

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DE LA MACHINE  
A SYNCHRONNE A ROTOR  
MASSIF RAINURÉ

Proposé par :

M. EH. ZAÏM

Etudié par :

A. KEBBAB  
M. CHABANÉ

Dirigé par :



PROMOTION: JANVIER 84

## Résumé:

les moteurs asynchrones à rotor massif paraissent les mieux adaptés dans de nombreuses utilisations industrielles demandant des vitesses variables et rapides. les caractéristiques électriques du rotor lisse se dégradent considérablement au voisinage des faibles glissements et on améliore ces caractéristiques en rainurant axialement le rotor. Notre travail consiste à étudier la machine en remplaçant la zone encochée par un milieu anisotrope équivalent. les résultats théoriques sont comparés à ceux obtenus expérimentalement.

## Summary:

Asynchronous motors with solid rotor appear better adapted in many high speed industrial utilisation. the electric characteristics of smooth rotor decrease around small slips. We improve these characteristics by slitting the rotor. this work consist to study the machine by replacing the notch zone into an equivalent no isotropic medium. theoretical results are compared with those obtained by experiments.

ملخص:  
المحركات الحثية، ذوات الدورات الكتلية، تبدو أحسن تأقلماً في كثير من الإستعمالات الصناعية التي تتطلب سرعة متغيرة ومرتفعة، فالمميزات الكهربائية للدوار الأملس تتدهور عند الإنزلاقات الضعيفة. ولتحسين هذه المميزات تم عمل دواراً ذو شقوق محورية. فعملنا باذن، يختص بدراسة هذه الآلة، وذلك بتبدل المنطقة التي تحتوي على هذه الشقوق بوسط غير متجانس مكافئ لها، ثم مقارنة النتائج النظرية بالتطبيقية.

## REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur M<sup>E</sup> ZAIM pour l'aide inestimable qu'il nous a prodigué dans l'élaboration de ce projet.

Nous tenons aussi à remercier tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Nos remerciements s'adressent également à notre ami et collègue D. MIHOUBI qui a beaucoup contribué à l'élaboration de nos programmes.

Nous n'oublions pas de remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de cet ouvrage.

## DEDICACES

- A la mémoire de mon père
- A toute ma famille
- A tous ceux qui me sont chers
- A tous mes amis

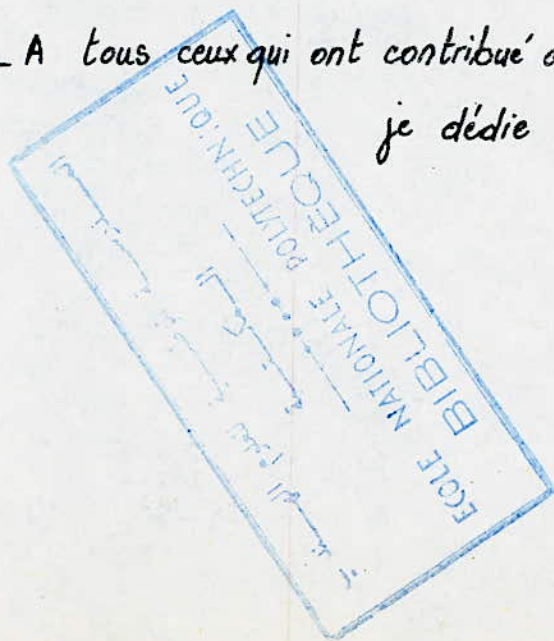
je dédie ce travail

Azeddine

- A mes parents
- A mes frères et sœurs
- A mes neveux et nièces
- A tous ceux qui me sont chers
- A toute ma famille
- A tous mes amis
- A tous ceux qui ont contribué à ma formation

je dédie ce travail

Mabrouk



## Notations

A	: Potentiel vecteur	(T.m)
B	: Induction magnétique	(T)
H	: Champ magnétique	(A/m)
E	: F.E.M statorique	(V)
J <sub>s</sub>	: Densité superficielle de courant à la surface du stator	(A/m)
Z <sub>op</sub>	: Impédance opérationnelle	(Ω)
V	: Valeur efficace de la tension d'alimentation	(V)
R <sub>s</sub>	: Résistance d'une phase statorique.	(Ω)
X <sub>f</sub>	: Réactance de fuite d'une phase statorique	(Ω)
L	: Longueur utile du rotor	(m)
d	: hauteur de la rainure	(m)
ε	: Epaisseur d'entrefer	(m)
$\alpha = \frac{\pi}{\tau_p}$	: Pulsation géométrique de l'entrefer	(rd/m)
D	: Diamètre du rotor	(m)
$\tau_p = \frac{\pi D}{2p}$	: Pas polaire	(m)
σ	: conductivité du matériau	(Ω <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup> )
μ <sub>r</sub>	: Perméabilité relative du rotor	
μ <sub>0</sub>	: Perméabilité du vide	(H/m)
μ	: Perméabilité du matériau ferromagnétique utilisé au rotor	(H/m)

$\lambda, \nu, q_1, q_2, p_1$  : Expressions complexes, fonctions  
du glissement

\* : L'astérisque placé au-dessus d'une lettre indique  
que la quantité indicée est complexe conjuguée de  
la même quantité non indicée

$P$  : Nombre de paires de pôles

$N$  : Nombre de spires par phase

$\Delta$  : Opérateur Laplacien

$N_e$  : Nombre de rainures au rotor

$E_p$  : Epaisseur de la rainure (m)

$1, 2, e$  : indices indiquant respectivement le milieu 1,  
le milieu 2 du rotor et l'entrefer

$K_s$  : Coefficient qui tient compte du bobinage et du  
passage de la densité volumique de courant à la  
densité superficielle équivalente (m<sup>-1</sup>)

# SOMMAIRE

Introduction	1
Chapitre I	
Méthodes générales du calcul des machines asynchrones à rotor massif	
— Hypothèses et Equations générales	3
— Modèle d'étude du rotor massif lisse	4
— Modèle d'étude du rotor massif rainuré	5
— schéma équivalent	7
— Prise en compte des effets d'extrémités	8
Chapitre II	
Etude théorique de la machine asynchrone à rotor massif rainuré	
— Equations générales	9
— Résolution dans le cas isotrope	9
— Calcul des paramètres électriques de la machine	14
— Résolution numérique	16
— Résolution dans le cas anisotrope	17
— Expression du potentiel vecteur dans différents milieux	18
— Résolution numérique	20

## Chapitre III

### Etude Expérimentale

– Maquette expérimentale	21
– Mesure de la caractéristique magnétique de l'acier utilisé	22
– Essais expérimentaux	25
– Etalonnage de la génératrice et détermination des pertes mécaniques du moteur	25
– Essais à tension d'alimentation constante	26
– Essais à flux constant	27
– Interprétation des résultats expérimentaux	30
a) essais à $V = \text{constante}$	30
b) essais à $\phi = \text{constant}$	31
– Comparaison avec les méthodes de calcul	32
Conclusion	62
Annexes	
– annexe 1	64
– annexe 2	66
– annexe 3	70
– annexe 4	72
Bibliographie	74



---

# **INTRODUCTION**

---

Le développement des entraînements électriques de grande puissance à vitesse variable a suscité ces dernières années de nombreuses études. L'intérêt présenté sur le plan mécanique, par l'emploi d'un rotor massif conduit à analyser, parmi d'autres structures, les moteurs asynchrones à rotor massif.

L'extension de l'électronique de puissance, a apporté des possibilités nouvelles d'alimentation et de réglage qui trouvent leur application.

Les méthodes de calcul des moteurs asynchrones à rotor massif lisse ont fait l'objet de nombreuses études [3] [4] [6] [7].

Il résulte de celles-ci que ces moteurs possèdent un couple de démarrage meilleur que les moteurs classiques, à rotor feuilleté ou à cage, par contre leurs caractéristiques électriques se dégradent considérablement pour des faibles glissements. Les raisons sont à la fois électriques et magnétiques.

Les courants rotoriques se referment avant d'avoir atteint les extrémités et le flux du stator ne pénètre pas profondément dans le fer. Un moyen d'améliorer ces caractéristiques consiste à ménager à la surface du rotor des rainures longitudinales. Ce rainurage est favorable à la fois à la pénétration du flux magnétique et à la circulation des courants induits dans le rotor.

L'objectif de notre travail est de mettre en évidence de manière synthétique quelques aspects du comportement électromagnétique de ces rotors.

Au début de notre étude, nous exposerons les problèmes généraux concernant le calcul des machines à rotor massif.

La deuxième partie concerne une étude théorique de la machine asynchrone à rotor rainuré en prenant un modèle tenant compte de l'anisotropie due à la présence des encoches. Auparavant nous traiterons le cas simplifié, isotrope. Ensuite nous exploiterons les programmes numériques mis au point après cette étude.

Parallèlement à l'étude théorique, nous avons mené une importante étude expérimentale; divers rotors ont été essayés sur un banc d'essais de 4,4 KW. Ces essais sont présentés au chapitre III et comparés avec les résultats des calculs théoriques.

---

# **CHAPITRE 1**

Méthodes générales du calcul des machines  
asynchrones à rotor massif

---

L'analyse du comportement de la machine asynchrone à rotor massif conduit à la résolution des équations de Maxwell dans un domaine tridimensionnel, ce calcul est extrêmement complexe et des hypothèses simplificatrices sont alors nécessaires.

## Hypothèses et Equations Générales

Nous adopterons les hypothèses suivantes:

- La perméabilité du stator est infinie et sa conductivité nulle par suite de son feuilletage.
- Les enroulements statoriques sont soumis à un système de courant triphasé sinusoïdal dans le temps, on se limite au premier harmonique d'espace de la densité de courant à la surface du stator.
- Les phénomènes d'hystérésis sont négligeables.
- La longueur axiale de la machine est infinie, on néglige ainsi les effets d'extrémités.
- Le rayon du rotor est très grand devant l'épaisseur de l'entrefer.

Dans ces conditions on peut rapporter l'espace à un système d'axes rectangulaires  $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ , le centre du repère se trouve à égale distance des extrémités du rotor.

L'axe  $\vec{Z}$  est choisi parallèlement à l'axe de rotation du rotor.

L'axe  $\vec{X}$  est radial.

L'axe  $\vec{Y}$  est tangentiel.

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  dépend des coordonnées  $x, y, z$  et du temps ; mais puisque nous supposons une longueur infinie de la machine, celle-ci présente une symétrie cylindrique suivant l'axe de rotation  $Oz$ .

Le potentiel vecteur est alors dirigé suivant l'axe  $Oz$  et indépendant de  $z$ .

Soit  $A_z(x, y, t)$  la composante suivant l'axe  $Oz$  du potentiel vecteur  $\vec{A}$ . Celle-ci obéit à l'équation :

$$\Delta A_z = \mu \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad (1)$$

où  $\mu$  et  $\sigma$  sont la perméabilité et la conductivité du matériau considéré.

### Modèle D'Etude Du Rotor Massif Lisse

Compte-tenu des hypothèses précédentes, on étudie la pénétration d'un champ magnétique alternatif dans un matériau ferromagnétique isotrope. Le champ glisse dans une direction donnée du plan qui délimite le matériau d'extension semi-infinie (Figure I.1)

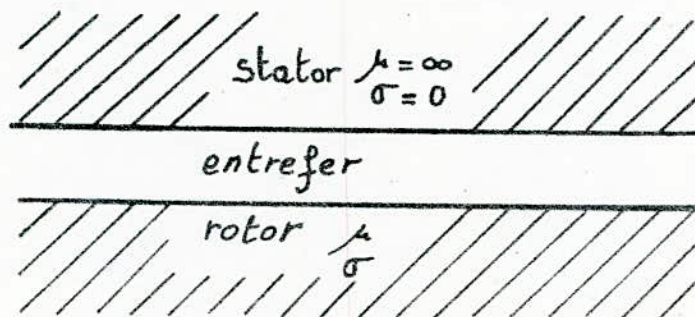


Figure I.1 modèle d'étude du rotor massif lisse.

Les courants rotoriques sont répartis sur la profondeur de peau :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu \omega_r}}$$

avec :

$\omega_r$  : pulsation dans le rotor

### Modèle D'Etude Du Rotor Massif Rainuré

Le modèle d'étude est représenté par la figure I.2.

Il tient compte des hypothèses générales précédentes.

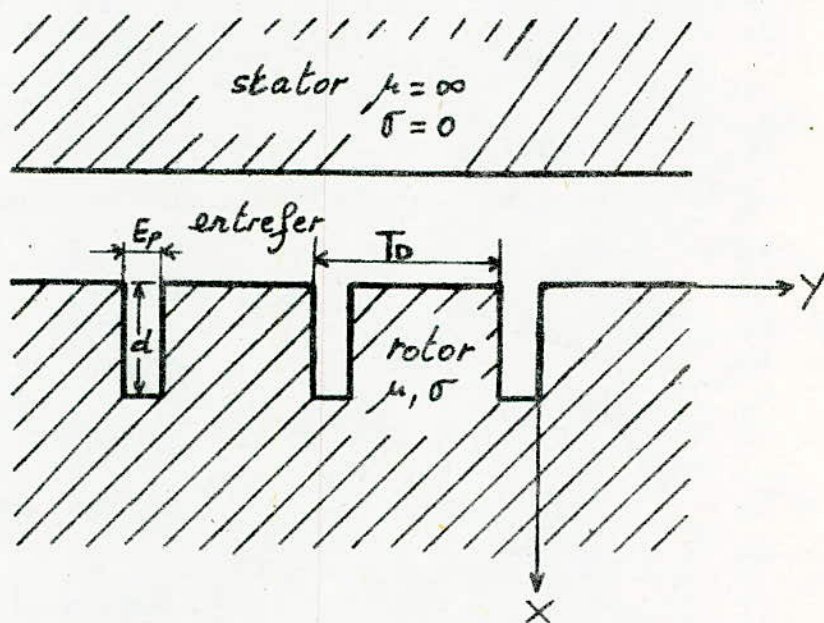


Figure I.2 modèle d'étude du rotor massif rainuré

Le rotor de diamètre  $D$  comporte  $N_e$  encoches d'épaisseur  $E_p$  et de hauteur  $d$ .

On définit le pas polaire par :

$$T_p = \frac{\pi D}{2P}$$

et le pas dentaire par :

$$T_0 = \frac{\pi D}{N_e}$$

Le domaine d'étude est plus compliqué que celui du rotor lisse. La présence des encoches perturbe les lignes des champs dans le rotor.

On choisit alors un modèle simplifié dans lequel on distingue deux régions dans le rotor :

La zone encoché constituée par les dents et les rainures; elle est remplacée par un milieu équivalent de hauteur  $d$  (hauteur de l'encoche) et la zone située plus en profondeur, constituée par la partie centrale restée massive. On se ramène à un modèle lisse de longueur infinie.

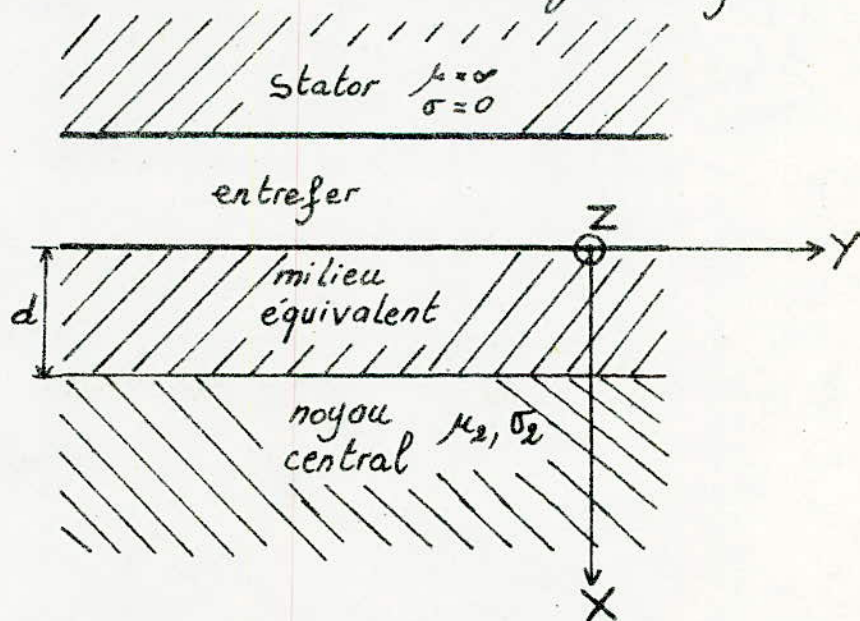


Figure I.3 Modèle d'étude équivalent.



## Schéma Equivalent

Nous choisissons le schéma équivalent suivant :

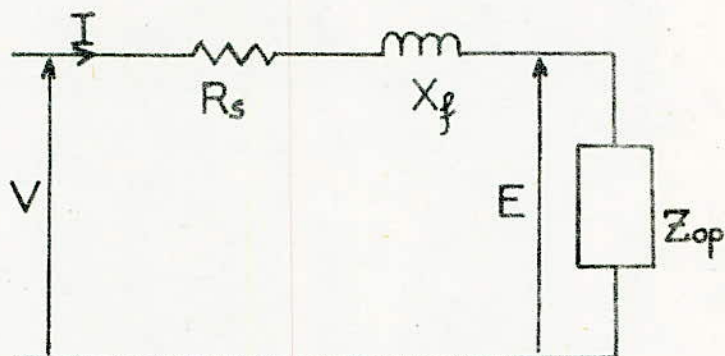


Figure : I. 4

- $Z_{op}$  : impédance opérationnelle vue du stator
- $R_s$  : Résistance d'une phase statorique
- $X_f$  : Réactance de fuite d'une phase statorique
- $V$  : tension d'une phase statorique
- $I$  : Courant d'une phase statorique
- $E$  : F.E.M statorique

L'équation électrique pour une phase statorique s'écrit :

$$V = (R_s + jX_f)I + E$$

avec :  $E = j\omega\psi$

$\psi$  : Représentation complexe du flux qui passe effectivement du stator au rotor.

## Prise En Compte Des Effets D'Extrémités

Le modèle théorique représenté par la figure (I.3) suppose un rotor de longueur axiale infinie.

L'utilisation de cette hypothèse dans l'étude d'une machine de dimensions finies n'est donc strictement valable que dans le plan de symétrie d'un rotor assez long. On tient compte généralement des effets d'extrémités en introduisant un coefficient majorant l'impédance opérationnelle.

Nous avons majoré l'impédance opérationnelle en la multipliant par un coefficient  $F_E(g)$ , calculé par [6]

$$F_E(g) = \frac{\frac{2}{a^2} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\nu^2}\right)}{\coth \frac{\lambda l}{2} + \frac{a}{\nu} \coth \frac{\nu l}{2}} + 1 \quad (2)$$

avec :

$$\lambda^2 = jg\omega\mu_0\mu_r\sigma$$

$$\nu = \alpha^2 + \frac{\lambda}{\epsilon\mu_r}$$

---

# **CHAPITRE 2**

Etude théorique de la machine asynchrone  
à rotor massif rainuré

---

## Equations Generales

Les résistivités et les perméabilités des deux milieux du rotor sont différentes. Celles du milieu équivalent dépendent en plus de la direction; les équations des milieux sont :

Milieu 1

$$\begin{aligned} B_{x1} &= \mu_{x1} H_{x1} \\ B_{y1} &= \mu_{y1} H_{y1} \\ J_{z1} &= \sigma_1 E_{z1} \end{aligned} \quad (3)$$

Milieu 2

$$\begin{aligned} \mu_{y2} &= \mu_{x2} = \mu_2 \\ J_{z2} &= \sigma_2 E_{z2} \end{aligned} \quad (4)$$

## Résolution Dans Le Cas Isotrope

Dans cette partie nous allons faire l'étude de la machine en considérant que le rotor est constitué de deux milieux différents de perméabilité et conductivité constantes  $\mu_1$  et  $\mu_2$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

C'est à dire :

$$\begin{aligned} \mu_{y1} &= \mu_{x1} = \mu_1 \\ \text{et } J_{z1} &= \sigma_1 E_{z1} \end{aligned} \quad (5)$$

En tenant compte des hypothèses précédentes l'équation (1) appliquée au milieu I devient :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = \mu_1 \sigma_1 \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad (7)$$

qui a une solution de la forme :

$$A_1(x, \varphi) = \alpha_{r1}(x) e^{j\varphi} + \alpha_{r1}^*(x) e^{-j\varphi}$$

$$\varphi = ay + gwt$$

c'est à dire :

$$\ddot{\alpha}_{r1} - q_1^2 \alpha_{r1} = 0$$

avec :  $q_1^2 = a^2 + j \mu_1 \sigma_1 g \omega$

Ainsi :  $\alpha_{r1}(x) = \alpha_0 \operatorname{ch} q_1(x-d) + \alpha_1 \operatorname{sh} q_1(x-d) \quad (8)$

Dans le milieu II, on doit résoudre :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = \mu_2 \sigma_2 \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad (9)$$

la solution est de la forme :

$$A_2(x, \varphi) = \alpha_{r2}(x) e^{j\varphi} + \alpha_{r2}^* e^{-j\varphi}$$

c'est à dire :

$$\ddot{\alpha}_{r2} - q_2^2 \alpha_{r2} = 0$$

avec :  $q_2^2 = a^2 + j \mu_2 \sigma_2 g \omega$

Ainsi :

$$\alpha_{r2}(x) = \beta_0 e^{-q_2 x} + \beta_1 e^{q_2 x}$$

Mais le champ devant être borné, la solution se réduit à :

$$\alpha_{r2}(x) = \beta_0 e^{-q_2 x} \quad (10)$$

avec :  $\text{Re}(q_2) > 0$

Dans l'entrefer la conductivité est nulle et on est ramené à la résolution de :

$$\Delta A(x, \varphi) = 0 \quad (11)$$

qui a une solution de la forme :

$$A_e(x, \varphi) = \alpha_e(x) e^{j\varphi} + \alpha_e^*(x) e^{-j\varphi}$$

C'est à dire :

$$\ddot{\alpha}_e - \alpha^2 \alpha_e = 0$$

Ainsi :

$$\alpha_e(x) = \lambda_1 \text{ch} \alpha x + \lambda_2 \text{cha}(x + \varepsilon) \quad (12)$$

On détermine les coefficients complexes  $\lambda_1, \lambda_2, \beta_0, \alpha_0, \alpha_1$  à l'aide des conditions aux limites.

