

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Génie électrique



PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

DETERMINATION DU FLUX
MAGNETIQUE DANS LES M.C.A

- Cas d'une M.R.V pure

Proposé par :

M.E.ZAIM

Etudié par :

K.ATALLAH

A.BEN AHMED

Dirigé par :

M.E.ZAIM

PROMOTION : Juin 1988

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

A nos parents pour leur constant dévouement.
A nos frères et soeurs.
A nos amis intimes.



REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude et nos sincères remerciements à notre promoteur Mr M.E. ZAIM d'avoir accepté de diriger ce travail. Nous le remercions aussi pour les conseils éclairés qu'il a prodigué.

Qu'il nous soit permis d'évoquer les intéressante discussions que nous avons eu avec Mme DJEMAA, et Mrs TOUHAMI,TAHI, ET TAHMI.

Que tous les enseignants qui ont contribués à notre formation trouvent ici notre reconnaissance et nos plus vifs remerciements.

Nous ne saurons oublier tous nos amis qui par leur amicale collaboration et leur constant dévouement, ont aidé à la frappe de ce polycope.

Que les agents du Laboratoire d'électrotechnique ainsi que le personnel du centre de calcul soient assurés de notre profonde gratitude.

INTRODUCTION

CHAPITRE - I - MODELISATION DES MACHINES A COURANT
ALTERNATIF PAR LA THEORIE DE LA
CONVERSION ELECTROMECHANIQUE DE
L'ENERGIE -

I- RAPPEL SUR LA CONVERSION ELECTROMECHANIQUE
DE L'ENERGIE :

I-1	Bilan énergétique	2
I-2	Définition du système	3
I-3	Mise en équations	3

II- MODELE THEORIQUE :

II-1	Description du modèle	7
II-2	Détermination des différentes composantes du champ magnétique ...	8
II-3	Détermination de l'énergie magné- tique dans l'entrefer	11
II-4	Détermination du couple électro- magnétique	14

CHAPITRE - II - MODELISATION NUMERIQUE DE LA M.R.V -

I- DESCRIPTION DE LA METHODE :

I-1	Discretisation du domaine	18
I-2	Ecriture des équations aux noeuds ..	19
I-3	Méthode de calcul	20

II- CALCUL DE L'INDUCTION

III- CALCUL DES REACTANCES DIRECTES (Xd) ET
TRANVERSALE (Xq)

IV- ORGANIGRAMME	24
------------------------	----

CHAPITRE - III - ETUDE EXPERIMENTALE -

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة - BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

I- PRESENTATION DE LA MACHINE	28
II- METHODOLOGIE DE MESURE	28
II-1 Principe	28
II-2 Alimentation statorique	29
II-3 Disposition des bobines	29
III- MESURES	32
IV- INTERPRETATION	32

CONCLUSION

ANNEXE 1 - Determination de la permeabilite
magnetique $\mu(\theta)$ de la machine
etudiee.

ANNEXE 2 -Determination de la f.m.m stato-
rique due à une phase.

INTRODUCTION

Le calcul exhaustif de toute machine électrique nécessite la connaissance de la distribution du champ dans ses circuits magnétiques permettent l'adoption d'un modèle théorique.

Un modèle généralisé [3] peut être proposé pour l'étude des machines à courant alternatif .C'est ce que nous présentons au 1er chapitre . Le calcul de ses performances externes par la conversion électromécanique de l'énergie [1] [2] , permet alors de classifier ces machines et de situer celles à réluctance variable.

Nous nous intéressons ensuite à la M . R . V pure et nous présentons au 2ème chapitre un modèle numérique permettant de calculer le champ magnétique dans la machine à l'aide des différences finies [4] . On peut en déduire la variation de la réactance statorique en fonction de la position ,et particulièrement celles directe et en quadrature [5] .

L'étude expérimentale est effectuée sur une M . R . V à rotor massif . On mesure localement le champ magnétique à la surface du rotor pour différentes positions de celui-ci.L'interprétation des résultats permet la vérification de certaines hypothèses habituellement admises.

CHAPITRE I

MODELISATION DES MACHINES A COURANT ALTERNATIF
PAR LA CONVERSION ELECTO-MECANIQUE DE L'ENERGIE

Le calcul du couple électromagnétique dans une machine à courant alternatif peut être effectué sur la base des lois de la conversion de l'énergie dont nous présentons un rappel.

Nous développons ensuite un modèle théorique permettant de classer ces machines et de situer celles à réluctance variable.

Ce modèle caractérise la variation de la réluctance, lorsqu'elle existe, par une variation périodique de perméabilité dans l'entrefer considéré constant.

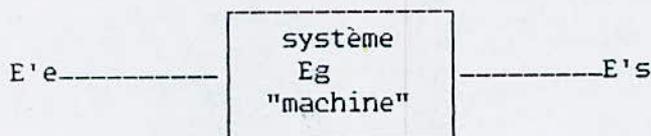
I Rappel sur la conversion électromécanique de l'énergie

Une machine électrique est un système de conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique ou inversement.

La modélisation de ce système permet de formaliser et de donner un schéma mathématique général de cette conversion à partir du bilan énergétique et des lois fondamentales électriques et mécaniques [1], [2].

I.1 Bilan énergétique

Soit un système de conversion représenté par la figure-I.1



(fig-I.1)

avec :

$E'e$:Energie électrique
 $E's$:Energie mécanique

Dans le cas général, on a :

$$E'e = E's + \Delta E + E_g$$

où

* ΔE représente les pertes électriques, mécaniques, acoustiques ou autres.

* E_g représente l'énergie emmagasinée par le système .

Le système ainsi énergitiqument décrit, peut être modélisé de la façon suivante :

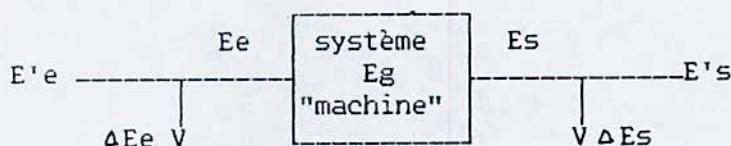


fig-I.2

avec :

- * E_e représente l'énergie convertible par le système,
- * E_s l'énergie convertie
- * $\Delta E_e + \Delta E_s = \Delta E$

On s'intéresse dans cette étude à la transformation E_e/E_s dans un convertisseur électromécanique.

I.2 Définition du système

Le système étudié est formé d'un circuit magnétique à :

- * n excitations (entrées électriques)
- * m Parties mobiles (sorties mécaniques)

I.3 Mise en équation

I.3.1 Equations électriques :

L'équation électrique pour la kème excitation s'écrit :

$$E_k = R_k \cdot i_k + d\phi_k/dt \quad (1.1a)$$

En multipliant toute l'expression par $i_k dt$, on obtient cette expression :

$$E_k i_k dt = R_k i_k^2 dt + i_k d\phi_k \quad (1.1b)$$

où

$$* R_k i_k dt \equiv \Delta E_e$$

$$* E_k i_k dt \equiv \Delta E'e$$

D'après le principe de conservation de l'énergie, on a :

$$\sum_{i=1}^n i_i d\phi_i = dE_g + dE_s \quad (1.2)$$

où

$$dE_s = \sum_{i=1}^m F_i dx_i \quad (1.3)$$

avec

- * F_i pouvant représenter une force ou un couple.
- * X_i représentant alors un déplacement linéaire ou angulaire

Par ailleurs on a :

$$E_g + E'g = \sum_{i=1}^n \phi_k i_k \quad (1.4)$$

où $E'g$ est une grandeur énergétique appelée coénergie ne faisant pas partie du bilan énergétique mais qui s'avère très utile pour la modélisation de la machine.

En dérivant membre à membre l'expression (1.4), on aboutit à la relation :

$$dE_g + dE'g = \sum_{k=1}^n \phi_k di_k + \sum_{k=1}^n i_k d\phi_k \quad (1.5)$$

où

$$E'g = f(i_1, i_2, \dots; X_1, X_2, \dots)$$

ce qui donne :

$$dE'g = \sum_{k=1}^n (\partial E'g / \partial i_k) di_k + \sum_{s=1}^m (\partial E'g / \partial X_s) dX_s \quad (1.6)$$

D'après l'expression (1.5), (1.6) s'écrit :

$$dE'g = \sum_{k=1}^n \phi_k di_k + \sum_{k=1}^n i_k d\phi_k - dEg$$

En employant (1.2) et (1.3), on obtient :

$$dEg = \sum_{k=1}^n i_k d\phi_k - \sum_{s=1}^m F_s dX_s \quad (1.7)$$

Ce qui donne :

$$dE'g = \sum_{k=1}^n \phi_k di_k + \sum_{s=1}^m F_s dX_s \quad (1.8)$$

Par identification de (1.7) et (1.8) on aboutit à :

$$\phi_k = (\partial E'g / \partial i_k) \quad k=1, \dots, n \quad (1.9)$$

$$F_s = -(\partial Eg / \partial X_s) \quad s=1, \dots, m \quad (1.10)$$

En régime linéaire, on définit l'inductance propre L_k de la keme excitation ,

$$L_k = f(X_1, \dots, X_m),$$

et l'inductance mutuelle M_{pq} entre les excitations p et q

$$M_{pq} = g(X_1, \dots, X_m)$$

L'équation (1.1a) peut s'écrire alors :

$$E_k = R_k \cdot i_k + d(L_k \cdot i_k) / dt + d\left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n M_{ki} \cdot i_i \right) / dt \quad (1.11)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} & \text{probleme} \left[E_k = R_k \cdot i_k + i_k \cdot \left(\sum_{s=1}^m \frac{\partial L_k}{\partial X_s} \right) (dX_s / dt) + L_k \cdot di_k / dt \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^n \frac{dM_{ki}}{dt} \cdot i_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \left(\frac{dM_{ki}}{dt} \right) \cdot i_i \right] \quad (1.12) \end{aligned}$$

C'est à dire :

$$E_k = R_k \cdot i_k + L_k \cdot di_k/dt + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n M_{ki} (di/dt) + \Omega_k$$

ou

$$\Omega_k = i_k \left(\sum_{s=1}^m \partial L_k / \partial X_s \right) (dX_s/dt) + \sum_{i=1}^n i_i \sum_{s=1}^m \partial M_{ki} / \partial X_s (dX_s/dt) \quad (1.13)$$

le terme

$$R_k \cdot i_k + L_k (di_k/dt) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n M_{ki} (di/dt)$$

correspond au régime statique, tandis que le terme Ω_k détermine le degré de contribution de la kème excitation à la conversion de l'énergie.

En se référant à l'expression (1.12), il apparaît que Ω_k est nul dans le cas où l'inductance propre de la kème excitation ainsi que les mutuelles entre cette excitation et les autres bobines sont simultanément indépendantes de tous les déplacements. Dans ce cas, la kème excitation ne participe pas à la création d'un couple ou d'une force électromagnétique.

1.3.2-Equation mécanique :

on peut écrire d'après la loi fondamentale de la dynamique :

$$m(d^2 X_k/dt^2) = F_k - \alpha_k \cdot (dX_k/dt) - k_k \cdot (X_k - X_0) - f_k - C_k \cdot (dX_k/dt) \quad (1.14)$$

avec :

m_k : moment d'inertie pour un déplacement angulaire ou masse pour un déplacement linéaire .

$k_k \cdot (X_k - X_0)$: force de rappel ou couple de rappel.

$\alpha_k \cdot dX_k/dt$: force de frottement visqueux

F_k : force extérieure

$C_k \cdot (dX_k/dt)$: force de frottement due à un fluide gazeux (ventilation)

En outre, l'énergie magnétique emmagasinée dans un circuit électrique donné a pour expression :

$$E_g = 1/2 \sum_{s=1}^n L_s \cdot i_s^2 + 1/2 \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n M_{pq} \cdot i_p \cdot i_q \quad (1.15)$$

Si la dérivée partielle par rapport au paramètre de déplacement X_k s'écrit :

$$\partial E_g / \partial X_k = 1/2 \sum_{s=1}^n \partial L_s / \partial X_k i_s^2 + 1/2 \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \partial M_{pq} / \partial X_k i_p i_q$$

En combinant la relation précédente avec la relation (I.10)

On obtient:

$$[F_k] = 1/2 \cdot [I] \cdot t \left[\partial L(X_1, \dots, X_m) / \partial X_k \right]$$

avec :

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} L_1 \dots \dots \dots M_{1n} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ M_{n1} \dots \dots \dots L_n \end{bmatrix}$$

L'équation mécanique (1.12) devient alors, sous la forme matricielle :

$$[M](d^2/dt^2)[X] = [-\partial E_g / \partial X] - [\alpha](d/dt)[X] - [K][X - X_0] - [f] - [C][(dX/dt)^2]$$

Nous possédons ainsi les éléments nécessaires au calcul des performances des machines et particulièrement à celles du modèle que nous présentons ci-après.

II. MODELE THEORIQUE

Nous nous proposons de généraliser le calcul de la machine à courant alternatif à partir d'un modèle équivalent à entrefer constant possédant une perméabilité variable en fonction de la position.

II.1 Description du modèle:(fig-II.1)

Nous admettons les hypothèses suivantes:

- Les courants statoriques et rotoriques sont remplacés par des distributions superficielles J et J , dirigées suivant la direction axiale z et indépendante de celle ci.

- La machine est supposée de longueur suffisamment grande pour négliger les effets d'extrémités. La composante axiale du champ dans l'entrefer est donc nulle.

- La réluctance variable est simulée, si elle existe, par une saillance physique caractérisée par un entrefer constant à perméabilité variable $\mu(\theta)$. Celle ci est développée en série de Fourier, et en se limitant au fondamental [3] on a:

$$\mu(\theta) = \mu_m + \mu_1 \cos [2p(\theta - \theta)] \quad (I.3.1)$$

Les perméabilités μ_m et μ_1 sont déterminées en regard du trajet des lignes de champ dans la machine.

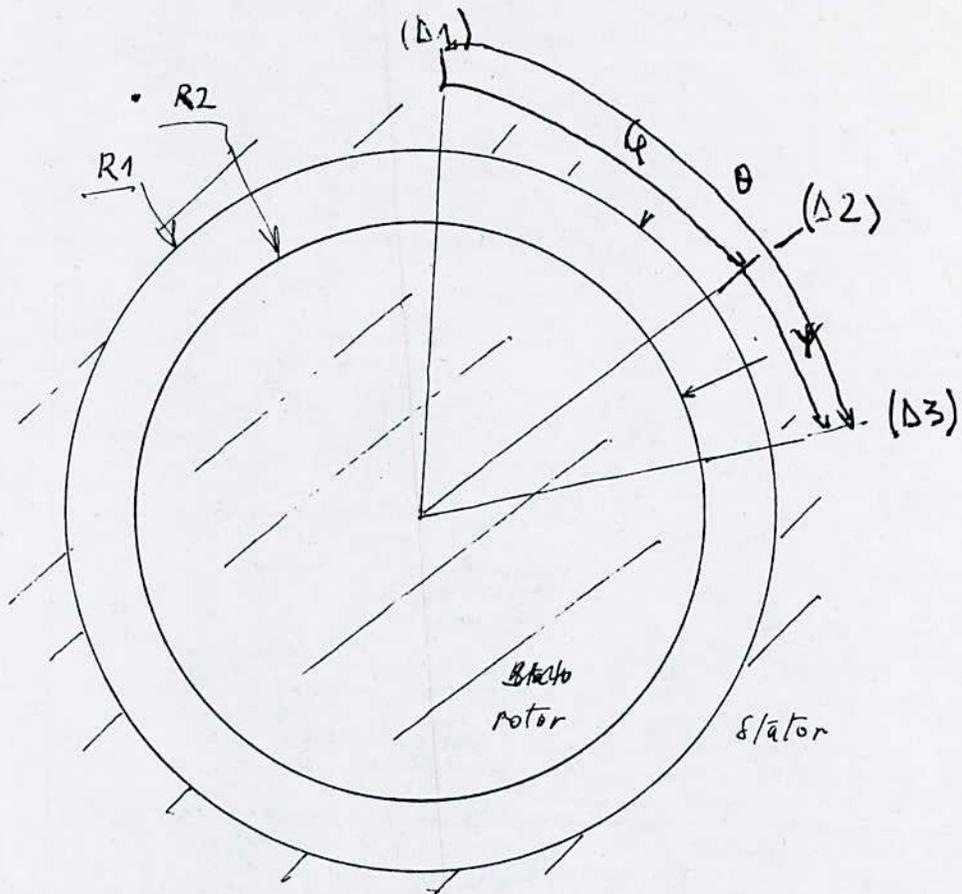


fig-II.1 Modèle théorique

(D1): axe fixe lié au stator
 (D2): axe tournant lié au rotor,
 (D3): axe spatial.

les calculs sont effectués en coordonnées polaires r , θ , z . L'axe z est parallèle à l'axe de rotation du rotor, l'axe r est radial dirigé vers le stator et confondu avec D3, tandis que θ est l'angle entre D1 et D3, il est compté négativement dans le sens trigonométrique. L'origine des axes est prise à l'extrémité du rotor et à son centre.

