

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

CALCUL DES VOILES
SOUS CHARGES
HORIZONTALES

Proposé Par :

Etudié par :

Dirigé par :

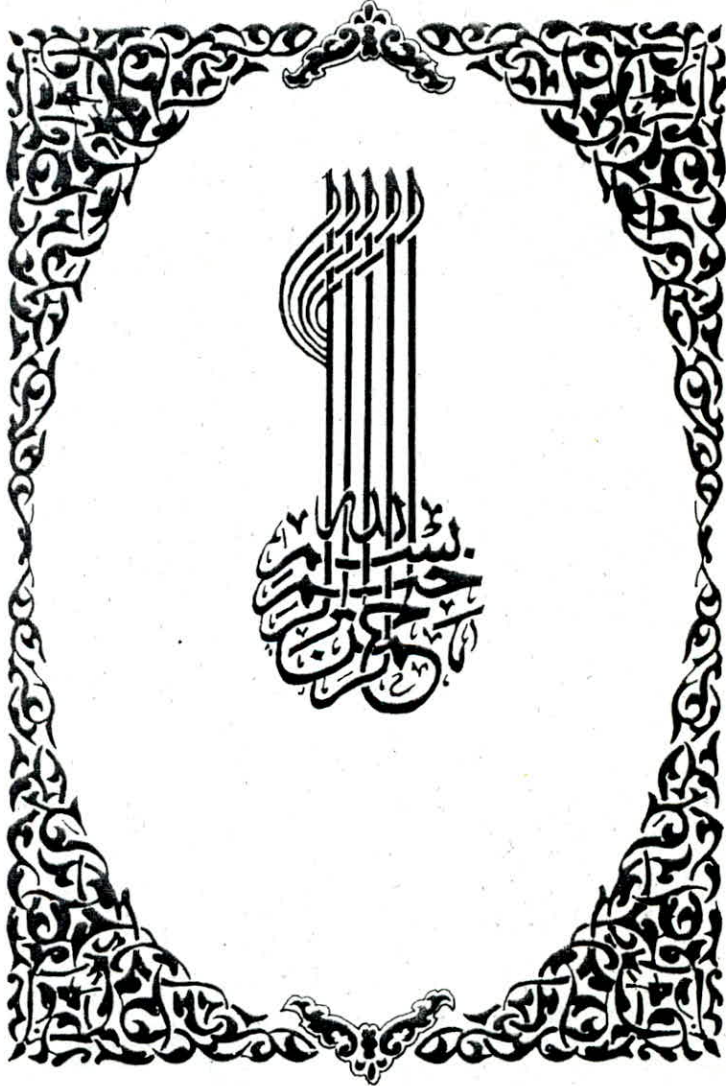
Mr BENSLIMANE

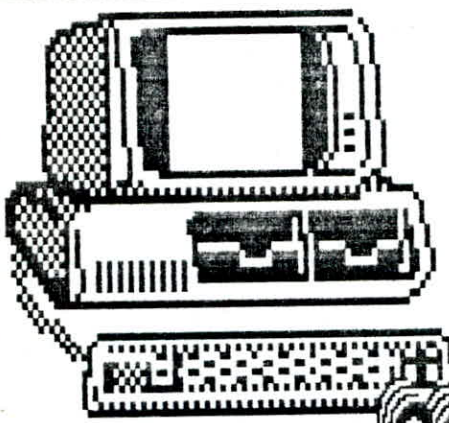
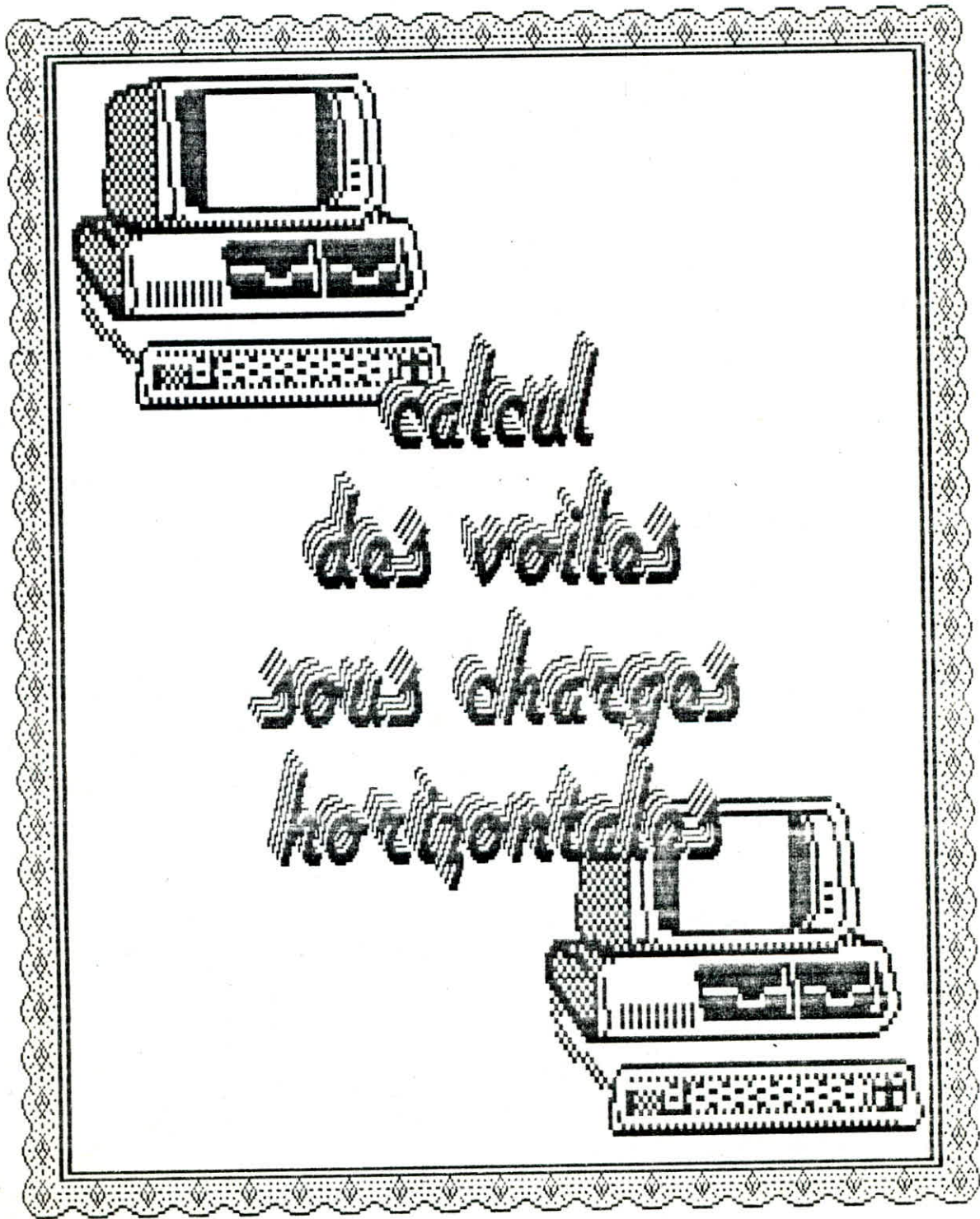
M. SENHADJI
L. MEHAI

Mr BENSLIMANE

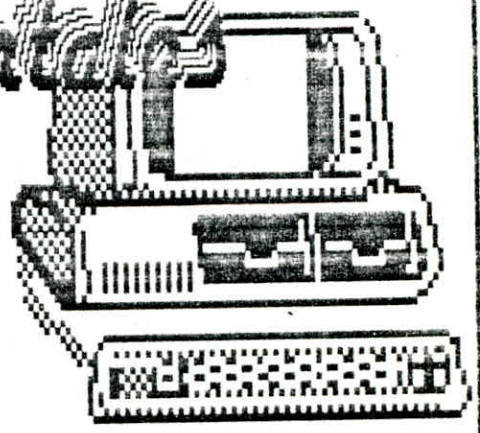
PROMOTION : janvier 88

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique





calcul
des voiles
sous charges
horizontales



DEDICACES

C'est avec une grande joie que je dedie ce modeste travail à :

- Ma mère ,
- Mon père ,
- Mes frères et soeurs ,
- Toute ma famille ,

Ainsi qu'à tous mes amis de la promotion et à mes frères croyants en " ALLAH " , dieu unique et tout puissant .

M. SENHADJI

C'est avec une joie immense que je dedie ce modeste travail à :

- Ma mère ,
- Mon père ,
- Mes frères , soeurs et ma belle soeur ,
- Toute ma famille ,

Ainsi qu'à tous mes amis de la promotion et à mes frères croyants en " ALLAH " , dieu unique et tout puissant .

L. MEHAI

REMERCIEMENTS

Nous sommes particulièrement reconnaissant à monsieur BENS LIMANE notre promoteur , qui avec ses conseils éclairés , nous a fait surmonter bien des obstacles .

Nous lui sommes extrêmement redevables pour toute la gentillesse et la sollicitude dont il a fait preuve à notre égard , n'épargnant ni son temps ni sa peine pour nous venir en aide .

Notre gratitude va tout spécialement à monsieur BARAKA pour sa contribution effective par son aide précieuse , ses conseils et sa gentillesse .

Nos remerciements s'adressent également au personnel du centre de calcul de l'Ecole Nationale Polytechnique , dont la compréhension nous fut précieuse , ainsi qu'à tous les professeurs qui ont contribué à notre formation

SOMMAIRE

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

CHAPITRE 2

APPLICATION DES DIFFERENCES FINIES A L'ETUDE DES VOILES

- Hypotheses
- Principe de la methode
- Effort tranchant dans les linteaux
- Conditions aux limites
- Formation de la matrice
- Moment de flexion dans les linteaux
- Moment de flexion à mi-hauteur d'étage dans les trumeaux
- Effort tranchant dans les trumeaux
- Effort normal dans les trumeaux
- Moment de flexion dans les trumeaux
- Effort normal dans les linteaux
- Deplacement en tete du refend
- Inertie equivalente
- Organigramme général

CHAPITRE 3

EXPOSE DE LA METHODE D'ALBIGES & GOULET

- Refends à une file d'ouverture
 - * Hypotheses
 - * Etapes de calcul
 - * Etude des linteaux
 - * Etude des trumeaux
- Refends à plusieurs files d'ouvertures

CHAPITRE 4

METHODE DES EQUIVALENCES

- Introduction
- Energie de deformation du corps reel
- Energie de deformation du corps fictif
- Condition d'équivalence
- Raccordement des modèles
- Determination du champ de deformation par la methode des éléments finis
 - * Theorie de base
 - * Matrice de rigidite d'une barre dans le repère global
- Determination du champ de contraintes dans le corps réel

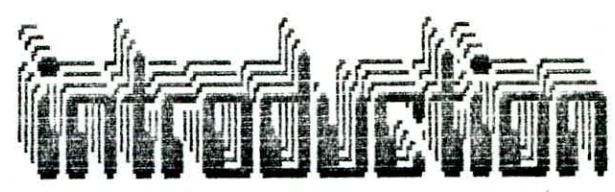
CHAPITRE 5

APPLICATIONS

CHAPITRE 6

CONCLUSIONS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique



INTRODUCTION

Dans la pratique du génie civil, on est souvent amené à calculer des bâtiments dont le contreventement est assuré par des voiles longitudinaux et transversaux.

Le procédé de calcul préconisé par le RPA aboutit à un ferrailage excessif dans les linteaux, alors que les trumeaux sont en général armés au pourcentage minimum. Ce procédé ne permet pas de tenir compte des phénomènes d'adaptation du béton.

La méthode de calcul des efforts généralement utilisée pour le calcul des voiles sous l'effet du séisme (charges concentrées au niveau des planchers) est telle qu'elle assimile ce système de chargement à un chargement triangulaire réparti. Cette simulation peut ne pas traduire la réalité pour les motifs suivants :

Dans le cas des bâtiments élevés, la présence de F (force additionnelle appliquée au sommet de la structure, fausse l'idéalisation. Alors que dans le cas des bâtiments peu élevés l'erreur commise est trop importante.

De plus, la méthode de calcul généralement utilisée est celle établie par M. ALBIGES dont les résultats sont fonction du coefficient de monolithisme α :

- Cas général : $1 < \alpha < 10$
- Cas des petites ouvertures : $\alpha > 10$
- Cas des grandes ouvertures : $\alpha < 1$

Il a été constaté que pour des valeurs de α proches des frontières, les différents résultats obtenus ne coïncident pas.

Pour l'évaluation des rigidités de niveaux des bâtiments à voiles, il est souvent fait appel à la notion d'inertie équivalente, qui de par sa définition, est fonction du type de chargement, ce qui donne des périodes de propres différentes concernant le vent ou le séisme.

Dans cette étude, nous nous proposons de mettre au point des outils de calcul qui nous permettraient d'apprécier de meilleure manière les sollicitations des voiles sous charges horizontales données par la méthode d'ALBIGES.

Deux méthodes de calcul ont été étudiées :

- 1- La méthode des différences finies
- 2- La méthode des équivalences

Nous avons jugé nécessaire d'insérer dans le présent polycopié la méthode d'ALBIGES car nous nous sommes proposés de comparer les efforts ,les contraintes ,les flèches et les inerties équivalentes pour chacune des méthodes , de manière à envisager des solutions sur la méthode de calcul à utiliser dans le cas des voiles à ouvertures sous charges ponctuelles horizontales

methode
des differences
finies

**APPLICATION DES DIFFERENCES FINIES
A L'ETUDE DES VOILES**

L'étude des refends à plusieurs files d'ouvertures due à MR DESPEYROUX constitue en fait, la généralisation de l'étude des refends percés d'une file d'ouverture établie par MM ALBIGES & GOULET. L'application des différences finies consiste à discrétiser les équations générales d'équilibre.

Elle repose sur un certain nombre d'hypothèses que nous énumérons ci-dessous:

A/ HYPOTHESES :

- 1- Le voile est constitué par des éléments de refend (trumeaux) dont la ligne moyenne est verticale.
- 2- La ligne moyenne des linteaux est supposée horizontale et confondue avec le plan moyen des planchers associés.
- 3- On admet l'indeformabilité des planchers.
- 4- les caractéristiques géométriques des ouvertures ne varient pas sur la hauteur du refend, néanmoins elles peuvent changer d'une file à l'autre.
- 5- On négligera les déformations provenant de l'effort normal dans les linteaux, hypothèse qui est d'autant plus justifiée que les planchers des différents niveaux participent à cette transmission entre les files d'éléments de refend.
- 6- Nous supposerons que les linteaux interviennent de façon continue sur la hauteur moyenne d'étage à l'étage I soit $6(I)$.
- 7- Les trumeaux (ou éléments de refend) sont assimilés à des solides à ligne moyenne verticale, étudiés par la théorie classique des poutres droites. En particulier la hauteur de ces éléments doit être plus importante que leurs dimensions transversales.

B/ CONSEQUENCES :

- La combinaison des hypothèses (5) & (6) permet d'écrire, que les déformées Y de tous les trumeaux sont identiques ,ce qui entraîne l'égalité de leurs dérivées successives.
- L'égalité des pentes Y' à un niveau donné entraîne l'égalité des rotations aux appuis pour un linteau,de sorte que le point de moment nul se trouve à mi-portée des linteaux.

C/ NOTATIONS :

Les notations récapitulées ci-dessous sont également explicitées sur la figure 1.(page 11) .

- I indice d'un étage.
NN indice du dernier étage.
J indice d'un trumeau.
MM indice du dernier trumeau.
H(I) hauteur d'étage comprise entre l'étage I-1 et l'étage I.
H(NNN) hauteur de l'acrotère.
G(I) hauteur moyenne d'étage à l'étage I.
 $G(I)=1/2[H(I)+H(I+1)] \quad I=1, \dots, NN-1$
 $G(NN)=1/2[H(NN)]$
C(J) distance entre les centres de gravité des trumeaux J & J+1.
CM(I) effort horizontal s'exerçant au niveau I.
V(J) portée du linteau J.
S(I,J) section du trumeau J au niveau I.
RI(I,J) moment d'inertie du meme trumeau.
BI(I,J) moment d'inertie du linteau J au niveau I.
E(I,J) module d'élasticité du trumeau J au niveau I.
EL(I,J) module d'élasticité du linteau J au niveau I.
X(I) altitude de l'étage I rapportée a la section d'encastrement a la base.

$$X(I) = \sum_{k=1}^{k=I} H(K)$$

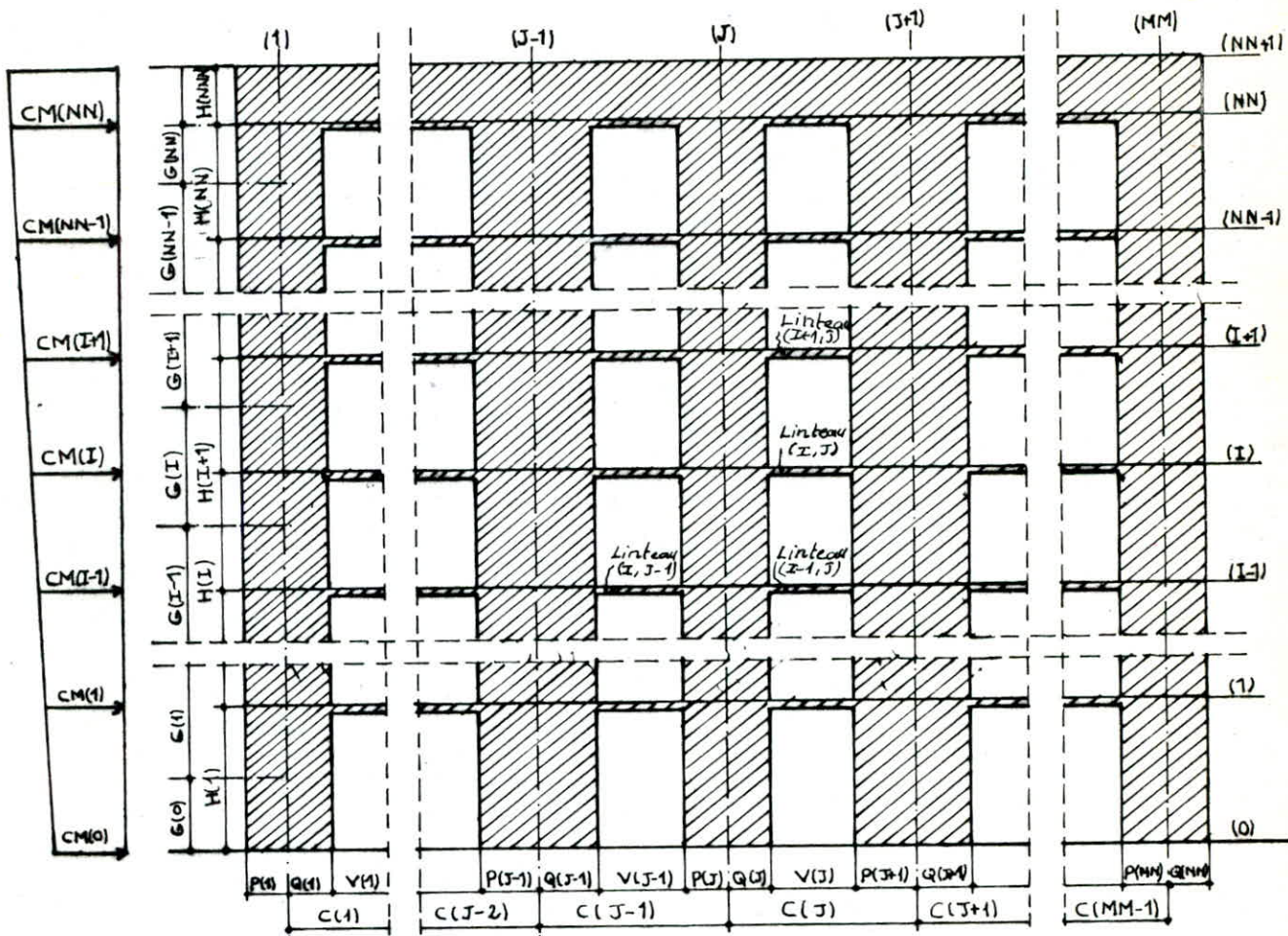


Fig: 1

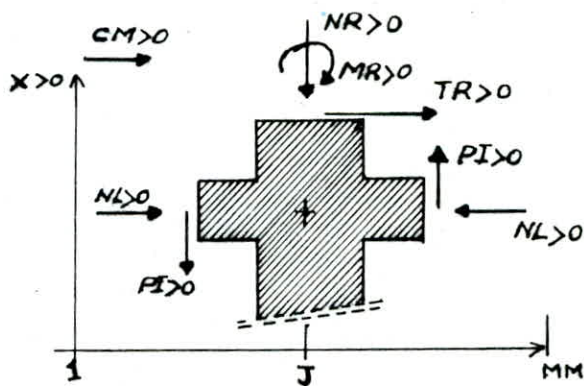


Fig: 2

- P(J) distance entre le centre de gravité du trumeau J et son bord à gauche.
- Q(J) distance entre le centre le gravité du trumeau J et son bord à droite.
- PI(I,J) effort tranchant dans le linteau J de l'étage I.
- NL(I,J) effort normal dans le linteau J de l'étage I.
- ML(I,J) moment de flexion à l'enracinement du linteau J de l'étage I.
- MR(I,J) moment de flexion dans le trumeau J à mi-hauteur de l'étage I .
- MR1(I,J) moment de flexion dans le trumeau J juste au-dessus du linteau de l'étage I-1.
- MR2(I,J) moment de flexion dans le trumeau J juste au-dessous du linteau de l'étage I.
- TR(I,J) effort tranchant dans le trumeau J dans la hauteur de l'étage I.
- NR(I,J) effort normal dans le trumeau J dans la hauteur de l'étage I.
- F(I,J) dénivellation d'appui du linteau J au niveau I avec les valeurs particulieres F1,F2 , et F3 précisés plus loin .
- Y(I) valeur de la déformée Y des trumeaux au niveau I.
- TE(I) effort tranchant des forces extérieures dans la hauteur du niveau I.
- ME(I) moment de flexion des forces extérieures appliquées du niveau I au niveau NN mesuré à mi-hauteur de l'étage I.

NOTA :
 Pour ce qui est des conventions de signe voir figure 2 (page 11)

C/ PRINCIPE DE LA METHODE :

Elle est basée sur la compatibilité des déformations entre linteaux et trumeaux .

Les linteaux n'étant pas chargés transversalement , l'effort tranchant reste constant sur toute leur longueur et il correspond à la dénivellation d'appui engendrée par les déformations de flexion composée des trumeaux .

En se rapportant à la figure 3 (page 14), nous faisons apparaître pour toute altitude les déplacements relatifs $F(I,J)$.
avec:

$F1(I,J)$ est le déplacement relatif résultant de la flexion simple des éléments de refend , caractérisée par la déformée Y .

$F3(I,J)$ est le déplacement correspondant à l'action de l'effort normal sur le trumeau J . Il est compté positif s'il s'agit d'une compression.

$F3(I,J+1)$ déplacement correspondant à l'action de l'effort normal sur le trumeau $J+1$. Il est compté positif s'il s'agit d'une compression.

$F2(I,J)$ est le déplacement relatif résultant des trois effets précédents.

Nous avons alors :

$$F1(I,J) = F2(I,J) + F3(I,J+1) - F3(I,J) \quad (1)$$

D'autre part l'hypothèse faite sur les linteaux répartis donne:

$$F1(I,J) = Y'(I)C(J) \quad (2)$$

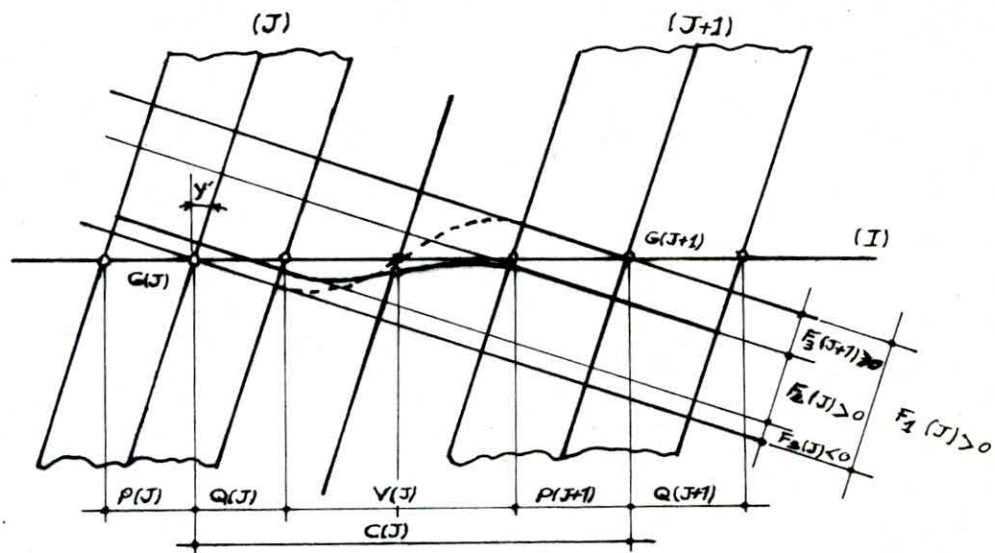


Fig: 3

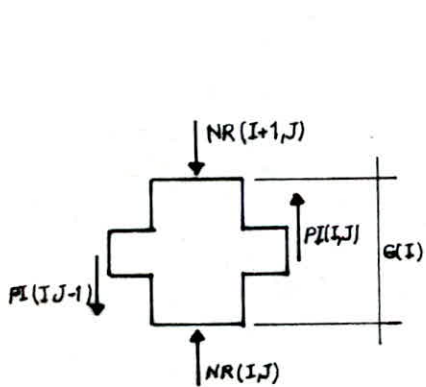


Fig: 4

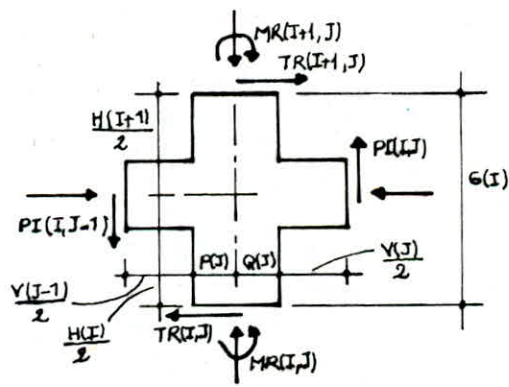


Fig: 5

1/ EFFORT TRANCHANT DANS LES LINTEAUX :

L'étude du linteau J donne :

$$F2(I, J) = PI(I, J)V(J)^2 / 12EL(I, J)BI(I, J) \quad (3)$$

L'étude des éléments de refend (trumeaux) donne :

$$F3(I, J) = \sum_{k=1}^{k=1} NR(K, J)H(K) / E(K, J)S(K, J) \quad (4)$$

En dérivant deux fois l'expression 1, en admettant en outre de négliger les variations des modules d'élasticité, des moments d'inertie des linteaux et des surfaces des refends vis à vis des variations des efforts tranchants dans les linteaux et des efforts normaux dans les refends. Cette hypothèse ne se trouve pleinement satisfaite que dans le cas des refends ajourés dont toutes les caractéristiques pour une file d'ouverture sont indépendantes des étages. Il vient :

$$Y'''(I) = PI''(I, J)V(J)^2 / 12EL(I, J)BI(I, J) + NR'(I, J+1) / [E(I, J+1)S(I, J+1)] - NR'(I, J) / E(I, J)S(I, J) \quad (5)$$

