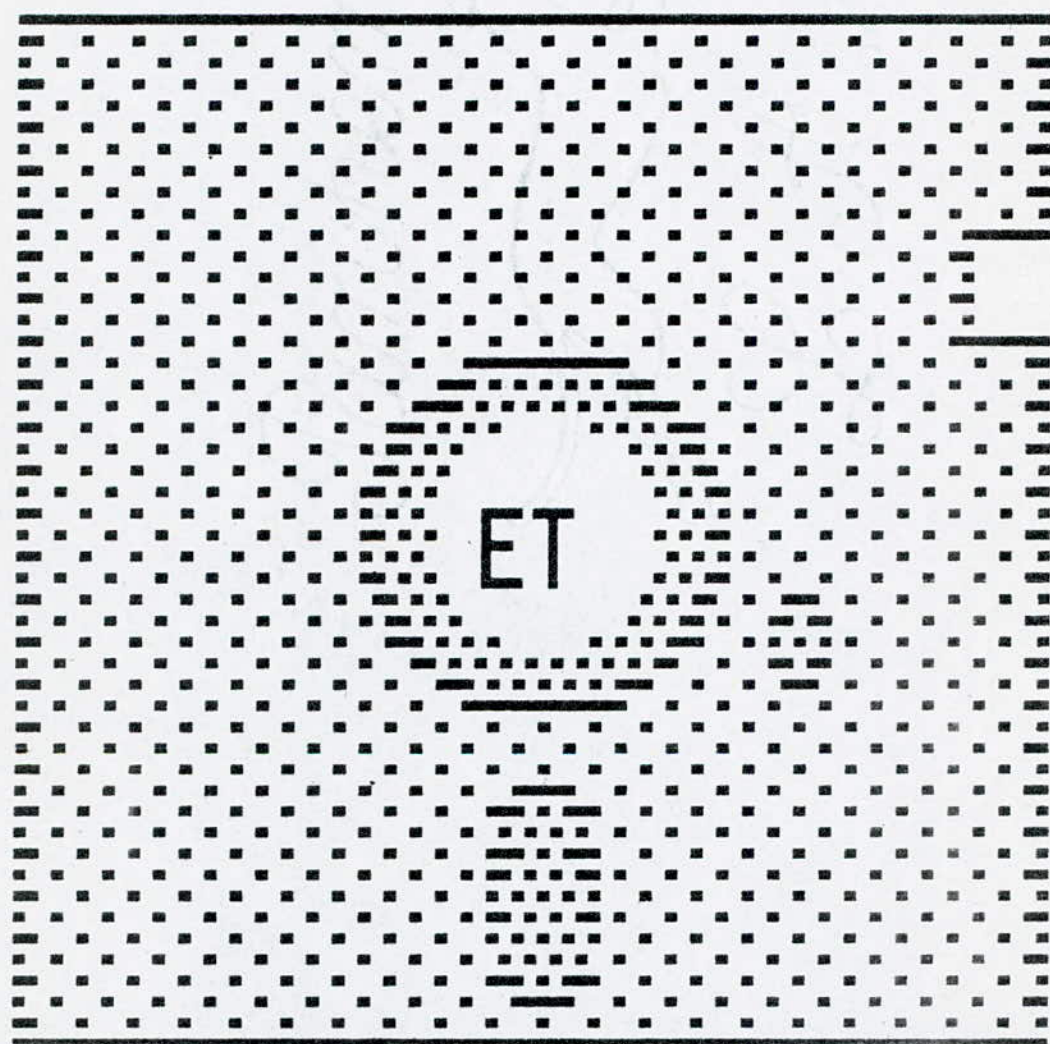
$$\frac{\partial E_p}{\partial N_\theta} = 0 \quad (\text{II-28})$$

La résolution de cette équation donne :

$$N_\theta = 1.63 N^{1/2} \quad \text{c'est à dire} \quad N_\theta / N_r = 2.662$$

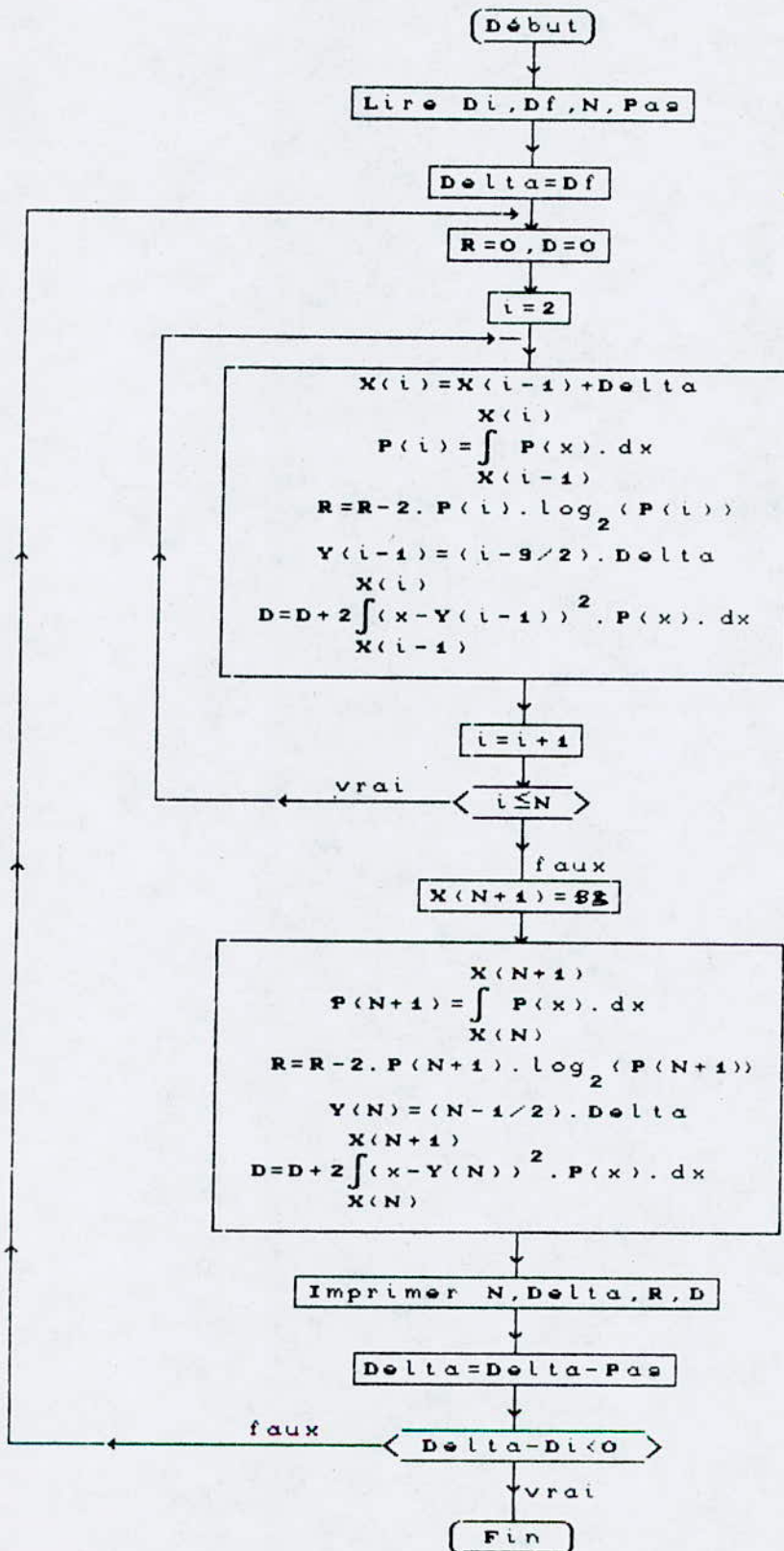
Ainsi on obtient un résultat très proche de celui obtenue par Pearlman [13].

ORGANIGRAMMES



PROGRAMMES

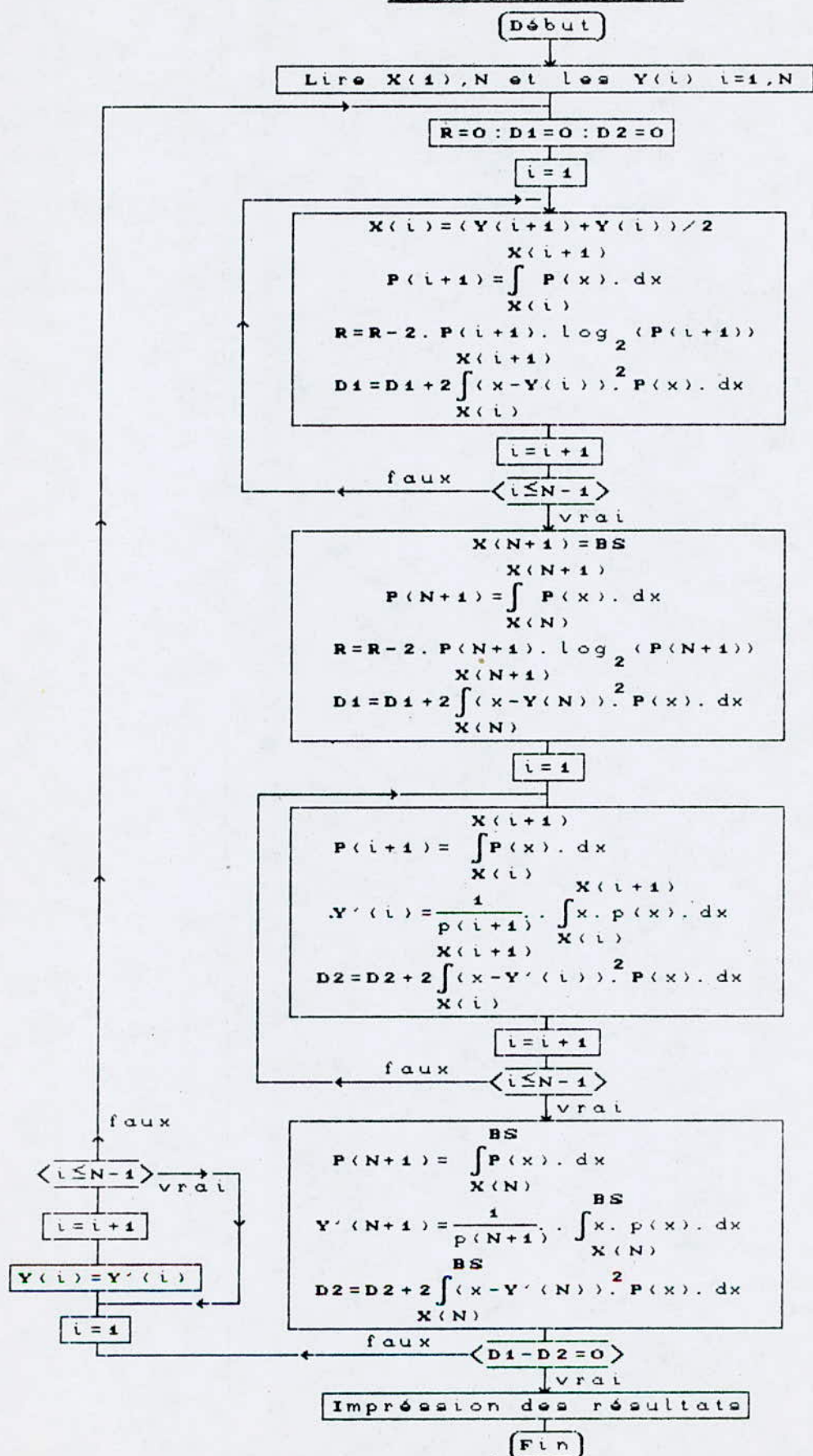
I- ORGANIGRAMME DE LA QUANTIFICATION UNIFORME



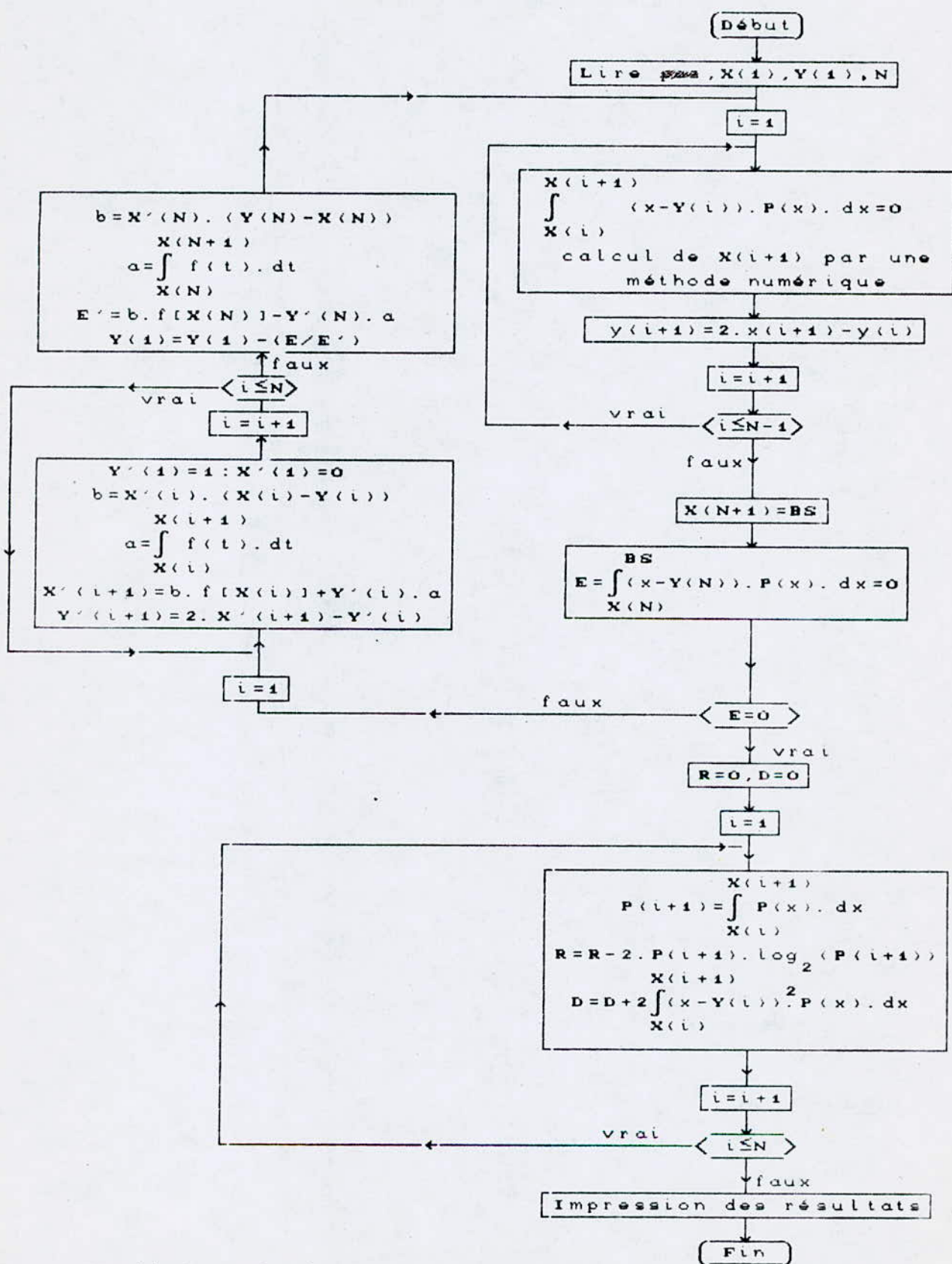
Note: BS désigne la borne supérieur

-II- ORGANIGRAMME DE LA QUANTIFICATION NON UNIFORME

(METHODE DE LLOYD)

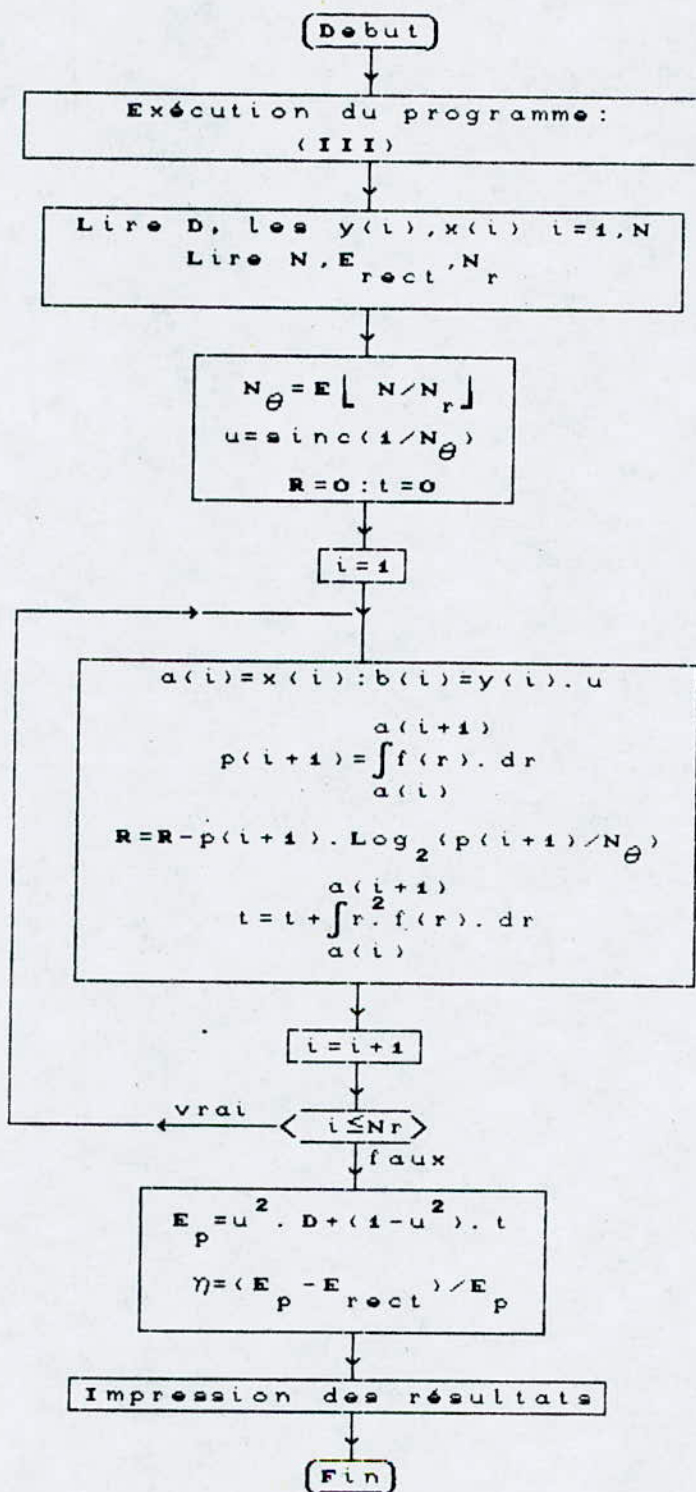


**-III- ORGANIGRAMME DE LA QUANTIFICATION NON UNIFORME
(METHODE DE J-MAX)**



Note: BS désigne la borne supérieure

IV ORGANIGRAMME DE LA QUANTIFICATION DU SIGNAL BIDIMENSIONNEL



Note :

- (III) : programme de la quantification non uniforme par la méthode de J-Max pour un signal à une dimension

- $E_{\lfloor \cdot \rfloor}$ désigne la partie entière

2) MATERIEL ET LANGAGE UTILISES

Le langage utilisé :

C'est le turbo-basic qui est très rapide lors de la compilation par rapport au Gw-basic, car il contient l'option d'utilisation d'un coprocesseur numérique 8087.

