

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

14/80

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

100

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Electrotechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

### SUJET

Analyse de la Qualité  
du  
Réglage Numérique

Proposé par :

D<sup>r</sup> SCHREYER

Etudié par :

CHAKER Nasredine

Dirigé par :

D<sup>r</sup> SCHREYER

M<sup>r</sup> BOUCHERIT

PROMOTION : Juin 1986



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Electrotechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

### SUJET

Analyse de la Qualité  
du  
Réglage Numérique

Proposé par :  
D<sup>r</sup> SCHREYER

Etudié par :  
CHAKER Nasredine

Dirigé par :  
D<sup>r</sup> SCHREYER  
M<sup>r</sup> BOUCHERIT

PROMOTION : Juin 1986

DEDICACE

A ma mère  
A mon père  
A mes frères et sœurs  
A tous mes amis

je dédie ce modeste travail



## REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

J'adresse mes vifs remerciements à Mr. SCHREYER pour son dévouement et pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée.

Je remercie vivement Mr. BOUCHERIT pour son aide et ses suggestions.

J'ajoute ma gratitude à ma famille, à tous mes amis pour leur patience, leur bonne humeur et les encouragements qu'ils ne m'ont pas ménagés.

Je désire exprimer ma sincère reconnaissance à tous les enseignants et personnels du département ELECTROTECHNIQUE et du centre de calcul.

A tous ceux qui ont aidé à l'élaboration de ce travail, qu'ils en soient plus particulièrement remerciés.

الموضوع : تحليل نوعية الضبط العددي  
الملخص : يعدف هذا المشروع لدراسة كيفية تأثير دورة أخذ  
العينات وزمن حساب جمان الكمبيوتر على التصرف الدينامي  
لمحرك ذو التيار المستمر متحكم بواسطة الكمبيوتر.  
في الباب الأول نبين كيفية اختيار دورة أخذ العينات وتأثير  
زمن الحساب على هذه الأخيرة.  
أما الباب الثاني ، فهو مخصص لتحليل دائرة الضبط بواسطة  
التحويل Z.

SUJET : ANALYSE DE LA QUALITE DE REGLAGE NUMERIQUE

RÉSUMÉ : Ce travail consiste à étudier l'influence de  
La période d'échantillonnage et du temps de calcul du  
calculateur sur le comportement dynamique d'un moteur à  
courant continu commandé par un calculateur numérique.  
Dans la première partie, on mentionne deux méthodes pour  
le choix de la période d'échantillonnage. On présente  
également l'influence du temps de calcul sur la valeur de  
cette dernière.

La deuxième partie traite de l'analyse et la synthèse du  
circuit de réglage par la transformation en Z.

SUBJECT : ANALYSE OF QUALITY OF DIGITAL CONTROL

Abstract: This work consist to study the influence of  
sampling period and calculation time of micro computer  
on quality of digital control of small direct current motor.  
The first part present two methods for sampling period  
choice, and the influence of calculation time on this one.  
The second part treat the analysis and synthesis of  
regulating circuit by the Z. transform.



# TABLE DES MATIERES

## INTRODUCTION

### CHAPITRE I : STRUCTURE DE LA COMMANDE

#### - INTRODUCTION

#### 1.1 - POSITION DU PROBLEME

#### 1.2 - STRUCTURE DE LA COMMANDE

### CHAPITRE II : INFLUENCE DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE ET DU TEMPS DE CALCUL

#### 2.1 - INTRODUCTION

#### 2.2 - INFLUENCE DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE.

#### 2.3 - INFLUENCE DU TEMPS DE CALCUL

### CHAPITRE III : APPLICATION A LA COMMANDE D'UN MICRO-MOTEUR A COURANT CONTINU

#### 3.1 - INTRODUCTION

#### 3.2 - CARACTERISTIQUE DYNAMIQUE DU MOTEUR

#### 3.3 - SCHEMA DE COMMANDE

#### 3.4 - IDENTIFICATION DES ELEMENTS DU SYSTEME

#### 3.5 - APPLICATION DE LA COMMANDE AU MOTEUR

### CHAPITRE IV : CHOIX ET DIMENSIONNEMENT DES PARAMETRES DU SYSTEME

#### 4.1 - INTRODUCTION

#### 4.2 - CHOIX DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE

#### 4.3 - DIMENSIONNEMENT DU REGULATEUR

#### 4.4 - REPONSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR A REGLER

#### 4.5 - REPONSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR DE COMMANDE

CHAPITRE V : CALCULS ET SIMULATION NUMERIQUE

5.1. INTRODUCTION

5.2. REPONSE HARMONIQUE

5.3. LIEU DES RACINES

5.4. REPONSE INDICIELLE DE LA  
GRANDEUR A REGLER

5.5. REPONSE INDICIELLE DE LA  
GRANDEUR DE COMMANDE

5.6. EVALUATION DE LA QUALITÉ DE  
REGLAGE

5.7. SIMULATION NUMERIQUE

- CONCLUSION



## INTRODUCTION

Avec l'apparition des mini- ou micro-ordinateurs, et en particulier le développement rapide de la technologie des circuits intégrés numériques, on fait de plus en plus appel à des méthodes de commandes en Logique programmée pour le réglage de processus industriels.

En général, le temps de traitement pour les calculs est très faible par rapport à la période d'échantillonnage, de sorte que le retard introduit en réalité peut être négligé.

Dans certains cas particuliers, ce retard n'est plus négligeable et peut influencer la stabilité du système. comme exemple, on mentionne le réglage digital des machines électriques.

L'objectif principal de ce travail est d'étudier l'influence du temps de calcul sur le comportement dynamique d'un petit moteur électrique à courant continu commandé par un calculateur numérique, et les contraintes qui apparaissent en ce qui concerne le choix de la période d'échantillonnage.

Pour ce faire, on fera cette étude sur un micro-moteur à courant continu dont on tient compte des suppositions suivantes :

- système linéaire.
- système invariant.

Le premier chapitre présente la structure de la commande par calculateur numérique, le problème est également posé.

Le deuxième chapitre donne deux méthodes pour le choix de la période d'échantillonnage et présente l'influence d'un petit retard pur.

Le troisième chapitre présente l'application de la commande à un moteur à courant continu, on donne également le schéma de commande et les éléments de la boucle de commande.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse et la synthèse du circuit de réglage.

Le cinquième chapitre présente les résultats des calculs et la simulation numérique du comportement dynamique du système.

# CHAPITRE I

## STRUCTURE de La COMMANDE

### INTRODUCTION

L'hypothèse de base est que le problème concerne la régulation ou la commande d'un procédé par un calculateur numérique. L'utilisation de ces calculateurs est aujourd'hui très répandue grâce à la souplesse de la logique programmée et l'aptitude au calcul et au traitement de données.

Ces calculateurs permettent ainsi le remplacement progressif des régulateurs classiques fonctionnant de manière continue.

La prise en compte de la puissance du système à commander et du faible coût de l'ensemble, ont permis à ces installations d'avoir diverses applications industrielles.

### 1.1. POSITION du PROBLEME

L'objectif de la régulation n'est pas seulement d'obtenir la stabilité; on s'intéresse aussi à l'amortissement, au temps de réponse, à la précision, qui sont des indices de qualité.

La plupart de ces indices de qualité sont en contradiction; on sait que l'énergie qu'on peut appliquer au système ou que celui-ci peut accepter est limitée. Ainsi, pour une configuration donnée, la stabilité diminue lorsque la précision augmente, de même l'énergie appliquée au système augmente quand on veut diminuer le temps de réponse.

Afin d'obtenir une commande satisfaisant ce compromis, on doit imposer un ou plusieurs paramètres caractérisant la qualité de réglage.

Lors de la conception d'un système de réglage échantillonné, la période d'échantillonnage n'est pas connue a priori et constitue un des paramètres à déterminer.

Cependant, si la période d'échantillonnage est mal choisie, le système peut avoir une mauvaise qualité de réglage ou même être instable.



En général, on peut montrer que la qualité de réglage diminue à cause de l'échantillonnage. Un système de réglage continu donne donc presque toujours des valeurs meilleures pour la qualité de réglage qu'un système de réglage échantillonné. Dans ce contexte, on devrait donc choisir la période d'échantillonnage aussi petite que possible.

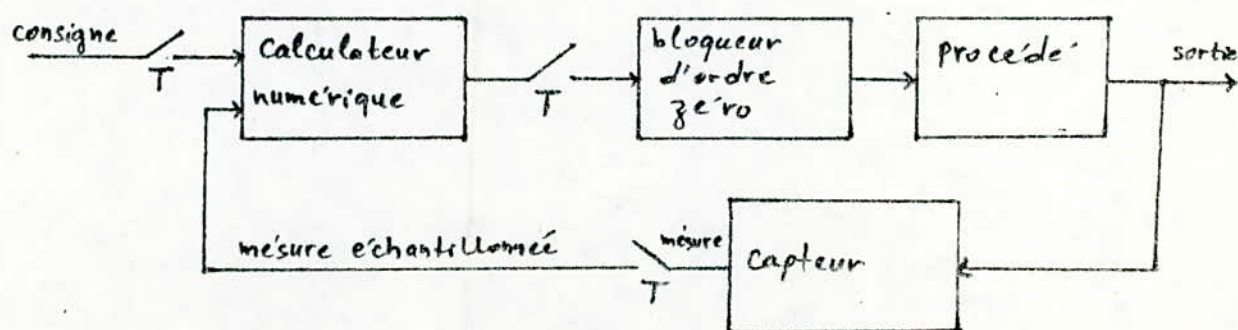
Cependant, on ne peut pas diminuer à volonté la valeur de la période d'échantillonnage. En effet, si cette dernière devient trop petite, le calculateur numérique peut être surchargé pour l'élaboration des algorithmes de réglage. En aucun cas, la période d'échantillonnage peut être inférieure au temps de calcul nécessaire.

D'autre part, en diminuant la période d'échantillonnage, la grandeur de commande maximale augmente et par conséquent aussi l'énergie que doit fournir l'organe de commande. Ce critère peut donc imposer une valeur minimale pour la période d'échantillonnage.

Dans les chapitres suivants, on étudiera l'influence de la période d'échantillonnage et du temps de calcul sur le comportement dynamique d'un système de servomécanisme dans le but est de déterminer les paramètres de la commande pour avoir une bonne qualité de réglage.

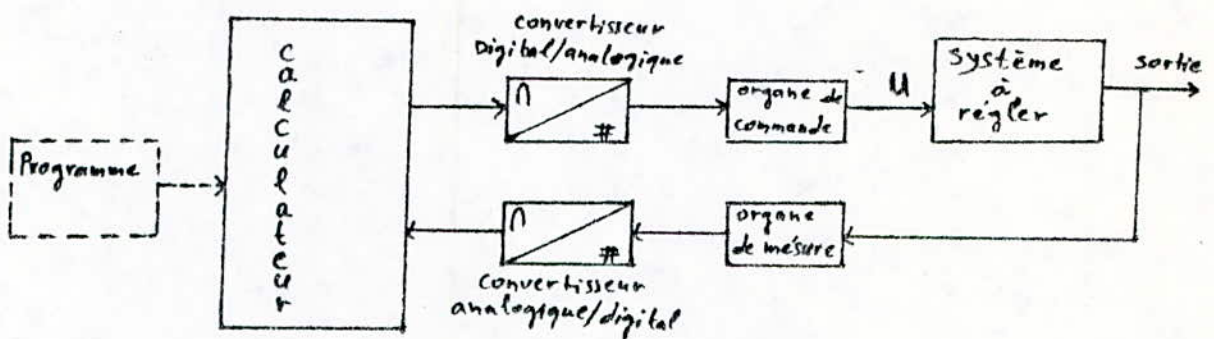
## 1.2\_ STRUCTURE de La COMMANDE

La figure ci dessous montre de manière schématique la structure d'un réglage simple.



La sortie du calculateur numérique étant un nombre défini à l'instant d'échantillonnage, il faudra placer entre celui-ci et le procédé à commander, outre le convertisseur numérique-analogique, un bloqueur que nous supposons d'ordre zéro. Le rôle de ce dernier est de conserver entre deux instants d'échantillonnage la valeur de la grandeur de commande constante et égale à celle de l'instant précédent.

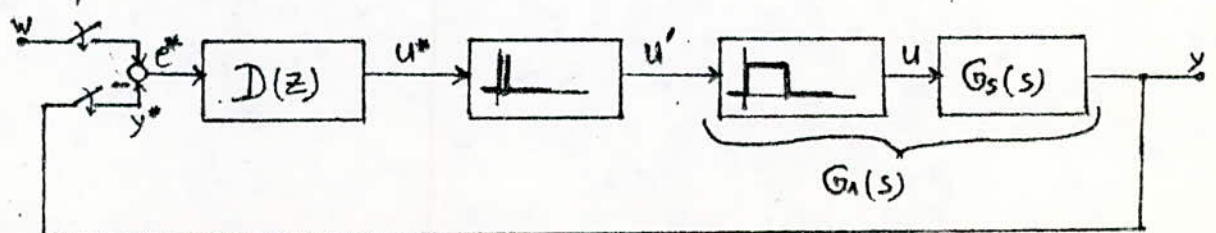
De même, l'entrée du calculateur est un nombre et il faut disposer d'un convertisseur analogique-numérique.



Le calculateur numérique élabore l'algorithme de réglage à l'aide d'un programme en déterminant la nouvelle valeur pour la grandeur de commande  $u$ . A la sortie du convertisseur digital-analogique, la grandeur analogique est amplifiée dans l'organe de commande.

Si le calculateur est par nature un système discret, son introduction dans la commande rend discret le système vu entre la sortie calculateur et les mesures échantillonnées, la boucle peut donc être considérée comme l'association de deux sous-systèmes discrets, le procédé étant un système continu discrétisé.

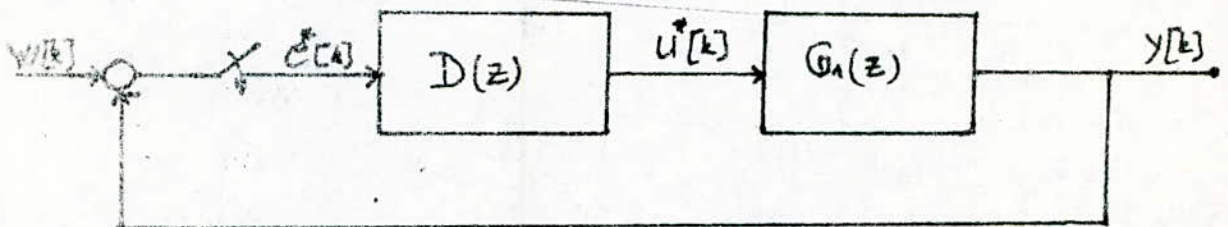
Il est donc logique de représenter ces deux sous-systèmes par des modèles discrets qu'on met en général sous la forme d'équations récurrentes.





- $V$  : grandeur de consigne .
- $y$  : grandeur à régler .
- $e$  : écart de réglage .
- $u$  : grandeur de commande .
- $G(s)$  : fonction de transfert du système à régler .
- $D(z)$  : fonction de transfert échantillonnée du régulateur .

Afin de déterminer la fonction de transfert du circuit de réglage échantillonné, on doit d'abord transformer le schéma bloc de la figure précédente. Il est possible de réunir le système à régler, le bloqueur et l'échantillonneur à pulsations en un seul bloc dont la fonction de transfert échantillonnée est  $G_A(z)$ .



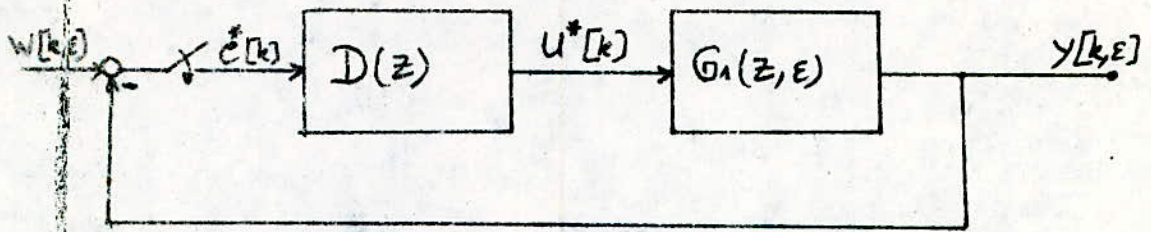
$$G_A(z) = \sum_{k=0}^{\infty} g_A(kT) z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} g_A[k] z^{-k} \quad , \quad \frac{t}{T} = k$$

$$Y(z) = U(z) \cdot G_A(z)$$

Cette relation très utile pour étudier les systèmes échantillonnés linéaires, surtout pour effectuer la synthèse des réseaux correcteurs, a cependant l'inconvénient de ne fournir que  $y(kT)$  au lieu de  $y(t)$ . En fait on ne connaît pas  $y(t)$  entre les instants d'échantillonnages, pour palier cet inconvénient on introduit la transformée en  $z$  complète.

$$G_A(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} g_A((k+\varepsilon)T) z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} g_A[k, \varepsilon] z^{-k} \quad ; \quad \text{avec } \frac{t}{T} = k + \varepsilon. \\ 0 \leq \varepsilon \leq 1.$$

Le schéma bloc précédent devient :



$$y(z, E) = \frac{D(z) \cdot G_1(z, E)}{1 + G_1(z, 0) \cdot D(z)} w(z)$$

$$G_w(z, E) = \frac{y(z, E)}{w(z)} = \frac{D(z) \cdot G_1(z, E)}{1 + G_1(z, 0) \cdot D(z)}$$

Cette dernière relation représente la fonction de transfert en boucle fermée.



## CHAPITRE II

### INFLUENCE DE LA PÉRIODE D'ÉCHANTILLONNAGE ET DU TEMPS DE CALCUL

#### 2.1. INTRODUCTION

Un circuit de réglage ne doit pas seulement être stable, mais en plus, les phénomènes transitoires lors d'une variation de la grandeur de consigne ou de la grandeur de perturbation doivent aussi être bien amortis. Dans ce contexte on devrait choisir une valeur adéquate pour la période d'échantillonnage.

#### 2.2. INFLUENCE DE LA PÉRIODE D'ÉCHANTILLONNAGE

##### 2.2.1. GÉNÉRALITÉS

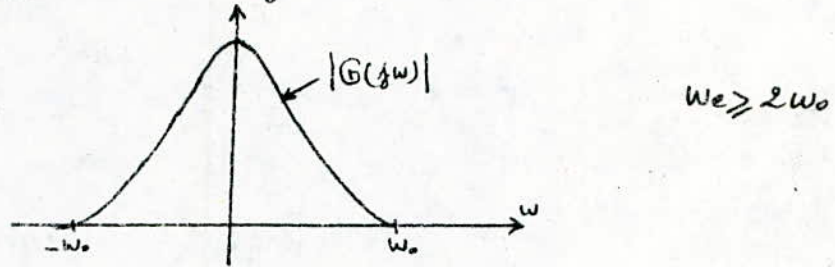
Par la suite, on mentionne quelques une des réflexions à faire pour trouver une valeur adéquate pour la période d'échantillonnage.

Un premier critère est donné par le théorème d'échantillonnage de SHANNON, un deuxième critère est donné par le comportement dynamique du circuit de réglage échantillonné.

##### 2.2.2. THÉORÈME D'ÉCHANTILLONNAGE DE SHANNON

Le but d'une structure de commande est de parvenir à imposer à certaines sorties mesurées les valeurs statiques et dynamiques désirées. Il est par conséquent évident que le comportement réel du procédé physique ne peut correspondre à l'évolution attendue que si les mesures utilisées caractérisent bien l'état du procédé; en d'autres termes, lors de l'échantillonnage d'un système continu, on doit veiller à ce que le comportement entre

deux instants d'échantillonnage soit assez bien représenté par les valeurs aux instants d'échantillonnage. Pour que cette condition soit réalisée, il faut que la pulsation d'échantillonnage  $\omega_e = 2\pi/T$  soit au moins deux fois plus grande que la plus grande des pulsations qui peuvent être transmises par le système continu. Cette dernière peut être déterminée par la réponse harmonique du système à régler.



module de la réponse harmonique en fonction de  $w$ .

Pour un système réel, le module de la réponse harmonique  $|G(jw)|$  devient nul seulement si la pulsation limite  $w_0$  tend vers l'infini. Il faut donc fixer  $w_0$  arbitrairement de manière que  $|G(jw_0)|$  soit égal ou plus petit à un seuil de 1% à 1% de sa valeur maximale.

### 2.2.3 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU CIRCUIT DE RÉGLAGE

En général, la qualité de réglage s'améliore lorsque la période d'échantillonnage diminue.

Lors de la conception d'un système de réglage échantillonné, on doit choisir d'abord la période d'échantillonnage selon le théorème de SHANNON mentionné au paragraphe précédent. Pour cette période d'échantillonnage, on évalue ensuite la qualité de réglage (dépassement, temps de montée, temps d'établissement). On répète alors le même calcul pour des valeurs de  $T$  plus petites. On constatera en général que, à partir d'une certaine valeur de la période d'échantillonnage  $T$ , la qualité de réglage ne varie plus de manière importante. Ainsi, on obtient une valeur "optimale" pour la période d'échantillonnage.

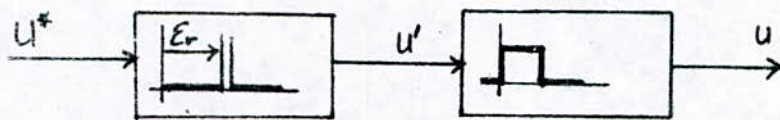


Cependant, il est possible que la grandeur de commande devienne trop élevée lorsqu'on choisit une période d'échantillonnage trop petite, donc; il est indispensable de choisir judicieusement la période d'échantillonnage de sorte que la valeur maximale de la grandeur de commande reste dans les limites admissibles.

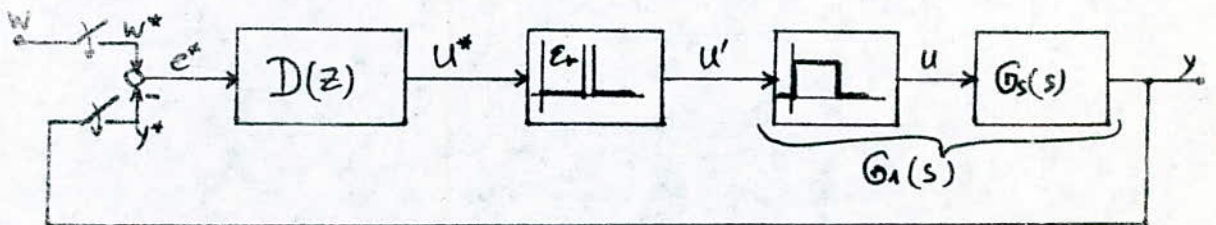
Par contre, si la période d'échantillonnage est trop grande, il est possible que des variations de la grandeur de perturbation ne soient pas détectées assez rapidement, ce qui peut conduire à une diminution de la qualité de réglage. En plus, pour une période d'échantillonnage trop élevée, on peut obtenir des variations importantes de la grandeur à régler entre les instants d'échantillonnages, ce qui dégrade la qualité de réglage.

### 2.3 - INFLUENCE DU TEMPS DE CALCUL

Si le retard dû à l'élaboration de l'algorithme de réglage n'est pas négligeable, on peut le prendre en considération par un échantillonneur à pulsations dont l'impulsion est retardée de  $E_r = t_c/T$  par rapport aux instants d'échantillonnage.



Ainsi, le schéma bloc prend la forme suivante :

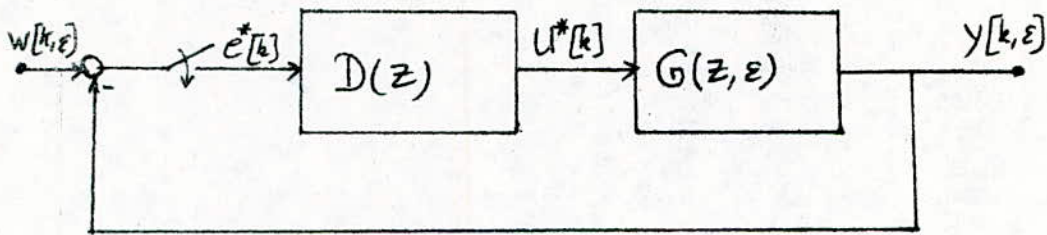


Le théorème du retard nous donne la transformée en Z du système avec le retard pur ;

$$G(z, \varepsilon) = z^{-1} G_1(z, 1 + \varepsilon - E_r) \quad ; \quad 0 \leq \varepsilon \leq E_r$$

$$G(z, \varepsilon) = G_1(z, \varepsilon - E_r) \quad ; \quad E_r \leq \varepsilon \leq 1 + E_r$$

En tenant compte du retard  $E_r$ , Le schéma bloc réduit devient :



La fonction de transfert par rapport à la grandeur de consigne  $w$  est :

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{y(z, \varepsilon)}{w(z)} = \frac{D(z) \cdot G(z, \varepsilon)}{1 + D(z) \cdot G(z, 0)}$$

La fonction de transfert en boucle fermée prend la forme suivante :

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{z^{-1} G(z, 1 + \varepsilon - E_r) \cdot D(z)}{1 + z^{-1} G(z, 1 - E_r) \cdot D(z)} \quad ; \quad 0 \leq \varepsilon \leq E_r$$

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{G(z, \varepsilon - E_r) \cdot D(z)}{1 + z^{-1} G(z, 1 - E_r) \cdot D(z)} \quad ; \quad E_r \leq \varepsilon \leq 1 + E_r$$

Dans l'étude théorique, nous avons retenu ce schéma bloc réduit pour l'analyse du circuit de réglage échantillonné.



# CHAPITRE III

## APPLICATION A LA COMMANDE D'UN MICRO-MOTEUR A COURANT CONTINU

### 3.1- INTRODUCTION

Pour cette application pratique, nous prenons un système qui a été déjà l'objet d'une étude dans le but est de réaliser un système de servomécanisme [2]. Ainsi, nous prenons le même micro-moteur et les mêmes éléments de la boucle de commande. Ces derniers ont été déjà identifiés.

### 3.2- CARACTÉRISTIQUE DYNAMIQUE DU MOTEUR

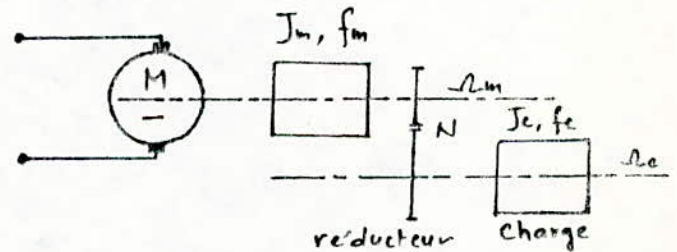
La commande se fait par la tension d'induit, l'excitation étant constante.