II.2 Détermination des différentes composantes du champ magnétique dans l'entrefer

On applique le principe de superposition:
 Le champ total dans l'entrefer est la résultante des champs dus aux excitations statoriques et rotoriques calculées séparément.

II.2.1 Distribution statorique

Considérons un enroulement triphasé (phases a, b, c) et les densités superficielles correspondantes:

$$\begin{aligned} J_a^s &= \sum_{n=1}^N J_{na}^s \cos n p \theta \\ J_b^s &= \sum_{n=1}^N J_{nb}^s \cos n(p\theta - 2\pi/3) \\ J_c^s &= \sum_{n=1}^N J_{nc}^s \cos n(p\theta - 4\pi/3) \end{aligned}$$

où n représente l'ordre de l'harmonique. En se limitant au fondamental, on écrit:

$$\begin{aligned} J_a^s &= J_{\lambda a}^s \cos p\theta \\ J_b^s &= J_{\lambda b}^s \cos (p\theta - 2\pi/3) \\ J_c^s &= J_{\lambda c}^s \cos (p\theta - 4\pi/3) \end{aligned}$$

avec:

$$\begin{aligned} J_{\lambda a}^s &= J_m^s \cos (\omega t - \delta_s) \\ J_{\lambda b}^s &= J_m^s \cos (\omega t - \delta_s - 2\pi/3) \\ J_{\lambda c}^s &= J_m^s \cos (\omega t - \delta_s - 4\pi/3) \end{aligned}$$

a- Détermination de la composante radiale du champ

→ La f.m.m maximum E_a correspondante à la phase "a" est:

$$\begin{aligned} 2E_a &= R_1 \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} J_{\lambda a}^s \cos p\theta \, d\theta = 2R_1 J / p \\ E_a &= R_1 J / p \end{aligned}$$

Ainsi la f.m.m due à la phase "a" s'écrit :

$$F_a = R_1 J_{\lambda a}^s / p \sin p\theta$$

on en déduit pour les 2 autres phases:

$$F_b = R_1 J_{\lambda b}^s / p \sin (p\theta - 2\pi/3)$$

$$F_c = R_1 J_{\lambda c}^s / p \sin (p\theta - 4\pi/3)$$

le théorème d'Ampère nous permet d'écrire :

$$H_{ra} = -R_1 J_{\lambda a}^s / p g \sin p\theta$$

$$H_{rb} = -R_1 J_{\lambda b}^s / p g \sin (p\theta - 2\pi/3)$$

$$H_{rc} = -R_1 J_{\lambda c}^s / p g \sin (p\theta - 4\pi/3)$$

Ainsi la résultante du champ magnétique radiale s'écrit:

$$H_r^s = -3/2 R_1 \frac{J_m^s}{p g} \sin(p\theta - \omega t + \phi_s) \quad (I.3.2)$$

b- Détermination de la composante tangentielle du champ

La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique s'écrit à la surface de séparation entrefer stator:

$$\vec{H}_0^s - \vec{H}_0^r = \vec{J}^s \wedge \vec{n}_{21}$$

en admettant une perméabilité du fer statorique infinie, on peut écrire:

$$H_\theta = -J_s$$

A la surface du rotor de perméabilité infinie, il n'y a pas de distribution J, et on a :

$$H_\theta = 0$$

En admettant une décroissance linéaire de la composante tangentielle le long de l'entrefer, on peut écrire:

$$H_{\theta a}^s = -(r-R_2)/g J_{1a}^s \cos p\theta$$

$$H_{\theta b}^s = -(r-R_2)/g J_{1b}^s \cos(p\theta - 2\pi/3)$$

$$H_{\theta c}^s = -(r-R_2)/g J_{1c}^s \cos(p\theta - 4\pi/3)$$

La résultante s'écrit alors :

$$H_\theta^s = -3/2 (r-R)/g J_m^s \cos(p\theta - \omega t + \phi^s)$$

II.2.2. Distribution rotorique

En négligeant les harmoniques, les distributions surfaciques de courant s'écrivent:

$$J_a^r = J_{1a}^r \cos p\theta$$

$$J_b^r = J_{1b}^r \cos(p\theta - 2\pi/3)$$

$$J_c^r = J_{1c}^r \cos(p\theta - 4\pi/3)$$

avec:

$$J_{1a}^r = J_m^r \cos(\omega t + \phi^r)$$

$$J_{1b}^r = J_m^r \cos(\omega t + \phi^r - 2\pi/3)$$

$$J_{1c}^r = J_m^r \cos(\omega t + \phi^r - 4\pi/3)$$

a- Détermination de la composante radiale du champ

Les f_{mm} ont déterminées d'une manière analogue que précédemment. On obtient:

$$F_a^r = (R_2 \cdot J_1^a \sin(p\gamma)) / p$$

$$F_b^r = (R_2 \cdot J_1^b \sin(p\gamma - 2\pi/3)) / p$$

$$F_c^r = (R_2 \cdot J_1^c \sin(p\gamma - 4\pi/3)) / p$$

Le théorème d'Ampere nous conduit aux équations suivantes:

$$H_{ra}^r = - (R_2 \cdot J_1^a \sin p\gamma) / pg$$

$$H_{rb}^r = - (R_2 \cdot J_1^b \sin(p\gamma - 2\pi/3)) / pg$$

$$H_{rc}^r = - (R_2 \cdot J_1^c \sin(p\gamma - 4\pi/3)) / pg$$

La résultante aura pour équation :

$$H_r^r = 3/2 R_2 J_m^r \sin(\omega^r t + p\theta - p\theta_0 + \varphi^r) \quad (I.3.4)$$

où $\theta = \theta_0 - \gamma$ est l'angle lié au rotor tournant.

b- Détermination de la composante tangentielle du champs :

Les conditions de passage de H_θ à la surface du rotor de perméabilité infinie nous donne:

$$H_\theta^r = J_1^r$$

A la surface du stator, il n'ya pas de distribution de courant

$$H_\theta^r = 0$$

on peut approximer le champ tangentiel résultant par:

$$H_\theta^r = -3/2 \left((r-R_1)/g \right) \times J_m^r \times \cos(\omega^r t + p\theta - p\theta_0 + \varphi^r) \quad (I.3.6)$$

II.3 Détermination de l'énergie magnétique dans l'entrefer

La densité d'énergie magnétique en un point donné de l'entrefer, est donnée par :

$$w_m = 1/2 \mu H^2$$

où

$$H^2 = H_\theta^2 + H_r^2 \quad (\text{avec } H_z = 0)$$

$$H^2 = (H_\theta^s + H_\theta^r)^2 + (H_r^s + H_r^r)^2$$

II.3.1 Calcul de l'énergie magnétique due à la composante

II.3.1 Calcul de l'énergie magnétique due à la composante tangentielle du champ :

$$W_{m\theta} = 1/2 \mu H\theta^2$$

en rappelant l'expression (I.3.1):

$$\mu = \mu_m + \mu_1 \cos 2p(\theta - \Phi)$$

on obtient:

$$\begin{aligned} H\theta^2 = & (9/8 g^2) * [(r-R_2) * J_m^2 + (r-R_1) * J_m^2] + (9/8 g^2) [(r-R) * \\ & * \cos^2(p\theta - w t + \Phi) + (r-R_1) * J_m^2 \cos^2(w t + p - p\theta + \Phi)] \\ & + (9/4 g^2) (r-R_1)(r-R_2) J_m^2 * \cos((w - w) t + p\Phi + \Phi + \Phi) \\ & + (9/4 g^2) * (r-R_1)(r-R_2) J_m^2 \cos((w + w) t + p\Phi - 2p\theta + \Phi - \Phi) \end{aligned} \quad (I.3.7)$$

L'énergie magnétique correspondante emmagasinée dans l'entrefer est donnée par :

C'est à dire
$$W_{m\theta} = \int_V w_{m\theta} d\theta$$

$$W_{m\theta} = \int_{R_2}^{R_1} \int_0^{2\pi} \int_0^L w_{m\theta} r dr d\theta dz \quad (I.3.8)$$

tout calcul fait, nous obtenons :

$$\begin{aligned} W_{m\theta} = & (9/8 g^2) \pi L \mu_m J_m^2 [1/2 R_1^2 R_2^2 + 1/4 R_1^4 - 1/12 R_2^4 - 2/3 R_1^3 R_2] \\ & + (9/8 g^2) \pi L \mu_m J_m^2 [-1/2 R_1^2 R_2^2 - 1/4 R_2^4 + 1/12 R_1^4 + 2/3 R_1^3 R_2] \\ & + (9/16 g^2) \pi L \mu_1 J_m^2 [1/2 R_1^2 R_2^2 + 1/4 R_1^4 - 1/12 R_2^4 - 2/3 R_1^3 R_2] * \\ & \cos(2(w^s t - p\bar{\Phi} - \bar{\Phi}^s)) + (9/16 g^2) \pi L \mu_1 J_m^2 [-1/2 R_1^2 R_2^2 - 1/4 R_1^4 - \\ & - 1/12 R_1^4 + 2/3 R_1^3 R_2] \cos(2(w^r t + \bar{\Phi}^r)) + (8/9) \pi L \mu_1 J_m^s J_m^r * \\ & * [1/12 (R_2 - R_1) + 1/16 (R_1 R_2 - R_2 R_1)] \cos((w + w) t - p\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^r - \bar{\Phi}^s) \\ & + 9/4 \pi L \mu_m J_m^s J_m^r [1/6 (R_1 R_2 - R_2 R_1) - 1/12 (R_1 - R_2)] * \\ & * \cos((w - w) t + p\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^r + \bar{\Phi}^s) \end{aligned} \quad (I.3.9)$$

II.3.2 Calcul de l'énergie magnétique, due à la composante radiale du champ

De la même façon, on écrit :

$$\begin{aligned}
 w_{mr} &= 1/2 \quad H_r^2 \\
 H_r^2 &= 9/8 \cdot 1/p^2 g^2 (R_1^2 J_{ms}^2 + R_2^2 J_{mr}^2) - \\
 &\quad - 9/8 \cdot 1/p^2 g^2 (R_1^2 J_{ms}^2 \cos 2(p\theta - \omega t + \phi_s) \\
 &\quad + R_2^2 J_{mr}^2 \cos 2((\omega_r + p\Omega)t - p\theta + p\phi_0 + \phi_r) - 9/4 \\
 &\quad - 9/4 \cdot R_1 R_2 J_{ms} J_{mr} / p^2 g^2 (- \cos ((\omega_r - \omega + p\Omega)t \\
 &\quad - 2p\theta + \phi_r + p\phi_0 - \phi_s))
 \end{aligned}$$

L'énergie magnétique due à la composante radiale aura pour expression :

$$\begin{aligned}
 W_{mr} &= 9/16 \cdot \mu_m / p^2 g^2 (R_1^2 J_{ms}^2 + R_2^2 J_{mr}^2) \pi L (R_1^2 - R_2^2) \\
 &\quad - 9/32 \mu_m R_2 J_{mr}^2 / p^2 g^2 \pi L (R_1^2 - R_2^2) \cos(2((\omega_r + p\Omega)t - \\
 &\quad - p\phi_0 + p\phi_0 + \phi_r)) - 9/32 \mu_m R_1^2 J_{mr}^2 / p^2 g^2 \pi L (R_1^2 - R_2^2) \\
 &\quad \cos(2p\phi_0 - 2\omega t + 2\phi_s) - 9/16 \mu_m \pi L R_1 R_2 / p^2 g^2 J_{ms} J_{mr} \\
 &\quad (R_1^2 - R_2^2) \cos((\omega_r + \omega + p\Omega)t - 2p\phi_0 + \phi_r + p\phi_0 - \phi_s) + \\
 &\quad + 9/8 R_1 R_2 J_{ms} J_{mr} \mu_m / p^2 g^2 \pi L (R_1^2 - R_2^2) \cos((\omega_r - \omega + p\Omega)t \\
 &\quad + p\phi_0 + \phi_r + \phi_s)
 \end{aligned}$$

L'énergie totale emmagasinée dans l'entrefer est donnée par :

$$W_m = W_{mr} + W_{m\theta}$$

II.4 Détermination du couple électromagnétique:

Il est défini par :

$$C_e = - \partial W_m / \partial \phi$$

où ϕ représente le déplacement du rotor par rapport au stator.
On obtient :

$$C_e = \frac{9}{8} \pi L \frac{\mu_1}{g^2} p J_m^2 \left[R_1^4 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2p^2} \right) + R_1^2 R_2^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2p^2} \right) - \frac{1}{12} R_2^4 - \frac{2}{3} R_1^3 R_2 \right] * \\ * \sin[2(p\phi - \omega^s t + \phi^s)] + \frac{9}{4} \frac{\mu_m}{g} p J_m^s J_m^r \left[- (R_1^3 R_2 - R_1 R_2^3) + \frac{1}{12} (R_2^4 - R_1^4) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2p^2} (R_1^3 R_2 - R_2^3 R_1) \right] * \sin[(\omega^r - \omega^s) t + p\phi + \phi^r + \phi^s] + \frac{9}{8} \pi L \mu_1 J_m^s J_m^r * \\ * \left[2R_1 R_2 \left(\frac{R_1^2 - R_2^2}{pg^2} \right) - p \left[\frac{1}{12} (R_2^4 - R_1^4) + \frac{1}{6} (R_1^3 R_2 - R_2^3 R_1) \right] \right] * \\ * \sin[(\omega^r + \omega^s) t - p\phi + \phi^r - \phi^s] \tag{I.3.12}$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$C_e = A_1 * \mu_1 * J_m^s^2 \sin 2(p\phi - \omega^s t + \phi^s) + A_2 * \mu_m * J_m^s * J_m^r * \sin((\omega^r - \omega^s) t + p\phi + \phi^r + \phi^s) \\ + A_3 * \mu_1 * J_m^s * J_m^r * \sin((\omega^r + \omega^s) t + p\phi + \phi^r - \phi^s) \dots \tag{I.3.13}$$

avec $\phi = \Omega t + \phi_0$

Les constantes A1, A2, A3 représentent des facteurs géométriques de la machine.
Cette expression du couple déduite d'un modèle généralisé de la machine à courant alternatif est composée de trois termes correspondants aux catégories de machines à courant alternatif connues.

a- Machines synchrones :

On distingue trois types:

- Machines à réluctance variable non excitée ($J_m^r = 0$).

Le couple est alors, donné par le premier terme de l'expression (I.3.13) où la réluctance variable est mise en évidence par la perméabilité μ_1 .
On vérifie par ailleurs, l'existence d'un couple moyen synchrone \bar{C}_e lorsque la vitesse de rotation est:

on a: $\Omega = \omega^s / p$
 $\rightarrow \bar{C}_e = A_1 * J_m^s * \mu_1 * \sin(\omega^s t + p\theta_0)$ (I.3.14),

dont la valeur maximale est obtenue pour:

$$\theta_0 = - \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\omega^s}{\Omega} \right)$$

- Machine synchrone à poles saillants excitée:

L'excitation rotorique en courant continu correspondant à $\omega^r = 0$. Le couple est donné par :

$$C_e = A_1 * \mu_1 * J_m^s * \sin^2(p\theta - \omega^s t + \theta^s) + A_2 * \mu_m * J_m^s * J_m^r * \sin(\omega^s t + p\theta + \theta^r + \theta^s) +$$

$$\rightarrow + A_3 * \mu_1 * J_m^s * J_m^r * \sin(\omega^s t - p\theta + \theta^r - \theta^s).$$

Il est la conséquence des effets de la saillance du rotor donnant un couple réluctant synchrone (1er et 3eme terme) et de l'excitation rotorique donnant un couple synchrone classique, action d'un courant sur un autre (2° terme).