Le materiel informatique utilisé :

Les programmes ont été élaborés sur le microordinateur Olivetti M24 et sur Unisys.

```

'*****
'--***--***          QUANTIFICATEUR UNIFORME          ***--***--
'*****
cls
  defint t              'definition du nombre de points
  c=1
  pi=3.14592654#
  dim x(100),y(100),r(100),d(100)
  dim g(100),t(100),df(100),di(100),n(100)

'-----
'--***--***          Entre des donnees          ***--***--
'-----

db:
  input "n=";n          'entree du nombre de niveaux de
                        'quantification

  input "m=";m          'entree du nombre d'itterations
                        'pour le calcul d'integrale

  input "pas=";pas      'entree du pas de quantification

  input "df=";df        'entree des valeurs limites du
  input "di=";di        'pas

'-----
'--***--*** DEFINITION DES DENSITES DE PROBABILITES ***--***--
'-----

beg:
  print"Loi Normale (1)"
  print"Loi Laplace (2)"
  print"Loi Rayleigh (3)"
  input"Entrez votre choix";choix$
  def fng(x)
  select case choix$
    case"1"
      fng=exp(-x^2/2)/sqr(2*pi)
    case"2"
      k=sqr(2)
      fng=exp(-k*abs(x))*k/2
    case"3"
      fng=(x)*exp(-x^2/2)
    case else
      print"erreur recommencez"
      goto beg
  end select
  end def
  select case choix$
    case "1"
      x(n+1)=+8
      titre$="Loi Normale (var=1)"
      f$="n"
    case "2"
      x(n+1)=12
      titre$="Loi Laplace (var=1)"
      f$="1"
    case "3"

```



```

x(n+1)=12
titre$="Loi RagLeigh"
tes=1
f$="r"
end select
def fnu(x,y)=((x-y)^2)*exp(-x^2/2)/sqr(2*pi)
def fne(p)=2*p*log(p)/log(2)

```

```

'-----
'--***--***                CALCUL DES SEUILS                ***--***--
'-----

```

```

t=(df-di)/pas+1:df(z)=df:di(z)=di                't=nbre de points
x(1)=0:t(c)=t
delta=df:v=1                'delta=pas de quantification
tes:
r=0:d=0
for i=2 to n
x(i)=x(i-1)+delta
gosub int1
next i
i=n+1
gosub int1
gosub ecr
delta=delta-pas
if di-delta<=0 then goto tes
end

```

```

'-----
'--***--***CALCUL DE L'ENTROPIE ET DE LA DISTORSION***--***--
'-----

```

```

int1:
gosub int2
if tes=1 then
r=r-fne(in)/2
else
r=r-fne(in)
end if
y(i-1)=(i-3/2)*delta
y=y(i-1)
gosub int3
d=d+2*in
return

```

```

'-----
'--***--***    CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE    ***--***--
'--***--***    SIMPSON POUR LA FONCTION FNG(X)    ***--***--
'-----

```

```

int2:
a=x(i-1):b=x(i):s1=fng(a)+fng(b):x=a
h=(b-a)/(2*m)
for j=1 to m-1
x=x+h:s1=s1+4*fng(x)
x=x+h:s1=s1+2*fng(x)
next j
x=x+h:s1=s1+4*fng(x)
in=s1*h/3
return

```

```
'-----  
'--***--***   CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE ***--***--  
'--***--***   SIMPSON POUR LA FONCTION FNU(X,Y)   ***--***--  
'-----
```

```
int3:  
  a=x(i-1):b=x(i):s1=fnu(a,y)+fnu(b,y)  
  h=(b-a)/(2*m):x=a  
  for j=1 to m-1  
    x=x+h:s1=s1+4*fnu(x,y)  
    x=x+h:s1=s1+2*fnu(x,y)  
  next j  
  x=x+h:s1=s1+4*fnu(x,y)  
  in=s1*h/3  
  return
```

```
'-----  
'--***--***   IMPRESSION DES RESULTATS   ***--***--  
'-----
```

```
ecr:  
  
  print"n=";n,"delta=";delta,"r=";r,"d=";d  
  return
```

```

' *****
' ***-***- QUANTIFICATEUR UNIFORME POUR LA LOI GAMMA -***-***
' *****
  cls
  defint t
  cc=1
  pi=3.14592654#
  dim x(100),y(100),r(100),d(100),g(100)
  dim t(100),df(100),di(100),n(100)
'-----
' ***--***          Entre des donnees          ***--***
'-----

  db:
  input "m=";m:input "pas=";pas:input "df=";df
  input "di=";di:input "n=";n
'-----
' ***--***          definition de la loi gamma          ***--***
'-----

K=SQR(.75):DD=SQR(K/PI)*.5
DEF fng(x,t)
  if t=.5 then
    fng=sgn(x)*((abs(X))^.5)*EXP(-abs(X)*K)*Dd
  else
    fnG=((abs(X))^t)*EXP(-abs(X)*K)*Dd
  end if
end def
DEF FNU(X)
  if abs(x)<=1e-30 then fnu=0
  fnu=sgn(x)*(EXP(-abs(X)*K)-(1-K*abs(X)+(K*X)^2/2
  -(K*abs(X))^3/6+(K*X)^4/24))*DD/(SQR(abs(X)))
end def
DEF FNV(X)
  fnv=sgn(x)*(2*(abs(X))^.5-(2/3)*K*(abs(X))^1.5
  +(1/5)*K^2*(abs(x))^2.5-(1/21)*K^3*(abs(X))^3.5
  +(1/108)*K^4*(abs(X))^4.5)*DD
end def
DEF FNE(P)=2*P*LOG(P)/LOG(2)
f$="g"
'-----
' --***--***          CALCUL DES SEUILS          ***--***
'-----

t=(df-di)/pas+1:df(z)=df:di(z)=di          't=nbre de points
x(1)=0:t(cc)=t
delta=df:v=1          'delta=pas de quantification
tes:
r=0:d=0
for i=2 to n
x(i)=x(i-1)+delta
gosub inti
next i
i=n+1:x(n+1)=12
gosub inti
r(v)=r:d(v)=d:v=v+1

```

```

?"r=";r,"d=";d
delta=delta-pas
if di-delta<=0 then goto tes
'-----
'--***--*** CALCUL DE L'ENTROPIE ET DE LA DISTORSION ***--***-
'-----
int1:
  a=x(i-1):b=x(i)
  gosub int3
  r=r-fne(in)
  y(i-1)=(i-3/2)*delta
  y=y(i-1)
  C=IN:t=1.5:GOSUB int2:C=Y^2*C+IN:T=.5
  gosub int2:C=C-2*Y*IN
  D=D+2*c:d(1)=d
  return
'-----
'--***--*** CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE ***--***-
'--***--*** DE SIMPSON POUR LA FONCTION FNG(X) ***--***-
'-----
int2:
  s1=fng(a,t)+fng(b,t):x=a
  h=(b-a)/(2*m)
  for j=1 to m-1
    x=x+h:s1=s1+4*fng(x,t)
    x=x+h:s1=s1+2*fng(x,t)
  next j
  x=x+h:s1=s1+4*fng(x,t)
  in=s1*h/3
  return
'-----
'--***--*** CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE ***--***-
'--***--*** DE KONTOROVITCH ***--***-
'-----
int3:
  S1=0:X=A
  if abs(a)<1e-10 then goto d16
  if abs(b)<1e-10 then goto d19
  S1=FNU(A)+FNU(B)
  goto d20
d16:
  s1=fnu(b)
  goto d20
d19:
  s1=fnu(a)
d20:
  H=(B-A)/(2*M)
  FOR J=1 TO M-1
    X=X+H:S1=S1+4*FNU(X)
    X=X+H:S1=S1+2*FNU(X)
  NEXT J
  X=X+H:S1=S1+4*FNU(X)
  IN=S1*H/3
  ss=fnv(b)-fnv(a):IN=IN+SS

```

```

'-----*****-----*****-----
'***** QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR LLOYD-MAX *****
'-----*****-----*****-----

```

```

'-----** ENTREE DES DONNEES **-----
'-----*****-----*****-----

```

```

pi=atn(1)*4
input "n=";n           'nombre de niveaux

input "zero=";zero    'precision de calcul

input "m=";m          'nombre d'itterations
                      'pour le calcul d'integrale

dim x(n+1),y(n+1),p(n+1),y1(n+1)  'dimensionnement

input "x(1)=";x(1)    'entree du premier seuil

for i=1 to n          'entree des niveaux
print"y(";i;")=";
input y(i)
next i

```

```

'-----CHOIX DE LA DENSITE ET ENTREE DE-----
'-----LA BORNE SUPERIEUR-----
'-----*****-----*****-----

```

```

beg:
  print"loi normale (1)"
  print"loi laplace (2)"
  print"loi rayleigh (3)"
  input"entrez votre choix";choix$
  def fng(x)
  select case choix$
    case "1"
      fng=exp(-x^2/2)/sqr(2*pi)
    case "2"
      k=1/sqr(2)
      fng=exp(-k*x)*k/2
    case "3"
      fng=x*exp(-x^2/2)
    case else
      print"erreur recommencez"
      goto beg
  end select
  end def
  def fnl(x,y)=((x-y)^(t))*fng(x)
  def fne(p)=2*p*log(p)/log(2)

```

```

'-----CALCUL DES SEUILS X(1)-----
'-----*****-----*****-----

```

```

it=0
deb:
  r=0:d1=0:d2=0:tes=0
  for i=1 to n-1
  x(i+1)=(y(i+1)+y(i))/2

```

'-----CALCUL DE LA DISTORSION D1 ET DE L'ENTROPIE-----

```
gosub int1
p(i+1)=in
r=r-fne(in)
y=y(i):t=2
gosub int2
d1=d1+2*in:?"d1=";d1
next i
x(n+1)=8:i=n
gosub int1
p(i+1)=in
r=r-fne(in)                                'calcul de l'entropie

y=y(i):t=2
gosub int2
d1=d1+2*in:?"d1=";d1                        'calcul de la distorsion
```

'-----MODIFICATION DES NIVEAUX Y(I)-----

```
for i=1 to n-1
gosub int1
p(i+1)=in
t=1:y=0
gosub int2
y1(i)=in/p(i+1)
y=y1(i):t=2
```

'-----CALCUL DE LA DISTORSION D2 ET DE L'ENTROPIE-----

```
gosub int2
d2=d2+2*in
next i
x(n+1)=8:i=n
gosub int1
p(i+1)=in
t=1:y=0
gosub int2
y1(i)=in/p(i+1)
y=y1(i):t=2
gosub int2
```

'-----TEST FINALE DE LA DISTORSION-----

```
d2=d2+2*in
d=d2-d1::print"d=";d
if abs(d)<=zero then goto fin
if d>0 then print"debordement"
for i=1 to n
y(i)=y1(i)
next i
it=it+1
if it>20 then goto fin
```

```

      goto deb
'-----
'-----IMPRESSION DES RESULTATS-----
'-----
  fin:
    print "n=";2*n;"it=";it;"d=";d1;"r=";r
    for i=1 to n
      print "x(";i;")=";x(i),"y(";i;")=";y(i)
    next i
  end
'-----
'-----DEFINITION DES DIFFERNETES-----
'-----SOUS BROUTINES-----
'-----
'-----CALCUL DE L4INTEGRALE DE P(X) PAR SIMPSON-----
'-----
  int1:
    a=x(i):b=x(i+1):s=fng(a)+fng(b)
    h=(b-a)/(2*m)
    x=a
    for j=1 to m-1
      x=x+h:s=s+4*fng(x)
      x=x+h:s=s+2*fng(x)
    next j
    x=x+h:s=s+4*fng(x)
    in=s*h/3
    return
'-----
'-----CALCUL DE L'INTEGRALE DE (X-Y).P(X) PAR SIMPSON-----
'-----
  int2:
    a=x(i):b=x(i+1):s=fnl(a,y)+fnl(b,y)
    h=(b-a)/(2*m)
    x=a
    for j=1 to m-1
      x=x+h:s=s+4*fnl(x,y)
      x=x+h:s=s+2*fnl(x,y)
    next j
    x=x+h:s=s+4*fnl(x,y)
    in=s*h/3
    return

```

```

'-----
'**-  QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR LA METHODE DE MAX  -**
'-----

cls
'$include "a:tableau.bas"
pi=3.141592654#
it=0
dim x(100),y(100),p(100),xd(100),yd(100),n(10)

'-----
'--***--***          ENTREE DES DONNEES          ***--***--
'-----

input "M=";M          ' entree du nombre d'itterations

input "n=";n          'entree du nombre de niveaux
                      'de quantification

'-----
'--***--***          DEFINITION DES DIFFERENTES LOIS          ***--***--
'--***--***          ET DES FONCTIONS UTILISEES          ***--***--
'-----

beg:
print"Loi Normale (1)"
print"Loi Laplace (2)"
print"Loi Rayleigh (3)"
input"Entrez votre choix";choix$
def fng(x)
select case choix$          'choix de la loi de distribution
case"1"
fng=exp(-x^2/2)/sqr(2*pi)
case"2"
k=sqr(2)
fng=exp(-k*abs(x))*k/2
case"3"
fng=(-x)*exp(-x^2/2)
tes=1
case else
print"erreur recommencez"
goto beg
end select
end def

'-----
'--***--***          VALEUR APPROCHEE DU PREMIER NIVEAU POUR          ***--***--
'--***--***          CHAQUE LOI DE DISTRIBUTION UTILISEE          ***--***--
'-----

deb1:
it=0
select case choix$
case "1"
y(1)=-(.77848*log(2*N)+.54448)
x(1)=-8
titre$="Loi Normale (var=1)"
fin$="1"

case "2"
y(1)=-(.99303*log(2*N)-1.057)
x(1)=-12

```



```
titre$="Loi Laplace (var=1)"
fin$="2"
```

```
case "3"
  y(1)=- (0.69082*log(N)+1.65864)
  x(1)=-12
  titre$="Loi RagLeigh"
  tes=1
  fin$="3"
end select
```

```
def fnl(x,y,t)=((x-y)^(t))*fng(x)
def fne(p)=2*p*log(p)/log(2)
```

```
if n=1 then cdc
```

```
-----
'-----*****                CALCUL DES DIFFERENTS                *****-----
'-----*****                SEUILS ET NIVEAUX                    *****-----
'-----
```

```
deb:
  for i=1 to n-1
  a=x(i):y=y(i):tt=1
  gosub cal
  x(i+1)=n1:print "x(";i;")=";n1
  y(i+1)=2*x(i+1)-y(i)
  next i
  it=it+1:print "it=";it
```

```
-----
'-----*****                CALCUL DU CENTROIDE                    *****-----
'-----
```

```
cdc:
  x(n+1)=0:y=y(n)
  a=x(n):b=x(n+1):tt=1
  gosub int1
  e=in1:print "e=";e
  if abs(e)<.00001 then ced
```

```
-----
'-----*****                CALCUL ITERATIF PAR LA METHODE DE          *****-----
'-----*****                NEWTON-RAPHSON DU PREMIER NIVEAU Y(1)      *****-----
'-----
```

```
xd(1)=0:yd(1)=1
for i=1 to n-1
x=x(i):y=y(i)
a=x(i):b=x(i+1)
gosub int2
x=x(i):y=y(i)
c=in2:d=c*yd(i)+xd(i)*(x-y)*fng(x)
x=x(i+1):f=(x-y)*fng(x)
xd(i+1)=d/f
yd(i+1)=2*xd(i+1)-yd(i)
next i
x(n+1)=0:y=y(n):a=x(n):b=x(n+1):tt=1
```

```

gosub int2
c=in2:x=x(n)
ed=xd(n)*(y-x)*fng(x)-yd(n)*c:pas=e/ed
y(1)=y(1)-pas:print"y(1)=";y(1)
goto deb

