

lex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Génie Civil

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

CALCUL AUTOMATIQUE DES FONDATIONS SUR PIEUX

Proposé par :

SAPTA

Etudié par :

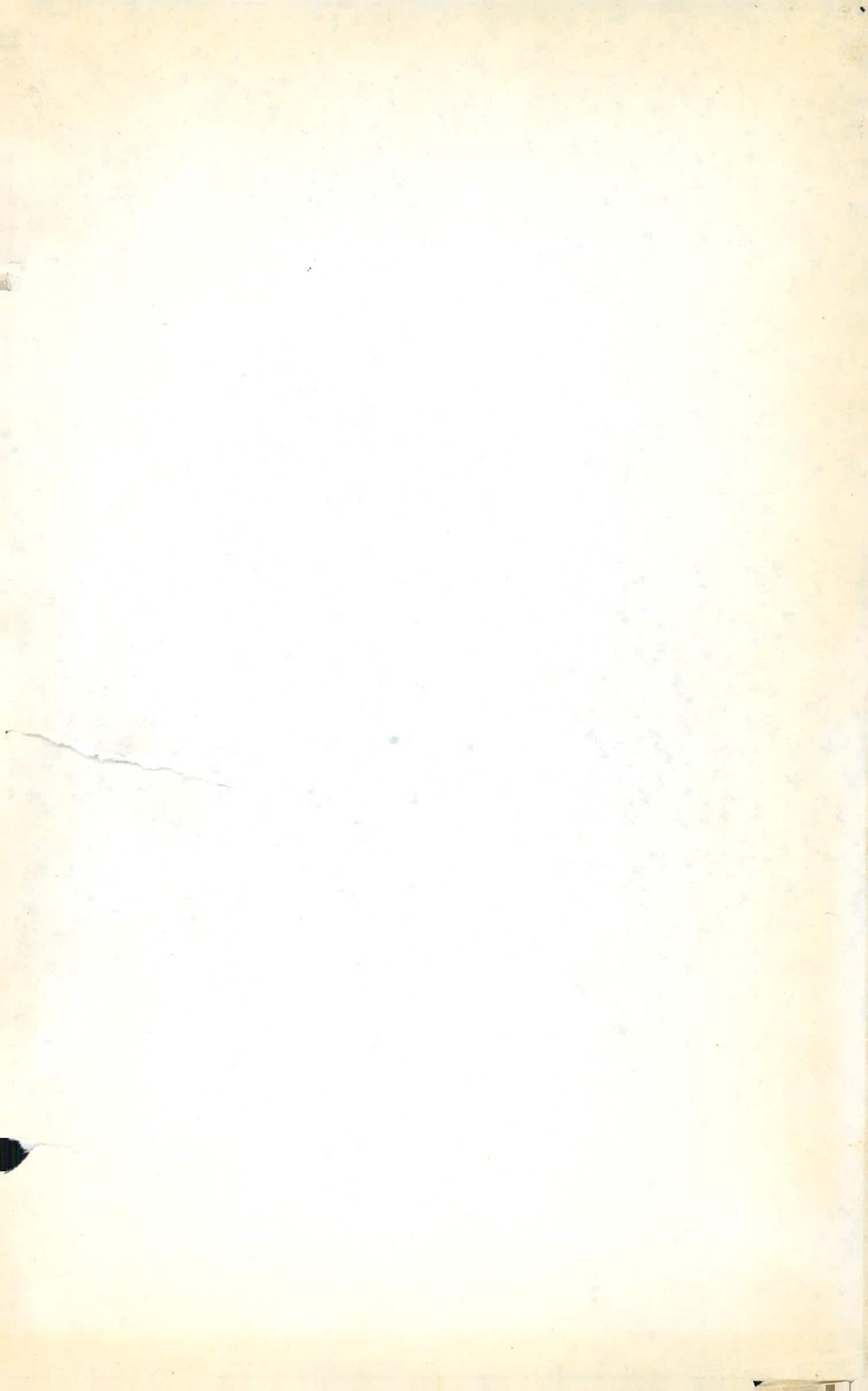
— BENRABAH AMINA

— ALLAG KHEDIDJA

Dirigé par :

ZEGHLACHE. B

PROMOTION : JUIN 1986



*** Dédicaces ***

J'aimerais dédier ce modeste travail à :

- * Mes tendres parents.
- * Mes sœurs, frères et beau-frères.
- * Mes neveux Fatah et Ryma.
- * Hammiche Y., Ammari A., Moula A. et à tous mes amis(es)

*** Aminas ***

Je dédie ce modeste travail à :

* Mes parents, dont je me permet d'écrire le nom en tête de ce projet car c'est à eux surtout que j'en dois la réalisation. Qu'ils acceptent donc ici l'hommage de mon plus grand respect, qui, si grand qu'il puisse être ne sera jamais à la hauteur de leur dévouement.

- * Mes sœurs, frères et beau-frères
- * Tous mes amis(es)

*** Khedidja ***

* * * R E M E R C I E M E N T S * * *

Nous tenons à remercier vivement tous ceux qui ont participé à l'élaboration et à la réalisation de ce travail.

Nous remercions plus particulièrement :

Monsieur ZEGHLACHE pour les conseils judicieux qu'il nous a prodigués.

Monsieur BELMAHDI H. Ingénieur à la S.A.P.T.A. pour son aimable et précieuse collaboration.

Messieurs REZKELLAH, KETFI, Mohamed Chérif, BELAZOUGH, KORDJANI, BLOUD et Mme. CHERID pour leurs disponibilités continuelles.

Mesdames BENCHAIEB et IRZOUNI qui n'ont pas ménagé leurs efforts pour assurer la frappe et la mise au point de ce polycopié.

A. BENRABAH

K. ALLAG.

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

وزارة التعليم العالي

Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

Departement: Genie -Civil

مصلحة: الهندسة المدنية

Promoteur : Zeghlache

موجه: زغلياش

Eleve Ingenieur: Allag-Benrabah

تلميذ مهندس: علاء قـ حـ ربيع

الموضوع: "الحساب الآلي للأسس فوق السد عائم"
الملخص: موضوع بحثنا يدور حول إدخال البرمجة الآلية لحساب
الأسس المقامة فوق السد عائم تتضمن دراستنا في جعلها برنا مجين
يسمح أولهما بتعيين مختلف الجهدات والتشوهات في أية نقطة
من جوانب دعامة ما من مجموعة السد عائم المكونة للأسس
أما البرنا مج الثاني فهو يسمح بتسليح المقاطع الدائرية
الواقعة تحت تأثير عزوم قوة و جهد عمودي ويقوم في آن واحد
بمختلف التحاليل تبعاً للقوانين العامة للبحوث المسلخ
لسنة 78 (CCBA 78)

Sujet : Calcul automatique des fondations sur pieux

Resume: Notre sujet de fin d etude porte sur le calcul automatique des fondations sur pieux . Il comporte 2 programmes:

Le 1er= permet de determiner les efforts et deformations le long du fut du pieu.

Le 2em programme permet de ferrailer des sections circulaires soumises a la flexion composee non deviee et etablit les verifications selon les hypotheses du reglement CCBA 68

Subject: The automatic computing of a foudations on piles

Abstract: Our project of last studies have for object the automatic computing of a foudations on piles.The project includ two(2)programmes.

The first permit to determin the strains and deformations all along off piles

The second programme permit to clash swords all circular section.The

verification is lead in accordance with the CCBA 68 settlement.

-- S O M M A I R E --

	<u>Pages</u>
I. PRESENTATION	1
II. INTRODUCTION	2
1. Rôle des pieux	2
2. Classification des pieux	
1ère Partie RAPPELS THEORIQUES SUR LES PIEUX	
III. RAPPEL THEORIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES PIEUX	3
3.1. Etude d'un pieu isolé	3
3.1.1. Introduction	3
3.1.2. Comportement d'un pieu sous charges axiales	3
3.1.3. Pieu fléchi	20
3.1.4. Pieux soumis à des efforts parasites	27
3.2. Comportement d'un groupe de pieux	31
2ème Partie : PROGRAMME " FOND " -	
IV. PRESENTATION GENERALE DU PROGRAMME	34
4.1. Hypothèses prises en compte	34
4.2. Données à introduire	36
4.3. Résultats présentés par le programme	39
4.4. Présentation du modèle utilisé	40
V. ETUDE THEORIQUE DU PROGRAMME	42
5.1. Matrice de transfert	47
5.2. Coefficients de rigidité - Matrice de rigidité	51
5.3. Détermination des efforts et déformations en tête de pieu	51
5.4. Calcul des efforts et déformations le long du fût du pieu	57.

VI. ANALYSE INFORMATIQUE 58

3ème. Partie : PROGRAMME "FCCBA"-

IV. PRESENTATION GENERALE DU PROGRAMME "FCCBA" 63

7.1. Rappels 66

7.2. Données à introduire 67

7.3. Résultats présentés par le programme 68

VIII. ETUDE THEORIQUE DU PROGRAMME 68

8.1. Détermination des efforts internes 69

8.2. Détermination de la position de l'axe neutre 70

8.3. Détermination des contraintes 73

8.4. Vérification des contraintes 74

IX. ANALYSE INFORMATIQUE 75

X. CONCLUSION 82

ANNEXES.

I. PRESENTATION :

Le présent sujet de fin d'études nous a été proposé par la Société Algérienne des Ponts et Travaux d'Art (SAPTA). Il consiste en l'élaboration de 2 programmes de calcul automatique des fondations sur pieux.

Le premier programme permet de déterminer la répartition des efforts et déformations le long des fûts des pieux à partir des efforts auxquels se trouve soumise la semelle de liaison de la fondation. Le calcul sera mené selon la méthode des coefficients croisés et des matrices de transfert.

Le second programme porte sur le ferrailage des sections circulaires en général. La vérification des contraintes sera faite selon le règlement CCBA 6 8.

Le langage de programmation utilisé est le BASIC, abréviation de Beginners ALL Purpose Symbolic Instruction Code soit en français Code d'instructions symboliques tous usages pour débutants.

Le micro-ordinateur utilisé est le HEWLETT PACKARD 260 de capacité mémoire 64 Koctets.

**** 1ère Partie ****

RAPPELS THEORIQUES SUR LES PIEUX

II. INTRODUCTION

1. Rôle des Pieux

Une fondation a pour rôle de transmettre au sol, les efforts provenant de la structure. Elle doit donc reposer sur un sol résistant qui doit assurer la stabilité de l'ouvrage. Il arrive que les couches superficielles soient de mauvaise qualité, on a alors recours à une fondation profonde. Les pieux sont des éléments de construction à section circulaire ou polygônale, de grande longueur, qui constituent une solution de fondation profonde.

2. Classification des Pieux

1. Selon le mode d'exécution (D.T.V 13-2.1978).

* Pieux façonnés à l'avance

- Pieux en béton armé
- Pieux en béton précontraint
- Pieux métalliques

* Pieux à tube battu exécutés en place

* Pieux forés

* Pieux foncés

* Pieux spéciaux

2. Selon le mode de travail

* Pieux travaillant en pointe

* Pieux travaillant au frottement latéral

* Pieux travaillant en pointe et au frottement latéral

3. Selon le matériau constitutif

* Pieux en bois

* Pieux en maçonnerie

* Pieux en acier

* Pieux en béton.

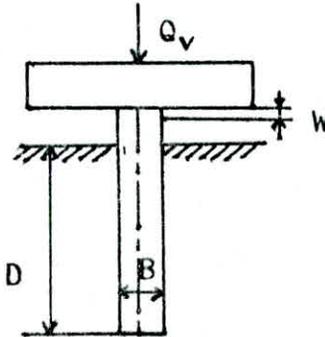
III. RAPPEL THEORIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES PIEUX

3.1. Etude d'un pieu isolé

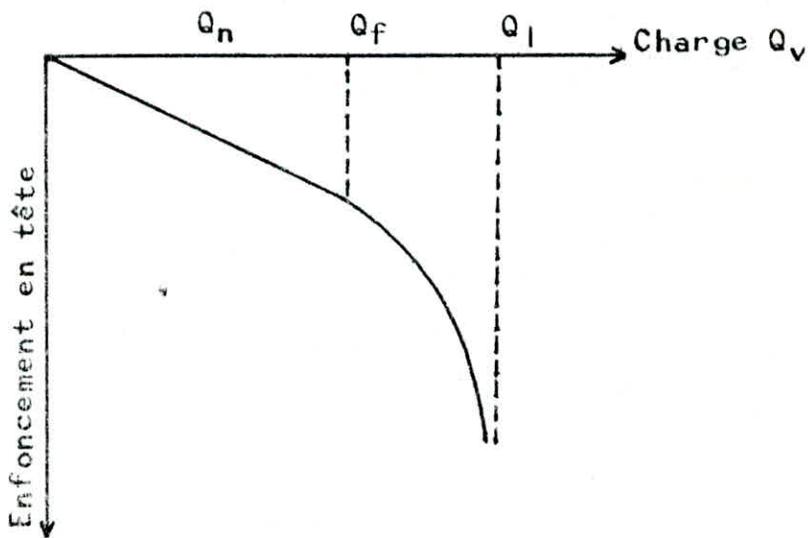
3.1.1. Introduction :

Dans la pratique, les pieux s'utilisent en groupe, aussi est-il rare de trouver un pieu isolé mais le comportement de ce dernier peut aider à comprendre les phénomènes qui accompagnent les groupes de pieux et à calculer ces derniers par des considérations empiriques.

3.1.2. Comportement d'un pieu sous charges axiales :



Considérons un pieu de diamètre B , ancré à une profondeur D dans le sol et appliquons lui une charge Q_v en tête. La courbe charge enfoncements en tête à l'allure suivante :



Avec :

Q_f : Charge de fluage correspondant au changement de pente de la courbe charge - tassement.

Q_l : Charge limite maximale que peut supporter le pieu

Q_n : Charge nominale.

Il convient de remarquer que 2 types de rupture peuvent apparaître pour une fondation profonde;

- Rupture du corps de fondation : la contrainte admissible du matériau constitutif est dépassée.
- Rupture du terrain porteur: Ceci se traduit par un tassement important pour des petites variations de charge.

Il faut donc s'assurer, pour un bon fonctionnement de la superstructure qu'on est à l'abri de ces 2 ruptures.

Dans ce qui suit, la rupture que l'on considérera est relative au sol. Au moment de la rupture, la charge Q_l est équilibrée par les réactions limites du sol:

- Résistance unitaire due au sol sous la pointe du pieu q_p
- Résistance unitaire due au frottement du sol sur le fût du pieu T_f

Soit A_p la section de la pointe du pieu et A_f la surface latérale du fût du pieu

$$\text{On aura : } Q_l = Q_p + Q_f$$

$$\text{Ou encore } Q_l = A_p q_p + A_f T_f$$

Le problème consiste à déterminer la charge nominale Q_n à appliquer au pieu pour qu'il n'y ait pas rupture. Elle s'obtient en affectant un coefficient de sécurité à la charge Q_l de rupture d'où la notion de capacité portante.

Détermination de la capacité portante,

En général, la capacité portante est déterminée soit par :

1. Interprétations d'essais à savoir :

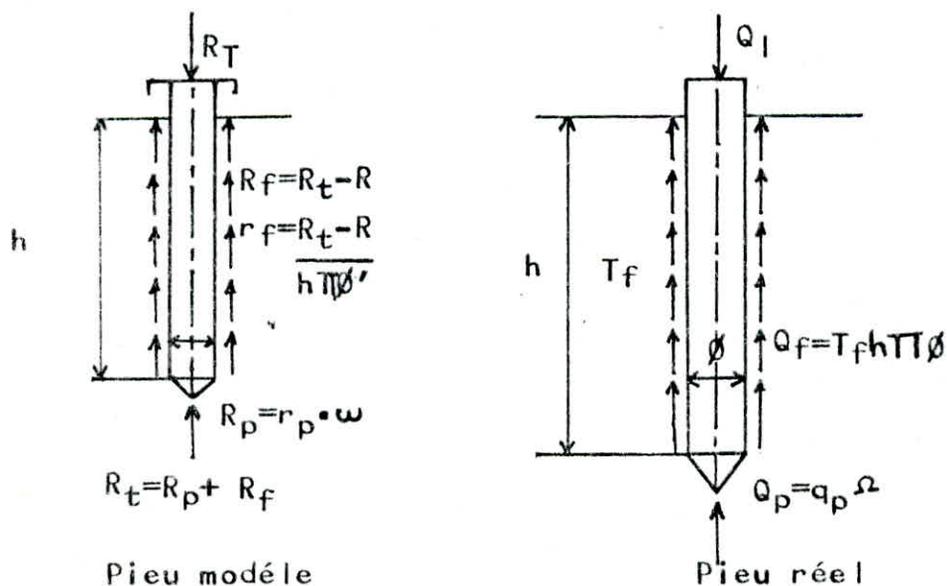
- essai au pénétromètre statique
- essai au pénétromètre dynamique - formules de battage
- essai préssiométrique
- essai de chargement

2. Calcul à partir des formules "Statiques"

a) Calcul de la capacité portante à partir de l'interprétation des différents essais

1). Essai au pénétromètre statique :

Il est surtout utilisé dans le cas des pieux de faibles diamètres et consiste à enfoncer dans le sol à vitesse constante un pieu modèle de diamètre 30 à 100 mm. L'appareil est muni d'un dispositif permettant de mesurer l'effort de pointe et de frottement latéral en fonction de la profondeur.



Q_l : Charge limite du pieu

Q_p : Effort de pointe relatif au pieu

Q_f : Effort de frottement latéral relatif au pieu

q_p : Résistance unitaire de pointe du pieu,

T_f : Frottement latéral unitaire sol-pieu

R_t : Effort total appliqué au pénétromètre

R_p : Effort de pointe relatif au pénétromètre

R_f : Effort de frottement latéral relatif au pénétromètre

r_p : Résistance unitaire de pointe du pénétromètre

r_f : Résistance unitaire de frottement latéral sol-pénétromètre

Ω : Section de la pointe du pieu

W : Section de la pointe du pénétromètre

Les résultats de l'essai sont donnés sous forme de 2 courbes représentant les variations de la résistance de pointe et celle de l'effort latéral en fonction de la profondeur.

- Interprétations des résultats :

A la rupture :

$$Q_l = Q_p + Q_f$$

En général, on adopte un coefficient de sécurité de 3 en pointe et de 2 en frottement latéral d'où la charge nominale Q_n

$$Q_n = \frac{Q_p}{3} + \frac{Q_f}{2}$$

ou encore :

$$Q_n = \frac{1}{3} q_p \frac{\pi \phi^2}{4} + \frac{1}{2} \pi \phi \sum_i T_{fi} h_i$$

h_i : hauteur de la couche i

1.1. Détermination du terme de pointe

L'expérience montre que le terme de pointe du pieu ne correspond pas à la résistance de pointe du pénétromètre. En effet, à partir d'une profondeur dite "profondeur critique" D_c , le terme de pointe du pieu ne croît plus avec la profondeur et reste pratiquement constant. Donc si on veut appliquer le principe de similitude en R_p et Q_p , il faut faire un choix quant à la valeur de R_p à considérer suivant que la profondeur critique soit atteinte ou non.

- Profondeur critique atteinte :

La méthode utilisée est celle de BEGEMANN. Elle suggère de prendre pour R_p la valeur moyenne suivante :

$$R_{pmoy} = \frac{1}{2} (R_{p1} + R_{p2})$$

avec :

R_{p1} : moyenne des résistances en pointe du pénétromètre sur une hauteur h_1 au dessus de la pointe du pénétromètre

R_{p2} : moyenne pondérée des résistances du pénétromètre sur une hauteur h_2 au dessous de la pointe telle que :

$$R_{p2} = \frac{R_{p1} + \dots + R_{pn} \cdot n}{2h}$$

- Valeurs de h_1 et h_2 :

En pratique, h_1 et h_2 sont limitées aux valeurs suivantes :

* Sols pulvérulents :

$$h_1 = 6 \phi$$

$$h_2 = 3,5 \phi$$

* Sols cohérents

$$h_1 = \phi$$

$$h_2 = \phi$$

b. Profondeur critique non atteinte ,

On applique la méthode de VAN-DER-WEEN qui suggère de prendre la moyenne des résistances sur une hauteur a ϕ au dessus de la pointe et b ϕ au dessous d'où :

$$R_p \text{ moy} = \frac{1}{(a+b) \phi} \int_{-b \phi}^{a \phi} R_p)_z dz$$

La résistance à rupture de pointe du pénétromètre sera alors :

$$Q_{pr} = K \cdot R_p \text{ moy}$$

K: coefficient réducteur égal à :

- 1 pour les argiles et les marnes
- 0,9 pour les limons, argiles sableuses et sols lâches
- 0,8 pour les sables moyennement compacts
- 0,7 pour sables compacts

1.2. Détermination du terme de frottement latéral

Contrairement au terme de pointe, une similitude peut se faire dans le cas du frottement latéral sur les tiges du pénétromètre et le frottement latéral sur le fût du pieu

$$Q_f = R_f \cdot \frac{\phi}{\phi'}$$

Néanmoins, la nature du frottement sol-pénétromètre (acier) et sol-pieu (béton) fait qu'en pratique, cette formule n'est jamais utilisée qu'on préfère relier le frottement latéral sur le fût du pieu à une profondeur z à la résistance de pointe du pénétromètre mesurée à cette profondeur.

Exemple :

Pour les pieux en béton - armé :

$$T_f = \frac{R_p}{50} \quad \text{dans les argiles}$$

$$T_f = \frac{R_p}{60} \quad \text{dans les limons et sables intermédiaires}$$

$$T_f = \frac{R_p}{100} \quad \text{dans les sables moyennement compacts}$$

2. Essai au pénétromètre dynamique - Formules de battage

Il consiste à enfoncer dans le sol par battage des tiges métalliques à l'aide d'un mouton tombant en chute libre. Les résultats de l'essai sont soit des courbes donnant le nombre de coups qui permettent l'enfoncement de 10 cm de la tige soit la résistance

R_{dyn} déduite à partir des formules de battage.

Interprétation des résultats - Formules de battage

$$Q_n = \frac{R_{dyn} \cdot \Omega}{\Gamma}$$

Ω : Section du pieu

Γ : Coefficient réducteur tenant compte de ce que la résistance à la rupture est calculée sous sollicitations dynamiques.

Détermination de R_{dyn} :

1- Formule du Hollandais : (= 6)

$$R_{dyn} = \frac{WM}{e(M+P)} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{M^2h}{e(M+P)} \cdot \frac{1}{W}$$

M : Poids du mouton

P : Poids du mouton et de ses accessoires

W : Energie de battage

e : Refus du pénétromètre (enfoncement moyen sous une valée de 10 coups).

ω : Section de la pointe du pénétromètre.

2. Formule de Gandall ($\Gamma = 6$)

$$R_{dyn} = \frac{WM}{(e + \frac{e_1}{2})(M + P)} \cdot \frac{1}{\omega}$$

e_1 : Refus élastique mesuré en tête du pénétromètre ou donné par des formules suivant le matériau utilisé. Il représente la différence entre l'enfoncement maximal sous un coup de mouton et l'enfoncement subsistant après la détente élastique du mouton.

3. Formule de Delmag ($\Gamma = 3$)

$$R_{dyn} = \frac{WM}{(e + CL)(M + P)} \cdot \frac{1}{\omega}$$

e : enfoncement unitaire par coups en mm

L : longueur du pénétromètre en m

C : coefficient d'élasticité

Remarque :

L'utilisation des formules de battage implique qu'il y a équivalence entre la résistance R_{dyn} du pieu quand il est enfoncé sous le choc du mouton et sa résistance quand il est enfoncé sous une charge Q . Or ce sont 2 phénomènes bien différents l'un étant dynamique, l'autre statique.

3. Essai Préssiométrique :

L'essai consiste à introduire dans un forage fait dans le sol une sonde cylindrique dilatable radialement qui provoque une mise en charge latérale du terrain.

L'application de cet essai aux fondations profondes a fait l'objet de certaines règles établies par M. Ménard.

3.1. Détermination de la résistance de pointe limite :

Elle est déterminée à partir de la pression limite pressiométrique P_l (horizontale) mesurée au même niveau par :

$$q_r - q_0 = K (P_l - P_0)$$

avec :

- P_0 : Pression horizontale totale (sur un plan vertical) des terres au moment de l'essai
- q_0 : Pression verticale totale (sur un plan horizontal) des terres au niveau de la fondation avant sa construction.

P_0 est déterminée par :

$$P_0 = U + (\sigma - U) K_0.$$

- σ : contrainte verticale totale au moment de l'essai au niveau de la fondation
- U : Pression de l'eau au niveau de la fondation
- K_0 : Coefficient de pressions des terres au repos

En général : $K_0 = 0,5$

* Détermination de la pression limite à prendre en compte :

Soit R le rayon du pieu :

- Si $2R > 1m$

$$P_l = \sqrt[n]{P_l(-3R) \times P_l(-2R) \times \dots \times P_l(R) \times \dots \times P_l(3R)}$$

$$= \sqrt[\frac{i=3}{i=-3}]{P_l(iR)}$$

où n désigne le nombre des P_l pris en compte.

- Si $2R < 1$ m :

$$P_l^* = \sqrt[3]{P_{l1} \times P_{l2} \times P_{l3}}$$

P_{l1} : Pression limite à un mètre au dessus de la base du pieu

P_{l2} : Pression limite au niveau de la base de la fondation

P_{l3} : Pression limite à un mètre au dessus de la base.

