

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
Ecole Nationale Polytechnique



Département de mécanique

**Projet de Fin d'Etudes**  
pour l'obtention du diplôme  
**d'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique**

**THEME :**

***Etude de l'humidification dans les  
cycles humides de la turbine à gaz***

Présenté par :  
**Mlle.:** AOUICHAT Yasmine

Proposé par :  
**Mr.:** H.BENNOUR  
**Mr.:** A.BILEK

Promotion : juillet 2011  
Ecole Nationale Polytechnique  
10, Avenue Hacén Badi, El-Harrach, Alger.

## Résumé

Dans cette étude, nous avons modélisé les transferts de masse et de chaleur le long d'une tour d'humidification à lits de garnissage, puis effectué une simulation à l'aide de MATLAB. Les distributions des températures, de l'humidité spécifique et du taux d'évaporation ont été représentées à travers la tour. Par ailleurs, l'influence d'une variation de la hauteur de la tour sur ces distributions a également été analysée.

**Mots clés:** Tour d'humidification à lits de garnissage, Humidification, transfert de masse et de chaleur.

## Abstract

In this study, we have modeled the heat and mass transfer along a packed-bed humidification tower, and then performed a simulation with the aid of MATLAB. Temperature, specific humidity and evaporation rate distributions were represented through the tower. In addition, the height variation effect on these distributions was also analyzed.

**Key words:** Packed-bed humidification tower, Humidification, Heat and mass transfer.

## ملخص

قمنا في هذه الدراسة بتصميم نموذج للمبادلات المادية و الحرارية عبر برج تعبئة بالوطوبة، ثم تمت محاكاة إستعانة ب BALTAM

مثلنا توزيع درجات الحرارة، الرطوبة النسبية و وتيرة التبخر عبر البرج .

قمنا كذلك بتعيين كيفية تأثير إرتفاع البرج على هذه التوزيعات.

الكلمات المفتاحية : برج التعبئة بالوطوبة, الترطيب, المبادلات المادية و الحرارية.

## **Remerciements**

*Au terme de ce travail, je tiens à exprimer vivement mes remerciements et ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à sa réalisation.*

*Je tiens à remercier en premier lieu mon promoteur Mr. BENNOUR H. pour la confiance qu'il a placée en moi, pour sa permanente disponibilité, son investissement et ses précieux conseils qui m'ont guidé dans l'élaboration de ce travail.*

*Je ne peux passer sous silence l'énorme contribution de mon Co-promoteur Mr. BILKAL A., merci pour son aide, ses critiques et ses suggestions, qui ont été d'un grand apport.*

*Je suis extrêmement reconnaissante envers Mr. Tayebi N, Mr. BOUGUERRA Y, et Mr. NEDDAF R, pour la documentation qu'ils ont mis à ma disposition et qui m'a été d'une très grande utilité.*

*Je remercie vivement Mr. Aït-Ali pour avoir accepté de présider le jury.*

*Je tiens à exprimer également mes remerciements à Mr. SMAILI d'avoir accepté de faire partie de mon jury et d'avoir évaluer mon travail.*

*Je tiens à remercier mes amis Khadidja et Zaki pour leur aide, et leur investissement dans la réalisation de ce mémoire.*

*Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à l'ensemble du personnel et l'encadrement de l'Ecole Nationale Préparatoire Aux Etudes d'Ingéniorat et celui de l'Ecole Nationale Polytechnique ainsi qu'à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.*

*À mes parents bien aimés, à mon frère adoré.*

*À mes sœurs Fella, Khadidja, Assia, Naïma, Meriem.*

*À tout mes amis*

*À ma famille*

*Merci pour tout*

## Table des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre I : Considérations générales sur l'humidification</b> .....	3
I.1 Introduction.....	3
I.2 Principes d'humidification et procédés associés.....	3
I.2.1 Humidification isotherme.....	3
I.2.2 Humidification adiabatique.....	4
I.3 Système de rafraîchissement évaporatif par désorption.....	7
I.4 Autres applications de l'humidification.....	8
I.4.1 Application de l'humidification dans les soins intensifs et la réanimation.....	8
I.4.2 Dessalement d'eau par humidification-déshumidification.....	8
I.5 L'humidification comme moyen d'amélioration des performances énergétiques de la turbine à gaz.....	9
I.5.1 Les turbines à gaz à injection d'eau.....	10
I.5.2 Les turbines à gaz à injection de vapeur (figure I.8).....	10
I.6 Le cycle de Maisotsenko.....	11
<b>Chapitre II : Modèles de transfert de masse et de chaleur entre liquide et gazeuse</b> .....	14
II.1 Introduction.....	14
II.2 Cinétique de transfert de matière.....	14
II.2.1 Transfert de matière dans une seule phase.....	14
II.2.2 Transfert de matière entre la phase gazeuse et la phase liquide.....	15
II.3 Analogie des transports.....	18
II.3.1 Analogie de Reynolds.....	21
II.3.2 Analogie de Chilton-Colburn.....	22
II.4 Mécanismes et modèles de transfert lors de la vaporisation de gouttelettes.....	23
II.4.1 Atomisation.....	23
II.4.2 Dispersion des gouttelettes.....	23
II.4.3 Evaporation.....	24
<b>Chapitre III : les équipements de transfert de masse</b> .....	31
III.1 Introduction :.....	31
III.2 Différents équipements de transfert de masse.....	31
III.2.1 Les tours à spray.....	31
III.2.2 Les tours à bulles :.....	32
III.2.3 Les tours à plateaux :.....	33
III.2.4 Les tours à lits de garnissage.....	34

<b>Chapitre IV : Modélisation des transferts de masse et de chaleur au sein d'une colonne a lits de garnissage.....</b>	<b>45</b>
IV.1 Introduction.....	45
IV.2 Bilans de masse et d'énergie.....	46
IV.3 Processus de transfert de masse et de chaleur.....	48
IV.3.1 Définition des coefficients de transfert de chaleur et de masse.....	48
IV.3.2 Spécification des coefficients de transfert.....	48
IV.4 Température de l'interface.....	50
<b>Chapitre V : Simulation des transferts de masse et de chaleur le long d'une tour a lits de garnissage.....</b>	<b>52</b>
V.1 Introduction.....	52
V.2 Description de la procédure de résolution.....	52
V.3 Choix des données.....	53
V.3.1 Choix du type de garnissage.....	53
V.3.2 Choix du diamètre de la colonne.....	56
V.3.3 Calcul des débits et de la vitesse superficielle du liquide.....	56
V.3.4 Estimation de la rétention totale (Hold up).....	57
V.4 Calcul des propriétés physiques des fluides.....	58
V.4.1 Propriétés de la phase liquide.....	58
V.4.2 Propriétés physiques du gaz.....	58
V.5 Calcul des coefficients de transfert.....	60
V.6 Calcul de la température de l'interface et du taux de transfert de masse.....	61
V.7 Calcul du débit d'eau à l'entrée de chaque élément.....	62
V.8 Correction des températures de la distribution initiale.....	62
<b>Chapitre VI : Résultats et interprétation.....</b>	<b>64</b>
VI.1 Introduction.....	64
VI.2 Sursaturation du gaz.....	64
VI.3 Coefficients de transferts de masse $\beta_g$ et de chaleur $\alpha_g$ .....	65
VI.4 Evolutions des températures le long de la colonne.....	66
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>71</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>72</b>
<b>Annexes</b>	

## Liste des figures

<b>Fig.I.1</b> : Humidification par injection de vapeur, principe et représentation sur un diagramme psychrométrique .....	4
<b>Fig.I.2</b> : Représentation d'un processus d'humidification adiabatique sur un diagramme psychrométrique .....	5
<b>Fig.I.3</b> : Schéma de principe d'une installation d'humidification par évaporation .....	5
<b>Fig.I.4</b> : Schéma de principe d'un humidificateur par atomisation .....	6
<b>Fig.I.5</b> : Schéma d'un système de rafraîchissement évaporatif par desorption .....	7
<b>Fig.I.6</b> : Principe de fonctionnement d'un système de dessalement solaire par humidification-déshumidification .....	9
<b>Fig.I.7</b> : Injection d'eau dans les cycles de la turbine à gaz.....	10
<b>Fig.I.8</b> : Cycle de la turbine à gaz à injection de vapeur "STIG". .....	10
<b>Fig.I.9</b> : Cycle évaporatif de la turbine à gaz (HAT). .....	11
<b>Fig.I.10</b> : Schéma d'une installation de turbine à gaz opérant selon le cycle de Maïsoetsenko.	12
<b>Fig.II.1</b> : Profil des concentrations du soluté dans les deux phases selon la théorie du double film .....	15
<b>Fig.II.2</b> : Schéma d'une goutte isolée .....	25
<b>Fig.III.1</b> : Schéma de principe d'une tour à spray .....	32
<b>Fig.III.2</b> : Schéma de principe d'une tour à bulles .....	33
<b>Fig.III.3</b> : Schéma de principe d'une tour à plateaux .....	33
<b>Fig.III.4</b> : Coupe révélant les différents éléments d'une colonne.....	35
<b>Fig.III.5</b> : Différents types de garnissage en vrac.....	37
<b>Fig.III.6</b> : Garnissage structuré.....	38
<b>Fig.III.7</b> : Différents types de grilles distributrices .....	39
<b>Fig.III.8</b> : Différents types de distributeurs de la phase liquide .....	40
<b>Fig.III.9</b> : Caractéristique des pertes de pressions d'une colonne garnie .....	42
<b>Fig.III.10</b> : Corrélation généralisée de la chute de pression à travers une colonne garnie .....	43
<b>Fig.IV.1</b> : Schéma de principe d'un saturateur et d'un garnissage de type structuré .....	45
<b>Fig.IV.2</b> : Schéma d'un volume de contrôle élémentaire de hauteur dz.....	46
<b>Fig.V.1</b> : Subdivisions de la colonne .....	52
<b>Fig.V.2</b> : Coefficient de correction de $U_{maxIE}$ pour $M = \frac{m_w}{m_a} \neq 1$ correspondant aux garnissages X100 et S100 [10] .....	55
<b>Fig.V.3</b> : Estimation de la rétention totale pour les garnissages structurés.....	57
<b>Fig.V.4</b> : Enthalpies de saturation d'après le modèle de HW et celui de Dalton.....	59
<b>Fig.V.5</b> : Pourcentage d'écart entre l'humidité spécifique selon HW et celui Dalton.....	59
<b>Fig.V.6</b> : Facteur d'amélioration $f$ de l'humidité spécifique à la saturation selon le modèle de Hyland et Wexler.....	59
<b>Fig.VI.1</b> : Evolution de l'humidité spécifique de l'air le long de la colonne .....	65
<b>Fig.VI.2</b> : Evolution du coefficient de transfert de chaleur $\alpha_g$ le long de la tour.....	65
<b>Fig.VI.3</b> : Evolution du coefficient de transfert de masse $\beta_g$ le long de la tour.....	66
<b>Fig.VI.4</b> : Evolution des températures du gaz et du liquide le long de la colonne .....	67
<b>Fig.VI.5</b> : Evolution de la température du gaz le long de la colonne pour différentes hauteurs.....	67

<b>Fig.VI.6</b> : Evolution de la température du liquide le long de la colonne pour différentes hauteurs .....	68
<b>Fig.VI.7</b> : Evolution de la température de l'interface le long de la colonne pour différentes hauteurs .....	69
<b>Fig. VI.8</b> : Evolution du taux d'évaporation le long de la colonne pour différentes hauteurs .	69

## Liste des tableaux

<b>Tableau II.1</b> : Coefficients de transfert et diffusivité pour différents processus.....	18
<b>Tableau II.2</b> : Nombres adimensionnels des transferts de masse et de chaleur.....	19
<b>Tableau II.3</b> : Analogie de Chilton-Colburn.....	23
<b>Tableau VI.1</b> : Températures et humidité spécifiques du gaz à la sortie de la tour pour différentes hauteurs de la colonne.....	68

**Nomenclature**

$a$	Surface volumique	$(m^2/m^3)$
$A_f$	Aire totale de l'interface liquide-gaz par unité de hauteur	$(m^2/m)$
$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante	$(J/kg K)$
$d$	Diamètre de la colonne	$(m)$
$d_h$	Diamètre hydraulique	$(m)$
$D$	Coefficient de diffusion	$(m^2/s)$
$\mathcal{D}_{AB}$	Diffusivité massique du soluté A dans le solvant B	$(m^2/s)$
$F$	Coefficient du garnissage	$(m^{-1})$
$h$	Enthalpie ; Rétention ; coefficient de convection	$(J/kg) ; (m^3/m^3) ; (W/m^2 K)$
$H, z$	Hauteur	$(m)$
$L_c$	Longueur caractéristique	$(m)$
$\dot{m}$	Débit massique	$(kg/s)$
$P$	Pression	$(Pa)$
$\dot{Q}$	Flux de chaleur	$(W)$
$R$	Constante des gaz parfait	$(J/Kg K)$
$(RX)$	Facteur de relaxation	$(W/K)$
$T$	Température	$(K)$
$U$	Vitesse superficielle	$(m/s)$
$U_c$	Vitesse caractéristique	$(m/s)$
$X$	Fraction molaire de vapeur	
$Y$	Fraction massique de vapeur	

**Symboles grecs**

$\alpha$	Coefficient de transfert de chaleur du film ; diffusivité thermique	$(W/m^2 K) ; (m^2/s)$
$\beta$	Coefficient de transfert de masse du film	$(m/s)$
$\delta$	Epaisseur de film	$(m)$
$\varepsilon$	Fraction volumique du vide	$(m^3/m^3)$
$\varepsilon'$	Fraction volumique effective du vide	$(m^3/m^3)$
$\theta$	Angle de corrugation du garnissage	$(^\circ)$
$\lambda$	Conductivité thermique	$(W/m K)$

$\mu$	Viscosité dynamique	(kg /m s)
$\nu$	Viscosité cinématique	(m <sup>2</sup> /s)
$\rho$	Masse volumique	(kg/m <sup>3</sup> )
$\tau$	Temps	(s)
$\omega$	Humidité spécifique	

### Nombres adimensionnels

$f$  Coefficient de perte de charge

$Re = \frac{\rho U_c L_c}{\mu}$  Nombre de Reynolds

$Nu = \frac{h L_c}{\lambda}$  Nombre de Nusselt

$Sh = \frac{\beta L_c}{D_{AB}}$  Nombre de Sherwood

$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$  Nombre de Prandtl

$St_q = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$  Nombre de Stanton thermique

$St_m = \frac{Sh}{Re \cdot Sc}$  Nombre de Stanton massique

$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$  Nombre de Schmidt

$\beta_M$  (eq.II.30) Nombre adimensionnel de Spalding pour les échanges de masse

$\beta_T$  (eq.II.43) Nombre adimensionnel de Spalding pour les échanges de chaleur

### Indice

a	Air sec
f	Interface
i	Nœud
(i)	Élément
g	Gaz
m	Massique
q, t	Thermique
v	Vapeur d'eau
w	Eau

# **INTRODUCTION GENERALE**

## Introduction générale

La consommation énergétique mondiale est en très forte croissance et particulièrement dans les pays développés. D'après l'IEA (*International Energy Agency*), il semblerait que le besoin mondial en énergie tendrait à augmenter de 1,7 % par an d'ici 2030. Afin de satisfaire cette croissance de la demande dans le cadre d'une politique de développement durable, il est indispensable d'améliorer les technologies de production d'énergie tout en minimisant leur impact sur l'environnement.

Avec la prise de conscience des dangers désormais bien connus de l'énergie nucléaire, les énergies renouvelables gagnent de plus en plus d'importance et bénéficient de plus d'attention ; mais hélas, elles ne peuvent guère répondre à un tel rythme de croissance de la demande future en énergie. Par conséquent, il est essentiel de continuer à développer les technologies existantes des combustibles fossiles et de les rendre plus performantes tout en réduisant leur impact sur l'environnement, notamment en cherchant à les rendre de mieux en mieux adaptées aux normes de plus en plus sévères sur les taux d'émissions de polluants atmosphériques.

Une telle stratégie de développement est actuellement axée essentiellement sur les systèmes de production d'énergie utilisant la turbine à gaz, devenue aujourd'hui le convertisseur d'énergie par combustion le plus efficace. C'est en effet grâce à la turbine à gaz et à ce qu'elle présente comme potentiel d'amélioration que les cycles combinés affichent des rendements énergétiques avoisinant les 60 %. Une autre étape de développement est entrain d'être explorée qui pourrait aboutir à une nouvelle génération de cycles encore plus performants que les cycles combinés actuels, il s'agit de l'humidification de l'air de combustion.

L'injection de vapeur d'eau dans la chambre de combustion a déjà été pratiquée sur les turbines à gaz aéronautiques au cours des années 60, mais c'était avec des taux de l'ordre de 5% et c'était uniquement dans le but de réduire les émissions des NOx. Aujourd'hui, il est question d'intensifier l'humidification de l'air afin de réaliser les meilleures performances énergétiques possibles, ceci allant de pair avec de meilleures performances environnementales. L'humidification nous offre même la possibilité de valoriser des ressources énergétiques de faible potentiel, comme le solaire thermique à capteurs plans ou la géothermie, qui peuvent nous fournir de l'eau chaude à une température de l'ordre de 200 °C, suffisante pour humidifier l'air dans un saturateur.

La présente étude a pour objectif principal d'analyser les phénomènes de transfert de masse et de chaleur entre l'eau et l'air dans un saturateur pressurisé, ces phénomènes seront d'abord modélisés, avant qu'une simulation sur MATLAB ne soit réalisée pour obtenir notamment les distributions de l'humidité de l'air et des températures du gaz et de l'eau le long du saturateur.

Le mémoire est organisé de la façon suivante :

Le chapitre I présente des considérations générales sur les techniques et les principes d'humidification ainsi que leurs applications, plus particulièrement pour l'amélioration des performances énergétiques de la turbine à gaz.

Dans le chapitre II, nous décrivons les modèles généraux de transfert de masse et de chaleur entre une phase liquide et une phase gazeuse.

Au chapitre III, nous présentons les principaux types d'équipements industriels employés dans les opérations de transfert de masse.

Les chapitres IV et V portent respectivement sur la modélisation et la simulation des transferts de masse et de chaleur le long d'une tour d'humidification à lits de garnissage.

Le chapitre VI sera consacré à la présentation des résultats principaux de notre étude.

**CHAPITRE I**

**CONSIDERATIONS GENERALES SUR**

**L'HUMIDIFICATION**

# Chapitre I : Considérations générales sur l'humidification

## I.1 Introduction

L'humidification consiste tout simplement à apporter, dans un volume de gaz donné, en général de l'air, une certaine quantité d'eau.

C'est dans le conditionnement d'air que l'humidification trouve son application la plus commune, aussi bien dans la climatisation de confort que dans la climatisation industrielle. Elle intervient partout, dans les hôpitaux, les salles informatiques, laboratoires, musées et autres espaces où le contrôle du niveau d'humidité est essentiel pour la santé, le stockage ou la fabrication.

Cependant, dans l'industrie, l'humidification n'est pas simplement un moyen de contrôler une ambiance, elle constitue le principe même de certains procédés comme le séchage de produits, le dessalement par un procédé d'humidification – déshumidification...

En combustion, l'humidification de l'air comburant permet, dans certaines limites, de contrôler la température des flammes et de réduire ainsi la concentration des produits des combustions en polluants atmosphériques. Dans le cas des cycles dits "humides" de la turbine à gaz, l'humidification qui peut intervenir à plusieurs endroits du cycle, permet une amélioration substantielle des performances énergétiques de la machine.

Dans ce chapitre, nous allons présenter brièvement les principes de l'humidification en nous référant à son application dans le conditionnement d'air, puis nous présenterons quelques applications industrielles prometteuses de l'humidification avant de terminer par quelques variantes de cycles humides de la turbine à gaz.

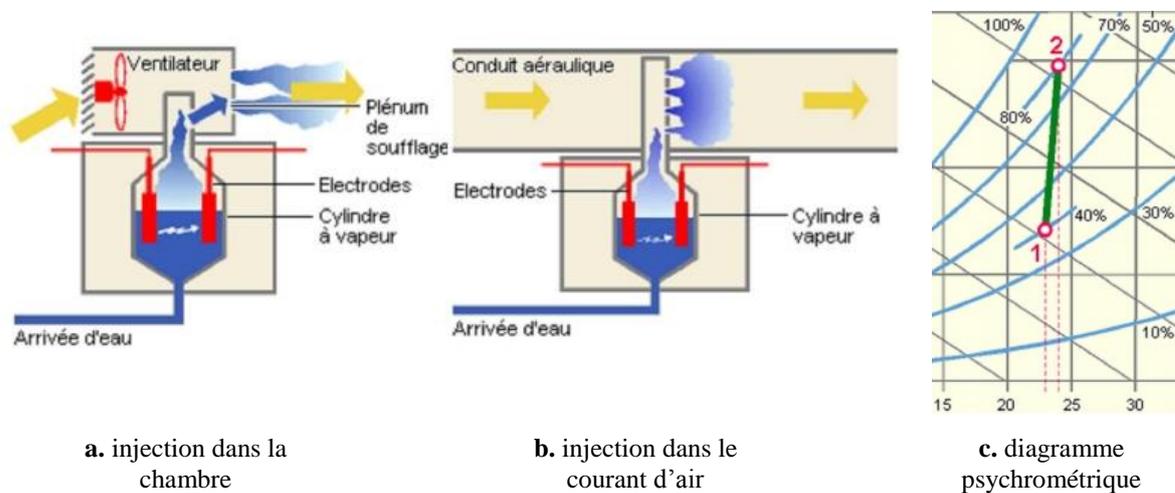
## I.2 Principes d'humidification et procédés associés

Dans les opérations de conditionnement d'air, l'humidification est réalisée soit de manière isotherme, soit de manière adiabatique.

### I.2.1 Humidification isotherme

L'humidification isotherme procède par injection de vapeur d'eau dans un courant d'air ou directement dans la chambre ; la vapeur est produite en portant à ébullition une certaine quantité d'eau au moyen d'un système électrique (résistances, électrodes) (Figures I.1 a et b)

ou, pour de plus grosses installations, à l'aide de chaudières à vapeur. Dans ce cas, l'humidification s'accompagne seulement d'une très légère augmentation de la température (Figure I.1 c), étant donné que la quantité de vapeur injectée, généralement à sa température d'ébullition normale, est très petite devant le volume d'air qui la reçoit.



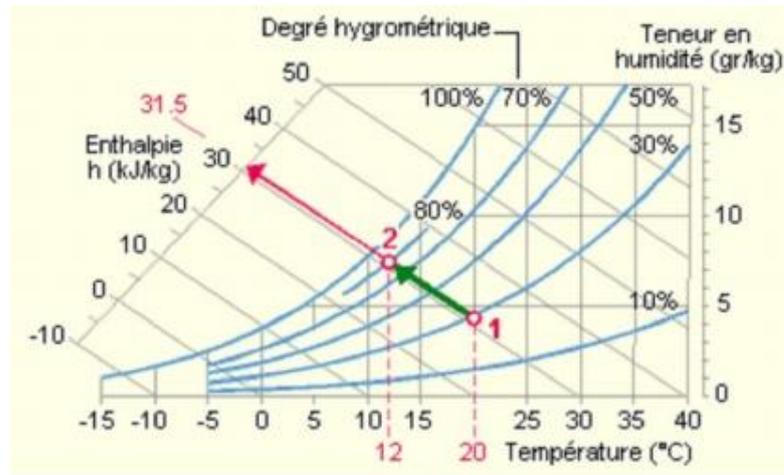
**Fig.I.1 :** Humidification par injection de vapeur, principe et représentation sur un diagramme psychrométrique

Dans les systèmes où l'humidification par apport de vapeur est utilisée, on assiste à une réduction des risques de bio-contamination, puisque l'eau est portée à ébullition, et à une meilleure précision des régulations de l'hygrométrie. En revanche, des puissances électriques importantes sont souvent nécessaires.

## I.2.2 Humidification adiabatique

L'humidification adiabatique consiste en la pulvérisation de gouttelettes d'eau dans l'air à humidifier, ces gouttelettes s'évaporent en empruntant de la chaleur à l'air, ce dernier va se refroidir et son humidité augmenter, la chaleur sensible qu'il perd en se refroidissant est compensée par la chaleur latente qu'il gagne en s'humidifiant, si bien que son enthalpie reste constante lors de cette transformation comme le montre la figure I.2.

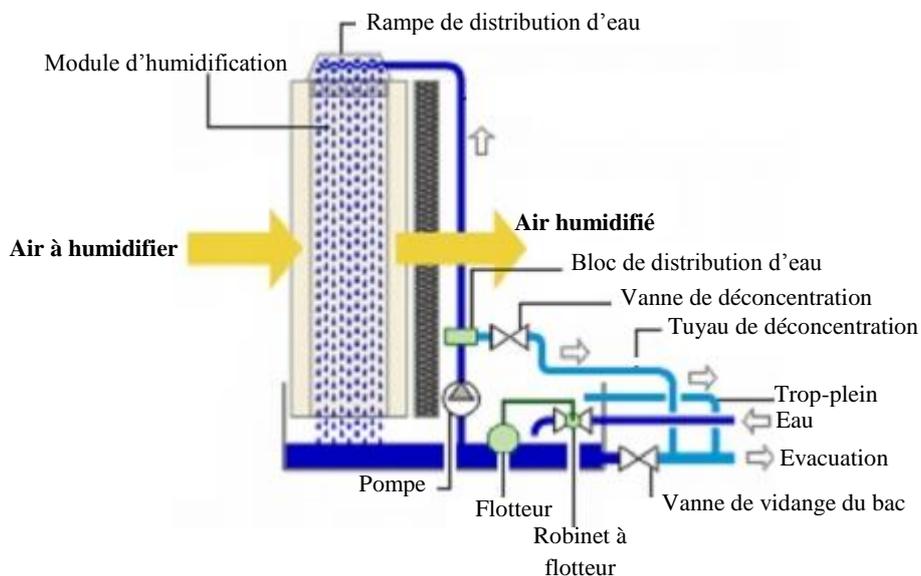
En d'autres termes, l'humidification adiabatique consiste à ajouter de l'humidité à l'air au détriment d'une baisse de sa température. Comme le processus se fait à enthalpie constante, l'air doit être suffisamment chaud afin d'absorber assez d'humidité pour atteindre l'humidité relative adéquate. Par conséquent l'air entrant doit être préchauffé avant l'humidification.



**Fig.I.2 :** Représentation d'un processus d'humidification adiabatique sur un diagramme psychrométrique

### I.2.2.1 L'humidification par évaporation

Elle consiste à faire passer des débits d'air importants par le biais d'une ventilation sur une très grande surface mouillée, alimentée en eau (nids d'abeille, nattes humidificatrices, matériaux absorbants...) (Figure I.3). Il en résulte l'évaporation d'une quantité d'eau importante, d'où une augmentation de l'humidité absolue de l'air et, si la température de l'eau est maintenue constante, également de son humidité relative.



**Fig.I.3 :** Schéma de principe d'une installation d'humidification par évaporation

L'efficacité d'un tel humidificateur sera accrue si la surface d'eau exposée est grande, si le débit d'air qui brasse cette surface est important et si la température de l'air est élevée.

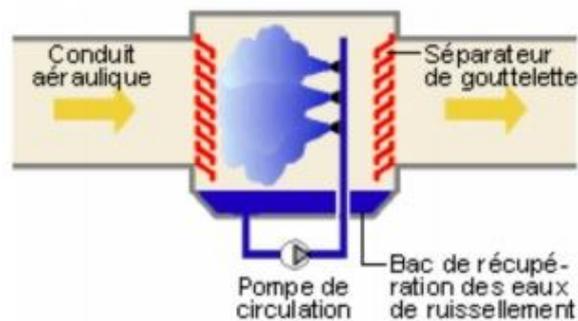
Ce principe entraînant un refroidissement de l'air nécessite un réchauffement en amont afin de maintenir une température ambiante constante.