```

```

'-----
'--***--***CALCUL DE L'ENTROPIE ET DE LA DISTORSION***--***--
'-----

```

```

ced:
  r=0:d=0
  for i=1 to n
    a=x(i):b=x(i+1)
    gosub int2
    p(i+1)=in2:p=p(i+1)
    if tes=1 then
      r=r-fne(p)/2
    else
      r=r-fne(p)
    end if
    tt=2:y=y(i):gosub int1
    if tes=1 then
      d=d+in1
    else
      t=in1:d=d+t*2
    end if
  next i
  gosub ecr
end

```

```

'-----
'--***--***CALCUL DE X(I+1) A PARTIR DE X(I) ET Y(I)***--***--
'-----

```

```

cal:
  b=y:tt=1
  gosub int1
  s1=in1
  a=y:b=a
  v=.05:o=2
  cont:
    if b>0 then
      b=0:a=y
    else
      b=b+v:a=y
    end if
    tt=1:gosub int1
    s2=in1
    s=s1+s2
    if abs(s)<1e-06 then
      n1=b
      return
    end if
    if s>(-10^(-o)) and s<0 then
      v=v/2:o=o+2
      if o>6 then
        n1=b

```

```

        return
    else
        goto cont
    end if
end if
if s>0 then
    b=b-v:v=v/2
    goto cont
else
    goto cont
end if

```

```

'-----
'--***--***  CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE      ***--***--
'--***--***  SIMPSON POUR LA FONCTION FNL(X,Y)        ***--***--
'-----

```

```

int1:
    s3=0
    h=(b-a)/(2*m)
    x=a:s3=fnl(a,y,tt)+fnl(b,y,tt)
    for j=1 to m-1
        x=x+h:s3=s3+4*fnl(x,y,tt)
        x=x+h:s3=s3+2*fnl(x,y,tt)
    next j
    x=x+h:s3=s3+4*fnl(x,y,tt)
    in1=s3*h/3
    return

```

```

'-----
'--***--***  CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE      ***--***--
'--***--***  SIMPSON POUR LA FONCTION FNG(X)          ***--***--
'-----

```

```

int2:
    s4=0
    h=(b-a)/(2*m)
    x=a:s4=fng(x)
    for j=1 to m-1
        x=x+h:s4=s4+4*fng(x)
        x=x+h:s4=s4+2*fng(x)
    next j
    x=x+h:s4=s4+4*fng(x):x=b:s4=s4+fng(x)
    in2=s4*h/3
    return

```

```

'-----
'--***--***  IMPRESSION DES RESULTATS                  ***--***--
'-----

```

```

ecr:

    cls

    if tes=1 then
        print"N=";N
    else
        print"N=";2*N
    end if

```

```
end if
for i=1 to n
print"x(";i;")=";x(i),"y(";i;")=";y(i)
next i
print"r=";r,"d=";d
print"it=";it
```

```

'-----
'*****--***** QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR *****--*****
'*****--***** GAMMA PAR LA METHODE DE J-MAX *****--*****
'-----
'-----
'---*****--*****-- ENTREE DES DONNEES ---*****--*****
'-----

```

```

pi=atn(1)*4;l=.001
input "m=";m 'entree du nombre d'ititerations
'pour le calcul d'integrale
input "n=";n 'entree du nombre de niveaux

```

```

'-----
'----- DEFINITION DE LA LOI GAMMA -----
'-----

```

```

k=sqr(.75)
dd=sqr(k/pi)*.5
dim x(100),y(100),p(1000),xd(100),yd(100)
def fng(x,t)
  if t=.5 then
    fng=sgn(x)*((abs(x))^.5)*exp(-abs(x)*k)*dd
  else
    fng=((abs(x))^t)*exp(-abs(x)*k)*dd
  end if
en def
def fnu(x)
  if abs(x)<=1e-30 then fnu=0
  fnu=sgn(x)*(exp(-abs(x)*k)-(1-k*abs(x)+(k*x)^2/2
  -(k*abs(x))^3/6+(k*x)^4/24))*dd/(sqr(abs(x)))
end def
def fnv(x)
fnv=sgn(x)*(2*(abs(x))^.5-(2/3)*k*(abs(x))^1.5
+(1/5)*k^2*(abs(x))^2.5-(1/21)*k^3*(abs(x))^3.5
+(1/108)*k^4*(abs(x))^4.5)*dd
end def
def fne(p)=2*p*log(p)/log(2)

```

```

'-----
deb1:
  x(1)=-12 'valeur du premier seuil
  'expression donnant la valeur du premier niveau
  y(1)=-2.90496*log(2*n)+1.883701795
  ?"y(1)=";y(1)

```

```

'-----
'----- CALCUL DES SEUILS ET DES NIVEAUX -----
'-----

```

```

deb:
  for i=1 to n-1
  a=x(i):t=.5:y=y(i):b=y
  gosub int2
  f=in
  if a<=0 and b>=0 then

```

```

        gosub inti
    else
        t=-.5
        gosub int2
    end if
    f=f-in*y
    v=2:a=y(i):b=a:pas1=.1
rec:
    a=y(i):b=b+pas1:t=.5
    gosub int2:c=in
    if a<=0 and b>=0 then
        gosub inti
    else
        t=-.5
        gosub int2
    end if
    c=c-in*y
    d=f+c
    if abs(d)<1e-6 then goto fin
    if d>(-10^(-v)) and d<0 then goto et
    if d<0 then goto rec
    b=b-pas1
    pas1=pas1/2
    goto rec
et:
    pas1=pas1/2:v=v+2
    if v>6 then goto fin else rec
fin:
    x(i+1)=b:print"x(";i+1;")=";b
    y(i+1)=2*x(i+1)-y(i)
    next i
'-----
'-----CALCUL DU CENTROIDE-----
'-----

a=x(n):t=.5:y=y(n):x(n+1)=0:b=x(n+1)
gosub int2:e=in:gosub inti
e=e-in*y
print "e=";e
if abs(e)<1e-5 then goto finie
'-----
'-----CALCUL ITERATIF DE Y(1) PAR LA METHODE DE-----
'-----NEWTON-RAPHSON-----
'-----

xd(1)=0:yd(1)=1
for i=1 to n-1
a=x(i):b=x(i+1)
if a<=0 and b>=0 then
    gosub inti
else
    t=-.5 :gosub int2
end if
if x(i)=0 then x(i)=1e-20
x=x(i):y=y(i):t=-.5
num=(xd(i)*(x-y)*fng(x,t))+yd(i)*in
x=x(i+1):den=(x-y)*fng(x,t)
xd(i+1)=num/den:yd(i+1)=2*xd(i+1)-yd(i)
next i

```

```

i=n:x(i+1)=0:a=x(n):b=x(n+1)
if a<=0 and b>=0 then
  gosub int1
else
  t=-.5 :gosub int2
end if
x=x(n):y=y(n):ed=(xd(n)*(y-x)*fng(x,-.5))-yd(n)*in
y(1)=y(1)-(e/ed)
it=it+1:goto deb

```

```

'-----
'-----CALCUL DE L'ENTROPIE ET DE LA DISTORSION-----
'-----

```

finie:

```

r=0:d=0
for i=1 to n
  a=x(i):b=x(i+1)
  if a<=0 and b>=0 then
    gosub int1
  else
    t=-.5 :gosub int2
  end if
  r=r-fne(in):r(l)=r
  a=x(i):b=x(i+1)
  y=y(i):
  if a<=0 and b>=0 then
    gosub int1
  else
    t=-.5 :gosub int2
  end if
  c=in:t=1.5:gosub int2:c=y^2*c+in
  t=.5:gosub int2:c=c-2*y*in
  d=d+2*c:d(l)=d
next i
gosub ecr
end

```

```

'-----
'-----IMPRESSION DES RESULTATS-----
'-----

```

ecr:

```

cls
for i=1 to n
  print "x(=";i;" )=";x(i),"y(=";i;" )=";y(i)
next i
print "r=";r,"d=";d,"it=";it
print "n=";2*n
return

```

```

'-----
'-----CALCUL D'INTEGRALE PAR KONTOROVITCH-----
'-----

```

int1:

```

s1=0:x=a
if abs(a)<1e-10 then goto d16
if abs(b)<1e-10 then goto d19
s1=fnu(a)+fnu(b)

```

```

    goto d20
d16:
    s1=fnu(b)
    goto d20
d19:
    s1=fnu(a)
d20:
    h=(b-a)/(2*m)
    for j=1 to m-1
    x=x+h:s1=s1+4*fnu(x)
    x=x+h:s1=s1+2*fnu(x)
    next j
    x=x+h:s1=s1+4*fnu(x)
    in=s1*h/3
    ss=fnv(b)-fnv(a):in=in+ss
    return

```

```

'-----
'-----CALCUL D'INTEGRALE PAR SIMPSON-----
'-----

```

```

int2:
    s1=0
    s1=fng(a,t)+fng(b,t)
    h=(b-a)/(2*m)
    x=a
    for j=1 to m-1
    x=x+h:s1=s1+4*fng(x,t)
    x=x+h:s1=s1+2*fng(x,t)
    next j
    x=x+h:s1=s1+4*fng(x,t)
    in=s1*h/3
    return

```

```

'-----
'-----SOUS BROUTINE DE CALCUL-----
'-----

```

```

int3:
    t=.5:gosub int2:c=in
    gosub int1
    c=c-in*y
    return

```

```

'-----

```



```

'-----
'**- QUANTIFICATION D'UN SIGNAL BIDIMENSIONNEL GAUSSIEN -**
'-----
cls
'$include "a:tableau.bas"
pi=3.141592654#
it=0
dim x(100),y(100),p(100),xd(100),yd(100)

'-----
'--***--***          ENTREE DES DONNEES          --***--***--
'-----

input "N=";N          ' entree du nombre de niveaux N

input "nr=";nr        ' entree du nombre de niveaux de
                    ' quantification de l'amplitude

input "ex=";ex        ' entree de l'erreur rect.

M=50                  ' entree du nombre d'itterations
                    ' pour le calcul d'integrale

y(1)=-(.69082*log(nr)+1.65864) 'valeur approchee du premier
                    ' niveau

x(1)=-8               ' valeur du premier seuil

nt=int(n/nr)          'entree du nombre de niveaux de
                    'quantification de la phase

'-----
'--***--***          DEFINITION DES DIFFERENTES          ***--***--
'--***--***          FONCTIONS UTILISEES                ***--***--
'-----

u=sin(pi/nt)/(pi/nt)
def fng(x)=-x*exp(-x^2/2)
def fnl(x,y,tt)=((x-y)^(tt))*fng(x)
def fnp(p)=p*log(p/nt)/log(2)
def fne(x)=(x^2)*fng(x)

'-----

if nr=1 then cdc

'-----
'--***--***          CALCUL DES DIFFERENTS          ***--***--
'--***--***          SEUILS ET NIVEAUX              ***--***--
'-----

deb:
for i=1 to nr-1
a=x(i):y=y(i):np(i)=y(i)*u
gosub cal

```

```

x(i+1)=b:print "n1=";b
y(i+1)=2*x(i+1)-y(i)
np(i+1)=y(i+1)*u
next i
it=it+1:print "it=";it

```

```

-----
'--***--***          CALCUL DU CENTROIDE          ***--***--
-----

```

```

cdc:
  x(nr+1)=0
  a=x(nr):b=x(nr+1)
  y=y(nr):tt=1
  gosub int1
  e=in1:print "e=";e
  if abs(e)<1e-5 then ced

```

```

-----
'--***--***    CALCUL ITERATIF PAR LA METHODE DE    ***--***--
'--***--***    NEWTON-RAPHSON DU PREMIER NIVEAU Y(1) ***--***--
-----

```

```

xd(1)=0:yd(1)=1
for i=1 to nr-1
  x=x(i):y=y(i)
  a=x(i):b=x(i+1)
  gosub int2
  x=x(i):y=y(i)
  c=in2:d=c*yd(i)+xd(i)*(x-y)*fng(x)
  x=x(i+1):f=(x-y)*fng(x)
  xd(i+1)=d/f
  yd(i+1)=2*xd(i+1)-yd(i)
next i
x(nr+1)=0:y=y(nr):a=x(nr):b=x(nr+1)
gosub int2
c=in2:x=x(nr)
ed=xd(nr)*(y-x)*fng(x)-yd(nr)*c:pas=e/ed:?"pas=";pas
y(1)=y(1)-pas:print"y(1)=";y(1)
goto deb

```

```

-----
'--***--***CALCUL DE L'ENTROPIE ET DE LA DISTORSION***--***--
-----

```

```

ced:
  d=0
  for i=1 to nr
    a=x(i):b=x(i+1)
    gosub int2
    r=r-fnp(in2)
    if r<0 then r=0
    y=y(i):tt=2:gosub int1
    t=in1:d=d+t
    x=x(i):gosub int3
    t1=in3
  next i
  dp=(u^2)*d+(1-u^2)*t1

```

```

rendement=(dp-2*ex)/dp
gosub ecr
end

```

```

-----
'--***--***CALCUL DE X(I+1) A PARTIR DE X(I) ET Y(I)--***--***
-----

```

```

cal:
  b=y:tt=1
  gosub int1
  s1=in1
  cont:
    a=y:b=a
    v=.1:w=2
  add:
    b=b+v:a=y:tt=1:gosub int1
    s2=s1+in1:"s2=";s2
    if abs(s2)<1e-06 then return
    if s2>(-10^(-w))and s2<0 then div
    if s2>0 goto sou
    goto add
  sou:
    b=b-v:v=v/2
    goto add
  div:
    v=v/2:w=w+2
    if w>8 then return
    goto add

```

```

-----
'--***--***  CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE  ***--***--
'--***--***  SIMPSON POUR LA FONCTION FNL(X,Y)    ***--***--
-----

```

```

int1:
  s3=0
  h=(b-a)/(2*m)
  x=a:s3=fnl(x,y,tt)
  for j=1 to m-1
    x=x+h:s3=s3+4*fnl(x,y,tt)
    x=x+h:s3=s3+2*fnl(x,y,tt)
  next j
  x=x+h:s3=s3+4*fnl(x,y,tt):x=b:s3=s3+fnl(x,y,tt)
  in1=s3*h/3
  return

```

```

-----
'--***--***--  CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE  ***--***--
'--***--***    SIMPSON POUR LA FONCTION FNG(X)      ***--***--
-----

```

```

int2:
  s4=0
  h=(b-a)/(2*m)
  x=a:s4=fng(x)
  for j=1 to m-1
    x=x+h:s4=s4+4*fng(x)

```

```

x=x+h:s4=s4+2*fng(x)
next j
x=x+h:s4=s4+4*fng(x):x=b:s4=s4+fng(x)
in2=s4*h/3
return

```

```

'-----
'--***--***-- CALCUL D'INTEGRALE PAR LA METHODE DE ***--***--
'--***--***   SIMPSON POUR LA FONCTION FNE(X)       ***--***--
'-----

```

```

int3:
s5=0
h=(b-a)/(2*m)
x=a:s5=fne(x)
for j=1 to m-1
x=x+h:s5=s5+4*fne(x)
x=x+h:s5=s5+2*fne(x)
next j
x=x+h:s5=s5+4*fne(x)
x=b:s5=s5+fne(x)
in3=(s5*h)/3
return

```

```

'-----
'--***--***   IMPRESSION DES RESULTATS           ***--***--
'-----

```

```

ecr:
for i=1 to nr
print"x(";i;")=";x(i),"np(";i;")=";np(i)
next i
print"r=";r,"dp=";dp,"rendemnt=";rendement
print"it=";it

```



**INTERPRETATIONS
DES
RESULTATS**

QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR LA METHODE DE J-MAX

Loi Laplace (var=1)

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
4	x(1)=-12 x(2)=-1.12686	y(1)=-1.83396 y(2)=-.41975	1.72825	.17619	4
8	x(1)=-12 x(2)=-2.37964 x(3)=-1.25273 x(4)=-.53318	y(1)=-3.08677 y(2)=-1.67251 y(3)=-.83296 y(4)=-.23340	2.56538	5.44725 E-002	2
16	x(1)=-12 x(2)=-3.72394 x(3)=-2.59717 x(4)=-1.87764 x(5)=-1.34444 x(6)=-.91888 x(7)=-.56680 x(8)=-.26446	y(1)=-4.43097 y(2)=-3.01690 y(3)=-2.17745 y(4)=-1.57784 y(5)=-1.11104 y(6)=-.72872 y(7)=-.40489 y(8)=-.12403	3.47476	1.53696 E-002	3
24	x(1)=-12 x(2)=-4.53594 x(3)=-3.41016 x(4)=-2.69101 x(5)=-2.15820 x(6)=-1.73398 x(7)=-1.38115 x(8)=-1.07900 x(9)=-.81474 x(10)=-.57988 x(11)=-.36850 x(12)=-.17632	y(1)=-5.24219 y(2)=-3.82969 y(3)=-2.99062 y(4)=-2.39140 y(5)=-1.92500 y(6)=-1.54297 y(7)=-1.21933 y(8)=-.93867 y(9)=-.69082 y(10)=-.46894 y(11)=-.26806 y(12)=-8.45727 E-002	4.02827	7.13082 E-003	3
32	x(1)=-12 x(2)=-5.11704 x(3)=-3.99205 x(4)=-3.27408 x(5)=-2.74205 x(6)=-2.31861 x(7)=-1.96646 x(8)=-1.66470 x(9)=-1.40064 x(10)=-1.16587 x(11)=-.95455 x(12)=-.76246 x(13)=-.58638 x(14)=-.42388 x(15)=-.27300 x(16)=-.13218	y(1)=-5.82328 y(2)=-4.41080 y(3)=-3.57330 y(4)=-2.97486 y(5)=-2.50923 y(6)=-2.12798 y(7)=-1.80494 y(8)=-1.52447 y(9)=-1.27681 y(10)=-1.05494 y(11)=-.85416 y(12)=-.67076 y(13)=-.50201 y(14)=-.34576 y(15)=-.20025 y(16)=-6.41214 E-002	4.42784	4.10014 E-003	3