Le couple moyen donné pour $\Omega = \frac{\omega^s}{p}$ a pour expression :

$$\bar{C}_e = A_1 * \mu_1 * J_m^s * J_m^r * \sin^2(p\theta_0 + \theta^s) + A_2 * \mu_m * J_m^s * J_m^r * \sin(p\theta_0 + \theta^r + \theta^s) +$$

$$+ A_3 * \mu_1 * J_m^s * J_m^r * \sin(-p\theta_0 + \theta^r - \theta^s) \dots \dots \dots (I.3.15)$$

Le déphasage θ dépend de la charge, il exprime le décalage entre les ondes tournantes statorique et rotorique.

- Machine synchrone à pôles lisses excitée:

Le couple est donné par le 2eme terme de l'expression générale (I.3.13) où μ_m représente la perméabilité du vide et g l'épaisseur réelle de l'entrefer. En négligeant les harmoniques dues aux encoches, le couple moyen est obtenu pour une vitesse de rotation $\Omega = \omega / p$, et il est donné par:

$$\bar{C}_e = A_2 * \mu_m * J_m^s * J_m^r * \sin(p\theta_0 + \theta^r + \theta^s) \dots \dots \dots (I.3.16)$$

b- Machine asynchrone :

Dans ce cas le rotor tourne à une vitesse différente de celle au synchronisme :

$$\Omega = (1-s) \frac{\omega^s}{p} \quad \text{et} \quad \omega^r = s * \omega^s$$

où s représente le glissement .

CHAPITRE II

MODELISATION NUMERIQUE DE LA M.R.V

Le calcul du champ dans l'entrefer des machines conduit à la résolution de l'équation de Laplace avec des conditions aux limites appropriées.

Cette résolution devient complexe lorsque la géométrie de l'entrefer est variable; On fait appel alors à des méthodes numériques.

Nous présentons dans ce chapitre un programme numérique permettant le calcul du potentiel scalaire dans l'entrefer de la M.R.V à l'aide de la méthode des différences finies [4].

I DESCRIPTION DE LA METHODE

I.1 Discrétisation du domaine

La machine est supposée suffisamment longue pour que la composante axiale du champ magnétique soit négligable. Chaque point de l'entrefer est défini par ses coordonnées polaires r, θ , et on discrétise le plan par des cercles de rayon r et des droites radiales dont l'intersection définit les noeuds du réseau.

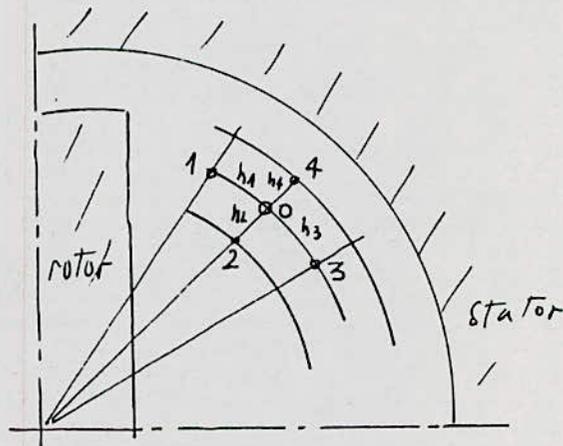


fig.I.1.1 Descritisation du domaine

Les points 0, 1, 2, 3 et 4 ont pour coordonnées respectives : (r_0, θ_0) , $(r_0, \theta_0 - h_1)$, $(r_0 - h_2, \theta_0)$, $(r_0, \theta_0 + h_3)$, $(r_0 + h_4, \theta_0)$, où h_1, h_2, h_3, h_4 représentent les pas du maillage.

I.2 Ecriture des equations aux noeuds

Soit (r, θ) le potentiel scalaire au point de coordonnées (r, θ) , le developpement en serie de Taylor arreté au 2ème ordre d'expression generale:

$$\begin{aligned} \Psi(r, \theta) = & \Psi(r_0, \theta_0) + [(\theta - \theta_0) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)_{\theta_0, r_0} + (r - r_0) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_{\theta_0, r_0} + \\ & + \frac{1}{2!} [(\theta - \theta_0)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + (r - r_0)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + (\theta - \theta_0)(r - r_0) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial \theta} \\ & \dots \quad \text{(I.1)} \end{aligned}$$

Ce developpement nous donne aux points considerés:

$$\Psi_1 = \Psi_0 + h_1 \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{1}{2} h_1^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} \quad \dots \quad \text{(I.2)}$$

$$\Psi_2 = \Psi_0 + h_2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{2} h_2^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \quad \dots \quad \text{(I.3)}$$

$$\Psi_3 = \Psi_0 - h_3 \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{1}{2} h_3^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} \quad \dots \quad \text{(I.4)}$$

$$\Psi_4 = \Psi_0 - h_4 \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{2} h_4^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \quad \dots \quad \text{(I.5)}$$

où Ψ_0 est le potentiel scalaire au noeud central $O(r_0, \theta_0)$.

Ces equations peuvent etres écrites sous la forme:

$$\frac{\Psi_1}{r_0^2 \cdot h_1 (h_1 + h_3)} = \frac{\Psi_0}{r_0^2 h_1 (h_1 + h_3)} + \frac{1}{r_0^2 (h_1 + h_3)} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{h_1}{2 r_0^2 (h_1 + h_3)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2}$$

$$\frac{\Psi_2}{h_2 (h_2 + h_4)} = \frac{\Psi_0}{h_2 (h_2 + h_4)} + \frac{1}{(h_2 + h_4)} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{h_2}{2 (h_2 + h_4)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}$$

$$\frac{\Psi_3}{h_3 \cdot r_0^2 (h_1 + h_3)} = \frac{\Psi_0}{r_0^2 (h_1 + h_3) h_3} - \frac{1}{r_0^2 (h_1 + h_3)} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{h_3}{2 r_0^2 (h_1 + h_3)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2}$$

$$\frac{\Psi_4}{h_4 (h_2 + h_4)} = \frac{\Psi_0}{h_4 (h_2 + h_4)} - \frac{1}{(h_2 + h_4)} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{h_4}{2 (h_2 + h_4)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}$$

La somme des 4 termes donne:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_0^2 (h_1 + h_3)} \left(\frac{\Psi_1}{h_1} + \frac{\Psi_3}{h_3} \right) + \frac{1}{(h_2 + h_4)} \left(\frac{\Psi_2}{h_2} + \frac{\Psi_4}{h_4} \right) = & \frac{\Psi_0}{r_0^2 h_1 h_3} + \frac{\Psi_0}{h_2 h_4} + \\ & + \frac{1}{2 r_0^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \end{aligned}$$

En utilisant l'équation de Laplace qui s'écrit en coordonnées polaires sous la forme:

$$\Delta \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2}$$

Et en posant:

$$K_0 = \frac{h_1 \cdot h_4 + r_0^2 \cdot h_1 \cdot h_3}{r_0^2 h_1 h_2 \cdot h_3 h_4}$$

$$K_1 = \frac{1}{r_0^2 h_1 (h_1 + h_3)}$$

$$K_2 = \frac{2r_0 - h_2}{2r_0 h_2 (h_2 + h_4)}$$

$$K_3 = \frac{1}{r_0^2 h_3 (h_1 + h_3)}$$

$$K_4 = \frac{(2r_0 + h_4)}{2r_0 h_4 (h_2 + h_4)}$$

on obtient :

$$K_0 \psi_0 + K_1 \psi_1 + K_2 \psi_2 + K_3 \psi_3 + K_4 \psi_4 = 0 \dots (I.7)$$

En remplaçant les coordonnées (r, θ) par des variables indicées $R(I)$ et $\theta(J)$ où I représente une variation radiale et J , une variation angulaire, On peut écrire:

$$K_0 \psi(I, J) = -K_1 \psi(I, J-1) - K_2 \psi(I+1, J) - K_3 \psi(I, J+1) - K_4 \psi(I, J+1) \dots (I.8)$$

I.3 Méthode de calcul:

Le calcul du potentiel scalaire en un noeud (I, J) de coordonnées $R(I)$ et $\theta(J)$ est effectué à partir de l'expression (I.8) par la méthode itérative de Gauss-Seidel qui consiste à approcher à partir d'une solution arbitraire, la solution exacte par des itérations successives. On parcourt tout le domaine dans le même sens, en maintenant en premier lieu $R(I)$ constant et en variant $\theta(J)$ de 0 à 2π .

- Conditions aux limites

* A la surface du stator, le potentiel scalaire magnétique est égal à la moitié de la f.m.m :

$$\psi(I, J) = F(\alpha(J))$$

où $F(\theta(J))$ est donnée par le développement en série de Fourier de la f.m.m statorique (voir annexe 2).

* Sur le rotor supposé de perméabilité infinie, on a :

$$\psi(I, J) = 0$$

Les deux conditions sont notées respectivement Cond1 et Cond2 dans l'organigramme ci-après.

II Calcul de l'induction

Les composantes tangentielles et radiales de l'induction magnétique se calculent par la dérivée du potentiel scalaire; on obtient:

$$B_r = \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$B_\theta = \frac{\partial \psi}{r \partial \theta}$$

c'est à dire:

$$B_r(I, J) = \mu_0 \cdot \left[\frac{\psi(I-1, J) - \psi(I+1, J)}{R(I-1) - R(I+1)} \right] \dots (I.9)$$

$$B_\alpha(I, J) = \mu_0 \cdot \left[\frac{\psi(I, J+1) - \psi(I, J-1)}{\alpha(J+1) - \alpha(J-1)} \right] \dots (I.10)$$

III Calcul des réactances directe X_d et transversale X_q

La connaissance de l'induction magnétique, nous permet, par intégration, la détermination du flux magnétique sortant du stator.

Ce flux ϕ_s est relié à la réactance totale statorique X par:

$$X(\theta) = \frac{w \cdot N_s \cdot o(\theta)}{I}$$

Où N_s représente le nombre de spires dans une phase statorique et I la valeur du courant. w représente la pulsation du courant en régime synchrone.

On obtient dans le cas de la M.R.V étudiée :

$$X_d = X(\theta = 0) = 48,99 \text{ ohms}$$

$$X_q = X(\theta = \pi/2) = 25,03 \text{ ohms}$$

$$X_d/X_q = 1,95$$

Nous traçons l'allure de l'induction normale à la surface du stator pour deux positions du rotor, directe et en quadrature. (fig- II.3)

L'allure des courbes obtenues est comparable à celles théoriques données par K.P.P Pillai [6]

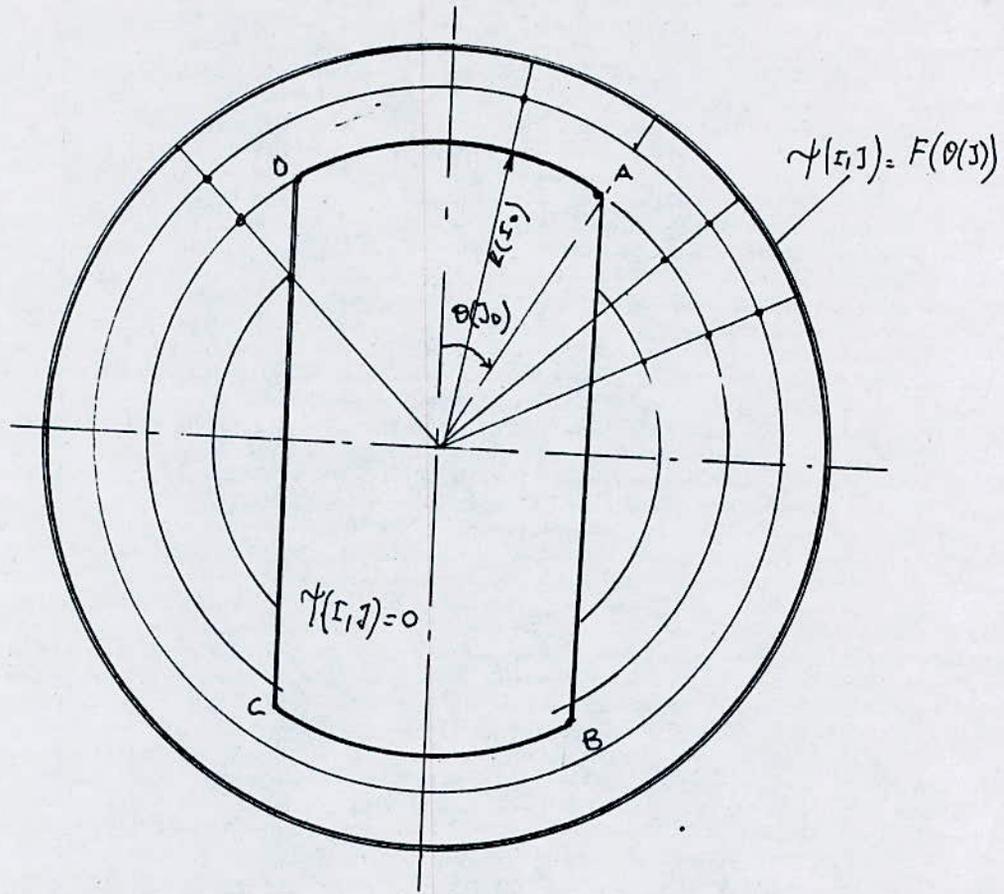
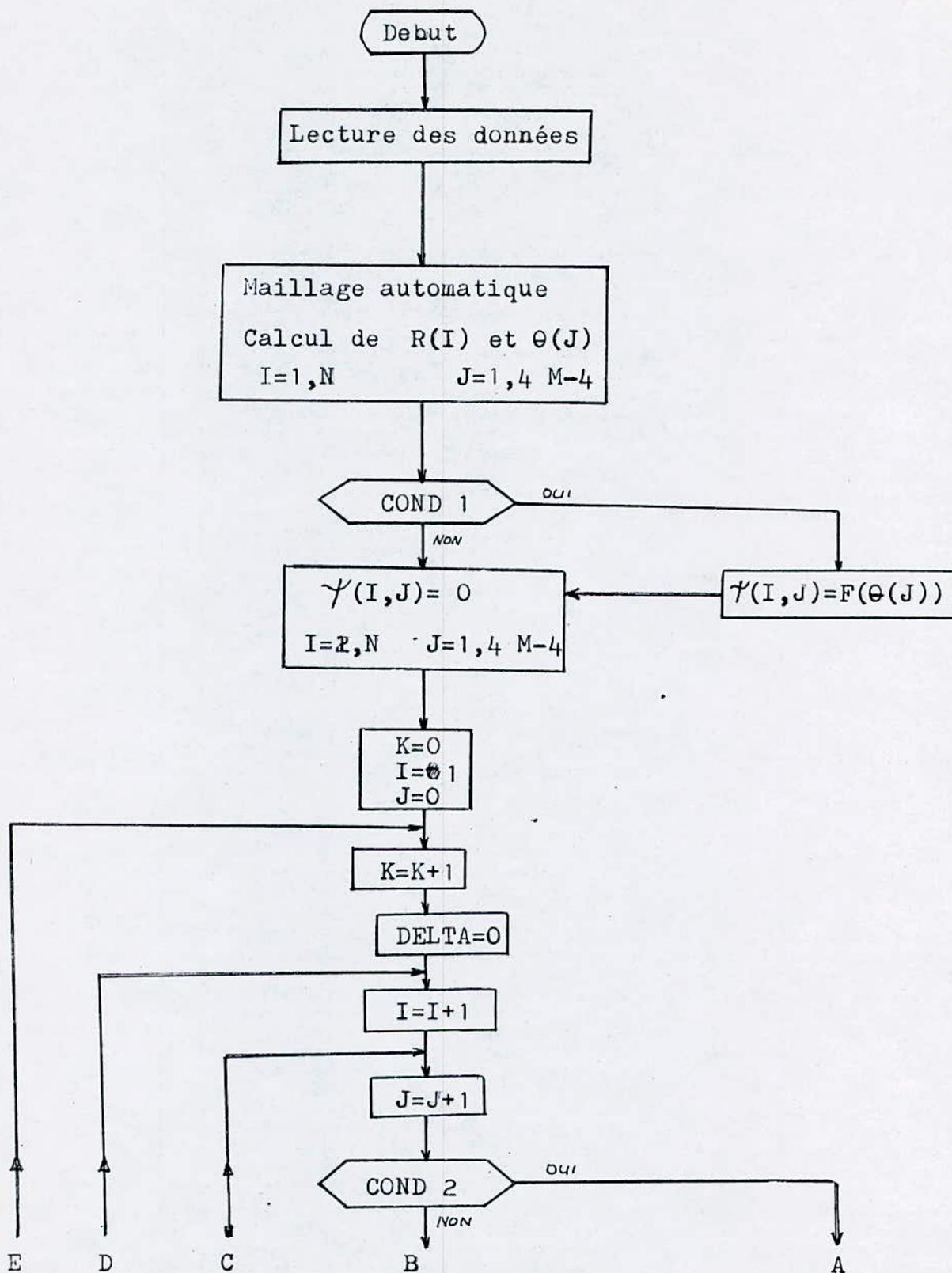


