

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

الجامعة الوطنية للتكنولوجيا
المكتبية - 1605 - الجزائر
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

DISTRIBUTION DU CHAMP
MAGNETIQUE DANS UNE MRV
A EXCITATION HOMOPOLAIRE

Proposé par : Mr. M. E. ZAIM
et
Mr. S. TAHI

Etudié par : Melle F. GUERBAS
et
Melle A. REDJIMI

Dirigé par : Mr. M. E. ZAIM
et
Mr. S. TAHI

PROMOTION : JUIN 1990

" La science consiste à faire ce qu'on fait en sachant
et en disant que c'est tout ce qu'on peut faire en
énonçant les limites de la validité de ce que l'on fait."

(Pierre Bourdieu).

D E D I C A C E S

=====

A NOS MERES

POUR LEUR PATIENCE EXEMPLAIRE

A NOS PERES

POUR TOUS LEUR SACRIFICES

A TOUTE NOTRE FAMILLE ET NOS AMI(E)S

A TOUS CEUX QUI NOUS SONT CHERS

NOUS DEDIONS CE MEMOIRE

F. GUERBAS ET A. REDJIMI

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, qu'il nous soit permis d'adresser nos vifs remerciements et notre profonde reconnaissance à Mr ZAIM notre promoteur pour la bienveillante attention avec laquelle il nous a aidé dans l'élaboration de ce projet et son extrême gentillesse.

Nous adressons l'expression de notre profonde gratitude pour Mr TAHI notre copromoteur pour nous avoir bénéficié de ses connaissances et pour son encouragement.

Nous tenons aussi à remercier tous les enseignants qui ont participé à notre formation.

Nous remercions Mr SAOU, Mr GUEMMOUN, Mr BOUAZABIA et toutes les personnes qui ont, de près ou de loin, contribué à l'élaboration de ce projet.

S O M M A I R E

INTRODUCTION

CHAPITRE -I- Equations de fonctionnement de la MRU excitée

I-1- Introduction.....2
I-2- Equations de fonctionnement.....2

CHAPITRE -II- Etude expérimentale.

II-1- Description des essais.....10
 II-1-1- Présentation de la machine.....10
II-2- Méthodologie de mesure.....10
II-3- Interprétation des résultats.....15

CHAPITRE III- Modélisation numérique de la MRU

III-1- Rappels sur la méthode des intégrales de
 frontière basée sur l'identité de Green.....26
III-2- Application de la méthode des intégrales de
 frontière à notre machine.....30

CONCLUSION

-°°- INTRODUCTION -°°-

Dans les machines à réluctance variable la conversion électromagnétique de l'énergie est assurée en partie par les variations des inductances en fonction de la position du rotor. /1/ /2/ /3/ /4/.

En effet, l'anisotropie liée au circuit magnétique, module la distribution du flux d'entrefer et crée le couple synchrone.

Nous nous intéressons dans ce travail, à cette distribution dans une machine à excitation homopolaire.

Nous proposons tout d'abord dans une première partie, un modèle d'étude lié à la structure de la machine étudiée.

Nous présentons ensuite, une étude expérimentale concernant la mesure locale du champ magnétique à la surface du rotor pour différentes positions de celui-ci, et nous mettons en relief l'influence de l'excitation homopolaire sur la distribution du champ magnétique dans l'entrefer.

Nous proposons enfin une étude numérique permettant le calcul de ce champ magnétique par l'utilisation d'une méthode intégrale basée sur l'identité de Green.

-°°- CHAPITRE I -°°-

-°°- EQUATIONS DE FONCTIONNEMENT DE LA MRV EXCITEE -°°-

I-1 INTRODUCTION :

La machine à réductance variable pure se compose /2/ /3/ /4/ d'un stator lisse à $2p$ pôles et d'un rotor ayant Z_r dents vérifiant la relation :

$Z_r = 2p$ (1 dent par pôle), la vitesse est alors donnée par :

$$\Omega = \frac{W}{p} = 2 \frac{W}{Z_r} \quad \text{où } W \text{ est la pulsation des courants statoriques.}$$

Cette machine n'est autre qu'une machine synchrone classique à pôles saillants démunie d'enroulements d'excitation. Elle possède l'avantage d'être techniquement simple, mais présente l'inconvénient d'avoir un facteur de puissance faible.

Un moyen d'améliorer ce facteur de puissance consiste à utiliser une excitation homopolaire /5/.

Dans ces conditions, on a :

$$Z_r = p \quad (1 \text{ dent par paire de pôles})$$

$$\Omega = \frac{W}{p} = \frac{W}{Z_r}$$

Dans le cas de la machine étudiée, l'enroulement d'excitation est constitué de deux bobines en série, placées au niveau des flasques de part et d'autre du rotor.

Le flux homopolaire traverse les enroulements statoriques dans le même sens de telle sorte que les dents rotoriques portent des pôles identiques.

Le retour de ce flux est alors assuré par l'armature statorique et les flasques (fig 1.1).

Ce flux est modulé par la variation de l'entrefer; l'induction est alors maximum au voisinage des dents rotoriques, et minimum sur l'axe interpolaire (fig 1.2).

On peut donc ramener l'étude de cette machine dont la puissance massique est moitié moindre que celle de la machine hétéropolaire équivalente, à une machine synchrone à pôles saillants (fig 1.3).

I-2 EQUATIONS DE FONCTIONNEMENT

Les flux dans les différents enroulements (fig 1.3) sont alors donnés par :

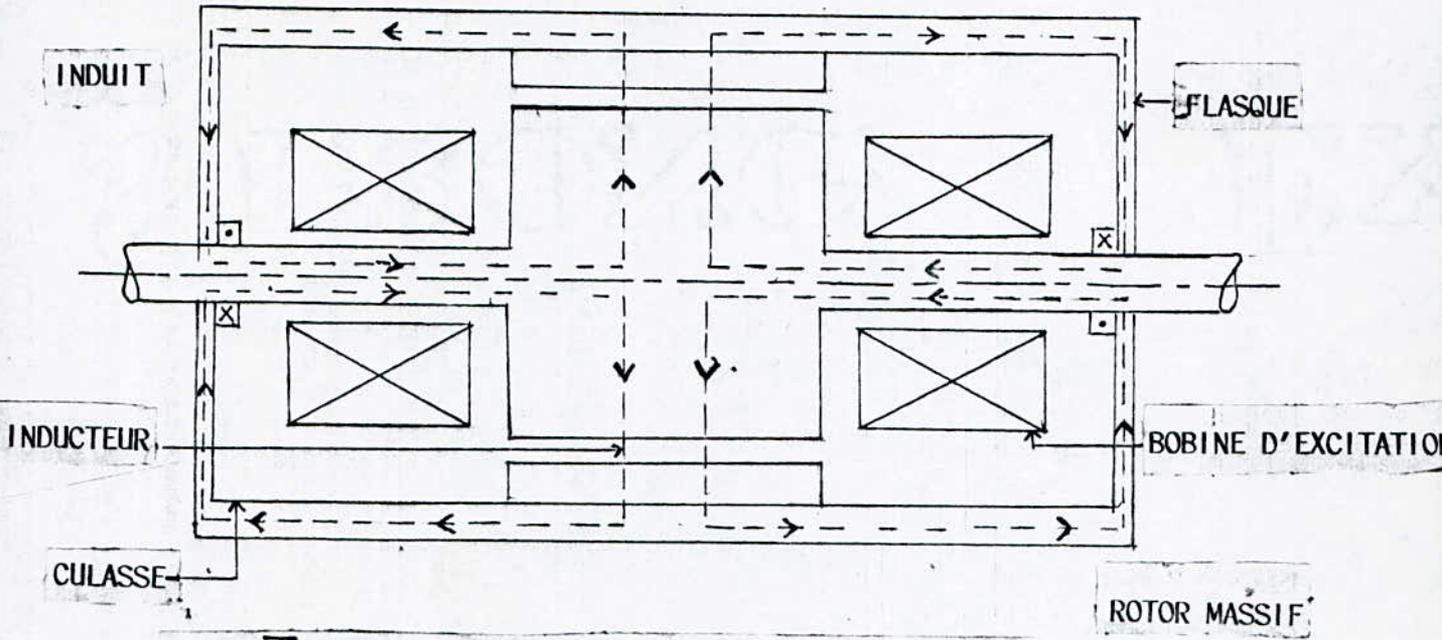


FIG I . 1 : VUE EN COUPE DE LA MACHINE HOMOPOLAIRE

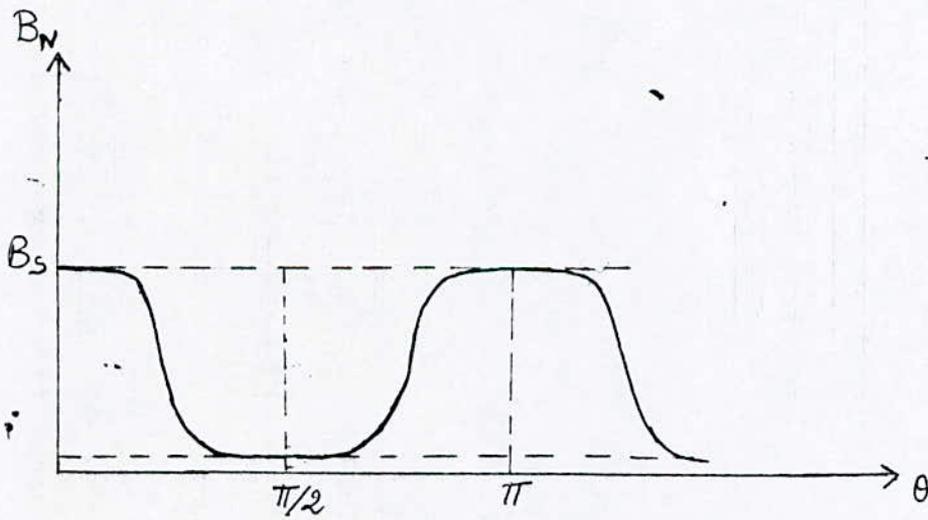


FIG I ..2 : VARIATION DE L'INDUCTION EN FONCTION DE θ

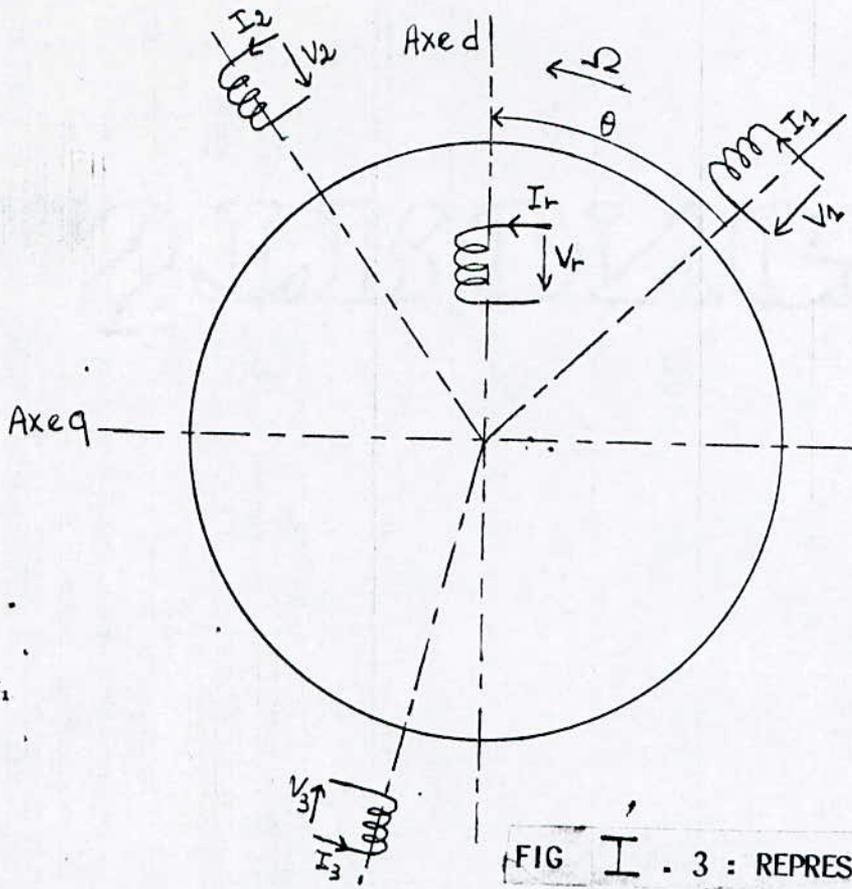


FIG I . 3 : REPRESENTATION DE LA MRV.