Il est indispensable d'assurer un contrôle et une maintenance très rigoureuse des équipements, car :

- Les surfaces humides présentent un terrain favorable au développement des moisissures, bactéries et autres micro-organismes ;
- L'évaporation provoque des dépôts consécutifs à la cristallisation ;
- La ventilation de l'air favorise les dépôts de poussière.

### I.2.2.2 L'humidification par atomisation d'eau

C'est un procédé adiabatique au cours duquel l'eau est pulvérisée en fines particules propulsées dans l'air au moyen de buses à air comprimé ou de coupelles rotatives. Ces aérosols en suspension dans l'air passent ensuite de l'état liquide à l'état gazeux (vapeur d'eau) sans aucun apport d'énergie externe. Plus réduite est la dimension des aérosols, meilleur sera le rendement du système. Comme dans le cas précédent, il est nécessaire de réchauffer préalablement l'air afin de compenser le refroidissement adiabatique.



**Fig.I.4 :** Schéma de principe d'un humidificateur par atomisation

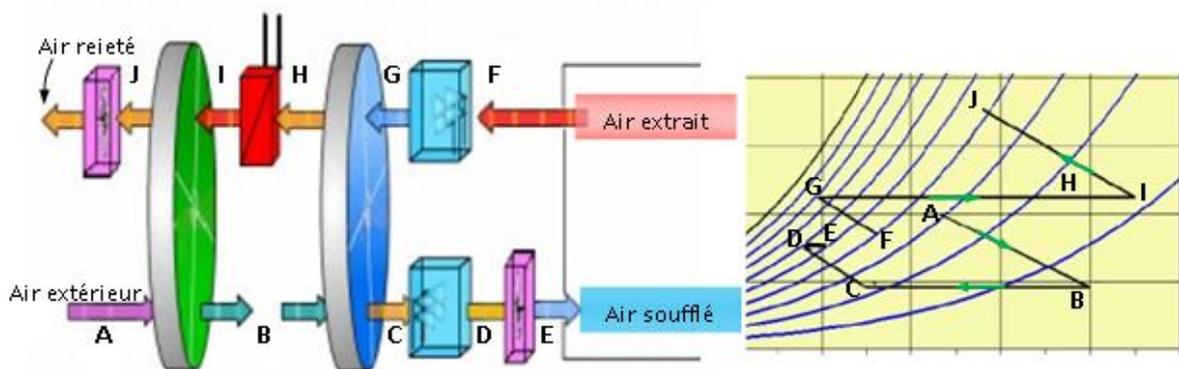
Certaines gouttelettes risquent de ne pas s'évaporer, constituant ainsi des zones humides pouvant être le siège de formation de micro-organismes, il est donc vital d'assurer un bon entretien du système. Par ailleurs, si l'eau n'est pas déminéralisée, des particules minérales se diffusent dans l'air ambiant et se déposent en fine poussière blanche dans les locaux, et à la surface des objets et équipements.

### I.3 Système de rafraîchissement évaporatif par désorption

Le marché des climatiseurs traditionnels est en croissance constante en raison de l'amélioration du niveau de vie des hommes, notamment dans les pays développés, ce qui entraîne une augmentation de la consommation électrique et plus d'émissions de CO<sub>2</sub> et des CFC qui participent à l'effet de serre et à la destruction de la couche d'ozone. Ceci représente un défi pour les chercheurs qui doivent répondre aux besoins de confort en cherchant des alternatives de rafraîchissement qui soient à la fois économiques et écologiques. C'est dans ce cadre que le système de rafraîchissement évaporatif par désorption représenté à la figure 1.5 et dont le principe est décrit ci-dessous, a été proposé comme une alternative aux climatiseurs traditionnels [1].

Ce système combine une roue dessiccative avec des systèmes évaporatifs direct et indirect. La chaleur nécessaire à la régénération de la roue pourrait être fournie par une installation solaire, ce qui réduit la consommation électrique du système.

Une partie de l'humidité de l'air extérieur (A) est extraite par un matériau dessiccatif dans la roue dessiccative, induisant une hausse de la température sèche de l'air (A-B). Cette température est ensuite abaissée dans un échangeur rotatif (B-C), grâce à l'air repris préalablement refroidi dans un humidificateur (F-G). L'air est enfin refroidi dans un humidificateur (C-D). La roue à dessiccation est régénérée par chauffage de l'air repris dans l'échangeur (H-I) à des températures variant de 40°C à 70°C (selon la source de chaleur disponible).



**Fig.I.5** : Schéma d'un système de rafraîchissement évaporatif par désorption [1]

Sur le diagramme de l'air humide, l'évolution de l'air dans la roue dessiccative se fait selon une courbe proche d'une isenthalpique (AB) pour l'air extérieur et (IJ) pour l'air de retour. Dans l'échangeur rotatif (BC) et (GH) et dans le régénérateur (HI), les transferts de

chaleur se font à humidité spécifique constante. Quant aux évolutions dans les humidificateurs (CD) et (FG), elles se font à température humide constante.

## **I.4 Autres applications de l'humidification**

### **I.4.1 Application de l'humidification dans les soins intensifs et la réanimation**

Les HME (*Heat and Moist Exchangers* - échangeurs de chaleur et d'humidité) sont des dispositifs passifs qui conservent la chaleur et l'humidité du patient. Ils capturent et retiennent pour cela la chaleur et l'humidité de l'expiration du patient pour les retransmettre à l'inspiration suivante. Les HME participent donc à la création de conditions normales dans les poumons et les voies aériennes du patient afin de réduire les risques de complications respiratoires.

Une humidification et un réchauffement adéquats des gaz inspirés sont alors indispensables au cours de la ventilation mécanique des patients de réanimation. Ce conditionnement peut être effectué soit par un humidificateur chauffant soit par un filtre échangeur de chaleur et d'humidité. L'utilisation d'une méthode plutôt que d'une autre repose sur des considérations à la fois techniques et économiques.

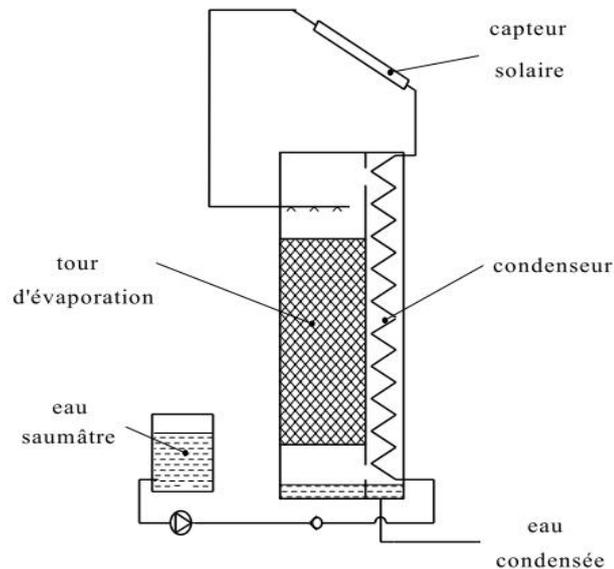
### **I.4.2 Dessalement d'eau par humidification-déshumidification**

Le procédé de dessalement par humidification-déshumidification (HD) est une technique intéressante, adaptée aux applications visant à répondre à des besoins en eau potable décentralisés. Cette technique est caractérisée notamment par une grande flexibilité d'exploitation avec des coûts d'investissement et des coûts opératoires modérés. Ces systèmes sont également d'une grande simplicité et offrent la possibilité de valoriser une source d'énergie de basse température (géothermie, solaire) [2].

L'installation de dessalement solaire à Humidification-Déshumidification présentée à la figure I.6 ci-dessous est constituée essentiellement d'une tour d'évaporation associée à un condenseur (où a lieu l'humidification et la déshumidification), d'une source de chaleur ; en l'occurrence un capteur solaire, et enfin d'un système d'approvisionnement en saumure et d'un collecteur d'eau distillée.

La saumure, d'abord utilisée dans le condenseur en tant que fluide de refroidissement pour déshumidifier l'air, arrive au niveau du capteur solaire où elle est chauffée avant d'être pulvérisés dans la tour d'évaporation, où l'air s'écoulant à contre courant va s'humidifier et se réchauffer légèrement. L'eau distillée est recueillie dans un collecteur au bas de la tour.

L'installation étant de conception très simple, la main d'œuvre ne doit pas obligatoirement être très qualifiée, parmi les avantages d'une telle installation ; la durée de vie de l'équipement pouvant dépasser 20 ans, la consommation d'énergie est quasi-nulle et le coût d'investissement est minimal, enfin, et ce qui est très important, l'eau produite est de très bonne qualité et peut être destinée à un usage domestique ou agricole.



**Fig.I.6 :** Principe de fonctionnement d'un système de dessalement solaire par humidification-déshumidification

## **I.5 L'humidification comme moyen d'amélioration des performances énergétiques de la turbine à gaz**

Le principe de l'humidification dans le cycle de la turbine à gaz consiste à injecter de la vapeur d'eau afin d'augmenter le débit massique du fluide à travers la turbine, et dans le cas où l'injection de vapeur se fait après le compresseur, on constate une augmentation de la puissance spécifique car le travail du compresseur reste constant. Il y a également le fait que la récupération de l'énergie des gaz d'échappement pour la production de la vapeur destinée à l'injection ou pour le préchauffage de l'air avant la combustion, permet d'améliorer le rendement du cycle. De plus, pour une turbine à récupération, la vapeur d'eau ajoutée avant la chambre de combustion permet de réduire la température de l'air comprimé à l'entrée du récupérateur, augmentant ainsi le potentiel énergétique des gaz d'échappement.

Nous trouvons dans la littérature trois catégories de turbines à gaz humides [3] :

### I.5.1 Les turbines à gaz à injection d'eau

Cette catégorie comprend les systèmes à injection d'eau à l'entrée du compresseur pour l'augmentation de la puissance spécifique, l'injection d'eau dans le compresseur pour le refroidissement intermédiaire et l'injection d'eau après le compresseur pour améliorer les performances du récupérateur. Peu de systèmes s'appliquant sur les deux derniers types d'injection ont été mis en œuvre [3], tandis que l'injection d'eau ou de vapeur directement dans la chambre de combustion (Figure I.7) est une méthode reconnue pour réduire la formation des NOx et améliorer les performances de la turbine à gaz.

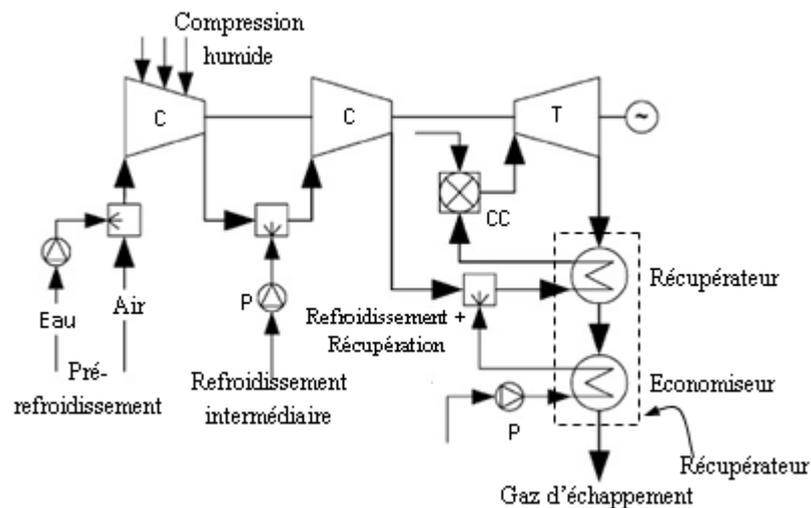


Fig.1.7 : Injection d'eau dans les cycles de la turbine à gaz [3]

### I.5.2 Les turbines à gaz à injection de vapeur (figure I.8).

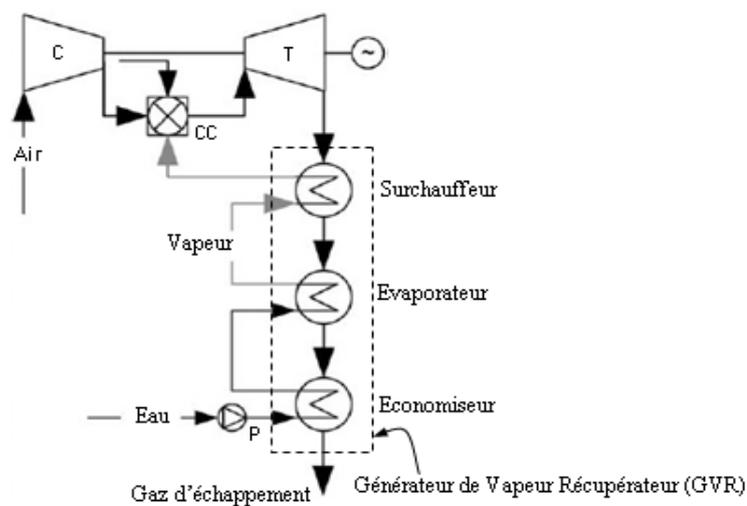
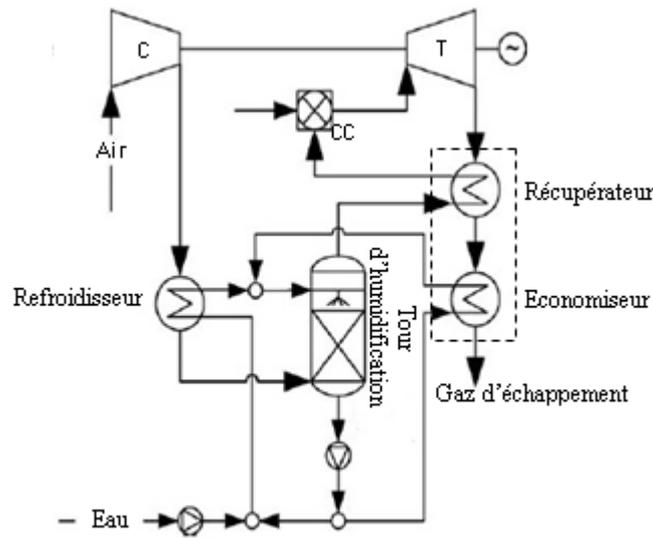


Fig.I.8 : Cycle de la turbine à gaz à injection de vapeur "STIG" [3]

**I.5.3 Les cycles évaporatifs de la turbine à gaz (EvGT),** où l'injection d'eau se fait dans une tour d'humidification. On les appelle également cycles à air humide (HAT) (figure I.9).



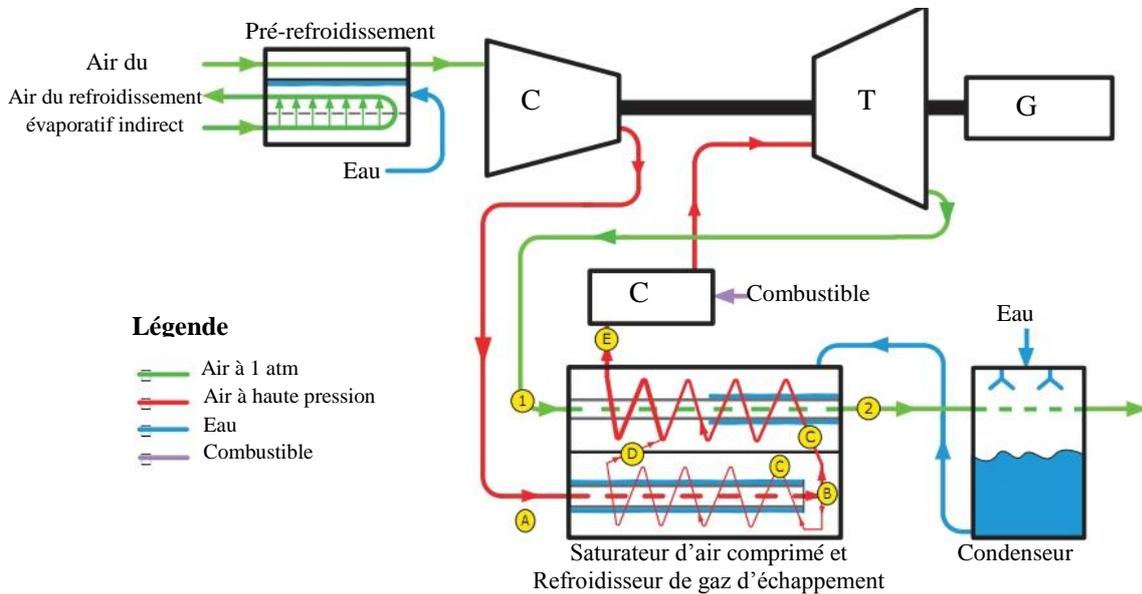
**Fig.I.9 :** Cycle évaporatif de la turbine à gaz (HAT) [3]

## I.6 Le cycle de Maïsoetsenko

Le concept introduit par Maïsoetsenko repose sur le refroidissement évaporatif indirect combiné à un réchauffage évaporatif direct. Par rapport au cycle HAT précédent, le cycle de Maïsoetsenko permet de charger l'air comprimé avec plus d'humidité, ce qui se traduit par des améliorations de puissance et de rendement encore plus importantes. De plus, dans un tel système, la surface d'échange de chaleur se trouve considérablement réduite, il en est de même des pertes de charge et des coûts d'investissement, grâce à l'intensité et à l'efficacité des mécanismes de transfert mis en œuvre. On a également la possibilité de pratiquer le pré-refroidissement de l'air à l'entrée du compresseur pour réduire sa puissance, sans augmenter l'humidité spécifique de l'air. Le schéma d'une installation opérant selon le cycle de Maïsoetsenko est représenté à la figure I.10 ci-dessous.

L'air comprimé et sec à la sortie du compresseur (A) est refroidi à humidité spécifique constante jusqu'à une température proche de son point de rosée, grâce à un échange de chaleur évaporatif indirect (B). Cet air frais se subdivise en deux courants. Le premier, tout en s'humidifiant repassera en contre courant pour refroidir l'écoulement d'air principal grâce à un échange de chaleur évaporatif indirect. Le second va circuler à contre courant des gaz d'échappement tout en s'humidifiant et en refroidissant ces derniers suite à cet échange de

chaleur évaporatif indirect, les gaz sont ainsi amenés à une température très proche de leur point de rosée et sont dirigés vers un condenseur à contact direct pour récupérer l'eau utilisée dans le cycle. Les deux courants d'air à forte teneur en eau sont de nouveau réunis (D) pour former l'air humide envoyé dans la chambre de combustion après avoir récupéré un peu plus de chaleur des gaz d'échappement (E).

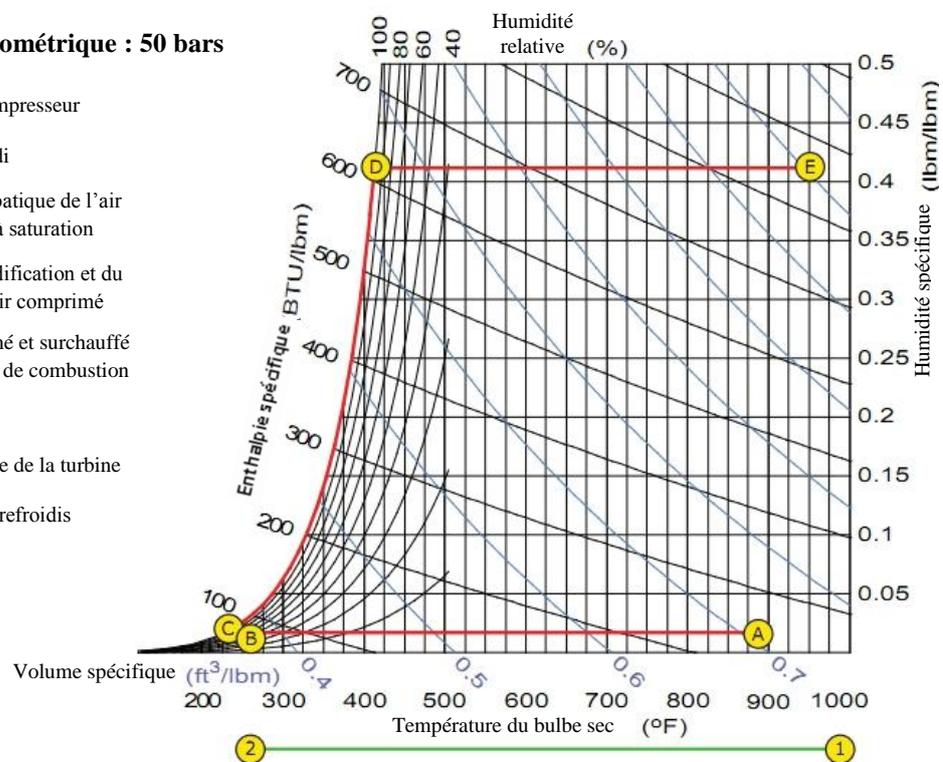


### Diagramme psychrométrique : 50 bars

- (A)** Air à la sortie du compresseur
- (B)** Air comprimé refroidi
- (C)** Humidification adiabatique de l'air comprimé jusqu'à saturation
- (D)** Poursuite de l'humidification et du réchauffage de l'air comprimé
- (E)** Air humide comprimé et surchauffé délivré à la chambre de combustion

### Pression : 1 bar

- (1)** Gaz chauds à la sortie de la turbine
- (2)** Gaz d'échappement refroidis



**Fig.I.10** : Schéma d'une installation de turbine à gaz opérant selon le cycle de Maïsovsenko [4]

Ce procédé est très efficace, car avec un accroissement de température relativement faible, il permet d'évaporer une quantité d'eau importante dans l'air, 30% ou plus [4].

**CHAPITRE II**

**MODELES DE TRANSFERT DE MASSE ET  
DE CHALEUR ENTRE PHASES LIQUIDE  
ET GAZEUSE**

## Chapitre II : Modèles de transfert de masse et de chaleur entre liquide et gazeuse

### II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons décrire les mécanismes fondamentaux du transfert de matière au sein d'une même phase et entre deux phases différentes, puis nous rappellerons les modèles généraux utilisés pour l'évaluation des coefficients de transfert de masse et de chaleur, étant donné que ces deux phénomènes sont couplés au sein des équipements de transfert de masse et présentent des analogies qui font que le plus souvent ils sont décrits par les mêmes modèles mathématiques.

### II.2 Cinétique de transfert de matière

La vitesse de transfert est proportionnelle à la surface d'échange entre les deux phases mais aussi au potentiel de transfert correspondant à la différence entre la pression partielle en soluté dans la phase gazeuse et la pression d'équilibre avec le liquide.

Dans le cas d'une seule phase, les équations de transfert sont issues de la loi de Fick. Dans le cas de deux phases, plusieurs théories permettent de décrire le passage du soluté à l'interface.

#### II.2.1 Transfert de matière dans une seule phase

Si dans une phase constituée d'au moins deux composés A et B, il existe un gradient de concentration  $C_A$ , un transfert de matière prend naissance tendant à réduire le gradient de concentration. Le transfert de masse se fait par diffusion moléculaire. S'il existe une agitation, le phénomène de turbulence vient se superposer au phénomène de diffusion moléculaire.

Le transfert de matière dans une seule phase, par exemple une phase liquide, est modélisé par la loi de Fick qui donne le flux molaire  $N_A$  d'un soluté A dans un solvant L en fonction du gradient de concentration  $dC_A/dx$  :

$$N_A = -D_{LA} \frac{dC_A}{dx} \quad (\text{II.1})$$

Le coefficient de diffusion  $D_{LA}$  du soluté A dans la solution dépend de la nature des composés (A et B) ainsi que de la température et de la pression (dans le cas du gaz).

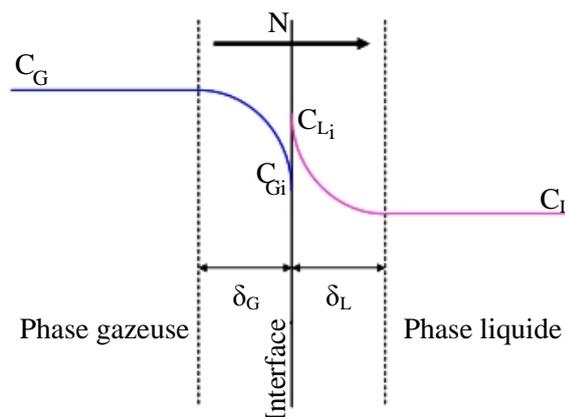
## II.2.2 Transfert de matière entre la phase gazeuse et la phase liquide

Le transfert d'un composé depuis la phase gazeuse vers la phase liquide (ou inversement) dépend, d'une part, de l'équilibre thermodynamique entre les deux phases et, d'autre part, des transferts simultanés à l'intérieur de chacune des deux phases. Les conditions existant à proximité de l'interface étant très difficiles à observer, ou à explorer expérimentalement, plusieurs théories ont vu le jour afin de quantifier le transfert entre les deux phases; ces théories étant basées sur le fait que la résistance au transfert de masse se trouve localisée près de l'interface.

### II.2.2.1 Théorie du double film

S'il n'y a pas d'équilibre entre les deux phases en présence, il y a nécessairement un transfert global de matière dans un sens tendant à réaliser cet équilibre. Dans le cas général où les phases sont en mouvement turbulent, la mécanique des fluides nous apprend l'existence dans chacune des phases d'un film, ou sous-couche limite, laminaire près de l'interface.

La plus ancienne des théories de transfert, celle du double film, suggérée par Whitman (1923), considère que la résistance au transfert de masse est localisée dans deux films minces stationnaires situés de chaque côté de l'interface et, qu'à l'intérieur de chacun de ces deux films, le phénomène est régi par la diffusion moléculaire en régime permanent. A l'extérieur des films, les concentrations sont uniformes à cause de la turbulence. Les gradients de concentration étant prépondérants dans les films laminaires, c'est donc dans ces films que va se situer la majeure partie de la résistance au transfert.



**Fig.II.1** : Profil des concentrations du soluté dans les deux phases selon la théorie du double film

Dans la théorie du double film de Whitman, on admet que :

- la résistance au transfert est exclusivement localisée dans ces films ;
- l'interface proprement dite ne présente pas de résistance au transfert ;
- l'équilibre thermodynamique entre les deux phases est atteint à l'interface et obéit aux mêmes relations à l'équilibre que pour les deux phases dans leur ensemble.

### II.2.2.1.1 Expression du flux de matière en fonction des coefficients de transfert de film

Dans le film gazeux, le flux du soluté A transféré par unité d'aire d'interface est donné par l'expression :

$$N_A = \frac{D_G}{\delta_G} (C_G - C_{G_i}) = \beta_G (C_G - C_{G_i}) \quad (\text{II.2})$$

On a également dans le film liquide :

$$N_A = \frac{D_L}{\delta_L} (C_{L_i} - C_L) = \beta_L (C_{L_i} - C_L) \quad (\text{II.3})$$

Les concentrations à l'interface  $C_{G_i}$  et  $C_{L_i}$  sont supposées en équilibre thermodynamique. Dans le cas de solutions diluées, cet équilibre s'exprime par la loi de Henry :

$$C_{G_i} = He \cdot C_{L_i} \quad (\text{II.4})$$

La théorie du double film conduit à des expressions du flux de matière impliquant que les coefficients de transfert de film sont proportionnels aux coefficients de diffusion :

$$\beta_G = \frac{D_G}{\delta_G} \quad \text{et} \quad \beta_L = \frac{D_L}{\delta_L}$$

La détermination des coefficients de transfert de film  $\beta_L$  et  $\beta_G$  (dépendant de la nature et des propriétés des fluides, des caractéristiques de l'écoulement et de la géométrie des interfaces) est un des objectifs importants des recherches expérimentales en génie chimique. Cependant, la mesure directe de ces coefficients n'est pas possible car les concentrations à l'interface ne sont pas accessibles. Il est donc nécessaire de recourir à la détermination des coefficients de transfert globaux en opérant dans des conditions telles que la résistance soit négligeable dans une des phases mises en contact.