La variation de l'effort normal est obtenue en étudiant l'équilibre d'un tronçon de refend compris de part et d'autre de l'étage I (fig 4, page 14) ; En effet :

$$NR(I+1, J) - NR(I, J) = PI(I, J) - PI(I, J-1) \quad (6)$$

En passant à la dérivée, il vient :

$$NR'(I, J) = [PI(I, J) - PI(I, J-1)] / G(I) \quad (7)$$

De même: $NR'(I, J+1) = [PI(I, J+1) - PI(I, J)] / G(I) \quad (8)$

On trouve ainsi:

$$Y'''(I)C(J) = PI''(I, J)V(J)^2 / 12EL(I, J)BI(I, J) + [PI(I, J+1) - PI(I, J)] / G(I)E(I, J+1)S(I, J+1) - [PI(I, J) - PI(I, J-1)] / G(I)E(I, J)S(I, J) \quad (9)$$

On peut obtenir une nouvelle expression de $Y''(I)$ en s'intéressant aux différents éléments de refend. Nous avons en effet :

$$Y''(I) = M(I, J) / E(I, J) R I(I, J) \quad (10)$$

Après dérivation, il vient :

$$\sum_{J=1}^{J=XX} M'(I, J) = Y'''(I) \sum_{J=1}^{J=XX} E(I, J) R I(I, J) \quad (11)$$

La variation du moment de flexion est obtenue en écrivant l'équilibre d'un tronçon de refend compris de part et d'autre de l'étage I (fig 5, page 14) :

Il vient :

$$\begin{aligned} MR(I+1, J) - MR(I, J) = & -TR(I, J)H(I)/2 - TR(I+1, J)H(I+1)/2 + \\ & + PI(I, J)(Q(J) + V(J)/2) + \\ & + PI(I, J-1)(P(J) + V(J-1)/2) \end{aligned} \quad (12)$$

En passant à la dérivée, il vient :

$$MR'(I, J) = [MR(I+1, J) - MR(I, J)] / G(I) \quad (13)$$

En injectant l'expression (12) dans (13), on obtient :

$$\begin{aligned} MR'(I, J) = [1 / G(I)] [& -TR(I, J)H(I)/2 - TR(I+1, J)H(I+1)/2 + \\ & + PI(I, J)[Q(J) + V(J)/2] + \\ & + PI(I, J-1)[P(J) + V(J-1)/2] \end{aligned} \quad (14)$$

Après sommation sur tous les éléments de refends, il vient :

$$\begin{aligned} \text{En effet : } \sum_{J=1}^{J=XX} PI(I, J)[Q(J) + V(J)/2] + \sum_{J=1}^{J=XX} PI(I, J-1)[P(J) + V(J-1)/2] = \\ \sum_{J=1}^{J=XX-1} PI(I, J)C(J) \end{aligned} \quad (15)$$

Avec: $C(J)=V(J)+[Q(J)+P(J+1)]/2$

D'où :

$$\sum_{J=1}^{J=KK} MR'(I,J) = [1/2G(I)][-H(I) \sum_{J=1}^{J=KK} TR(I,J) - H(I+1) \sum_{J=1}^{J=KK} TR(I+1,J) + 2 \sum_{J=1}^{J=KK-1} PI(I,J)C(J)] \quad (16)$$

En remarquant que : $\sum_{J=1}^{J=KK} TR(I,J) = TE(I)$, ainsi que : $TE(I) = \sum_{K=I}^{K=MM} CM(K)$

$$(17) \qquad (18)$$

On peut écrire que :

$$Y'''(I) = -[1/G(I) \sum_{J=1}^{J=KK-1} PI(I,J)C(J) - TE(I+1) - H(I)CM(I)/2G(I)] / \sum_{J=1}^{J=KK} E(I,J)RI(I,J) \quad (19)$$

Il reste à égaliser les deux expressions (9) & (18) de $Y'''(I)$ afin d'obtenir une équation différentielle en $PI''(I,J)$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} & PI''(I,J)V(J)^2/[12EL(I,J)BI(I,J)C(J)] + \\ & + 1/[G(I)C(J)][(PI(I,J+1)-PI(I,J))/(E(I,J+1)S(I,J+1))] - \\ & - 1/[G(I)C(J)][(PI(I,J)-PI(I,J-1))/(E(I,J)S(I,J))] = \\ & [(1/G(I)) \sum_{J=1}^{J=KK-1} PI(I,J)C(J) - TE(I+1) - H(I)CM(I)/2G(I)] / \sum_{J=1}^{J=KK} E(I,J)RI(I,J) \quad (20) \end{aligned}$$

On se propose de transformer l'équation (20) en différences finies et ce en revenant à la définition de la dérivée.

$$PI(I+1, J) = PI(I, J) + G(I)PI'(I, J) + G(I)^2PI''(I, J)/2 \quad (21)$$

$$PI(I-1, J) = PI(I, J) - G(I)PI'(I, J) + G(I)^2PI''(I, J)/2 \quad (22)$$

Après sommation des expressions (21) & (22), on obtient:

$$PI''(I, J) = [PI(I+1, J) - 2PI(I, J) + PI(I-1, J)]/G(I)^2 \quad (23)$$

On trouve alors le système d'équations linéaires en $PI(I, J)$. Les indices I variant de 0 à NN et J de 1 à $MM-1$.

$$\begin{aligned} & [PI(I+1, J) - 2PI(I, J) + PI(I-1, J)]V(J)^3/12EL(I, J)BI(I, J)G(I)C(J) + \\ & + [PI(I, J+1) - PI(I, J)]/E(I, J+1)S(I, J+1)C(J) - \\ & - [PI(I, J) - PI(I, J-1)]/E(I, J)S(I, J)C(J) = \\ & = \left[\sum_{J=1}^{J=MM-1} PI(I, J)C(J) - TE(I+1)G(I) - CM(I)H(I)/2 \right] / \sum_{J=1}^{J=MM} E(I, J)RI(I, J) \quad (24) \end{aligned}$$

Il reste à introduire les conditions aux limites aux niveaux 0 & NN .

2/ CONDITIONS AU LIMITES :

A la base de la construction nous avons supposé que les éléments de refend sont encastres, ce qui donne $Y'(0)=0$. On en déduit que l'effort tranchant à la base est nul soit $PI(0, J)=0$, et ce en revenant aux expressions donnant Y' .

Il est donc inutile d'écrire les équations pour le niveau zéro. Au sommet de la construction les moments de flexion dans les trumeaux sont nuls, ce qui donne $Y''(NN)=0$. On en déduit que $PI'(NN, J)=0$ et ce en revenant aux équations donnant l'expression de $Y''(I)$. En passant aux différences finies on peut écrire:

$$PI'(NN, J) = [PI(NN+1, J) - PI(NN, J)]/G(NN) = 0$$

ce qui donne : $PI(NN+1, J) = PI(NN, J)$

On constate finalement qu'il reste $NN(MM-1)$ inconnues $PI(I,J)$ et que l'on dispose de $NN(MM-1)$ relations précédentes (20) traduisant l'égalité des valeurs Y'' . Les $MM-1$ équations correspondant à un même niveau comportent le même second membre.

REMARQUE :

-On peut naturellement substituer à l'hypothèse d'encastrement à la base, celle d'articulation de chaque trumeau. Les conditions aux limites correspondantes sont alors $Y''(0)=0$, ce qui conduit à $PI'(0,J)=0$. On retrouve alors une condition du même type que celle écrite au niveau NN .

3/ FORMATION DE LA MATRICE :

En écrivant l'équation (24) Pour tout niveau I ($I=1, \dots, NN$) et pour tout linteau J ($J=1, \dots, MM-1$), on obtient une matrice $A(K,L)$ de taille $NN(MM-1)$ dont les termes sont les suivants:

COLONNE K,L	COEFFICIENTS
de 1,1 a I-1,J-1	0
I-1,J	$V(J)^0/12EL(I,J)BI(I,J)C(J)G(I)$
de I-1,J+1 a I-1,MM-1	0
de I,1 a I,J-2	$-C(L)/\sum_{J=1}^{J=MM} E(I,J)RI(I,J)$
I,J-1	$-C(J-1)/[\sum_{J=1}^{J=MM} E(I,J)RI(I,J)] + 1/E(I,J)S(I,J)C(J)$

$$I, J \quad -C(J)/\left[\sum_{J=1}^{J=KK} E(I, J)RI(I, J)\right] - 1/E(I, J) S(I, J)C(J) - \\ -1/[E(I, J+1)S(I, J+1)C(J)] - 2V(J)^0/12G(I)EL(I, J)BI(I, J)C(J)$$

$$I, J+1 \quad -C(J+1)/\left[\sum_{J=1}^{J=KK} E(I, J)RI(I, J)\right] + 1/E(I, J+1)S(I, J+1)C(J)$$

$$\text{de } I, J+2 \text{ a } I, MM-1 \quad -C(L)/\sum_{J=1}^{J=KK} E(I, J)RI(I, J)$$

$$\text{de } I+1, 1 \text{ a } I+1, J-1 \quad 0$$

$$I+1, J \quad V(J)^0/12EL(I, J)RI(I, J)G(I)C(J)$$

$$\text{de } I+1, J+1 \text{ a } NN, MM-1 \quad 0$$

REMARQUES :

- Les coefficients cités ci-dessus constituent une matrice bande d'autant plus étroite que le nombre de trumeau est faible devant le nombre de niveau .
- A noter qu'il ne faut pas oublier d'introduire la condition aux limites relative au niveau NN (eventuellement au niveau 0 dans l'hypothèse de l'articulation du refend à sa base).
- le vecteur colonne constituant le second membre est réduit à l'expression suivante:

$$B(K) = [-TE(I+1)G(I) - CM(I)H(I)/2] / \sum_{J=1}^{J=KK} E(I, J)RI(I, J) \quad (25)$$

4/ RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE :

La détermination des efforts tranchants dans les linteaux $PI(I,J)$, revient à résoudre le système linéaire $A \cdot X = B$, (X étant le vecteur colonne des $PI(I,J)$).
Nous avons opté pour l'algorithme d'élimination de GAUSS-JORDAN.

5/ MOMENT DE FLEXION DANS LES LINTEAUX :

Etant donné que les linteaux ne sont pas chargés transversalement le moment de flexion varie linéairement et la connaissance du point de moment nul à mi-portée et de l'effort tranchant en ce point $PI(I,J)$ permet de caractériser la variation du moment de flexion par les valeurs du moment d'encastrement dans les trumeaux. (fig 6 page 22)

$$ML(I,J) = \pm PI(I,J)V(J)/2 \quad (26)$$

6/ MOMENT DE FLEXION A MI-HAUTEUR D'ETAGE DANS LES TRUMEAUX :

Nous utilisons les équations différentielles donnant la déformée, en les écrivant à mi-hauteur des étages I.

$$Y''(I) = MR(I,J)/E(I,J)RI(I,J) = \sum_{J=1}^{J=KK} MR(I,J) / \sum_{J=1}^{J=KK} E(I,J)RI(I,J) \quad (27)$$

La somme des moments de flexion à mi hauteur d'étage peut être exprimée en fonction des forces extérieures et des efforts tranchants dans les linteaux car les efforts normaux s'éliminent deux à deux. (fig 7 page 22)

Il vient en remarquant que par regroupement le facteur de $PI(I,J)$ est la longueur $C(J)$ et en utilisant $ME(I)$, moment de flexion des forces extérieures $CM(I)$ appliquées au-dessus du niveau I et mesuré à mi-hauteur de l'étage I.

$$MR(I,J) = E(I,J)RI(I,J) [ME(I) - \sum_{J=1}^{J=KK-1} C(J) \sum_{K=1}^{K=KK} PI(K,J)] / \sum_{J=1}^{J=KK} E(I,J)RI(I,J) \quad (28)$$

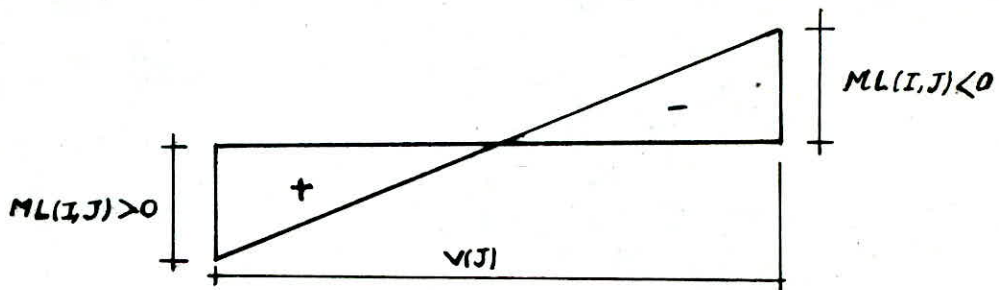


Fig: 6

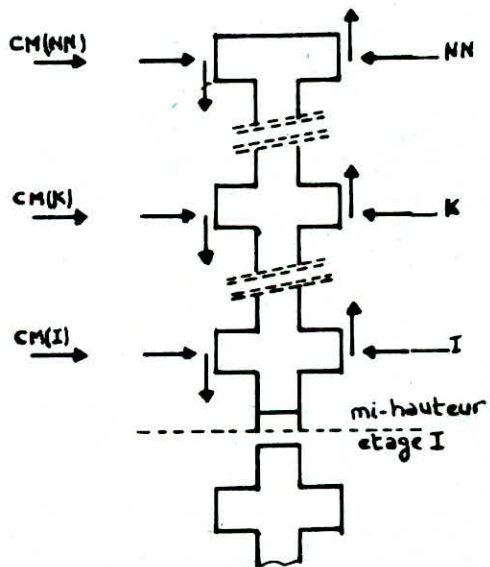


Fig: 7

7/ EFFORT TRANCHANT DANS LES TRUMEUX :

Etant donné que les trumeaux ne sont pas chargés en dehors des niveaux l'effort tranchant reste constant dans la hauteur d'un étage et il est donné par l'équation d'équilibre à un étage d'un morceau de refend (fig 5 page 14).

$$TR(I,J)H(I)/2 = -[TR(I+1,J)H(I+1)/2] + MR(I,J) - MR(I+1,J) + PI(I,J)[Q(J)+V(J)/2] + PI(I,J-1)[P(J)+V(J-1)/2] \quad (29)$$

On constate que ces équations se résolvent par récurrence si l'on part pour un trumeau J du niveau NN en allant vers les étages inférieurs. Nous avons en effet au dernier niveau:

$$TR(NN) = [2/H(NN)] [MR(NN,J) + PI(NN,J)[Q(J) + V(J)/2] + PI(NN,J-1)[P(J) + V(J-1)/2] \quad (30)$$

8/ EFFORT NORMAL DANS LES TRUMEUX :

L'effort normal dans la hauteur du niveau I, soit NR(I,J) résulte directement de l'effort tranchant dans les linteaux , à savoir :

$$NR(I,J) = \sum_{k=1}^{k=NN} [PI(K,J-1) - PI(K,J)] \quad (31)$$

Il s'agit d'une compression s'il est positif et d'une traction dans le cas contraire.

9/ MOMENT DE FLEXION DANS LES TRUMEUX :

Ce moment est obtenu à l'aide des calculs des paragraphes (6) et (7) précédents. En effet le moment varie linéairement sur la hauteur de l'étage I entre les valeurs suivantes (fig 8 page 25)

$$\begin{aligned} MR1(I,J) &= MR(I,J) + TR(I,J)H(I)/2 \\ MR2(I,J) &= MR(I,J) - TR(I,J)H(I)/2 \end{aligned} \quad (32)$$

Lorsque ces moments sont positifs les fibres les plus tendues qui leur correspondent sont situées sur la partie gauche des trumeaux concernés.

10/ EFFORT NORMAL DANS LES LINTEAUX :

L'effort normal dans les linteaux est donné par l'équilibre d'un élément de refend . Nous avons en effet (fig 9 page 25)

$$NL(I,J) = NL(I,J-1) + TR(I+1,J) - TR(I,J) \quad (33)$$

On trouve compte tenu de l'équation pour le premier élément de refend :

$$NL(I,J) = CM(I) + \sum_{L=1}^{L=J} [TR(I+1,L) - TR(I,L)] \quad (34)$$

Il s'agit d'une compression si $NL(I,J)$ est positif et d'une traction dans le cas contraire.

11/ DEPLACEMENT EN TETE DU REFEND :

Etant donné que la méthode repose sur l'identité des lignes déformées de tous les éléments constituant un refend , il suffit alors de s'intéresser à un seul de ces éléments de refend , par exemple l'élément J. (fig 10 page 25)

On sait que la flèche correspond au moment de flexion de l'état de charge fictif M/EI , ce qui permet d'écrire pour le niveau I :

$$[MR(I,J)H(I)] [X(NN)-X(I)+ H(I)/2] / [E(I,J)RI(I,J)] + TR(I,J)H(I)^3 / 12E(I,J)RI(I,J) \quad (35)$$

Le déplacement en tête du refend étant la somme des déplacements élémentaires accusés à chaque niveau par application du principe de superposition, en effet :

$$Y(NN) = \sum_{I=1}^{I=NN} [[MR(I,J)H(I)] [X(NN)-X(I)+H(I)/2] / [E(I,J)RI(I,J)] + TR(I,J)H(I)^3 / 12E(I,J)RI(I,J)] \quad (36)$$

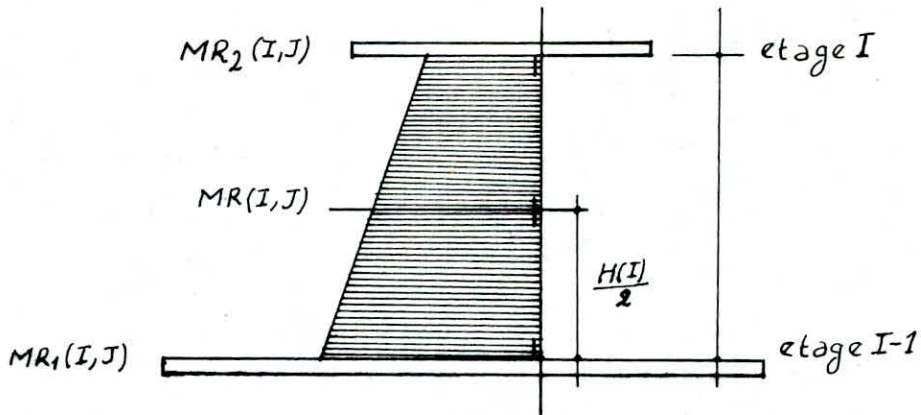


Fig: 8

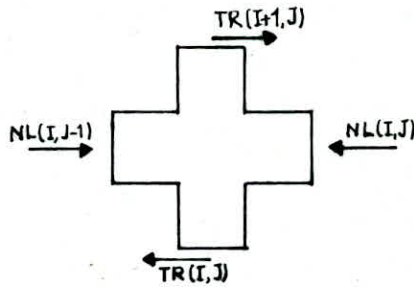


Fig: 9

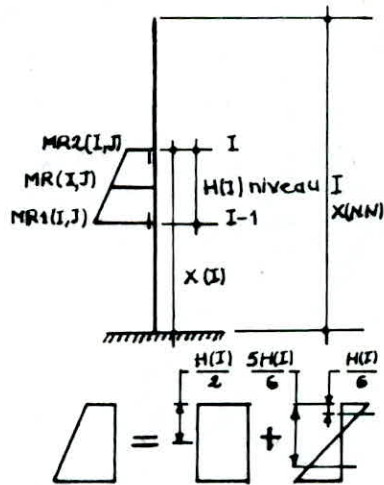


Fig: 10

12/ INERTIE EQUIVALENTE :

L'inertie équivalente concerne les caractéristiques que devrait posséder un refend plein fictif de hauteur X(NN), pour que sous le diagramme de moment des forces extérieures, présente la même flèche en tête. La caractéristique d'équivalence concerne en fait le produit d'un module d'élasticité par un moment d'inertie et nous l'appellerons EI . La similitude des définitions entre ME et MR d'une part et TE et TR d'autre part permet d'écrire :

$$EI = \sum_{I=1}^{I=NN} [ME(I)H(I)[X(NN)-X(I)+H(I)/2] + TE(I)H(I)^3/12]/Y(NN) \quad (37)$$

13/ ORGANIGRAMME GENERAL :

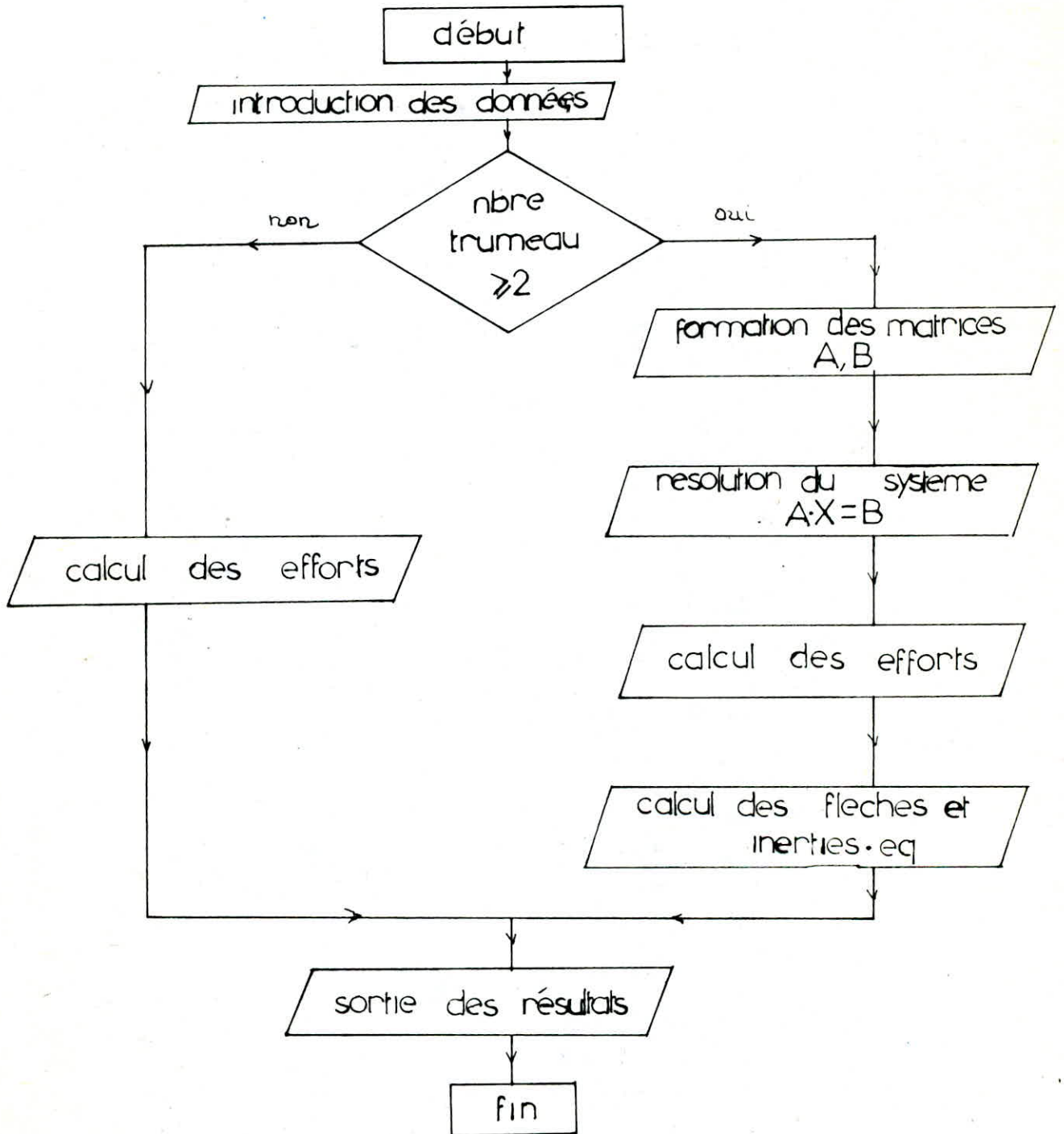
L'organigramme général est donné dans la page 27.

14/ PROGRAMMATION :

Le programme établi est très simple à utiliser , vu qu'on a opté pour le mode interactif pour l'entrée des données , avec un test de confirmation des données à chaque fois que le besoin s'en fait sentir . Une fois l'entrée des données achevée , un message apparaît sur l'écran invitant l'utilisateur à patienter le temps d'établir la matrice et la résoudre par l'algorithme de GAUSS-JORDAN . En fin les résultats apparaissent sous forme de tableaux ; l'utilisateur doit taper à chaque fois la touche F5 pour continuer la visualisation d'autres tableaux des qu'il en aura fini du tableau précédant.

NOTA :

- Pour l'impression des résultats il suffit de faire une copie d'écran en tapant simultanément sur les touches (SHIFT/PRT).
- Le programme peut être utilisé sur les différents micros compatibles IBM .



METHODE
CALCULES

EXPOSE DE LA METHODE D'ALBIGES

A/ REFEND A UNE FILE D'OUVERTURE :

1/ HYPOTHESES :

La méthode élaborée par MM ALBIGES & GOULET s'occupe des refends constitués de deux éléments encastrés à la base et solidarités par une file verticale de linteaux .
Elle suppose entre-autres ,une répartition des efforts transmis par les linteaux , le long de la fibre moyenne de chaque trumeau et admet que le déplacement horizontal au niveau de chaque étage est identique pour les deux éléments de refend .
Une autre simplification consiste à supposer les planchers indéformables horizontalement et que l'encastrement des refends à leur base est parfait .
Enfin ,on admettra que l'inertie des voiles est constante sur toute leur hauteur ou que sa variation suit la même loi pour tous les refends .

2/ ETAPES DE CALCUL :

La première étape de calcul consiste à déterminer le paramètre α considéré comme "le degré de concordance" entre refend monolithique et refend réel .Ce paramètre qui , par abus de langage , est aussi connu sous le nom de coefficient de monolithisme ,est en fonction des caractéristiques géométriques et physiques du refend mais ne dépend pas de son épaisseur .

$$\alpha = \omega Z$$

$$\omega = [3 E' i I c / E(I_1 + I_2) m^3 a h]^{1/2}$$

ou :

- Z : hauteur totale du refend
- E : module d'élasticité des trumeaux
- E' : module d'élasticité des linteaux
- I : inertie totale du refend ($I = I_1 + I_2 + 2mc$)
- I¹ : inertie du trumeau 1
- I² : inertie du trumeau 2
- h² : hauteur d'étage (constante)

m : moment statique de chacun des trumeaux par rapport au centre de gravité de l'ensemble

$$m = 2c/[1/\alpha_1 + 1/\alpha_2]$$

c : demi-distance entre les centres de gravité des deux trumeaux

a : demi-portée des linteaux

Trois cas peuvent se présenter :

* $1 < \alpha < 10$:

Nous sommes alors dans le cas général .

a/ ETUDE DES LINTEAUX :

L'effort tranchant dans les linteaux est donné par l'expression :

Pour un vent rectangulaire $\pi = H_0 m h \phi(\alpha, \xi)/I$
 Pour un vent triangulaire $\pi = H_0 m h \kappa(\alpha, \xi)/I$

où :

H_0 : effort tranchant (à la base) des forces extérieures

$$\xi = z/Z$$

$$\phi(\alpha, \xi) = 1 - \xi - [\alpha \operatorname{ch}(\alpha(1-\xi)) - \operatorname{sh}(\alpha\xi)]/\alpha \operatorname{ch}(\alpha)$$

$$\kappa(\alpha, \xi) = (1-\xi)^2/2 - \operatorname{sh}(\alpha(1-\xi))/\alpha \operatorname{ch}\alpha + [1 - \operatorname{ch}\alpha\xi/\operatorname{ch}\alpha]/\alpha^2$$

Chaque linteau sera alors étudié comme une poutre encastree aux extremités , et le moment d'encastrement s'obtiendra en multipliant l'effort tranchant par la demi-largeur des ouvertures.

$$M_L = \pi a$$

b/ ETUDE DES TRUPEAUX :

- effort normal :

Le calcul des efforts normaux s'effectue en faisant le cumul des efforts tranchants π à partir du sommet jusqu'au niveau considéré.

$$N_l = \sum_{j=l}^{j=NN} \pi_j$$

- moment de flexion :

- Vent rectangulaire :

$$M_{1l} = H_0 Z [(1-\xi)^2/2 - 2mc \psi(\alpha, \xi)/I] I_1 / (I_1 + I_2)$$
$$M_{2l} = H_0 Z [(1-\xi)^2/2 - 2mc \psi(\alpha, \xi)/I] I_2 / (I_1 + I_2)$$

où : $\psi(\alpha, \xi) = (1-\xi) / 2 - \text{sh}(\alpha(1-\xi)) / \alpha \text{ch}\alpha + [1 - \text{ch}(\alpha\xi) / \text{ch}\alpha] / \alpha^2$

- Vent triangulaire :

$$M_{1l} = (M_l - 2N_l c) I_1 / (I_1 + I_2)$$
$$M_{2l} = (M_l - 2N_l c) I_2 / (I_1 + I_2)$$

ou N_l : est l'effort normal à la cote l , et
 M_l : est le moment extérieur à la cote l

* $\alpha > 10$:

Nous avons déjà vu que l'effort tranchant dans les linteaux est donné par l'expression :

$$\pi = H_0 m h \phi(\alpha, \xi) / I$$

Lorsque α devient assez grand ($\alpha > 10$), la variation de ϕ devient linéaire et π suit alors une distribution régulière, s'annulant au sommet et atteignant sa valeur maximale à la base ; ceci s'explique par le fait que l'influence des ouvertures a un caractère local qui fait que le mur travaille comme un voile plein.