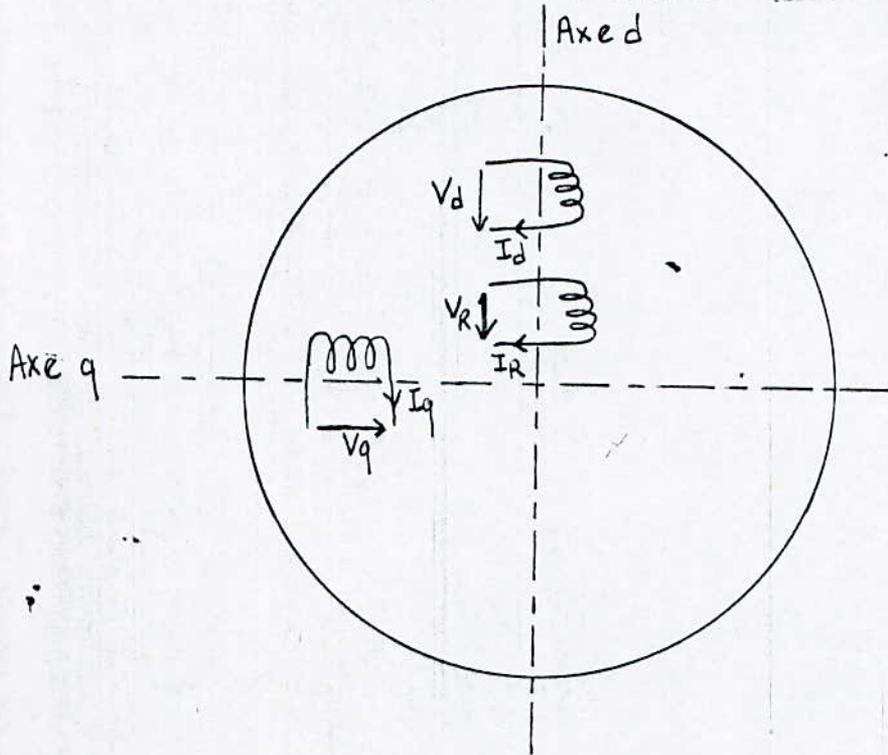


FIG I . 4 : IMAGE DE LA MRV APRÈS TRANSFORMATION DE PARK

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{1r} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} & M_{2r} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} & M_{3r} \\ M_{r1} & M_{r2} & M_{r3} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_r \end{bmatrix}$$

En notation matricielle, on écrit :

$$[Q] = [L][I]$$

La matrice L est symétrique et peut se mettre sous la forme :

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_r \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } [L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} \end{bmatrix}$$

$$[L_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{1r} \\ M_{2r} \\ M_{3r} \end{bmatrix}$$

$$[L_{rs}] = [L_{sr}]^t$$

$$[I_s] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} ; [I_r] = I_r$$

Les expressions des tensions sont définies en notation moteur par :

$$U_1 = R_s i_1 + \frac{d}{dt} Q_1$$

$$U_2 = R_s i_2 + \frac{d}{dt} Q_2$$

$$U_3 = R_s i_3 + \frac{d}{dt} Q_3$$

$$U_r = R_r i_r + \frac{d}{dt} Q_r$$

En notation matricielle, on écrit :

$$[U_s] = [R_s] [i_s] + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{ss}] [i_s] + [L_{sr}] [i_r] \right\} \quad (I-1).$$

$$[U_r] = [R_r] [i_r] + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{rs}] [i_s] + [L_r] [i_r] \right\}$$

Par la suite, nous admettons que les courants sont de la forme :

$$i_1 = I \sqrt{2} \cos (\omega t - \varphi) ,$$

$$i_2 = I \sqrt{2} \cos (\omega t - \varphi - 2 \pi / 3)$$

$$i_3 = I \sqrt{2} \cos (\omega t - \varphi + 2 \pi / 3) ,$$

et on se limite au fondamental de la décomposition en série de fourrier des inductances et des mutuelles. On a donc :

$$L_{11} = L_0 + L_1 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = L_0 + L_1 \cos (2\theta - 4 \pi / 3)$$

$$L_{33} = L_0 + L_1 \cos (2\theta - 2 \pi / 3)$$

$$M_{12} = M_0 + M_1 \cos (2\theta - 2 \pi / 3)$$

$$M_{23} = M_0 + M_1 \cos 2\theta$$

$$M_{13} = M_0 + M_1 \cos (2\theta + 2 \pi / 3)$$

$$M'_{1r} = M'_0 + M'_1 \cos \theta$$

$$M'_{2r} = M'_0 + M'_1 \cos (\theta - 2 \pi / 3)$$

$$M'_{3r} = M'_0 + M'_1 \cos (\theta + 2 \pi / 3) .$$

Les repères " naturels " pour l'étude de notre machine sont liés au rotor. En effet le stator a une structure lisse, et le domaine de résolution des équations du champ est invariable pour un observateur lié au rotor.

Les sources du champ électromagnétique doivent être ramenées dans un repère lié au rotor.

Les grandeurs résultantes sont ensuite "interprétées" dans le repère du stator.

Tel est le principe de la transformation de PARK /1/ qui permet une simplification des équations (I-1) en éliminant l'angle θ ; elle est définie par :

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos \theta & -\sin \theta \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\theta - 4\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

Cette matrice est orthogonale car :

$$[P(\theta)]^t [P(\theta)] = 1$$

Et elle conserve la puissance instantanée.

Dans le nouveau repère, les équations des tensions et des courants sont obtenues à partir de :

$$[U_s] = [P(\theta)] [U_{cs}] ; \quad [i_s] = [P(\theta)] [i_{cs}]$$

$$\text{avec } [U_{cs}] = \begin{bmatrix} U_o \\ U_d \\ U_q \\ U_r \end{bmatrix} \quad \text{et } [i_{cs}] = \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix}$$

$[P(\theta)]$ permet donc le passage des grandeurs statoriques U_1, U_2, U_3 et i_1, i_2, i_3 à leurs composantes relatives U_o, U_d, U_q et i_o, i_d, i_q qui représentent respectivement les tensions et les courants homopolaires, directs et en quadrature (fig 4).

Les équations s'écrivent

$$[P(\theta)][U_{cs}] = [R_s][P(\theta)][i_{cs}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{ss}][P(\theta)][i_{cs}] + [L_{sr}][i_r] \} \quad (I-2).$$

$$[U_r] = [R_s] [i_r] + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{rs}] [P(\theta)] \right\} + [L_r] \left\{ \frac{d}{dt} [i_r] \right\}$$

Si on prémultiplie tous ces termes par $[P(\theta)]^{-1}$, la relation (I-2) devient :

$$[U_{cs}] = [P(\theta)]^{-1} [R_s] [P(\theta)] [i_{cs}] + [P(\theta)]^{-1} \frac{d}{dt} [L_{ss}] [L_{ss}] [i_{cs}] [P(\theta)] + [L_{sr}] [i_r]$$

L_r et R_s étant constantes, on peut écrire :

$$[U_{cs}] = [R_s] [i_{cs}] + [P(\theta)]^{-1} \frac{d}{dt} \left\{ [L_{ss}] [P(\theta)] [i_{cs}] + [L_{sr}] [i_r] \right\}$$

$$[U_r] = [R_r] [i_r] + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{rs}] [P(\theta)] + [L_r] \right\} \frac{d}{dt} [i_r]$$

On obtient aussi :

$$\begin{bmatrix} U_o \\ U_d \\ U_q \\ U_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_o S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + L_d S & -L_{qW} & 0 \\ 0 & L_{dW} & R_s + L_q S & 0 \\ 0 & M_r S & 0 & R_s + L_r S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix}$$

Où S est l'opérateur différentiel.

$$W = \frac{d\theta}{dt} : \text{la vitesse angulaire du rotor.}$$

$$L_d = L_o - M_o + 3/2 L_1$$

$$L_q = L_o - M_o - 3/2 L_1$$

(I-3).

$$L'_{o} = L_o + 2 M_o$$

$$M_o = -L_o/2.$$

$$M_r = M'_{r1} \quad 3/2.$$

En régime synchrone, on en déduit alors les flux par :

$$\begin{bmatrix} Q_o \\ Q_d \\ Q_q \\ Q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_o & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 \\ 0 & M_r & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} \quad (I-4)$$

Où Q_0 est le flux homopolaire,

Q_d : le flux total à travers la bobine statorique d'axe direct

Q_q : le flux total à travers la bobine statorique d'axe en quadrature.

Q_r : le flux total de l'enroulement r.

Le couple électromagnétique est donné par :

$$C_e = p (Q_d i_q - Q_q i_d)$$

Où p est le nombre de paires de pôles.

En remplaçant Q_d et Q_q par leurs expressions déduites de (1-3) et (1-4).

$$C_e = 3 p L_1 i_d i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} p M'1 i_r i_q$$

Le premier terme du couple correspond à la variation de la réluctance statorique, tandis que le second est lié à l'action de l'excitation I_r sur le courant statorique.

-°°- CHAPITRE II -°°-

-°°- ÉTUDE EXPERIMENTALE -°° -

On détermine pour différentes positions du rotor la distribution du champ magnétique dans une machine à réluctance variable à excitation homopolaire.

II-1 Description des essais :

II-1.1 - Présentation de la machine (Fig II.1)

Les essais ont concerné un moteur synchrone à rotor massif ayant les caractéristiques suivantes :

Puissance nominale (KW)	: 3.7
Tension nominale (V)	: 220/380
Courant nominal (A)	: 13.9/8
Fréquence d'alimentation (Hz)	: 50
Nombre de phases	: 3
Nombre d'encoches au stator	: 36
Nombre de dents au rotor	: 2
Alésage intérieur du stator (mm)	: 122.8
Longueur du fer utile (mm)	: 108.6
Diamètre du rotor massif (mm)	: 121.6
Angle d'ouverture de la dent rotorique (degré)	: 90

II-2 Méthodologie de mesure :

Afin de simuler le régime synchrone caractérisé par un champ statorique immobile par rapport au rotor, on alimente à rotor bloqué les trois phases statoriques et les bobines d'excitation par des échelons de tension (fig II.2).

La sortie de la phase " a" parcourue par un courant I , est reliée à celles des phases b et c qui sont mises en parallèle, et traversées par un courant de $- I/2$.

