



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale
Polytechnique

18/03

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Département
Génie Electrique

Pour l'obtention d'un Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

Thème

**CALCUL D'UNE MACHINE SYNCHRONE
À AIMANTS EN UTILISANT LA MÉTHODE
DES ÉQUATIONS D'INTÉGRALE DE
FRONTIÈRE ET LA MÉTHODE
DES ÉLÉMENTS FINIS**

Proposé & dirigé par :

Mr. R. IBTIOUEN

Mr. S. TOUATI

Etudié par :

Hassen DJERIDI

Promotion 2003

E.N.P 10, Avenue Hassan Badi, EL HARRACH, ALGER
Tél. (021) 52.53.01/03 Fax. (021) 52.29.73 E-mail : ENP@IST.CERIST.DZ

ملخص

إن المعادن الممغنطة المستعملة حالياً في الآلات الكهربائية تسمح بالحصول على مميزات جد عالية ، لكنه من الضروري أن نقوم بتدنية إلتواءات العزم المزدوج الناتج عن هذه الآلات في بعض الاستعمالات. من هذا المنظار قمنا بتطوير نموذج للدراسة باستعمال طريقتين رقميتين لحل معادلة الحقل الكهرومغناطيسي في حالة الآلة المتزامنة ذات التحريض المغناطيسي الشعاعي. الأولى تتمثل في التقنية العددية لدوال التكامل المحيطي، تتركز على دالة غرين و الثانية تتمثل في التقنية العددية ذات العناصر المنتهية، تتركز على الصيغة التكاملية. إن الخصائص الناتجة عن الطريقتين المستعملتين قد قورنت مع بعضها حيث أعطتنا تطابق نوعاً ما في النتائج التجريبية، وهذا راجع لنوع التجسيد المستعمل في كل طريقة. و للإستفادة من محاسن الطريقتين معا وتخفيض مساوئهما مهدنا للبحث في طريقة تزاوجهما.

ABSTRACT

The new materials with permanent magnets used in electric machines allow to obtain high performances. However, it's necessary to minimize noise in some application.

In this perspective we developed a study model using two numeric resolution methods of field equation in the case of a synchronous machine of permanent magnets with magnetization radial road. First is the boundary element method based on the identity of Green. Second is finite element method based on the complete formulation (variational formulation).

Performances obtained by two developed methods are compared among them and manifests moved closer results seen the type of modelling of every method.

And to profit of advantages of two methods together and to reduce their disadvantages one introduced in search of coupling up of two methods.

RESUME

Les nouveaux matériaux à aimants permanents utilisés en machines électriques permettent d'obtenir des hautes performances. Cependant, il est nécessaire de minimiser les bruit dans certains application.

Dans cette perspective nous avons développé un model d'étude utilisant deux méthodes numériques de résolution de l'équation du champ dans le cas d'une machine synchrone à aimants permanents à aimantation radiale. La premier est la méthode des équations d'intégrales de frontières basées sur l'identité de Green. La seconde est le méthode des éléments finis basée sur la formulation intégrale (formulation variationnelle).

Les performances obtenues par les deux méthodes développées sont comparées entre eux et manifestent des résultats rapprochés vue le type de modélisation de chaque méthode.

Et pour profiter des avantages des deux méthodes ensemble et réduire leur inconvénient on a initié à la recherche d'accouplement des deux méthodes.

Mots clés : Machine synchrone à aimants permanents, Les équations de Maxwell, l'équation de Poisson, Méthode des Equations d'Intégrales de Frontières, Identité de Green, Méthode des Eléments Finis.



DÉDICACES

*Je dédie en premier lieu ce travail à ma grande
mère et mes parents qui j'espère trouveront ici le fruit
de leur amour et leur précieux soutien;*

A mes frère et mes sœurs ;

*A D.Makloufe, K.nassar, A.Chama,
S.Maidi, A.Younssi, S.BenBedja, S.BenHadouga,
B.Ramedane, M. et A. Hourimak, O.Rachide,
Hichame et faical, M. Saad et tous ce qui ont vécu
avec moi les pires et meilleurs moments de ma vie
surtout mes amis de 1^{ère} et 2^{ème} année TCT et ma
promotion.*

Remerciements

Au terme de ce travail je tiens à remercier au premier lieu le Dieu miséricordieux qui ma donné la force d'achever ce travail.

Je tiens particulièrement à exprimer, à travers ces quelque lignes, toute ma gratitude et mon profond respect à mes promoteurs : MR R. IBTIOUEN et MR S. TOUATI, pour leur suivi permanent et surtout l'immense patience.

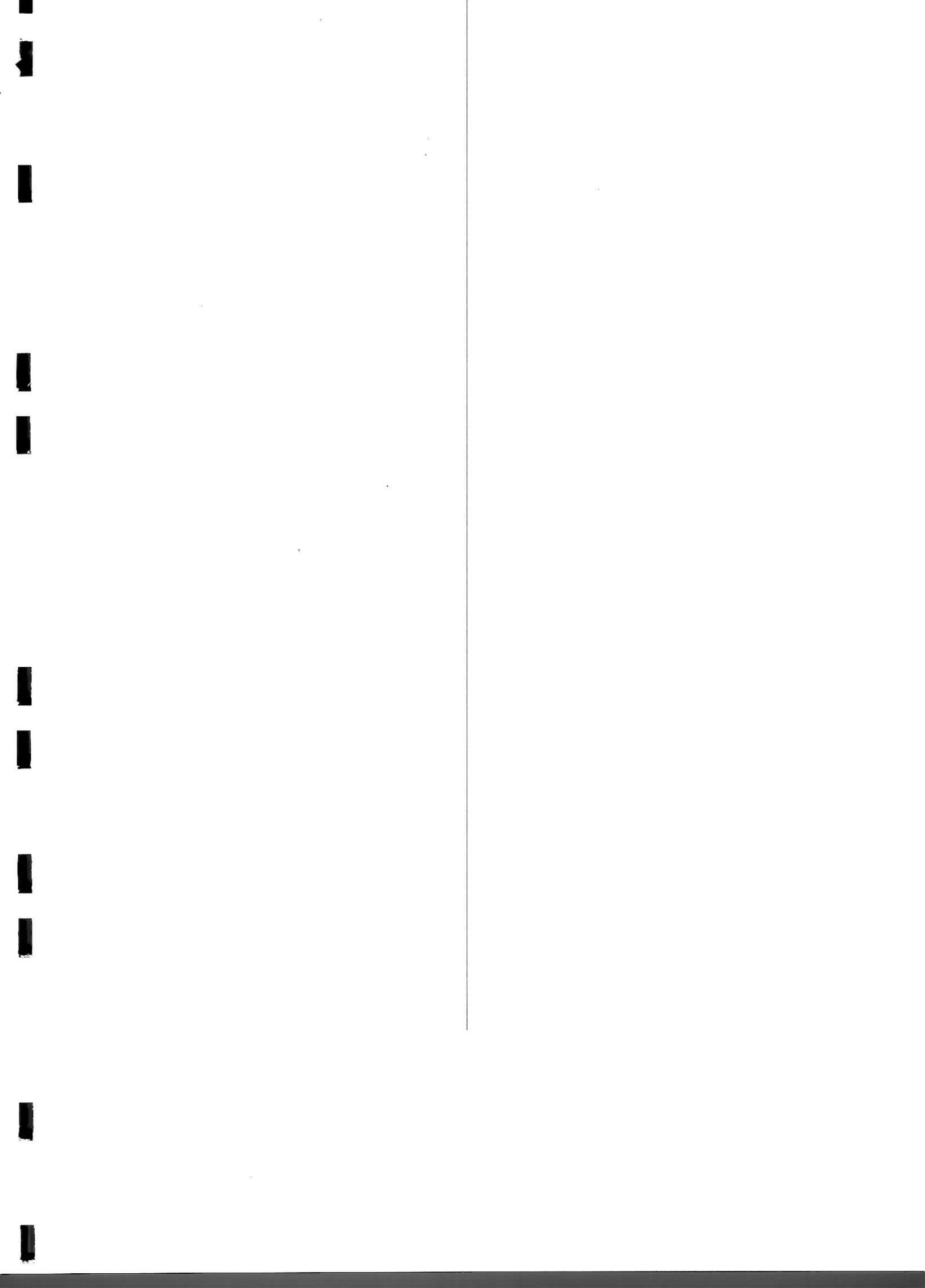
Je remercie également l'ensemble des membres du jury qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir accepter d'examiner et évaluer mon travail.

DEDIN de CRNB Aïn OUSSARA m'a apporté un soutien moral et matériel, sans quoi l'accomplissement de ce travail aurait été difficile. Je remercie, particulièrement, MR I. ABDELLANI Directeur de DEDIN de CRNB Aïn OUSSARA, ainsi que MR S. CHENAI chef de département G. Electrique de DEDIN de CRNB Aïn OUSSARA. Mes remerciements vont aussi à tous les chercheurs de centre. Je nommerai, A. BERRAHAL, F. BELAZERAG, A. BRAHIMI...

Je remercie également MR K. HALBAOUI chercheur à CRNB Aïn OUSSARA, que je suis heureux de compter parmi mes amis, ainsi tous mes collègues et amis, particulièrement : MOUKRANE KISSI, BENZOUAIR AZIZ, A. L. BOUKHALKHAL, D. MOUSSA, A. NADJA, K. SLIMANE, A. ZAHAR, A. DAOUDI, pour la précieuse aide qu'ils m'ont prodiguée, pour leur soutien morale et pour l'ambiance agréable qu'ils ont su créer autour de moi.

Beaucoup de personnes ont contribué, de près ou de loin, à la finalisation de cette thèse, je ne saurai les nommer tous, mais je tiens à leurs adresser mes vives remerciements.

Je tiens, pour finir, à remercier toute ma famille, et plus particulièrement mes parents, pour leur patience, leurs sacrifices et leurs encouragements à mon égard.



INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
----------------------------	---

CHAPITRE I PRÉSENTATIONS DE LA MACHINE SYNCHRONE À AIMANTS PERMANENTS

I. 1. Introduction.....	3
I. 2. Matériaux pour aimants.....	3
I. 2. 1. Propriétés magnétiques a l'échelle macroscopique des matériaux.....	4
I. 2. 2. Aimants permanents.....	7
I. 2. 2. 1. Propriétés magnétiques.....	8
I. 2. 2. 2. Aimants utilisés dans les machines électriques.....	8
I. 2. 2. 2. A. Les aimants métalliques.....	9
I. 2. 2. 2. B. Ferrites.....	9
I. 2. 2. 2. C. Les aimants à bases de terres rares.....	9
I. 2. 2. 2. c1. Samarium Cobalt (Sm Co).....	11
I. 2. 2. 2. c2. Néodyme-Fer-Bore (Nd Fe B).....	11
I. 2. 2. 3. Excitation par aimants permanents.....	11
I. 3. Structures des inducteurs des machines synchrones à aimants permanents.....	13
I. 3. 1. Structures sans pièces polaires "lisses".....	13
I. 3. 2. Structures avec pièces polaires "saillants".....	15
I. 3. 2. 1. Structures avec pièces polaires et concentration de flux.....	15
I. 3. 2. 2. Structures avec pièces polaires sans concentration de flux.....	15
I. 3. 2. 3. Structures à aimants insères dans l'armature rotorique.....	16
I. 3. 2. 4. Structures à aimants internes.....	17
I. 4. Différents modes d'alimentation des machines synchrones à aimants permanents.....	18
I. 4. 1. Alimentation en courant.....	18
I. 4. 2. Alimentation en tension.....	18
I. 4. 3. Machines synchrones en fonctionnement autopilotées.....	20

C. Intégration numérique.....	38
D. Constitution du système linéaire.....	38
II. 5. 3. Plan du programme.....	39
II. 6. Exploitation des résultats issus de la MIF.....	42
II. 6. 1. Etude paramétrique.....	43
II. 6. 1. 1. Répartition de l'induction due aux aimants.....	43
II. 6. 1. 2. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée.....	44
II. 6. 1. 3. Influence des paramètres géométriques du rotor sur l'induction et sur le couple.....	44
II. 6. 1. 3. 1. Influence de l'ouverture des aimants.....	44
II. 6. 1. 3. 2. Influence d'épaisseur des aimants.....	46
II. 6. 1. 3. 3. Influence de l'épaisseur d'entrefer mécanique.....	46
II. 6. 2. Dimensionnement géométrique.....	46
II. 6. 2. 1. Choix de l'épaisseur des aimants.....	46
II. 6. 2. 2. Choix de l'ouverture des aimants.....	49
II. 7. Conclusion.....	50

CHAPITRE III

CALCUL ET DIMENSIONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE EN UTILISANT LA M.E.F

III. 1. Introduction.....	51
III. 2. Méthode des éléments finis.....	51
III. 2. 1. Discrétisation et approximation.....	53
III. 2. 1. 1. Maillage du domaine.....	53
III. 2. 1. 2. Fonction d'approximation.....	54
III. 2. 2. Minimisation de la fonctionnelle.....	56
III. 3. Assemblage et résolution.....	58
III. 3. 1. Assemblage.....	58
III. 3. 2. Résolution du système d'équation.....	59

III. 4. Calcul des grandeurs locales et globales.....	59
III. 4. 1. Calcul de l'induction magnétique.....	60
III. 4. 2. Calcul du couple.....	60
III. 5. Plan du programme.....	61
III. 6. Exploitation des résultats issus de la MEF.....	64
III. 6. 1. Répartitions d'induction radiale et du couple.....	64
III. 6. 2. Influence des paramètres géométriques des aimants.....	65
III. 6. 2. 1. Influence de l'ouverture des aimants sur l'induction.....	65
III. 6. 2. 2. Influence de l'ouverture des aimants sur le couple.....	66
III. 6. 2. 3. Influence de l'épaisseur des aimants sur l'induction.....	66
III. 6. 2. 4. Influence de l'épaisseur des aimants sur le couple.....	67
III. 7. Conclusion.....	68

CHAPITRE IV

AVANTAGES & INCONVÉNIENTS DES DEUX MÉTHODES DE RÉOLUTIONS NUMÉRIQUES ÉTUDIÉES

IV. 1. Introduction.....	69
IV. 2. Les avantages et les inconvénients des deux méthodes étudiées.....	69
IV. 2. 1. Les avantages et les inconvénients de la MIF.....	69
IV. 2. 2. Les avantages et les inconvénients de la MEF.....	70
IV. 3. Comparaison des résultats déduits des deux méthodes étudiées.....	70
IV. 3. 1. Comparaison des inductions.....	70
IV. 3. 2. Comparaison des couples.....	72
IV. 4. Méthode mixte (MIF-MEF)	73
IV. 5. Conclusion.....	73

CONCLUSION GÉNÉRALE.....	75
--------------------------	----

Introduction

Générale

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'industrie des machines électriques a connu un grand essor avec l'avènement des semi-conducteurs et des nouveaux matériaux pour aimants permanents [1].

L'apparition d'aimants de plus en plus performants à base de terre-rares à provoqué un intérêt grandissant pour leur utilisation comme inducteurs des machines électriques alimentées par des convertisseurs statiques [2]. Plusieurs structures d'inducteurs pour machines synchrones à aimants sont envisageables. Cette diversité porte beaucoup plus sur la nuance d'aimants ainsi que sur leur disposition au niveau du rotor. Le choix entre ces différentes structures d'inducteurs est le plus souvent imposé par des contraintes technologiques et par la possibilité d'améliorer les performances en couple massique.

En Electrotechnique, il est nécessaire de connaître les champs magnétiques en régime stationnaire ou quasi-stationnaire créés par des sources (courants ou aimants) soit en tous points d'une machine, soit sur des frontières déterminées afin de pouvoir calculer des grandeurs locales et globales liées à la machine (inductions, couples,...).

Le modèle macroscopique de Maxwell conduit à des équations différentielles simples dans le domaine Electrotechnique mais leurs solutions analytiques ne peuvent être obtenues que dans de rares configurations.

Dans cet optique, un modèle d'étude a été développé. Il permet de déterminer l'influence des paramètres d'une machine à aimants permanents alimentée par de courants de forme d'onde trapézoïdale. Nous utilisons deux méthodes numériques de résolution.

Notre objectif est la mise au point de programmes de calcul numérique basé sur la méthode des équations intégrale de frontière (**MIF**) et la méthode des éléments finis (**MEF**) pour évaluer les performances d'une machine à aimantation radiale à rotor et stator lisses en fonctionnement synchrone autopiloté.

Dans le premier Chapitre, après avoir donné les caractéristiques générales des principaux matériaux pour aimants permanents, nous rappelons les différentes structures envisageables pour les inducteurs des machines synchrones à aimants permanents.

Au deuxième Chapitre, nous utilisons les équations du diffusion de champ pour aboutir à un modèle d'étude bidimensionnel. Nous présentons la méthode numérique "**MIF**" basée sur l'identité de Green utilisée pour la résolution de l'équation de "Poisson". Enfin, la dernière partie de ce Chapitre est consacrée à l'exploitation du programme pour une étude paramétrique des inductions et du couple en fonction de la variation des dimensions des aimants afin d'optimiser le prototype étudié.

Dans le troisième Chapitre, nous présentons et nous exploitons la "**MEF**" pour effectuer la même étude qu'au Chapitre précédent.

Le quatrième et dernier Chapitre porte sur la comparaison des résultats théoriques obtenus à l'aide des deux méthodes de résolution numérique utilisées avec une ouverture à la méthode hybride (MIF-MEF).

Chapitre

1

PRÉSENTATION DE LA
MACHINE SYNCHRONE
À AIMANTS PERMANENTS

CHAPITRE I

PRÉSENTATION DE LA MACHINE SYNCHRONE À AIMANTS PERMANENTS

I.1. INTRODUCTION

L'utilisation des matériaux magnétiques a largement évolué dans l'industrie moderne et dans les techniques de pointe [2].

Il existe maintenant une grande variété de matériaux pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont très diverses et, qui sont caractérisés par leurs principales propriétés magnétiques : à savoir l'induction rémanente B_r , le champ coercitif H_c , et le produit d'énergie $(-BH)_{\max}$ [1].

L'objectif de ce chapitre est de présenter les éléments essentiels des matériaux magnétiques rencontrés dans la construction des machines électriques. Nous donnons, ensuite un classement général de différentes structures des machines synchrones à aimants permanents sachant que notre travail porte sur une structure à pôles lisses. Enfin nous abordons quelques modes d'alimentations de ces machines à aimants.

I.2. MATERIAUX POUR AIMANTS

Les premiers aimants exploités furent les AlNiCo, aimants métalliques, viennent ensuite les ferrites qui sont des aimants peu coûteux. Les aimants à terres rares (S_mCo) et plus récemment (N_dFeB) ont fait leur apparition sur le marché ; ces aimants sont très appréciés chez par les constructeurs, car ils permettent une réduction importante du poids et de l'encombrement de la machine pour une même puissance, ils permettent d'avoir des couples volumiques et massiques élevés et ils autorisent des courants statoriques élevés [8, 9, 10].

I.2.1. PROPRIETES MAGNETIQUES À L'ECHELLE MACROSCOPIQUE DES MATERIAUX

Le physicien est intéressé principalement par des grandeurs microscopiques. L'Ingénieur de son côté, s'intéresse en premier lieu à des grandeurs macroscopiques.

Les propriétés des matériaux magnétiques peuvent être mises en évidence en les soumettant à un champ magnétique extérieur. Le champ résultant peut être, soit légèrement plus faible ou plus élevé que le champ magnétique original, soit beaucoup plus intense. On distingue trois catégories de substances : diamagnétiques, paramagnétiques, et ferromagnétiques [11, 2].

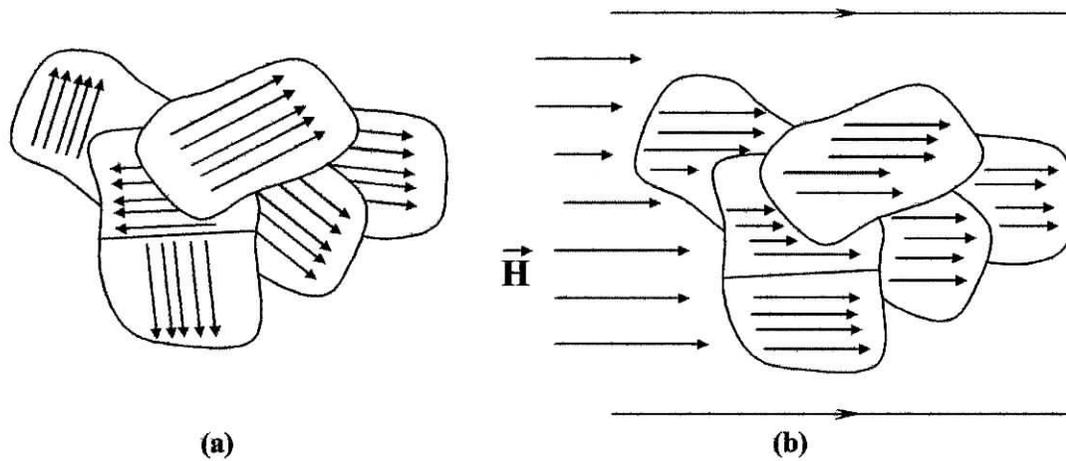
Les matériaux paramagnétiques : Ils s'aimantent faiblement dans le sens du champ magnétisant. Leur aimantation cesse dès que le champ magnétisant est supprimé, (Aluminium, Platine, et le Manganèse).

Les matériaux diamagnétiques : Ils s'aimantent faiblement dans le sens opposé au champ magnétisant. Leur aimantation cesse dès que le champ magnétisant est supprimé, (Cuivre, Zinc, Or, et Argent).

Une substance ferromagnétique soumise à l'influence d'un champ magnétique conserve une aimantation plus ou moins importante après disparition du champ extérieur (phénomène de rémanence). Un champ inverse est nécessaire pour la faire disparaître (phénomène de coercivité). Il existe une interaction des atomes qui forment des domaines au sein de cette substance. La variation d'aimantation avec le champ extérieur correspond alors à une réorientation de l'aimantation de ces divers domaines dans le sens du champ.

Les matériaux ferromagnétiques perdent leurs propriétés au-dessus d'une certaine température dite « point de Curie », ils se comportent ensuite comme des paramagnétiques aux températures supérieures mais retrouvent leurs propriétés quand la température descend en dessous du point de Curie.

Les "figures I. 1. (a) et (b)" illustrent le changement de structure macroscopique d'une substance ferromagnétique sous l'effet d'un champ extérieur.



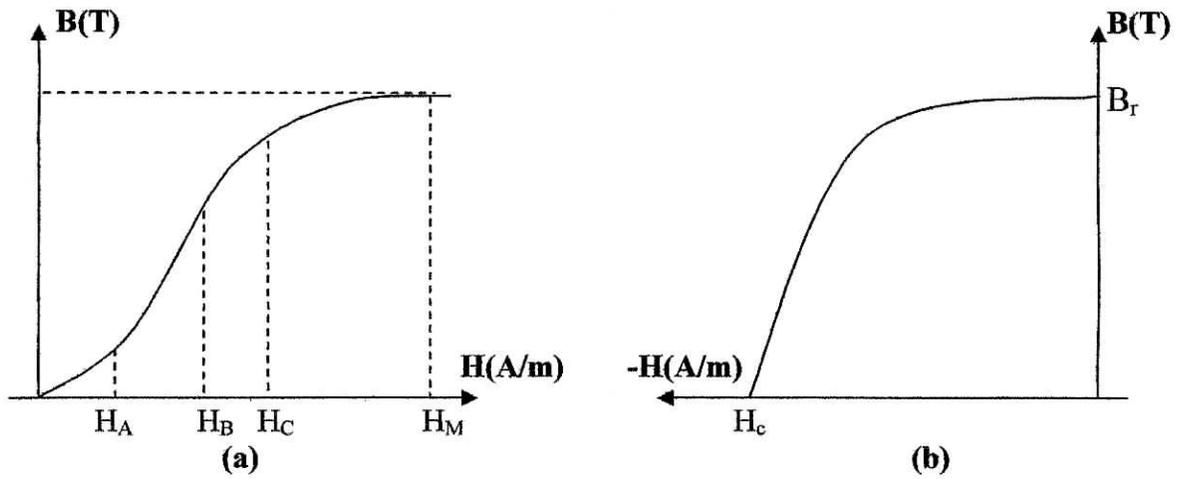
Figures I.1. Substance ferromagnétique [12].

L'effet globale est un alignement général des domaines de Weiss suivant la direction du champ d'excitation magnétique. Tout le matériau peut être assimilé à un grand dipôle magnétique qui produit lui-même une aimantation \vec{M} . L'induction magnétique \vec{B} et le champ magnétique \vec{H} sont régis par une relation de type :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{I. 1.})$$

L'induction \vec{B} , est liée au degré d'alignement des domaines de Weiss et dépend du champ d'excitation magnétique \vec{H} . Cependant lorsque tous les domaines sont alignés, une augmentation de \vec{H} ne se traduit pas nécessairement par un accroissement de \vec{B} , on dit alors que le matériau a atteint la saturation [2, 12].

Les "figures I. 2. (a). et (b).", représentent respectivement la courbe de première aimantation et de désaimantation d'un matériau ferromagnétique.



Figures I. 2. Courbe de première aimantation et de désaimantation [11].

La "Figure I. 2. (a)." montre, que pour un champ d'excitation compris entre 0 et H_A , l'aimantation est réversible. Si on supprime le champ H , et les dipôles magnétiques reprennent leur position initiale. Pour $H_A < H < H_B$, l'aimantation est irréversible. Si on augmente d'avantage H ($H > H_B$), on atteint la saturation. Si l'on diminue H après l'avoir fait croître jusqu'à H_M , la courbe de "retour" ne se superpose pas à celle de "l'aller". Pour un champ magnétique H nul, il existe une induction magnétique rémanente B_r . pour l'annuler, il faut appliquer un champ d'excitation de sens contraire appelé champ coercitif d'induction H_c .

Le cycle d'hystérésis représenté sur la "Figure I. 3." illustre la variation de l'induction en fonction de champ d'excitation (alternatif), d'une valeur maximale (H_m) à une valeur minimale ($-H_m$) et vice versa.