En definitive nous aurons :

$$\pi = H_0 m h (1-\xi)/I$$

Le calcul de l'effort normal s'effectuera de la même façon que précédemment et l'on n'a plus à déterminer les valeurs de M_1 et M_2 .

* $\alpha < 1$:

Lorsque α est suffisamment petit, le coefficient ϕ devient voisin de zéro, entraînant l'annulation de l'effort tranchant. La répartition du moment fléchissant s'effectuera alors proportionnellement aux inerties des trumeaux par les relations :

$$M_{1i} = M_i I_1 / (I_1 + I_2)$$

$$M_{2i} = M_i I_2 / (I_1 + I_2)$$

B/ REFEND A PLUSIEURS FILES D'OUVERTURES :

Dans le cas des voiles percés de plusieurs files d'ouvertures, on utilise fréquemment une méthode de calcul assez simple déduite de celle exposée par ALBIGES : alors que la méthode générale calcule des coefficients de monolithisme α dont le nombre est égal au nombre de files d'ouvertures, celle-ci ne tient compte que d'un seul coefficient d'ou son imprecision. Elle presente toutefois l'avantage d'être plus rapide et moins compliquée.

le coefficient α n'ayant plus de rapport avec la largeur des ouvertures, on commence tout d'abord par évaluer le pourcentage de surface des ouvertures (β), les surfaces étant considérées en élévation. Trois cas peuvent se presenter :

a/ $\beta > 25\%$:

C'est le cas des moyennes ouvertures. Les étapes de calcul se résument en :

- Evaluation de α

- Détermination des efforts tranchants π par la relation :

$$\pi_i = H_0 h J_i c_i \phi(\alpha, \xi) / 2 a_i^3 \sum_{k=1}^{k=MM} (J_k c_k^2 / a_k^3)$$

où MM : est le nombre de files d'ouvertures.

- Les efforts normaux dans les trumeaux s'obtiennent :

$$N_{1i} = \sum_{k=i}^{k=MM} \pi_{1k}$$

$$N_{Ji} = \sum_{k=i}^{k=MM} \pi_{Jk} - \sum_{k=i}^{k=MM} \pi_{(J-1)k}$$

- Moments de flexion dans les trumeaux :

* vent uniforme repartit :

$$M_i = H_0 Z [(1-\xi)^2 / 2 - \psi(\alpha, \xi)] I_i / \sum_{k=1}^{k=MM+1} I_k$$

* Vent triangulaire repartit :

$$M_i = [M - 2 \sum_{l=1}^{l=MM+1} N_l \sum_{k=l}^{k=MM} C_k] I_i / \sum_{k=1}^{k=MM+1} I_k$$

b/ $10\% < \beta < 25\%$:

C'est le cas des petites ouvertures. Nous devons faire deux évaluations de l'effort tranchant dans les linteaux :

Une première avec les formules utilisées dans le cas de moyennes ouvertures et une deuxième avec la relation :

$$\pi_i = H_0 m_i h(1-\xi) / I$$

où m_i est le moment statique des trumeaux qui tendent à glisser par rapport au linteau considéré.

On prendra une valeur intermédiaire entre ces deux valeurs. Les moments seront obtenus à partir des relations précédentes.

c/ $\beta < 10\%$:

Dans ce cas le refend est pratiquement monolithique .L'effort tranchant sera donné par :

$$n_i = H_0 m_i h(1-\xi)/I$$

L'évaluation des moments M_i est sans objet. De la même façon , on vérifiera l'équilibre extérieur en écrivant :

$$M = \sum_{i=1}^{l=NN+1} M_i + 2 \sum_{i=1}^{l=NN+1} N_i \sum_{k=i}^{k=NN} C_k$$

methode
des
equivalences

THEORIE DES EQUIVALENCES

A/ INTRODUCTION :

La théorie des équivalences constitue une approche générale permettant de substituer à l'étude d'un corps chargé celle d'un autre corps fictif plus accessible au calcul. Ce corps fictif peut avoir des caractéristiques et des lois de comportement n'ayant pas nécessairement un sens physique. La condition d'équivalence entre le corps réel et le corps fictif, dit équivalent, se traduit par l'égalité de leur énergies de déformation. L'équivalence sera faite entre un voile (corps réel) et un treilli (corps fictif).

B/ ENERGIE DE DEFORMATION DU CORPS REEL :

Soit un corps continu chargé. Designons par U_k la composante du déplacement U dans un système de référence arbitraire. Le tenseur de déformation e_{ij} est défini par l'expression :

$$e_{ij} = (\delta U_i / \delta X_j + \delta U_j / \delta X_i) / 2 \quad (1)$$

La densité de l'énergie de déformation U_0 est donnée, d'après la théorie de l'élasticité par la relation :

$$U_0 = [e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2] \lambda / 2 + \mu [e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2 + 2e_{23}^2 + 2e_{12}^2 + 2e_{13}^2] \quad (2)$$

Où λ et μ sont les coefficients de LAME. Ils sont reliés aux coefficients d'élasticité E et de POISSON ν par les relations :

$$\lambda = \nu E / [(1-2\nu)(1+\nu)] \quad \mu = E / 2(1+\nu) \quad (3) \quad (4)$$

Pour l'analyse d'un problème de contrainte plane ($\sigma_{33} = 0$), la densité d'énergie de déformation se réduit à :

$$U_0 = [e_{11}^2 + e_{22}^2 + 2\nu e_{11} e_{22} + 2(1-\nu) e_{12}^2] E / 2(1-\nu^2) \quad (5)$$

C/ ENERGIE DE DEFORMATION DU CORPS FICTIF :

Soit une barre AB de faible longueur L soumise à un effort normal désignons par E le module d'élasticité, S la section de la barre et ϵ l'allongement unitaire. D'après la théorie d'élasticité l'énergie de déformation de la barre est donnée par l'expression :

$$W = E L S \epsilon^2 / 2 \quad (6)$$

En posant $\rho = ELS$, l'expression (6) s'écrit sous la forme :

$$W = \rho \epsilon^2 / 2 \quad (7)$$

Le modèle choisi étant un rectangle (fig 1 page 38), l'énergie de déformation dans celle-ci s'écrit d'après l'équation (7) :

$$\begin{aligned} W_{AB} &= W_{CD} = \rho_{AB} e_{11}^2 / 2 \\ W_{AC} &= W_{BD} = \rho e_{22}^2 / 2 \\ W_{AD} &= [e_{11} \cos^2 \alpha + e_{22} \sin^2 \alpha + 2 e_{12} \sin \alpha \cos \alpha]^2 \rho_{AD} / 2 \\ W_{BC} &= [e_{11} \cos^2 \alpha + e_{22} \sin^2 \alpha - 2 e_{12} \sin \alpha \cos \alpha]^2 \rho_{BD} / 2 \end{aligned} \quad (8)$$

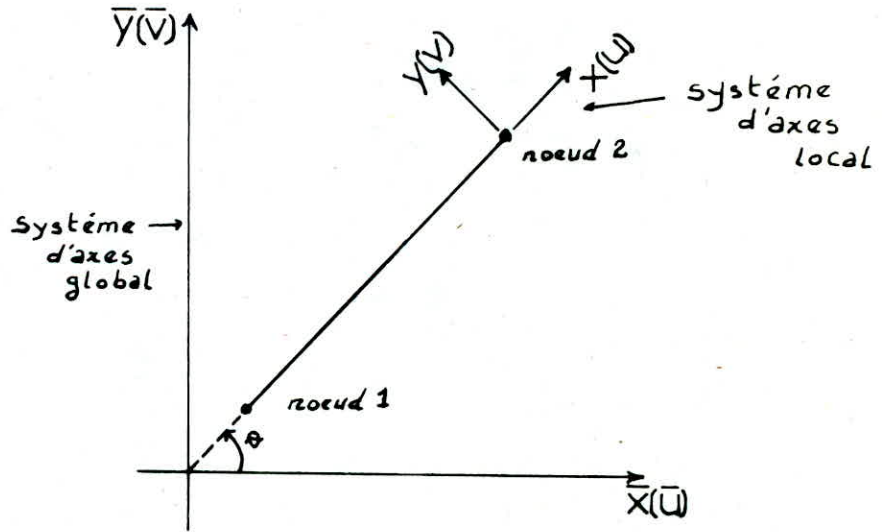
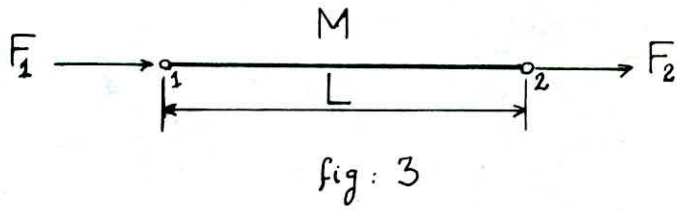
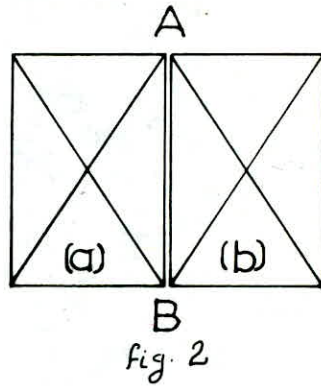
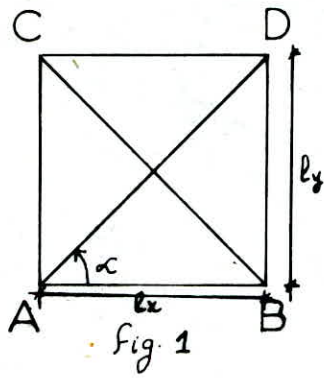
L'énergie de déformation W du modèle rectangle ABCD est la somme des énergies de ses éléments constitutifs, soit :

$$W = 2W_{AB} + 2W_{AC} + W_{AD} + W_{BC} \quad (9)$$

D/ CONDITION D'EQUIVALENCE :

Désignons par A l'élément de volume (surface * épaisseur) délimité par le contour ABCD. La condition d'équivalence entre le corps réel et le corps fictif s'exprime par l'égalité de leurs énergies de déformation, soit :

$$W = AU_0 \quad (10)$$



Remplaçons chaque terme par sa valeur à partir des relations (9), (8) et (5)

Il vient ,

$$A [e_{11}^2 + e_{22}^2 + 2\nu e_{11} e_{22} + 2(1-\nu)e_{12}^2] E/2(1-\nu^2) = \rho_{AB} e_{11}^2 + \rho_{AC} e_{22}^2 + [e_{11} \cos^2 \alpha + e_{22} \sin^2 \alpha + 2e_{12} \sin \alpha \cos \alpha]^2 \rho_{AD}/2 + [e_{11} \cos^2 \alpha + e_{22} \sin^2 \alpha - 2e_{12} \sin \alpha \cos \alpha]^2 \rho_{BC}/2$$

Cette expression devant être vérifiée quelle que soit la valeur des e_{ij} , on trouve par identification :

$$\begin{aligned} \rho_{AB} &= \rho_{CD} = [3 - \cotg \alpha^2] A\mu/2 \\ \rho_{AC} &= \rho_{BD} = [3 - \tg \alpha^2] A\mu/2 \\ \rho_{AD} &= \rho_{BC} = A\mu/2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

A condition que $\nu = 1/3$ ou $\lambda = 2\mu$ (11)

E/ RACCORDEMENT DES MODELES :

Considérons deux modèles élémentaires (a) et (b) admettant une barre commune AB (fig 2 page 38). Le paramètre relatif à la compression ρ s'obtient par simple addition des valeurs trouvées pour chaque modèle pris séparément .

$$\rho_{AB} = \rho_{AB}(a) + \rho_{AB}(b)$$

F/ DETERMINATION DU CHAMP DE DEFORMATION PAR LA M. E. F :

La détermination du champ de déformation consiste à résoudre le système linéaire :

$$[F] = [K][U]$$

où :

[F] : est le vecteur forces nodales
 [K] : est la matrice de rigidité globale
 et [U] : est le vecteur déplacement

Pour avoir la matrice de rigidité globale ,il faut au préalable déterminer la matrice de rigidité élémentaire .

1/ THEORIE DE BASE :

Les forces extérieures qu'on applique à un corps effectuent un travail qui est en général dépensé pour déformer le corps et produire de l'énergie cinétique. Si les forces sont appliquées statiquement, c'est à dire si elles augmentent assez lentement pour ne pas produire l'accélération sensible, tout le travail extérieur τ_e est dépensé pour déformer le corps.

Si de plus le corps est parfaitement élastique, τ_e sert seulement à vaincre les résistances élastiques intérieures et se transforme intégralement en énergie potentielle élastique mesurée aussi par le travail interne τ_i produit par les efforts internes pendant la déformation.

$$\tau_e = \tau_i$$

Dans ces conditions le système est conservatif c'est à dire que le travail de déformation dépend uniquement de l'état initial et de l'état final et non des états intermédiaires par lesquels il passe. L'énergie élastique accumulée dans le corps déformé est ensuite restituée sous forme de travail lorsque le corps reprend sa forme primitive.

Nous supposons aussi non seulement que le corps se déforme en respectant la loi de HOOKE, mais encore que le système des forces extérieures n'est pas influencé par la déformation élastique du corps; Par conséquent les déplacements et les déformations sont fonctions linéaires et homogènes des forces extérieures qui les produisent et on peut leur appliquer le principe de superposition des effets. Dans le cas d'un corps élastique de forme prismatique, (voir fig 3 page 38), l'expression de l'énergie de déformation est :

$$\tau_i = (1/2) \int_V \sigma_x \epsilon_x dv$$

Si en vertu de la loi de HOOKE, on exprime les tensions en fonction des déformations, on obtient le travail en fonction des déformations uniquement :

$$\sigma_x = E \epsilon_x$$

$$dv = A dx$$

$$\tau_i = \int_0^L (EA/2) \epsilon_x^2 dx$$

$$\epsilon_x = \text{cste}$$

On exprime le déplacement $U(x)$ d'un point M en fonction des déplacements des noeuds U_1 et U_2 . On sait que pour une barre uniquement soumise à des forces axiales, la déformation ϵ_x est constante.

ϵ_x étant constante, le déplacement $U(x)$ varie linéairement entre U_1 et U_2 .

$$U(x) = U_1 + (U_2 - U_1)x/L \quad \text{et} \quad \epsilon_x = U'(x)/x = (U_2 - U_1)/L$$

L'énergie de déformation s'écrira donc :

$$\tau_v = \int_0^L (EA/2) [(U_2 - U_1)/L]^2 dx = (EA/2L^2)(U_2 - U_1)^2 L$$

On peut mettre cette expression sous la forme matricielle suivante :

$$\tau_v = (1/2)U^T K \cdot U = (1/2)[U_1 \quad U_2] EA/L \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

D'où l'expression de la matrice de rigidité d'une barre en traction ou en compression.

$$K = EA/L \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2/ MATRICE DE RIGIDITE D'UNE BARRE DANS LE REPERE GLOBAL :

On peut écrire en se rapportant à la figure 4 page 38 :

$$\begin{aligned} F_{x_1} &= \bar{F}_{x_1} \cos \theta + \bar{F}_{y_1} \sin \theta \\ 0 &= -\bar{F}_{x_1} \sin \theta + \bar{F}_{y_1} \cos \theta \end{aligned}$$

$$\text{On pose :} \quad \lambda = \cos \theta \quad \mu = \sin \theta$$

$$\begin{bmatrix} \bar{F}_1 \\ 0 \\ \bar{F}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \\ 0 & 0 & -\mu & \lambda \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{x_1} \\ F_{y_1} \\ F_{x_2} \\ F_{y_2} \end{bmatrix}$$

Ces deux équations correspondent à :

$$[\bar{F}] = [R][F] \quad \text{et} \quad [\bar{U}] = [R][U]$$

Où : $[R]$: est la matrice de passage du système d'axes local au système d'axes global .

$$[R] = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \\ 0 & 0 & -\mu & \lambda \end{bmatrix}$$

Connaissant la matrice de rigidité d'une membrure dans les axes locaux reliés à la membrure ($[\bar{K}]$), on peut déterminer la matrice de rigidité de la membrure (barre) dans les axes globaux reliés à la structure complète ($[K]$) .

Ecrivons $[\bar{F}] = [\bar{K}][\bar{U}]$: avec :

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On a $[\bar{F}] = [R][F]$ et $[\bar{U}] = [R][U]$
On aura donc :

$$[R][F] = [\bar{K}][R][U] \quad \Rightarrow \quad [F] = [R^{-1}][\bar{K}][R][U]$$

d'où : $[K] = [R^{-1}][\bar{K}][R]$

La matrice de rigidité dans le système d'axe global s'écrit :

$$[K] = AE/L \cdot \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda\mu & -\lambda^2 & -\lambda\mu \\ \lambda\mu & \mu^2 & -\lambda\mu & -\mu^2 \\ -\lambda^2 & -\lambda\mu & \lambda^2 & \lambda\mu \\ -\lambda\mu & -\mu^2 & \lambda\mu & \mu^2 \end{bmatrix}$$

G/ DETERMINATION DU CHAMP DE CONTRAINTES DANS LE CORPS REEL :

Ayant obtenu le champ de déformation dans le corps équivalent, le champ de contraintes dans le corps réel s'obtient en utilisant les relations contraintes-déformations données par la théorie de l'élasticité, soit en contraintes planes :

$$\sigma_{11} = [e_{11} + \nu e_{22}]E/(1-\nu^2)$$

$$\sigma_{22} = [\nu e_{11} + e_{22}]E/(1-\nu^2)$$

$$\tau_{12} = G e_{12}$$

Où:

E : module d'élasticité

G : module de cisaillement

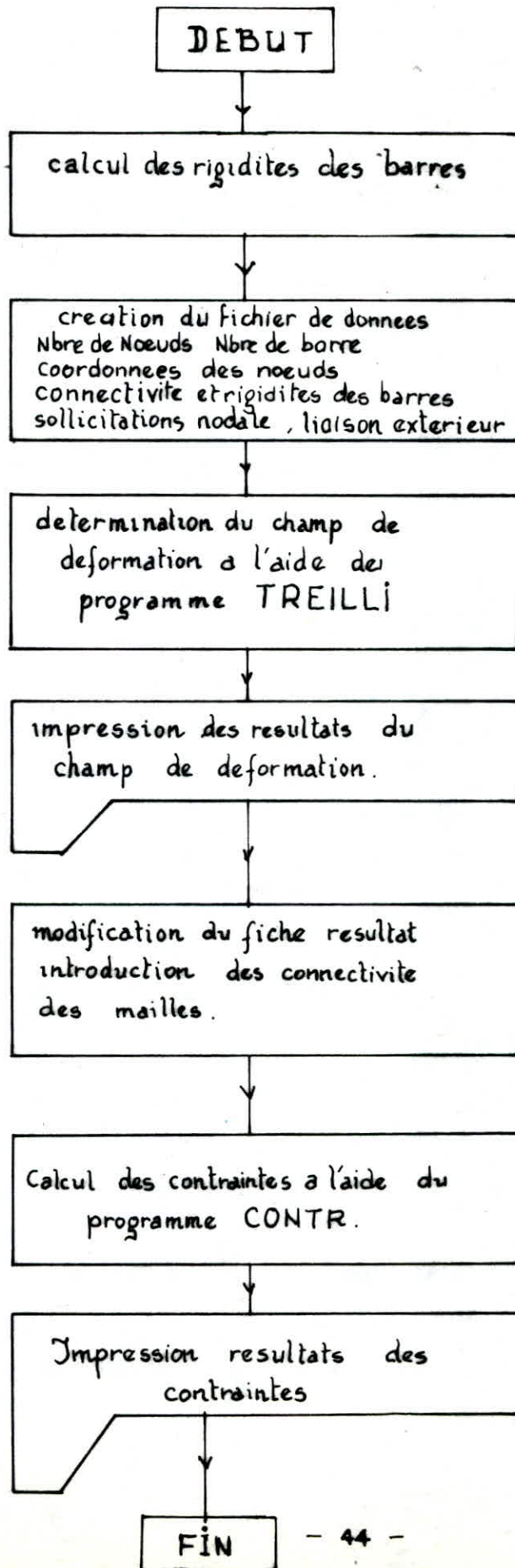
ν : coefficient de Poisson

$$G = E/2(1+\nu)$$

$$\nu = 1/3$$

H/ PROGRAMMATION :

Nous disposons au préalable d'un programme de calcul des treillis donnant le champ de déformation auquel nous avons introduit la matrice de rigidité pour l'adapter à notre besoin. Par ailleurs, un programme donnant le champ de contraintes a été élaboré (voir organigramme dans la page 44), utilisant comme fichier de données, le fichier de résultats obtenu par la résolution du programme principal (treillis).



APPLICATIONS

APPLICATIONS

1/ METHODE DES DIFFERENCES FINIES :

a/ cas d'un chargement sismique :

Le calcul de l'effort sismique V , ainsi que sa répartition par niveaux, ont été faits conformément aux règlements RPA 81. Les exemples traités concernent des bâtiments élevés (12 niveaux), et des bâtiments peu élevés (6 niveaux). Nous avons aussi fait varier le pourcentage des ouvertures (β), de même que le nombre de files d'ouvertures.

Ainsi donc l'effort sismique à la base est pris égal à 36 tonnes pour les voiles à 6 niveaux, et à 72 tonnes pour les voiles de 12 niveaux.

Les caractéristiques géométriques des voiles sont récapitulées dans le tableau 1.

Les modules d'élasticité des trumeaux et des linteaux ont été pris égaux au module d'élasticité instantané du béton, soit :

$$E(I,J) = EL(I,J) = 3.78E6 \text{ t/m}^2.$$

b/ cas d'un chargement par vent constant :

On a repris les mêmes exemples que ceux traités dans le cas chargement sismique, avec une pression du vent donnant le même effort tranchant à la base.

2/ METHODE D'ALBIGES :

Dans le but de faire une étude comparative, les mêmes exemples que ceux traités dans la méthode des différences finies, ont été reconduits.

NOTA :

Pour le calcul des inerties équivalentes ainsi que , les flèches au sommet du refend ,se référer aux expressions suivantes :

a/ Refend a une file d'ouverture :

L'inertie équivalente est donnée par :

* Cas du vent uniforme :

$$I_e = I / [(16 m c \psi(\alpha, 0) / \sum I_i \alpha^2) + 1]$$

* Cas des charges triangulaires concentrées :

$$I_e = A_n I / [(60 2 m c \lambda(\alpha, 0) / 11 \sum I_i \alpha^2) + 1]$$

La flèche en tête du refend est donnée par :

* Cas du vent uniforme :

$$f = H_0 Z^3 / 8 E I_e$$

* Cas des charges triangulaires concentrées :

$$f = 11 H_0 Z^3 / 60 E I_e$$

b/ Refend a plusieurs files d'ouvertures :

L'inertie équivalente est donnée par :

* Cas du vent uniforme :

$$I_e = I / [(8 I \psi(\alpha, 0) / \sum I_i \alpha^2) + 1]$$

* Cas des charges triangulaires concentrées :

$$I_e = A_n I / [(60 I \lambda(\alpha, 0) / 11 \sum I_i \alpha^2) + 1]$$

ou :

$$\lambda(\alpha, 0) = (1 - 2/\alpha^2)[1 - \text{sh}\alpha/(\alpha \text{ch}\alpha)] + (2/\alpha^2)(1 - 1/\text{ch}\alpha)$$

$$\psi(\alpha, 0) = 1/2 - \text{sh}\alpha/(\alpha \text{ch}\alpha) + (1/\alpha^2)(1 - 1/\text{ch}\alpha)$$

3/ METHODE DES EQUIVALENCES :

Vu l'enormité des données à faire entrer dans le fichier de données, on s'est contenté d'étudier les exemples suivants :

- Refend à 6 niveaux avec une seule file d'ouvertures
- Refend plein à deux niveaux

4/ EXTENTION DU VOILE A GRANDES OUVERTURES AU PORTIQUE :

Nous avons jugé bon de voir à partir de quel pourcentage d'ouvertures on pouvait calculer le voile à grandes ouvertures comme un portique .(voir exemples 1d,4c,4d,7) .

5/ PRESENTATION DES RESULTATS :

Vu le nombre élevé des impressions , seuls les résultats de quelques exemples seront explicites dans le polycopié ,pour les autres on s'est contenté de joindre les graphes des efforts tranchants dans les linteaux sur la hauteur des refends .