EQUATIONS de base :

$$T = K \cdot I$$

$$E = K \cdot \Omega$$

rapport de réduction :  $1/N$



Le couple résistant ainsi que les coefficients de frottements et d'inertie ramenés sur l'arbre du moteur sont :

$$T'_c = T_c / N ; \text{ où } T_c \text{ est le couple résistant de la charge.}$$

$$f_t = f_m + f_c / N^2$$

$$J_t = J_m + J_c / N^2$$

$$\text{équation mécanique : } T_m = J_t \frac{d\Omega_m}{dt} + f_t \Omega_m + T'_c / N$$

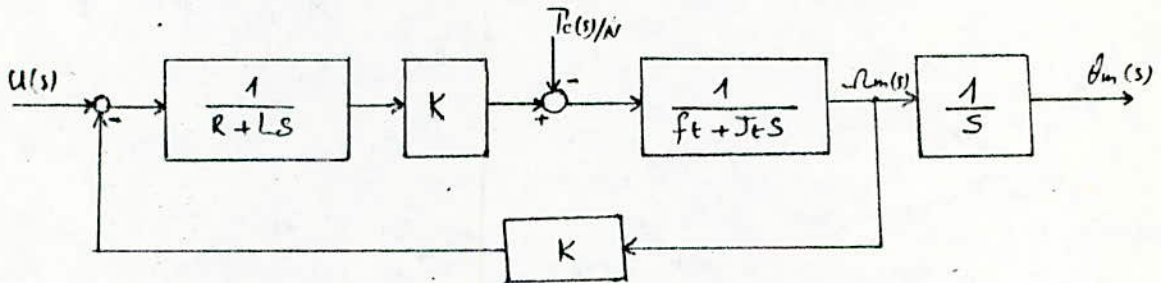
$$\text{équation électrique : } U = R \cdot I + L \frac{dI}{dt} + E$$

L'application de la transformation de LAPLACE nous donne :

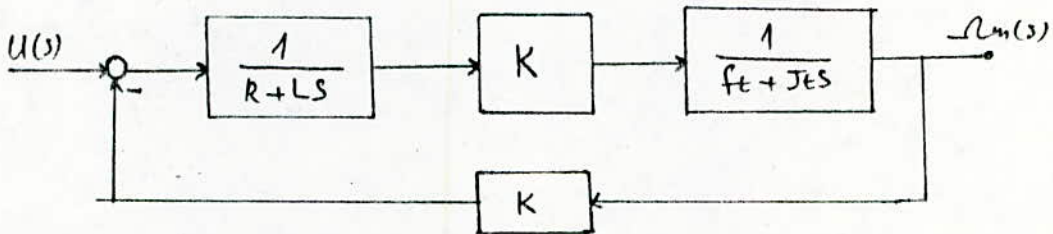
$$T_m(s) = J_e s \Omega_m(s) + f_t \Omega_m(s) + T_c(s)/N$$

$$U(s) = R \cdot I(s) + L S I(s) + E(s)$$

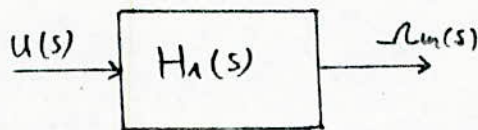
Ces équations permettent de donner le diagramme structurel suivant:



La fonction de transfert relative à l'entrée principale est obtenue à partir du schéma bloc suivant:



Ce schéma bloc peut être simplifié de la manière suivante:



$$H_1(s) = \frac{K_m}{(1 + T_m s)} \quad ; \quad \text{avec : } K_m = \frac{K/R}{f_t + K^2/R} \quad \text{et } T_m = \frac{J_e}{f_t + K^2/R}$$

dans le cas pratique  $\frac{K^2}{R} \gg f_t$  ; ainsi on aura :

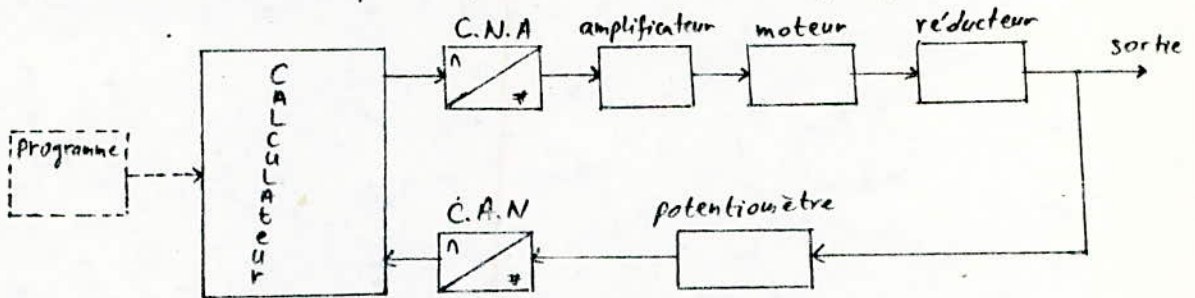
$$K_m = \frac{1}{K} \quad \text{et } T_m = \frac{R J_e}{K^2}$$

pour le réglage de la position, la fonction de transfert du système à régler prend la forme suivante:

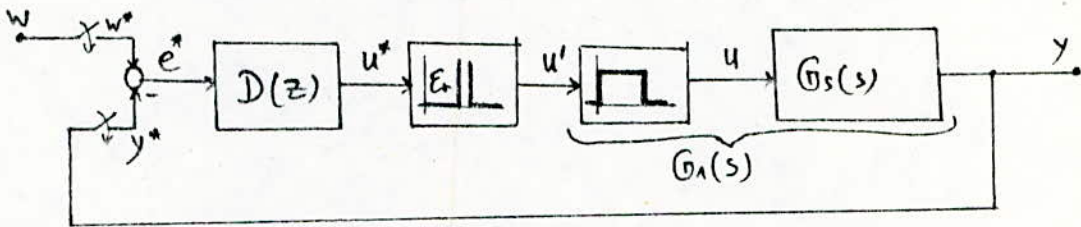
$$H_2(s) = \frac{\theta_m(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)}$$

### 3.3 - SCHEMA DE COMMANDE

Le schéma de principe du circuit de réglage est :



Ce dernier peut être transformé pour donner le schéma bloc suivant :



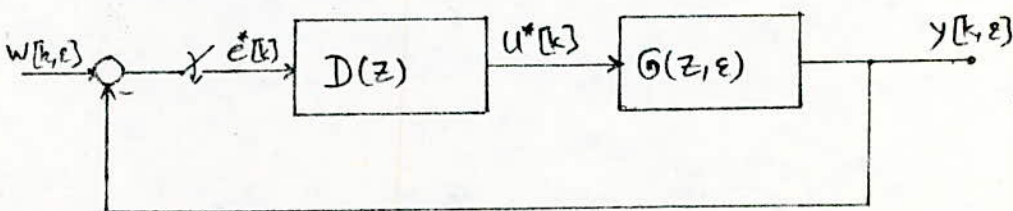
La fonction de transfert du système à régler prend la forme

$$G_s(s) = \frac{k}{s(1+T_m s)} ; \text{ avec } k = K_m \cdot K_{\text{ampli}} \cdot K_{\text{red}} \cdot K_{\text{pot}}$$

La fonction de transfert du bloqueur étant :

$$B_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

Le schéma bloc montre clairement la structure d'un système bouclé, pour l'analyse de ce circuit, il est nécessaire de le mettre sous une forme plus simple.



Ce schéma bloc réduit permet maintenant le traitement analytique par la transformation en z.



### 3.4 - IDENTIFICATION DES ÉLÉMENTS DU SYSTÈME

#### 3.4.1 - L'AMPLIFICATEUR :

Le gain de celui-ci est :  $K_{ampLi} = 3$ .

#### 3.4.2 - MOTEUR :

moteur à courant continu de faible puissance à excitation indépendante.

\* excitation : tension 12v.

courant 0,25A.

coefficient de F.C.E.M:  $K = 0,053 \text{ MKSA}$ .

\* induit : résistance : 4,2  $\Omega$

moment d'inertie total :  $J_t = 133,8 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

coefficient de couple :  $K = 0,053 \text{ MKSA}$ .

\* constante du moteur :  $K_m = 18,87$

\* constante de temps mécanique :  $T_m = \frac{RJ_t}{K^2} = 0,2 \text{ s}$ .

#### 3.4.3 - POTENTIOMÈTRE :

\* résistance maximale : 10 k $\Omega$

\* nombre de tours : 10

\* alimentation : 5v.

\* type : Linéaire.

\* gain :  $K_{pot} = \frac{5}{20 \cdot \pi} = 0,0796 \text{ v/rd}$ .

#### 3.4.4 - RÉDUCTEUR

\* première poulie (montée sur l'arbre du moteur) :  $r = 2 \text{ cm}$ .

\* deuxième poulie (montée sur l'arbre du potentiomètre) :  $R = 6,2 \text{ cm}$ .

\* gain :  $K_{red} = \frac{r}{R} = 0,317$ .

gain total de la boucle :  $k = K_m \cdot K_{ampLi} \cdot K_{red} \cdot K_{pot}$

$$k = 1,428.$$



### 3.5. APPLICATION DE LA COMMANDE AU MOTEUR

Afin de déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée, nous devons d'abord exprimer la fonction de transfert du système à régler dans le domaine  $z$ .

La fonction de transfert du système étant :

$$G_s(s) = \frac{k}{s(1+T_m s)}$$

Celle du bloqueur d'ordre zéro est :

$$B_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

Ainsi,

$$G_1(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot G_s(s)$$

La méthode de la transformation en  $z$  nous donne la fonction de transfert échantillonnée correspondant à  $G_1(s)$  :

$$G_1(z, \varepsilon) = \frac{z-1}{z} \left[ \frac{kTz[Ez + (1-E)]}{(z-1)^2} - \frac{kT_m z}{z-1} + \frac{kT_m z}{z - e^{-T/T_m}} e^{-\varepsilon T/T_m} \right]$$

cette relation peut être mise sous la forme suivante :

$$G_1(z, \varepsilon) = \frac{Q(z, \varepsilon)}{P(z)} = \frac{d_2(\varepsilon)z^2 + d_1(\varepsilon)z + d_0(\varepsilon)}{(z-1)(z-z_i)} \quad ; \text{ avec :}$$

$$z_i = e^{-T/T_m}$$

$$d_2(\varepsilon) = k [T\varepsilon + T_m(z_i^\varepsilon - 1)]$$

$$d_1(\varepsilon) = k [T(1 - e - z_i^\varepsilon) + T_m(1 + z_i - 2z_i^\varepsilon)]$$

$$d_0(\varepsilon) = k [-Tz_i(1 - e) + T_m(z_i^\varepsilon - z_i)]$$

d'où

$$Q(z, \varepsilon) = d_2(\varepsilon)z^2 + d_1(\varepsilon)z + d_0(\varepsilon)$$

$$P(z) = (z-1)(z-z_i)$$

$G_1(z, \varepsilon)$  étant la fonction de transfert échantillonnée du système à régler avec le bloqueur sans tenir compte du temps de calcul.

### FONCTION DE TRANSFERT EN TENANT COMPTE DU TEMPS DE CALCUL

Compte tenu des déductions faites dans les chapitres précédents; et en présence d'un retard pur  $E_r$ , la fonction de transfert du système à régler prend la forme:

$$G(z, \varepsilon) = z^{-1} G_1(z, 1 + \varepsilon - E_r) \quad ; \quad 0 \leq \varepsilon \leq E_r$$

$$G(z, \varepsilon) = G_1(z, \varepsilon - E_r) \quad ; \quad E_r \leq \varepsilon \leq 1 + E_r$$

d'où

$$G(z, \varepsilon) = \frac{Q(z, 1 + \varepsilon - E_r)}{z P(z)} \quad ; \quad 0 \leq \varepsilon \leq E_r$$

$$G(z, \varepsilon) = \frac{Q(z, \varepsilon - E_r)}{P(z)} \quad ; \quad E_r \leq \varepsilon \leq 1 + E_r.$$



## CHAPITRE IV

### CHOIX ET DIMENSIONNEMENT DES PARAMÈTRES DU SYSTÈME

#### 4.1. INTRODUCTION

Un système échantillonné est stable si les pôles  $Z_i$  de la fonction de transfert échantillonnée sont situés à l'intérieur d'un cercle unité. Dans la pratique on ne s'intéresse pas uniquement à la stabilité, on désire aussi une bonne qualité de la stabilité, c'est à dire un bon amortissement des phénomènes transitoires. Il ne suffit donc pas seulement d'analyser la stabilité. Le problème se situe plutôt au niveau de la synthèse du régulateur discret.

#### 4.2. CHOIX DE LA PÉRIODE D'ÉCHANTILLONNAGE

Pour pouvoir appliquer le théorème d'échantillonnage de SHANNON, on doit déterminer le module de la réponse harmonique en fonction de la pulsation  $\omega$  du système à régler. La figure 1 montre cette réponse ;  $\omega_0$  correspond à la largeur de bande pour laquelle on a fixé  $|G_s(j\omega)| = 1\%$ .

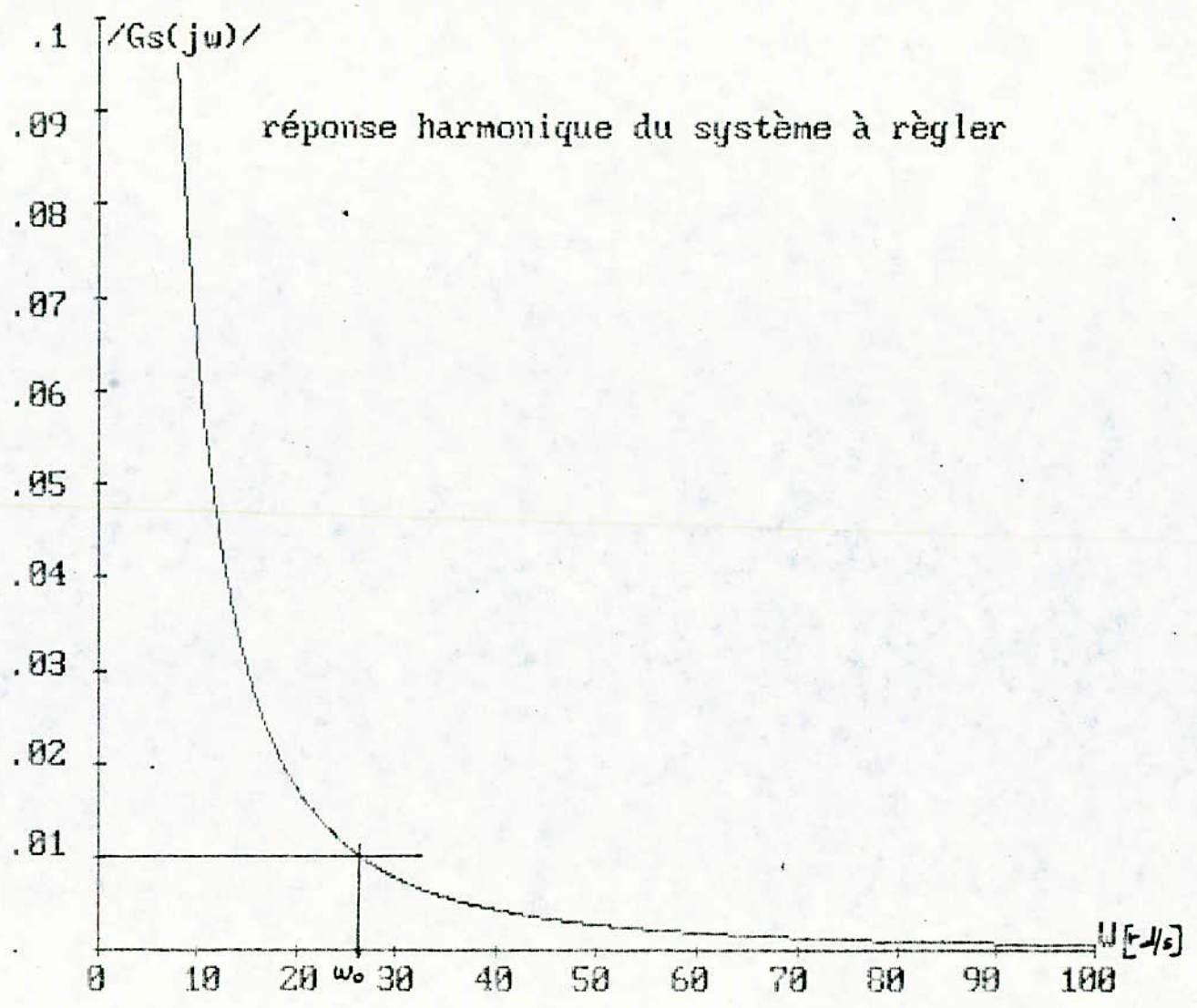
A partir de la relation  $\omega_e \geq 2\omega_0$ , on obtient :  $T \leq 0,1s$  ou

$$T \leq \frac{T_m}{2}$$

#### 4.3. DIMENSIONNEMENT DU RÉGULATEUR

##### 4.3.1. CHOIX DU RÉGULATEUR

Le choix et le dimensionnement du régulateur est basé sur le principe de la compensation des pôles du système à régler par les zéros du régulateur. [1].

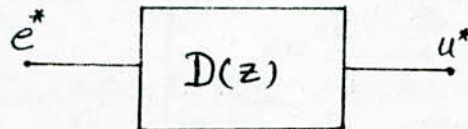


réponse harmonique du système à régler

fig. 1



Lorsqu'on exige que l'écart de réglage s'annule pour une consigne en échelon unitaire, il n'est pas nécessaire que le régulateur possède un comportement intégral car ce dernier existe dans le système à régler. On doit donc choisir un régulateur du type P.D.



La relation de base d'un tel régulateur est:

$$u^*[k] = K_p e^*[k] + K_d (e^*[k] - e^*[k-1])$$

Le premier terme correspond au comportement proportionnel, tandis que le deuxième terme correspond au comportement dérivateur.

Lorsqu'on soumet la relation précédente à la transformation en  $z$ , on obtient la fonction de transfert du régulateur P.D.

$$D(z) = \frac{u^*(z)}{E^*(z)} = K_p + K_d \frac{z-1}{z}$$

Cette dernière peut être exprimée aussi sous la forme :

$$D(z) = \frac{b_1 z + b_0}{z} \quad ; \quad \text{avec : } b_1 = K_p + K_d \quad \text{et} \quad b_0 = -K_d$$

ou encore ; 
$$D(z) = \frac{S(z)}{R(z)} \quad , \quad \text{avec} \quad S(z) = b_1 z + b_0 \quad \text{et} \quad R(z) = z$$

pour compenser les pôles du système à régler par les zéros du régulateur, on doit poser:

$$S(z) = K P'(z) \quad ; \quad \text{avec} \quad P'(z) = (z - z_i) \quad \text{où} \quad z_i = e^{-T/T_m}$$

Le dénominateur de la fonction de transfert du système à régler étant :

$$P(z) = (z-1) P'(z)$$

de la condition précédente, on tire :

$$K_p = K(1 - z_i)$$

$$K_d = K z_i$$

où  $K$  est un coefficient de proportionnalité qui devra être

déterminé afin que le circuit de réglage soit stable et bien amorti.

#### 4.3.2 - RECHERCHE DE L'ÉQUATION CARACTÉRISTIQUE

A partir du schéma bloc réduit, on tire la fonction de transfert du circuit de réglage ouvert :

$$G_o(z, 0) = D(z) \cdot G(z, 0) = \frac{S(z)}{R(z)} \cdot \frac{Q(z, 1-E_r)}{z \cdot P(z)}$$

Le régulateur est déterminé à un facteur de proportionnalité  $K$  près. Ainsi, la fonction de transfert en boucle ouverte prend la forme

$$G_o(z, 0) = K \frac{Q(z, 1-E_r)}{z^2(z-1)} \quad \text{où} \quad Q(z, 1-E_r) = d_2 z^2 + d_1 z + d_0$$

avec :

$$d_2 = d_2(1-E_r) = k \left[ T(1-E_r) + T_m(z_i^{1-E_r} - 1) \right]$$

$$d_1 = d_1(1-E_r) = k \left[ T(E_r - z_i(1-E_r)) + T_m(1 + z_i - 2z_i^{1-E_r}) \right]$$

$$d_0 = d_0(1-E_r) = k \left[ -T z_i E_r + T_m(z_i^{1-E_r} - z_i) \right]$$

ainsi :

$$G_o(z, 0) = K \frac{d_2 z^2 + d_1 z + d_0}{z^2(z-1)}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte  $G_o(z, 0)$  intervient dans l'équation caractéristique, cette dernière a la forme suivante :

$$1 + G_o(z, 0) = 0$$

à partir de cette relation, on tire :

$$z^3 + (Kd_2 - 1)z^2 + Kd_1 z + Kd_0 = 0$$

on obtient une information immédiate sur la qualité de la stabilité lorsqu'on calcule directement les racines de l'équation caractéristique ou en traçant le lieu des racines.



### 4.3.3 - DIMENSIONNEMENT DU RÉGULATEUR

#### 4.3.3.1 - APPLICATION DU CRITÈRE SUR LA MARGE DE PHASE

Ce critère se base sur certaines propriétés que la réponse harmonique du circuit de réglage ouvert doit respecter afin que le circuit de réglage fermé soit stable et bien amorti.

En général, on envisage de respecter une marge de phase de  $60^\circ$ , par contre la marge de gain doit respecter la condition :

$$G_m \leq 0,2 \dots 0,5.$$

Dans ce cas, le coefficient de proportionnalité  $K$  est donné par :

$$K = \frac{1}{|F(j\Omega_{120})|}$$

où

$|F(j\Omega_{120})|$  représente le module de la réponse harmonique échantillonnée en boucle ouverte pour une marge de phase de  $60^\circ$ .

#### 4.3.3.2 - APPLICATION de LA MÉTHODE DU LIEU DES RACINES

Une autre possibilité pour déterminer le facteur de proportionnalité  $K$  du régulateur consiste dans l'application de la méthode du lieu des racines en combinaison avec l'amortissement relatif optimal.

##### a/ Amortissement relatif optimal

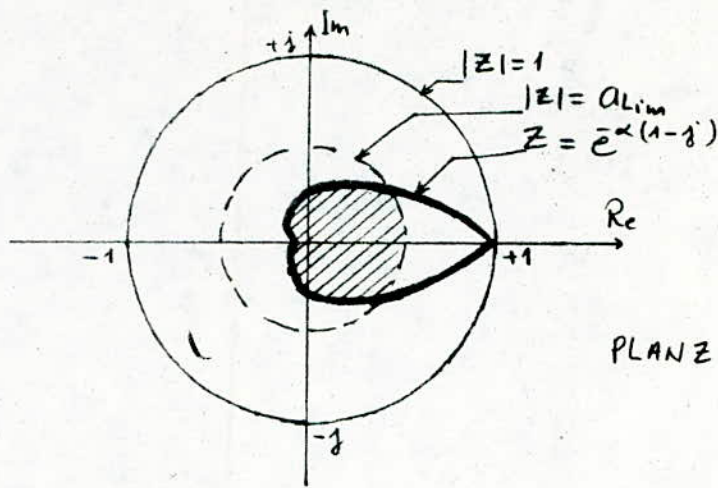
Dans le plan  $S$ , les pôles s'expriment par :  $S_i = -\alpha \pm j\beta$ .

Dans le plan  $Z$ , ces pôles prennent la forme :  $Z_i = e^{-\alpha \pm j\beta}$ .

Pour un amortissement relatif optimal, on choisit normalement,

$\alpha = \beta$ . Ainsi, les pôles deviennent :  $Z_i = e^{-\alpha(1 \pm j)}$ .

en variant  $\alpha = \beta$  entre 0 et  $\pi$ , on obtient le lieu des pôles représenté par la courbe en trait plein de la figure suivante :



domaine des pôles pour un amortissement relatif optimal

### b/ amortissement absolu minimal

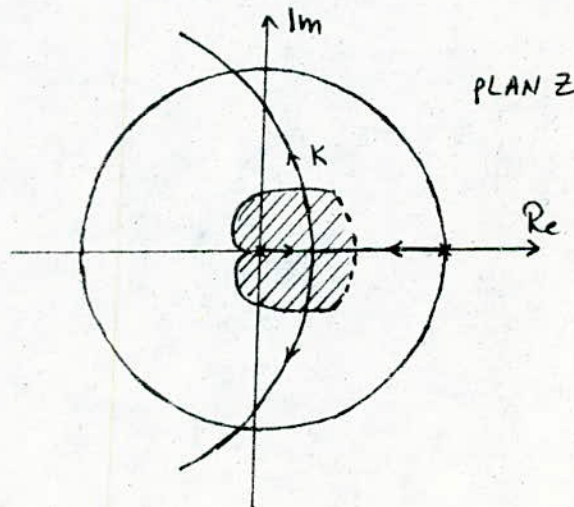
souvent, il ne suffit pas d'imposer un amortissement relatif optimal afin d'obtenir un amortissement suffisant. En effet, on doit aussi observer un amortissement absolu minimal selon la condition :  $\bar{e}^d \leq a_{lim}$

où la valeur  $a_{lim}$  est en général située entre 0,4 et 0,6.

afin de garantir un amortissement suffisant, il est indispensable que les pôles soient situés à l'intérieur de la surface hachurée.

on peut alors construire graphiquement le lieu des racines ou calculer les racines de l'équation caractéristique dans laquelle  $K$  est considéré comme un paramètre.

On obtient ainsi le lieu des racines comme le montre de manière schématique la figure ci-dessous :



détermination du facteur de proportionnalité  $K$  par la méthode du lieu des racines



Pour l'application de la méthode de la marge de phase, nous avons élaboré un programme qui permet de tracer la réponse harmonique pour plusieurs valeurs du retard  $E_n$  et pour les différentes valeurs de la période d'échantillonnage.

Nous avons également élaboré un programme permettant le tracé du lieu des racines dans le plan  $Z$ ; un autre programme permet de calculer le coefficient de proportionnalité Karo correspondant à un amortissement relatif optimal pour plusieurs valeurs de  $E_n$  et de la période d'échantillonnage  $T$ .

#### 4.3.4 - REPONSE HARMONIQUE

Pour appliquer le critère sur la marge de phase, on doit d'abord calculer la réponse harmonique de  $F(z) = Q_0(z)/P_0(z)$  avec:  $Q_0(z) = d_2 z^2 + d_1 z + d_0$  et  $P_0(z) = z^2(z-1)$ .

Dans le cas présent on obtient:

$$F(z) = \frac{d_2 z^2 + d_1 z + d_0}{z^2(z-1)}$$

avec  $z = \cos \Omega + j \sin \Omega$ , la réponse harmonique devient:

$$F(j\Omega) = \frac{(d_2 \cos 2\Omega + d_1 \cos \Omega + d_0) + j(d_2 \sin 2\Omega + d_1 \sin \Omega)}{(\cos 3\Omega - \cos 2\Omega) + j(\sin 3\Omega - \sin 2\Omega)}$$

Le programme N°1 (voir Annexe) permet de tracer les courbes de la réponse harmonique dans le plan complexe.

#### 4.3.5 - LIEU DES RACINES

Pour appliquer la méthode du lieu des racines, on peut calculer les racines de l'équation caractéristique qui, dans le cas présent,

prend la forme

$$z^3 + (Kd_2 - 1)z^2 + Kd_1 z + Kd_0 = 0$$

ou encore;  $z^3 + A_1 z^2 + A_2 z + A_3 = 0$ ; avec:

$$A_1 = Kd_2 - 1 \quad ; \quad A_2 = Kd_1 \quad ; \quad A_3 = Kd_0$$

Le coefficient  $K$  est à considérer comme un paramètre. Étant donné que l'équation caractéristique est ici du troisième ordre, on obtient les racines par :

$$Z_{2,3} = \frac{-(A_1 + Z_1)}{2} \pm \sqrt{\frac{(A_1 + Z_1)^2}{4} - \frac{A_3}{Z_1}}$$

où  $Z_1$  représente la racine réelle.

Le programme N°2 permet de tracer le lieu des racines dans le plan  $Z$  pour plusieurs valeurs du retard  $\tau$ .

#### 4.3.6 - AMORTISSEMENT RELATIF OPTIMAL

afin de déterminer le coefficient  $K$ , on fera appel à l'amortissement relatif optimal. Ce critère exige que les deux racines complexes conjuguées doivent se trouver sur la courbe donnée par la relation

$$Z = e^{-\alpha(1 \pm j)}$$

Lorsqu'on pose  $\Omega_0 = \alpha T = \beta T$ , on obtient les pôles  $Z_{\text{opt}}$  pour l'amortissement relatif optimal

$$Z_{\text{opt}} = e^{-\Omega_0} (\cos \Omega_0 \pm j \sin \Omega_0)$$

Le coefficient  $K$  doit donc être déterminé de sorte que  $Z_{2,3} = Z_{\text{opt}}$ . Ceci permet d'établir une formule récursive relativement simple. Pour la valeur absolue des pôles, on obtient la relation

$$|Z_{2,3}| = \sqrt{\frac{-A_3}{Z_1}} = |Z_{\text{opt}}| = e^{-\Omega_0}$$

d'où

$$\Omega_0 = -\ln \sqrt{\frac{-A_3}{Z_1}} \quad (*)$$

L'égalité des parties réelles impose que :

$$\frac{A_1 + Z_1}{2} + e^{-\Omega_0} \cos \Omega_0 = 0 \quad (**)$$



Il est possible de résoudre les relations (\*) et (\*\*\*) de manière itérative.

Le programme N° 3 permet; à partir du lieu des racines, de calculer le coefficient K correspondant à un amortissement relatif optimal.

#### 4-4- REPONSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR A REGLER

Pour déterminer la réponse indicielle de la grandeur à régler, il est indispensable de connaître la fonction de transfert en boucle fermée. Cette dernière prend la forme:

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{K Q(z, 1 + \varepsilon - \varepsilon_r)}{z(z-1)R(z) + K Q(z, 1 - \varepsilon_r)} ; \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r$$

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{z K Q(z, \varepsilon - \varepsilon_r)}{z(z-1)R(z) + K Q(z, 1 - \varepsilon_r)} ; \quad \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq 1 + \varepsilon_r$$

où  $R(z) = z$ .

posons  $\delta = 1 + \varepsilon - \varepsilon_r$  et  $v = \varepsilon - \varepsilon_r$

alors ;

$$Q(z, \delta) = d_2(\delta) z^2 + d_1(\delta) z + d_0(\delta)$$

$$Q(z, v) = d_2(v) z^2 + d_1(v) z + d_0(v)$$

ainsi ;

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{K d_2(\delta) z^2 + K d_1(\delta) z + K d_0(\delta)}{z^3 + (K d_2 - 1) z^2 + K d_1 z + K d_0} ; \quad 1 - \varepsilon_r \leq \delta \leq 1$$

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{K d_2(v) z^2 + K d_1(v) z + K d_0(v)}{z^3 + (K d_2 - 1) z^2 + K d_1 z + K d_0} ; \quad 0 \leq v \leq 1 - \varepsilon_r$$

pour un échelon unitaire, nous aurons:

$$H(z, \varepsilon) = W(z) \cdot G_w(z, \varepsilon) \quad \text{où} \quad W(z) = \frac{z}{z-1}$$

ainsi, la transformée en z de la grandeur à régler prend la forme

$$H(z, \varepsilon) = \frac{K d_2(\delta) z^3 + K d_1(\delta) z^2 + K d_0(\delta) z}{z^4 + (K d_2 - 2) z^3 + (K d_1 - K d_2 + 1) z^2 + (K d_0 - K d_1) z - K d_0} ; \quad 1 - \varepsilon_r \leq \delta \leq 1$$

$$H(z, \varepsilon) = \frac{Kd_2(v)z^4 + Kd_1(v)z^3 + Kd_0(v)z^2}{z^4 + (Kd_2 - 2)z^3 + (Kd_1 - Kd_2 + 1)z^2 + (Kd_0 - Kd_1)z - Kd_0} ; 0 \leq v \leq 1 - \varepsilon$$

La deuxième relation qui, en toute rigueur, est valable dans le domaine  $\varepsilon \leq \varepsilon \leq 1 + \varepsilon$ , est surtout utile pour calculer la réponse indicielle.