A la surface du stator ( $x = -\varepsilon$ ), la densité superficielle de courant a pour forme :

$$J_s = \frac{3}{2} \frac{K_s}{\sqrt{2}} (I e^{j\varphi} + I^* e^{-j\varphi}) \quad (13)$$

et la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique à la surface de séparation stator-entrefer s'écrit :

$$H_{Te} - H_{Ts} = J_s$$

Puisque la perméabilité du stator est supposée infinie

$$H_{Ts} = 0, \text{ donc } H_{Te} = J_s$$

Cette égalité se traduit par :

$$\alpha_e(x = -\epsilon) = -\frac{3}{2} \mu_0 \frac{K_s}{\sqrt{2}} I$$

c'est à dire :

$$\lambda_1 = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 K_s}{\sqrt{2} \alpha S h a \epsilon} I \quad (14)$$

Les continuités de la composante normale de l'induction magnétique et de la composante tangentielle du champ magnétique à la surface de séparation entrefer-rotor ( $x=0$ ) s'écrivent :

$$\lambda_1 + \lambda_2 \text{Ch} a \epsilon = \alpha_0 \text{Ch} q_1 d - \alpha_1 \text{Sh} q_1 d \quad (15)$$

et

$$\frac{1}{\mu_0} \lambda_2 a \text{Sh} a \epsilon = \frac{1}{\mu_1} [-\alpha_0 q_1 \text{Sh} q_1 d + \alpha_1 q_1 \text{Ch} q_1 d] \quad (16)$$

A la surface de séparation des deux milieux ( $x=d$ ), il y'a continuité de la composante normale et tangentielle de l'induction et du champ magnétique; on a:

$$\alpha_0 = \beta_0 e^{-q_2 d} \quad (17)$$

et

$$\frac{1}{\mu_1} q_1 \alpha_1 = -\frac{\beta_0 q_2}{\mu_2} e^{-q_2 d} \quad (18)$$

La détermination des coefficients conduit à la résolution d'un système de 5 équations à 5 inconnues.

On obtient:

$$\lambda_1 = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 K_s I}{\sqrt{2} a \text{Sh} a \epsilon}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \mu_0 K_s I}{\sqrt{2} a \text{Sh} 2a \epsilon} \left[ \frac{a \text{th} a \epsilon (1 + k_1 \text{th} q_1 d)}{\frac{\mu_0 q_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_1} \text{th} q_1 d\right) + a \text{th} a \epsilon (1 + k_1 \text{th} q_1 d)} \right] \quad (19)$$

$$\alpha_0 = \frac{3 \mu_0 K_s I}{2\sqrt{2} \text{Ch} a \epsilon \text{Ch} q_1 d} \left[ \frac{1}{\frac{\mu_0 q_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_1} \text{th} q_1 d\right) + a \text{th} a \epsilon (1 + k_1 \text{th} q_1 d)} \right] \quad (20)$$

$$\alpha_1 = \frac{-3 \mu_0 K_s I}{2\sqrt{2} \text{Ch} a \epsilon \text{Ch} q_1 d} \left[ \frac{k_1}{\frac{\mu_0 q_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_1} \text{th} q_1 d\right) + a \text{th} a \epsilon (1 + k_1 \text{th} q_1 d)} \right] \quad (21)$$

$$\beta_0 = \alpha_0 e^{q_2 d} \quad (22)$$

avec:  $k_1 = \frac{\mu_1 q_2}{\mu_2 q_1}$



## Calcul Des Paramètres Électriques De La Machine

Le calcul du flux d'entrefer est déduit des expressions de l'énergie magnétique des enroulements statoriques (indépendamment du repère):

$$\sum_{i=1}^3 \Phi_i(t) \cdot I_i(t) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} A(x=-\varepsilon, \varphi) J_s L dy \quad (24)$$

$$\text{avec: } dy = \frac{d\varphi}{\alpha}$$

$I_i(t)$  et  $\Phi_i(t)$  sont obtenus d'une alimentation triphasée équilibrée.

A partir des expressions (12) et (24) on obtient:

$$\Psi = \sqrt{2} \pi \rho L \frac{K_s}{\alpha} \alpha(-\varepsilon)$$

$$\Psi = \sqrt{2} \pi \rho L \frac{K_s}{\alpha} (\lambda_1 \text{ch}\alpha\varepsilon + \lambda_2) \quad (25)$$

L'impédance opérationnelle est donnée par:

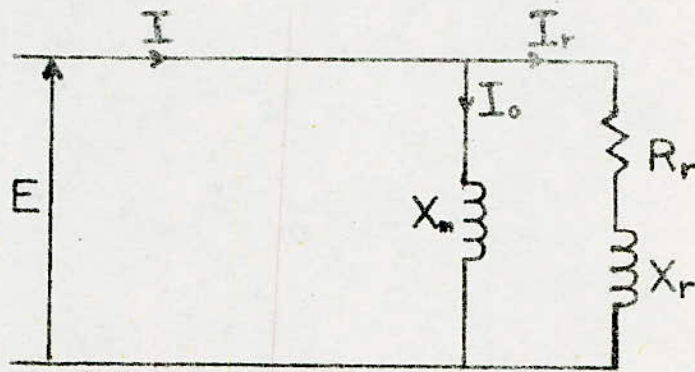
$$Z_{op} = \frac{E}{I} = \frac{j\omega\Psi}{I}$$

On obtient alors:

$$Z_{op} = j\omega\sqrt{2}\pi\rho L \frac{K_s}{\alpha I} (\lambda_1 \text{ch}\alpha\varepsilon + \lambda_2)$$

$$Z_{op} = j3\omega \left(\frac{K_s}{\alpha}\right)^2 \frac{\pi P L \mu_0}{5h2\alpha\varepsilon} \left[ (\text{ch}\alpha\varepsilon)^2 - 1 + \frac{\alpha \text{th}\alpha\varepsilon (1 + k_1 \text{th}q_d)}{\frac{\mu_0 g_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_1} \text{th}q_d\right) + \alpha \text{th}\alpha\varepsilon (1 + k_1 \text{th}q_d)} \right] \quad (26)$$

L'impédance  $Z_{op}$  est équivalente à une mise en parallèle de la réactance magnétisante et de l'impédance propre du rotor.



La réactance magnétisante est déduite à partir de :

$$Z_{op}(g=0) = jX_m$$

Ce qui donne :

$$X_m = 3\omega \left(\frac{K_s}{a}\right)^2 \frac{\pi P L \mu_0}{8h^2 a \epsilon} \left[ (\cosh \epsilon)^2 - 1 + \frac{\tanh \epsilon \left(1 + \frac{\mu_r}{\mu_0} \tanh d\right)}{\frac{\mu_r}{\mu_0} \left(1 + \frac{\mu_r}{\mu_0} \tanh d\right) + \tanh \epsilon \left(1 + \frac{\mu_r}{\mu_0} \tanh d\right)} \right]$$

L'impédance  $Z_r$  est donnée par :

$$Z_r = \frac{jX_m \cdot Z_{op}}{jX_m - Z_{op}}$$

Le courant par phase statorique est déduit du schéma équivalent :

$$I = \frac{V}{R_s + jX_f + Z_{op}}$$

Tandis que le couple est obtenu à partir de l'équation de la conversion de l'énergie électromagnétique.

$$\Gamma = \frac{3P}{\omega} |I|^2 \operatorname{Re}(Z_{op})$$

### Résolution Numérique

Sur la base du calcul théorique décrit précédemment, un programme de calcul numérique est élaboré; il donne les caractéristiques externes de la machine asynchrone à rotor massif rainuré pour deux fonctionnements : à tensions constantes et à flux constants.

On choisit des valeurs des perméabilités  $\mu_r$  et  $\mu_e$  comprises entre 1000 et 50. Ces extrêmes correspondent aux cas non saturé et très saturé, elles sont déduites de la courbe de magnétisation réelle  $b = f(h)$  du matériau (Fig III 2)

Nous avons pris  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ . Celle-ci a été mesurée auparavant [3].

L'épaisseur d'entrefer  $\delta$  étant très petite devant les autres dimensions, nous avons fait l'approximation suivante :

$$Sh_{ae} = th_{ae} \simeq a\epsilon$$

$$Ch_{ae} \simeq 1$$

Un exemple de programme est présenté en Annexe 4.

### Résolution Dans Le Cas Anisotrope

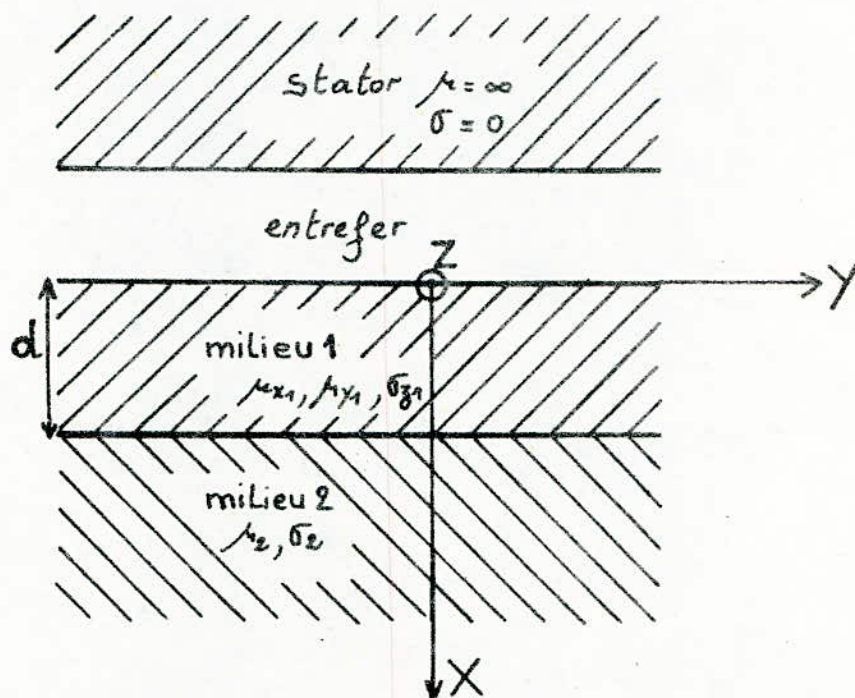


Figure : II<sub>1</sub>

La présence des rainures perturbe les propriétés électro-magnétiques du rotor ; les perméabilités et les conductivités varient avec la direction.

Le milieu équivalent 1 est donc anisotrope.

Nous considérons que le milieu 2 reste isotrope, il a une perméabilité  $\mu_2$  et une conductivité  $\sigma_2$ .

Ainsi on est ramené à résoudre :

dans le milieu 1 :

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\mu_{y1}}{\mu_{x1}} \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} = \mu_{y1} \sigma_{z1} \frac{\partial A_1}{\partial t} \quad (27)$$

et dans le milieu 2 :

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} = \mu_2 \sigma_2 \frac{\partial A_2}{\partial t} \quad (28)$$

### Expression Du Potentiel Vecteur Dans Différents Milieux

Dans le milieu 1, l'équation (27) admet une solution de la forme :

$$\alpha_{r1}(x) = \alpha_0 \operatorname{ch} p_1(x-d) + \alpha_1 \operatorname{sh} p_1(x-d) \quad (29)$$

$$\text{avec : } p_1^2 = \mu_{y1} \left( \frac{\alpha^2}{\mu_{x1}} + j g \omega \sigma_{z1} \right)$$

Tandis que dans le milieu 2, l'équation (28) admet une solution de la forme :

$$\alpha_{r2}(x) = \beta_0 e^{-q_2 x} \quad (30)$$

$$\text{avec : } q_2^2 = \alpha^2 + j g \omega \mu_2 \sigma_2$$

Dans l'entrefer on a :

$$\Delta A = 0$$

dont la solution est :

$$\alpha_e(x) = \lambda_1 \operatorname{ch} ax + \lambda_2 \operatorname{Ch} a(x+\varepsilon) \quad (31)$$

La détermination des coefficients  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \lambda_1$  et  $\lambda_2$  s'obtient à partir des conditions aux limites, celles-ci sont définies en première partie ; on obtient :

$$\lambda_1 = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 K_s I}{\sqrt{2} a \operatorname{Sh} a \varepsilon}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \mu_0 K_s I}{\sqrt{2} a \operatorname{Sh} a \varepsilon} \left[ \frac{a \operatorname{th} a \varepsilon (1 + k_2 \operatorname{th} p_1 d)}{\frac{\mu_0 g_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_2} \operatorname{th} p_1 d\right) + a \operatorname{th} a \varepsilon (1 + k_2 \operatorname{th} p_1 d)} \right]$$

$$\alpha_0 = \frac{3 \mu_0 K_s I}{2\sqrt{2} \operatorname{Ch} a \varepsilon \cdot \operatorname{Ch} p_1 d} \left[ \frac{1}{\frac{\mu_0 g_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_2} \operatorname{th} p_1 d\right) + a \operatorname{th} a \varepsilon (1 + k_2 \operatorname{th} p_1 d)} \right]$$

$$\alpha_1 = \frac{-3 \mu_0 K_s I}{2\sqrt{2} \operatorname{Ch} a \varepsilon \cdot \operatorname{Ch} p_1 d} \left[ \frac{k_2}{\frac{\mu_0 g_2}{\mu_2} \left(1 + \frac{1}{k_2} \operatorname{th} p_1 d\right) + a \operatorname{th} a \varepsilon (1 + k_2 \operatorname{th} p_1 d)} \right]$$

$$\beta_0 = \alpha_0 e^{g_0 d}$$

avec :  $k_2 = \frac{\mu_{r1} g_2}{\mu_2 p_1}$

## Résolution Numérique

Les caractéristiques externes de la machine (couple, courant...) sont obtenus à l'aide d'un programme numérique basé sur le calcul théorique décrit précédemment.

Dans ce programme, on prend plusieurs valeurs de la perméabilité  $\mu_2$  ( $100 \leq \mu_2 \leq 1000$ ) et on suppose que  $\mu_{M1} = \mu_2$ .

La perméabilité  $\mu_{M1}$  est choisie comme suit  $\mu_{M1} = 0,21 \mu_2$ ; elle correspond à un facteur  $k = \frac{\mu_2 \mu_2}{\mu_{M1} \mu_{M1}} = 2$ . Ce facteur est définie en annexe 2.

la résistivité  $\rho_{M1}$  est calculée en annexe 1.

L'épaisseur d'entrefer  $\varepsilon$  étant très petite devant les autres dimensions, nous avons fait l'approximation suivante:

$$S_{ha\varepsilon} = t_{ha\varepsilon} \approx a\varepsilon$$

$$c_{ha\varepsilon} \approx 1$$

---

# **CHAPITRE 3**

Etude expérimentale

---



Dans le but de valider les résultats théoriques, nous présentons dans ce chapitre notre maquette et nous décrivons l'ensemble de nos travaux expérimentaux, comparés aux résultats théoriques.

## Maquette expérimentale

Nous disposons d'une maquette expérimentale, dont le stator est celui d'un moteur asynchrone classique

La machine a les caractéristiques suivantes:

Puissance nominale	44 kW
Tension nominale	220/380V $\Delta/\lambda$
Courant nominale	15.8/9.8A $\Delta/\lambda$
Fréquence d'alimentation	50 Hz
Nombres de phases	3
Nombres de pôles	$2p=2$
Nombres d'encoches au stator	36
Nombres de spires par encoche (chaque spire comporte 2 fils en //)	20
Alésage intérieur du stator	122 mm
Diamètre initial du rotor	121.2 mm
Diamètre du rotor rainuré	120.8 mm
Résistance d'une phase statorique	0.18 $\Omega$
Coefficient $K_s = \frac{K_s}{a}$	73.04

Conductivité de l'acier utilisé (XC38)

$5.6 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$

La figure (III.1) représente les différents rotors utilisés :

— Un rotor lisse (RL)

— Un rotor de 28 rainures qui aboutissent aux faces latérales du rotor (RR1).

hauteur de la rainure 15 mm.

épaisseur de la rainure 2 mm.

— Un rotor de 28 rainures, alternées c'est à dire de hauteur différentes. Les rainures aboutissent aux faces latérales et ont la même épaisseur (RR2)

hauteur 1 : 15 mm.

hauteur 2 : 18 mm.

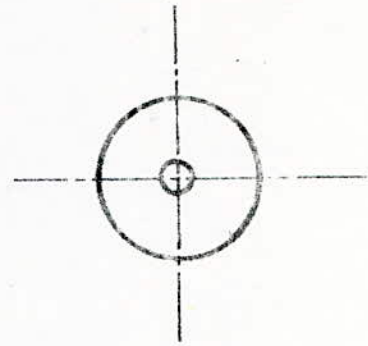
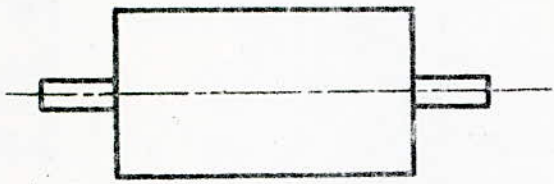
Le nombre d'encoches rotoriques optimum est voisin de celui calculé en [2].

### Mesure de la caractéristique magnétique de l'acier utilisé

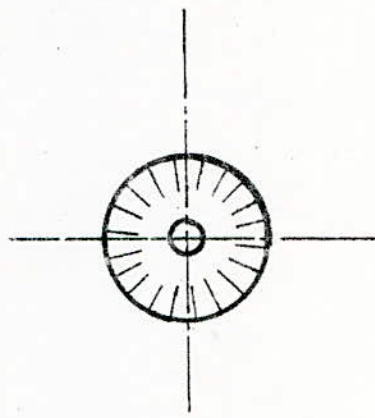
Elle est obtenue à l'aide d'un perméamètre. La courbe de première aimantation est représentée sur la figure (III.2).

La perméabilité relative varie environ entre 100 et 1000. Ceci justifie le choix de  $\mu_r$  dans la partie théorique.

- Rotor Lisse RL



- Rotor Rainuré RR1



- Rotor Rainuré RR2

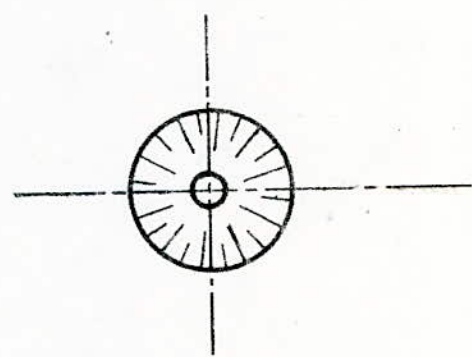
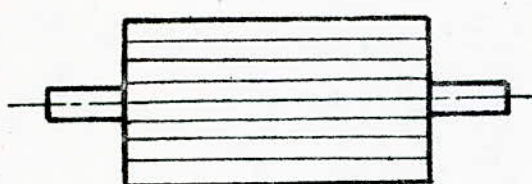
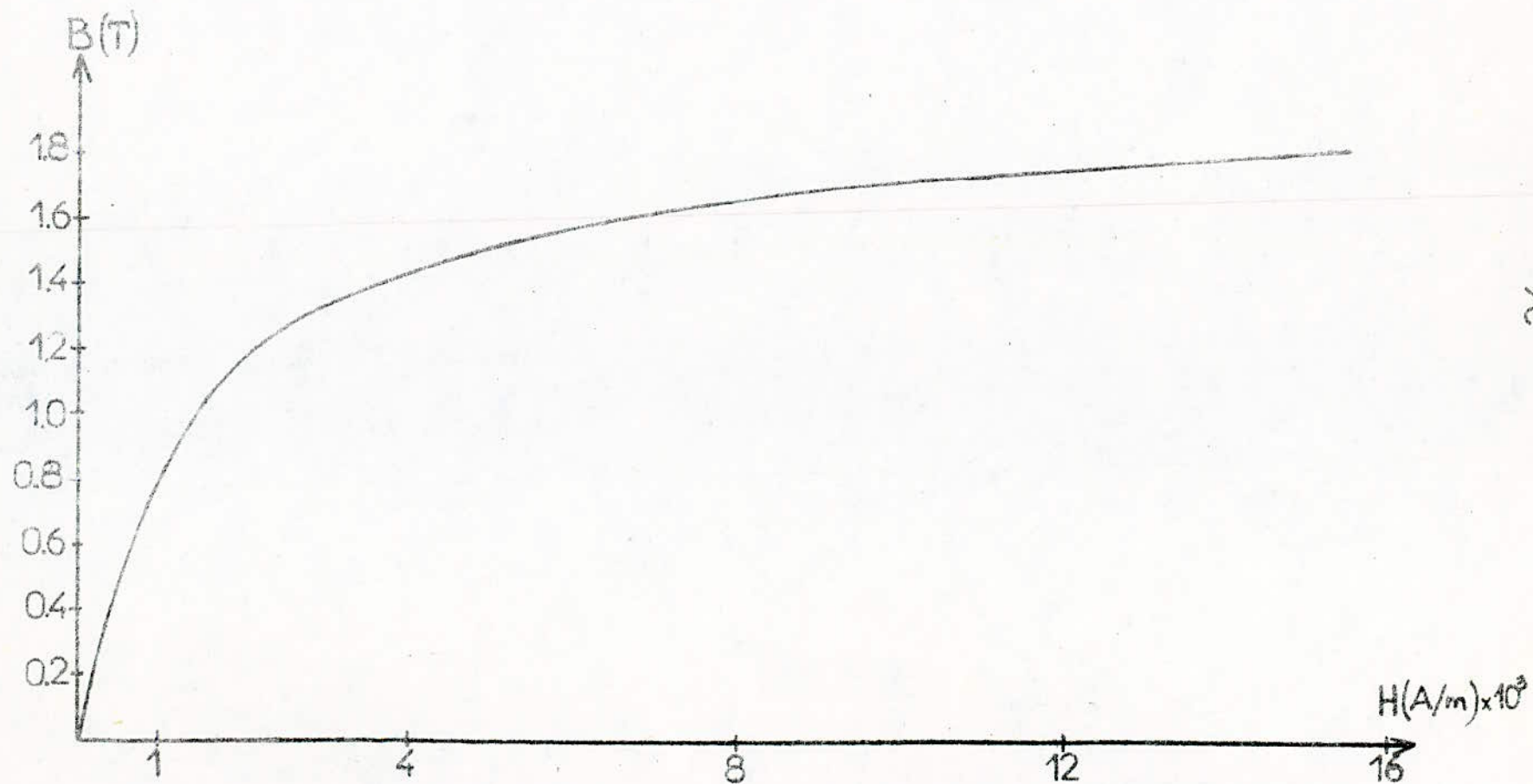


Fig III 1

Courbe d'aimantation du matériau

Fig III 2



## Essais expérimentaux

La machine fonctionnant en moteur, entraîne une génératrice à courant continu que nous avons préalablement étalonné.

Nous relevons les caractéristiques externes pour deux fonctionnements:  
Un fonctionnement à fréquence industrielle et différentes tensions d'alimentation.

Un fonctionnement à flux constant.

Nous gardons durant tous nos essais une excitation constante de la génératrice à courant continu égale à 1A.

### Etalonnage de la génératrice et détermination des pertes mécaniques du moteur

Le rendement  $\eta_g$  de la génératrice (non accouplée mécaniquement) en fonction du courant est obtenu à excitation constante pour différentes vitesses figure (III<sub>3</sub>)

la variation des pertes mécaniques du moteur en fonction de la vitesse est obtenue par la différence entre les puissances absorbées par la génératrices lorsqu'elle est accouplée au moteur et lorsqu'elle ne l'est pas.

## Essais à tension d'alimentation constante

Le moteur connecté au réseau, entraîne une génératrice qui débite sur une charge passive.