1 FILE D'OUVERTURE

6 NIVEAUX						12 NIVEAUX					
β	LT	V	H	h	e	β	LT	V	H	h	e
14.71	4.1	2.0	3.2	0.8	0.2	14.71	4.1	2.0	3.2	0.8	0.2
25	3.4	3.4	3.2	0.8	0.2	25	3.4	3.4	3.2	0.8	0.2
51.47	1.6	7.0	3.2	0.8	0.2	51.47	1.6	7.0	3.2	0.8	0.2
79.9	0.6	9.0	3.2	0.3	0.2	79.9	0.6	9.0	3.2	0.3	0.2

2 FILES D'OUVERTURES

6 NIVEAUX							12 NIVEAUX						
β	$LT_1=LT_3$	LT_2	$V_1=V_3$	H	h	e	β	$LT_1=LT_3$	LT_2	$V_1=V_3$	H	h	e
14.71	4.0	8.2	2.0	3.2	0.8	0.2	14.71	4.0	8.2	2.0	3.2	0.8	0.2
25.24	3.0	7.4	3.4	3.2	0.8	0.2	25.24	3.0	7.4	3.4	3.2	0.8	0.2
51.98	1.0	4.2	7.0	3.2	0.8	0.2	51.98	1.0	4.2	7.0	3.2	0.8	0.2
80.75	0.6	1.0	9.0	3.2	0.3	0.2	80.75	0.6	1.0	9.0	3.2	0.3	0.2

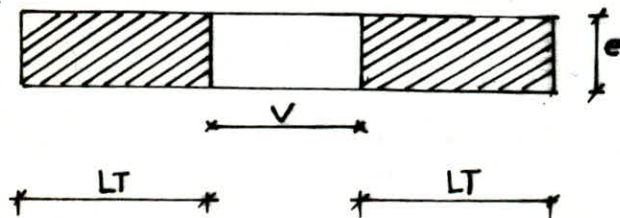
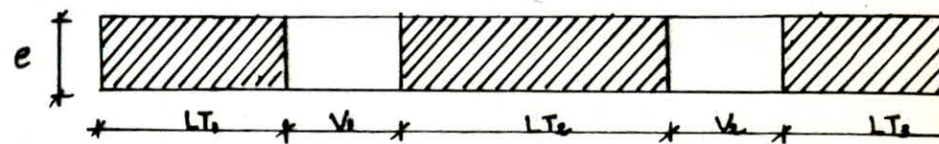


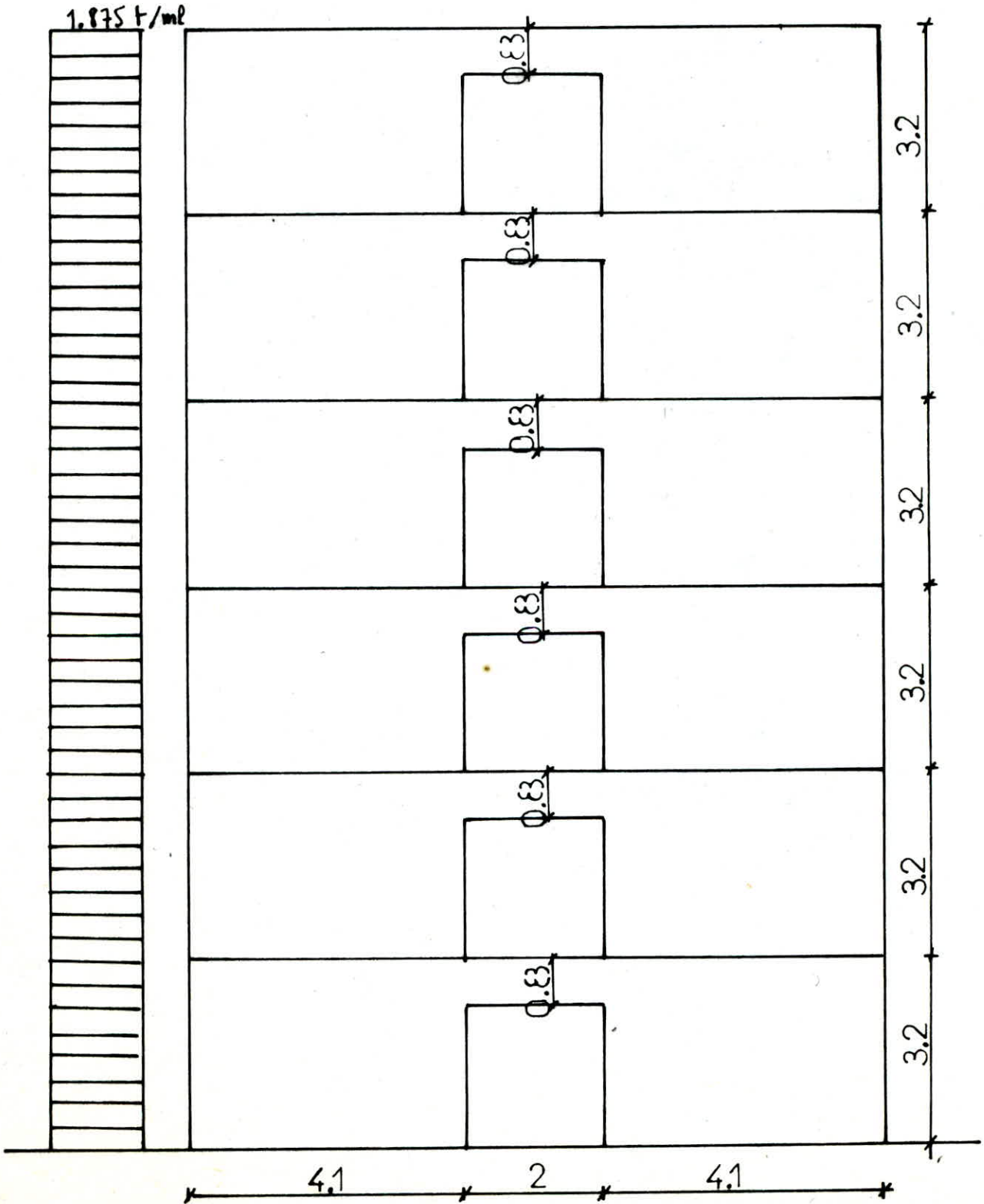
TABLEAU 81



H : hauteur d'etage

h : hauteur du linteau.

APPLICATION DES D.F



EFFORTS DANS LES TRUPEAUX

```

*****
* NIVEAU # TRUPEAU # MT-SUP (T*M) # MT-INF (T*M) # TRANCHANT (T) # NORMAL (T)
*****
* 6 # 1 # -.89680E+01 # -.41680E+01 # +.15000E+01 # -.29403E+01
*****
* 5 # 1 # -.15763E+02 # -.13625E+01 # +.45000E+01 # -.67418E+01
*****
* 4 # 1 # -.18065E+02 # +.59347E+01 # +.75000E+01 # -.12218E+02
*****
* 3 # 1 # -.15888E+02 # +.17712E+02 # +.10500E+02 # -.19373E+02
*****
* 2 # 1 # -.67828E+01 # +.36417E+02 # +.13500E+02 # -.27404E+02
*****
* 1 # 1 # +.16029E+02 # +.68829E+02 # +.16500E+02 # -.34089E+02
*****
* 0 # 1 # # # # +.18000E+02 # -.34089E+02
*****

```

```

*****
* NIVEAU # TRUPEAU # MT-SUP (T*M) # MT-INF (T*M) # TRANCHANT (T) # NORMAL (T)
*****
* 6 # 2 # -.89680E+01 # -.41680E+01 # +.15000E+01 # +.29403E+01
*****
* 5 # 2 # -.15763E+02 # -.13625E+01 # +.45000E+01 # +.67418E+01
*****
* 4 # 2 # -.18065E+02 # +.59347E+01 # +.75000E+01 # +.12218E+02
*****
* 3 # 2 # -.15888E+02 # +.17712E+02 # +.10500E+02 # +.19373E+02
*****
* 2 # 2 # -.67828E+01 # +.36417E+02 # +.13500E+02 # +.27404E+02
*****
* 1 # 2 # +.16029E+02 # +.68829E+02 # +.16500E+02 # +.34089E+02
*****
* 0 # 2 # # # # +.18000E+02 # +.34089E+02
*****

```

EFFORTS DANS LES LINTEAUX

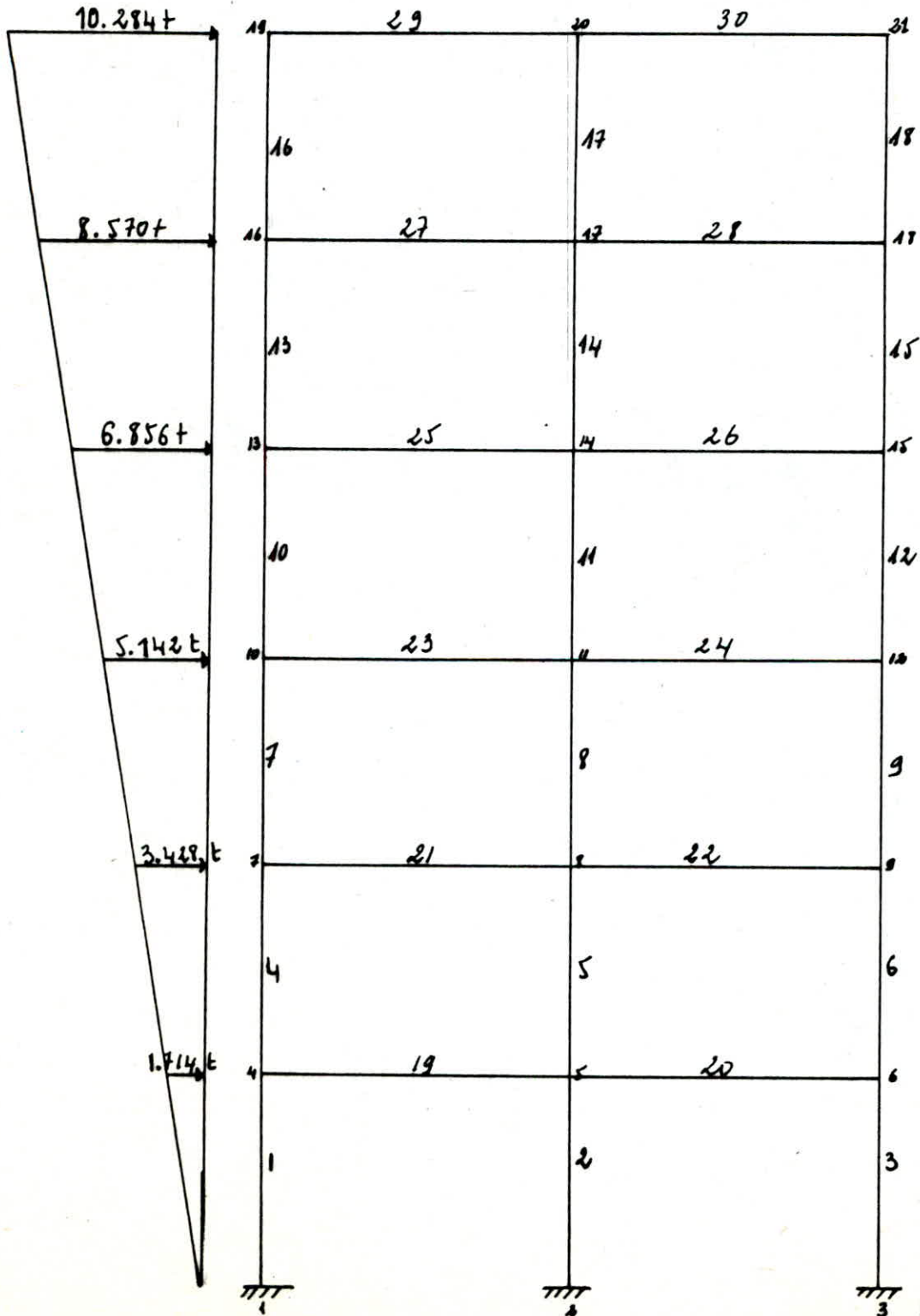
```

*****
* NIVEAU # LINTEAU # MOMENT (T*M) # TRANCHANT (T) # NORMAL (T) *
*****
* 6 # 1 # +.29403E+01 # +.29403E+01 # +.15000E+01 *
*****
* 5 # 1 # +.38015E+01 # +.38015E+01 # +.30000E+01 *
*****
* 4 # 1 # +.54763E+01 # +.54763E+01 # +.30000E+01 *
*****
* 3 # 1 # +.71551E+01 # +.71551E+01 # +.30000E+01 *
*****
* 2 # 1 # +.80310E+01 # +.80310E+01 # +.30000E+01 *
*****
* 1 # 1 # +.66846E+01 # +.66846E+01 # +.30000E+01 *
*****

```

FLECHE AU SOMMET-----> 6.752834E-04 m
 INERTIE EQUIVALENTE----> 12.59335 m4

APPLICATION DU PORTIQUE



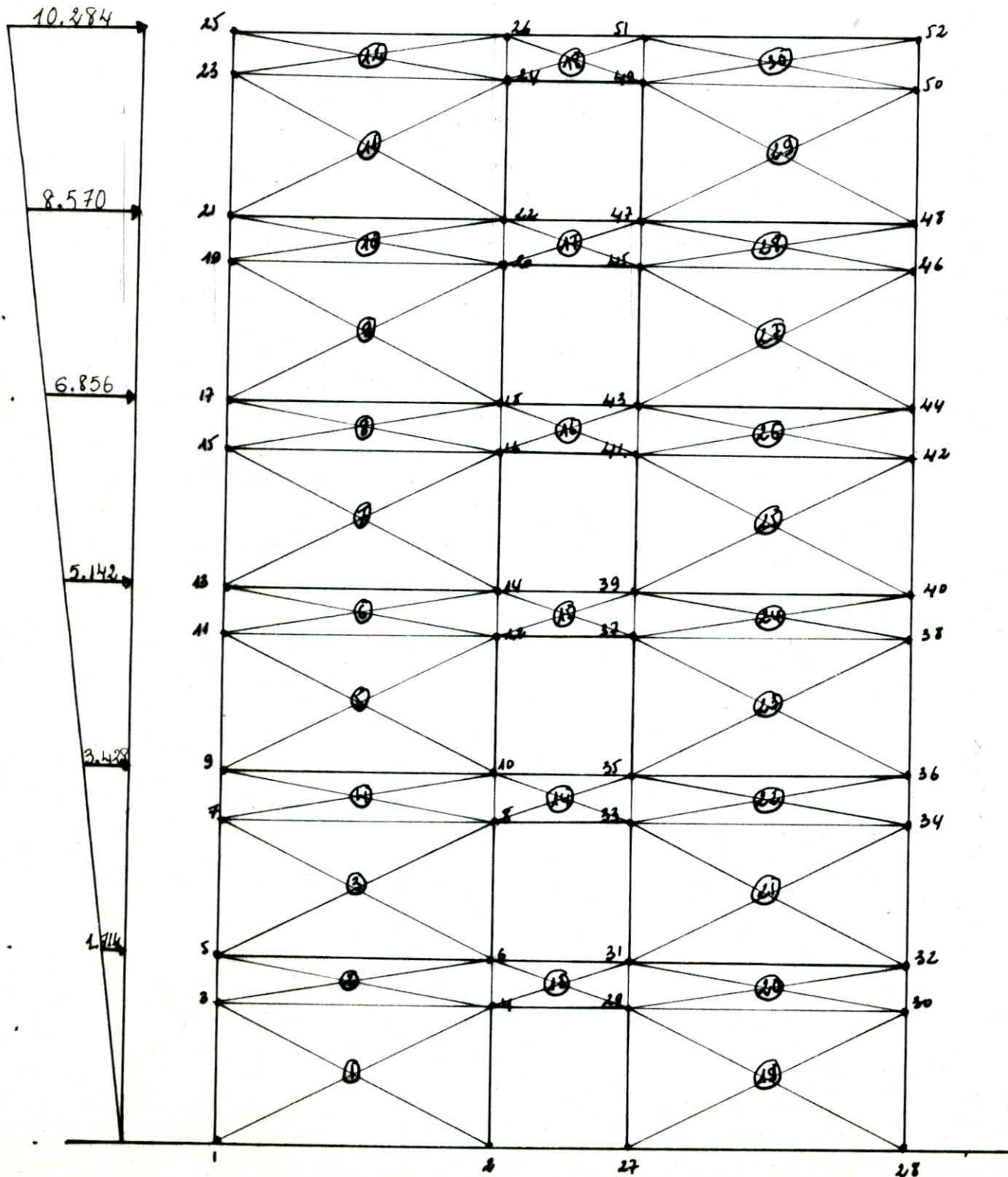
** RESULTATS (M , N , T) **

BARRE	Mg(t*m)	Tg(t)	Md(t*m)	Td(t)	N(t)
1	45.12	10.74	17.18	-10.74	-38.10
2	52.41	14.51	31.77	-14.51	0.01
3	45.09	10.74	17.17	-10.74	38.09
4	27.02	9.03	25.38	-9.03	-29.69
5	48.17	16.21	45.85	-16.21	0.01
6	27.02	9.03	25.37	-9.03	29.68
7	21.93	8.12	25.17	-8.12	-20.61
8	41.09	14.61	43.65	-14.61	0.01
9	21.93	8.12	25.16	-8.12	20.60
10	16.81	6.73	22.25	-6.73	-12.56
11	33.39	12.24	37.62	-12.24	0.01
12	16.80	6.73	22.24	-6.73	12.55
13	10.91	4.98	17.96	-4.98	-6.20
14	23.21	8.90	28.40	-8.90	0.00
15	10.90	4.98	17.96	-4.98	6.20
16	3.97	2.51	10.61	-2.51	-1.98
17	12.13	5.26	18.36	-5.26	0.00
18	3.96	2.51	10.60	-2.51	1.98
19	-44.20	-8.42	-39.97	8.42	0.01
20	-39.97	-8.42	-44.19	8.42	1.70
21	-47.31	-9.08	-43.47	9.08	2.51
22	-43.47	-9.08	-47.30	9.08	0.91
23	-41.98	-8.05	-38.53	8.05	3.76
24	-38.52	-8.05	-41.96	8.05	1.39
25	-33.16	-6.36	-30.41	6.36	5.10
26	-30.41	-6.36	-33.14	6.36	1.76
27	-21.93	-4.22	-20.27	4.22	6.11
28	-20.26	-4.22	-21.92	4.22	2.46
29	-10.61	-1.98	-9.18	1.98	7.77
30	-9.18	-1.98	-10.60	1.98	2.51

** DEPLACEMENTS(mm) **

NOEUD	HORIZONTAL	VERTICAL	ROTATION(*10 ³)
1	0.0000	0.0000	0.00000
2	0.0000	0.0000	0.00000
3	0.0000	0.0000	0.00000
4	74.2045	0.5338	%-14.67709
5	74.2043	-0.0002	%-10.84519
6	74.1632	-0.5336	%-14.66989
7	188.4424	0.9497	%-15.53909
8	188.3816	-0.0003	%-12.06167
9	188.3595	-0.9494	%-15.53331
10	297.5589	1.2384	%-13.83886
11	297.4681	-0.0004	%-10.71476
12	297.4346	-1.2380	%-13.83278
13	389.3677	1.4143	%-10.98027
14	389.2445	-0.0005	-8.49693
15	389.2020	-1.4138	%-10.97433
16	456.9701	1.5012	-7.27502
17	456.8226	-0.0005	-5.76785
18	456.7631	-1.5006	-7.26876
19	496.4565	1.5289	-3.78740
20	496.2689	-0.0005	-2.49462
21	496.2081	-1.5283	-3.78252

APPLICATION DES EQUIVALENCES



Fichier: a:s61.res

-----+-----
NOMBRE DE NOEUDS= 52 NOMBRE D ELEMENTS= 146

NOEUDS	COORDONNEES	
1	0.00000	0.00000
2	4.10000	0.00000
3	0.00000	2.40000
4	4.10000	2.40000
5	0.00000	3.20000
6	4.10000	3.20000
7	0.00000	5.60000
8	4.10000	5.60000
9	0.00000	6.40000
10	4.10000	6.40000
11	0.00000	8.80000
12	4.10000	8.80000
13	0.00000	9.60000
14	4.10000	9.60000
15	0.00000	12.00000
16	4.10000	12.00000

Fichier: a:s61.res

-----+-----
17 0.00000 12.80000
18 4.10000 12.80000
19 0.00000 15.20000
20 4.10000 15.20000
21 0.00000 16.00000
22 4.10000 16.00000
23 0.00000 18.40000
24 4.10000 18.40000
25 0.00000 19.20000
26 4.10000 19.20000
27 6.10000 0.00000
28 10.20000 0.00000
29 6.10000 2.40000
30 10.20000 2.40000
31 6.10000 3.20000
32 10.20000 3.20000
33 6.10000 5.60000
34 10.20000 5.60000
35 6.10000 6.40000
36 10.20000 6.40000
37 6.10000 8.80000
38 10.20000 8.80000

Fichier: a:s61.res

```
+-----+-----+-----+
 39  6.10000  9.60000
 40 10.20000  9.60000
 41  6.10000 12.00000
 42 10.20000 12.00000
 43  6.10000 12.80000
 44 10.20000 12.80000
 45  6.10000 15.20000
 46 10.20000 15.20000
 47  6.10000 16.00000
 48 10.20000 16.00000
 49  6.10000 18.40000
 50 10.20000 18.40000
 51  6.10000 19.20000
 52 10.20000 19.20000
```

ELEMENT	CONNECTIVITES		RIG.COM
1	1	2	0.25336E+05
2	3	4	-0.23827E+07
3	5	6	-0.23827E+07
4	7	8	-0.23827E+07
5	9	10	-0.23827E+07

Fichier: a:s61.res

```
+-----+-----+-----+
  6   11   12  -0.23827E+07
  7   13   14  -0.23827E+07
  8   15   16  -0.23827E+07
  9   17   18  -0.23827E+07
 10   19   20  -0.23827E+07
 11   21   22  -0.23827E+07
 12   23   24  -0.23827E+07
 13   25   26  -0.24080E+07
 14   27   28   0.25336E+05
 15   29   30  -0.23826E+07
 16   31   32  -0.23826E+07
 17   33   34  -0.23826E+07
 18   35   36  -0.23826E+07
 19   37   38  -0.23826E+07
 20   39   40  -0.23826E+07
 21   41   42  -0.23826E+07
 22   43   44  -0.23826E+07
 23   45   46  -0.23826E+07
 24   47   48  -0.23826E+07
 25   49   50  -0.23826E+07
 26   51   52  -0.24080E+07
 27    4   29  -0.33638E+06
```


Fichier: a:s61.res

```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
72      45      47      0.23060E+07
73      47      49      0.14096E+07
74      49      51      0.23060E+07
75      28      30      0.14096E+07
76      30      32      0.15711E+07
77      32      34      0.14096E+07
78      34      36      0.15711E+07
79      36      38      0.14096E+07
80      38      40      0.15711E+07
81      40      42      0.14096E+07
82      42      44      0.15711E+07
83      44      46      0.14096E+07
84      46      48      0.15711E+07
85      48      50      0.14096E+07
86      50      52      0.15711E+07
87       1       4      0.14098E+07
88       2       3      0.14098E+07
89       3       6      0.28752E+07
90       4       5      0.28752E+07
91       5       8      0.14098E+07
92       6       7      0.14098E+07
93       7      10      0.28752E+07
```

Fichier: a:s61.res

```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
94       8       9      0.28752E+07
95       9      12      0.14098E+07
96      10      11      0.14098E+07
97      11      14      0.28752E+07
98      12      13      0.28752E+07
99      13      16      0.14098E+07
100     14      15      0.14098E+07
101     15      18      0.28752E+07
102     16      17      0.28752E+07
103     17      20      0.14098E+07
104     18      19      0.14098E+07
105     19      22      0.28752E+07
106     20      21      0.28752E+07
107     21      24      0.14098E+07
108     22      23      0.14098E+07
109     23      26      0.28752E+07
110     24      25      0.28752E+07
111      4      31      0.80818E+06
112     29      6      0.80818E+06
113      8      35      0.80818E+06
114     33     10      0.80818E+06
115     12     39      0.80818E+06
```


Fichier: a:s61.RES

+-----+			
116	37	14	0.80818E+06
117	16	43	0.80818E+06
118	41	18	0.80818E+06
119	20	47	0.80818E+06
120	45	22	0.80818E+06
121	24	51	0.80818E+06
122	49	26	0.80818E+06
123	27	30	0.14098E+07
124	28	29	0.14098E+07
125	29	32	0.28752E+07
126	30	31	0.28752E+07
127	31	34	0.14098E+07
128	32	33	0.14098E+07
129	33	36	0.28752E+07
130	34	35	0.28752E+07
131	35	38	0.14098E+07
132	36	37	0.14098E+07
133	37	40	0.28752E+07
134	38	39	0.28752E+07
135	39	42	0.14098E+07
136	40	41	0.14098E+07
137	41	44	0.28752E+07

Fichier: a:s61.RES

+-----+			
138	42	43	0.28752E+07
139	43	46	0.14098E+07
140	44	45	0.14098E+07
141	45	48	0.28752E+07
142	46	47	0.28752E+07
143	47	50	0.14098E+07
144	48	49	0.14098E+07
145	49	52	0.28752E+07
146	50	51	0.28752E+07
SOLLICITATION	AU	NOEUD	5=> 0.42850E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	6=> 0.42850E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	31=> 0.42850E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	32=> 0.42850E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	9=> 0.85700E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	10=> 0.85700E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	35=> 0.85700E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	36=> 0.85700E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	13=> 0.12855E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	14=> 0.12855E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	39=> 0.12855E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	40=> 0.12855E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION	AU	NOEUD	17=> 0.17140E+01 0.00000E+00

Fichier: a:s61.RES

```

+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
SOLLICITATION AU NOEUD 18=> 0.17140E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 43=> 0.17140E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 44=> 0.17140E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 21=> 0.21425E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 22=> 0.21425E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 47=> 0.21425E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 48=> 0.21425E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 25=> 0.25710E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 26=> 0.25710E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 51=> 0.25710E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 52=> 0.25710E+01 0.00000E+00

```

DEPLACEMENTS GLOBAUX :

NOEUD	U(X)	V(Y)
1	0.10351E-28	0.49986E-28
2	0.76458E-29	-0.53722E-29

Fichier: a:s61.RES

```

+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
3         0.78375E-04         0.74793E-04
4         0.47729E-04        -0.15267E-05
5         0.94361E-04         0.95891E-04
6         0.77613E-04         0.13792E-06
7         0.20730E-03         0.15223E-03
8         0.18318E-03         0.71815E-05
9         0.22931E-03         0.16690E-03
10        0.22761E-03         0.92450E-05
11        0.37521E-03         0.20460E-03
12        0.35379E-03         0.16686E-04
13        0.40584E-03         0.21419E-03
14        0.40377E-03         0.18844E-04
15        0.56028E-03         0.23685E-03
16        0.54513E-03         0.26229E-04
17        0.59536E-03         0.24196E-03
18        0.59738E-03         0.28041E-04
19        0.74942E-03         0.25242E-03
20        0.73907E-03         0.33965E-04
21        0.78734E-03         0.25432E-03
22        0.78959E-03         0.35371E-04
23        0.93047E-03         0.25689E-03
24        0.92530E-03         0.39241E-04

```

Fichier: a:s61.RES

25	0.96900E-03	0.25697E-03
26	0.97200E-03	0.39951E-04
27	0.76454E-29	0.53721E-29
28	0.10351E-28	-0.49986E-28
29	0.47730E-04	0.15268E-05
30	0.78373E-04	-0.74793E-04
31	0.77614E-04	-0.13768E-06
32	0.94358E-04	-0.95891E-04
33	0.18318E-03	-0.71808E-05
34	0.20730E-03	-0.15223E-03
35	0.22761E-03	-0.92443E-05
36	0.22931E-03	-0.16690E-03
37	0.35379E-03	-0.16685E-04
38	0.37521E-03	-0.20460E-03
39	0.40377E-03	-0.18843E-04
40	0.40584E-03	-0.21419E-03
41	0.54513E-03	-0.26228E-04
42	0.56028E-03	-0.23685E-03
43	0.59738E-03	-0.28040E-04
44	0.59536E-03	-0.24196E-03
45	0.73907E-03	-0.33964E-04
46	0.74942E-03	-0.25242E-03

Fichier: a:s61.RES

47	0.78959E-03	-0.35370E-04
48	0.78734E-03	-0.25432E-03
49	0.92530E-03	-0.39240E-04
50	0.93047E-03	-0.25689E-03
51	0.97200E-03	-0.39950E-04
52	0.96900E-03	-0.25697E-03

----- FIN -----

*Remarque : Les Contraintes tangentes Toxy
sont fautes. Ceci est due à une
erreurs qui a a de couvrir dans le
programmes n'est au main les expressions
sont valable*