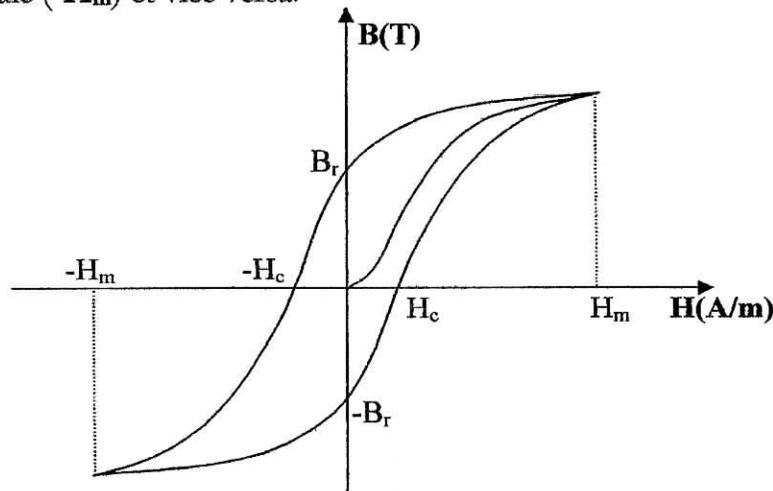


Figure I-3. Cycle d'hystérésis [11].

Les matériaux que l'on utilise pour leurs propriétés magnétiques peuvent se classer en deux grandes familles :

- ❖ les matériaux magnétiques « doux » : Ce sont des matériaux à haute perméabilité, et qui ne représentent des propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation extérieure. En raison de la faible valeur du champ coercitif, les pertes par hystérésis sont faibles. "Figure I. 4. a."
- ❖ les matériaux magnétiques « durs » : Ce sont des matériaux dotés d'un fort champ coercitif, d'une aimantation difficilement modifiable, et d'un large cycle d'hystérésis. Ce sont des matériaux utilisés pour les aimants permanents. "Figure I. 4. b."

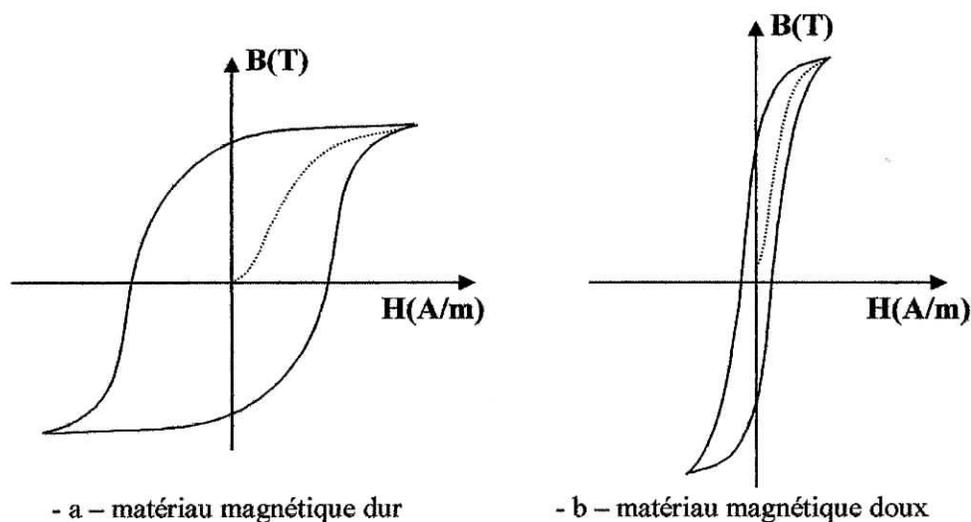


Figure. I. 4. Cycles d'hystérésis [13].

I.2.2. AIMANTS PERMANENTS

D'un point de vue magnétique, un aimant permanent est défini par un volume et une aimantation rigide \vec{M} en tout point de ce volume [11], Les aimants sont des matériaux magnétiques souvent utilisés pour leur capacité à créer eux-mêmes un champ magnétique sans consommation d'énergie électrique ni perte d'intensité sous certaines conditions d'utilisation appropriées. Il existe une très grande variété d'aimants. Ils se différencient essentiellement par la valeur de leur aimantation rémanente et par leur capacité à résister à la désaimantation, donnée par la valeur de leur champ coercitif.

I.2.2.1. PROPRIETES MAGNETIQUES

Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus principalement par le deuxième quadrant de ce cycle qui appelé courbe de désaimantation.

"Figure I. 2. (b)."

- ❖ l'induction rémanente B_r , c'est-à-dire l'induction résiduelle en circuit fermé; c'est une induction de la puissance potentielle de l'aimant.
- ❖ Le champ coercitif $-H_c$, qui est le champ démagnétisant annulant l'induction; plus sa valeur est élevée et plus l'aimant est stable.
- ❖ Le produit d'énergie volumique $-(BH)_{max}$, qui définit la valeur énergétique de l'aimant par unité de volume.

Ces trois paramètres principaux sont déterminants pour le choix de l'utilisateur, et le "Tableau I. 1." avec la "Figure I. 5." résumant les caractéristiques magnétiques des différents aimants.

I.2.2.2. AIMANTS UTILISES DANS LES MACHINES ELECTRIQUES

Si les propriétés magnétiques sont les principaux critères de choix des utilisateurs, il est aussi nécessaire de connaître pour un aimant son point de Curie ainsi que ses propriétés mécaniques.

L'industrie des aimants permanents offre plusieurs catégories de matériaux qui se différencient par les procédés de leurs obtentions. Ces procédés ont un effet direct sur leurs caractéristiques magnétiques et mécaniques. Ces différences conduisent, selon l'application, à un choix d'un type d'aimant qui résulte le plus souvent de certains critères technico-économiques [3].

Comme précisé ci-dessus, généralement, les matériaux pour aimants sont classés en trois grandes familles; les aimants métalliques, les ferrites et les terres rares.

I.2.2.2.A. LES AIMANTS METALLIQUES

Il existe plusieurs types d'aimants métalliques. Les plus intéressants pour être utilisés dans les machines électriques sont ceux du type alliages ALNICO (alliage Fer-Aluminium-Nickel Cobalt, dits TICONAL en France) [1]. Les ALNICO magnétiquement anisotropes, sont durs et fragiles. Leur induction rémanente B_r est relativement élevée ($\sim 1,28$ T), cependant la faible valeur de leur champ coercitif H_c (~ 50 kA/m), ce qui limite leur utilisation au niveau des machines électriques. Ils possèdent une aimantation qui reste constante même à des températures élevées [2, 3]. Ces aimants ne sont donc pas vraiment "permanents" [1].

I.2.2.2.B. FERRITES

Ce sont des matériaux frittés. Ils sont très sensibles aux contraintes mécaniques; ce qui pose un problème pour leur utilisation dans la construction des rotors des machines électriques. Les ferrites possèdent une induction rémanente B_r faible ($\sim 0,9$ T) et une bonne résistance à la désaimantation grâce à leur champ coercitif $-H_c$ assez élevé (~ 256 kA/m). Leur prix de revient, relativement bas, offre la possibilité d'envisager leur utilisation comme inducteurs de machines électriques.

I.2.2.2.C. LES AIMANTS À BASES DE TERRES RARES

Les terres rares sont les meilleurs matériaux pour aimants. Ils sont durs et leur cycle d'hystérésis est relativement large, leur champ coercitif est supérieur à celui des ferrites, ils ont également une perméabilité magnétique très voisine à celle de l'air "Tableau I. 1". Toutes ces caractéristiques, ajoutées à leur densité d'énergie très importante font que leur domaine d'utilisation devrait s'accroître, en particulier, pour la fabrication des machines à hautes performances [1, 3].

Type d'aimants	Induction Rémanente B_r (T)	Champ Coercitif $-H_c$ (kA/m)	Perméabilité Relative μ_r	Densité d'énergie $(BH)_{max}$ (kJ/m ³)
Ferrites	0.39	256	1.01	29.5
Alnico	1.28	50	3	49
SmCo	1.07	700	1	180
NdFeB	1.22	900	1.05	279

Tableau I. 1. Exemples de propriétés magnétiques des aimants [14].

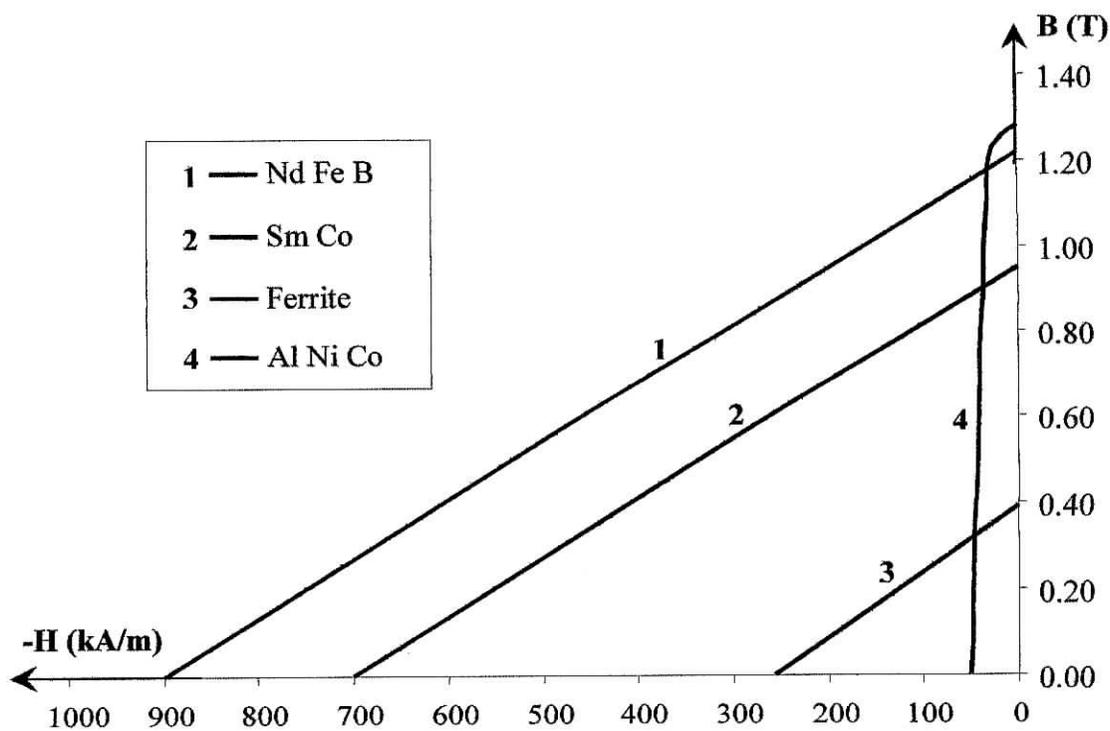


Figure I. 5. Courbes de désaimantation de différents aimants [14].

Parmi les matériaux terres rares utilisées pour exciter les machines électriques tournantes, on rencontre ceux du type Samarium Cobalt et ceux du type Fer-Neodyme-Bore.

I.2.2.2.C1. SAMARIUM COBALT (Sm Co)

Ils sont caractérisés par une induction rémanente assez élevée avec un champ coercitif intense. Leurs propriétés magnétiques sont peu sensibles à la variation de la température. Les moteurs à aimants du type ferrites sont moins coûteux que les moteurs à aimants du type SmCo mais les performances de ces derniers sont meilleures [1, 2].

I.2.2.2.C2. NEODYME-FER-BORE (N_dFeB)

A partir de 1985, les aimants à base de N_dFeB ont fait une entrée sur le marché mondial des aimants dominé par les ferrites [8]. Ce type d'aimant présente, par rapport, au SmCo un produit d'énergie $(-BH)_{max}$ plus important et un prix de revient plus bas [6]. Leur défaut majeur réside dans une sensibilité encore mal maîtrisée à l'élévation de la température qui est limitée à 150°C.

En général, les matériaux pour aimants sont utilisés dans différentes machines électriques indépendamment de leur nature, de leur alimentation et de leur taille.

I.2.2.3. EXCITATION PAR AIMANTS PERMANENTS

Afin de préciser les particularités d'une excitation par aimants permanents, on compare généralement deux circuits magnétiques élémentaires "Figure I. 6.". L'un est excité par un aimant de longueur "La" et d'aimantation " \overline{M} ", l'autre par une bobine de section de cuivre "a.b", parcourue par une densité de courant "J". on admet dans les deux cas que la perméabilité des pièces polaires est très importante et que les fuites magnétiques sont négligeables.

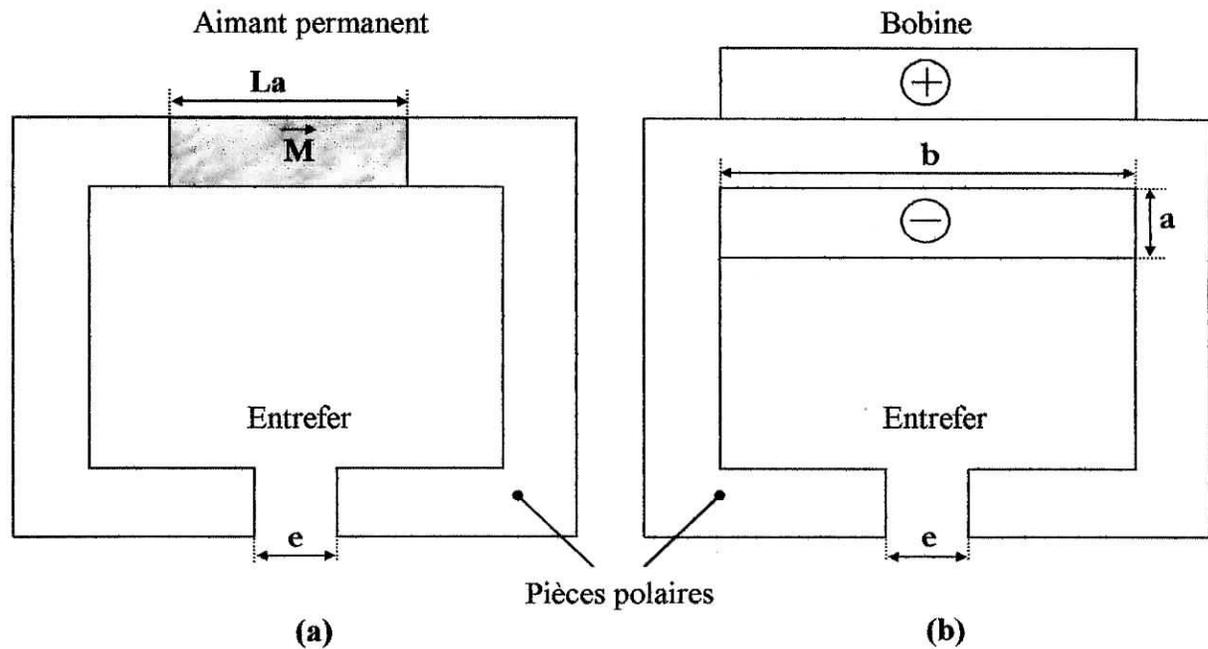


Figure I. 6. Particularités d'une excitation par aimant [12].

L'induction dans le circuit avec aimant et celle du circuit avec bobine sont respectivement :

$$B_{(a)} = M \frac{La}{(La + e)} \quad (\text{I. 2.})$$

Et

$$B_{(b)} = \mu_0 J \frac{a.b}{e} \quad (\text{I. 3.})$$

Si l'on décide de réduire homothétiquement toutes les dimensions des deux circuits, on constatera que l'induction dans l'entrefer du circuit avec aimant reste inchangée alors que celle du circuit avec bobine diminue. Pour maintenir l'induction au même niveau, il faut donc augmenter le courant, ce qui entraîne un échauffement et une difficulté pour loger les enroulements. L'excitation par aimant est surtout intéressante pour les machines de faible et de moyenne puissance.

L'excitation par aimants permanents, grâce à la facilité de positionnement et d'agencement dans les circuits magnétiques, permet de trouver plusieurs formes de structures aussi différentes les unes des autres dont quelques exemples sont cités ci-après. Les performances d'un système magnétique dépendent essentiellement de la stabilité de ce flux sous l'influence de facteurs divers tels que les champs démagnétisants. Un autre avantage de l'utilisation des aimants permanents pour la production de flux concerne la suppression des pertes par effet Joule qui sont d'autant plus élevées que la machine est de taille plus réduite [12].

I.3. STRUCTURES DES INDUCTEURS DES MACHINES SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS

Il existe une variété de structures des machines à aimants permanents. Cette diversité porte beaucoup plus sur la structure de leurs inducteurs.

On distingue principalement les machines à aimants sans pièces polaires et ceux dites avec pièces polaires.

Parmi ces deux catégories, un grand nombre de configurations sont envisageables [1]. Ces différentes possibilités dépendent de la nuance, du sens de l'aimantation, des formes géométriques des aimants et de leurs dispositions au niveau du rotor.

I.3.1. STRUCTURES SANS PIÈCES POLAIRES "LISSES"

Dans cette structure, les aimants en forme de "tuiles" sont montés sur la surface du rotor grâce à des frettes amagnétiques au niveau de l'entrefet. Ces aimants peuvent avoir une aimantation radiale "Figure I. 7.", tangentielle (azimutale) "Figure I. 8." Ou mixte "Figure I. 9."

Les paramètres qui influent sur les performances de ce type de machines sont le sens d'aimantation, l'épaisseur des aimants, leur ouverture sur un pas polaire, l'épaisseur

de l'entrefer, le type d'aimant utilisé, le mode d'alimentation adopté et la densité de courants statorique [1].

Les structures à rotor lisse se caractérisent par un entrefer magnétique important accentué par l'épaisseur des aimants et souvent par celle de la frette de maintien. Ces structures sont intéressantes pour un fonctionnement autopiloté car elles présentent une faible inductance de phase et une réaction d'induit réduite, ce qui avantage une commande plus simple [5].

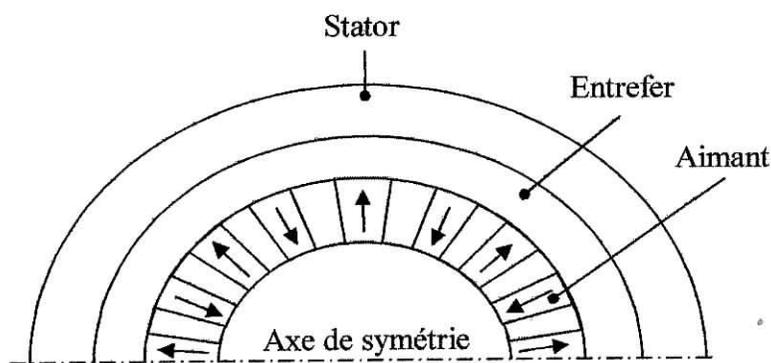


Figure I. 7. Structure d'inducteur à pôles lisses et à aimantation radiale [2].

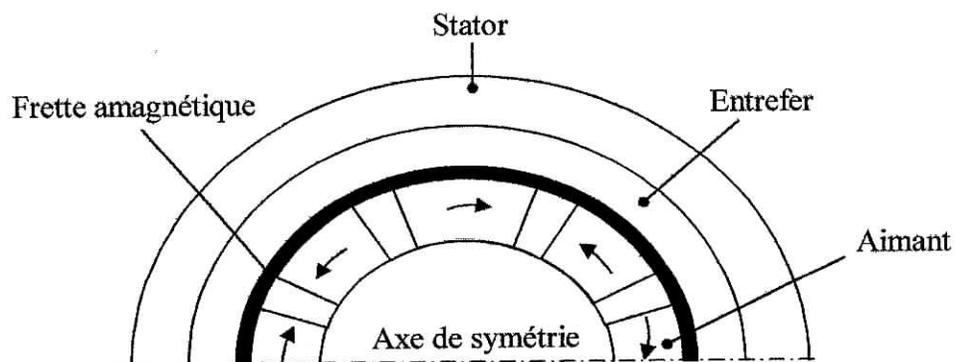


Figure I. 8. Structure d'inducteur à pôles lisses et à aimantation tangentielle [2].

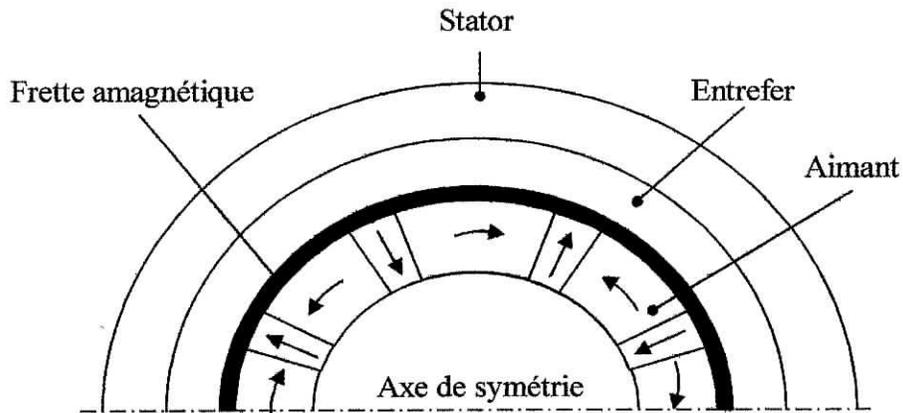


Figure I. 9. Structure d'inducteur à pôles lisses et à aimantation mixte [2].

I.3.2. STRUCTURES AVEC PIÈCES POLAIRES "SAILLANTS"

La saillance des machines synchrones à aimants permanents permet d'augmenter le couple maximal et d'améliorer leurs performances, tout en réduisant le volume des aimants. On peut obtenir plusieurs catégories d'inducteurs.

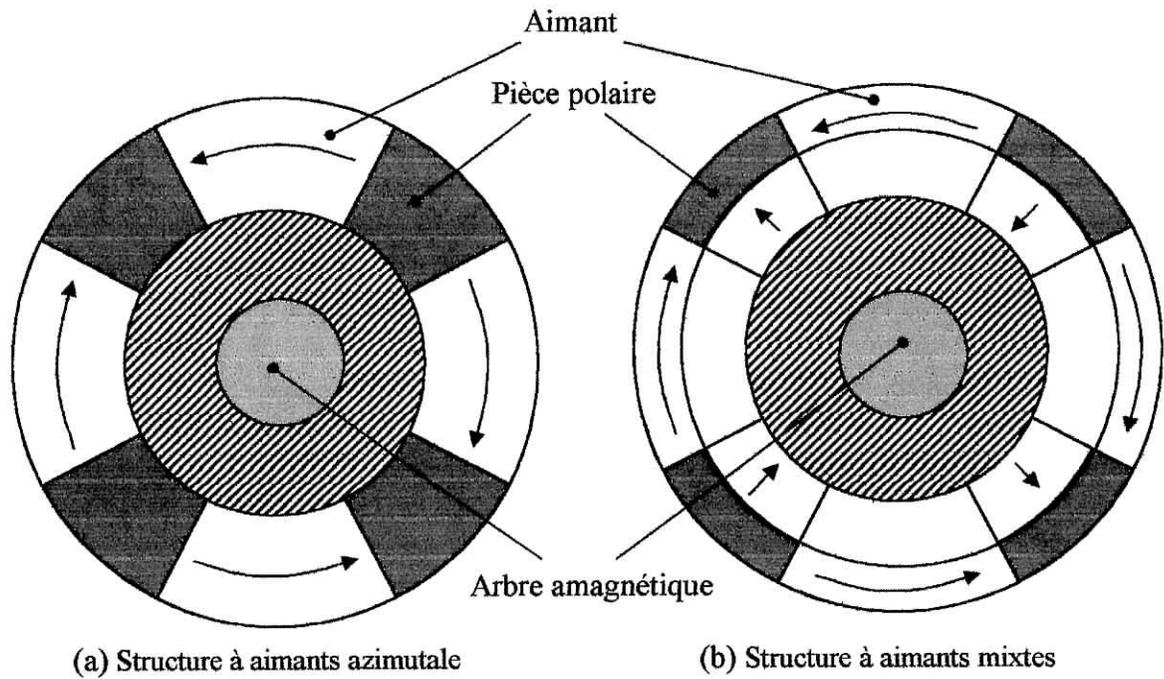
I.3.2.1. STRUCTURES AVEC PIÈCES POLAIRES ET CONCENTRATION DE FLUX

Elles permettent d'améliorer, le niveau de l'induction dans l'entrefer, donc le flux à vide et par conséquent le couple, grâce aux pièces polaires surtout pour les inducteurs constitués d'aimants présentant une faible induction rémanente "ferrites".

Il existe plusieurs catégories que l'on peut reconnaître par l'existence des pièces polaires et la disposition des aimants à l'intérieur du rotor "Figures I. 10. (a). (b).".

I.3.2.2. STRUCTURES AVEC PIÈCES POLAIRES SANS CONCENTRATION DE FLUX

Les aimants, généralement à aimantation radiale, sont placés sous des pièces polaires "Figure I. 11.", afin de diminuer l'entrefer magnétique dans le but d'améliorer les performances de la machine.



Figures I. 10. Structures d'inducteur avec pièces polaires et concentration de flux [4].

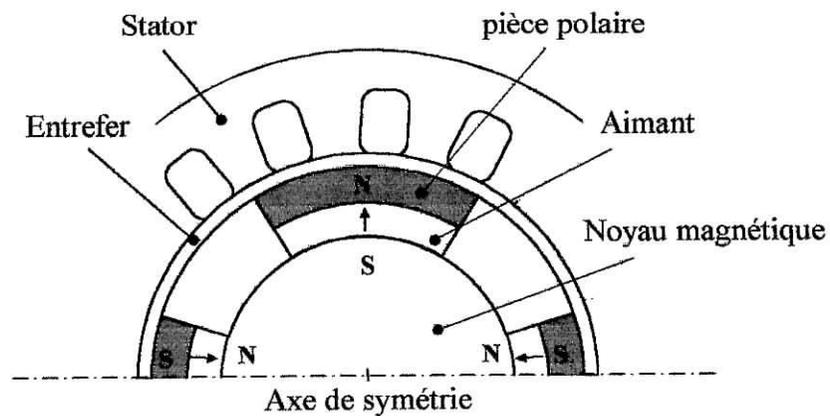


Figure I. 11. Structure d'inducteur avec pièce polaire sans concentration de flux [1].

I.3.2.3. STRUCTURES À AIMANTS INSERES DANS L'ARMATURE ROTORIQUE

Les aimants, à aimantation radiale, sont insérés entre les dents rotoriques et débouchant sur l'entrefer "Figure I. 12.". Ces structures permettent en principe d'accroître le couple et la gamme de vitesse comme elles permettent de réduire le volume d'aimant utilisé, donc le coût [1, 6].