Nous relevons successivement pour les tensions 80, 100, 130, 150, 180, 220v les caractéristiques :

- Couple - glissement Fig (III<sub>5</sub> à III<sub>7</sub>)
- Courant - glissement Fig (III<sub>8</sub> à III<sub>10</sub>)
- Courant watté - courant déwatté Fig (III<sub>11</sub> et III<sub>12</sub>)
- Facteur de puissance - glissement Fig (III<sub>13</sub> et III<sub>14</sub>)
- Impédance opérationnelle - glissement Fig (III<sub>15</sub>)
- Rendement - glissement Fig (III<sub>16</sub> et III<sub>17</sub>)
- Couple - Tension Fig (III<sub>18</sub>)

Le couple est obtenu par une méthode indirecte, il est égale à :

$$\Gamma = \frac{P/\eta_2 + P_m}{\omega_R}$$

avec :

$P$  : Puissance fournie à la charge passive

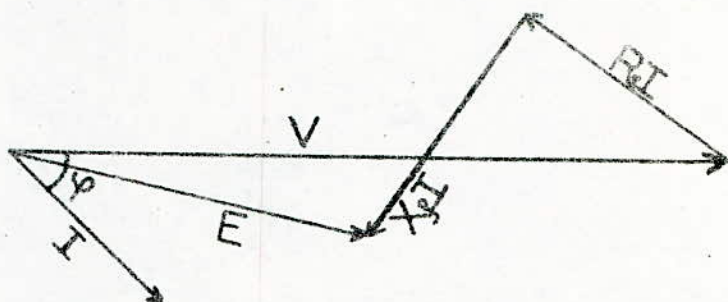
$P_m$  : Pertes mécaniques du moteur

$\omega_R$  : Vitesse rotorique

La réactance de fuite  $X_f$  est déterminée comme suit :

sachant que :

$$V = E + (R_s + jX_f)I$$



On obtient ainsi :

$$X_f = R_s \cdot \operatorname{tg} \varphi + \left( |V| - \frac{R_s |I|}{\cos \varphi} \right) \frac{\sin \varphi}{|I|} - \frac{1}{|I|} \sqrt{E^2 - \cos^2 \varphi \left( |V| - \frac{R_s |I|}{\cos \varphi} \right)^2}$$

Par commodité de calcul nous prendrons la valeur moyenne :

$$X_f = 2.4 \Omega$$

### Essais à flux constant

Le moteur est alimenté par un alternateur triphasé entraîné par un moteur à courant continu à différentes vitesses.

On a auparavant [4] réalisé sur le stator de la machine étudiée un bobinage supplémentaire qui suit exactement une phase statorique.

Quand le stator est alimenté par une tension triphasée, on recueille aux bornes de cet enroulement auxiliaire une tension  $E_m$  proportionnelle à la force électromotrice d'entrefer  $E$ :

$$E = 10 E_m$$

En gardant  $\frac{E}{f} = \text{constante}$  nous relevons les caractéristiques :

- Couple - glissement Fig (III 19 à III 21)
- Courant - glissement Fig (III 22 et III 23)
- Courant watté - courant déwatté Fig (III 24 et III 25)
- Facteur de puissance - glissement Fig (III 26 et III 27)
- Impédance opérationnelle - glissement Fig (III 28 et III 29)
- Rendement - glissement Fig (III 30)

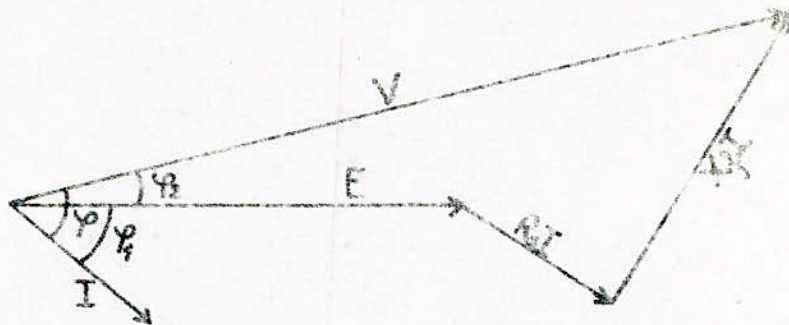
Nous avons choisi le rapport  $\frac{E}{f} = 1.6$  Vs correspondant aux fréquences 25, 30, 35, 40, 45, 50 Hz.

Calcul du Facteur de puissance pour un fonctionnement à flux constant.

La détermination du facteur de puissance lorsqu'on travaille à flux constant s'obtient comme suit :

En prenant la F.E.M. comme origine des phases, on écrit à partir du diagramme suivant :





$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$I = \frac{E}{Z_{op}} \quad \cos \varphi_1 = \frac{\operatorname{Re}(I)}{|I|} \quad , \quad \sin \varphi_1 = \frac{\operatorname{Im}(I)}{|I|}$$

Sachant que :  $\bar{V} = E + (R_s + jX_s)\bar{I}$

$$= \operatorname{Re}(I)[\operatorname{Re}(Z) + R_s] - \operatorname{Im}(I)[X_s + \operatorname{Im}(Z)] + j[\operatorname{Re}(I)(X_s + \operatorname{Im}(Z)) + \operatorname{Im}(I)(\operatorname{Re}(Z) + R_s)]$$

Ce qui donne :

$$\operatorname{Re}(V) = \operatorname{Re}(I)[\operatorname{Re}(Z) + R_s] - \operatorname{Im}(I)[X_s + \operatorname{Im}(Z)]$$

$$\operatorname{Im}(V) = \operatorname{Re}(I)[X_s + \operatorname{Im}(Z)] + \operatorname{Im}(I)[\operatorname{Re}(Z) + R_s]$$

alors  $\cos \varphi_2 = \frac{\operatorname{Re}(V)}{|V|}$  et  $\sin \varphi_2 = \frac{\operatorname{Im}(V)}{|V|}$

$$\cos \varphi = \cos(\varphi_1 + \varphi_2) = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2$$

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}(I) \cdot \operatorname{Re}(V) - \operatorname{Im}(I) \cdot \operatorname{Im}(V)}{|I| \cdot |V|}$$

## Interprétation des résultats expérimentaux

### a) essais à $V = \text{constante}$

A tension donnée, le couple moteur décroît depuis le démarrage jusqu'au synchronisme.

A glissement donné, il est pratiquement proportionnel au carré de la tension fig(III.13)

A 220v et pour un glissement de 5%, un gain de 60% est obtenu sur le couple du RR1 par rapport au rotor lisse. De même celui produit par RR2 est augmenté de 50% par rapport à celui produit par RR1.

A 220v et à couple donné, un gain d'un facteur 3 est obtenu sur le glissement du RR2 par rapport au rotor lisse. Ce facteur est de 1,5 lorsqu'on compare RR1 par rapport au lisse; par exemple:

$$\Gamma(g = 13,66\%) = 9,2 \text{ N.m pour le RL}$$

$$\Gamma(g = 9,2\%) = 10 \text{ N.m pour le RR1}$$

$$\Gamma(g = 5,5\%) = 8,85 \text{ N.m pour le RR2}$$

Le courant statorique augmente avec le glissement et obéit aux mêmes lois que le couple. la partie réelle du courant varie linéairement avec la partie imaginaire, ceci montre que le facteur de puissance rotorique est constant (à 220v  $\cos \phi_R$  du RR1 = 0,82). le facteur de puissance global est indépendant de la tension

et varie légèrement avec le glissement par suite de la variation de la réactance de fuite.

À tension donnée, les impédances opérationnelles des divers rotors décroissent avec le glissement et pour un même glissement elles décroissent avec la tension par suite de la saturation du fer rotorique.

À 220V et à glissement donné, le rendement du RRA est augmenté de 35% par rapport au RL. De même celui du RR2 est augmenté de 65% par rapport au RL.

A rendement donné un gain d'un facteur 2 est obtenu sur le glissement des rotors rainurés par rapport au rotor lisse.

L'ensemble des courbes montre que les caractéristiques externes de la machine à rotor massif lisse sont nettement améliorées par la présence des rainures. Les performances du RR2 sont ainsi améliorées par rapport à celles du RRA. Cela est dû principalement à une meilleure pénétration du flux dans le fer.

#### b) essais à flux constant.

À fréquence donnée le couple croît avec le glissement et à glissement donné il croît avec la fréquence.

De même que pour les courbes à tension constante, on observe une amélioration du couple produit par RR2 sur RRA et RL.

À fréquence donnée le courant watté varie linéairement avec le courant déwatté.

Le facteur de puissance global est pratiquement indépendant de la fréquence et varie légèrement avec le glissement.

L'impédance opérationnelle croît légèrement avec la fréquence tandis qu'à fréquence donnée elle décroît avec le glissement.

Les essais ayant été effectués pour un flux faible ( $\phi \approx \frac{1}{3} \phi_{nom}$ ), le rendement de la machine reste faible. Mais il est amélioré pour les rotors rainurés. Ainsi à glissement donné le rendement est amélioré de 40% pour le RRA par rapport au RL et de 80% pour le RR2 par rapport au RL.

### Comparaison avec les méthodes de calcul

Le calcul théorique a été effectué pour plusieurs valeurs de la perméabilité relative, nous présentons les caractéristiques pour  $\mu_r = 100$  et 1000 car elles encadrent la valeur moyenne de la perméabilité du fer rotorique.

À tension constante, les 2 méthodes de calcul conduisent à des courbes qui encadrent celles que nous avons mesurées. La deuxième méthode est cependant meilleure, cela est dû à la prise en compte de l'anisotropie.

Pour les faibles tensions, les courbes expérimentales sont voisines des courbes théoriques obtenues pour  $\mu_{r2} = 1000$ , en particulier c'est la deuxième méthode qui s'approche le plus. Celle-ci montre le faible niveau de saturation du matériau rotorique. Les essais à flux constant sont effectués pour un flux égal à  $\frac{1}{3}$  du flux nominal et nous présentons les courbes pour  $\mu_{r2} = 100$  et  $1000$  concernant la première méthode et  $\mu_{r2} = 400$  et  $1000$  pour la deuxième méthode.

Nous observons une concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux en particulier pour  $\mu_{r2} = 1000$  dans la deuxième méthode (faible niveau de saturation du fer rotorique).

En fait, il est assez difficile de comparer les résultats théoriques et expérimentaux; en effet nous avons pris une valeur moyenne de la réactance de fuite ce qui est imprécis.

Une meilleure approche <sup>consisterait</sup> à estimer cette réactance par une formule empirique, fonction de la tension et du glissement.

D'autre part, le coefficient de majoration de l'impédance opérationnelle pour les effets d'extrémités ne pourrait être choisi avec sûreté qu'après une étude plus complète.

Enfin une prise en compte de la saturation approcherait beaucoup mieux les résultats expérimentaux.

fig III 3

Variation du rendement de la génératrice  
en fonction du courant de charge

x  $N = 2900 \text{ T/mn}$   
o  $N = 250 \text{ T/mn}$

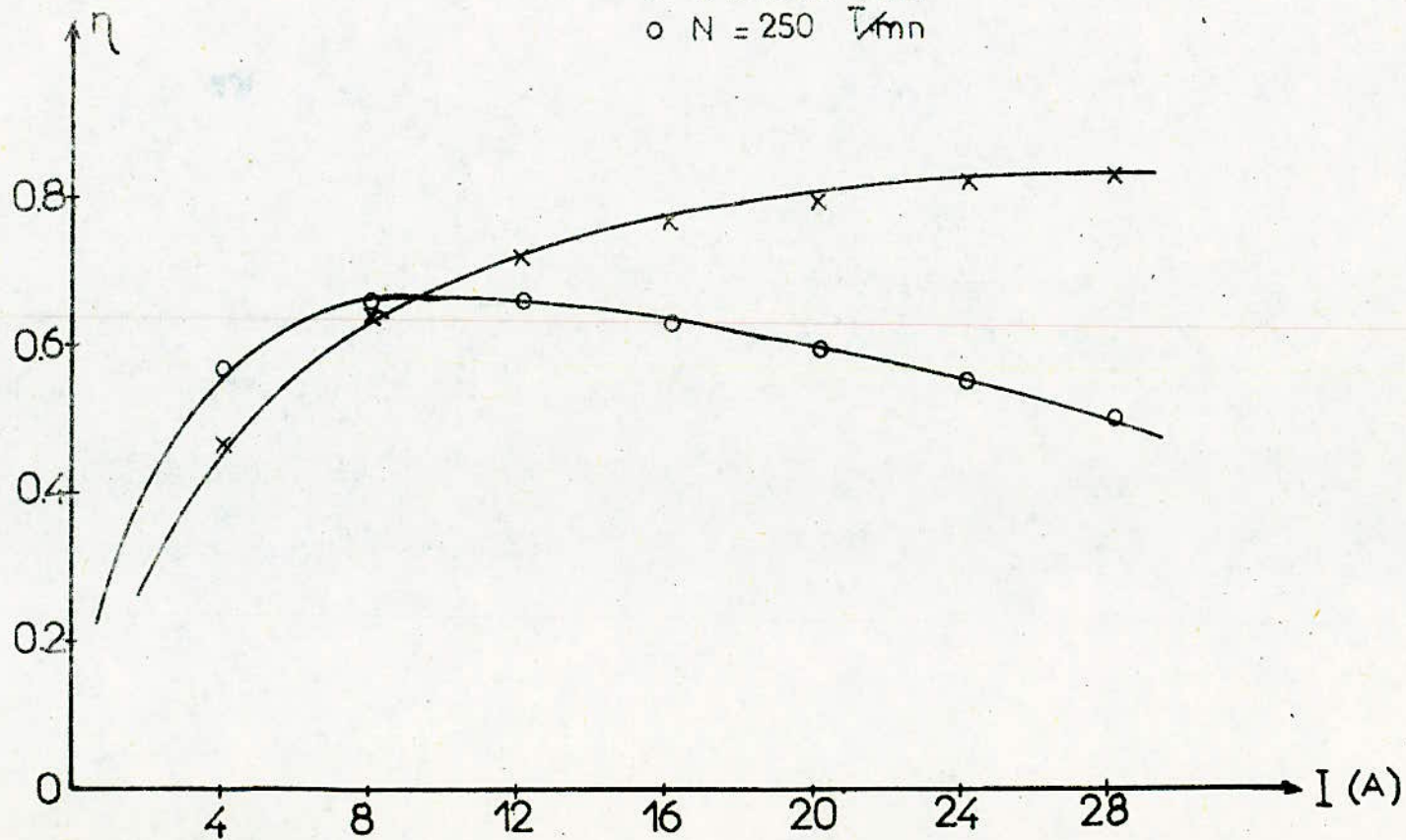
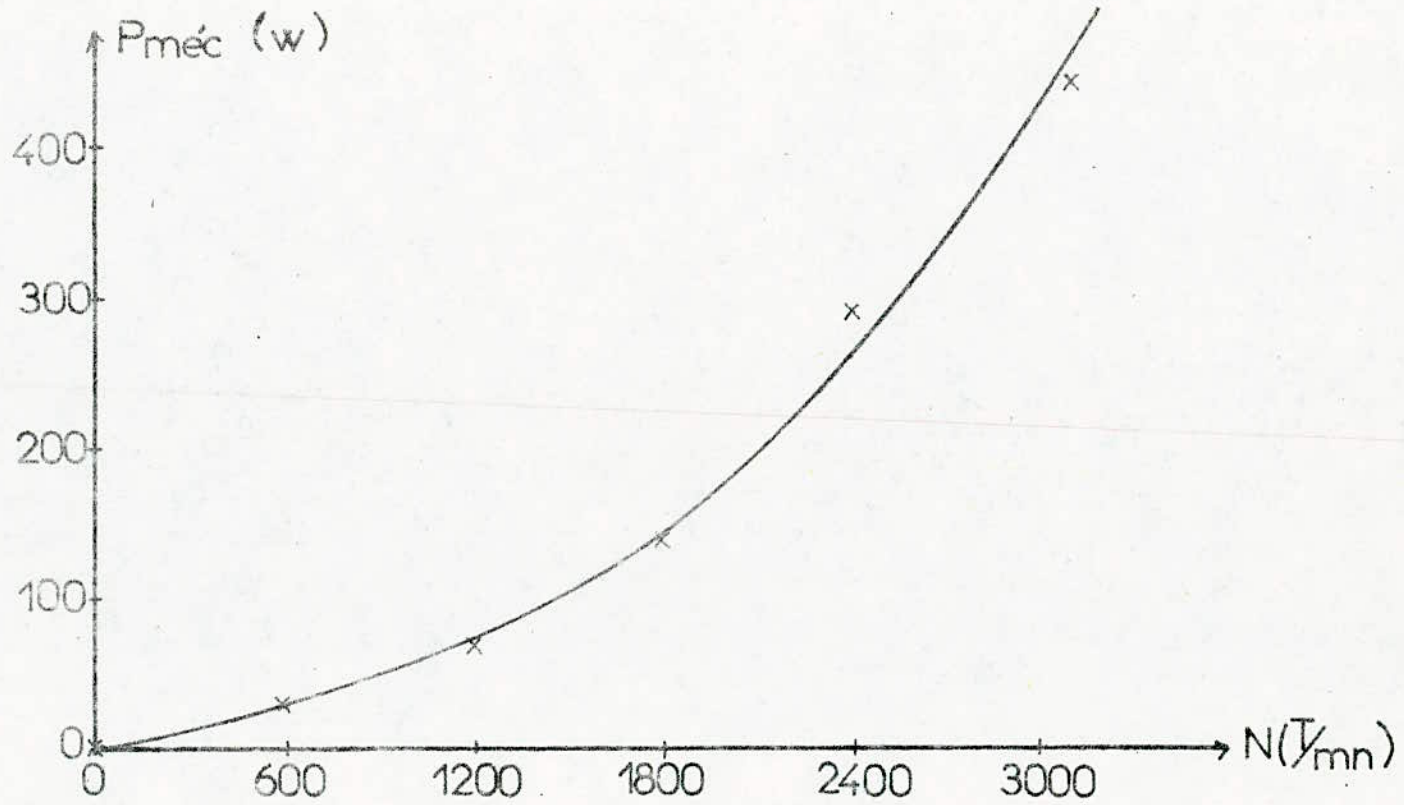


fig III 4

Variation des pertes mécaniques du moteur  
en fonction de la vitesse



Essais à tension d'alimentation constante

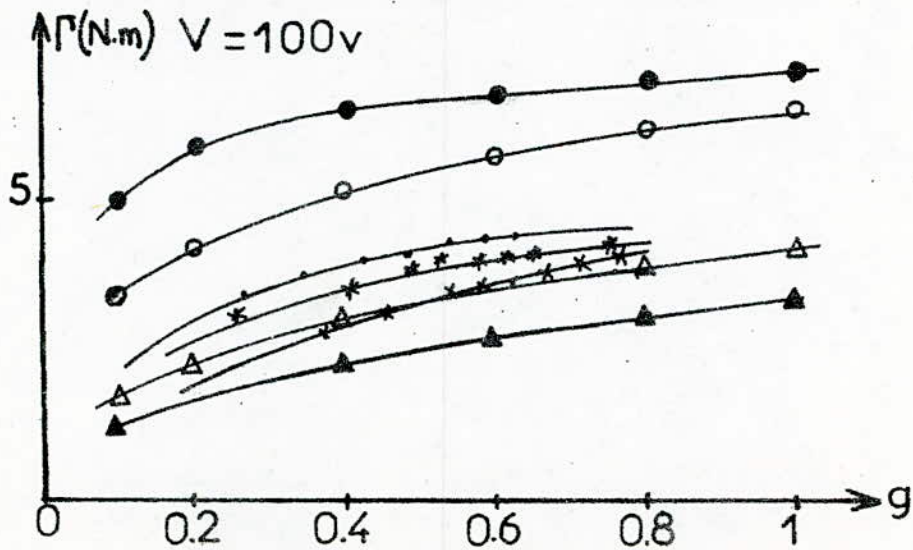
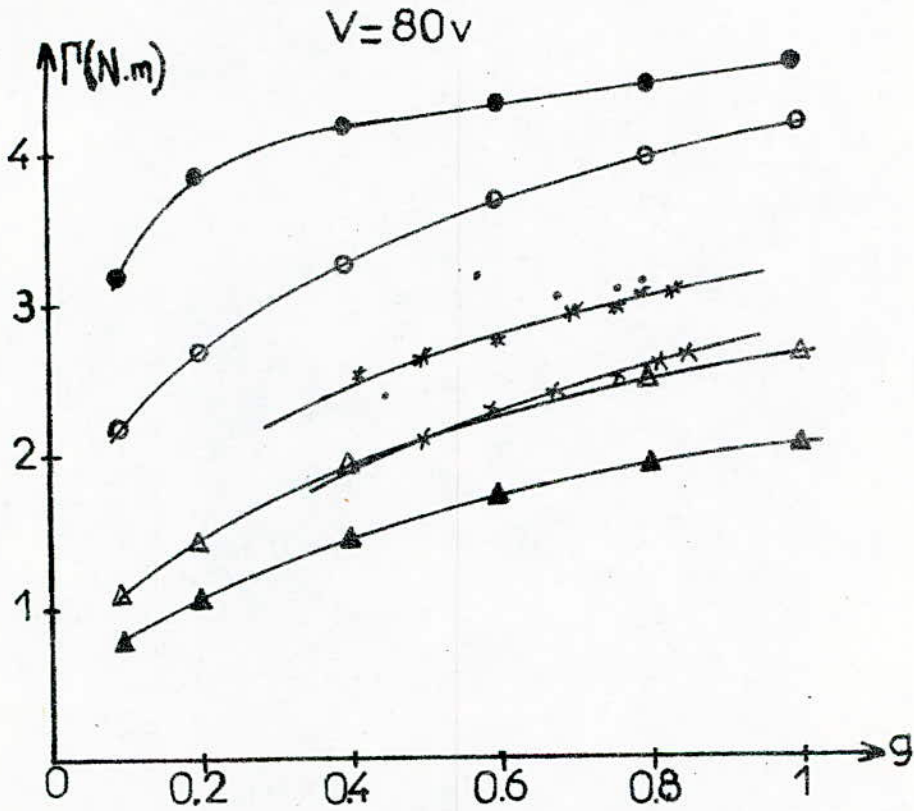


# Variation du couple en fonction du glissement

Fig III 5

Points Théoriques { cas isotrope {  $\blacktriangle$   $\mu_s=1000, \mu_r=500$   
 $\circ$   $\mu_s=100, \mu_r=50$   
 cas anisotrope {  $\triangle$   $\mu_s=1000$   
 $\bullet$   $\mu_s=100$