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
48	x(1)=-12 x(2)=-5.96479 x(3)=-4.84606 x(4)=-4.12732 x(5)=-3.59294 x(6)=-3.16638 x(7)=-2.81169 x(8)=-2.50857 x(9)=-2.24372 x(10)=-2.00817 x(11)=-1.79607 x(12)=-1.60329 x(13)=-1.42653 x(14)=-1.26325 x(15)=-1.11169 x(16)=-.97028 x(17)=-.83767 x(18)=-.71286 x(19)=-.59509 x(20)=-.48357 x(21)=-.37761 x(22)=-.27673 x(23)=-.18044 x(24)=-8.83068 E-002	y(1)=-6.66478 y(2)=-5.26480 y(3)=-4.42731 y(4)=-3.82732 y(5)=-3.35857 y(6)=-2.97419 y(7)=-2.64919 y(8)=-2.36784 y(9)=-2.11950 y(10)=-1.89685 y(11)=-1.69528 y(12)=-1.51130 y(13)=-1.34177 y(14)=-1.18474 y(15)=-1.03864 y(16)=-.90193 y(17)=-.77341 y(18)=-.65232 y(19)=-.53786 y(20)=-.42927 y(21)=-.32595 y(22)=-.22751 y(23)=-.13337 y(24)=-4.32384 E-002	4.99356	1.86321 E-003	3
64	x(1)=-12 x(2)=-6.51700 x(3)=-5.41702 x(4)=-4.71078 x(5)=-4.18578 x(6)=-3.76391 x(7)=-3.41078 x(8)=-3.10766 x(9)=-2.84281 x(10)=-2.60766 x(11)=-2.39594 x(12)=-2.20297 x(13)=-2.02601 x(14)=-1.86273 x(15)=-1.71117 x(16)=-1.56976 x(17)=-1.43734 x(18)=-1.31273 x(19)=-1.19496 x(20)=-1.08344 x(21)=-.97758 x(22)=-.87680 x(23)=-.78051 x(24)=-.68832 x(25)=-.59994 x(26)=-.51508 x(27)=-.43344 x(28)=-.35482 x(29)=-.27904 x(30)=-.20590 x(31)=-.13519 x(32)=-6.67424 E-002	y(1)=-7.20449 y(2)=-5.82951 y(3)=-5.00452 y(4)=-4.41703 y(5)=-3.95453 y(6)=-3.57328 y(7)=-3.24828 y(8)=-2.96703 y(9)=-2.71859 y(10)=-2.49672 y(11)=-2.29515 y(12)=-2.11078 y(13)=-1.94125 y(14)=-1.78422 y(15)=-1.63812 y(16)=-1.50141 y(17)=-1.37328 y(18)=-1.25219 y(19)=-1.13773 y(20)=-1.02914 y(21)=-.92601 y(22)=-.82758 y(23)=-.73344 y(24)=-.64320 y(25)=-.55668 y(26)=-.47348 y(27)=-.39340 y(28)=-.31625 y(29)=-.24184 y(30)=-.16996 y(31)=-.10043 y(32)=-3.30510 E-002	5.39974	1.05981 E-003	3

QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR LA METHODE DE J-MAX

Loi Normale (var=1)

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
4	x(1)=-8 x(2)=-.98158	y(1)=-1.51040 y(2)=-.45278	1.91110	.11748	4
8	x(1)=-8 x(2)=-1.74792 x(3)=-1.04997 x(4)=-.50058	y(1)=-2.15192 y(2)=-1.34392 y(3)=-.75603 y(4)=-.24514	2.82486	3.45482 E-002	4
16	x(1)=-8 x(2)=-2.40046 x(3)=-1.84313 x(4)=-1.43674 x(5)=-1.09890 x(6)=-.79919 x(7)=-.52209 x(8)=-.25798	y(1)=-2.73230 y(2)=-2.06862 y(3)=-1.61765 y(4)=-1.25583 y(5)=-.84196 y(6)=-.65642 y(7)=-.38776 y(8)=-.12819	3.76559	9.50110 E-003	5
24	x(1)=-8 x(2)=-2.74669 x(3)=-2.24356 x(4)=-1.88555 x(5)=-1.59532 x(6)=-1.34464 x(7)=-1.11984 x(8)=-.91226 x(9)=-.71729 x(10)=-.53106 x(11)=-.35084 x(12)=-.17437	y(1)=-3.04903 y(2)=-2.44434 y(3)=-2.04278 y(4)=-1.72833 y(5)=-1.46231 y(6)=-1.22696 y(7)=-1.01231 y(8)=-.81221 y(9)=-.62237 y(10)=-.43975 y(11)=-.26192 y(12)=-8.68282 E-002	4.32681	4.37253 E-003	8
32	x(1)=-8 x(2)=-2.97616 x(3)=-2.50507 x(4)=-2.17382 x(5)=-1.90858 x(6)=-1.68241 x(7)=-1.48202 x(8)=-1.29979 x(9)=-1.13094 x(10)=-.97225 x(11)=-.82137 x(12)=-.67655 x(13)=-.53632 x(14)=-.39950 x(15)=-.26512 x(16)=-.13231	y(1)=-3.26054 y(2)=-2.69179 y(3)=-2.31835 y(4)=-2.02928 y(5)=-1.78788 y(6)=-1.57694 y(7)=-1.38710 y(8)=-1.21249 y(9)=-1.04940 y(10)=-.89510 y(11)=-.74764 y(12)=-.60546 y(13)=-.46718 y(14)=-.33182 y(15)=-.19843 y(16)=-6.62035 E-002	4.72933	2.50472 E-003	8

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
48	x(1)=-8 x(2)=-3.28141 x(3)=-2.84860 x(4)=-2.54782 x(5)=-2.30954 x(6)=-2.10876 x(7)=-1.93297 x(8)=-1.77516 x(9)=-1.63102 x(10)=-1.49743 x(11)=-1.37223 x(12)=-1.25387 x(13)=-1.14118 x(14)=-1.03317 x(15)=-.92907 x(16)=-.82819 x(17)=-.73005 x(18)=-.63424 x(19)=-.54040 x(20)=-.44811 x(21)=-.35710 x(22)=-.26706 x(23)=-.17770 x(24)=-8.88397 E-002	y(1)=-3.54392 y(2)=-3.01891 y(3)=-2.67829 y(4)=-2.41735 y(5)=-2.20173 y(6)=-2.01579 y(7)=-1.85018 y(8)=-1.70016 y(9)=-1.56188 y(10)=-1.43297 y(11)=-1.31149 y(12)=-1.19626 y(13)=-1.08610 y(14)=-.98024 y(15)=-.87790 y(16)=-.77848 y(17)=-.68161 y(18)=-.58688 y(19)=-.49391 y(20)=-.40231 y(21)=-.31188 y(22)=-.22223 y(23)=-.13317 y(24)=-4.45037 E-002	5.30217	1.13432 E-003	3
64	x(1)=-8 x(2)=-3.49348 x(3)=-3.08098 x(4)=-2.79504 x(5)=-2.57004 x(6)=-2.38176 x(7)=-2.21848 x(8)=-2.07316 x(9)=-1.94152 x(10)=-1.82043 x(11)=-1.70793 x(12)=-1.60246 x(13)=-1.50266 x(14)=-1.40754 x(15)=-1.31652 x(16)=-1.22902 x(17)=-1.14445 x(18)=-1.06242 x(19)=-.98273 x(20)=-.90520 x(21)=-.82941 x(22)=-.75520 x(23)=-.68234 x(24)=-.61066 x(25)=-.54006 x(26)=-.47043 x(27)=-.40168 x(28)=-.33361 x(29)=-.26613 x(30)=-.19914 x(31)=-.13254 x(32)=-6.61384 E-002	y(1)=-3.74348 y(2)=-3.24348 y(3)=-2.91848 y(4)=-2.67160 y(5)=-2.46848 y(6)=-2.29504 y(7)=-2.14181 y(8)=-2.00441 y(9)=-1.87863 y(10)=-1.76223 y(11)=-1.65363 y(12)=-1.55129 y(13)=-1.45402 y(14)=-1.36106 y(15)=-1.27199 y(16)=-1.18606 y(17)=-1.10285 y(18)=-1.02199 y(19)=-.94348 y(20)=-.86691 y(21)=-.79191 y(22)=-.71848 y(23)=-.64621 y(24)=-.57512 y(25)=-.50500 y(26)=-.43586 y(27)=-.36750 y(28)=-.29873 y(29)=-.23254 y(30)=-.16574 y(31)=-9.93416 E-002 y(32)=-3.29353 E-002	5.71289	6.44293 E-004	5

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
96	x(1)=-8 x(2)=-3.75219 x(3)=-3.36470 x(4)=-3.10220 x(5)=-2.89908 x(6)=-2.73032 x(7)=-2.58345 x(8)=-2.45376 x(9)=-2.33735 x(10)=-2.23032 x(11)=-2.13033 x(12)=-2.03658 x(13)=-1.94830 x(14)=-1.86469 x(15)=-1.78541 x(16)=-1.71001 x(17)=-1.63813 x(18)=-1.56900 x(19)=-1.50220 x(20)=-1.43774 x(21)=-1.37524 x(22)=-1.31430 x(23)=-1.25494 x(24)=-1.19712 x(25)=-1.14087 x(26)=-1.08598 x(27)=-1.03227 x(28)=-.97955 x(29)=-.92760 x(30)=-.87642 x(31)=-.82603 x(32)=-.77641 x(33)=-.72759 x(34)=-.67954 x(35)=-.63208 x(36)=-.58502 x(37)=-.53833 x(38)=-.49204 x(39)=-.44615 x(40)=-.40064 x(41)=-.35552 x(42)=-.31079 x(43)=-.26627 x(44)=-.22174 x(45)=-.17720 x(46)=-.13267 x(47)=-8.81474 E-002 x(48)=-4.36161 E-002	y(1)=-3.98970 y(2)=-3.51469 y(3)=-3.21469 y(4)=-2.98970 y(5)=-2.80844 y(6)=-2.65219 y(7)=-2.51469 y(8)=-2.39282 y(9)=-2.28188 y(10)=-2.17877 y(11)=-2.08197 y(12)=-1.99126 y(13)=-1.90532 y(14)=-1.82407 y(15)=-1.74673 y(16)=-1.67330 y(17)=-1.60299 y(18)=-1.53501 y(19)=-1.46939 y(20)=-1.40611 y(21)=-1.34439 y(22)=-1.28424 y(23)=-1.22564 y(24)=-1.16860 y(25)=-1.11313 y(26)=-1.05885 y(27)=-1.00572 y(28)=-.95337 y(29)=-.90180 y(30)=-.85102 y(31)=-.80102 y(32)=-.75181 y(33)=-.70337 y(34)=-.65571 y(35)=-.60844 y(36)=-.56158 y(37)=-.51510 y(38)=-.46900 y(39)=-.42329 y(40)=-.37799 y(41)=-.33305 y(42)=-.28852 y(43)=-.24400 y(44)=-.19946 y(45)=-.15493 y(46)=-.11040 y(47)=-6.58818 E-002 y(48)=-2.13504 E-002	6.29692	2.89313 E-004	9

QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR LA METHODE DE J-MAX

Loi de Rayleigh

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
4	x(1)=-8 x(2)=-2.12686 x(3)=-1.41951 x(4)=-.82182	y(1)=-2.52911 y(2)=-1.72462 y(3)=-1.11440 y(4)=-.52925	1.89233	4.47270 E-002	3
8	x(1)=-8 x(2)=-2.75886 x(3)=-2.20777 x(4)=-1.79974 x(5)=-1.45299 x(6)=-1.13503 x(7)=-.82502 x(8)=-.49911	y(1)=-3.08531 y(2)=-2.43238 y(3)=-1.98317 y(4)=-1.61833 y(5)=-1.28966 y(6)=-.98039 y(7)=-.66965 y(8)=-.32859	2.83320	1.26117 E-002	4
16	x(1)=-8 x(2)=-3.32235 x(3)=-2.85750 x(4)=-2.52976 x(5)=-2.26589 x(6)=-2.03923 x(7)=-1.83665 x(8)=-1.65051 x(9)=-1.47581 x(10)=-1.30892 x(11)=-1.14696 x(12)=-.98733 x(13)=-.82740 x(14)=-.66395 x(15)=-.49217 x(16)=-.30188	y(1)=-3.60280 y(2)=-3.04187 y(3)=-2.67313 y(4)=-2.38640 y(5)=-2.14539 y(6)=-1.93308 y(7)=-1.74021 y(8)=-1.56081 y(9)=-1.39079 y(10)=-1.22703 y(11)=-1.06687 y(12)=-.90780 y(13)=-.74699 y(14)=-.58088 y(15)=-.40345 y(16)=-.20033	3.79357	3.37328 E-003	4
24	x(1)=-8 x(2)=-3.61932 x(3)=-3.19198 x(4)=-2.89550 x(5)=-2.66055 x(6)=-2.46191 x(7)=-2.28740 x(8)=-2.12998 x(9)=-1.98524 x(10)=-1.85019 x(11)=-1.72285 x(12)=-1.60107 x(13)=-1.48413 x(14)=-1.37074 x(15)=-1.26005 x(16)=-1.15121	y(1)=-3.87871 y(2)=-3.35896 y(3)=-3.02401 y(4)=-2.76698 y(5)=-2.55410 y(6)=-2.36972 y(7)=-2.20508 y(8)=-2.05487 y(9)=-1.91581 y(10)=-1.78475 y(11)=-1.66054 y(12)=-1.54159 y(13)=-1.42665 y(14)=-1.31483 y(15)=-1.20527 y(16)=-1.09716	4.36408	1.53568 E-003	5

	x(17)=-1.04346 x(18)=-.93598 x(19)=-.82797 x(20)=-.71846 x(21)=-.60614 x(22)=-.48916 x(23)=-.36425 x(24)=-.22421	y(17)=-.98975 y(18)=-.88222 y(19)=-.77372 y(20)=-.66317 y(21)=-.54912 y(22)=-.42919 y(23)=-.29932 y(24)=-.14912			
32	x(1)=-8 x(2)=-3.80348 x(3)=-3.40662 x(4)=-3.13084 x(5)=-2.91286 x(6)=-2.72966 x(7)=-2.56990 x(8)=-2.42692 x(9)=-2.29645 x(10)=-2.17576 x(11)=-2.06287 x(12)=-1.95632 x(13)=-1.85495 x(14)=-1.75788 x(15)=-1.66443 x(16)=-1.57400 x(17)=-1.48610 x(18)=-1.40032 x(19)=-1.31619 x(20)=-1.23337 x(21)=-1.15154 x(22)=-1.07028 x(23)=-.98932 x(24)=-.90837 x(25)=-.82703 x(26)=-.74479 x(27)=-.66115 x(28)=-.57546 x(29)=-.48679 x(30)=-.39373 x(31)=-.29372 x(32)=-.18103	y(1)=-4.04411 y(2)=-3.56287 y(3)=-3.25037 y(4)=-3.01130 y(5)=-2.81442 y(6)=-2.64490 y(7)=-2.49489 y(8)=-2.35895 y(9)=-2.23395 y(10)=-2.11754 y(11)=-2.00817 y(12)=-1.90446 y(13)=-1.80544 y(14)=-1.71033 y(15)=-1.61853 y(16)=-1.52946 y(17)=-1.44274 y(18)=-1.35789 y(19)=-1.27448 y(20)=-1.19226 y(21)=-1.11082 y(22)=-1.02976 y(23)=-.94889 y(24)=-.86785 y(25)=-.78621 y(26)=-.70340 y(27)=-.61892 y(28)=-.53201 y(29)=-.44157 y(30)=-.34588 y(31)=-.24157 y(32)=-.12048	4.77279	8.74657 E-004	6