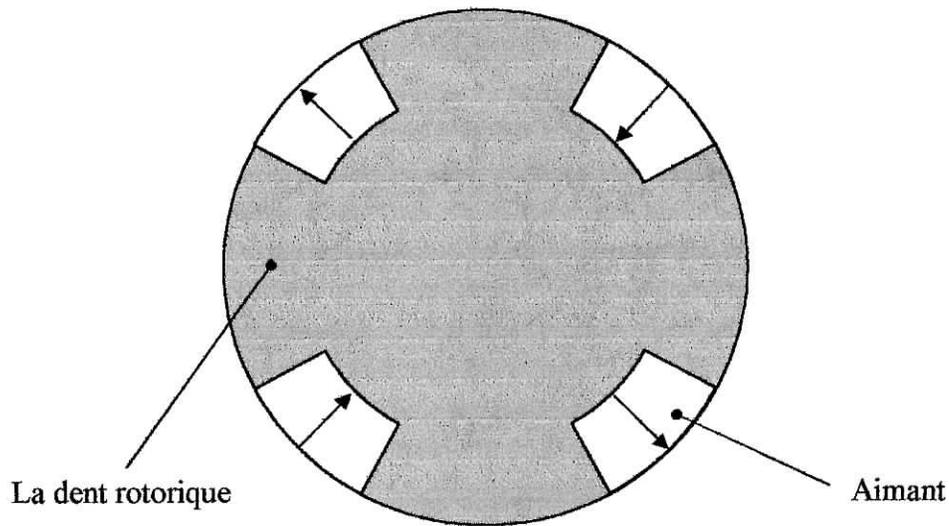


Figure I. 12. Structure d'inducteur à aimants insérés dans l'armature rotorique.

I.3.2.4. STRUCTURES À AIMANTS INTERNES

Ce sont des inducteurs à géométrie complexe. Les aimants sont encastrés dans le fer rotorique en dessous de la cage, posant des difficultés pour déterminer les réactances transversales et longitudinales. La robustesse mécanique de ces machines permet d'atteindre une grande vitesse de rotation par rapport aux structures citées ci-dessus. Cependant, ces structures présentent l'inconvénient du fer qui est largement saturé [8].

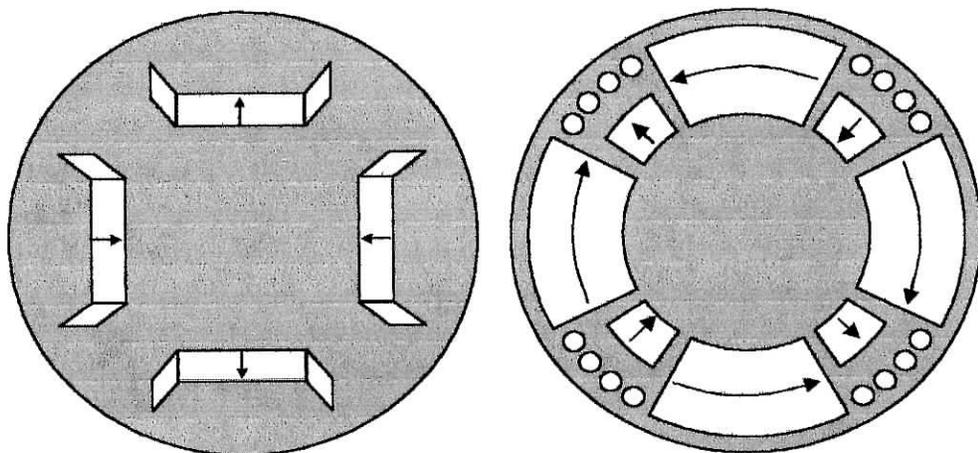


Figure I. 13. Exemples des structures d'inducteurs à aimants internes [2].

I.4. DIFFERENTS MODES D'ALIMENTATION DES MACHINES SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS

Actuellement la mise en œuvre de la variation de vitesse, dans le cas d'une machine alternative n'est envisageable qu'à partir d'une alimentation par convertisseur statique.

La machine synchrone à aimants permanents peut être alimentée en tension ou en courant suivant la grandeur qu'on impose à l'entrée de l'ensemble convertisseur-machine. Nous pouvons donc distinguer deux types de convertisseurs permettant de créer, à partir d'une source continue, une source alternative triphasée.

I.4.1. ALIMENTATION EN COURANT

A partir d'une source de courant continu, le convertisseur statique appelé commutateur, peut grâce à des séquences d'ouverture et de fermeture des interrupteurs, cheminer le courant dans les différents enroulements de la machine. La séquence de commutation des interrupteurs du convertisseur consiste donc, à assurer uniquement la tâche d'autopilotage.

Dans ce cas, les courants imposés dans les phases du moteur ont des enveloppes rectangulaires, le couple électromagnétique qui en résulte n'est pas constant.

Les courants imposés dans les phases du moteur ont, une amplitude fixée par le courant d'alimentation, une fréquence imposée par la vitesse de rotation de la machine et un déphasage " ψ " du courant par rapport à la force électromagnétique dépendant de l'information issue du capteur "Figure I. 14."

I.4.2. ALIMENTATION EN TENSION

Si la source d'énergie alimentant le convertisseur est une source de tension, les interrupteurs du convertisseur imposent aux bornes des enroulements de la machine, une tension, celle-ci a une amplitude fixée par la tension d'alimentation du convertisseur, une

fréquence liée à la vitesse de rotation de la machine et un déphasage " δ " par rapport à la force électromotrice dépendant de l'information issue du capteur "Figure I. 15."

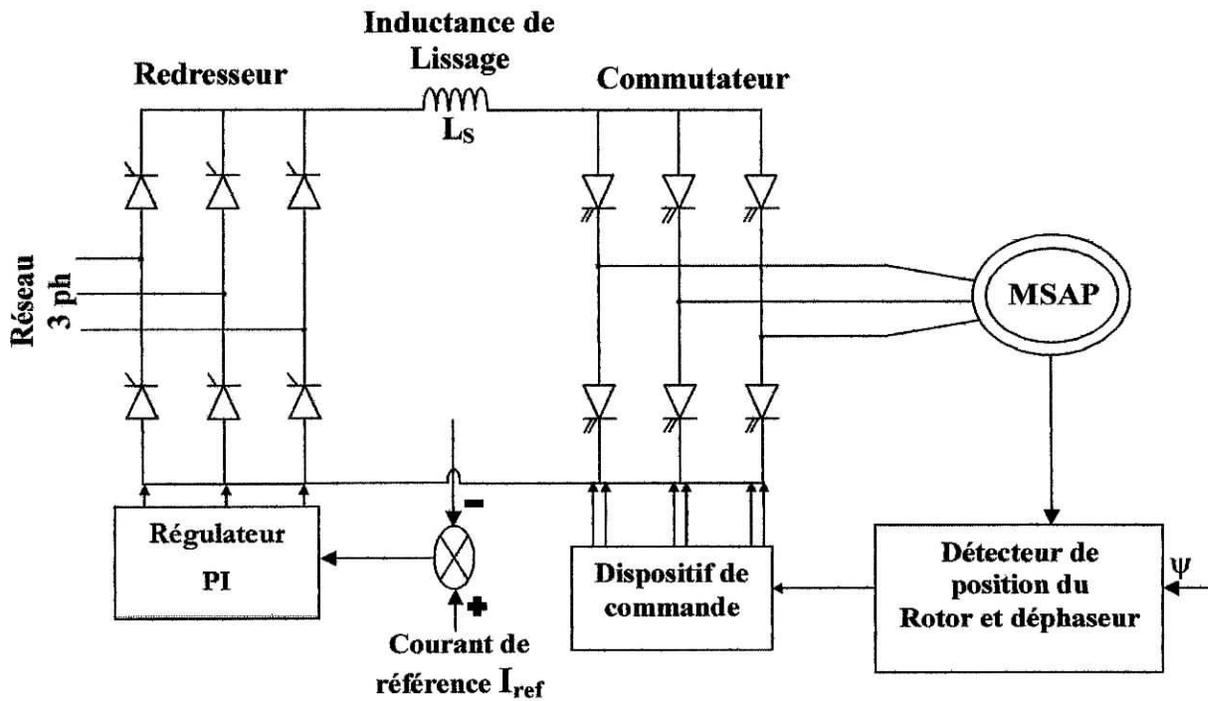


Figure I. 14. Principe de l'alimentation en courant de la MSAP par commutateur.

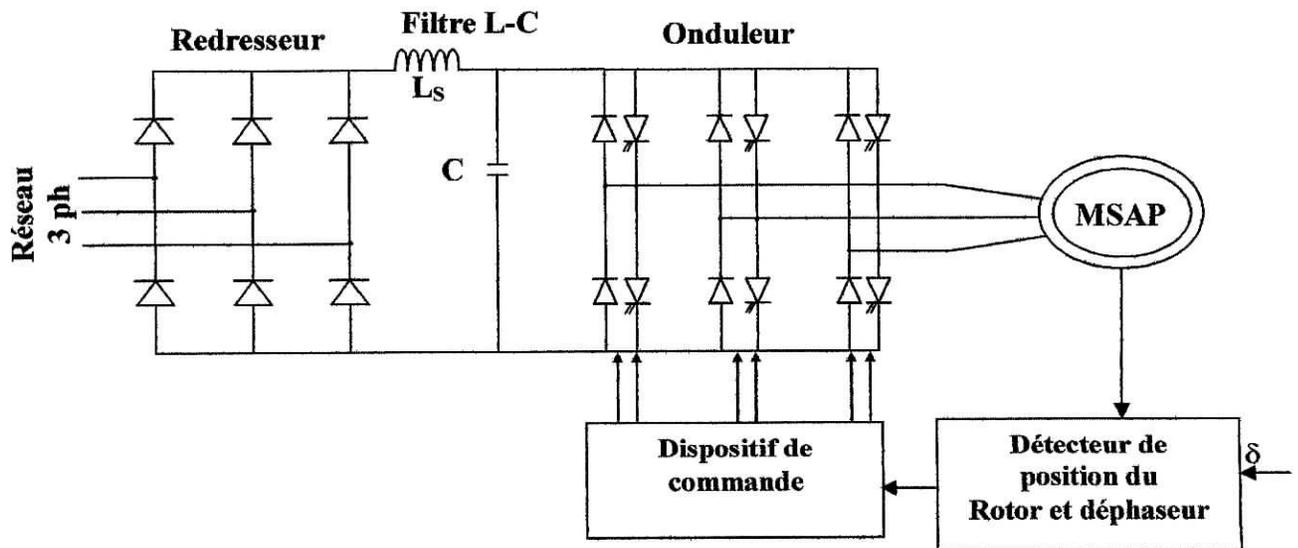


Figure I. 15. Principe de l'alimentation en tension de la MSAP par onduleur.

I.4.3. MACHINES SYNCHRONES EN FONCTIONNEMENT AUTOPILOTE

La machine synchrone autopilotée est un dispositif à vitesse variable dans le quel la fréquence d'alimentation du convertisseur statique est asservie à la vitesse de rotation de sorte que le synchronisme soit toujours assuré.

Cet asservissement, analogue à celui réalisé par l'ensemble balais-collecteur dans les machine à courant continu, est élaboré à partir d'un système de détection de la position du rotor. L'action d'autopilotage a lieu durant la génération des références de courants rectangulaires ou sinusoïdaux. L'amplitude de ces références est déterminée par la consigne " I_{ref} ", et leur phase est définie à partir de la position du rotor " Φ "; laquelle doit être ajoutée au déphasage de référence " ψ_{ref} " devant être imposé entre le courant et la force électromotrice "Figure I. 16".

L'alimentation pour un mode de fonctionnement synchrone autopiloté, englobe plusieurs variantes qui dépendent de la puissance, des caractéristiques de la machine (inductance, formes d'ondes de l'induction dans l'entrefer et fem induite) et de celles du convertisseur statique utilisé ainsi que de la technique de commande employée.

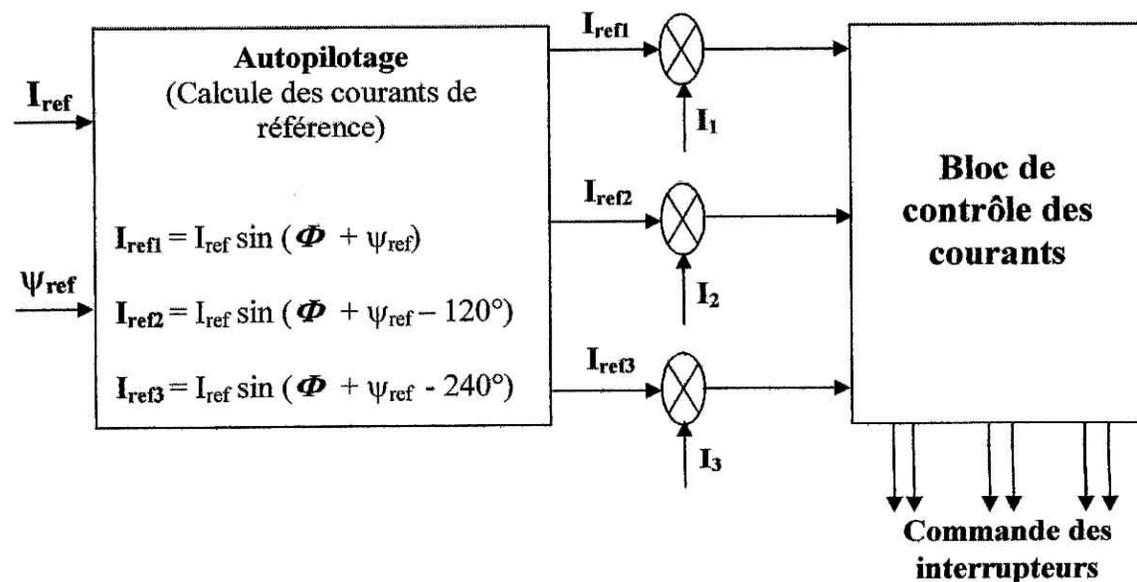


Figure I. 16. Dispositifs de commande [10].

I.5. CONCLUSION.

A des fin d'utilisation d'une machine synchrone à aimant (robotique, traction électrique etc...), ses performances sont définies par :

- ❖ les paramètres géométriques de la structure.
- ❖ Le type d'aimant qu'elle comporte.
- ❖ Le mode de son alimentation et de son type de commande.

Les machines synchrones à aimants permanents présentent plusieurs topologies de structures pour leurs inducteurs. La caractéristique principale de ces machines par rapport aux autres structures classiques est qu'elles présentent un couple massique très important. Néanmoins, ce couple important présente des ondulations, donc notre but est de rechercher les paramètres géométriques optimaux et une meilleure adaptation de l'alimentation en respectant le cahier de charges.

Nous proposons donc d'étudier une structure à aimantation radiale alimentée par un système triphasé de courants trapézoïdal. Nous cherchons à obtenir une **fem** de forme d'onde trapézoïdale par action sur les paramètres géométriques de la structure étudiée. Deux modèles numériques sont alors élaborés : Un modèle basé sur la Méthode Intégrale de Frontière (**MIF**) et un modèle basé sur la Méthode des Eléments Finis (**MEF**). Enfin nous comparons les résultats issus de ces modèles en prévision du modèle mixte.

Chapitre

2

**CALCUL ET DIMENSIONNEMENT
ELECTROMAGNETIQUE
EN UTILISANT LA M.I.F.**

CHAPITRE II

CALCUL ET DIMENSIONNEMENT

ELECTROMAGNÉTIQUE EN UTILISANT LA MIF

II.1. INTRODUCTION

Le calcul de la distribution du champ électromagnétique au niveau des machines électriques revient à résoudre des équations aux dérivées partielles obtenues à partir des équations de "Maxwell".

L'utilisation des méthodes basées sur le calcul numérique de champ pour les machines à aimants présente l'avantage de ne faire appel qu'à un minimum d'hypothèses simplificatrices. Ces méthodes constituent un outil efficace pour réaliser une étude paramétrique. Elles permettent en outre d'effectuer un dimensionnement géométrique.

Après un bref rappel des équations fondamentales de l'électromagnétisme, nous présentons dans ce chapitre un modèle d'étude bidimensionnel, utilisant la solution numérique basée sur la Méthode des équations Intégrale de Frontière (**MIF**) pour dimensionner la structure de la machine à rotor lisse, en fonctionnement synchrone à aimantation radiale.

II.2. EQUATION DE DIFFUSION DU CHAMP UTILISEE DANS NOTRE ETUDE

Le système d'équations fondamentales de la magnétostatique (machine synchrone), à fréquence industrielle, qui nous servira pour définir le modèle constitue les équations de Maxwell :

$$\overrightarrow{\text{rot}}H = \vec{J} \quad (\text{II. 1. a.})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II. 1. b.})$$

L'équation (II. 1. a.) est dite loi de Maxwell-Ampère. L'équation (II. 1. b.) représente l'équation de conservation de flux.

Nous complétons ces équations par la relation dite constitutives entre \vec{B} et \vec{H} qui décrivent les propriétés magnétiques du matériau considéré :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{II. 2.})$$

" μ " désigne la perméabilité du milieu .

Dans le vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, nous supposons que " μ " qui caractérise le matériau, est constante et indépendante du temps (grandeur scalaire).

La résolution du système (II. 1.) associé à l'équation (II. 2.) permet de décrire l'ensemble des phénomènes physiques liés à la structure étudiée. Afin de faciliter l'introduction des méthodes numériques, il est nécessaire de reformuler ces équations afin de ne plus avoir qu'une équation à résoudre.

II.2.1. FORMULATION UTILISANT LE POTENTIEL VECTEUR MAGNETIQUE

Toute méthode de résolution ne peut être raisonnablement appliquée qu'à une seule équation, faisant apparaître une seule inconnue, qui est un potentiel. La relation (II. 1. b) Permet d'écrire :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II. 3.})$$

Où \vec{A} est le potentiel vecteur magnétique.

A partir des équations précédentes nous déterminons le modèle mathématique suivant :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (\text{II. 4.})$$

En associant les conditions aux limites décrivant le problème physique étudié, la résolution de l'équation (II. 4.) fournit un potentiel magnétique \vec{A} . On choisit alors la jauge de Coulomb :

$$\text{div} \vec{A} = 0 \quad (\text{II. 5.})$$

II.2.2. CONDITIONS DE PASSAGE D'UN MILIEU A UN AUTRE

Le modèle à étudier se compose de différents milieux. Pour l'air et l'aimant, le champ n'a pas le même comportement et les équations qui gouvernent le modèle changent lorsqu'on passe d'un milieu à l'autre. La difficulté réside, en générale, au niveau de l'interface des deux milieux différents, car le saut des paramètres (σ , μ et ϵ) qui caractérisent les milieux implique le saut de certaines composantes du champ.

La détermination des conditions de passage aux interfaces entre milieux différents est basée sur la continuité de la composante normale \vec{B}_n (principe de la conservation de flux) et du saut de la composante tangentielle \vec{H}_n du champ qui égale au courant surfacique distribué sur l'interface considérée.

$$\diamond \text{ continuité de } B_n : \quad \vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{II. 6.})$$

$$\diamond \text{ discontinuité de } H_t : \quad \vec{n} \wedge \vec{H}_1 - \vec{n} \wedge \vec{H}_2 = \vec{J}_s \quad (\text{II. 7.})$$

Où \vec{n} représente la normale sortant orientée du milieu "1" vers le milieu "2", (vecteur unitaire).

En absence des courants superficiels, avec la jauge de Coulomb (II. 5.) les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\diamond \vec{n} \cdot (\vec{\text{rot}} A_1 - \vec{\text{rot}} A_2) = 0 \quad (\text{II. 8.})$$

$$\diamond \vec{n} \wedge \left(\frac{1}{\mu_1} \vec{\text{rot}} A_1 - \frac{1}{\mu_2} \vec{\text{rot}} A_2 \right) = 0$$

La deuxième équation de (II. 8.) donne :

$$\frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_1 - \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{\partial A_t}{\partial n} \right)_2 = \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial A_t}{\partial \tau} \right)_1 - \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{\partial A_t}{\partial \tau} \right)_2 \quad (\text{II. 9.})$$

Où " τ " représente la composante tangentielle.

Dans un problème bidimensionnel, toutes les grandeurs sont caractérisées par une invariance dans une direction donnée généralement suivant Oz (axe de rotation) [2].

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z(x, y) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z(x, y) \end{pmatrix} \quad (\text{II. 10.})$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \partial A_z / \partial y \\ -\partial A_z / \partial x \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_z \\ H_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II. 11.})$$

Dans ces conditions précédentes, l'équation de Poisson (II. 4.) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right] = J_s \quad (\text{II. 12.})$$

Dans le cas où il n'existe pas de courants superficiels J_s , on obtient l'équation de laplace.

$$\Delta A = 0 \quad (\text{II. 13.})$$

II.2.3. CONDITIONS AUX LIMITES

Les conditions aux limites associées au problème traité "Figure II.1." consistent à annuler \vec{A} sur les limites atteignant l'infinie ou l'énergie magnétique est supposée nulle et sur les axes de symétries magnétiques (condition de Dirichelet) [15].

La condition de Neumann $(\frac{\partial A}{\partial n}) = 0$ indique que les lignes d'inductions magnétiques sont orthogonales aux limites du domaine d'étude. Pour ce qui est de notre problème, les conditions aux limites varient selon le type d'induction à calculer. Cette condition permet de réduire le domaine d'étude sur un pas polaire.

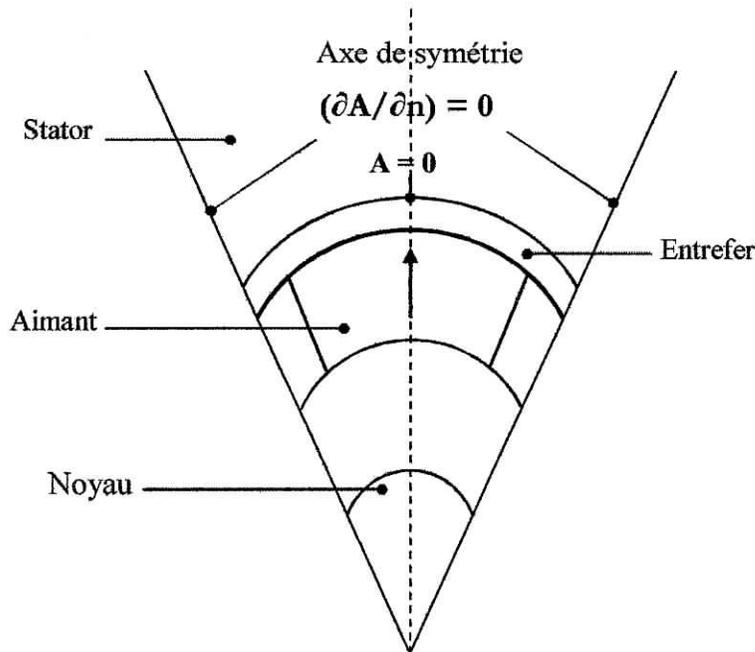


Figure II. 1. Modèle physique sur un demi pas polaire.

II. 3. PRESENTATION DU PROTOTYPE ETUDIE

La structure que nous nous proposons d'étudier est représentée de la " Figure II.2" : Elle est constituée d'un stator cylindrique en matériaux ferromagnétiques comprenant un enroulement triphasé classique, les bobines sont logées dans des encoches. L'entrefer est toutefois supposé lisse.

D'un rotor lisse en matériaux ferromagnétiques sur lequel sont fixés des aimants généralement en forme de " tuile" qui n'occupent pas nécessairement un pas polaire et peuvent être séparés par des pièces amagnétiques. Ces aimants, à base de terres-rares, sont constitués par des barreaux élémentaires.

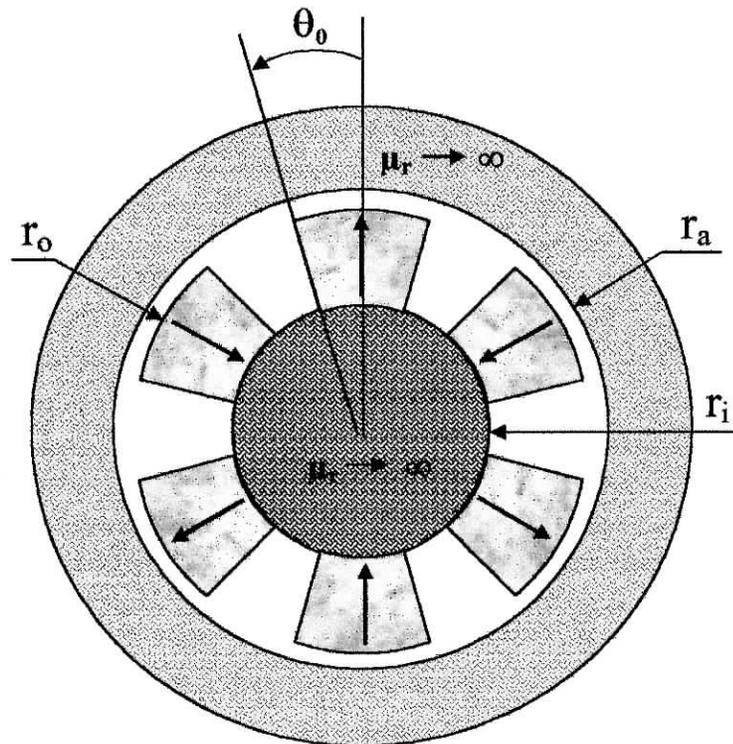


Figure II. 2. Structure d'une machine synchrone à aimantation radiale à rotor lisse.

Les notations adoptées pour les différentes grandeurs de la structure définie ci-dessus sont :

θ_0 : demi ouverture de l'aimant.

r_o : rayon externe du rotor.

r_i : rayon interne du rotor.

r_a : rayon d'alésage du stator.

II.4. MODELE D'ETUDE

Avant d'effectuer un calcul électromagnétique dans le cas d'une machine électrique, on va adopter certaines hypothèses simplificatrices toutefois concordantes avec l'objectif visé. Nous décrivons brièvement le modèle des aimants, les enroulements statoriques et enfin le choix des repères.

II.4.1. HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Pour pouvoir traiter le problème posé, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- ❖ Le phénomène dû à l'effet de peau est négligé.
- ❖ La perméabilité du fer (statorique et rotorique) est très importante ($\mu_{\text{fer}} \rightarrow \infty$).
- ❖ Nous supposons que la structure est infiniment longue dans la direction (O_z) perpendiculaire au plan (xOy). Cette hypothèse fréquemment utilisée pour qu'on puisse négliger les effets d'extrémités (modèle bidimensionnel).

Nous travaillerons donc dans un plan radial. A cet effet le potentiel vecteur \vec{A} qui, dans ce cas, a une seule composante suivant l'axe Oz .