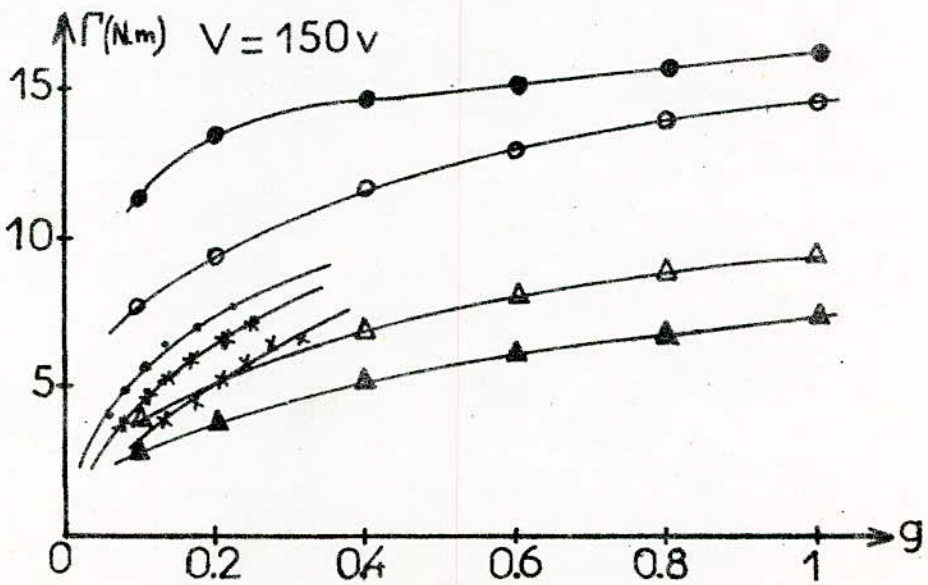
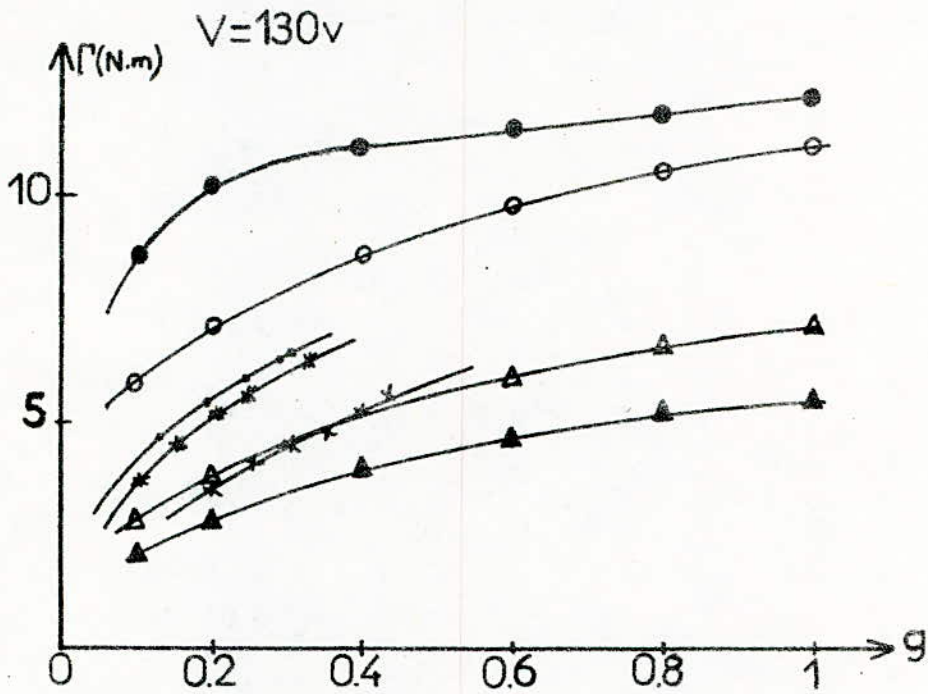
Points Pratiques {  $\times$  RL  
 $*$  RRA  
 $\cdot$  RR2



# Variation du couple en fonction du glissement

Fig III 6

- |                   |                                  |  |
|-------------------|----------------------------------|--|
| Points théoriques | { cas isotrope<br>cas anisotrope | { $\blacktriangle$ $\mu_{r2}=1000, \mu_{r1}=500$<br>$\circ$ $\mu_{r2}=100, \mu_{r1}=50$<br>$\triangle$ $\mu_{r2}=1000$<br>$\bullet$ $\mu_{r2}=100$ |
|                   |                                  | { x RL<br>* RR1<br>. RR2   |

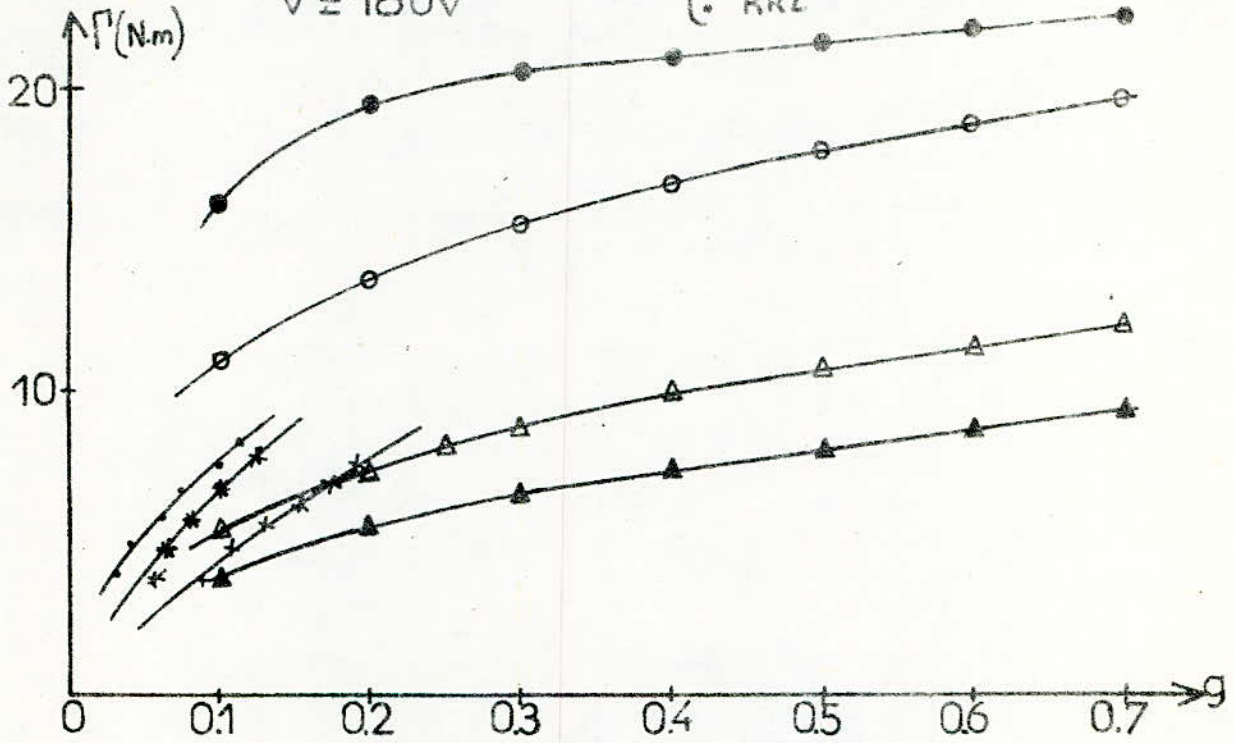


# Variation du couple en fonction du glissement

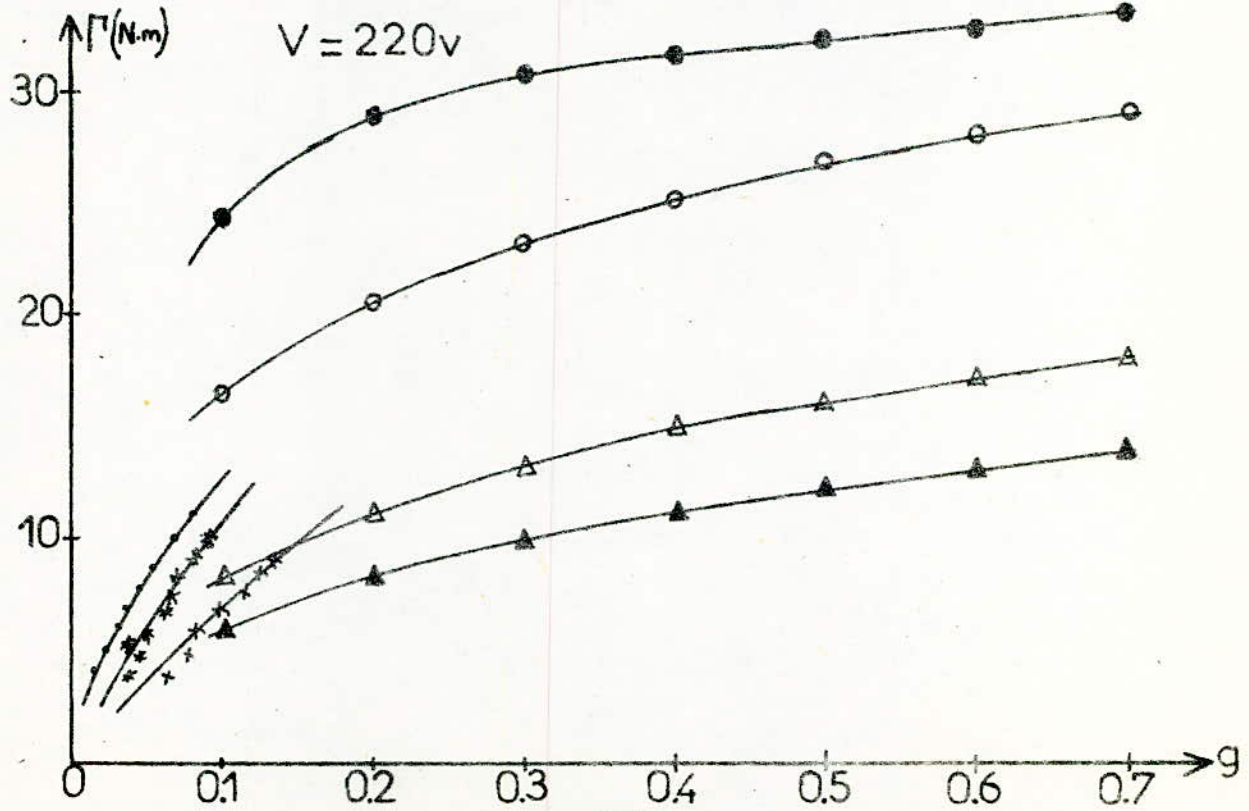
Fig III 7

Points théoriques { cas isotrope {  $\Delta$   $\lambda_{\Sigma} = 1000, \lambda_{\Omega} = 500$   
 $\circ$   $\lambda_{\Sigma} = 100, \lambda_{\Omega} = 50$   
 cas anisotrope {  $\Delta$   $\lambda_{\Sigma} = 1000$   
 $\bullet$   $\lambda_{\Sigma} = 100$   
 Points Pratiques {  $\times$  RL  
 $*$  RR1  
 $\cdot$  RR2

V = 180v



V = 220v



# Variation du courant en fonction du glissement

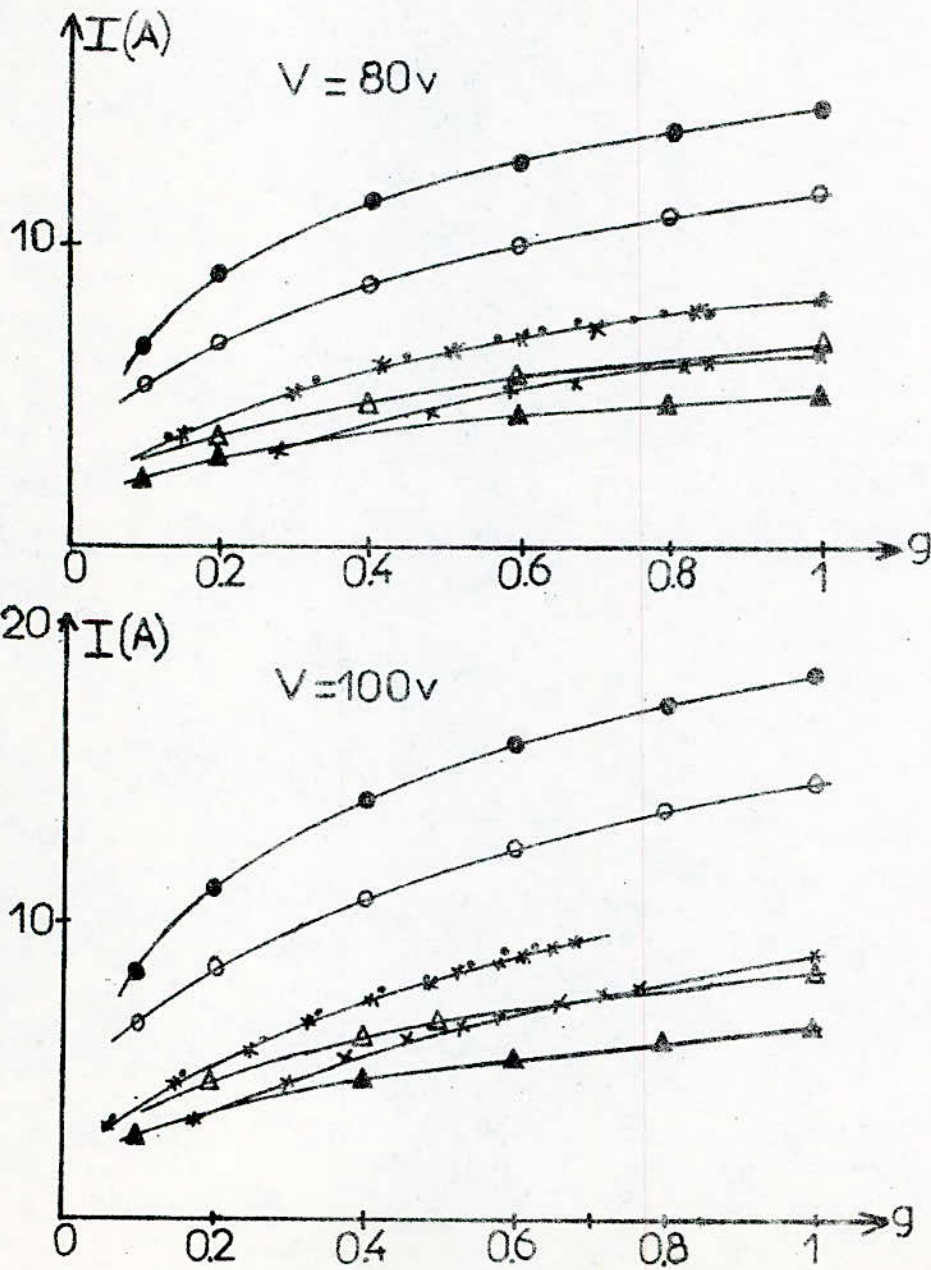
Points théoriques

- cas isotrope {  $\Delta$   $\lambda_{1/2} = 1000, \lambda_{1/4} = 500$
- {  $\circ$   $\lambda_{1/2} = 100, \lambda_{1/4} = 50$
- cas anisotrope {  $\Delta$   $\lambda_{1/2} = 1000$
- {  $\bullet$   $\lambda_{1/2} = 100$

Points Pratiques

- $\times$  RL
- $*$  RRA
- $\cdot$  RR2

Fig III 8

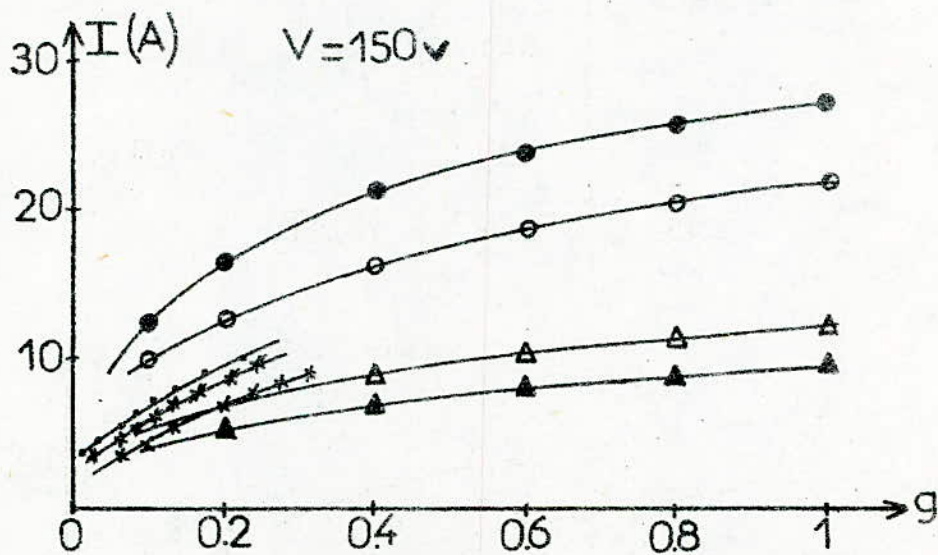
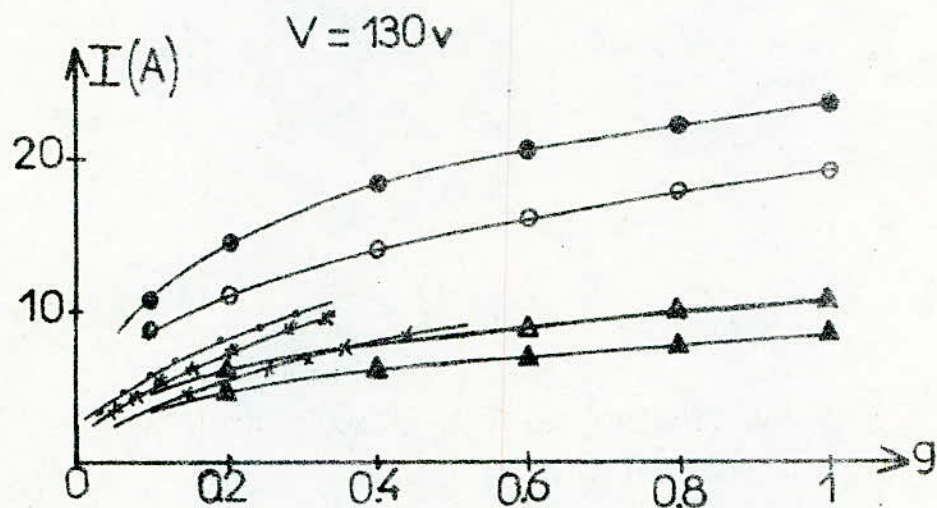


# Variation du courant en fonction du glissement

Fig III 9

Points théoriques { cas isotrope {  $\blacktriangle$   $\mu_{ra}=1000, \mu_{ra}=500$   
 $\circ$   $\mu_{ra}=100, \mu_{ra}=50$   
 cas anisotrope {  $\triangle$   $\mu_{ra}=1000$   
 $\bullet$   $\mu_{ra}=100$

Points Pratiques { x RL  
 \* RRA  
 . RR2

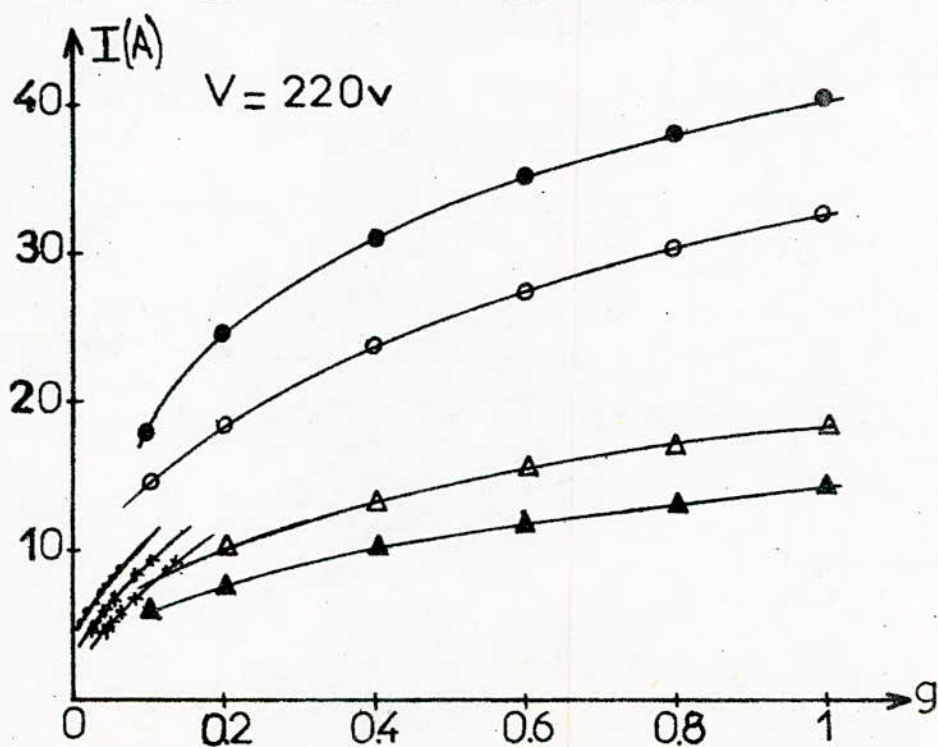
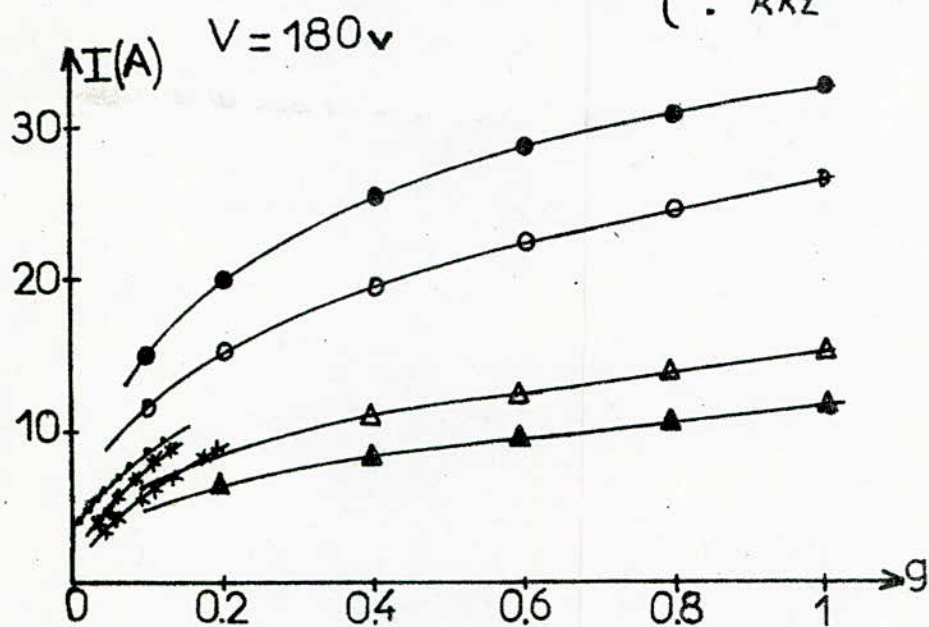


# Variation du courant en fonction du glissement

Fig III<sub>10</sub>

Points théoriques { cas isotrope {  $\blacktriangle$   $\mu_n = 1000, \mu_p = 500$   
 {  $\circ$   $\mu_n = 100, \mu_p = 50$   
 cas anisotrope {  $\triangle$   $\mu_n = 1000$   
 {  $\bullet$   $\mu_n = 100$