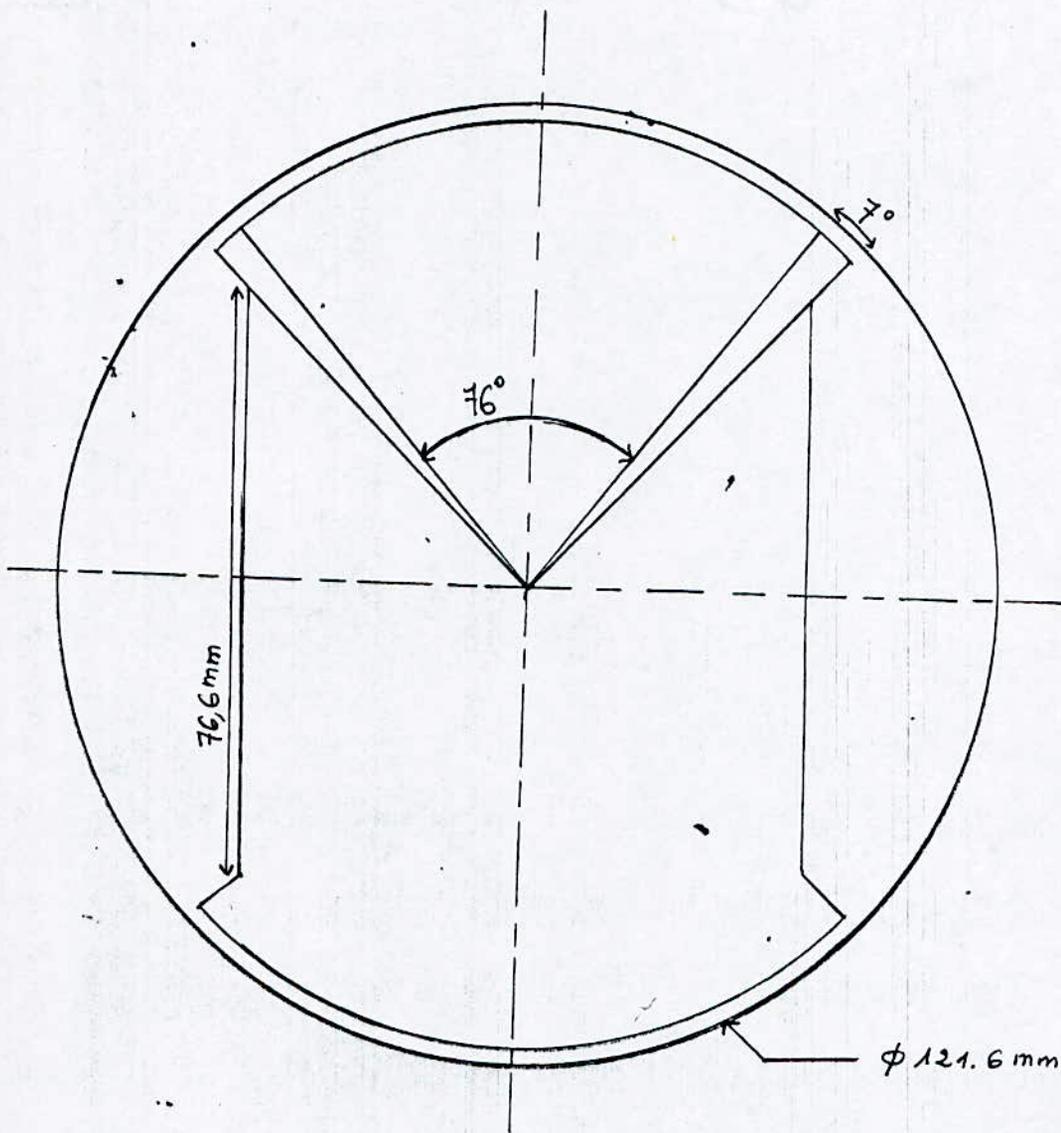


FIG . II . 1 : COUPE TRANSVERSALE DE LA MACHINE A L'ECHELLE 1/2

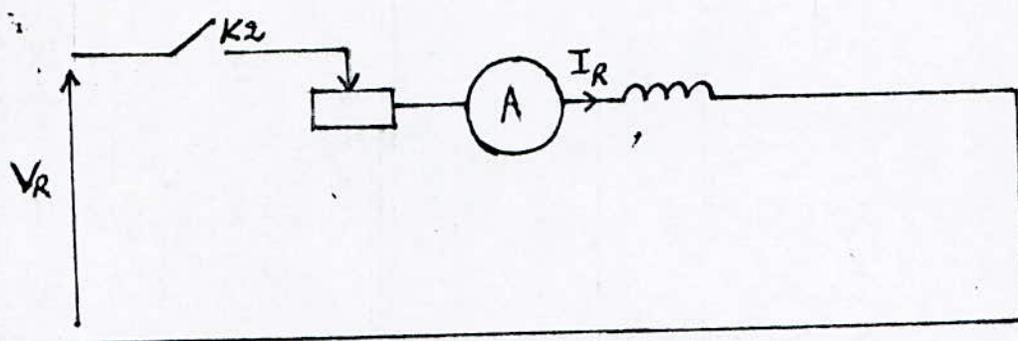
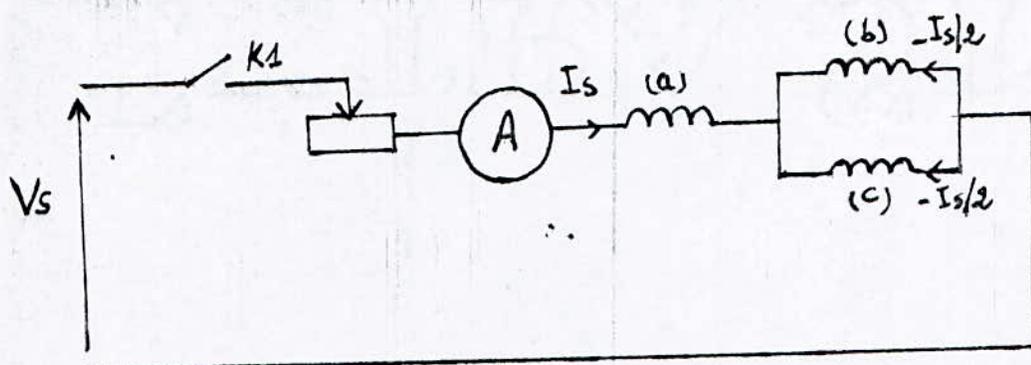


FIG II . 2 : SCHEMA DU MONTAGE

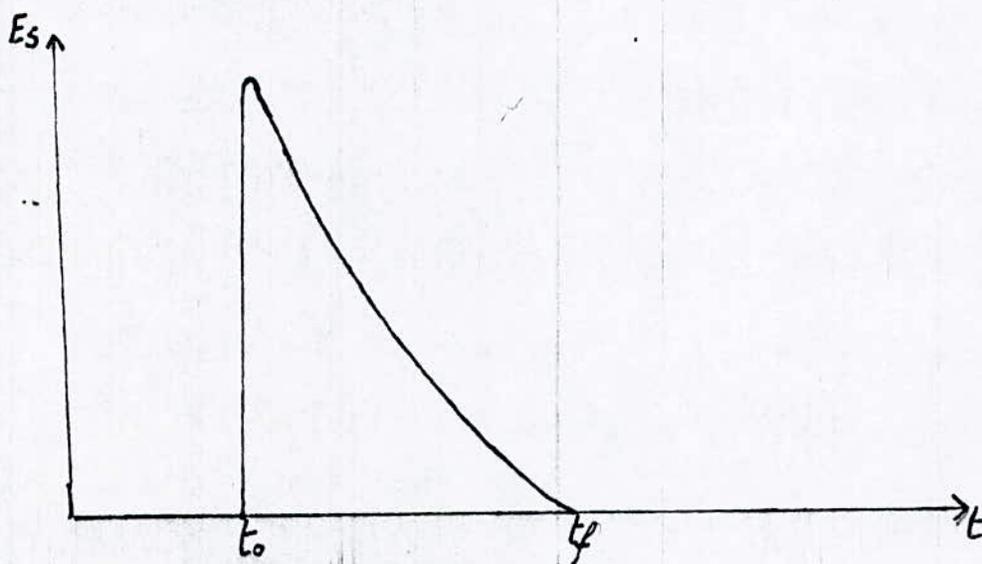


FIG II . 4 : F.E.M. INDUITE AUX BORNES DES BOBINES DE MESURE

Dans ces conditions, la distribution de la f.m.m. correspondante peut être considérée sinusoïdalement distribuée, car l'alimentation statorique correspond au cas triphasé à l'instant où $I_1 = -2, I_2 = -2, I_3$. La mesure du flux dans l'entrefer est obtenue à l'aide de petites bobines réalisées d'un fil de 0.1 mm d'épaisseur, notées de 1 à 19 et collées sur les faces S1 et S2 du rotor comme indiqué par la (fig II.3).

Ces bobines permettant des mesures " locales " du flux, comportent chacune 20 spires de diamètre moyen égal à 15 mm. En effet, si à l'instant t_0 on ferme les interrupteurs K1 ou K2, une f.e.m E_s proportionnelle au flux à mesurer ψ est induite. L'allure de cette f.e.m qui s'annule à l'instant t_f est donnée par la courbe II.4.

Soient :

Q_{ir} : le flux créé par les courants induits rotoriques lors du régime transitoire. Sa valeur est nulle aux instants t_0 et t_f .

Q_{se} : le flux dû au courant statorique et à l'excitation sa valeur initiale est nulle, tandis que sa valeur finale vaut Q_s .

On a :

$$\int_{t_0}^{t_f} E_s dt = N \int_{t_0}^{t_f} \frac{d Q_{se}}{dt} dt + N \int_{t_0}^{t_f} \frac{d Q_{ir}}{dt} dt = N Q_s$$

Où N est le nombre de spires d'une bobine de mesure le flux Q_s peut être approximé par :

$$Q_s = B_m S_m.$$

Où B_m est l'induction magnétique normale moyenne dans la bobine de mesure.

On en déduit :

$$B_m = \frac{1}{N S_m} \int_{t_0}^{t_f} E_s dt$$

La f.e.m E_s est relevée par un oscilloscope à mémoire numérique, et l'intégrale $\int_{t_0}^{t_f} E_s dt$ est ensuite obtenue numériquement

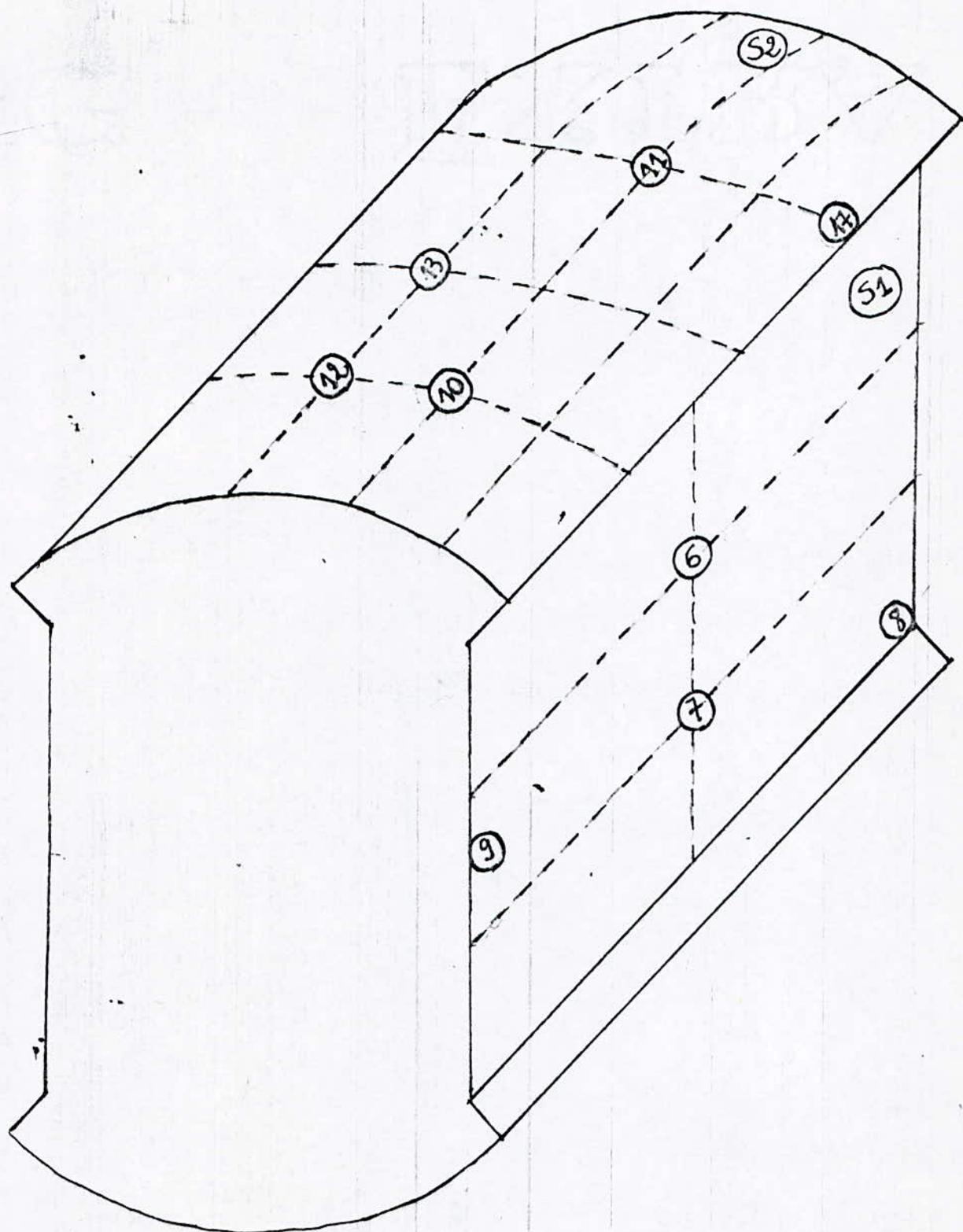


FIG II. 3 : DISPOSITION DES BOBINES DE MESURE

Les essais ont été effectués pour différentes positions du rotor en utilisant un thyristor comme interrupteur. Nous déterminons l'induction normale à la surface du rotor pour les 3 cas suivants :

- K2 ouvert, on ferme K1 (tableaux 1a et 1b).
- K1 ouvert, on ferme K2 (tableaux 1c et 1d).
- K2 fermé, on ferme K1 (tableau 1e). Dans ce dernier cas où le courant d'excitation est maintenu constant, l'induction mesurée est due uniquement au courant I_s .