En utilisant les coordonnées cartésienne (x, y) et polaires (r, θ), les inductions s'en déduisent par :

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A(x, y)}{\partial y} & \text{et} & & B_y &= -\frac{\partial A(x, y)}{\partial x} \\ B_r &= \frac{\partial A(r, \theta)}{r \partial \theta} & \text{et} & & B_\theta &= -\frac{\partial A(r, \theta)}{\partial r} \end{aligned} \quad (\text{II. 14.})$$

Le potentiel magnétique vecteur \vec{A} est la résultante du potentiel vecteur créé séparément par les aimants et par les courants statoriques. Chaque source est représentée par un modèle approprié.

II.4.2. MODELE DES AIMANTS

Les aimants permanents modernes se comportent pratiquement comme des aimants parfaits (aimantation rigide et uniforme) ainsi qu'une perméabilité pratiquement égale à celle du vide ($\mu \# \mu_0$) [8].

Chaque aimant présente une aimantation \vec{M} radiale avec $\text{rot } \vec{M} = 0$, ceci suggère sensiblement que le flux de \vec{M} est conservatif ($\text{div } \vec{M} = 0$), l'aimantation varie donc en $\frac{1}{r}$, on écrira donc :

$$M(r) = M \cdot \frac{r_m}{r} \quad (\text{II. 15.})$$

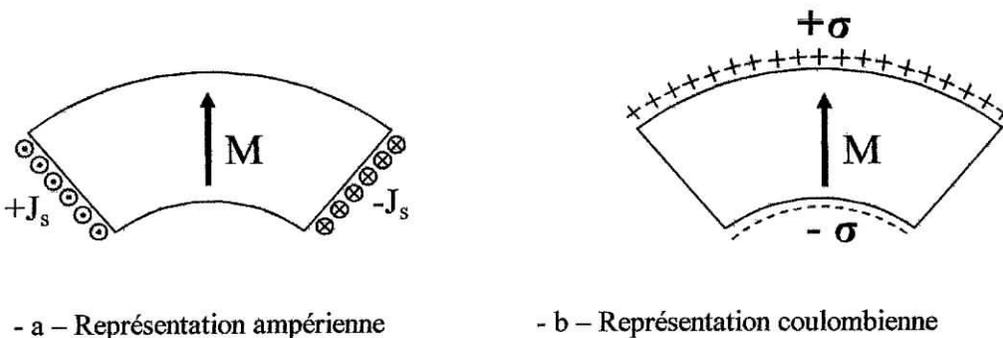
Avec " r_m " : rayon moyen défini par $r_m = \frac{(r_0 + r_i)}{2}$, " M " est la valeur de l'aimantation au niveau du rayon " r_m ".

Les aimants sont généralement représentés, soit par le modèle Ampérien ou par le modèle coulombien.

A. REPRESENTATION AMPERIENNE

Puisque $\overline{\text{rot}} \vec{M} = 0$, l'induction $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ produit par les aimants est équivalente à celle produite par les courants de densité superficielle " J_s ", situés sur les flancs des aimants (aimantation radiale). "Figure II. 3. a."

$$\vec{J}_s = \vec{n} \wedge \vec{M} \quad (\text{II. 16.})$$



- a - Représentation ampérienne

- b - Représentation coulombienne

Figure II. 3. Modèle des aimants [8].

B. REPRESENTATION COULOMBIENNE.

Puisque $\overline{\text{div}} \vec{M} = 0$, le champ magnétique produit par les aimants, est équivalent à celui produit par des masses magnétiques " σ_s " distribuées sur la surface interne et externe d'aimants (aimantation radiale). "Figure II. 3. b."

$$\sigma_s = \vec{n} \cdot \vec{M} \quad (\text{II. 17.})$$

Pour notre structure, nous adoptons le modèle ampérien pour le calcul du potentiel vecteur magnétique créé par les aimants.

II.4.3. MODELE DES COURANTS STATORIQUES

Dans le plan de la section transversale de la machine, chaque encoche présente une section de la forme géométrique donnée. L'encoche est creusée dans le matériau ferromagnétique du stator et débouche sur l'entrefer par une ouverture " ϵ ".

Nous remplaçons les conducteurs de l'enroulement statorique par un seul conducteur de section égale à celle de l'encoche (supposée rectangulaire) et parcouru par une densité uniforme, placée au droit de l'isthme d'encoche "Figure II. 4. a."

En adoptant l'hypothèse d'un stator lisse et celle d'une perméabilité des pièces ferromagnétiques très grande, on assimile les courants statoriques à des densités linéiques, réparties le long d'un mur ferromagnétique " Figure II. 4. b." :

$$J_s = \frac{NI}{\epsilon} \quad (\text{II. 18.})$$

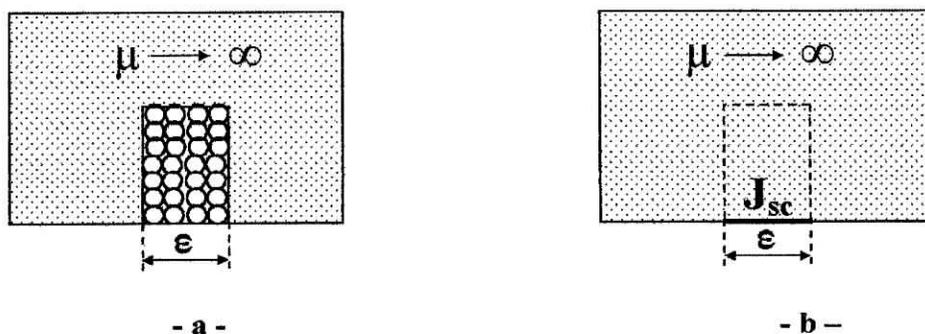


Figure II. 4. Modèle des courants statoriques.

II.4.4. CHOIX DES REPERES

Le choix de l'axe origine doit être fait de telle sorte à trouver une symétrie géométrique. A cet effet, l'axe origine, lié au rotor, correspond à l'axe Nord-Sud d'un aimant d'aimantation radiale. L'axe origine, lié au stator, est l'axe de symétrie des encoches alimentées par des courants positifs (dirigé suivant l'axe Oz) "Figure II.5."

Un point est repéré par (θ) dans le référentiel du rotor et par (θ') dans celui du stator de sorte que :

$$\theta = \theta' + \delta \quad (\text{II. 19.})$$

Où δ représente la position angulaire du rotor par rapport à celui du stator, elle varie sur un intervalle de $\frac{\pi}{3p}$ degrés électrique dans le cas d'un fonctionnement autopiloté.

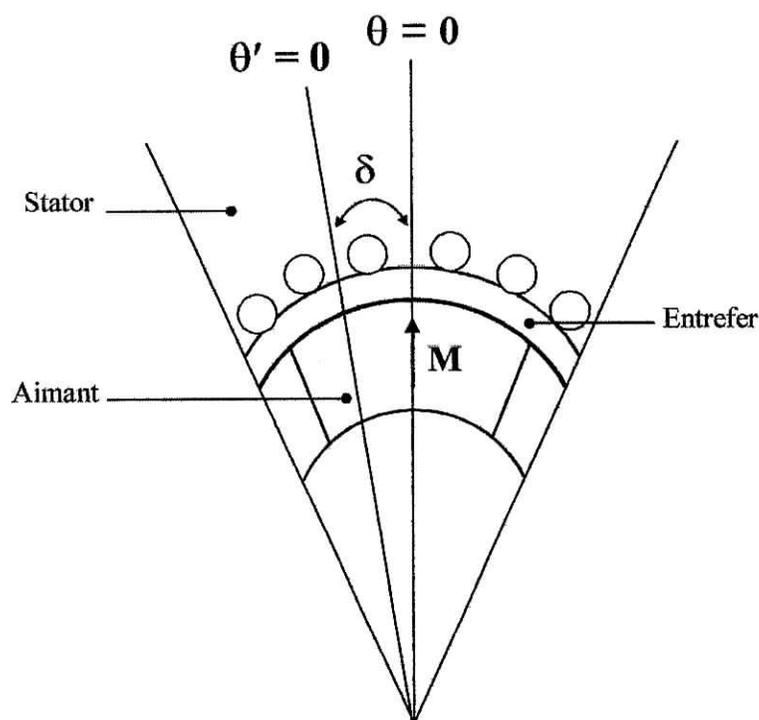


Figure II. 5. Choix des origines.

II.4.5. CALCUL DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE

Le couple électromagnétique développé par la structure étudiée peut être déterminé en utilisant le moment de la force de Laplace, dû à la composante " $H_\theta \cdot B_n$ " du tenseur des contraintes de Maxwell. Pour une machine cylindrique de longueur utile " L_u " et de rayon d'alésage " r_a ", le couple développé au niveau de la surface statorique entourant l'entrefer est donné par :

$$\Gamma = 2 \cdot p \cdot L_u \cdot r_a \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} H_\theta \cdot B_n \cdot d\theta \quad (\text{II. 20.})$$

La continuité de la dérivée normale du potentiel vecteur en ($r = r_a$) permet d'écrire :

$$H_\theta = -J_{sc}(p\theta') \quad (\text{II. 21.})$$

Où " J_{sc} " étant la densité superficielle de courants équivalente aux courants statoriques. Selon l'hypothèse d'un stator et d'un rotor lisses, le couple n'est engendré que par l'interaction des deux sources aimants-courants statoriques.

II.5. METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE

Les méthodes numériques utiles à l'Ingénieur sont nombreuses. Nous avons donc choisi de présenter ici une méthode de résolution numérique du modèle de la structure étudiée.

II.5.1. EQUATIONS INTEGRALES BASEES SUR L'IDENTITE DE GREEN.

Pour transformer l'équation de poisson (II. 12.) obtenue précédemment, ainsi que les conditions aux limites en une équation intégrale, on utilise la formulation basée sur l'identité de Green [17].

$$\iint_S (A \Delta A - G \Delta A) = \int_L \left(A \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial A}{\partial n} \right) dL \quad (\text{II. 22.})$$

Où \vec{n} représente la normale

G est la fonction de Green.

A est le potentiel vecteur.

II.5.1.1. FONCTION DE GREEN

Nous avons vu que le calcul de l'équation de diffusion du champ peut être ramené à la résolution dans le plan des équations de type $\Delta A = F$. Ou "F" est un vecteur représentant l'excitation, dans le cas où il n'existe pas ($F = 0$), nous aurons $\Delta A = 0$.

En utilisant la fonction de Green, notre but est de chercher la solution à l'équation :

$$\Delta G(P, Q) = \delta(r_{PQ}) \quad (\text{II. 23.})$$

Où "P" est le point fixe et "Q" le point courant.

La fonction "G (P, Q)" correspond au potentiel créé par une source ponctuelle au point "Q". l'opération de dérivation s'effectue au point "P". cette fonction ne dépend que de la distance $r = |PQ|$. Elle vaut en deux dimensions :

$$G(P, Q) = -\frac{1}{2\pi} \ln r_{PQ} \quad (\text{II. 24.})$$

D'après l'équation (II. 23.), "ΔG" n'est définie que pour tout point "P" différent de Q dans tout l'espace excluant un contour de rayon "ε" autour du point "P" :

$$\Delta G(P, Q) = 0 \quad (\text{II. 25.})$$

L'équation (II. 22.), en tenant compte de l'équation $\Delta A = F$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \iint_S G F dS &= \int_L \left[A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n} \right] dL \\ &+ \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_L \left[A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n} \right] dL \end{aligned} \quad (\text{II. 26.})$$

Où "ε" est le contour entourant le point "P".

L'équation (II. 29.) est définie dans un plan (Ω) "Figure II.6." limité par une frontière "L" avec :

$\frac{\partial A}{\partial n}$ qui est donnée sur L_1 . A est donnée sur L_2 et $L_1 \cup L_2 = L$

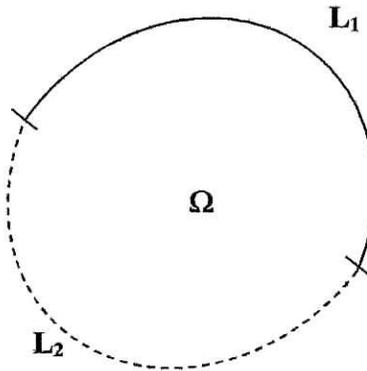


Figure II. 6. Définition d'un domaine Ω .

Deux cas sont alors considérés [2] [voir : annexe AI].

II.5.1.2. POTENTIEL VECTEUR CREE PAR LES AIMANTS DU PROTOTYPE ETUDIE

Dans le domaine délimité par le contour fermé [a, b, c, d] "Figure II. 7.", on est amené à résoudre l'équation de Poisson $\Delta A = -\mu_0 J_s$. Le potentiel vecteur "A" créé par l'aimant admet les densités superficielles J_s comme sources [voir : paragraphe II.4.2.A]. La formulation intégrale de l'équation de Poisson est donnée par l'expression suivante :

$$C(P).A(P) = \iint_S G(P,Q).J_{ex} dS + \int_L [G(P,Q).\frac{\partial A(Q)}{\partial n} - A(Q).\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n}] dL \quad (II. 27.)$$

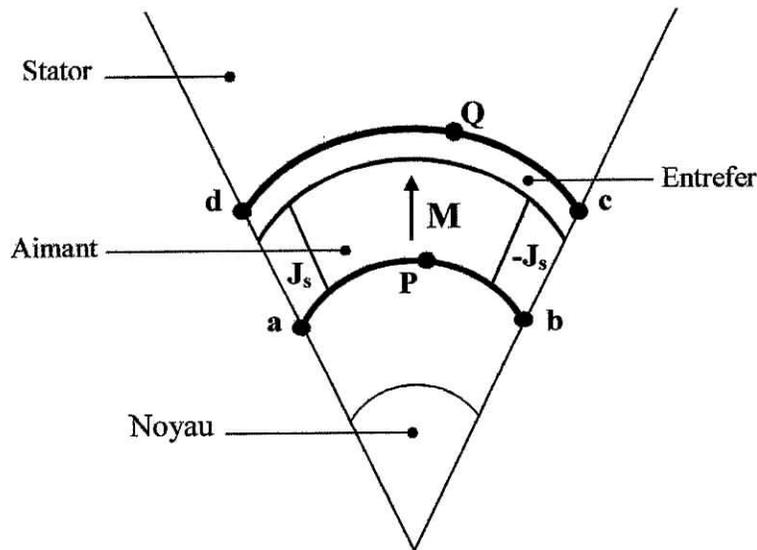


Figure II.7. Domaine d'étude.

II.5.2. TECHNIQUE DE RESOLUTION

Nous avons montré que les équations de diffusion du champ dans un domaine "Ω" se ramènent à des équations intégrales de frontière sur un contour "L" entourant le domaine "Ω". A l'exception de quelques géométries simples, la résolution analytique est impossible. Le recours à des techniques d'approximation de cette solution est alors nécessaire.

II.5.2.1. EQUATIONS INTEGRALES DE FRONTIERE REGULIERES

Lorsque le point fixe "P" est sur la frontière "L" "Figure II.7." et que le point courant "Q" s'approche de celui-ci, le noyau de l'intégrale devient singulier. L'emploi d'une méthode d'intégration numérique nécessite, si on prend "P" hors du domaine considéré, que le coefficient (C(p) = 0) . Nous obtenons l'équation :

$$\int_L (G \cdot \frac{\partial A}{\partial n} - A \cdot \frac{\partial G}{\partial n}) dL = 0$$

Cette équation est alors une intégrale de frontière régulière.

II.5.2.2. RESOLUTION DE L'EQUATION INTEGRALE

La relation (II. 27.) montre que nous aboutissons à des équations intégrales de "Fredholm" de deuxième espèce de la forme [7] :

$$f(x) = \lambda \int_a^b K(x, y).f(y)dy + g(x) \quad (\text{II. 28.})$$

"K(x, y)" est le noyau de l'équation intégrale, "g(x)" une fonction donnée (pour notre cas celle de Green) et "f(x)" la fonction inconnue (potentiel vecteur magnétique "A").

Deux méthodes sont particulièrement utilisées pour l'approximation de ces intégrales :

- ❖ la méthode des approximations successives, qui nous permet de calculer une série de fonctions approchées (f_n) par :

$$f_n(x) = \lambda \int_a^b K(x, y).f_{n-1}(y)dy + g(x) \quad (\text{II. 29.})$$

- ❖ la méthode numérique avec résidus pondérés et des éléments finis de frontières. L'intégrale est approximée par une formule de quadrature numérique et les équations intégrales sont discrétisées sur un ensemble fini d'éléments du domaine.

Cette dernière est celle que nous allons utiliser pour notre cas d'étude.

II.5.2.3. DISCRETISATION NUMERIQUE

Les principes de la résolution numérique avec des éléments de frontière consistent à discrétiser les équations intégrales associées, c'est-à-dire à rechercher leur solution en un certain nombre de nœuds définis dans le domaine d'étude.

A. DECOUPAGE EN ELEMENTS FINIS

L'évaluation des intégrales de frontières ne nécessite que la connaissance géométrique des frontières des domaines. Celles-ci sont découpées en éléments finis isoparamétriques de type linéaire [2] "Figure II. 9."

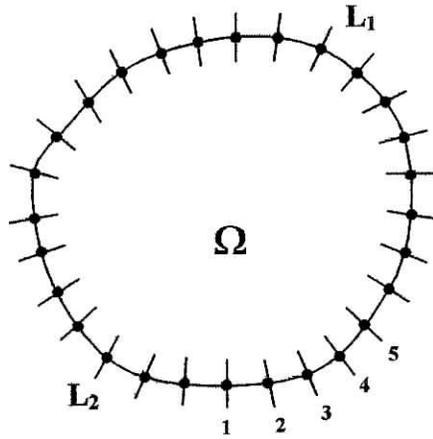


Figure II. 8. Discretisation du domaine en éléments linéaires.

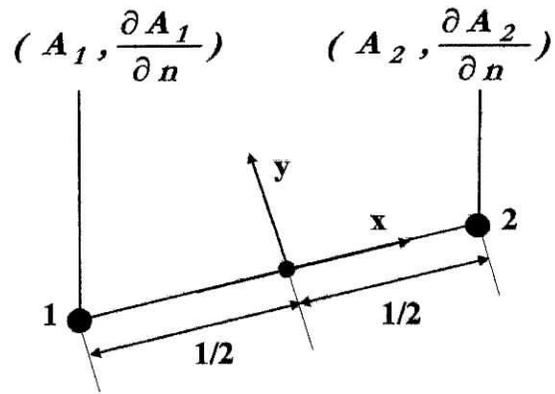


Figure II. 9. Modèle isoparamétrique de l'élément.

Une fonction de base d'interpolation permet de définir les coordonnées locales des éléments à partir de leurs coordonnées cartésiennes :

$$x_i(\xi) = N_i(\xi).x_i \quad \text{Avec "}\xi\text{" varie de -1 à 1.}$$

Les grandeurs physiques sont approximées par les mêmes fonctions de base :

$$F(\xi) = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi).F_k \quad \text{(II. 30.)}$$

Lors de ce découpage en éléments finis, des singularités géométriques apparaissent lorsque le domaine présente des points anguleux, ce qui rend la valeur de $\frac{\partial A}{\partial n}$ indéfinie.

Pour notre cas, la solution pour laquelle nous avons opté consiste à prendre pour valeur de cette normale au nœud singulier, la résultante des normales aux points réguliers voisins. Le nœud est alors traité comme un point régulier.

B. DISCRETISATION NUMERIQUE DE L'EQUATION INTEGRALE

L'équation intégrale s'exprime comme étant la somme des intégrales sur chacun des éléments d'un maillage. En prenant comme exemple la relation (II. 30.) obtenue à partir du modèle de la machine à aimantation radiale, l'équation de poisson s'écrit :

$$C_i.A_i + \iint_{\Omega} G.J_{ex}dS = \sum_{j=1}^n \frac{\partial A_j}{\partial n} \int_L GdL - \sum_{i=1}^n A_i \int_L \frac{\partial G}{\partial n} dL \quad \text{(II. 31.)}$$

Où i et j représentent respectivement les nœuds des points "P" et "Q" définis ci-dessus.

En posant $\iint_{\Omega} G J_{ex} dS = B_i$, l'équation (II. 31.), sous forme matricielle, s'écrit :

$$C_i \cdot A_i + B_i + \sum_{j=1}^n \hat{H}_{ij} A_j = \sum_{j=1}^n \hat{G}_{ij} \frac{\partial A_j}{\partial n} \quad (\text{II. 32.})$$

Où \hat{H}_{ij} et \hat{G}_{ij} sont des matrices carrées obtenues par intégration numérique en utilisant la méthode de Gauss.

$$\hat{H}_{ij} = \int_{ij} \frac{\partial G}{\partial n} dL \quad (\text{II. 33. a.})$$

$$\hat{G}_{ij} = \int_{ij} G dL \quad (\text{II. 33. b.})$$

C. INTEGRATION NUMERIQUE

Pour l'évaluation de l'intégrale sur un élément donné, on utilise une formule d'intégration de Gauss :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n \omega_i f(\xi_i) \quad (\text{II. 34.})$$

où "n" est l'ordre de l'intégrale, " ω_i " et " ξ_i " sont respectivement les poids et les coordonnées locales des poids spécifiques de cette intégration.

D. CONSTITUTION DU SYSTEME LINEAIRE

Après discrétisation des équations intégrales, nous obtenons deux inconnues par point (A et $\frac{\partial A}{\partial n}$). Pour chacun des points éléments de frontière, on écrit une équation associée aux conditions aux limites, un système linéaire d'équations est établi sous la forme :

$$B + H \cdot A = G \frac{\partial A}{\partial n} \quad (\text{II. 35.})$$

En effectuant un arrangement pour les matrices "H" et "G", et en tenant compte des conditions aux frontières pour le potentiel magnétique vecteur et pour sa dérivée normale, on obtient l'équation matricielle finale :

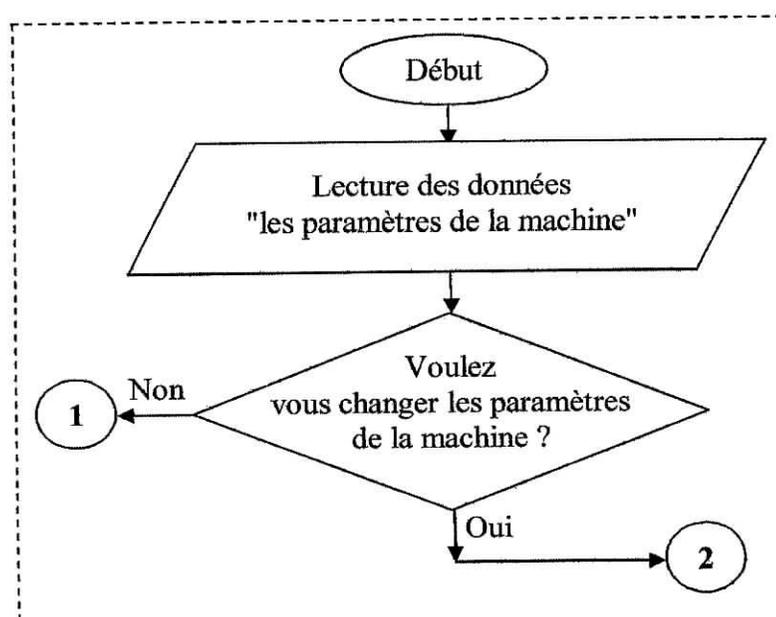
$$[S]\{A\} = \{F\} \quad (\text{II. 36.})$$

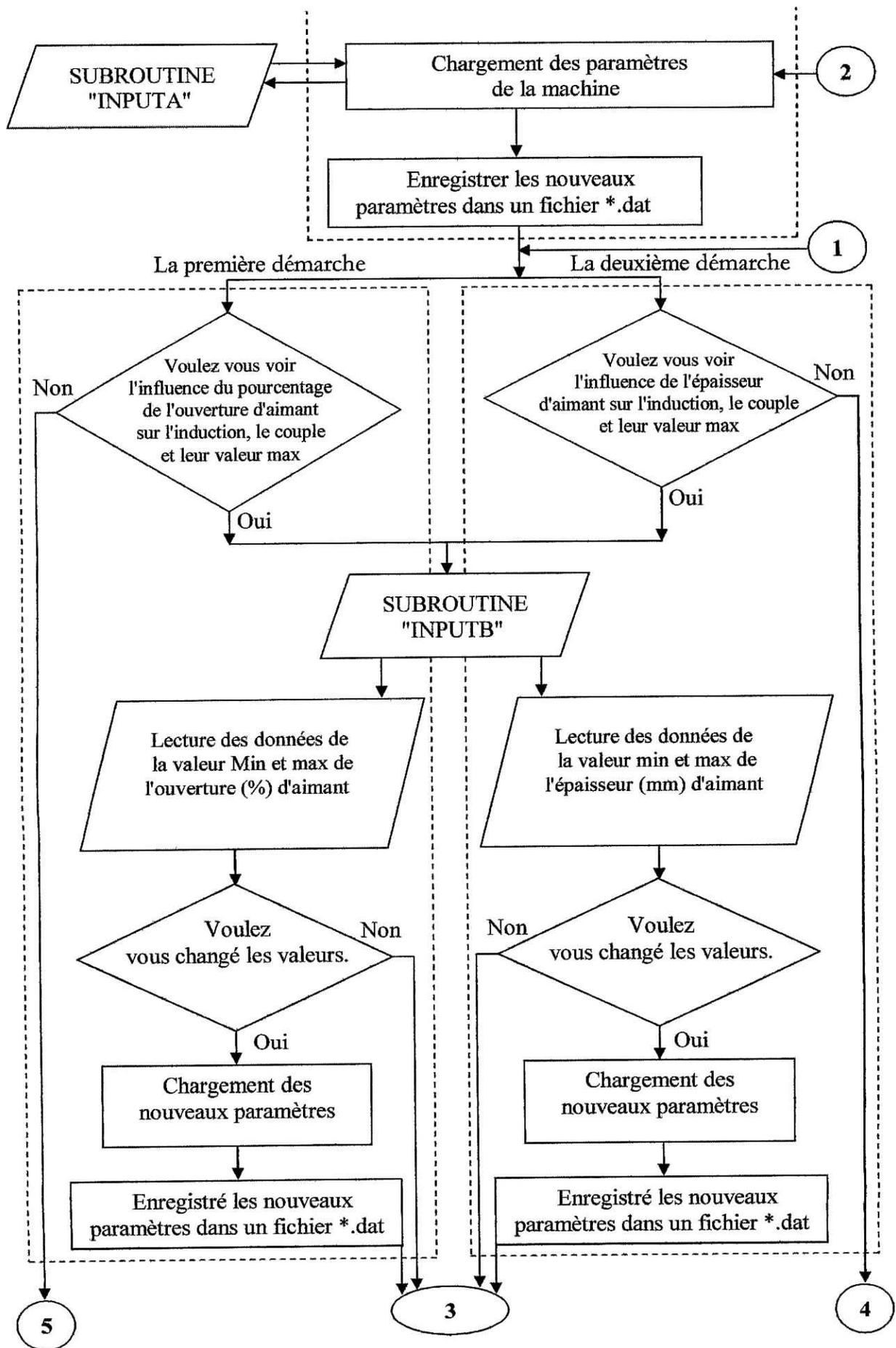
Où $\{A\}$ est un vecteur comportant les potentiels magnétiques vecteurs et leurs dérivées normales inconnus sur la frontière considérée. La résolution de ce système d'équations est effectuée en utilisant la méthode de Gauss.