Points Pratiques { x RL  
 { \* RR1  
 { . RR2

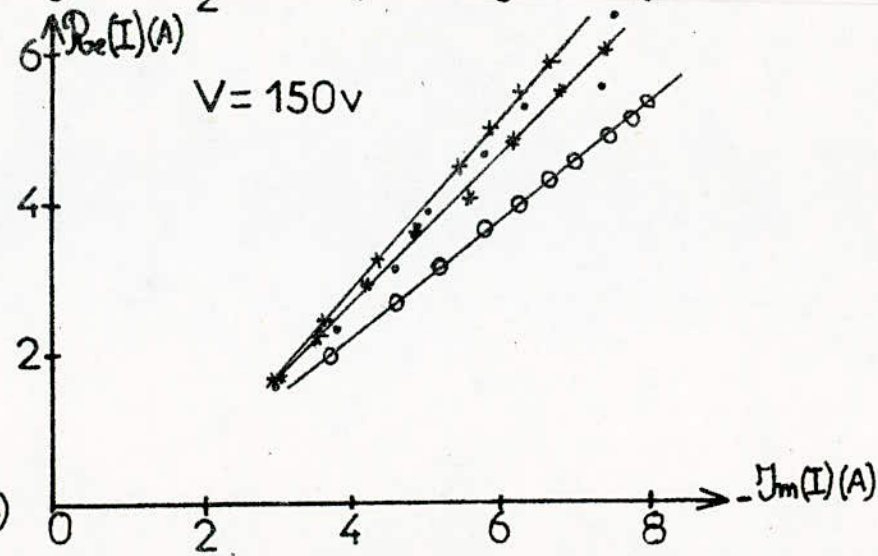
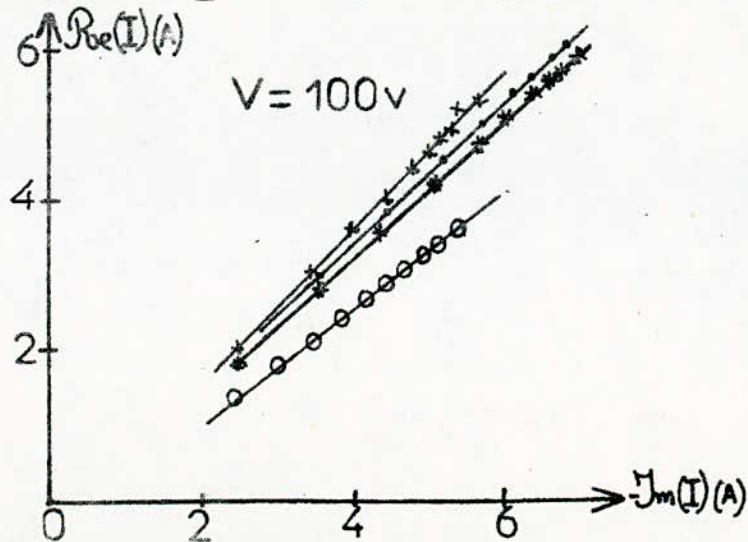
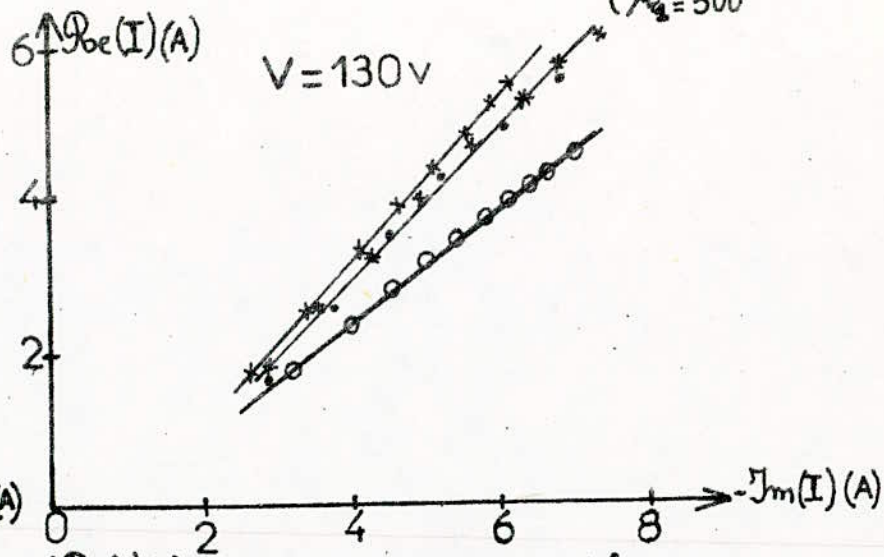
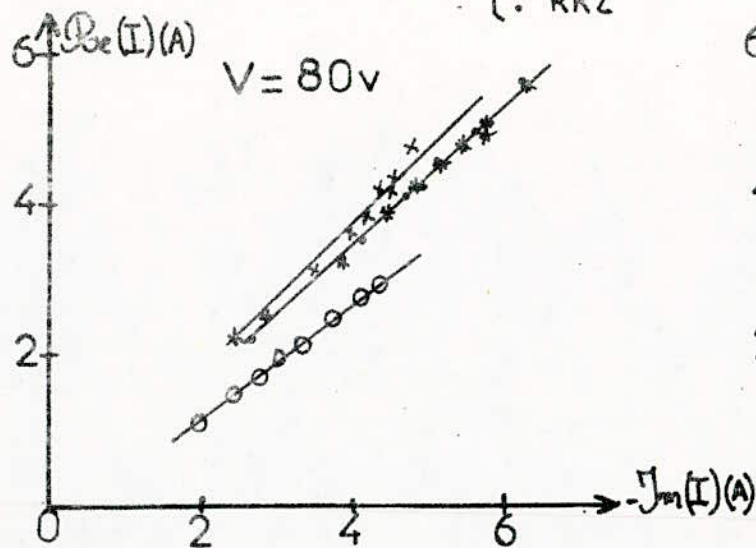


# Variation du courant watté en fonction du courant déwatté

Fig. III<sub>n</sub>

Points Pratiques {  
 × RL  
 \* RR1  
 • RR2

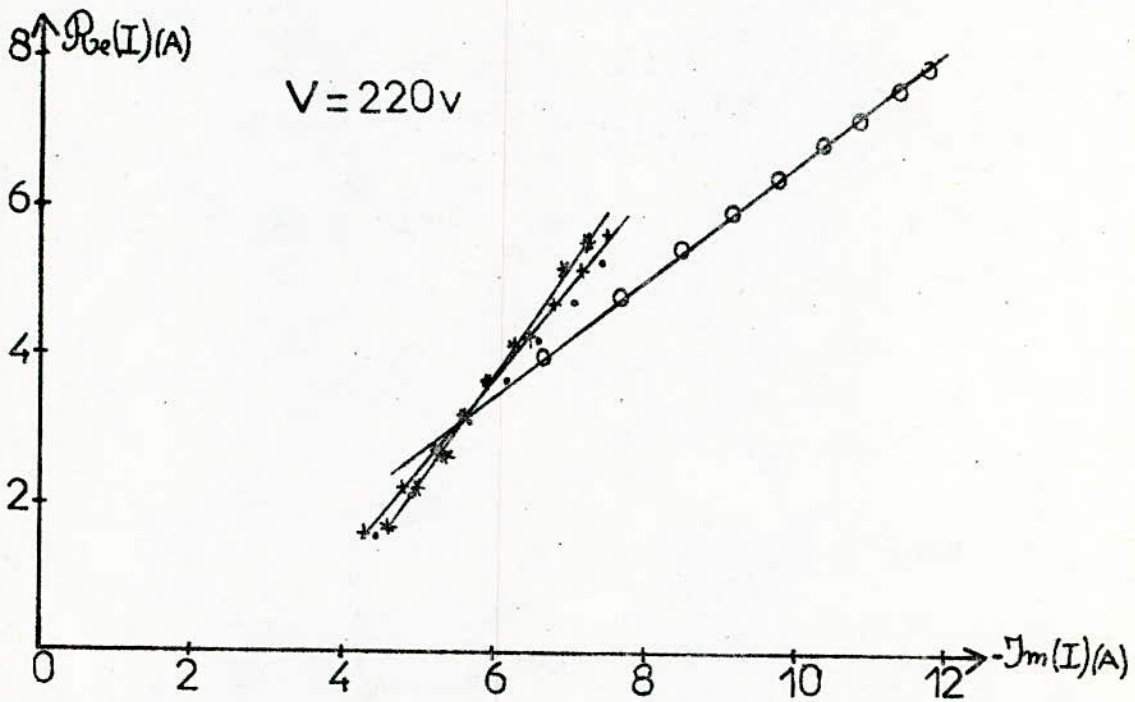
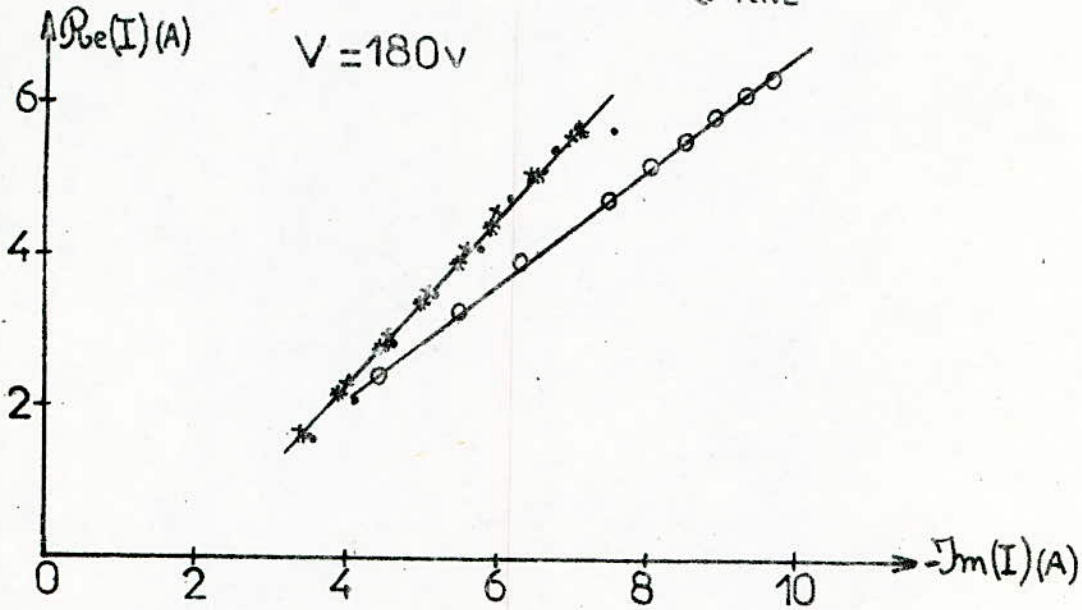
o Points théoriques cas isotrope {  
 $\mu_n = 1000$   
 $\mu_n = 500$



Variation du courant watté en fonction  
du courant déwatté

Fig. III<sub>13</sub>,

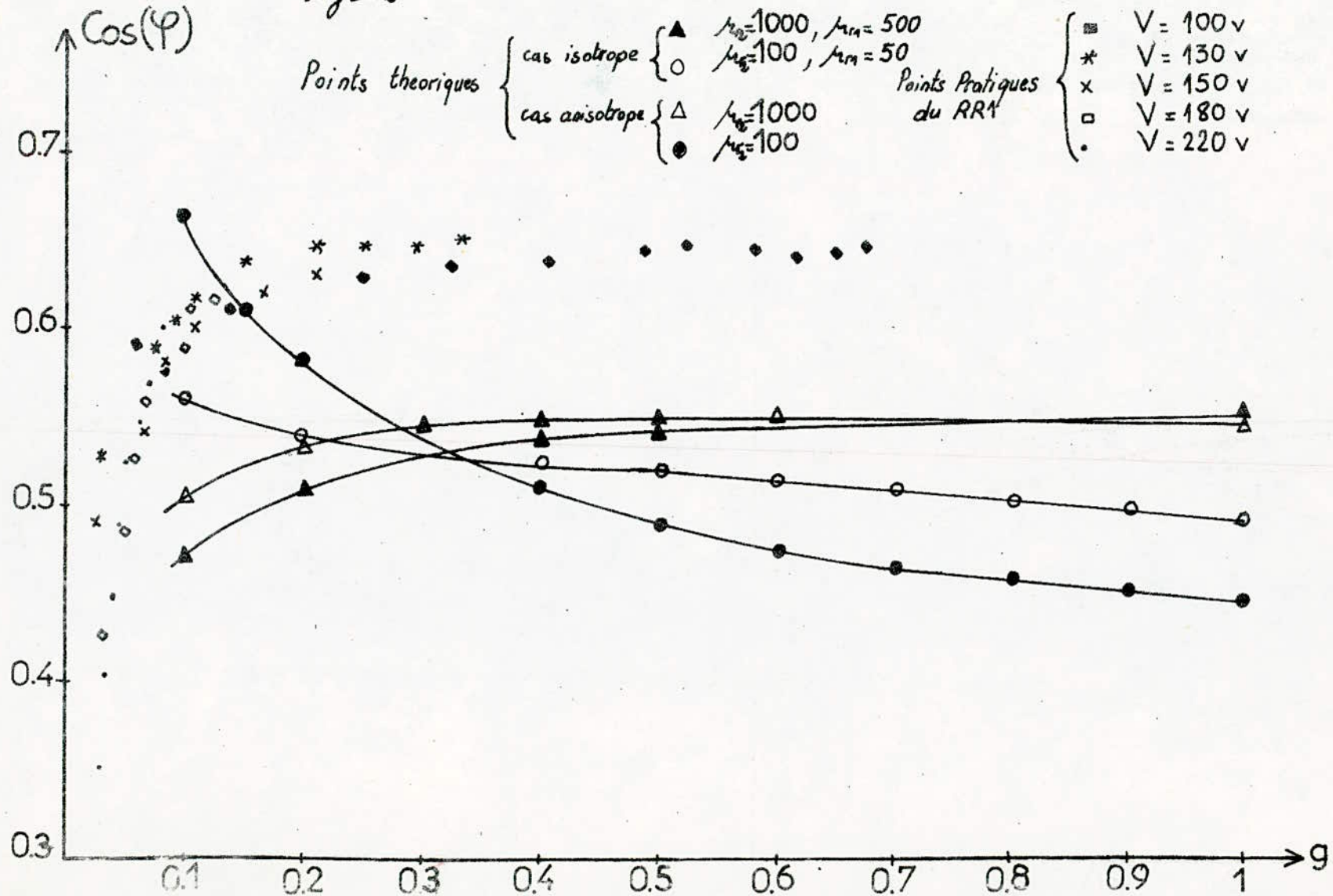
o Points théoriques cas isotrope  $\left\{ \begin{array}{l} M_e = 1000 \\ A_{01} = 500 \end{array} \right.$   
 Points Pratiques  $\left\{ \begin{array}{l} \times \text{ RL} \\ * \text{ RR4} \\ \cdot \text{ RR2} \end{array} \right.$





# Variation du facteur de puissance en fonction du glissement

Fig III B

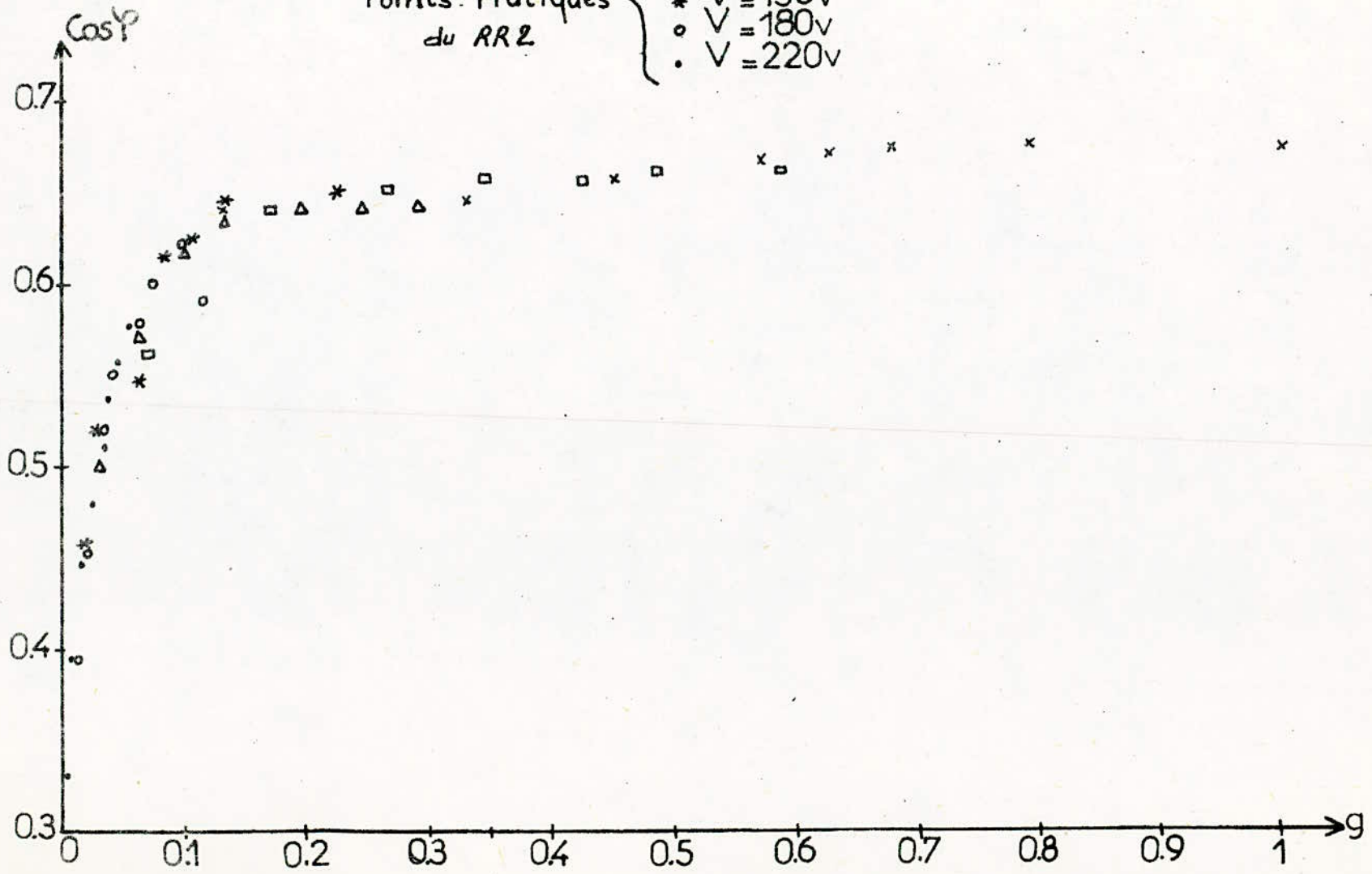


Variation du facteur de puissance en fonction du glissement.