fig-I.2 Discrétisation de l'entrefer

IV- Organigramme de calcul



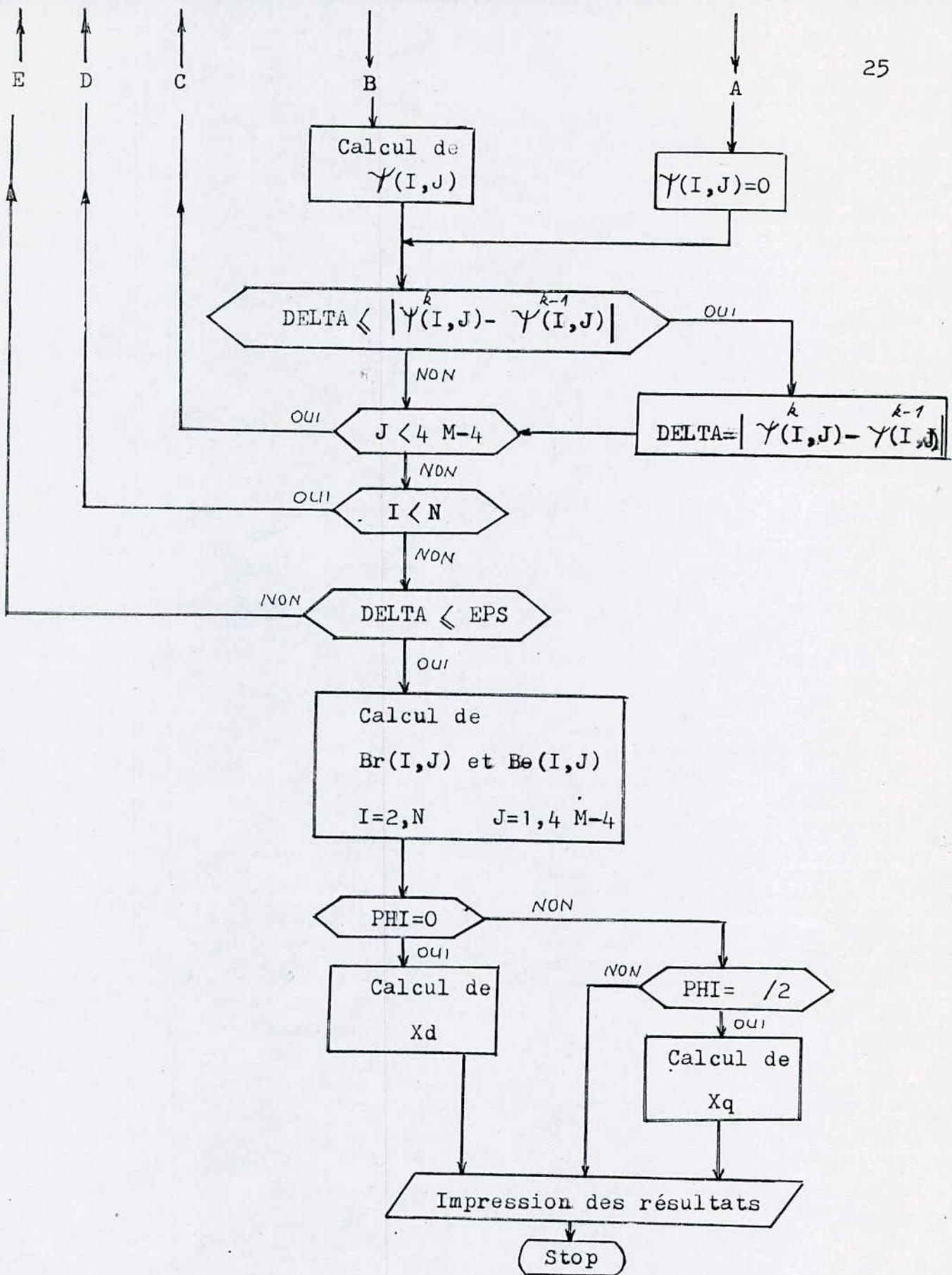


Tableau-II.1 correspondance des notations
du programme avec ceux du texte

Listing	Texte	Désignation
PSI(I,J)	$\Psi(I,J)$	Potentiel scalaire magnétique.
ALPHA(J)	$\theta(I,J)$	Angle entre les axes liés au stator et l'axe spatial.
PHI	\varnothing	Angle entre les axes liés au stator et l'axe correspondant à la f.m.m.
DELTA k EPS		Différence : $ \text{PSI}(I,J) - \text{PSI}(I,J) $ compteur d'itération Précision de calcul.
Io	Io	Correspond aux points sur la surface du rotor dans le petit entrefer.
Jo	Jo	Correspond au point A, $\theta(Jo) = \beta/2$
Jo2	Jo2	Correspond au point B, $\theta(Jo2) = \pi - \beta/2$
Jo3	Jo3	Correspond au point C, $\theta(Jo3) = \pi + \beta/2$
Jo4	Jo4	Correspond au point D, $\theta(Jo4) = 2\pi - \beta/2$
N	N	Nombre de noeuds suivant l'axe radial
M	M	Nombre de noeuds suivant l'axe tangentiel sur un quart de l'entrefer
NIE		Nombre de divisions radiales dans l'entrefer
NJE		Nombre de divisions angulaires //
NJP		Nombre de divisions à laisser près de la pointe .
NJ		Nombre de divisions dans l'intervalle.
NIJ		Nombre de divisions sur le fer rotorique sans la pointe
GL	L	Demi-épaisseur du rotor.
BETA	$\beta/2$	Demi-angle d'ouverte.
R1	R1	Alésage interne du stator .
EN	e	Épaisseur de l'entrefer .
NH	n	Nombre d'harmoniques pris en compte dans la f.m.m statorique

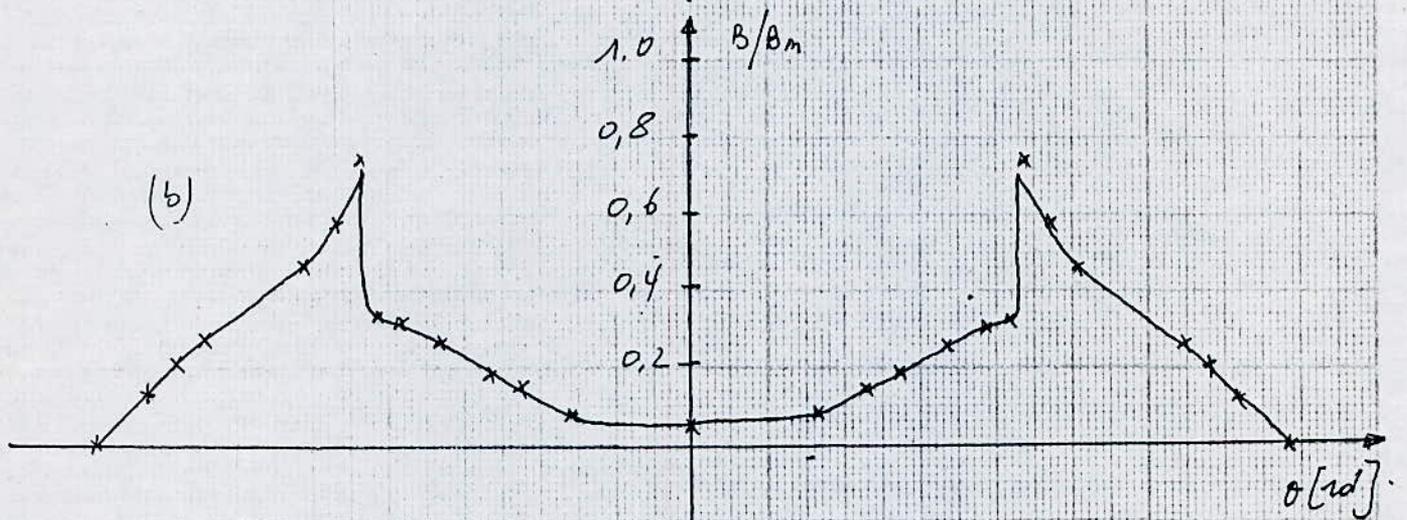
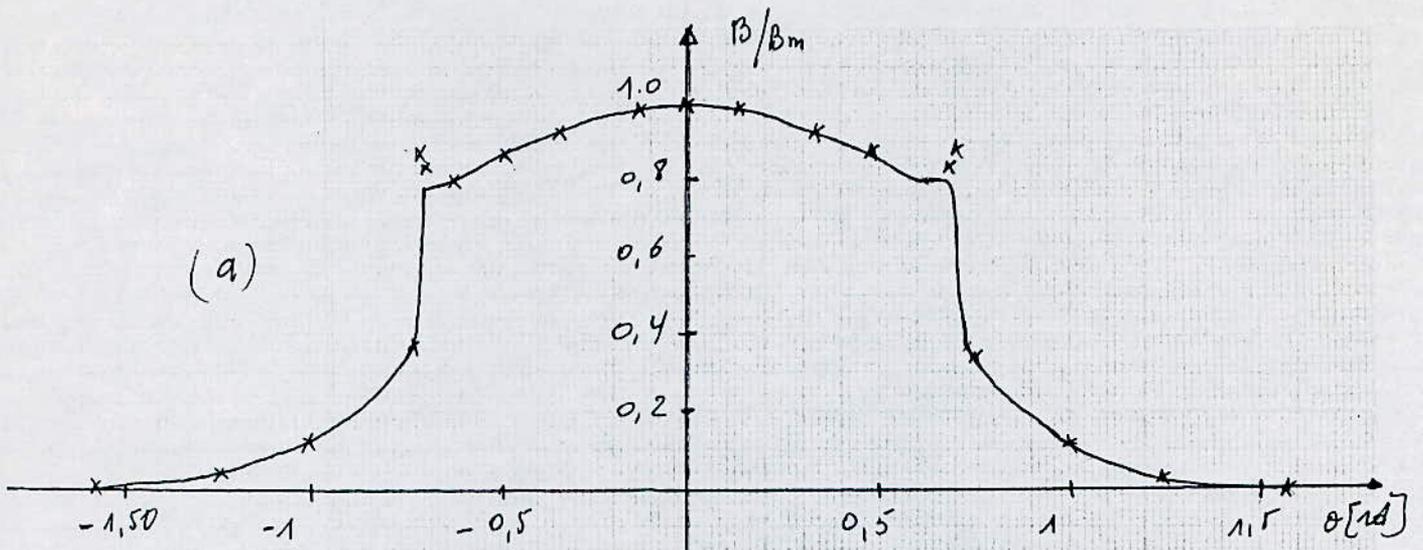


Fig II-3

(a) suivant l'axe direct. (Fmm direct)

(b) suivant l'axe en quadrature. (Fmm en quadrature)

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE

Cette étude expérimentale consiste à mettre en évidence l'influence de la variation de la réluctance sur la distribution de la composante normale de l'induction, magnétique, mesurée dans l'entrefer de la machine .Ces mesures permettent de vérifier la "puissance" de certaines hypothèses simplificatrices et certains calculs théoriques concernant cette distribution .

I Présentation de la machine

Puissance nominale (kw)	4.4
Tension nominale (V)	230/380
Courant nominal (A)	15.8/9.8
Fréquence d'alimentation (Hz)	50
Nombre de paires de poles	1
Nombre de spires par encoche	20
Nombre d'encoches	36
Nombre de phases	3
Alésage intérieur du stator (mm)	122
longeur du rotor (mm)	90
Diamètre du rotor lisse correspondant (mm)	120.8
Angle d'ouverture (degrés)	80

II Méthodologie de mesure

Afin de simuler le régime synchrone caractérisé par un champ tournant immobile par rapport au rotor, on génère, à rotor bloqué, un champ stationnaire dans l'entrefer en alimentant une phase statorique en courant continu.

II.1 principe

Le principe consiste à détecter une f.e.m induite aux bornes de petites bobines de mesure, dûe au régime transitoire qui précède l'établissement de l'induction finale.

soient:

- ϕ_s : le flux qui traverse une bobine de mesure après l'établissement de l'induction.
- ϕ_0 : la valeur instantanée
- T_t : la durée du régime transitoire
- e_s : la f.e.m induite aux bornes d'une bobine de mesure

pendant le régime transitoire, on a:

$$\int_{T_t} e_s dt = \int_{T_t} (d\phi/dt) \cdot dt = \phi_s - \phi_0$$

sachant que le flux initial ϕ_0 est nul, la relation précédente s'écrit:

$$\int_{T_t} e_s dt = \phi_s$$

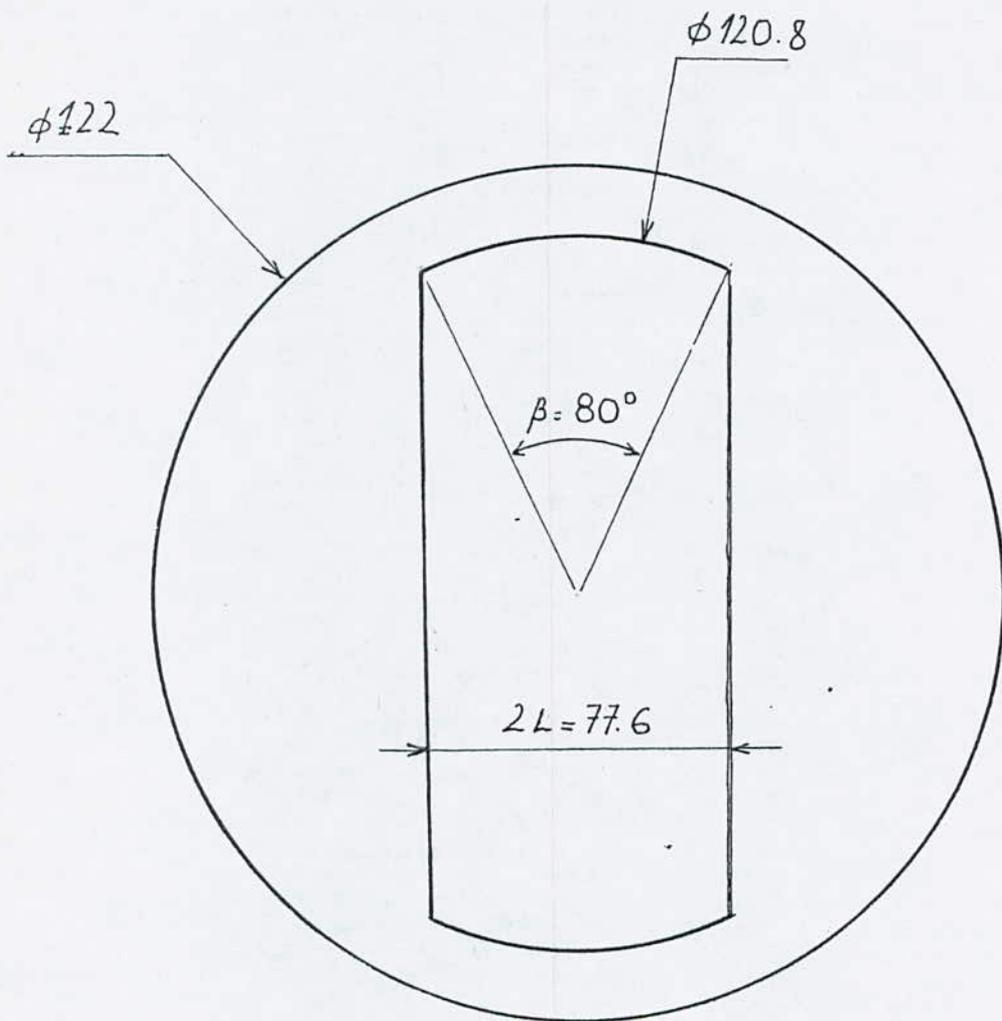


fig-III.1 Coupe transversale de La M.R.V

ϕ_s est lié à l'induction normale dans l'entrefer B_s par:

$$\phi_s = K_s \cdot B_s \quad (\text{III.1})$$

où K_s est une constante dépendante de la géométrie de la bobine, on en déduit:

$$B_s = \frac{1}{K_s} \int_{T_t} e_s dt \quad (\text{III.2})$$

II.2 Alimentation statorique

Le régime transitoire est susceptible de générer des courants de Foucault dans le rotor massif et de perturber ainsi nos mesures. L'influence de ces courants est essentiellement dépendante de la durée du régime transitoire T_t . Ce temps T_t détermine ainsi la fiabilité de la mesure, et il doit satisfaire les exigences suivantes.:

- * Minimiser les courants de Foucault.
- * Favoriser la sensibilité des bobines

Pour cela, nous avons réalisé une alimentation électronique (fig. III.2) générant une rampe de puissance avec un temps réglable, et qui se compose des 4 blocs suivants:

- Un amplificateur de rampe de tension obtenue à l'aide d'un intégrateur saturable, avec un temps de montée réglable par le potentiomètre Pt1.
- Un amplificateur proportionnel de gain réglable à l'aide d'un potentiomètre Pt2, limitant le signal de sortie à sa zone linéaire.
- Un amplificateur intermédiaire de courant à transistors nécessaire à l'excitation du montage de puissance.
- Un amplificateur de puissance à transistors transférant l'image de la rampe de tension en une rampe de courant de puissance.