* Détermination du facteur de portance K :

En général K est donné par des abaques. Il dépend de la nature du sol, de la nature du pieu et de la profondeur d'encastrement h_e donné par :

$$h_e = \sum_i h_i \frac{P_{li}}{P_{le}}$$

h_i et P_{li} sont respectivement la hauteur et la pression limite horizontale relatives à la couche i .

3.2. Détermination du frottement latéral :

Le frottement latéral du fût du pieu est dans le cas de cet essai relié directement à la pression limite P_{le} mesurée au même niveau

On utilise le graphique suivant conformément aux recommandations L-C-P-C. SETRA à savoir :

* Sols cohérents :

- La courbe A est à utiliser quelle que soit la position de la section considérée.
- Dans le cas général des pieux en béton sans chemise, on utilise A
- Dans le cas des pieux à béton à chemise perdue en acier, on appliquera par rapport à la courbe A une réduction de 50 %
- Dans le cas des pieux en acier battus, la réduction sera de 25 %

* Sols pulvérulents

- Pieux préfabriqués battus ou à tube battu fermé :

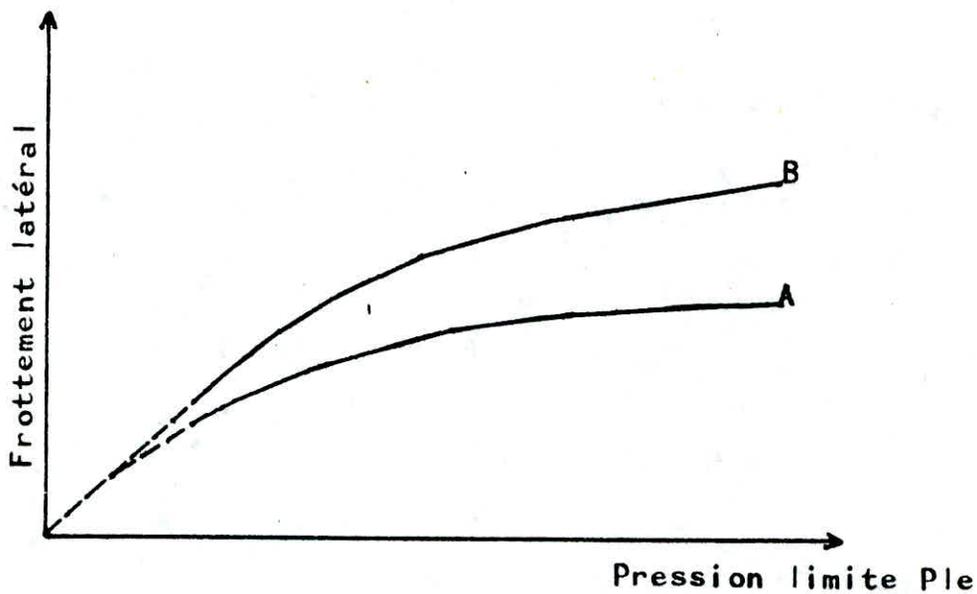
En béton : courbe B

En acier : Courbe A

- Pieux forés, pieux à tube battu ouvert :

En béton : Courbe A

En acier : Courbe A avec réduction de 50 %



1.4. Essai de Chargement :

C'est la méthode la plus précise mais la plus onéreuse. C'est un essai en vraie grandeur, effectuée sur le site même de la fondation sur un pieu identique à ceux de la fondation. Nous n'exposerons ci-après, que le mode opératoire du L-C-P-C (Mai 1970).

- Mode opératoire L-C-P-C-

L'essai est réalisé en 2 jours :

1er jour, chargement jusqu'à la charge nominale Q_n , calculée par l'une des méthodes précédentes, en 5 paliers de $Q_n/5$. Chaque palier est maintenu pendant 90 mn, puis déchargement complet selon les mêmes paliers maintenus pendant 15 mn chacun.

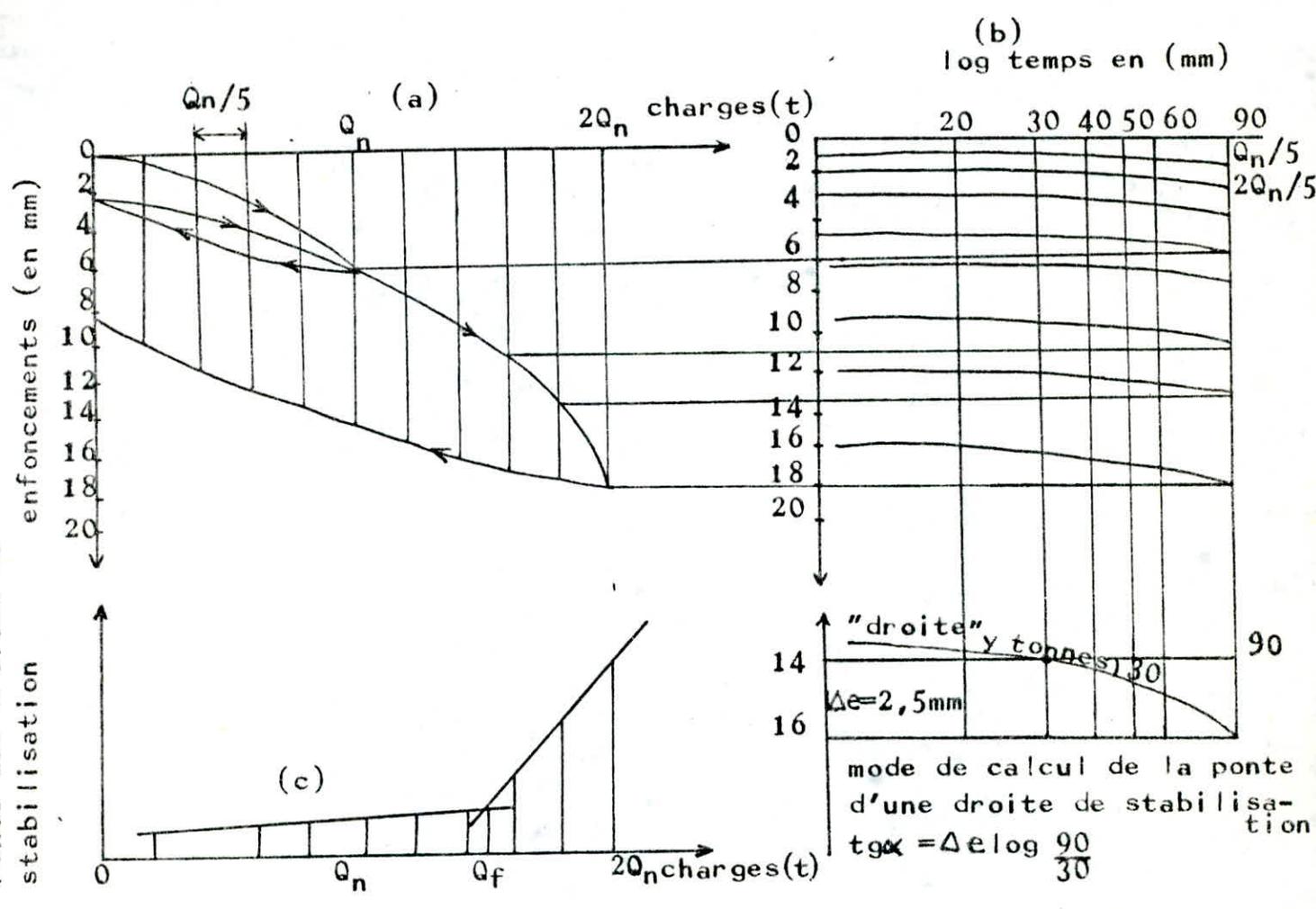
2ème jour: chargement jusqu'à $2 Q_n$ en 10 paliers de $Q_n/5$ puis déchargement complet selon les mêmes paliers maintenus pendant 15 mn chacun.

On mesure l'enfoncement de la tête du pieu pendant chaque palier pour les 2 cycles selon la chronologie suivante :

- Chargement : (0-0,5-1-2-3-4,5-10-15-20-25-30-45-60-75-90)mn
- Déchargement : (1-2-5-10-15)mn.

Les résultats de l'essai sont présentés sous forme de 3 courbes.

- Courbe enfoncements -charge: pour chaque palier, on porte l'enfoncement correspondant à la fin des 90 mn (a)
- Courbe de stabilisation : pour un palier donné on porte :
 - En abscisses sur une échelle logarithmique, le temps de mesure d'enfoncement de 90 mn.
 - En ordonnées les enfoncements mesurés correspondants (b)
- Courbe charge pente des droites de stabilisation
 - abscisses : charges des paliers
 - ordonnées : pente des droites de stabilisation correspondant à ces paliers mesurées sur la courbe de stabilisation (c).



Détermination de la charge de fluage d'un pieu -Mode opératoire

L-C-P-C-

Le tracé des courbes permet de déterminer la charge de fluage puis la charge nominale par :

$$Q_n = (0,6 \div 0,8) Q_f$$

b. Détermination de la portance par des formules statiques

En réalité, il n'existe pas de formules spécifiques aux fondations profondes du fait de la complexité de l'action simultanée du terme de pointe et du terme de frottement latéral. On étend alors aux fondations profondes, les formules des fondations superficielles. Ces formules nécessitent la connaissance, par des essais de laboratoire, des paramètres γ, γ', C et ψ du sol

2.1. Détermination du terme de pointe

On applique la formule de Terzaghi pour les fondations superficielles pour une semelle circulaire en négligeant le terme de surface.

D'où

$$Q_p = \frac{\pi \phi^2}{4} (\gamma D N_q + 1,3 C N_c)$$
$$q_p = \gamma D N_q + 1,3 C N_c$$

avec :

C : Cohésion du sol

γ : Densité du sol

D : Profondeur d'ancrage

N_q : Terme de profondeur

N_c : Terme de cohésion

Des essais réalisés par MM. CAQUOT et KERISEL sur des pieux de petits diamètres permettent de prendre pour N_q et N_c les valeurs suivantes:

$N_q = 10^{3,7 \text{tg}\psi}$ pour les pieux de petits diamètres

$N_q = 10^{2,7 \text{tg}\psi}$ pour les pieux de diamètre proche de 32 cm

$N_q = \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) e^{\pi \text{tg}\psi}$ pour les pieux de diamètres très supérieurs à 32 cm.

$$N_c = \frac{N_q - 1}{\text{tg}\psi}$$

a- Sols cohérents

$$\psi = 0, C = C_u \text{ (non drainée), } N_q = 1, N_c = \pi + 2$$

d'où $q_p = \gamma D + 1,3 (2 + \pi) C_u$

b- Sols pulvérulents

$$\psi \neq 0, C = 0$$

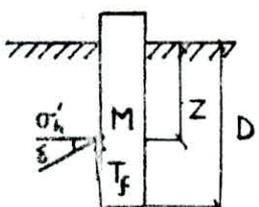
$$q_p = \gamma D N_q$$

Cette relation laisse supposer que q_p augmente linéairement avec la profondeur or on a vu qu'il n'en est rien dès que la profondeur critique est atteinte.

2.2. Détermination du terme de frottement latéral

a- Couche pulvérulente

Dans ce cas le pieu s'enfonce en refoulant le sol d'où l'apparition de la butée.



b = butée

σ'_h = contrainte horizontale effective à la profondeur z

δ = obliquité (angle de frottement "sol-matériau du pieu")

La butée en M vaut :

$$b = K_p \cdot \gamma \cdot z$$

K_p : Coefficient de butée fonction de la nature du matériau constitutif du pieu donc de l'obliquité δ

Le frottement unitaire au point M vaudra :

$$T_f(z) = K_p \gamma z \sin \delta$$

Pour avoir le frottement latéral limite, il suffit d'intégrer sur la hauteur D du fût de périmètre P.

$$Q_f = K_p \gamma \frac{D^2}{2} \cdot P \sin \delta$$

b- Couche cohérente

On évalue le frottement latéral unitaire à rupture T_f par :

$$T_f = \beta \cdot C_u$$

C_u : cohésion non drainée

β : coefficient d'adhérence dépendant de la nature du sol, nature du pieu et son mode de mise en place.

A titre d'exemple : BROMS suggère les valeurs suivantes pour β

Pieu \ C_u	$C_u < 0,5 \text{ bar}$	$C_u > 0,5 \text{ bar}$
Acier	0,5	0,1
Béton	0,8	0,3
Bois	1	0,5

Si S_{lat} désigne la surface latérale totale de la fondation, le frottement latéral total à rupture sera donné par :

$$Q_f = S_{lat} \cdot T_f$$

c- Couche cohérente et frottante

Dans ce cas, on utilise le théorème des états correspondants. La butée comportera un terme supplémentaire dû à la cohésion.

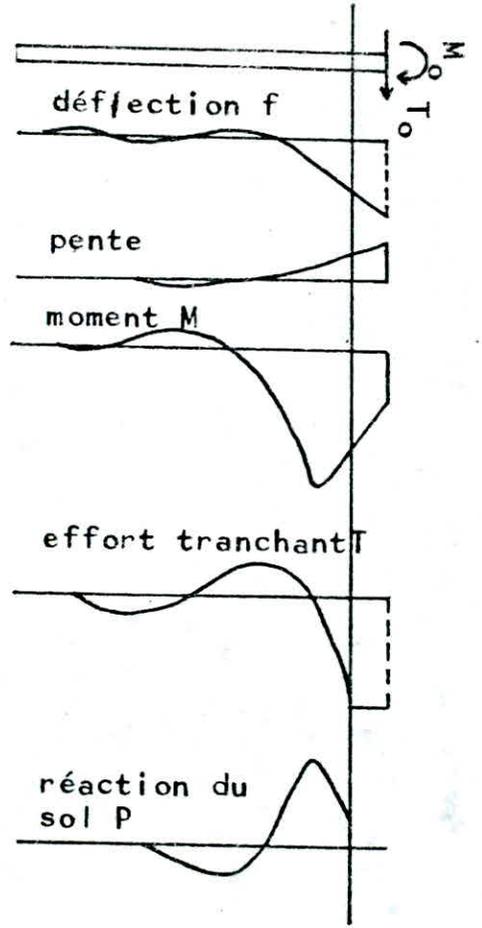
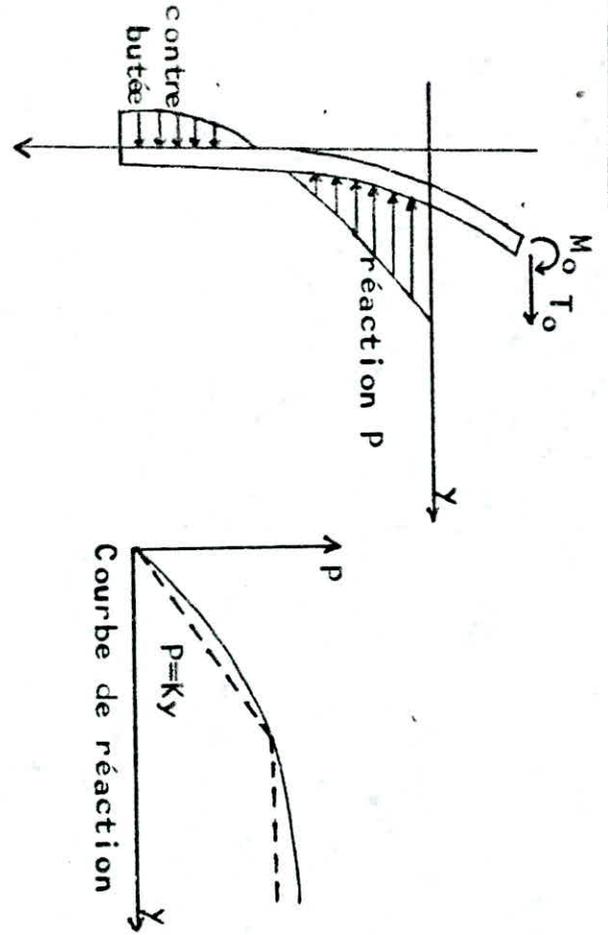
Le frottement unitaire limite sera :

$$T_f = \frac{\gamma D}{2} K_p \sin \delta + C K'_p \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \psi}$$

et le frottement latéral total sera :

$$Q_f = \left[\frac{\gamma D}{2} K_p \sin \delta + C K'_p \frac{\sin \delta}{\operatorname{tg} \psi} \right] D P$$

3.1.3. Pieu Fléchi



Pieu isolé sollicité horizontalement

Si on applique en tête du pieu une charge horizontale pouvant être combinée avec un moment, le pieu résiste en fléchissant c'est à dire qu'il va subir un déplacement y en tête. Il en résulte une réaction latérale P du sol.

Les caractéristiques d'une courbe de réaction $P = f(y)$ dépendent de 3 facteurs qui sont :

- nature de la couche dans laquelle se déplace la section considérée
- nature de l'effort appliqué

(expérimentalement, on a remarqué que les charges de longue durée ont un effet plus défavorable que les charges de courte durée)

- mode de mise en oeuvre du pieu.

Le problème principal pour le calcul des pieux fléchis consiste à dégager une loi de comportement du sol donc à prévoir la loi de réaction du sol.

3.1.3.1. Réaction du Sol :

On a souvent considéré, pour la détermination de la réaction latérale du sol que ce dernier était à l'état limite dans les zones de butée et de contre butée. On n'avait donc aucune estimation des déplacements horizontaux alors que ceux-ci doivent être limités pour la stabilité de la superstructure.

Pour ces raisons, de nouvelles méthodes basées sur la théorie du module de réaction de WINKLER ont été adoptées pour les pieux soumis à des efforts transversaux.

Ces théories supposent qu'il y a proportionnalité entre la pression horizontale à la profondeur z et le déplacement horizontal y que subit le pieu à cette même profondeur.

Soit $P = k y$

Le coefficient de proportionnalité "k" est dit coefficient de réaction horizontale du sol. Ceci revient à assimiler le pieu à une poutre reposant sur une infinité de ressorts verticaux.

Le coefficient de réaction horizontale du sol dépend de plusieurs facteurs qui sont :

- L'intensité de l'effort appliqué
- La vitesse et la durée de l'application des charges. Pour les charges de longue durée, le coefficient k est à diviser par 2.
- La répétition des charges
- Les vibrations aux alentours de l'endroit où est calculé k.

Module de réaction horizontale du sol

Plusieurs formules sont utilisées pour la détermination de k; nous en citons quelques unes ci-dessous

1° Pieu enfoui dans un massif pulvérulent :

Si la longueur (ou diamètre) ϕ du pieu est inférieure à 20 cm, on a

$$k = (750 D_R^2 + 225 D_R - 150) (0,16 - 0,086 \log_{10} \phi) \gamma_d \left(\frac{z}{1} \right)^n$$

Si la largeur (ou diamètre) ϕ du pieu est supérieure à 20 cm, on a :

$$k = (750 D_R^2 + 225 D_R + 150) \gamma_d \frac{1}{\phi} \left(\frac{z}{1} \right)^n$$

2° Pieu enfoui dans un massif cohérent

- $\phi \leq 20$ cm :

$$k = 7,8 C_R (1,87 - \log_{10} \phi) \left(\frac{z}{1} \right)^n$$

- $\phi > 20$ cm :

$$k = 96 \frac{C_R}{\phi} \left(\frac{z}{1} \right)^n$$

avec :

- D_R : densité relative, nombre sans dimension fonction du sol.
- C_R : consistance relative, nombre sans dimension fonction de la consistance du sol.
- l : Si la longueur du pieu enfoui dans le sol est inférieure à 5m l sera prise égale à la distance entre la surface du terrain et la pointe du pieu

sinon : $l = 5$ m

* n nombre sans dimension tel que :

- massif pulvérulent : $n = 1$
- massif cohérent : $n = 0$ si $C_R > 0,1$
 $n = 1$ si $C_R < 0,1$

Une bonne estimation de la valeur de k est donnée par les résultats de l'essai préssiométrique.

M. Ménard propose de déterminer k par :

$$\frac{1}{k} = \frac{1 + \nu}{3E} R_0 \left(2,65 \frac{R}{R_0} \right)^\alpha + \frac{\alpha}{3E} R$$

avec :

- ν : Coefficient de poisson égal en général à 0,33
- R_0 : Rayon de référence égal à 30 cm
- R : Rayon du pieu ou $\frac{1}{2}$ largeur de l'élément considéré
- E : Module préssiométrique de la couche considérée
- α : Coefficient rhéologique dépendant de la nature du sol et donné par le tableau suivant :

T Y P E	Tourbe		Argile		Limon		Sable		Sable et gravier		ROCHE	
	α	E/PI	α	E/PI	α	E/PI	α	E/PI	α	E/PI		
Surconsolidé ou très serré	-	>16	1	>14	2/3	>12	$\frac{1}{2}$	>10	1/3		trés peu fracturé	2/3
											normal	1/2
Normalement consolidée ou serré	1	9,16	2/3	8,14	1/2	7,12	1/3	6,10	1/4		trés fracturé	1/3
Sous consolidé altéré, remanié ou lâche	-	7,9	1,2	5,8	1/2	5,7	1/3				trés altérée	2/3

Remarques :

- Il faut tenir compte des variations de la teneur en eau en calculant le coefficient α en fonction des valeurs les plus basses de E/P
- Pour des pieux très rapprochés, la valeur de k diminue par suite de l'effet de groupe. On utilise les coefficients réducteurs de DAVISSON à savoir :
 - 25 % k pour un entr-axe de 3 diamètres
 - 100% k pour un entr-axe supérieur ou égal à 8 diamètres
- k n'est pas constant avec la profondeur et peut varier à l'intérieur d'une même couche.

Une autre évaluation approximative de k est donnée par :

$$k = \frac{E}{f\sqrt{S}}$$

avec :

E : module d'élasticité du sol (t/m^2)

S : Surface de la fondation en m^2

f : Coefficient sans dimension dépendant de la surface du sol.

3.1.3.2. Schéma de calcul

Il découle de la théorie du module de réaction de Winkler.

- Soit un pieu soumis en tête à un effort horizontal T_0 et (ou) à un moment fléchissant M_0 .

A une profondeur z , les équations de la flexion des poutres permettent de relier le moment fléchissant M , l'effort tranchant T , la réaction du sol P , le déplacement y par :

$$M = EI \frac{d^2y}{dz^2}, T = \frac{dM}{dz}, P = \frac{dT}{dz} = + \frac{d^2M}{dz^2} = + EI \frac{d^4y}{dz^4} = + ky$$

E : Module de Young

I : Module d'inertie du pieu

On aboutit à l'équation différentielle suivante ;

$$\frac{d^4y}{dz^4} + \frac{k \phi}{EI} y = 0$$

1) k Constant avec la profondeur

Dans ce cas, la solution générale de l'équation est :

$$y = e^x (a_1 \cos x + a_2 \sin x) + e^{-x} (b_1 \cos x + b_2 \sin x)$$

où :

$$x = z/l_0$$

$$l_0 = \sqrt[4]{\frac{EI}{k\phi}} = \text{longueur de transfert}$$

Les constantes a_1, a_2, b_1, b_2 sont déterminés à partir des conditions aux limites qui tiennent compte de la rigidité du pieu et de la liaison entre la tête du pieu et la semelle.

2) k Variant linéairement avec la profondeur :

$$k = a z$$

L'étude de ce cas a été faite par Davisson qui définit comme valeur de transfert T telle que :

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{a \phi}}$$

L'équation différentielle est dans ce cas :

$$EI \frac{d^4y}{dz^4} + az\phi y = 0$$

3.1.4. Pieux soumis à des efforts Parasites

Le pieu peut être soumis à des sollicitations résultant du déplacement du sol autour de lui. Il peut y avoir alors deux phénomènes dits "efforts parasites" qui agissent sur le pieu et gênent son comportement normal, ceci se produit lorsque le site de la fondation présente des terrains de mauvaise qualité, compressibles ou lorsqu'il y a apport de surcharges tels que les remblais.

3.1.4.1. Frottement négatif :

Il se traduit par une inversion du signe du frottement latéral agissant sur le pieu, suite au tassement d'une couche compressible du sol qui affecte les autres couches. Le sol tasse alors plus que le pieu produisant sur ce dernier une surcharge qu'il faut rajouter aux charges de longue durée car le frottement négatif est un phénomène à long terme.

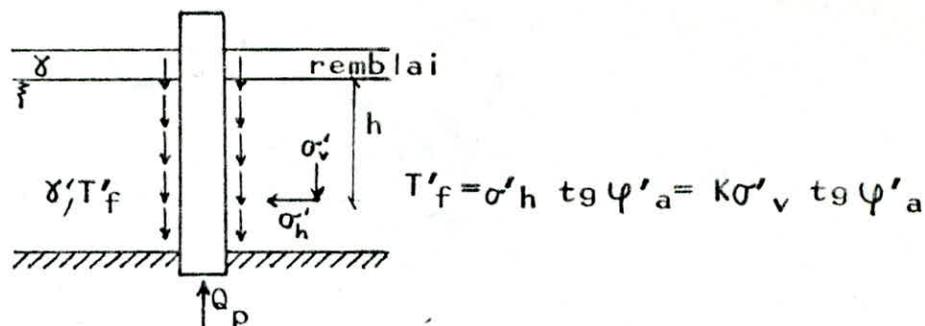
Le frottement négatif s'observe en particulier quand il y a :

- Chargement de la surface du sol
- Consolidation d'une couche compressible
- Drainage d'une couche compressible

De par sa complexité, toutes les méthodes qui tendent à évaluer la valeur du frottement négatif sont semi-empiriques. Nous citerons celle du L-C-P-C. Setra pour un pieu isolé et celle de DEBEER-WALLAYS pour les groupes de pieux.

a) Méthode LCPC SETRA

Elle est valable dans le cas de déplacements importants pour mobiliser la valeur maximale du frottement négatif (on néglige la cohésion).