Fig. III<sub>14</sub>

Points Pratiques  
du RR2

- x V = 80 v
- V = 100v
- △ V = 130v
- \* V = 150v
- V = 180v
- V = 220v

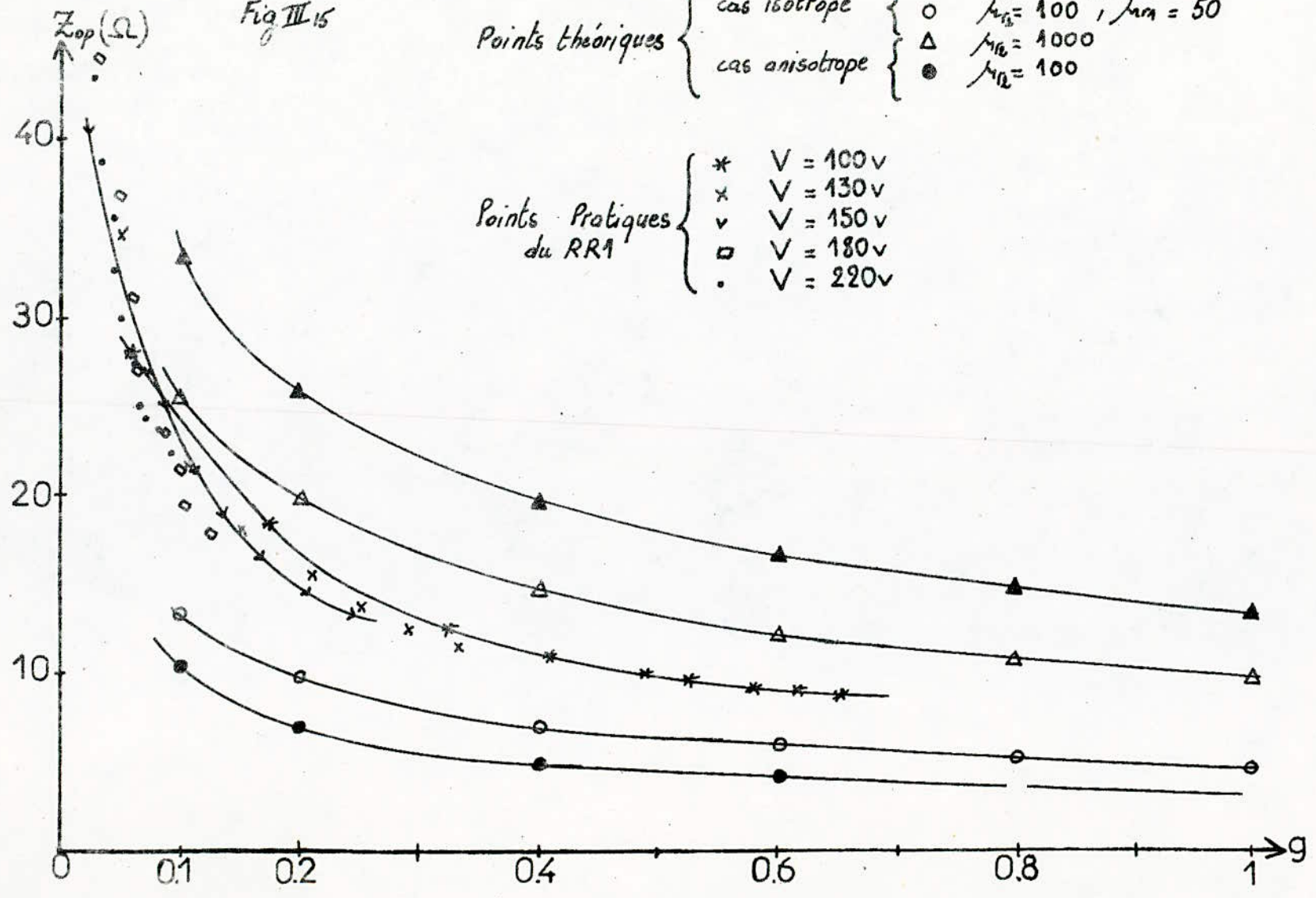


Variation de l'impédance opérationnelle en fonction du glissement

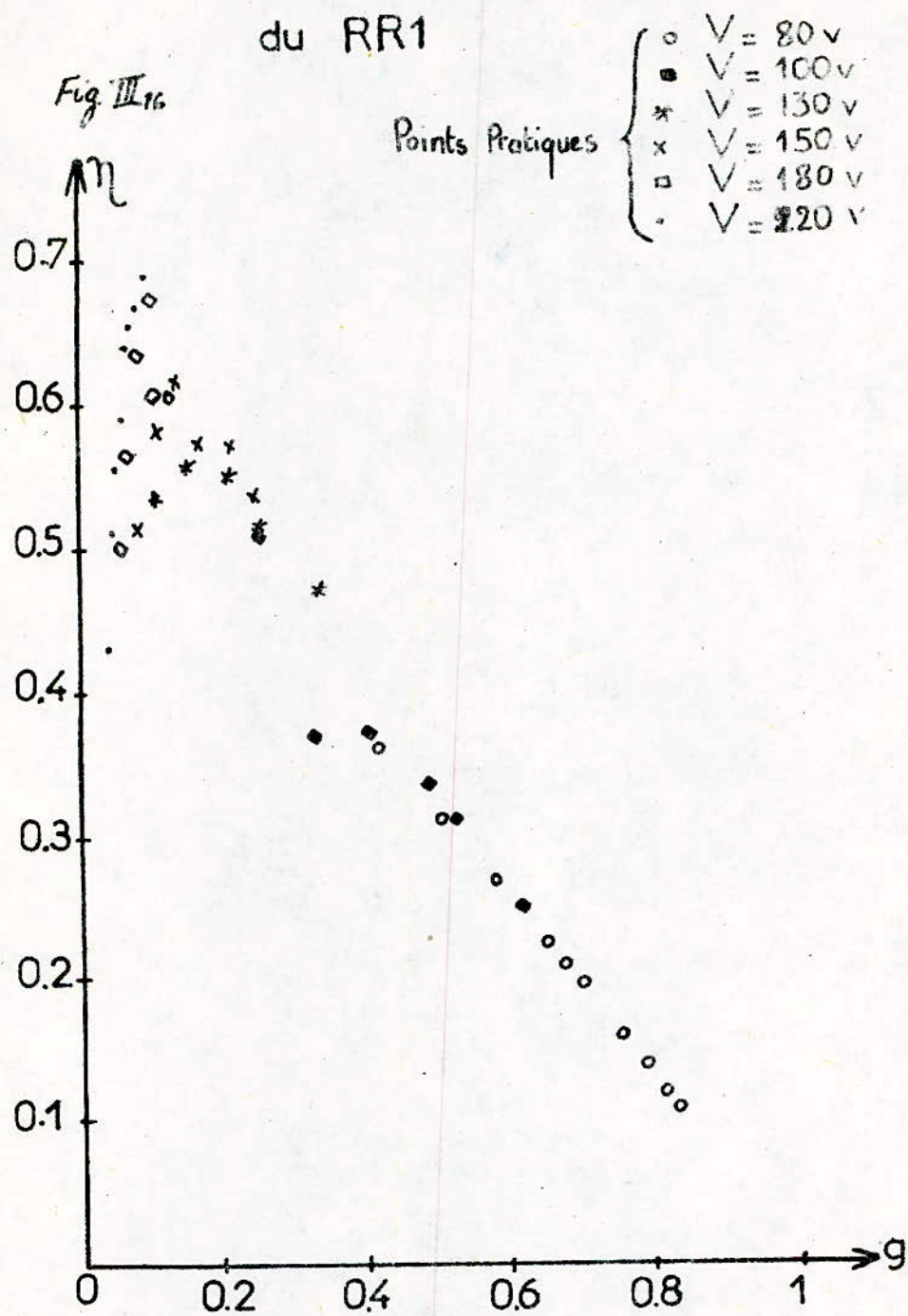
Fig III 15

Points théoriques { cas isotrope {  $\blacktriangle$   $\mu_{r2} = 1000, \mu_{r1} = 500$   
 { cas anisotrope {  $\circ$   $\mu_{r3} = 100, \mu_{r1} = 50$   
 {  $\triangle$   $\mu_{r2} = 1000$   
 {  $\bullet$   $\mu_{r2} = 100$

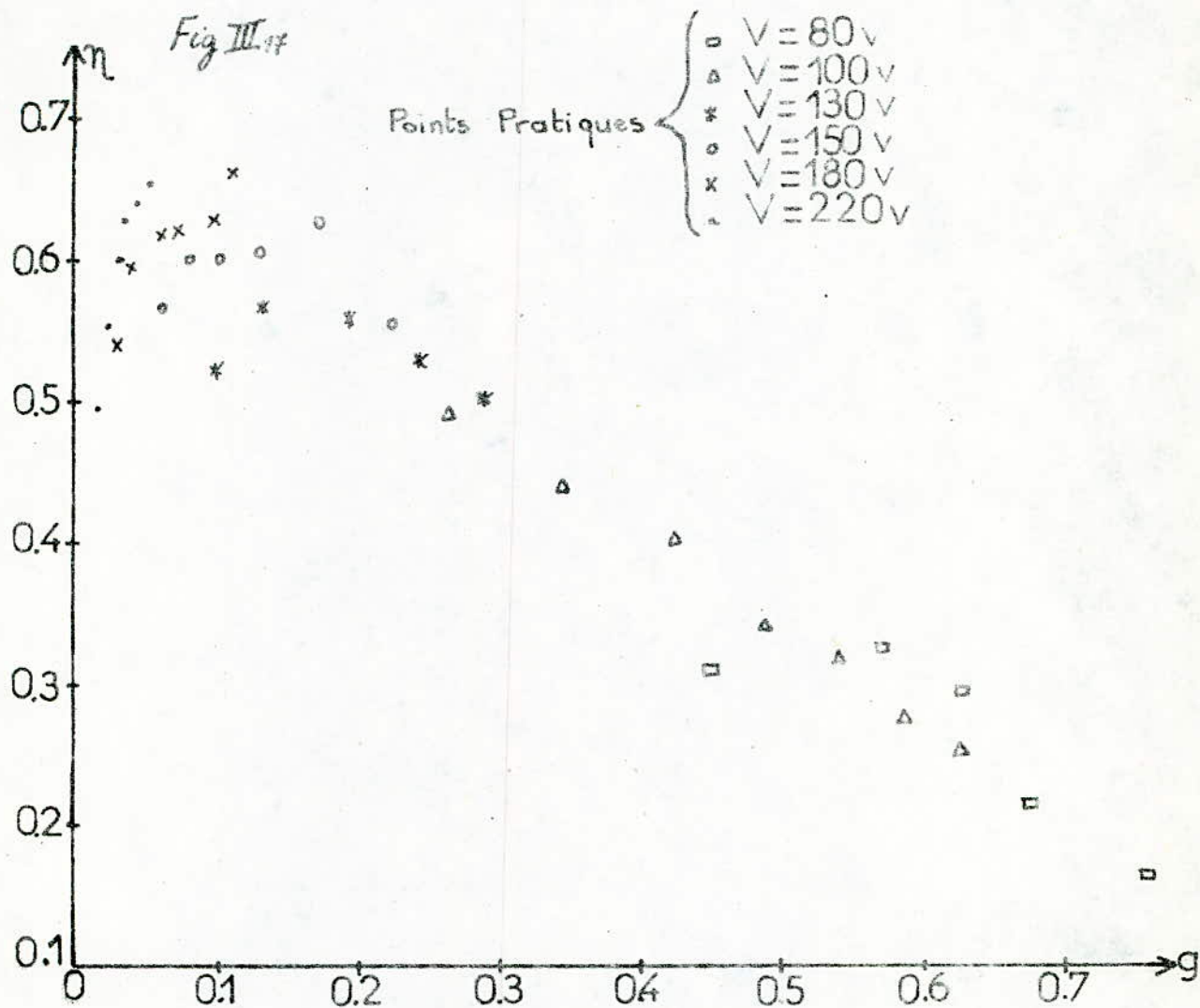
Points Pratiques du RRA { \*  $V = 100v$   
 { x  $V = 130v$   
 { v  $V = 150v$   
 {  $\square$   $V = 180v$   
 {  $\cdot$   $V = 220v$



Variation du rendement en fonction du glissement  
du RR1

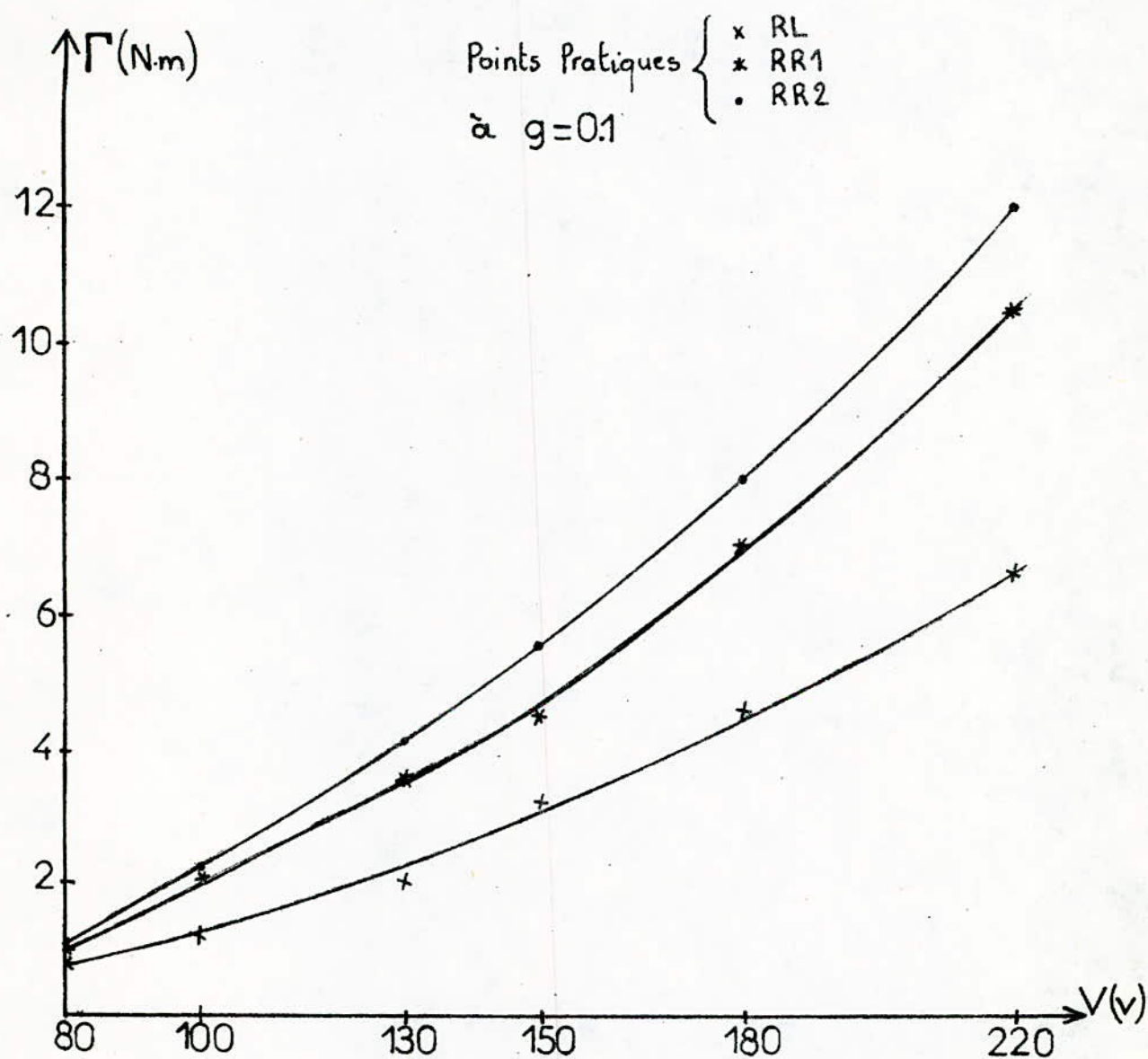


Variation du rendement en fonction du glissement  
du RR2



Variation du couple en fonction de la tension  
d'alimentation

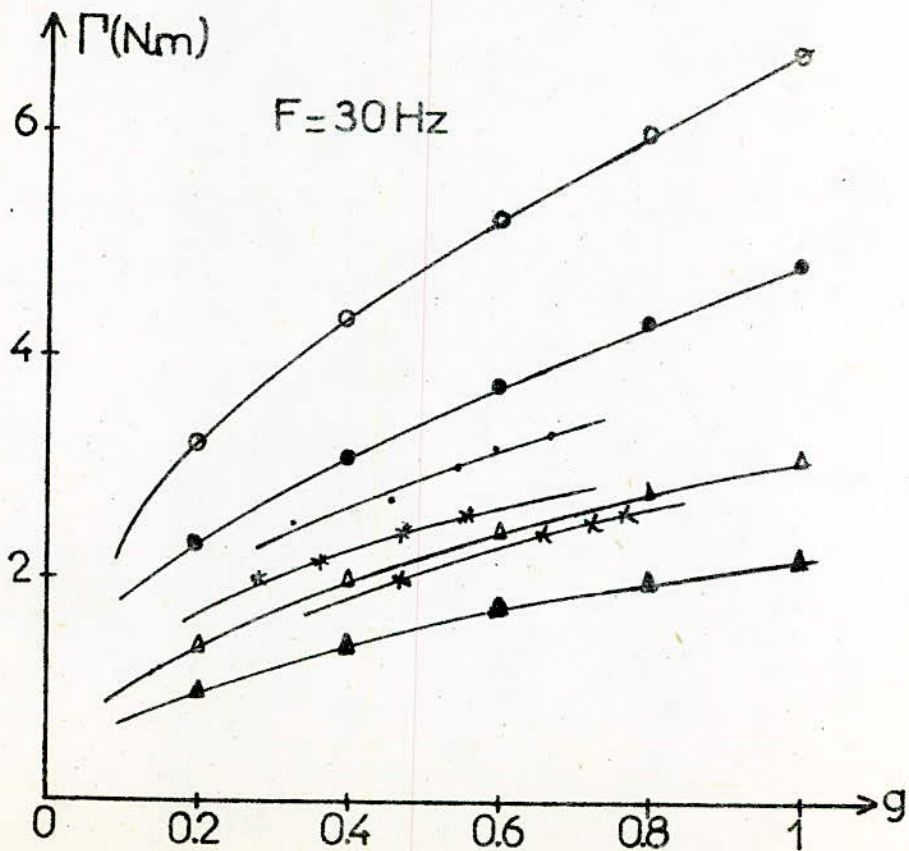
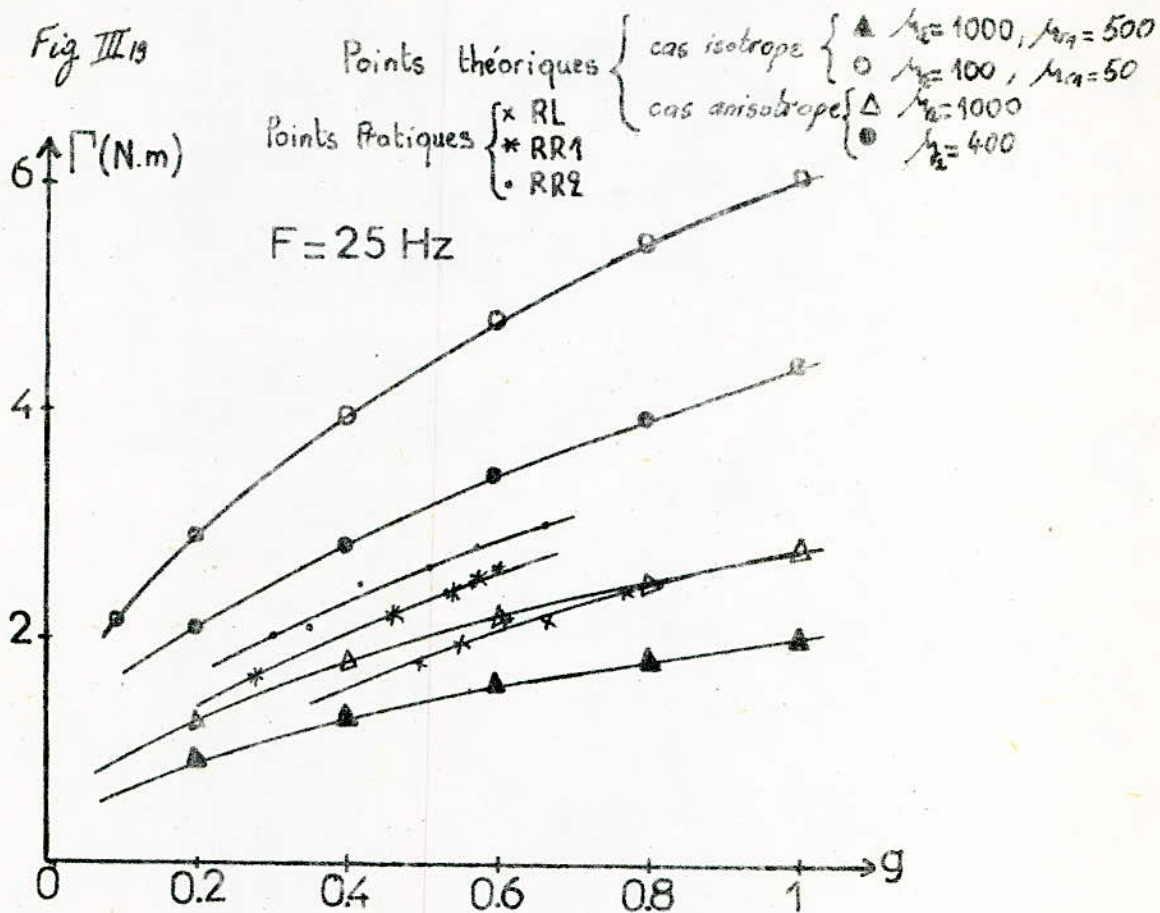
Fig III.18



Essais à flux constant

# Variation du couple en fonction du glissement

Fig III 19



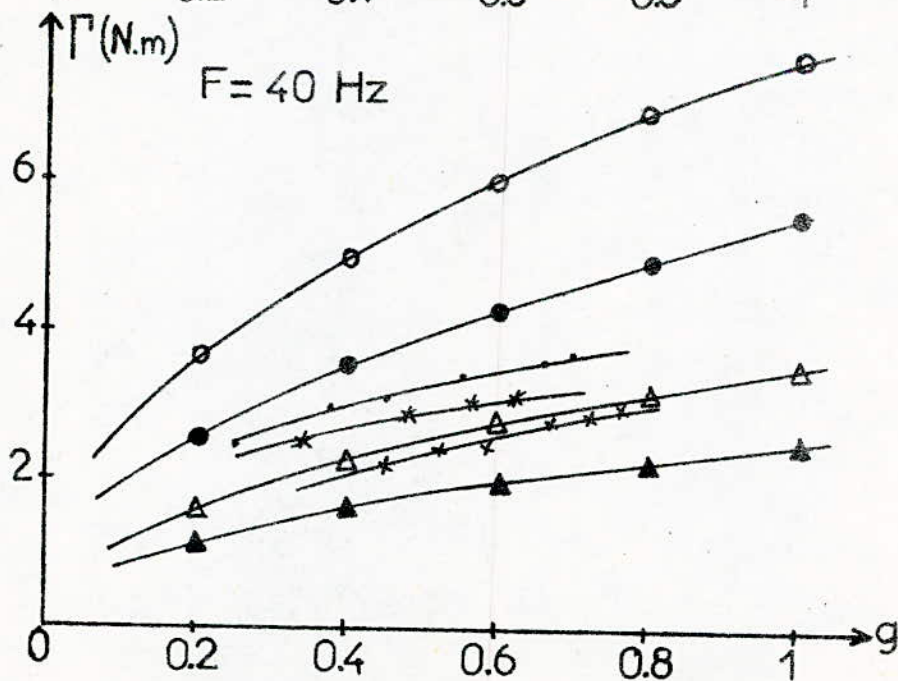
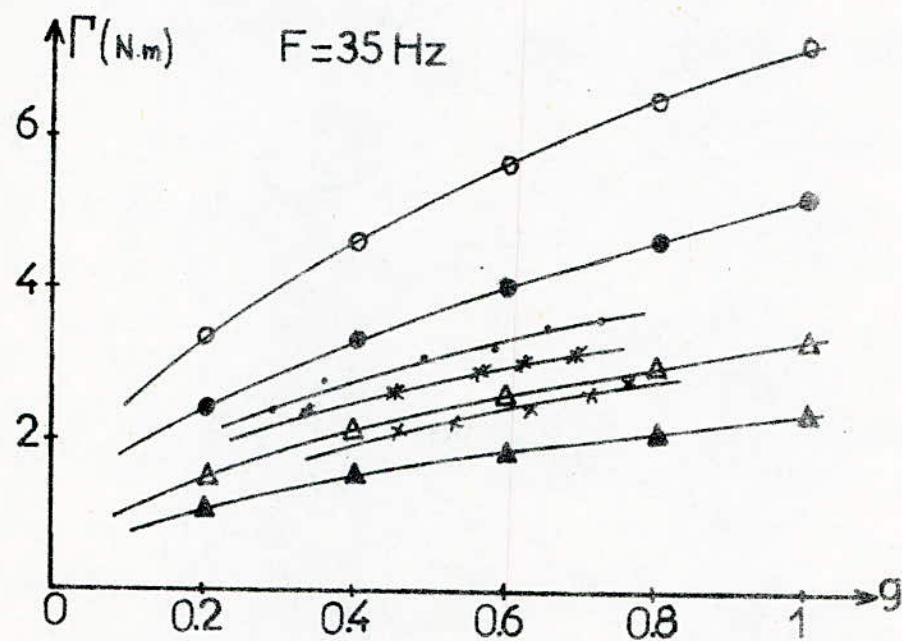


# Variation du couple en fonction du glissement

Points théoriques { cas isotrope {  $\Delta \mu_{r2} = 1000, \mu_{r1} = 500$   
 {  $\circ \mu_{r2} = 100, \mu_{r1} = 50$   
 cas anisotrope {  $\Delta \mu_{r2} = 1000$   
 {  $\bullet \mu_{r2} = 400$