### détermination numérique de la réponse indicielle

La relation précédente peut être mise sous la forme :

$$H(z, \varepsilon) = \frac{b_4(\varepsilon)z^4 + b_3(\varepsilon)z^3 + b_2(\varepsilon)z^2 + b_1(\varepsilon)z + b_0(\varepsilon)}{z^4 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0} ; \text{ avec :}$$

$$b_4(\varepsilon) = Kd_2(v)$$

$$b_3(\varepsilon) = Kd_1(v) ; a_3 = Kd_2 - 2$$

$$b_2(\varepsilon) = Kd_0(v) ; a_2 = Kd_1 - Kd_2 + 1$$

$$b_1(\varepsilon) = 0 ; a_1 = Kd_0 - Kd_1$$

$$b_0(\varepsilon) = 0 ; a_0 = -Kd_0$$

La division de la relation précédente porte à la formule de récurrence suivante :

$$h[k, \varepsilon] = b_{4-k}(\varepsilon) - a_{n-1}h[k-1, \varepsilon] - a_{n-2}h[k-2, \varepsilon] - \dots - a_0h[k-n, \varepsilon]$$

dans le cas présent  $n=4$ , ainsi on obtient :

$$h[k, \varepsilon] = b_{4-k}(\varepsilon) - a_3h[k-1, \varepsilon] - a_2h[k-2, \varepsilon] - a_1h[k-3, \varepsilon] - a_0h[k-4, \varepsilon]$$

de cette dernière relation ; on aura :

$$h[0, \varepsilon] = b_4(\varepsilon)$$

$$h[1, \varepsilon] = b_3(\varepsilon) - a_3h[0, \varepsilon]$$

$$h[2, \varepsilon] = b_2(\varepsilon) - a_3h[1, \varepsilon] - a_2h[0, \varepsilon]$$

$$h[3, \varepsilon] = b_1(\varepsilon) - a_3h[2, \varepsilon] - a_2h[1, \varepsilon] - a_1h[0, \varepsilon]$$

$$h[4, \varepsilon] = b_0(\varepsilon) - a_3h[3, \varepsilon] - a_2h[2, \varepsilon] - a_1h[1, \varepsilon] - a_0h[0, \varepsilon]$$

pour  $k > 4$

$$h[k, \varepsilon] = -a_3h[k-1, \varepsilon] - a_2h[k-2, \varepsilon] - a_1h[k-3, \varepsilon] - a_0h[k-4, \varepsilon]$$

pour interpoler correctement la courbe de la réponse indicielle, il est nécessaire de calculer  $h[k, \varepsilon]$  pour un certain nombre



de valeurs de  $\epsilon$ , avec  $\epsilon_r \leq \epsilon \leq 1 + \epsilon_r$ .

A l'aide du programme N°4, on obtient les réponses indicielles pour plusieurs valeurs du retard  $\epsilon_r$ .

#### 4.5. REPONSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR DE COMMANDE

La réponse indicielle de la grandeur de commande nécessite la connaissance de la fonction de transfert qui existe entre les grandeurs  $U(z)$  et  $W(z)$ . ainsi, cette dernière prend la forme

$$G_u(z) = \frac{U(z)}{W(z)} = \frac{D(z)}{1 + D(z) \cdot G(z, 0)}$$

en remplaçant  $D(z)$  et  $G(z, 0)$  par leurs expressions, nous aurons :

$$G_u(z) = \frac{Kz(z-1)(z-z_i)}{z^3 + (Kd_2-1)z^2 + Kd_1z + Kd_0}$$

#### détermination numérique de la réponse indicielle de la grandeur de commande

pour un échelon unitaire, la transformée en  $z$  de la grandeur de commande aura l'expression suivante :

$$U(z) = \frac{Kz^3 - Kz_i z^2}{z^3 + (Kd_2-1)z^2 + Kd_1z + Kd_0}$$

Cette relation peut être mise sous la forme :

$$U(z) = \frac{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} ; \quad \text{avec :}$$

$$b_3 = K ;$$

$$b_2 = -Kz_i ; \quad a_2 = Kd_2 - 1$$

$$b_1 = 0 ; \quad a_1 = Kd_1$$

$$b_0 = 0 ; \quad a_0 = Kd_0$$

on peut ainsi déterminer numériquement la réponse indicielle de la grandeur de commande à l'aide de la formule de récurrence suivante :

$$U[k] = b_{3-k} - a_2 U[k-1] - a_1 U[k-2] - a_0 U[k-3]$$

ainsi ;

$$U[0] = b_3$$

$$U[1] = b_2 - a_2 U[0]$$

$$U[2] = b_1 - a_2 U[1] - a_1 U[0]$$

$$U[3] = b_0 - a_2 U[2] - a_1 U[1] - a_0 U[0]$$

pour  $k > 3$

$$U[k] = -a_2 U[k-1] - a_1 U[k-2] - a_0 U[k-3].$$

pour calculer cette réponse, nous avons élaboré le programme N° 5 qui permet de tracer les courbes de la grandeur de commande pour plusieurs valeurs du retard  $E_r$ .



# CHAPITRE V

## CALCULS ET SIMULATION NUMERIQUE

### 5.1. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la présentation et l'interprétation des résultats obtenus. Ainsi, les courbes qui vont être présentées montreront l'influence du temps de calcul et de la période d'échantillonnage sur le comportement dynamique du système étudié et permettent donc d'évaluer la qualité de réglage.

### 5.2. REPOSE HARMONIQUE

La figure 2, qui a été tracée à l'aide du programme N° 1, montre les courbes dans le plan complexe pour six valeurs différentes du retard relatif  $E_r$ .

La période d'échantillonnage (rapportée à la constante de temps du système à régler) est  $T/T_m = 0,5$ .

On constate que les courbes se déplacent vers la gauche si  $E_r$  augmente. Dans cette figure, on a aussi tracé une droite avec un déphasage  $\varphi = -120^\circ$ . Les intersections entre cette droite et les réponses harmoniques  $F(j\omega)$  permettent de déterminer le coefficient de proportionnalité  $K$  afin que le circuit de réglage fermé soit bien amorti. Les résultats trouvés seront présentés au paragraphe suivant.

#### — coefficient de proportionnalité $K$ :

Ce coefficient, tel qu'il est obtenu par le critère sur la marge de phase, est représenté à la figure 3 et 4 en fonction

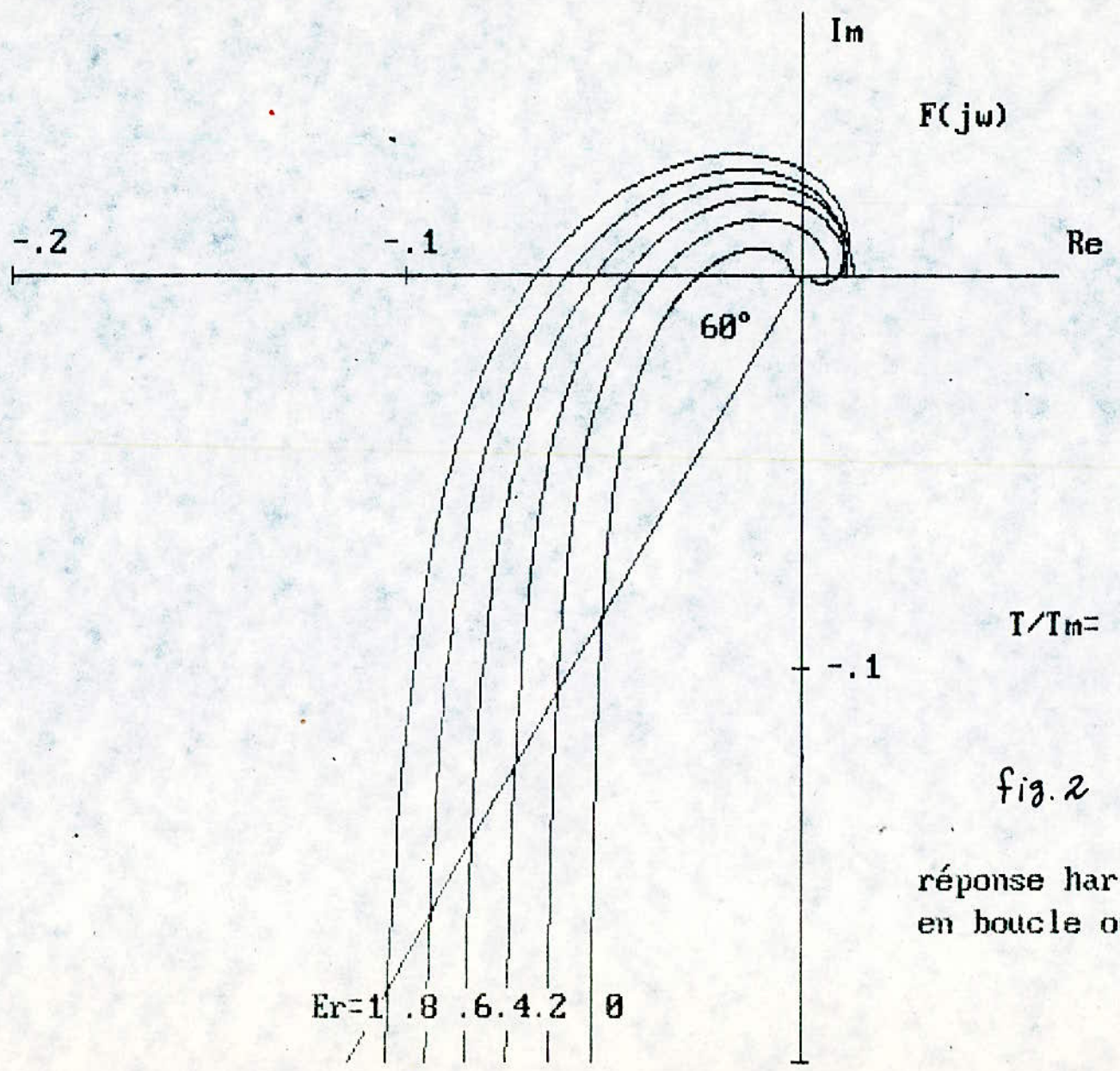


fig. 2

réponse harmonique  
en boucle ouverte



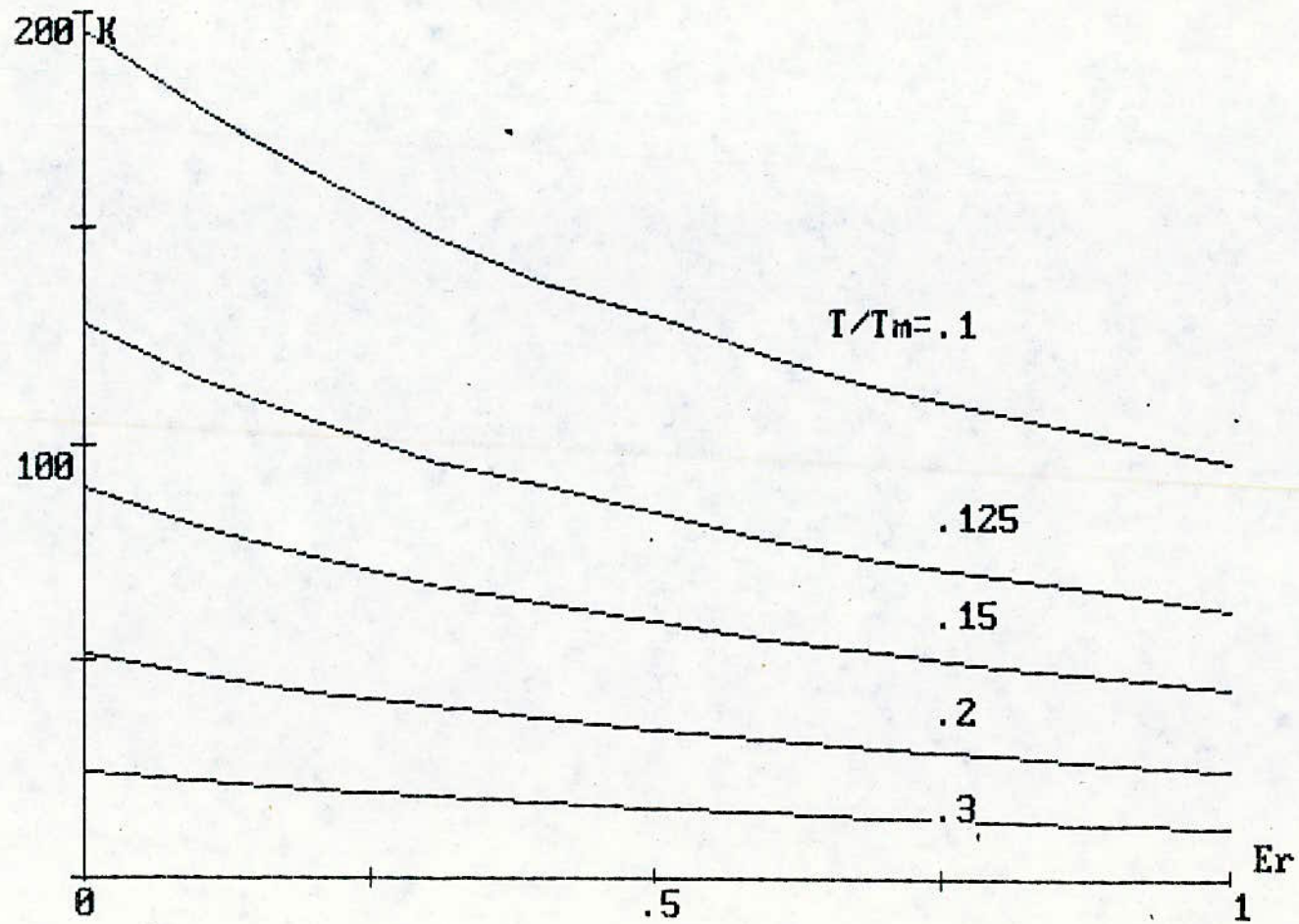


fig 3. courbes  $K(Er)$  pour une marge de phase de  $60^\circ$

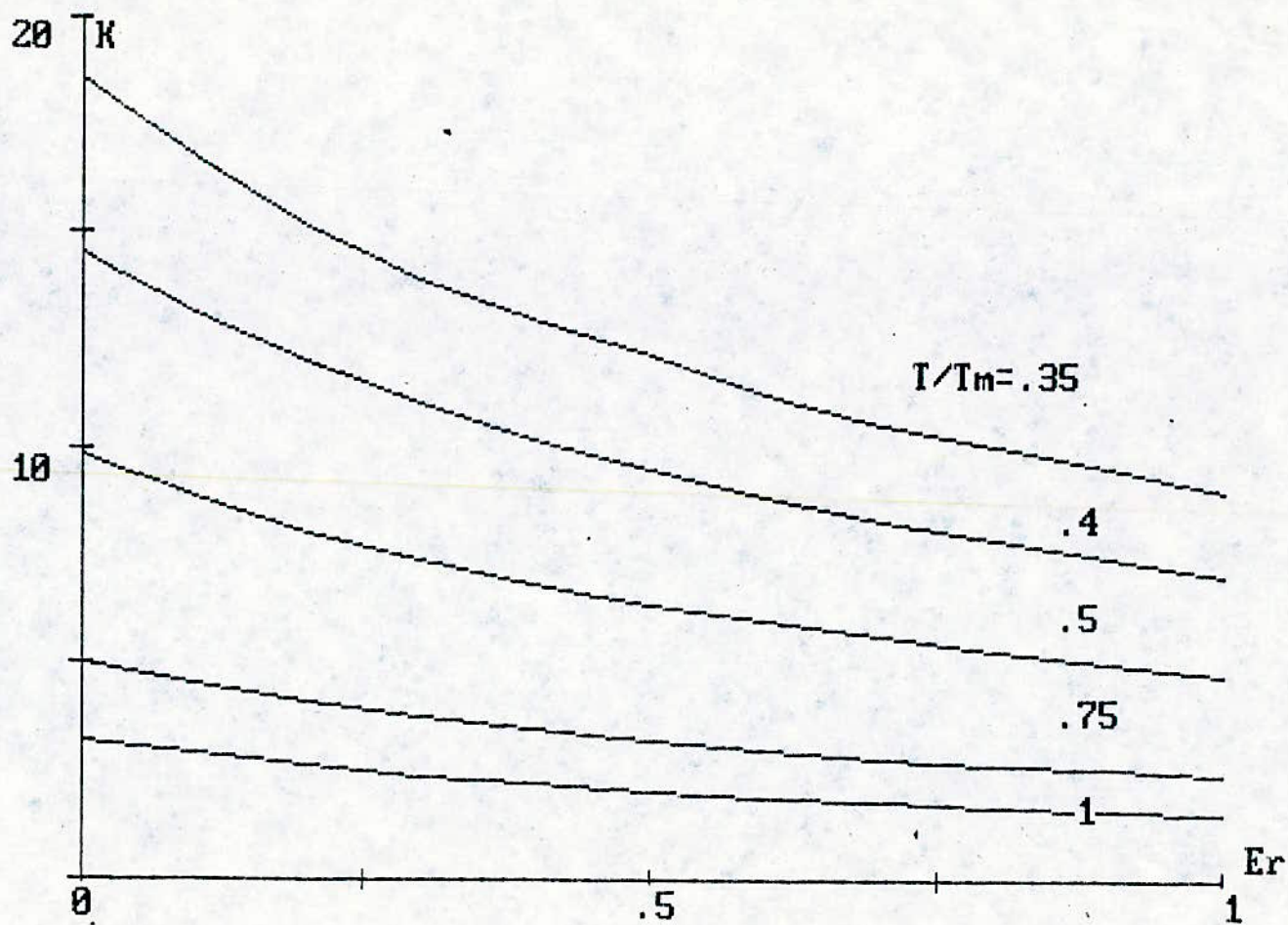


fig.4. courbes  $K(Er)$  pour une marge de phase de  $60^\circ$

32



de  $E_r$  pour plusieurs valeurs de  $T/T_m$ .

On constate que le facteur de proportionnalité diminue lorsque le retard pur  $E_r$  augmente, de même le facteur  $K$  diminue lorsque la période d'échantillonnage  $T$  augmente.

Lorsqu'on détermine la marge de gain  $G_m$ , on constate que celle-ci est située entre 0,2 et 0,5, le circuit de réglage fermé sera donc bien amorti.

### 5.3 - LIEU DES RACINES

La figure 5 tracée à l'aide du programme N°2 montre le lieu des racines pour six valeurs différentes de  $E_r$  avec  $T/T_m = 0,5$ .

Les courbes du lieu des racines sont pratiquement les mêmes dans le domaine  $0,1 \leq T/T_m \leq 1$ , c'est seulement le paramètre  $K$  qui prend des valeurs très différentes selon le cas considéré.

La figure 5 montre également que pour  $E_r = 0$  et  $E_r = 0,1$  le lieu des racines passe par la zone délimitée par l'amortissement relatif optimal et l'amortissement absolu minimal, tandis que pour  $E_r > 0,1$ , le lieu des racines est situé à l'extérieur de la zone considérée.

On peut donc conclure qu'un petit retard pur, introduit par le temps de calcul pour l'algorithme de réglage, a une influence néfaste sur la rapidité de réglage. Ce fait sera mis en évidence par les réponses indicielles.

#### - coefficient de proportionnalité $K$ :

Le coefficient de proportionnalité Karo, obtenu par le critère sur l'amortissement relatif optimal (Programme N°3), est représenté à la figure 6.

On constate que les valeurs de Karo sont un peu inférieures aux valeurs de  $K$  déterminées selon le critère sur la marge de phase de  $60^\circ$ . En effet selon l'amortissement relatif.

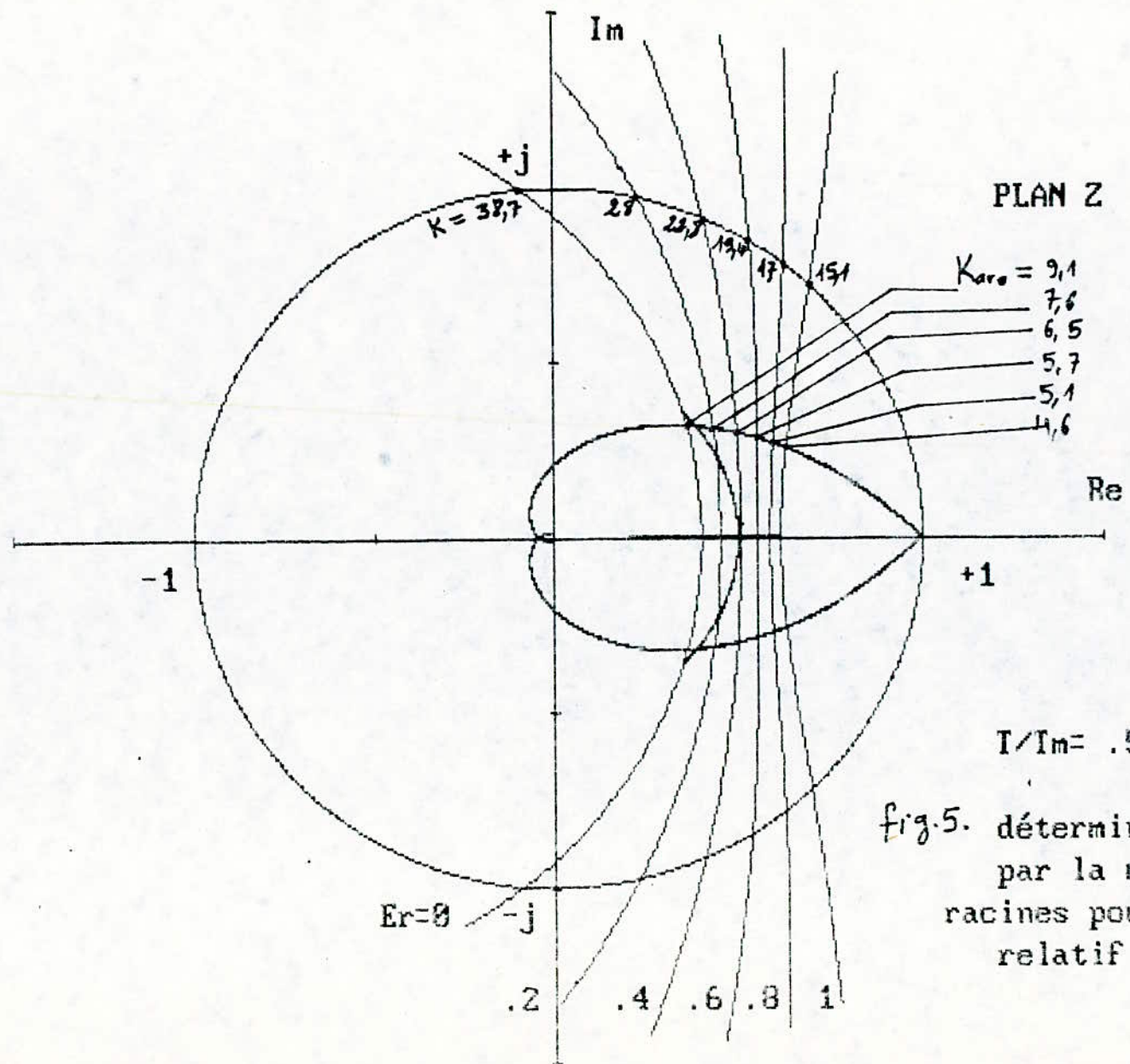


fig.5. détermination du facteur K par la méthode du lieu des racines pour un amortissement relatif optimal



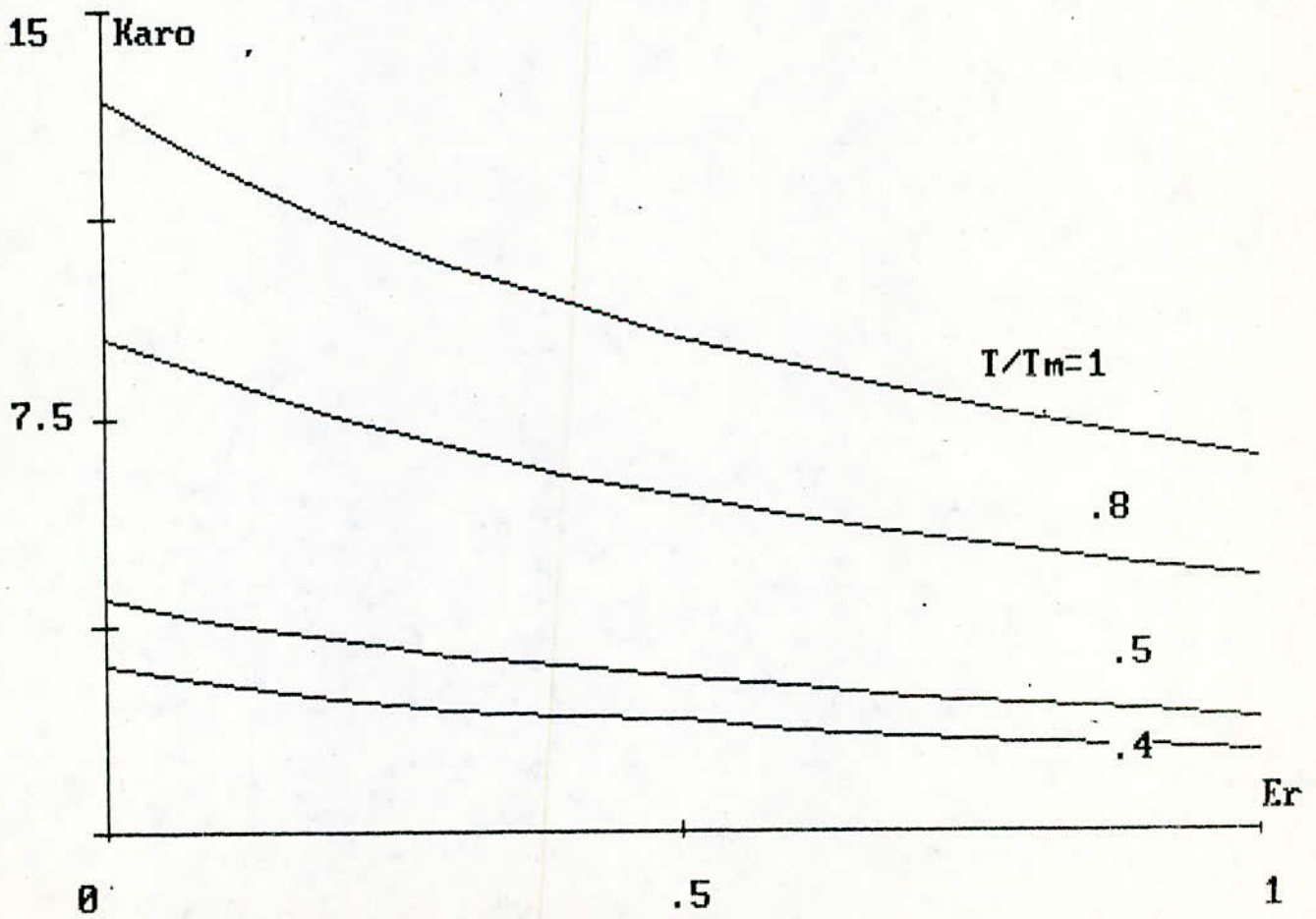
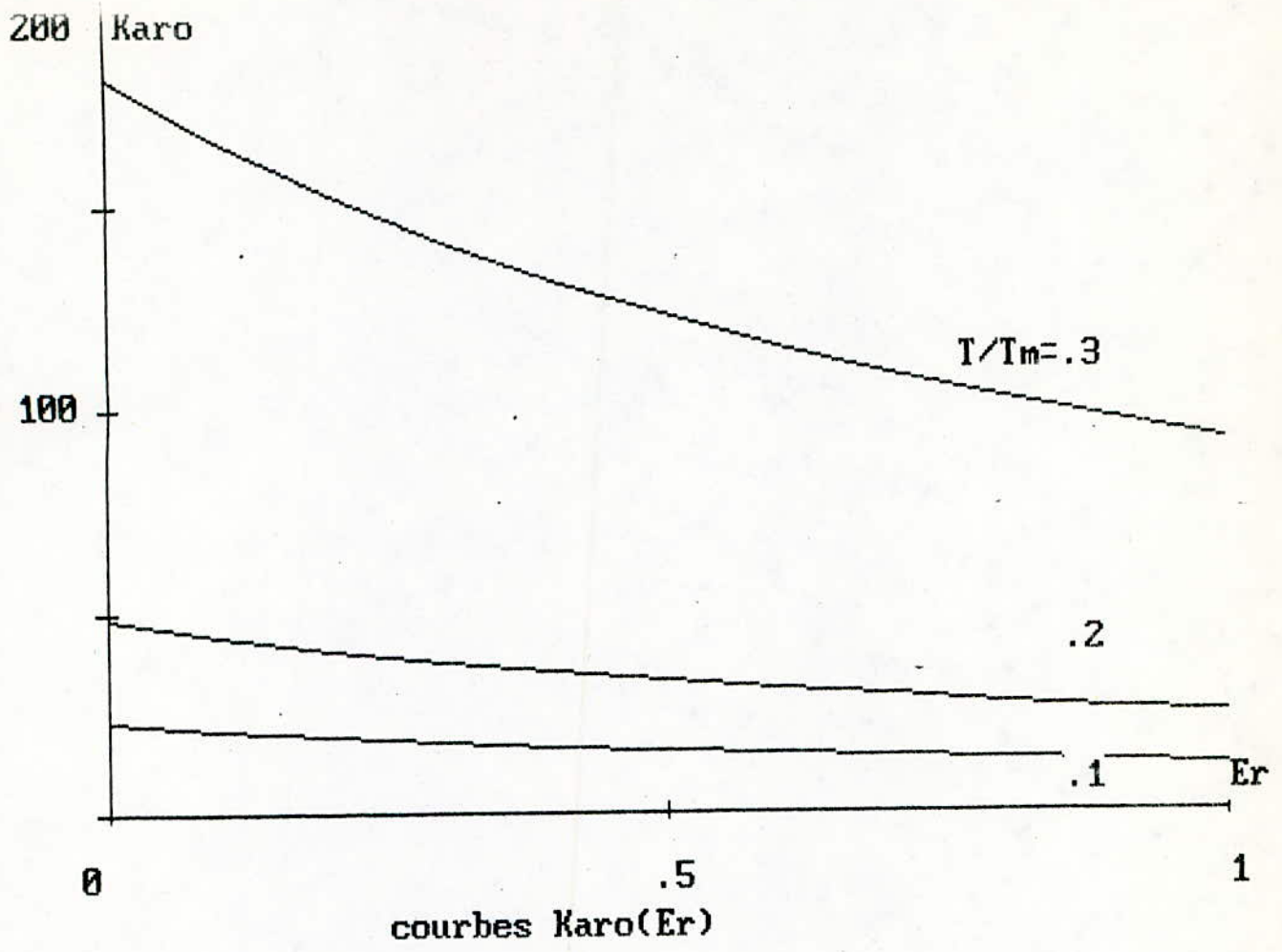


fig.6. courbes Karo(Er)

optimal, les valeurs de Karo donnent une marge de phase qui est un peu plus grande que  $60^\circ$ .