σ'_v : Contrainte verticale effective des terres

σ'_h : Contrainte horizontale effective des terres

k : Coefficient de poussée latéral des terres

Le frottement négatif total sur une hauteur h sera :

$$Q'_f = \pi \phi k \operatorname{tg} \psi'_a \gamma h^2$$

L-C-P-C recommande les valeurs suivantes pour $k \operatorname{tg} \psi'_a$

* 0,20 à 0,25 dans la couche compressible (vase, tourbe)

0,30 dans les sols pulvérulents (sus jaçants)

0,05 pour les pieux métalliques enduits de bitume

b) Méthode de DEBEER-WALLAYS

Elle tient compte de l'effet d'accrochage du sol sur le groupe de pieux dans le cas des espacements situés entre 3 diamètres et 6 diamètres. Dans ce cas, il y a une réduction de σ'_v du fait de l'accrochage des couches supérieures au pieu.

La charge supplémentaire sur chaque pieu sera :

$$\Delta Q_f = \theta_1 A_1 \gamma h + \theta_2 A_2 \gamma' H$$

θ : Coefficient réducteur donné en fonction de A et de $K \operatorname{tg} \varphi'$ a par
des abaques en fonction de $\frac{A_1}{\phi h}$ et $\frac{A_2}{\phi h}$

Valeurs de A_1 et A_2

	Pieux d'angle	Pieux intermédiaires	Pieux intérieurs	Valeurs de a et b
A_1	$\frac{(a+0,9H)(b+0,9H)}{4}$	$\frac{a(b+0,9H)}{2}$	ab	limités à 9 H
A_2	"	"	"	limités à 0,45 h

Il existe certaines dispositions pratiques pour remédier aux désordres dus au frottement négatif :

- * Préconsolidation des sols mous avant la mise en place du pieu.
- * Choix de pieux à surface lisse
- * Diminuer le frottement sol-pieu en :
 - enduisant le pieu de bitume, bentonite
 - mettant sur les pieux métalliques une protection contre l'érosion.

3.1.4.2. Les Poussées latérales sur le pieux

Elles se produisent lorsque le sol se trouve soumis à de grands efforts horizontaux suite à une mauvaise qualité du sol en surface ou à un remblai dissymétrique aux abords de l'ouvrage fondé sur les pieux.

La méthode de TSCHEBOTARIOFF permet d'avoir une valeur de la poussée latérale.

On admet que la pression est maximale sur une largeur fictive égale à 2ϕ . Le moment maximum sera au milieu de la couche et vaut $M_{\max} = 0,067 \gamma h \phi H^2$

Cette méthode n'est pas applicable dans tous les cas, aussi a-t-on recours à certains moyens pour éviter les poussées latérales sur le pieu et qui sont :

- mise en place du remblai avant la mise en place du pieu.
- mise en place du remblai par étapes.
- utilisation de fondations à forte inertie dans le sens des efforts engendrés par les poussées latérales.

3.2. COMPORTEMENT D'UN GROUPE DE PIEUX

Notion d'effet de groupe

Le comportement d'un pieu faisant partie d'un groupe diffère de celui du pieu isolé suite à la variation des contraintes dans le sol due à la mise en charge du pieu. Il se crée une zone dite "zone d'influence" où l'effet d'un pieu se fait sentir sur les pieux l'entourant et situés dans cette zone. Dans les cas courants où les pieux sont assez rapprochés, plusieurs zones d'influence peuvent se chevaucher. Il s'ensuit que la charge supportée par l'ensemble du groupe est inférieure à la somme des charges supportées par chacun des pieux pris isolément. C'est ce qu'on appelle "l'effet de groupe". Cette effet dépend de la distance entre pieux, de la dimension des pieux et de la forme du groupe. Il faut noter aussi que l'effet de groupe n'est pris en compte que dans le cas des pieux flottants.

Prise en compte de l'effet de groupe

a. Coefficient d'efficacité

Le coefficient d'efficacité C_e est défini par :

$$C_e = \frac{\text{charge limite du groupe}}{n \times \text{charge limitée du pieu isolé}}$$

n étant le nombre de pieux

Il existe plusieurs formules évaluant C_e

- Formule de converse - labarre

$$C_e = \left[1 - \frac{\arctg(\phi/d)}{90^\circ} \right] \left[2 - \frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right]$$

ϕ : diamètre du pieu

d : entr-axe des pieux

m : nombre de files de pieux

n : nombre de pieux par files.

Si $C_e < 10\%$ l'effet de groupe est négligeable.

Si $C_e \approx 20\%$ l'effet de groupe est notable.

Si $C_e > 30\%$ l'effet de groupe est important.

- Formule de Los-Angeles

$$C_e = Q \cdot m \cdot n$$

avec :

$$Q = 1 - \frac{1}{\frac{\phi \cdot m \cdot n}{d}} \left[m(n-1) + n(m-1) + \sqrt{2} (m-1)(n-1) \right]$$

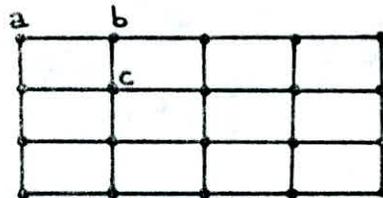
- Formule de seiler -Keeny

$$C_e = \left[1 - \frac{d}{2(d^2 - 0,1)} \frac{m+n-2}{m+n-1} \right] + \frac{0,3}{m+n}$$

b. Règle de Feld

Chaque pieu à pour charge portante, la charge du pieu isolé, diminuée d'autant de fois 1/16 de sa valeur qu'il y a de pieux voisins

Exemple :



- Pieu (a)

nombre de pieux voisins = 3 = réduction de $1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$

- Pieu (b)

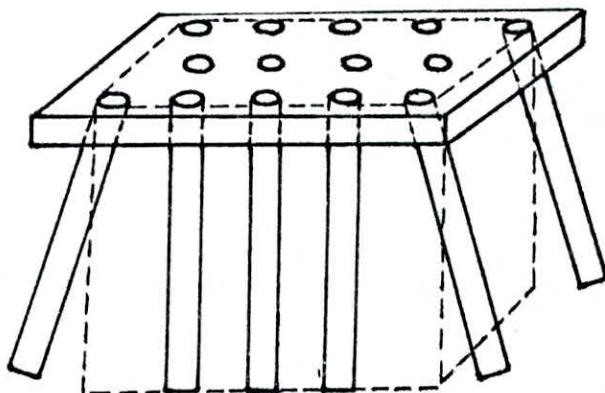
nombre de pieux voisins = 5 = réduction de $1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$

- Pieu (c)

nombre de pieux voisins = 8 = réduction de $1 - \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

c. Méthode de la file de Terzaghi

Elle consiste à considérer les pieux et le sol entre les pieux comme un bloc unique dans le cas où d/ϕ est petit. On calcule la portance du groupe comme un bloc enterré jusqu'à la pointe et limité par le périmètre extérieur du groupe. On prend comme valeur de la portance la plus petite des 2 valeurs Q bloc et $\sum_i Q_i$.



"Méthode de la pile cylindrique de Terzaghi"

**** 2ème Partie ****

PROGRAMME " FOND "

(Programme de calcul des fondations sur
pieux par la méthode des coefficients
croisés)

IV. PRESENTATION GENERALE DU PROGRAMME

Le programme de calcul électronique "Fond" est un programme de résistance des matériaux. Il permet de résoudre le problème général d'une fondation sur pieux qui nécessite souvent des calculs longs et fastidieux surtout dans le cas des systèmes hyperstatiques pour lesquels le nombre de files de pieux dépasse trois (03) files.

La méthode de calcul utilisée est la méthode des coefficients croisés qui fait intervenir l'interaction sol-pieux et pour laquelle les possibilités de calcul manuel deviennent très réduites.

Le programme "Fond" permet de déterminer les efforts et déformations ainsi que la pression du sol le long des fûts des pieux d'une fondation dont les conditions d'appui sont quelconques (libres, articulés, encastres).

Les charges sont transmises à la fondation à l'aide d'une semelle supposée infiniment rigide.

Le présent programme est composé de plusieurs sous-programmes pouvant être utilisés séparément par simple modification des données d'entrée.

Nous noterons enfin que "Fond" n'est pas un programme projecteur. Il nécessite au préalable un prédimensionnement manuel de la fondation.

4.1. Hypothèses prises en compte :

a . Hypothèses relatives aux pieux et à la semelle :

- La semelle de liaison est infiniment rigide
- Les pieux sont de section circulaire
- Les pieux sont tous identiques et ont même rigidité EI .
- Les pieux peuvent être droits ou inclinés d'un angle α .

- L'inclinaison α est la même pour tous les pieux d'une même file.
- Tous les pieux s'arrêtent à la même cote de fondation.
- L'ensemble des forces appliquées à la semelle est réduit à un torseur agissant au centre de gravité de celle-ci s'il existe, de composantes :
 N_s = Résultante des efforts verticaux (en tf)
 T_s = Résultante des efforts horizontaux (en tf)
 $M_s = M_x$ = moment suivant l'axe OX
- Les coefficients de rigidité $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \mu$ sont identiques pour tous les pieux droits et inclinés.

Remarques:

L'hypothèse consistant à admettre que tous les pieux ont mêmes coefficients de rigidité revient à négliger la différence de longueur entre les pieux verticaux et les pieux inclinés. La différence par rapport à un calcul exact de ces coefficients est négligeable surtout dans le cas où l'inclinaison α est faible.

b. Hypothèses relatives au sol :

- Le sol est supposé parfaitement élastique.
- Le sol est constitué de plusieurs couches horizontales.
- Le sol exerce une pression latérale proportionnelle au déplacement donnée par la relation : $P = -Ky$ où :
 P = pression unitaire en (t/m²)
 Y = Déplacement unitaire en (m)
 K = Module de réaction latérale en t/m³
- Le coefficient de réaction latérale du sol "k" est supposé constant pour une même couche.

4.2. Données à introduire :

Avant de "lancer" le programme "Fond", l'utilisateur doit connaître:

1. L'ensemble des forces appliquées à la semelle soit :

N_s = l'Effort vertical en tf.

T_s = l'Effort horizontal en tf.

M_s = Moment en tf.m.

2. Les éléments géométriques de la fondation (semelle-pieux) :

- Le nombre de files de pieux.

- Le nombre de pieux par file.

- Pour chaque pieu : -Le diamètre D en mètres

-Le module de déformation ou module d'Young E en tf/m².

- L'inclinaison α de la file de pieux
- La position de la file de pieux par rapport à l'origine soit 'Abs' en mètres.
- La condition de liaison en pied soit IPP (*) avec :
 - IPP = 0 Pour des pieux libres.
 - IPP = 1 pour des pieux articulés à leur base
 - IPP = 2 Pour des pieux encastres à leur base.
- Condition de liaison en tête soit IPS(*) avec :
 - IPS = 1 Pour des pieux articulés dans la semelle.
 - IPS = 2 Pour des pieux encastres dans la semelle.

3. Les caractéristiques du sol :

- Le nombre de couches de terrain traversé par les pieux de la fondation.

Les couches doivent obligatoirement être introduites du bas vers le haut (le nombre de couches est limité à 20 couches)

- Pour chaque couche j :

* Sa hauteur H_j en mètres

* Son coefficient de réaction latérale k_j en tf/m^3 .

4. Le pas de calcul relatif au découpage prévu pour le calcul des efforts et déformations le long des pieux.

* Définitions :

a) Pieu libre en pied :

Un pieu est dit libre en pied quand le sol dans lequel il se trouve n'est pas d'une grande qualité et que celle-ci ne s'améliore pas considérablement avec la profondeur. Ou bien lorsque le pieu a une très grande hauteur.

b) Pieu articulé en pied :

Un pieu est dit articulé en pied s'il est fiché sur $1/2$ à 1 diamètre dans un substratum de bonnes caractéristiques mécaniques, pouvant mobiliser une importante butée vis-à-vis d'un déplacement très faible.

c) Pieu encastré en pied :

Le pieu est dit encastré en pied lorsqu'il est fiché dans le même substratum précédemment décrit, sur une hauteur supérieure à un 1 diamètre.

d) Pieu articulé en tête :

Ce type de liaison en tête est valable pour des pieux de diamètres inférieurs à 60 cm travaillant essentiellement à l'effort axial.

e) Pieu encastré en tête :

Ce type de liaison est valable pour des pieux de diamètre supérieur à 60 cm. Les dispositions constructives doivent être telles que la liaison puisse être considérée comme un encastrement.

4.3. Résultats présentés par le programme :

Le programme "Fond" calcule à partir des données :

1) Les coefficients de rigidité en tête des pieux appelés également coefficients d'élasticité croisés soient ρ_1, ρ_2, ρ_3 ainsi que le coefficient d'élasticité longitudinale μ .

2) a) Pour la semelle :

Les déplacements transversal et longitudinal et la rotation du centre des coordonnées 0.

b) Pour chaque pieu :

- Les efforts appliqués en tête, dans le repère propre du pieu
- Les efforts et déformations le long du fût du pieu
- La pression latérale exercée par le sol sur le pieu.

4.4. PRESENTATION DU MODELE UTILISE :

4.4.1. Description géométrique de l'ensemble :

- Le plan de la face inférieure de la semelle de liaison est rapporté à un système d'axes orthonormés OXYZ (Repère global)
OZ est un axe vertical dirigé vers le bas (voir fig.1)
OX est un axe horizontale tel que OXYZ soit un trièdre direct
OY est un axe horizontal contenu dans le plan de symétrie de la fondation.

Le point O est généralement pris au centre de gravité de la semelle si celui-ci existe, sinon l'origine du repère est quelconque.

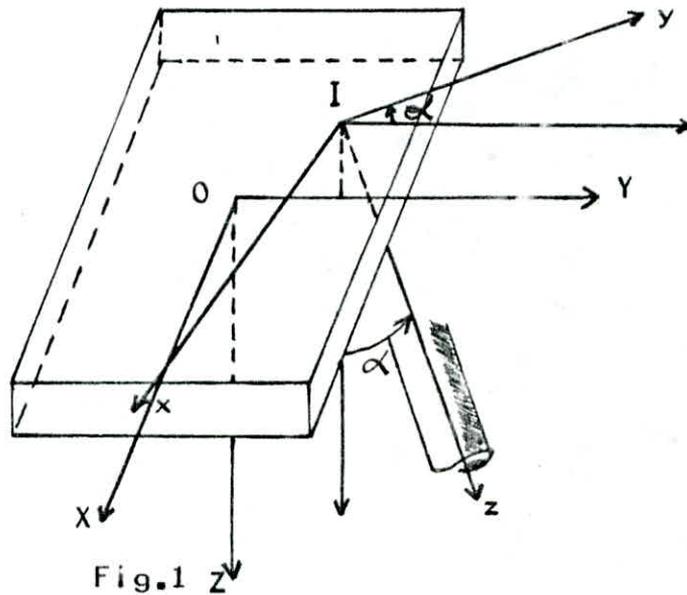


Fig.1 Z

- Chaque pieu I est caractérisé par un repère orthonormé local Ixyz dont l'origine I est l'intersection de l'axe du pieu avec le plan OXY - (fig. 1).
- Oz axe confondu avec l'axe du pieu et dirigé vers sa base, il est obtenu à partir d'un axe IZ parallèle à OZ par une rotation d'angle égal à α .
- O_y: cet axe est obtenu également par une rotation d'angle α d'un axe IY parallèle à l'axe OY du repère global.

- Ox : Axe perpendiculaire au plan formé par Oy et Oz .

4.4.2. Convention de signe :

- L'inclinaison α des pieux est comptée positivement dans le sens trigonométrique.
- L'effort normal est positif si c'est une compression.
- Le moment fléchissant est positif dans le sens des aiguilles d'une montre.
- L'effort tranchant est compté positivement suivant l'axe OY .
- La rotation ω suit le signe du moment fléchissant.

V. ETUDE THEORIQUE DU PROGRAMME :

5.1. Matrice de transfert :

Le pieu est assimilé à une poutre d'inertie constante reposant sur une infinité d'appuis élastiques rapprochés, de raideur:

$$K = k D$$

où : k : Coefficient de réaction latérale du sol

D : Diamètre du pieu

Un déplacement transversal "y" du pieu fait apparaître une densité de forces de rappel :

$$P = -kDy = -Ky$$

A partir de la résistance des matériaux nous avons :

$$M = EI \frac{d^2y}{dz^2} ; T = \frac{dM}{dz} ; P = \frac{dT}{dz} = EI \frac{d^4y}{dz^4} = -Ky$$

Par conséquent, la flèche "y" du pieu est l'intégrale de l'équation différentielle :

$$y^{(4)} + \frac{K}{EI} y = 0 \quad (3.1.)$$

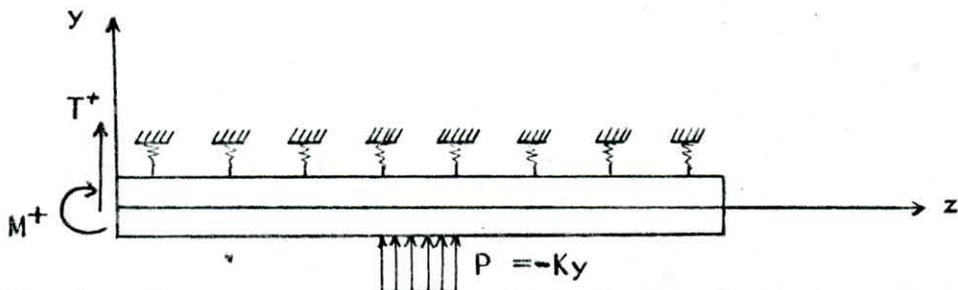


Fig 2-: Poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés.

En posant :

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{k \phi}}$$

"L" est appelée longueur de transfert. C'est une caractéristique du pieu et du sol.

On pose également : $u = z/L$

L'intégrale générale de l'équation différentielle (3.1) est de la forme :

$$y = AF_1 + BF_2 + CF_3 + DF_4 \quad (3.2)$$

Où A, B, C, D sont des constantes d'intégration et F_1, F_2, F_3, F_4 sont données par les relations suivantes :

$$F_1 = \text{chucosu}$$

$$F_2 = \frac{1}{2} (\text{Shucosu} + \text{chusinu})$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \text{Sh} u \sin u$$

$$F_4 = \frac{1}{4} (\text{chusinu} - \text{shu} \cos u)$$

A partir de ces expressions nous déduisons que :

$$\frac{dF_1}{du} = \text{Shucosu} - \text{chusinu} = -4 F_4$$

$$\frac{dF_2}{du} = \frac{1}{2} (\text{chucosu} - \text{shusinu} + \text{shusinu} + \text{chucosu}) = F_1$$

$$\frac{dF_3}{du} = \frac{1}{2} (\text{shucosu} + \text{chusinu}) = F_2$$

$$\frac{dF_4}{du} = \frac{1}{4} (\text{shu} \sin u + \text{chu} \cos u - \text{chucosu} + \text{shusinu}) = F_3$$

La rotation " ω " pour un point quelconque du pieu est donnée par :

$$-\omega = \frac{dy}{dz} = \frac{1}{L} \frac{dy}{du} = \frac{1}{L} \left(A \frac{dF_1}{du} + B \frac{dF_2}{du} + C \frac{dF_3}{du} + D \frac{dF_4}{du} \right)$$

$$-\omega = -4 \frac{AF_4}{L} + B \frac{F_1}{L} + C \frac{F_2}{L} + D \frac{F_3}{L}$$

Si l'on pose : $\bar{M} = M/EI$, $\bar{T} = T/EI$ et sachant que : $\bar{M} = \frac{d^2y}{dz^2}$, $\bar{T} = \frac{dM}{dz}$ nous pouvons vérifier

$$-\omega = -4 A \frac{F_4}{L} + B \frac{F_1}{L} + C \frac{F_2}{L} + D \frac{F_3}{L}$$

$$\bar{M} = -4 A \frac{F_3}{L^2} - 4 B \frac{F_4}{L^2} + C \frac{F_1}{L^2} + D \frac{F_2}{L^2}$$

$$\bar{T} = -4 A \frac{F_2}{L^3} - 4 B \frac{F_3}{L^3} - 4 C \frac{F_4}{L^3} + D \frac{F_1}{L^3}$$

Nous pouvons mettre ces relations sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} y \\ -\omega \\ \bar{M} \\ \bar{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(u) & F_2(u) & F_3(u) & F_4(u) \\ -4 \frac{F_4}{L}(u) & \frac{F_1}{L}(u) & \frac{F_2}{L}(u) & \frac{F_3}{L}(u) \\ -4 \frac{F_3}{L^2}(u) & -4 \frac{F_4}{L^2}(u) & \frac{F_1}{L^2}(u) & \frac{F_2}{L^2}(u) \\ -4 \frac{F_2}{L^3}(u) & -4 \frac{F_3}{L^3}(u) & -4 \frac{F_4}{L^3}(u) & \frac{F_1}{L^3}(u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

La condition en tête de pieu étant connue, nous pouvons donc déterminer le vecteur d'état relatif à la section d'abscisse nulle :

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ \omega(0) \\ \bar{M}(0) \\ \bar{T}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(0) & F_2(0) & F_3(0) & F_4(0) \\ -4 \frac{F_4}{L}(0) & \frac{F_1}{L}(0) & \frac{F_2}{L}(0) & \frac{F_3}{L}(0) \\ -4 \frac{F_3}{L^2}(0) & -4 \frac{F_4}{L^2}(0) & \frac{F_1}{L^2}(0) & \frac{F_2}{L^2}(0) \\ -4 \frac{F_2}{L^3}(0) & -4 \frac{F_3}{L^3}(0) & -4 \frac{F_4}{L^3}(0) & \frac{F_1}{L^3}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

d'où :

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(0) & F_2(0) & F_3(0) & F_4(0) \\ -4F_4(0)/L & F_1(0)/L & F_2(0)/L & F_3(0)/L \\ -4F_3(0)/L^2 & -4F_4(0)/L^2 & F_1(0)/L^2 & F_2(0)/L^2 \\ -4F_2(0)/L^3 & -4F_3(0)/L^3 & -4F_4(0)/L^3 & F_1(0)/L^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} -1 \\ -y(0) \\ -\omega(0) \\ \bar{M}(0) \\ \bar{T}(0) \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \text{Mat}(0) \begin{bmatrix} y(0) \\ -\omega(0) \\ \bar{M}(0) \\ \bar{T}(0) \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'état en un point d'abscisse z sera donné par :

$$\begin{bmatrix} y \\ -\omega \\ \bar{M} \\ \bar{T} \end{bmatrix} = \text{Mat}(z) \cdot \text{Mat}(0) \cdot \begin{bmatrix} y(0) \\ -\omega(0) \\ \bar{M}(0) \\ \bar{T}(0) \end{bmatrix}$$

Nous appelons

Matrice de transfert la matrice qui permet de passer d'une section (1) d'abscisse z1 à une section (2) d'abscisse z2 à l'aide des vecteurs d'état :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ -\omega_1 \\ \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} y_2 \\ -\omega_2 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{T}_2 \end{bmatrix}$$

En posant $\bar{K} = K/EI$ nous trouvons tous calculs faits :

$$\begin{bmatrix} Y_2 \\ -\omega_2 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2L & F_3L^2 & F_4L^3 \\ -\bar{K} F_4L^3 & F_1 & F_2L & F_3L^2 \\ -\bar{K} F_3L^2 & -\bar{K} F_4L^3 & F_1 & F_2L \\ -\bar{K} F_2L & -\bar{K} F_3L^2 & -\bar{K} F_4L^2 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \\ \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Matrice de transfert

Les fonctions F_i sont calculées au point d'abscisse $\frac{z_2 - z_1}{L}$

Remarque :

Dans le cas d'un sol de très mauvaise qualité, le coefficient de réaction prend des valeurs faibles et par conséquent le terme $u = z/L$ tend vers zéro, il est préférable de remplacer les expressions des fonctions F_i par le premier terme de leur développement en série entière soit :

$$F(u) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{F^{(n)}(0) u^n}{n!}$$

d'où :

$$F_1 = 1 \quad F_2 = u \quad F_3 = \frac{u^2}{2!} \quad F_4 = \frac{u^3}{3!}$$

Le programme "FOND" adopte ces expressions pour des valeurs de $u \leq 10^2$. L'erreur est alors inférieure au premier terme négligé parce qu'il s'agit là de séries alternées.

5.2. COEFFICIENTS DE RIGIDITE - MATRICE DE RIGIDITE

Soient ρ_1, ρ_2, ρ_3 les coefficients de rigidité appelés également coefficients d'élasticité croisés, et soit μ le coefficient d'élasticité longitudinale.