### II.2.2.1.2 Expression du flux en fonction des coefficients de transfert globaux

Le flux peut aussi être exprimé en fonction des coefficients globaux de transfert côté gaz et côté liquide, notés  $K_G$  et  $K_L$  respectivement. Pour cela, il faut considérer l'ensemble des deux films et prendre en compte deux nouveaux potentiels d'échange :  $(C_G - C_G^*)$  pour la

phase gazeuse et  $(C_L^* - C_L)$  pour la phase liquide. Les concentrations  $C_G^*$  et  $C_L^*$  sont des concentrations fictives du gaz et du liquide supposées respectivement à l'équilibre avec les concentrations globales de l'autre phase  $C_L$  et  $C_G$ .

$$N_A = K_G(C_G - C_G^*) \quad (\text{II.5})$$

$$N_A = K_L(C_L^* - C_L) \quad (\text{II.6})$$

### II.2.2.1.3 Relation d'additivité des résistances

Pour des solutions diluées, l'équilibre thermodynamique entre les deux phases peut s'exprimer selon la loi de Henry :

$$C_G^* = He \cdot C_L \quad \text{et} \quad C_L^* = \frac{C_G}{He}$$

Lorsque cette loi est vérifiée, en éliminant les concentrations d'interface, on peut facilement exprimer les coefficients de transfert globaux,  $K_L$  et  $K_G$ , en fonction des coefficients de transfert de film,  $\beta_L$  et  $\beta_G$ . Ces relations se nomment les «relations d'additivité des résistances» ; on appelle «résistances» au transfert les inverses des coefficients de transfert.

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{\beta_G} + \frac{He}{\beta_L} \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{1}{K_L} = \frac{1}{\beta_L} + \frac{1}{He \cdot \beta_G} \quad (\text{II.8})$$

### II.2.2.2 Théorie de la pénétration

Dans les problèmes d'absorption, la théorie de la pénétration de Higbie (1935) est basée sur le principe selon lequel l'interface est constituée par un grand nombre d'éléments du liquide, venant du cœur du liquide, qui vont séjourner un temps  $\tau_c$  (temps de contact) à l'interface et ainsi absorber le soluté par diffusion en régime transitoire. Chaque élément reste le même temps à l'interface ( $\tau_c$ ) et absorbe la même quantité de gaz par unité d'aire interfaciale. Cette théorie prévoit un coefficient  $\beta_L$  proportionnel à la racine carrée de  $D_L$ , selon l'expression :

$$\beta_L = 2 \sqrt{\frac{D_L}{\pi \tau_c}} \quad (\text{II.9})$$

### II.2.2.3 Théorie du renouvellement de l'interface

En variante de la théorie de Higbie, Danckwerts (1951) suggère ici que chaque élément de surface n'est pas exposé pendant le même temps et qu'il existe une distribution aléatoire des âges des éléments, la probabilité de séjour étant indépendante de l'âge. La distribution des âges est donnée par  $f(\theta) = se^{-s\theta}$  sachant que  $s$  correspond à une vitesse de production de surface fraîche par unité de surface totale ( $\text{m}^2/\text{s} \cdot \text{m}^2$ ). Dans cette théorie, le coefficient  $k_L$  est donné par l'expression :

$$k_L = 2\sqrt{D_L \cdot s} \quad (\text{II.10})$$

La turbulence accroît la vitesse de renouvellement de la surface  $s$  et donc par la même  $\beta_L$ .

### II.2.2.4 Théorie de la pénétration du film

Cette théorie (Toor et Marchello (1958)) incorpore les principes suggérés par Whitman et Higbie. La résistance totale au transfert est localisée dans un film laminaire à l'interface, mais contrairement à la théorie du double film, la capacité de ce film n'est pas négligeable et le transfert par diffusion est donc non stationnaire (pénétration). De plus, contrairement à la théorie de Higbie, la profondeur de ce film est finie. La solution de l'équation de Fick contient alors une série infinie de termes qui se réduit, pour des temps très courts, à celle de la théorie de la pénétration et, pour des temps longs, à celle donnée par la théorie du film. De ce fait, les coefficients de transfert de matière réels sont proportionnels à une certaine puissance comprise entre 0,5 et 1 des coefficients de diffusion, fonction de la nature des phases, généralement 0,5 pour les liquides et 2/3 pour les gaz.

## II.3 Analogie des transports

Nous présentons dans le tableau ci-après pour les différents phénomènes de transport, les coefficients de transfert, les diffusivités et les rapports des flux de transport entre phase sur les flux moléculaire

**Tableau II.1** : Coefficients de transfert et diffusivité pour différents processus

Processus	Coefficient de transfert (m/s)	Diffusivité ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$\frac{\text{Flux entre phase}}{\text{Flux moléculaire}}$
Quantité de mouvement	$\frac{1}{2}fU_c$	$\frac{\mu}{\rho}$	$\frac{1}{2}f \frac{\rho U_c L_c}{\mu}$
Énergie	$\frac{h}{\rho C_p}$	$\frac{\lambda}{\rho C_p}$	$\frac{h L_c}{\lambda}$
Masse	$\beta$	$D_{AB}$	$\beta L_c \setminus D_{AB}$

Où :

$f$  : Coefficient de frottement

$U_c$  et  $L_c$  : vitesse et longueur caractéristiques

$h$  : coefficient de transfert de chaleur du film

$\beta$  : coefficient de transfert de masse du film

Les rapports des flux figurant à la dernière colonne du tableau sont définis en terme de nombres adimensionnels comme suit :

Nombre de Reynolds ( $Re$ ) (transfert de quantité de mouvement) :

$$\frac{1}{2}f \left( \frac{\rho U_c L_c}{\mu} \right) = \frac{1}{2}f Re \quad (\text{II.11})$$

Nombre de Nusselt ( $Nu$ ) (transfert de chaleur) :

$$\frac{h L_c}{\lambda} = Nu \quad (\text{II.12})$$

Nombre de Sherwood (transfert de masse) :

$$\frac{\beta L_c}{\mathcal{D}_{AB}} = Sh \quad (\text{II.13})$$

Ces trois dernières expressions indiquent que le produit  $\left(\frac{1}{2}f Re\right)$  est plus à rapprocher des nombres de Nusselt ( $Nu$ ) et de Sherwood ( $Sh$ ) que le coefficient de frottement ( $f$ ) lui-même. Un récapitulatif des nombres adimensionnels illustrant l'analogie entre le transfert d'énergie et le transfert de masse est présenté au tableau suivant :

**Tableau II.2 :** Nombres adimensionnels des transferts de masse et de chaleur

Energie		Masse	
<b>Nombre de Prandtl</b>	$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{\lambda}$	<b>Nombre de Schmidt</b>	$Sc = \frac{\nu}{\mathcal{D}_{AB}} = \frac{\mu}{\rho \mathcal{D}_{AB}}$
<b>Nombre de Nusselt</b>	$Nu = \frac{h L_c}{\lambda}$	<b>Nombre de Sherwood</b>	$Sh = \frac{\beta L_c}{\mathcal{D}_{AB}}$
<b>Nombre de Stanton</b>	$St_q = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{h}{\rho C_p U_c}$	<b>Nombre de Stanton</b>	$St_m = \frac{Sh}{Re \cdot Sc} = \frac{\beta}{U_c}$

L'existence d'analogies entre les différents phénomènes de transport dépend des corrélations qu'on pourrait établir entre les nombres adimensionnels.

En mécanique des fluides, on montre que le produit ( $fRe$ ) est relié à la longueur caractéristique ( $L_c$ ) et l'épaisseur du film hydrodynamique ( $\delta$ ) par :

$$\frac{1}{2}fRe = \frac{L_c}{\delta} \quad (\text{II.14})$$

Par ailleurs, en substituant  $h = \frac{\lambda}{\delta_t}$  et  $\beta = \frac{D_{AB}}{\delta_m}$ , dans les équations (II.12) et (II.13) respectivement nous obtenons :

$$Nu = \frac{L_c}{\delta_t} \quad (\text{II.15})$$

et

$$Sh = \frac{L_c}{\delta_m} \quad (\text{II.16})$$

Un examen de ces deux expressions nous autorise à écrire d'une façon plus générale :

$$\frac{\text{flux entre phases}}{\text{flux moléculaire}} = \frac{\text{Longueur caractéristique}}{\text{épaisseur effective du film}} \quad (\text{II.17})$$

D'un autre côté, le rapport des flux peut également s'exprimer d'une façon plus générale (voir Tableau II.1) par :

$$\frac{\text{flux entre phases}}{\text{flux moléculaire}} = \frac{(\text{coefficient de transfert})(\text{longueur caractéristique})}{\text{Diffusivité}} \quad (\text{II.18})$$

L'identification des deux membres de droite des expressions (II.17) et (II.18), permet d'écrire :

$$\text{Epaisseur effective du film} = \frac{\text{Diffusivité}}{\text{Coefficient de transfert}}$$

Il est utile de rappeler ici que l'épaisseur effective du film est l'épaisseur fictive qui serait nécessaire pour obtenir la résistance totale au transfert si seulement le transfert moléculaire intervenait.

En utilisant les équations (II.14),(II.15) et (II.16), il est possible d'exprimer la longueur caractéristique par :

$$L_c = \frac{1}{2}fRe \cdot \delta = Nu \cdot \delta_t = Sh \cdot \delta_m \quad (\text{II.19})$$

En faisant appel aux expressions :

$$Nu = St_q \cdot Re \cdot Pr \text{ et } Sh = St_m \cdot Re \cdot Sc$$

On pourrait également mettre l'équation (II.19) sous la forme :

$$\frac{1}{2} f \delta = St_q \cdot Pr \cdot \delta_t = St_m \cdot Sc \cdot \delta_m \quad (\text{II.20})$$

### II.3.1 Analogie de Reynolds

Reynolds fut le premier en 1874 à souligner l'existence de similitudes entre les différents phénomènes de transfert. Il a proposé de considérer que les films hydrodynamique, thermique et massique étaient égaux :

$$\delta = \delta_t = \delta_m \quad (\text{II.21})$$

Par conséquent, l'équation (II.20) devient dans ce cas :

$$\frac{1}{2} f = St_q \cdot Pr = St_m \cdot Sc \quad (\text{II.22})$$

Ensuite, Reynolds a supposé que  $Pr = Sc = 1$

Dans ces conditions, l'équation (II.22) se réduit à :

$$\frac{f}{2} = St_q = St_m \quad (\text{II.23})$$

Cette expression est connue sous la dénomination d'analogie de Reynolds. Les propriétés physiques doivent être calculées à :

$$T = \frac{T_w + T_\infty}{2}$$

Avec  $T_w$  : température de la paroi

$T_\infty$  : Température moyenne au cœur du fluide.

L'analogie de Reynolds est raisonnablement valide pour les systèmes gazeux, mais ne doit pas être employée dans le cas des systèmes liquides.

### II.3.2 Analogie de Chilton-Colburn

Dans cette analogie, la relation entre les épaisseurs de films effectives est exprimée comme suit :

$$\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^{\frac{1}{3}} \quad \text{et} \quad \frac{\delta}{\delta_m} = Sc^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.24})$$

En portant ces rapports dans l'équation (II.20) on aboutit à :

$$\frac{f}{2} = St_q \cdot Pr^{\frac{2}{3}} \equiv j_q \quad (\text{II.25})$$

et

$$\frac{f}{2} = St_m \cdot Sc^{\frac{2}{3}} \equiv j_m \quad (\text{II.26})$$

Où  $j_q$  et  $j_m$  sont les facteurs  $j$  de Colburn pour le transfert de chaleur et de masse respectivement.

Dans cette analogie, les propriétés physiques doivent être évaluées comme dans l'analogie de Reynolds, également à :

$$T = \frac{T_w + T_\infty}{2}$$

L'analogie est valide dans le domaine :

$$0.6 \leq Pr \leq 60 \quad \text{et} \quad 0.6 \leq Sc \leq 3000$$

Notons que l'analogie de Chilton-Colburn se réduit à celle de Reynolds dans le cas de fluides avec  $Pr = 1$  et  $Sc = 1$ .

Les conditions de validité de l'analogie de Chilton-Colburn pour différentes géométries d'écoulement est donnée au tableau suivant :

**Tableau II.3 : Analogie de Chilton-Colburn**

Géométrie	Analogie
Ecoulement le long d'une plaque plane	$\frac{f}{2} = j_q = j_m$
Ecoulement autour d'un cylindre	$j_q = j_m$
Ecoulement autour d'une sphère	$j_q = j_m$ si $\begin{cases} Nu \gg 2 \\ Sh \gg 2 \end{cases}$
Ecoulement dans les tubes	$\frac{f}{2} = j_q = j_m$ si $Re > 10^4$

## II.4 Mécanismes et modèles de transfert lors de la vaporisation de gouttelettes

### II.4.1 Atomisation

Génération de gouttelettes très fines à partir d'un liquide dans le but d'augmenter la surface d'échange avec la phase dite « porteuse » (l'air dans la plupart des applications) ; ainsi les taux de transfert de masse et de chaleur entre les phases liquide et gazeuse s'en trouvent largement améliorés.

En général, les sprays industriels (jets, pulvérisation centrifuge, pulvérisation ultrasonique) génèrent des brouillards de gouttelettes polydispersées, c'est-à-dire que les diamètres des gouttelettes se répartissent sur des plages de valeurs plus ou moins étendus. La caractérisation d'un brouillard de gouttelettes dépend du type d'injecteur utilisé, de la géométrie de celui-ci, ainsi que des propriétés physico-chimiques du fluide utilisé. Dans les approches simples, on utilise généralement divers diamètres moyens, comme le diamètre arithmétique moyen [5]:

$$D_{10} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{pi} \quad (\text{II.27})$$

Ou plus souvent encore le diamètre dit de Sauter :

$$D_{32} = \frac{\sum D_{pi}^3}{\sum D_{pi}^2} \quad (\text{II.28})$$

### II.4.2 Dispersion des gouttelettes

Une fois générées, les gouttelettes sont dispersées par l'écoulement porteur. De nombreuses interactions ont lieu entre la turbulence de l'écoulement porteur d'une part et les

gouttelettes d'autre part. Le nombre de Stokes  $St$  qui compare les temps caractéristiques des gouttelettes  $\tau_p$  et de l'air  $\tau_a$  permet de distinguer plusieurs cas de figure :

- Pour  $St \ll 1$ , les gouttelettes se comportent comme des traceurs de l'écoulement et suivent toutes les échelles de la turbulence ;
- Pour  $St \gg 1$ , les gouttelettes sont très inertielles et leurs trajectoires ne sont pas du tout perturbées par l'écoulement porteur ;
- Pour des nombres  $St$  intermédiaires, les gouttelettes seront sensibles à certaines échelles de turbulence mais pas aux plus petites.

Dans ce dernier cas, on assiste à un phénomène de positionnement préférentiel de gouttelettes à l'extérieur des grosses structures tourbillonnaires de l'écoulement porteur. Les gouttelettes expulsées du centre des structures tourbillonnaires les plus énergétiques, se regroupent en amas à l'extérieur des tourbillons.

Quand l'écoulement peut être considéré comme dilué (faible concentration en gouttelettes  $< 5\%$ ), le mécanisme prépondérant est la dispersion des gouttelettes par la turbulence du fluide. La présence des gouttelettes n'affecte pas la dynamique de l'écoulement porteur : on parle alors de « one way coupling ».

Quand la concentration en gouttelettes augmente, les interactions entre phases deviennent complexes. La présence des gouttelettes dispersées par la turbulence modifie à son tour les caractéristiques de la turbulence : on parle alors de « two way coupling »  $> 10\%$

Enfin dans le cas des très fortes concentrations, les interactions inter-gouttelettes (collision et interaction hydrodynamique) deviennent importantes voir prépondérantes et doivent impérativement être prises en compte : c'est le régime du « four way coupling » qui caractérise les lits fluidisés [5].

### II.4.3 Evaporation

Dans le cas d'une goutte isolée portée par de l'air au repos, le mécanisme d'évaporation est relativement simple. Le problème devient autrement plus compliqué dans le cas d'un brouillard de gouttelettes dans une atmosphère turbulente [5].

### II.4.3.1 Modèles d'évaporation pour une goutte isolée

Dans les années 50, Spalding proposa le modèle d'évaporation d'une goutte isolée, modèle dit du  $D_p^2$ . Ce modèle, le plus simple et le plus ancien, repose sur les hypothèses suivantes :

- Goutte isolée et immobile dans une atmosphère au repos. Ainsi le problème est à symétrie sphérique, une seule dimension ( $r$ ) suffit donc pour l'étudier ;
- Phénomène quasi-stationnaire ;
- Le changement de phase est plus rapide que le transfert de vapeur dans l'air ambiant ;
- Pas de dilution d'air dans la phase liquide ;
- La température de la goutte ( $T_p$ ) est constante et uniforme ;
- Propriétés du gaz constantes ;
- Processus isobare, à la pression  $P$ .

Initialement, la goutte n'est entourée que d'air. La chaleur apportée à la goutte sert à la vaporiser. On considère que l'évaporation a lieu instantanément à la surface de la goutte. Il y a alors formation d'un mélange air-vapeur à la surface de la goutte qui va diffuser dans l'air ambiant [5].

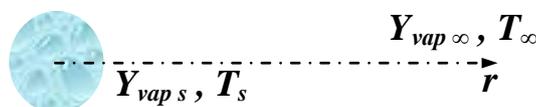
Le taux d'évaporation est trouvé égal à :

$$\dot{m}_p = \frac{dm_p}{dt} = -2\pi D_p \mathcal{D} \rho_{vap} \ln(1 + \beta_M) \quad (\text{II.29})$$

Où  $\mathcal{D}$  est le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air et  $\beta_M$  le nombre adimensionnel de Spalding qui caractérise les échanges de masse à la surface de la goutte. Ce facteur est donné par l'expression :

$$\beta_M = \frac{Y_{vap\ s} - Y_{vap\ \infty}}{1 - Y_{vap\ s}} \quad (\text{II.30})$$

Où  $Y_{vap\ s}$  est la fraction massique de vapeur à la surface de la goutte, calculable à l'aide de la loi de Clausius-Claperon et  $Y_{vap\ \infty}$ , la fraction massique de vapeur à l'infini.



**Fig.II.2** : Schéma d'une goutte isolée

En remarquant que  $m_p = \rho_p \frac{\pi D_p^3}{6}$  on obtient à partir de l'équation (II.29) :

$$\frac{dD_p^2}{dt} = \frac{8\rho_{vap}\mathcal{D}}{\rho_p} \ln(1 + \beta_M) \quad (\text{II.31})$$

Qui donne par intégration :

$$D_p^2 = D_{p\text{ initial}}^2 - C_e t \quad (\text{II.32})$$

Où  $C_e$  est une constante d'évaporation définie par :

$$C_e = \frac{8\rho_{vap}\mathcal{D}}{\rho_p} \ln(1 + \beta_M) \quad (\text{II.33})$$

Ce modèle de base simple n'étant valable que dans le cadre rigoureux des hypothèses énumérées ci-dessus, de nombreux auteurs ont revisité la question en reconsidérant ces hypothèses et en proposant des améliorations au modèle de Spalding [5].

#### II.4.3.1.1 Modèle d'évaporation Standard

Dans ce modèle, on admet que le caractère transitoire du processus de chauffage de la goutte a un impact significatif sur l'évaporation. Il en résulte que l'équation du taux d'évaporation sera couplée à une équation d'énergie dépendante du temps, fondée sur l'hypothèse que la conductivité du liquide est infinie, ce qui suppose toujours une température de la goutte uniforme mais variable dans le temps. Une telle démarche prend correctement en compte le fait qu'une goutte au sein d'un spray présente une température humide non fixe, suite aux variations continues des propriétés de son environnement. Dans ces conditions, la chaleur apportée à la goutte sert d'une part à la chauffer et d'autre part à la vaporiser, et le bilan d'énergie pour la goutte conduit à l'équation :

$$m_p C_{pL} \frac{dT_p}{dt} = \pi D_p Nu_0 \lambda_M (T_\infty - T_p) - \dot{m} L_v \quad (\text{II.34})$$

Où  $\lambda_M$  représente le coefficient de conductivité thermique du mélange dans le film entourant la goutte et  $L_v$  la chaleur latente de vaporisation du liquide

Le taux d'évaporation s'exprime dans ce cas comme suit :

$$\dot{m} = \frac{dm_p}{dt} = \pi D_p \rho_M \mathcal{D}_M Sh_0 \ln(1 + \beta_M) \quad (\text{II.35})$$

Dans les deux expressions précédentes, les nombres de Nusselt  $Nu_0$  et de Sherwood  $Sh_0$  qui caractérisent respectivement les échanges de chaleur et de masse à l'intérieur des films entourant les gouttes, sont définis par les relations :

$$\begin{cases} Nu_0 = 2 + \frac{D_p}{\delta_T} \\ Sh_0 = 2 + \frac{D_p}{\delta_M} \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

Où  $\delta_T$  et  $\delta_M$  représentent les épaisseurs des films thermique et massique respectivement.

Parmi les nombreuses corrélations proposées pour  $Nu_0$  et  $Sh_0$ , on retiendra celles dues à Clift et al. [5] :

$$\begin{cases} Sh_0 = 1 + (1 + Re_p S_c)^{1/3} \cdot f(Re_p) \\ Nu_0 = 1 + (1 + Re_p P_r)^{1/3} \cdot f(Re_p) \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

Si  $0.25 < (P_r, S_c) < 100$  avec  $f(Re_p) = \max(1, Re_p^{0.077})$  pour  $Re_p < 400$

On retiendra également les corrélations établies par Frössling [5] :

$$\begin{cases} Sh_0 = 2 + 0.552 Re_p^{1/2} \cdot S_c^{1/3} \\ Nu_0 = 2 + 0.552 Re_p^{1/2} \cdot P_r^{1/3} \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

#### II.4.3.1.2 Modèle d'évaporation tenant compte de l'écoulement de Stefan

Abramzon et Sirignano ont repris le modèle à conductivité thermique infinie pour y introduire l'effet de l'écoulement de Stefan sur les transferts de matière et de chaleur.

L'écoulement de Stefan qui, parallèlement au phénomène de diffusion, éjecte de la vapeur vers l'extérieur dans un mouvement radial dès qu'elle se forme à la surface, a pour conséquences d'augmenter l'épaisseur de la couche transitoire entourant la goutte. Afin de déterminer l'effet de ce phénomène, les épaisseurs des films thermique et massique en présence et en l'absence de l'écoulement de Stefan sont comparées. Cette comparaison donne lieu à une fonction correctrice :

$$f(\beta) = \frac{\delta}{\delta_0} = (1 + \beta)^{0.7} \cdot \frac{\ln(1 + \beta)}{\beta} \quad (\text{II.39})$$

$\beta$  étant ici le nombre de Spalding aussi bien massique que thermique et  $\beta \leq 20$ .

A partir de là, on définit des nombres de Sherwood et de Nusselt modifiés qui prennent compte de l'écoulement de Stefan :

$$\begin{cases} Nu^* = 2 + \frac{Nu_0 - 2}{f_T} \\ Sh^* = 2 + \frac{Sh_0 - 2}{f_M} \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

L'expression du taux d'évaporation devient alors :

$$\dot{m} = -\frac{dm_p}{dt} = \pi D_p \rho_M \mathcal{D} \cdot Sh^* \cdot \ln(1 + \beta_M) \quad (\text{II.41})$$

Ou encore en utilisant le nombre de Spalding thermique :

$$\dot{m} = -\frac{dm_p}{dt} = \pi D_p \frac{\lambda_M}{C_{p \text{ vap}} T_M} \cdot Nu^* \cdot \ln(1 + \beta_T) \quad (\text{II.42})$$

Avec

$$\beta_T = \frac{C_{p \text{ vap}} (T_\infty - T_s)}{L_v} \quad (\text{II.43})$$

L'équation d'énergie pour la goutte prend dans ce cas la forme (II.34) où  $Nu_0$  est remplacé par  $Nu^*$ .

Soit encore :

$$m_p C_{pL} \frac{dT_p}{dt} = \dot{m} \left( \frac{C_{p \text{ vap}} (T_\infty - T_p)}{\beta_T} \right) - L_v \quad (\text{II.44})$$

Ici, on tient compte de la variation des propriétés physiques du mélange à travers les films massique et thermique. Hubbard et al. [5] définissent les grandeurs de références suivantes :

$$T_{ref} = T_p + \frac{1}{3} (T_\infty - T_p) = \frac{2T_p + T_\infty}{3} \quad (\text{II.45})$$

et

$$Y_{ref} = Y_{vap \ s} + \frac{1}{3} (Y_{vap \ \infty} - Y_{vap \ s}) = \frac{2Y_{vap \ s} + Y_{vap \ \infty}}{3} \quad (\text{II.46})$$

Les propriétés physiques du mélange sont alors évaluées à partir de ces grandeurs de références.

#### II.4.3.1.3 Le modèle d'évaporation « hors-équilibre »

Ce modèle dû à Bellan et Harstad prend en considération le caractère hors d'équilibre des phénomènes qui apparaissent à l'interface gaz-gouttelette. A l'infini, leur modèle est basé sur la loi de Langmuir-Knudsen qui considèrerait également que la conductivité thermique de la phase liquide était finie, ce qui conduirait à un profil de température non uniforme au sein de la goutte. Toutefois, un certain nombre de références dans la littérature rapporteraient que la prise en compte d'une conductivité finie au sein de la goutte n'apporte aucune amélioration significative par rapport au modèle à conductivité infinie [6].

La loi de Langmuir-Knudsen a été introduite dans le modèle par le biais d'une fraction molaire de vapeur hors d'équilibre à la surface de la goutte, définie par :

$$\chi_{F,s,neq} = \chi_{F,\beta} - \left( \frac{2L_K\beta}{D_p} \right) \quad (\text{II.47})$$

Où  $L_K$  représente l'épaisseur de la couche de Knudsen et  $\beta = \frac{c_{pG}\dot{m}}{2\pi K_G D_p}$  un paramètre d'évaporation.

Le transfert de masse à la surface de la goutte tend à réduire le nombre de Nusselt, étant donné que la vapeur qui s'éloigne de la surface par écoulement de Stefan doit être chauffée à travers la couche limite jusqu'à la température  $T_\infty$  de l'air porteur à sa frontière. L'énergie absorbée par cette surchauffe sera déduite de celle qui était potentiellement destinée à atteindre la surface de la goutte. Une réduction supplémentaire du nombre de Nusselt est attribuée principalement à l'épaississement de la couche limite, dû au souffle issu de la surface. La prise en compte de ces phénomènes se fait par le biais d'une correction apportée au nombre de Nusselt :

$$Nu^{**} = Nu^* \left( \frac{\beta}{e^\beta - 1} \right) \quad (\text{II.48})$$

#### II.3.3.1.4 Modèle prenant en compte la convection

Etant donné que dans les situations pratiques, il est impossible de rencontrer des cas où la vitesse de la goutte relativement à l'écoulement porteur soit nulle, la couche limite massique sera exposée à un environnement convectif. Cette convection agira de deux

manières sur le processus de vaporisation. Non seulement elle va améliorer à la fois le taux de gazéification et le taux de transfert thermique entre les phases, mais elle va également générer des mouvements de circulation au sein de la goutte avec pour conséquence une amélioration du taux de transfert du liquide. Afin de prendre en considération ces phénomènes, les expressions du flux de diffusion massique et du transfert d'énergie sont multipliées respectivement par le nombre de Sherwood et de Nusselt, corrigés semi-empiriquement pour le cas de la convection forcée [5].