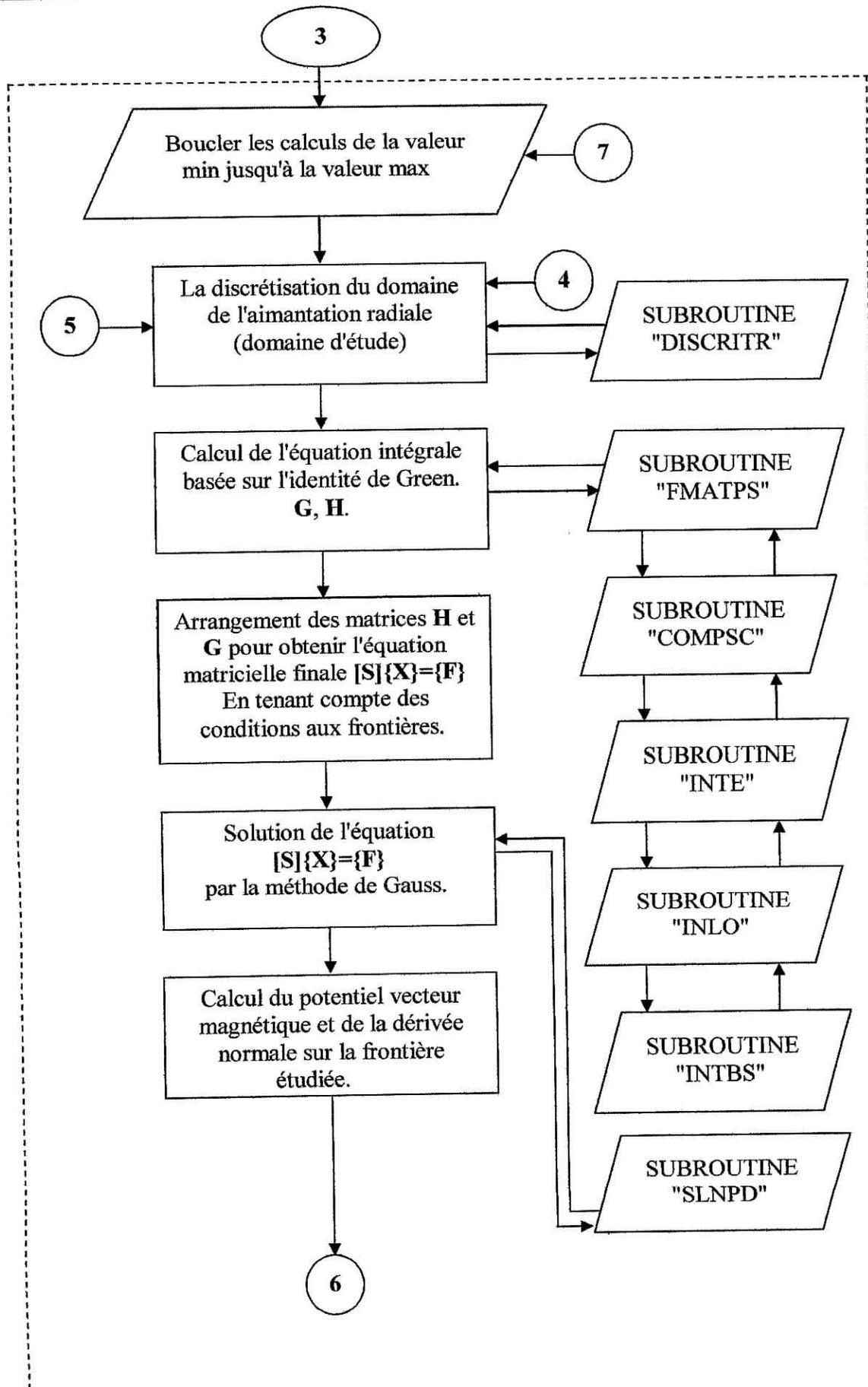
II.5.3. PLAN DU PROGRAMME

Notre programme, en Fortran 77, a été développé au laboratoire de ENP par Mr : S. TOUATI pour la "machine à aimantation tournante à pôles lisses"[2]. Ce programme a été modifié, pour l'étude d'une "machine synchrone à aimants permanents à aimantations radial". Dans une première démarche, on effectue le calcul du potentiel vecteur, de l'induction et du couple d'une part et l'influence du pourcentage de l'ouverture des aimants (sur un pas polaire) sur les valeurs maximums de ces paramètres d'autre part. Dans la deuxième démarche, indépendante de la première on effectue les mêmes calculs mais avec un changement de l'influence de l'ouverture par rapport à l'épaisseur de l'aimant.

On résume notre programme sur l'organigramme suivant :







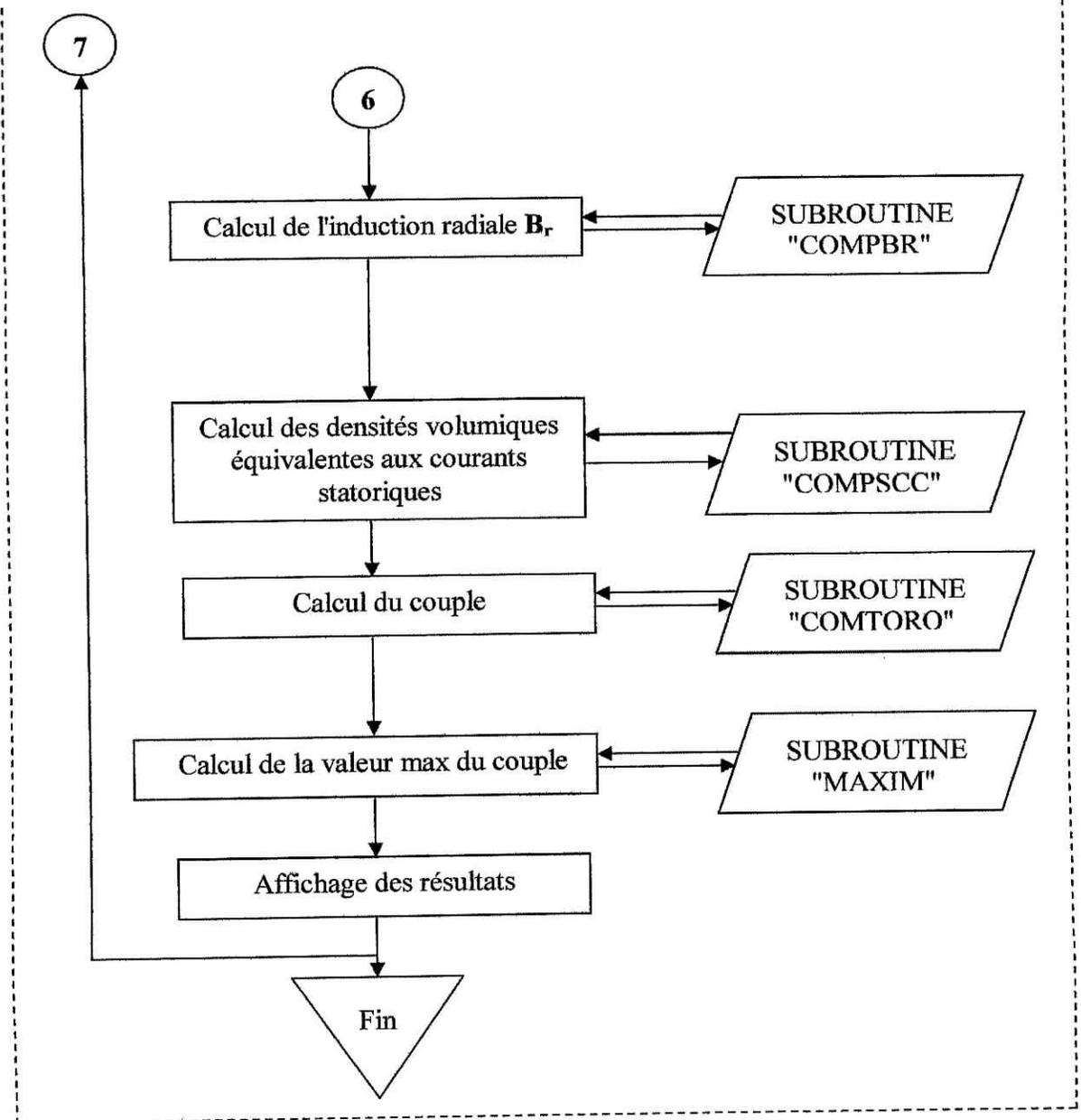


Fig. II.10. Organigramme et chronologie des calculs.

II.6. EXPLOITATION DES RESULTATS ISSUS DE LA MIF

Le modèle numérique élaboré précédemment est exploité dans le cas d'une machine synchrone à pôles lisses (aimantation radiale) présentant les paramètres suivants [1, 2] :

- ❖ Diamètre d'alésage 62 mm
- ❖ Longueur utile 140 mm
- ❖ Epaisseur de l'entrefer mécanique 0,8 mm
- ❖ Nombre de paire de pôle 3

❖ Nombre d'encoches statoriques	36
❖ Courant nominal	9 A
❖ Aimants à base de $NdFeB$	$\mu_0 M = 1 \text{ T}$

II.6.1. ETUDE PARAMETRIQUE

En générale les dimensions d'une machine sont déterminées à partir du couple électromagnétique qu'elle développe. Les deux paramètres principaux qui influent sur le couple d'une machine à aimants, sont l'induction magnétique créée par l'inducteur et la densité de courant injectée au niveau du stator. Ces deux paramètres dépendent de plusieurs autres qui sont liés aux différentes grandeurs géométriques et électromagnétiques qui caractérisent ce type de machine.

II.6.1.1. REPARTITION DE L'INDUCTION DUE AUX AIMANTS

Les aimants radiaux développent des inductions radiales de forme trapézoïdale "Figure II. 11.". Nous nous sommes intéressés, en particulier, à calculer l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage, développée par les aimants du moment que c'est elle qui participe à la création du couple électromagnétique.

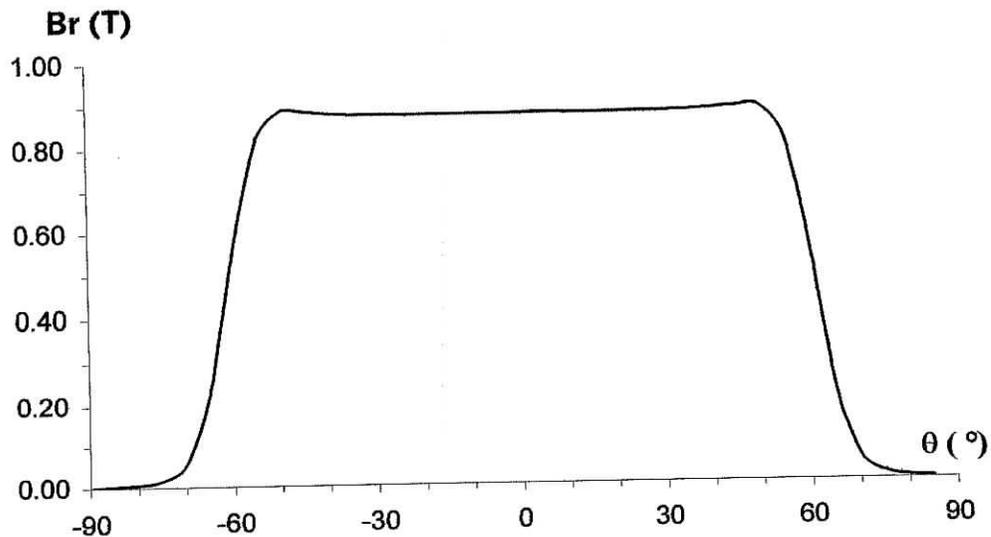


Figure II. 11. Répartition de l'induction radiale due aux aimants au niveau du rayon d'alésage pour une ouverture des aimants de 70% et de l'épaisseur 3,2mm.

II.6.1.2. COUPLE ELECTROMAGNETIQUE DEVELOPPE PAR LA STRUCTURE ETUDIEE.

Le couple, engendré par l'interaction de l'induction due aux aimants et des courants statoriques, est de forme trapézoïdale "Figure II. 12."

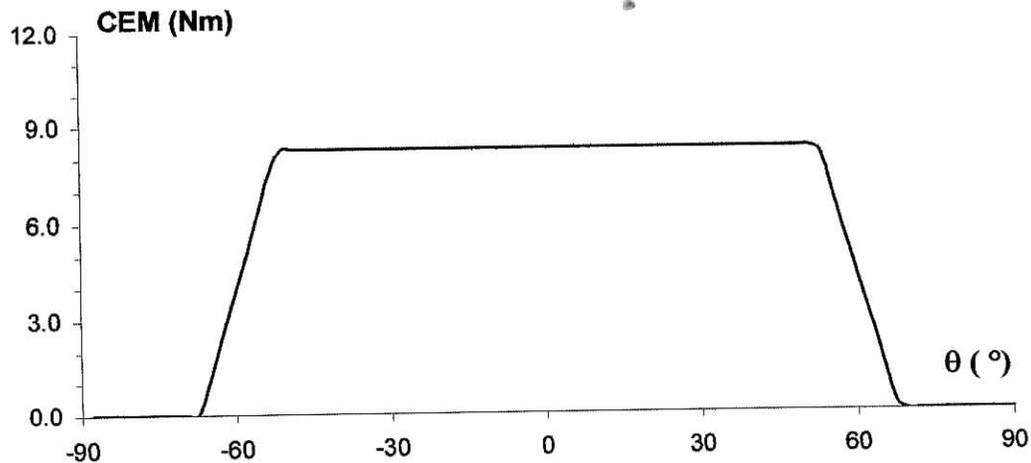


Figure II. 12. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour ouverture des aimants 70% et de l'épaisseur égal 3,2 mm.

II.6.1.3. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES DU ROTOR SUR L'INDUCTION ET SUR LE COUPLE

Nous nous intéressons à l'influence des dimensions des aimants (ouverture et épaisseur) et de la largeur de l'entrefer mécanique sur les variations de l'induction et du couple.

Notons que les grandeurs qui caractérisant le stator sont considérées comme étant fixes. Le courant injecté au stator étant fixé à sa valeur nominale.

II.6.1.3.1. INFLUENCE DE L'OUVERTURE DES AIMANTS

L'analyse des résultats pour différentes ouvertures des aimants dont l'épaisseur est de 3,2 mm et où l'entrefer mécanique est de 0,8 mm, produit une variation

proportionnelle pour les amplitudes du couple et de l'induction dont les formes d'ondes sont trapézoïdales "Figure II. 14."

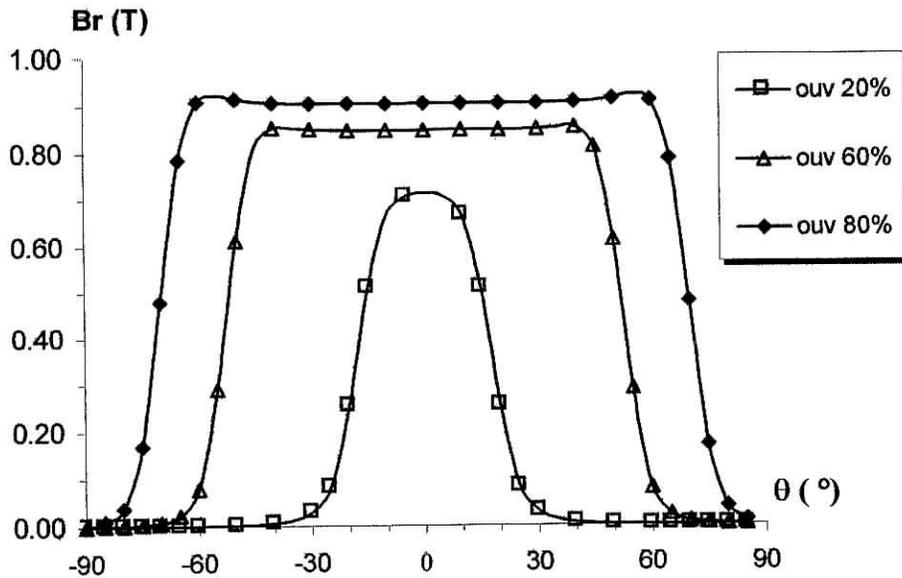


Figure II. 13. Répartition de l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage pour différentes ouvertures des aimants dont l'épaisseur est de 3,2 mm.

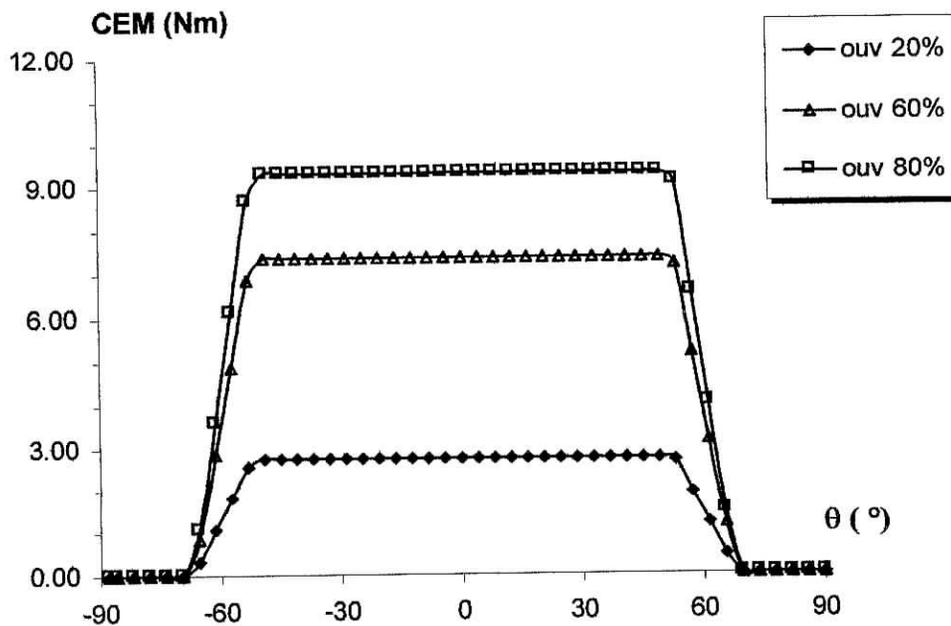


Figure II. 14. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour différentes ouvertures des aimants dont l'épaisseurs est de 3,2 mm.

II.6.1.3.2. INFLUENCE D L'ÉPAISSEUR DES AIMANTS

Par suite de leur prix relativement élevé, les aimants performants doivent être réduits au mieux en ce qui concerne leur volume [1]. Les "Figure II. 15." et "Figure II. 16." représentent respectivement la variation de l'induction et du couple pour différentes épaisseurs des aimants. Les résultats obtenus montrent une amélioration des amplitudes de l'induction et du couple en fonction de l'augmentation de l'épaisseur des aimants jusqu'à une valeur limite.

II.6.1.3.3. INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR D'ENTREFER MECANIQUE

Comme pour toute machine électrique, l'épaisseur de l'entrefer est un paramètre très important. Sa diminution améliore l'amplitude du couple "Figure II. 17." et "Figure II. 18.".

II.6.2. DIMENSIONNEMENT GEOMETRIQUE

Pour le choix des différents paramètres géométriques de la structure étudiée, nous allons fixer comme critère la recherche d'un couple maximal. Nous cherchons donc à optimiser l'ouverture et l'épaisseur des aimants dans le cas de la structure à aimantation radiale.

II.6.2.1. CHOIX DE L'ÉPAISSEUR DES AIMANTS

Nous avons étudié la variation du couple maximal en fonction de l'épaisseur des aimants pour deux cas : Le premier avec une ouverture des aimants de 50 % du pas polaire et un entrefer mécanique égale à 2 mm, "Figure II. 19. a.". Le deuxième cas, pour une ouverture des aimants de 70 % et un entrefer mécanique égale à 0,8 mm "Figure II. 19. b.". Nous pouvons constater que le couple maximal croît avec l'épaisseur des aimants, et atteint une valeur égale à 5,25 Nm à 7,5 mm pour le premier cas, et un couple maximum égale à 8,3 Nm au voisinage de 3 mm pour le deuxième cas. Puis le gain sur le couple commence à diminuer à partir de ces valeurs. Donc pour ce type de structure le choix de l'épaisseur d'aimants est voisin de 3 mm.

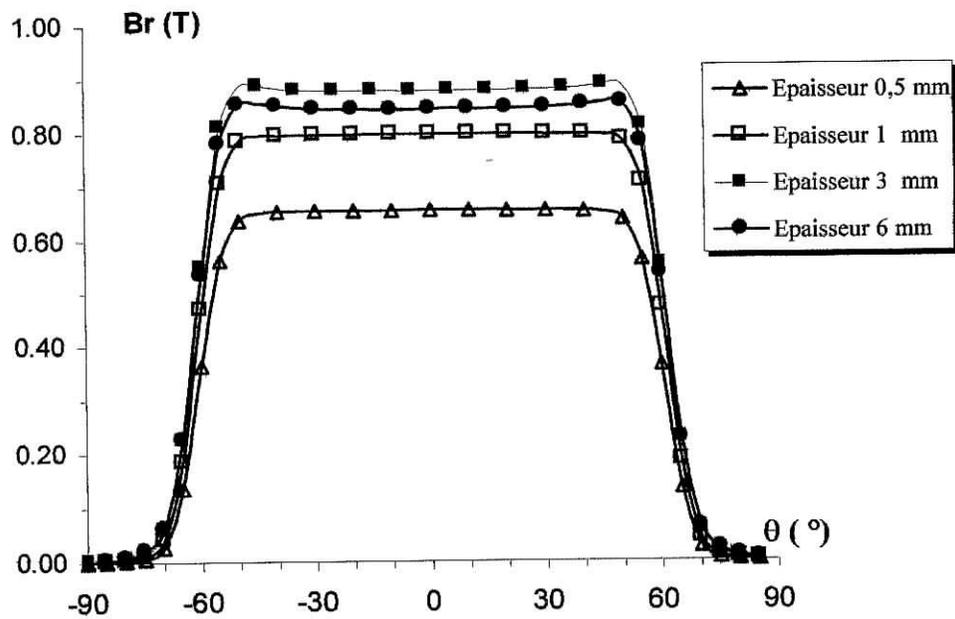


Figure II. 15. Répartition de l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage pour différentes épaisseurs des aimants et pour une ouverture de 70%.

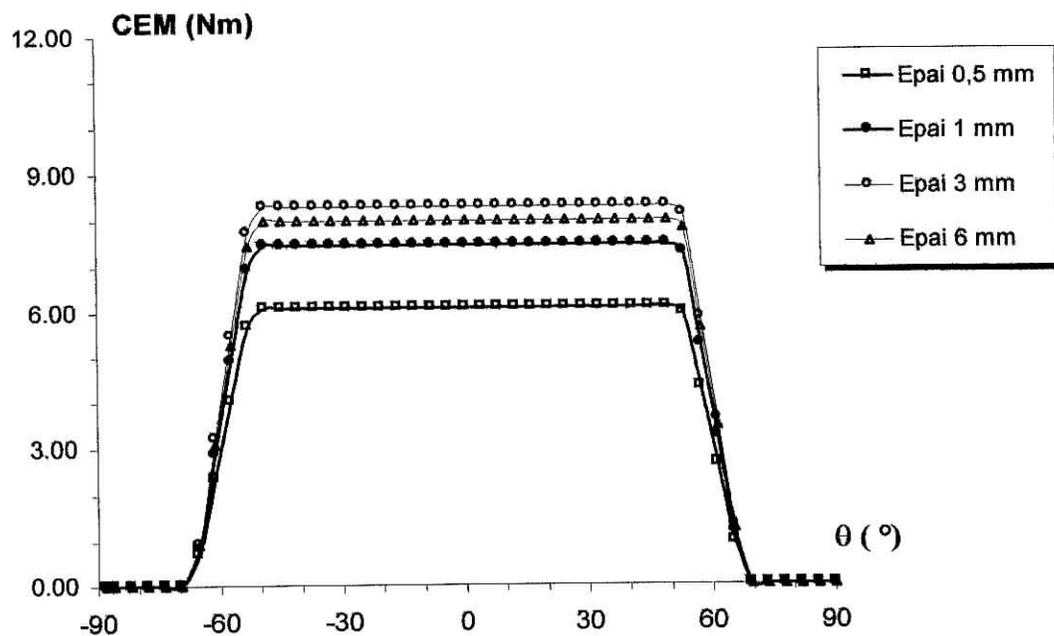


Figure II. 16. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour différentes épaisseurs des aimants pour une ouverture de 70%.