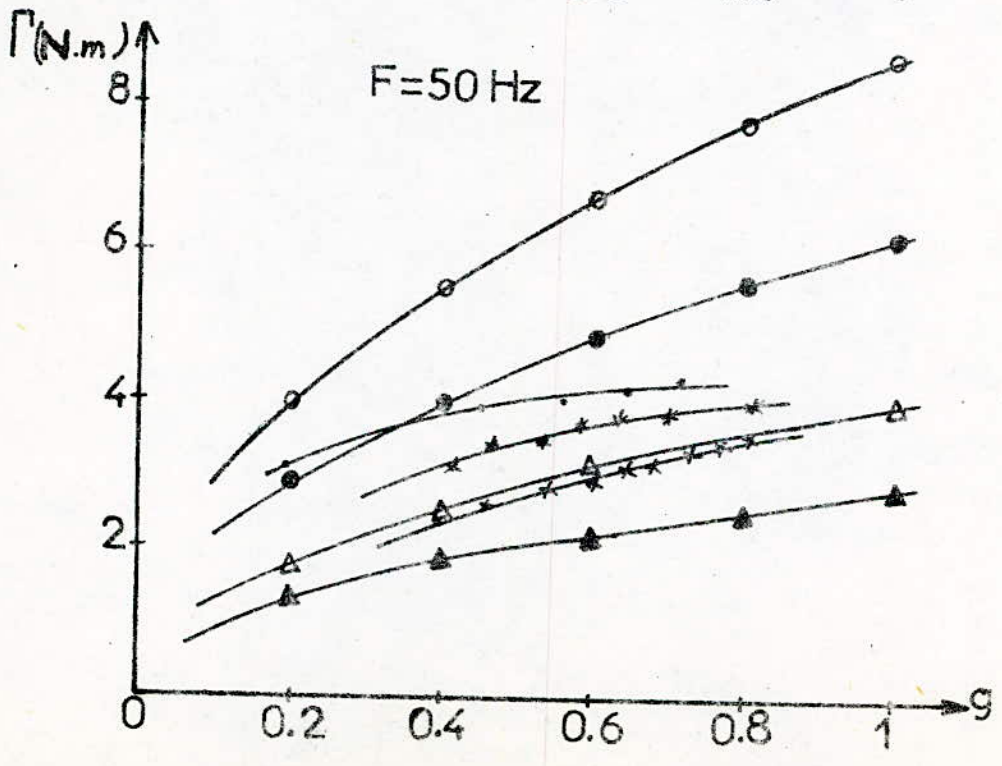
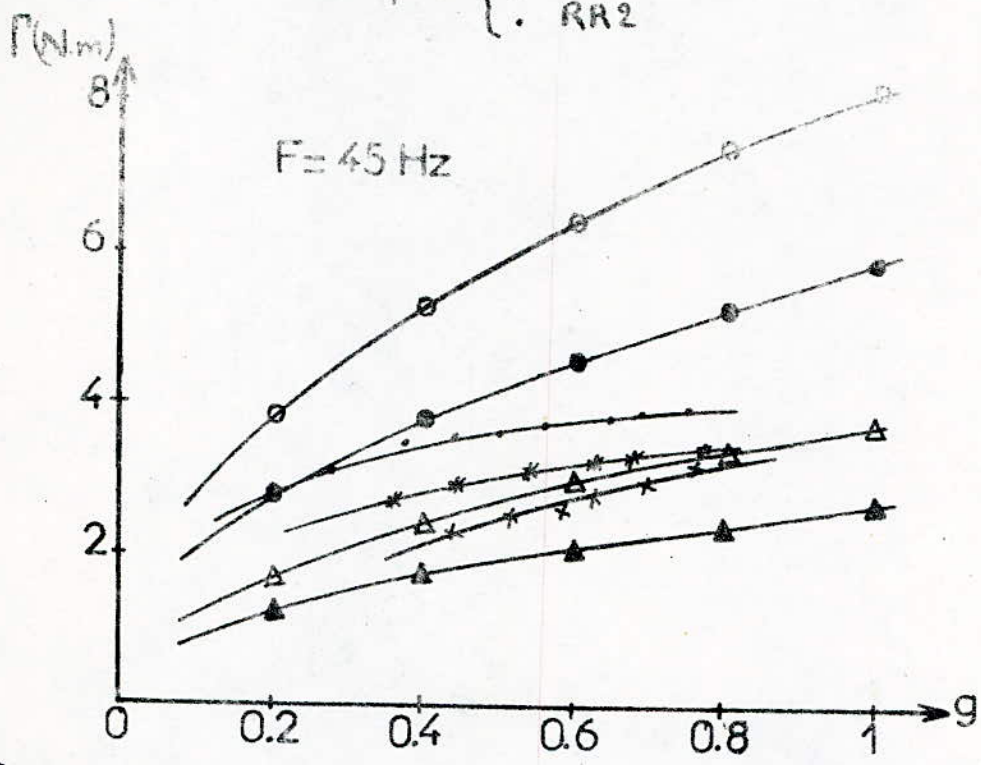
Fig III<sub>20</sub>

Points Pratiques {  $\times$  RL  
 {  $\ast$  RR1  
 {  $\cdot$  RR2



# Variation du couple en fonction du glissement

Points théoriques  $\left\{ \begin{array}{l} \text{cas isotrope} \left\{ \begin{array}{l} \Delta \mu_1 = 1000, \mu_{r1} = 500 \\ \circ \mu_1 = 100, \mu_{r1} = 50 \end{array} \right. \\ \text{cas anisotrope} \left\{ \begin{array}{l} \Delta \mu_1 = 1000 \\ \circ \mu_2 = 400 \end{array} \right. \end{array} \right.$   
 Points Pratiques  $\left\{ \begin{array}{l} \times \text{ RL} \\ * \text{ RR1} \\ \cdot \text{ RR2} \end{array} \right.$



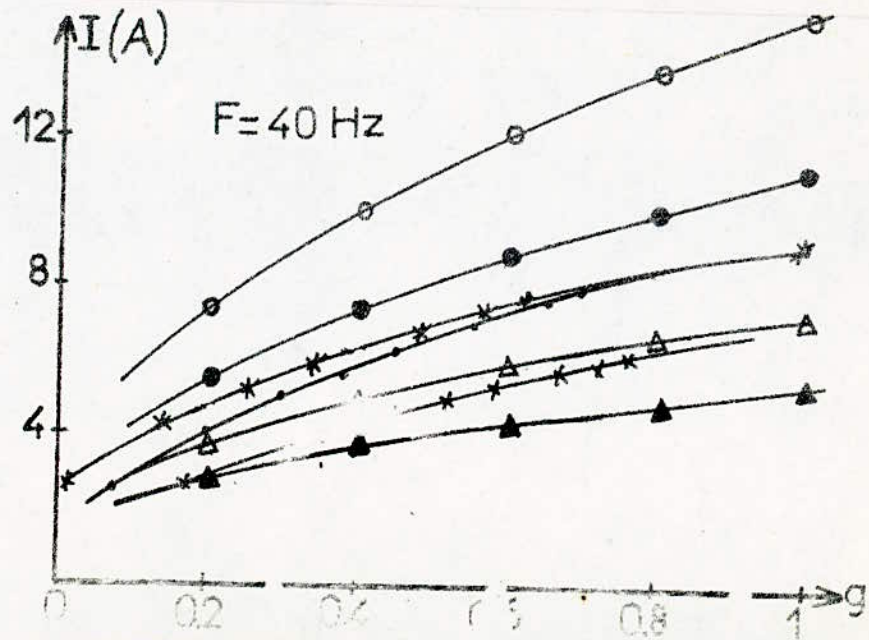
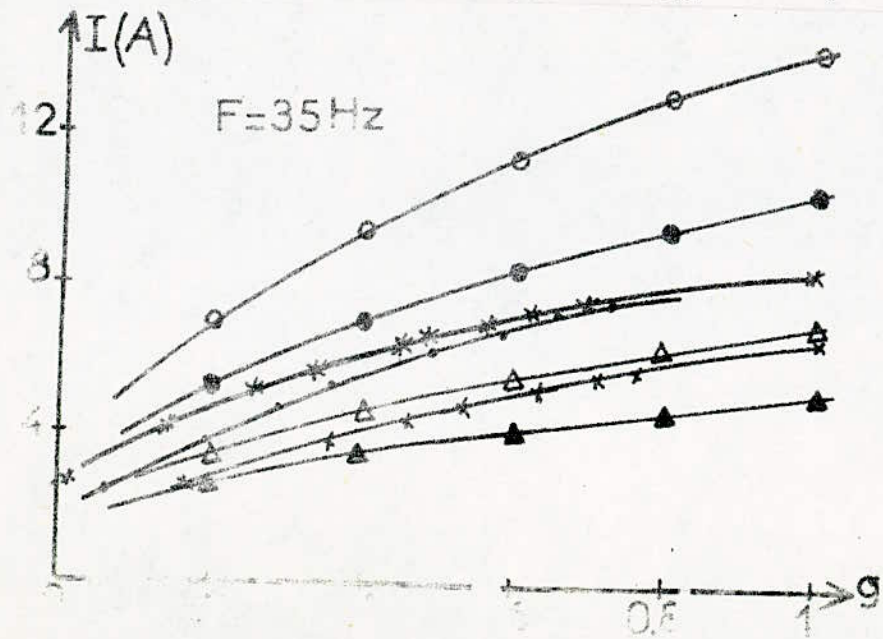
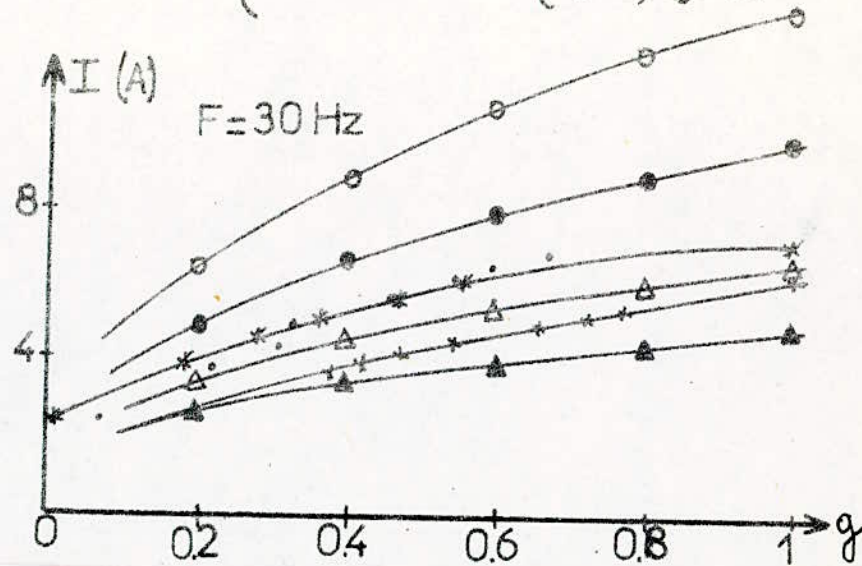
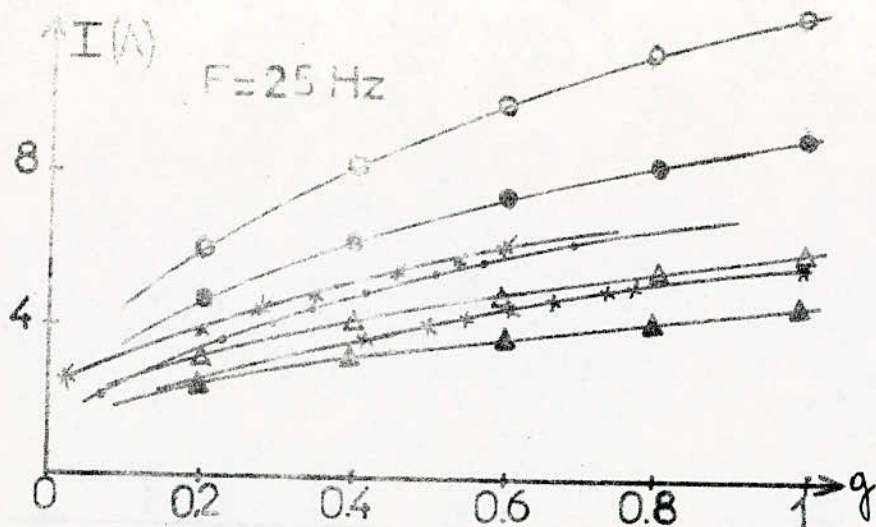
# Variation du courant en fonction du glissement

Fig 33e

Points Pratiques {  
 \* RL  
 \* RR1  
 . RR2

Points théoriques

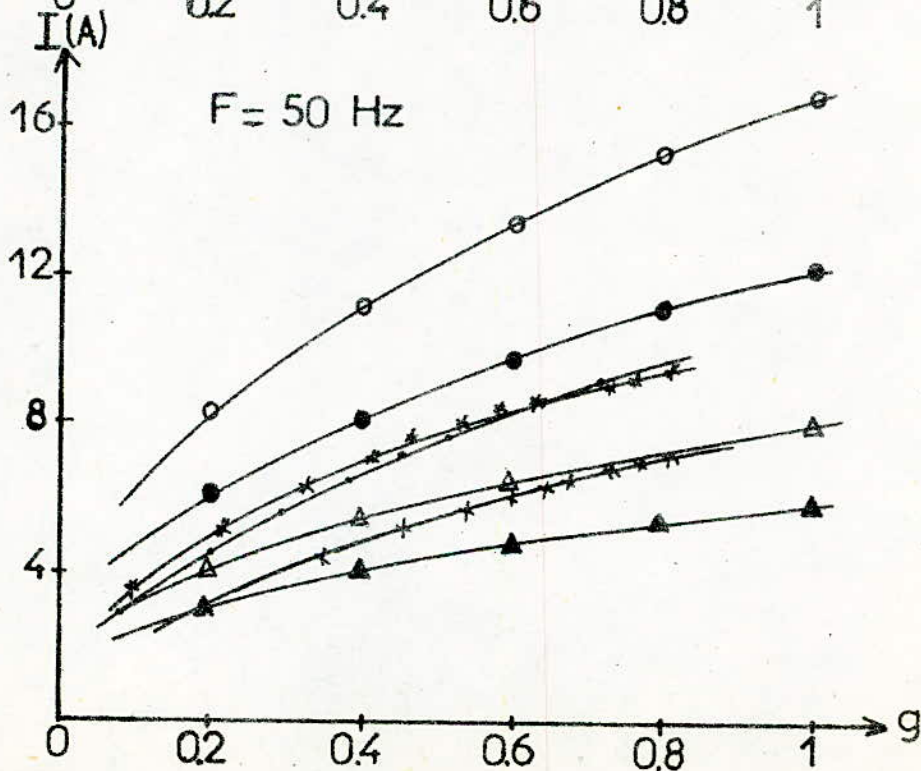
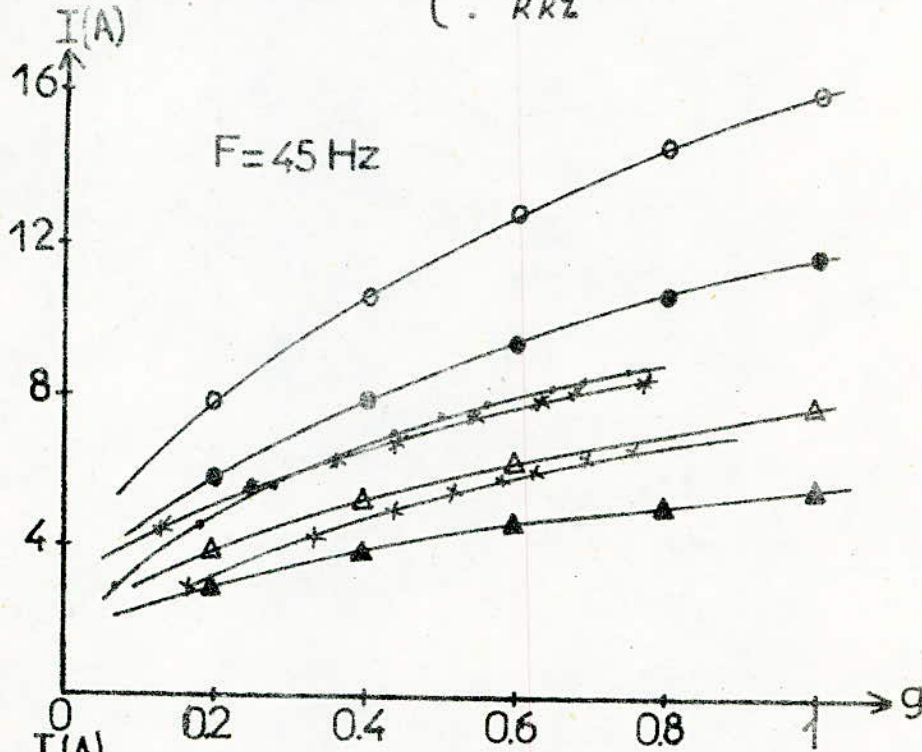
{ cas isotrope {  
 cas anisotrope {  
 $\mu_2 = 1000, \mu_1 = 50$   
 $\mu_2 = 400, \mu_1 = 50$   
 $\mu_2 = 1000$   
 $\mu_2 = 400$



# Variation du courant en fonction du glissement

Fig III<sub>23</sub>

- |                   |                |     |                                |
|-------------------|----------------|-----|--------------------------------|
| Points théoriques | cas isotrope   | ▲   | $\mu_0 = 1000, \mu_{11} = 500$ |
|                   |                | ○   | $\mu_0 = 100, \mu_{11} = 50$   |
|                   | cas anisotrope | △   | $\mu_0 = 1000$                 |
|                   |                | ●   | $\mu_{11} = 400$               |
| Points Pratiques  | x              | RL  |                                |
|                   | *              | RR1 |                                |
|                   | .              | RR2 |                                |

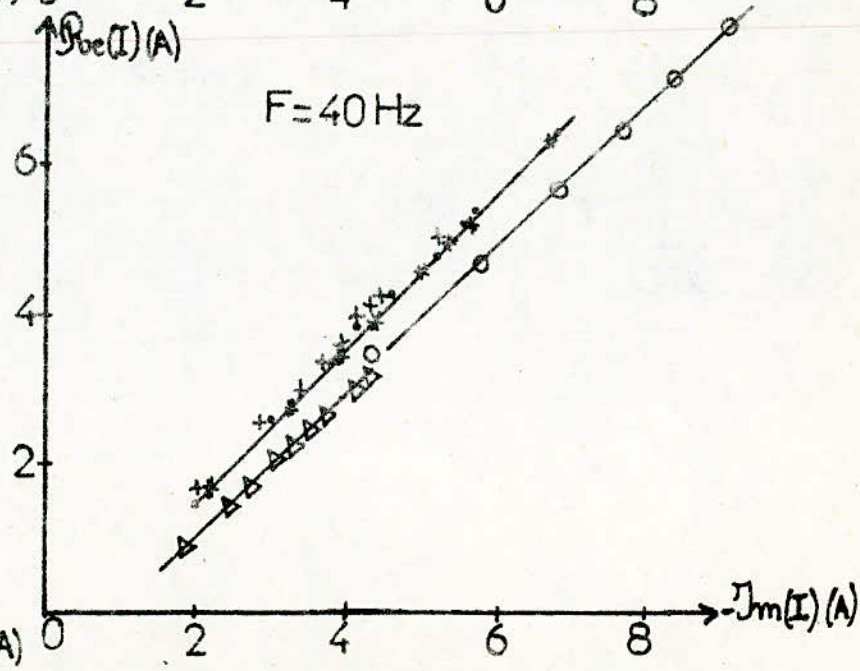
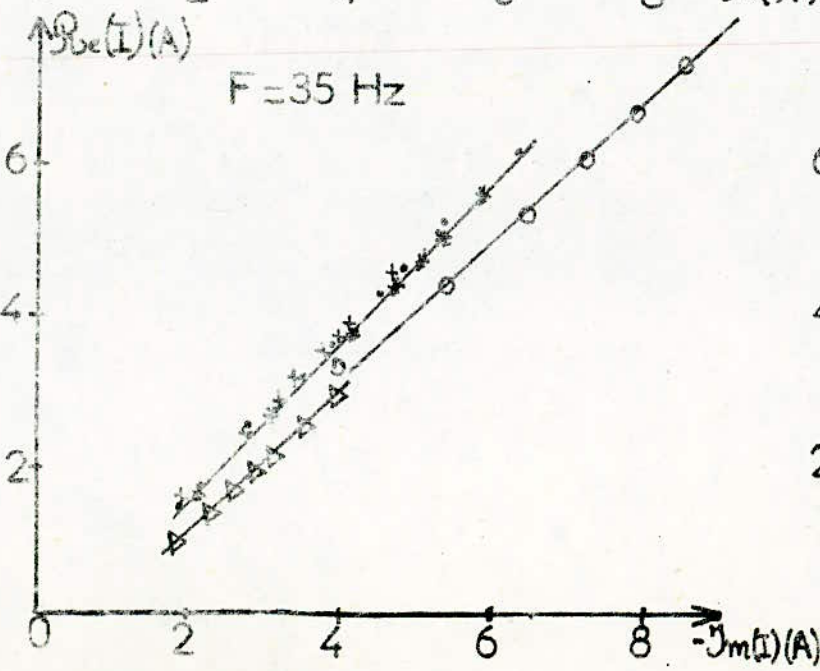
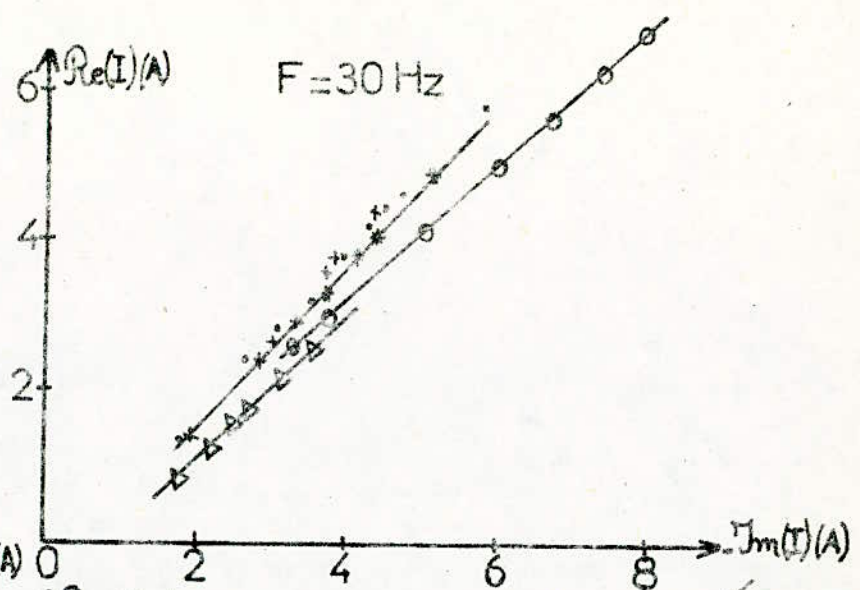
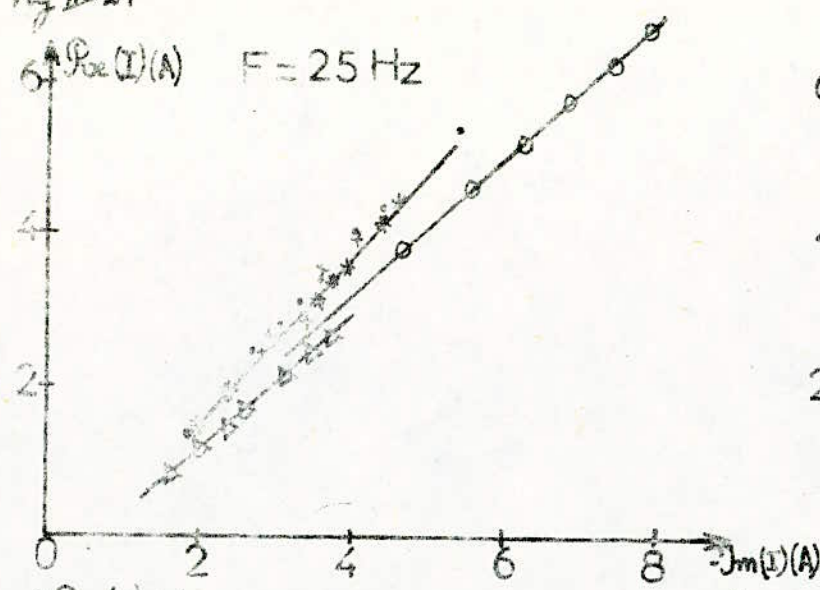