### Coefficients du régulateur P.D

Avec le coefficient de proportionnalité  $K$  connu, on peut aussi calculer les coefficients  $K_p$  et  $K_d$  du régulateur P.D selon les relations :

$$\begin{aligned} K_p &= K(1 - z_i) \\ K_d &= K z_i \end{aligned} \quad \text{avec : } z_i = e^{-T/T_m}$$

La figure 4 représente ces coefficients en fonction de  $E_r$  pour  $T/T_m = 0,5$ .

Ces valeurs sont calculées avec le coefficient Karo obtenu par le critère sur l'amortissement relatif optimal. avec le facteur  $K$  donné par le critère sur la marge de phase de  $60^\circ$ ; on obtient des valeurs un peu plus grandes pour les coefficients  $K_p$  et  $K_d$ .

On constate que ces derniers diminuent lorsque  $E_r$  et  $T$  augmentent.

### 5.4- REPONSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR A REGLER

Le programme N° 4 permet de tracer la réponse indicielle de la grandeur à régler pour six valeurs différentes de  $E_r$  avec  $T/T_m = 0,5$ . Entre deux instants d'échantillonnage, le programme permet de calculer quatre valeurs de la réponse indicielle ( $E = 0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; 1$ ).

A l'aide de ce programme, on obtient la réponse indicielle de la grandeur à régler, cette dernière est représentée à la figure 8 pour six valeurs différentes de  $E_r$ . Ces courbes sont valables pour  $T/T_m = 0,5$ . Le facteur de proportionnalité  $K$  est déterminé selon le critère sur l'amortissement relatif optimal.

Dans cette figure, on voit clairement le ralentissement du



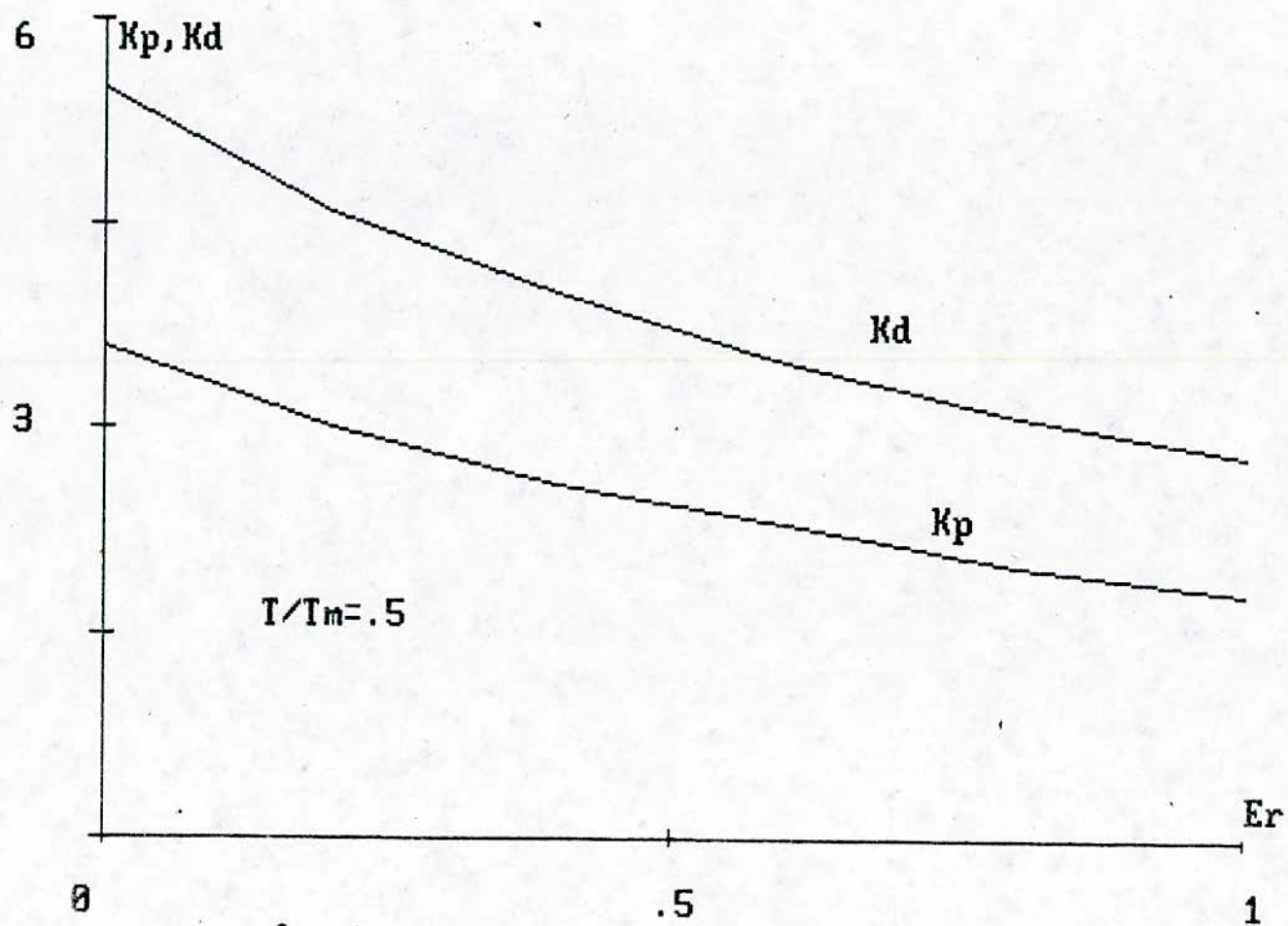


fig.7. courbes  $K_p(Er), K_d(Er)$

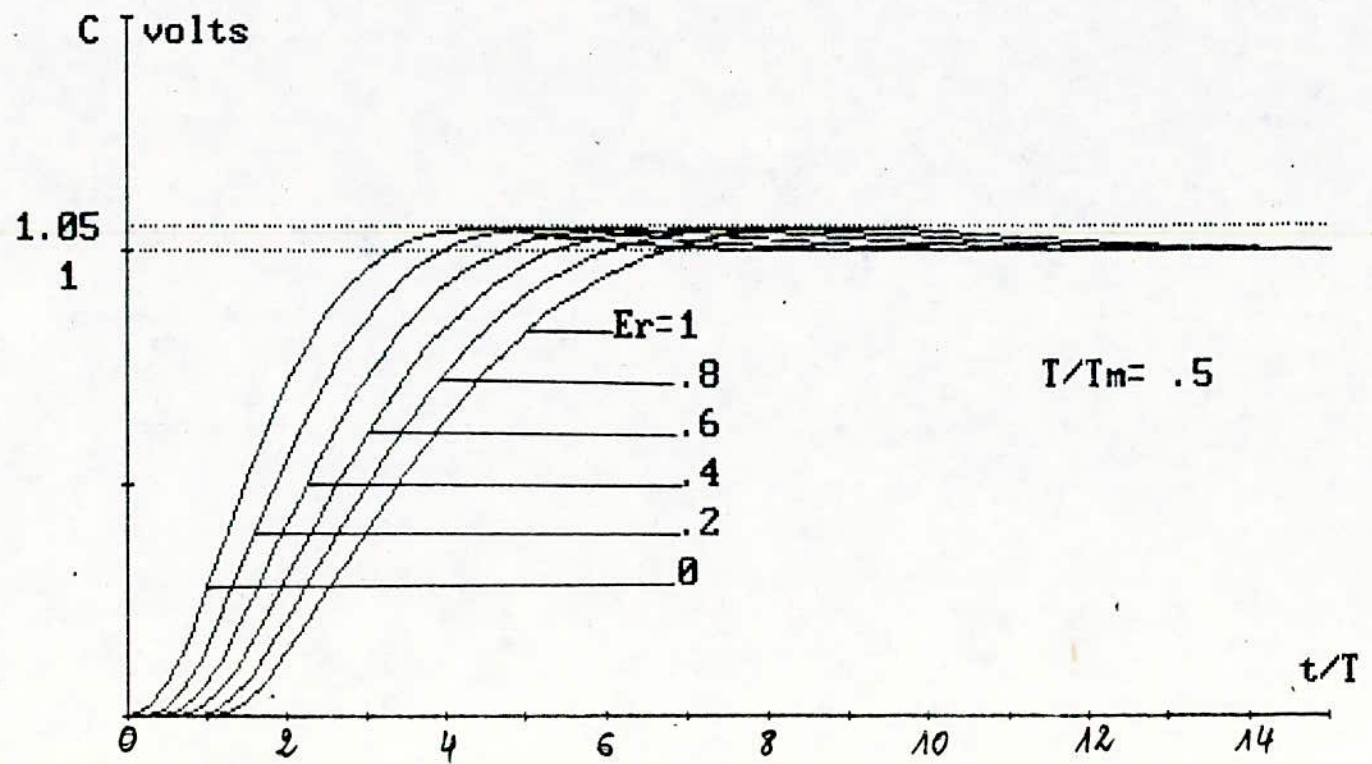


fig.8. réponse indicielle---influence du temps de calcul



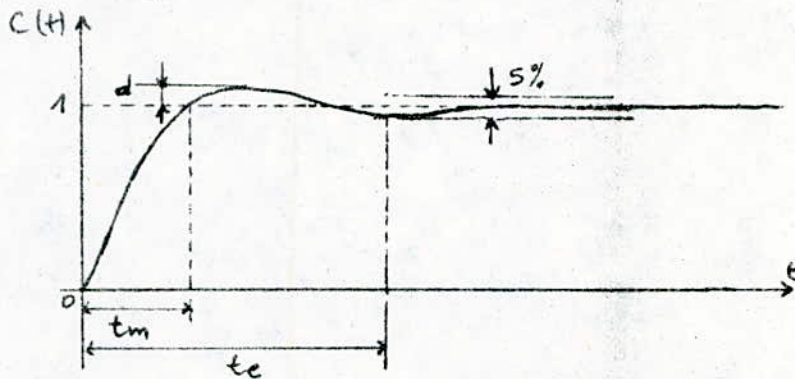
phénomène transitoire avec l'augmentation du retard par  $E_r$ .

### 5.5. REPONSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR DE COMMANDE

La figure 9 obtenue à l'aide du programme N° 5 montre l'allure de cette réponse pour plusieurs valeurs du retard  $E_r$  dont on a tracé la grandeur de commande  $U$  qui apparaît à la sortie du bloqueur. Ici, on doit évidemment tenir compte du retard  $E_r$ . On constate que la valeur maximale de la grandeur de commande  $U$  apparaît durant la première période d'échantillonnage, cette valeur maximale de  $U$  diminue avec l'augmentation de  $E_r$ .

### 5.6. EVALUATION DE LA QUALITÉ DE REGLAGE

L'évaluation de la qualité de réglage est basée sur certaines grandeurs qui caractérisent le comportement dynamique du système.



$d$ : dépassement.

$t_m$ : temps de montée.

$t_e$ : temps d'établissement.

Une certaine mesure pour le comportement dynamique est aussi donnée par la valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande.

Souvent, cette grandeur doit être limitée à une certaine valeur maximale admissible.

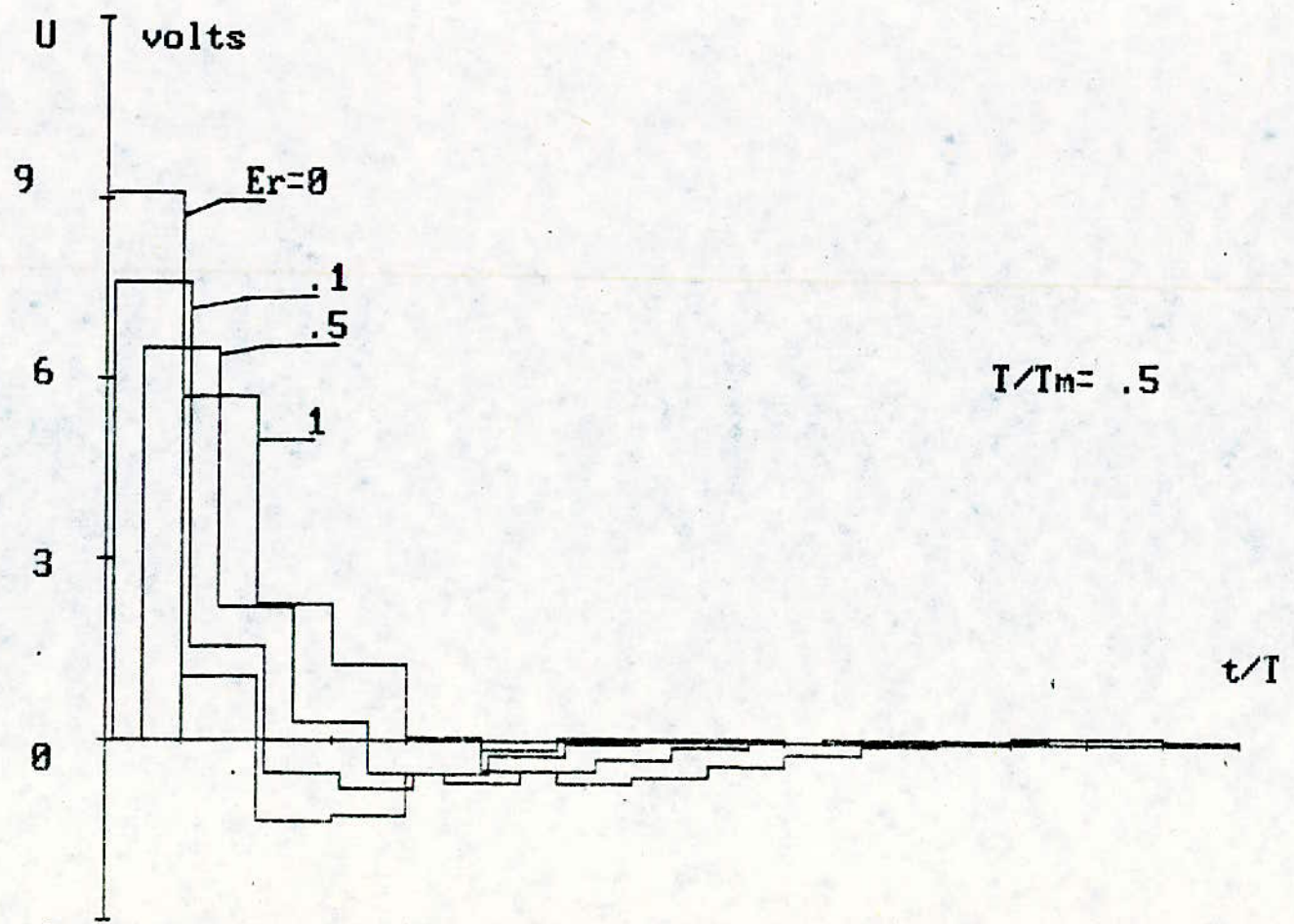


fig.9. influence du temps de calcul sur la grandeur de commande



### 5.6.1. TEMPS DE MONTEE, DEPASSEMENT MAXIMUM ET VALEUR MAXIMALE DE LA GRANDEUR DE COMMANDE

#### - temps de montée:

A l'aide des réponses indicielles, nous avons relevé des grandeurs caractéristiques pour la qualité de réglage, c'est à dire, temps de montée, dépassement maximum et valeur maximale de la grandeur de commande.

A la figure 10 est représenté le temps de montée  $t_m$  (rapporté à la période d'échantillonnage  $T$ ) pour  $T/T_m = 0,5$ ; cette figure est pratiquement valable pour les autres valeurs du rapport  $T/T_m$ . On constate que le temps de montée  $t_m$  augmente avec le retard  $E_r$ .

#### - dépassement maximum:

Le dépassement maximum de la grandeur à régler est pratiquement indépendant du retard  $E_r$ . Il est environ  $d = 0,05$ ; comme on peut le relever des réponses indicielles de la figure 8.

#### - valeur maximale $U_{max}$ :

La valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande à la sortie de l'amplificateur est montrée à la figure 11. Elle diminue avec le retard  $E_r$ . Ceci est dû au fait que la qualité de réglage diminue et l'intervention du régulateur devient plus faible. Comme l'on a déjà mentionné, la valeur maximale apparaît durant la première période d'échantillonnage, c'est à dire pour  $k=0$ . Avec le théorème de la valeur initiale, on obtient:

$$U(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} U(z) = K \quad ; \text{ ainsi : } U_{max} = K.$$

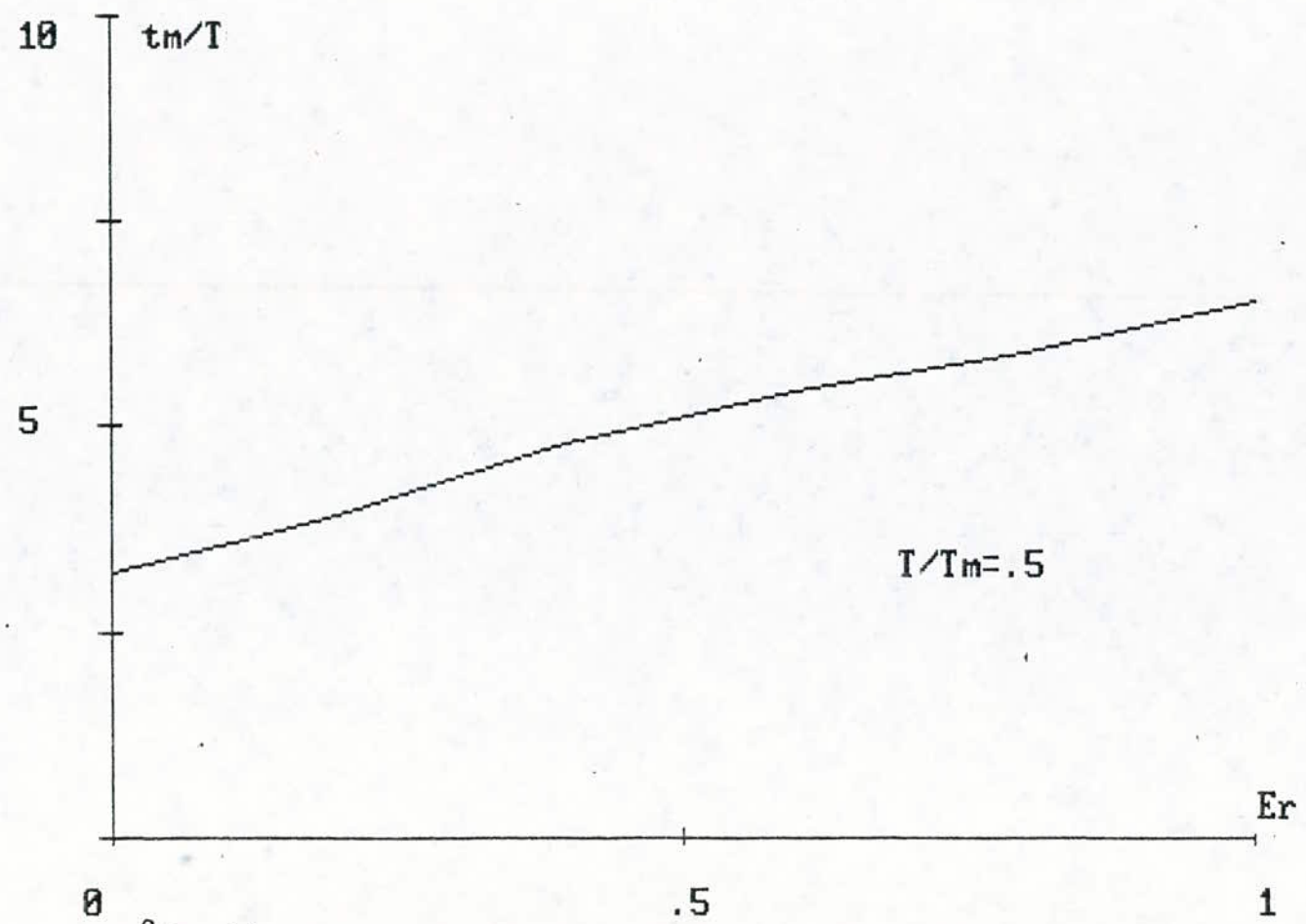


fig. 10. temps de montée  $t_m$  en fonction du retard  $E_r$



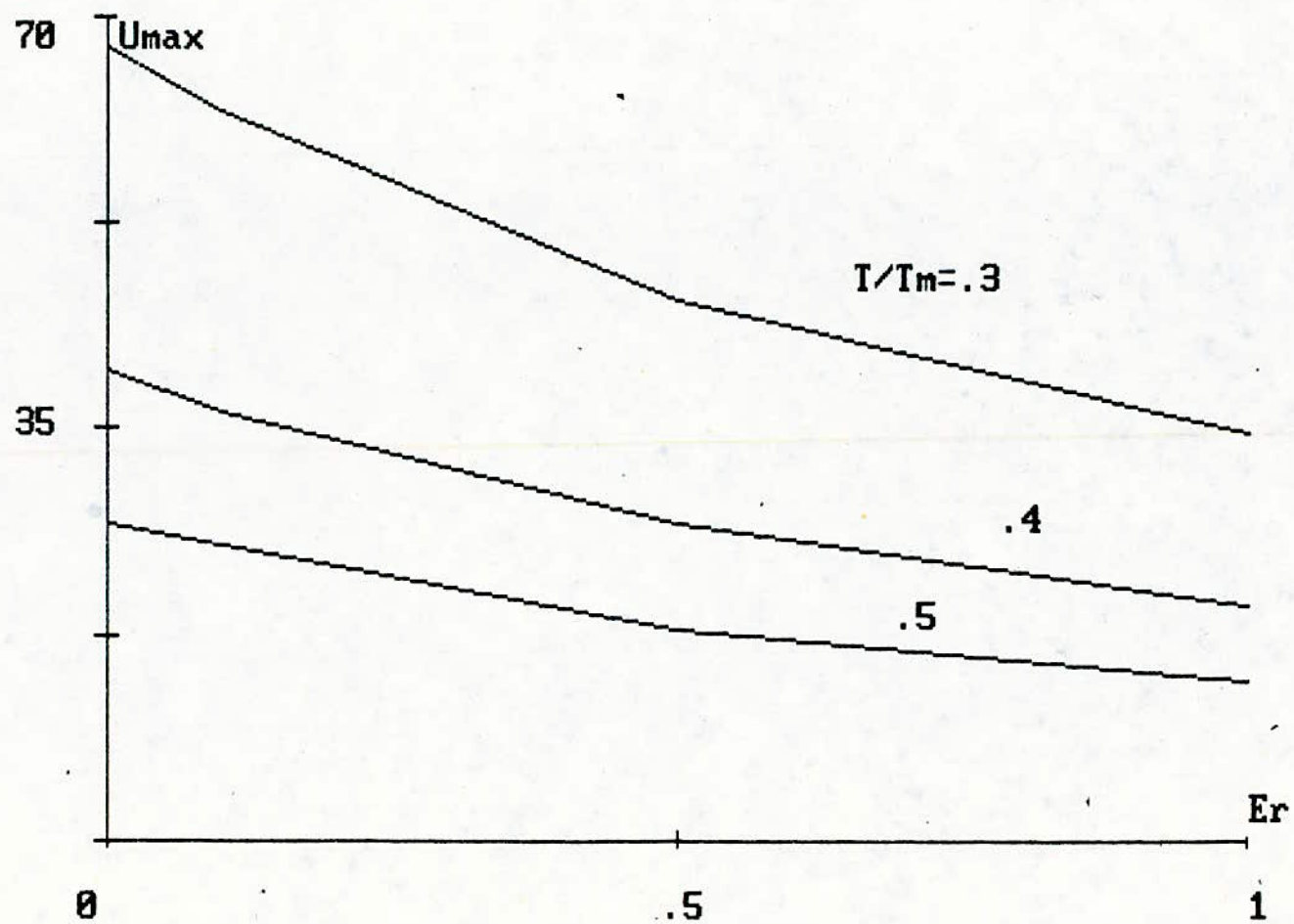


fig.11. valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande en fonction du retard  $Er$

La valeur maximale de la grandeur de commande correspond donc au facteur de proportionnalité  $K$ . Selon la figure 6, on constate que cette grandeur diminue lorsque le retard  $E_r$  augmente.

La figure 12 montre que le temps de montée est d'environ 10% plus grand dans le cas d'un amortissement relatif optimal que dans le cas de la marge de phase de  $60^\circ$ . Ceci est dû au fait que dans le premier cas la marge de phase est un peu plus grande que  $60^\circ$ . Le système est donc un peu plus amorti et, par conséquent, la rapidité de réglage un peu moins élevée. Ici, le dépassement maximum est plus grand pour le cas de la marge de phase de  $60^\circ$ . ainsi, un dépassement plus grand comporte un temps de montée plus petit.

### 5.6.2. INFLUENCE DE LA PÉRIODE D'ÉCHANTILLONNAGE

Il est encore intéressant d'étudier l'influence de la période d'échantillonnage sur le comportement dynamique du système.

La figure 13 montre les réponses indicielles pour plusieurs valeurs de la période d'échantillonnage  $T$  (rapportée à la constante de temps du système à régler). entre le temps de calcul  $t_c$  et la constante de temps  $T_m$ , il existe la relation  $t_c/T_m = 0$ . Le facteur de proportionnalité  $K$  a été déterminé selon le critère sur l'amortissement relatif optimal.

On constate que la rapidité de réglage augmente lorsque  $T$  diminue. Le temps de montée  $t_{m0}/T_m$  diminue donc avec  $T/T_m$  comme le montre la figure 14.

théoriquement, pour la valeur limite de la période  $T \rightarrow 0$ , le temps de montée devient également nul. Ceci est dû au fait que l'on a négligé le retard introduit par le temps de calcul  $t_c$ .