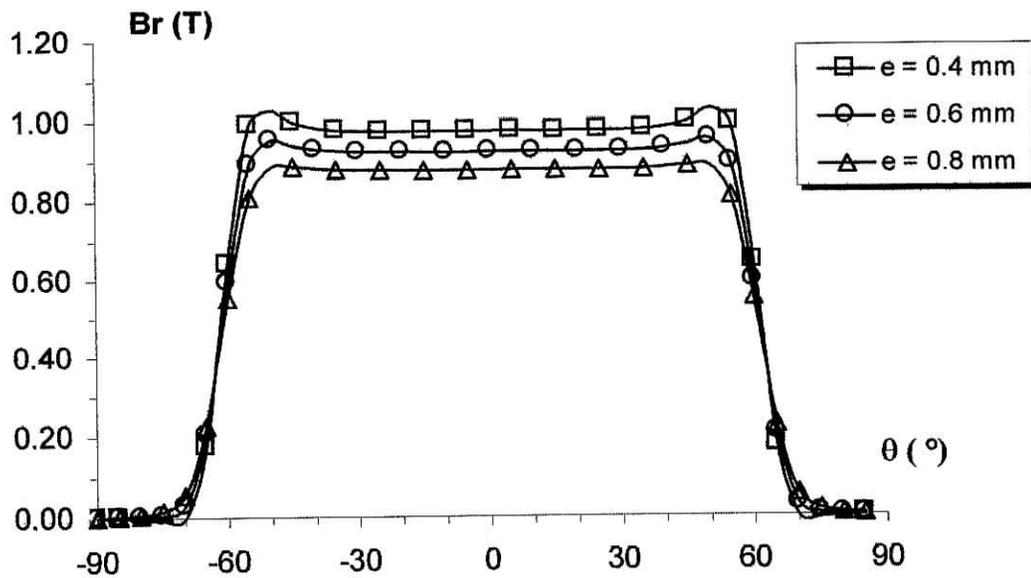


Figure II. 17. Répartition de l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage pour différentes épaisseurs d'entrefer "e" et pour l'ouverture des aimants 70% et de l'épaisseur égale 3.2 mm.

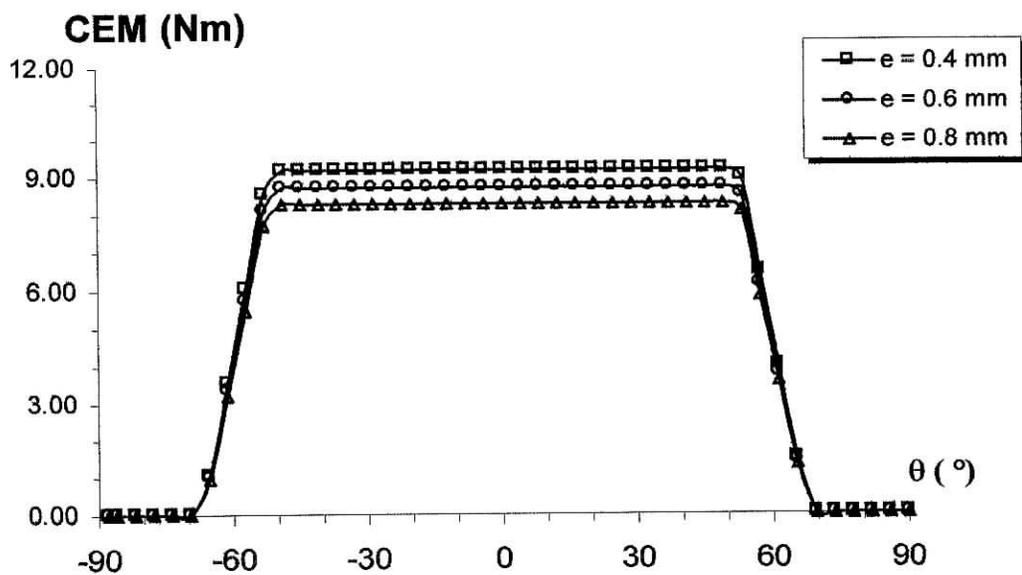


Figure II. 18. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour différentes épaisseurs d'entrefer "e" et pour l'ouverture des aimants 70% et de l'épaisseur égale 3.2 mm.

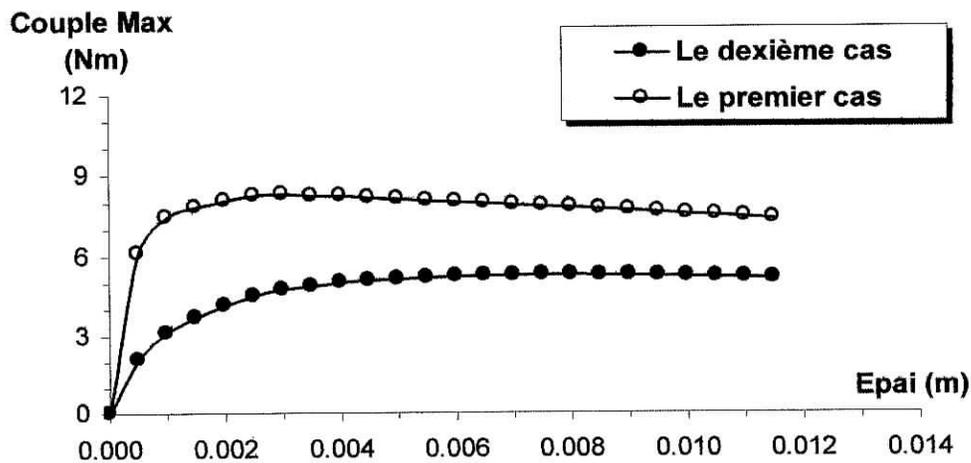


Figure II. 19. Couple Maximal développé par la structure étudiée en fonction de l'épaisseur des aimants.

II.6.2.2. CHOIX DE L'OUVERTURE DES AIMANTS

La "Figure II. 20" représente la variation du couple maximale en fonction de l'ouverture des aimants avec une épaisseur de l'entrefer mécanique égale à **0,8 mm** et une épaisseur des aimants égale à **3 mm**. Pour le prototype étudié, nous remarquons que le couple maximal augmente avec l'augmentation de l'ouverture des aimants. Pour ce type de structure, une ouverture voisine de **2/3** du pas polaire ($\sim 70\%$) est mieux adaptée au fonctionnement synchrone autopiloté.

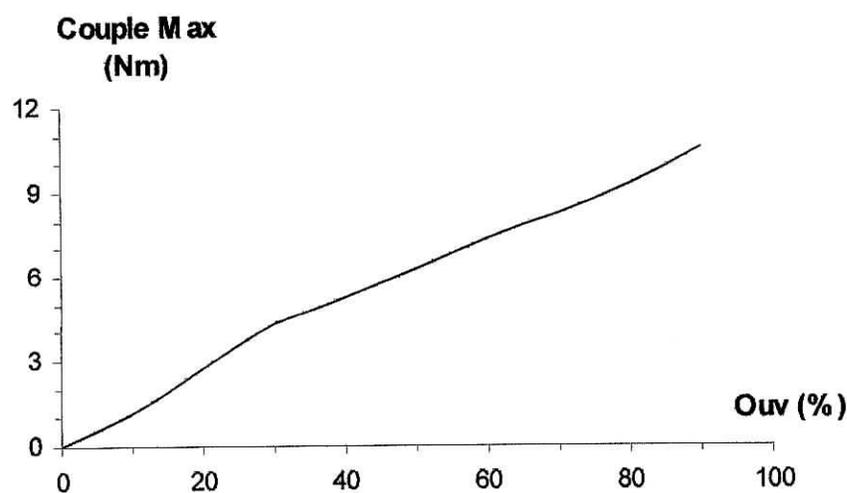


Figure II. 20. Couple maximal développé par la structure étudiée en fonction de l'ouverture des aimants.

II.7. CONCLUSION.

Nous avons brièvement exposé le problème à résoudre dans le cas de la structure étudiée. Les aimants sont remplacés par des densités superficielles équivalentes, ce qui nous a conduit à une résolution en potentiel vecteur.

Nous avons aussi présenté la méthode numérique utilisée qui est basée sur l'identité de Green en 2D (méthode des équations intégrales de frontière). Celle-ci s'est révélée fort intéressante, (en dehors de la simplicité géométrique hors saturation) dans le calcul de l'induction et du couple afin d'effectuer un pré dimensionnement géométrique rapide de la machine étudiée.

Le choix des dimensions d'une machine donnée est lié aux performances exigées, certains paramètres comme l'épaisseur de l'entrefer mécanique et le nombre de paires de pôles, sont le plus souvent imposés par des considérations d'ordre technique et économique. Les autres sont déterminés à partir d'un critère d'optimisation des caractéristiques de la machine. Pour des paramètres mécaniques et thermique fixés, le couple développé par la machine synchrone à aimants à rotor lisse est fortement dépendant de l'épaisseur et de l'ouverture des aimants.

Au chapitre suivant, nous développons une autre méthode numérique (méthode des éléments finis) appliquée à la même structure.

Chapitre

3

**CALCUL ET DIMENSIONNEMENT
ELECTROMAGNETIQUE
EN UTILISANT LA M.E.F**

CHAPITRE III

CALCUL ET DIMENSIONNEMENT

ELECTROMAGNÉTIQUE EN UTILISANT LA MEF

III.1. INTRODUCTION

Comme nous l'avons précisé au chapitre précédent, les équations différentielles obtenues à partir des équations de diffusion du champ électromagnétique dans le cas de la machine étudiée sont résolues dans ce chapitre, en utilisant la méthode des éléments finis qui s'impose dans la plupart des cas et en particulier quand on cherche les contraintes magnétiques auxquelles sont soumis les matériaux en divers points de la machine.

Ainsi, dans ce chapitre, nous présentons la méthode numérique "MEF" basé sur le calcul du potentiel vecteur magnétique (du aux aimants et aux courants).

Dans l'exploitation de notre programme, nous nous intéressons à l'influence des dimensions des aimants (ouverture et épaisseur) sur les distributions d'induction et donc du couple statique car notre machine est à pôles lisses.

III.2. METHODE DES ELEMENTS FINIS

Afin de pouvoir résoudre numériquement le problème défini par l'équation différentielle et les conditions aux limites associées, deux démarches sont possibles pour la résolution de l'équation de Poisson (II. 12.) [12] :

- ❖ Par l'intermédiaire d'une projection de type Galerkin (résidus pondérés) [voire : annexe AII].
- ❖ Par l'intermédiaire d'une formulation variationnelle en électrotechnique.

La deuxième possibilité est la plus utilisée sous l'aspect variationnel énergétique, car à partir de l'énergie, on peut calculer facilement les autres grandeurs. L'énergie

électromagnétique du système, caractérisée par l'équation de Poisson (II. 12.) et les conditions aux limites, est donnée par la fonctionnelle suivante :

$$\mathcal{F} = \iint_{\Omega} \left[\int_0^B \frac{1}{\mu} b db - \mu_0 (J_s + J) A \right] d\Omega \quad (\text{III. 1.})$$

Et d'autre part, Euler a montré que la résolution de l'équation différentielle de type [16] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_y} \right) - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A} = 0 \quad (\text{III. 2.})$$

avec $A_x = \frac{\partial A}{\partial x}$ et $A_y = \frac{\partial A}{\partial y}$

revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie s'exprimant sous la forme :

$$w = \iint_{\Omega} \mathcal{F} \left(A, x, y, \frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy \quad (\text{III. 3.})$$

où " Ω " représente l'ensemble du domaine d'étude.

En appliquant ce principe à la résolution de l'équation (II. 12.) en 2D, on obtient [2] :

$$w = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - (\mu J_s + \mu H_c) A \right] dx dy \quad (\text{III. 4.})$$

où " H_c " désigne le champ coercitif de l'aimant.

Pour pouvoir résoudre le problème numériquement, il est indispensable de passer par la discrétisation du domaine de résolution et chercher la solution approchée du problème aux nœuds du découpage (nombre d'inconnues finis).

III.2.1. DISCRETISATION ET APPROXIMATION

III.2.1.1. MAILLAGE DU DOMAINE

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à discrétiser le domaine d'étude en sous élément finis sans recouvrement ni intersection entre les éléments du maillage.

Nous choisissons, pour notre cas, les éléments triangulaires du premier ordre. Ce type d'éléments nous semble le plus utilisé dans la modélisation des systèmes physiques, car présentant la facilité de génération d'algorithmes automatiques de maillage des domaines [16].

Le maillage de notre domaine d'étude est illustré par la "Figure III. 1."

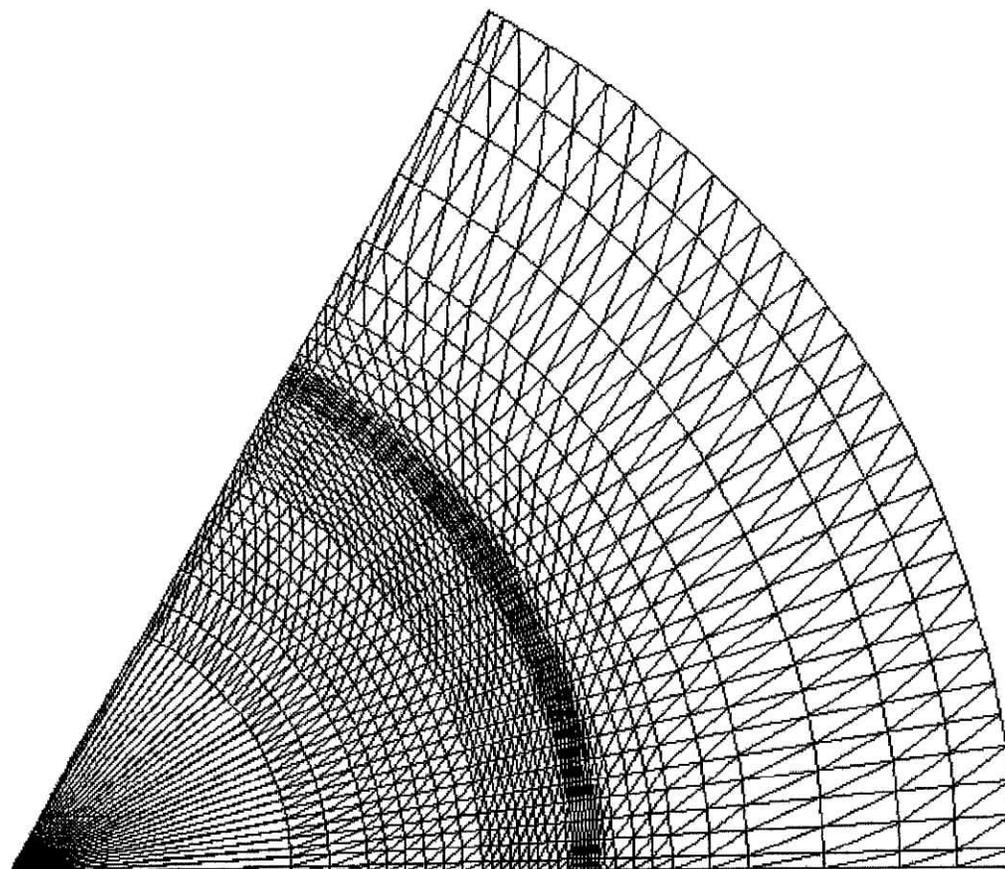


Figure III. 1. Maillage du domaine d'étude

III.2.1.2. FONCTION D'APPROXIMATION

Le nombre de nœuds par élément triangulaire permet de présenter le potentiel par un polynôme complet dont le degré assure la compatibilité inter-éléments [16]. Vu que les éléments finis choisis sont des triangles à trois nœuds "Figure III. 2."

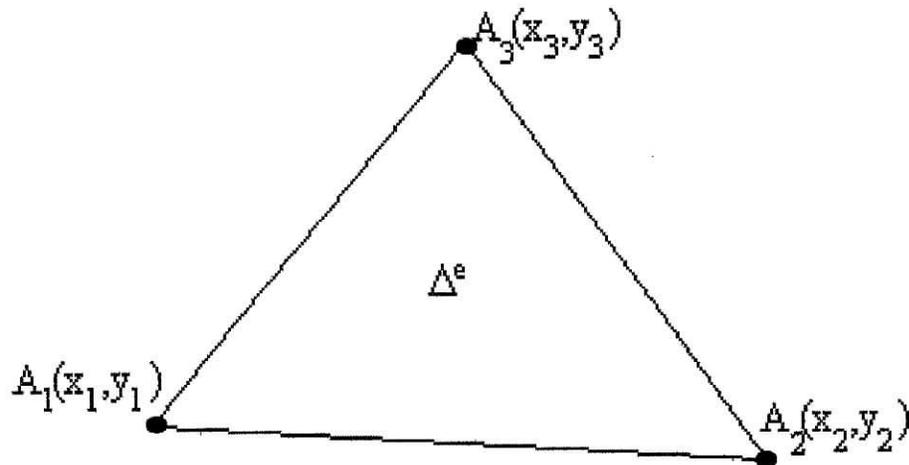


Figure III. 2. Élément fini choisi

Dans l'élément " Δ^e " "Figure III. 2.", le potentiel vecteur inconnu \vec{A} est approximé par une fonction bilinéaire de la forme :

$$A^e(x, y) = a + bx + cy \quad (\text{III. 5.})$$

et qui peut être écrit de la manière suivante :

$$A^e(x, y) = [1 \quad x \quad y] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{III. 6.})$$

Les valeurs du potentiel aux nœuds 1, 2 et 3 doivent vérifier l'équation d'approximation précédente, ce qui permet de calculer les constantes **a**, **b** et **c** par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} A_1^e \\ A_2^e \\ A_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{III. 7.})$$

Ainsi, nous aboutirons au système suivant :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1^e \\ A_2^e \\ A_3^e \end{bmatrix} \quad (\text{III. 8.})$$

En remplaçant (III. 6.) dans (III. 8.)

$$\begin{aligned} A^e(x, y) &= N_1(x, y)A_1 + N_2(x, y)A_2 + N_3(x, y)A_3 \\ &= \sum_i^3 N_i^e(x, y)A_i \end{aligned} \quad (\text{III. 9.})$$

Avec :

$$\begin{aligned} N_1^e &= \frac{1}{2.S^e} (x_2.y_3 - x_3.y_2 + x(y_2 - y_3) + y(x_3 - x_2)) \\ N_2^e &= \frac{1}{2.S^e} (x_3.y_1 - x_1.y_3 + x(y_3 - y_1) + y(x_1 - x_3)) \\ N_3^e &= \frac{1}{2.S^e} (x_1.y_2 - x_2.y_1 + x(y_1 - y_2) + y(x_2 - x_1)) \end{aligned} \quad (\text{III. 10.})$$

Où :

A_i^e : Valeur du potentiel "A" au nœud "i" de l'élément "e".

S^e : Surface du triangle "e" considéré qui s'écrit :

$$S^e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

III.2.2. MINIMISATION DE LA FONCTIONNELLE

Le découpage étant réalisé, la fonctionnelle définie sur le domaine " Ω " peut-être considérée comme la somme de fonctionnelle élémentaires intégrées sur chacun des éléments en tenant compte de l'appartenance de chaque noeud à plusieurs éléments. De plus, en remplaçant le potentiel "A" par son approximation (III. 9.), nous aurons :

$$\mathcal{F}([A]) = \sum_{e=1}^{ne} \mathcal{F}^e([A]^e) \quad (\text{III. 11.})$$

$[A]^e$: est une matrice carrée dont les composantes sont les valeurs nodales du potentiel "A" dans l'élément "e".

$[A]$: est une matrice carrée composée de toutes les valeurs nodales du potentiel "A" dans le domaine " Ω " et sur sa frontière " Γ ".

ne : représente le nombre total d'éléments du maillage du domaine " Ω ".

La minimisation de la fonctionnelle " \mathcal{F} " revient à annuler ses dérivées partielles par rapport aux valeurs " A_i " du potentiel vecteur au nœuds du maillage.

Les équations de minimisation vont donc s'écrire :

$$\frac{\partial \mathcal{F}([A])}{\partial A_i} = \sum_{e=1}^{ne} \frac{\partial \mathcal{F}^e([A]^e)}{\partial A_i} = 0 \quad i = \overline{1, nn} \quad (\text{III. 12.})$$

avec :

i : numéro du nœud considéré.

nn : nombre total de nœuds du maillage.

e : numéro de l'élément considéré.

L'équation (III. 12.) est écrite pour tous les nœuds du maillage. Ainsi on obtient le système matriciel suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{F}([A])}{\partial [A]} = \sum_{e=1}^{ne} \frac{\partial \mathcal{F}^e([A]^e)}{\partial [A]^e} \quad (\text{III. 13.})$$

où $\frac{\partial \mathcal{F}^e([A]^e)}{\partial [A]^e}$ est la matrice élémentaire de minimisation.

L'intégrale de volume du problème peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A_i} \iint_{\Omega_e} \frac{1}{2\mu} \vec{\nabla} A \vec{\nabla} A d\Omega_e &= \frac{\partial}{\partial A_i} \iint_{\Omega_e} \frac{1}{2\mu} \sum_{j,k=1}^3 (\vec{\nabla} N_j A_j \vec{\nabla} N_k A_k) d\Omega_e \\ &= \frac{1}{2\mu} \left[\sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega_e} (\vec{\nabla} N_j \vec{\nabla} N_i) d\Omega_e A_j + \sum_{k=1}^3 \iint_{\Omega_e} (\vec{\nabla} N_i \vec{\nabla} N_k) d\Omega_e A_k \right] \\ &= \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^3 S_{ij} A_j \end{aligned} \quad (\text{III. 14.})$$

où

$$S_{ij} = \frac{1}{\mu} \iint_{\Omega_e} (\vec{\nabla} N_i \vec{\nabla} N_j) d\Omega_e \quad (\text{III. 15.})$$

Par la suite l'équation de minimisation (III. 13.) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{F}^e([A]^e)}{\partial [A]^e} = [S]^e [A]^e - [F]^e \quad (\text{III. 16.})$$

où $[S]^e$ est une matrice carrée dont le terme général est donné par :

$$S_{ij} = \iint_{\Omega_e} \frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} N_i^e \vec{\nabla} N_j^e) d\Omega_e \quad (\text{III. 17.})$$

avec $i = \overline{1,3}$; $j = \overline{1,3}$

$[F]^e$ est le vecteur des sources dont le terme général est :

$$[F]_i^e = \iint_{\Omega_e} \mu_0 J_s N_i^e d\Omega_e + \oint_{\Gamma_e} \mu_0 J N_i d\Gamma \quad (\text{III. 18.})$$

où

" Ω_e " représente le domaine élémentaire.

Γ_e : contour élémentaire où est appliquée la densité de courant J .

e : l'élément considéré.

Après intégration, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{1}{4\mu_0 S_e} [(y_2 - y_3)^2 + (x_3 - x_2)^2] \\
 S_{21} &= \frac{1}{4\mu_0 S_e} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \\
 S_{31} &= \frac{1}{4\mu_0 S_e} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)] \\
 S_{22} &= \frac{1}{4\mu_0 S_e} [(y_3 - y_1)^2 + (x_1 - x_3)^2] \\
 S_{32} &= \frac{1}{4\mu_0 S_e} [(y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1)] \\
 S_{33} &= \frac{1}{4\mu_0 S_e} [(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_3)^2]
 \end{aligned} \tag{III. 19.}$$

et

$$\begin{aligned}
 S_{12} &= S_{21} \\
 S_{13} &= S_{31} \\
 S_{23} &= S_{32}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{\mu_0 \cdot J \cdot S_e}{3} + \frac{\mu_0 \cdot J}{2} \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\
 F_2 &= \frac{\mu_0 \cdot J \cdot S_e}{3} + \frac{\mu_0 \cdot J}{2} \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\
 F_3 &= \frac{\mu_0 \cdot J \cdot S_e}{3}
 \end{aligned} \tag{III. 20.}$$

III.3. ASSEMBLAGE ET RESOLUTION

III.3.1. ASSEMBLAGE

Par la différentiation de la fonctionnelle " \mathcal{F} " par rapport à tout les nœuds du maillage ($i = \overline{1, nn}$), nous aboutissons à l'équation (III. 13.) :

$$\frac{\partial \mathcal{F}([A])}{\partial [A]} = \sum_{e=1}^{ne} \frac{\partial \mathcal{F}^e([A]^e)}{\partial [A]^e}$$

Nous effectuons donc un balayage des éléments du maillage. Pour chaque élément, nous calculons sa contribution que l'on ajoute au terme général du système.

L'algorithme de l'assemblage est le suivant :

- ❖ Initialisation de $[S]$ et $[F]$
- ❖ Pour $e = 1$ à ne (ensemble des éléments);
 - Pour "i" et "j" appartenant à "e";
 - Calcul de S_{ij} : $S_{ij} = S_{ij}^e + S_{ij}$;
 - Calcul de F_i : $F_i = F_i^e + F_i$;
- ❖ Fin "i", "j", fin "e".

L'opération d'assemblage terminée, nous aboutissons à la relation matricielle globale suivante :

$$[S][A] = [F] \quad (\text{III. 21.})$$

Avec :

$[S]$: est la matrice de rigidité globale d'ordre $(nn \times nn)$.

$[F]$: est le vecteur source globale de dimension (nn) .

$[A]$: représente les potentiels vecteurs inconnus d'ordre (nn) .

III.3.2. RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATION

Le système d'équations algébriques (III. 21.) obtenu étant linéaire, sa résolution est possible en utilisant les méthodes directes. La méthode d'élimination de Gauss est très adaptée à ce type de problèmes [18]. Après la triangularisation de la matrice $[S]$, la solution est calculée par substitution.

III.4. CALCUL DES GRANDEURS LOCALES ET GLOBALES

La résolution par la méthode des éléments finis se ramène à déterminer le potentiel vecteur \vec{A} sur chaque nœud. Ce potentiel permettra de déduire les grandeurs locales (induction, champ, flux...) et globales (couple, énergie, force...).

III.4.1. CALCUL DE L'INDUCTION MAGNETIQUE

En considérant le potentiel vecteur dans chaque nœud, l'induction magnétique \vec{B} est calculée à partir des équations suivantes :

$$B_x^e = \frac{\partial A^e}{\partial y} \quad (\text{III. 22.})$$

$$B_y^e = \frac{\partial A^e}{\partial x} \quad (\text{III. 23.})$$

En remplaçant "A" par son approximation dans l'équation (III. 9.), nous aurons :

$$B_x^e = \frac{1}{2.S_e} \cdot [(x_3 - x_2)A_1 + (x_1 - x_3)A_2 + (x_2 - x_1)A_3] \quad (\text{III. 24.})$$

$$B_y^e = \frac{1}{2.S_e} \cdot [(y_3 - y_2)A_1 + (y_1 - y_3)A_2 + (y_2 - y_1)A_3] \quad (\text{III. 25.})$$

Qui en coordonnées polaires s'écrivent :

$$B_r^e = B_x^e \cdot \cos(\theta) + B_y^e \cdot \sin(\theta) \quad (\text{III. 26.})$$

$$B_\theta^e = -B_x^e \cdot \sin(\theta) + B_y^e \cdot \cos(\theta) \quad (\text{III. 27.})$$

Avec "B_r" et "B_θ" représentent respectivement la composante radiale et la composante tangentielle de l'induction magnétique \vec{B} .

III.4.2. CALCUL DU COUPLE

Le couple électromagnétique est très important pour le dimensionnement d'une machine électrique.