**CHAPITRE III**

**LES EQUIPEMENTS DE TRANSFERT DE**

**MASSE**

## Chapitre III : les équipements de transfert de masse

### III.1 Introduction :

Nombreuses sont de nos jours les opérations industrielles concernées par les problèmes de modification de la composition d'une solution ou d'un mélange, en ayant recours aux principes régissant le transfert de matière entre phases. Comme exemples types de telles opérations, on pourrait citer :

- Le transfert d'un soluté de la phase gazeuse vers la phase liquide, comme dans les cas de l'absorption, la déshumidification et la distillation ;
- Le transfert d'un soluté de la phase liquide vers la phase gazeuse, comme dans les cas de la désorption et l'humidification ;
- Le transfert d'un soluté entre deux phases liquides non-miscibles, comme dans le cas des procédés d'extraction liquide-liquide ;
- Le transfert d'un soluté d'une phase solide vers une phase fluide, comme dans les cas du séchage et de la lixiviation ;
- Le transfert d'un soluté à partir d'un fluide vers la surface d'un solide, comme dans le cas de l'adsorption et de l'échange d'ions.

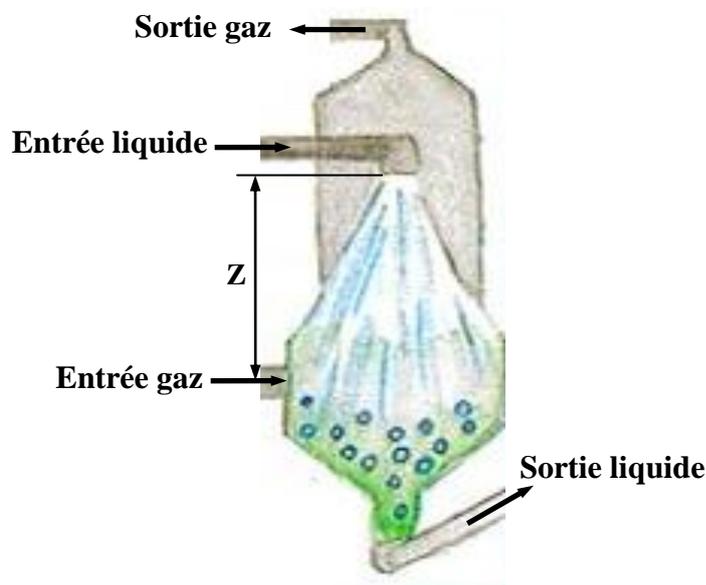
### III.2 Différents équipements de transfert de masse

Les opérations de transfert de masse sont habituellement conduites au sein de tours conçues pour permettre un contact intime entre les phases. Selon la méthode adoptée pour réaliser ce contact, on distingue quatre types principaux de tours : les tours à spray, les tours à bulles, les tours à plateaux et les tours à lits de garnissage. Dans ce chapitre, nous allons d'abord décrire brièvement les trois premiers types, ensuite nous traiterons avec plus de détails le quatrième type, soit les tours à lits de garnissage, puisque la suite de notre étude lui sera consacrée.

#### III.2.1 Les tours à spray

Elles consistent en de grandes chambres à travers lesquelles s'écoule un gaz et où un liquide est introduit à l'aide d'atomiseurs. Le liquide, pulvérisé en gouttelettes plus ou moins fines, tombe sous l'effet de la gravité en contre courant du gaz porteur ascendant. Les atomiseurs sont conçus pour pulvériser le liquide en un grand nombre de gouttelettes. Pour un débit de liquide donné, des gouttelettes plus fines conduiraient à une plus grande surface de

contact entre les phases, favorable aux phénomènes de transferts de masse et de chaleur. Cependant, si les gouttelettes sont beaucoup trop fines, elles risqueraient d'être entraînées en dehors de la tour par l'écoulement de gaz porteur et donc les phénomènes de transferts seront pénalisés. La distance parcourue par une gouttelette détermine le temps de contact et influence donc le taux de transfert de masse entre les deux phases qui sont en contact continu tout le long de la tour. La résistance au transfert de masse au sein du film gazeux est réduite par le mouvement tourbillonnaire des gouttes. Les tours à spray sont adaptées aux applications qui traitent de gaz hautement solubles où, en principe, la résistance du film gazeux détermine le taux de transfert de masse [7].



**Fig.III.1** : Schéma de principe d'une tour à spray

### III.2.2 Les tours à bulles :

Dans leur principe, ces tours sont exactement opposées aux précédentes. Le gaz est dispersé en bulles au sein du liquide qui remplit la tour. Le transfert de masse a lieu aussi bien durant la formation des bulles qu'au cours de leur remontée à travers le liquide. Les bulles en mouvement réduisent la résistance au transfert de masse du film liquide. Ce type de tour est adapté aux applications où la résistance du film liquide détermine le taux de transfert de masse, soit dans les processus d'absorption concernant des gaz relativement insolubles [7].

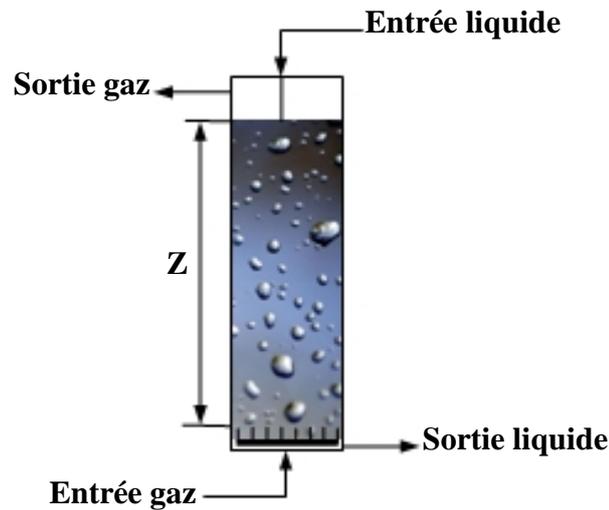


Fig.III.2 : Schéma de principe d'une tour à bulles

### III.2.3 Les tours à plateaux :

Elles combinent les mécanismes de transfert observés dans les deux types précédents. Chaque plateau établit un contact intime entre le liquide descendant, retenu par un déversoir, et les gaz ascendants, qui sont forcés de se séparer en bulles, en traversant les perforations ou les calottes de barbotage. Le transfert de masse entre phases a lieu au cours de la formation des bulles et pendant que ces dernières remontent à la surface du liquide en agitation [7].

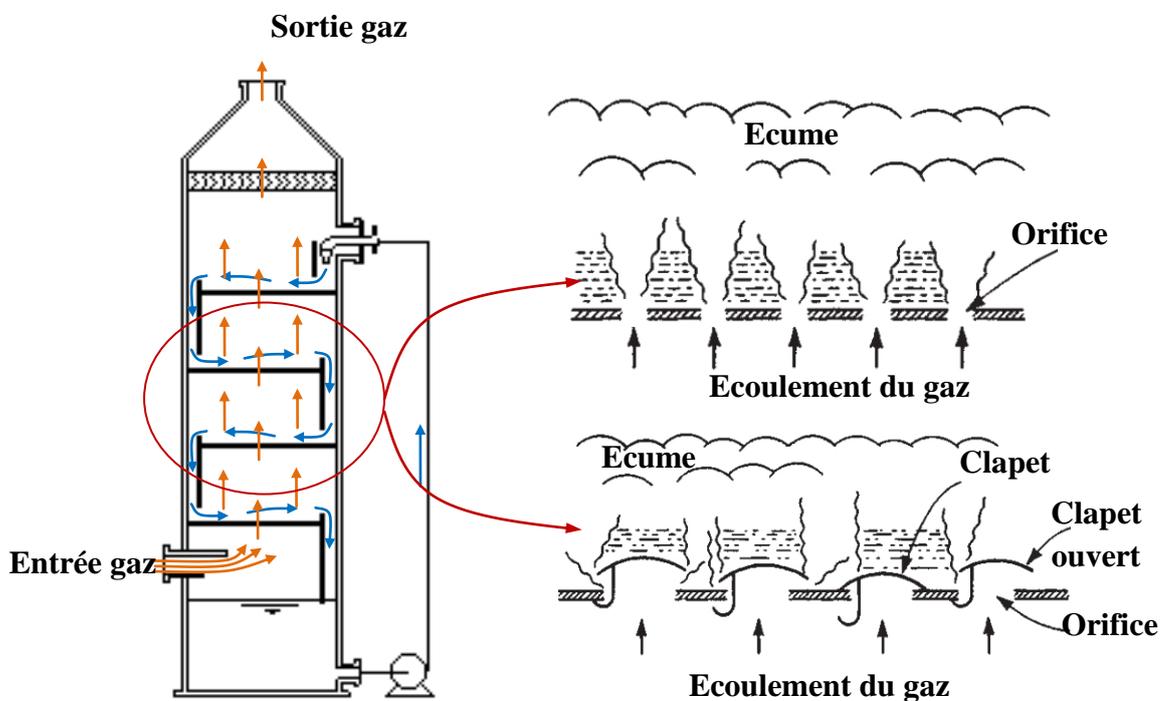


Fig.III.3 : Schéma de principe d'une tour à plateaux

Un transfert de masse additionnel prend place au-dessus de la surface du liquide du fait de l'entraînement jusqu'à cet endroit de gouttelettes issues du processus de mélange actif des deux phases en agitation sur le plateau. Les plateaux sont disposés l'un au-dessus de l'autre dans une calandre de forme cylindrique, comme illustré à la (Figure III.3). Le liquide s'écoule vers le bas par les déversoirs qui l'obligent à s'accumuler sur chaque plateau afin de permettre aux bulles de le traverser. Le gaz remonte ainsi en traversant chaque plateau. Le contact entre les deux phases est de nature discontinue. De telles colonnes ne sauraient donc être dimensionnées sur la base d'équations intégrables sur une aire de contact continue. Au lieu de cela, leur dimensionnement devrait suivre une procédure discrète, étage par étage.

### III.2.4 Les tours à lits de garnissage

Elles constituent le troisième type d'équipements où deux phases non-miscibles parcourant la colonne en contre courant, restent en contact permanent à l'intérieur de la zone utile de la tour. Ce type d'équipement est adapté à toutes les opérations liquide-gaz quel que soit le rapport entre les résistances au transfert de masse affichées par les films liquide et gazeux.

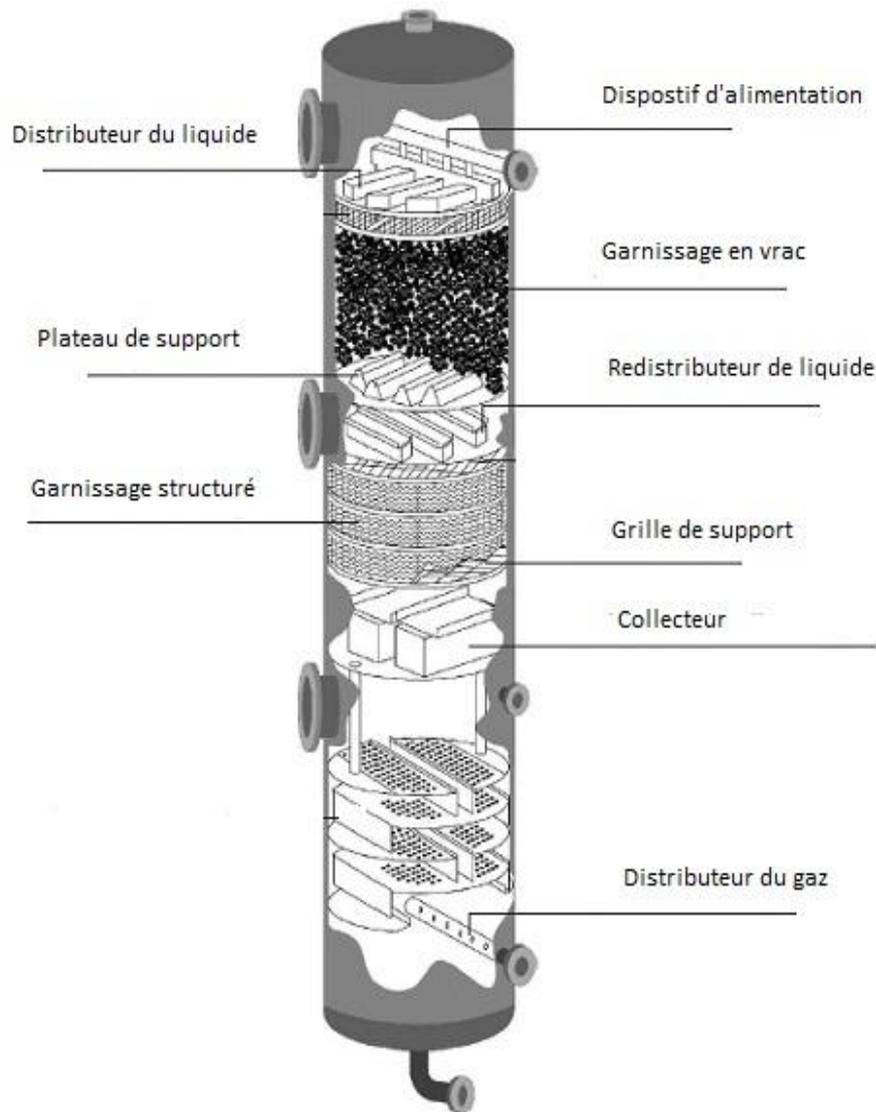
La colonne garnie est constituée principalement d'une enveloppe cylindrique contenant une plaque faisant office de support pour le matériel de garnissage, d'un garnissage ou "*packing*", d'un dispositif de distribution du liquide conçu afin d'assurer le mouillage efficace du garnissage. Des dispositifs de récupération du liquide tels que des collecteurs d'eau peuvent être ajoutés au garnissage afin de récolter le liquide s'accumulant le long du mur ou celui mal distribué. Il est aussi possible de disposer plusieurs garnissages dans une même colonne, chaque garnissage avec son propre distributeur de liquide et son dispositif de support [8][9].

La question qui se pose dans la conception d'une colonne garnie est le choix du matériau du garnissage, ce dernier doit être en mesure de garantir l'efficacité de la surface de contact entre les deux phases, et cela sans perte de pression excessive.

#### III.2.4.1 Types de garnissages :

De nombreux garnissages sont disponibles dans le commerce, chacun possédant des avantages spécifiques en matière de coût, de disponibilité de surface, de perte de pression, de poids et de résistance à la corrosion. Les garnissages peuvent être classés en deux catégories, les garnissages en vrac ; constitués d'éléments placés dans un arrangement aléatoire à

l'intérieur de la colonne, et les garnissages structurés contenant des éléments soigneusement installés et conçus afin de s'adapter aux dimensions de la tour [8].



**Fig.III.4** : Coupe révélant les différents éléments d'une colonne [10]

#### III.2.4.1.1 Garnissage en vrac (*Random packing*) :

Les garnissages en vrac existent dans différentes formes et tailles ainsi que dans plusieurs matériaux (céramique, métal, ou plastique). Parmi les types de garnissages en vrac développés ces dernières années, les anneaux Raschig, les selles de Berl, les selles Intalox, les anneaux Pall, les anneaux Hy-Pak (Figure III.5d). La raison qui se cache derrière le développement de cette large variété de produits est la recherche du corps qui présenterait la fraction de vide superficielle la plus grande et la plus homogène possible, et la structure

favorisant au mieux la formation de gouttes (dont la surface participe également au transfert de masse) [11].

**Anneaux Raschig** (figure III.5a) : Ce sont des tubes cylindriques de hauteur égale au diamètre extérieur (dimension nominale). Le choix du matériau est très vaste : céramique, graphite, métaux et alliages, plastique ou verre. Les dimensions nominales courantes vont de 6.4 à 102mm.

**Anneaux Pall** (figure III.5b) : La surface intérieure d'un anneau Raschig étant beaucoup moins accessible que la surface extérieure, il en est venu l'idée de créer des fentes transversales dans les parois. Les anneaux Pall ainsi réalisés permettent de réduire le volume de garnissage mis en œuvre, pour une opération donnée, d'environ 30 à 40%. Ces anneaux, de plus en plus répandus, existent en céramique, métaux et plastiques ; les dimensions nominales courantes vont de 15,9 à 76 mm.

**Selles de Berl** (figure III.5c) : Ces corps ont une forme dérivée du paraboloïde hyperbolique avec renforcement des arêtes et adjonction de nervures. Cette forme assure au lit une structure enchevêtrée provoquant un auto-blocage qui diminue la poussée exercée par la charge sur les parois de la colonne. On constate également une amélioration de l'homogénéité de la fraction de vide. Le volume à mettre en œuvre pour une opération déterminée est sensiblement de 20 % inférieur à ce qu'il serait avec des anneaux *Raschig*. La production, essentiellement en céramique ou en plastique, s'effectue par moulage. Les dimensions nominales courantes vont de 6,4 à 76 mm.

**Selles Intalox** : La forme générale de ces corps est celle d'un demi-tore engendré par un demi-cercle dont la concavité est tournée vers l'extérieur. Leur production, essentiellement en céramique ou en plastique, peut être obtenue par extrusion.

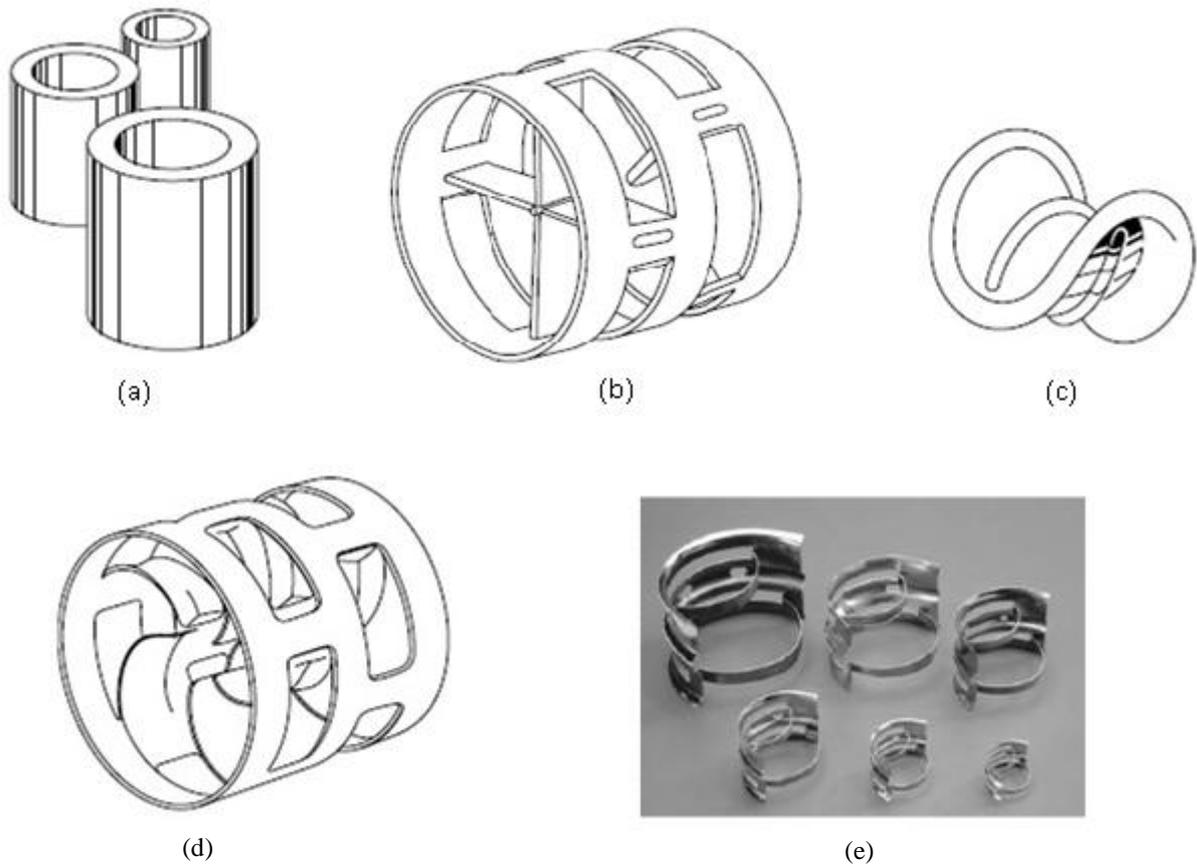
L'emboîtement des selles *Intalox* est moins marqué que celui de selles *de Berl* ; c'est à la fois un avantage (meilleure porosité de la charge, diminution des points de contact générateurs d'angles morts) et un inconvénient (moins bonne stabilité d'où poussée latérale plus importante). En première approximation, le volume à mettre en œuvre pour une opération déterminée est le même qu'avec des selles *de Berl*.

**Garnissage en vrac actuels** : On peut admettre que l'anneau *Pall* est le prototype des garnissages modernes apparus dans les années quatre-vingts. Les ouvertures dans les parois des anneaux *Pall* sont encore relativement modestes. Sur les anneaux récents en métal

ou en plastique (anneaux *Hy-pak* (Figure III.5.d) de Norton ; anneaux *Ralu-ring* de Raschig, anneaux *Higflow* de Rauschert et anneaux *V-pack* de VFF), plus de la moitié de la surface latérale est évidée.

Les selles ont suivi la même évolution : les *Super-Intalox* de Norton, en céramique ou en plastique, et les *Super-Torus* de Raschig, en plastique, sont ajourés.

La selle *IMTP* de Norton (figure III.5.e) en métal est, vis-à-vis de la selle *de Berl*, ce qu'est l'anneau *Hy-pak* vis-à-vis de l'anneau *Raschig*.



**Fig.III.5** : Différents types de garnissage en vrac [12]

#### III.2.4.1.2 Garnissage structuré (*Structured Packing*)

Les garnissages structurés sont fabriqués à partir de tôles ondulées munies parfois de perforations, inclinées à 30 ou 45° sur la verticale. L'assemblage de ces tôles se fait alternativement inversé en module afin de former des nids d'abeille de passages triangulaires (Figure III.6). En général, les garnissages structurés offrent une grande surface d'échange par unité de volume garni, ils bénéficient d'une grande capacité, d'un bon taux de mouillage et d'une faible perte de pression [9].

Les garnissages structurés permettent une grande efficacité dans le processus de transfert de masse et sont particulièrement adaptés aux systèmes sensibles aux chutes de pression, tels que les installations de Turbines à gaz.



**Fig.III.6** : garnissage structuré [9]

#### **III.2.4.2 Construction des colonnes garnies :**

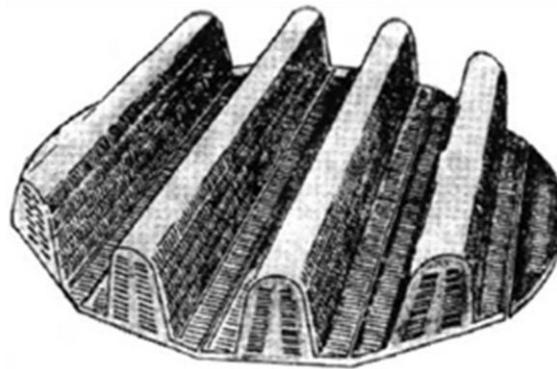
Le fonctionnement d'un lit de garnissage dépend fondamentalement :

- de la distribution du liquide et du gaz ;
- du choix d'une dimension nominale du garnissage, compatible avec le diamètre intérieur de la colonne ;
- du soin apporté à l'établissement et au maintien en place de la charge [11].

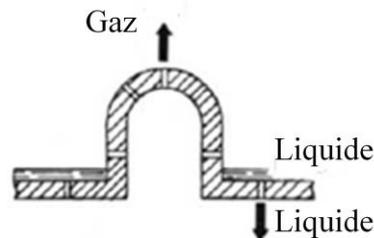
##### **III.2.4.2.1 Support du garnissage et distribution de la phase gazeuse :**

Chaque lit de garnissage est supporté par un système de grille distributrice (Figure III.7). Une grille distributrice doit comporter des mamelons ou des ondes afin d'assurer l'injection du gaz dans les différentes directions des chenaux qui s'offrent entre les éléments de garnissage en contact avec la grille. Ces dispositions augmentent également la résistance mécanique de la grille.

La théorie de l'engorgement au sein du garnissage est désormais bien connue, mais on oublie encore trop souvent qu'un engorgement peut tout aussi bien s'amorcer au niveau du supportage. Il est donc fondamental de vérifier qu'une grille distributrice offre, associée avec le garnissage qu'elle supporte, une fraction de vide superficiel au moins égale à celle du garnissage seul.



(a) Grilles distributrices ondulées



(b) Grilles distributrices à mamelons

**Fig. III.7** : Différents types de grilles distributrices [11]

#### III.2.4.2.2 Distribution de la phase liquide et fixation du garnissage :

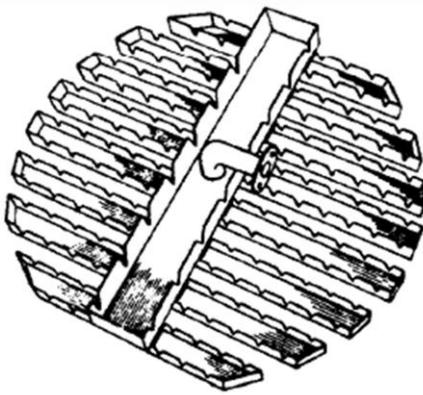
La phase liquide doit traverser le lit de garnissage sous forme d'un ruissellement en l'absence de cascades. La quantité de liquide qui excède la quantité maximale acceptable par le film est chassée par le gaz vers les parois de la colonne ; au voisinage des parois, le liquide trouve une zone de moindre turbulence dans laquelle il poursuit sa chute en cascade alors qu'il peut exister au centre de la colonne des régions où le garnissage n'est pas assez mouillé pour offrir un film continu. L'existence d'une cascade à faible surface volumique dans une zone de faible turbulence et celle de surfaces sèches dans les zones de forte turbulence sont deux phénomènes notablement défavorables à l'échange de masse entre phases.

Les garnissages actuels se distinguent des garnissages conventionnels par un égouttage important d'une partie de la surface d'un élément sur une autre partie du même élément ou sur le suivant pour y reformer un film. Ce phénomène ne doit pas être confondu

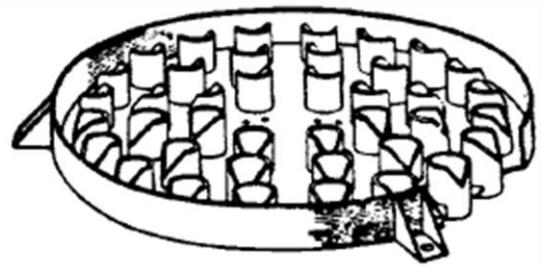
avec un écoulement en cascade qui ne peut se résorber en un film à partir de ses points de chute.

Pour éviter l'établissement de passages préférentiels, la répartition du liquide au-dessus du garnissage doit être aussi uniforme que possible avec au moins cinquante points d'alimentation par mètre carré de section droite. Pour satisfaire à ces impératifs, il faut :

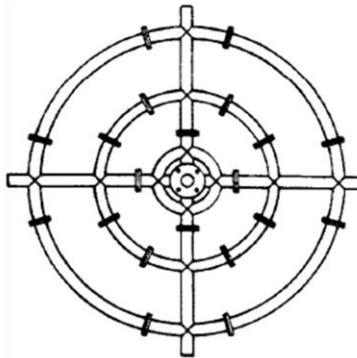
- Vérifier l'horizontalité des distributeurs à auges (Figure III.8 *a*) ou des déversoirs à cheminées (Figure III.8 *b*) ;
- Veiller à ce que les barillets perforés (Figure III.8 *c*) aient une section suffisante et soient pourvus d'une alimentation maillée afin de minimiser les pertes de pression qui favoriseraient certains trous aux dépens des autres.