II.3 Disposition des bobines de mesure:

Les bobines de mesure notées de 1 à 12 sont collées à la surface du rotor sur les faces S1, S2 et S3 et disposées comme indiqué sur la figure III.3. Elles permettent des mesures locales de l'induction normale à la surface rotorique. Chaque bobine i a une épaisseur de 0.3 mm (épaisseur de l'entrefer 0.6 mm), elle a un diamètre intérieur d_{i1} , extérieur d_{i2} et comporte n_i spires.

Une autre bobine (n°13) placée sur le contour du rotor, épousant la forme de celui-ci, nous permet de mesurer le flux total passant à travers la face S1.

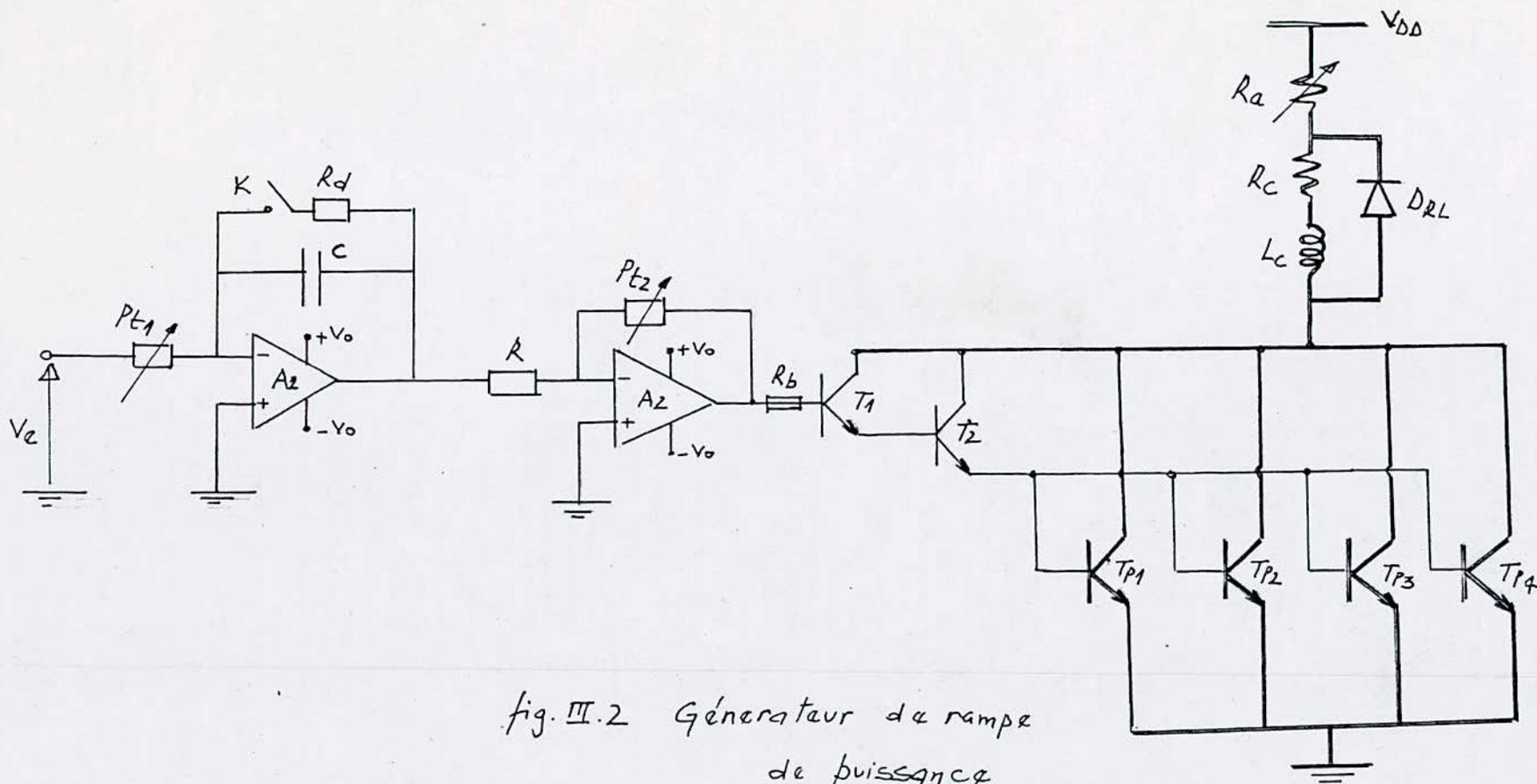


fig. III.2 Générateur de rampe de puissance

V_e	Tension d'entrée
K	Intérupteur de Commande
T_1, T_2	Transistors 2N1711
$T_{p1}, T_{p2}, T_{p3}, T_{p4}$	Transistors de puissance 2N3055
A_1, A_2	Amplificateur opérationnel $\mu A 741$
R_c, L_c	Résistance et self de la phase statorique
R_a	Résistance additionnelle réglable
V_o	Tension d'alimentation des amplificateurs.

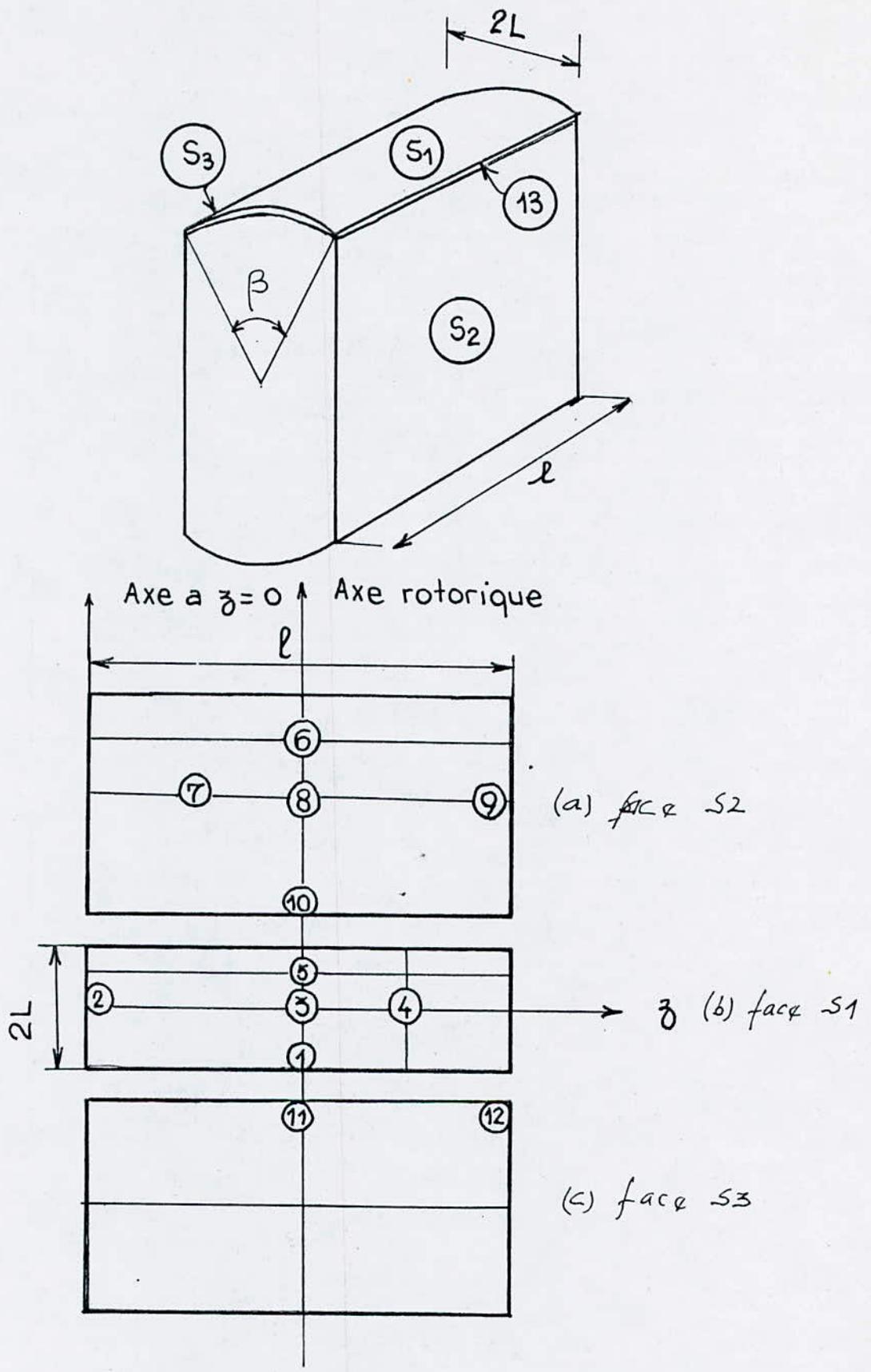


fig- III.3 Disposition des bobines de mesure

III Mesures

A rotor bloqué, et pour 2 valeurs finales du courant dans un phase statorique (3A et 5A), on relève pour différentes position du rotor \varnothing les f.e.m induites aux bornes de toutes les bobines de mesure à l'aide d'un oscilloscope à mémoire. Ces mesures délicates introduisent nécessairement des erreurs qui peuvent être importantes (dépassant 10%); Toutefois nous pensons que les mesures relatives conduisent à une bonne approche de la distribution du flux dans la machine.

A partir de la relation (III.2), l'induction magnétique normale pour une bobine i peut s'écrire :

$$B_{si} = (1 / K_{si}) S_i \quad (III.3)$$

où

$$S_i = \int_{T_t} e_{si} dt ,$$

représente l'aire du signal que nous relevons et que nous intégrons par la méthode des trapèzes .

IV Interprétations des résultats

Les résultats numériques obtenu(tableau III.1) sont utilisés pour le tracé de 3 types de graphes :

- * $B_s = f (\varnothing)$ pour chaque bobine (fig-III.4)
- * $B_s = f (\theta)$ pour 2 positions du rotor (sur l'axe direct et en quadrature) (fig-III.5)
- * $B_s = f (z)$ pour 4 positions du rotor ($\theta=0,63, 103,118$ degrés) (fig-III.6)

L'ensemble des mesures nous permet de montrer que :

- Dans le petit entrefer, la distribution du champ en fonction de la position du rotor (fig-III.4) est analogue à celle d'une machine lisse.L'allure du champ est semblable à celle de la f.m.m présentée en annexe.

- Lorsque le rotor est dans la position directe, le flux est entièrement canalisé dans le petit entrefer.
Les variations de l'induction en fonction de la position θ pour les axes direct et en quadrature sont données par les figures III.4a et III.4b . Elles présentent une bonne concordance avec celles théoriques obtenues par K.P.P Pillai [6].

- L'hypothèse d'une machine infiniment longue où les effets de bord sont négligés, peut être acceptée.

En effet, pour une position donnée du rotor, le flux est pratiquement constant suivant la longueur axiale (fig-III.6).

- l'erreur de mesure maximale est de 20%. Nous obtenons ce résultat en comparant la mesure intégrale donnée par la bobine n°13 avec la moyenne des mesures locales données par les bobines 1,2,3,4 et 5.

φ N°	0	18	33	38	48	63	73	80	103	118
1	0,22 0,33	0,22 0,135	0,08 0,10	0,08 0,10	0,056 0,063	-0,13 -0,22	-0,218 -0,37	-0,26 -0,45	-0,22 -0,44	0,21 0,31
2	0,23 0,396	0,24 0,39	0,24 0,46	0,23 0,48	0,27 0,428	0,146 0,32	0,058 0,10	≈ 0 ≈ 0	-0,15 -0,39	-0,248 -0,41
3	0,27 0,41	0,22 0,38	0,236 0,49	0,25 0,39	0,20 0,40	0,098 0,294	0,026 0,054	≈ 0 ≈ 0	-0,127 -0,40	0,21 0,39
4	0,188 0,38	0,23 0,35	0,20 0,40	0,22 0,41	0,258 0,347	0,086 0,242	0,028 0,074	≈ 0 ≈ 0	-0,14 -0,35	-0,19 -0,35
5	0,26 0,448	0,26 0,40	0,21 0,48	0,26 0,41	0,22 0,426	0,25 0,53	0,228 0,50	0,17 0,34	-0,056 -0,069	0,10 0,24
6	— —	— —	— 0,014	— 0,0218	— —	— 0,022	— —	— 0,022	— 0,029	— —
7	— —	— —	— 0,017	— —	— —	— 0,015	— —	— 0,0278	— 0,0136	— —
8	— —	— —	— 0,011	— —	— —	— 0,018	— —	— 0,0187	— 0,01	— —
9	— —	— —	— 0,011	— —	— —	— 0,018	— —	— 0,0182	— 0,01	— —
10	— 0,035	— —	— 0,13	— —	0,023 0,0366	— 0,061	0,023 0,044	0,025 0,039	0,034 0,045	— 0,069
11	— 0,05	— —	— 0,017	— —	0,019 0,030	0,023 0,055	— 0,057	— 0,04	0,025 0,06	— 0,036
12	— 0,034	— —	— —	— —	0,014 0,021	0,018 0,054	0,024 0,043	0,04 0,043	0,025 0,044	— 0,027
13	0,202 0,326	0,206 0,336	0,158 0,35	0,182 0,255	0,138 0,235	0,024 0,074	0,036 0,049	0,015 0,024	0,074 0,183	0,152 0,252

L'angle φ représente la position du rotor par rapport à la f.m.m. directe statique.