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
48	x(1)=-8 x(2)=-4.35131 x(3)=-3.85132 x(4)=-3.55132 x(5)=-3.32787 x(6)=-3.14663 x(7)=-2.99195 x(8)=-2.85600 x(9)=-2.73412 x(10)=-2.62319 x(11)=-2.52084 x(12)=-2.42553 x(13)=-2.33609 x(14)=-2.25170 x(15)=-2.17162 x(16)=-2.09506 x(17)=-2.02144 x(18)=-1.95034 x(19)=-1.88159 x(20)=-1.81499 x(21)=-1.75014 x(22)=-1.68676 x(23)=-1.62476 x(24)=-1.56402 x(25)=-1.50444 x(26)=-1.44585 x(27)=-1.38803 x(28)=-1.33090 x(29)=-1.27436 x(30)=-1.21841 x(31)=-1.16294 x(32)=-1.10776 x(33)=-1.05279 x(34)=-.99790 x(35)=-.94301 x(36)=-.88804 x(37)=-.83287 x(38)=-.77740 x(39)=-.72144 x(40)=-.66479 x(41)=-.60728 x(42)=-.54859 x(43)=-.48842 x(44)=-.42631 x(45)=-.36147 x(46)=-.29291 x(47)=-.21889 x(48)=-.13511	y(1)=-4.67632 y(2)=-4.02631 y(3)=-3.67632 y(4)=-3.42632 y(5)=-3.22944 y(6)=-3.06381 y(7)=-2.92006 y(8)=-2.79194 y(9)=-2.67632 y(10)=-2.57007 y(11)=-2.47163 y(12)=-2.37945 y(13)=-2.29273 y(14)=-2.21070 y(15)=-2.13257 y(16)=-2.05756 y(17)=-1.98529 y(18)=-1.91538 y(19)=-1.84780 y(20)=-1.78217 y(21)=-1.71811 y(22)=-1.65541 y(23)=-1.59408 y(24)=-1.53393 y(25)=-1.47494 y(26)=-1.41674 y(27)=-1.35933 y(28)=-1.30248 y(29)=-1.24624 y(30)=-1.19058 y(31)=-1.13531 y(32)=-1.08022 y(33)=-1.02534 y(34)=-.97045 y(35)=-.91557 y(36)=-.86049 y(37)=-.80529 y(38)=-.74957 y(39)=-.69331 y(40)=-.63628 y(41)=-.57827 y(42)=-.51889 y(43)=-.45796 y(44)=-.39467 y(45)=-.32828 y(46)=-.25756 y(47)=-.18023 y(48)=-9.00000 E-002	5.33617	3.97671 E-004	5

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	It
64	x(1)=-8 x(2)=-4.36360 x(3)=-3.96360 x(4)=-3.70424 x(5)=-3.50735 x(6)=-3.34486 x(7)=-3.20424 x(8)=-3.08001 x(9)=-2.96830 x(10)=-2.86673 x(11)=-2.77377 x(12)=-2.68782 x(13)=-2.60735 x(14)=-2.53157 x(15)=-2.45970 x(16)=-2.39094 x(17)=-2.32533 x(18)=-2.26243 x(19)=-2.20168 x(20)=-2.14291 x(21)=-2.08587 x(22)=-2.03041 x(23)=-1.97650 x(24)=-1.92416 x(25)=-1.87318 x(26)=-1.82336 x(27)=-1.77473 x(28)=-1.72709 x(29)=-1.68020 x(30)=-1.68020 x(31)=-1.58879 x(32)=-1.54427 x(33)=-1.50032 x(34)=-1.45676 x(35)=-1.4136 x(36)=-1.37083 x(37)=-1.32844 x(38)=-1.28646 x(39)=-1.24486 x(40)=-1.20354 x(41)=-1.16243 x(42)=-1.12142 x(43)=-1.08039 x(44)=-1.03938 x(45)=-.99836 x(46)=-.95736 x(47)=-.91633 x(48)=-.87523 x(49)=-.83392	y(1)=-4.61360 y(2)=-4.11360 y(3)=-3.81361 y(4)=-3.59486 y(5)=-3.41985 y(6)=-3.26986 y(7)=-3.13860 y(8)=-3.02142 y(9)=-2.91516 y(10)=-2.81830 y(11)=-2.72923 y(12)=-2.64642 y(13)=-2.56830 y(14)=-2.49485 y(15)=-2.42455 y(16)=-2.35735 y(17)=-2.29329 y(18)=-2.23158 y(19)=-2.17180 y(20)=-2.11400 y(21)=-2.05774 y(22)=-2.00306 y(23)=-1.94993 y(24)=-1.89837 y(25)=-1.84798 y(26)=-1.79876 y(27)=-1.75072 y(28)=-1.70344 y(29)=-1.65697 y(30)=-1.61126 y(31)=-1.56633 y(32)=-1.52219 y(33)=-1.47844 y(34)=-1.43508 y(35)=-1.39212 y(36)=-1.34955 y(37)=-1.30736 y(38)=-1.26556 y(39)=-1.22414 y(40)=-1.18294 y(41)=-1.14192 y(42)=-1.10090 y(43)=-1.05990 y(44)=-1.01888 y(45)=-.97786 y(46)=-.93685 y(47)=-.89582 y(48)=-.85461 y(49)=-.81322	5.75620	2.23149 E-004	9

x(50)=-.79232	y(50)=-.77142		
x(51)=-.75032	y(51)=-.72922		
x(52)=-.70793	y(52)=-.68664		
x(53)=-.66517	y(53)=-.64368		
x(54)=-.62200	y(54)=-.60032		
x(55)=-.57826	y(55)=-.55619		
x(56)=-.53372	y(56)=-.51125		
x(57)=-.48822	y(57)=-.46516		
x(58)=-.44154	y(58)=-.41789		
x(59)=-.39348	y(59)=-.36908		
x(60)=-.34369	y(60)=-.31830		
x(61)=-.29153	y(61)=-.26478		
x(62)=-.23625	y(62)=-.20774		
x(63)=-.17649	y(63)=-.14524		
x(64)=-.10892	y(64)=-7.25969 E-002		

QUANTIFICATION NON UNIFORME PAR LA METHODE DE J-MAX

LOI GAMMA

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distorsion	It
4	x(1)=-12 x(2)=-1.26638	y(1)=-2.22087 y(2)=-.31188	1.57998	.23150	4
8	x(1)=-12 x(2)=-3.08418 x(3)=-1.47671 x(4)=-.52688	y(1)=-4.11348 y(2)=-2.05488 y(3)=-.89854 y(4)=-.15523	2.30935	7.00565 E-002	4
16	x(1)=-12 x(2)=-5.09844 x(3)=-3.42813 x(4)=-2.38281 x(5)=-1.62842 x(6)=-1.04834 x(7)=-.58960 x(8)=-.22935	y(1)=-6.15313 y(2)=-4.04375 y(3)=-2.81250 y(4)=-1.95313 y(5)=-1.30371 y(6)=-.79297 y(7)=-.38823 y(8)=-7.24687 E-002	3.14152	1.93573 E-002	4
24	x(1)=-12 x(2)=-6.30444 x(3)=-4.63256 x(4)=-3.57123 x(5)=-2.79428 x(6)=-2.18491 x(7)=-1.68745 x(8)=-1.27104 x(9)=-.91704 x(10)=-.61401 x(11)=-.35561 x(12)=-.14130	y(1)=-7.35445 y(2)=-5.25444 y(3)=-4.01069 y(4)=-3.13178 y(5)=-2.45678 y(6)=-1.91303 y(7)=-1.46186 y(8)=-1.08022 y(9)=-.75385 y(10)=-.47417 y(11)=-.23706 y(12)=-4.55568 E-002	3.66170	8.87196 E-003	4
32	x(1)=-12 x(2)=-7.11207 x(3)=-5.47144 x(4)=-4.41675 x(5)=-3.63784 x(6)=-3.02221 x(7)=-2.51518 x(8)=-2.08589 x(9)=-1.71557 x(10)=-1.39175 x(11)=-1.10581 x(12)=-.85190 x(13)=-.62602 x(14)=-.42554 x(15)=-.24951 x(16)=-.10014	y(1)=-8.13707 y(2)=-6.08706 y(3)=-4.85581 y(4)=-3.97768 y(5)=-3.29800 y(6)=-2.74643 y(7)=-2.28393 y(8)=-1.88784 y(9)=-1.54331 y(10)=-1.24018 y(11)=-.97143 y(12)=-.73237 y(13)=-.51968 y(14)=-.33139 y(15)=-.16763 y(16)=-3.26692 E-002	4.04272	5.05767 E-003	5

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distorsion	It
48	x(1)=-12 x(2)=-8.21736 x(3)=-6.64237 x(4)=-5.61112 x(5)=-4.84237 x(6)=-4.22831 x(7)=-3.71737 x(8)=-3.28065 x(9)=-2.90096 x(10)=-2.56580 x(11)=-2.26619 x(12)=-1.99588 x(13)=-1.75018 x(14)=-1.52557 x(15)=-1.31932 x(16)=-1.12928 x(17)=-.95370 x(18)=-.79120 x(19)=-.64080 x(20)=-.50194 x(21)=-.37420 x(22)=-.25750 x(23)=-.15252 x(24)=-6.16588 E-002	y(1)=-9.19235 y(2)=-7.24238 y(3)=-6.04237 y(4)=-5.17987 y(5)=-4.50487 y(6)=-3.95174 y(7)=-3.48299 y(8)=-3.07830 y(9)=-2.72362 y(10)=-2.40799 y(11)=-2.12440 y(12)=-1.86737 y(13)=-1.63299 y(14)=-1.41815 y(15)=-1.22049 y(16)=-1.03807 y(17)=-.86932 y(18)=-.71307 y(19)=-.56854 y(20)=-.43534 y(21)=-.31307 y(22)=-.20194 y(23)=-.10311 y(24)=-2.02037 E-002	4.58790	2.27240 E-003	7
64	x(1)=-12 x(2)=-8.91747 x(3)=-7.46748 x(4)=-6.46747 x(5)=-5.70497 x(6)=-5.09247 x(7)=-4.58310 x(8)=-4.14559 x(9)=-3.76434 x(10)=-3.42684 x(11)=-3.12372 x(12)=-2.84872 x(13)=-2.59716 x(14)=-2.36591 x(15)=-2.15263 x(16)=-1.95497 x(17)=-1.77060 x(18)=-1.59833 x(19)=-1.43700 x(20)=-1.28544 x(21)=-1.14286 x(22)=-1.00849 x(23)=-.88173 x(24)=-.76220 x(25)=-.64950 x(26)=-.54325 x(27)=-.44325 x(28)=-.34950 x(29)=-.26210 x(30)=-.18134 x(31)=-.10790 x(32)=-4.37454 E-002	y(1)=-9.79246 y(2)=-8.04248 y(3)=-6.89248 y(4)=-6.04247 y(5)=-5.36747 y(6)=-4.81747 y(7)=-4.34872 y(8)=-3.94247 y(9)=-3.58622 y(10)=-3.26747 y(11)=-2.97997 y(12)=-2.71747 y(13)=-2.47685 y(14)=-2.25497 y(15)=-2.05028 y(16)=-1.85966 y(17)=-1.68153 y(18)=-1.51513 y(19)=-1.35888 y(20)=-1.21200 y(21)=-1.07372 y(22)=-.94325 y(23)=-.82021 y(24)=-.70419 y(25)=-.59481 y(26)=-.49169 y(27)=-.39481 y(28)=-.30419 y(29)=-.22001 y(30)=-.14267 y(31)=-7.31399 E-002 y(32)=-1.43509 E-002	4.97949	1.28311 E-003	6