(a) Distributeur à auges



(b) Déversoir à cheminée



(c) Distributeur à barillets perforés

**Fig.III.8** : Différents types de distributeurs de la phase liquide [12]

Il est recommandé de maintenir le garnissage au moyen d'une grille posée et fixée au-dessus de chaque lit, cette grille pouvant être solidaire du dispositif de distribution du liquide. L'expérience montre en effet qu'une brusque décompression (ouverture d'une soupape de sûreté par exemple) peut s'accompagner d'un entraînement d'éléments de garnissage si les précautions précédentes n'ont pas été prises.

### III.2.4.2.3 Dévésiculeur (séparateur de gouttelettes)

Les vésicules sont très gênantes dans les gaz sortants; en l'absence de précautions, les vésicules qui sont de très fines gouttelettes entraînées par le gaz en dehors de la tour éroderaient les coudes, s'accumuleraient dans les points bas pour en repartir sous forme de paquets générateurs de coups de bélier, etc.

Les gouttelettes sont généralement arrêtées par un matelas dévésiculeur tissé en métal ou en plastique de 0,10 à 0,15 m d'épaisseur, solidement maintenu sur une grille. Les filets gazeux contournent les fils tandis que les gouttelettes, d'inertie plus élevée, les heurtent et s'y accrochent, s'agglomèrent sur les fils et s'en détachent dès que la pesanteur compense les forces capillaires.

Le dévésiculeur est généralement placé à une hauteur égale à un diamètre de colonne, au-dessus du lit de garnissage [11].

### III.2.4.3 Régime de charge et perte de pression dans une colonne garnie

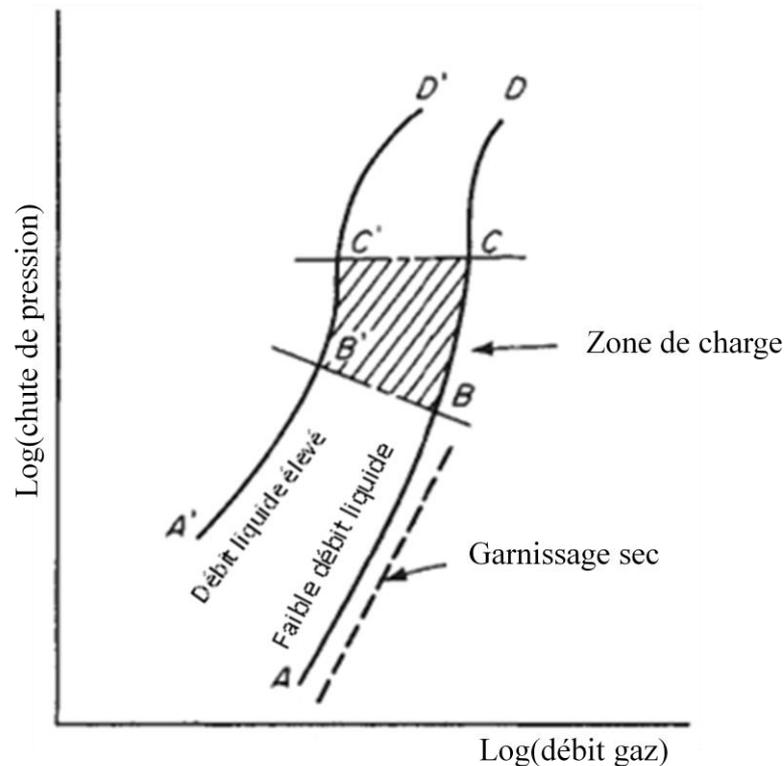
#### III.2.4.3.1 Perte de pression et caractéristique d'une colonne garnie

À très faible débit de liquide, la section efficace de passage du garnissage n'est pas très différente de celle du garnissage sec, et la perte de pression est due essentiellement à l'écoulement du gaz à travers les différentes ouvertures du lit de garnissage. Ainsi, la perte de pression est approximativement proportionnelle au carré de la vitesse du gaz, comme indiqué dans la région AB (Figure III.9).

À des débits plus élevés de liquide, la section efficace de passage du garnissage est plus petite en raison de la présence de liquide responsable de l'obturation des ouvertures du garnissage, et de l'utilisation d'une partie de l'énergie du gaz pour soutenir la quantité croissante du liquide dans la colonne (région A'B').

Pour tous les débits de liquide, une zone est atteinte lorsque la chute de pression est proportionnelle à la vitesse du gaz à une puissance nettement supérieure à 2; cette zone est appelée **zone de charge** (*loading zone*), zone hachurée sur la figure III.9 ci-dessous. Cette dernière est particulièrement propice aux échanges entre phases : des gouttelettes se forment à cause du cisaillement exercé par le gaz sur le film liquide ou encore à cause de la sursaturation du gaz, ces gouttelettes sont soutenues par le gaz et restent suspendues, mais elles continuent à descendre sous l'effet de la gravitation encore prédominante. La

modélisation des transferts de masse dans cette zone pose un problème plutôt délicat, on assiste à une sorte de combinaison dans des proportions difficiles à évaluer entre le modèle du film et celui des gouttelettes. Dans ce cas, l'augmentation de la chute de pression est due à l'accumulation rapide du liquide dans le volume vide du garnissage [8].

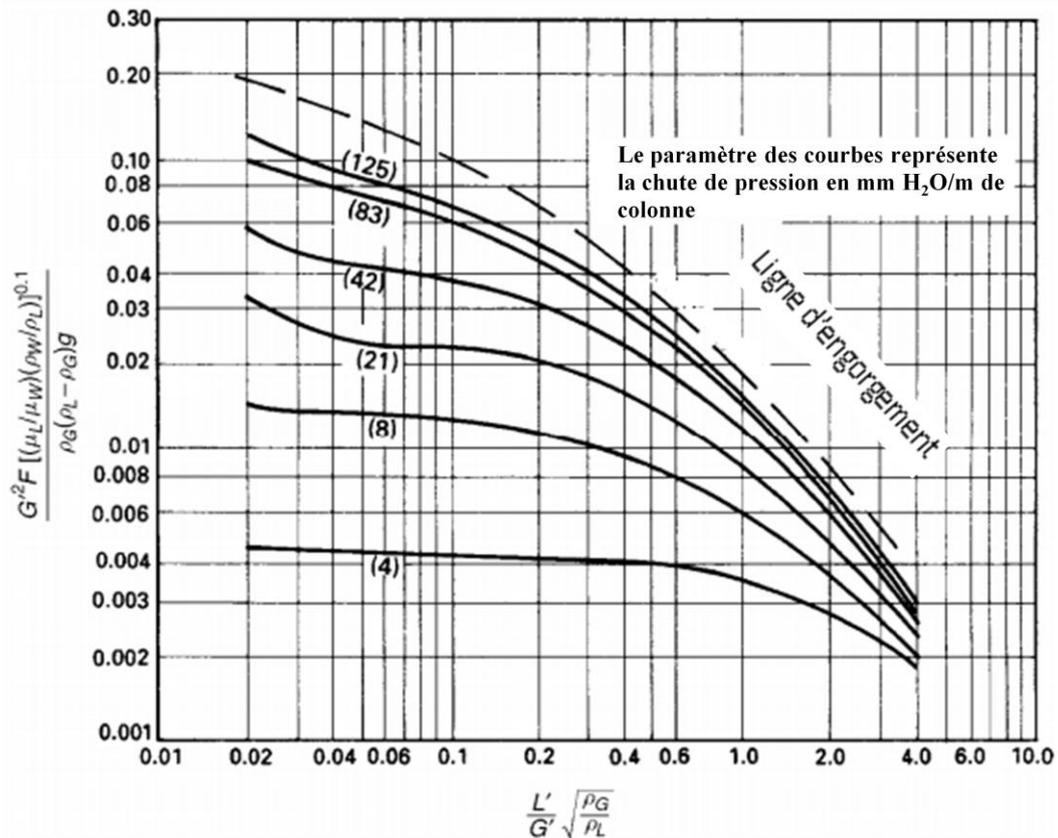


**Fig.III.9** : Caractéristique des pertes de pressions d'une colonne garnie [8]

Avec l'augmentation du débit du gaz, les gouttelettes suspendues ne descendent plus, elles remontent plutôt et finissent par s'accumuler dans les sections contractées du garnissage, la rétention du liquide augmente, le diamètre de l'orifice efficace se réduit si bien que la surface du liquide devient continue sur toute la section transversale de la colonne et cela se produit généralement au sommet du garnissage. On assiste à une soudaine et forte augmentation de la chute de pression et du taux de rétention avec seulement une légère variation du débit de gaz (condition C ou C'). Le phénomène est appelé **engorgement** (*flooding*), on retiendra donc qu'il est accompagné par une croissance extrêmement rapide de la perte de pression et de la rétention opératoire.

Si la surface du garnissage est de nature discontinue, une inversion de phase peut se produire, et des bulles de gaz apparaissent dans le liquide. La colonne n'est pas instable et peut être ramenée à un fonctionnement en phase gazeuse continue en réduisant simplement le débit du gaz. De manière analogue à la condition d'engorgement, la chute de pression augmente rapidement à mesure que se produit une inversion de phase.

La figure III.10 ci-après présente une corrélation de la perte de pression mesurée sur différents types de garnissages.



**Fig.III.10** : Corrélation généralisée de la chute de pression à travers une colonne garnie [12]

Les données utilisées au départ pour établir cette corrélation étaient obtenues pour des systèmes où la phase liquide était toujours constituée d'eau. Le terme en ordonnée comporte une correction lorsque la phase liquide est une autre substance que l'eau, correction représentée par l'introduction des propriétés physiques du liquide  $\mu_L$  et  $\rho_L$ . Le garnissage est quant à lui représenté par son coefficient F.

Les autres paramètres qui apparaissent sur la figure se définissent comme suit :  $\rho_W$  et  $\mu_W$  sont respectivement la masse volumique et la viscosité de l'eau,  $\rho_G$  est la masse volumique du gaz,  $G'$  et  $L'$  sont les débits surfaciques du gaz et du liquide respectivement. Chaque courbe de la figure correspond à une perte de pression donnée en millimètre d'eau par mètre de colonne garnie. La ligne discontinue représente la perte de pression correspondant au point d'engorgement.

### III.2.4.3.2 Rétention (*hold up*)

La rétention est le volume de liquide accumulé par unité de volume garni. Trois modes de rétention de liquide dans les colonnes garnies sont définis:

- Rétention statique  $h_s$  ;
- Rétention opératoire  $h_o$  ;
- Rétention totale  $h_t$ .

La rétention statique est la quantité de liquide restant sur le garnissage qui a été entièrement mouillé puis drainé. La rétention opératoire correspond au liquide qui s'accumule dans la colonne en fonctionnement mais qui peut s'écouler immédiatement après l'arrêt. Cette quantité caractérise donc le temps de séjour du liquide dans la colonne. La rétention totale est la quantité de liquide sur le garnissage dans des conditions dynamiques, c'est la somme des rétentions statique et opératoire [8].

$$h_t = h_s + h_o$$

**CHAPITRE IV**  
**MODELISATION DES TRANSFERTS**  
**DE MASSE ET DE CHALEUR AU SEIN**  
**D'UNE COLONNE A LITS DE**  
**GARNISSAGE**

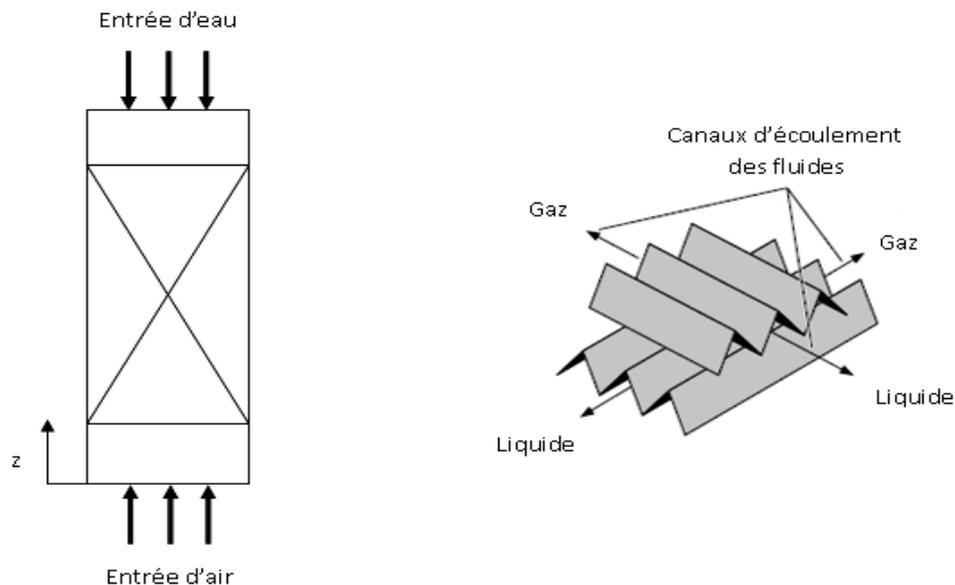
## Chapitre IV : Modélisation des transferts de masse et de chaleur au sein d'une colonne à lits de garnissage

### IV.1 Introduction

Parmi les méthodes d'humidification utilisées dans les cycles de la turbine à gaz, les saturateurs pressurisés offrent des avantages intéressants. Ce chapitre est consacré à l'analyse des transferts de masse et de chaleur dans un tel saturateur, plus précisément une tour d'humidification à lits de garnissage.

Une analyse détaillée des transferts de masse et de chaleur est présentée, établissant des liens entre les paramètres thermodynamiques et les aspects géométriques du système.

La théorie des saturateurs et des tours de refroidissement est bien développée dans le génie des procédés, cependant, cette théorie ayant été établie à l'époque où les ordinateurs n'étaient pas encore suffisamment puissants, l'accent a été mis sur le développement de méthodes de calculs approximatives, mieux adaptées aux calculs manuels.



**Fig IV.1** : Schéma de principe d'un saturateur et d'un garnissage de type structuré

La figure IV.1 ci-dessus présente une colonne à lits de garnissage où l'eau pénètre par le sommet et l'air suffisamment sec arrive par la base et remonte à contre courant. L'eau s'évapore dans l'air ascendant qui s'humidifie et se réchauffe.

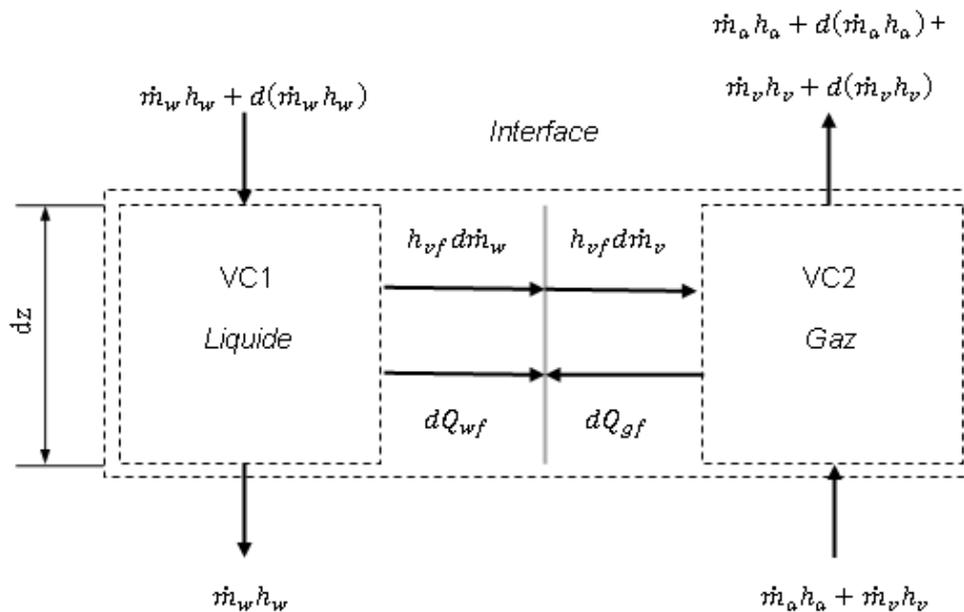
## IV.2 Bilans de masse et d'énergie

On admettra dans l'analyse qui va suivre que le problème est unidimensionnel, c'est-à-dire qu'en référence à la (Figure IV.1), toutes les propriétés des fluides et des écoulements varient seulement suivant la hauteur ( $z$ ) de la tour, on admettra également que les écoulements sont stationnaires.

Soit  $\dot{m}_w$  le débit de l'écoulement d'eau descendant à la hauteur ( $z$ ) et soient  $\dot{m}_a$  et  $\dot{m}_v$  les débits d'air sec et de vapeur d'eau ascendants. Le rapport  $\omega = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a}$  représente l'humidité spécifique moyenne au cœur de l'air humide, qu'on désignera dans la suite de la présente analyse par le « gaz ».

Soit  $T_w$  la température moyenne au cœur de l'écoulement d'eau et  $T_g$  la température moyenne au cœur de l'écoulement gazeux. La température de l'interface liquide-gaz sera désignée par  $T_f$  et est en général différente de  $T_g$  et  $T_w$ .

Nous considérons la pression  $P$  constante au sein du système, les colonnes à lits de garnissage étant caractérisées par leurs faibles pertes de pression.



**Fig IV.2 :** Schéma d'un volume de contrôle élémentaire de hauteur  $dz$

La figure IV.2 représente un volume de contrôle élémentaire de hauteur  $dz$  comportant trois zones, le sein du liquide désigné par VC1, le sein du gaz par VC2, et les films côté gaz et côté liquide autour de l'interface [13].

Soit  $d\dot{m}_w$  le taux de transfert de masse de liquide quittant VC1 et arrivant dans VC2 en transitant par l'interface.

Les bilans massiques pour l'air sec et la vapeur d'eau à travers le volume de contrôle VC2 s'expriment par :

$$d\dot{m}_a = 0 \quad (\text{IV.1})$$

$$d\dot{m}_v = d\dot{m}_w \quad (\text{IV.2})$$

Notons les quantités de chaleur transférées vers l'interface à partir des volumes de contrôle VC1 et VC2,  $d\dot{Q}_{wf}$  et  $d\dot{Q}_{gf}$  respectivement.

En négligeant les échanges de chaleur avec l'environnement ainsi que les variations des énergies cinétique et potentielle, les bilans d'énergie pour les volumes de contrôle VC1 et VC2 s'écrivent comme suit :

$$d(\dot{m}_w h_w) - d\dot{Q}_{wf} - h_{wf} \cdot d\dot{m}_w = 0 \quad (\text{IV.3})$$

$$d(\dot{m}_a h_a) + d(\dot{m}_v h_v) + d\dot{Q}_{gf} - h_{vf} \cdot d\dot{m}_w = 0 \quad (\text{IV.4})$$

Où  $h_{wf}$  et  $h_{vf}$  sont les enthalpies spécifiques du liquide et de la vapeur évaluées à la température de l'interface  $T_f$ .

Le bilan d'énergie du volume de contrôle élémentaire comprenant l'ensemble des éléments (VC1, VC2, interface) en régime stationnaire s'écrit :

$$d(\dot{m}_a h_a) + d(\dot{m}_v h_v) - d(\dot{m}_w h_w) = 0 \quad (\text{IV.5})$$

En portant les équations (IV.3) et (IV.4) dans l'équation (IV.5), tout en tenant compte des équations (IV.1) et (IV.2), nous trouvons :

$$d\dot{Q}_{wf} + d\dot{Q}_{gf} = (h_{vf} - h_{wf}) d\dot{m}_v \quad (\text{IV.6})$$

Nous admettons que la vapeur en contact avec l'interface est saturée à la température  $T_f$  de cette dernière, ce qui revient à considérer que l'équilibre entre la phase liquide et la phase vapeur s'établit à l'interface, l'expression précédente prend donc la forme :

$$d\dot{Q}_{wf} + d\dot{Q}_{gf} = h_{fg} d\dot{m}_v \quad (\text{IV.7})$$

Où  $h_{fg}$  est la chaleur latente de vaporisation de l'eau. Cette dernière sera dans toute la suite de la présente analyse évaluée à la température  $T_f$ .

L'équation (IV.7) exprime que le flux de chaleur net vers l'interface représente l'énergie nécessaire à l'évaporation du liquide.

### IV.3 Processus de transfert de masse et de chaleur

Les équations établies précédemment dans ce chapitre sont écrites en termes de flux de matière et de chaleur, à présent, ces mêmes flux seront exprimés en termes de potentiels de transfert.

#### IV.3.1 Définition des coefficients de transfert de chaleur et de masse

Les gradients de température sont les potentiels qui sont à l'origine des transferts de chaleur. Les coefficients de transfert de chaleur  $\alpha_w$ , entre le cœur du liquide et l'interface, et  $\alpha_g$ , entre le cœur du gaz et l'interface, sont respectivement définis par les relations :

$$d\dot{Q}_{wf} = \alpha_w (T_w - T_f) A_f dz \quad (\text{IV.8})$$

$$d\dot{Q}_{gf} = \alpha_g (T_g - T_f) A_f dz \quad (\text{IV.9})$$

où  $A_f$  représente l'aire totale de la surface de contact entre le liquide et le gaz par unité de hauteur.

De façon analogue, les gradients de densité de vapeur sont seuls à l'origine des transferts de masse. Le coefficient de transfert de masse  $\beta_g$  entre l'interface et le cœur du gaz, est défini par la relation :

$$dm_v = \beta_g (\rho_{vf} - \rho_v) A_f dz \quad (\text{IV.10})$$

Où  $\rho_v$  est la masse volumique partielle de la vapeur dans le cœur du gaz et  $\rho_{vf}$  est la masse volumique partielle de la vapeur saturée à  $T_f$  dont elle est donc fonction :  $\rho_{vf} = f(T_f)$ .

#### IV.3.2 Spécification des coefficients de transfert

L'un des problèmes les plus difficiles qui se pose lors du calcul des saturateurs est de trouver des valeurs précises pour les coefficients de transfert  $\alpha_w$ ,  $\alpha_g$ ,  $\beta_g$ . Les difficultés proviennent de la complexité des écoulements à travers les lits de garnissage, l'écoulement du gaz est fortement tridimensionnel avec apparition de zones de séparation (décollement), quant

à l'écoulement du film liquide, il peut être turbulent et instable. En raison de cette complexité, toute approche théorique pour la détermination des coefficients de transfert serait forcément non satisfaisante et vaine. De ce fait, le seul moyen réellement fiable reposera sur des mesures expérimentales. Malgré tout, une approche théorique peut toujours conduire à des enseignements utiles.

Toute approche doit commencer par établir une relation fonctionnelle entre les nombres de Nusselt, Reynolds et Prandtl pour le transfert de chaleur, et les nombres de Sherwood, Reynolds et Schmidt pour le transfert de masse.

$$Nu_g = f_q(Re_g, Pr_g) \quad (IV.11)$$

$$Sh_g = f_m(Re_g, Sc_g) \quad (IV.12)$$

Etant donné l'analogie mathématique entre les phénomènes de transfert de masse et de chaleur, il est admis, comme souligné au chapitre II, que les fonctions,  $f_q$  et  $f_m$  sont identiques.

On peut donc préciser les relations fonctionnelles (IV.11) et (IV.12) sous la forme :

$$Nu_g = C_q (Re_g)^a (Pr_g)^b \quad (IV.13)$$

$$Sh_g = C_m (Re_g)^a (Sc_g)^b \quad (IV.14)$$

Les valeurs des constantes qui apparaissent dans ces expressions dépendent de la nature du garnissage, et sont difficiles à spécifier, toutefois on recommande des valeurs entre 0.77-0.80 pour  $a$ , et entre 0.33-0.40 pour  $b$  [13].

Quant aux constantes  $C_q$  et  $C_m$ , les valeurs recommandées sont typiquement comprises entre 0.023 et 0.034 [13]. Il est clair que sans données supplémentaires sur le type de garnissage ou quelque donnée expérimentale, l'erreur sur les coefficients de transfert  $\alpha_g$  pourrait atteindre **50%** ou plus. [13]

En divisant l'équation (IV.14) par l'équation (IV.13), on obtient la relation entre  $\beta_g$  et  $\alpha_g$  :

$$\frac{\beta_g \rho_g C_{pg}}{\alpha_g} = \frac{C_q}{C_m} \left( \frac{Pr_g}{Sc_g} \right)^b \quad (IV.15)$$

En posant que  $C_q = C_m$  et  $Pr_g = Sc_g$ , nous obtenons ce qui est connu par la "*relation de Lewis*". Ceci est probablement assez exact pour les systèmes air-vapeur d'eau avec de faibles taux d'évaporation à la pression atmosphérique au sein de configurations géométriques simples (sans décollement de couches limites). Malheureusement, dans les saturateurs à haute pression ces conditions ne sont pas réalisées.

D'après la théorie cinétique des gaz, à température constante, le coefficient de diffusion  $D$  est inversement proportionnel à la pression  $P$ . Ainsi, puisque  $\rho_g$  est directement proportionnelle à  $P$ , le nombre de Schmidt ( $Sc_g = \mu_g / \rho_g D$ ) varie comme la viscosité  $\mu_g$  en fonction de la pression. Par ailleurs, d'après ARAMAYO – PRUDENCIO [13] qui cite Poling,  $\mu_g$  et  $\lambda_g$  peuvent être supposés indépendants de la pression jusqu'à **10 bars**, et cela sans introduire d'erreur dépassant les 10%.

Le fait que  $\rho_g$  figure au numérateur du membre gauche de l'équation (IV.15) signifie que  $(\beta_g / \alpha_g)$  sera inversement proportionnel à la pression, ceci est sans aucun doute l'effet majeur de la pression aussi longtemps que l'équation (IV.15) est concernée.

La spécification du coefficient de transfert de chaleur côté liquide  $\alpha_w$  pose autant de problèmes sinon plus que celle des coefficients de transfert côté gaz  $\alpha_g$  et  $\beta_g$ . En particulier,  $\alpha_w$  dépend de l'épaisseur du film, de sa stabilité et de l'état du liquide.

Des approches théoriques ont été tentées par divers auteurs pour lier  $\alpha_w$  à l'épaisseur du film obtenue à partir de théories d'écoulements appliquées au film liquide. Toutefois les situations réelles étant beaucoup plus compliquées, les valeurs de  $\alpha_w$  obtenues par ces méthodes sont fortement entachées d'erreurs.

#### IV.4 Température de l'interface

En substituant les flux de chaleur  $d\dot{Q}_{wf}$  et  $d\dot{Q}_{gf}$  et de matière  $d\dot{m}_v$  définis par leurs expressions respectives (IV.8), (IV.9) et (IV.10) dans l'équation (IV.7), nous obtenons la relation suivante :

$$\alpha_w (T_w - T_f) + \alpha_g (T_g - T_f) = h_{fg} \beta_g (\rho_{vf} - \rho_v) \quad (IV.16)$$

Cette équation exprime de façon implicite la dépendance de la température d'interface  $T_f$  des propriétés moyennes du liquide et du gaz et des coefficients de transfert de masse et de chaleur.

Si l'on connaît les valeurs de  $\alpha_w$ ,  $\alpha_g$  et  $\beta_g$ , on peut pour des températures  $T_w$  et  $T_g$ , et  $\rho_v$  donnés, résoudre numériquement l'équation (IV.16) afin de déterminer la température de l'interface  $T_f$ .