Nous avons par définition :

$$T = \rho_1 Y - \rho_2 \omega$$

$$M = -\rho_2 Y + \rho_3 \omega \quad \text{Réf: Fond 72 Pièce 5 Bis 1.}$$

$$N = \mu Z$$

$$\text{Avec : } \mu = \frac{ES}{H}$$

S = Section du pieu

H = Longueur totale du pieu,

Y = Déplacement transversal dans le repère local du pieu

Z = Déplacement longitudinal

ω = Rotation

$$\text{En posant : } \bar{M} = M/EI \quad \text{et} \quad \bar{T} = T/EI$$

Les expressions précédentes deviennent :

$$\bar{M} = \frac{-\rho_2}{EI} Y + \frac{\rho_3}{EI} \omega$$

$$\bar{T} = \frac{\rho_1}{EI} Y - \frac{\rho_2}{EI} \omega$$

La matrice R telle que :

$$\begin{pmatrix} \bar{M} \\ \bar{T} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} Y \\ -\omega \end{pmatrix}$$

est appelée matrice de rigidité

$$\text{d'où : } R = \begin{bmatrix} -\rho_2/EI & \rho_3/EI \\ \rho_1/EI & -\rho_2/EI \end{bmatrix}$$

Détermination des coefficients de rigidité en tête de pieu :

- Les coefficients de rigidité en tête du pieu nous permettent par la suite de déterminer les efforts et déformations le long du pieu, il est donc indispensable d'explicitier toute la démarche à suivre afin de calculer ces coefficients.

Soit le pieu représenté sur la figure ci-dessous, traversant un sol constitué par n couches, et soit P le pied de ce pieu.

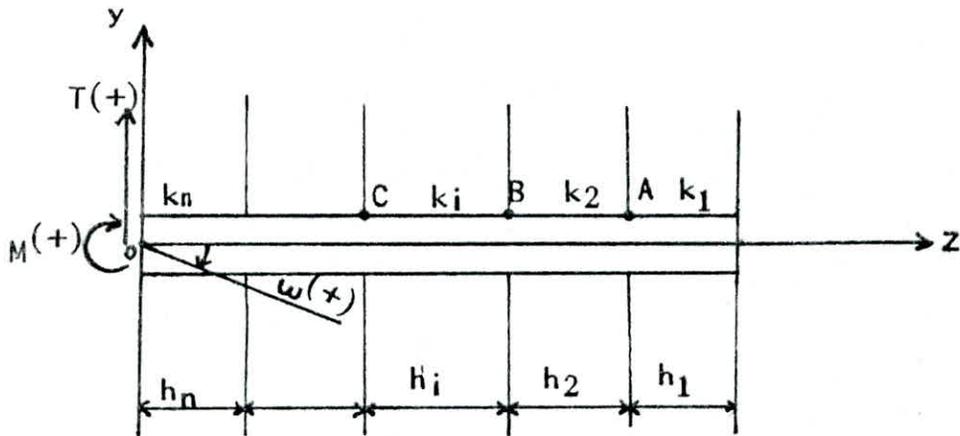


Fig. 3 :

Le coefficient de réaction latérale "k" varie d'une couche de sol à une autre, les coefficients croisés doivent donc être calculés pas à pas en haut de chaque couche à partir de la couche la plus profonde.

- Supposons que la matrice de rigidité R_2 soit connue au point d'abscisse z_2 et cherchons la matrice de rigidité R_1 au point d'abscisse z_1 .

En posant : $u = z_2 - z_1$

$$A = \begin{bmatrix} F_3 L^2 & F_4 L^3 \\ F_2 L & F_3 L^2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 L \\ -\bar{K} F_4 L^3 & F_1 \end{bmatrix}$$

l'expression de la matrice de transfert (réf 3.3) nous permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_2 \\ \bar{T}_2 \end{bmatrix} = -\bar{K}A \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{bmatrix} Y_2 \\ -\omega_2 \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Et sachant que :

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_2 \\ \bar{T}_2 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} Y_2 \\ -\omega_2 \end{bmatrix}$$

Nous trouvons tous calculs faits que :

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} = (B - R_2 A)^{-1} (\bar{K}A + R_2 B) \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

d'où l'expression de la matrice de rigidité R_1 cherchée

$$R_1 = (B - R_2 A)^{-1} (\bar{K}A + R_2 B) \quad (3.6.)$$

Nous pouvons donc déterminer la matrice de rigidité en haut de n'importe quelle couche du sol et par conséquent en tête de pieu à condition que celle-ci soit connue au point A (voir fig 3.)

- Détermination de la matrice de rigidité au point A :

Trois (03) cas possibles sont à envisager selon la condition de liaison en pied de pieu.

a - Pied libre : $M = 0$ $T = 0$

L'équation (3.1) nous permet d'écrire que :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\bar{K} A \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix}$$

d'où

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} = \bar{K} B^{-1} A \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} ; R_A = \bar{K} B^{-1} A$$

b- Pied Articulé : $M=0$ $Y=0$

A partir de la matrice de transfert (3.3) nous écrivons que :

$$\begin{bmatrix} Y_2 \\ \bar{M}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 L \\ -\bar{K} F_3 L^2 & -\bar{K} F_4 L^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_3 L^2 & F_4 L^3 \\ F_1 & F_2 L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix}$$

Si nous posons : $M=0, Y=0$ nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{T}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_3 L^2 & F_4 L^3 \\ F_1 & F_2 L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_1 & F_2 L \\ -\bar{K} F_3 L^2 & -\bar{K} F_4 L^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ -\omega_1 \end{bmatrix}$$

$$d'où : R_A = \begin{bmatrix} F_3 L^2 & F_4 L^3 \\ F_1 & F_2 L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_1 & F_2 L \\ -\bar{K} F_3 L^2 & -\bar{K} F_4 L^3 \end{bmatrix}$$

- c- Pied encastré : $\omega = 0$ $Y = 0$

En procédant de la même façon que pour un pied articulé mais en posant $\omega = 0$ et $Y = 0$, nous obtenons :

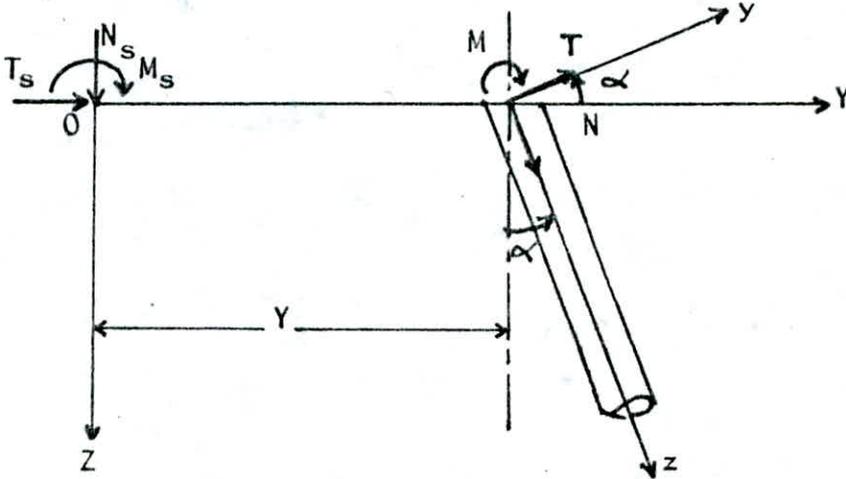
$$R_A = \begin{bmatrix} F_3 L^2 & F_4 L^3 \\ F_2 L & F_3 L^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_1 & F_2 L \\ -\bar{K} F_4 L^3 & F_1 \end{bmatrix}$$

- Une fois la matrice de rigidité en un point du pieu est connue, les coefficients croisés $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ sont alors déduits à partir des éléments de cette matrice et suivant la définition donnée en III.2

5.3. DETERMINATION DES EFFORTS ET DEFORMATIONS EN TETE DU PIEU :

a. Pieux encastres dans la semelle :

Considérons une semelle coiffant un groupe de pieux verticaux ou inclinés et soumise aux efforts M_s, N_s, T_s . choisissons un pieu d'abscisse γ et d'inclinaison



Si y, z , désignent respectivement le déplacement transversal et le déplacement longitudinal dans le repère propre du pieu, et si $\Delta Y, \Delta Z$ désignent ces mêmes déplacements dans le repère global OYZ nous pouvons alors facilement démontrer que :

$$\begin{aligned} y &= \Delta Y \cos \alpha - \Delta Z \sin \alpha \\ z &= \Delta Y \sin \alpha + \Delta Z \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.3.1.)$$

D'autre part nous avons vu que les efforts N, M, T , sont par définition donnés par les relations :

$$\begin{aligned} T &= \rho_1 y - \rho_2 \omega \\ M &= -\rho_2 y + \rho_3 \omega \\ N &= \mu z \end{aligned} \quad (3.3.2.)$$

Par ailleurs l'effort normal N et l'effort tranchant T peuvent être décomposés suivant Y et Z et nous avons :

$$F_Y = T \cos \alpha + N \sin \alpha \quad (3.3.3.)$$

$$F_Z = -T \sin \alpha + N \cos \alpha$$

En remplaçant y et z dans 3.3.2. par leurs expressions nous obtenons :

$$\begin{aligned} T &= (\beta_1 \cos \alpha) \Delta Y - (\beta_1 \sin \alpha) \Delta Z - \beta_2 \omega \\ M &= (-\beta_2 \cos \alpha) \Delta Y + (\beta_2 \sin \alpha) \Delta Z + \beta_3 \omega \quad (3.3.4) \\ N &= (\mu \sin \alpha) \Delta Y + (\mu \cos \alpha) \Delta Z \end{aligned}$$

En substituant T et N par leurs nouvelles expressions dans (3.3.3.) nous aboutissons au résultat suivant :

$$\begin{aligned} F_Y &= (\beta_1 \cos^2 \alpha + \mu \sin^2 \alpha) \Delta Y + (\mu - \beta_1) \cos \alpha \sin \alpha \Delta Z - \beta_2 \cos \alpha \omega \quad (3.3.5) \\ F_Z &= (-\beta_1 + \mu) \sin \alpha \cos \alpha \Delta Y + (\beta_1 \sin^2 \alpha + \mu \cos^2 \alpha) \Delta Z + \beta_2 \sin \alpha \omega \end{aligned}$$

Nous pouvons donc écrire la relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} F_Y \\ F_Z \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \cos^2 \alpha + \mu \sin^2 \alpha & (\mu - \beta_1) \sin \alpha \cos \alpha & -\beta_2 \cos \alpha \\ (-\beta_1 + \mu) \sin \alpha \cos \alpha & \beta_1 \sin^2 \alpha + \mu \cos^2 \alpha & \beta_2 \sin \alpha \\ -\beta_2 \cos \alpha & \beta_2 \sin \alpha & \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Y \\ \Delta Z \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.3.6)$$

En appliquant les formules trigonométriques :

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

La relation (3.3.6.) peut être écrite sous la nouvelle forme suivante :

$$\begin{bmatrix} F_Y \\ F_Z \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\beta_1 + \mu) + (\beta_1 - \mu) \cos 2\alpha}{2} & \frac{(\mu - \beta_1) \sin 2\alpha}{2} & -\beta_2 \cos \alpha \\ \frac{(\mu - \beta_1) \sin 2\alpha}{2} & \frac{\beta_1 + \mu + \mu - \beta_1 \cos 2\alpha}{2} & \beta_2 \sin \alpha \\ -\beta_2 \cos \alpha & \beta_2 \sin \alpha & \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Y \\ \Delta Z \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.3.7)$$

Si la file i à laquelle appartient le pieu considéré comporte n_i pieux, et d'après les trois (03) équations fondamentales de la résistance des matériaux nous obtenons :

$$\begin{aligned} T_S &= \sum n_i F_{Y_i} \\ N_S &= \sum n_i F_{Z_i} \quad (3.3.8.) \\ M_S &= \sum n_i (M_i + Y_i F_{Z_i}) \end{aligned}$$

- Calcul des déplacements et rotation de la tête du pieu "i" en fonction des déplacements et rotation de la semelle :

Supposons que l'origine 0 subisse un déplacement transversal ΔY_S un déplacement longitudinal ΔZ_S et une rotation $\Delta \Omega_S$

$$\Delta Z = \Delta Z_S + Y \sin(\Delta \Omega_S)$$

Comme $\Delta \Omega$ est un angle faible nous pouvons donc écrire que :

$$\Delta Z = \Delta Z_S + Y \Delta \Omega_S$$

D'autre part l'hypothèse de la semelle infiniment rigide citée en 1.1.1. implique que la rotation globale $\Delta \Omega_S$ et la rotation locale de la tête de chaque pieu sont identiques, il en va de même pour le déplacement transversal global ΔY_S et le déplacement local.

d'où : $\omega = \Delta \Omega_S$ pour chaque pieu (3.3.9.)

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \Delta Y_S \\ \text{et } \Delta Z &= \Delta Z_S - Y \Delta \Omega_S \end{aligned}$$

- En appelant :

$$a = \frac{\beta_1 + \mu}{2} + \frac{\beta_1 - \mu}{2} \cos 2\alpha$$

$$b = \frac{\mu - \beta_1}{2} \sin 2\alpha$$

$$c = -\beta_2 \cos \alpha$$

$$d = \frac{\beta_1 + \mu}{2} + \frac{\mu - \beta_1}{2} \cos 2\alpha$$

$$e = \beta_2 \sin \alpha$$

$$f = \beta_3$$

et en tenant compte du fait que :

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \Delta Z_S - Y \Delta \Omega_S \\ \omega &= \Delta \Omega_S \\ \Delta Y &= \Delta Y_S \end{aligned}$$

Les expressions (3.3.8) peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} N_S \\ M_S \\ T_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Z_S \\ \Delta \Omega_S \\ \Delta Y_S \end{bmatrix}$$

où :

$$A_{11} = \sum n_i d_i$$

$$A_{22} = \sum n_i (d_i Y_i^2 + 2 e_i Y_i + f_i)$$

$$A_{33} = \sum n_i a_i$$

$$A_{12} = \sum n_i (e_i + d_i Y_i)$$

$$A_{23} = \sum n_i (c_i + b_i Y_i)$$

$$A_{31} = \sum n_i b_i$$

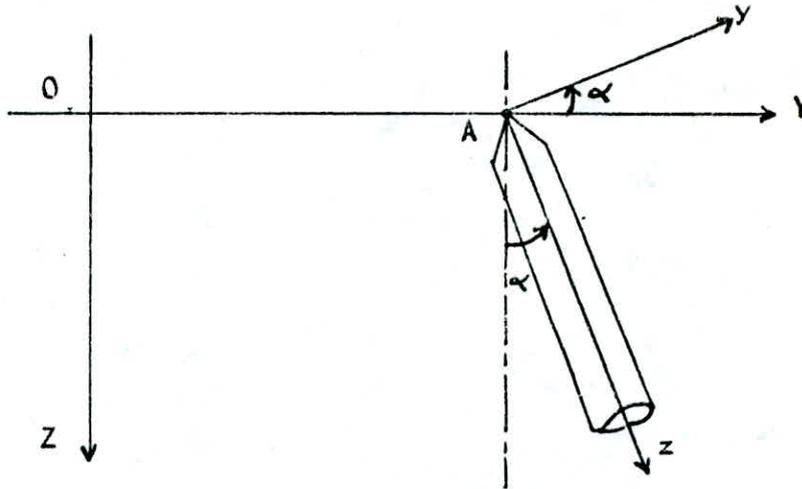
N_S, M_S, T_S étant connus au point 0 nous déduisons que :

$$\begin{bmatrix} \Delta Z_S \\ \Delta \Omega_S \\ \Delta Y_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N_S \\ M_S \\ T_S \end{bmatrix}$$

Le micro ordinateur utilisé pour la programmation, étant très perfectionné, il calcule directement l'inverse de la matrice ci-dessus puis détermine $\Delta Z_S, \Delta \Omega_S$ et ΔY_S pour chaque cas de charge entré.

Une fois connus les déplacements de la semelle, il est facile de déterminer les déplacements puis les efforts en tête de chaque pieu dans son repère local par les relations (3.3.9), (3.3.1) et (3.3.2).

b. Pieux articulés dans la semelle :



Nous avons vu précédemment que $M = -\rho_2 y + \rho_3 \omega$, $T = \rho_1 y - \rho_2 \omega$

La présence de l'articulation en A implique que $M = 0$ en ce point d'où :

$$\omega = \frac{\rho_2}{\rho_3} y$$

$$\text{et } T = \rho_1 y - \frac{\rho_2^2}{\rho_3} y = \left(\rho_1 - \frac{\rho_2^2}{\rho_3} \right) y$$

Les calculs relatifs à des pieux articulés dans la semelle sont analogues à ceux développés au paragraphe III.3.1. pour des pieux encastrés.

$$\text{En posant : } R = \rho_1 - \frac{\rho_2^2}{\rho_3}$$

Nous trouvons que :

$$F_y = T \cos \alpha + N \sin \alpha = R y \cos \alpha + \mu z \sin \alpha \quad (3.3.10)$$

$$F_z = -T \sin \alpha + N \cos \alpha = -R y \sin \alpha + \mu z \cos \alpha$$

or nous avons vu en III.3.1. que :

$$Y = \Delta Y \cos \alpha - \Delta Z \sin \alpha$$

$$Z = \Delta Y \sin \alpha + \Delta Z \cos \alpha$$

D'autre part :

$$\Delta Y = \Delta Y_s$$

$$\Delta Z = \Delta Z_s + Y \Delta \Omega_s$$

Après substitution dans (3.3.10) nous aboutissons aux relations suivantes :

$$F_Z = \left(\frac{\mu - R}{2} \sin 2\alpha \right) \Delta Y_S + \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha \right) \Delta Z_S + \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha \right) Y \Delta \Omega_S$$

$$F_Y = \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha \right) \Delta Y_S + \left(\frac{\mu - R}{2} \sin 2\alpha \right) \Delta Z_S + \frac{\mu - R}{2} \sin 2\alpha Y \Delta \Omega_S$$

D'après (3.3.8.) nous avons :

$$T_S = \sum_i n_i F_{Y_i}$$

$$N_S = \sum_i n_i F_{Z_i}$$

$$M_S = \sum_i n_i Y_{Z_i} F_{Z_i} \text{ puisque } M_i = 0$$

Nous trouvons tous calculs faits la relation matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} N_S \\ M_S \\ T_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Z_S \\ \Delta \Omega_S \\ \Delta Y_S \end{bmatrix}$$

où :

$$A_{11} = \sum_i n_i \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha_i \right)$$

$$A_{12} = \sum_i n_i \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha_i \right) Y_i$$

$$A_{13} = \sum_i n_i \frac{\mu - R}{2} \sin 2\alpha_i$$

$$A_{21} = \sum_i n_i \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha_i \right) Y_i = A_{12}$$

$$A_{22} = \sum_i n_i \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{\mu - R}{2} \cos 2\alpha_i \right) Y_i^2$$

$$A_{23} = \sum_i n_i \left(\frac{\mu - R}{2} \sin 2\alpha_i \right)$$

$$A_{31} = A_{13}$$

$$A_{32} = A_{23}$$

$$A_{33} = \sum_i n_i \left(\frac{R + \mu}{2} + \frac{R - \mu}{2} \cos 2\alpha_i \right)$$

Par inversion de la matrice A , nous déterminons les déplacements et rotation de la semelle soient $\Delta Z_S, \Delta Y_S, \Delta \Omega_S$ et les relations suivantes permettent de passer aux déplacements et efforts en tête du pieu dans son repère local :

$$1) \Delta Y = \Delta Y_S, \Delta Z = \Delta Z_S + Y \Delta \Omega_S$$

$$2) y = \Delta Y \cos \alpha - \Delta Z \sin \alpha, z = \Delta Y \sin \alpha + \Delta Z \cos \alpha, \omega = \frac{\int_2 y}{\int_3}$$

$$3) N = \mu z, M = 0, T = \int_1 y - \int_2 \omega$$

5.4. Calcul des efforts et déformations le long du fût du pieu :

Connaissant les efforts et déformations en tête du pieu, il nous est possible de les déterminer en n'importe quel point du fût du pieu à l'aide de la matrice de transfert donnée au paragraphe 11.1. Nous expliquerons dans la partie "Analyse informatique" l'application convenable de la matrice de transfert dans le cas général d'un sol constitué par plusieurs couches ayant des coefficients de réaction latérale différents.

VI. ANALYSE INFORMATIQUE :

Arrivées à ce stade de notre étude nous voyons que la détermination des efforts et déformations le long des pieux passe par plusieurs étapes, il serait donc peu pratique, voire impossible d'élaborer un programme général sans l'utilisation de sous programmes.

C'est pourquoi le programme "Fond" se compose de plusieurs sous-programmes qui sont écrits séparément et toute modification éventuelle se fera sur ces derniers.

Notons qu'une telle procédure allège considérablement le programme principal et facilite sa lecture.

D'autre part, les sous-programmes, surtout ceux qui sont relatifs au programme "FCCBA" que nous verrons dans la dernière partie de notre étude, peuvent-être injectés dans d'autres programmes autres que celui qui est propre aux fondations sur pieux.

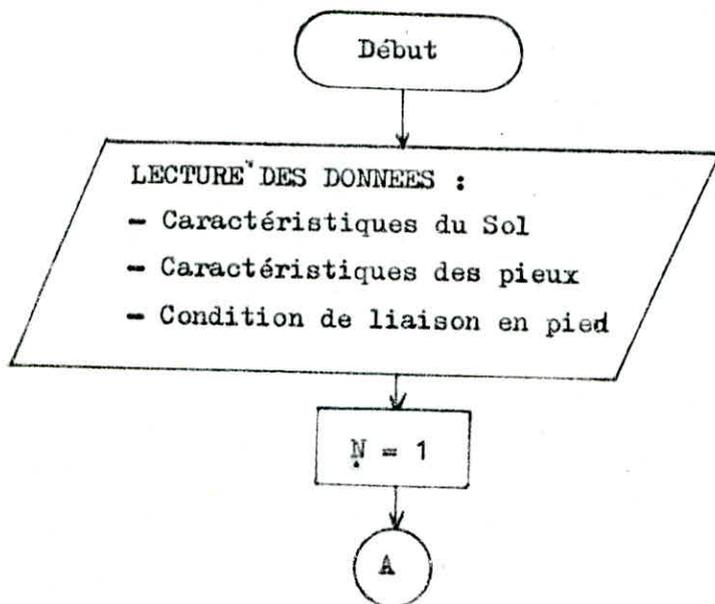
Nous présentons dans ce qui suit les principaux sous-programmes qui font l'essentiel des calculs :

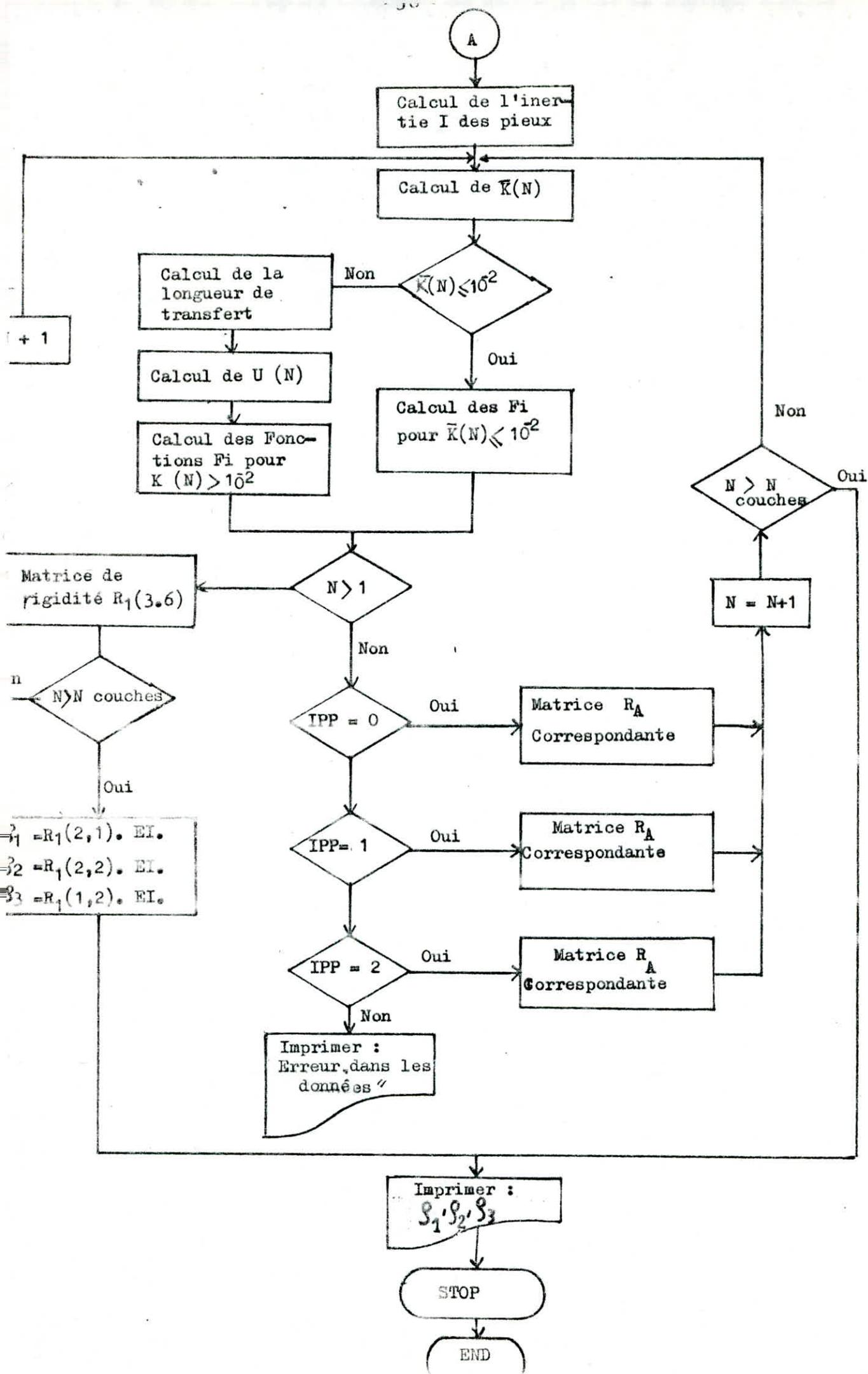
1. Sous-programme "F COCR" :

Ce sous-programme est conçu pour calculer les coefficients d'élasticité croisés $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ en tête des pieux.