En utilisant le tenseur de contraintes de Maxwell, le couple est généralement donné par (II. 23.) :

$$\Gamma = 2 \cdot p \cdot L_u \cdot r_a \cdot \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} H_\theta \cdot B_r \cdot d\theta$$

Par intégration numérique de l'équation (II. 23.) :

$$\Gamma = 4p r_a^2 L_u \sum_0^{\theta=\frac{\pi}{2p}} B_r(\theta) \sum_{k=1}^N J_{sk} \cos((2k+1)(p\theta)) \cos((2k+1)(p\delta)) d\theta \quad (\text{III. 28.})$$

où "B_r" est l'induction radiale dûe aux aimants seuls.

III.5. PLAN DU PROGRAMME

Après la mise en évidence des différentes étapes permettant, à partir des équations de Maxwell, d'arriver à la constitution du système d'équations algébriques à résoudre, par application de la combinaison formulation variationnelle-Méthode des éléments finis.

Notre programme principal est exécuté, comme pour le deuxième Chapitre, à l'aide du langage de programmation Fortran 77. Il est constitué de deux sous-programmes :

- ❖ Le premier permet, à partir de la description de la géométrie du domaine de résolution, de générer en sortie un fichier contenant des informations sur le maillage.
- ❖ Le deuxième est le module de résolutions du système d'équation algébrique (III. 21.) avec calculs des grandeurs locale et globale. Ce programme utilise en entrée les données de sortie du premier sous-programme.

Enfin, nous ne saurions mieux conclure cette partie qu'en résumant notre programme principal sur les deux organigrammes suivants :

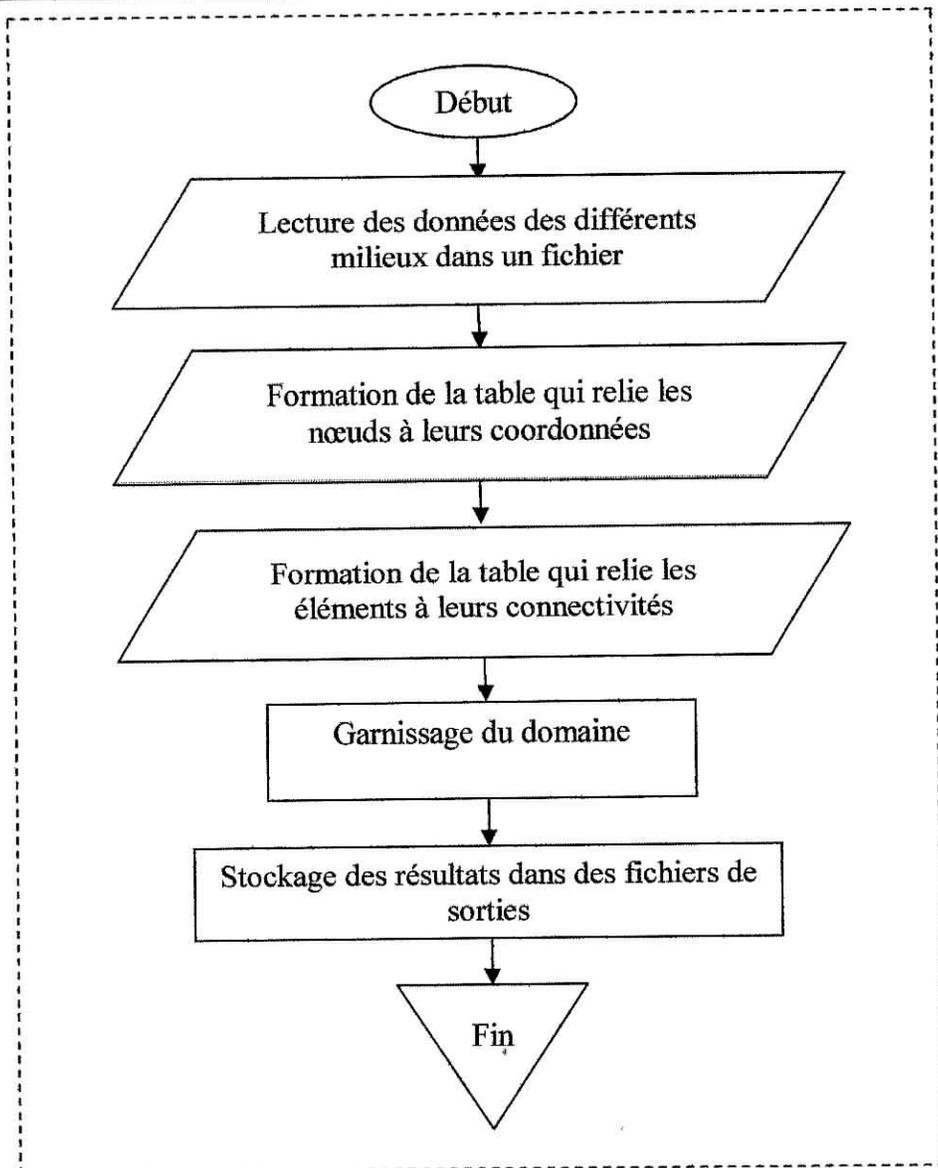
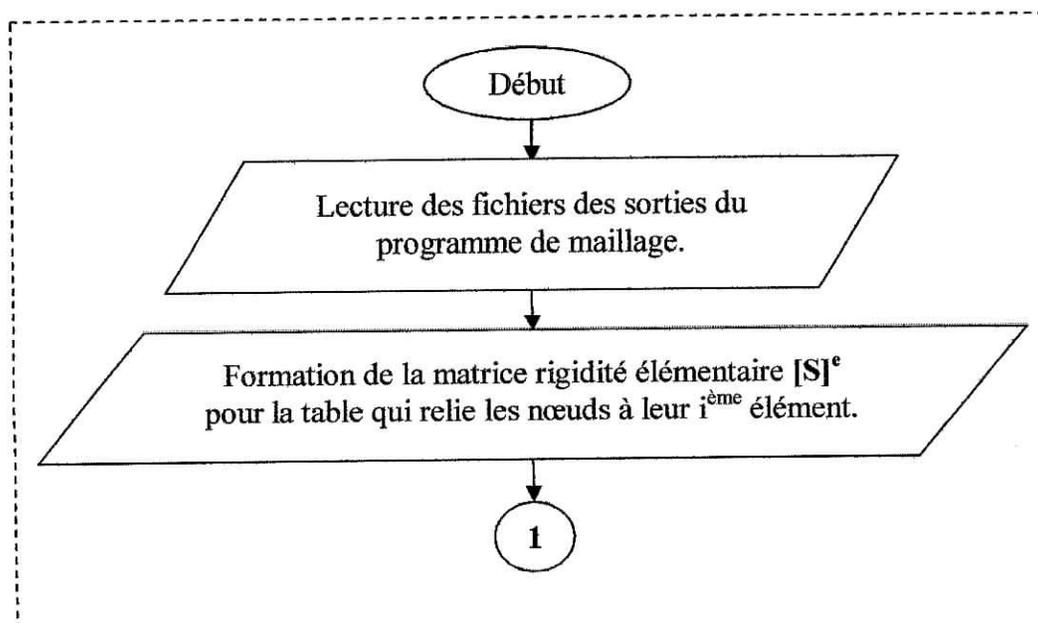


Figure III. 3. Organigramme de maillage du domaine d'étude



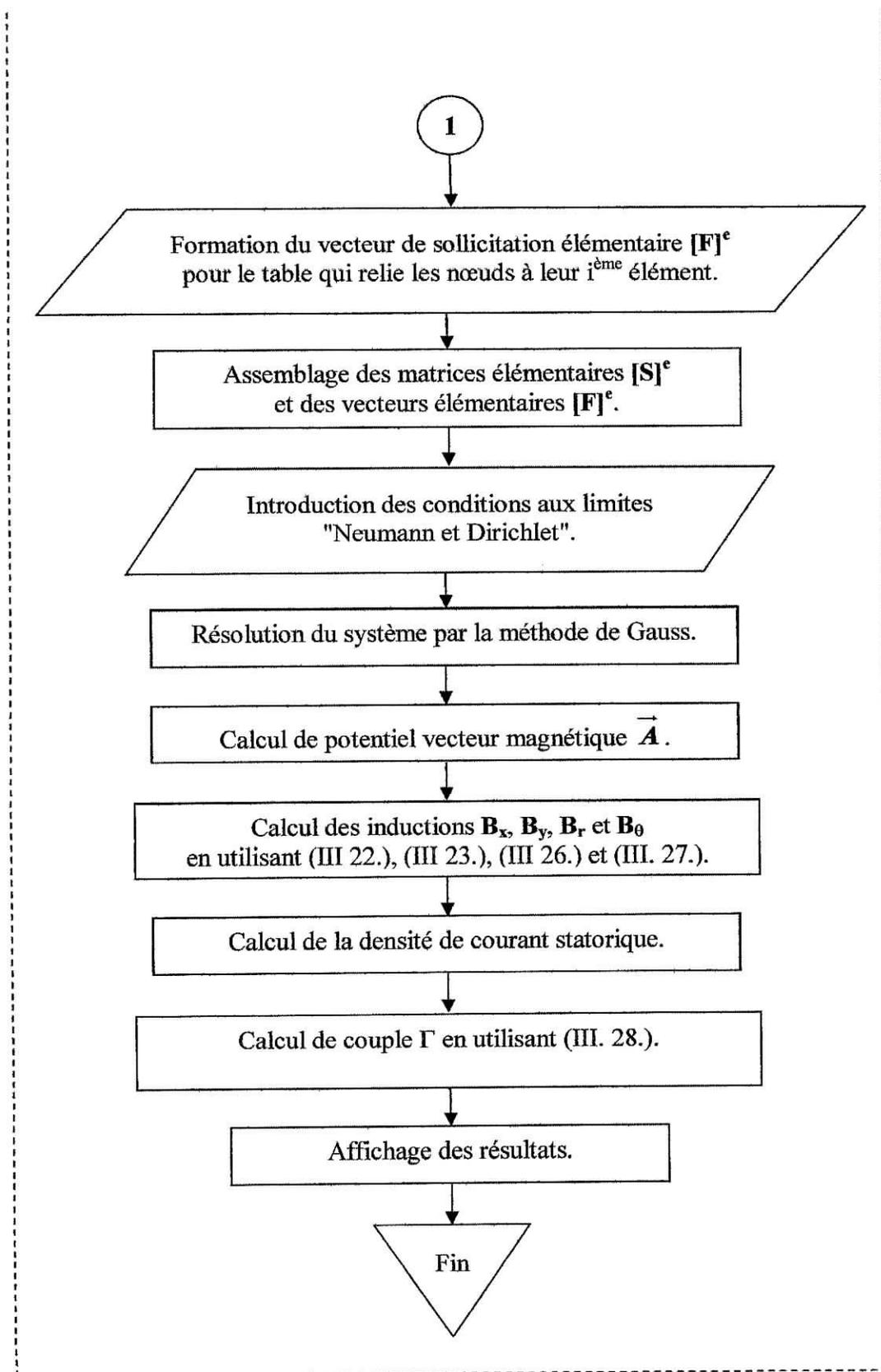


Figure III. 4. Organigramme des calculs.

III.6. EXPLOITATION DES RESULTATS ISSUS DE LA MEF

Le modèle numérique élaboré précédemment est exploité dans le cas de la même machine avec les paramètres donnés au [chapitre II. Paragraphe (II. 6.)]. Donc, les mêmes dimensions du prototype et les mêmes critères d'optimisation sont utilisés. Nous commençons par l'étude des distributions des inductions en fonction de la variation des paramètres géométriques (épaisseur des aimants et leurs ouvertures sur un pas polaire). Nous passons par la suite à l'étude des couples développés par cette structure.

III.6.1. REPARTITIONS DE L'INDUCTION RADIALE ET DU COUPLE

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les aimants radiaux développent des inductions radiales de forme d'onde trapézoïdale et un couple de forme cosinus "Figures III. 5. et III. 6.". L'induction radiale est calculée au niveau du rayon d'alésage.

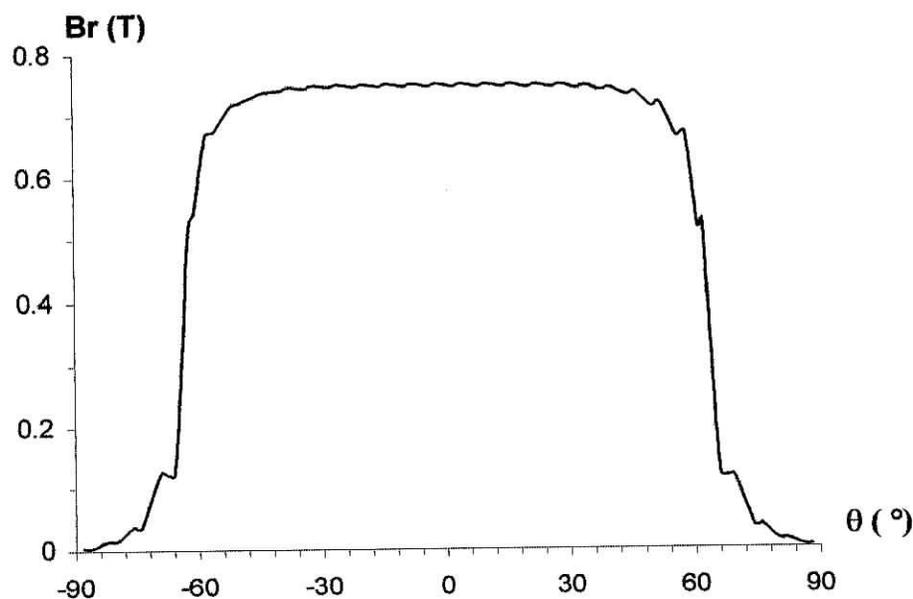


Figure III. 5. Répartition de l'induction radiale due aux aimants au niveau du rayon d'alésage (ouverture des aimants fixée à 70% du pas polaire avec une épaisseur de 3,2 mm).

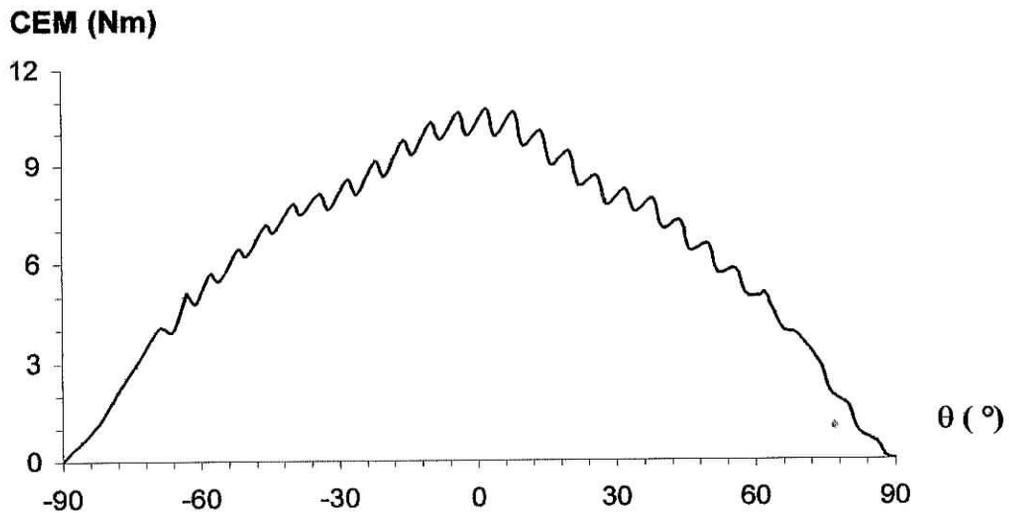


Figure III. 6. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour $I = 9$ A et ouverture des aimants fixée à 70% du pas polaire avec une épaisseur de 3.2 mm.

III.6.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES DES AIMANTS.

III.6.2.1. INFLUENCE DE L'OUVERTURE DES AIMANTS SUR L'INDUCTION.

La "Figure III. 7. représente la répartition de l'induction radiale sous un pôle pour différentes ouvertures des aimants "Figure II. 13."

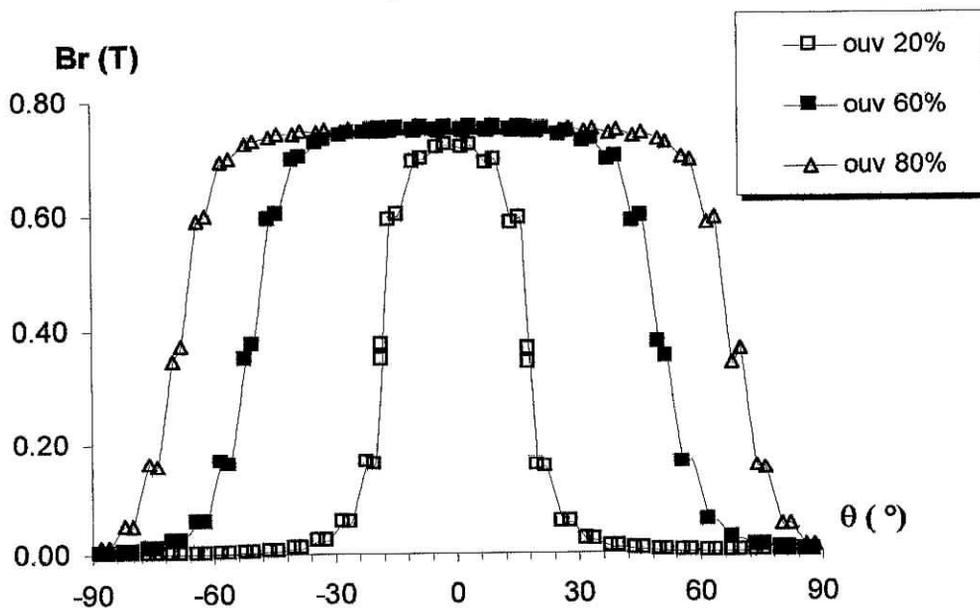


Figure III. 7. Répartition de l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage pour différents ouvertures des aimants du pas polaire avec une épaisseur de 3,2 mm.

III.6.2.2. INFLUENCE DE L'OUVERTURE DES AIMANTS SUR LE COUPLE

La "Figure III. 8." représente le couple statique au niveau de rayon d'alésage pour plusieurs ouvertures des aimants avec une épaisseur fixée à 3.2 mm.

Le couple augmente suivant l'augmentation de l'ouverture des aimants, mais on remarque des pics sur le couple à cause de quelques éléments de maillage qui ont des centres de gravités différents de l'arc du rayon d'alésages.

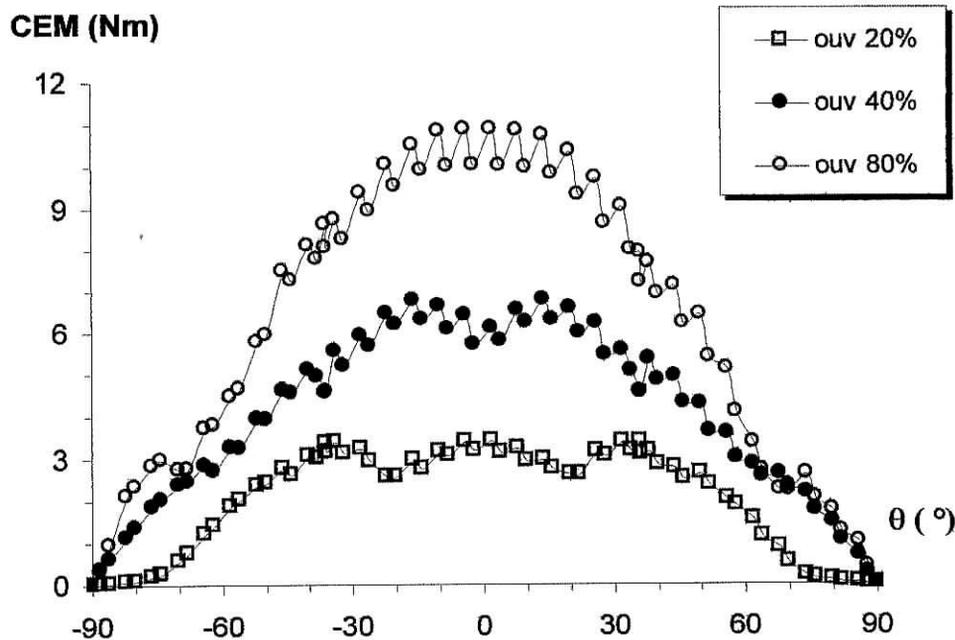


Figure III. 8. Couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour différents ouvertures des aimants du pas polaire avec une épaisseur de 3.2 mm.

III.6.2.3. INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DES AIMANTS SUR L'INDUCTION

La "Figure III. 9." représente la distribution de l'induction radiale sous un pôle pour différentes épaisseurs des aimants avec une ouverture de 80% au niveau du rayon

d'alésage. Donc, nous montrons que l'ouverture et l'épaisseur des aimants n'influent pas sur la forme d'induction (qui reste trapézoïdale), mais influent considérablement sur la largeur pour l'ouverture et d'amplitudes pour l'épaisseur.

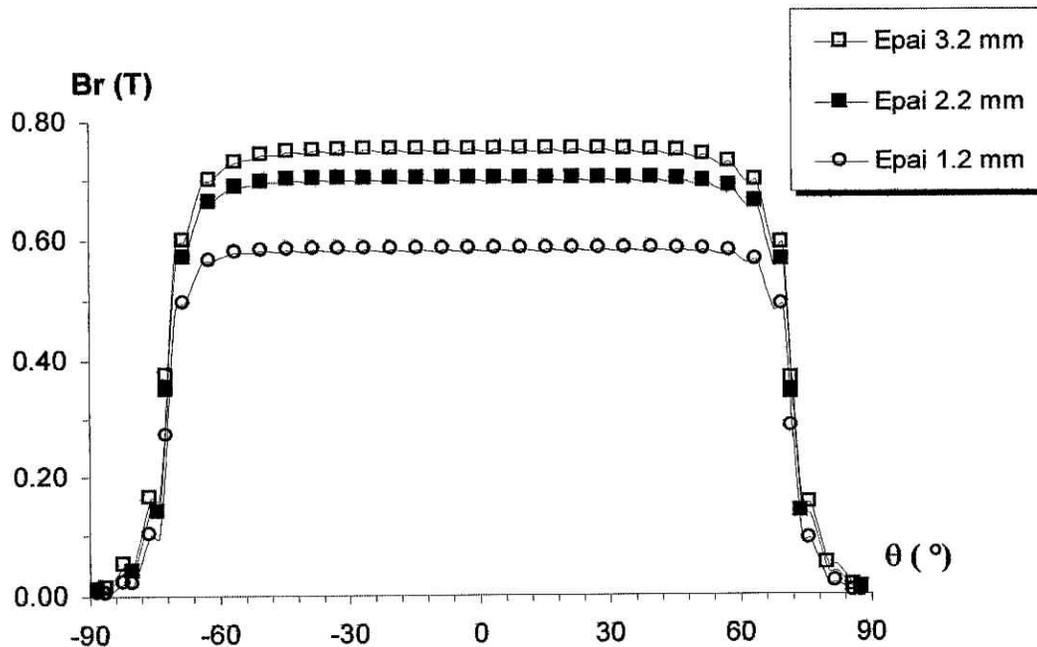


Figure III. 9. Répartition de l'induction radiale au niveau du rayon d'alésage pour différentes épaisseurs des aimants avec une ouverture de 80% du pas polaire.

III.6.2.4. INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DES AIMANTS SUR LE COUPLE

La "Figure III. 10." illustre la variation du couple statique pour différentes épaisseurs des aimants au niveau de rayon d'alésage et pour une ouverture des aimants égal à 80%.

Une augmentation de l'épaisseur des aimants a pour effet d'augmenter le couple développé.

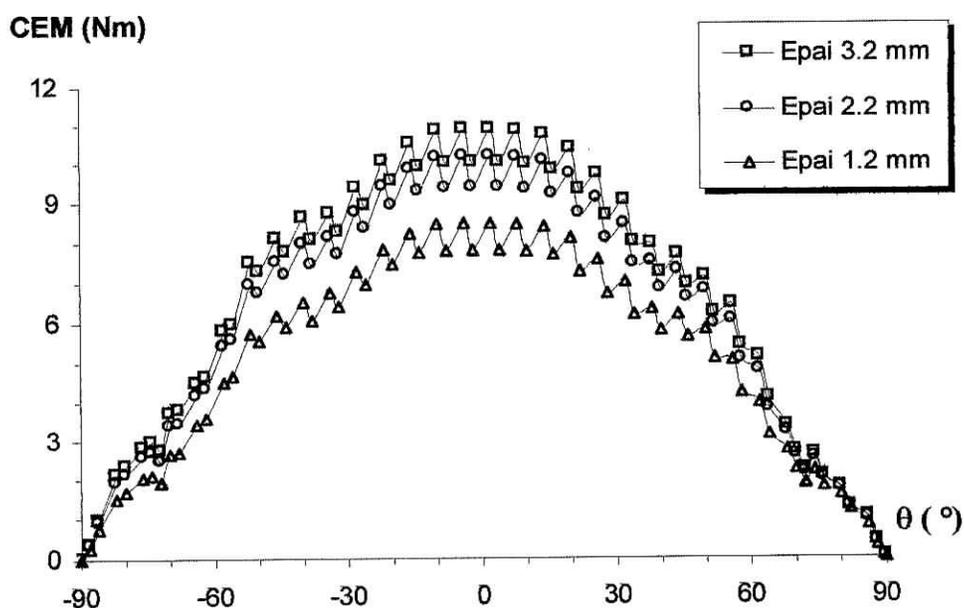


Figure III. 10. Le couple électromagnétique développé par la structure étudiée pour différentes épaisseurs d'aimants des aimants et d'ouvertures 80%

III.7. CONCLUSION.

Nous avons analysé les différents comportements de l'induction et du couple au niveau de rayon d'alésage par variation des dimensions des aimants. Cette analyse numérique des éléments finis a montré que la composante radiale augmente en amplitude avec l'épaisseur des aimants et devient moins ondulée quand l'ouverture des aimants augmente.

Les résultats numériques obtenus pour l'induction et le couple électromagnétique d'interaction aimants-courants statoriques en fonction des grandeurs géométriques par la "MEF" permettent une comparaison avec ceux rencontrés dans les travaux que nous avons utilisés [9, 13].