Le modèle mathématique développé tout au long de ce chapitre sera exploité au chapitre suivant pour simuler le comportement de l'air et de l'eau lors des échanges de chaleur et surtout de masse qui s'établissent entre eux par contact direct en traversant une tour d'humidification à lits de garnissage à contre courant.

**CHAPITRE V**

**SIMULATION DES TRANSFERTS DE  
MASSE ET DE CHALEUR LE LONG D'UNE  
TOUR A LITS DE GARNISSAGE**

## Chapitre V : Simulation des transferts de masse et de chaleur le long d'une tour a lits de garnissage

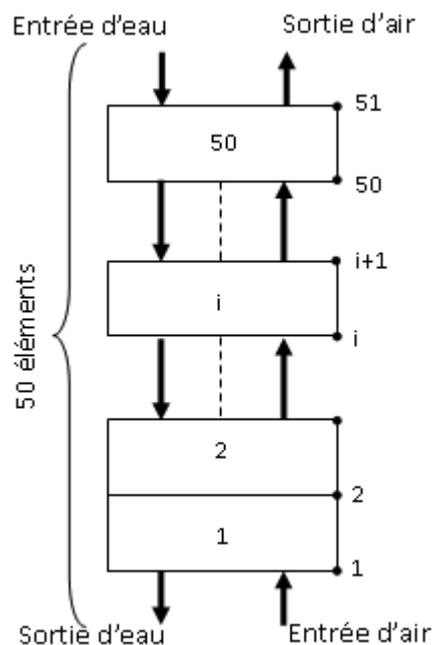
### V.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé les phénomènes des transferts de masse et de chaleur entre la phase liquide et la phase gazeuse au sein d'une colonne d'humidification à lits de garnissage.

A présent, nous allons décrire une procédure de calcul permettant d'utiliser le modèle mathématique présenté précédemment pour obtenir l'évolution d'un certain nombre de paramètres le long de la colonne, en particulier les températures de l'eau et du gaz ainsi que l'humidité de ce dernier.

### V.2 Description de la procédure de résolution

Le problème sera traité en subdivisant la colonne en plusieurs éléments (Figure V.1). Les équations seront résolues pour chaque élément séparément, les conditions à l'entrée d'un élément étant celles à la sortie de l'élément précédent. Les conditions aux limites du problème sont celles des deux fluides à l'entrée, débits, températures, et humidité pour l'air.



**Fig.V.1** : Subdivisions de la colonne

Les éléments seront numérotés à partir de la base en remontant vers le sommet de la colonne, la procédure de calcul sera entamée en donnant une distribution des températures du gaz et de l'eau aux différents nœuds séparant les éléments.

Ensuite nous évaluerons les propriétés physiques des fluides au niveau de chaque élément et nous calculerons la température à l'interface ainsi que le taux d'évaporation qui s'y produit et enfin les propriétés thermodynamiques du gaz à la sortie de l'élément. Nous procéderons ainsi en remontant la colonne de la base vers le sommet connaissant les conditions d'entrée du gaz au premier élément. De même, ayant le débit d'eau à la sortie du dernier élément qui correspond à l'entrée d'eau dans la colonne, nous parcourons la colonne du sommet vers la base afin de calculer les débits d'eau à l'entrée de chaque élément.

Dans une seconde étape, nous corrigeons les températures estimées au départ et nous reprenons les calculs précédents. Nous procéderons ainsi jusqu'à ce qu'un test de convergence soit satisfait, signifiant que les derniers calculs correspondent au régime stationnaire.

### V.3 Choix des données

#### V.3.1 Choix du type de garnissage

Nous avons vu au chapitre III que les garnissages structurés sont caractérisés par des surfaces d'échange et des pourcentages de vide élevés. Ils ont également l'avantage d'occasionner de plus faibles pertes de charge relativement aux garnissages en vrac. Il est vrai qu'ils sont plus coûteux, mais ceci est largement compensé par leur rendement beaucoup plus élevé.

Par ailleurs étant donnée les températures relativement élevées des fluides dans les saturateurs destinés aux turbines à gaz, nous optons ici pour un garnissage structuré en acier inoxydable.

A cet effet notre choix s'est porté sur un garnissage structuré type Mellapak 350Y [8] de caractéristiques :

- Surface volumique :  $a = 350 \text{ m}^2/\text{m}^3$
- Fraction volumique du vide :  $\varepsilon = 0.93$
- Coefficient du garnissage :  $F = 75 \text{ m}^{-1}$
- Angle de corrugation :  $\theta = 45^\circ$

Ces caractéristiques nous permettent de calculer le diamètre hydraulique équivalent à l'aide de l'expression [14] :

$$d_h = 4 \frac{\varepsilon}{a} \quad (\text{V.1})$$

et  $d_h = 0.01063 \text{ m} \cong 10.63 \text{ mm}$

Ce diamètre sera utilisé pour évaluer le nombre de Reynolds qui intervient dans les corrélations donnant les coefficients de transfert de masse et de chaleur.

Ernest E.Ludwig [10] présente une méthode de prédimensionnement des colonnes à lits de garnissage structurés qui permet de calculer la vitesse superficielle du gaz correspondant au point d'engorgement. Le calcul se fait d'abord pour les garnissages structurés de type X100 et S100 puis il propose des coefficients de correction qui tiennent compte du type de garnissage considéré.

Calculons d'abord la vitesse maximale permise pour un rapport des débits égal à l'unité dans le cas des garnissages X100 et S100 :

$$U_{maxIE} = [0.0942/\mu_w^{0.33}][(\rho_w - \rho_v)/\rho_v]^{0.57} \quad (\text{ft/sec}) \quad (\text{V.2})$$

Où  $\mu_w$  : viscosité du liquide (*cp*)

$\rho_v$  : masse volumique de la vapeur (*lb/ft<sup>3</sup>*)

$\rho_w$  : masse volumique du liquide (*lb/ft<sup>3</sup>*)

$U_{maxIE}$  : vitesse superficielle maximale du gaz (*ft/sec*).

Si la viscosité du liquide est inférieure à une valeur de 0.15 *cp*, nous utilisons la constante 0.53 à la place du terme  $\mu_w^{0.33}$ .

Le calcul donne :

$$U_{maxIE} = 2.99 \quad (\text{ft/sec})$$

Choisissons un rapport des débits  $M = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} = 1.56$  (Ce choix est le même que celui utilisé par A.Aramayo-Prudencio [13]).

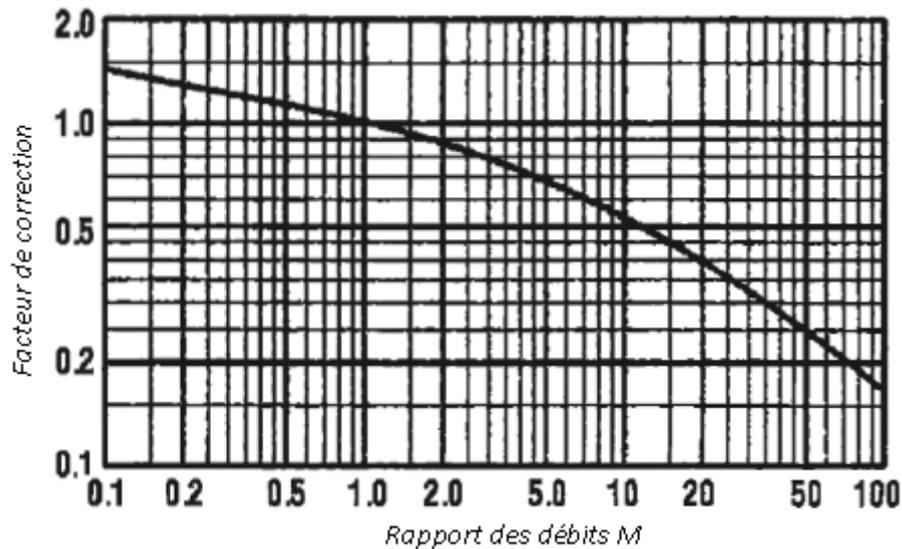
La vitesse calculée ci-dessus correspond aux garnissages X100 et S100 et à un rapport  $M = 1$ . Pour un rapport de 1.56, il faut utiliser un facteur de correction de 0.9, obtenu à partir

du graphique de la figure V.2 ci-après [10], pour obtenir la valeur maximale de la vitesse superficielle du gaz qui sera donc :

$$U_{maxI} = U_{maxIE} \times 0.9 \quad (V.3)$$

soit :

$$U_{maxI} = 2.69 \text{ (ft/sec)}$$



**Fig.V.2 :** coefficient de correction de  $U_{maxIE}$  pour  $M = \frac{m_w}{m_a} \neq 1$  correspondant aux garnissages X100 et S100 [10]

Puisque nous n'utilisons pas les types de garnissage X100 et S100 pour lesquels les calculs précédents ont été effectués, nous devons apporter une deuxième correction en introduisant les caractéristiques du garnissage Mellapak 350Y :

$$U_{max} = U_{maxI} \left( \frac{SS_1 PV_A}{SS_A PV_1} \right)^{0.5} \quad (V.4)$$

Avec

$SS_A$  : Surface volumique du Mellapak 350Y ( $350 \text{ m}^2/\text{m}^3$ )

$SS_1$  : Surface volumique pour les garnissages X100 et S100 ( $585 \text{ ft}^2/\text{ft}^3$   $1920 \text{ m}^2/\text{m}^3$ )

$PV_A$  : Fraction volumique du vide pour le Mellapak 350Y ( $\varepsilon = 0.93$ )

$PV_1$  : Fraction volumique du vide pour les garnissages X100 et S100 ( $\varepsilon = 0.945$ )

Le calcul va alors donner une valeur de  $U_{max} = 6.25 \text{ ft/sec}$  soit  $1.9 \text{ m/s}$

La vitesse de l'air doit alors être inférieure à cette valeur de  $U_{max}$  afin de garantir un fonctionnement en dessous du point d'engorgement. L'auteur recommande de prendre une valeur à 70% de la vitesse maximale. On utilisera donc pour vitesse superficielle du gaz la valeur  $U_g = 0.7U_{max}$

soit :

$$U_g = 1.33 \text{ m/s}$$

### V.3.2 Choix du diamètre de la colonne

Les garnissages structurés ont des diamètres standards dans la série (0.3 - 0.6 - 0.9 - 1.2m). Par ailleurs Dalili [4] rapporte une règle selon laquelle le diamètre du garnissage doit vérifier la condition  $d \geq 12d_h$  soit dans notre cas  $d \geq 12 \times 0.01063 = 0.1276 \text{ m}$ .

Cette règle empirique intervient pour éviter qu'une quantité importante du liquide ne ruisselle le long des parois, pénalisant ainsi le rendement de la colonne.

Nous allons donc choisir un diamètre de  $0.6 \text{ m}$  qui permettrait de traiter une quantité d'air plus importante par rapport à un diamètre de  $0.3 \text{ m}$ .

### V.3.3 Calcul des débits et de la vitesse superficielle du liquide

Le débit d'air se calcule à la base de la colonne par la relation suivante :

$$m_a = \rho_g U_g \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (\text{V.4})$$

avec :

$$\rho_g = \frac{P}{(1+\omega_1)RT_{g1}} \quad (\text{V.5})$$

Nous choisissons pour la pression une valeur de  $7 \text{ bars}$  et pour la température de l'air et son humidité spécifique à l'entrée de la colonne des valeurs de  $345 \text{ K}$  et  $0.0003$  respectivement.

Ces conditions correspondent à celles régnant à la sortie du compresseur après refroidissement de l'air dans les micro-turbines.

Nous trouvons :

$$\rho_g = 7.067 \text{ kg/m}^3 \quad \text{et} \quad m_a = 2.66 \text{ kg/s}$$

D'où la valeur du débit d'eau :

$$m_w = M \cdot m_a = 1.146 \text{ kg/s}$$

La vitesse superficielle de l'eau est déduite de ce débit et elle est donnée par :

$$U_w = m_w / \rho_w \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (\text{V.6})$$

avec  $\rho_w = 997 \text{ kg/m}^3$  on a :

$$U_w = 0.0147 \text{ m/s}$$

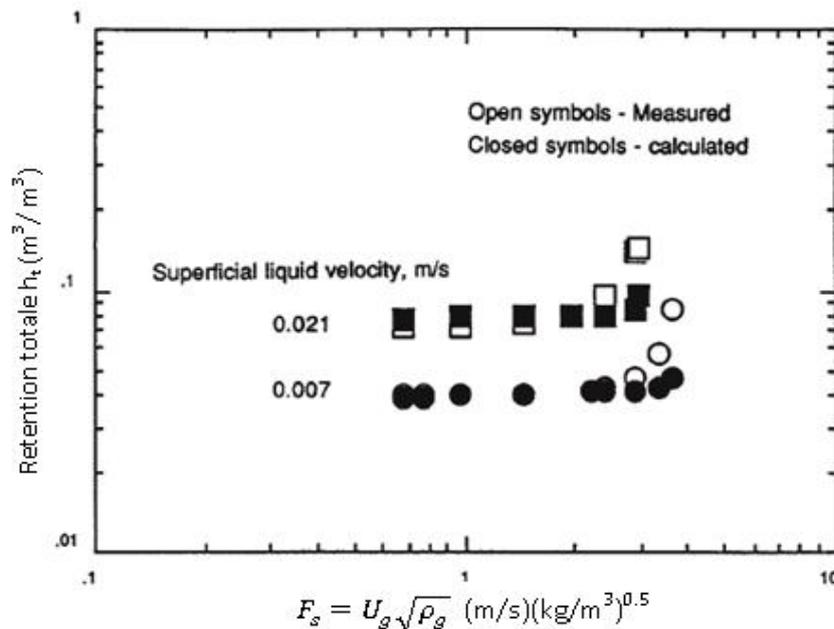
### V.3.4 Estimation de la rétention totale (Hold up)

La figure V.3 ci-dessous [8] permet d'évaluer la rétention totale en fonction des vitesses superficielles du gaz et du liquide. La vitesse superficielle du gaz est caractérisée sur la figure par le facteur  $F_s$  défini par :

$$F_s = U_g \sqrt{\rho_g} \quad (\text{V.7})$$

qui, dans notre cas prend la valeur de 3.5.

Cette valeur et la valeur de  $0.015 \text{ m/s}$  de la vitesse superficielle du liquide permettent d'obtenir à partir de la figure une valeur de la rétention totale  $h_t = 0.07$ .



**Fig.V.3 :** Estimation de la rétention totale pour les garnissages structurés [8]

A présent nous pouvons corriger la fraction du vide du garnissage pour obtenir une fraction du vide effective donné par la relation:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - h_t \quad (\text{V.8})$$

d'où :  $\hat{\varepsilon} = 0.86$

Ceci nous permet d'évaluer l'aire de l'interface liquide-gaz par unité de hauteur de la colonne :

$$A_f = a \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \left( \frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon} \right) \quad (\text{V.9})$$

Avec les valeurs des paramètres de cette expression évaluées précédemment, on aura donc :  $A_f = 91.5 \text{ m}^2/\text{m}$  de colonne.

## V.4 Calcul des propriétés physiques des fluides

### V.4.1 Propriétés de la phase liquide

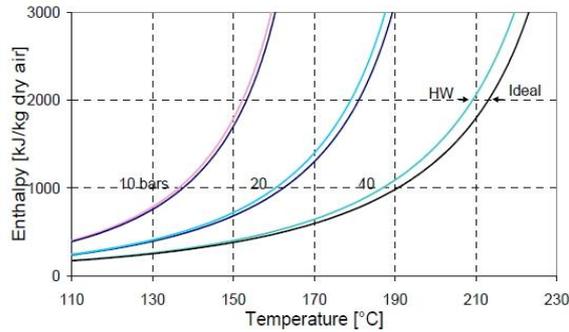
Comme les propriétés physiques de la phase liquide varient très peu dans le domaine de température considéré, nous allons utiliser des valeurs constantes pour la masse volumique  $\rho_w$ , la chaleur spécifique  $C_{pw}$ , la viscosité dynamique  $\mu_w$  et la conductivité thermique  $\lambda_w$ . Pour les valeurs utilisées voir annexe A.

### V.4.2 Propriétés physiques du gaz

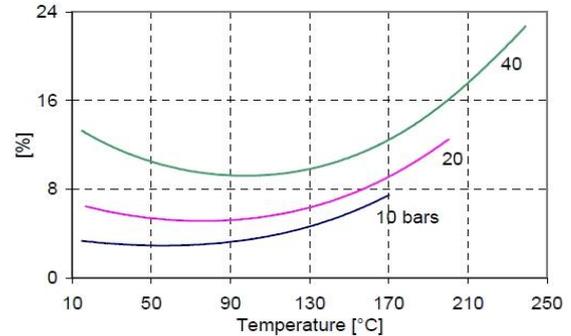
Toutes les propriétés physiques de la phase gazeuse ont été évaluées à partir de celles de l'air sec et de la vapeur d'eau, dont la dépendance de la température a été prise en compte sauf pour le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air pour lequel une valeur constante ( $26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) a été retenue. Les corrélations servant aux calculs des propriétés physiques de l'air sec et de la vapeur d'eau, ainsi que celles employées pour évaluer les propriétés du mélange gazeux sont présentées en annexe A. Dans cette évaluation, l'air humide est considéré comme un mélange de deux gaz parfaits, l'air sec et la vapeur d'eau, même si la pression de 7bars que nous avons utilisée est un peu élevée [9].

Hyland et Wexler (HW) ont élaboré un modèle de comportement plus précis pour les mélanges d'air et de vapeur d'eau à des pressions et des teneurs de l'air en vapeur d'eau relativement élevées.

Dalili [9] et Zhen Xu et al.[15] présentent les corrections qu'il faut apporter à l'enthalpie et à l'humidité spécifique évaluées à l'aide des lois de Dalton pour les mélanges de gaz parfaits pour avoir la précision du modèle de HW (Figures V.4 et V.5 )

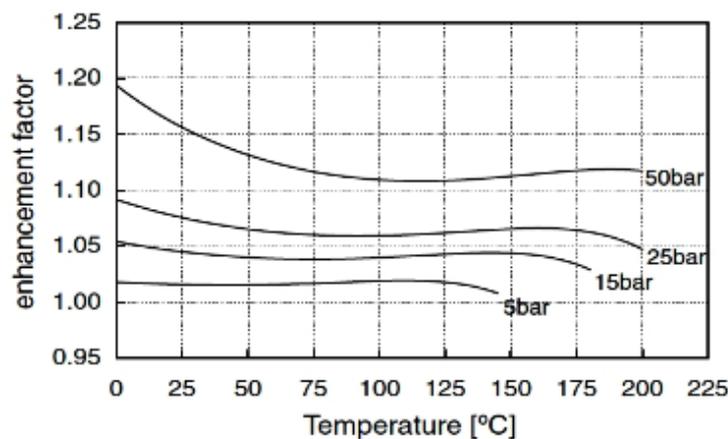


**Fig.V.4 :** Enthalpies de saturation d'après le modèle de HW et celui de Dalton



**Fig.V.5 :** Pourcentage d'écart entre l'humidité spécifique selon HW et selon Dalton

D'après la figure V.4, on voit très bien que l'écart entre les enthalpies de saturation calculées par le modèle de HW et celui de Dalton est négligeable. Par ailleurs, d'après la figure V.5, qui donne le pourcentage d'écart entre l'humidité spécifique selon HW et le modèle des mélanges de gaz parfaits de Dalton, nous voyons très bien que pour des pressions inférieures à 10 bars et des températures en dessous de 90°C , la valeur de cet écart n'excède pas 3%.



**Fig.V.6 :** Facteur d'amélioration  $f$  de l'humidité spécifique à la saturation selon le modèle de Hyland et Wexler

En dépit du fait que dans notre cas les températures de l'air sont toutes inférieures à 90°C et la pression adoptée est de 7 bars, nous avons décidé d'appliquer une correction pour le calcul de l'humidité spécifique à la saturation, en introduisant dans la formule de calcul

classique basée sur le modèle du gaz parfait, un facteur d'amélioration qui conduit à une valeur de l'humidité spécifique de saturation légèrement plus élevée que celle prévue par le modèle du gaz parfait, et permet par la même occasion de corriger l'enthalpie de l'air humide correspondant à la saturation. D'après la figure 5.6 nous lisons pour une pression de 7 bars une valeur de  $f$  approximative de 1.02. L'humidité spécifique de saturation se calculera alors à l'aide de la formule :

$$\omega = 0.622 \frac{f P_{sat}(T_g)}{P - f P_{sat}(T_g)} \quad (\text{V.10})$$

Les propriétés physiques sont évaluées à la température moyenne de chaque élément, soit par exemple pour l'élément ( $i$ ) compris entre les niveaux ( $i$ ) et ( $i + 1$ ) :

$$\bar{T}_g(i) = \frac{1}{2} (T_{g_i} + T_{g_{i+1}}) \quad (\text{V.11})$$

## V.5 Calcul des coefficients de transfert

Nous avons vu au chapitre II que des coefficients de transfert de masse et de chaleur peuvent être calculés à partir de corrélations empiriques basées sur des données expérimentales ayant en général la forme :

$$Nu = C_q Re^a Pr^b \quad (\text{V.12})$$

pour le transfert de chaleur.

$$Sh = C_m Re^a Sc^b \quad (\text{V.13})$$

pour le transfert de masse

Notons que, en raison de l'analogie des transferts de masse et de chaleur, les paramètres  $a$  et  $b$  prennent les mêmes valeurs dans les deux expressions (V.12) et (V.13), et que  $C_q$  est égale à  $C_m$ . [8]

Nous avons opté pour les corrélations suivantes, correspondant à des écoulements turbulents qui devraient être suffisamment précises pour le film gazeux :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (\text{V.14})$$

$$Sh = 0.023 Re^{0.8} Sc^{\frac{1}{3}} \quad (\text{V.15})$$

Pour la phase liquide, la situation est plus complexe comme mentionné précédemment au chapitre IV. La vitesse du film est très faible, ce qui conduit à de faibles nombres de Reynolds. L'utilisation dans ce cas d'une corrélation de la même forme que ci-dessus risque de conduire à des nombres de Nusselt très petits. Ainsi pour éviter ce problème, il est d'usage de recourir à la corrélation suivante [8] :

$$Nu = 2 + 0.5Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}} \quad (\text{V.16})$$

Ainsi nous sommes assurés d'avoir un nombre de Nusselt supérieur à 2.

## V.6 Calcul de la température de l'interface et du taux de transfert de masse

L'évaluation de la température à l'interface est nécessaire pour le calcul du taux de transfert de masse  $\Delta m_v(i)$  au niveau de chaque élément  $(i)$ . Cette évaluation se fera à partir de l'équation (IV.16) du chapitre IV :

$$\alpha_w \left( \bar{T}_w(i) - T_f(i) \right) + \bar{\alpha}_g(i) \left( \bar{T}_g(i) - T_f(i) \right) = \bar{h}_{fg}(i) \bar{\beta}_g(i) \left( \bar{\rho}_{vf}(i) - \bar{\rho}_v(i) \right) \quad (\text{V.17})$$

Où la température moyenne de la phase liquide est définie comme pour la phase gazeuse par :

$$\bar{T}_w(i) = \frac{1}{2} (T_{w_i} + T_{w_{i+1}}) \quad (\text{V.18})$$

La résolution de l'équation (V.17) où la température de l'interface  $T_f(i)$  est l'inconnue implicite, étant donné que  $\bar{h}_{fg}(i)$  et  $\bar{\rho}_{vf}(i)$  sont des fonctions de cette température dont les corrélations sont données en annexe A, se fera par un schéma itératif basé sur la méthode de Newton-Raphson.

A présent, nous pouvons calculer le taux de transfert de masse à l'aide de l'équation (IV.10) :

$$\Delta m_v(i) = \bar{\beta}_g(i) \left( \bar{\rho}_{vf}(i) - \bar{\rho}_v(i) \right) A_f \Delta z \quad (\text{V.19})$$

Cette procédure doit être effectuée pour tous les éléments en parcourant la colonne du premier élément se trouvant à la base jusqu'au dernier se trouvant au sommet.

## V.7 Calcul du débit d'eau à l'entrée de chaque élément

Le débit d'eau  $m_{w_i}$  à l'entrée de chaque élément ( $i$ ) se calcule en retranchant le taux de transfert de masse  $\Delta m_v(i)$  correspondant à cet élément du débit d'eau  $m_{w_{i+1}}$  à la sortie de l'élément :

$$m_{w_i} = m_{w_{i+1}} - \Delta m_v(i) \quad (\text{V.20})$$

Le débit d'eau étant connu à la sortie du dernier élément, les calculs seront donc effectués à partir de cet élément en parcourant la colonne du sommet vers la base.

## V.8 Correction des températures de la distribution initiale

Transformons les équations (IV.3) et (IV.4) en y substituant les taux de transfert de chaleur  $dQ_{wf}$  et  $dQ_{gf}$  à partir de leurs expressions (IV.8) et (IV.9).

Nous obtenons :

$$\begin{cases} \Delta_g = m_a \Delta h_a(i) + \bar{m}_v(i) \Delta h_v(i) + \bar{\alpha}_g(i) (\bar{T}_g(i) - T_f(i)) A_f \Delta z + (\bar{h}_v(i) - \bar{h}_{vf}(i)) \Delta m_v(i) = 0 \\ \Delta_w = \bar{m}_w(i) \Delta h_w(i) - \bar{\alpha}_w(i) (\bar{T}_w(i) - T_f(i)) A_f \Delta z + (\bar{h}_w(i) - \bar{h}_{wf}(i)) \Delta m_v(i) = 0 \end{cases} \quad (\text{V.21})$$

Où :

$$\Delta h_a(i) = C_{pa} (T_{g_{i+1}} - T_{g_i})$$

$$\Delta h_v(i) = C_{pv}(i) (T_{g_{i+1}} - T_{g_i})$$

$$\Delta h_w(i) = C_{pw} (T_{w_{i+1}} - T_{w_i})$$

$$(\bar{h}_v(i) - \bar{h}_{vf}(i)) = C_{pv}(i) (\bar{T}_g(i) - T_f(i))$$

$$(\bar{h}_w(i) - \bar{h}_{wf}(i)) = C_{pw} (\bar{T}_w(i) - T_f(i))$$

Ces équations ne seront satisfaites que si les distributions de température  $T_{g_i}$  et  $T_{w_i}$  correspondent au régime stationnaire.

La méthode de résolution que nous avons adoptée induit un facteur temps artificiel qui permet de considérer qu'à l'instant initial  $t = 0$  nous avons une distribution arbitraire avec laquelle nous initions les calculs. Bien évidemment, cette première distribution ne va pas satisfaire les équations (V.21) ; en revanche elle va donner des valeurs de  $\Delta_g$  et  $\Delta_w$  qu'on pourrait considérer comme des écarts aux températures des distributions stationnaires.

La procédure consiste à utiliser les valeurs calculées de  $\Delta g^{(n)}$  et  $\Delta w^{(n)}$  à chaque étape (n) pour corriger les températures moyennes  $\bar{T}_g(i)$  et  $\bar{T}_w(i)$  et obtenir une nouvelle estimation des distributions pour l'étape suivante (n + 1) par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{T}_g(i)^{(n+1)} = \bar{T}_g(i)^{(n)} + \left(\frac{RX_g}{m_a Cp_a}\right) \Delta_g^{(n)} \\ \bar{T}_w(i)^{(n+1)} = \bar{T}_w(i)^{(n)} + \left(\frac{RX_w}{m_a Cp_w}\right) \Delta_w^{(n)} \end{cases} \quad (V.22)$$

Dans ces expressions ( $RX_g$ ) et ( $RX_w$ ) représentent des facteurs de relaxation destinés à accélérer la convergence du processus, A.Aramayo-Prudencio [13] recommande pour ces facteurs, des valeurs comprises dans l'intervalle de  $1 \times 10^{-4}$  à  $8 \times 10^{-4}$ .