Les résultats sont donnés en t/ml, t, et en t . m respectivement.

Organigramme détaillé:



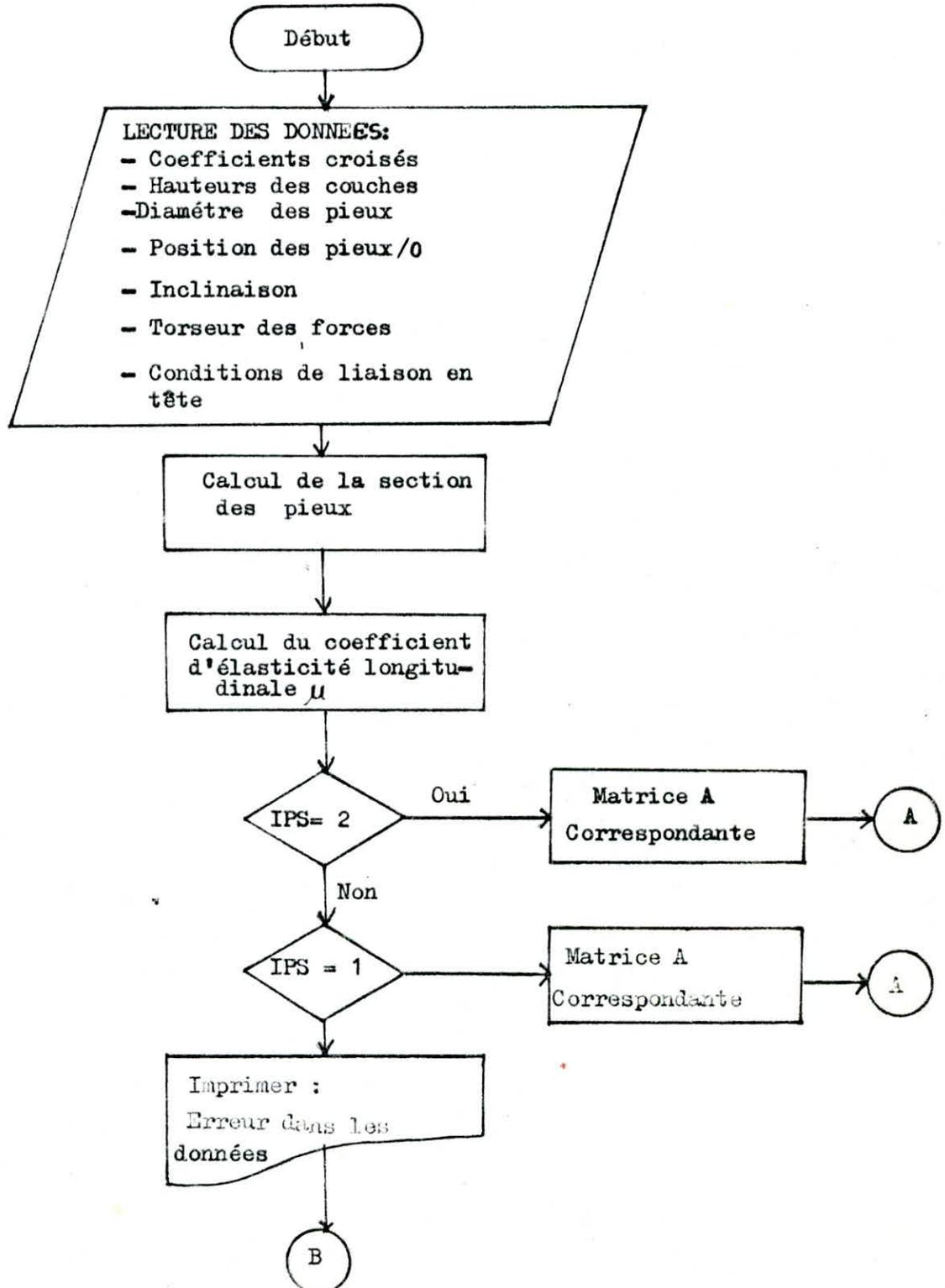


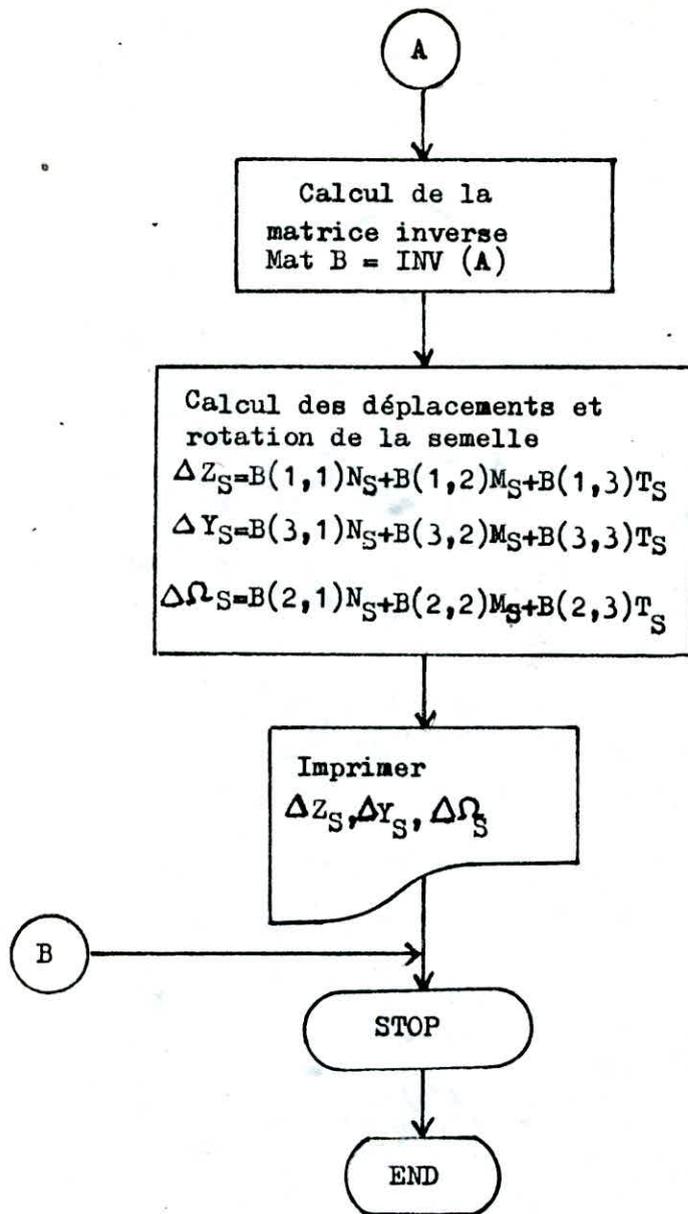
Sous-programme "Fonda 1"

Ce sous programme calcule à partir des efforts auxquels se trouve soumise la semelle de liaison, les déplacements et la rotation de cette dernière.

Les résultats sont donnés en mm et en radians respectivement.

Organigramme détaillé :





Sous-programme "Fonda 2"

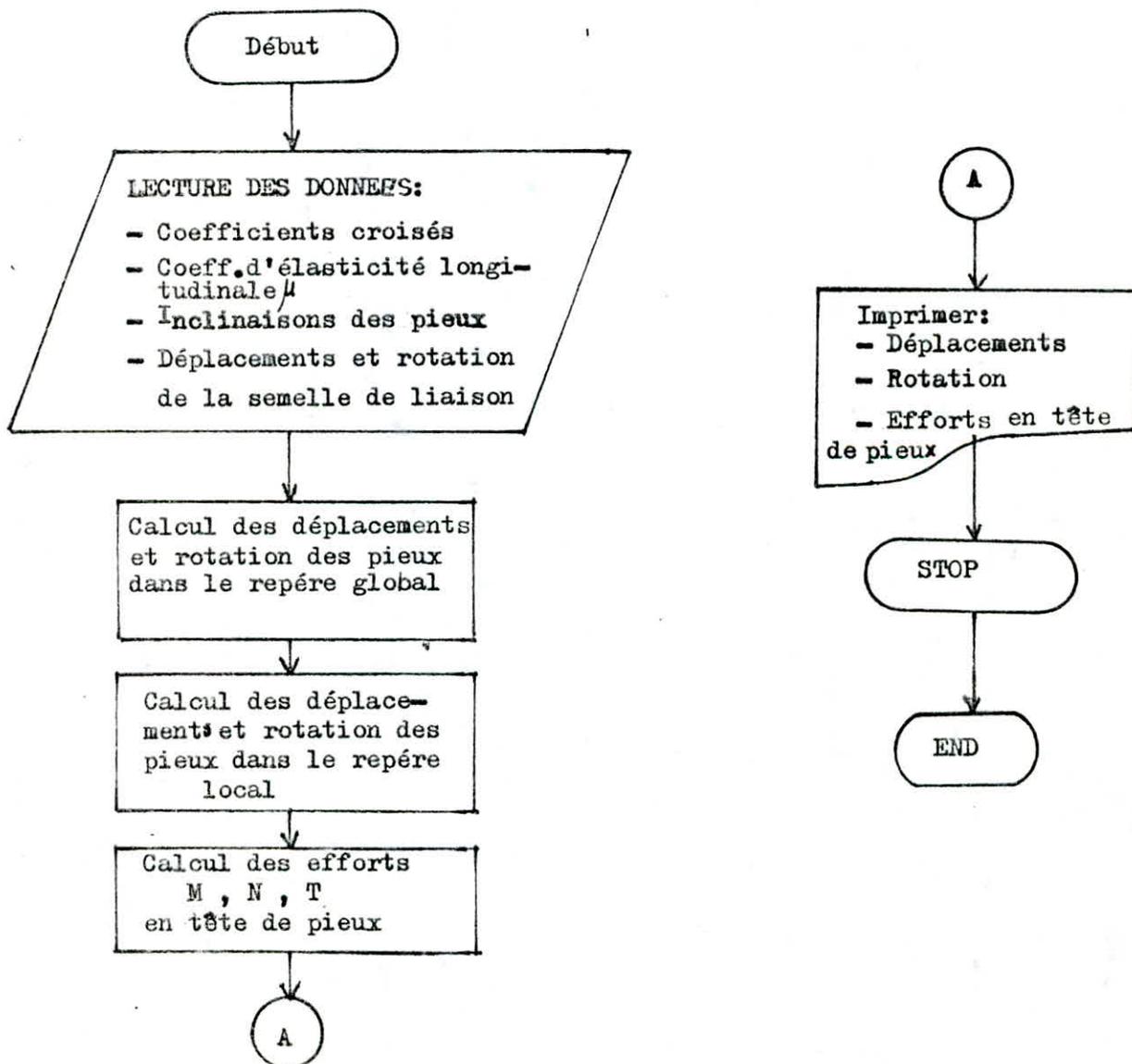
Le sous-programme " Fonda 2" est spécialement conçu pour la détermination des efforts et déformations en tête de chaque pieu.

Il détermine en premier temps les déplacements transversal et longitudinal ainsi que la rotation d'un pieu d'une file "i" dans le repère global en fonction des déplacements et rotation de la semelle de liaison calculés dans le sous-programme "Fonda 2".

Les expressions (3.3.1) du paragraphe III.3.1. permettent ensuite le passage du repère global au repère local propre au pieu considéré.

Enfin les efforts M, N, T sont déterminés en tête de chaque pieu à partir des expressions (3.3.2).

Organigramme :



Sous-programme "Fonda 3"

Le sous-programme "Fonda 3" est un complément naturel des sous-programmes précédemment cités. Il permet, une fois connus les efforts et déformations en tête du pieu, de connaître les déplacements, la rotation, la pression du sol, le moment fléchissant et l'effort tranchant en tout point du pieu. Ces derniers sont déterminés à l'aide de la matrice de transfert (3.3). L'ordre des couches est alors inversé par rapport au sous-programme "F COCR", elles sont introduites du haut vers le bas.

Les efforts et déformations en haut de chaque couche sont des valeurs référentielles pour le calcul de M , N , T , y , z et w en tout point de la même couche. Notons qu'avant de passer à la couche suivante, la dernière valeur de la hauteur entrée doit être égale à la hauteur totale H de la couche.

De plus, le coefficient de réaction latérale "k" doit correspondre à celle-ci.

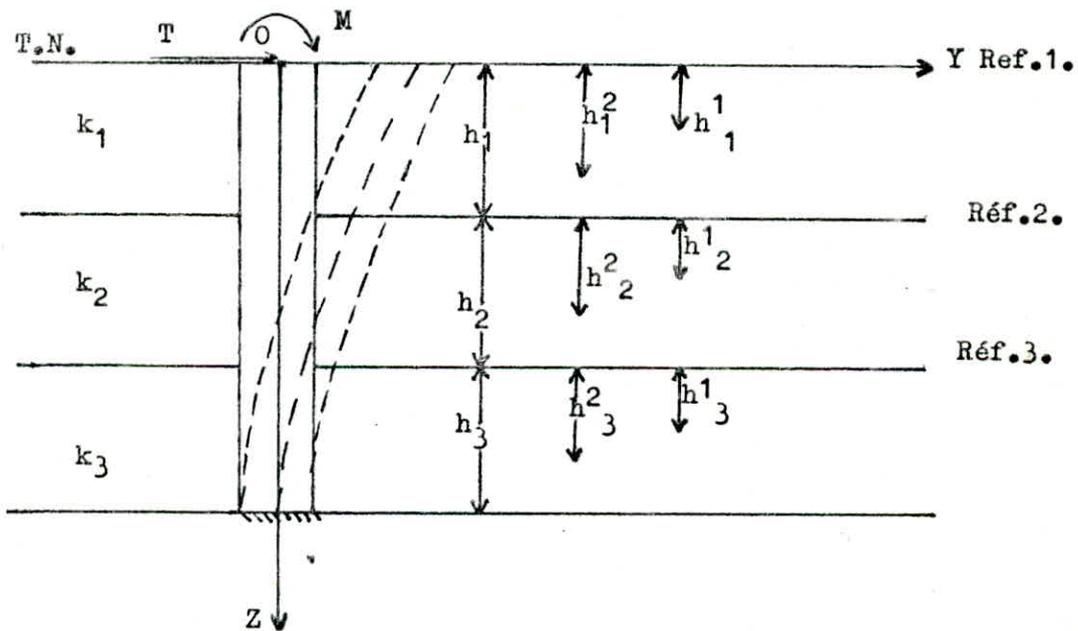
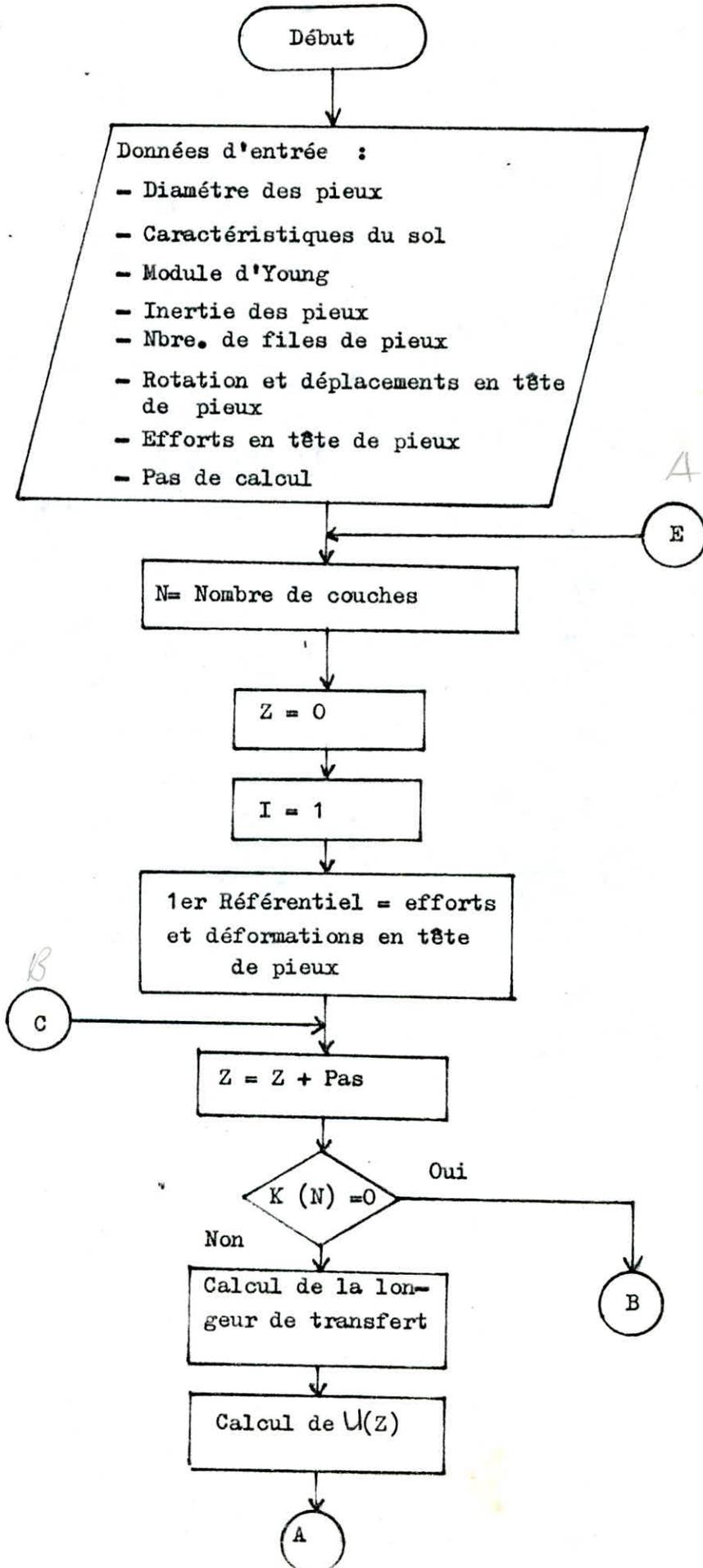
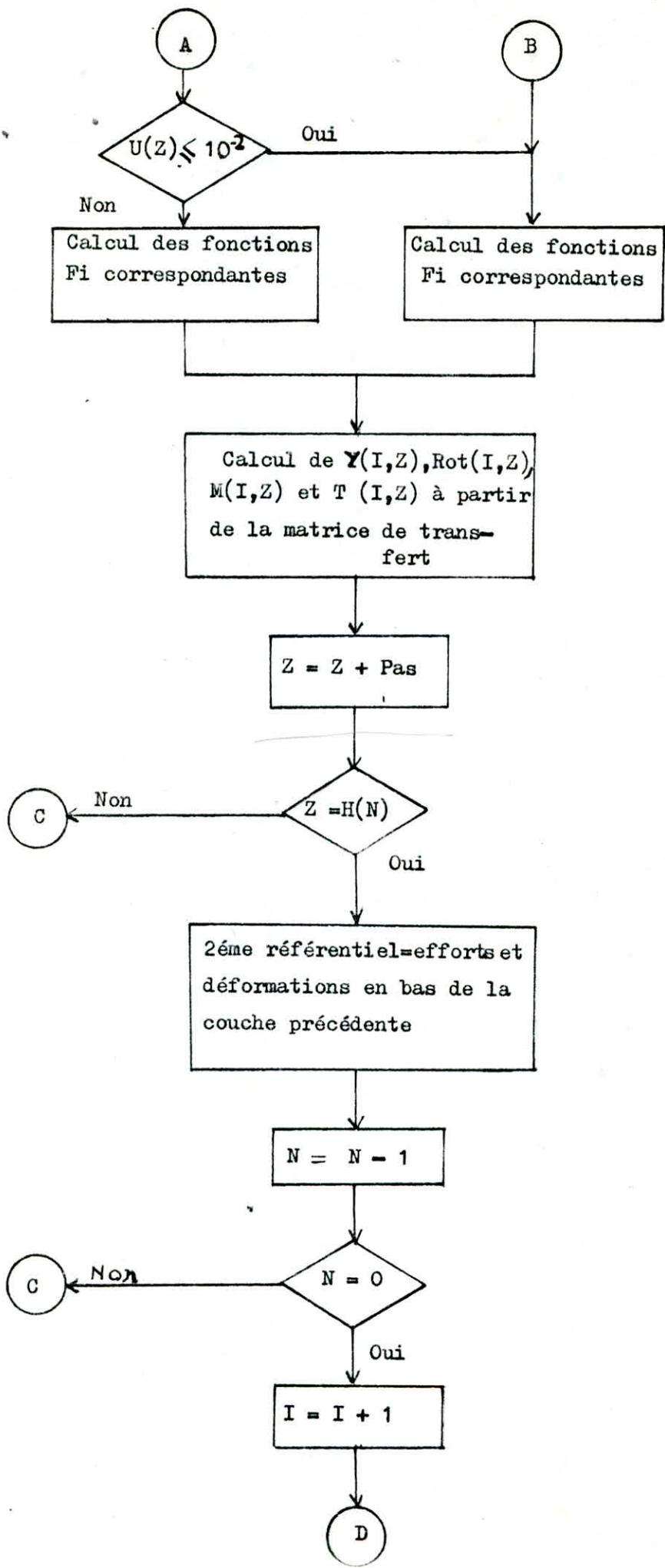


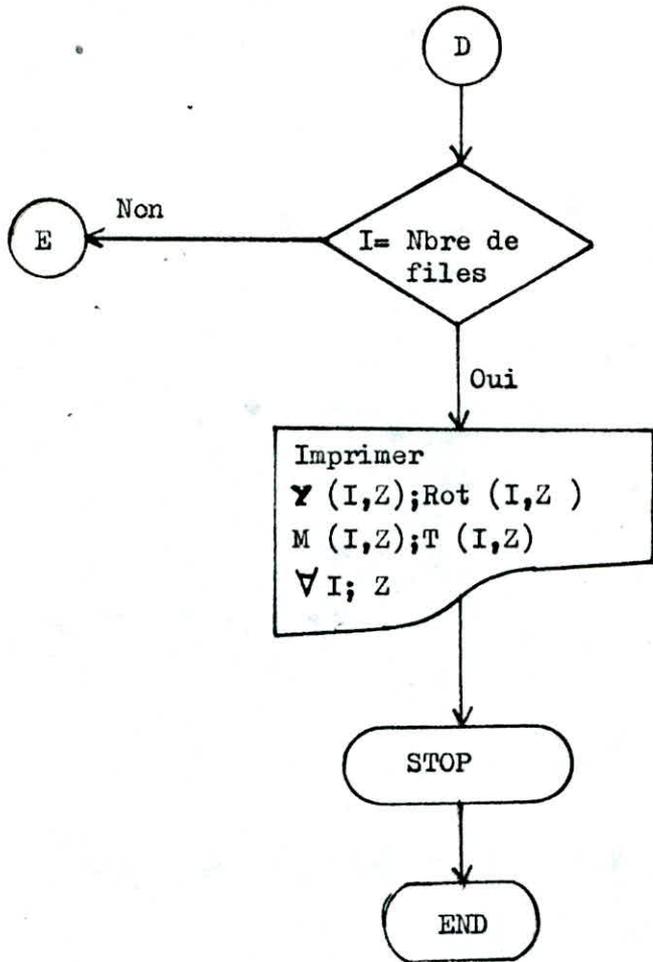
Fig. 4

: Déplacement du pieu sous l'effet de M et T .
Référentiels pour l'application de la matrice de transfert.

Organigramme détaillé :







**** 3ème Partie ****

PROGRAMME " F CCBA "

(Ferrailage et vérification des sections
circulaires pleines en Béton armé soumises
à la flexion composée suivant le règle-
ment CC. BA 68).

VII. PRESENTATION GENERALE DU PROGRAMME :

Le programme "Fccba" resoud le problème de la flexion composées des sections circulaires comprenant une ou plusieurs nappes concentriques d'armatures spossées uniformément réparties sur la circonférence.

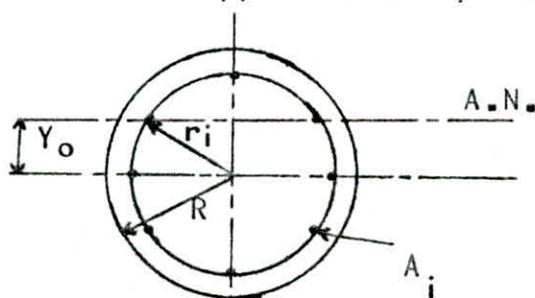


fig 1: Section circulaire-Notations

De par son élaboration, ce programme peut être utilisé à 2 fins différentes car il peut être "projeteur-vérificateur" ou simplement "vérificateur" selon les besoins de l'utilisateur.

Les vérifications sont menées selon les hypothèses du règlement CCBA 68 concernant les états limites de service.

La première partie de ce programme que nous nommerons "Projeteur-vérificateur" permet, connaissant le rayon de coffrage de la section ainsi que l'effort normal et le moment auxquels elle se trouve soumise, et en partant d'une section quelconque choisie par l'utilisateur, de déterminer en 1er lieu, la section d'armatures, qui, répartie sur une seule nappe, assure le non dépassement des contraintes admissibles par les contraintes développées dans la section. En second lieu, il convient de s'assurer, que la disposition constructive engendrée par une telle section d'armatures, est acceptable, auquel cas, on utilisera une seule nappe. Dans le cas contraire, la section d'acier peut-être répartie sur plusieurs nappes et les vérifications sont refaites.