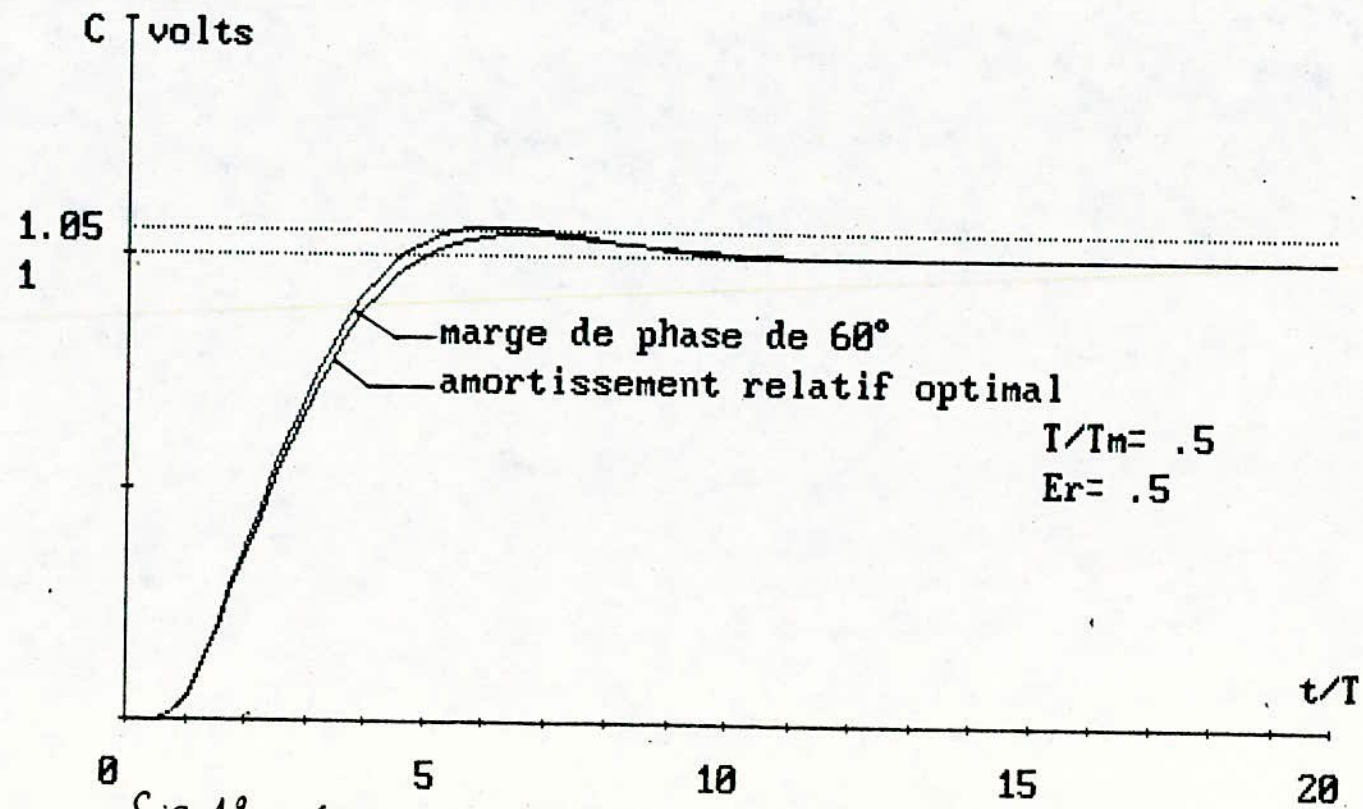


fig. 12. réponse indicielle---influence de K

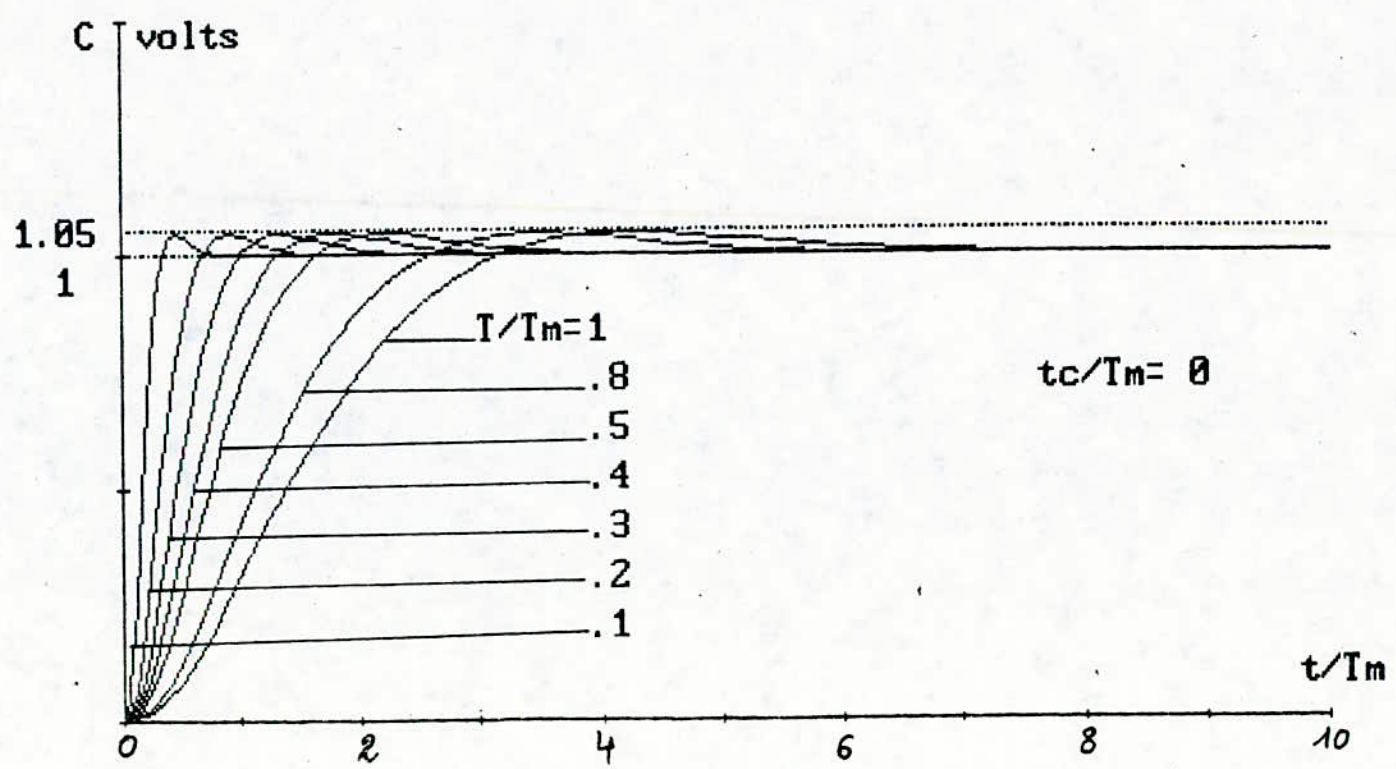


fig.13. réponse indicielle---influence de la période d'échantillonnage



47

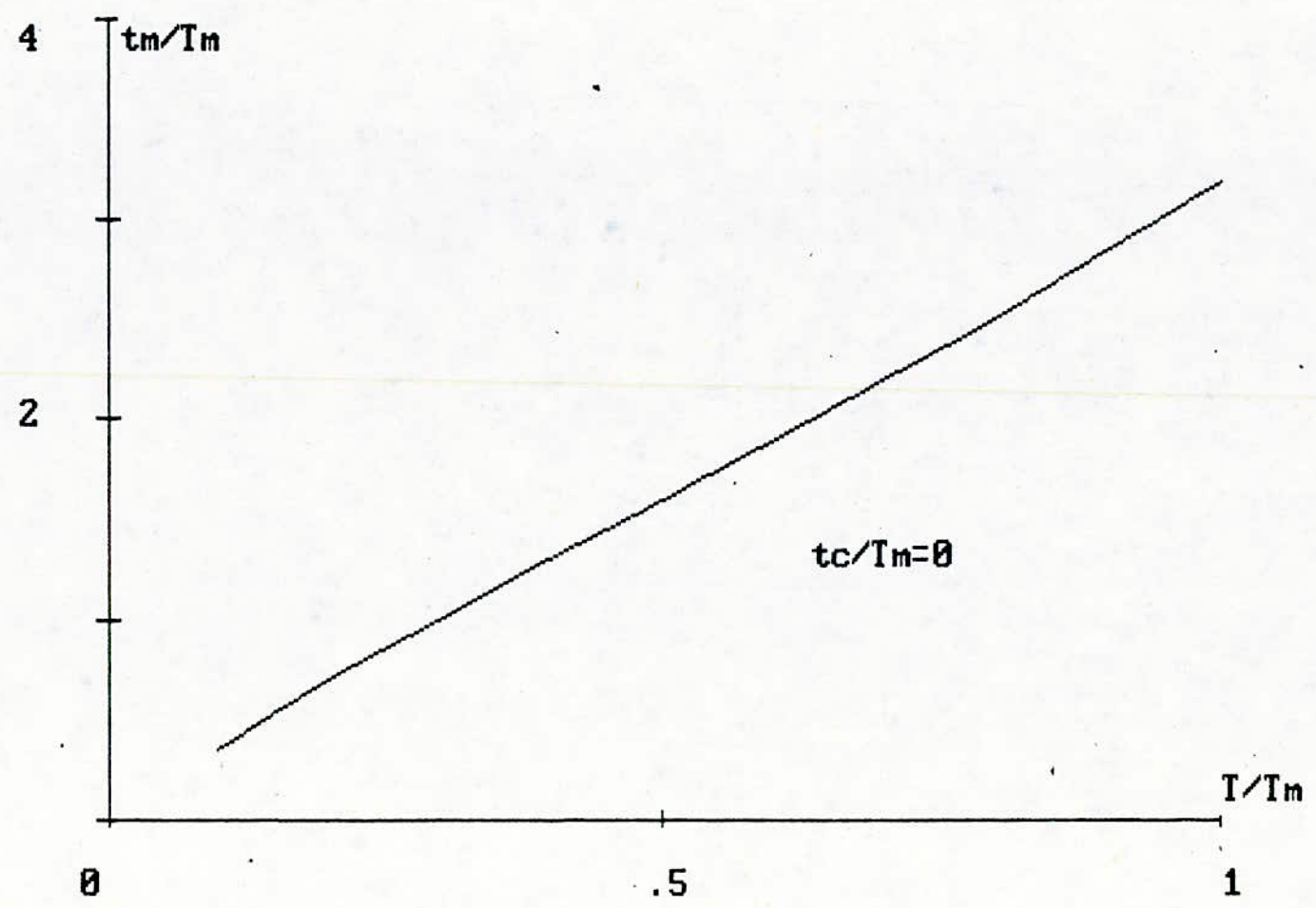


fig.14. influence de la période d'échantillonnage I sur le temps de montée  $t_m$

Cependant, nous devons noter que la valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande augmente considérablement lorsque  $T$  diminue, comme le montre la figure 15. Pour  $T \rightarrow 0$ , on obtient  $U_{max} \rightarrow \infty$ .

Lorsqu'on prend comme critère pour le choix de la période d'échantillonnage  $T$  le temps de montée  $t_m$ , on obtient  $T = 0$  comme valeur optimale. Cependant, dans ce cas  $U_{max}$  atteint une valeur inadmissible.

Ainsi, pour  $U_{max} = 12,5$  volts, la valeur optimale de  $T$  est tel que  $T/t_m = 0,8$ ; mais cette valeur n'est pas en concordance avec le théorème de SHANNON.

Pour palier cet inconvénient, on doit diminuer la valeur de l'amplitude de l'échelon de consigne  $C$  afin de maintenir la rapidité de réglage constante. Ainsi, pour un échelon de consigne  $C = 0,5$  volt, la valeur optimale de la période  $T$  est tel que  $T/t_m = 0,5$ . Le coefficient de proportionnalité  $K$  étant  $K = 9$ . Dans ce cas on obtient une valeur maximale  $U_{max} = 13,5$  volts qui est une valeur acceptable.

Nous avons également étudié l'influence de la période  $T$  sur le comportement dynamique du système lorsque le temps de calcul  $t_c$  n'est pas négligeable.

La figure 16 montre l'influence de la période  $T$  (rapportée à  $T_m$ ) sur la réponse indicielle. entre  $t_c$  et  $T_m$ , il existe la relation  $t_c/T_m = 0,1$ . Le facteur  $K$  a été déterminé selon le critère sur l'amortissement relatif optimal.

Dans ce cas aussi, la rapidité de réglage augmente lorsque  $T$  diminue. La valeur minimale pour cette dernière est donnée par le temps de calcul  $t_c$ , c'est à dire par  $T \geq t_c$ .



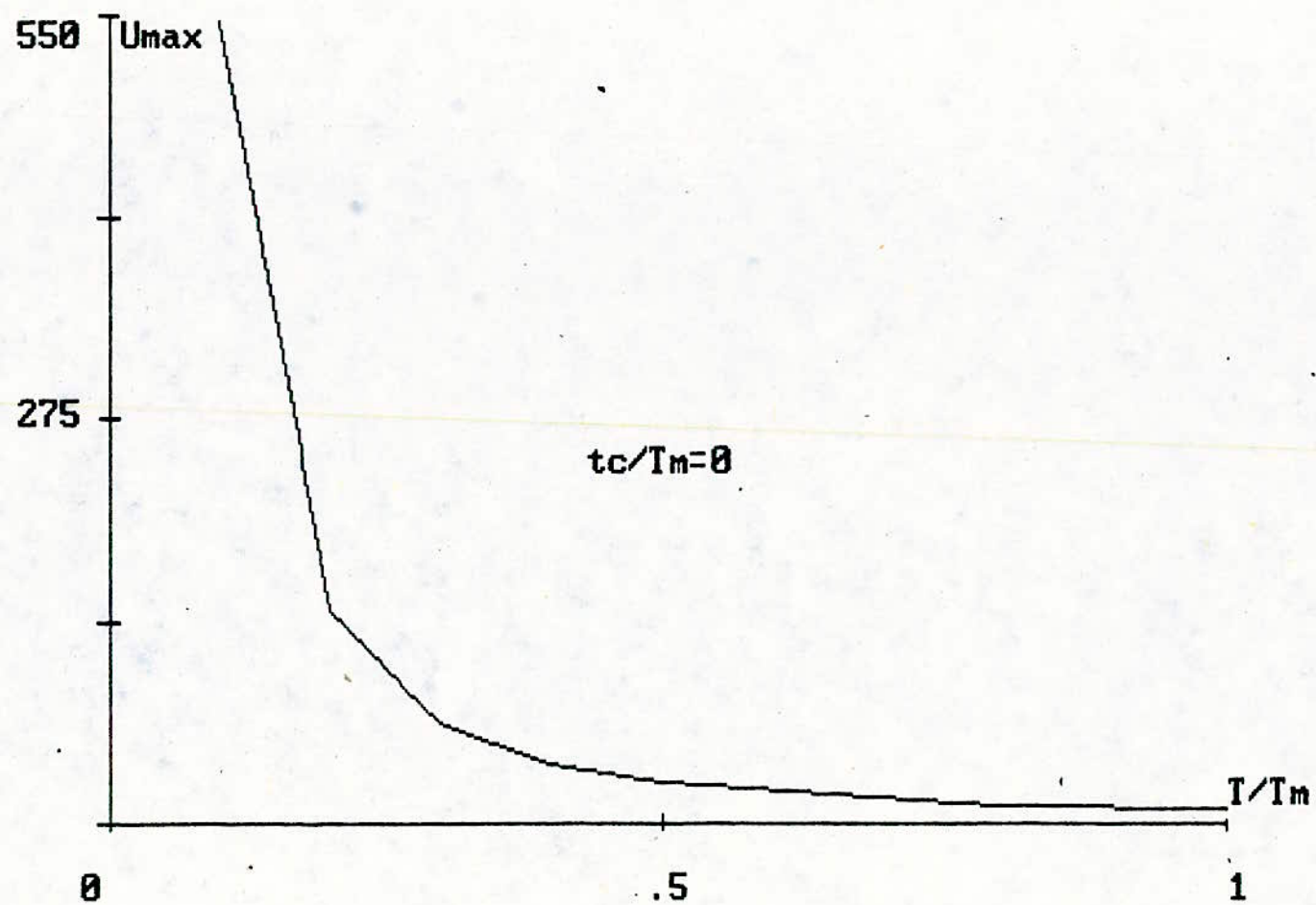


fig.15. influence de la période d'échantillonnage  $T$  sur la valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande

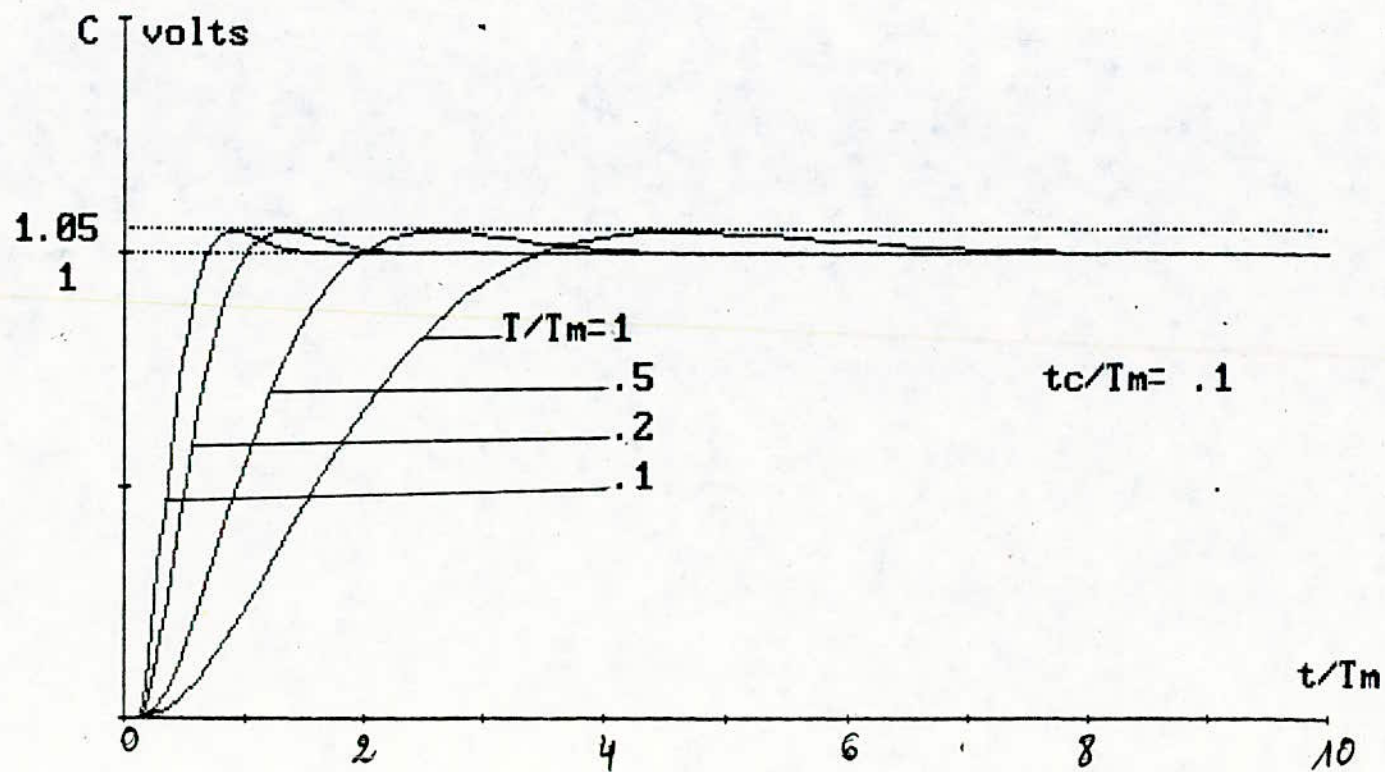


fig.16. réponse indicielle---influence de la période d'echantillonnage



La figure 17 montre le temps de montée  $t_m$  (rapporté à  $T_m$ ) en fonction de  $T/T_m$ . Le temps de montée minimale est atteint lorsque  $T/T_m = t_c/T_m = 0,1$ .

La valeur maximale  $U_{max}$  pour la grandeur de commande est représentée à la figure 18. Elle augmente si la période  $T$  diminue. Dans le cas présent avec  $t_c/T_m = 0,1$ ,  $U_{max}$  atteint des valeurs inacceptables; Ceci est dû au fait que la valeur de l'échelon de consigne est grande. Ainsi, pour que  $U_{max}$  reste dans des limites acceptables, c'est à dire  $U_{max} \approx 13,5$  volts; l'amplitude maximale de l'échelon de consigne doit être  $C \approx 0,05$  volt.

A partir de ces constatations, on peut conclure que la valeur optimale de la période d'échantillonnage  $T$  ne dépend pas seulement de  $U_{max}$  et de  $t_c$ , mais dépend aussi de la valeur maximale de l'échelon de consigne  $C$ .

Si on adopte un échelon maximal  $C = 1$  volt, la valeur optimale de  $T$  sera donnée par:  $T/T_m = 0,5$ . Cette dernière est obtenue pour  $E_r = 1$  (c'est à dire  $T = t_c$ ), avec  $K = 4,6$ ; Ceci nous donne une valeur maximale  $U_{max} = 13,8$  volts aux bornes de l'induit.

En conclusion, la valeur optimale de  $T$  est limitée par deux butées; une butée supérieure  $T \leq \frac{T_m}{2}$  donnée par le théorème d'échantillonnage de SHANNON, et une butée inférieure  $T \geq t_c$  donnée par le temps de calcul du calculateur numérique.

Les figures 19 et 20 montrent l'influence de la période  $T$  sur la réponse indicielle lorsque le coefficient de proportionnalité  $K$  est constant.

Le temps  $t$  est rapporté à  $T_m$  et non à  $T$ , afin de mettre

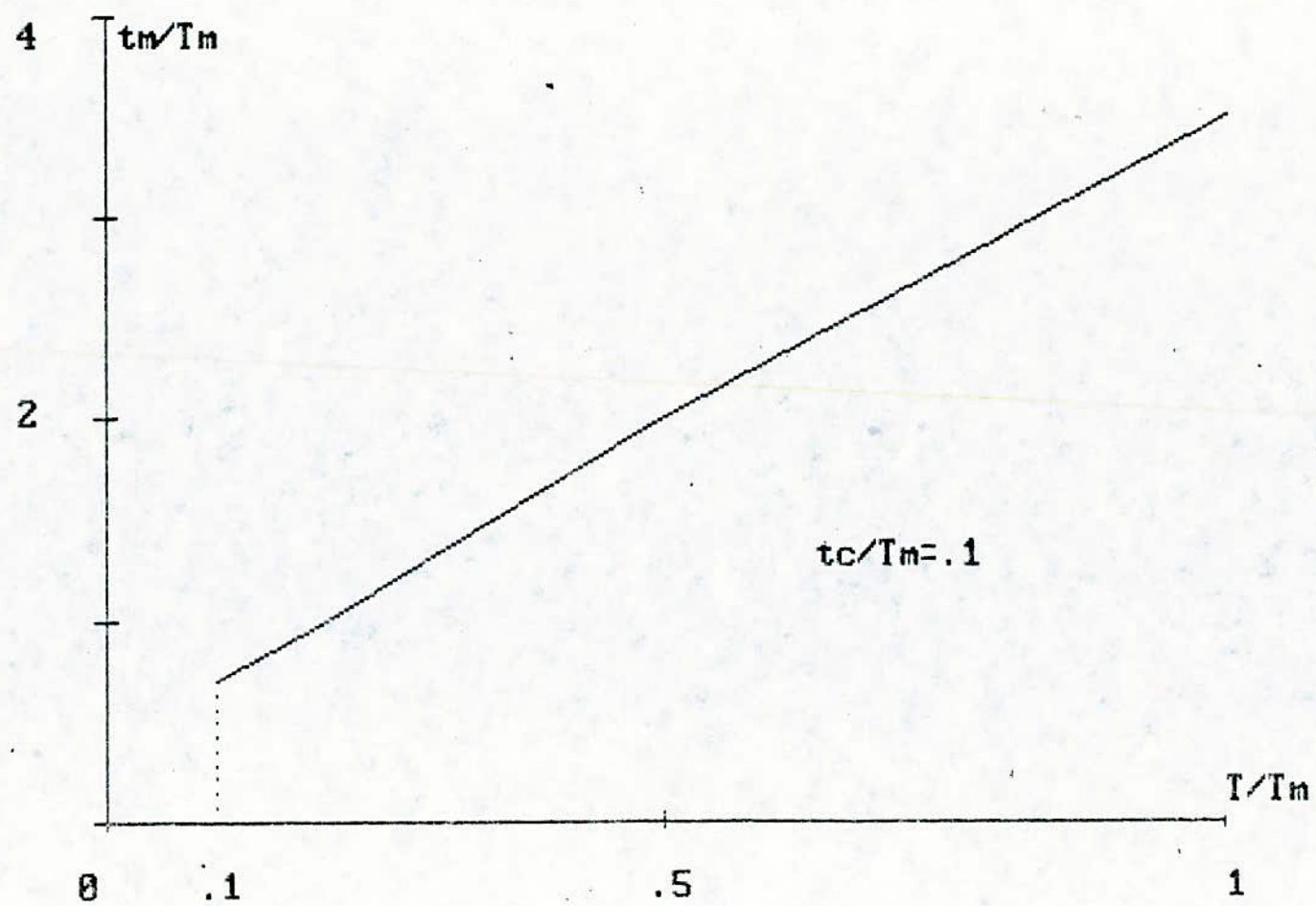


Fig. 17. influence de la période d'échantillonnage  $T$  sur le temps de montée  $t_m$

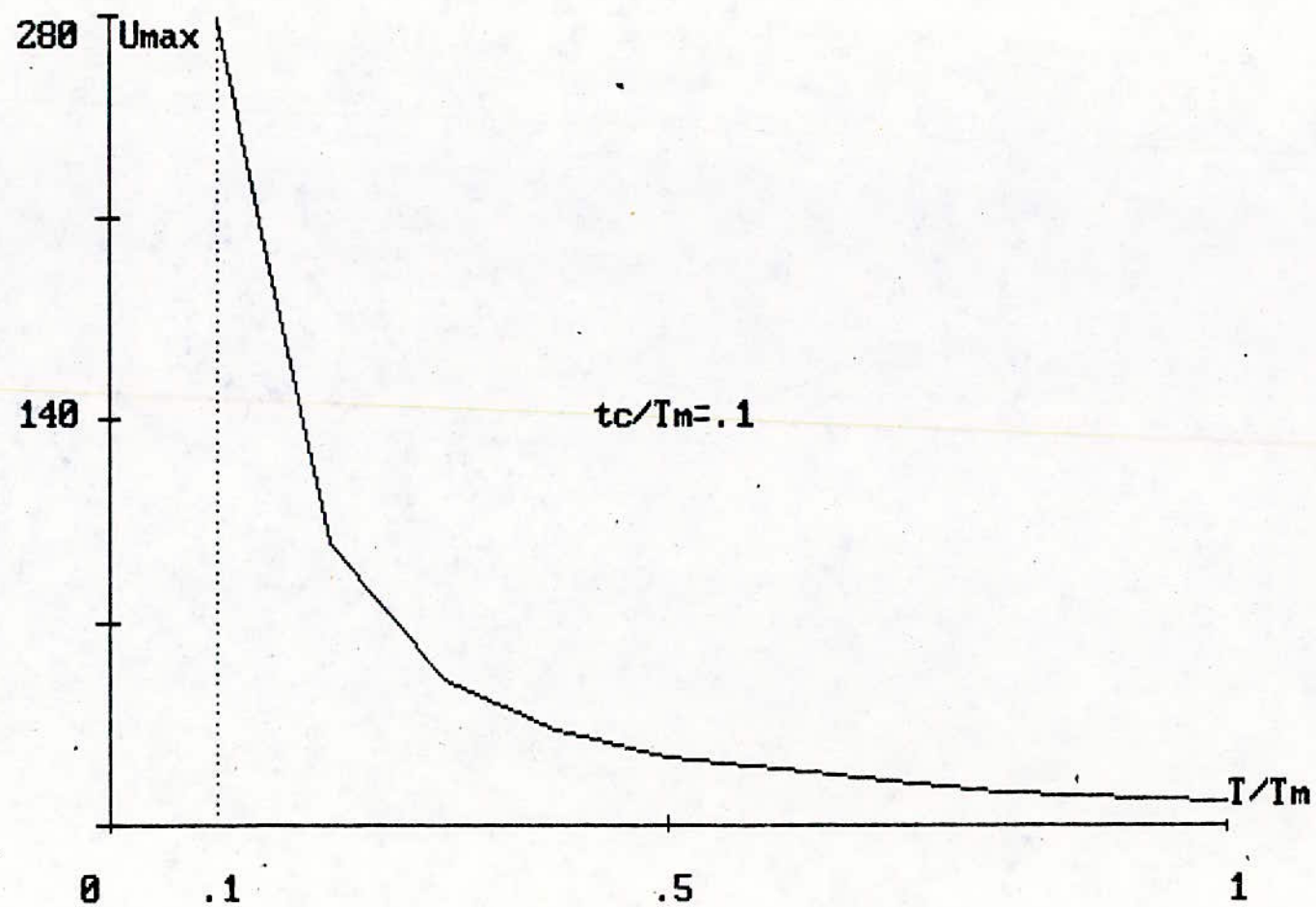


fig.18. influence de la période d'échantillonnage  $T$  sur la valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande



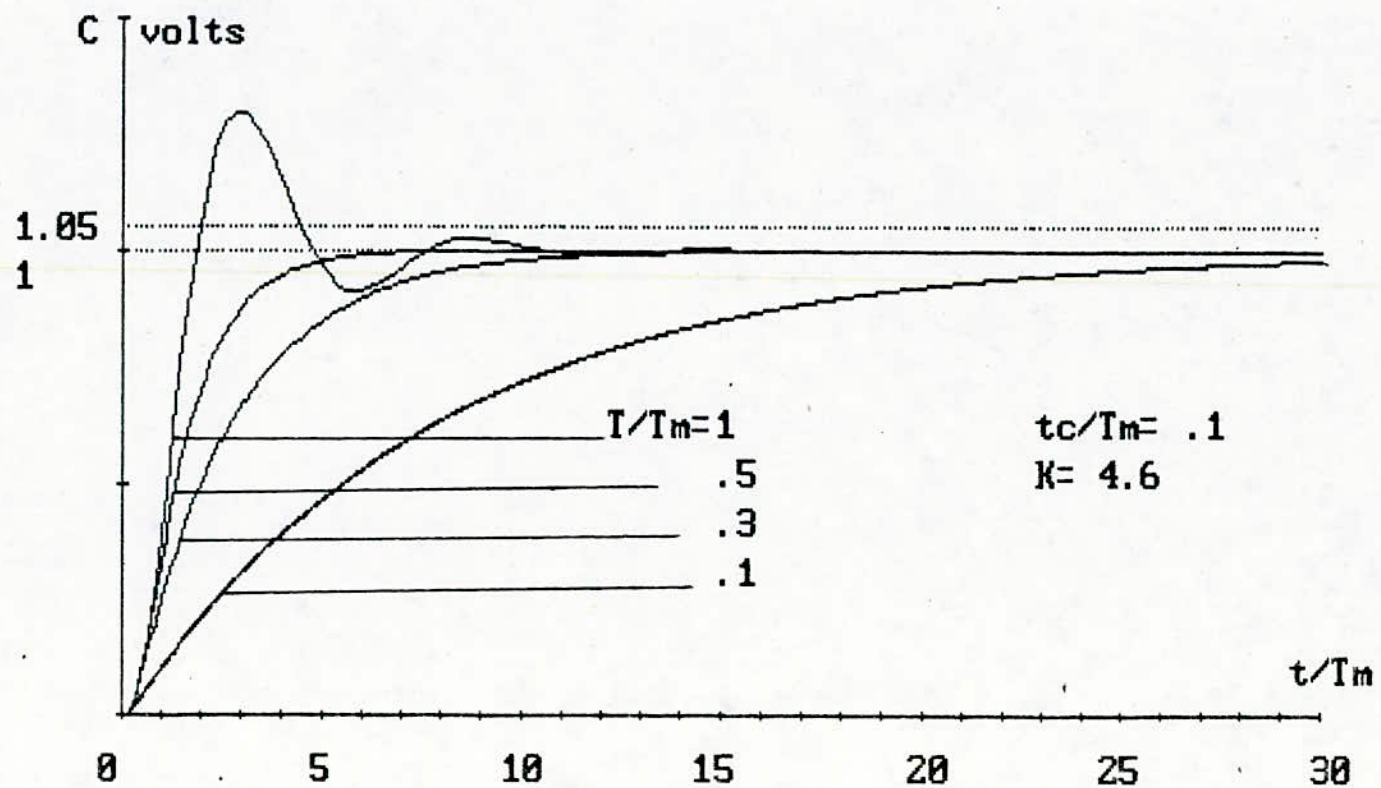
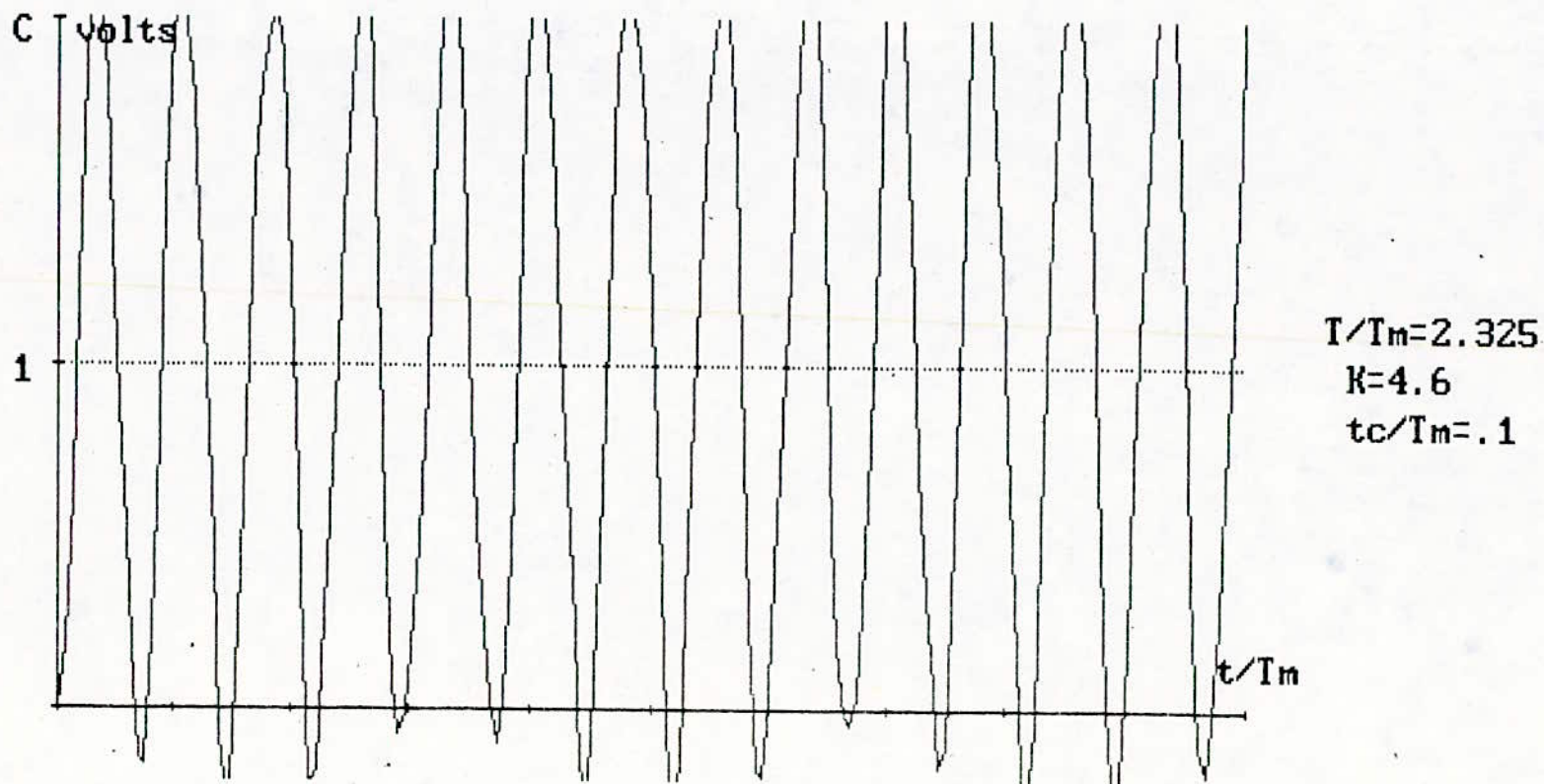


fig. 19. réponse indicielle --- influence de  $I$  --- coefficient du régulateur constant



réponse indicielle---influence de  $I$ ---coefficients du régulateur constants  
 fig. 20.

en évidence l'influence de cette dernière. entre le temps de calcul  $t_c$  et la période  $T$ , il existe la relation  $t_c/T_m = 0,1$ . Le facteur  $K$  étant  $K = 4,6$ .

On constate que la rapidité du phénomène transitoire augmente lorsque la valeur de  $T$  augmente. Le meilleur comportement dynamique est obtenu pour  $T/T_m = 0,5$ . Lorsque la période  $T$  dépasse cette dernière valeur, le dépassement devient de plus en plus important. Pour  $T/T_m = 2,325$  le système se trouve à la limite de la stabilité.

### 5.6.3 - INFLUENCE DU FACTEUR K

Les figures 21, 22 et 23 montrent les réponses indicielles pour  $T/T_m = 0,5$  et  $\epsilon_r = 4$  et plusieurs valeurs pour le facteur  $K$ .

La rapidité du phénomène transitoire augmente lorsque la valeur de  $K$  augmente. Le meilleur comportement transitoire est obtenu pour  $K = 4,6$ . Pour  $K = 8$ , la réponse indicielle présente un fort dépassement et une oscillation mal amortie.

Pour  $K = 15,1$ , la réponse indicielle présente une oscillation à amplitude constante; on se trouve effectivement à la limite de stabilité.

### 5.6.4 - INFLUENCE DU TEMPS DE CALCUL

Les figures 24 à 28 montrent l'allure de la réponse indicielle de la grandeur à régler pour plusieurs valeurs de  $\epsilon_r$ . Ces courbes sont valables pour  $T/T_m = 0,5$  et  $K = 4,6$ .

Les autres valeurs du rapport  $T/T_m$  donnent pratiquement la même allure de la réponse indicielle.



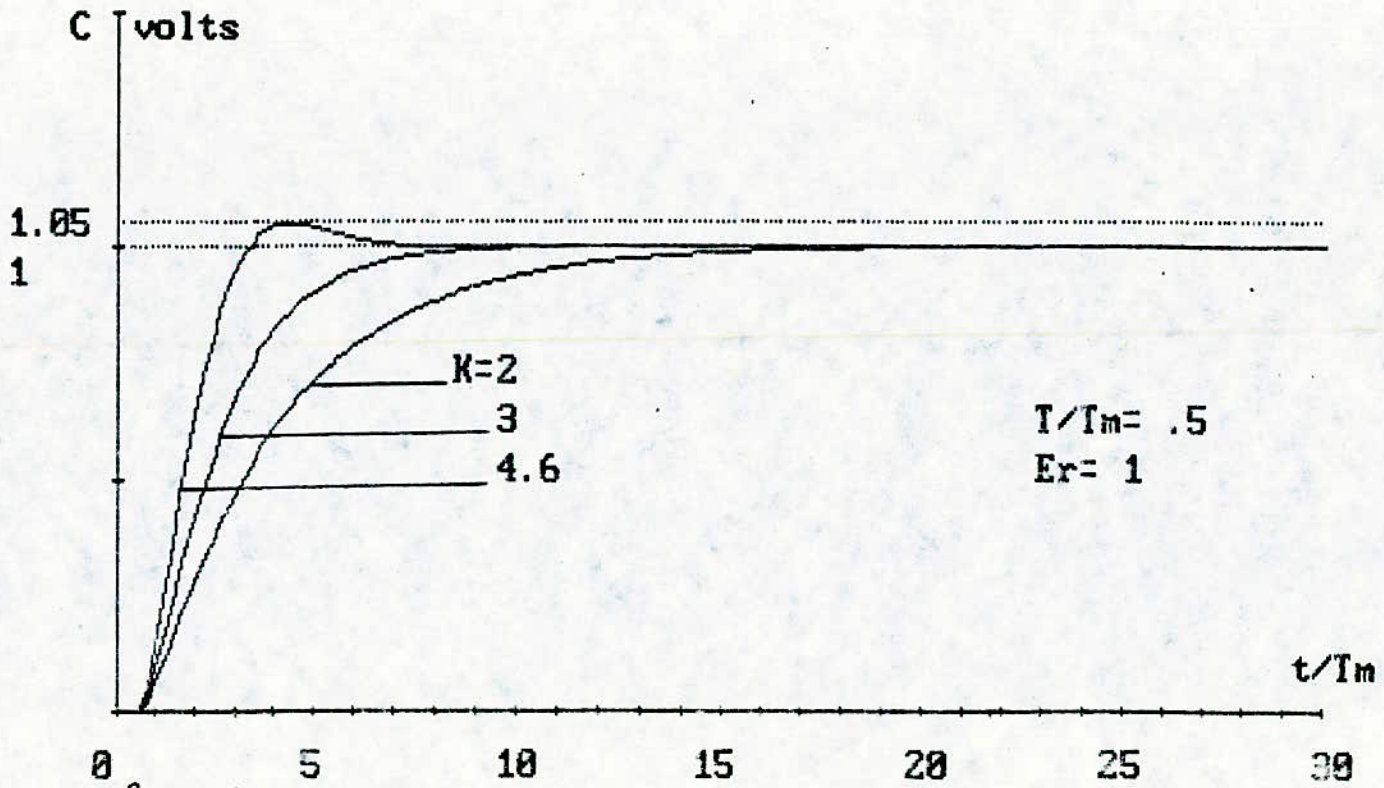


fig.21. réponse indicielle---influence de K

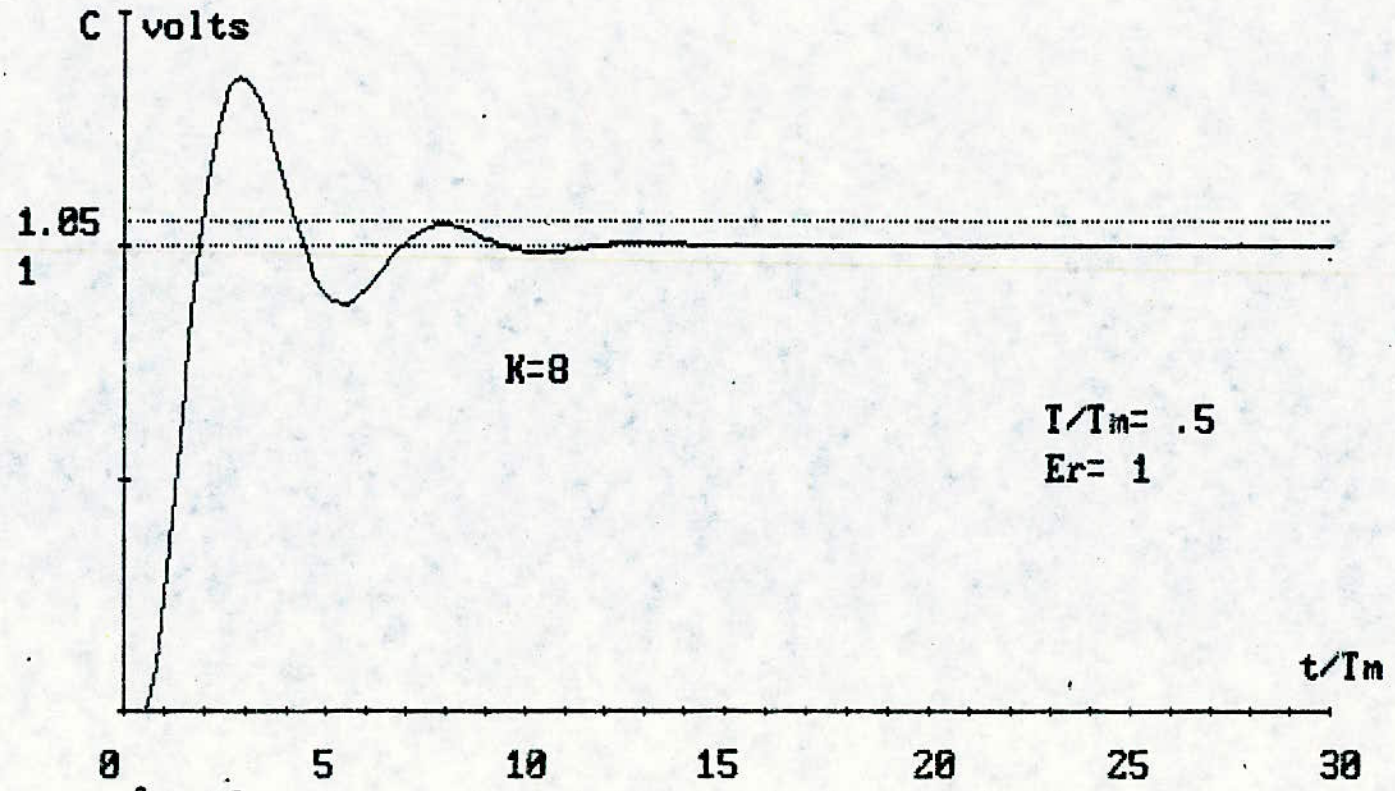


fig.22. réponse indicielle---influence de K

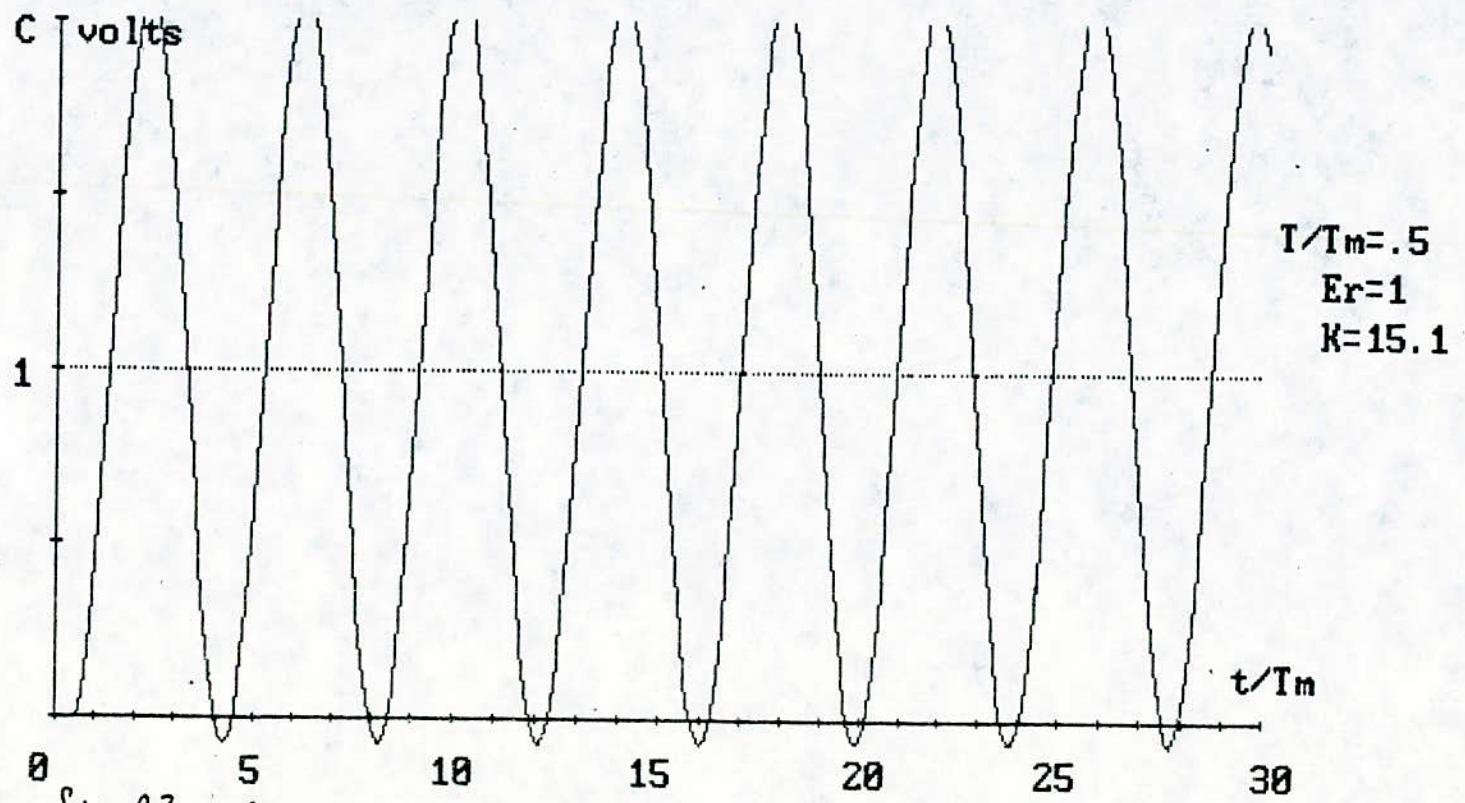
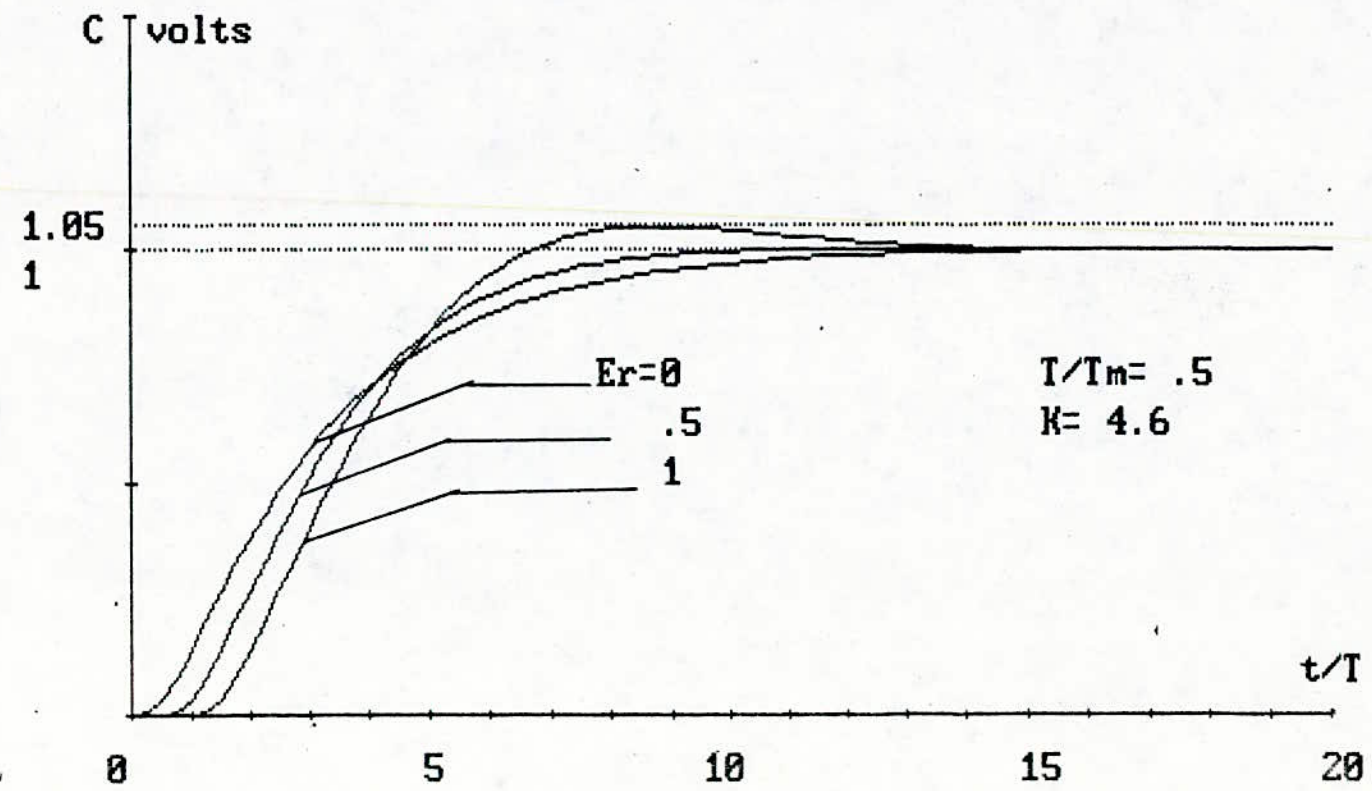


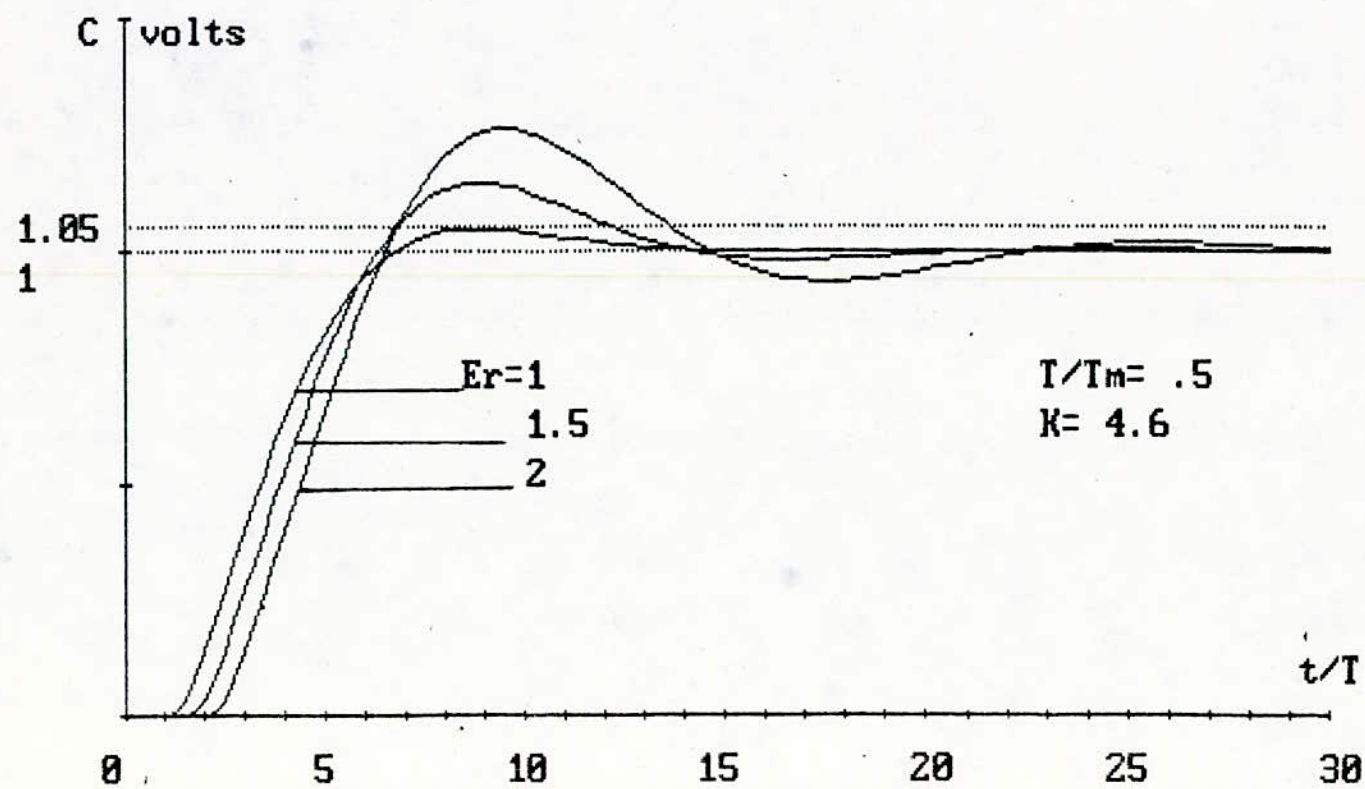
fig.23. réponse indicielle---influence de K





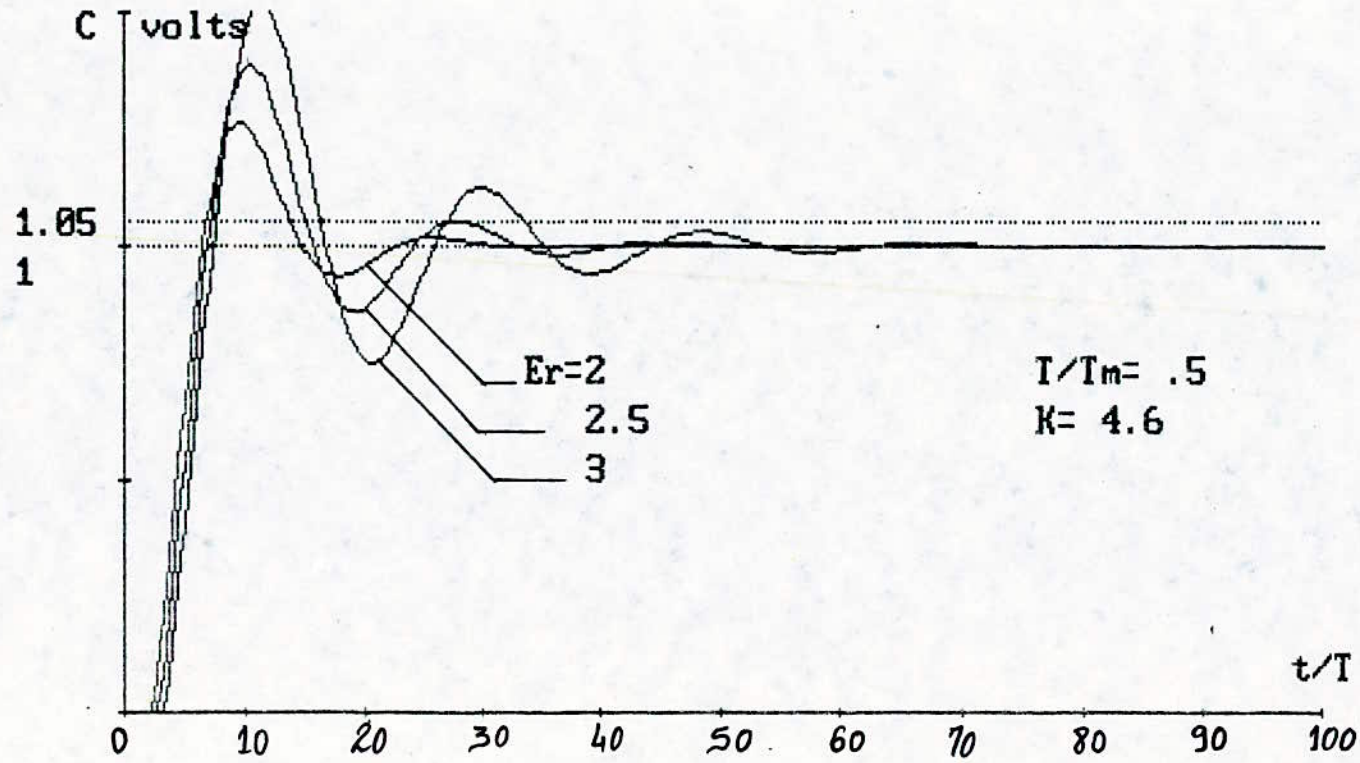
réponse indicielle---influence de  $E_r$ ---coefficients du régulateur constants

fig. 24.