Après avoir corrigé les températures moyennes, nous corrigeons les distributions des températures aux niveaux des nœuds par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{T}_{g_{i+1}}^{(n+1)} = 2\bar{T}_g(i)^{(n+1)} - \bar{T}_{g_i}^{(n+1)} \\ \bar{T}_{w_i}^{(n+1)} = 2\bar{T}_w(i)^{(n+1)} - \bar{T}_{w_{i+1}}^{(n+1)} \end{cases} \quad (V.23)$$

Ce processus de calcul est répété jusqu'à la satisfaction d'un test de convergence portant sur la valeur maximale des différences :

$$\begin{cases} \bar{T}_g(i)^{(n+1)} - \bar{T}_g(i)^{(n)} \\ \bar{T}_w(i)^{(n+1)} - \bar{T}_w(i)^{(n)} \end{cases} \quad (V.24)$$

Ces calculs ont été effectués à l'aide du logiciel MATLAB, l'organigramme de toute la procédure est en annexe B.

**CHAPITRE VI**

**RESULTATS ET INTERPRETATION**

## Chapitre VI : Résultats et interprétation

### VI.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques résultats concernant les distributions des températures, des taux de transfert de masse et d'un certain nombre d'autres paramètres le long de la colonne garnie. Les résultats détaillés à partir desquels seront tracées les courbes que nous présenterons et interpréterons ci-dessous, sont présentés dans les tableaux de l'annexe C. Mais avant de commencer à présenter nos résultats, il est utile d'analyser le phénomène de sursaturation qui se manifeste à partir d'un certain niveau de la tour et de préciser de quelle manière nous avons adapté notre modèle de calcul par rapport à ce phénomène.

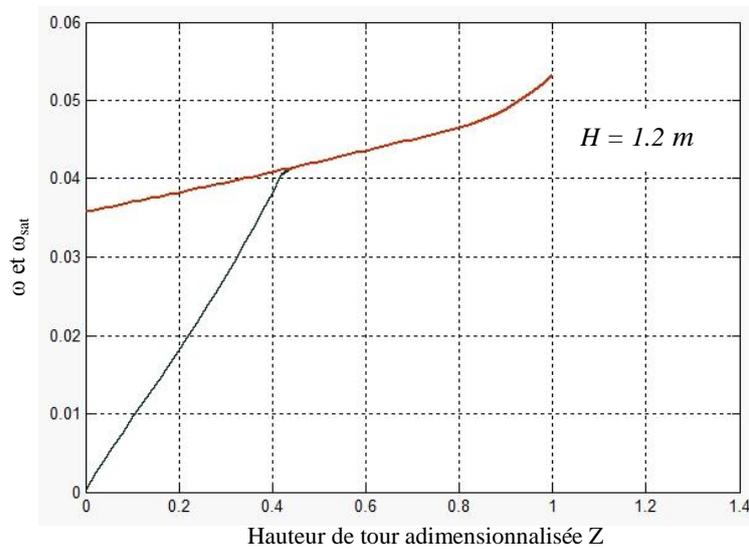
### VI.2 Sursaturation du gaz

Nous calculons la distribution de l'humidité spécifique du gaz  $\omega$  le long de la colonne et nous la comparons à l'humidité spécifique correspondant à la saturation  $\omega_{\text{sat}}$  au même endroit de la tour. Nous observons alors qu'à partir d'un certain niveau de la colonne,  $\omega$  devient supérieure à  $\omega_{\text{sat}}$  et le gaz devient sursaturé. Nous nous trouvons par conséquent devant deux alternatives. Soit on admet dans les calculs cette sursaturation et on la laisse se développer jusqu'à la sortie de la colonne. Soit on ramène la valeur de  $\omega$  à celle de  $\omega_{\text{sat}}$  et la différence sera reconsidérée comme faisant partie de la phase liquide dans les bilans effectués sur l'élément suivant.

Dans le cas où on laissera se développer la sursaturation, la température du gaz à la sortie sera légèrement plus basse, mais l'humidité spécifique sera quasiment la même. D'un point de vue pratique, l'eau sera présente dans l'air en forme de brouillard et les transferts de masse et de chaleur auront lieu aussi bien à l'interface entre le gaz et le film liquide qui se développe sur les surfaces du garnissage, qu'à l'interface entre le gaz et les gouttelettes composant le brouillard. A la sortie de la colonne, les gouttelettes doivent de toute façon être piégées dans le dévisiculeur.

Nous avons, en ce qui concerne la présente étude, opté pour la correction de la valeur de l'humidité spécifique dès que le calcul affiche une valeur supérieure à celle de  $\omega_{\text{sat}}$  (voir Figure VI.1 ci-dessous qui présente l'évolution de l'humidité spécifique le long de la

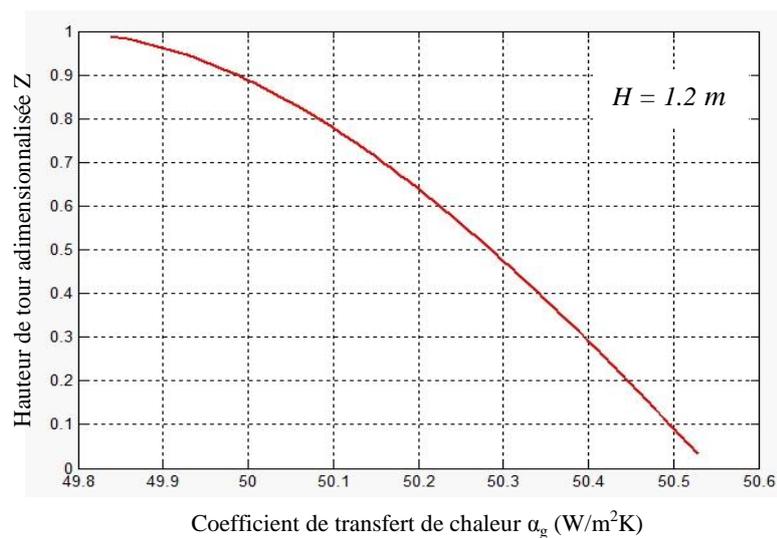
colonne). Cette façon de faire a été également adoptée par A.Aramayo-Prudencio [13] dans le même type de calculs



**Fig.VI.1 :** Evolution de l'humidité spécifique de l'air le long de la colonne

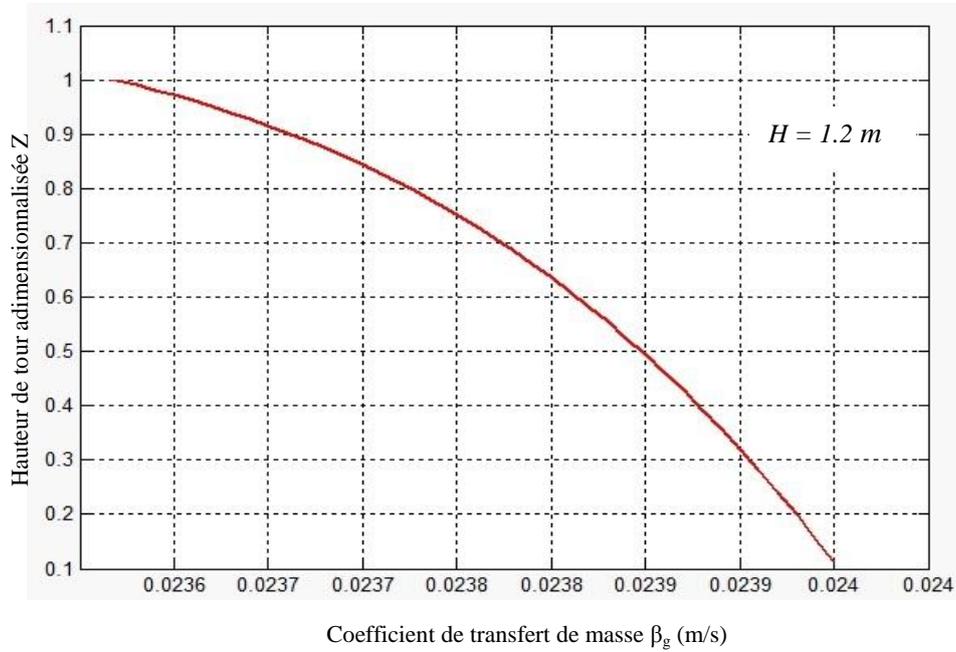
### VI.3 Coefficients de transferts de masse $\beta_g$ et de chaleur $\alpha_g$

Les figures VI.2 et VI.3 qui représentent les courbes d'évolution des coefficients de transfert de chaleur  $\alpha_g$  et de masse  $\beta_g$  respectivement traduisent nettement l'analogie déjà soulignée entre ces deux phénomènes.



**Fig.VI.2 :** Evolution du coefficient de transfert de chaleur  $\alpha_g$  le long de la tour

Par ailleurs, en dépit du fait que les deux coefficients varient chacun de moins de 2% entre la base et le sommet de la tour, leurs courbes d'évolution respectives affichent une allure nettement décroissante à mesure qu'on remonte vers le sommet de la tour, autrement dit à mesure que l'air se charge de vapeur d'eau. Ceci est imputable à une augmentation de la résistance du gaz au transfert de masse à mesure que sa teneur en eau augmente.



**Fig.VI.3 :** Evolution du coefficient de transfert de masse  $\beta_g$  le long de la tour

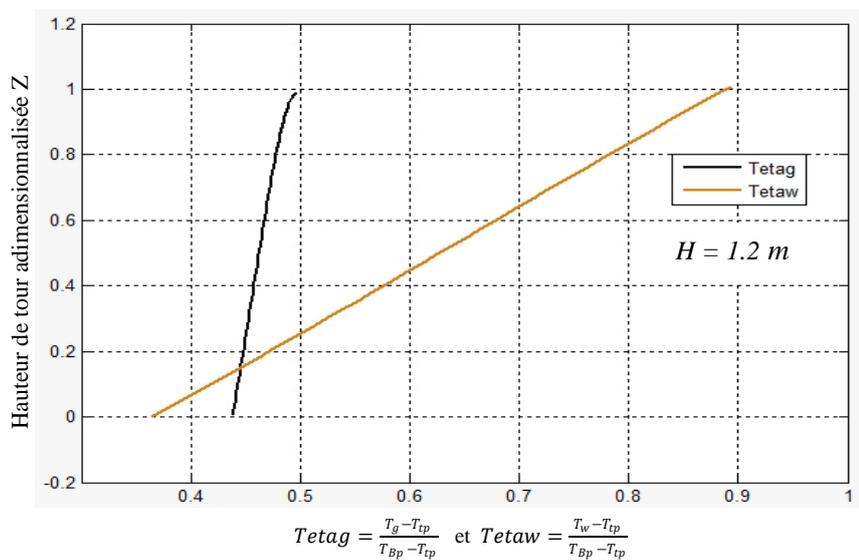
#### VI.4 Evolutions des températures le long de la colonne

Les températures du gaz, du liquide et de l'interface sont adimensionnalisées avec les températures du point triple de l'eau ( $T_{tp}=273.15K$ ) et de son point d'ébullition à 7 bars absolus ( $T_{Bp}=437K$ ) puis représentées sur la figure 6.4 pour une seule valeur de la hauteur de la tour, soit  $H=1.2$  m et sur les figures VI.5, pour la température du gaz, VI.6 pour la température du liquide et VI.7 pour la température de l'interface et ce, pour différentes valeurs de la hauteur.

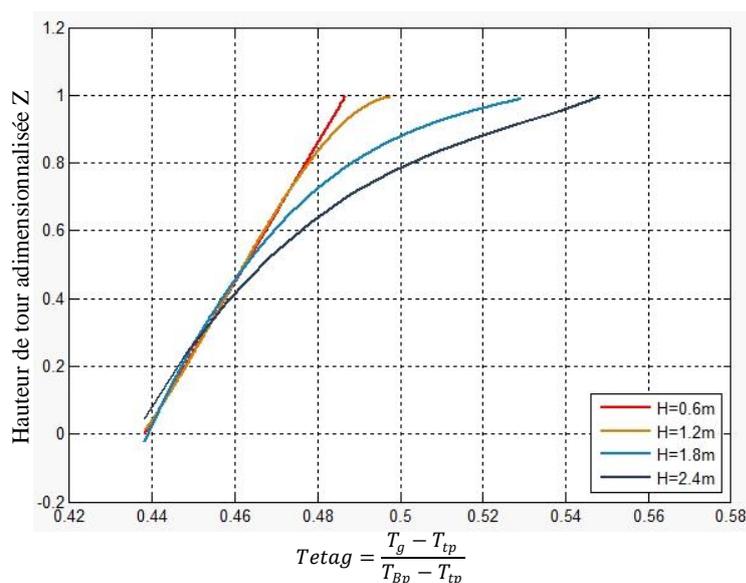
La figure VI.4 montre que la température du gaz augmente en remontant la tour, mais d'une manière très lente, en effet sa valeur passe de 345K à l'entrée à seulement 355K à la sortie, elle n'aura évolué à travers la tour que de 10K, alors que la température de l'eau, qui passe de 420K à 332K aura diminué en même temps de 88K. Une telle allure d'évolution de la température de l'air est bien caractéristique des processus d'évaporation soutenus par un

apport de chaleur à des pressions relativement élevées, un tel processus a déjà été présenté au cours de cette étude (voir Figure I.10 au chapitre I).

Toujours sur la figure VI.4, on relève qu'à la base de la tour, la température de l'air est supérieure à celle de l'eau, elle ne lui devient inférieure qu'à environ 18% de la hauteur de la colonne (intersection des deux courbes). Ceci pourrait sembler paradoxal étant donné que c'est l'eau qui fournit l'énergie nécessaire à l'évaporation. En fait, ce n'est pas la température du gaz qui importe, mais plutôt sa température humide. Tant que la température de l'air humide reste inférieure à la température de l'eau, l'énergie nécessaire à l'évaporation continuera de venir exclusivement de l'eau et cette dernière poursuivra son refroidissement.



**Fig. VI.4 :** Evolution des températures du gaz et du liquide le long de la colonne

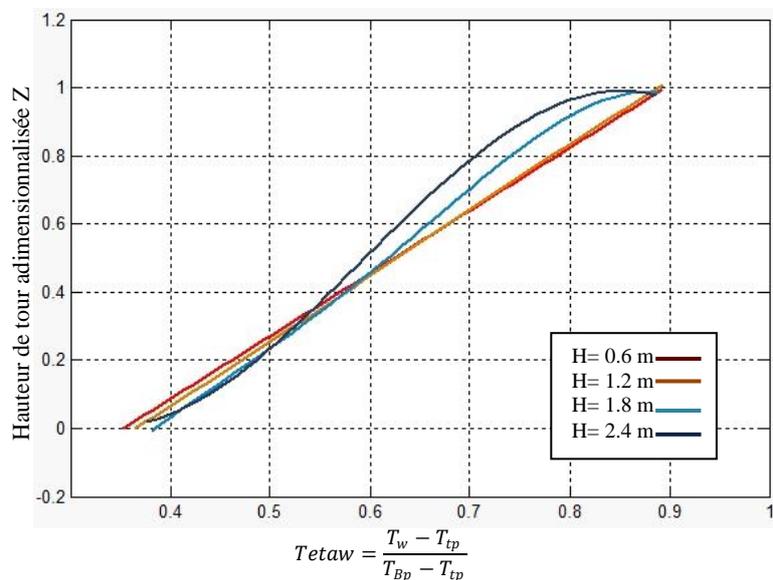


**Fig. VI.5 :** Evolution de la température du gaz le long de la colonne pour différentes hauteurs

Si l'on fait varier la valeur de la hauteur de la tour tout en gardant les mêmes conditions de températures et de débits aux entrées des fluides, les distributions des températures du gaz et de l'eau se présenteront comme sur les figures VI.5 et VI.6 respectivement. On y relève qu'avec l'augmentation de la hauteur, l'air quitte la tour plus chaud et transporte plus d'humidité (voir tableau ci-après extrait des tableaux des résultats figurant à l'annexe C).

<b>H (m)</b>	0,6	1,2	1,8	2,4
<b>T<sub>g</sub> sortie (K)</b>	353	355	360	364
<b>ω<sub>sortie</sub></b>	0,0496	0,0504	0,0657	0,0761

**Tableau VI.1 :** Températures et humidité spécifiques du gaz à la sortie de la tour pour différentes hauteurs de la colonne.

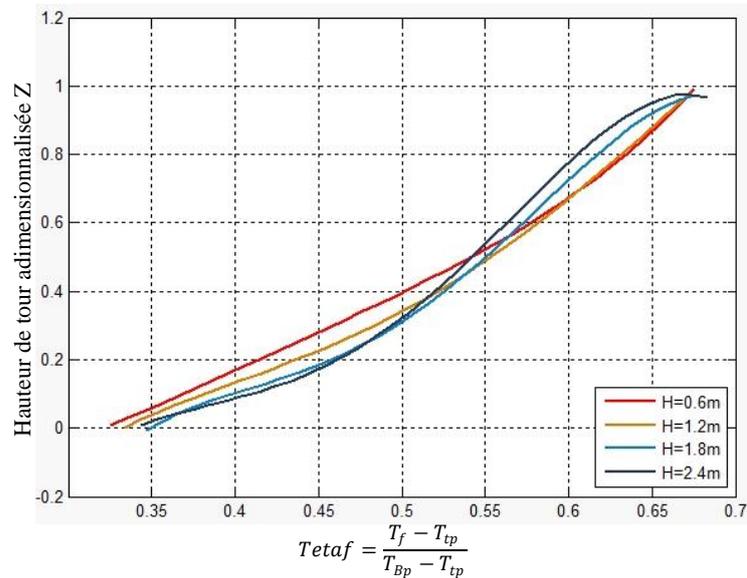


**Fig. VI.6 :** Evolution de la température du liquide le long de la colonne pour différentes hauteurs

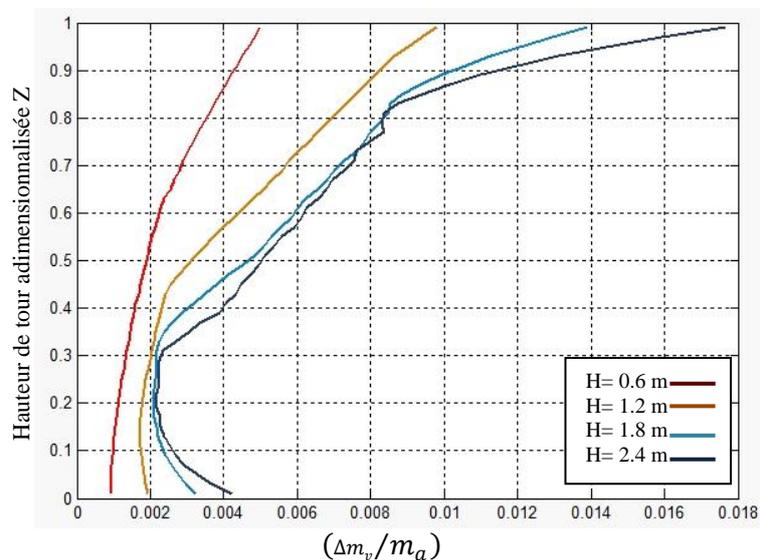
Notons que les courbes de la température de l'interface (figure VI.7 ci-dessous) présentent une allure qui se rapproche davantage de celles de la température de la phase liquide, étant donné que la résistance de transfert de la phase liquide est plus petite que celle de la phase gazeuse.

Les courbes des distributions de la température de l'eau présentent un point d'inflexion de plus en plus différencié à mesure qu'on augmente la hauteur (Figure VI.6 ci-dessus). C'est le signe que les phénomènes de transfert s'intensifient vers les extrémités, notamment dans la zone près du sommet où les écarts de température entre l'eau et le gaz sont les plus

importants. La figure VI.8 ci-après montre bien en effet que les taux d'évaporation dans cette zone croissent rapidement et d'autant plus rapidement que la hauteur est plus élevée. Pour une hauteur de 0.6 m, on évapore au sommet de la tour l'équivalent en masse de 0.5% du débit d'air, cette valeur passe à 1% pour une hauteur de 1.2 m et à 1.75% pour une hauteur de 2.4 m.



**Fig. VI.7 :** Evolution de la température de l'interface le long de la colonne pour différentes hauteurs



**Fig. VI.8 :** Evolution du taux d'évaporation le long de la colonne pour différentes hauteurs

Le taux de transfert est minimum à l'endroit où la différence de température est minimale entre l'eau et l'air, en dessous de cet endroit, on pourrait même assister à un processus

d'humidification adiabatique de l'air dont la température amorce une légère baisse avant de recommencer à augmenter (voir les 5 premières valeurs du tableau des résultats en annexe C pour  $H = 2.4$  m).

## **CONCLUSION GENERALE**

## Conclusion générale

La modélisation des échanges de masse et d'énergie entre l'eau et l'air à travers un saturateur pressurisé puis la simulation des équations du modèle sur MATLAB, nous a permis d'établir les distributions des températures des fluides, des taux d'humidification et de l'humidité spécifique de l'air le long d'une tour d'humidification à lits de garnissage structuré.

Nous avons relevé notamment que les échanges se font sur une bonne partie de la colonne en phase de saturation, ceci étant possible uniquement parce que la température de l'eau est plus élevée que celle de l'air.

Les distributions des températures et des taux d'évaporation montrent que ces derniers sont plus importants là où les écarts de température sont plus élevés ; soit dans la partie supérieure de la colonne, en dépit du fait que les coefficients de transfert décroissent légèrement à cet endroit par rapport à ce qu'ils étaient à la base de la tour, suite à une augmentation de la résistance de transfert du gaz. L'augmentation de la hauteur de la tour pour des conditions d'entrée données, permet à l'air de se réchauffer et donc de s'humidifier davantage.

L'étude nous a donné l'occasion de compléter notre formation dans le domaine de la thermo-énergétique où le transfert de masse joue un rôle très important.

Nous avons étudié un saturateur où la pression n'est que de 7 bars, pression qui correspond surtout aux micro-turbines à gaz. Dans les cycles des grandes centrales, les pressions sont plus importantes et on devrait alors faire appel à une modélisation plus précise tenant compte de la variation des propriétés physiques du gaz en fonction non seulement de la température mais également de la pression. Dans la tour à lits de garnissage, la phase liquide est principalement distribuée en forme de film mouillant les surfaces, sauf lorsqu'on est en régime de charge ou lorsqu'on a carrément atteint le point d'engorgement, où les gouttelettes apparaissent en suspension. Les saturateurs utilisés dans les cycles de turbines à gaz peuvent également être de type « tour à spray », dans ce cas la modélisation devrait s'appuyer sur les équations présentées à la fin du chapitre III de la présente étude.

Nous avons pris conscience au cours de ce modeste travail que le domaine des transferts de masse est très vaste et qu'il comporte de nombreux aspects à étudier qui relèvent non seulement du génie des procédés mais également du génie thermique en général.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## Références bibliographiques

- [1] Maalouf C. ; Wurtz E. ; Allard F. ; Mora L. “*Etude des performances d’un système de rafraîchissement évaporatif par désorption*”. Laboratoire d’Etude des Phénomènes de Transfert Appliqués au Bâtiment, Université de La Rochelle.
- [2] Bourounia K. ; Chaibib M.T. ; Tadrisc L. “*Water desalination by humidification and dehumidification of air: state of the art*”. Laboratoire de l’Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels (IUSTI), Université de Provence, Desalination, 137, 167–176. (2010).
- [3] Jonsson M. ; Yan.J. “*Humidified gas turbines- a review of proposed and implemented cycles*”. Science direct Energy 30 1013–1078. (2005)
- [4] Wicker K. “*Life below the wet bulb: The Maisotsenko cycle*”.  
[www.powermag.platts.com](http://www.powermag.platts.com)
- [5] COCHET M. “*Evaporation de gouttelettes polydispersées dans un écoulement de canal fortement turbulent. Analyse de la formation du mélange diphasique par imagerie de fluorescence*”. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse. (2007).
- [6] Kolaitis D. ; Founti M. “*Scrutinizing Evaporation Models for Computational Modelling of Turbulent Sprays*”. Laboratory of Heterogeneous Mixtures and Combustion Systems, Thermal Engineering Section, Mechanical Engineering Department, National Technical University of Athens,
- [7] James R. Welty ; Charles E. Wicks ; Robert E. Wilson. “*Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer*”. John Wiley & Sons Third Edition 1983.
- [8] Perry RH. ; Green DW. “*Chemical Engineers' Handbook, chapitre 14*”, McGraw-Hil Edition. (1999).
- [9] Dalili F. “*Humidification in Evaporative Power Cycles*”, Thèse de doctorat, Department of Chemical Engineering and Technology, Energy Processes, Royal Institute of Technology Stockholm, Sweden. (2003)
- [10] Ernest E. Ludwing. “*Applied process design for chemical and petrochemical plants*”  
Volum 2, Third Edition.

- [11] COPIGNEAUX P. “*Distillation. Absorption : Colonnes garnies*”. Techniques de l’Ingénieur, traité Génie des procédés J 2 626.
- [12] Leva M. “*Reconsider packed-tower pressure drop correlation*” Chem.Eng.Prog. 88No.1 (1992).
- [13] Aramayo-Prudencio A. “*The analysis and design of saturators for power generation cycle : part 2- Heat and mass transfert*”. Proceeding of ASME Turbo Expo power of Land, sea and air. June 16-19, Atlanta, Georgia,USA. (2003)
- [14] Mackowiak J. “*Fluid Dynamics of packed columns, chapter 2: Two phase flow and operating range*”.
- [15] Zhen X. “*Experimental and theoretical studies on air humidification by a water spray at elevated pressure*”. Science direct. Applied Thermal Engineering 27 - 2549–2558. (2007)
- [16] Miller RS. ; Harstad K. ; Bellan J. “*Evaluation of equilibrium and non-equilibrium evaporation models for many-droplet gas-liquid flow simulations*”. International Journal of Multiphase Flow 24, 1025-1055. (1998).
- [17] Van wylen G.J ; Sonntag R.E. “*Applied Thermodynamics*”. John Wiley & Sons Third Edition (1991).

# **ANNEXES**

# ANNEXE A

## Calcul des propriétés physiques et thermodynamiques des fluides

Cette annexe présente les différentes expressions ayant servi au calcul des grandeurs thermodynamiques et des propriétés physiques dans le programme élaboré au chapitre V pour la simulation des échanges entre la phase liquide et la phase gazeuse à travers la colonne garnie.

### A.1 Corrélations pour les propriétés physiques en fonction de la température de l'air et de la vapeur d'eau [16]

**Air sec :**

$$\bar{\mu}_a = 6.109 \times 10^{-6} + 4.604 \times 10^{-8} \cdot \bar{T}_g - 1.051 \times 10^{-11} \cdot \bar{T}_g^2$$

$$\bar{\lambda}_a = 3.227 \times 10^{-3} + 8.3894 \times 10^{-5} \cdot \bar{T}_g - 1.9858 \times 10^{-8} \cdot \bar{T}_g^2$$

$$\bar{Pr}_a = 0.815 - 4.958 \times 10^{-4} \cdot \bar{T}_g + 4.514 \times 10^{-7} \cdot \bar{T}_g^2$$

**Vapeur d'eau :**

$$\bar{\mu}_v = 4.07 \times 10^{-8} \cdot \bar{T}_g - 6.109 \times 10^{-6}$$

$$\bar{\lambda}_v = 1.024 \times 10^{-2} - 8.21 \times 10^{-6} \cdot \bar{T}_g + 1.41 \times 10^{-7} \cdot \bar{T}_g^2 - 4.51 \times 10^{-11} \cdot \bar{T}_g^3$$

$$\bar{C}_{p_v} = 8137 - 37.34 \cdot \bar{T}_g + 0.07482 \cdot \bar{T}_g^2 - 4.956 \times 10^{-5} \cdot \bar{T}_g^3$$

$$h_{fg} = 2.257 \times 10^6 + 2.595 \times 10^3 (373.15 - T)$$

$$Pr_v = \frac{\bar{C}_{p_v} \cdot \bar{\mu}_v}{\bar{\lambda}_v}$$

### A.2 Corrélations pour la pression de saturation et la masse volumique de la vapeur saturée

Les corrélations pour la pression de saturation et la masse volumique de la vapeur saturée en fonction de la température sont établies à partir des tables de la vapeur d'eau [17]. Pour les intervalles de température qui nous intéressent, les valeurs nécessaires à l'élaboration de ces corrélations sont portées au tableau A.1 ci-dessous.