II.3 Interprétation des résultats :

- Lorsque seules les bobines d'excitation sont alimentées, l'induction magnétique normale à la surface du rotor est indépendante de la position θ par rapport au stator. Elle peut-être choisie constante dans le petit entrefer (fig II-5), et nulle dans le grand entrefer. Par rapport à α , positionnant tout point M de l'entrefer par rapport au rotor, cette induction varie périodiquement comme indiqué par la fig II-6. Ce résultat prévisible est en accord avec la courbe I-2.

- Lorsque le stator est alimenté, la valeur maximum de l'induction magnétique normale à la surface du rotor est environ 10 fois plus faible dans la zone à grand entrefer que dans celle à petit entrefer. Il semble que les épanouissements polaires constituent un trajet privilégié des lignes de champ particulièrement dans la position directe du rotor. Les courbes $B(\theta)$ se décalent d'un angle correspondant à l'écart entre les bobines de mesure, et lorsqu'en plus de I_s , il y'a présence d'un courant d'excitation constant, les inductions correspondantes diminuent par suite de l'effet de saturation (fig I-8).

Les variations de l'induction à la surface du rotor en fonction de la position α , pour les positions directes et en quadrature sont données par la figure II-7. Il apparaît que la réactance directe de notre machine est inférieure à celle en quadrature.

Les inductions mesurées par les bobines 10 et 11 d'une part, 12 et 13 d'autre part sont pratiquement égales quelque soit la position du rotor. L'induction est donc indépendante de la direction axiale dans une zone importante de part et d'autre du plan de symétrie du rotor. L'hypothèse d'une machine infiniment longue, où les effets de bords sont négligés peut-être acceptée.

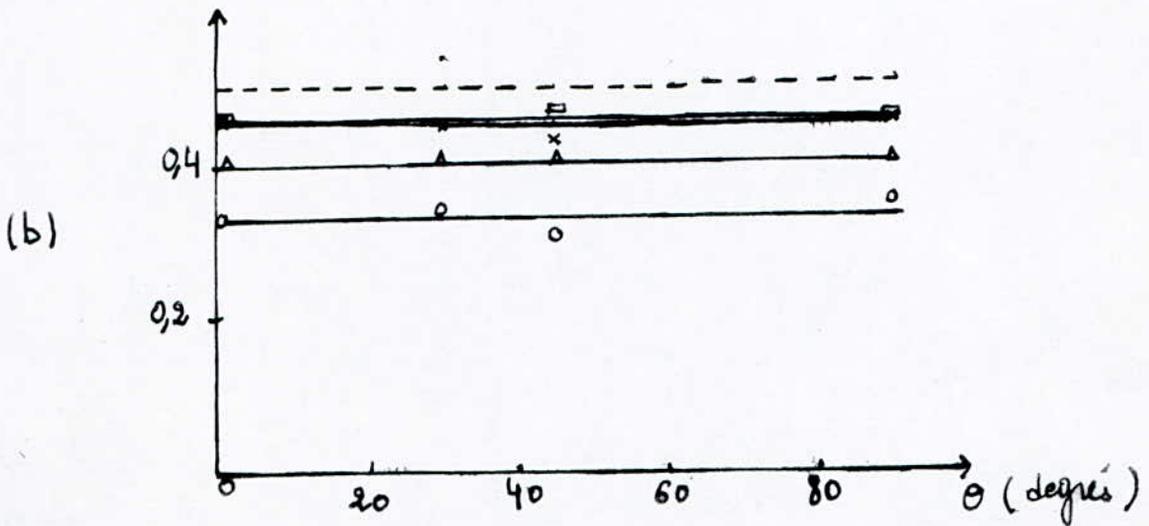
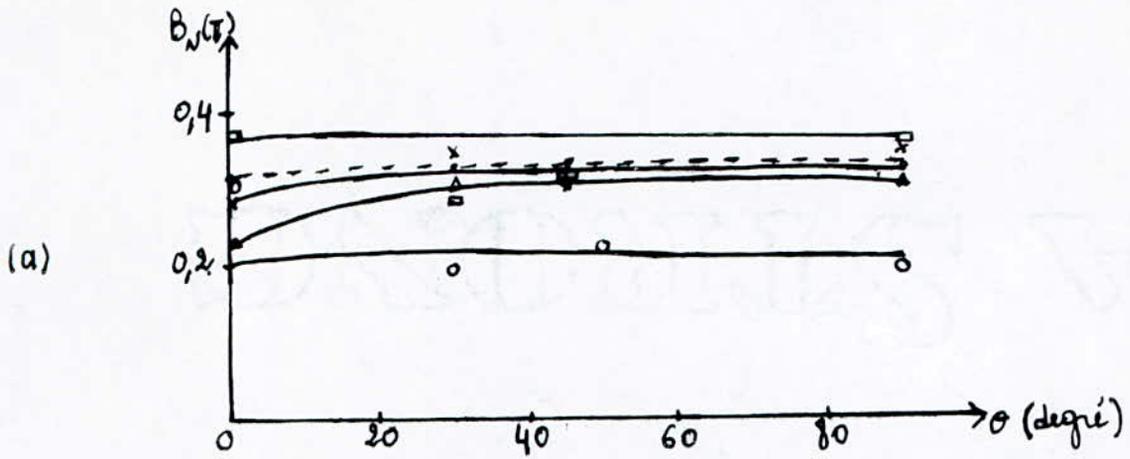


FIG II. 5 : DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNETIQUE MESUREE A LA SURFACE DU ROTOR, EN FONCTION DE LA POSITION θ DU ROTOR PAR RAPPORT AU STATOR .

a/ - $I_r = 2 \text{ A}$, $I_s = 0$
 b/ - $I_r = 4 \text{ A}$, $I_s = 0$

BOBINES

x	10
△	11
o	12
-	17

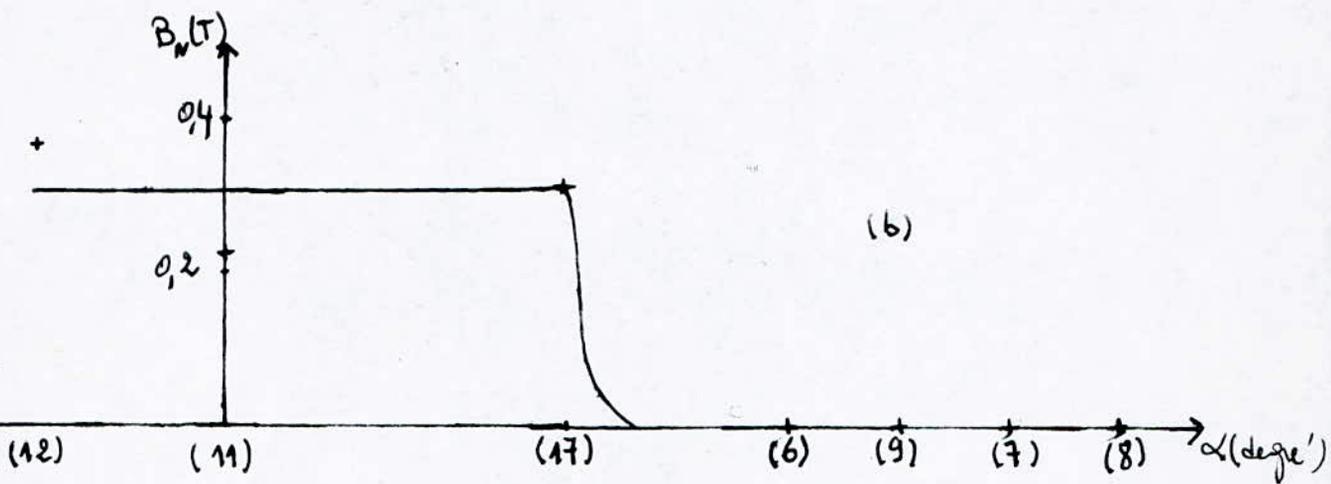
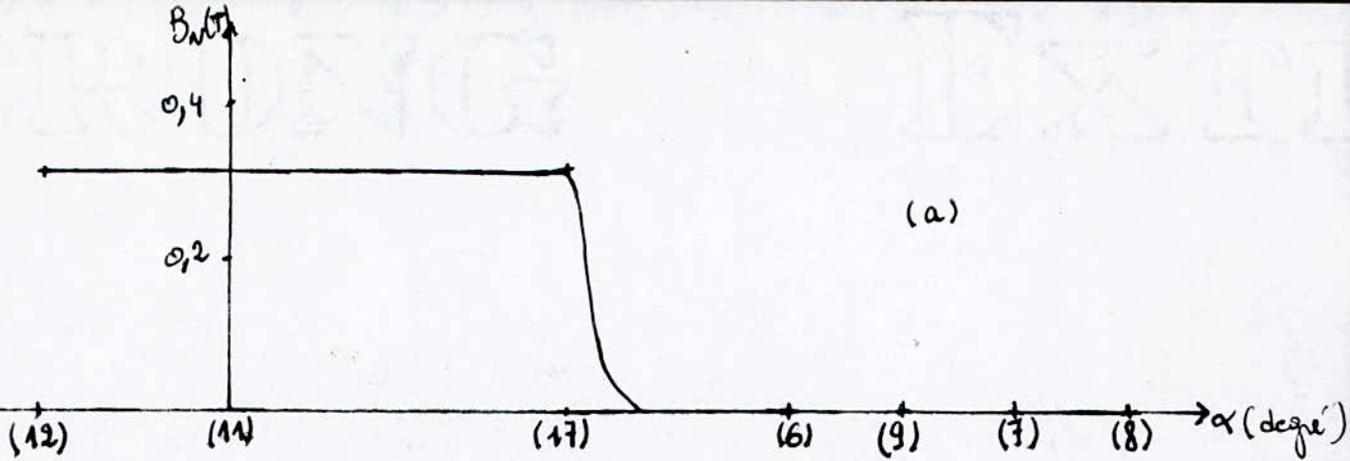


FIG II . 6 : DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNETIQUE MESUREE A LA SURFACE