réponse indicielle---influence de  $E_r$ ---coefficients du régulateur constants

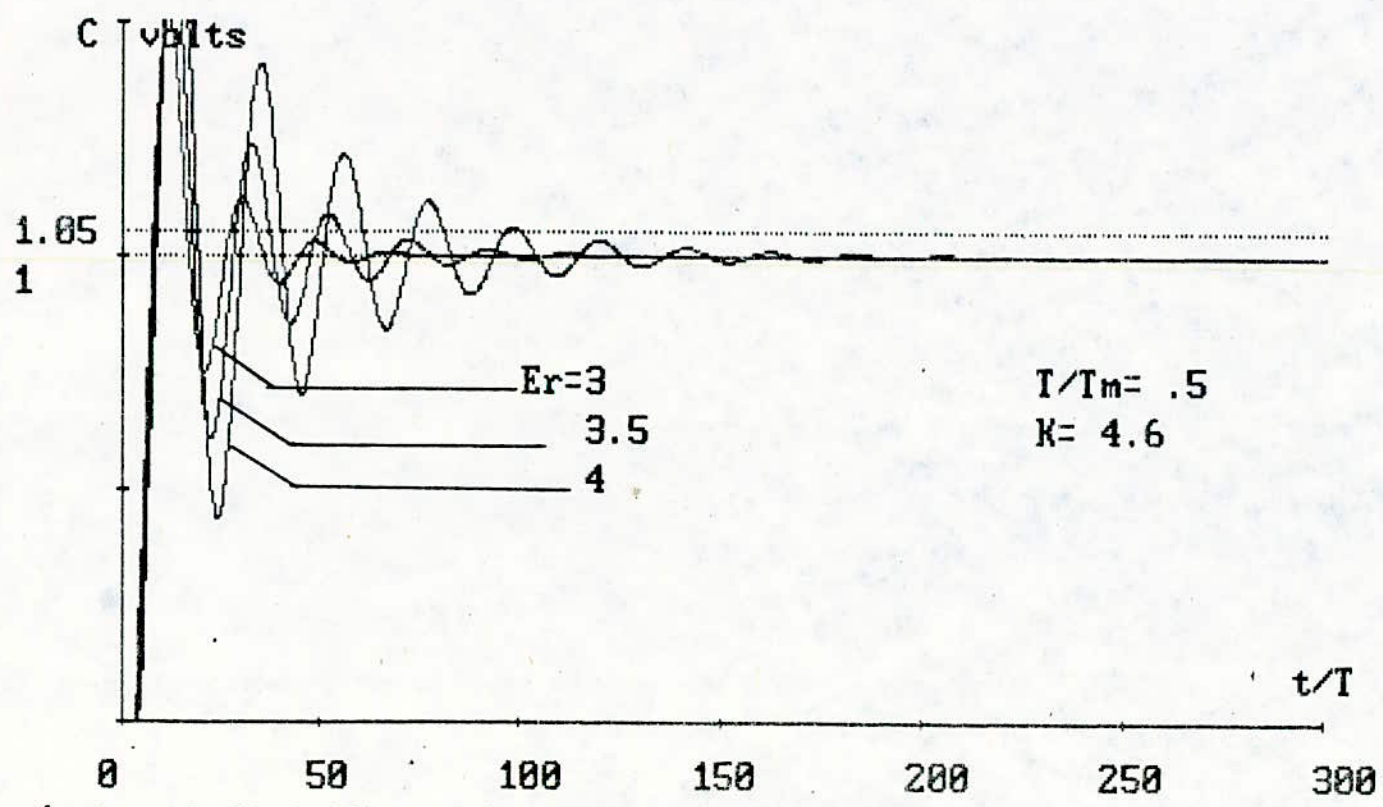
fig. 25.



réponse indicielle---influence de  $E_r$ ---coefficients du régulateur constants

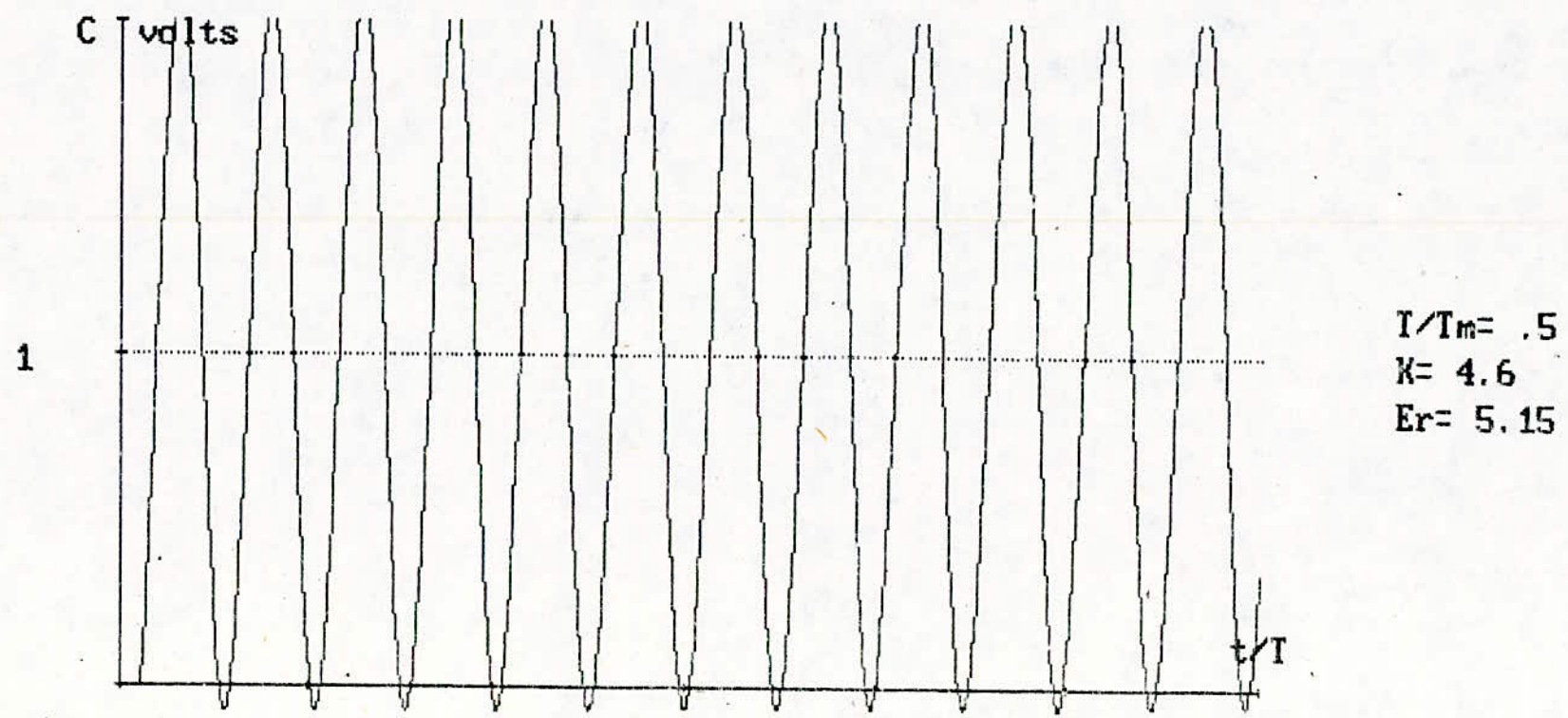
fig. 26.





réponse indicielle---influence de  $E_r$ ---coefficients du régulateur constants

Fig. 27.



réponse indicielle---influence de  $E_r$ ---coefficients du régulateur constants

fig. 28

Dans ces figures, on voit clairement l'accélération du phénomène transitoire avec l'augmentation du retard  $E_r$ , ceci est dû au fait que le facteur  $K$  est constant.

On constate que le dépassement devient de plus en plus grand pour  $E_r > 1$ . La valeur critique du retard  $E_r$  étant  $E_r = 5,15$  pour laquelle le système se trouve à la limite de la stabilité comme le montre la figure 28.

pour  $T/T_m = 0,3$  et  $K = 11,5$ ; la valeur critique de  $E_r$  est  $E_r = 5,25$ ,  
pour  $T/T_m = 0,1$  et  $K = 93$ ; la valeur critique de  $E_r$  est  $E_r = 5,35$ .

Pour ce cas, nous avons relevé les grandeurs caractéristiques de la qualité de réglage; ainsi, les courbes des figures 29 et 30 montrent que le temps de montée diminue pour atteindre un minimum à  $E_r = 1,5$ , puis augmente avec  $E_r$ . Cependant, le dépassement augmente toujours lorsque  $E_r$  croît.

A partir de ces constatations, on peut conclure que la qualité de réglage dépend essentiellement du temps de calcul du calculateur; il faut donc bien choisir ce dernier.

Si ce temps est négligeable vis-à-vis de la période d'échantillonnage, les performances dynamiques du système sont uniquement limitées par l'énergie que peut accepter le système à régler.

Ainsi, le choix de la période d'échantillonnage résulte d'un compromis à faire entre stabilité et précision du système d'une part, et coût du calculateur lié à sa rapidité et sa capacité, d'autre part.

## 5.7 : SIMULATION NUMERIQUE

### 5.7.1 - GÉNÉRALITÉS



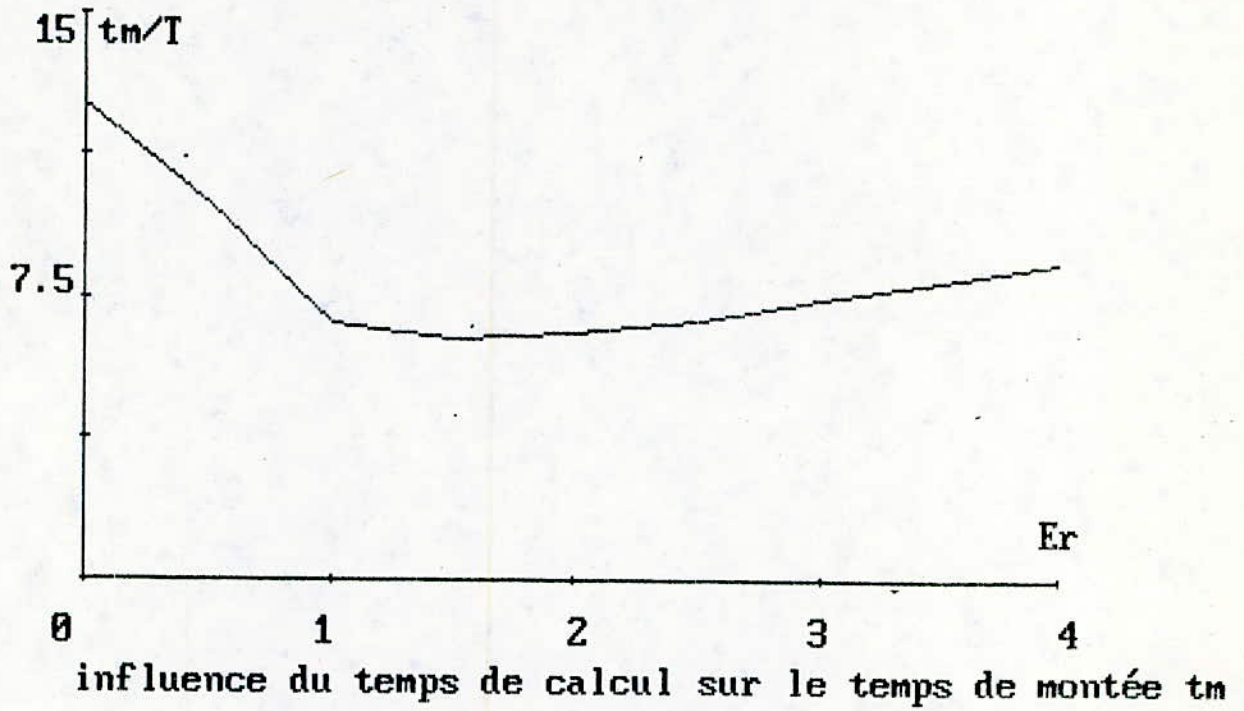


fig. 29.

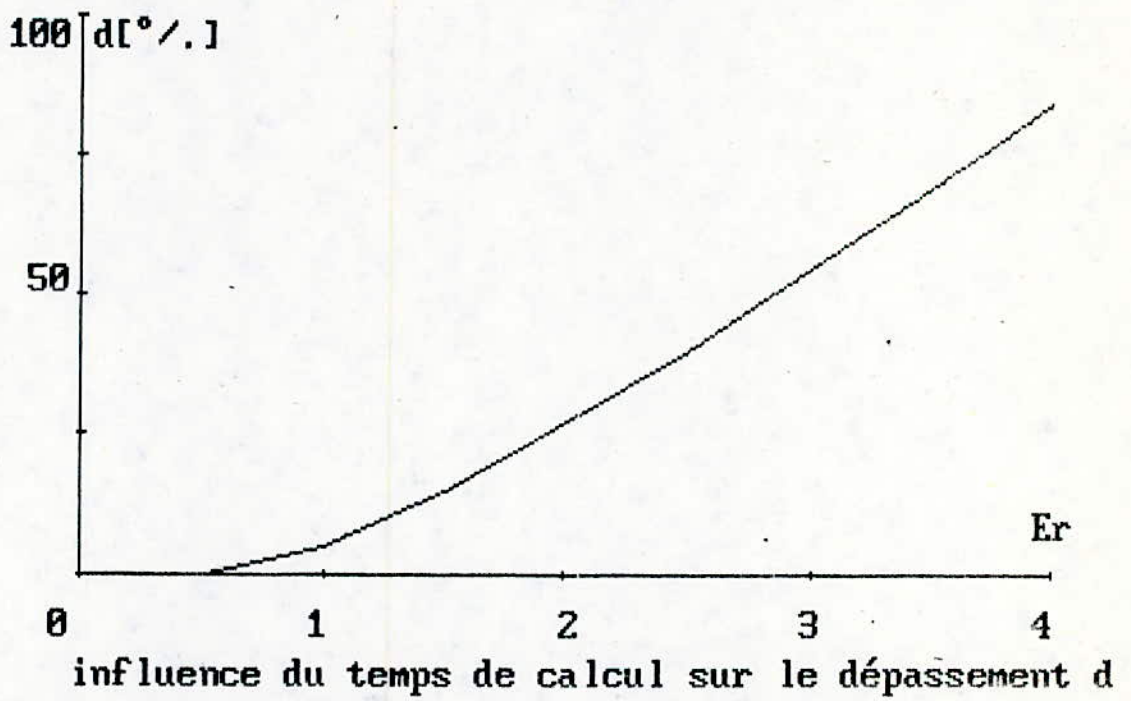


fig. 30.

L'étude précédente faite sur un modèle linéaire établi pour le système à régler a montré l'influence de la période d'échantillonnage et du temps de calcul du calculateur sur la qualité de réglage. Cependant, on ne connaît pas l'allure du courant d'induit et de la vitesse. Pour y parvenir, on procède par la méthode de la simulation numérique.

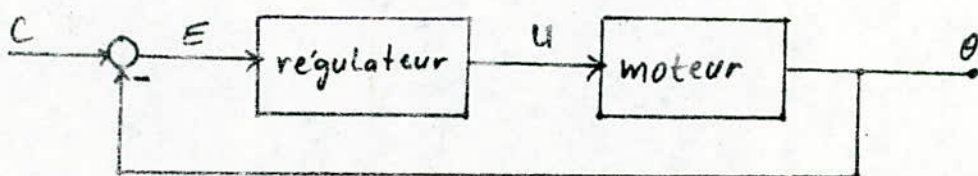
Les caractéristiques dynamiques présentées par ce modèle du système global en boucle fermée permettent le choix des coefficients du régulateur au sens d'une dynamique désirée.

Le but de la simulation est donc d'exhiber les limitations physiques du système et les contraintes à respecter (la valeur maximale de crête du courant, l'échelon maximal de la valeur de consigne pour la position, par exemple).

Dans ce contexte, les équations différentielles du système sont utilisées pour une simulation des transitoires des différentes grandeurs. Pour cela, nous avons employé des algorithmes d'intégration numérique de RUNGE KUTTA.

## 5.7.2 LA SIMULATION

La simulation du comportement du système à régler est basée sur le schéma bloc suivant:



Le moteur peut être représenté par le modèle suivant:



$$\begin{cases} \frac{d\Omega}{dt} = \frac{K}{J_e} I - \frac{f_t}{J_e} \Omega - \frac{T_c/N}{J_e} \\ \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} I - \frac{K}{L} \Omega + \frac{U}{L} \\ \frac{d\theta}{dt} = \Omega \end{cases}$$

Pour un régulateur du type P.D, la relation entre la grandeur de commande  $u$  et l'écart de réglage  $E$  prend la forme

$$U[k] = K_p E[k] + K_d (E[k] - E[k-1])$$

A l'aide de cette expression, on peut exprimer l'algorithme de réglage à l'aide d'un pseudo-langage de programmation par :

$$\begin{array}{|l} U = (K_p + K_d) E - K_d E_0 \\ \text{sortir } U \\ E_0 = E \end{array}$$

Après avoir calculé la valeur  $u$  de la grandeur de commande, le calculateur numérique peut imposer cette nouvelle valeur au système à régler. L'échange de  $E$  à  $E_0$  peut être exécuté dans l'intervalle jusqu'au prochain instant d'échantillonnage.

Au début, on doit prescrire une valeur initiale à  $E_0$  qui est en général  $E_0 = 0$ .

## PARAMETRES DU MOTEUR

- coefficient de la F.C.E.M :  $K = 0,053 \text{ MKSA.}$
- moment d'inertie total :  $J_e = 133,8 \cdot 10^{-6} \text{ MKSA.}$



- coefficient de frottement total :  $f_t = 1,457 \cdot 10^{-4}$  MKSA.
- coefficient de réduction :  $N = 1$ .
- résistance d'induit :  $R = 4,2 \Omega$ .
- inductance d'induit :  $L = 0,0195$  H.

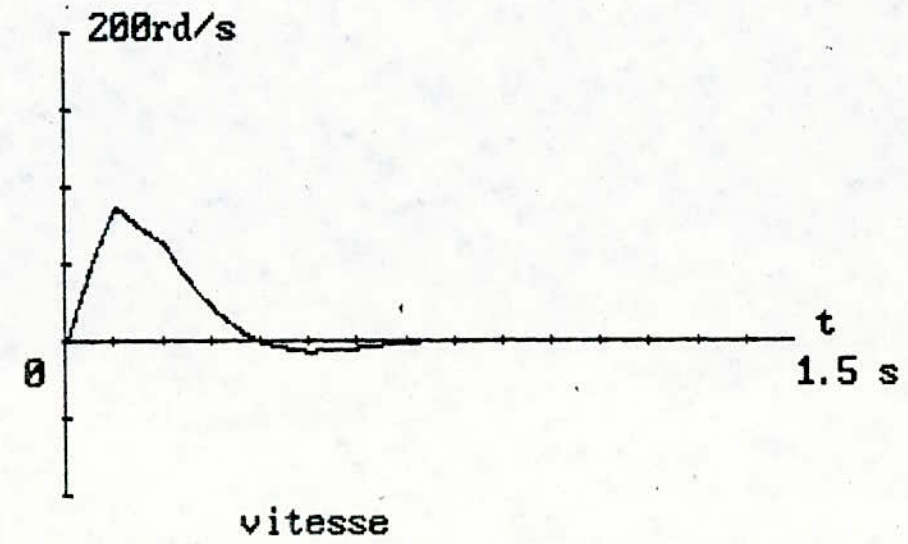
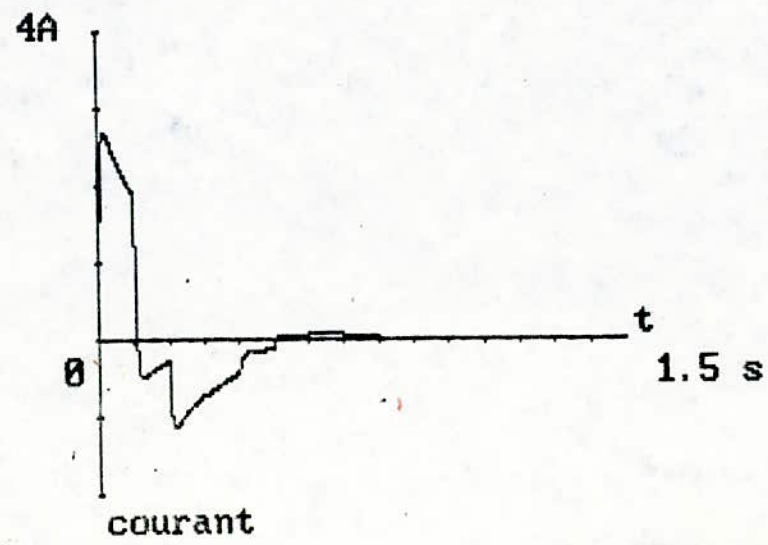
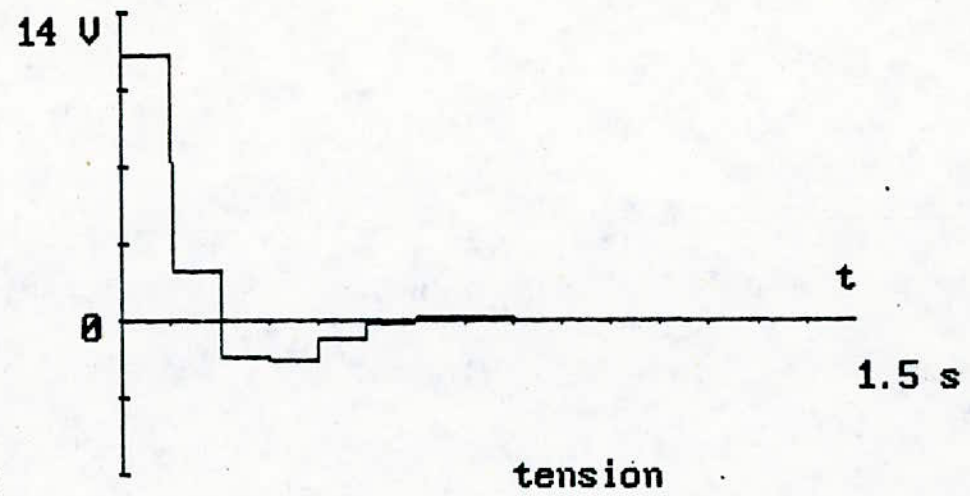
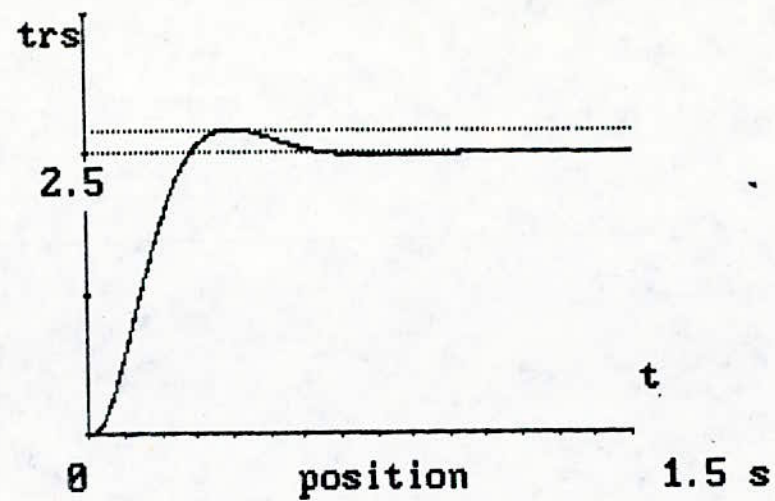
Le programme N° 6 qui permet cette simulation se trouve en annexe, à l'aide de ce dernier, on peut visualiser en même temps les transitoires de la grandeur à régler (position), la tension aux bornes de l'induit, le courant d'induit et l'allure de la vitesse, comme le montre les courbes des figures 31, 32 et 33.

On constate que les courbes représentant la position sont similaires à celles trouvées dans l'étude précédente; Les performances temporelles sont aussi retrouvées (temps de montée, dépassement).

Comme il a été déjà dit, la valeur maximale  $U_{max}$  de la grandeur de commande intervient durant la première période d'échantillonnage comme le montre les figures.

Les courbes montrent aussi que la valeur maximale du courant intervient au début de la première période d'échantillonnage, puis le courant diminue jusqu'au début de la deuxième période d'échantillonnage où il devient négatif car, à cet instant la F.C.E.M est plus grande que la tension  $U$ . A partir de la troisième période d'échantillonnage la tension  $U$  devient négative, ainsi, le courant reste pratiquement négatif et décroît en module jusqu'au régime d'établissement où les trois grandeurs, tension, courant et vitesse s'annulent.

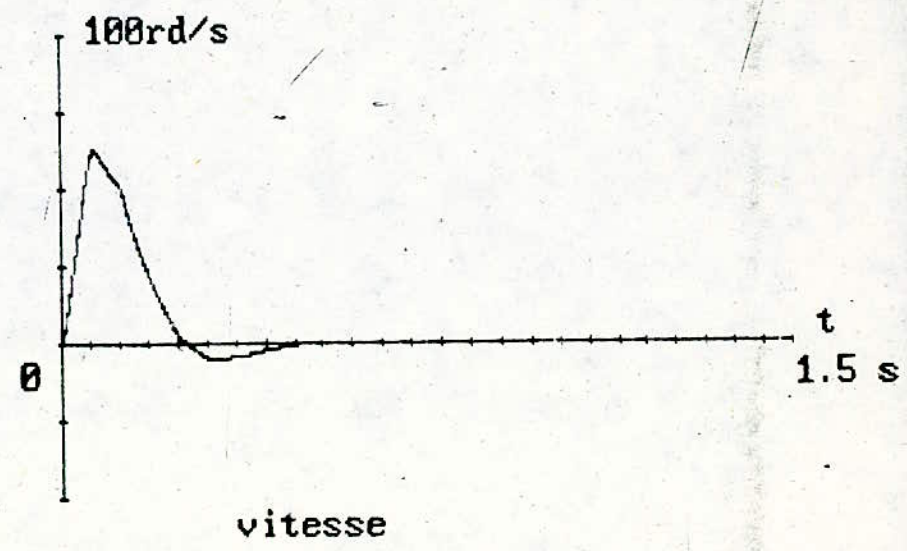
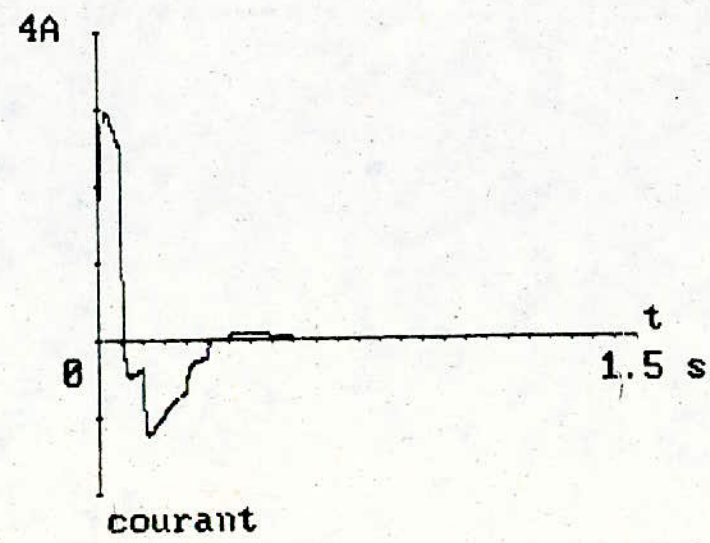
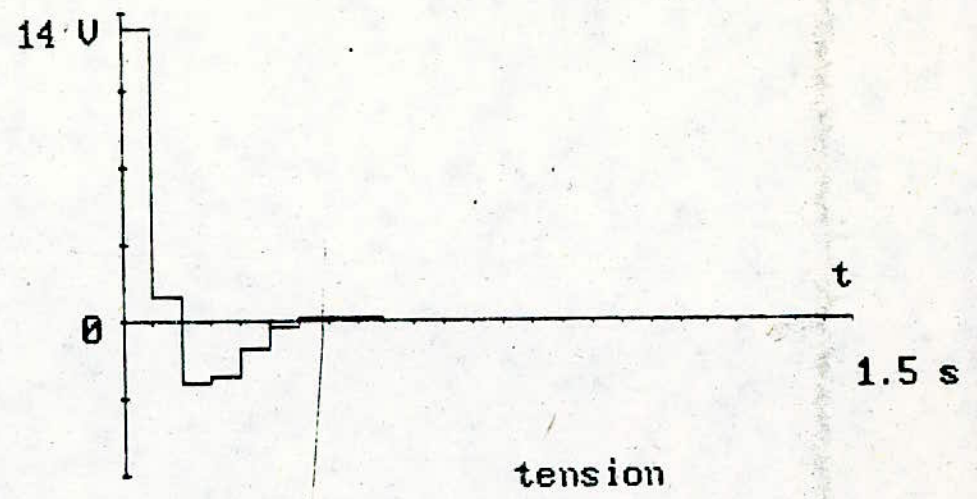
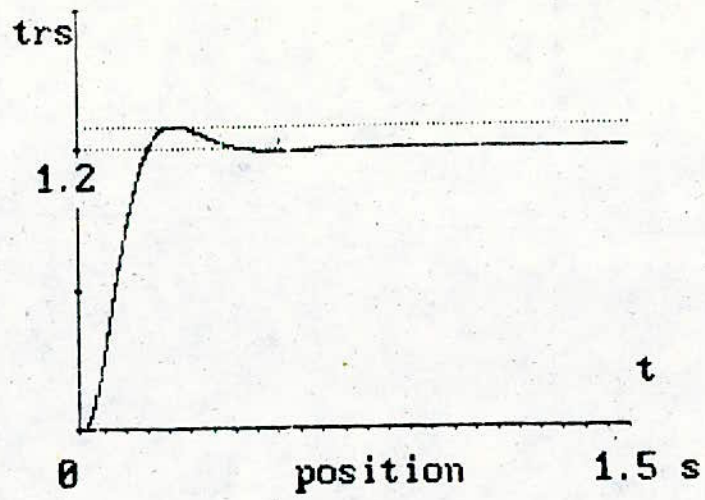
On remarque aussi que la valeur maximale de l'échelon de position décroît avec la période d'échantillonnage,



I=100ms

Fig. 31.