T (K)	Psat (kPa)	Ecart (%)	$\rho_{vf}$	Ecart (%)
40	7,38	0,0544	0,05	3,906
45	9,59	0,0428	0,07	2,443
50	12,35	0,0064	0,08	1,324
55	15,76	0,0086	0,10	0,383
60	19,94	0,0026	0,13	0,307
65	25,03	4,4616	0,16	0,777
70	31,19	3,7384	0,20	0,665
75	38,58	2,7897	0,24	0,540
80	47,39	1,9287	0,29	0,463
85	57,83	1,2550	0,35	0,444
90	70,14	0,7528	0,42	0,429
95	84,55	0,4107	0,50	0,387
100	101,35	0,1480	0,60	0,309
105	120,82	0,0722	0,70	1,571
110	143,27	0,2918	0,83	1,425
115	169,06	0,5594	0,96	1,308
120	198,53	0,8835	1,12	1,195
125	232,1	1,2952	1,30	1,096
130	270,1	1,7682	1,50	1,004
135	313	2,3248	1,72	0,924
140	361,3	2,9759	1,97	0,875
145	415,4	3,6941	2,24	11,938
150	475,8	4,4767	2,55	11,244
155	543,1	5,3323	2,88	10,600
160	617,8	6,2428	3,26	10,002
165	700,5	7,2046	3,67	9,445
170	791,7	8,1981	4,12	8,927
175	892	9,2173	4,61	8,448
180	1002,1	10,2640	5,16	7,984

**Tableau A.1 :** Valeurs de la pression de saturation et de la masse volumique de la vapeur saturée en fonction de la température.

Les corrélations sont données ci-après pour différents intervalles de température. Elles ont été établies à l'aide d'interpolations polynomiales d'ordre 3 et, par souci de précision, nous avons subdivisé l'intervalle des températures en trois domaines pour la pression et en quatre pour la masse volumique. Pour chacun de ces domaines, nous avons une corrélation. Les écarts entre les valeurs obtenues par les corrélations et celles fournies par les tables sont calculés et portés également sur le tableau ci-dessus. Ces écarts sont également représentés graphiquement à la figure A.1 ci-après. On voit que l'écart reste inférieur à 2 % pour la

pression et à 1 % pour la masse volumique dans le domaine des températures inférieures à 120 °C, domaine dans lequel se déroulent tous nos calculs.

### A.2.1 Corrélations pour $P_{sat}$

Pour  $40 \leq T \leq 60$

$$P_{sat} = (0.00015067 * T^3) - (0.00946 * T^2) + (0.4287333 * T) - 4.2722$$

Pour  $60 \leq T \leq 120$

$$P_{sat} = (0.000342 * T^3) - (0.05 * T^2) + (3.315 * T) - 72$$

Pour  $120 \leq T \leq 180$

$$P_{sat} = (0.000342 * T^3) - (0.05 * T^2) + (3.315 * T) - 72$$

### A.2.2 Corrélations pour $\rho_{vf}$ :

Pour  $40 \leq T \leq 60$

$$\rho_{vf} = ((8e - 7) * T^3) - ((4e - 5) * T^2) + (0.002 * T) - 0.018$$

Pour  $60 \leq T \leq 100$

$$\rho_{vf} = ((1.41e - 6) * T^3) - ((1.62e - 4) * T^2) + ((0.9993e - 2) * T) - 0.189692$$

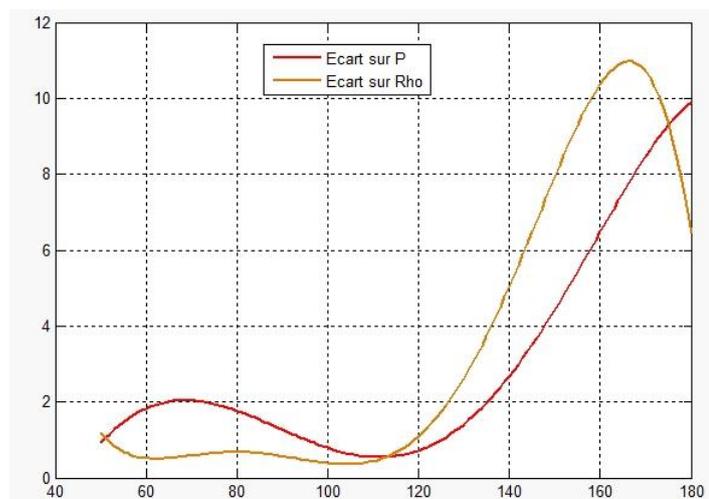
Pour  $100 \leq T \leq 140$

$$\rho_{vf} = ((2.34e - 6) * T^3) - ((4.4331e - 4) * T^2) + ((3.838932e - 2) * T) - 1.1587768$$

Pour  $140 \leq T \leq 180$

$$\rho_{vf} = ((4.55e - 6) * T^3) - ((1.4128e - 4) * T^2) + ((18.1123e - 2) * T) - 8.17483$$

La figure ci-après présente l'évolution des écarts portés au tableau ci-dessus entre les valeurs des tables et celles des corrélations.



**Fig.A.1** : Écarts des corrélations de la pression de saturation  $P_{sat}$  et de la masse volumique  $\rho_{sat}$  par rapport aux valeurs des tables en fonction de la température.

### A.3 Propriétés du gaz

Les propriétés thermodynamiques du gaz (air humide) se calculent comme suit :

Pression partielle de la vapeur :

$$P_v = \frac{P \cdot \omega}{\omega + 0.622}$$

Humidité relative :

$$\varphi = \frac{P_v}{P_{sat}}$$

Fraction massique de vapeur :

$$Y = \frac{\omega}{1 + \omega}$$

Fraction molaire de vapeur :

$$X = \frac{\omega/M_w}{1/M_a + \omega/M_w}$$

Pression partielle de l'air sec :

$$P_a = P - P_v$$

Masse volumique partielle d'air sec :

$$\rho_a = \frac{M_a \cdot P_a}{R \cdot \bar{T}_g}$$

Masse volumique partielle de vapeur :

$$\rho_v = \frac{M_w \cdot P_v}{R \cdot \bar{T}_g}$$

Masse volumique apparente du gaz :

$$\bar{\rho}_g = \frac{M_g \cdot P}{R \cdot \bar{T}_g}$$

Chaleur spécifique du gaz :

$$\bar{C}_{p_g} = Y\bar{C}_{p_v} + (1 - Y)C_{p_a}$$

Masse molaire apparente du gaz :

$$M_g = XM_w + (1 - X)M_a$$

En ce qui concerne la conductivité thermique et la viscosité du gaz Miller [16] recommande pour les mélanges binaires, la relation empirique de Wilke, qui permet d'écrire :

$$\bar{\Phi} = \frac{X \cdot \Phi_v}{X + (1 - X)\Omega_{va}} + \frac{(1 - X) \cdot \Phi_a}{X\Omega_{av} + (1 - X)}$$

Avec :

$$\Omega_{va} = \frac{\left\{ 1 + \left(\frac{\Phi_v}{\Phi_a}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{M_a}{M_w}\right)^{\frac{1}{2}} \right\}^2}{\left\{ 8 \cdot \left(1 + \frac{M_w}{M_a}\right) \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad \Omega_{av} = \frac{\left\{ 1 + \left(\frac{\Phi_a}{\Phi_v}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{M_w}{M_a}\right)^{\frac{1}{2}} \right\}^2}{\left\{ 8 \cdot \left(1 + \frac{M_a}{M_w}\right) \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

Où  $\Phi$  peut prendre la valeur de  $\lambda$  ou de  $\mu$ .

**A.4 Propriétés de la phase liquide**

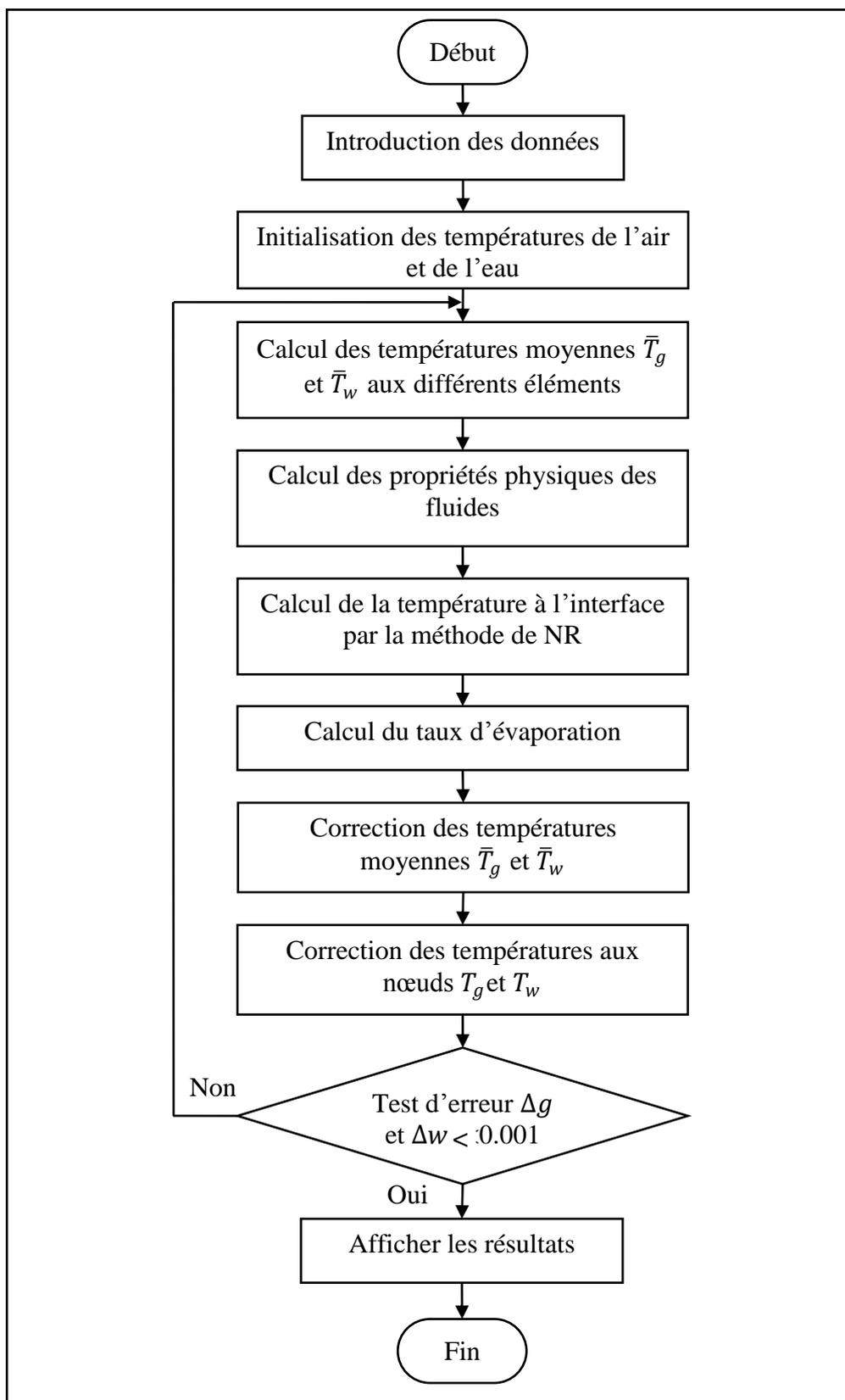
$$\rho_w = 997 \text{ kg/m}^3$$

$$C_{pw} = 4184 \text{ J/Kg K}$$

$$\lambda_w = 0.6531 \text{ W/m K}$$

## ANNEXE B

## Organigramme « procédure de résolution numérique »



## ANNEXE C

Résultats pour une colonne garnie de hauteur  $H = 1,2$  m

Tg (K)	Tw (K)	Tf (K)	$\omega$	$\omega_{sat}$	$\Delta m v$ (kg/s)	$\alpha_g$ (W/m <sup>2</sup> K)	$\beta_g$ (m/s)
345,000	332,874	327,901	0,0003	0,0358	0,0051	50,537	0,024
345,160	334,622	329,877	0,0022	0,0360	0,0049	50,528	0,024
345,320	336,489	331,773	0,0041	0,0363	0,0048	50,519	0,024
345,480	338,197	333,553	0,0059	0,0365	0,0047	50,510	0,024
345,640	340,041	335,349	0,0077	0,0368	0,0046	50,501	0,024
345,800	341,785	337,087	0,0095	0,0370	0,0046	50,491	0,024
345,960	343,550	338,885	0,0112	0,0373	0,0045	50,481	0,024
346,120	345,371	340,459	0,0129	0,0375	0,0046	50,471	0,024
346,280	347,038	342,186	0,0147	0,0377	0,0046	50,461	0,024
346,440	348,922	343,714	0,0164	0,0380	0,0047	50,451	0,024
346,600	350,533	345,350	0,0182	0,0382	0,0047	50,441	0,024
346,760	352,412	346,849	0,0200	0,0385	0,0048	50,431	0,024
346,920	354,073	348,429	0,0218	0,0388	0,0049	50,421	0,024
347,080	355,857	349,873	0,0237	0,0390	0,0051	50,411	0,024
347,240	357,608	351,352	0,0256	0,0393	0,0052	50,401	0,024
347,400	359,281	352,844	0,0276	0,0395	0,0054	50,391	0,024
347,560	361,146	354,343	0,0297	0,0398	0,0055	50,381	0,024
347,720	362,731	355,659	0,0318	0,0400	0,0056	50,371	0,024
347,880	364,229	356,892	0,0339	0,0403	0,0058	50,361	0,024
348,040	365,734	358,204	0,0361	0,0406	0,0060	50,350	0,024
348,200	367,352	359,520	0,0384	0,0408	0,0061	50,340	0,024
348,360	368,919	360,832	0,0407	0,0411	0,0063	50,330	0,024
348,520	370,582	361,874	0,0414	0,0414	0,0067	50,317	0,024
348,680	372,308	362,701	0,0416	0,0416	0,0073	50,304	0,024
348,840	373,719	363,582	0,0419	0,0419	0,0079	50,291	0,024
349,000	375,669	364,488	0,0422	0,0422	0,0085	50,278	0,024
349,160	377,225	365,368	0,0425	0,0425	0,0091	50,265	0,024
349,320	379,115	366,267	0,0427	0,0427	0,0098	50,252	0,024
349,480	380,785	367,155	0,0430	0,0430	0,0105	50,239	0,024
349,640	382,675	367,991	0,0433	0,0433	0,0112	50,226	0,024
349,800	384,345	368,862	0,0436	0,0436	0,0119	50,213	0,024
349,960	386,235	369,725	0,0439	0,0439	0,0126	50,200	0,024
350,120	387,905	370,578	0,0442	0,0442	0,0133	50,187	0,024
350,280	389,795	371,422	0,0445	0,0445	0,0140	50,174	0,024
350,440	391,465	372,257	0,0447	0,0447	0,0148	50,161	0,024
350,600	393,355	373,451	0,0450	0,0450	0,0151	50,148	0,024
350,760	395,025	374,263	0,0453	0,0453	0,0159	50,135	0,024
350,920	396,915	375,066	0,0456	0,0456	0,0166	50,122	0,024
351,080	398,585	375,740	0,0459	0,0459	0,0173	50,109	0,024
351,240	399,893	376,395	0,0462	0,0462	0,0179	50,097	0,024
351,400	401,498	377,119	0,0465	0,0465	0,0186	50,083	0,024
351,572	403,171	377,812	0,0468	0,0468	0,0193	50,067	0,024
351,789	404,629	378,459	0,0473	0,0473	0,0199	50,048	0,024
352,042	406,039	379,219	0,0477	0,0477	0,0206	50,026	0,024
352,335	408,032	379,994	0,0483	0,0483	0,0214	50,001	0,024
352,660	409,486	380,650	0,0490	0,0490	0,0220	49,974	0,024
353,014	410,860	381,435	0,0497	0,0497	0,0227	49,944	0,024
353,402	412,960	382,383	0,0505	0,0505	0,0237	49,912	0,024
353,809	415,166	383,369	0,0513	0,0513	0,0247	49,877	0,024
354,264	417,498	384,414	0,0522	0,0522	0,0258	49,839	0,024
354,767	420,000		0,0533	0,0533			

**Résultats pour une colonne garnie de hauteur H = 0,6 m**

Tg (K)	Tw (K)	Tf (K)	$\omega$	$\omega_{sat}$	$\Delta m v(\text{kg/s})$
345,000	331,003	326,551	0,0003	0,0358	0,0024
345,160	332,781	328,172	0,0012	0,0360	0,0024
345,320	334,563	329,773	0,0021	0,0363	0,0025
345,480	336,341	331,355	0,0031	0,0365	0,0025
345,640	338,123	332,918	0,0040	0,0368	0,0026
345,800	339,901	334,423	0,0050	0,0370	0,0026
345,960	341,683	336,027	0,0060	0,0373	0,0027
346,120	343,461	337,463	0,0070	0,0375	0,0028
346,280	345,243	338,971	0,0081	0,0377	0,0029
346,440	347,021	340,462	0,0092	0,0380	0,0029
346,600	348,803	342,016	0,0103	0,0382	0,0030
346,760	350,581	343,409	0,0114	0,0385	0,0031
346,920	352,363	344,919	0,0126	0,0388	0,0032
347,080	354,141	346,287	0,0138	0,0390	0,0033
347,240	355,923	347,775	0,0151	0,0393	0,0034
347,400	357,701	349,167	0,0164	0,0395	0,0035
347,560	359,483	350,498	0,0178	0,0398	0,0037
347,720	361,261	351,883	0,0192	0,0400	0,0038
347,880	363,043	353,310	0,0206	0,0403	0,0039
348,040	364,821	354,652	0,0221	0,0406	0,0041
348,200	366,603	355,985	0,0237	0,0408	0,0042
348,360	368,381	357,256	0,0253	0,0411	0,0044
348,520	370,162	358,577	0,0270	0,0414	0,0046
348,680	371,940	359,886	0,0287	0,0416	0,0047
348,840	373,722	361,183	0,0305	0,0419	0,0049
349,000	375,500	362,468	0,0324	0,0422	0,0051
349,160	377,282	363,785	0,0343	0,0425	0,0052
349,320	379,060	365,036	0,0363	0,0427	0,0054
349,480	380,842	366,279	0,0383	0,0430	0,0056
349,640	382,620	367,512	0,0404	0,0433	0,0058
349,800	384,402	368,736	0,0426	0,0436	0,0060
349,960	386,180	369,764	0,0439	0,0439	0,0063
350,120	387,962	370,579	0,0442	0,0442	0,0067
350,280	389,740	371,422	0,0445	0,0445	0,0070
350,440	391,522	372,257	0,0447	0,0447	0,0074
350,600	393,300	373,451	0,0450	0,0450	0,0076
350,760	395,080	374,263	0,0453	0,0453	0,0079
350,920	396,860	375,066	0,0456	0,0456	0,0083
351,080	398,640	375,861	0,0459	0,0459	0,0087
351,240	400,420	376,648	0,0462	0,0462	0,0091
351,400	402,200	377,427	0,0465	0,0465	0,0095
351,560	403,980	378,198	0,0468	0,0468	0,0099
351,720	405,760	378,962	0,0471	0,0471	0,0103
351,880	407,540	379,717	0,0474	0,0474	0,0107
352,040	409,320	380,466	0,0477	0,0477	0,0111
352,200	411,100	381,207	0,0481	0,0481	0,0115
352,360	412,880	381,941	0,0484	0,0484	0,0119
352,520	414,660	382,667	0,0487	0,0487	0,0123
352,680	416,440	383,387	0,0490	0,0490	0,0127
352,840	418,220	384,099	0,0493	0,0493	0,0131
353,000	420,000		0,0496	0,0496	

**Résultats pour une colonne garnie de hauteur H = 1,8 m**

<b>Tg (K)</b>	<b>Tw (K)</b>	<b>Tf (K)</b>	<b><math>\omega</math></b>	<b><math>\omega_{sat}</math></b>	<b><math>\Delta mv(kg/s)</math></b>
345,000	335,713	329,965	0,0003	0,0358	0,0085
345,020	337,550	332,411	0,0035	0,0358	0,0078
345,194	339,579	334,661	0,0065	0,0361	0,0073
345,498	341,425	336,792	0,0092	0,0366	0,0068
345,622	343,049	338,649	0,0118	0,0367	0,0064
345,818	344,633	340,386	0,0142	0,0370	0,0061
345,942	346,170	342,040	0,0165	0,0372	0,0058
346,138	347,694	343,553	0,0187	0,0375	0,0057
346,262	349,198	345,167	0,0209	0,0377	0,0056
346,458	350,762	346,591	0,0230	0,0380	0,0056
346,582	352,209	348,088	0,0251	0,0382	0,0055
346,778	353,700	349,447	0,0272	0,0385	0,0056
346,902	355,278	350,893	0,0293	0,0387	0,0056
347,098	356,853	352,292	0,0315	0,0390	0,0057
347,222	358,338	353,623	0,0337	0,0392	0,0057
347,418	359,581	354,848	0,0358	0,0396	0,0057
347,542	361,012	356,157	0,0380	0,0398	0,0059
347,738	362,614	357,434	0,0401	0,0401	0,0063
347,862	364,304	358,251	0,0403	0,0403	0,0068
348,058	365,305	359,062	0,0406	0,0406	0,0075
348,182	367,169	360,043	0,0408	0,0408	0,0084
348,378	368,929	360,862	0,0411	0,0411	0,0091
348,502	370,149	361,780	0,0413	0,0413	0,0100
348,698	372,405	362,653	0,0417	0,0417	0,0109
348,822	373,395	363,545	0,0419	0,0419	0,0118
349,018	375,864	364,467	0,0422	0,0422	0,0127
349,142	376,916	364,944	0,0424	0,0424	0,0134
349,338	377,833	365,494	0,0428	0,0428	0,0139
349,462	378,950	366,129	0,0430	0,0430	0,0146
349,658	380,334	366,807	0,0433	0,0433	0,0153
349,860	381,547	367,359	0,0437	0,0437	0,0158
350,014	382,373	367,892	0,0440	0,0440	0,0164
350,226	383,609	368,626	0,0444	0,0444	0,0172
350,518	385,275	369,365	0,0449	0,0449	0,0180
350,833	386,411	369,917	0,0455	0,0455	0,0184
351,192	387,205	370,621	0,0461	0,0461	0,0191
351,607	389,022	371,513	0,0469	0,0469	0,0201
352,054	390,599	372,113	0,0478	0,0478	0,0205
352,526	391,011	372,720	0,0487	0,0487	0,0210
353,018	392,636	374,046	0,0497	0,0497	0,0216
353,530	394,711	374,767	0,0507	0,0507	0,0223
354,049	395,194	375,193	0,0518	0,0518	0,0225
354,586	395,882	375,993	0,0529	0,0529	0,0232
355,116	398,130	377,140	0,0541	0,0541	0,0246
355,673	400,540	378,350	0,0553	0,0553	0,0261
356,200	403,125	379,608	0,0565	0,0565	0,0278
356,778	405,915	380,958	0,0578	0,0578	0,0297
357,439	408,968	382,419	0,0594	0,0594	0,0317
358,187	412,297	383,997	0,0612	0,0612	0,0340
359,028	415,949	385,711	0,0633	0,0633	0,0366
359,964	420,000		0,0657	0,0657	

**Résultats pour une colonne garnie de hauteur H = 2,4 m**

<b>Tg (K)</b>	<b>Tw (K)</b>	<b>Tf (K)</b>	<b><math>\omega</math></b>	<b><math>\omega_{sat}</math></b>	<b><math>\Delta mv(kg/s)</math></b>
345,000	335,003	329,552	0,0003	0,0358	0,0111
344,629	337,126	332,373	0,0045	0,0353	0,0096
344,547	339,018	334,794	0,0082	0,0351	0,0086
344,693	340,871	337,099	0,0114	0,0354	0,0077
345,025	342,560	339,105	0,0144	0,0358	0,0070
345,518	344,231	340,901	0,0170	0,0366	0,0067
346,131	345,878	342,735	0,0196	0,0375	0,0063
345,949	347,462	344,386	0,0220	0,0372	0,0060
346,451	349,031	345,894	0,0243	0,0380	0,0060
346,269	350,607	347,391	0,0265	0,0377	0,0057
346,771	351,757	348,736	0,0287	0,0385	0,0056
346,589	353,311	350,122	0,0308	0,0382	0,0058
347,091	354,902	351,572	0,0330	0,0390	0,0059
346,909	356,485	353,056	0,0352	0,0387	0,0059
347,411	358,060	354,257	0,0375	0,0395	0,0059
347,229	359,000	355,288	0,0392	0,0392	0,0062
347,731	360,584	356,420	0,0401	0,0401	0,0071
347,549	362,532	357,187	0,0398	0,0398	0,0080
348,051	363,452	358,039	0,0406	0,0406	0,0088
347,869	365,290	358,915	0,0403	0,0403	0,0102
348,371	367,049	359,772	0,0411	0,0411	0,0106
348,275	367,744	360,076	0,0410	0,0410	0,0114
348,605	368,560	360,661	0,0415	0,0415	0,0117
348,724	369,429	361,117	0,0417	0,0417	0,0124
348,892	370,383	361,724	0,0420	0,0420	0,0130
349,295	371,414	362,337	0,0427	0,0427	0,0135
349,432	372,274	362,755	0,0429	0,0429	0,0141
349,840	373,050	363,493	0,0437	0,0437	0,0146
350,085	374,528	364,128	0,0441	0,0441	0,0156
350,384	375,492	364,631	0,0446	0,0446	0,0161
350,999	376,118	365,397	0,0458	0,0458	0,0164
351,390	377,616	366,199	0,0465	0,0465	0,0173
351,826	378,894	366,714	0,0473	0,0473	0,0179
352,292	379,271	367,269	0,0482	0,0482	0,0183
352,785	380,543	368,194	0,0492	0,0492	0,0192
353,292	382,339	368,825	0,0502	0,0502	0,0199
353,817	382,620	369,252	0,0513	0,0513	0,0200
354,346	383,331	370,084	0,0524	0,0524	0,0209
354,914	385,482	371,029	0,0536	0,0536	0,0220
355,470	386,613	371,457	0,0549	0,0549	0,0218
356,043	386,240	371,938	0,0561	0,0561	0,0220
356,584	387,803	373,295	0,0574	0,0574	0,0230
357,151	390,052	374,517	0,0587	0,0587	0,0247
357,698	392,509	375,809	0,0600	0,0600	0,0267
358,205	395,204	377,180	0,0613	0,0613	0,0290
358,796	398,203	378,696	0,0628	0,0628	0,0316
359,498	401,573	380,383	0,0646	0,0646	0,0345
360,321	405,359	382,257	0,0667	0,0667	0,0379
361,282	409,638	384,336	0,0694	0,0694	0,0419
362,393	414,463	386,650	0,0726	0,0726	0,0465
363,661	420,000		0,0761	0,0761	