DU ROTOR, $I_r = 2$ A, $I_s = 0$

a /- EN POSITION DIRECTE $\theta = 45^\circ$

b /- EN POSITION QUADRATURE $\theta = 0^\circ$

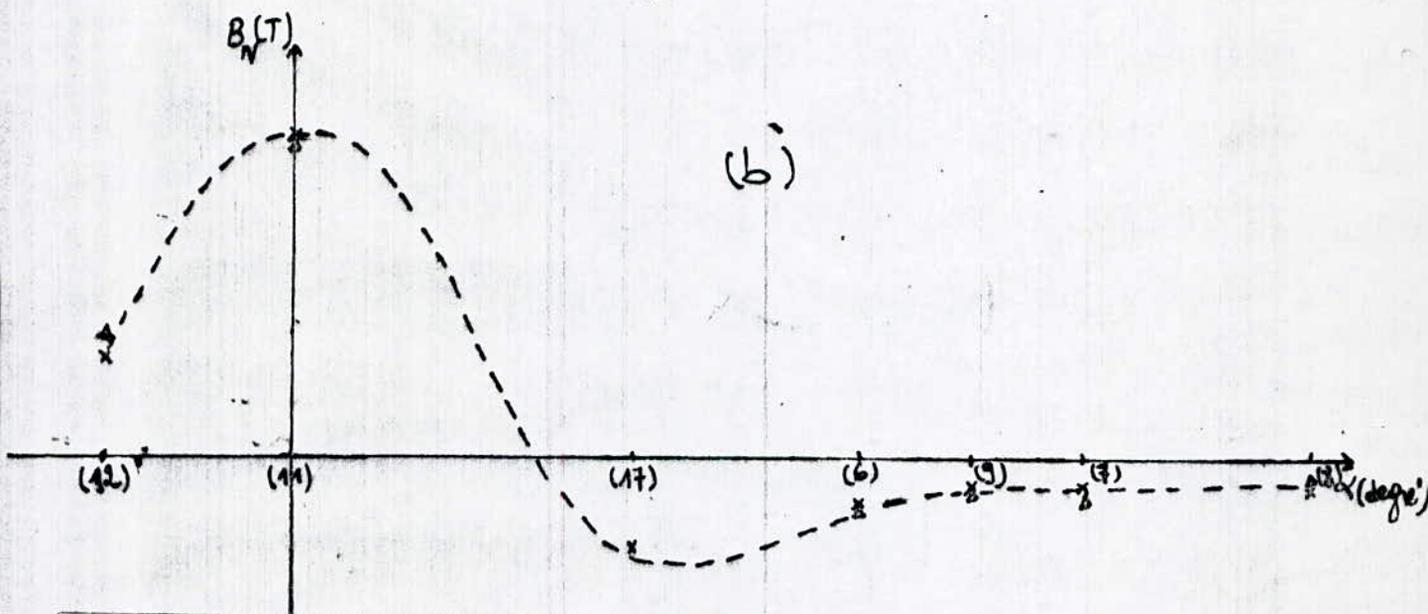
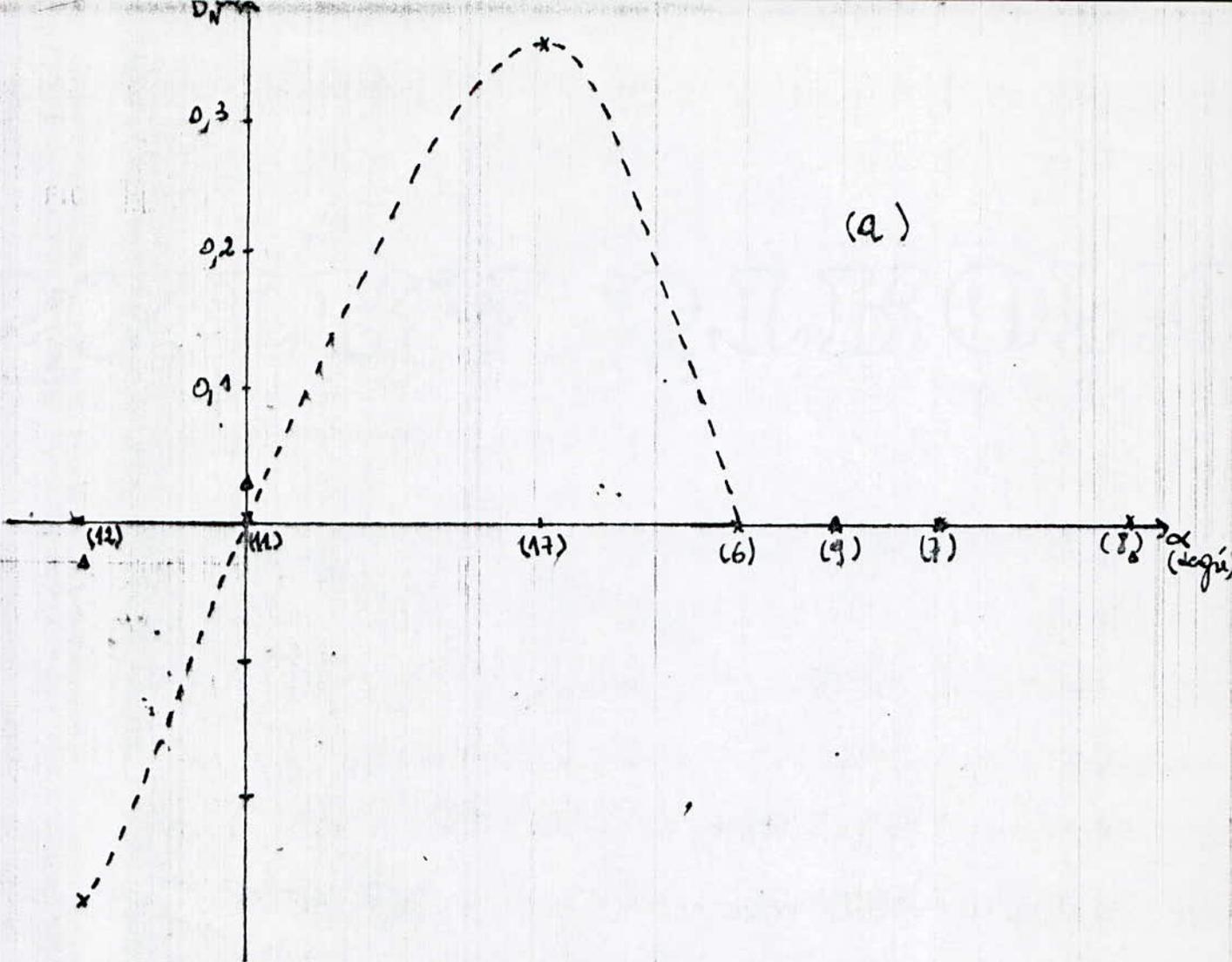


FIG 7 : DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNETIQUE NORMALE A LA SURFACE DU ROTOR.

- a/ - POSITION QUADRATURE $\theta = 0^\circ$ $\times I_s = 2 A, I_r = 0$
 b/ - POSITION DIRECTE $\theta = 45^\circ$ $\Delta I_s = 2 A, I_r = 2 A$

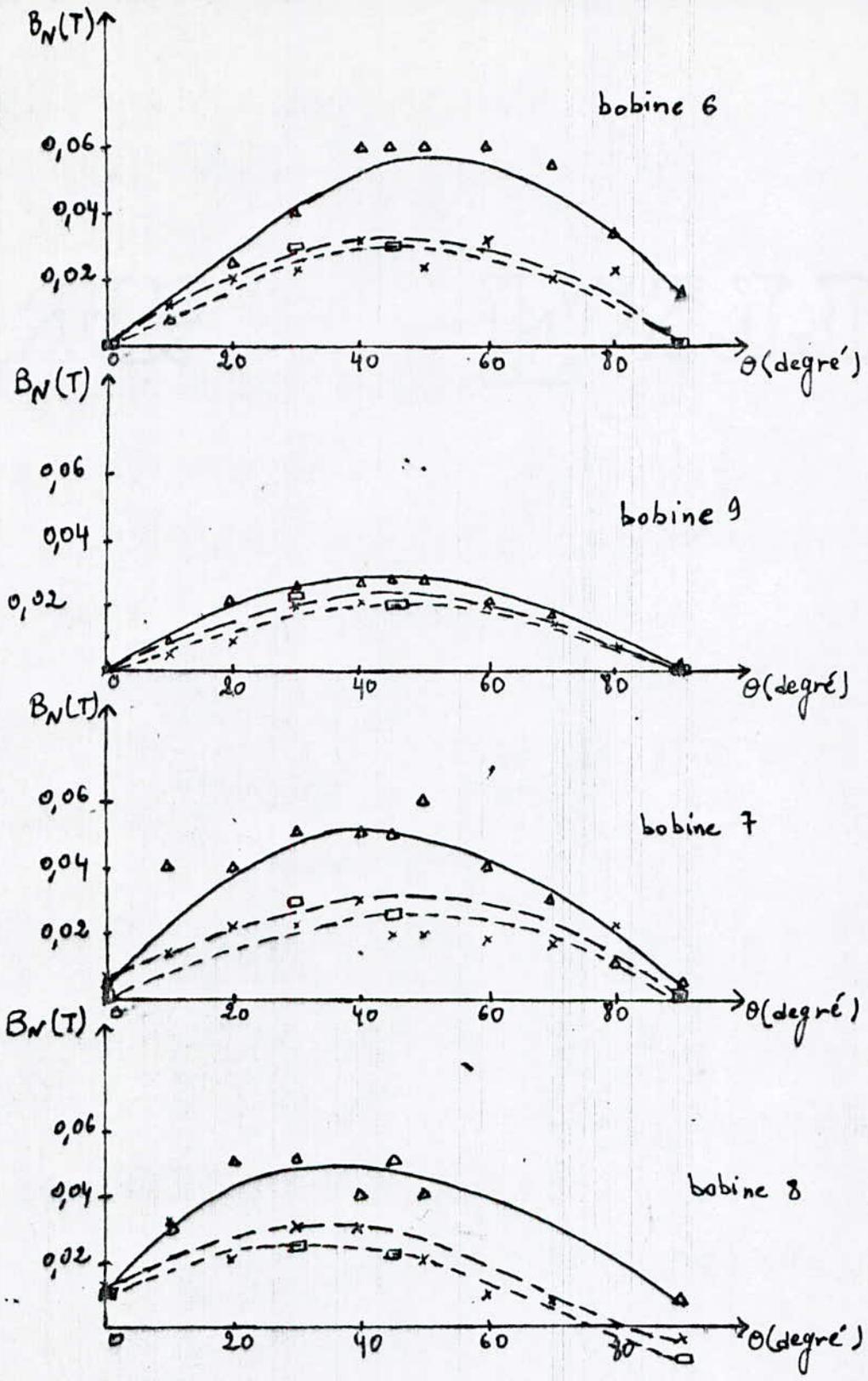


FIG II . 8 . a : DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNETIQUE A LA SURFACE DU ROTOR

- x $I_s = 2 \text{ A} , I_r = 0$
- Δ $I_s = 4 \text{ A} , I_r = 0$
- \square $I_s = 2 \text{ A} , I_r = 2 \text{ A}$