70

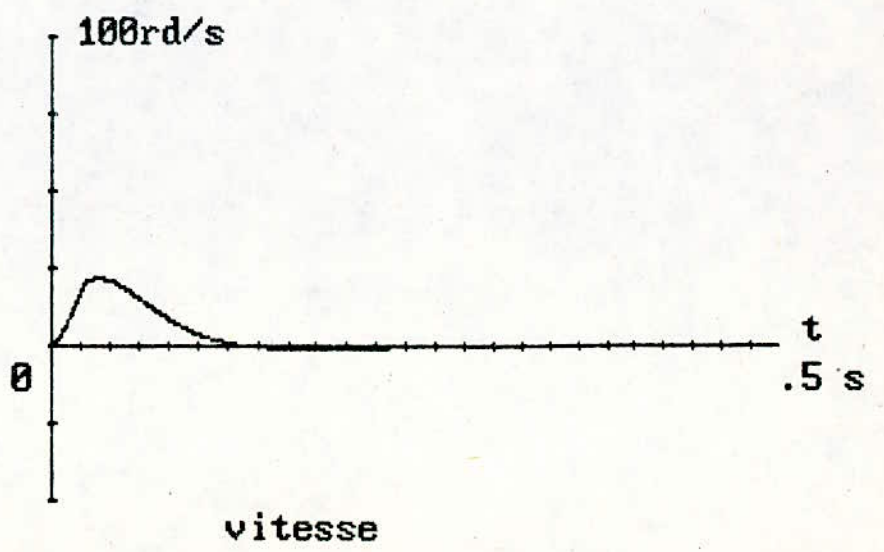
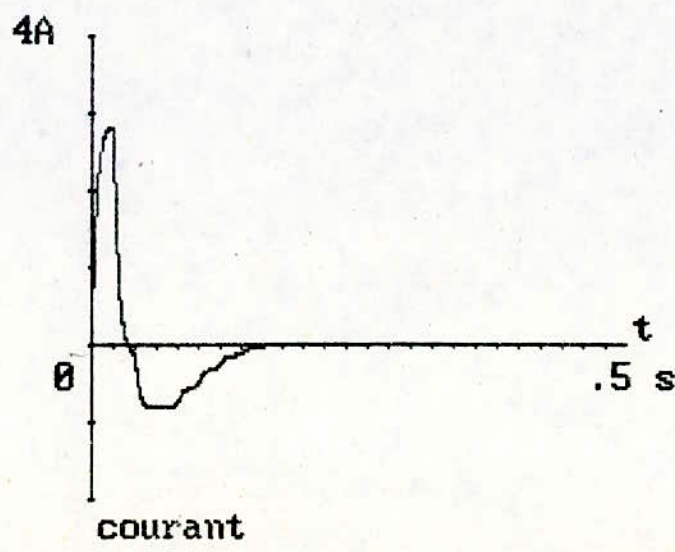
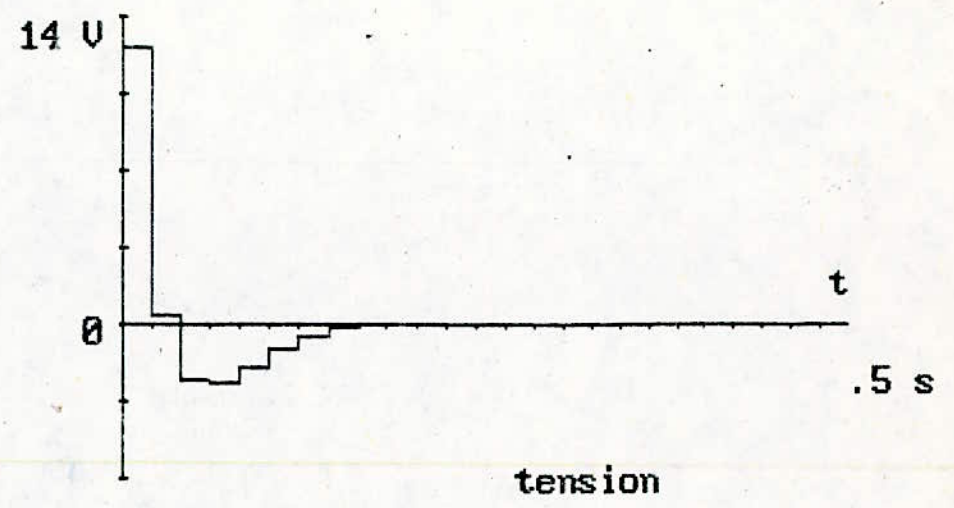
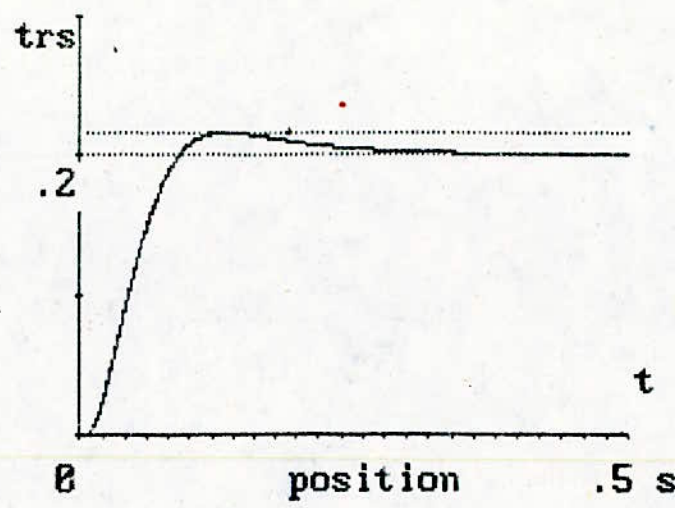


$T=60ms$

fig. 32.

71





T=20ms

fig. 33.

Ceci limite la gamme de fonctionnement pour une qualité de réglage donnée.

Il est important de remarquer que les valeurs des coefficients du régulateur sont déterminés à partir d'un modèle linéaire, évidemment, seule l'observation des résultats expérimentaux confirmeront la nécessité éventuelle de les ajuster.



## CONCLUSION

Dans ce travail, on a étudié l'influence de la période d'échantillonnage et du temps de calcul du calculateur numérique sur le comportement dynamique d'un petit moteur à courant continu.

Cette étude a montré que le temps de calcul exerce une influence néfaste sur la qualité de réglage et pose des problèmes en ce qui concerne le choix de la période d'échantillonnage.

D'autre part, la synthèse du circuit de réglage a montré que la gamme de fonctionnement de la machine est limitée grâce à la limitation de la grandeur de commande pour maintenir l'intensité du courant au dessous de la valeur maximale.

De plus, la simulation numérique montre que le gradient de courant est relativement grand, Les moteurs à courant continu n'admettent pas de variations de courant trop rapides sur leur collecteur, d'où la nécessité de limiter cette vitesse de variation.

Pour palier ces inconvénients, on doit prévoir, en plus de l'algorithme de réglage de la position, un algorithme de limitation du courant d'induit. Ce dernier doit intervenir lorsque le courant d'induit atteint la limite.

Cette étude limitée à un régime de fonctionnement particulier pourrait être prolongée, dans ce sens; une continuité est souhaitée.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. BÜHLER, REGLAGES ÉCHANTILLONNÉS.  
Volume 1: TRAITEMENT PAR LA TRANSFORMATION EN Z.  
Presses polytechniques romandes.
- [2] COMMANDE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU  
PAR UN MICRO-ORDINATEUR.  
PROJET DE FIN D'ÉTUDE - PROMOTION: JUIN 85.
- [3] Y. SEVELY, SYSTÈMES ET ASSERVISSEMENTS  
LINÉAIRES ÉCHANTILLONNÉS, DUNOD, PARIS, 1969.
- [4] C. FOULARD, S. GENTIL, J. P. SANDRAZ, COMMANDE ET  
RÉGULATION PAR CALCULATEUR NUMÉRIQUE,  
EDITIONS EYROLLES, PARIS, 1977.
- [5] P. NASLIN, TECHNOLOGIE ET CALCUL PRATIQUE  
DES SYSTÈMES ASSERVIS, DUNOD, PARIS, 1958.
- [6] M. MÉÉROV, Y. MIKHAÏLOV, V. FRIEDMAN, PRINCIPES  
DE LA COMMANDE AUTOMATIQUE, EDITIONS DE  
MOSCOU.
- [7] M. AUMIAUX, PRATIQUE DE L'ÉLECTRONIQUE,  
TOME 2; COMPAREURS, FILTRES ACTIFS, TECHNIQUES  
NUMÉRIQUES, EDITION MASSON.
- [8] J. AUVRAY, ÉLECTRONIQUE DES SIGNAUX ÉCHANTILLONNÉS  
ET NUMÉRIQUES, EDITION DUNOD.

ANNEXE

# PROGRAMME - 1-

```
60 '----REPONSE HARMONIQUE EN BOUCLE OUVERTE-----
70 T=.1
80 XMAX=.2:YMAX=.2
90 GOSUB 1900
200 K=1.428:TM=.2:ZI=EXP(-T/TM)
300 FOR ER=0 TO 1 STEP .2
400 D0=K*(-T*ZI*ER+TM*(ZI^(1-ER)-ZI))
500 D1=K*(T*(ER-ZI*(1-ER))+TM*(1+ZI-2*ZI^(1-ER)))
600 D2=K*(T*(1-ER)+TM*(ZI^(1-ER)-1))
700 FOR W=.01 TO 3.14 STEP .01
800 A=D2*COS(2*W)+D1*COS(W)+D0
900 B=D2*SIN(2*W)+D1*SIN(W)
1000 C=COS(3*W)-COS(2*W)
1100 D=SIN(3*W)-SIN(2*W)
1200 X=(A*C+B*D)/(C^2+D^2)
1300 Y=(B*C-A*D)/(C^2+D^2)
1400 IF W=.01 THEN 1600
1500 LINE (X0,Y0)-(X,Y)
1600 X0=X:Y0=Y
1700 NEXT W
1800 NEXT ER
1801 LOCATE 1,45:PRINT"Im"
1802 LOCATE 6,58:PRINT"Re"
1803 LOCATE 3,50:PRINT"F(jw)"
1804 LOCATE 16,45:PRINT -YMAX/2
1805 LOCATE 21,50:PRINT"réponse harmonique"
1806 LOCATE 6,1:PRINT -XMAX
1807 LOCATE 6,21:PRINT -XMAX/2
1808 LOCATE 15,55:PRINT"T/Tm=";T/TM
1809 LOCATE 22,50:PRINT"en boucle ouverte"
1810 LINE (0,0)-(-XMAX/SQR(3),-YMAX)
1899 END
1900 '-----tracé des axes-----
2000 CLS:SCREEN 3
2100 VIEW (0,0)-(453,395)
2200 WINDOW (-XMAX,-YMAX)-(XMAX/3,YMAX/3)
2300 LINE (-XMAX,0)-(XMAX,0)
2400 LINE (0,-YMAX)-(0,YMAX)
2500 FOR I=-XMAX TO XMAX STEP XMAX/2
2600 LINE (I,-YMAX/100)-(I,YMAX/100)
2700 NEXT I
2800 FOR I=-YMAX TO YMAX STEP YMAX/2
2900 LINE (-XMAX/100,I)-(XMAX/100,I)
3000 NEXT I
3100 RETURN
```



## PROGRAMME-2-

```

100 '---LIEU DES RACINES---AMORTISSEMENT RELATIF OPTIMAL----
101 XMAX=1.5:YMAX=1.5:TM=.2:T=.1:GOSUB 2700
102 FOR W=0 TO 6.28 STEP 6.28/1000
103 X=COS(W):Y=SIN(W)
104 IF W=0 THEN 106
105 LINE (X0,Y0)-(X,Y):LINE (EXP(-W)*X0,EXP(-W)*Y0)-(EXP(-W)*X,EXP(-W)*Y):LINE (
EXP(-W)*X0,-EXP(-W)*Y0)-(EXP(-W)*X,-EXP(-W)*Y)
106 X0=X:Y0=Y:NEXT W
107 FOR W=-3.14/4 TO 3.14/4 STEP 3.14/1000
108 X=.5*COS(W):Y=.5*SIN(W)
109 IF W=-3.14/4 THEN 111
110 LINE (X0,Y0)-(X,Y)
111 X0=X:Y0=Y
112 NEXT W
113 X0=0:Y0=0
120 FOR ER=0 TO 1 STEP .2
200 K=1.428:ZI=EXP(-T/TM)
800 D0=K*(-T*ZI*ER+TM*(ZI^(1-ER)-ZI))
900 D1=K*(T*(ER-ZI*(1-ER))+TM*(1+ZI-2*ZI^(1-ER)))
1000 D2=K*(T*(1-ER)+TM*(ZI^(1-ER)-1))
1010 FOR GK=0 TO 50 STEP .5
1100 A1=GK*D2-1:A2=GK*D1:A3=GK*D0
1200 Q=A3-1/3*A1*A2+2/27*A1^3
1300 P=A2-1/3*A1^2
1400 D=Q^2/4+P^3/27
1500 IF D>0 THEN 1700
1600 GK=GK+.001:GOTO 1100
1700 Z0=-1
1800 Z1=Z0-(Z0^3+A1*Z0^2+A2*Z0+A3)/(3*Z0^2+2*A1*Z0+A2)
1900 IF ABS(Z1-Z0)<.0001 THEN 2100
2000 Z0=Z1:GOTO 1800
2100 X=-(A1+Z1)/2:Y=SQR((A2+A1*Z1+Z1^2)-(A1+Z1)^2/4)
2200 IF GK=50 THEN 2510
2300 LINE (X0,Y0)-(X,Y):LINE (X0,-Y0)-(X,-Y)
2400 X0=X:Y0=Y
2500 NEXT GK
2510 X0=0:Y0=0:NEXT ER
2600 END
2700 CLS:SCREEN 3
2800 VIEW (0,0)-(480,399)
2900 WINDOW (-XMAX,-YMAX)-(XMAX,YMAX)
3000 LINE (-XMAX,0)-(XMAX,0)
3100 LINE (0,-YMAX)-(0,YMAX)
3200 FOR I=-XMAX TO XMAX STEP XMAX/3
3300 LINE (I,-YMAX/100)-(I,YMAX/100)
3400 NEXT I
3500 FOR I=-YMAX TO YMAX STEP YMAX/3
3600 LINE (-XMAX/100,I)-(XMAX/100,I)
3700 NEXT I
3710 LOCATE 4,28:PRINT "+j":LOCATE 22,28:PRINT "-j"
3720 LOCATE 14,8:PRINT "-1":LOCATE 14,53:PRINT "+1"
3730 LOCATE 12,60:PRINT "Re":LOCATE 1,33:PRINT "Im"
3740 LOCATE 5,55:PRINT "PLAN Z"
3750 LOCATE 20,55:PRINT "détermination du facteur K"
3760 LOCATE 21,55:PRINT "par la méthode du lieu des"
3770 LOCATE 22,52:PRINT "racines pour un amortissement"
3780 LOCATE 23,55:PRINT "relatif optimal"
3790 LOCATE 18,55:PRINT "T/Tm=";T/TM
3800 RETURN

```

## PROGRAMME-3-

```

10 CLS
100 PRINT "LIEU DES RACINES----AMORTISSEMENT RELATIF OPTIMAL----CALCUL DE Karo"
110 TM=.2:GK=180
200 FOR T=.02 TO .2 STEP .02
300 PRINT "*****"
400 PRINT "T/Tm=";T/TM
500 PRINT "*****"
600 FOR ER=0 TO 1.1 STEP .1
700 K=1.428:ZI=EXP(-T/TM)
800 D0=K*(-T*ZI*ER+TM*(ZI^(1-ER)-ZI))
900 D1=K*(T*(ER-ZI*(1-ER))+TM*(1+ZI-2*ZI^(1-ER)))
1000 D2=K*(T*(1-ER)+TM*(ZI^(1-ER)-1))
1100 A1=GK*D2-1:A2=GK*D1:A3=GK*D0
1200 Q=A3-1/3*A1*A2+2/27*A1^3
1300 P=A2-1/3*A1^2
1400 D=Q^2/4+P^3/27
1500 IF D>0 THEN 1700
1600 GK=GK+.01:GOTO 1100
1700 Z0=-1
2000 Z1=Z0-(Z0^3+A1*Z0^2+A2*Z0+A3)/(3*Z0^2+2*A1*Z0+A2)
2100 IF ABS(Z1-Z0)<(.0001 THEN 2600
2200 Z0=Z1:GOTO 2000
2600 W0=-LOG(SQR(A2+A1*Z1+Z1^2))
2700 IF (A1+Z1)/2+EXP(-W0)*COS(W0)=-.000001 THEN 2900
2800 GK=GK+.01:GOTO 1100
2900 IF (A1+Z1)/2+EXP(-W0)*COS(W0)=-.000001 THEN 3100
3000 GK=GK-.001:GOTO 1100
3100 PRINT "Er=";ER,"Karo=";GK
3200 NEXT ER:NEXT T
3300 END

```



## PROGRAMME - 4 -

```

100 '---REPOSE INDICIELLE DE LA GRANDEUR A REGLER-----
101 T=.1
110 DIM H(50,5):DIM B(5,5)
120 XMAX=1.5:YMAX=1.5:TM=.2:GOSUB 7000
122 FOR P=1 TO 6:READ A(P):NEXT P:DATA 0,.2,.4,.6,.8,1:FOR P=1 TO 6:READ G(P):NE
XT P:DATA 9.1,7.6,6.5,5.7,5.1,4.6
123 FOR P=1 TO 6
125 ER=A(P):GK=G(P)
200 K=1.428:ZI=EXP(-T/TM)
800 DD=K*(-T*ZI*ER+TM*(ZI^(1-ER)-ZI))
900 D1=K*(T*(ER-ZI*(1-ER))+TM*(1+ZI-2*ZI^(1-ER)))
1000 D2=K*(T*(1-ER)+TM*(ZI^(1-ER)-1))
1100 A0=-GK*DD:A1=GK*DD-GK*D1:A2=GK*D1-GK*D2+1:A3=GK*D2-2
3720 J=0
3730 FOR E=ER TO 1+ER STEP .25
3740 J=J+1:V=E-ER
3742 D0(V)=K*(-T*ZI*(1-V)+TM*(ZI^V-ZI))
3744 D1(V)=K*(T*(1-V-ZI*V)+TM*(1+ZI-2*ZI^V))
3746 D2(V)=K*(T*V+TM*(ZI^V-1))
3760 B(1,J)=0:B(2,J)=0:B(3,J)=GK*D0(V):B(4,J)=GK*D1(V):B(5,J)=GK*D2(V)
3770 NEXT E
4000 FOR J=1 TO 5
4100 H(1,J)=B(5,J):H(2,J)=B(4,J)-A3*H(1,J):H(3,J)=B(3,J)-A3*H(2,J)-A2*H(1,J):H(4
,J)=B(2,J)-A3*H(3,J)-A2*H(2,J)-A1*H(1,J):H(5,J)=B(1,J)-A3*H(4,J)-A2*H(3,J)-A1*H(
2,J)-A0*H(1,J)
4200 FOR I=6 TO 50
4300 H(I,J)=-A3*H(I-1,J)-A2*H(I-2,J)-A1*H(I-3,J)-A0*H(I-4,J)
4400 NEXT I:NEXT J
4500 FOR I=1 TO 50
5000 N=I-1:E=ER
5100 FOR J=1 TO 5
5200 X=T*(N+E):Y=H(I,J):E=E+.25:IF E=ER+.25 THEN 5350
5300 LINE (X0,Y0)-(X,Y)
5350 X0=X:Y0=Y
5400 NEXT J:NEXT I
5450 NEXT P
5500 END
7000 CLS:SCREEN 3
7800 VIEW (5,50)-(500,300)
7900 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/10)-(XMAX,YMAX)
8000 LINE (0,0)-(XMAX,0)
8100 LINE (0,0)-(0,YMAX)
8200 FOR I=0 TO 1.5*XMAX STEP T
8300 LINE (I,-YMAX/200)-(I,YMAX/200)
8400 NEXT I
8500 FOR I=0 TO 1.5*YMAX STEP YMAX/3
8600 LINE (-XMAX/200,I)-(XMAX/200,I)
8700 NEXT I:FOR I=0 TO XMAX STEP XMAX/200:PSET (I,1):PSET (I,1.05):NEXT I
8710 LOCATE 20,10:PRINT "réponse indicielle----influence du temps de calcul"
8720 LOCATE 11,50:PRINT "t/Tm=";T/TM
8730 LOCATE 17,62:PRINT "t/T":LOCATE 8,2:PRINT "1.05"
8740 LOCATE 9,4:PRINT "1":LOCATE 4,8:PRINT "volts":LOCATE 4,5:PRINT "C"
8800 RETURN

```



## PROGRAMME - 5-

```

100 '-----REPONSE INDICIELLE DE LA GRANIEUR DE COMMANDE-----
101 T=.1:TH=.2
110 DIM U(15)
120 XMAX=1.5:YMAX=12:GOSUB 7000
122 FOR P=1 TO 4:READ A(P):NEXT P:DATA 0,.1,.5,1:FOR P=1 TO 4:READ G(P):NEXT P:DATA 9.1,7.6,6.5,5.7,5.1,4.6
123 FOR P=1 TO 4
125 ER=A(P):GK=G(P)
200 K=1.428:ZI=EXP(-T/TH)
800 D0=K*(-T*ZIER+TH*(ZI^(1-ER)-ZI))
900 D1=K*(T*(ER-ZI*(1-ER))+TH*(1+ZI-2*ZI^(1-ER)))
1000 D2=K*(T*(1-ER)+TH*(ZI^(1-ER)-1))
1100 A0=GK*D0:A1=GK*D1:A2=GK*D2-1
3760 B0=0:B1=0:B2=-GK*ZI:B3=GK
3770 U(1)=B3:U(2)=B2-A2*U(1):U(3)=B1-A2*U(2)-A1*U(1):U(4)=B0-A2*U(3)-A1*U(2)-A0*U(1)
4000 FOR I=5 TO 15
4200 U(I)=-A2*U(I-1)-A1*U(I-2)-A0*U(I-3)
4400 NEXT I:X0=ER*T
4500 FOR I=1 TO 15
4550 IF I=1 THEN 5010
4560 Y=X0+T
5000 LINE (X0,U(I-1))-(X,U(I-1)):LINE (X,U(I))-(X,U(I-1)):X0=X:GOTO 5100
5010 LINE (X0,0)-(X0,U(I))
5100 NEXT I:NEXT P
5500 END
7000 CLS:SCREEN 3
7800 VIEW (0,0)-(480,300)
7900 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/4)-(XMAX,YMAX)
8000 LINE (0,0)-(XMAX,0)
8100 LINE (0,-YMAX)-(0,YMAX)
8200 FOR I=0 TO 1.1*XMAX STEP T
8300 LINE (I,-YMAX/200)-(I,YMAX/200)
8400 NEXT I
8500 FOR I=-YMAX TO 1.5*YMAX STEP YMAX/4
8600 LINE (-XMAX/200,I)-(XMAX/200,I)
8700 NEXT I:'FOR I=0 TO XMAX STEP 15/2000:PSET (I,1):NEXT I
8710 LOCATE 20,10:PRINT "influence du temps de calcul sur la granieur de commande"
8720 LOCATE 8,50:PRINT "T/tau=";T/TH:LOCATE 4,1:PRINT 3*YMAX/4
8730 LOCATE 14,62:PRINT "t/T":LOCATE 8,2:PRINT YMAX/2:'LOCATE 13,4:PRINT "1"
8740 LOCATE 12,2:PRINT YMAX/4:LOCATE 1,8:PRINT "voits":LOCATE 1,3:PRINT "U"
8800 RETURN

```

## PROGRAMME-6-

```

100 'DONNEES-----
101 INPUT "donner C en tours";C
102 INPUT "donner T en seconde";T
103 INPUT "KP=";KP:INPUT "KI=";KI:INPUT "KD=";KD
104 '-----
105 DIM Y(3):DIM X(3):DIM K1(3):DIM K2(3)
107 DIM K3(3):DIM K4(3):DIM F(3)
108 '----paramètres du moteur----
110 READ K,JT,FT,TC,N,R,L,NP
115 DATA .053,133.8E-06,1.457E-04,0,1,4.2,.0195,100
116 '-----
117 H=T/100:C1=6.28*C:GOSUB 1500
118 '----conditions initiales----
120 M=1:X0=0:Y0(1)=0:Y0(2)=0:Y0(3)=0
125 X=0:E0=0:S=0:Y(1)=0:Y(2)=0:Y(3)=0
127 '-----
130 E=C1-Y(3)
140 U=(KP+KD+KI)*E-KD*E0+S:E0=E:S=S+KI*E
145 E=C1-Y(3)
150 '-----RUNGE KUTTA-----
160 FOR I=1 TO 3
170 X(I)=Y(I)
180 NEXT I
190 GOSUB 1000
200 FOR I=1 TO 3
210 K1(I)=H*F(I)
220 X(I)=Y(I)+K1(I)/2
230 NEXT I
250 GOSUB 1000
260 FOR I=1 TO 3
270 K2(I)=H*F(I)
280 X(I)=Y(I)+K2(I)/2
290 NEXT I
300 GOSUB 1000
310 FOR I=1 TO 3
320 K3(I)=H*F(I)
330 X(I)=Y(I)+K3(I)/2
340 NEXT I
360 GOSUB 1000
370 FOR I=1 TO 3
380 K4(I)=H*F(I)
390 NEXT I
400 FOR I=1 TO 3
410 Y(I)=Y(I)+(K1(I)+2*K2(I)+2*K3(I)+K4(I))/6
420 NEXT I:X=X+H:GOSUB 5000:GOSUB 5300
425 GOSUB 5600:GOSUB 5800
430 X0=X:Y0(3)=Y(3):Y0(2)=Y(2):Y0(1)=Y(1):U0=U
440 IF M=NP THEN 452
450 M=M+1:GOTO 150
452 IF X=XMAX THEN 475
454 M=1:GOTO 130
475 END
1000 '----SUBROUTINE-----
1100 F(1)=(K/JT)*X(2)-(FT/JT)*X(1)-TC/M/JT
1200 F(2)=(-R/L)*X(2)-(K/L)*X(1)+U/L
1300 F(3)=X(1)
1400 RETURN

```



# PROGRAMME-6. suite -

```

1500 XMAX=1.5:YMAX=1.5*C1
1600 CLS:SCREEN 3
1700 VIEW (10,0)-(230,150)
1800 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/10)-(XMAX,YMAX)
1900 LINE (0,0)-(XMAX,0):LINE (0,0)-(0,YMAX)
2000 FOR I=0 TO 1.5*XMAX STEP T
2100 LINE (I,-YMAX/200)-(I,YMAX/200)
2200 NEXT I
2300 FOR I=0 TO YMAX STEP YMAX/3
2400 LINE (-XMAX/200,I)-(XMAX/200,I)
2500 NEXT I:LOCATE 4,1:PRINT C
2600 FOR I=0 TO XMAX STEP XMAX/100
2610 PSET (I,.67*YMAX):PSET (I,.72*YMAX)
2620 NEXT I
2700 LOCATE 10,14:PRINT "position"
2710 LOCATE 10,28:PRINT XMAX;"s"
2720 LOCATE 8,30:PRINT "t"
2800 YMAX=2:SCREEN 3:VIEW (10,200)-(230,350)
2900 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/2)-(XMAX,YMAX)
3000 LINE (0,0)-(XMAX,0):LINE (0,-YMAX/2)-(0,YMAX)
3100 FOR I=0 TO XMAX STEP T
3200 LINE (I,-YMAX/200)-(I,YMAX/200)
3300 NEXT I
3400 FOR I=-YMAX/2 TO YMAX STEP YMAX/4
3500 LINE (-XMAX/200,I)-(XMAX/200,I)
3600 NEXT I
3700 LOCATE 23,5:PRINT "courant"
3800 YMAX=100:SCREEN 3:VIEW (300,200)-(600,350)
3900 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/2)-(XMAX,YMAX)
4000 LINE (0,0)-(XMAX,0):LINE (0,-YMAX)-(0,YMAX)
4100 FOR I=0 TO XMAX STEP T
4200 LINE (I,-YMAX/100)-(I,YMAX/100)
4300 NEXT I
4400 FOR I=-YMAX TO YMAX STEP YMAX/4
4500 LINE (-XMAX/200,I)-(XMAX/200,I)
4600 NEXT I
4610 LOCATE 1,1:PRINT "trs"
4615 LOCATE 13,1:PRINT "2A"
4620 LOCATE 13,43:PRINT "100rd/s"
4630 LOCATE 20,28:PRINT XMAX;"s"
4635 LOCATE 19,30:PRINT "t"
4640 LOCATE 20,75:PRINT XMAX;"s"
4650 LOCATE 19,77:PRINT "t"
4700 LOCATE 23,50:PRINT "vitesse"
4710 YMAX=7.5:VIEW (300,0)-(600,150)
4715 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/2)-(XMAX,YMAX)
4720 LINE (0,0)-(XMAX,0):LINE (0,-YMAX/2)-(0,YMAX)
4730 FOR I=0 TO XMAX STEP T
4735 LINE (I,-YMAX/200)-(I,YMAX/200):NEXT I
4740 FOR I=-YMAX/2 TO YMAX STEP YMAX/4
4741 LINE (-XMAX/200,I)-(XMAX/200,I):NEXT I
4742 LOCATE 6,75:PRINT "t":LOCATE 1,35:PRINT YMAX;"V"
4744 LOCATE 10,60:PRINT "tension"
4746 LOCATE 8,75:PRINT XMAX;"s"
4750 RETURN

5000 YMAX=1.5*C1:VIEW (10,0)-(230,150)
5010 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/10)-(XMAX,YMAX)
5100 LINE (X0,Y0(3))-(X,Y(3))
5200 RETURN
5300 YMAX=2:VIEW (10,200)-(230,350)
5310 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/2)-(XMAX,YMAX)
5400 LINE (X0,Y0(2))-(X,Y(2))
5500 RETURN
5600 YMAX=100:VIEW (300,200)-(600,350)
5610 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/2)-(XMAX,YMAX)
5700 LINE (X0,Y0(1))-(X,Y(1))
5800 YMAX=7.5:VIEW (300,0)-(600,150)
5810 WINDOW (-XMAX/10,-YMAX/2)-(XMAX,YMAX)
6000 LINE (X0,U0)-(X,U)
6100 RETURN

```



Organigramme relatif au programme n°6.