Tableau-III.1. Valeurs de l'induction magnétique mesurée (T)

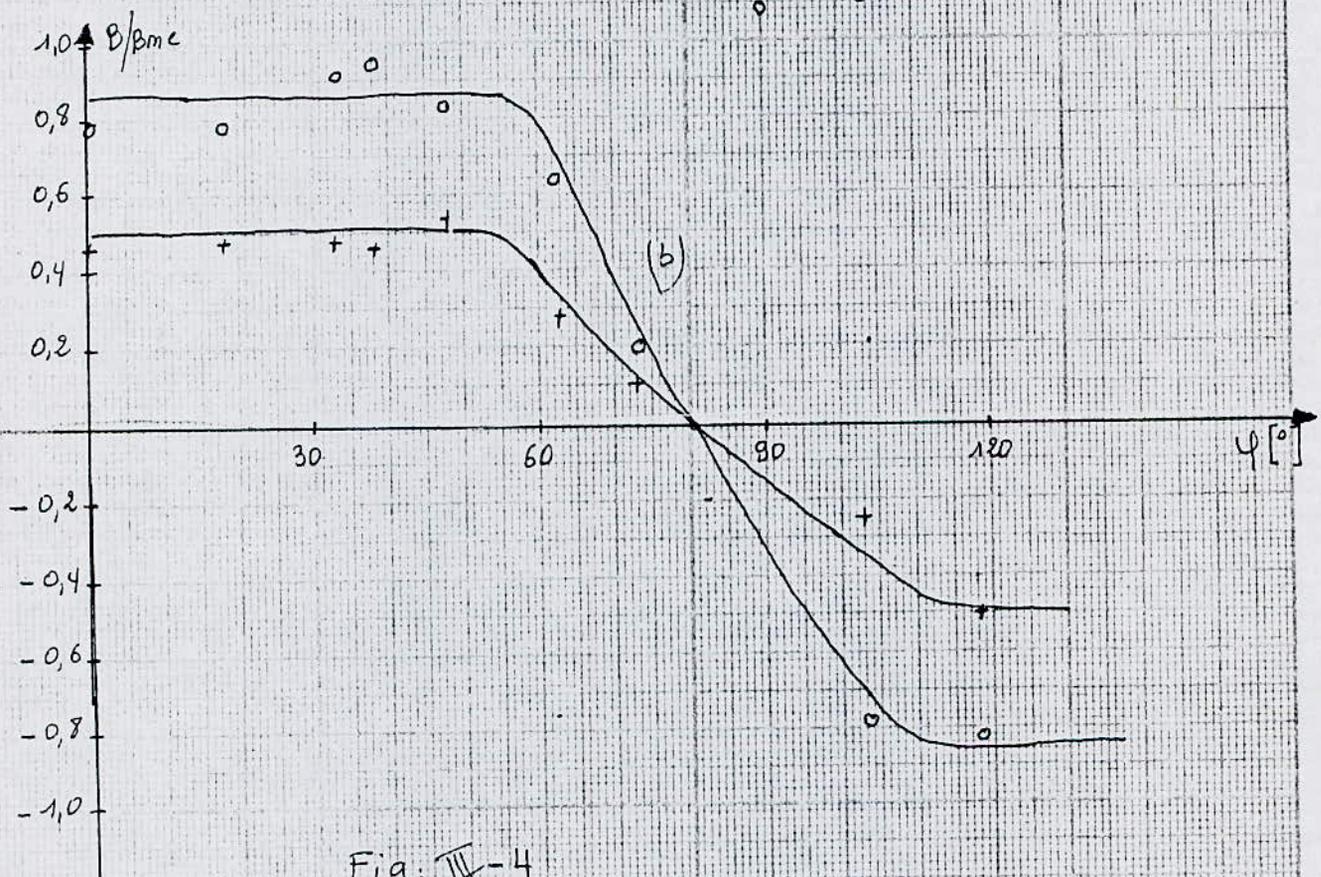
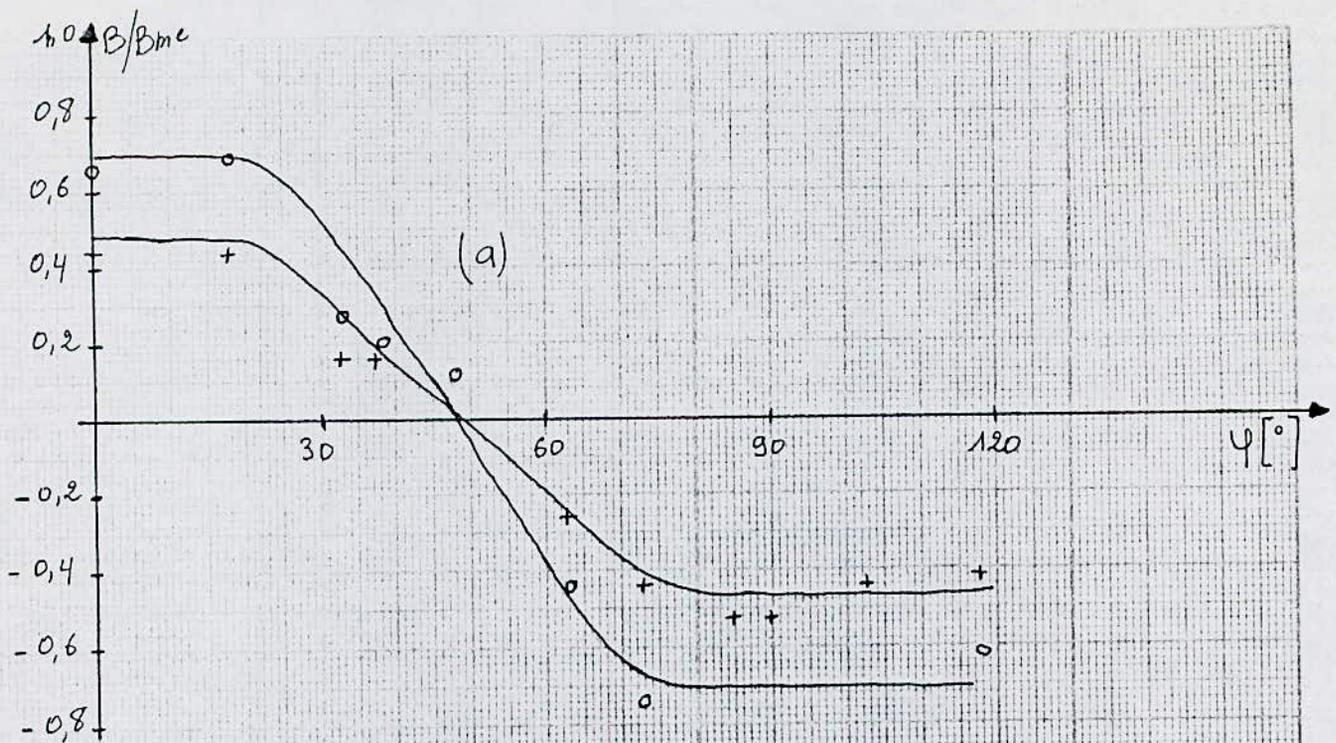


Fig: III-4

B_{me} : induction maximale mesurée dans l'entrefer.

O: correspondant à 5A

+ : correspondant à 3A

(a): spire N°1

(b): spire N°2

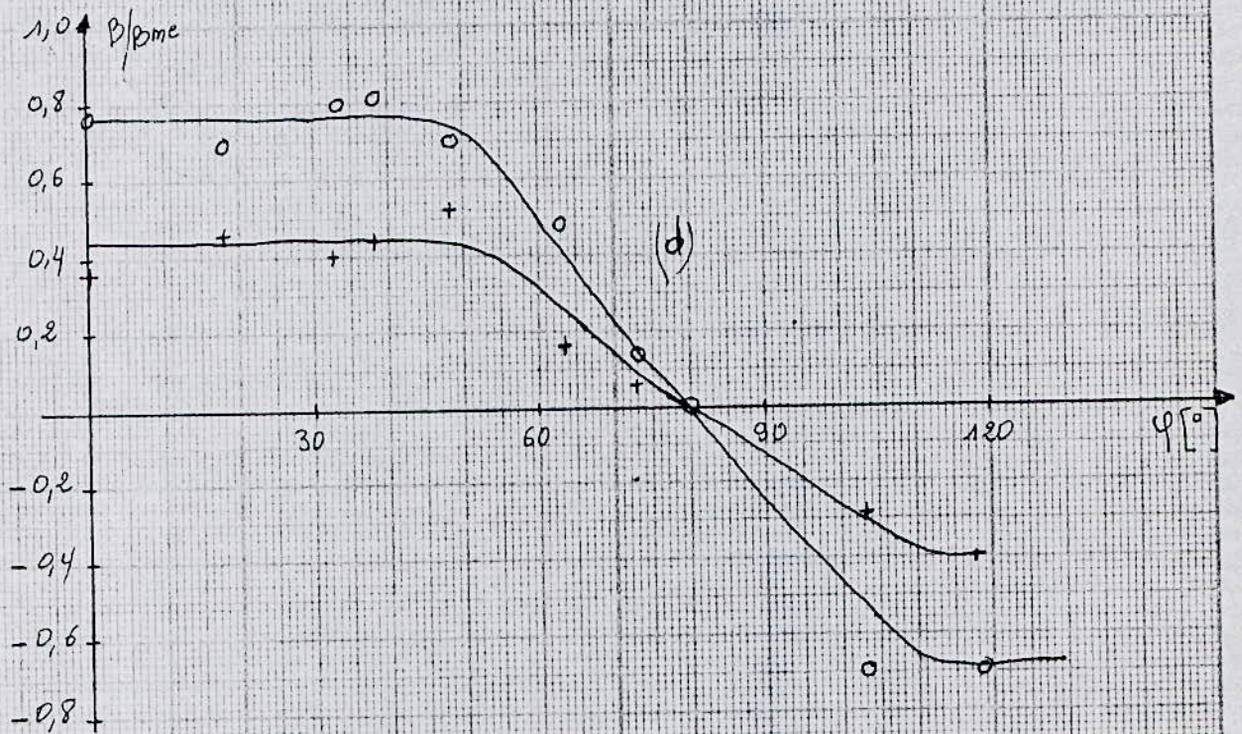
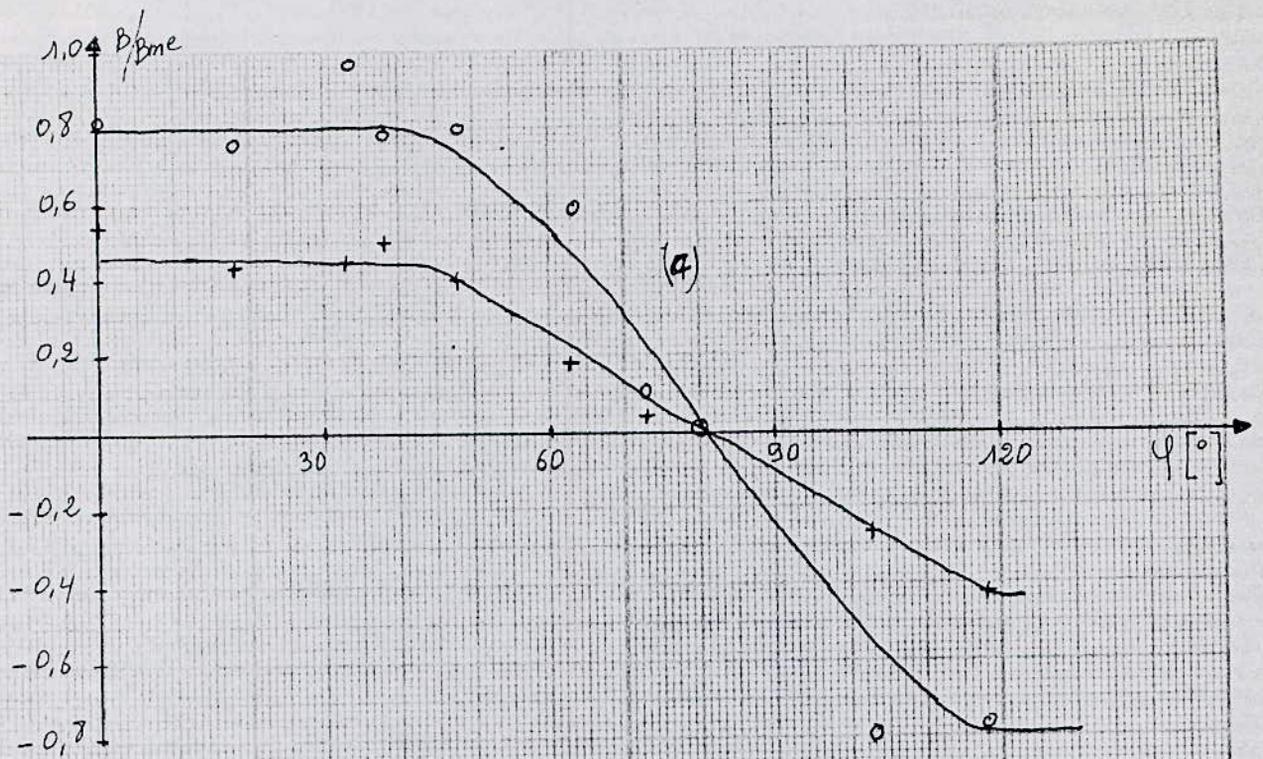


Fig. III-4

B_{me} : Induction maximale mesurée dans l'entrefer (sur le rotor)

○: Correspondant à 0.5 A

(c): Spire $N \approx 3$

+ : Correspondant à 3 A

(d): Spire $N \approx 4$

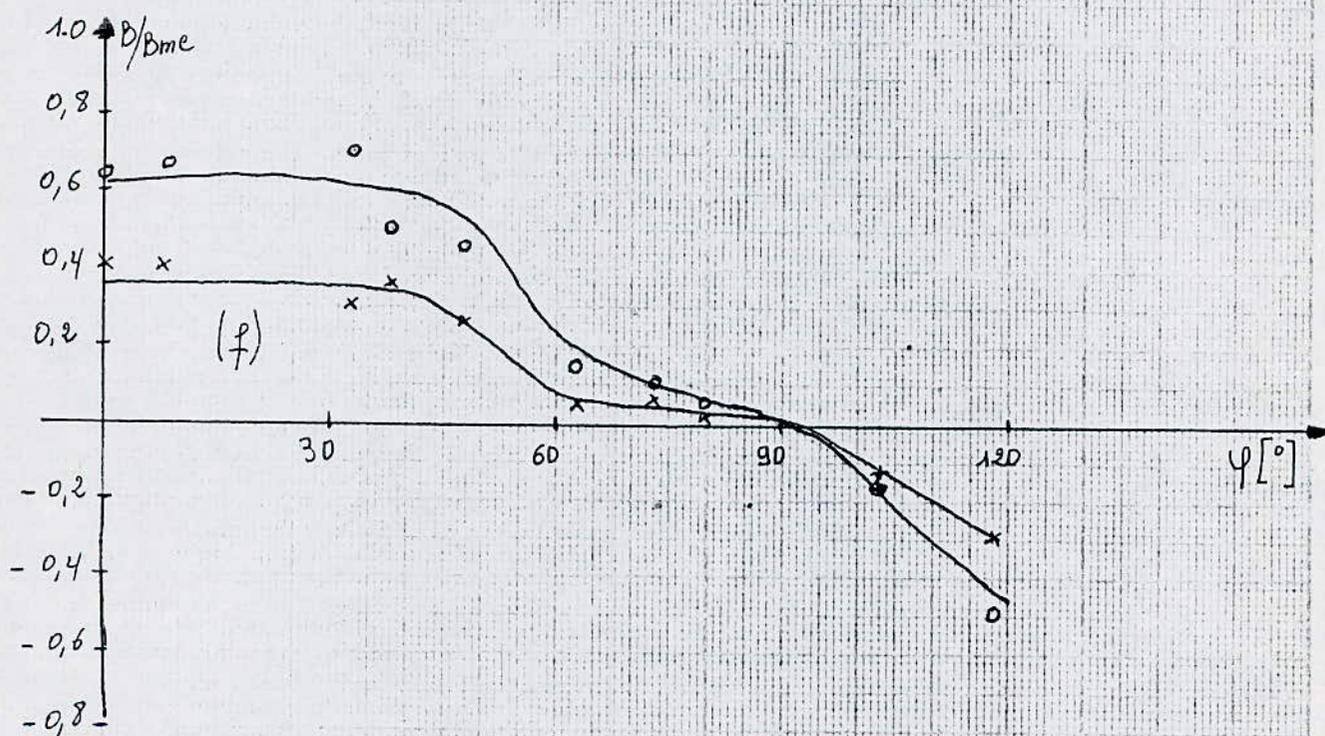
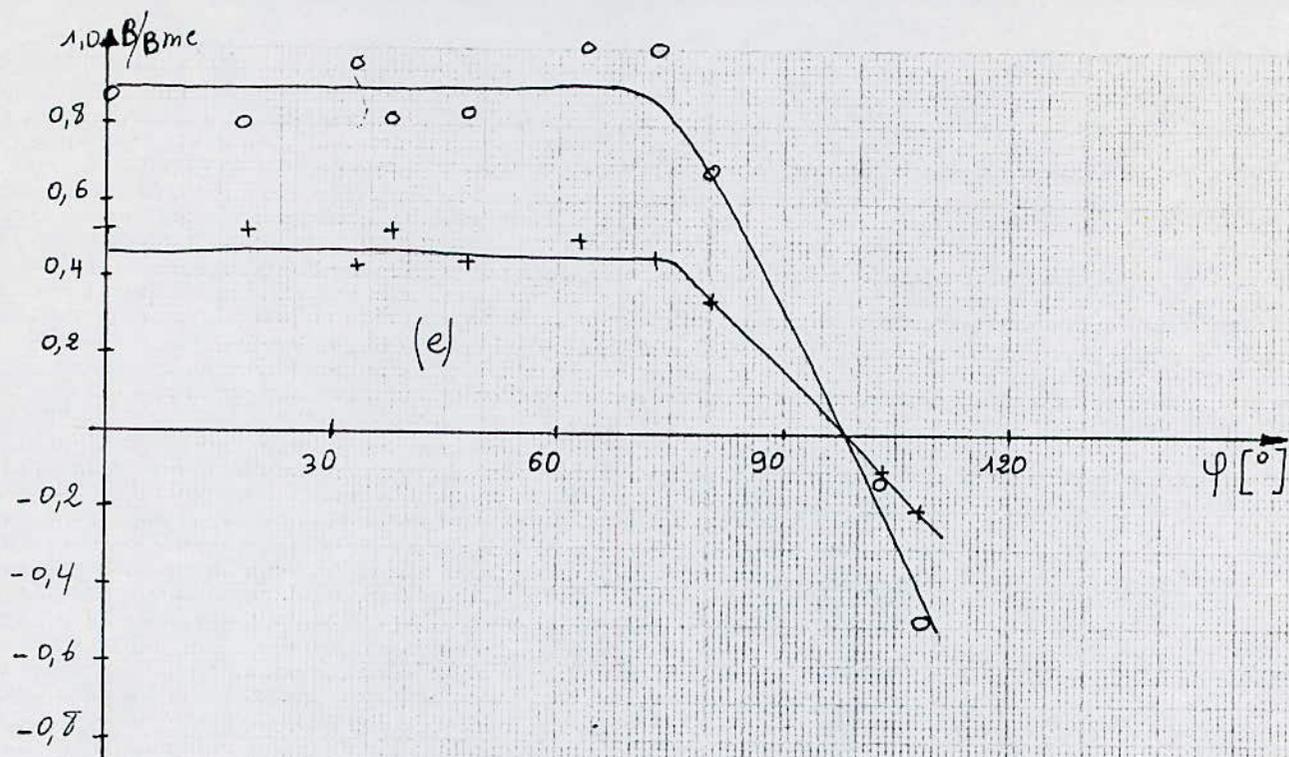


Fig: III-4

B_{me} : induction maximale mesurée dans l'entrefer. (sur le rotor)

o : Correspondant à 5A. (e) Spire N° 5

+ : Correspondant à 3A. (f) Spire N° 13.