Fichier: cs61

MAILLE	SIG Y1	SIG Y2	TO XY
1	0.12095E+03	-0.24690E+01	0.39273E+01
2	0.10236E+03	0.80760E+01	-0.99558E+01
3	0.91111E+02	0.11391E+02	-0.17588E+01
4	0.71172E+02	0.10011E+02	-0.18638E+02
5	0.60968E+02	0.12033E+02	-0.57973E+01
6	0.46526E+02	0.10470E+02	-0.23875E+02
7	0.36645E+02	0.11943E+02	-0.86908E+01
8	0.24792E+02	0.87910E+01	-0.26602E+02
9	0.16916E+02	0.95802E+01	-0.10778E+02
10	0.92180E+01	0.68213E+01	-0.27529E+02
11	0.41561E+01	0.62585E+01	-0.12445E+02
12	0.38816E+00	0.34446E+01	-0.56511E+02
13	0.80760E+01	-0.80753E+01	0.10115E+02
14	0.10011E+02	-0.10011E+02	0.90576E+01
15	0.10470E+02	-0.10470E+02	0.46740E+01
16	0.87910E+01	-0.87910E+01	-0.65302E+00
17	0.68213E+01	-0.68213E+01	-0.60855E+01
18	0.34446E+01	-0.34446E+01	-0.10509E+02

Fichier: cs61

19	0.24691E+01	-0.12095E+03	0.39273E+01
20	-0.80753E+01	-0.10236E+03	-0.99559E+01
21	-0.11390E+02	-0.91111E+02	-0.17588E+01
22	-0.10011E+02	-0.71172E+02	-0.18638E+02
23	-0.12033E+02	-0.60968E+02	-0.57975E+01
24	-0.10470E+02	-0.46526E+02	-0.23875E+02
25	-0.11943E+02	-0.36645E+02	-0.86909E+01
26	-0.24792E+02	-0.87910E+01	-0.26602E+02
27	-0.95802E+01	-0.16916E+02	-0.10778E+02
28	-0.68213E+01	-0.92180E+01	-0.27529E+02
29	-0.62585E+01	-0.41561E+01	-0.12445E+02
30	-0.34446E+01	-0.38816E+00	-0.27566E+02

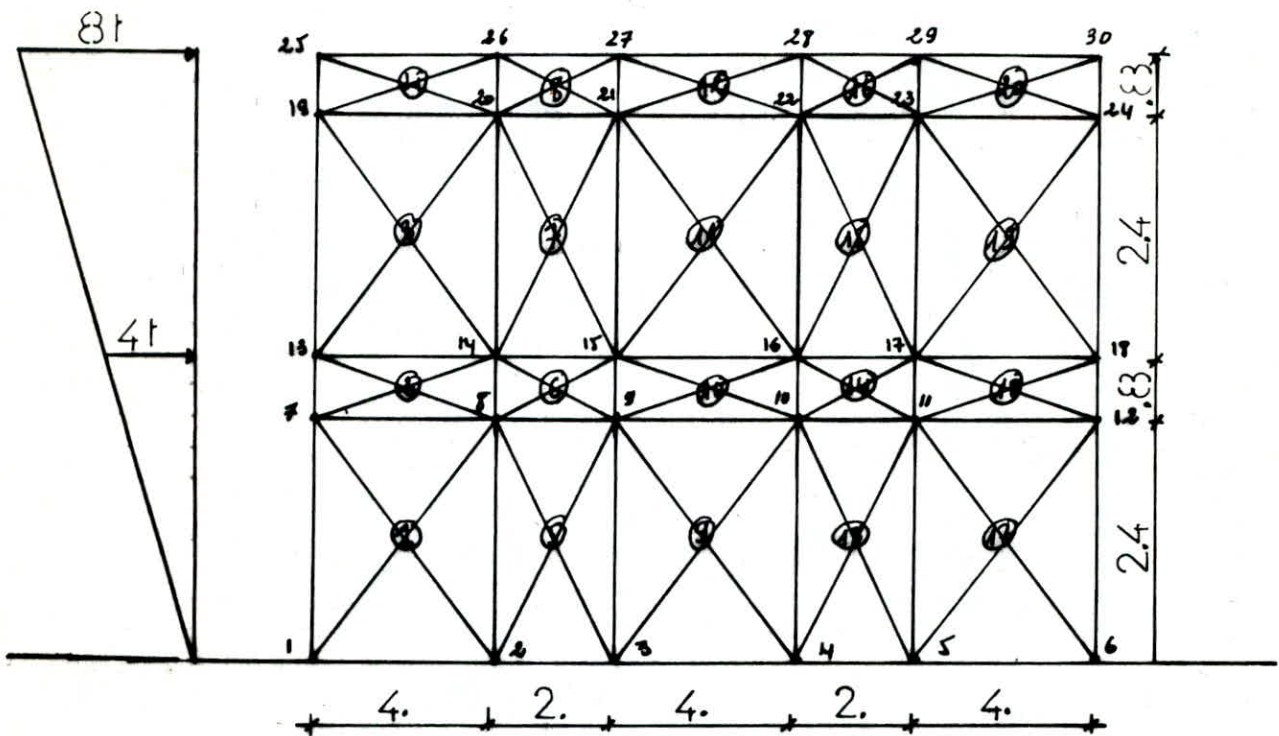
MAILLE	SIG X1	SIG X2	TO XY
1	-0.25609E-23	-0.29011E+02	0.39273E+01
2	-0.29011E+02	-0.15854E+02	-0.99558E+01
3	-0.15854E+02	-0.22833E+02	-0.17588E+01
4	-0.22833E+02	-0.16093E+01	-0.18638E+02
5	-0.16093E+01	-0.20277E+02	-0.57973E+01
6	-0.20277E+02	-0.19595E+01	-0.23875E+02

Fichier: cs61

```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
 7      -0.19595E+01      -0.14342E+02      -0.86908E+01
 8      -0.14342E+02       0.19122E+01      -0.26602E+02
 9       0.19122E+01      -0.97978E+01      -0.10778E+02
10     -0.97978E+01       0.21300E+01      -0.27529E+02
11      0.21300E+01      -0.48942E+01      -0.12445E+02
12     -0.10033E+02       0.58219E+01      -0.56511E+02
13      0.19344E-02       0.19485E-02       0.10115E+02
14      0.00000E+00       0.00000E+00       0.90576E+01
15      0.00000E+00       0.00000E+00       0.46740E+01
16      0.00000E+00       0.00000E+00      -0.65302E+00
17      0.00000E+00       0.00000E+00      -0.60855E+01
18      0.00000E+00       0.00000E+00      -0.10509E+02
19      0.25612E-23       0.29008E+02       0.39273E+01
20      0.29008E+02       0.15851E+02      -0.99559E+01
21      0.15851E+02       0.22833E+02      -0.17588E+01
22      0.22833E+02       0.16093E+01      -0.18638E+02
23      0.16093E+01       0.20277E+02      -0.57975E+01
24      0.20277E+02       0.19595E+01      -0.23875E+02
25      0.19595E+01       0.14342E+02      -0.86909E+01
26      0.14342E+02      -0.19122E+01      -0.26602E+02
27     -0.19122E+01       0.97978E+01      -0.10778E+02
28      0.97978E+01      -0.21300E+01      -0.27529E+02
```

Fichier: cs61

```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
----- DEBUT -----
29      -0.21300E+01       0.48942E+01      -0.12445E+02
30      0.48942E+01      -0.28400E+01      -0.27566E+02
----- FIN -----
```



ETUDE D'UN VOILE PLEIN

FLECHE D'RDM

$$f_{RDM} = f_M + f_T$$

$$\left. \begin{array}{l} f_T = 0.014 \text{ mm.} \\ f_M = 0.003 \text{ mm.} \end{array} \right\} \Rightarrow f_{RDM} = 0.017 \text{ mm.}$$

Fichier: trs202.res

NOMBRE DE NOEUDS = 30 NOMBRE D'ELEMENTS = 29

NOEUDS	COORDONNEES	
1	0.00000	0.00000
2	0.00000	4.00000
3	0.00000	6.00000
4	0.00000	10.00000
5	0.00000	12.00000
6	0.00000	16.00000
7	2.40000	0.00000
8	2.40000	4.00000
9	2.40000	6.00000
10	2.40000	10.00000
11	2.40000	12.00000
12	2.40000	16.00000
13	3.20000	0.00000
14	3.20000	4.00000
15	3.20000	6.00000
16	3.20000	10.00000

Fichier: trs202.res

17 3.20000 12.00000
18 3.20000 16.00000
19 5.60000 0.00000
20 5.60000 4.00000
21 5.60000 6.00000
22 5.60000 10.00000
23 5.60000 12.00000
24 5.60000 16.00000
25 6.40000 0.00000
26 6.40000 4.00000
27 6.40000 6.00000
28 6.40000 10.00000
29 6.40000 12.00000
30 6.40000 16.00000

ELEMENT	CONNECTIVITES		RES.COM
1	1	2	0.34500E+05
2	2	3	0.35794E+06
3	3	4	0.34500E+05
4	4	5	0.35794E+06
5	5	6	0.34500E+05

Fichier: trs202.res

```
+-----+
  6      7      8      -0.11040E+07
  7      8      9       0.18975E+06
  8      9     10     -0.11040E+07
  9     10     11      0.18975E+06
 10     11     12     -0.11040E+07
 11     13     14     -0.11040E+07
 12     14     15      0.18975E+06
 13     15     16     -0.11040E+07
 14     16     17      0.18975E+06
 15     17     18     -0.11040E+07
 16     19     20     -0.11040E+07
 17     20     21      0.18975E+06
 18     21     22     -0.11040E+07
 19     22     23      0.18975E+06
 20     23     24     -0.11040E+07
 21     25     26      0.34500E+05
 22     26     27      0.34500E+05
 23     27     28      0.34500E+05
 24     28     29      0.34500E+05
 25     29     30      0.34500E+05
 26      1      7       0.68310E+06
 27      2      8       0.88493E+06
```

Fichier: trs202.res

```
+-----+
 28      3      9       0.88493E+06
 29      4     10      0.88493E+06
 30      5     11      0.88493E+06
 31      6     12      0.68310E+06
 32      7     13      0.76590E+06
 33      8     14      0.11333E+07
 34      9     15      0.11333E+07
 35     10     16      0.11333E+07
 36     11     17      0.11333E+07
 37     12     18      0.11333E+07
 38     13     19      0.68310E+06
 39     14     20      0.88493E+06
 40     15     21      0.88493E+06
 41     16     22      0.88493E+06
 42     17     23      0.88493E+06
 43     18     24      0.68310E+06
 44     19     25      0.76590E+06
 45     20     26      0.11333E+07
 46     21     27      0.11333E+07
 47     22     28      0.11333E+07
 48     23     29      0.11333E+07
 49     24     30      0.11333E+07
```


Fichier: trs202.res

```

+-----+-----+-----+-----+
50      1      8      0.68397E+06
51      2      7      0.68397E+06
52      2      9      0.41092E+06
53      3      8      0.41092E+06
54      7      10     0.68397E+06
55      4      9      0.68397E+06
56      4      11     0.41092E+06
57      5      10     0.41092E+06
58      5      12     0.68971E+06
59      6      11     0.68971E+06
60      7      14     0.13722E+07
61      8      13     0.13722E+07
62      15     0.40409E+06
63      9      14     0.40409E+06
64      9      16     0.13722E+07
65     10     15     0.13722E+07
66     10     17     0.40409E+06
67     11     16     0.40409E+06
68     11     18     0.13722E+07
69     12     17     0.13722E+07
70     13     20     0.68397E+06
71     14     19     0.68397E+06

```

Fichier: trs202.res

```

+-----+-----+-----+-----+
72     14     21     0.41092E+06
73     15     20     0.41092E+06
74     15     22     0.68397E+06
75     16     21     0.68397E+06
76     16     23     0.41092E+06
77     17     22     0.41092E+06
78     17     24     0.68397E+06
79     18     23     0.68397E+06
80     19     26     0.13722E+07
81     20     25     0.13722E+07
82     20     27     0.40409E+06
83     21     26     0.40409E+06
84     21     28     0.13722E+07
85     22     27     0.13722E+07
86     22     29     0.40409E+06
87     23     28     0.40409E+06
88     23     30     0.13722E+07
89     24     29     0.13722E+07
SOLLICITATION AU NOEUD 13=> 0.66667E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 14=> 0.66667E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 15=> 0.66667E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 16=> 0.66667E+00 0.00000E+00

```

Fichier: trs202.res

```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
SOLLICITATION AU NOEUD 17=> 0.66667E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 18=> 0.66667E+00 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 25=> 0.13333E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 26=> 0.13333E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 27=> 0.13333E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 28=> 0.13333E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 29=> 0.13333E+01 0.00000E+00
SOLLICITATION AU NOEUD 30=> 0.13333E+01 0.00000E+00
```

DEPLACEMENTS GLOBAUX :

NOEUD	U(X)	V(Y)
1	0.18261E-29	0.28259E-30
2	0.20887E-29	0.24364E-30
3	0.20456E-29	-0.17493E-30
4	0.20711E-29	0.64846E-31
5	0.22088E-29	-0.37492E-30

Fichier: trs202.res

```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
 6      0.17597E-29      -0.41232E-31
 7      0.58200E-05       0.26702E-05
 8      0.44394E-05      -0.42492E-07
 9      0.44195E-05       0.86008E-06
10      0.44631E-05      -0.16155E-05
11      0.47660E-05      -0.93301E-06
12      0.60955E-05      -0.35766E-05
13      0.77807E-05       0.27267E-05
14      0.60622E-05       0.32982E-07
15      0.58961E-05      -0.76942E-06
16      0.59673E-05      -0.12513E-06
17      0.63281E-05      -0.12715E-05
18      0.74237E-05      -0.30136E-05
19      0.11691E-04       0.73167E-06
20      0.97245E-05       0.96726E-06
21      0.84638E-05      -0.22728E-05
22      0.86077E-05       0.14378E-05
23      0.97939E-05      -0.17789E-05
24      0.11297E-04      -0.12980E-05
25      0.13081E-04       0.16018E-05
26      0.10769E-04       0.22420E-06
27      0.93826E-05       0.13284E-05
```

Fichier: TRS202.RES

+-----+

		DEBUT
28	0.95216E-05	-0.21750E-05
29	0.10824E-04	-0.81801E-06
30	0.12237E-04	-0.22298E-05

----- FIN -----

Fichier: cts202

+-----+

MAILLE	SIG Y1	SIG Y2	TO XY
1	0.43182E+01	-0.68718E-01	0.61022E+00
2	0.27411E+00	0.36617E+00	-0.14740E+00
3	-0.32263E+01	0.15109E+01	0.41355E+00
4	0.42215E+01	-0.36050E+01	0.10451E+00
5	-0.68718E-01	0.13909E+01	0.15786E+01
6	0.36617E+00	-0.79056E+01	0.51743E+00
7	0.15109E+01	-0.24312E+01	0.35377E+00
8	-0.36050E+01	0.17471E+02	-0.27906E-01
9	0.13909E+01	-0.26126E+01	0.51807E+00
10	-0.79056E+01	0.72306E+01	0.92949E-01
11	-0.24312E+01	0.25276E+01	0.77326E+00
12	0.17471E+02	-0.17528E+02	0.16495E+00
13	-0.26126E+01	-0.15089E+01	0.16029E+01
14	0.72306E+01	-0.16422E+01	0.42086E+00
15	0.25276E+01	-0.82056E+00	0.28190E+00
16	-0.17528E+02	0.46618E+01	0.13631E-01
17	-0.15089E+01	-0.57840E+01	0.66450E+00

Fichier: cts202

+-----+

18	-0.16422E+01	0.27314E+01	-0.12092E+00
19	-0.82056E+00	0.27744E+01	0.49146E+00
20	0.46618E+01	-0.10818E+07	-0.18030E+05

MAILLE	SIG X1	SIG X2	TO XY
1	0.25480E-24	-0.13396E+01	0.61022E+00
2	-0.13396E+01	-0.16675E+01	-0.14740E+00
3	-0.16675E+01	-0.19081E+01	0.41355E+00
4	-0.19081E+01	-0.22434E+01	0.10451E+00
5	-0.83641E-25	-0.38619E-01	0.15786E+01
6	-0.38619E-01	-0.32234E+00	0.51743E+00
7	-0.32234E+00	-0.24465E+01	0.35377E+00
8	-0.24465E+01	-0.26905E+01	-0.27906E-01
9	0.24743E-25	0.42306E-01	0.51807E+00
10	0.42306E-01	0.69086E-01	0.92949E-01
11	0.69086E-01	0.13963E+00	0.77326E+00
12	0.13963E+00	0.13487E+00	0.16495E+00
13	0.26722E-24	0.58782E+00	0.16029E+01
14	0.58782E+00	0.70018E+00	0.42086E+00
15	0.70018E+00	0.23020E+01	0.28190E+00

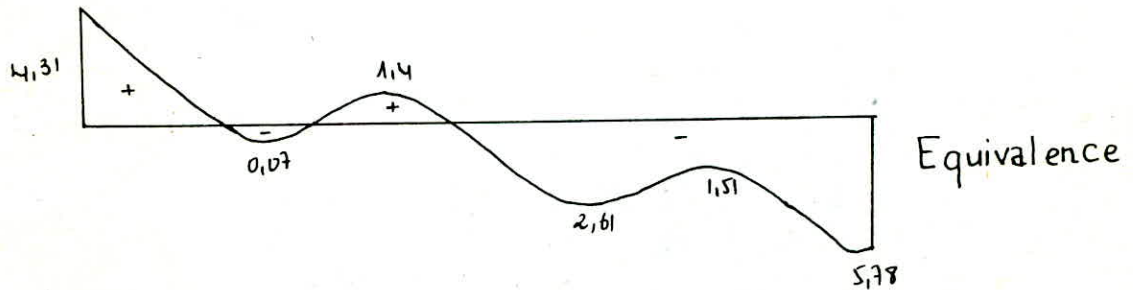
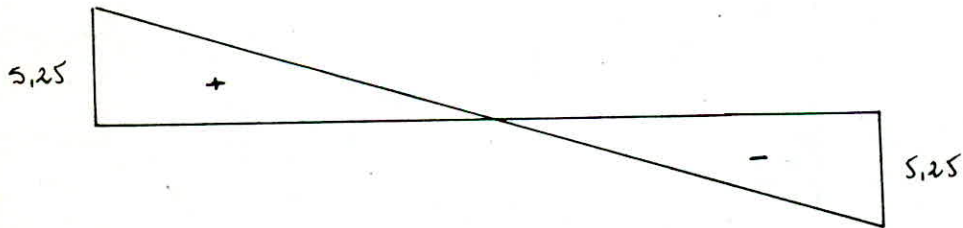
Fichier: cts202

----- DEBUT -----			
16	0.23020E+01	0.25275E+01	0.13631E-01
17	-0.43577E-24	0.12900E+01	0.66450E+00
18	0.12900E+01	0.10631E+01	-0.12092E+00
19	0.10631E+01	0.14585E+01	0.49146E+00
20	0.14585E+01	0.13711E+01	-0.18030E+05
----- FIN -----			

CONTRAINTES CALCULEES PAR LA R.D.M

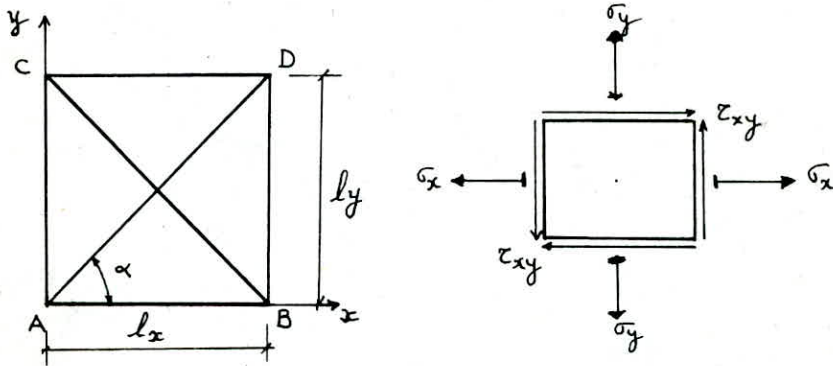
NIV	T	M	Sig Y	To XY
1	12	44.8	5.25	5.63
2	8	12.8	1.50	3.75

DIAGRAMMES DES CONTRAINTES



NOTA

Pour le calcul des contraintes dans la méthode des équivalences , se referer aux expressions suivantes :



$$\sigma_{y1} = [V(C) - V(A)]E / [L_y(1 - \nu^2)]$$

$$\sigma_{y2} = [V(D) - V(A)]E / [L_y(1 - \nu^2)]$$

$$\sigma_{x1} = [U(B) - U(A)]E / [L_x(1 - \nu^2)]$$

$$\sigma_{x2} = [U(D) - U(C)]E / [L_x(1 - \nu^2)]$$

$$\tau_{xy} = E[\epsilon_{AD} - \epsilon_{BC}] / 4 \sin\alpha \cos\alpha$$

Avec

$$\epsilon_{AD} = \left[[U(D) - U(A)] \cos\alpha + [V(D) - V(A)] \sin\alpha \right] / l_{AD}$$

$$\epsilon_{BC} = \left[[U(B) - U(C)] \cos\alpha + [V(C) - V(B)] \sin\alpha \right] / l_{BC}$$

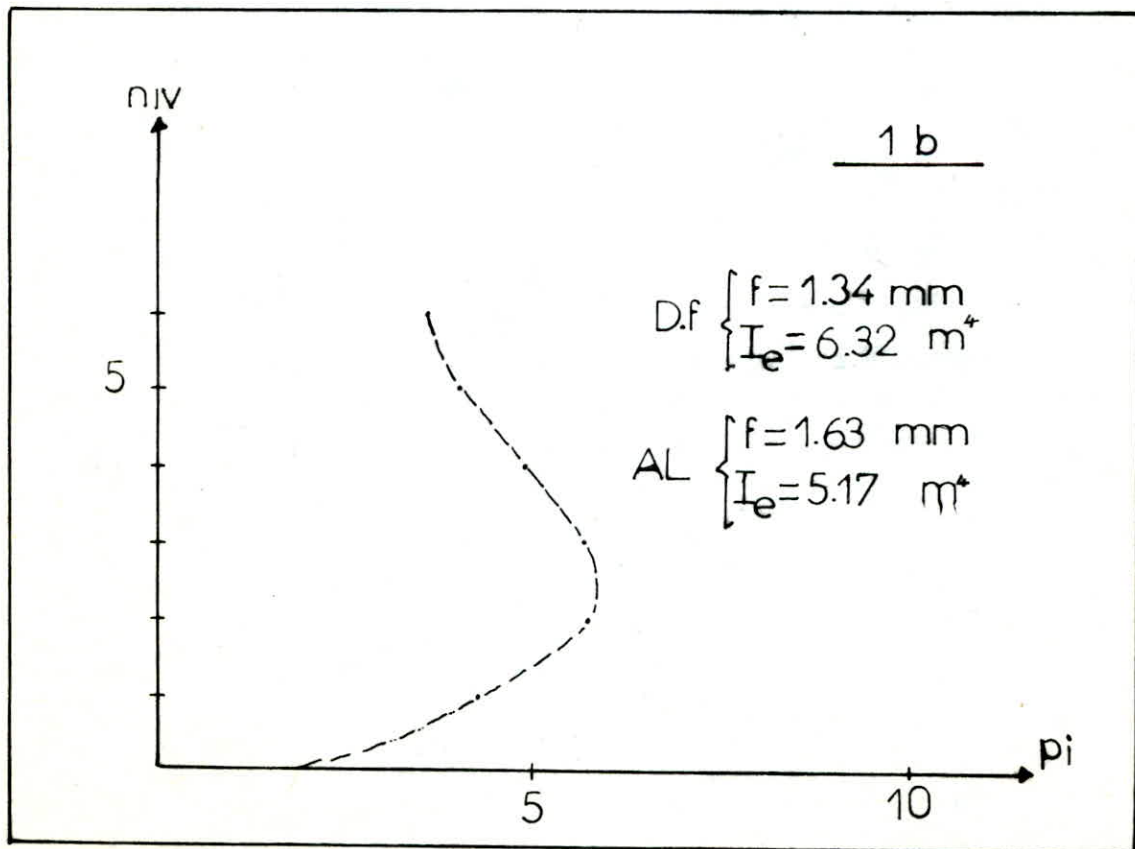
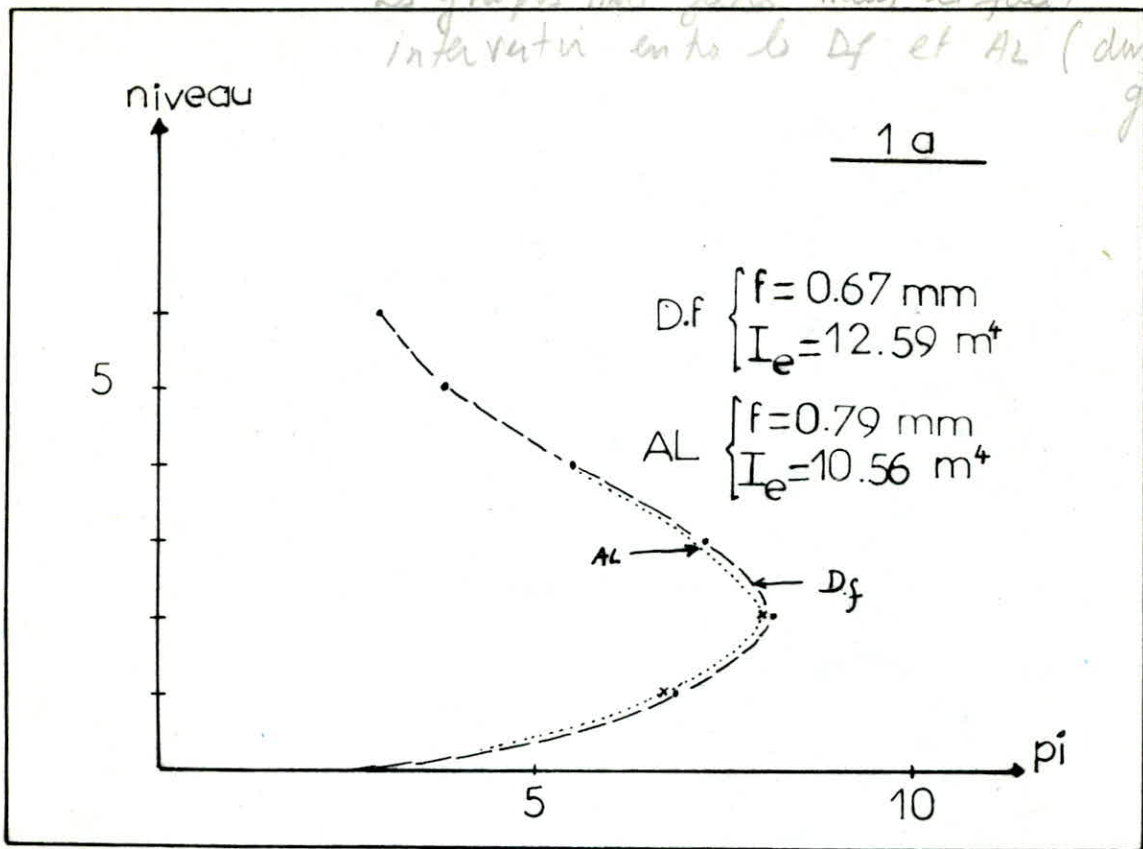
Alors que le calcul des contraintes pour la méthode des différences finies est le suivant :