La seconde partie ou "vérificateur" permet quant à elle, une fois la section d'armatures et la disposition constructive connues, de faire la vérification des contraintes et de modifier la section d'acier quand ces dernières dépassent les contraintes admissibles.

Il convient donc de faire un rappel sur la vérification des pièces soumises à la flexion composée selon le règlement des états limites de service.

7.1. Rappels

1. Définition de la flexion composée :

Une pièce est soumise à la flexion composée lorsque toutes les forces agissant sur elle y compris les réactions d'appuis, et situées à gauche d'une section droite (S) peuvent être réduites par rapport au centre de gravité de (S) à un couple M et à une force R ayant une inclinaison quelconque par rapport au plan de la section.

2. Contraintes admissibles

2.1. Contraintes admissibles pour les sollicitations du premier genre :

a- Béton :

Contrainte de compression admissible $\bar{\sigma}'_b = \alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \sigma'_{28}$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ Sont des coefficients tenant compte :

- α : de la classe de ciment utilisé
- β : de l'efficacité de contrôle effectué sur le béton
- γ : du rapport entre l'épaisseur minimale de l'élément étudié h_m et la grosseur du granulat utilisé C_g .
- δ : de la distribution des contraintes dans la section
- ε : de la nature de la sollicitation et de la forme de la section. σ'_{28} étant la résistance du béton à 28 jours.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de ces coefficients:

(ref: le calcul et la vérification des pièces en béton armé CHAR ON).

Classe de ciment : coefficient α	
Classe 325 : $\alpha = 1$ classe 400 : $\alpha = \frac{9}{10}$ classe 500 : $\alpha = 5/6$	
Efficacité de contrôle : coefficient β	
Béton peu contrôlé : $\beta = \frac{5}{6}$ Béton strictement contrôlé : $\beta = 1$	
Epaisseur de l'élément : coefficient γ	
$hm \geq 4 C_g$: $\gamma = 1$ $hm < 4C_g$: $\gamma = \frac{hm}{4C_g}$	
Distribution des contraintes dans la section : coefficient δ	
- Compression simple : $\delta = 0,30$	
- Flexion simple et flexion composée avec effort de traction. $\delta = 0,60$	
- Flexion composée avec effort de Compression $= \text{Inf} (0,6; 0,3 (1 + \frac{e_o}{3e_1}))$	
- Flexion composée avec effort de compression pour les bétons courants $\delta = \text{Inf}(2; 0,3(1 + \frac{e_o}{3e_1}))$	
Nature de la sollicitation et forme de la section : Coefficient ξ	
Compression simple quelle que soit la forme de la section, et section rectangulaire en flexion simple ou en flexion composée avec traction : $\xi = 1$	
Autre cas : ξ déterminé par ! $\frac{F_b^1}{B'} \leq \bar{\sigma}'_{b_o}$	

avec :

e_o : Excentricité de la force extérieure par rapport au centre de gravité de la section totale du béton seul.

e_i : Rayon vecteur, de même signe que e_o , du noyau central de la section du béton seul situé dans le plan radial passant par le centre de pression

F_b^1 : Résultat des forces de compression

B' : Section du béton comprimé

$\bar{\sigma}'_{b_o}$: Contrainte admissible en compression simple.

b - Acier :

Contrainte de traction admissible $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en}$

σ_{en} : limite d'élasticité nominale de l'acier

2.2. Contraintes admissibles pour les sollicitations du second genre:

a- Béton :

On multiplie les valeurs de σ'_b et de σ'_{b_0} par 1,5

b- Acier:

$$\bar{\sigma}_a = \sigma_{en}$$

7.2. Données à introduire :

- Le genre de sollicitations utilisé (1er genre ou 2ème genre)
 - La contrainte admissible de traction de l'acier (kg/cm^2) : Sigada
 - La contrainte admissible du béton en compression simple (kg/cm^3) : Sigadbc
 - L'effort normal (t) : N
 - Le moment (tm) : M
 - Le coefficient d'équivalence Acier - Béton : Ceff.
 - Le rayon du coffrage du béton (m) : R
 - Ordonnée du point pour lequel on veut connaître les contraintes.
 - Le choix de la partie "vérificateur-projeteur" ou "vérificateur" auquel cas, on introduit pour :
- * Projeteur vérificateur " :
- La section d'armatures de départ (cm^2) : A
 - Le rayon de la couronne d'acier choisie (m) : Rnappe.

* "Vérificateur "

- Le nombre de couronnes d'aciers : Nbrenappes
- L'aire totale d'acier dans chaque couronne (cm^2), A
- Le rayon de chaque couronne d'acier (m) : Rnappe

7.3. Résultats présentés par le programme :

Le programme "Fccba" détermine alors :

- La position de l'axe neutre (m) : Y_0
- La contrainte sur l'acier le plus tendu (kg/cm^2): Siga
- La contrainte sur la fibre supérieure du béton (kg/cm^2) Sigb
- La contrainte moyenne sur le béton comprimé (kg/cm^2) : Sigm
- Le coefficient fonction de la distribution des contraintes dans la section : Delta
- La contrainte de l'acier ou du béton en un point quelconque (à la demande)
- L'espacement entre 2 barres (mm): E
- La comparaison entre les contraintes de travail et les contraintes admissibles.

Remarques

- Le moment introduit doit être positif.
- Les conventions de signe pour M et N sont identiques à celles du programme "FOND"
- Les efforts M et N sont définis par rapport au centre de la section.

VIII. ETUDE THEORIQUE DU PROGRAMME "FCCBA" :

Soit la section circulaire représentée ci-dessous :

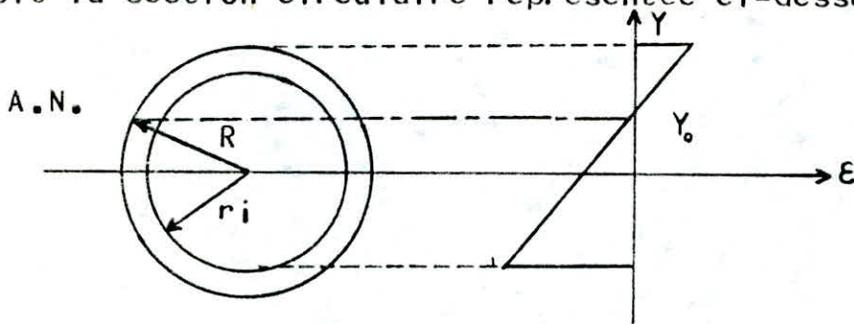


Fig 2 - Section circulaire armée : Diagramme des déformations.

La déformations en un point situé à "y" de l'axe de référence est donnée par la relation :

$$\epsilon = K (Y - Y_0)$$

et la contrainte en ce point est donnée par :

$$\sigma_b = KE_b (Y - Y_0)$$

où : Y_0 = position de l'axe neutre :

Nous avons également :

$$N = N_b - N_a$$

$$M = M_b + M_a$$

où : N_b = Effort normal repris par le béton (comprimé)

N_a = Effort normal repris par les aciers

M_b = Moment repris par le béton

M_a = Moment repris par les aciers

8.1. Détermination des efforts internes N_b , N_a , M_b , et M_a :

1. Effort normal repris par le béton (comprimé) :

Nous savons que :

$$N_b = \int_{Y_0}^R \sigma_b ds$$

Considérons une section ds située à une distance " Y " de l'axe de référence de la section (Fig.3.)

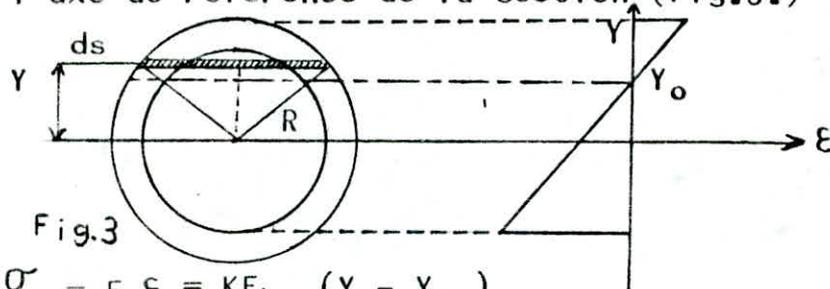


Fig.3

$$\sigma_b = E_b \epsilon = K E_b (Y - Y_0)$$

$$N_b = \int_{Y_0}^R \sigma_b ds = \int_{Y_0}^R 2 K E_b (Y - Y_0) \sqrt{R^2 - Y^2} dY$$

$$= 2 K E_b \int_{Y_0}^R Y \sqrt{R^2 - Y^2} dY - 2 K E_b Y_0 \int_{Y_0}^R \sqrt{R^2 - Y^2} dY$$

En posant $u = \frac{Y}{R}$ nous obtenons :

$$N_b = 2 K E_b R^3 \int_{u_0}^1 u \sqrt{1 - u^2} du - 2 K E_b R^2 u_0 \int_{u_0}^1 \sqrt{1 - u^2} du$$

Une intégration par partie simple donnera :

$$F_0(u) = \int \sqrt{1-u^2} \, du = \frac{1}{2} \left[\text{Arc Sin } u + u \sqrt{1-u^2} \right]$$

$$F_1(u) = \int u \sqrt{1-u^2} \, du = -\frac{1}{3} \left[1-u^2 \right]^{3/2}$$

D'autre part nous savons que :

$$\int_{u_0}^1 F(u) \, du = \begin{cases} 0 & \text{Si } u_0 > 1 \\ F(1) - F(u_0) & \text{Si } -1 \leq u_0 \leq 1 \\ F(1) - F(-1) & \text{Si } u_0 < -1 \end{cases}$$

En posant :

$$\bar{u}_0 = \text{Sup} \left\{ -1, \text{inf} (1, u_0) \right\}$$

Nous aurons dans tous les cas :

$$\int_{u_0}^1 F(u) \, du = F(1) - F(\bar{u}_0)$$

d'où :

$$N_b = KE_b R^3 \left[2(u_0 F(\bar{u}_0) - u_0 F_0(1) - F_1(\bar{u}_0)) \right]$$

2. Effort normal repris par l'acier :

$$N_a = n KE_b \sum A_i Y_o \quad \text{Réf: Annales N° 409 de l'ITBTP}$$

où A_i = Aire totale de la nappe d'armatures i

3. Moment repris par le béton seul :

$$\begin{aligned} M_b &= \int_{Y_o}^R \sigma_b Y \, dS = \int_{Y_o}^R 2 KE_b (Y-Y_o) \cdot Y \cdot \sqrt{R^2 - Y^2} \, dY \\ &= 2 KE_b \int_{Y_o}^R Y^2 \sqrt{R^2 - Y^2} \, dY - 2 KE_b Y_o \int_{Y_o}^R Y \sqrt{R^2 - Y^2} \, dY \end{aligned}$$

Le calcul est identique à celui qui a été développé pour la détermination de l'effort normal avec comme fonction

Supplémentaire F_2 telle que :

$$F_2(u) = \int u^2 \sqrt{1-u^2} du = \frac{1}{8} \left[\text{Arc Sin } u - u(1-2u^2)\sqrt{1-u^2} \right]$$

Le moment repris par le béton seul sera alors donné par l'expression :

$$M_b = KE_b R^4 \left[2(u_0 F_1(\bar{u}_0) + F_2(1) - F_2(\bar{u}_0)) \right]$$

4. Moment repris pas l'acier :

$$M_a = \frac{1}{2} n KE_b \sum_i A_i r_i^2 \quad \text{Réf: Annales N° 409 de l'ITBTP}$$

5. Effort normal total :

$$N = N_b - N_a = KE_b R^3 \left\{ (2 u_0 (F_0(\bar{u}_0) - F_0(1)) - F_1(\bar{u}_0)) - \frac{n}{R^2} \sum A_i u_i \right\}$$

6. Moment total

$$M = M_b + M_a = KE_b R^4 \left\{ 2 \left[u_0 F_1(\bar{u}_0) + F_2(1) - F_2(\bar{u}_0) \right] + \frac{1}{2} \frac{n}{R^4} \sum A_i r_i^2 \right\}$$

8.2. DETERMINATION DE LA POSITION DE L'AXE NEUTRE :

La détermination de " Y_0 " représente l'étape la plus fastidieuse de l'étude d'une section circulaire, car il n'existe point de méthode qui permet de déterminer directement la valeur exacte de Y_0 .

Jusqu'à présent on utilise des abaques pour calculer Y_0 .

8.3. Détermination de la position de l'axe neutre :

La détermination de la position de l'axe neutre soit "Y₀" est effectuée en deux étapes :

1ère étape : Localisation de l'intervalle [a b] qui contient Y₀

2ème étape : Calcul de la valeur de "Y₀" par la méthode itérative de NEWTON.

Il est indispensable de noter que cette méthode a été exposée dans les Annales de l'I.T.B.T.P pour des Sections décomposables en Sections rectangulaires.

Nous avons procédé de la même façon pour des Sections Circulaires. Les résultats obtenus sont très satisfaisants.

a) 1ère étape : Localisation de l'intervalle [a b] contenant Y₀ :

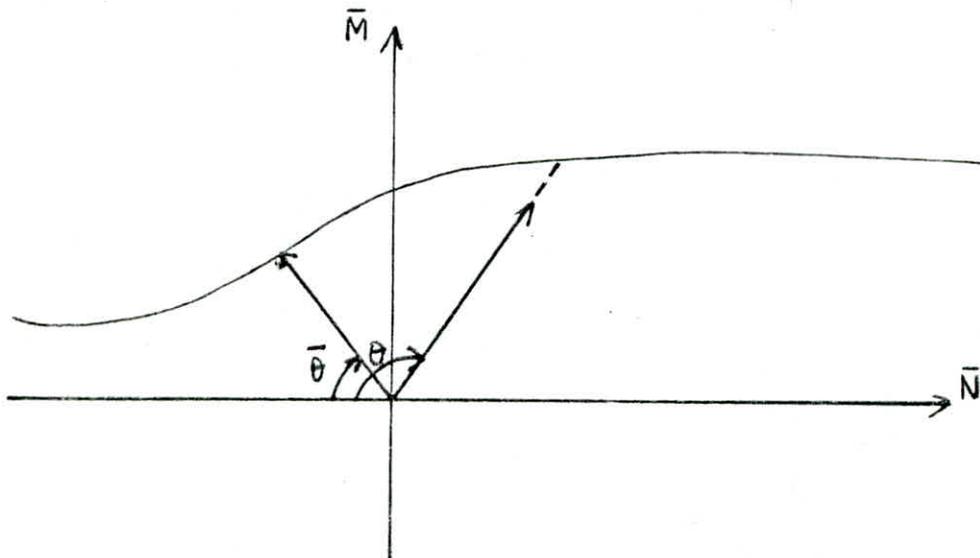
Nous avons vu au paragraphe VI.1 que l'effort normal et le moment fléchissant, pour une section circulaire pleine armée, sont donnés par les deux expressions suivantes :

$$N = KE_b R^3 \left\{ 2 \left[\bar{U}_0 (F_0(\bar{U}_0) - F_0(1) - F_1(\bar{U}_0)) \right] - \frac{n}{R^2} \sum A_i u_0 \right\}$$

$$M = KE_b R^4 \left\{ 2 \left[\bar{U}_0 (F_1(\bar{U}_0) + F_2(1) - F_2(\bar{U}_0)) \right] + \frac{1}{2} \frac{n}{R^4} \sum A_i r_i^2 \right\}$$

Posons : $\bar{N} = \frac{N}{KE_b R^3}$ et $\bar{M} = \frac{M}{KE_b R^4}$

La courbe représentative de \bar{M} en fonction de \bar{N} a l'allure suivante(*) :



Le programme "FCCBA" commence par calculer pour le cas de charge introduit, la valeur de l'angle θ

Les cas suivants se présentent :

$N = 0$ (Flexion Simple) $M > 0$	$\theta = \pi/2$
$N < 0$ Flexion composée avec "N" effort de traction $M > 0$	$\theta = \text{Arctg} \left(\frac{M}{R N } \right)$
$N > 0$ Flexion composée avec "N" effort de compression $M > 0$	$\theta = \pi - \text{Arctg} \left(\frac{M}{R N} \right)$

Une fois l'angle θ déterminé, le programme calcule \bar{N} , \bar{M} et $\bar{\theta}$ pour différentes valeurs de Y_0 avec :

$$\bar{\theta} = \begin{cases} \text{Arc tg} \left(\frac{\bar{M}}{|\bar{N}|} \right) & \text{Si } \bar{N} < 0 \text{ et } \bar{M} \neq 0 \\ \pi - \text{Arctg} \left(\frac{\bar{M}}{\bar{N}} \right) & \text{Si } \bar{N} > 0 \text{ et } \bar{M} > 0 \\ \pi/2 & \text{si } N = 0 \end{cases}$$

(Pour $\bar{M} < 0$ l'angle $\bar{\theta}$ n'est pas calculé). " Y_0 " est pris égal à :

$Y_0 = R - (J-1)$ Pas avec $J = 1, 2, 3, \dots$, et "Pas" est le pas de calcul choisi arbitrairement.

- Pour " Y_0 " égal à la valeur cherchée, les efforts internes développés par le béton et l'acier de la section étudiée, doivent équilibrer les efforts externes auxquels elle est soumise; par conséquent les deux Vecteurs $\bar{V} (\bar{N}, \bar{M})$ et $V (N, \frac{M}{R})$ doivent être colinéaires et de même sens.

Les calculs sont arrêtés lorsque $\theta > \bar{\theta}$, soit à l'itération J.

L'intervalle qui contient "Y₀" cherché est alors $\left[Y_0(J) \quad Y_0(J-1) \right]$

(*) L'allure de la courbe $\bar{M} = f(\bar{N})$ a été tracée à partir de valeurs calculées manuellement et vérifiées expérimentalement à l'aide du programme "FCCBA".

* Remarque :

Pour une section entièrement tendue il est évident que les calculs de \bar{M} , \bar{N} et $\bar{\theta}$ en fonction de Y₀ sont arrêtés à la première itération et l'intervalle [a b] est localisé en prenant Y₀ = R + (J-1).Pas.

b. 2ème étape : Calcul de la valeur de "Y₀" par la méthode itérative de "NEWTON".

Le produit vectoriel P des deux vecteurs $\bar{V}(\bar{N}, \bar{M})$ et $V(N, \frac{M}{R})$ s'annule pour la valeur "Y₀".

L'expression de P est donnée par :

$$P(Y_0) = \bar{N}(Y_0) - R \frac{N}{\bar{M}} \bar{M}(Y_0)$$

Nous procédons à un calcul itératif par la méthode de "NEWTON" dont nous rappelons l'algorithme :

$$Y_0^{(n+1)} = Y_0^{(n)} - \frac{P(Y_0^{(n)})}{P'(Y_0^{(n)})}$$

Le programme "FCCBA" calcule, en commençant par Y₀(J) et pour chaque itération, P(Y₀), $\frac{dP(Y_0)}{dY_0}$ et Y₀⁽ⁿ⁺¹⁾

Les calculs sont arrêtés lorsque l'écart $|Y_0^{(n+1)} - Y_0^{(n)}|$ est inférieur à 10⁻⁶.

8.3. Détermination des contraintes :

Une fois la position de l'axe neutre "Y₀" connue, le programme "FCCBA" calcule :

- La valeur de KE_b à partir de l'expression suivante :

$$KE_b = \frac{\|V(Y_0)\|}{\|\bar{V}(Y_0)\|}$$

- La contrainte sur la fibre supérieure du béton $\sigma'_{b_{\max}}$

à l'aide de la relation : $\sigma'_{b_{\max}} = KE_b (R - Y_o)$

- La contrainte de l'acier sur l'armature inférieure :

$$\sigma_{a_{\max}} = KE_b (r + Y_o)$$

- La contrainte moyenne sur le béton comprimé :

$$\sigma'_{b_{\text{moy}}} = KE_b R \frac{U_o (F_o(\bar{U}_o) - F_o(1)) - F_1 (\bar{U}_o)}{F_o(1) - F_o(\bar{U}_o)}$$

- La contrainte du béton à une ordonnée Y quelconque, à la demande :

$$\sigma'_b = KE_b (Y - Y_o)$$

- La contrainte de l'acier à une ordonnée quelconque Y :

$$\sigma'_a = n KE_b (Y - Y_o)$$

$$\sigma_a = n KE_b (Y + Y_o)$$

8.4. Vérification des contraintes :

Les contraintes étant déterminées, le programme "FCCBA" procède alors à la vérification de ces dernières selon le règlement CCBA 68 aux états limites de service à savoir :

* Sollicitations du 1er genre :

$$-\sigma'_{b_{\text{moy}}} \leq \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma'_{b_{\max}} \leq \delta \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma_{a_{\max}} \leq \frac{2}{3} \bar{\sigma}_a$$

* Sollicitations du 2ème genre :

$$-\sigma'_{b_{\text{moy}}} \leq 1,5 \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma'_{b_{\max}} \leq 1,5 \delta \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma_{a_{\max}} \leq \bar{\sigma}_a$$

Remarque: Divers exemples sont traités en annexes pour les deux programmes "FOND" et "FCCBA".

- La contrainte sur la fibre supérieure du béton $\sigma'_{b_{\max}}$

$$\text{à l'aide de la relation : } \sigma'_{b_{\max}} = KE_b (R - Y_o)$$

- La contrainte de l'acier sur l'armature inférieure :

$$\sigma_{a_{\max}} = KE_b (r + Y_o)$$

- La contrainte moyenne sur le béton comprimé :

$$\sigma'_{b_{\text{moy}}} = KE_b R \frac{U_o (F_o(\bar{U}_o) - F_o(1)) - F_1(\bar{U}_o)}{F_o(1) - F_o(\bar{U}_o)}$$

- La contrainte du béton à une ordonnée Y quelconque, à la demande :

$$\sigma'_b = KE_b (Y - Y_o)$$

- La contrainte de l'acier à une ordonnée quelconque Y :

$$\sigma'_a = n KE_b (Y - Y_o)$$

$$\sigma_a = n KE_b (Y + Y_o)$$

8.4. Vérification des contraintes :

Les contraintes étant déterminées, le programme "FCCBA" procède alors à la vérification de ces dernières selon le règlement CCBA 68 aux états limites de service à savoir :

* Sollicitations du 1er genre :

$$-\sigma'_{b_{\text{moy}}} \leq \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma'_{b_{\max}} \leq \delta \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma_{a_{\max}} \leq \frac{2}{3} \bar{\sigma}_a$$

* Sollicitations du 2ème genre :

$$-\sigma'_{b_{\text{moy}}} \leq 1,5 \bar{\sigma}'_{bo}$$

$$-\sigma'_{b_{\max}} \leq 1,5 \delta \bar{\sigma}'_{bo}$$

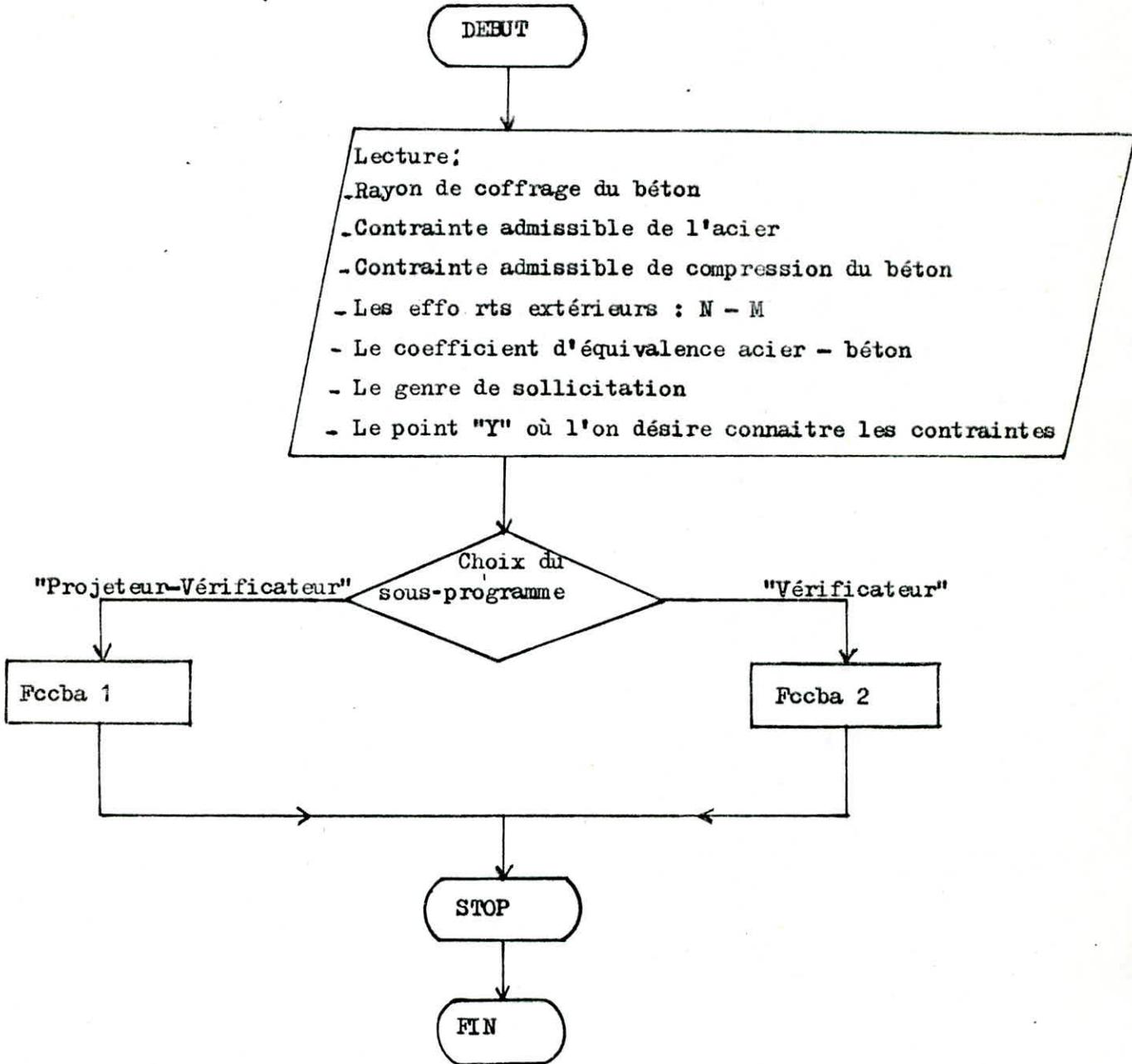
$$-\sigma_{a_{\max}} \leq \bar{\sigma}_a$$

Remarque: Divers exemples sont traités en annexes pour les deux programmes "FOND" et "FCCBA".