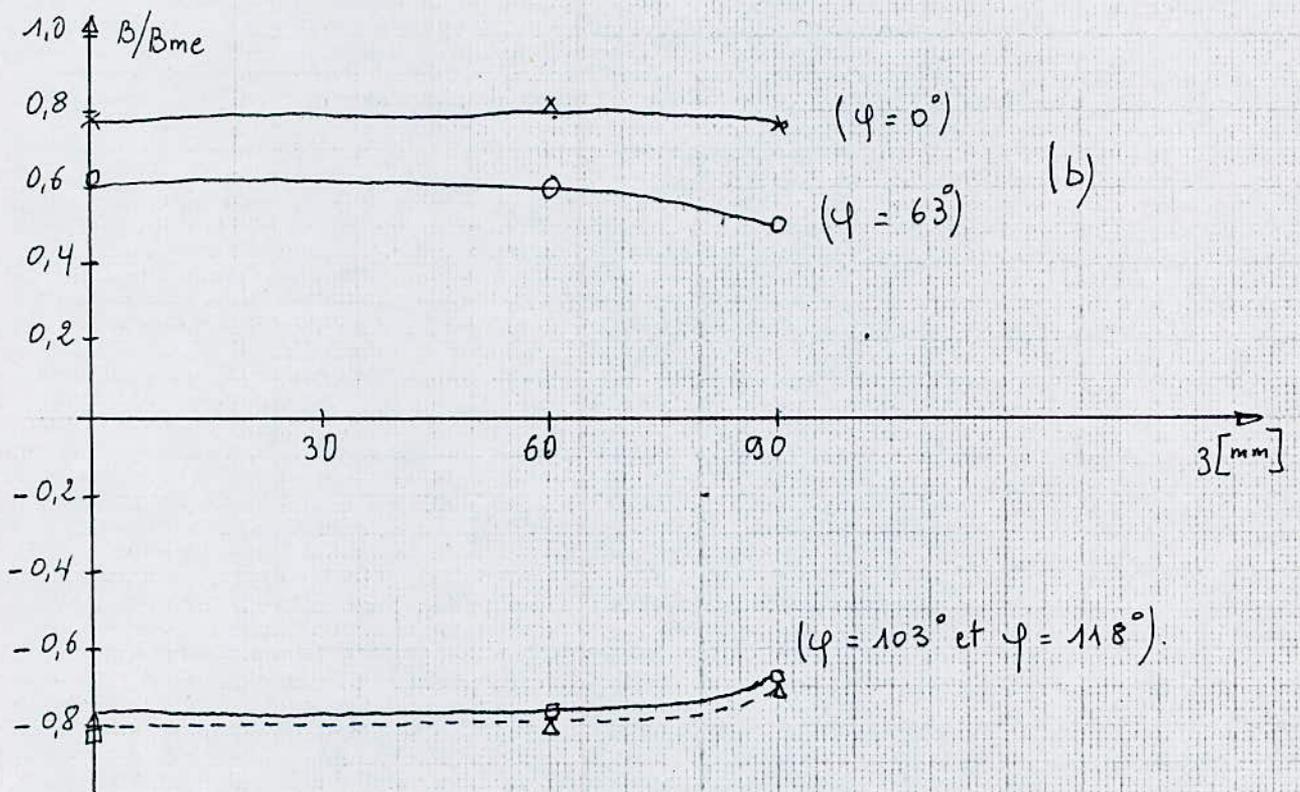
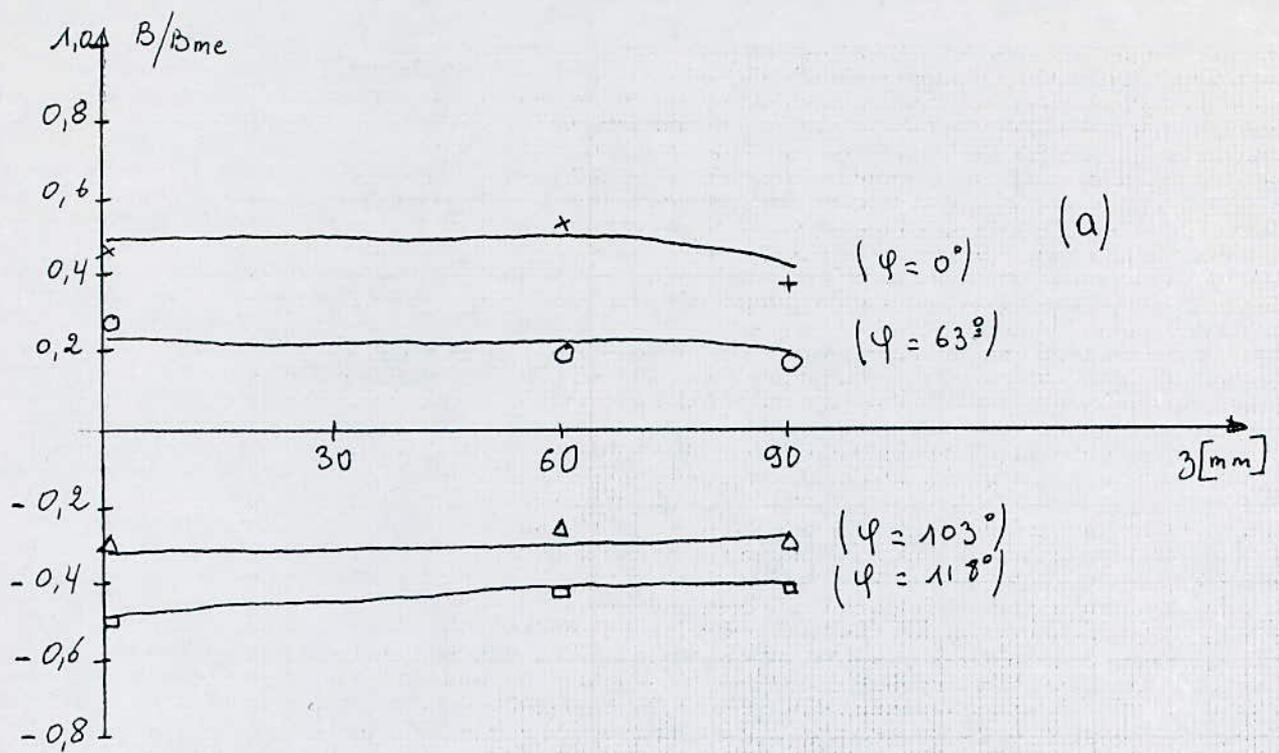


Fig: III-6

B_{me} : induction maximale mesurée dans l'entrefer. (sur le rotor)

(b) \bar{a} 5 A

(a) \bar{a} 3 A

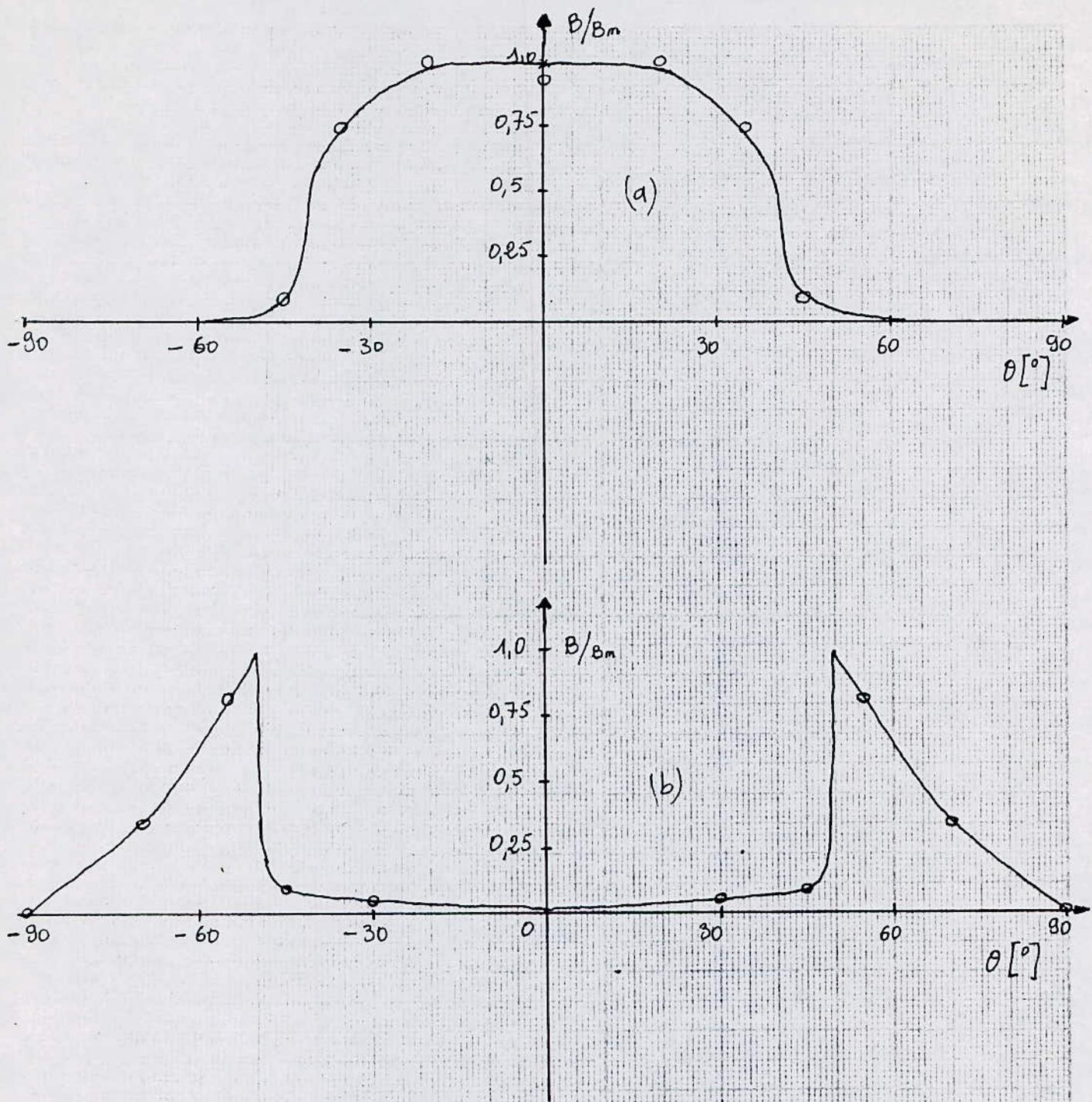


Fig: III-5

$B_r(\theta)$ sur le rotor à 5A.

-(a) Correspondant à une f.m.m. direct

-(b) " " " " en quadrature

CONCLUSION

Cette étude nous a permis de déterminer la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer d'une machine à réluctance variable pure. Elle a été faite en empruntant deux méthodes, l'une expérimentale et l'autre numérique .

L'étude expérimentale a permis un relevé localement de la distribution du champ magnétique dans la machine et la mise en évidence de certaines hypothèses simplificatrices. Il apparait deux résultats importants permettant l'adoption d'un modèle théorique.

- Les effets d'extrémités ne sont pas importants, et on peut négliger la composante axiale du champ magnétique.
- Le flux magnétique est canalisé dans le petit entrefer, et on peut admettre un flux nul dans la zone à grand entrefer.

La méthode numérique a permis de déterminer la variation de la réactance statorique en fonction de la position du rotor. Les réactances directes et en quadrature ainsi obtenues sont comparables à celles trouvées expérimentalement par d'autres auteurs. Cette méthode peut être améliorée par l'utilisation d'un sous programme accélérant la convergence.

Une étude plus complète nécessitant des essais systématiques sur différents rotors avec des moyens plus appropriés notamment des sondes à effet Hall, permettrait une généralisation de ces résultats.

annexe 1

Détermination de la perméabilité $\mu(0)$ de la machine étudiée:

Considérons le circuit magnétique, supposé sans pertes, représenté par la figure A.1a. Il est composé d'un matériau de perméabilité μ_f et d'un entrefer d'épaisseur e .