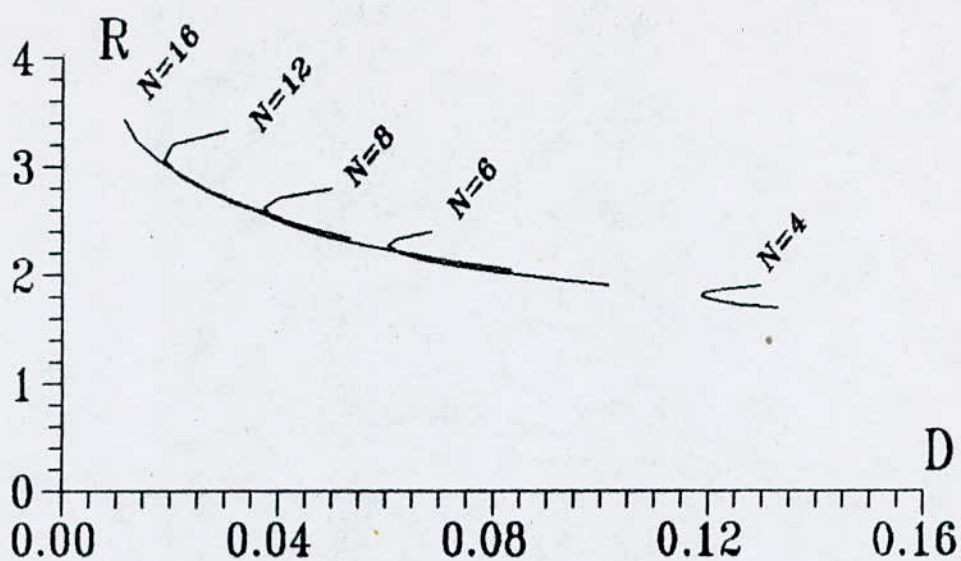


Fig3-a TAUX-DISTORSION
Loi Laplace

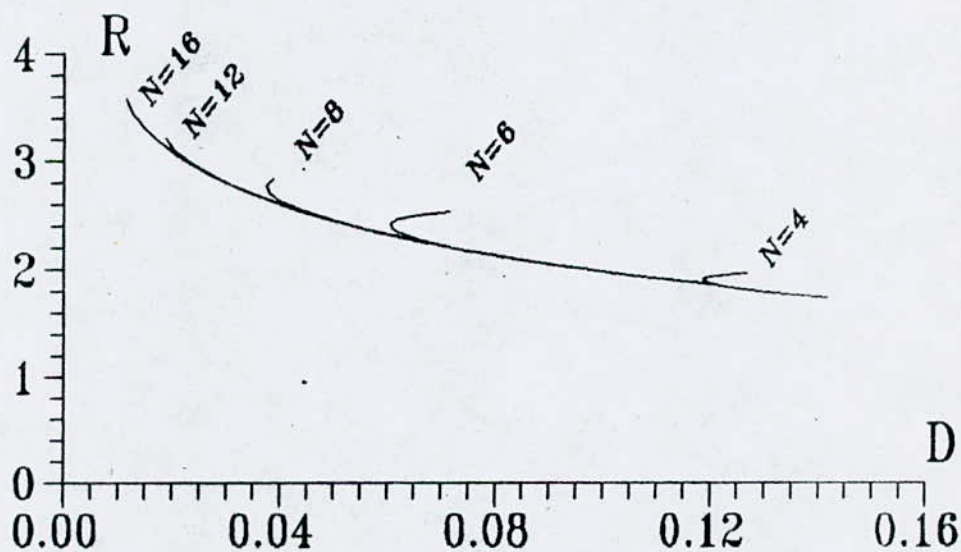


Fig3-b TAUX-DISTORSION
Loi Normale

QUANTIFICATEUR

UNIFORME

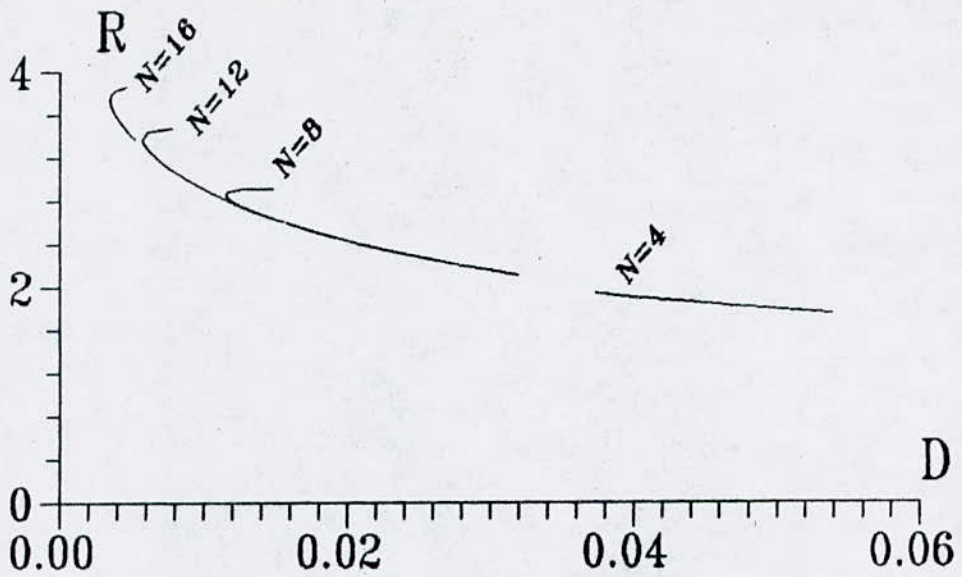


Fig3-c TAUX-DISTORSION
Loi de Rayleigh

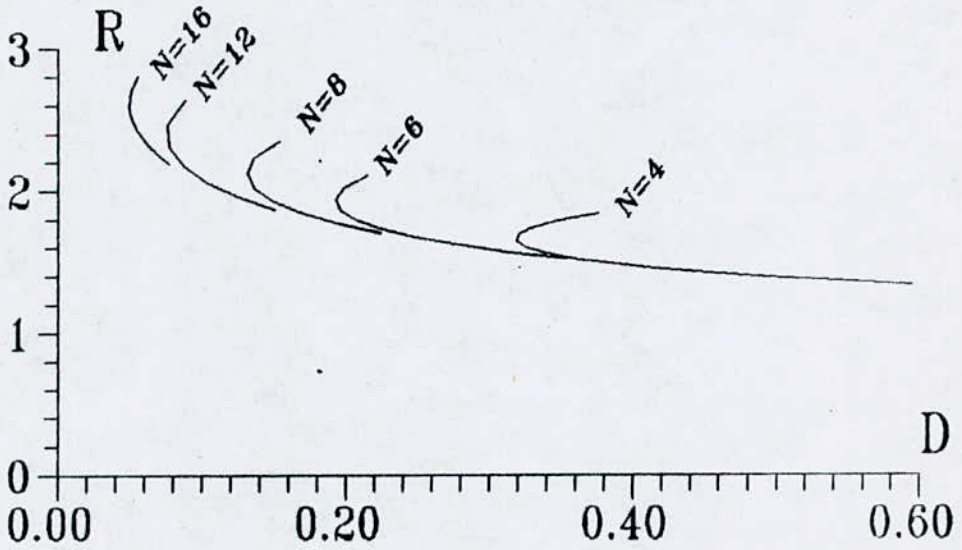


Fig3-d TAUX-DISTORSION
Loi Gamma

QUANTIFICATEUR UNIFORME

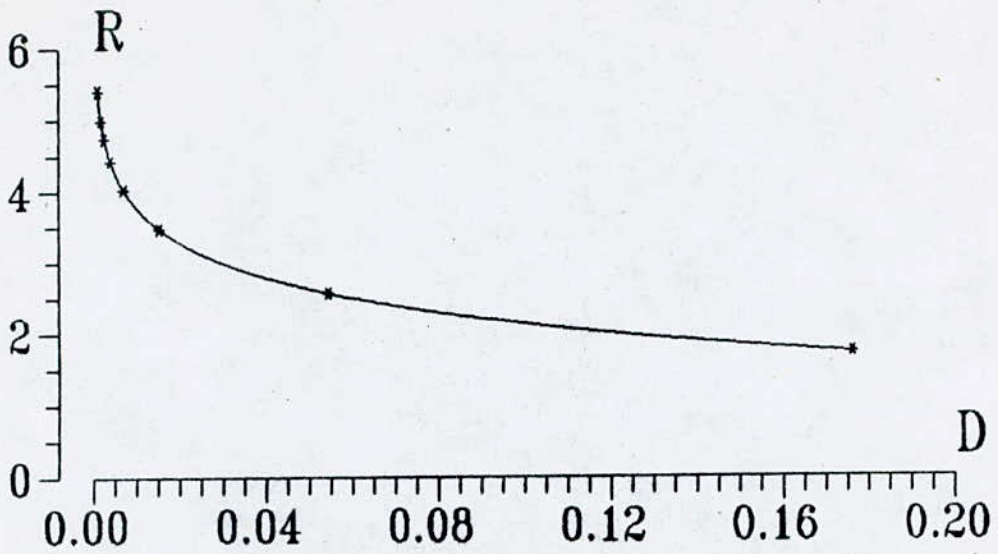


Fig8- TAUX-DISTORSION
Loi Laplace

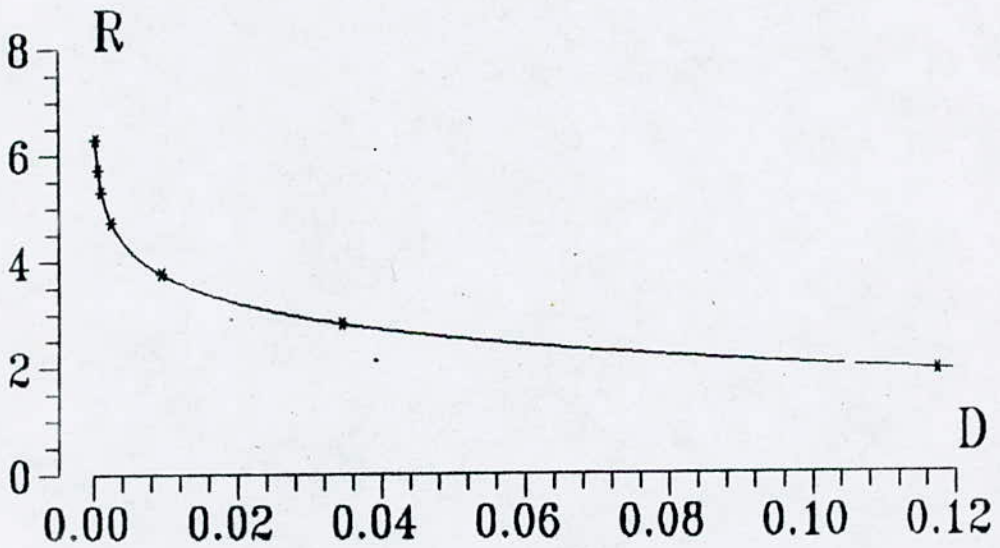


Fig9- TAUX-DISTORSION
Loi Normale

QUANTIFICATEUR NON UNIFORME

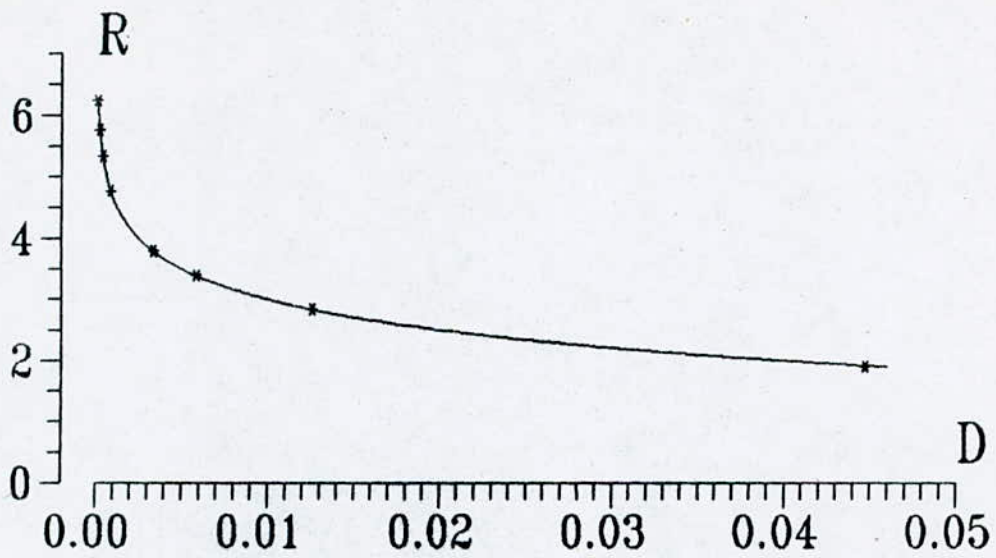


Fig10- TAUX-DISTORSION
Loi de Ra leigh

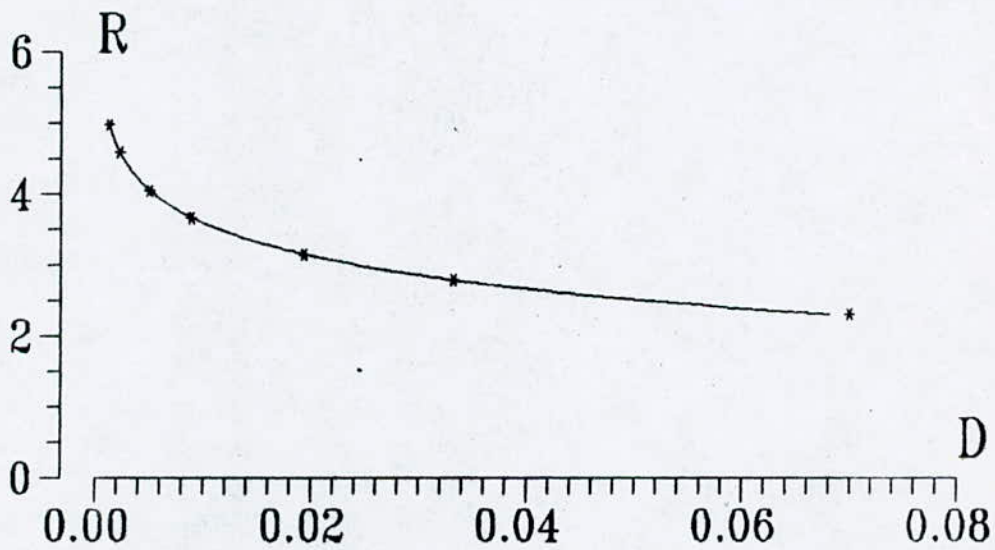


Fig11- TAUX-DISTORSION
Loi Gamma

QUANTIFICATEUR NON UNIFORME

1) INTERPRETATION DES COURBES $R=f(D)$ POUR LA QUANTIFICATION

UNIFORME:

Les courbes représentant l'entropie R , en fonction de la distorsion D d'un quantificateur optimal, ont été faite pour les densités courantes, avec différentes valeurs du nombre de niveaux N .

Plusieurs remarques peuvent-être déduites à partir de ces courbes.

1°) Pour avoir un quantificateur à faible distorsion, il faut utiliser un nombre de niveaux élevé.

2°) Dans le cas où le nombre de niveaux est pair, le taux d'entropie est toujours supérieur à 1 bit/ech quelle que soit la loi utilisée. Donc nos résultats sont conformes à la théorie (démonstration en Annexe II).

3°) Un même quantificateur, peut avoir une entropie et une distorsion fixe pour des nombres de niveaux de quantification différents. (voir fig3)

C'est pourquoi il est préférable de réaliser le quantificateur dont le nombre de niveaux est le plus faible.

4°) L'enveloppe formée par toutes les caractéristiques $R=f(D)$, pour les différentes valeurs de N , constitue la courbe optimale pour déterminer la distorsion connaissant l'entropie ou vice-versa.

2) INTERPRETATION DES COURBES $R=f(D)$ POUR UN QUANTIFICATEUR

NON UNIFORME:

pour un nombre de niveaux de quantification inférieur à 32, les résultats trouvés sont identiques à ceux publiés.

Le tracé de l'enveloppe nous a permis de vérifier que, pour un nombre de niveaux supérieur à 32, nos résultats sont bons car ils prolongent l'enveloppe.

QUANTIFICATEUR BIDIMENSIONNEL

Tabulation du rendement=(Ep-Er)/ep

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
1	x(1)=-8	y(1)= 3.48768 E-008	0	1.99999	1	1	-5.36442 E-007
2	x(1)=-8	y(1)=-.79788	.99999	1.36337	1	1	-.46694
3	x(1)=-8	y(1)=-1.03648	1.58496	.92570	1	1	-1.16051
4	x(1)=-8	y(1)=-1.12837	2.00000	.72675	1	2	-5.51135 E-005
5	x(1)=-8	y(1)=-1.17246	2.32192	.62533	1	2	-.16226
6	x(1)=-8	y(1)=-1.18682	2.58496	.56760	1	2	-.28046
7	x(1)=-8	y(1)=-1.21166	2.80735	.53187	1	2	-.36648
8	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.72896 y(2)=-.74656	2.96391	.49743	2	2	-.46108
9	x(1)=-8	y(1)=-1.22801	3.16992	.49197	1	3	.22678
10	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.79651 y(2)=-.77573	3.28584	.37774	2	3	-7.03156 E-003
11	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.79651 y(2)=-.77573	3.28584	.37774	2	3	-7.03156 E-003
12	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.83384 y(2)=-.79185	3.54887	.30961	2	3	-.22860
13	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.83384 y(2)=-.79185	3.54887	.30961	2	3	-.22860
14	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.85657 y(2)=-.80166	3.77126	.26745	2	3	-.42229
15	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.85657 y(2)=-.80166	3.77126	.26745	2	3	-.42229
16	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.87142 y(2)=-.80807	3.96391	.23964	2	4	1.93685 E-002
17	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.87142 y(2)=-.80807	3.96391	.23964	2	4	1.93685 E-002
18	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.88163 y(2)=-.81248	4.13383	.22036	2	4	-6.63978 E-002
19	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.88163 y(2)=-.81248	4.13383	.22036	2	4	-6.63978 E-002
20	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.88896 y(2)=-.81585	4.28583	.20647	2	4	-.13813

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
22	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.89439 y(2)=-.81799	4.42333	.19614	2	4	-.19808
23	x(1)=-8 x(2)=-1.37481	y(1)=-1.89439 y(2)=-.81799	4.42333	.19614	2	4	-.19808
40	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.48770 y(2)=-1.69637 y(3)=-1.09613 y(4)=-.52056	5.21428	.10821	4	5	-.47745
41	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.48770 y(2)=-1.69637 y(3)=-1.09613 y(4)=-.52056	5.21428	.10821	4	5	-.47745
44	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.49485 y(2)=-1.70125 y(3)=-1.09929 y(4)=-.52205	5.35178	9.73146 E-002	4	6	-.19159
45	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.49485 y(2)=-1.70125 y(3)=-1.09929 y(4)=-.52205	5.35178	9.73146 E-002	4	6	-.19159
46	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.49485 y(2)=-1.70125 y(3)=-1.09929 y(4)=-.52205	5.35178	9.73146 E-002	4	6	-.19159
47	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.49485 y(2)=-1.70125 y(3)=-1.09929 y(4)=-.52205	5.35178	9.73146 E-002	4	6	-.19159
48	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50030 y(2)=-1.70497 y(3)=-1.10169 y(4)=-.52319	5.47731	8.89921 E-002	4	6	-.30303
49	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50030 y(2)=-1.70497 y(3)=-1.10169 y(4)=-.52319	5.47731	8.89921 E-002	4	7	1.11486 E-002
50	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50030 y(2)=-1.70497 y(3)=-1.10169 y(4)=-.52319	5.47731	8.89921 E-002	4	7	1.11486 E-002

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
51	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50030 y(2)=-1.70497 y(3)=-1.10169 y(4)=-.52319	5.47731	8.89921 E-002	4	7	1.11486 E-002
52	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50455 y(2)=-1.70787 y(3)=-1.10356 y(4)=-.52408	5.59279	8.24950 E-002	4	7	-6.67304 E-002
53	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50455 y(2)=-1.70787 y(3)=-1.10356 y(4)=-.52408	5.59279	8.24950 E-002	4	7	-6.67304 E-002
54	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50455 y(2)=-1.70787 y(3)=-1.10356 y(4)=-.52408	5.59279	8.24950 E-002	4	6	-.40565
56	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50792 y(2)=-1.71017 y(3)=-1.10504 y(4)=-.52479	5.69971	7.73273 E-002	4	7	-.13801
57	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50792 y(2)=-1.71017 y(3)=-1.10504 y(4)=-.52479	5.69971	7.73273 E-002	4	7	-.13801
58	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50792 y(2)=-1.71017 y(3)=-1.10504 y(4)=-.52479	5.69971	7.73273 E-002	4	7	-.13801
59	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.50792 y(2)=-1.71017 y(3)=-1.10504 y(4)=-.52479	5.69971	7.73273 E-002	4	7	-.13801
64	x(1)=-8 x(2)=-2.12685 x(3)=-1.41949 x(4)=-.82180	y(1)=-2.51288 y(2)=-1.71354 y(3)=-1.10723 y(4)=-.52582	5.89235	6.97260 E-002	4	8	9.26582 E-003
84	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69116 y(2)=-1.95058 y(3)=-1.41223 y(4)=-.93690 y(5)=-.45140 y(6)=.44106	6.00052	6.28224 E-002	6	9	.11337

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
96	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69647 y(2)=-1.95443 y(3)=-1.41502 y(4)=-.93875 y(5)=-.45229 y(6)= .44193	6.19317	5.51638 E-002	6	9	-9.71870 E-003
97	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69647 y(2)=-1.95443 y(3)=-1.41502 y(4)=-.93875 y(5)=-.45229 y(6)= .44193	6.19317	5.51638 E-002	6	9	-9.71870 E-003
98	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69647 y(2)=-1.95443 y(3)=-1.41502 y(4)=-.93875 y(5)=-.45229 y(6)= .44193	6.19317	5.51638 E-002	6	9	-9.71870 E-003
99	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69647 y(2)=-1.95443 y(3)=-1.41502 y(4)=-.93875 y(5)=-.45229 y(6)= .44193	6.19317	5.51638 E-002	6	9	-9.71870 E-003
102	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69845 y(2)=-1.95587 y(3)=-1.41606 y(4)=-.93944 y(5)=-.45262 y(6)= .44225	6.28063	5.23009 E-002	6	10	.12315
103	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69845 y(2)=-1.95587 y(3)=-1.41606 y(4)=-.93944 y(5)=-.45262 y(6)= .44225	6.28063	5.23009 E-002	6	10	.12315
104	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69845 y(2)=-1.95587 y(3)=-1.41606 y(4)=-.93944 y(5)=-.45262 y(6)= .44225	6.28063	5.23009 E-002	6	10	.12315
105	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69845 y(2)=-1.95587 y(3)=-1.41606 y(4)=-.93944 y(5)=-.45262 y(6)= .44225	6.28063	5.23009 E-002	6	10	.12315

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
106	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69845 y(2)=-1.95587 y(3)=-1.41606 y(4)=-.93944 y(5)=-.45262 y(6)= .44225	6.28063	5.23009 E-002	6	10	.12315
107	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.69845 y(2)=-1.95587 y(3)=-1.41606 y(4)=-.93944 y(5)=-.45262 y(6)= .44225	6.28063	5.23009 E-002	6	10	.12315
108	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70012 y(2)=-1.95708 y(3)=-1.41693 y(4)=-.94002 y(5)=-.45290 y(6)= .44253	6.36309	4.98992 E-002	6	9	-.11624
109	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70012 y(2)=-1.95708 y(3)=-1.41693 y(4)=-.94002 y(5)=-.45290 y(6)= .44253	6.36309	4.98992 E-002	6	9	-.11624
110	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70012 y(2)=-1.95708 y(3)=-1.41693 y(4)=-.94002 y(5)=-.45290 y(6)= .44253	6.36309	4.98992 E-002	6	10	8.09477 E-002
111	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70012 y(2)=-1.95708 y(3)=-1.41693 y(4)=-.94002 y(5)=-.45290 y(6)= .44253	6.36309	4.98992 E-002	6	10	8.09477 E-002
112	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70012 y(2)=-1.95708 y(3)=-1.41693 y(4)=-.94002 y(5)=-.45290 y(6)= .44253	6.36309	4.98992 E-002	6	10	8.09477 E-002
113	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70012 y(2)=-1.95708 y(3)=-1.41693 y(4)=-.94002 y(5)=-.45290 y(6)= .44253	6.36309	4.98992 E-002	6	10	8.09477 E-002