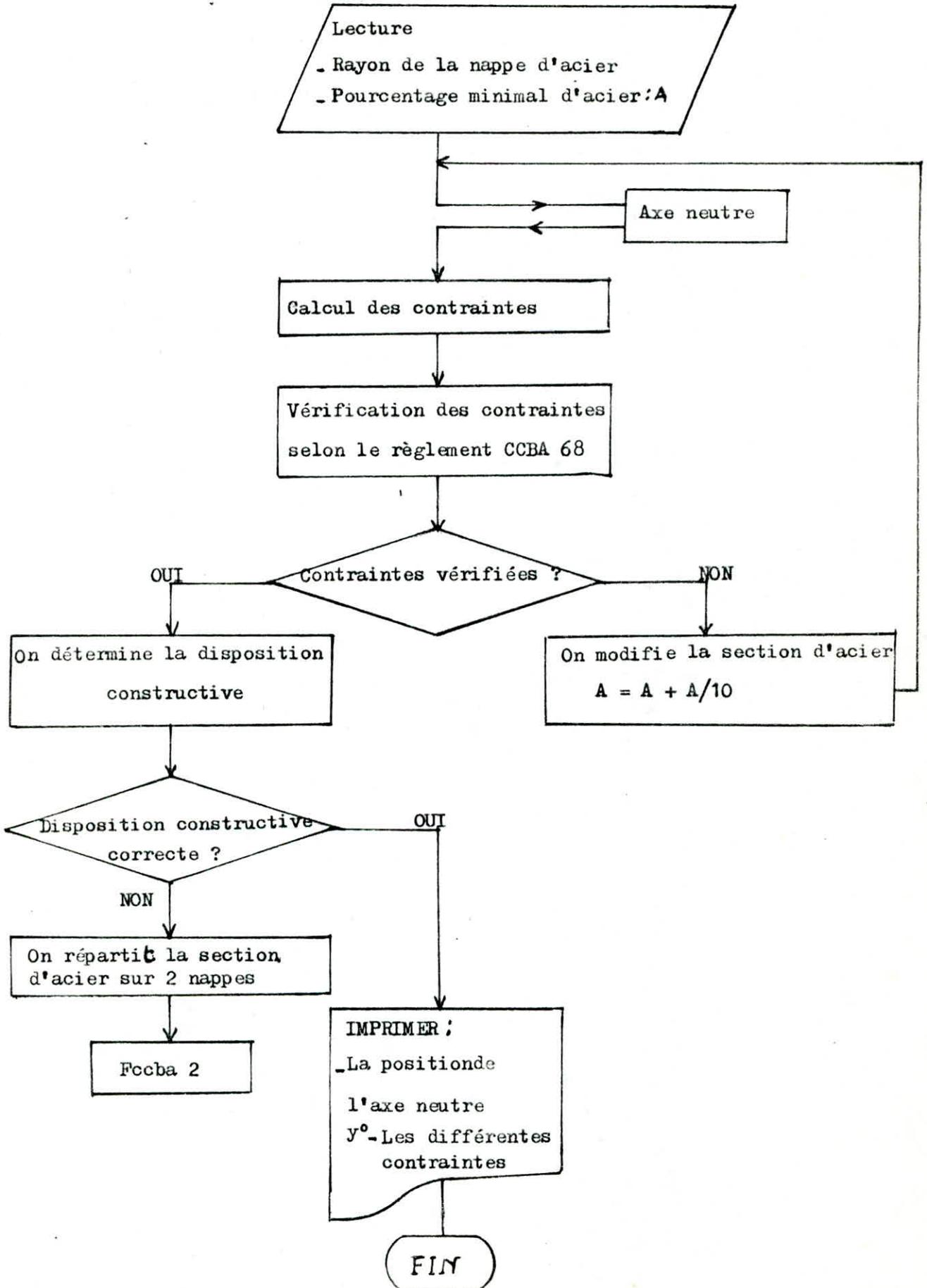
IX. ANALYSE INFORMATIQUE :

Le programme "FCCBA" se compose de nombreux Sous-Programmes dont les principaux sont présentés dans ce qui suit sous forme d'organigrammes détaillés explicitant l'enchaînement à la fois simple et logique qui a permis son élaboration.

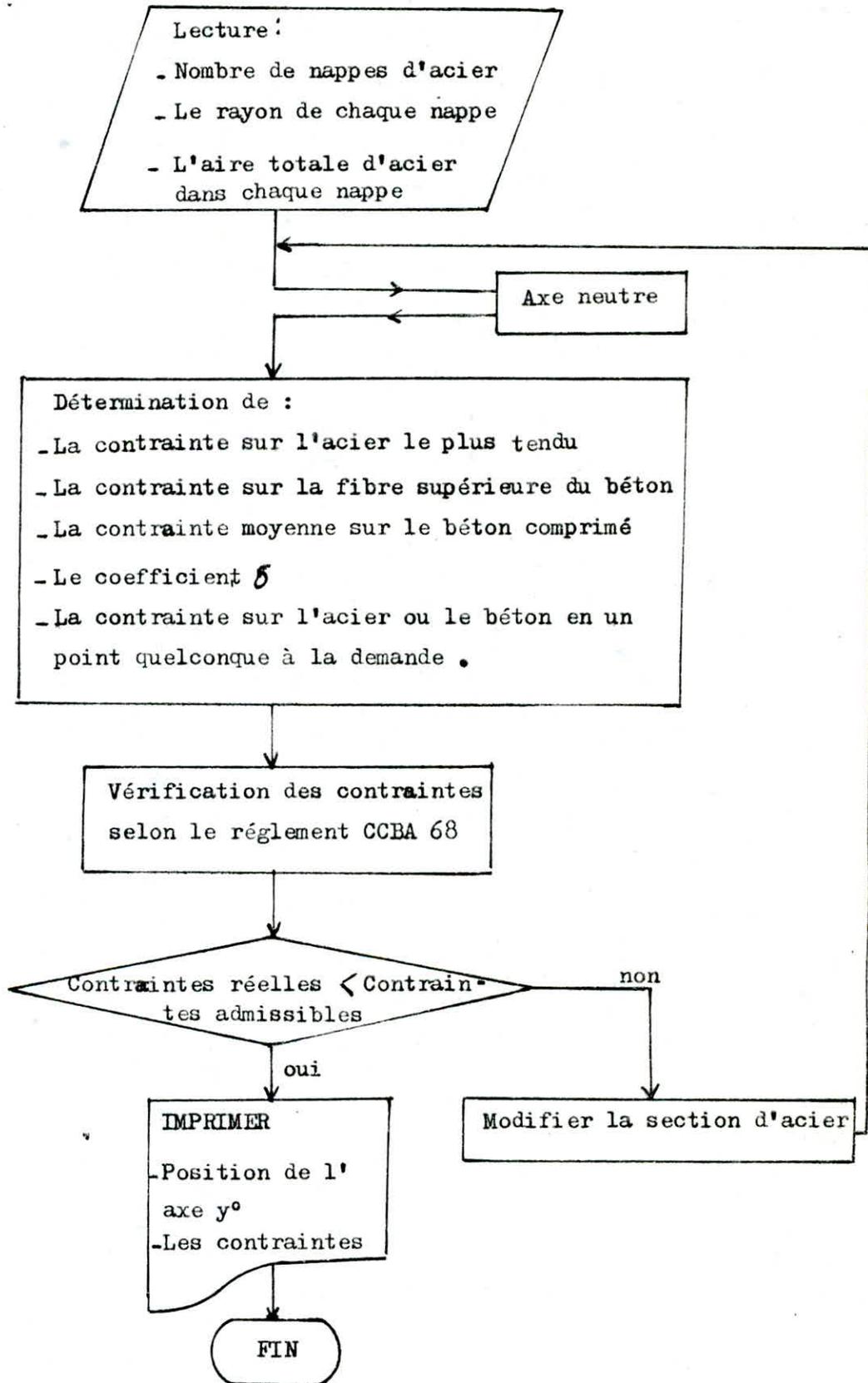
ORGANIGRAMME GENERAL DU PROGRAMME " Fccba "



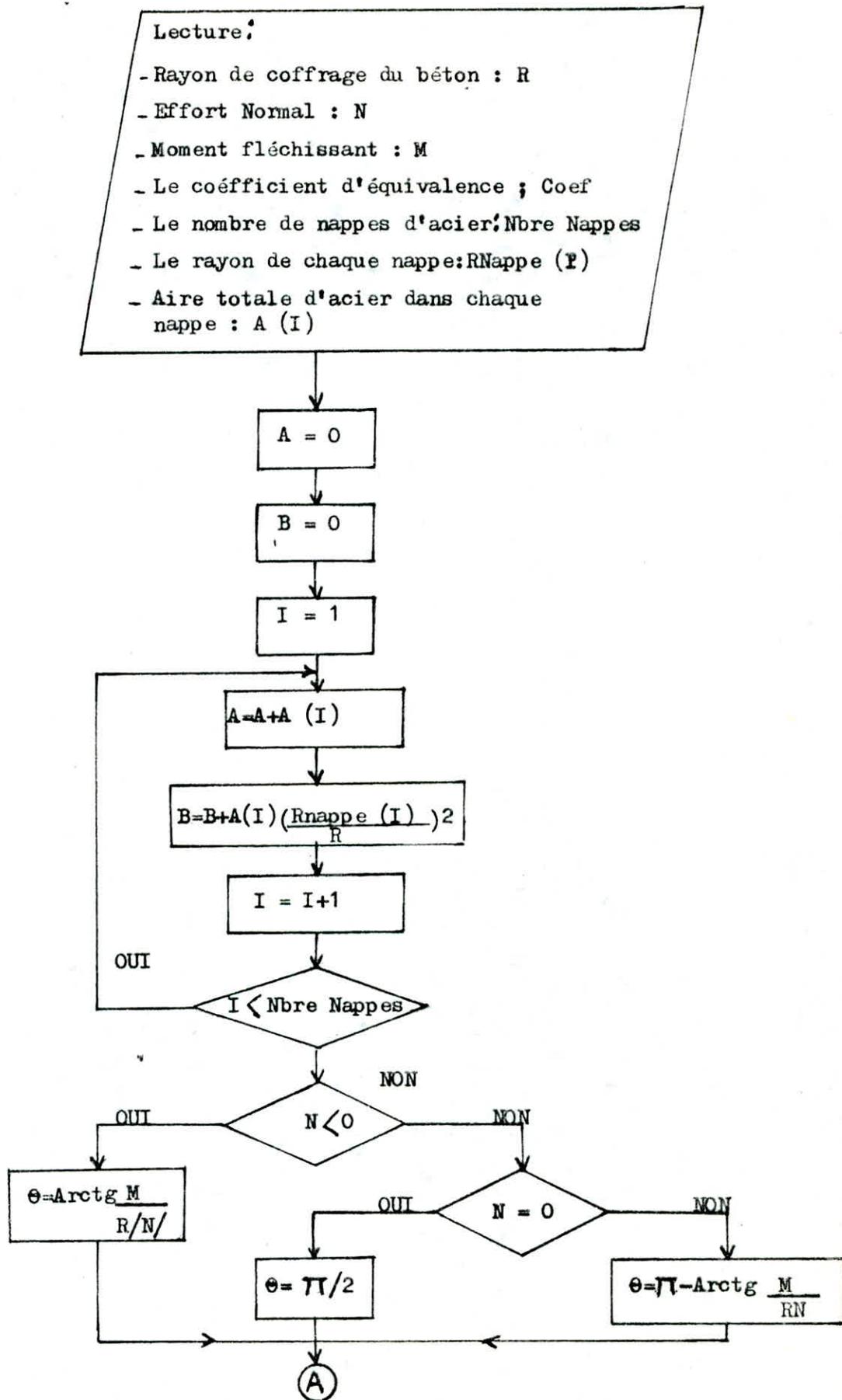
ORGANIGRAMME GENERAL DU SOUS-PROGRAMME "Fccba 1"

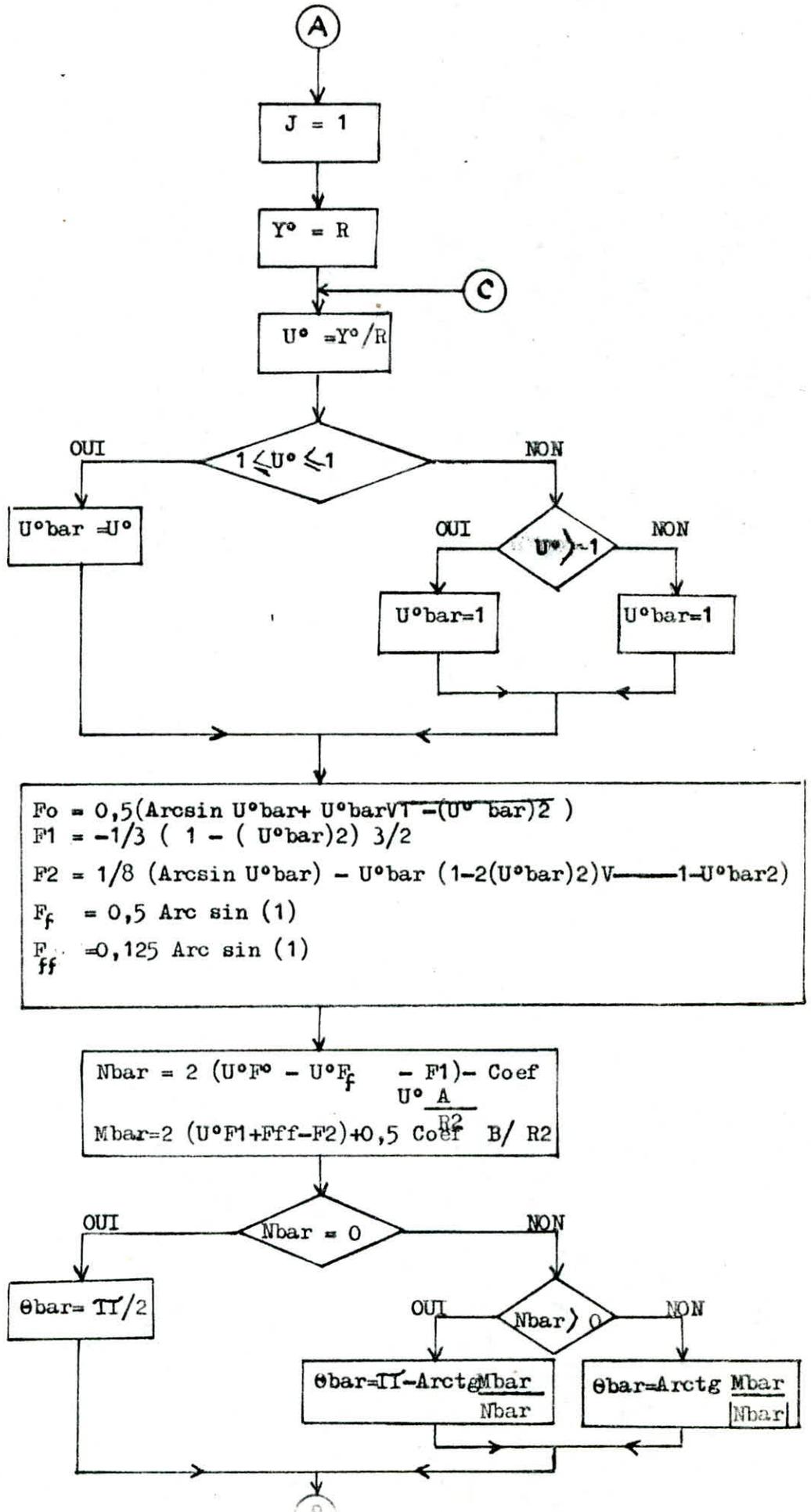


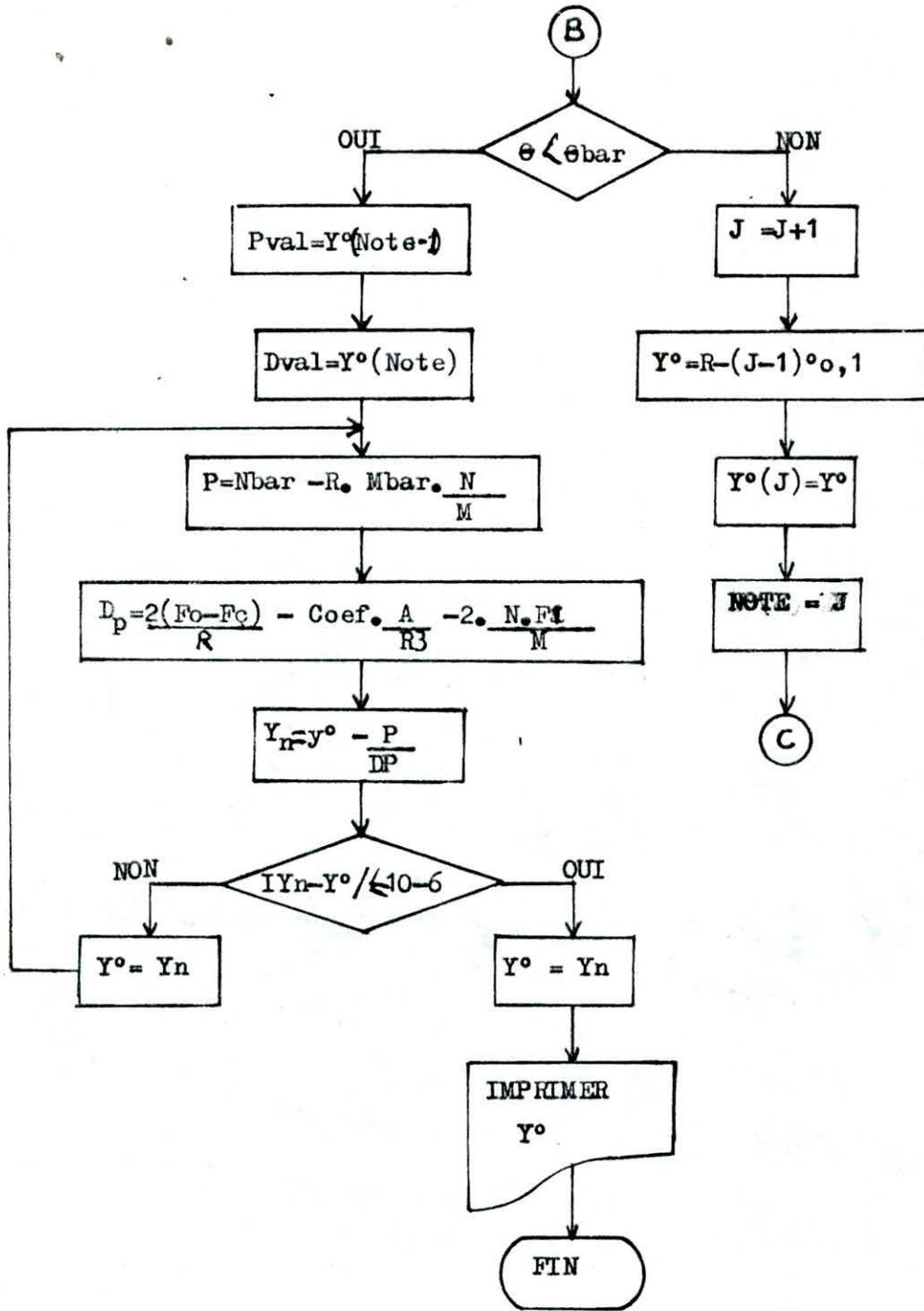
ORGANIGRAMME GENERAL DU SOUS-PROGRAMME "Fccba 2"



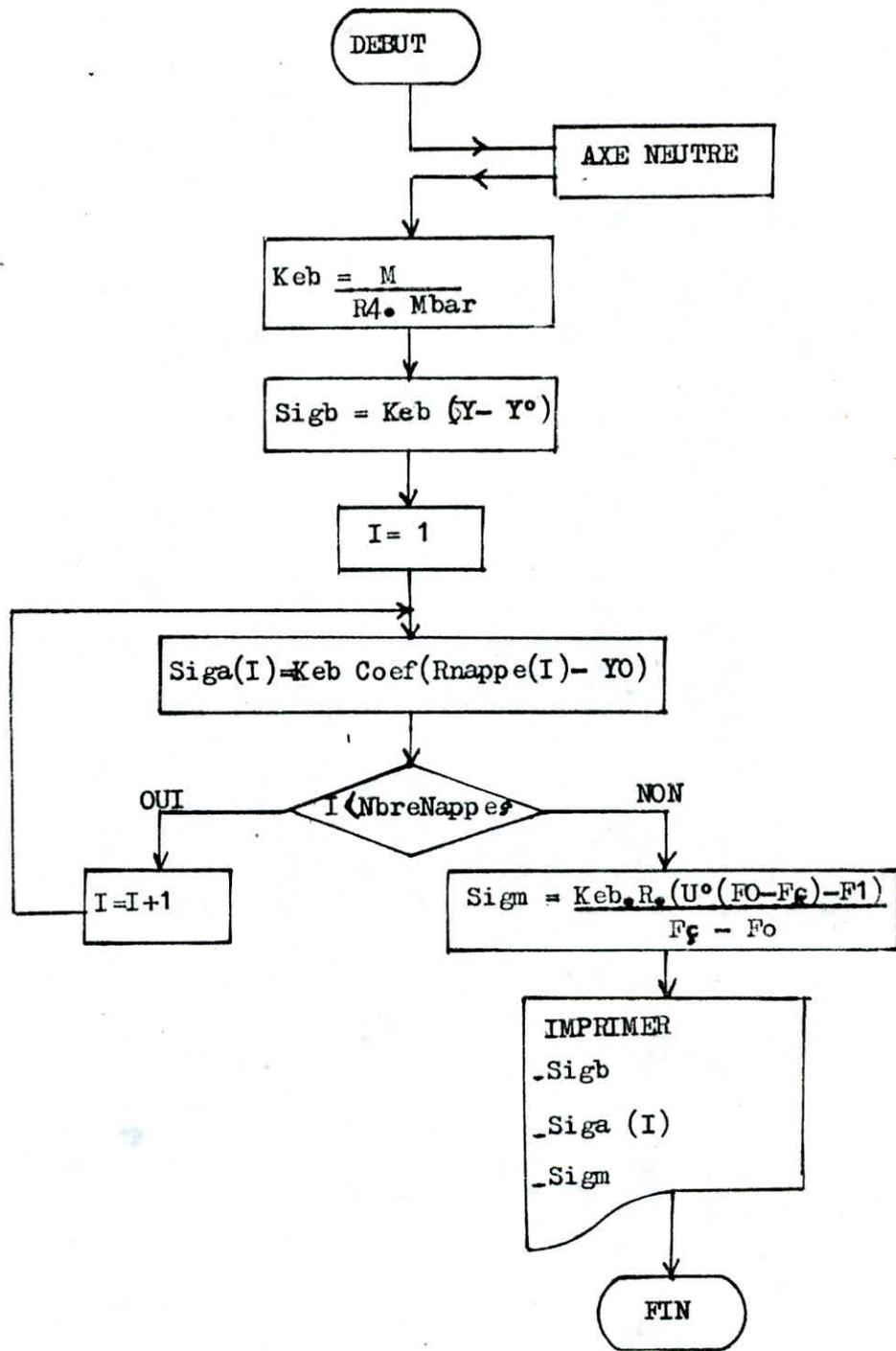
DETERMINATION DE LA POSITION DE L'AXE NEUTRE Y° (ORGANIGRAMME DETAILLE):



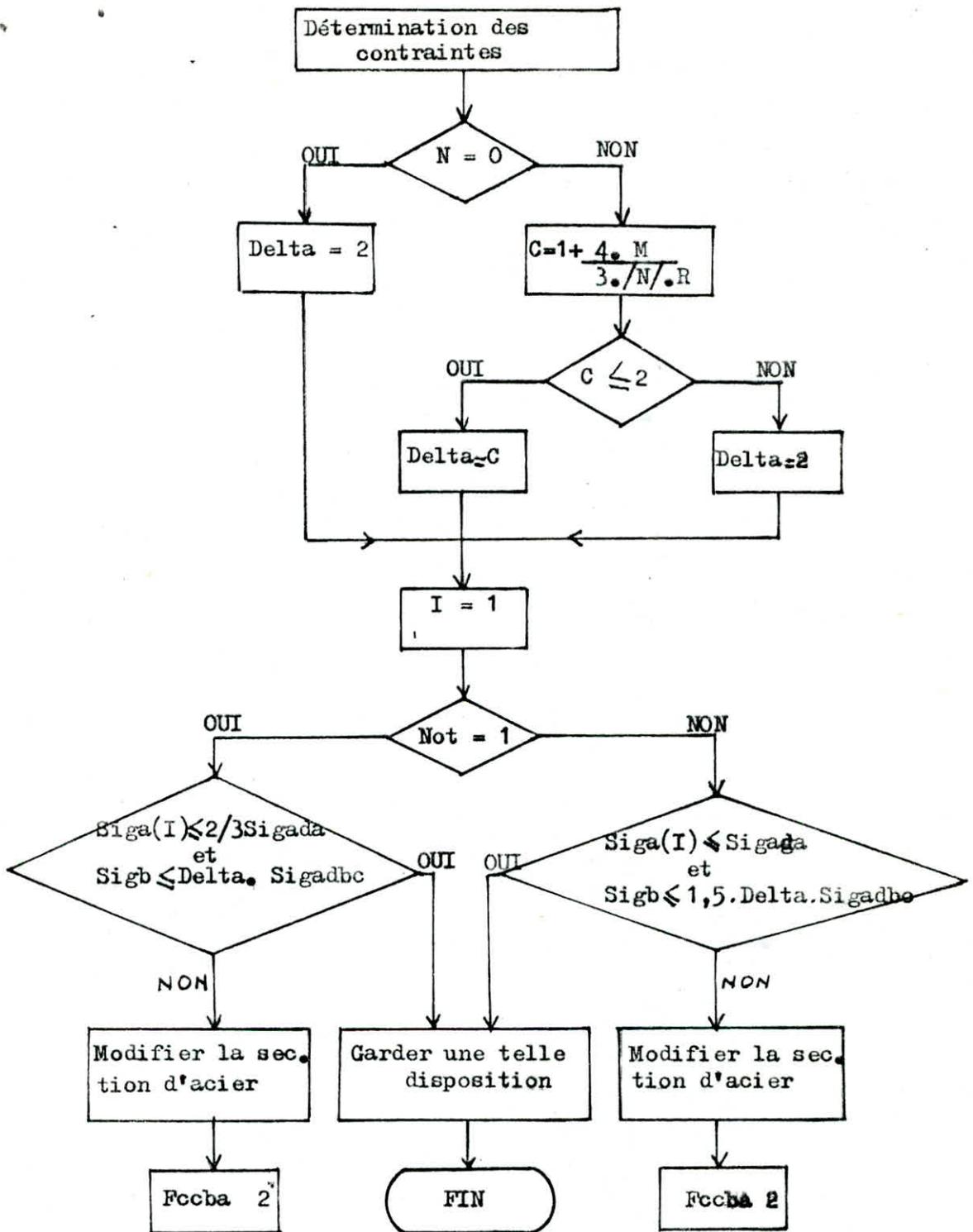




DETERMINATION DES CONTRAINTES



VERIFICATION DES CONTRAINTES



Exemple IV

Cet exemple est traité dans les annales de l'ITBTP (N°408):

Efforts extérieurs :

- Effort normal = 400 tf.
- Effort horizontal = 90 tf.
- Moment = 200 tf.m.