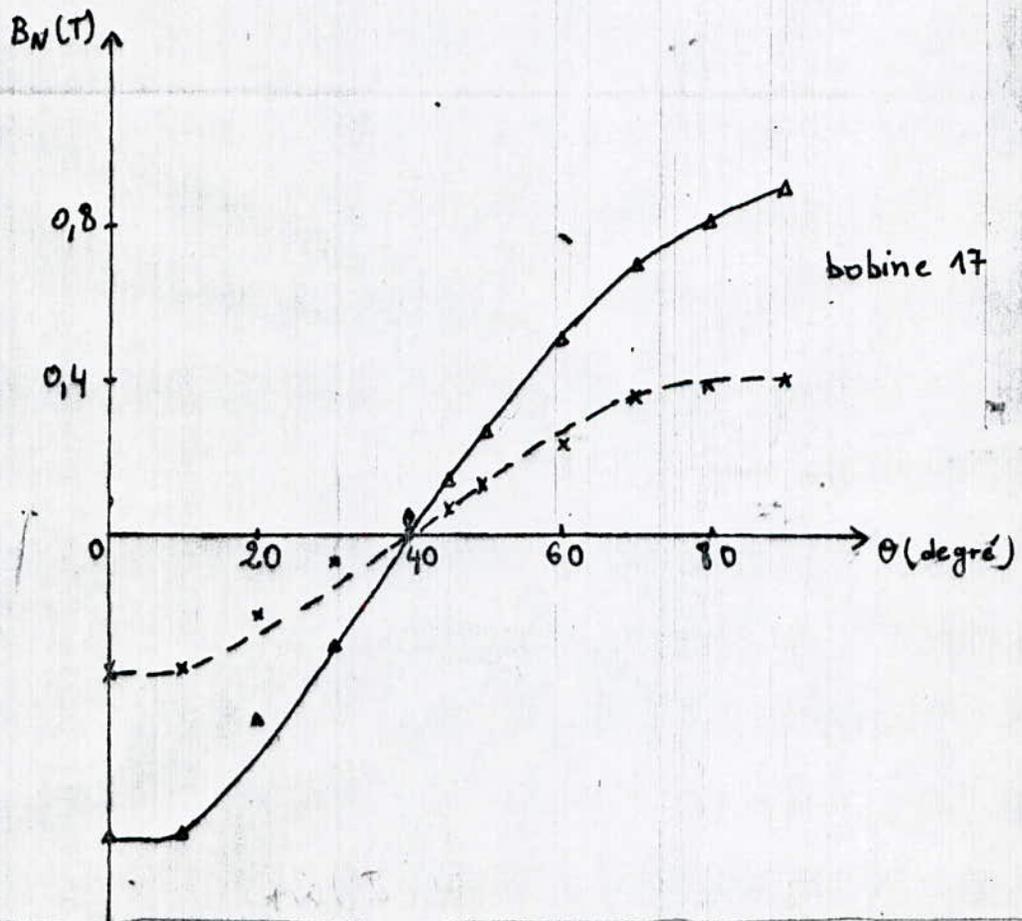
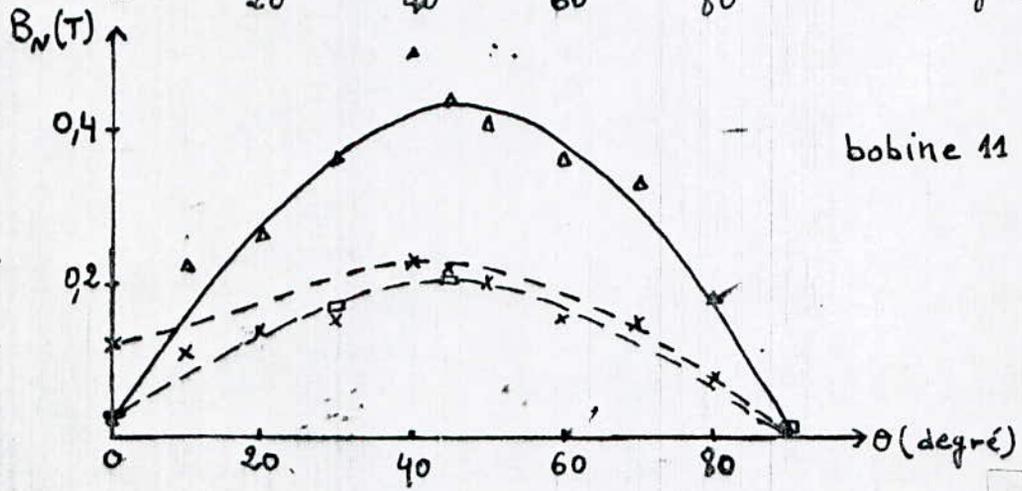
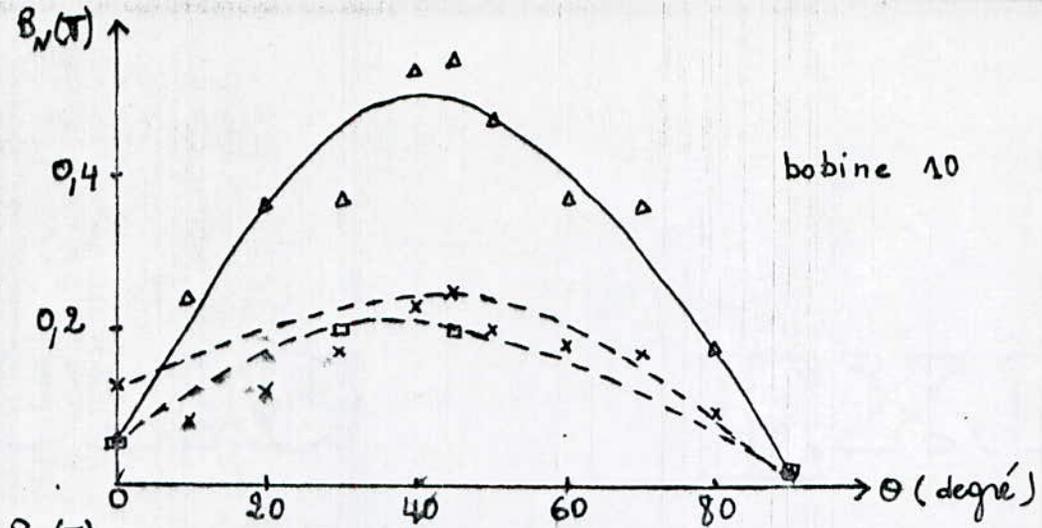


FIG II . 8 . b : DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNETIQUE A LA SURFACE DU ROTOR

x $I_s = 2 \text{ A}$, $I_r = 0$

Δ $I_s = 4 \text{ A}$, $I_r = 0$

\square $I_s = 2 \text{ A}$, $I_r = 2 \text{ A}$

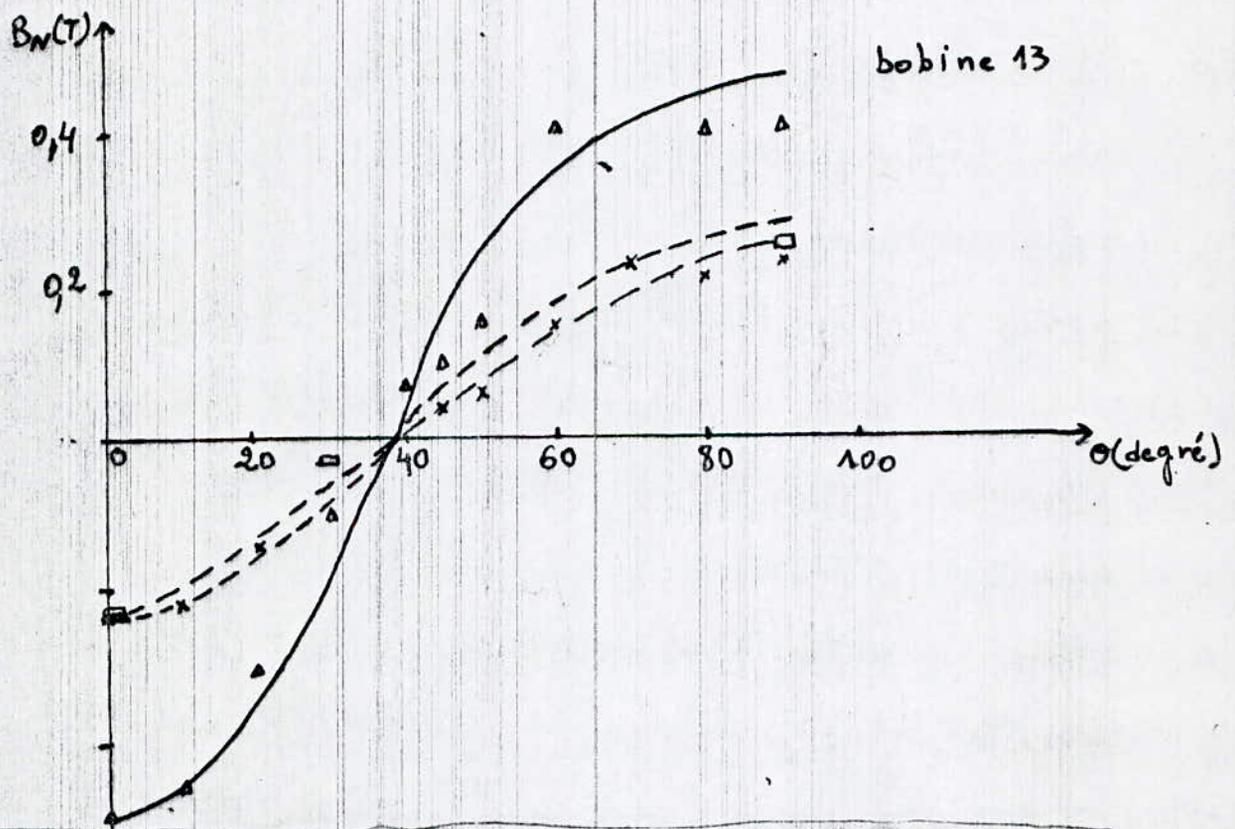
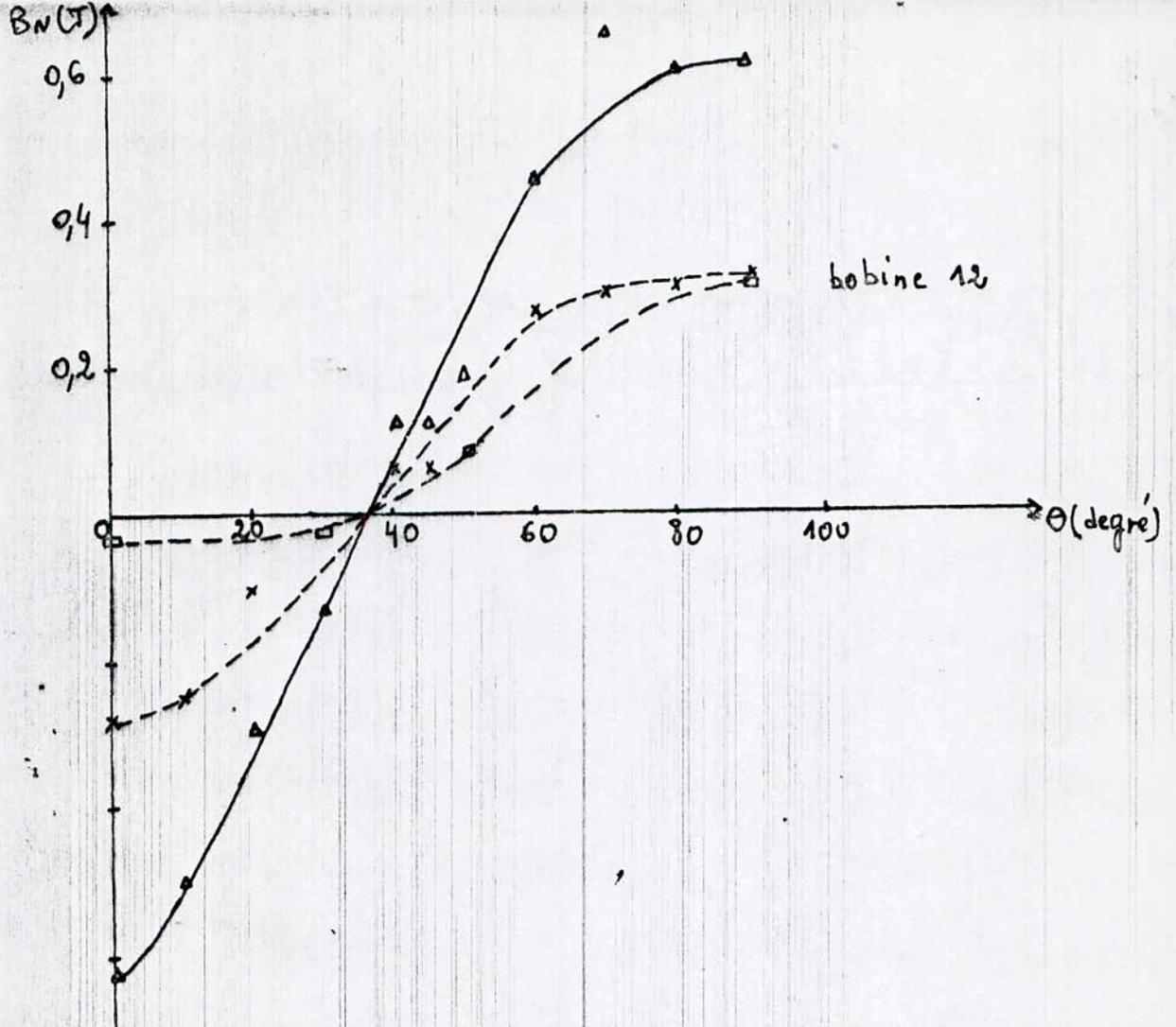


FIG II . 8 . C : DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNETIQUE A LA SURFACE DU ROTOR
 $\times I_s = 2 A, I_r = 0$
 $\Delta I_s = 4 A, I_r = 0$
 $\square I_s = 2 A, I_r = 2 A$

position du rotor N° de la bobine de mesure	0	10	20	30	40	45	50	60	70	80	90
6	0	0.012	0.02	0.023	0.032	0.03	0.024	0.032	0.02	0.023	0
7	0.006	0.014	0.023	0.021	0.03	0.02	0.02	0.02	0.017	0.023	0
8	0.013	0.032	0.021	0.03	0.02	0.02	0.02	0.01	0.008	0	-0.003
9	0	0.005	0.009	0.02	0.23	0.02	0.07	0.02	0.013	0.005	0
10	0.13	0.08	0.12	0.17	0.23	0.25	0.2	0.18	0.17	0.09	0.005
11	0.012	0.11	0.14	0.16	0.23	0.22	0.2	0.16	0.15	0.08	0.005
12	-0.28	-0.25	-0.10	-0.11	-0.064	0.064	0.09	0.28	0.30	0.31	0.32
13	-0.23	-0.22	-0.14	-0.02	0.03	0.04	0.06	0.15	0.23	0.21	0.23
17	-0.36	-0.35	-0.21	-0.07	-0.027	0.06	0.14	0.24	0.37	0.39	0.41