Chapitre

4

AVANTAGES & INCONVÉNIENTS
DES DEUX MÉTHODES DE
RÉSOLUTIONS NUMÉRIQUES
ETUDIÉES

CHAPITRE IV

AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES DEUX MÉTHODES DE RÉOLUTIONS NUMÉRIQUES ÉTUDIÉES

IV.1. INTRODUCTION

Pour certaines catégories de problèmes, on ne peut favoriser l'une des deux méthodes de résolution numériques par rapport à l'autre :

Méthode des équations d'intégrale de frontière (**MIF**) ;

Méthode d'élément finis (**MEF**).

Chaque méthode a ses propres avantages et inconvénients. Il est alors préférable de développer une technique combinée (méthode hybride) de ces deux méthodes.

Dans ce chapitre, nous présentons les avantages et les inconvénients des deux méthodes étudiées. Nous effectuons une comparaison des résultats obtenus par les méthodes exposées dans les deux chapitres précédents, et enfin nous discutons des différentes méthodes itératives d'utilisation simultanée de la **MIF** et la **MEF** qui peut être utilisée pour calculer les grandeurs électromagnétiques d'une machine donnée.

IV.2. LES AVANTAGES ET LES INCONVENIENTS DES DEUX METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUES

IV.2.1. LES AVANTAGES ET LES INCONVENIENTS DE LA MIF

Les avantages de la méthode des équations intégrales de frontières se résument comme suit :

- Diminution de la dimension du problème;
- Traitement facile des problèmes lorsque le domaine s'étend à l'infini;
- Préparation facile de la géométrie;
- Calcul assez rapide pour des géométries assez simples.

Les inconvénients de la méthode des équations intégrales de frontières sont :

- programmation plus complexe pour les domaines multiples (matrice pleine et temps de calcul prohibitif pour des géométries complexes);
- difficulté de calcul pour les problèmes avec milieux saturables et anisotropes;
- perte de précision pour des problèmes dont lesquels le rapport du volume à la surface est petit.

IV.2.2. LES AVANTAGES ET LES INCONVENIENTS DE LA MEF

Les avantages de la méthode des éléments finis, qui reste la méthode universelle pour la résolution numérique de modèles issus des dispositifs électromagnétiques, sont :

- Traitement possible de géométries complexes;
- Calcul rapide, pour des géométries assez simples;
- Structure de la matrice [S] de type "bande symétrique" qui fait que le stockage de la moitié de la bande suffit à la résolution de l'équation algébrique obtenue.

Les inconvénients de la méthode des éléments finis sont :

- complexité de mise en œuvre pour des problèmes complexes tels que la prise en compte des courants induits et du mouvement;
- coût en temps de calcul et en mémoire pour des géométries et des dispositifs électromagnétiques complexes.

IV.3. COMPARAISON DES RESULTATS DEDUITS DES DEUX METHODES ETUDIEES.

IV.3.1. COMPARAISON DES INDUCTIONS

La "Figure IV. 1." représente la comparaison des inductions radiales obtenue par les deux méthodes "MIF" et "MEF" pour le même prototype étudié avec une ouverture des aimants de 70% avec une épaisseur de 3,2mm.

Nous pouvons constater que, la valeur de l'induction au niveau du rayon d'alésage pour la MIF, est de 0,88T c'est-à-dire supérieure à celle obtenue en utilisant la MEF (0,75T). Par contre, les deux courbes ont la même allure.

Cette différence vient du fait que la modélisation de chacune de ces deux méthodes appliquée au niveau de l'aimant est différente (la forme d'aimant **segmenté** pour la **MIF** et en **tuile** pour la **MEF**). En effet, lorsqu'on prend une valeur d'ouverture d'aimant réduite ($\sim 20\%$ sur un pas polaire) pour les deux méthodes, on constate une concordance pour les inductions issues des deux méthodes de résolution "figure IV. 2.". La **MEF** donne des résultats plus proches de la réalité que la **MIF**.

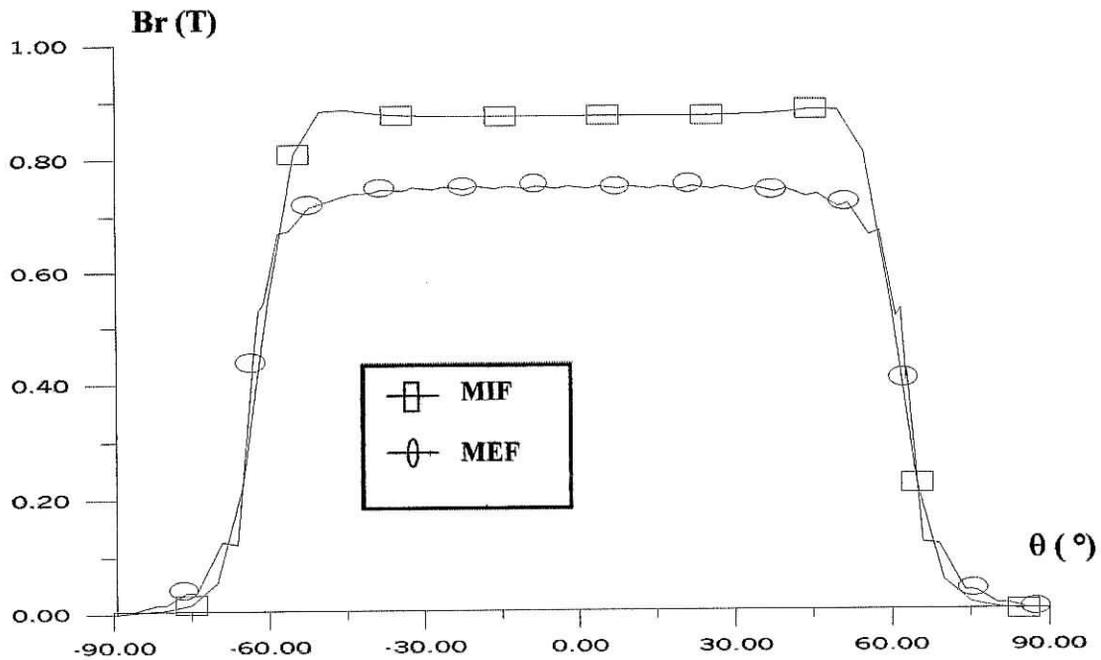


Figure IV. 1. Comparaison des inductions radiales obtenues par les deux méthodes étudiées pour une ouverture des aimants de 70% du pas polaire avec une épaisseur de 3,2mm.

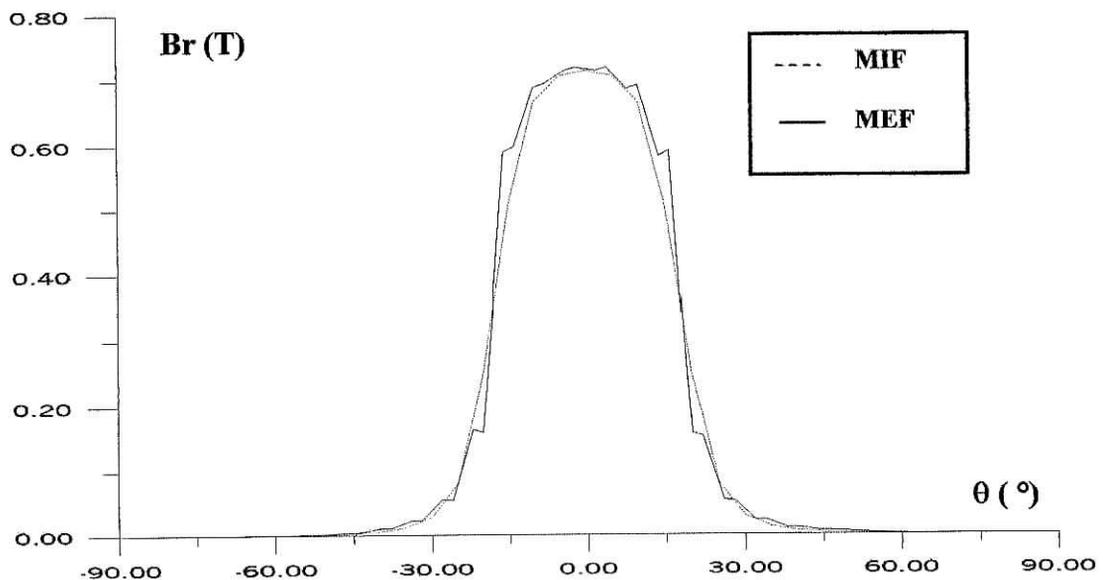


Figure IV. 2. Comparaison des inductions radiales développées par les deux méthodes étudiées pour une ouverture d'aimant 20% du pas polaire avec une épaisseur de 3,2mm.

IV.3.2. COMPARAISON DES COUPLES

La "figure IV. 3." représente les couples électromagnétiques obtenues en utilisant les deux méthodes numériques de résolution pour une ouverture des aimants de 70% et une épaisseur fixée à 3,2mm.

Nous constatons une différence entre les deux allures du couple générée d'une part par la différence des formes d'ondes des inductions et d'autre part par le fait que :

- 1- Pour la **MIF** le couple prend la forme des courants injectés au niveau du stator (forme trapézoïdale).
- 2- Tandis que pour la **MEF** ce couple prend la forme du cosinus vu l'expression (III. 28) adoptée pour les courants statoriques.

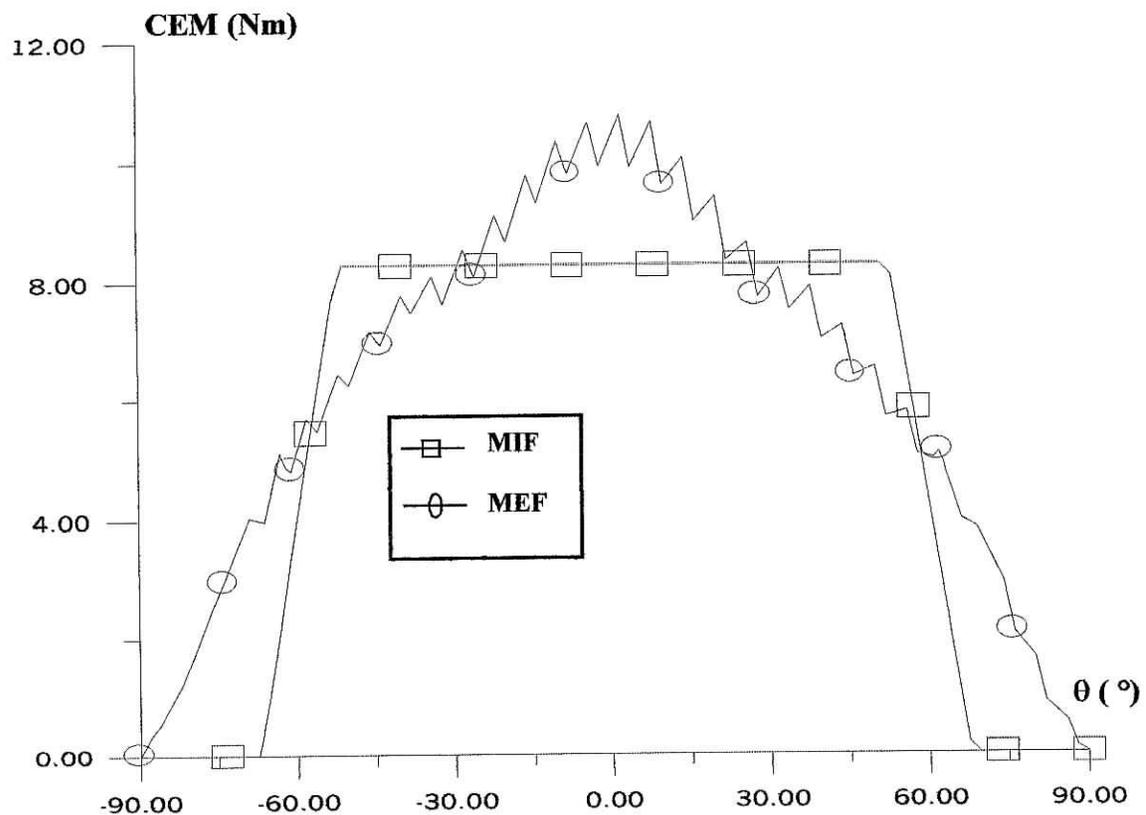


Figure IV. 3. Comparaison des couples électromagnétiques développées par les deux méthodes numériques de résolution utilisées (ouverture des aimants de 70% du pas polaire avec une épaisseur = 3,2mm).

IV.4. METHODE MIXTE (MIF-MEF).

Les méthodes mixtes dites encore hybrides sont également utilisées. Pour les domaines complexes, on fait appel à la méthode des éléments finis en effectuant un maillage fini tandis que pour les zones extérieures homogènes on utilise les équations intégrales de frontières.

Nous avons constaté, au vu des travaux consultés [20], que le couplage **MIF/MEF** est réalisé en employant une équation entière unifiée pour tout le domaine et en changeant la formulation d'une des deux méthodes de sorte qu'elles soient compatibles l'une avec l'autre.

Récemment, le couplage a été réalisé par des méthodes itératives de décomposition de domaine. Dans ces méthodes hybrides, on n'a pas besoin de combiner les coefficients des matrices **MIF** et **MEF**, comme exigé dans la plupart des méthodes de couplage conventionnelles. Le calcul est alors séparé pour chaque sous-domaine et on procède à un renouvellement successif des variables sur l'interface des deux sous-domaines pour atteindre la convergence finale [20].

IV.5. CONCLUSION.

Suite à la comparaison des deux méthodes de résolution numériques (**MIF** et **MEF**), on constate que la répartition de l'induction magnétique dépend essentiellement des paramètres géométriques d'une part. D'autre part la modélisation adoptée pour les aimants pour chaque méthode montre que la **MEF** est la plus proche de la réalité.

L'utilisation de la forme "segmentée" de l'aimant dans la méthode **MIF** n'est pas erronée mais permet de simplifier les calculs et la programmation. Nous avons cherché à justifier cela en considérant, pour les deux types de résolution, des ouvertures réduites pour les aimants et ainsi, on a obtenu une bonne concordance des résultats issus des deux méthodes.

Afin de limiter les inconvénients des deux méthodes et exploiter au mieux leurs avantages, on utilise les méthodes hybrides (MIF-MEF). Malheureusement, la durée prévue pour la réalisation de notre projet de fin d'études n'a pas été suffisante pour réaliser un travail en ce sens. Nous estimons par ailleurs avoir acquis les éléments de base pour la résolution numérique de problèmes liés à la diffusion du champ électromagnétiques au niveau de dispositifs électromécaniques.

Conclusion

Générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire concerne le calcul et l'évaluation des performances d'un moteur de faible et moyenne puissance à aimants permanents à aimantation radiale en fonctionnement synchrone autopiloté, en utilisant deux méthodes numériques : la méthode des équations intégrales de frontière "MIF" basée sur l'identité de Green et la méthode universelle c'est-à-dire la méthode des éléments finis "MEF".

On a constaté que la "MIF" produit des résultats acceptables alors que la "MEF" présente des résultats plus précis et concordants avec ceux obtenus par les différents travaux consultés [9, 13].

Selon les calculs que nous avons effectué, nous avons constaté que la répartition de l'induction radiale et de celle du couple électromagnétique d'interaction dépendent, sous des considérations mécaniques et thermiques fixées, essentiellement des paramètres géométriques de l'inducteur.

La valeur optimale de l'ouverture des aimants, sous les conditions fixées ci-dessus avec un critère d'un couple maximum, est voisine de 70% du pas polaire avec une épaisseur d'environ 3 mm.

Afin d'exploiter les avantages des deux méthodes "MIF" et "MEF", il est possible de les utiliser en même temps (mixage) pour la résolution numérique des équations électromagnétiques pour le calcul des performances d'une machine électrique.

En effet, ce travail nous a permis de nous initier au calcul numérique de dispositifs électromagnétiques en nous familiarisant avec la "MIF" et la "MEF". Toutefois, le temps imparti à un PFE ne nous a pas permis d'exploiter un mixage de ces deux méthodes. Nous souhaitons que ce travail soit repris par ceux qui viendront par la suite.

Annexes

ANNEXE I

AI. LE CALCUL DE POTENTIEL VECTEUR EN FONCTION DES DEFFERANTS
POSITION DU POINT "P"

Si "A" et $\frac{\partial A}{\partial n}$ sont connus partout sur "L", cette formulation permet de déterminer "A(P)" en un point quelconque intérieur au domaine. Deux cas sont alors considérés :

1- Si "P" est intérieur à "Ω" :

Le terme $A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n}$ de la seconde intégrale du second membre de l'équation (II. 26.) est de la forme :

$$A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} = \frac{1}{2\pi r_{PQ}} A(Q) \quad (\text{AI. 1.})$$

Et l'intégrale de ce terme sur "ε" vaut :

$$\frac{1}{2\pi r_{PQ}} \cdot A(Q) \cdot 2\pi r_{PQ} = A(P) \quad (\text{AI. 2.})$$

Le terme $G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n}$ est équivalent à $-\frac{1}{2\pi} Lnr_{PQ} \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n}$ et nulle sur le domaine

"ε". L'équation (II. 26.) s'écrit alors :

$$A(P) = \iint_S G(P, Q) \cdot F(Q) dS + \int_L \left[G(P, Q) \cdot \frac{\partial A(Q)}{\partial n} - A(Q) \cdot \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} \right] dL \quad (\text{AI. 3.})$$

2- Si "P" est un point régulier de la frontière :

Si le même raisonnement précédent, seul la relation (AI. 2.) est modifié, puisque l'intégration ne s'effectue pas sur un contour, mais seulement sur une portion.

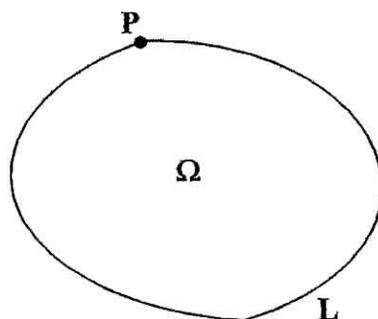


Figure AI. 1. Point régulier du domaine d'interaction.

La relation (AI. 3.) prends alors la forme :

$$C(P).A(P) = \iint_S G(P, Q).F(Q)dS + \int_L [G(P, Q). \frac{\partial A(Q)}{\partial n} - A(Q). \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n}] dL \quad (\text{AI. 4.})$$

Ou le coefficient $C(P) = \frac{\alpha}{2\pi}$, avec " α " étant l'angle correspondant au balayage "L" depuis le point "P". De même pour un point de la frontière correspondant à un angle intérieure " α ".

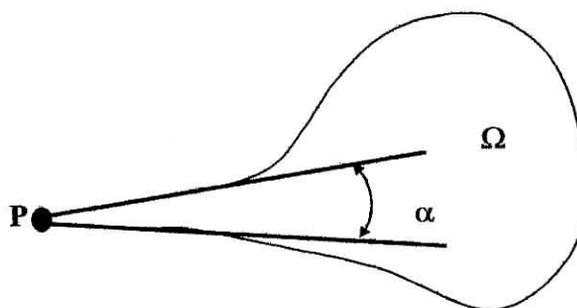


Figure AI. 2. Cas pour un point anguleux.

Dans tout les cas, la relation (AI. 4.) est valable, et l'angle " α " est donné par :

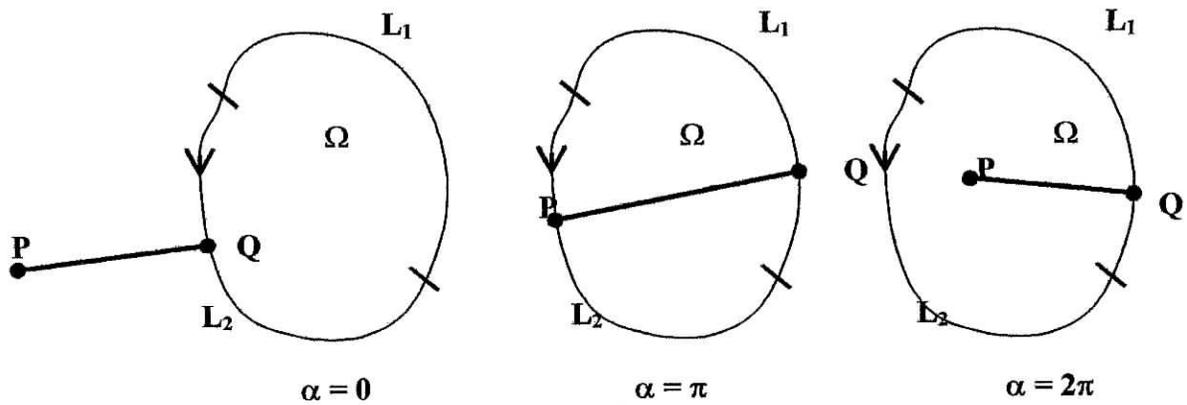


Figure AI. 3. Différentes valeurs d'angle α en fonction de la position des points.

Avec un mode d'approximation adéquat de "A" et $\frac{\partial A}{\partial n}$ sur "L", et grâce à un choix judicieux des points "P" sur la frontière, l'équation (AI. 4.) permet d'obtenir le potentiel "A", là où l'on connaît $\frac{\partial A}{\partial n}$ et $\frac{\partial A}{\partial n}$ là où l'on connaît "A".

ANNEXE II

AII. 1. FORMULATION INTEGRALE DU MODELE MAGNETOSTATIQUE PAR LA METHODE DES RESIDUS PONDERES

La methode des résidus pondérés consiste à écrire :

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A}{\mu \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A}{\mu \partial y} \right) + J \right] w d\Omega = 0 \quad (\text{AII. 1.})$$

où "w" est une fonction de poids (pondération).

L'expression (AII. 1.) devient après une intégration par parties :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} - wJ \right] d\Omega = \oint_{\partial\Omega} \frac{\partial A}{\mu \partial n} \cdot w d\Gamma \quad (\text{AII. 2.})$$

cette dernière équation représente la formulation intégrale du modèle scalaire de la magnétostatique. La première expression de (AII. 2.) décrit le potentiel "A" dans le domaine "Ω" tandis que la deuxième caractérise les conditions aux limites "Γ".

AII. 2. FONCTION DE PONDERATION

Il y a plusieurs manières de choisir la fonction de pondération "w". en associant l'intégrale (AII. 2.) à un découpage du domaine "Ω" en éléments finis et en choisissant comme fonction w_i relative à chaque nœud, la même fonction de pondération "N_i" que nous avons utilisée dans le cas de la fonctionnelle d'énergie, nous aboutissons à la méthode de Galerkin. Remplaçons alors dans (AII. 2.) la fonction w par N_i, et A par la fonction d'interpolation (III. 9.). dans le cas de l'élément e, donc l'équation (AII. 2.) s'écrit :

$$\iint_{\Omega_e} \left\{ \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \sum_{k=1}^m \frac{\partial N_k}{\partial x} A_k + \frac{\partial N_i}{\partial y} \sum_{k=1}^m \frac{\partial N_k}{\partial y} A_k - N_i J \right] \right\} d\Omega_e - \oint_{\Gamma_e} N_i \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_e}{\partial n} d\Gamma_e = 0 \quad (\text{AII. 3.})$$

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

[1] R. IBTIOUEN

"Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine à aimants insérés."

Thèse Doctorat d'état, ENP AVRIL 1993.

[2] S. TOUATI

"Calcul d'une machine synchrone à aimantation tournante en utilisant une Méthode des Equations Intégrale de Frontière."

Thèse Magister d'état, ENP Décembre 1996.

[3] C. BERENGER

"Contribution à l'étude d'une machine synchrone autopilotée à aimants dans l'enterfer."

Thèse de Doctorat d'état, INP lorraine, Nancy, France 1989.

[4] A. ABDEL.YAZID, A. ZIZI

"Synthèse de la commande équivalente par modes glissants avec orientation du champ. Application pour une machine synchrone à aimants permanents."

PFE, ENP, JUIN 1995.

[5] B. YAGOUBI, S. MENICHE

"Commande floue d'un actionneur synchrone à aimants permanents."

PFE, EMP, JUIN 1999.

[6] G. LACROUX

"les aimants permanents."

Edition Tec & Doc Lavoisier.

[7] A. MIRAOU

"Dimensionnement optimal d'un moteur sans balais à aimants Néodyme-Fer-Bore."

Thèse de doctorat; Université de Franche Comté 1992.

[8] F. LEPRINCE-RINGUET

"Aimants permanents Matériaux et applications."

Technique de l'ingénieur Article D 2100 volumes DAB Parution 06/1996.

[9] L. HADJOUT

"Analyse des permanences électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à pôle lisse."

Thèse de Magister, ENP, JUIN 1994.

[10] M.A.RAHMAN; G.R.SLEMON

"Promising applications of Néodymium Boron Iron magnet in electrical machine."

IEEE Trans .on magnetics, vol. MAG -21, n° .3, Septembre 1985, pp-1712-1716.

[11] T. DRIZI, K. MOUAZIZ

"Calcul numérique d'une machine synchrone à aimants permanents avec pièce polaire et à concentration de flux."

PFE, ENP, 1996.

[12] M. ABID, K. BOUGHRARA

"Etude d'une machine synchrone autopilotée à aimants permanents."

PFE, ENP, Alger JUIN 1994.

[13] R. ZERROUKI

"Dimensionnement d'une machine synchrone à aimants permanents en utilisant les méthodes numériques."

PFE, Centre Universitaire de MEDEA octobre 1999.

[14] M. LAJOIE, P. VIAROUGE

"Alimentation des machines synchrones."

Technique de l'ingénieur Article D 3630 volumes DAB Parution 06/1996.

[15] T. LECOMTE

"Conception assistée par ordinateur (CAO) machine synchrone."

Technique de l'ingénieur Article D 3595 volumes DAB Parution 06/1994.

[16] M. CHABANE

"Utilisation d'une méthode intégrale pour l'étude et l'optimisation de machines Asynchrone à rotors massifs."

Thèse de Doctorat d'état, INP Lorraine, Nancy, France 1989.

[17] HUANG FANG

"Etude des problèmes d'électrotechnique par la méthode des intégrales de frontière."

Thèse de Doctorat, INP LORRAINE, NANCY, France 1988.

[18] K. ALITOUCHE

"Contribution à l'optimisation du couple d'une machine à aimants permanents en utilisant la méthode des éléments finis."

Thèse Magister d'état, ENP juillet 1992.

[19] Marc POGU

"Programmation des Eléments Finis (P1, 2D)."

CEPADUES-EDITIONS, Toulouse, France.

[20] Marc POGU

"An Overlapping Domain Decomposition Approach for Coupling the Finite and Boundary Element Methods."

Article: King Fahd University of Petroleum and Minerals, Dhahran 31261, Saudi Arabia.