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
114	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70153 y(2)=-1.95810 y(3)=-1.41767 y(4)=-.94051 y(5)=-.45314 y(6)= .44276	6.44109	4.78647 E-002	6	10	4.18834 E-002
115	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70153 y(2)=-1.95810 y(3)=-1.41767 y(4)=-.94051 y(5)=-.45314 y(6)= .44276	6.44109	4.78647 E-002	6	10	4.18834 E-002
116	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70153 y(2)=-1.95810 y(3)=-1.41767 y(4)=-.94051 y(5)=-.45314 y(6)= .44276	6.44109	4.78647 E-002	6	10	4.18834 E-002
117	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70153 y(2)=-1.95810 y(3)=-1.41767 y(4)=-.94051 y(5)=-.45314 y(6)= .44276	6.44109	4.78647 E-002	6	9	-.16369
118	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70153 y(2)=-1.95810 y(3)=-1.41767 y(4)=-.94051 y(5)=-.45314 y(6)= .44276	6.44109	4.78647 E-002	6	9	-8.09626 E-002
120	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70273 y(2)=-1.95897 y(3)=-1.41830 y(4)=-.94093 y(5)=-.45334 y(6)= .44295	6.51509	4.61262 E-002	6	10	5.77172 E-003
121	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70273 y(2)=-1.95897 y(3)=-1.41830 y(4)=-.94093 y(5)=-.45334 y(6)= .44295	6.51509	4.61262 E-002	6	11	.16663
122	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70273 y(2)=-1.95897 y(3)=-1.41830 y(4)=-.94093 y(5)=-.45334 y(6)= .44295	6.51509	4.61262 E-002	6	11	.16663

N	Seuils	Niveaux	Entropie	Distortion	Nr	Nx	Rendement
123	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70273 y(2)=-1.95897 y(3)=-1.41830 y(4)=-.94093 y(5)=-.45334 y(6)= .44295	6.51509	4.61262 E-002	6	11	.16663
124	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70273 y(2)=-1.95897 y(3)=-1.41830 y(4)=-.94093 y(5)=-.45334 y(6)= .44295	6.51509	4.61262 E-002	6	11	.16663
125	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70273 y(2)=-1.95897 y(3)=-1.41830 y(4)=-.94093 y(5)=-.45334 y(6)= .44295	6.51509	4.61262 E-002	6	11	.16663
126	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70376 y(2)=-1.95972 y(3)=-1.41885 y(4)=-.94129 y(5)=-.45351 y(6)= .44312	6.58548	4.46293 E-002	6	11	.13868
127	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70376 y(2)=-1.95972 y(3)=-1.41885 y(4)=-.94129 y(5)=-.45351 y(6)= .44312	6.58548	4.46293 E-002	6	11	.13868
128	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70376 y(2)=-1.95972 y(3)=-1.41885 y(4)=-.94129 y(5)=-.45351 y(6)= .44312	6.58548	4.46293 E-002	6	11	.13868
129	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70376 y(2)=-1.95972 y(3)=-1.41885 y(4)=-.94129 y(5)=-.45351 y(6)= .44312	6.58548	4.46293 E-002	6	11	.13868
130	x(1)=-8 x(2)=-2.34046 x(3)=-1.69560 x(4)=-1.18448 x(5)=-.70001 x(6)=-5.21380 E-003	y(1)=-2.70376 y(2)=-1.95972 y(3)=-1.41885 y(4)=-.94129 y(5)=-.45351 y(6)= .44312	6.58548	4.46293 E-002	6	10	-2.75750 E-002

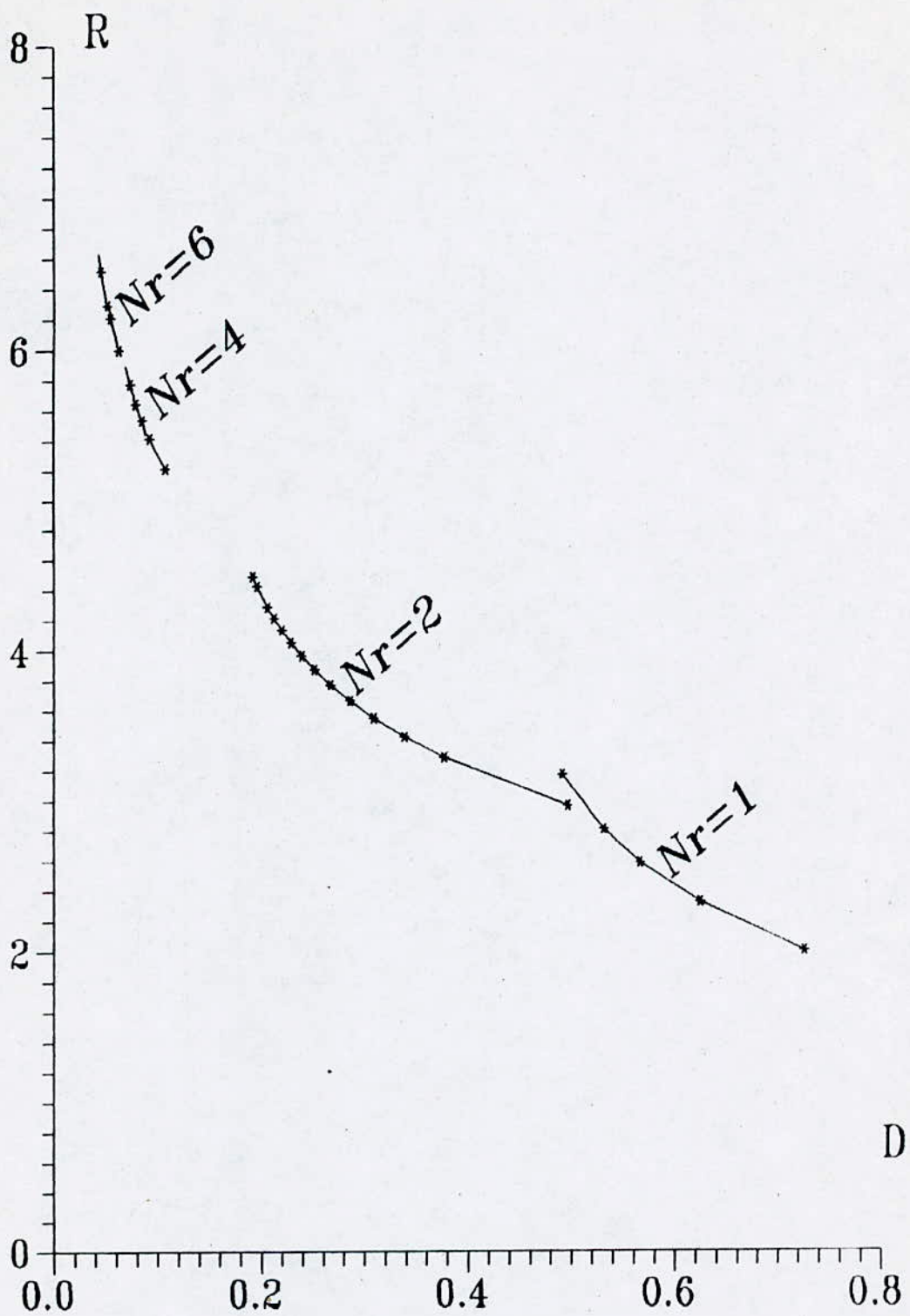


Fig-9 QUANTIFICATEUR DU SIGNAL BIDIMENSIONNEL
Taux-distorsion

1) INTERPRETATION DES RESULTATS DU QUANTIFICATEUR

D'après les résultats qu'on a obtenu pour le quantificateur à deux dimensions, on remarque les faits suivants :

*Pour N inférieur à 130, le quantificateur en représentation polaire est généralement plus performant qu'en représentation cartésienne car le rendement $\eta = (E_p - E_{p_{rect}}) / E_p$ est négatif, donc $E < E_{p_{rect}}$, à l'exception de quelques valeurs. Elles correspondent généralement à des régions où N est proche du carré parfait.

En conclusion, on peut dire que lorsqu'on veut concevoir un quantificateur à deux dimensions pour un nombre de niveaux faible, il est préférable de le réaliser en représentation polaire, vue la faible valeur de la distorsion et la simplicité de réalisation.

Tandis que pour N grand, il est plus intéressant de concevoir un quantificateur en coordonnées polaire qui donne de meilleurs résultats.

2) INTERPRETATION DE LA COURBE $R=f(D)$:

La courbe représentant l'entropie R en fonction de la distorsion D a été tracé pour un signal Gaussien à deux dimensions.

Plusieurs remarques peuvent-être déduites à partir de ces courbes.

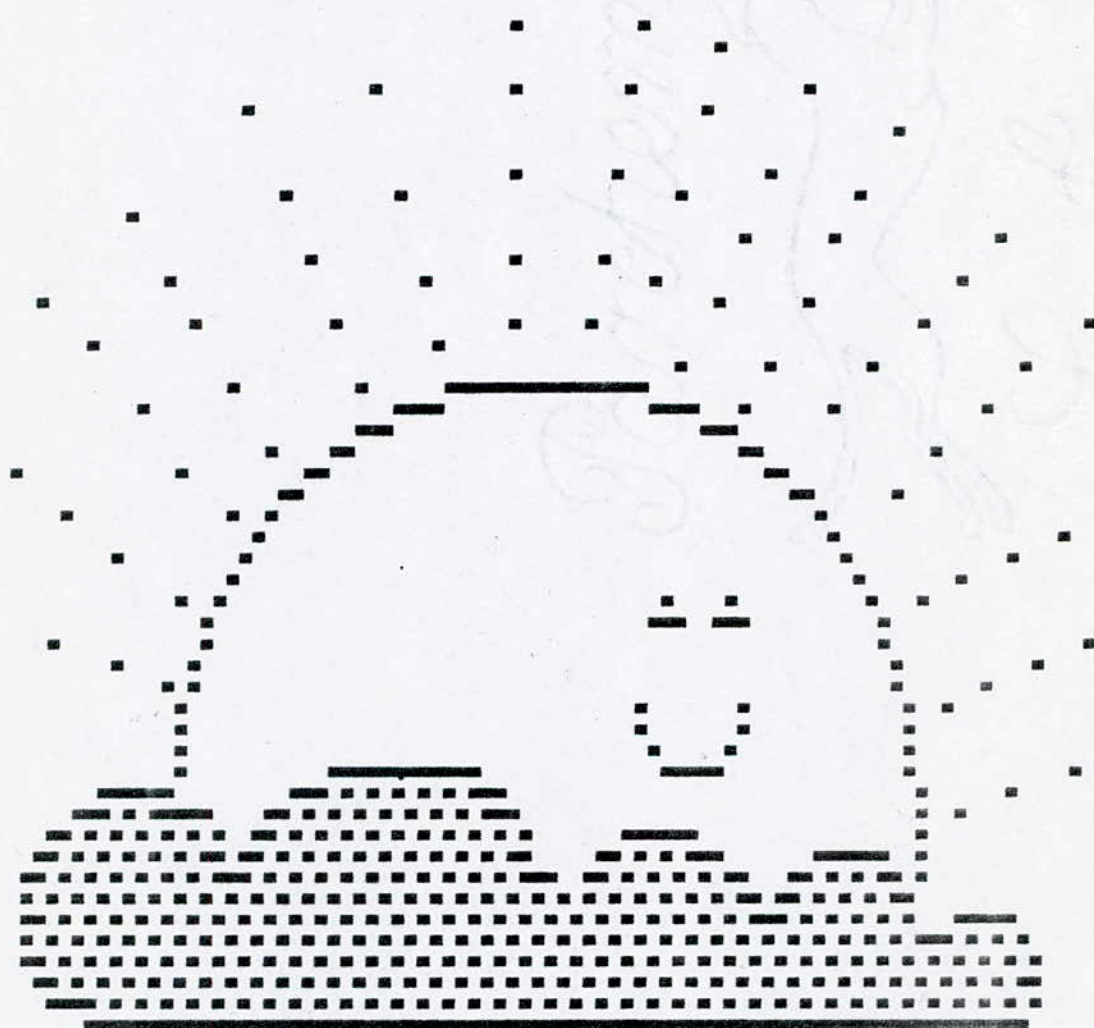
1°) Pour avoir un quantificateur à faible distorsion, il faut utiliser un nombre de niveaux de reproduction pour l'amplitude N_r élevé.

2°) Pour N_r pair l'entropie est toujours supérieur à 2.

4°) L'enveloppe formée par la caractéristique $R=f(D)$, pour les différentes valeurs de N_r , constitue la courbe optimale pour déterminer la distorsion connaissant l'entropie ou vice-versa.

5°) On constate que le taux de bits est élevé

(jusqu'à 6.5 bits/ech), alors que dans le cas de signal à une dimension, pour un nombre de niveaux N allant jusqu'à 6, le taux n'excède pas 3bits/ech.



CONCLUSION

CONCLUSION

Le but de ce travail a été d'étudier la quantification scalaire de signaux unidimensionnels et bidimensionnels.

Le point essentiel de cette étude est de trouver un quantificateur optimal, c'est à dire celui qui donnerait l'erreur la plus petite possible. Pour cela des algorithmes efficaces ont été utilisés pour ces deux type de signaux.

Nous nous sommes penchés en premier lieu sur le quantificateur uniforme. Ainsi, nous avons tracé la courbe de performance $R=f(D)$ correspondant à des signaux d'entrée ayant différents lois de probabilités, ce qui nous a permis de déduire, pour un taux d'entropie fixe, le quantificateur optimal.

Dans le cas du quantificateur scalaire non uniforme d'un signal unidimensionnel, notre principal souci était d'améliorer la convergence de l'algorithme de J-Max en rendant le choix du premier niveau de reproduction Y_1 le plus précis possible lors du processus itératif. Ce qui a réduit le temps de calcul considérablement (car le nombre d'itérations diminue).

On remarquera aussi, que les résultats trouvés concordent bien avec ceux déjà publiés [3], [5], [7].

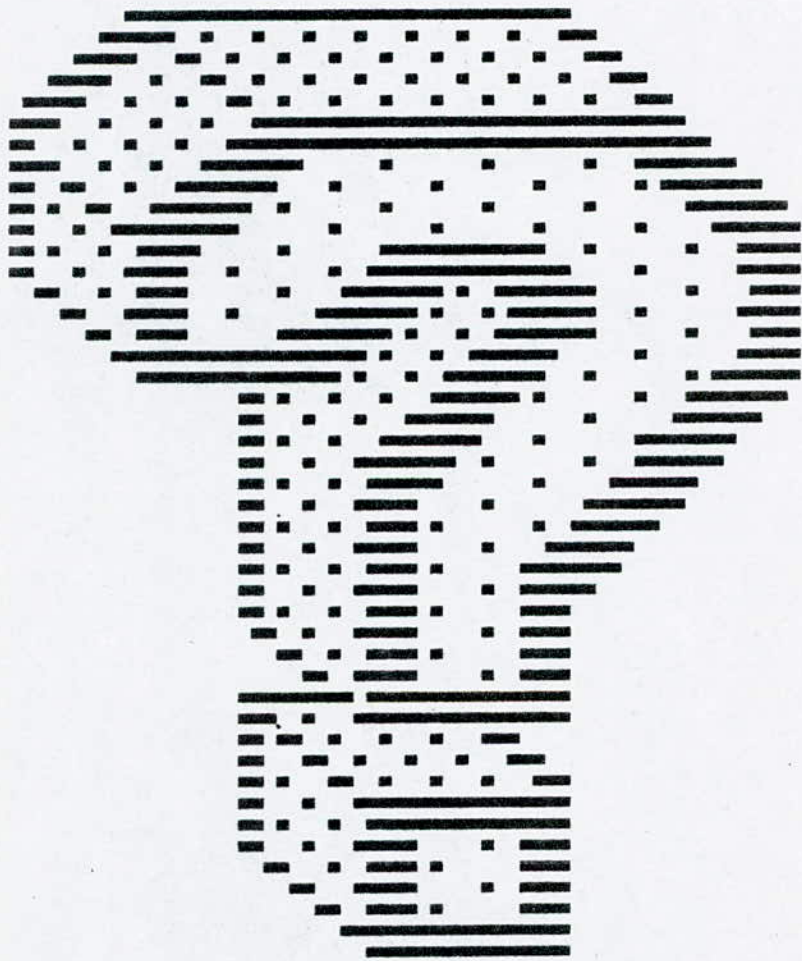
En ce qui concerne le quantificateur scalaire d'un signal bidimensionnel, l'étude du quantificateur optimal s'est réduite à, l'étude d'un quantificateur uniforme pour la phase, qui est très simple à réaliser, et d'un quantificateur non uniforme pour l'amplitude.

Pour ce dernier type de quantificateur, nous avons utilisé les résultats du quantificateur d'un signal à une dimension d'une manière adéquate, afin de simplifier la programme correspondant et de réduire le temps de calcul le plus possible.

Nous avons pu obtenir le couple optimal (N_x, N_y) , (N_r, N_θ) , lors de la tabulation des résultats. C'est à dire celui qui donne la plus faible distorsion pour N fixe (inférieur à 130).

Enfin, nous avons achevé notre travail par le calcul du couple optimal en représentation polaire en utilisant des formules approchées pour N supérieur à 2000.

Nous espérons finalement que cette étude trouvera une suite et une expansion plus large, vue l'utilité de la quantification dans le domaine du traitement du signal.



ANNEXE I

1-) RECHERCHE DE LA BORNE SUPERIEURE POUR UNE LOI DONNEE :

Etant donné un signal d'entrée ayant une densité $f(x)$ strictement positive sur un intervalle $]a, b[$. En général, les (la) borne(s) de certaines lois sont théoriquement infinies, mais pour le calcul numérique, il faut trouver a et b tels que :

$$\int_a^b f(x).dx \approx 1$$

On verra par la suite que les seuils extrêmes du quantificateur c'est à dire X_1 et X_{N+1} peuvent être pris comme égaux respectivement à a et b .