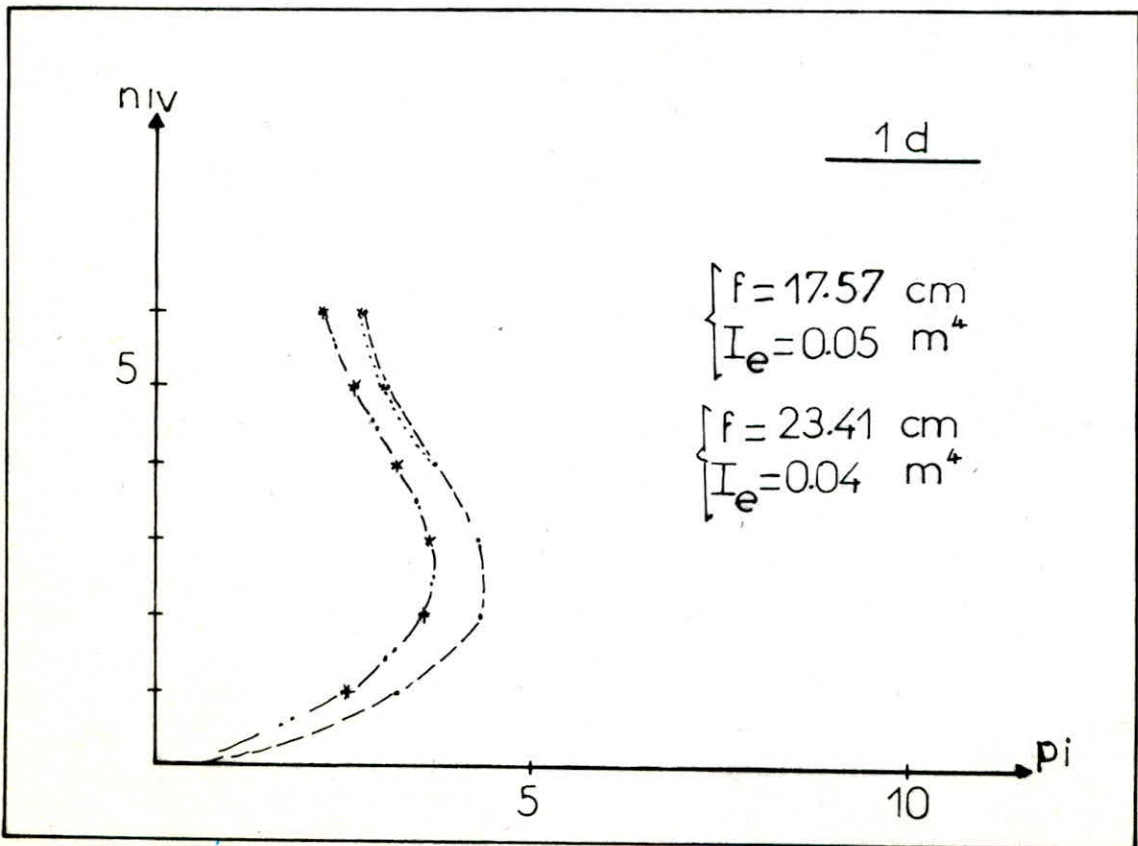
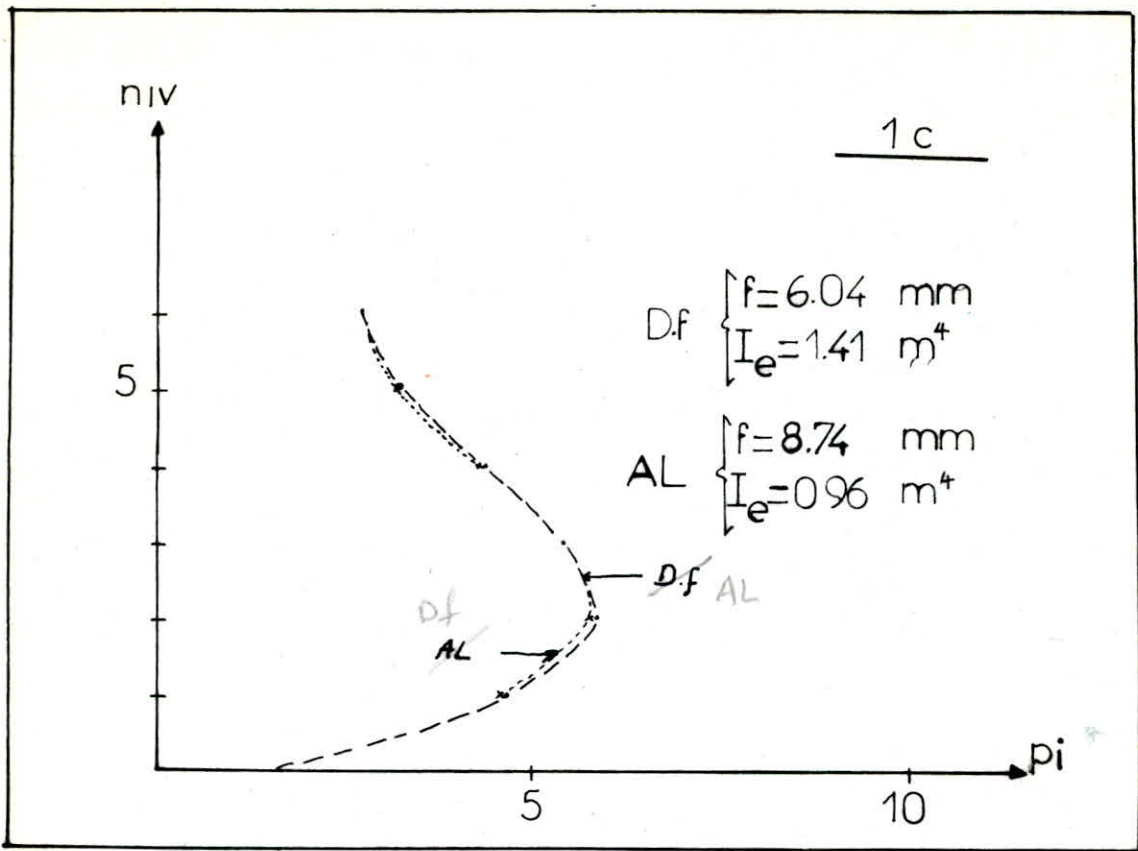
$$\sigma = N/S + MV/I$$

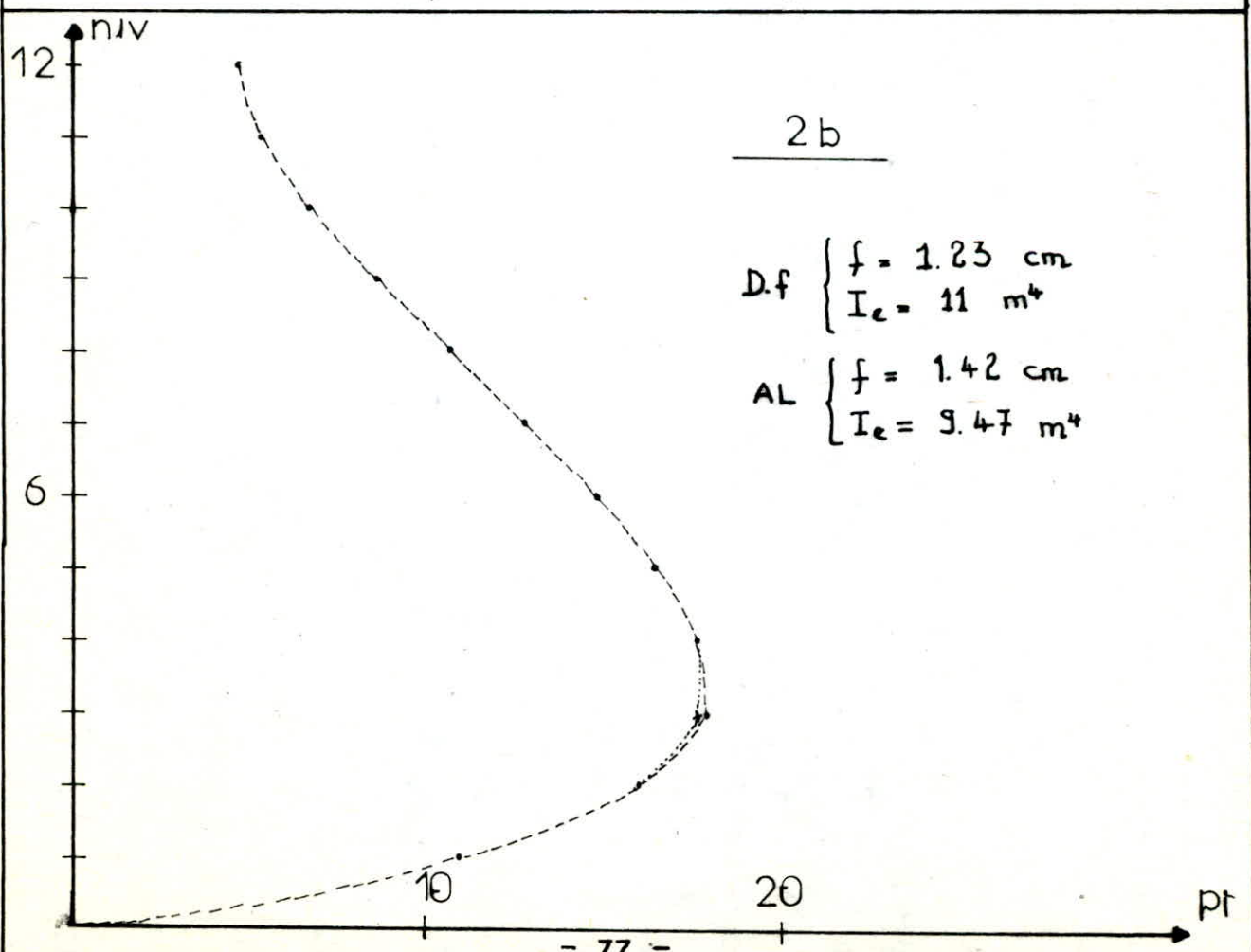
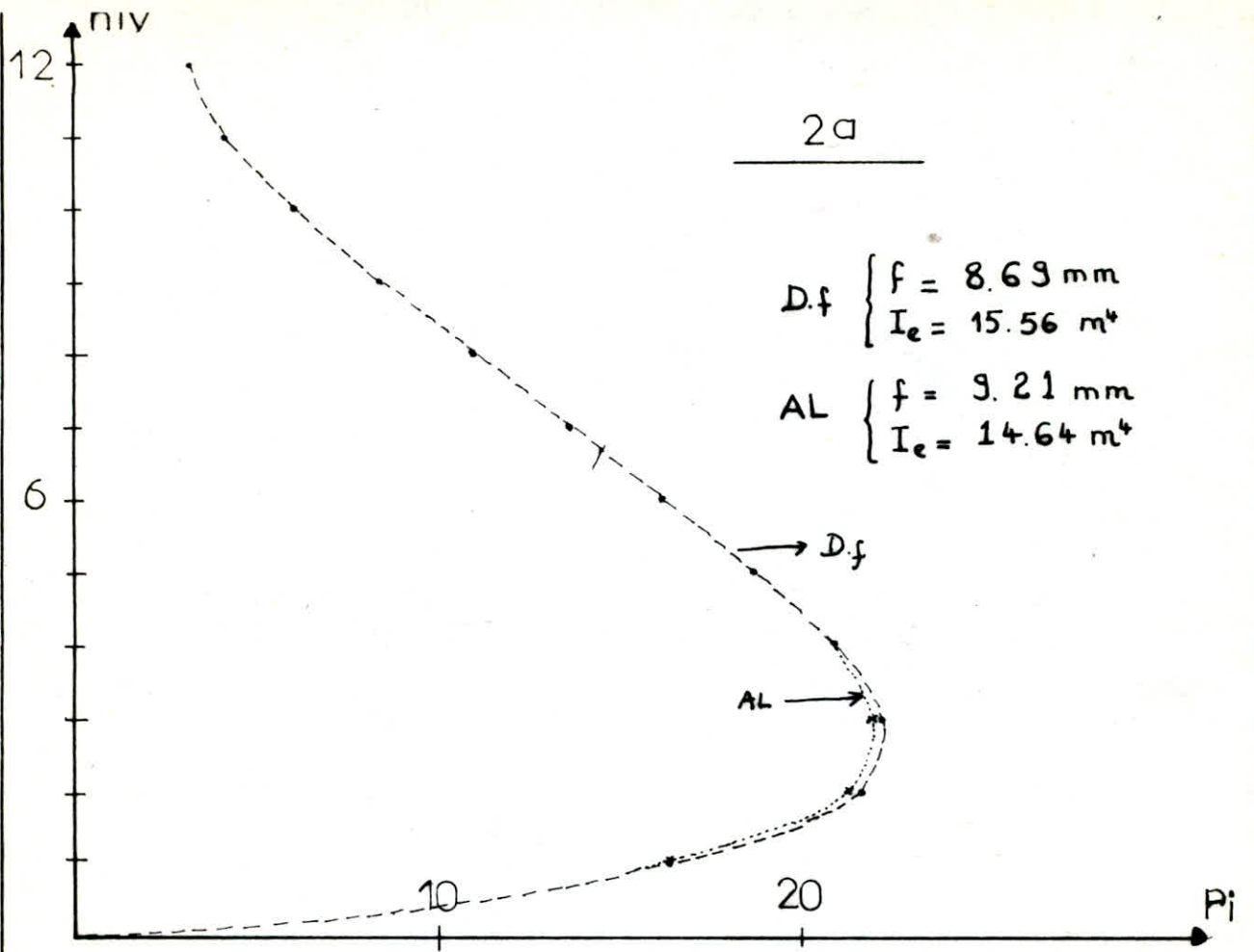
$\tau = 3T/2S$ dans le
cas de treillis X
dans le treillis X

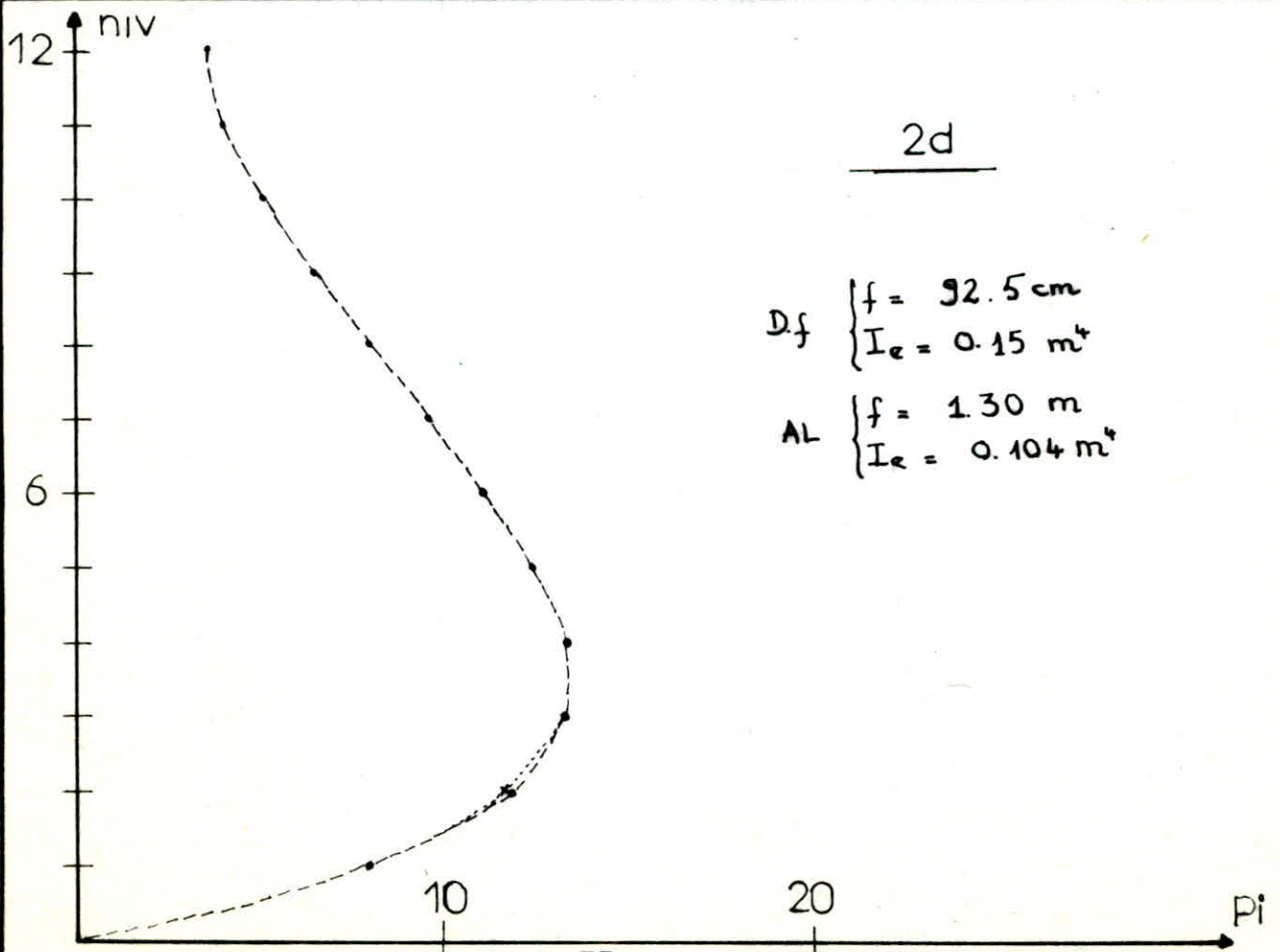
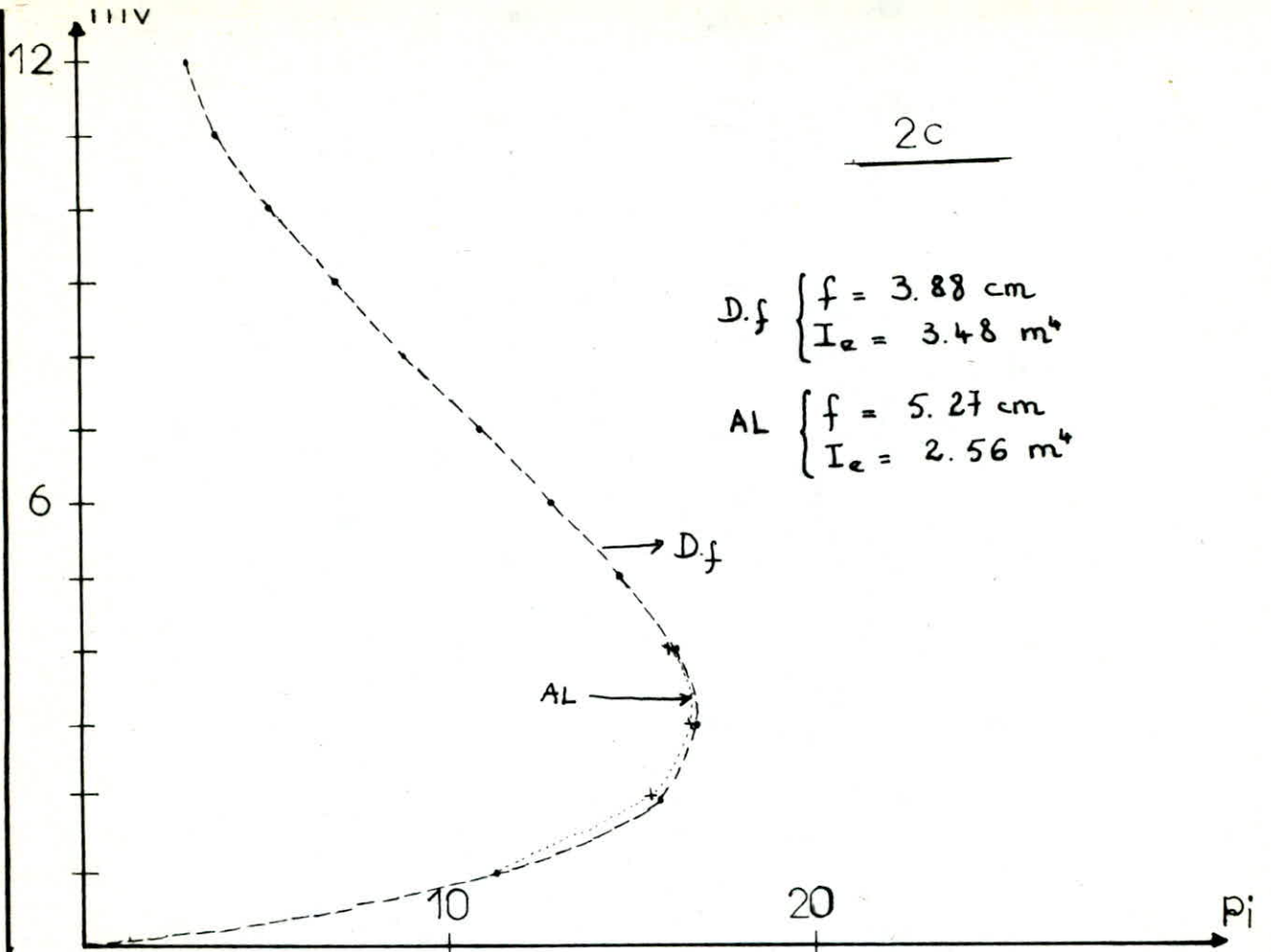
$$\tau = \frac{T}{boh}$$

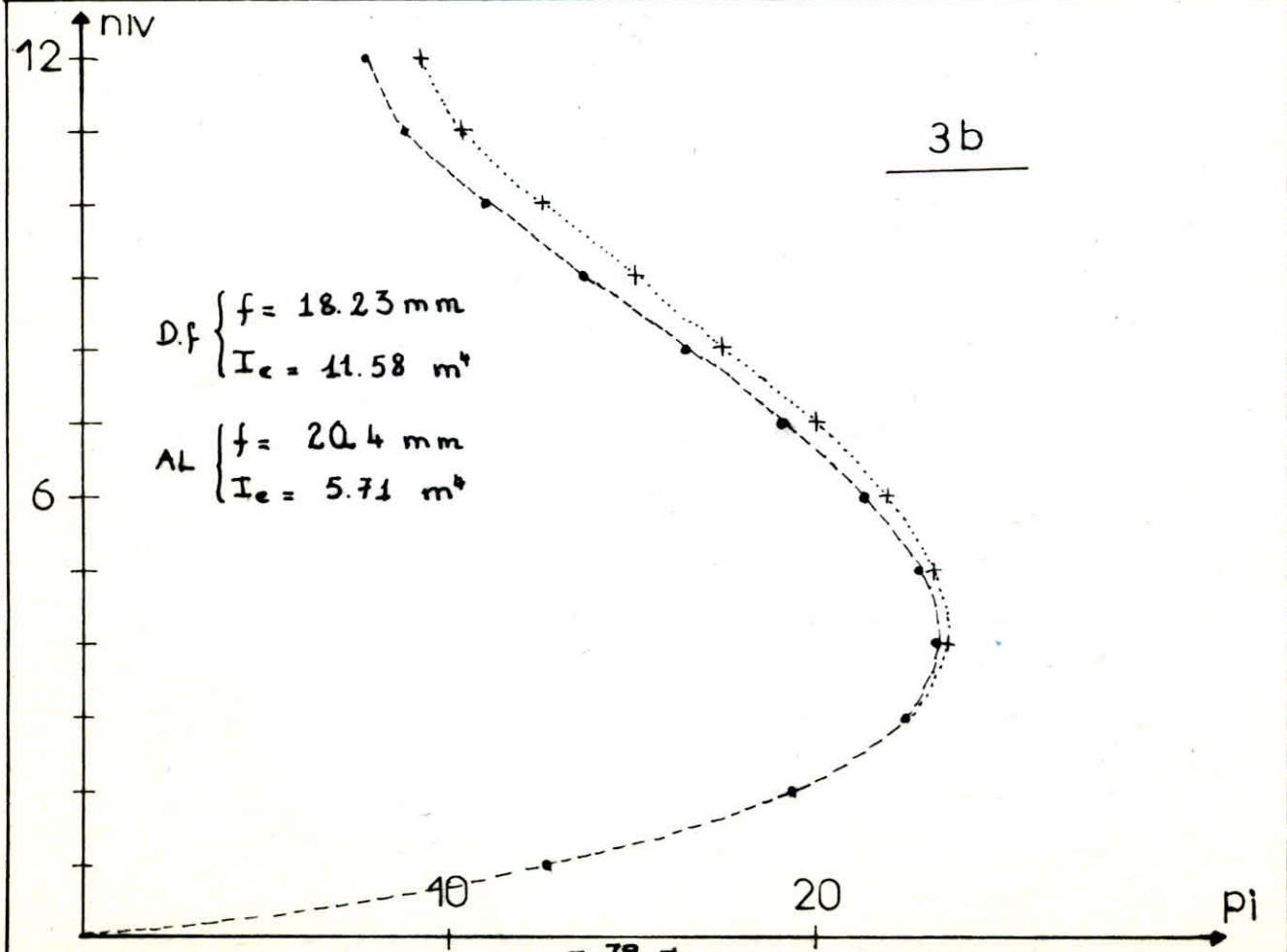
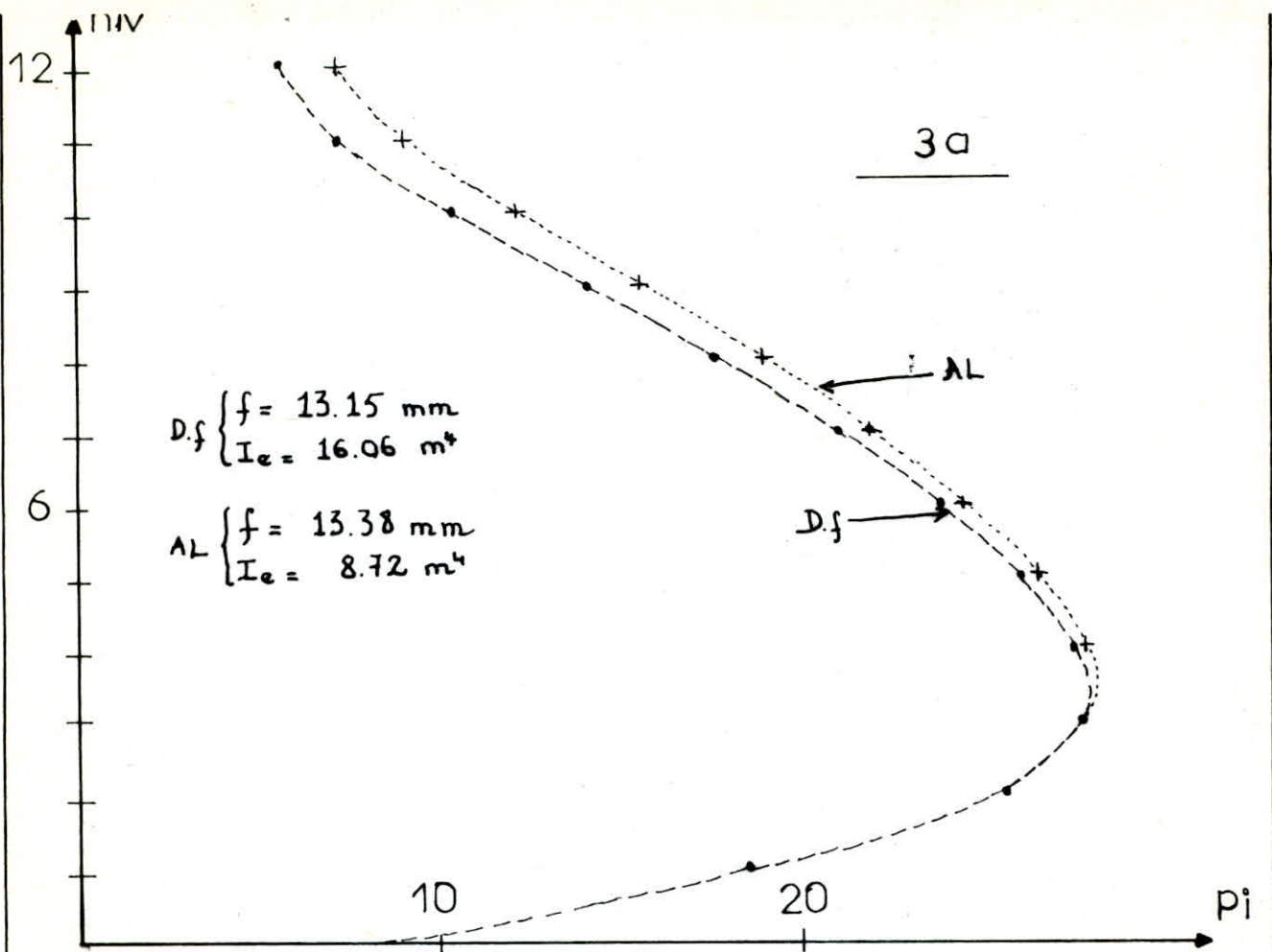
Les graphes ont juste mais il faut intervenir entre les Df et AL (donc tous les graphes)