INDUCTION MAGNETIQUE EN TESLA RELEVÉE PAR LES
DIFFÉRENTES BÔBINES, EN FONCTION DE LA POSITION θ DU
ROTOR

TABLEAU 1 a $I_s = 2 A$, $I_R = 0$

position du rotor θ N° de la bobine de mesure	0	10	20	30	40	45	50	60	70	80	90
6	0	0,008	0,025	0,04	0,06	0,06	0,06	0,06	0,055	0,034	0,017
7	0,005	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06	0,04	0,03	0,01	0,004
8	0,01	0,03	0,05	0,05	0,04	0,05	0,04	0,01	0,01	0	-0,008
9	0	0,009	0,02	0,025	0,026	0,027	0,027	0,02	0,016	0	0
10	0,055	0,24	0,36	0,37	0,53	0,55	0,47	0,37	0,36	0,18	0,012
11	0,026	0,22	0,26	0,36	0,5	0,44	0,41	0,36	0,33	0,18	-0,007
12	-0,63	-0,50	-0,30	-0,13	-0,12	0,12	0,19	0,45	0,65	0,6	-0,61
13	-0,50	-0,46	-0,3	-0,10	-0,07	0,10	0,15	0,40	0,50	0,40	0,40
17	-0,80	-0,80	-0,50	-0,30	-0,05	0,14	0,26	0,50	0,70	0,80	0,90

INDUCTION MAGNETIQUE EN TESLA RELEVÉE PAR LES
DIFFÉRENTES BOBINES, EN FONCTION DE LA POSITION θ DU
ROTOR

TABLEAU 1 b $I_s = 4 A$, $I_R = 0$

position du rotor θ N° de la bobine de mesure	0	30	45	90
6	0	0.03	0.03	0
7	0	0.03	0.027	0
8	0.019	0.025	0.022	-0.01
9	0	0.022	0.024	0
10	0.06	0.26	0.22	0.024
11	0.03	0.17	0.21	0.017
12	-0.03	-0.03	0.08	0.31
13	-0.23	-0.03	0.047	0.25

INDUCTION MAGNETIQUE EN TESLA RELEVÉE PAR LES
DIFFÉRENTES BOBINES, EN FONCTION DE LA POSITION θ DU
ROTOR

TABEAU 1 e $I_s = 2 \text{ A}$, $I_R = 2 \text{ A}$.

position du N° de rotor la bobine de mesure θ	0	30	45	90
10	0.28	0.35	0.30	0.35
11	0.23	0.30	0.31	0.30
12	0.37	0.28	0.31	0.35
13	0.30	0.19	0.22	0.19
17	0.34	0.33	0.33	0.32

TABLEAU 1 c $I_s = 0$, $I_R = 2 A$

position du N° de rotor la bobine de mesure θ	0	30	45	90
10	0.46	0.45	0.43	0.46
11	0.40	0.40	0.40	0.44
12	0.46	0.45	0.47	0.46
13	0.33	0.34	0.30	0.36
17	0.44	0.54	0.50	0.51

TABLEAU 1 d $I_s = 0$, $I_R = 4 A$

INDUCTION MAGNETIQUE EN TESLA RELEVÉE PAR LES
DIFFÉRENTES BOBINES, EN FONCTION DE LA POSITION θ DU
ROTOR.

-°°- CHAPITRE III -°°-

-°°- MODELISATION NUMERIQUE -°° -

I.1 -DE LA MRV-

La résolution des équations du champ peut-être avantageusement faite par l'emploi de méthodes numériques.

Dans ce travail, nous utilisons la méthode des intégrales de frontière basée sur l'identité de Green, pour résoudre l'équation de Laplace et déterminer la distribution du champ dans l'entrefer de notre machine.

III-1 Rappels sur la méthode des intégrales de frontière basée sur l'identité de Green /6/ /7/ /8/ /9/

Soit une surface S fermée limitant un volume V , et soit p et q deux fonctions scalaires du point M , la formule de Green s'écrit :

$$\int_V (p \Delta q - q \Delta p) d\tau = \int_S (p \vec{\text{grad}} q - q \vec{\text{grad}} p) d\vec{\tau} \quad (\text{III.1})$$

En effet, en utilisant la relation ;

$$\begin{aligned} \text{div} (p \vec{\text{grad}} q) &= p (\text{div} (\vec{\text{grad}} q)) + \vec{\text{grad}} q \cdot \vec{\text{grad}} p \\ &= p \Delta q + \vec{\text{grad}} p \cdot \vec{\text{grad}} q \end{aligned}$$

Où Δ est le Laplacien ,

et la formule d'Ostrogradsky :

$$\int_V \text{div} (p \vec{\text{grad}} q) d\tau = \int_S p \vec{\text{grad}} q \cdot d\vec{\tau} \quad (\text{III.2})$$

On obtient :

$$\int_V p \Delta q + (\vec{\text{grad}} p \cdot \vec{\text{grad}} q) d\tau = \int_S p \vec{\text{grad}} q \cdot d\vec{\tau} \quad (\text{III.3})$$

En permutant p et q on a aussi ,

$$\int_V q \Delta p + (\vec{\text{grad}} p \cdot \vec{\text{grad}} q) d\tau = \int_S q \vec{\text{grad}} p \cdot d\vec{\tau} \quad (\text{III.4})$$

En soustrayant (III.4) de (III.2), on obtient la formule (III.1). Cherchons maintenant à résoudre l'équation de Laplace $\Delta A = 0$ dans un domaine bidimensionnel, délimité par un contour L tel que A soit connue sur L_1 , et A connu sur L_2 avec $L_1 \cup L_2 = L$ (fig. III. 1).

La fonction de Green est alors définie par :

$$\Delta_M G = - \delta_p$$

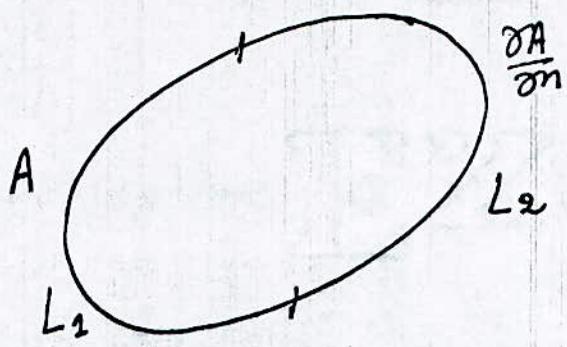


FIG III .1 : DOMAINE D'étude

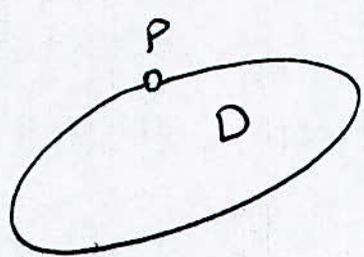


FIG III .2. a : FRONTIERE REGULIERE

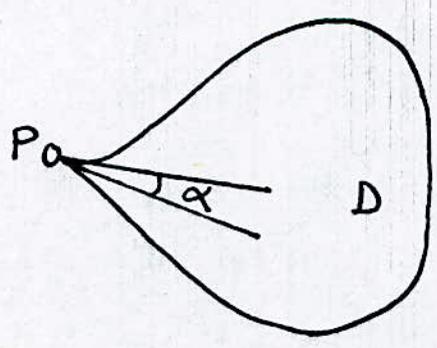


FIG III . 2.b : FRONTIERE IRREGULIERE

elle correspond au potentiel crée au point M par une source ponctuelle au point P.

Pour les espaces à deux dimensions elle vaut :

$$G = - \frac{1}{2\pi} \text{Log } r$$

Où r est la distance PM.

δ_p désigne la mesure de Dirac au point P. Dans l'espace à deux dimensions, elle vérifie la propriété suivante /7/:

$$\int_S A(M) \delta_p dS = c(P) A(P).$$

$c(P) = 0$ si le point P est à l'extérieur du domaine D.

$c(P) = 1$ si le point P est à l'intérieur du domaine D

Si le point P est sur la frontière :

$c(P) = 1/2$ si la frontière est régulière (fig III.2.a).

$c(P) = \frac{\alpha}{2\pi}$ si la frontière est angulaire (fig III.2.b)

On peut écrire

$$A \Delta G - G \Delta A = A \Delta G = A(M) \delta_p$$

En intégrant, on a :

$$c(P) A(P) = \int_L [G(PM) \frac{\partial A(M)}{\partial n} - A(M) \frac{\partial G(PM)}{\partial n}] dL_M$$

qui peut s'écrire :

$$c(P) A(P) + \int_L A(M) \frac{\partial G(PM)}{\partial n} dL_M = \int_L [G(PM) \frac{\partial A}{\partial n} dL_M \quad (\text{III.5})$$

.. Lorsque le point P est sur la frontière du domaine, l'équation (III.5) qui fait intervenir une intégrale sur tout le contour de la région considérée sera exprimée comme la somme des intégrales pour chacun des éléments du maillage.

On divise alors la frontière en n segments appelés éléments tels que l'on ait n1 éléments sur L1, n2 éléments sur L2, avec n = n1 + n2.

On cherche ensuite les valeurs de A et de $\partial A / \partial n$ au milieu de chaque segment qu'on appelle noeud.

Lorsqu'en première approximation les valeurs de A et de $\partial A / \partial n$ sont prises constantes le long de l'élément, et égales à leurs valeurs aux noeuds, l'équation (III.5) discrétisée pour un noeud i s'écrit :

$$c(i) A_i + \sum_{j=1}^n A_j \int_{r_j} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} dL = \sum_{j=1}^n \frac{\partial A_j}{\partial n} \int_{r_j} G_{ij} dL \quad (III.6)$$

Les termes $\int_{r_j} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} dL$ et $\int_{r_j} G_{ij} dL$ relient le noeud i au segment

j sur lequel est effectuée l'intégrale.

L'équation (III.6) peut s'écrire.

$$C(i)A_i + \sum_{j=1}^n A_j H_{ij} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial A_j}{\partial n} G_{ij} \quad (III.7)$$

avec $H(i, j) = \int_{r_j} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} dL$ si $i \neq j$;

$$H(i, j) = \frac{1}{2} \int \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} dL \text{ si } i = j .$$

$$\text{et } G(i, j) = \int_{r_j} G_{ij} dL$$

Les éléments étant des segments de droite, la frontière est choisie régulière au noeud, on a $c(i) = 1/2$. L'équation (III.7) devient :

$$\sum_{j=1}^n H(i, j) A_j = \sum_{j=1}^n \frac{\partial A_j}{\partial n} G(i, j)$$

Qui peut s'écrire matriciellement :

$$[H] [A] = [G] [Q].$$

[A] et [Q] sont des matrices colonnes comportant respectivement les n valeurs de A et de $\partial A / \partial n$. Nous rappelons que n1 valeurs de A ainsi que n2 valeurs de $\partial A / \partial n$ sont connues ($n = n1 + n2$).

Les matrices [H] et [G] sont donc de dimensions (nxn). En transposant toutes les valeurs connues de $\partial A / \partial n$ dans le premier membre, et toutes les valeurs inconnues de A dans le second, on aboutit à un système de type [D] [X] = [F], où [X] est la matrice à déterminer; elle est constituée des n2 valeurs inconnues de A et des n1 valeurs inconnues de $\partial A / \partial n$.

Bien que la connaissance de A et de sa dérivée normale sur la surface du stator soit suffisante par le calcul des grandeurs externes, il est utile de déterminer le champ dans l'entrefer (par exemple pour tracer les lignes de champ....).

Pour un point P à l'intérieur du domaine D , $c(P) = 1$ et l'équation (III.5) devient :

$$A(P) = \int_L \left(G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n} \right) dL$$

Lorsqu'on a déterminé A et $\partial A / \partial n$ partout sur L , on peut alors calculer $A(P)$ en un point quelconque à l'intérieur du domaine en le maillant régulièrement, et en utilisant une démarche analogue à celle suivie pour le calcul de A et $\partial A / \partial n$ sur L .