Caractéristiques des pieux :

Diamètre = 0,80 m

$E = 10^6$ tf/m²

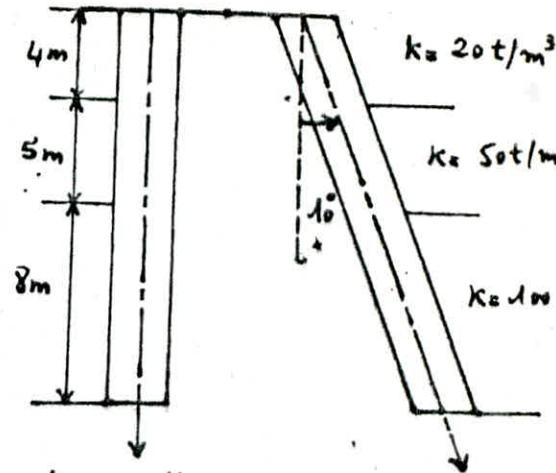
Longueur totale = 17m.

Pieux articulés en pied et encastres dans la semelle

Les résultats fournis par le programme "Fond" sont les suivants:

Coefficients croisés en tête de pieux :

Ro 1 = 192.87265859 tf/m
Ro 2 = 809.696578313 tf
Ro 3 = 5980.98399203 tf.m



Efforts et déformations en tête de pieux :

Rangee numero : 1

M (tf.m)	N (tf)	T (tf)	Y (cm)	W (Deg)
-16.609	91.660	3.773	1.831313	-.017063

Rangee numero : 2

M (tf.m)	N (tf)	T (tf)	Y (cm)	W (Deg)
-16.820	13.851	3.823	1.857321	-.017063

Déplacements transversal et longitudinal :

Enfoncement suivant Z (cm) = 00.017
Déplacement lateral suivant Y (cm) = 01.857
Rotation (deg) = -0.017

Exemple III

Même exemple que I avec

- Pied articulé
- Articulation en tête.

Les résultats dans ce cas sont les suivants:

Coefficients croisés en tête de pieu:

Ro 1 =	990.355575512	tf/m
Ro 2 =	4799.50445447	tf
Ro 3 =	34249.9576255	tf.m

Efforts et déformations en tête de pieu:

M (tf.m)	N (tf)	T (tf)	Y (cm)	W (Deg)
0.000	0.000	100.000	31.467034	2.526474

Déplacement longitudinal et transversal:

Enfoncement suivant	Z (cm) =	00.000
Déplacement lateral suivant	Y (cm) =	31.467
Rotation	(deg) =	00.000

Efforts et déformations le long du pieu

Cote (m)	Moment (tf.m)	Tranchant (tf)	Déplacement (cm)	Rotation (Deg)	Pression (t/m ²)
0.00	0.000	100.000	31.4670	2.5265	0.0000
.50	50.000	100.000	29.2643	2.5194	0.0000
1.00	100.000	100.000	27.0739	2.4983	0.0000
1.50	150.000	100.000	24.9080	2.4631	0.0000
2.00	200.000	100.000	22.7790	2.4139	0.0000
2.50	250.000	100.000	20.6991	2.3506	0.0000
3.00	300.000	100.000	18.6805	2.2732	0.0000
3.50	347.296	89.379	16.7357	2.1820	-16.7357
4.00	389.569	79.900	14.8760	2.0782	-14.8760
4.50	427.378	71.509	13.1119	1.9631	-13.1119
5.00	461.250	64.145	11.4527	1.8380	-11.4527
5.50	491.683	57.743	9.9067	1.7038	-9.9067
6.00	513.488	30.192	8.4813	1.5620	-42.4063
6.50	522.556	6.729	7.1817	1.4159	-35.9086
7.00	520.836	-13.026	6.0103	1.2689	-30.0514
7.50	510.084	-29.460	4.9666	1.1236	-24.8330
8.00	491.866	-42.951	4.0480	.9824	-20.2402
8.50	467.561	-53.869	3.2502	.8473	-16.2508
9.00	438.367	-62.567	2.5670	.7197	-12.8351
9.50	403.533	-76.190	1.9914	.6011	-19.9142
10.00	362.701	-86.662	1.5148	.4931	-15.1482
10.50	317.302	-94.546	1.1272	.3973	-11.2721
11.00	268.502	-100.344	.8175	.3148	-8.1746
11.50	217.233	-104.488	.5736	.2464	-5.7361
12.00	164.230	-107.334	.3831	.1927	-3.8307
12.50	110.068	-109.165	.2329	.1541	-2.3285

Efforts et déformations le long du pieu

Cote (m)	Moment (tf.m)	Tranchant (tf)	Déplacement (cm)	Rotation (Deg)	Pression (t/m ²)
0.00	0.000	100.000	37.0940	2.8938	0.0000
.50	50.000	100.000	34.5707	2.8868	0.0000
1.00	100.000	100.000	32.0597	2.8657	0.0000
1.50	150.000	100.000	29.5732	2.8305	0.0000
2.00	200.000	100.000	27.1236	2.7813	0.0000
2.50	250.000	100.000	24.7231	2.7179	0.0000
3.00	300.000	100.000	22.3840	2.6405	0.0000
3.50	346.757	87.253	20.1185	2.5494	-20.1185
4.00	387.476	75.841	17.9381	2.4459	-17.9381
4.50	422.811	65.709	15.8527	2.3318	-15.8527
5.00	453.388	56.797	13.8710	2.2084	-13.8710
5.50	479.800	49.041	12.0007	2.0770	-12.0007
6.00	495.766	15.698	10.2479	1.9393	-51.2397
6.50	496.345	-12.568	8.6167	1.7993	-43.0833
7.00	483.983	-36.124	7.1070	1.6611	-35.5351
7.50	460.946	-55.329	5.7160	1.5279	-28.5801
8.00	429.321	-70.533	4.4381	1.4024	-22.1903
8.50	391.025	-82.063	3.2654	1.2869	-16.3271
9.00	347.820	-90.221	2.1887	1.1828	-10.9436
9.50	299.932	-100.340	1.1973	1.0915	-11.9733
10.00	248.433	-104.737	.2796	1.0143	-2.7955
10.50	196.081	-103.816	-.5772	.9518	5.7723
11.00	145.448	-97.906	-1.3858	.9038	13.8582
11.50	98.964	-87.258	-2.1586	.8695	21.5860
12.00	58.950	-72.052	-2.9069	.8475	29.0694
12.50	27.653	-52.404	-3.6406	.8355	36.4063
13.00	7.276	-28.378	-4.3673	.8309	43.6730
13.50	-.000	-.000	-5.0919	.8302	50.9191

Exemple II

Considérons le pieu de l'exemple I avec:

- Pied libre
- Articulation en tête.

Les résultats fournis par le programme "Fond" sont dans ce cas:

Coefficients croisés en tête de pieu:

Ro 1 = 897.521998321 tf/m
Ro 2 = 4611.76811064 tf
Ro 3 = 33870.3004384 tf.m

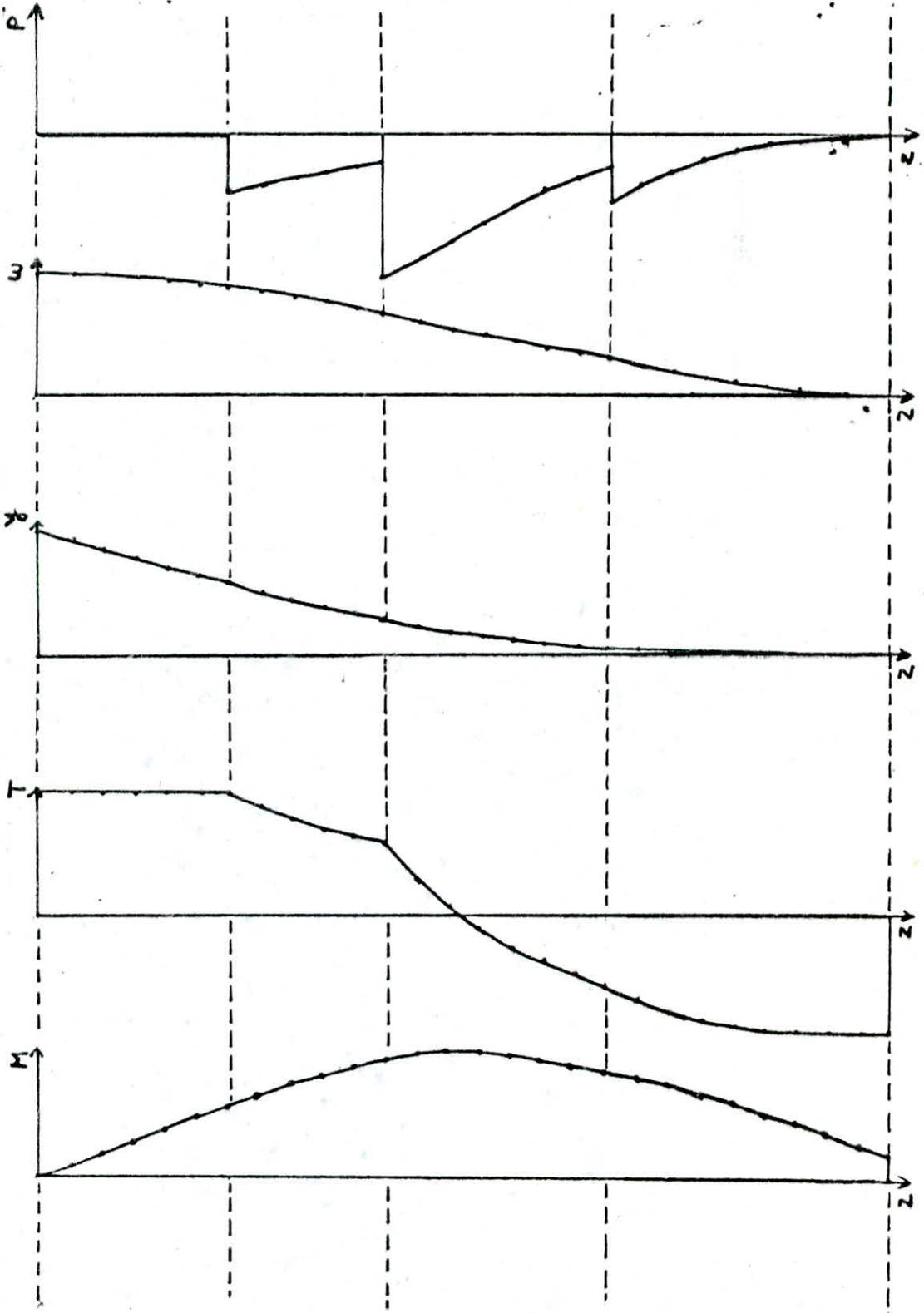
Efforts et déformations en tête de pieu:

<u>M (tf.m)</u>	<u>N (tf)</u>	<u>T (tf)</u>	<u>Y (cm)</u>	<u>W (Deg)</u>
0.000	0.000	100.000	37.094013	2.893842

Déplacements longitudinal et transversal:

Enfoncement suivant	Z (cm) = 00.000
Déplacement lateral suivant	Y (cm) = 37.094
Rotation	(deg) = 00.000

Diagrammes des efforts et déformations (Exp 1)



Efforts et déformations le long du pieu

Cote (m)	Moment (tf.m)	Tranchant (tf)	Deplacement (cm)	Rotation (Deg)	Pression (t/m ²)
0.00	0.000	100.000	31.2716	2.5388	0.0000
.50	50.000	100.000	29.0581	2.5318	0.0000
1.00	100.000	100.000	26.8568	2.5107	0.0000
1.50	150.000	100.000	24.6802	2.4755	0.0000
2.00	200.000	100.000	22.5404	2.4263	0.0000
2.50	250.000	100.000	20.4497	2.3629	0.0000
3.00	300.000	100.000	18.4204	2.2855	0.0000
3.50	347.336	89.538	16.4647	2.1943	-16.4647
4.00	389.730	80.225	14.5942	2.0905	-14.5942
4.50	427.743	72.006	12.8194	1.9753	-12.8194
5.00	461.908	64.821	11.1496	1.8501	-11.1496
5.50	492.726	58.604	9.5931	1.7157	-9.5931
6.00	515.200	32.009	8.1575	1.5735	-40.7874
6.50	525.422	9.533	6.8481	1.4268	-34.2407
7.00	525.355	-9.209	5.6676	1.2787	-28.3382
7.50	516.771	-24.602	4.6160	1.1319	-23.0800
8.00	501.247	-37.031	3.6911	.9885	-18.4557
8.50	480.171	-46.872	2.8893	.8502	-14.4464
9.00	454.746	-54.485	2.2053	.7186	-11.0263
9.50	424.496	-65.945	1.6328	.5947	-16.3284
10.00	389.321	-74.287	1.1646	.4801	-11.6457
10.50	350.628	-80.111	.7919	.3759	-7.9186
11.00	309.538	-83.962	.5052	.2830	-5.0521
11.50	266.914	-86.326	.2946	.2018	-2.9456
12.00	223.389	-87.628	.1494	.1328	-1.4944
12.50	179.402	-88.229	.0592	.0761	-.5918
13.00	135.227	-88.426	.0130	.0318	-.1299
13.50	91.005	-88.451	.0000	.0000	-.0000

Exemple I

Considérons le pieu tel que défini par la figure ci-dessous.

Efforts extérieurs :

- Effort normal. = 0
- Effort horizontal = 100 tf.
- Moment = 0

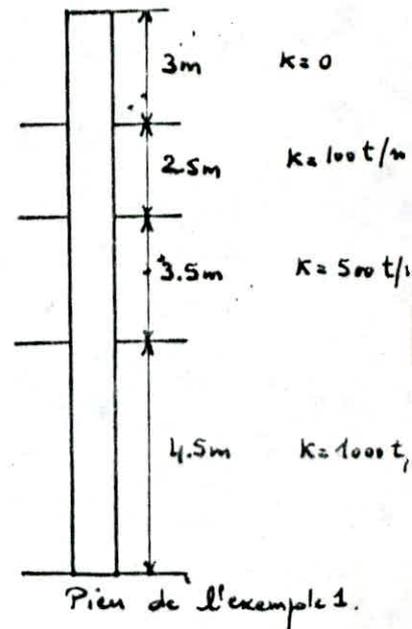
Caractéristiques du pieu :

Diamètre = 1,2 m.

$E = 10^6 \text{ tf/m}^2$ (cas de charges de longue durée)

Longueur totale = 13 m.

Pieu encasté en pied et articulé en tête.



Les résultats fournis par le programme "Fond" sont les suivants :

Coefficients croisés en tête de pieu :

$R_0 1 = 1037.80370006 \text{ tf/m}$
 $R_0 2 = 5067.31047304 \text{ tf}$
 $R_0 3 = 35761.5044838 \text{ tf.m}$

Efforts et déformations en tête de pieu :

<u>M (tf.m)</u>	<u>N (tf)</u>	<u>T (tf)</u>	<u>Y (cm)</u>	<u>W (Deg)</u>
0.000	0.000	100.000	31.271575	2.538833

Où : $w =$ rotation.

Déplacements longitudinal et transversal :

Enfoncement suivant $Z \text{ (cm)} = 00.000$
Déplacement lateral suivant $Y \text{ (cm)} = 31.272$
Rotation $\text{(deg)} = 00.000$

**** Annexes ****

PIEU DE LA RANGEE NUMERO : 1

Nombre de pieux dans la rangee = 3
 Position de la rangee / 0 = -1 m

Cote (m)	Moment (tf.m)	Tranchant (tf)	Deplacement (cm)	Rotation (Deg)	Pression (t/m2)
0.00	-16.820	3.823	1.8573	-.0171	-.3715
1.00	-13.145	3.526	1.8484	.0256	-.3697
2.00	-9.766	3.235	1.7739	.0581	-.3548
3.00	-6.669	2.961	1.6508	.0815	-.3302
4.00	-3.836	2.709	1.4944	.0964	-.2989
5.00	-1.415	2.146	1.3187	.1037	-.6594
6.00	.480	1.655	1.1358	.1050	-.5679
7.00	1.919	1.237	.9551	.1014	-.4776
8.00	2.977	.890	.7838	.0944	-.3919
9.00	3.720	.608	.6271	.0848	-.3136
10.00	4.096	.163	.4888	.0735	-.4888
11.00	4.080	-.180	.3707	.0618	-.3707
12.00	3.766	-.436	.2728	.0506	-.2728
13.00	3.232	-.621	.1935	.0405	-.1935
14.00	2.543	-.750	.1303	.0323	-.1303
15.00	1.748	-.833	.0796	.0262	-.0796
16.00	.889	-.879	.0376	.0224	-.0376
17.00	.000	-.894	.0000	.0211	-.0000

PIEU DE LA RANGEE NUMERO : 2

Nombre de pieux dans la rangee = 4
 Position de la rangee / 0 = 1 m

Cote (m)	Moment (tf.m)	Tranchant (tf)	Deplacement (cm)	Rotation (Deg)	Pression (t/m2)
0.00	-16.609	3.773	1.8313	-.0171	-.3663
1.00	-12.983	3.480	1.8229	.0250	-.3646
2.00	-9.647	3.193	1.7497	.0572	-.3499
3.00	-6.591	2.923	1.6285	.0803	-.3257
4.00	-3.795	2.674	1.4743	.0950	-.2949
5.00	-1.404	2.118	1.3012	.1023	-.6506
6.00	.466	1.634	1.1208	.1035	-.5604
7.00	1.888	1.222	.9425	.1001	-.4713
8.00	2.933	.879	.7735	.0931	-.3868
9.00	3.667	.601	.6190	.0836	-.3095
10.00	4.039	.161	.4825	.0726	-.4825
11.00	4.024	-.177	.3660	.0610	-.3660
12.00	3.715	-.429	.2694	.0499	-.2694
13.00	3.188	-.612	.1911	.0400	-.1911
14.00	2.508	-.739	.1286	.0319	-.1286
15.00	1.725	-.822	.0786	.0258	-.0786
16.00	.877	-.867	.0371	.0221	-.0371
17.00	.000	-.882	.0000	.0209	-.0000

DONNEES A INTRODUIRE

1---Efforts exterieures

Moment (t.m) = 3000

Effort normal (t)..... = 0

2---Caracteristiques de la section

Rayon de coffrage beton (m)..... = .4

Nombre de nappes d'acier..... = 1

Nappe numero = 1

Rayon de la nappe (m)..... = .35

Section totale d'acier de la nappe (cm²)..... = 58.92

3---Contraintes admissibles (Kg/cm²)

--ACIER = 2670

--BETON = 132

4---Genre de sollicitations

Sollicitations du 2 genre

Coefficient d'equivalence acier-beton

N..... = 15

RESULTATS

Position de l'axe neutre (m) = .1527239000

Valeur du coefficient delta..... = .2

Contrainte sur la fibre superieure du beton (Kg/cm²)..... = 7879.6018064

Contrainte moyenne dans le beton (Kg/cm²)..... = 3253.8667427

Contrainte dans les armatures superieures (Kg/cm²)..... = 240293.99631

DONNEES A INTRODUIRE

=====

1---Efforts exterieures

 Moment (t.m) = 2000
 Effort normal (t)..... = 15000

2---Caracteristiques de la section

 Rayon de coffrage beton (m)..... = .8
 Rayon de la nappe d'acier (m)..... = .75
 Ferrailage avec le pourcentage minimal:

Section d'acier (cm2)..... = 20

3---Contraintes admissibles (Kg/cm2)

 --ACIER = 2670
 --BETON = 132

4---Genre de sollicitations

 Sollicitation du 1 genre

 Coefficient d'equivalence acier-beton

N..... = 15

RESULTATS

=====

Position de l'axe neutre (m) = -1.2133691032
 Valeur du coefficient delta..... = 1.222222222222
 Contrainte sur la fibre superieure du beton (Kg/cm2)..... = 121.971885458
 Contrainte moyenne dans le beton (Kg/cm2)..... = 73.5070966567
 Contrainte dans les armatures superieures (Kg/cm2)..... = -421.070357323

DONNEES A INTRODUIRE

1---Efforts exterieures

Moment (t.m) = 3500
 Effort normal (t)..... = -2000

2---Caracteristiques de la section

Rayon de coffrage beton (m)..... = .8
 Nombre de nappes d'acier..... = 2
 Nappe numero = 1
 Rayon de la nappe (m)..... = .8
 Section totale d'acier de la nappe (cm2)..... = 251.3
 Nappe numero = 2
 Rayon de la nappe (m)..... = .7
 Section totale d'acier de la nappe (cm2)..... = 128.64

3---Contraintes admissibles (Kg/cm2)

--ACIER = 2600
 --BETON = 81

4---Genre de sollicitations

Sollicitation du 1 genre

Coefficient d'equivalence acier-beton
 N..... = 15

RESULTATS

Position de l'axe neutre (m) = .360582544907
 Valeur du coefficient delta..... = 2
 Contrainte sur la fibre superieure du beton (Kg/cm2)..... = 70.6195503786
 Contrainte moyenne dans le beton (Kg/cm2)..... = 29.0403390911

B I B L I O G R A P H I E

- (1) - F.M. BLONDEL, J.C. LETOUZE - Lire : BASIC le langage de la micro-informatique -Ed.
- (2) - M. BOUMHRAT, A. GOURDIN - Méthodes numériques appliquées - O.P.U. 1983.
- (3) - P. CHARON - Calcul pratique des sections en béton armé : Flexion Simple et Flexion Composée - Ed. Eyrolles 1973.
- (4) - J. COURBON - Calcul des Structures - Ed. Dunod 1972. Pages 21 - 23.
- (5) - G. FILLIAT - Sols et fondations - Ed. Moniteur
- (6) - M. FORNI - Fondations Spéciales et reprise en sous-oeuvre - Ed. Eyrolles 1981.
- (7) - G. PHILIPPONAT - Fondations et ouvrages en terre - Ed. Eyrolles 1979.
- (8) - G. SANGLERAT, I. COSTET - Cours pratique de mécanique des sols - Tome 2 - Ed. Dunod 1983.
- (9) - J. VERDEYEN - Mécanique des Sols - Tome Ed. Dunod
- (10) - Fond 72, LCPC SETRA.
- (11) - Annales de l'ITBTP (Institut technique du bâtiment et des travaux publics). Séries : - Sols et fondations
- Béton 210 N° 409.