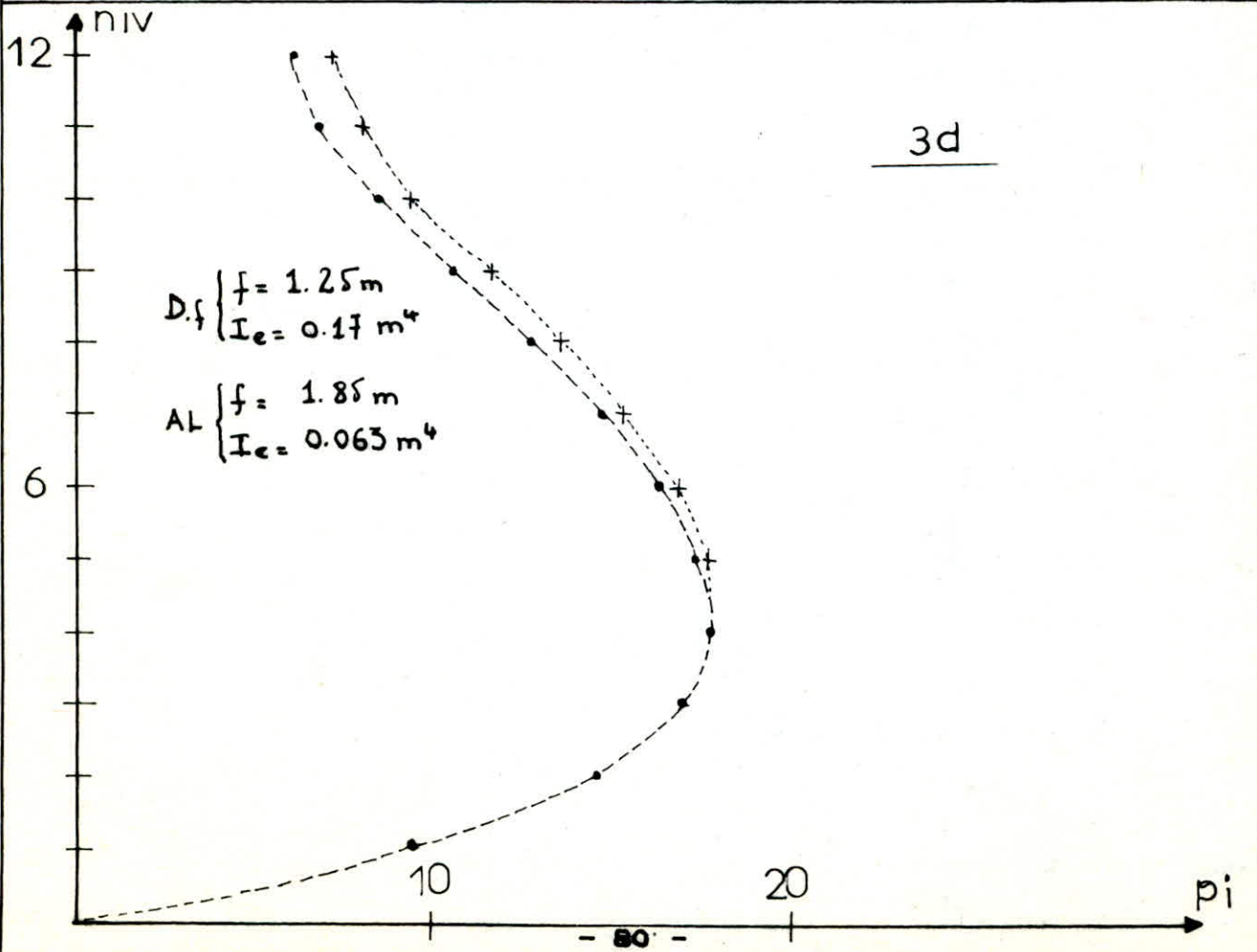
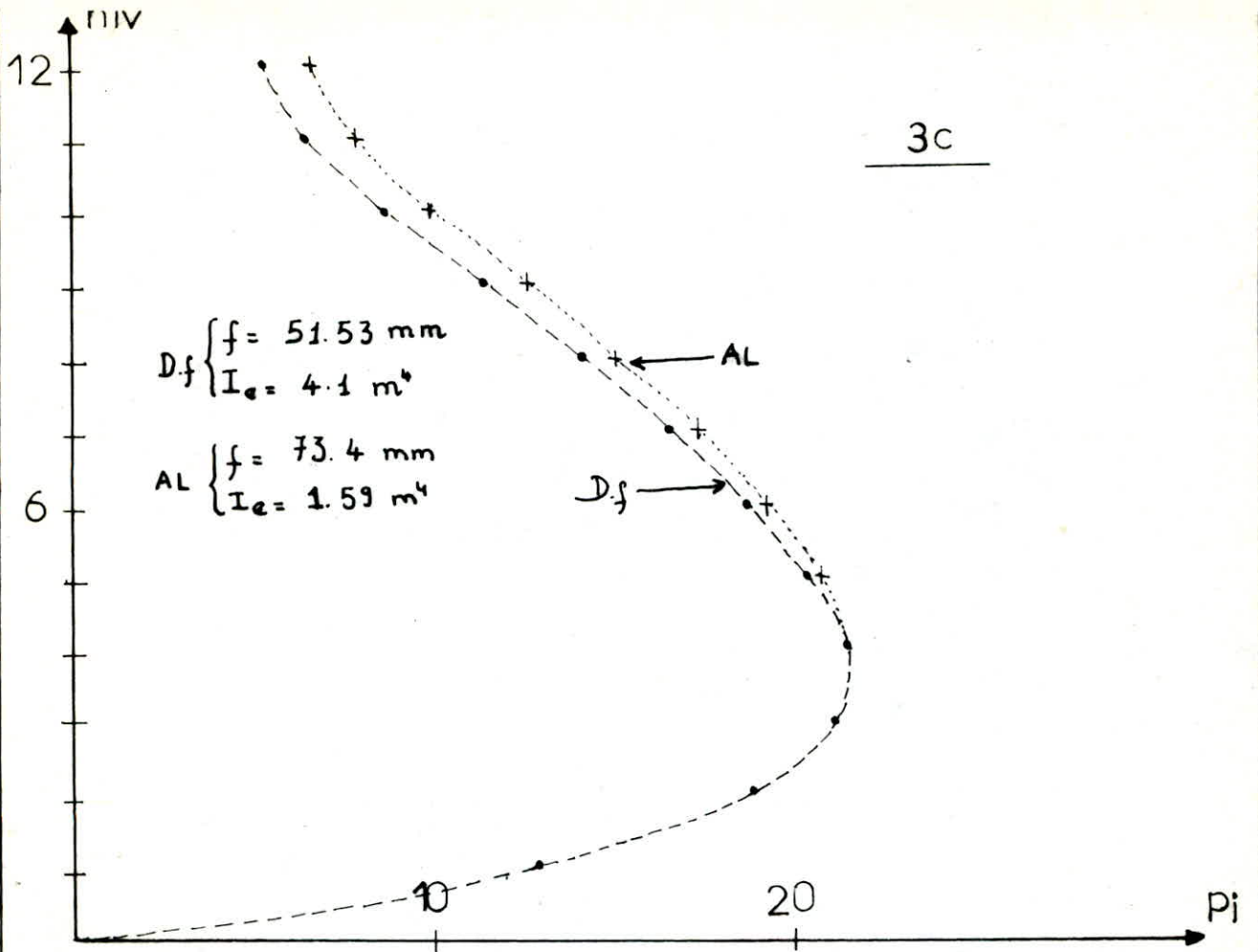


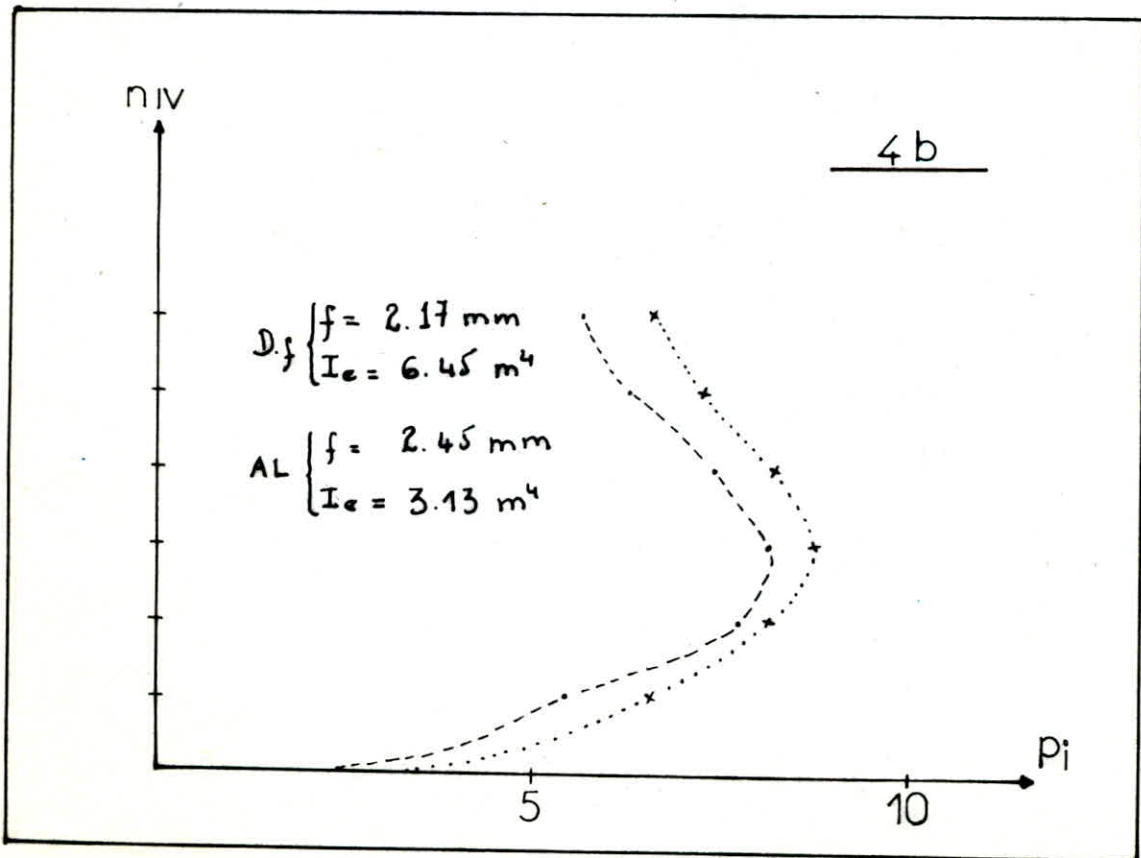
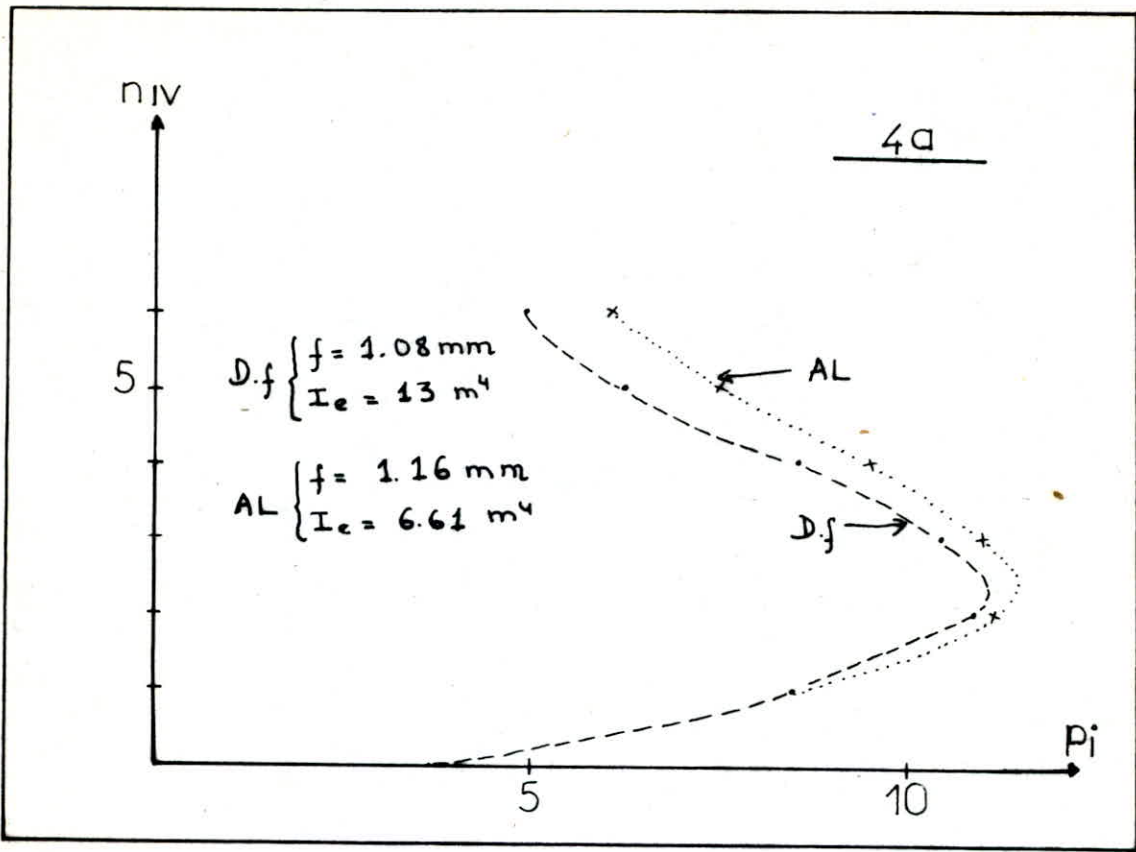


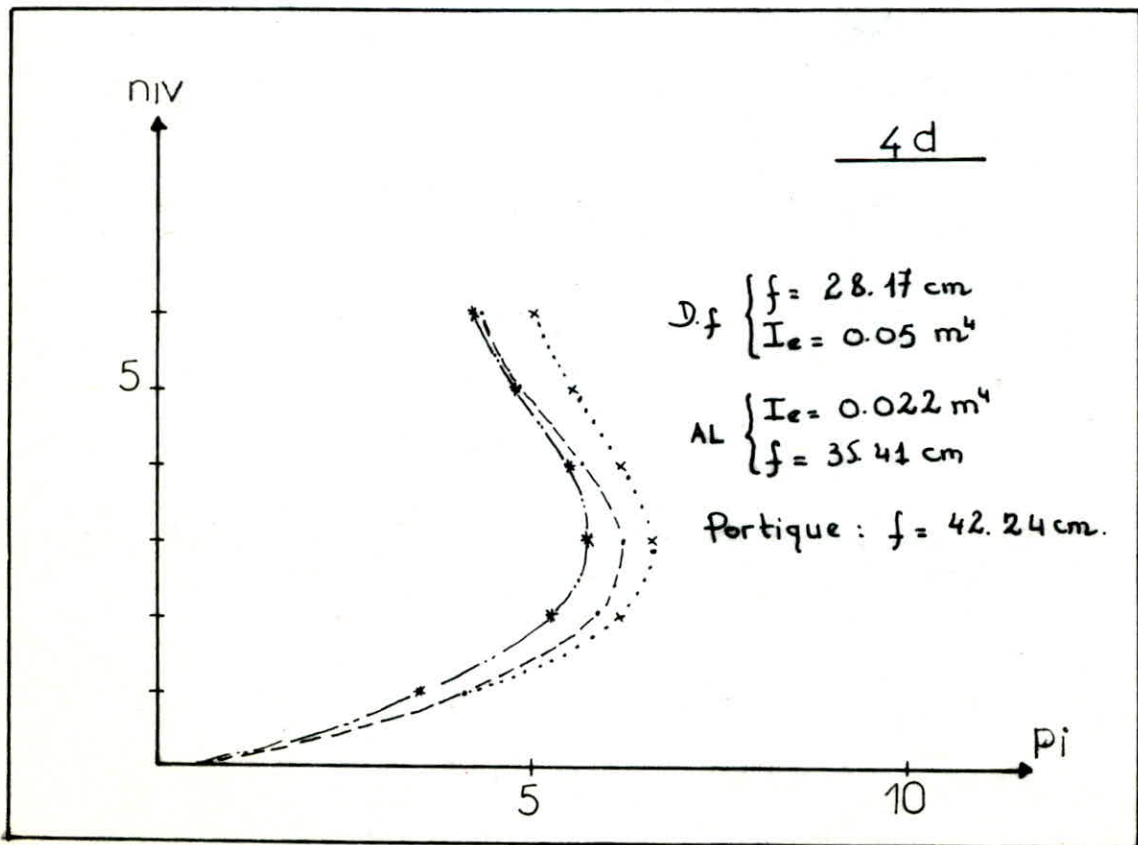
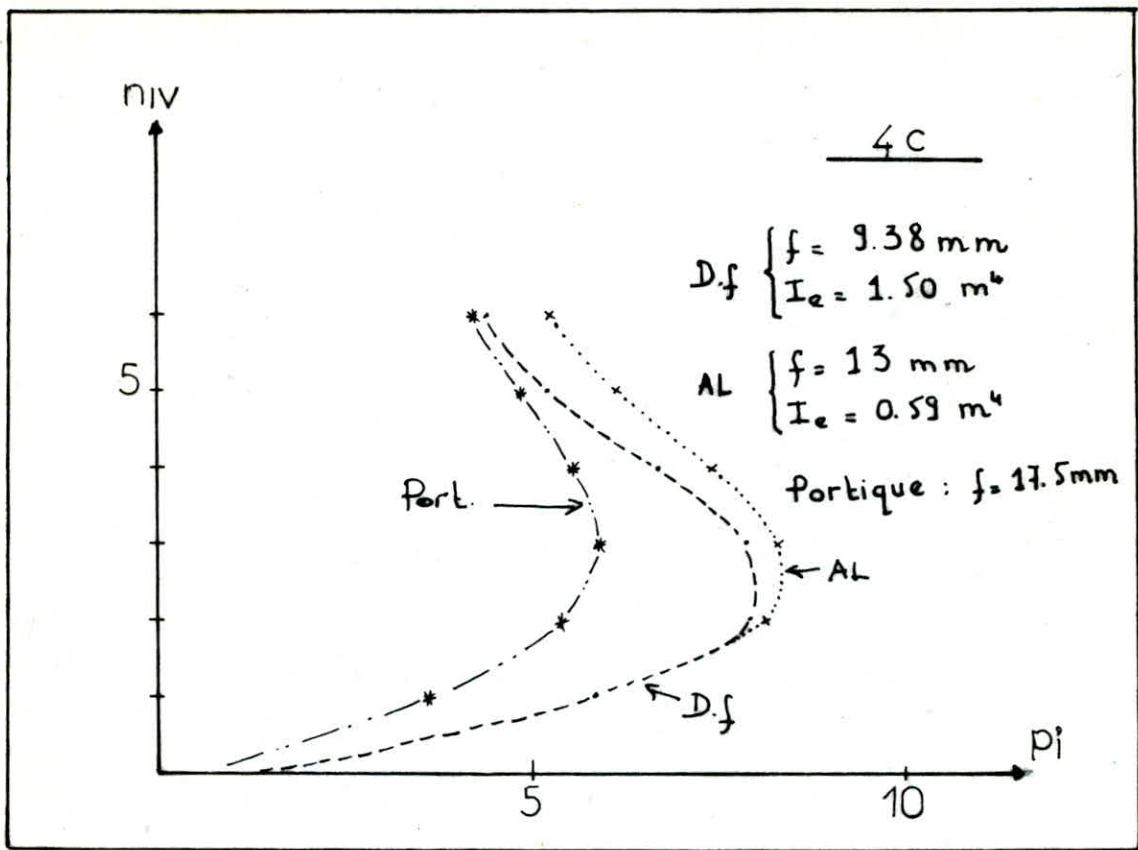


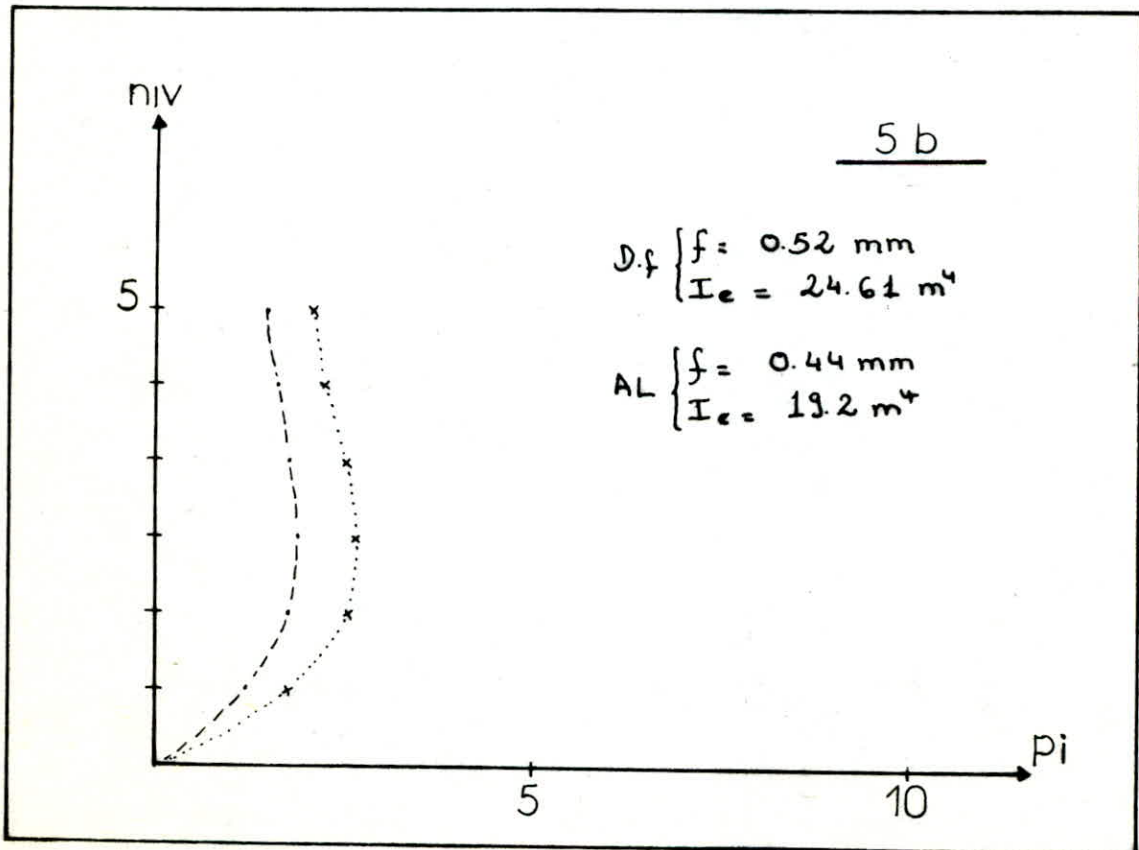
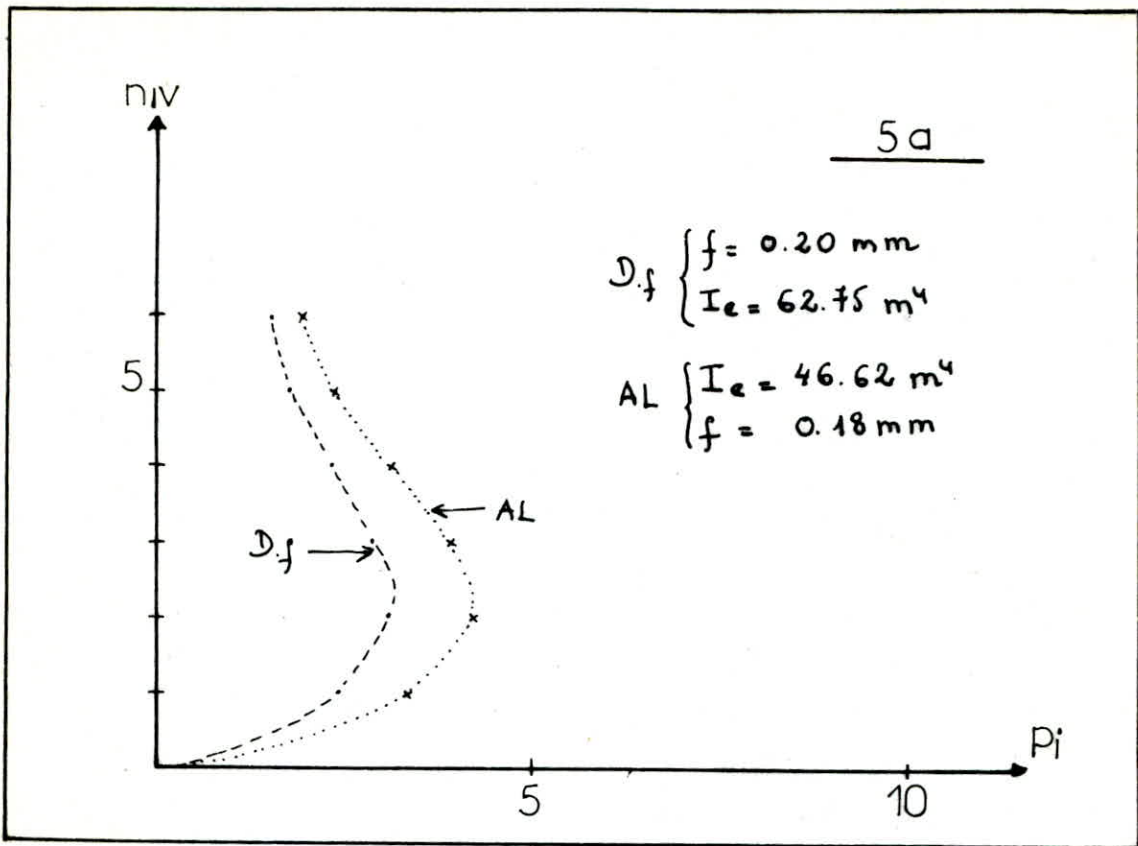