III-2 Application de la méthode des intégrales de frontière à notre machine :

Nous nous proposons de calculer les réactances directes et en quadrature de la MRV présentée dans le chapitre II, en adoptant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- On se limite au fondamental de la densité de courant à la surface du stator.

- On considère que la machine est à symétrie cylindrique, on néglige ainsi les effets d'extrémités. Le comportement de la machine peut être alors décrit à l'aide du potentiel vecteur ne comportant qu'une seule composante axiale A .

- Les perméabilités du rotor et du stator sont suffisamment grandes.

On limite ainsi notre problème au calcul du champ dans l'entrefer, dans lequel on a :

$$\Delta A = 0$$

La distribution du champ magnétique dans l'entrefer est symétrique dans les positions directe et quadrature du rotor. On peut ainsi limiter le calcul du potentiel scalaire au pas polaire (fig III.3).

A la surface AB du stator, la composante tangentielle du champ est imposée par la densité de courant que nous avons supposé distribuée sinusoidalement, ceci se traduit par

$$H_t = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial n} = J_s = J_0 \sin \theta \quad \text{en position directe}$$

et $\frac{\partial A}{\partial n} = + \mu_0 J_0 \cos \theta \quad \text{en position quadrature}$

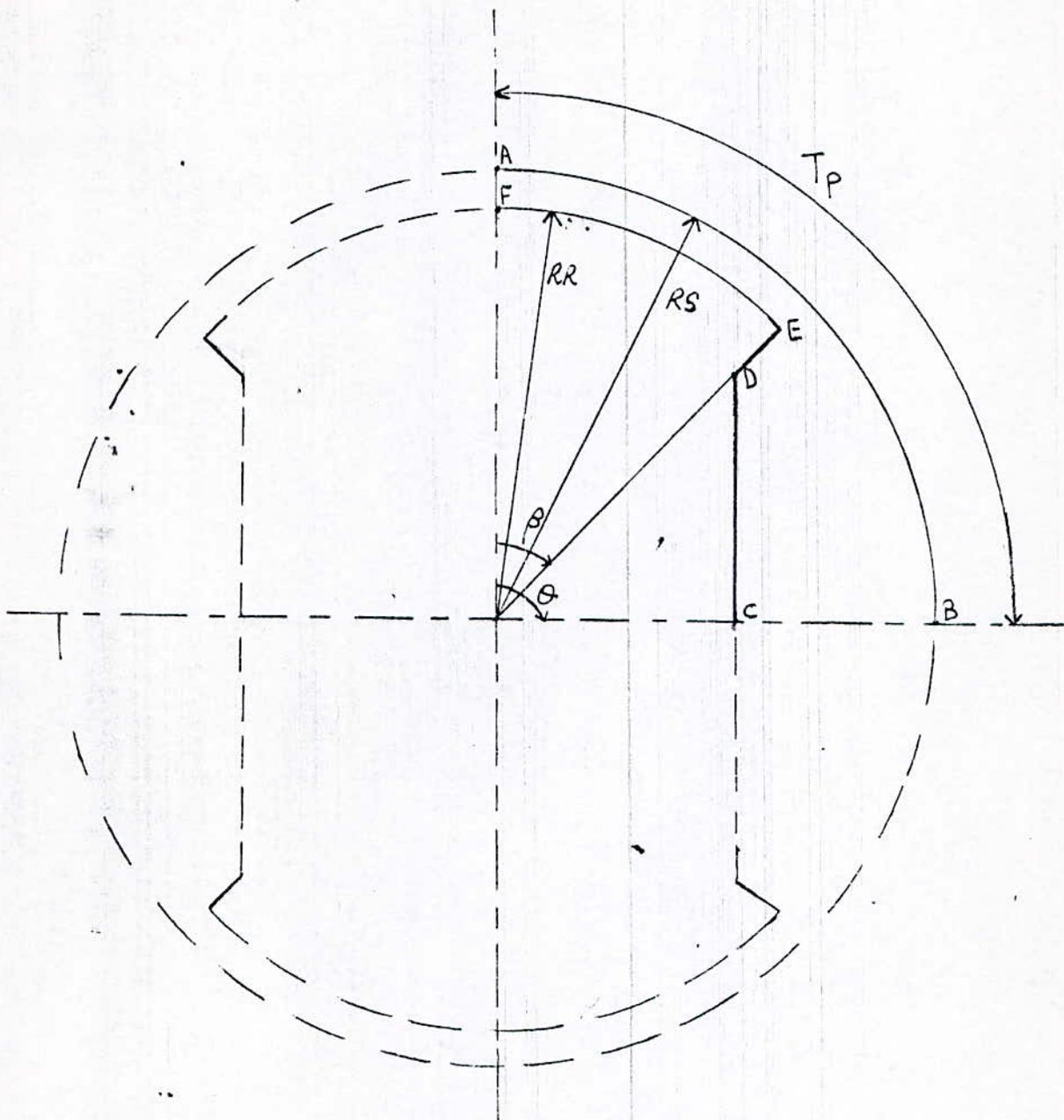


FIG III.3 : DOMAINE D'ETUDE

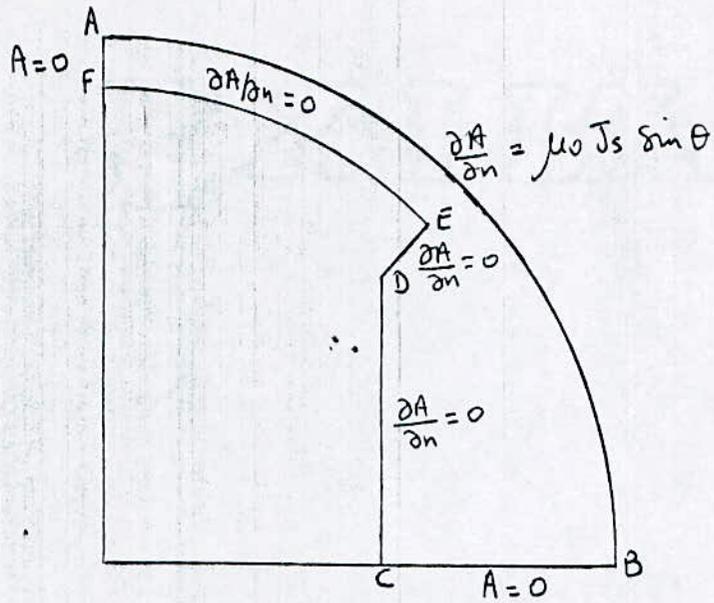


FIG III. 4.a : CONDITIONS AUX LIMITES, POSITION DIRECTE

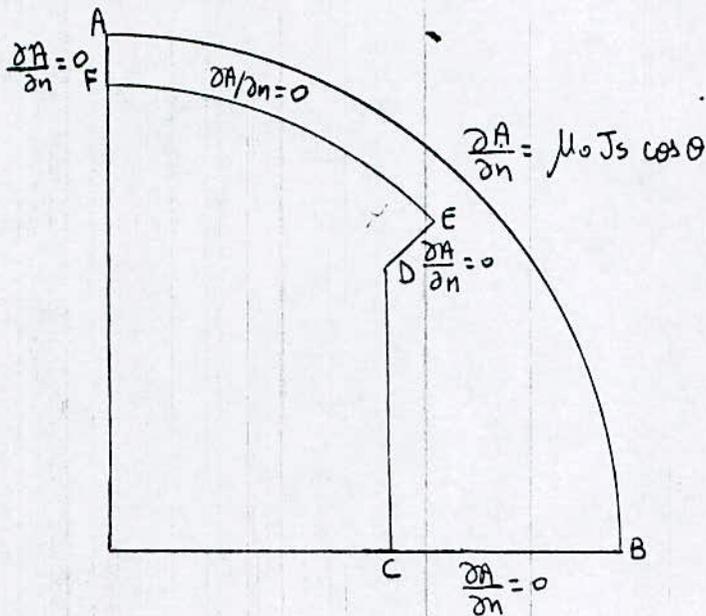


FIG III. 4.b : CONDITIONS AUX LIMITES, POSITION EN QUADRATURE

Sur la surface CDEF, la composante tangentielle du champ est nulle ce qui se traduit par $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

En position directe BC et FA sont des lignes de champ, le potentiel vecteur y est constant et sa valeur se ramène au choix du potentiel au centre du rotor. On peut choisir :

$$A = 0 \text{ sur FA et BC. } \dots$$

En position quadrature, la composante radiale du champ est nulle sur FA et BC, ce qui se traduit par :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \text{ sur FA et BC}$$

Les conditions aux limites étant ainsi définies, nous procédons au maillage de la frontière ABCDEFA du domaine d'étude, en discrétisant les arcs ou segments \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{EF} et \overline{FA} respectivement en N1, N2, N3, N4, N5 et N6 éléments.

Nous calculons ensuite les termes $H(i,j)$ et $G(i,j)$ définis précédemment, et nous construisons le système $AX = F$ à résoudre, pour le calcul des flux et des réactances.

La réalisation du programme numérique correspondant à ce calcul est en cours; elle est menée en collaboration avec d'autres chercheurs du laboratoire de machines électriques de l'ENP.

-°°- CONCLUSION -°°-

Le travail que nous avons présenté, nous a permis de progresser dans la connaissance des machines à réluctance variable.

Sur le plan théorique, nous avons montré que, lorsqu'on néglige les harmoniques, le modèle d'étude de la MRV à excitation homopolaire est analogue à celui des machines synchrones à pôles saillants.

Sur le plan expérimental, nous avons

- vérifié que le flux d'excitation est canalisé dans le petit entrefer. L'induction mesurée y est pratiquement constante, alors qu'elle est nulle dans le grand entrefer.

- déterminé la distribution du champ pour différentes positions du rotor, particulièrement pour celles directe et en quadrature. On déduit ainsi que pour notre machine, $X_d < X_q$.

- mis en évidence l'influence de la saturation sur cette distribution lorsqu'il y a présence simultanée des courants statoriques et rotorique.

- vérifié que l'hypothèse d'une machine à symétrie cylindrique peut-être, en première approximation, admise.

Sous cette dernière hypothèse, nous avons ensuite proposé une méthode numérique pouvant calculer les réactances X_d et X_q de la machine. Le programme numérique correspondant n'a cependant pas pu être finalisé. Ce travail est actuellement mené par d'autres chercheurs.

Une étude expérimentale plus complète, effectuée sur différents rotors nous paraît nécessaire; elle permettrait l'optimisation de la longueur de la machine ainsi que l'angle d'ouverture de la dent rotorique.

- B I B L I O G R A P H I E -

- /1/ - J. LESENNE, F. NOTELET, G. SEGUIER
" Introduction à l'électrotechnique approfondie"
technique et documentation 1981.
- /2/ - S. TAHI, H. ZEROUG
" Etude de la machine synchrone à rotor massif"
projet de fin d'étude E.N.P Janvier 1985.
- /3/ - A. BEN-AHMED, K. ATTALAH
" Détermination du flux magnétique dans les M.C.A cas d'une
M.R.V pôles"
projet de fin d'étude E.N.P Juin 1988.
- /4/ - M. GUEMMOUN, A. MEBROUKI
" Distribution du champ magnétique dans une machine à
réductance variable pôles"
projet de fin d'étude E.N.P Juin 1989.
- /5/ - M.E. ZAIM, S. TAHI, H. ZEROUG " Performances des machines à
réductance variable à rotor massif". JTEA 85, Tunis Mai
1985.
- /6/ - A. ANGOT
" Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de
l'électrotechnique et des télécommunications " collection
technique et scientifique Paris 1965.
- /7/ - E. DURAND
" Electrostatique T 1 et T 2".
Masson Paris 1966.
- /8/ - A. NICOLAS
" Application de la méthode des équations intégrales de
frontière à la modélisation des phénomènes d'induction"
thèse de Doctorat d'Etat - és-sciences
Ecole Centrale de Lyon 1983.
- /9/ - M. CHABANE
" Utilisation d'une méthode intégrale pour l'étude et
l'optimisation des machines asynchrones à rotors massifs".
Doctorat de l'INPL Nancy 1989.