Si nous voulons le remplacer par un circuit équivalent sans entrefer (fig-A.1b) ayant les mêmes dimensions géométriques et soumis à la même f.m.m., il faudrait que la perméabilité équivalente μ_e du matériau le composant soit égale à :

$$\mu_e = \frac{\mu_f \cdot (L + e)}{L + (\mu_f / \mu_0) e}$$

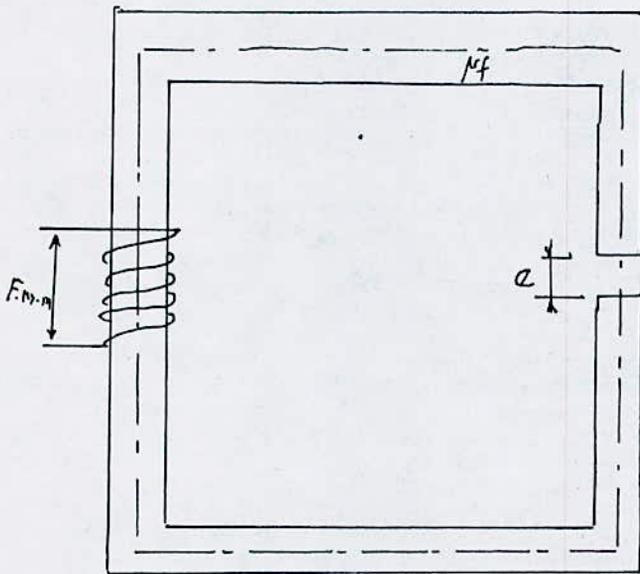


fig-A.1a Circuit magnétique avec entrefer

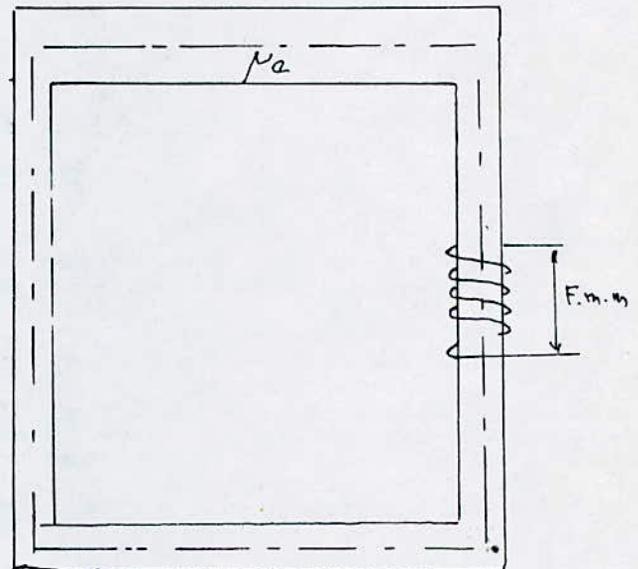


fig-A.1b Circuit magnétique sans entrefer

- Application à la machine étudiée :

La machine étudiée est représentée par la figure-A1a, mais nous pouvons la remplacer par celle équivalente représentée par la figure-A1b [5] où R2 est le rayon du rotor donné par :

$$R2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\beta/2} R' d\theta + \frac{2}{\pi} \int_{\beta/2}^{\pi/2} \frac{1}{\sin\theta} d\theta$$

Le calcul nous donne :

$$R1 = \frac{R'^2 \beta}{\pi} + \frac{2R'^2}{\pi} \sin(\beta/2) \cdot (\text{Argsh}(\text{Arcotg}(\beta/2)) - \text{Argsh}(\text{Arcotg}(\pi/2)))$$

En admettant une perméabilité infinie au stator ainsi qu'au rotor pour $r < R2$, et en supposant que les lignes de champ sont radiales, la longueur de la ligne de champ serait :

$$2g = 2[e + (R'^2 - R2)]$$

Soit μ_f , la perméabilité du fer rotorique pour $r > R2$. On peut donc calculer notre machine en admettant qu'elle possède un entrefer constant égal à g et ayant une perméabilité $\mu(\theta)$ tel que :

$$\begin{aligned} \mu(\theta) &= \mu_e = \mu_f \cdot g / (R'^2 - R1 + (\mu_f \cdot e / \mu_o)) & 0 < \theta < \beta/2 \\ \mu(\theta) &= \mu_o & \beta/2 < \theta < \pi/2 \end{aligned}$$

$\mu(\theta)$ est une fonction périodique de période π et développable en série de Fourier :

$$\mu(\theta) = \mu_m + \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n \cos 2n(\theta - \theta)$$

où :

$$\mu_m = 1/\pi [\beta(\mu_e - \mu_o) + \pi \mu_o]$$

$$\mu_n = \frac{2}{n\pi} (\mu_e - \mu_o) \cdot \sin(n\beta)$$

En se limitant au fondamental, on obtient :

$$\mu(\theta) = \frac{1}{\pi} [\beta(\mu_e - \mu_o) + \pi \mu_o] + \frac{2}{\pi} (\mu_e - \mu_o) \sin\beta \cos[2(\theta - \theta)]$$

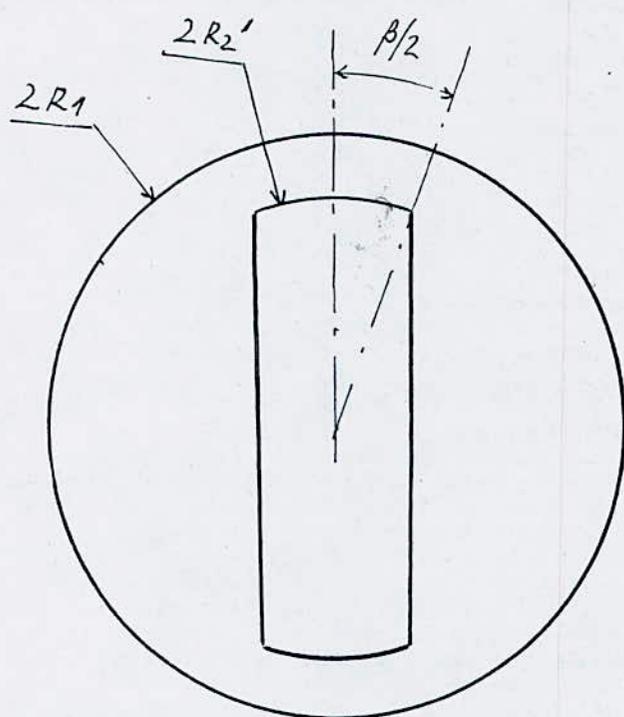


fig-A2a Machine réelle

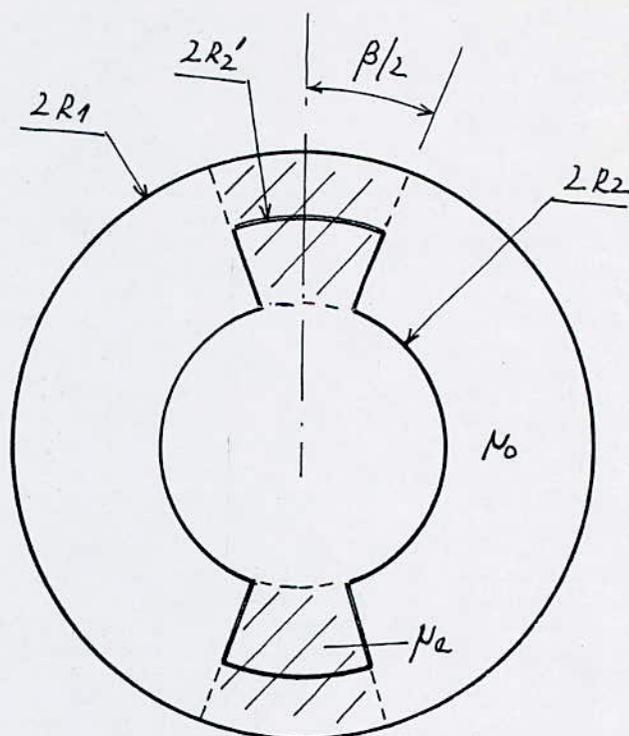


fig-A2b Modèle théorique équivalent

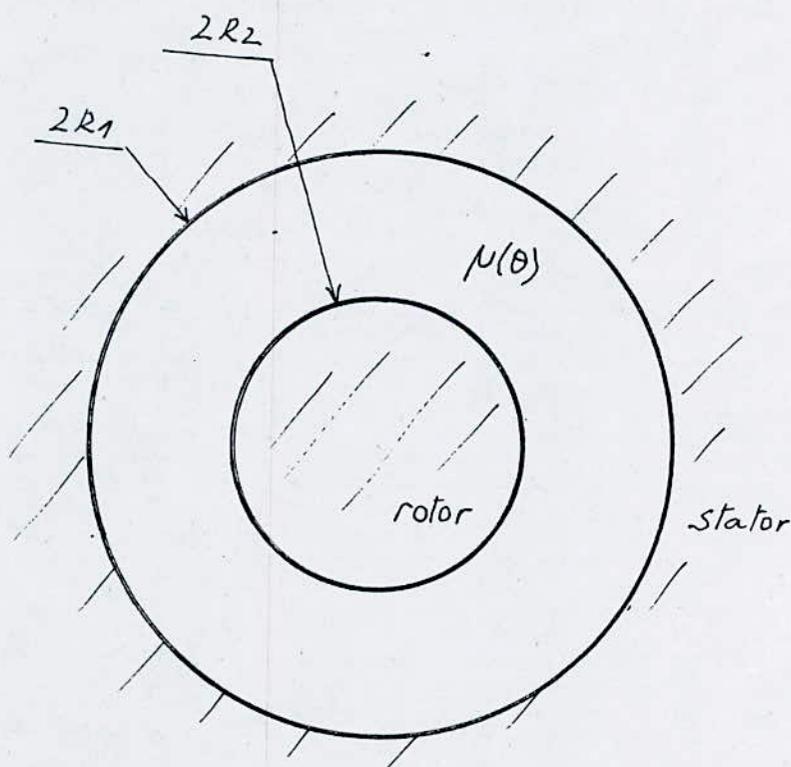


fig-A3. Modèle théorique

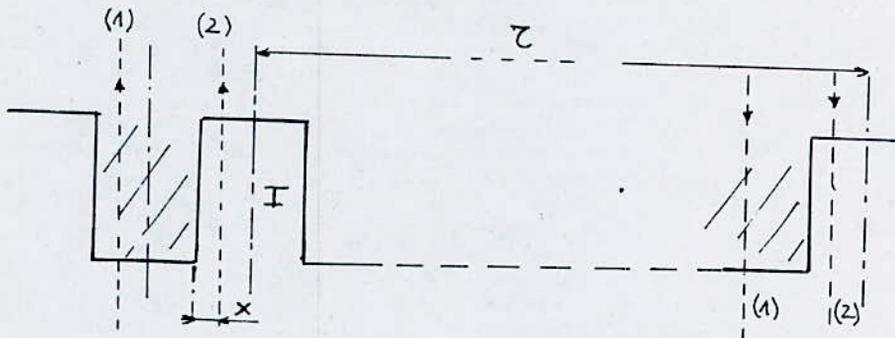
Annexe 2

Détermination de la f.m.m. due à une phase statorique

Nous admettant une distribution uniforme de courant dans une encoche,

soient

I le courant total dans une encoche,
 ξ_d la f.m.m. dans une dent précédant l'encoche,
 ξ_x la f.m.m. lors du passage du contour d'intégration par l'encoche
 τ_d le pas dentaire
 τ le pas polaire



- (1) contour correspondant à la f.m.m. sur la dent
 (2) contour correspondant à la f.m.m. lors du passage

On obtient :

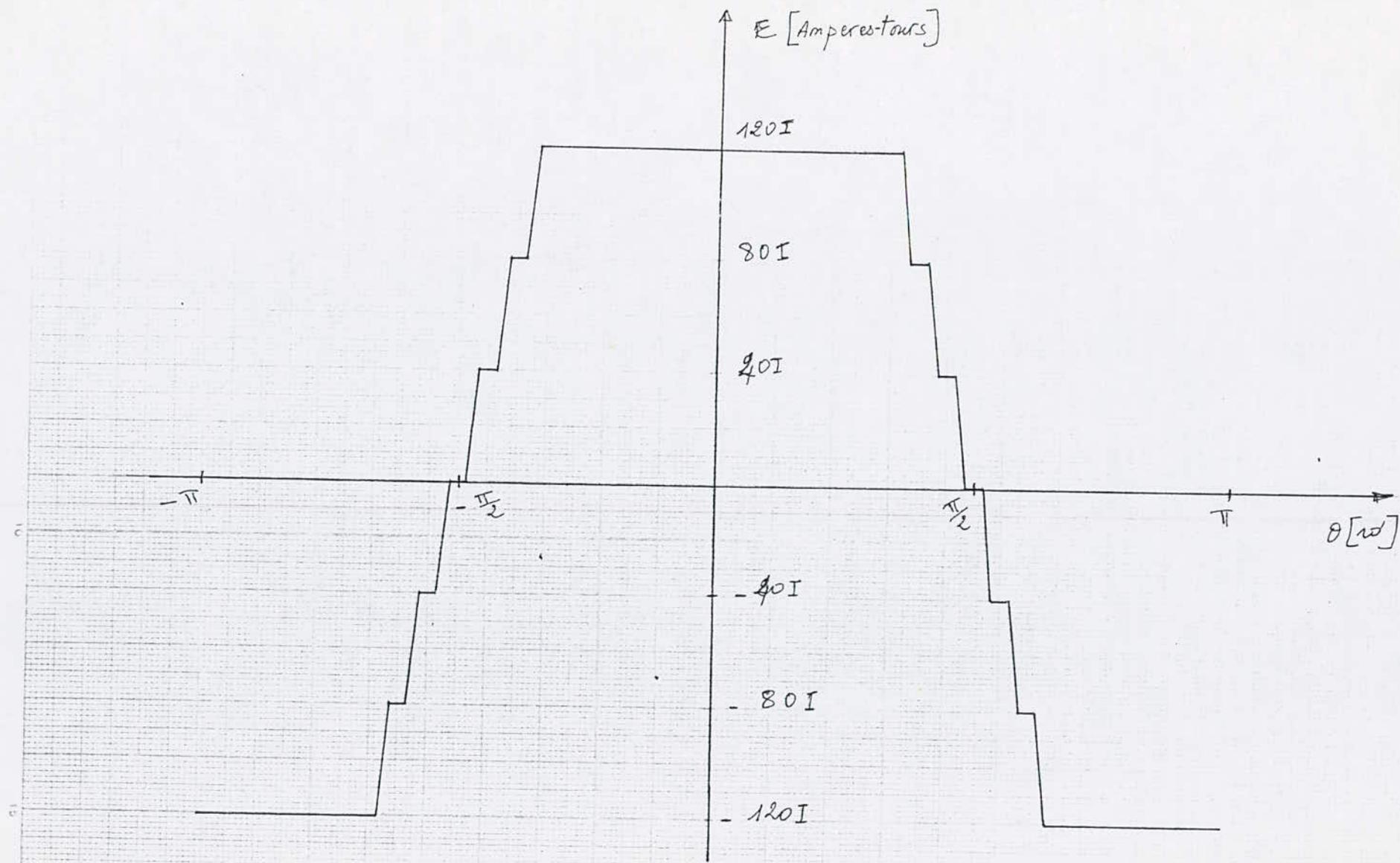
dans le cas additif

$$\xi_x = \xi_d + I / (\tau_d / 2) \cdot x + I / (\tau_d / 2) \cdot x$$

dans le cas soustractif

$$\xi_x = \xi_d - I / (\tau_d / 2) \cdot x - I / (\tau_d / 2) \cdot x$$

Ainsi la f.m.m. varie linéairement dans l'encoche. Elle est représentée par figure-A2 dans le cas de la machine étudiée.



F-m-m due à une phase.

L'allure de la f.m.m $\xi(\theta)$ ainsi obtenue peut nous renseigner sur la répartition du champ dans le faible entrefer et particulièrement à la surface du rotor où nous avons placé des bobines de mesures.

En effet, nous pouvons écrire approximativement:

$$H_r(\theta) = \xi(\theta)/2.e$$

où e représente la valeur réelle de l'entrefer.

Le développement en série de Fourier de la f.m.m $\xi(\theta)$ s'écrit sous la forme:

$$\xi(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n \cdot \theta)$$

avec

$$\begin{aligned} a_n = & -2880 \cdot I / (\pi \cdot n)^2 \cdot (\cos(n \cdot 27 \cdot \pi / 72) \\ & - \cos(n \cdot 25 \cdot \pi / 72) + \cos(n \cdot 31 \cdot \pi / 72) \\ & - \cos(n \cdot 29 \cdot \pi / 72) + \cos(n \cdot 35 \cdot \pi / 72) \\ & - \cos(n \cdot 33 \cdot \pi / 72)) \end{aligned}$$

La détermination de la f.m.m. peut nous renseigner sur la répartition du champ dans le faible entrefer et particulièrement à la surface du rotor où nous avons placé les bobines de mesure.

En effet nous pouvons écrire approximativement

$$H_r(\theta) = \frac{1}{2} \cdot e$$

Où e est l'entrefer réel de la machine.

- B I B L I O G R A P H I E -

- [1] J.LESENNE F.NOTELET G.SEGUIER
' INTRODUCTION A L'ELECTROTECHNIQUE APPROFONDIE '
Technique et documentation 1981
- [2] M.E ZAIM
' COURS DE MACHINES A COURANT ALTERNATIF '
E.N.P Année 1986 / 87
- [3] S.SEELY
' ELECTROMECHANICAL ENERGY CONVERSION '
Mc Graw-Hill book company 1962
- [4] S.DJEMAA
' COURS DE THEORIE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE '
E.N.P Année 1985 / 86
- [5] S.BOUALI A.IBOUCHOUKENE
' ETUDE DE LA MACHINE A RELUCTANCE VARIABLE NON
EXCITEE '
Projet de fin d'études promotion
Janvier 1988
- [6] K.P.P PILLAI
' TORQUE CALCULATION OF POLYPHASE RELUCTANCE
MACHINES '
I.E.E.E N° 12 Decembre 1967

[7]

S.A NASAR

' ELECTROMAGNETIC ENERGY CONVERSION DEVICES
AND SYSTEMS '

Prentice - Hall, INC

Englwood cliffs ,New Jersey 1970

[8]

R.FEYNMAN

'ELECTROMAGNETISME I et II '

1979, Inter Editions, Paris