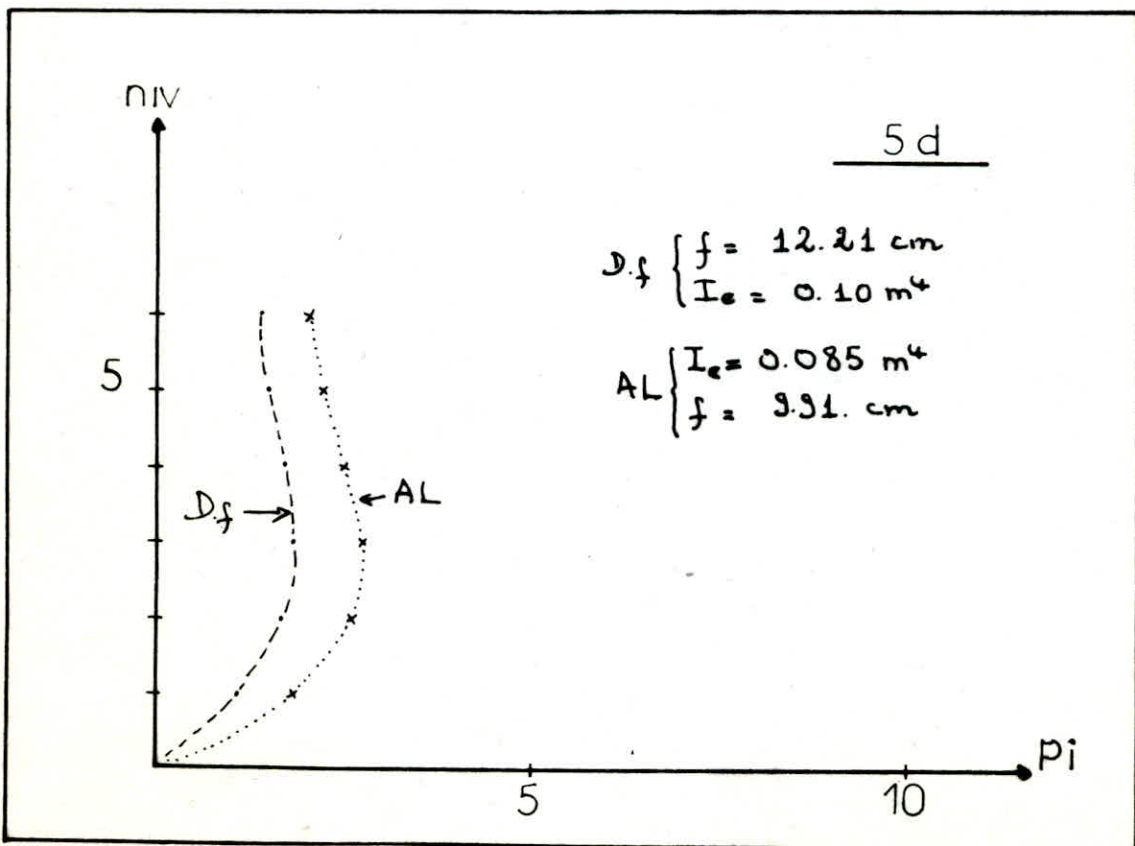
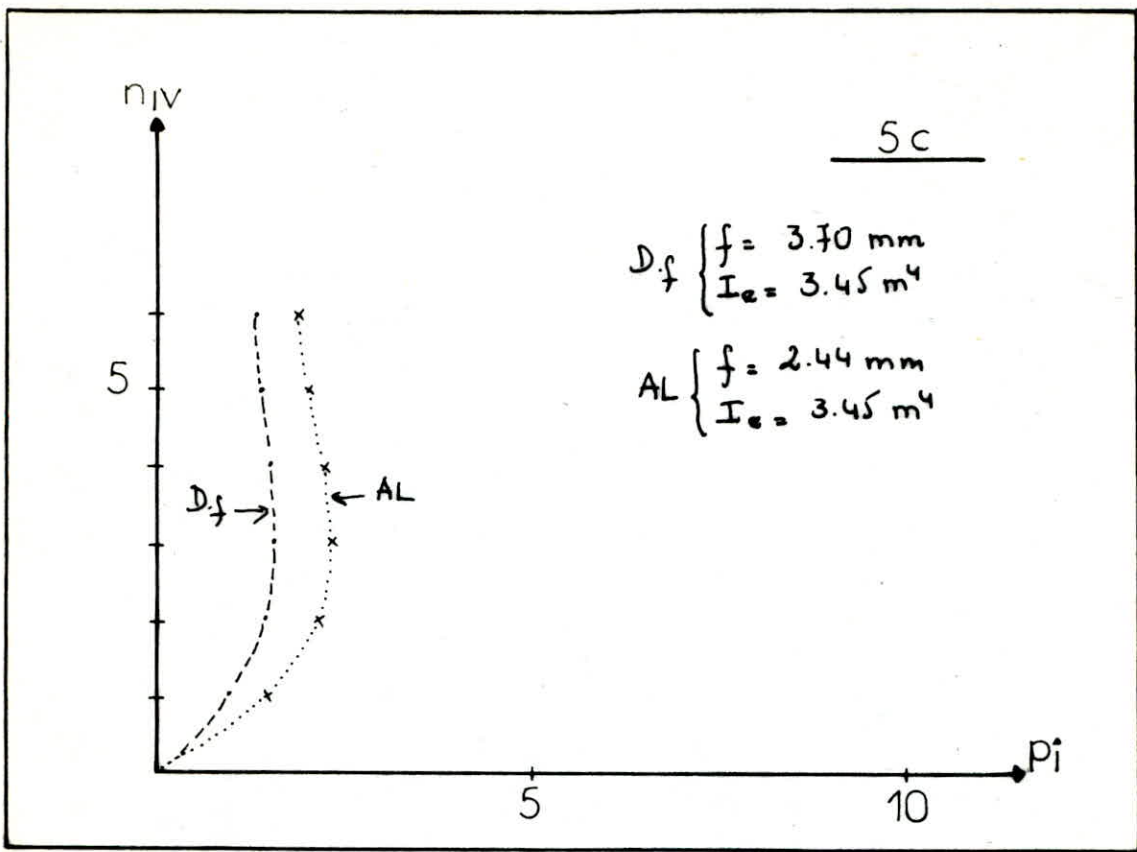


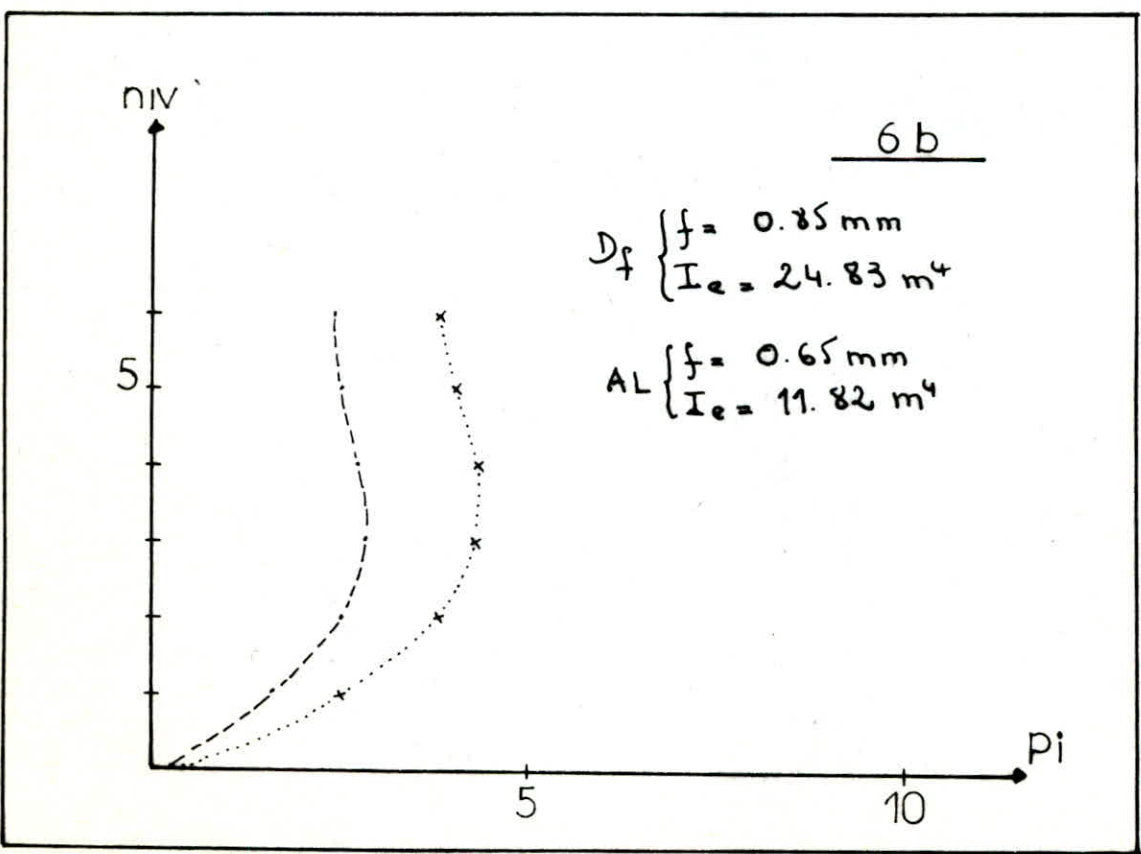
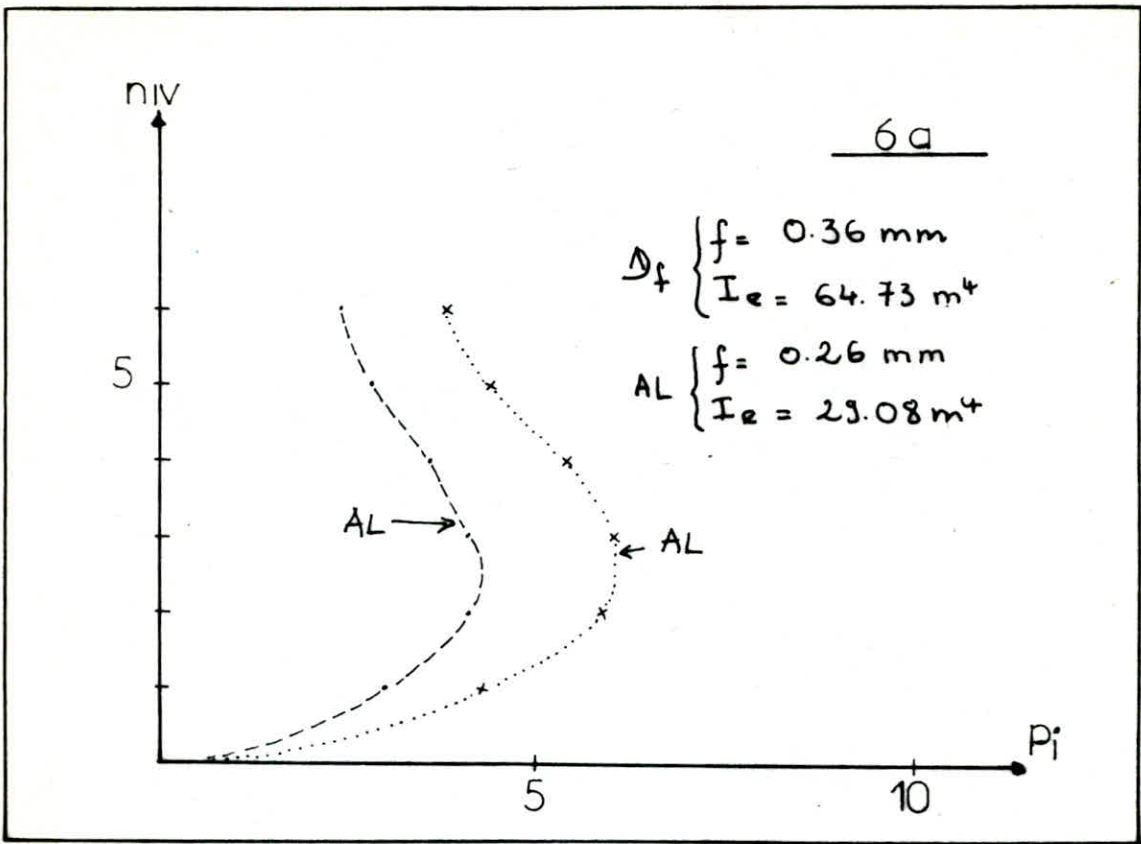


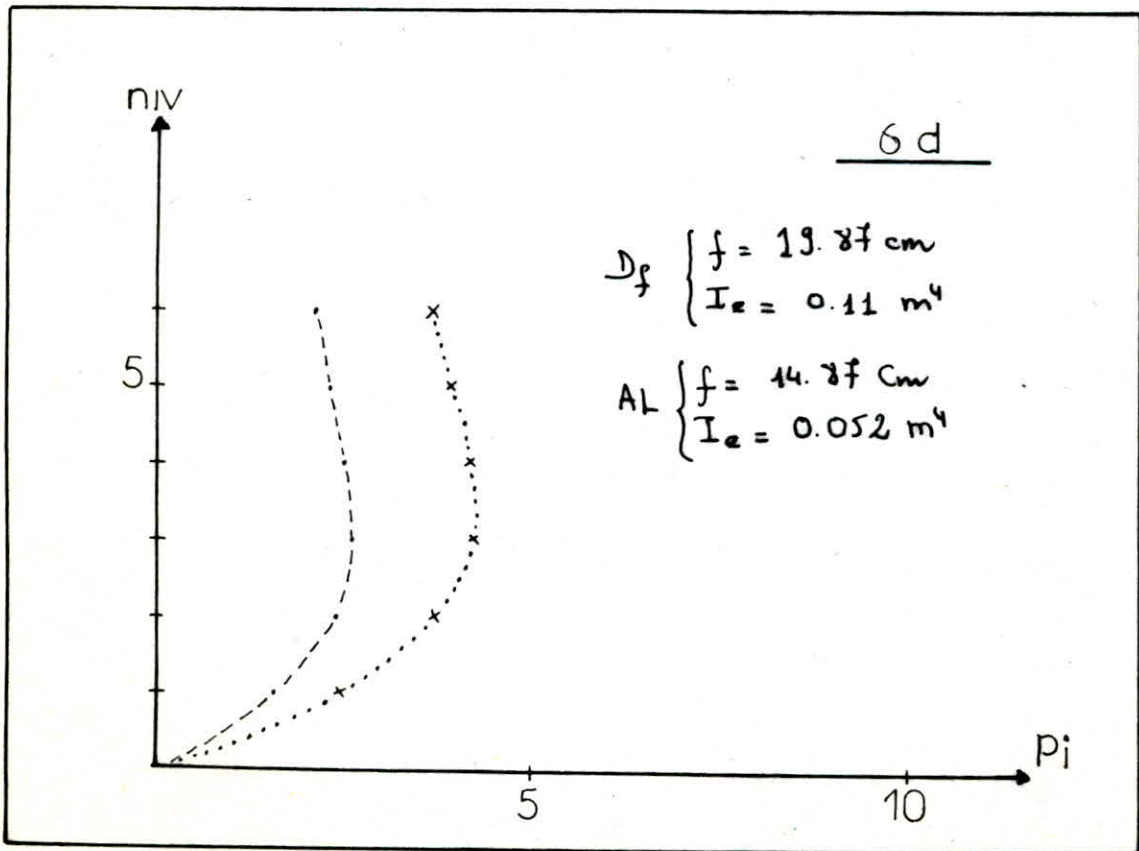
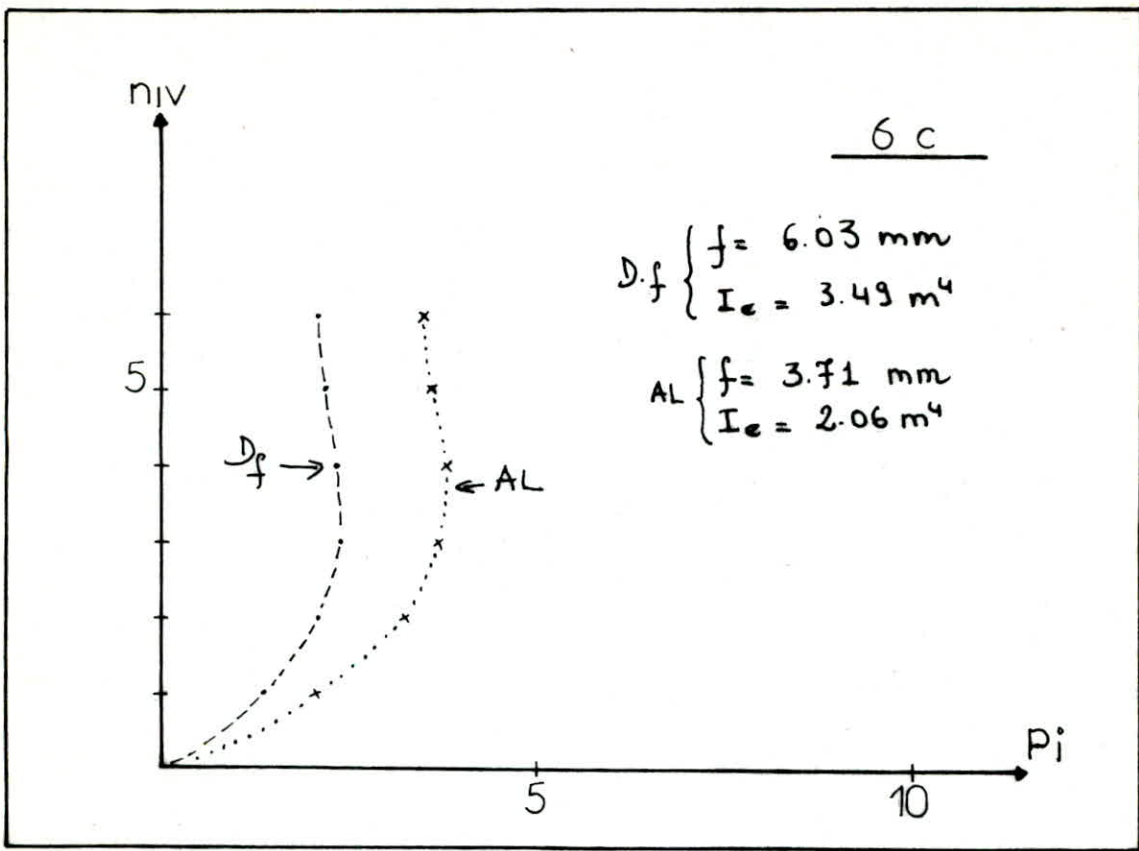


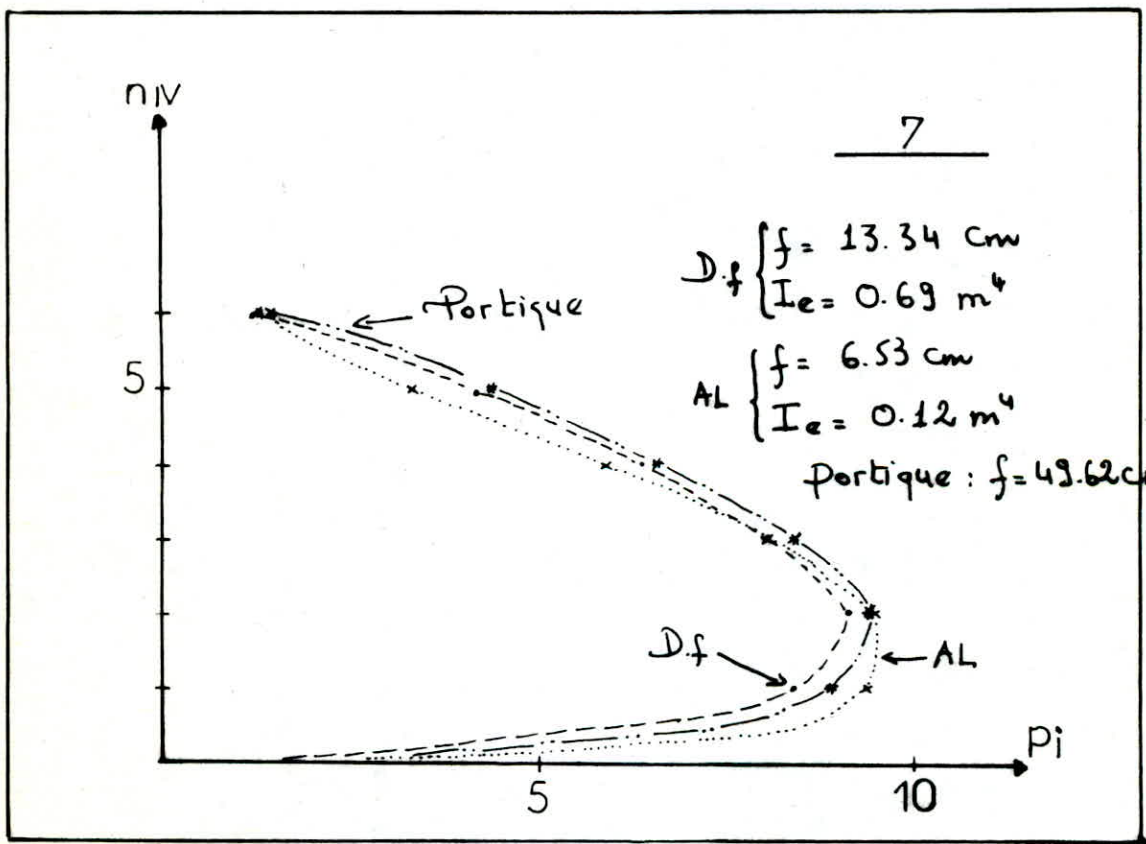












CONTENTS

CONCLUSIONS

Dans tout ce qui suit nous ferons une comparaison entre les résultats donnés par la méthode d'ALBIGES et ceux calculés par le programme avec différences finies. Cette comparaison portera sur les efforts tranchants dans les linteaux, ainsi que les inerties équivalentes et flèches en tête des refends.

1/ CAS D'UN VOILE A UNE FILE D'OUVERTURES :

a/ vent uniforme reparti (EXEMPLES 1 et 2) :

Les résultats trouvés par les deux méthodes coïncident globalement, aussi bien pour les efforts tranchants, les inerties équivalentes et les flèches.

On peut donc conclure que la résolution par la méthode d'ALBIGES est largement suffisante pour ce type de chargement.

A 80 % d'ouvertures, le refend a été calculé comme un portique et les résultats trouvés par cette méthode sont entachés d'une erreur d'environ 15 %. Cette erreur semble à première vue élevée ceci, est normal du fait que le pourcentage d'ouvertures reste encore faible vis à vis de la limite usuelle donnée pour les voiles à grandes ouvertures ($\alpha \leq 1$ et dans notre cas $\alpha = 3.30$). On peut penser que pour un pourcentage proche de 90 %, les résultats d'un calcul en portique seront fiables.

b/ effet du seisme (EXEMPLES 3 et 4) :

Pour tous les exemples traités, les résultats donnés par la méthode d'ALBIGES & GOULET sont inférieurs de 15 % aux valeurs trouvées par différences finies.

Cette sous-estimation semble provenir non de la résolution d'ALBIGES mais de l'assimilation des charges sismiques (charges ponctuelles à chaque niveau) à une charge triangulairement répartie.

Cette constatation nous amène à recommander d'éviter l'assimilation des charges sismiques à des charges réparties, ce qui conduit à une sous-estimation des efforts tranchants dans les linteaux. Il convient, avant d'utiliser les relations d'ALBIGES, de trouver la charge uniforme triangulaire équivalente (?) au chargement sismique pour éviter une sous-estimation des efforts tranchants dans les linteaux.

Ceci étant pour les efforts, s'agissant de l'inertie équivalente, celle donnée par la méthode des différences finies reste identique à celle trouvée dans le cas d'un chargement par vent uniforme (ce qui est rassurant). Par contre, la méthode d'ALBIGES donne des inerties qui chutent de moitié par rapport à un chargement uniforme. Bien que les flèches données par cette dernière méthode restent comparables à celles des différences finies (ce qui montre la justesse des hypothèses d'ALBIGES pour l'évaluation des flèches), l'évaluation des inerties équivalentes dépend du chargement. Alors que dans le cas d'un chargement triangulaire réparti, on obtient des inerties équivalentes trop petites qui ne pourront en aucune manière servir de base au calcul des rigidités d'un niveau; car cela conduirait à une sous-estimation des rigidités, donc des périodes et de ce fait à une sous-estimation des efforts sismiques dans les refends.

A défaut de règle stricte (le calcul aux différences finies ne pouvant être mené continuellement), il serait souhaitable dans le calcul des rigidités de prendre plutôt en compte les inerties équivalentes trouvées dans le cas d'un chargement par vent uniforme.

Pour ce qui est du calcul en portique, nous remarquons que pour les grandes ouvertures, les valeurs des efforts donnés par la résolution en portique sont très fiables ($\alpha > 80\%$).

2/ VOILE A DEUX FILES D'OUVERTURE (EXEMPLES 5.6 et 7);

Compte tenu de la remarque précédente concernant l'approximation des charges sismiques à une charge triangulaire répartie, les efforts tranchants donnés par la résolution d'ALBIGES sont globalement de 25% inférieurs à ceux donnés par la méthode des différences finies.

En émettant l'hypothèse d'une erreur de 10 % , il reste néanmoins 15 % des efforts tranchants ,ce qui n'est pas négligeable (15 % étant une moyenne ,les variations oscillent entre 10 % et 20 %) .

En l'absence de résultats expérimentaux ou d'une méthode de calcul plus poussée (par exemple en éléments finis) ,il apparaît assez difficile de trancher ,néanmoins il nous paraît indispensable d'attirer l'attention de l'utilisateur sur les imprécisions regnant sur ce type de calcul et sur la nécessité d'une recherche plus poussée des cas des refends à plusieurs files d'ouvertures pour $1 < \alpha < 10$.

Dans le cas des grandes ouvertures $\alpha > 10$ (ou $\beta > 85$ %) ,les résultats donnés par toutes les méthodes de calcul à savoir ,la méthode des différences finies , celle d'ALBIGES et celle du calcul en portique , se rejoignent et coïncident assez bien . Concernant les inerties équivalentes , la remarque faite pour les voiles à une file d'ouverture reste valable bien que les flèches sont différentes (10 à 30 % de différence) .

Ceci étant pour les deux premières méthodes de calcul , pour ce qui est de la méthode des équivalences ,au vu des champs de déplacements obtenus ,la méthode des équivalences permet de traiter les cas des voiles avec ou sans ouvertures soumis à un système de charges horizontales . Son utilisation systématique dans les différents cas traités dans cette étude peut permettre de déterminer des champs de contraintes afin d'évaluer les efforts dans les trumeaux et les linteaux et de ce fait tirer des conclusions concises concernant les méthodes de calcul généralement utilisées dans l'étude des voiles avec ouvertures sous chargement horizontal . Ce qui sans doute se fera dans une prochaine étape .

Nous soulignons néanmoins ,la nécessité de recourir à une discrétisation plus fine de la structure que celle utilisée dans la présente étude .

La présente étude constitue en fait une première étape du travail qui a été fixe pour le calcul des voiles ,d'autres résultats (éléments finis) s'ajouteront à ceux déjà obtenus ,pour pouvoir tirer des conclusions plus générales .

BIBLIOGRAPHIE

- Annales de l'ITBTP (N:278 fev 71) par COIN ,DECAUCHY & COLLIGNON
 - * Murs de contreventement a ouvertures multiples
- Annales de l'ITBTP (N.290 fev 72) par J.DESPEYROUX & V GUILLOT
 - * Analyse statique et dynamique des contreventements par consoles solidarisees par des milieux elastiques .
 - * Influence des ouvertures dans la stabilite des batiments de grande hauteur . Refends a N files d'ouvertures .
- CHEC par ALBIGES & GOULET
 - * Contreventement des batiments
- CHEC par GOULET & BOUTIN
 - * Exemples de contreventement
- M.DIVER (DUNOD)
 - * Calcul pratique des tours en beton arme
- A FUENTES (EYROLLES)
 - * Calcul pratique des ossatures de batiments en beton arme . Batiments courants ,batiments de grande hauteur .
- M.DAOUDI ,M.RILI ,& A.SALHI (OPU)
 - * Conceptin et calcul des structures soumisees aux seismes .
- Annales de l'ITBTP (N:298 oct 72) par E ABSI
 - * La theorie des equivalences et son application a l'etude des ouvrages d'art .
- CHEC par P.BOURRIER , Y.BRACHET & L.PAGET
 - * Analyse des structures ,exemples d'application :
Theorie des equivalences