2-) METHODE DES MOINDRE CARRE :

Cette méthode revient à dire que la meilleure approximation d'un ensemble de points par une courbe est obtenu en minimisant l'expression suivante :

$$Z = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Les X_i sont les points à interpolé, et \bar{X} la valeur estimé.

Si on veut approximer les X_i par une loi polynomiale, c'est à dire, on pose:

$$X = C_1 + C_2.y + C_3.y^2 + C_4.y^3 + \dots + C_{n+1}.y^n$$

on aura à trouver les coefficients C_i . Ceci revient à résoudre un système de n équations et la somme des moindres carrés s'écrit :

$$Z = \sum_{i=1}^n [X_i - (C_1 + C_2.y^1 + C_3.y^2 + C_4.y^3 + \dots + C_{n+1}.y^n)]^2$$

Donc pour trouver les paramètres C_i , on aura un système d'équations à $n+1$ inconnues du type :

$$\frac{\partial Z}{\partial C_1} = 0 \quad \frac{\partial Z}{\partial C_2} = 0 \dots \quad \frac{\partial Z}{\partial C_{n+1}} = 0$$

Pour plus de simplicité et pour réduire le nombre d'équations, on préfère approximer les points par une

fonction logarithmique du genre $x=C_1 + C_2 \cdot \log(y)$. Si le tracé en papier semi-log donne une droite on aura plus qu'à calculer les paramètres de la droite à partir du système à deux équations ci-dessous :

$$\frac{\partial Z}{\partial C_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial Z}{\partial C_2} = 0 \quad (*)$$

Dans le cas où le tracé semi-log n'est pas une droite on essaiera le tracé log-log. Mais au cours de notre travail, la représentation semi-log était bonne.

Ainsi on trouve en résolvant le système (*) sachant que :

$$Z = \sum_{i=1}^n [x_i - (C_1 + C_2 \cdot \log y_i)]^2$$

on trouve :

$$C_2 = \frac{n \cdot \sum x \cdot \log(y) - \sum x \cdot \sum \log(y)}{n \cdot \sum \log(y)^2 - (\sum \log(y))^2}$$

et

$$C_1 = \frac{\sum x - C_2 \sum \log(y)}{n}$$

3-) METHODES NUMERIQUES :

3-1) Méthode de Simpson [21]:

Le calcul d'intégrale d'une fonction $f(x)$, continue sur son intervalle d'intégration $[a, b]$, par cette méthode, consiste à subdiviser cet intervalle en $(n=2 \cdot m)$ intervalles.

Les $y_i = f(x_i)$ correspondent aux valeurs de $f(x)$ aux points équidistants $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ avec un pas $h = (b-a)/n$.

Donc :

$$\int_a^b y \cdot dx = \frac{h}{3} \cdot [(y_1 + y_{2m}) + 4 \cdot (y_1 + \dots + y_{2m-1}) + 2 \cdot (y_2 + \dots + y_{2m-2})]$$

Si S_1 représente la somme des y_i avec $i=2 \cdot m+1$ (impair) et S_2 représente la somme des y_i avec $i=2 \cdot m$ (pair) et $(m \neq 0)$.

on a :

$$\int_a^b y \cdot dx = \frac{h}{3} \cdot (y_0 + y_{2m} + 4 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2)$$

3-2) Méthode de Newton-Raphson [21] :

Si la fonction est continue et continûment dérivable dans le voisinage de la variable x^* , alors le développement en série de Taylor autour d'une estimée $x^{(n)}$ s'écrit :

$$f(x^*) = f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})(x^* - x^{(n)}) + \frac{f''(x^{(n)})}{2!}(x^* - x^{(n)})^2 + \dots \quad (1)$$

Si $x^{(n)}$ est une estimée proche de la solution x^* de $f(x)=0$, alors le carré de l'erreur $\epsilon^{(n)}$ (où $\epsilon^{(n)} = x^* - x^{(n)}$) et les termes de degrés supérieurs sont négligeables.

Sachant que $f(x^*)=0$, on obtient la relation approximative :

$$f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})(x^* - x^{(n)}) = 0 \quad (2)$$

et une approximation de l'erreur est donc :

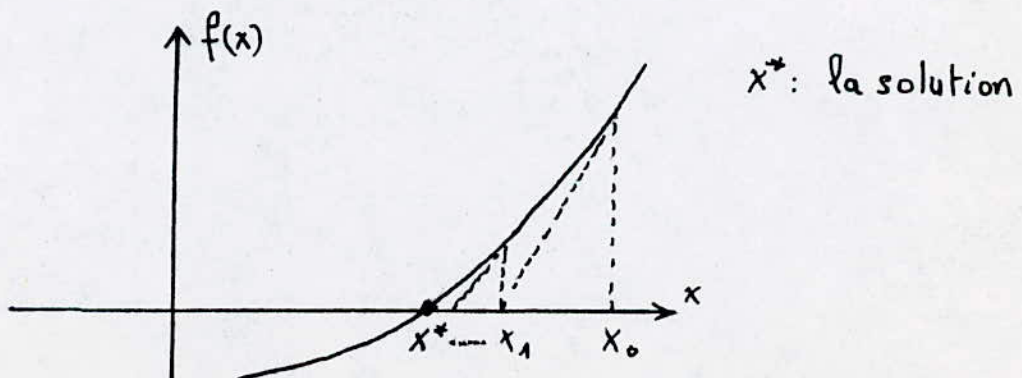
$$\epsilon^{(n)} = - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \quad (3)$$

On peut donc considérer qu'une meilleure estimée de x^* sera $x^{(n)}$ calculée par $x^{(n+1)} = x^{(n)} + \epsilon^{(n)}$ (4)

Des équations (3) et (4), on obtient l'algorithme de Newton-Raphson :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \quad (n=1, 2, \dots, n_{\max}) \quad (5)$$

La représentation géométrique est :



3-3) Méthode de Kantorovitch [21]:

Cette méthode d'intégration est utilisée lorsque la fonction est discontinue en un certain point x_0 .

Elle consiste en la recherche d'une certaine fonction $g(x)$ possédant les mêmes singularités que la fonction $f(x)$ et qui se prête à l'intégration élémentaire dans l'intervalle $[a, b]$. Mais la différence $f(x) - g(x)$ doit être suffisamment lisse sur le segment d'intégration $[a, b]$.

On aura alors :

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = \int_a^b g(x) \cdot dx + \int_a^b (f(x) - g(x)) \cdot dx \quad (6)$$

où la première intégrale est prise directement alors que la deuxième se calcule sans peine à l'aide des formules usuelles.

Considérons l'application de cette méthode au calcul de l'intégrale de la forme :

$$\int_a^b \frac{\varphi(x)}{(x-x_0)^\alpha} \cdot dx \quad (7)$$

où $x_0 \in [a, b]$, $0 < \alpha < 1$ et $\varphi(x)$ est continue sur le segment $[a, b]$ et possède des dérivées continues jusqu'à l'ordre $(m+1)$ y compris.

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^m \frac{\varphi^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x-x_0)^k + \psi(x) \quad (8)$$

$$\psi(x) = \varphi(x) - \sum_{k=0}^m \frac{\varphi^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x-x_0)^k \quad (9)$$

il en résulte pour l'intégrale :

$$\int_a^b \frac{\varphi(x)}{(x-x_0)^\alpha} \cdot dx = \sum_{k=0}^m \frac{\varphi(x_0)^{(k)}}{k!} \cdot \int_a^b (x-x_0)^{k-\alpha} dx + \int_a^b \frac{\psi(x)}{(x-x_0)^\alpha} \cdot dx$$

$$= \sum_{k=0}^m \frac{\varphi(x_0)}{k!(k+1-\alpha)} [(b-x_0)^{k+1-\alpha} - (a-x_0)^{k+1-\alpha}] + I$$

avec :

$$I = \int_a^b \frac{\varphi(x)}{(x-x_0)^\alpha} \cdot dx$$

I est une intégrale propre qui peut être calculée avec une formule de quadrature convenable .

Application de l'algorithme pour la loi Gamma :

Considérons la densité de probabilité Gamma donnée par :

$$f_x(x) = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{|x|} \exp(-k \cdot |x|) \quad \text{où} \quad -\infty < x < +\infty$$

avec $k = \sqrt{0.75}$

Sur l'intervalle $[0,12]$, cette fonction présente une discontinuité au point 0 donc dans ce cas $x_0 = 0$.

On remarque que d'après l'expression de $p(x)$ on a :

$$\varphi(x) = \exp(-k \cdot |x|) \quad \text{qui est continue sur } [0,12]$$

En développant $\varphi(x)$ en série de Taylor, on a :

$$\varphi(x) = 1 - k \cdot x + \frac{k^2 \cdot x^2}{2!} - \frac{k^3 \cdot x^3}{3!} + \frac{k^4 \cdot x^4}{4!} + \dots$$

donc :

$$\psi(x) = \exp(-k \cdot |x|) - \left[1 - k \cdot x + \frac{k^2 \cdot x^2}{2!} - \frac{k^3 \cdot x^3}{3!} + \frac{k^4 \cdot x^4}{4!} + \dots \right]$$

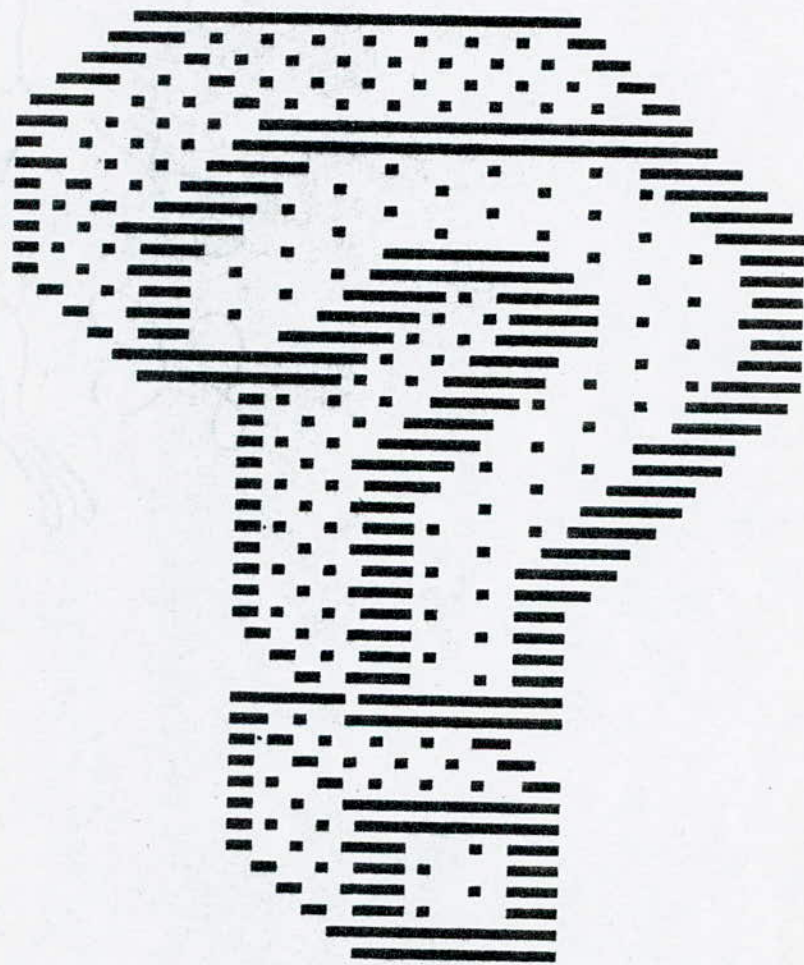
d'où :

$$\int_0^{12} p(x) \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{\pi}} \cdot \left[x^{1/2} + k \cdot \frac{1}{x^{1/2}} + \frac{k^2 \cdot x^{3/2}}{2!} - \frac{k^3 \cdot x^{5/2}}{3!} + \frac{k^4 \cdot x^{7/2}}{4!} \right] dx + I$$

où:

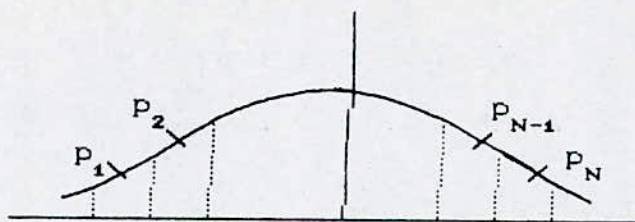
$$I = \int_0^{\infty} \frac{\psi(x)}{x^{1/2}} dx = \frac{\exp(-k|x|) - 1}{x^{1/2}} - k \left[x^{1/2} + k \cdot x^{1/2} + \frac{k^2 \cdot x^{9/2}}{2!} - \frac{k^3 \cdot x^{5/2}}{3!} + \frac{k^4 \cdot x^{7/2}}{4!} \right]$$

I peut être calculé par la méthode de Simpson par exemple.



ANNEXE II

Demonstration:



D'après la figure précédente on voit que pour un nombre de niveaux donné et pour tout i on a la relation suivante :

$$p_i = p_{N+1-i}$$

on a ainsi:

$$R = -2 \sum_{i=1}^{N/2} p_i \cdot \log_2(p_i)$$

Soit

$$q_1 = p_1 + p_2$$

$$q_2 = q_1 + p_3 = p_1 + p_2 + p_3$$

$$q_{N/2} = q_{N/2-2} + p_{N/2} = p_1 + p_2 + \dots + p_{N/2} = 1/2$$

sachant que:

$$p_1 \cdot \log_2(1/p_1) + p_2 \cdot \log_2(1/p_2) \geq q_1 \cdot \log_2(1/q_1)$$

$$q_1 \cdot \log_2(1/q_1) + p_3 \cdot \log_2(1/p_3) \geq q_2 \cdot \log_2(1/q_2)$$

$$p_{N/2-2} \log_2(1/p_{N/2-2}) + p_{N/2-1} \log_2(1/p_{N/2-1}) \geq q_{N/2-1} \log_2(1/q_{N/2-1})$$

En additionnant membre à membre les inégalités précédentes, on obtient :

$$\sum_{i=1}^{N/2} p_i \cdot \log_2(p_i) \geq q_{N/2-1} \log_2(1/q_{N/2-1})$$

puisque $q_{N/2-1} = 1/2$, alors :

$$\sum_{i=1}^{N/2} p_i \cdot \log_2(p_i) \geq 1/2 \cdot \log_2(2) = .5$$

or

$$R = -2 \sum_{i=1}^{N/2} p_i \cdot \log_2(p_i) \geq 1 \quad (\text{c. q. f. d})$$



BIBLIOGRAPHIE

- [1] T. Berger "Optimal quantizers and permutation Codes"
I. E. E. E Transactions on information theory . Nov 1972
- [2] S. P. Lloyd "Least square quantization in P. C. M"
I. E. E. E Transactions on information theory . March 1982
- [3] J. Max "Quantizing for minimum distortion"
I. E. E. E Transactions on information theory . March 1960
- [4] Fu. Sheng. Lu-G. L. Wise "A further investigation of Max
algorithm for optimum quantization"
I. E. E. E Transactions on communications . July 1985
- [5] W. A. Pearlman -G. H. Senge "Quantization of Rayleigh
distribution"
I. E. E. E Transactions on communications . January 1979
- [6] A. Gercho "Principles of quantization"
I. E. E. E Transactions on circuits and systems . July 1978
- [7] P. Kabal "Quantizers for the Gamma distribution and other
symmetrical distributions"
I. E. E. E Transactions on acoustics, speech and signal
processing . Aug 1984
- [8] E. F. Abaya-G. L. Wise "On the existence of optimal
quantizers"
I. E. E. E Transactions on information theory . Nov 1982
- [9] J. A. Bucklew-N. C. Gallagher JR "Quantization schemes for
bivariate Gaussian random variables"
I. E. E. E Transactions on information theory . Sept 1979
- [10] R. C. Wood "On optimum quantization"
I. E. E. E Transactions on information theory . March 1969
- [11] J. A. Bucklew-N. C. Gallagher "A note on optimum
quantization"

- [12] P. E. Fleisher "Sufficient conditions for achieving minimum distortion in a quantizer"
I. E. E. E Int. Conv. Rec 1964
- [13] W. A. Pearlman "Quantization error bounds for computer generated holograms"
Stanford Univ. Syst. Lab, stanford CA. Aug 1974.
- [14] A. Amimer -N. Fraoucene "Quantificateur optimal pour la loi Gamma"
Projet de fin d'étude en électronique E. N. P Juin 1986
- [15] A. Chekima "Coding bounds for memoryless analog sources with constrained reproduction alphabets"
P. H. D thesis R. P. I May 1984
- [16] M. Boulemden "Portable data acquisition equipments utilizing data compression and error corection"
P. H. D thesis Univ. of Nottingham Dec. 1982
- [17] H. Starck -F. B. Tuteur "Modern electrical communication theory and systems" pp 378-402
Ed. Printice Hall N. Y
- [18] M. Bellanger "Traitement numérique du signal -théorie et pratique" pp 47-50
Ed. Masson
- [19] J. Auvray "Electronique des signaux échantillonnés et numériques" pp 174-178
Ed. Dunod
- [20] A. Papoulis "Probability, random variables and stochastic processes" pp 64-65
Int. Student edition.

[21] B. Demidovitch -I. Maron "Eléments de calcul numérique"
pp 596-699, 628-631
Ed. Mir Moscou