Variation du facteur de puissance en fonction du glissement

Fig III 24

points théoriques cas isotrope  $\left\{ \begin{array}{l} \Delta \text{ } \nu_f = 1000, \nu_{m1} = 500 \\ \circ \text{ } \nu_f = 100, \nu_{m1} = 50 \end{array} \right.$

cas anisotrope  $\left\{ \begin{array}{l} \times \text{ } RR1 \\ \cdot \text{ } RR2 \end{array} \right.$

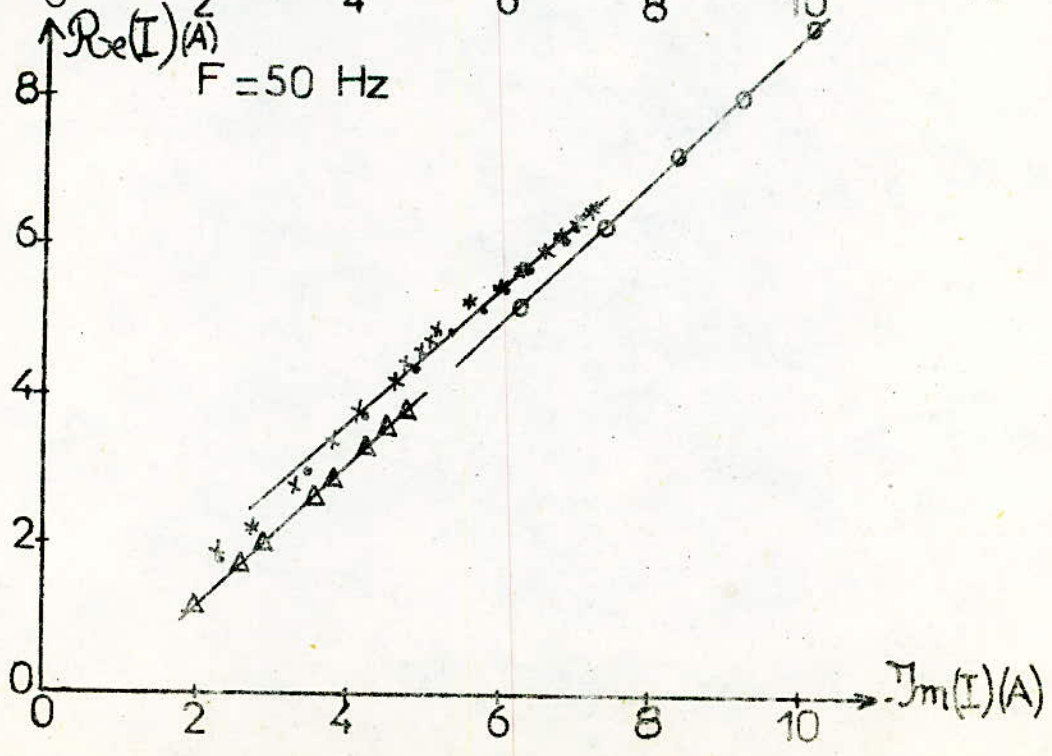
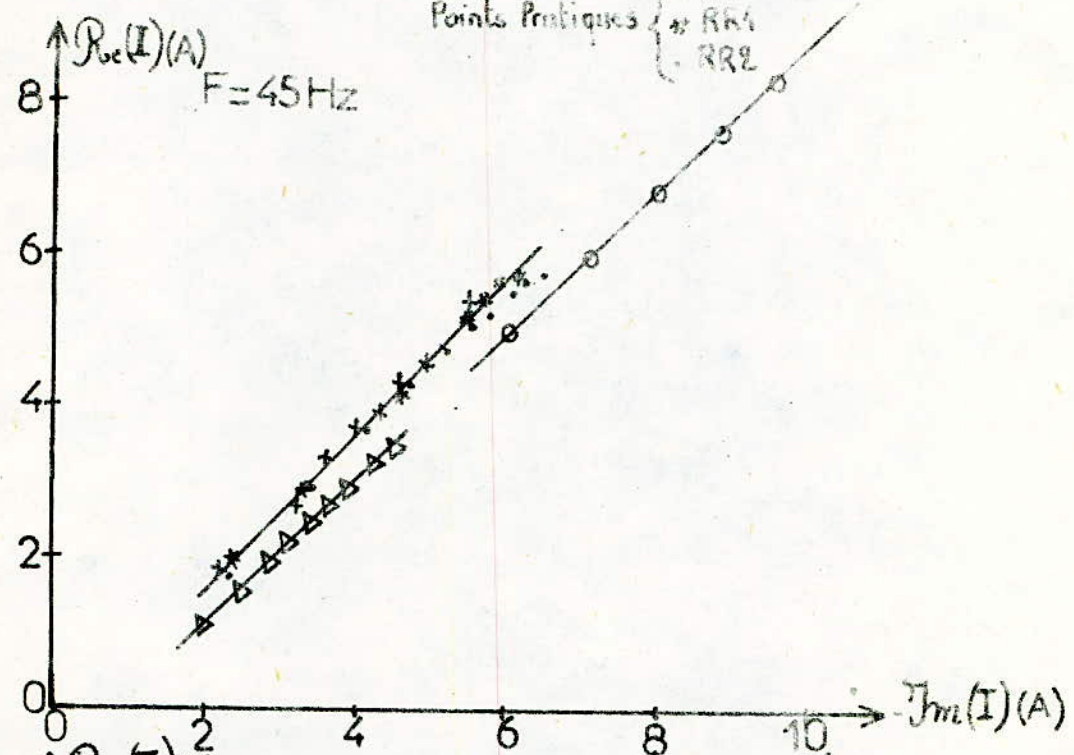


# Variation du courant watté en fonction du courant déwatté

Fig III-25

Points théoriques cas isotope  $\left\{ \begin{array}{l} \circ A_1=100, A_2=50 \\ \Delta A_1=1000, A_2=500 \end{array} \right.$

Points Pratiques  $\left\{ \begin{array}{l} \times RL \\ * RR1 \\ \cdot RRR \end{array} \right.$

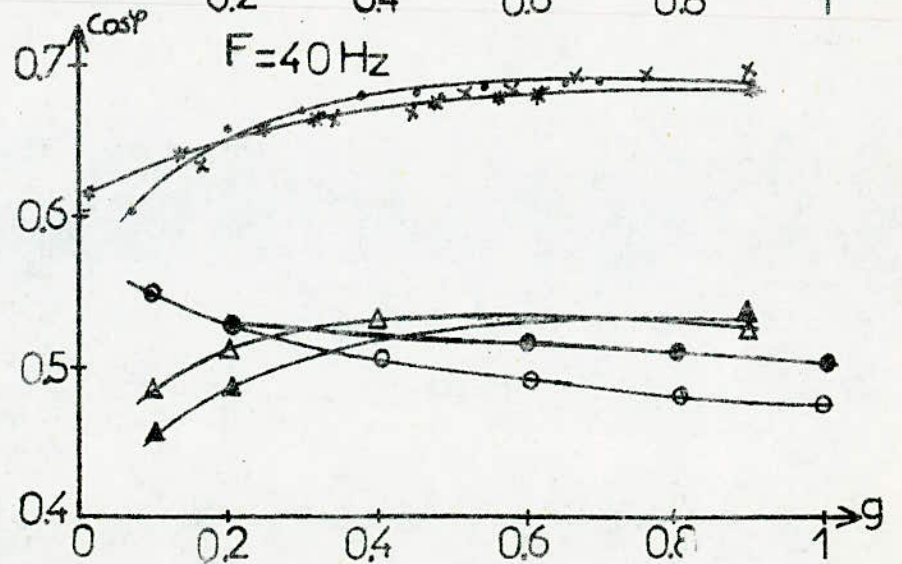
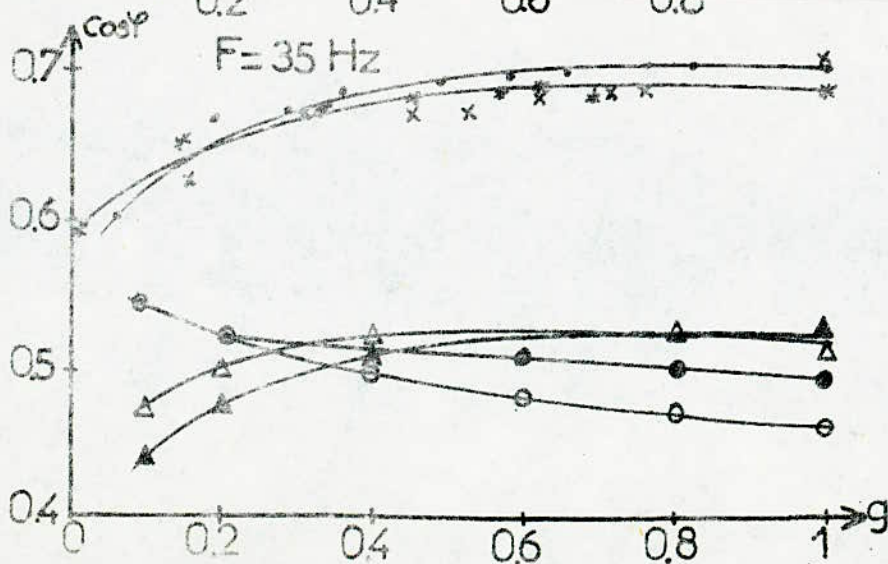
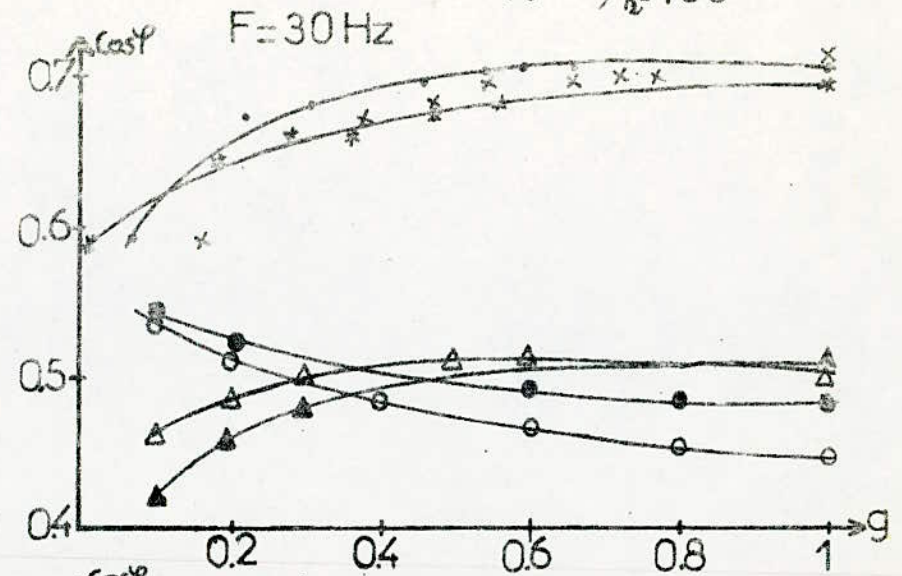
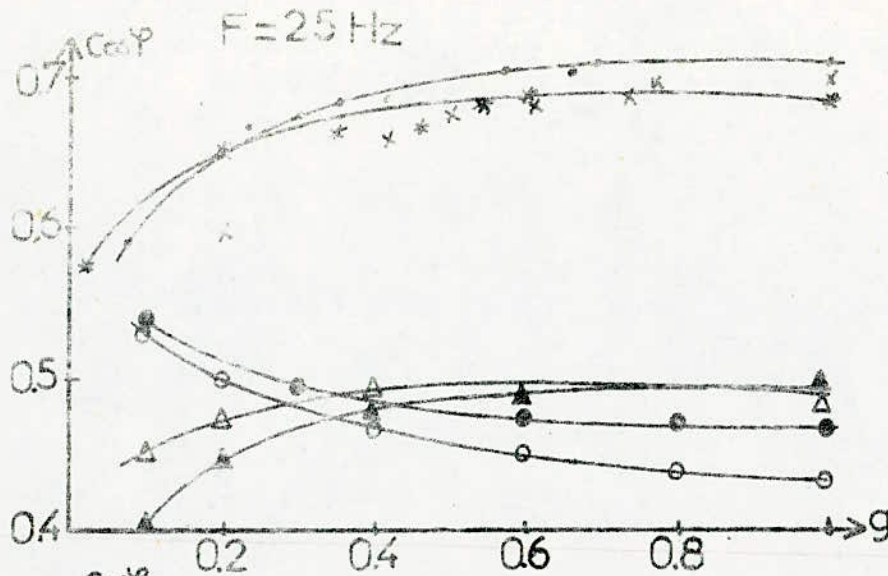


# Variation du facteur de puissance en fonction du glissement

Fig III.26

Points Pratiques {  
 x RL  
 \* RR1  
 . RR2

Points théoriques {  
 cas isotrope {  $\blacktriangle$   $\mu_2=1000, \mu_1=500$   
 o  $\mu_2=100, \mu_1=50$   
 cas anisotrope {  $\triangle$   $\mu_2=1000$   
 $\bullet$   $\mu_2=400$

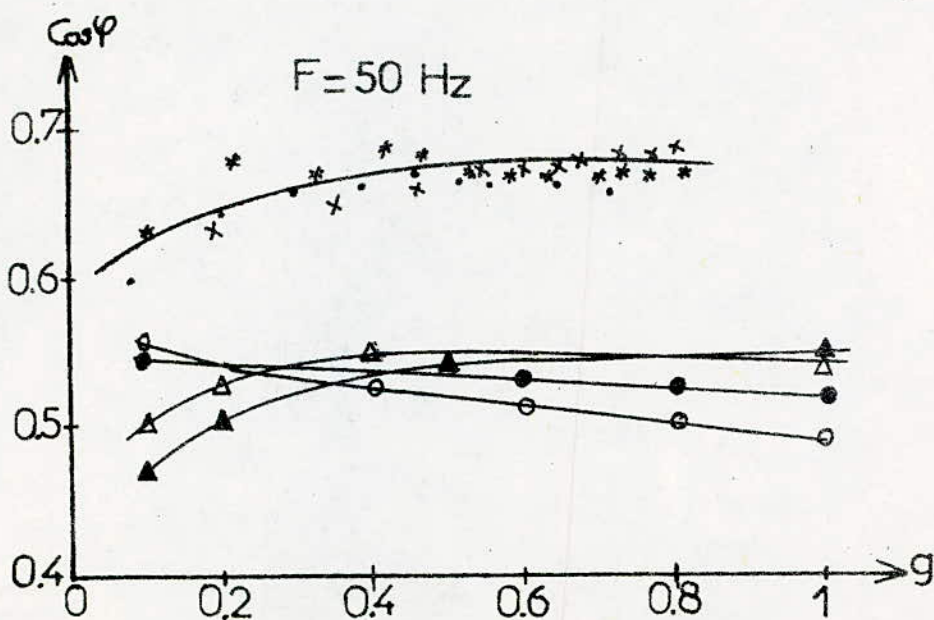
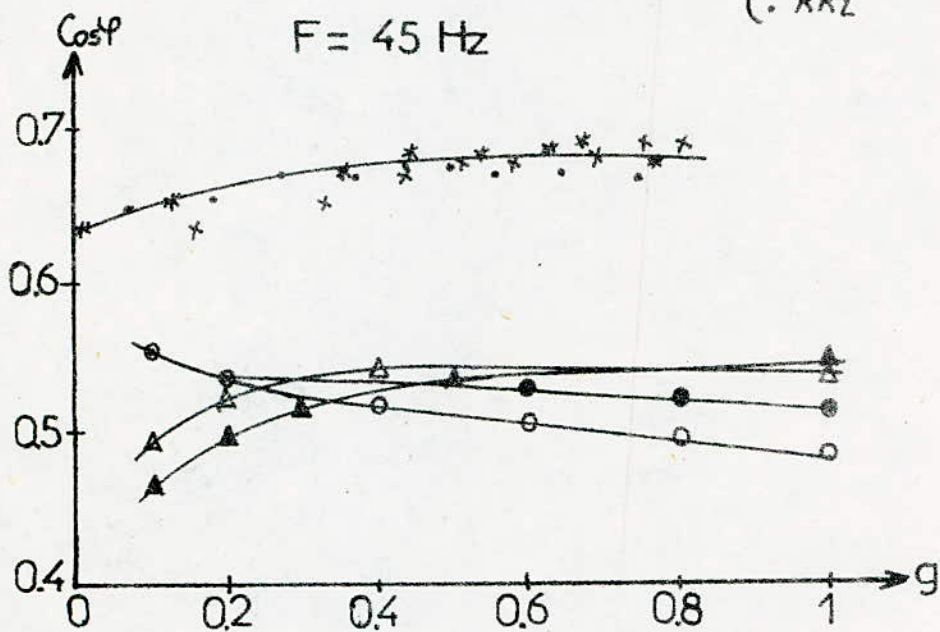


# Variation du facteur de puissance en fonction du glissement

Fig III.27

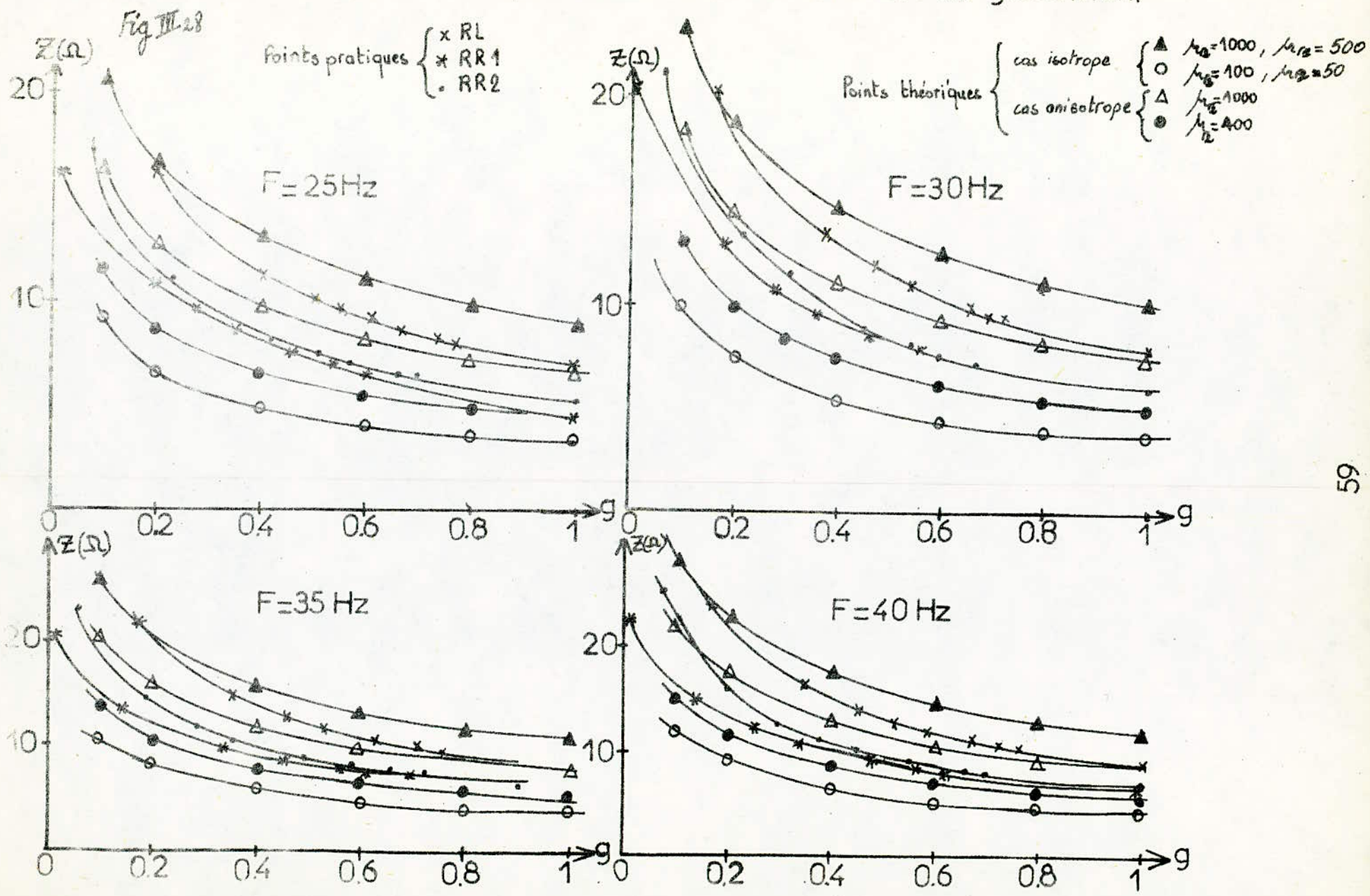
Points théoriques { cas isotrope {  $\Delta$   $M_s = 1000$   
 $\circ$   $M_s = 100, M_r = 50$   
 cas anisotrope {  $\Delta$   $M_s = 1000$   
 $\bullet$   $M_s = 400$

Points Pratiques {  $\times$  RL  
 $\ast$  RR1  
 $\cdot$  RR2





# Variation de l'impédance opérationnelle en fonction du glissement

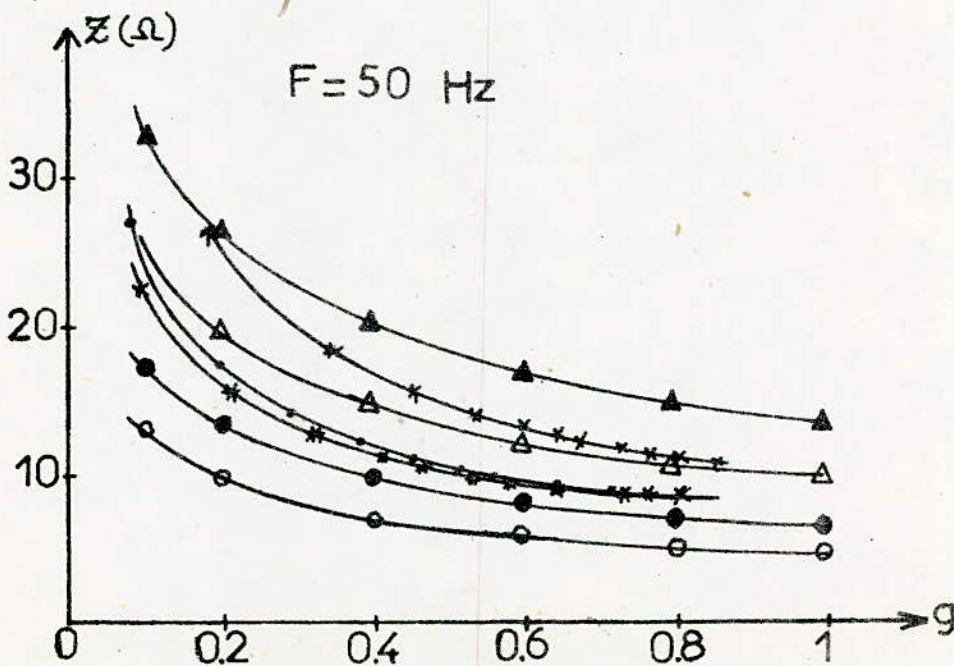
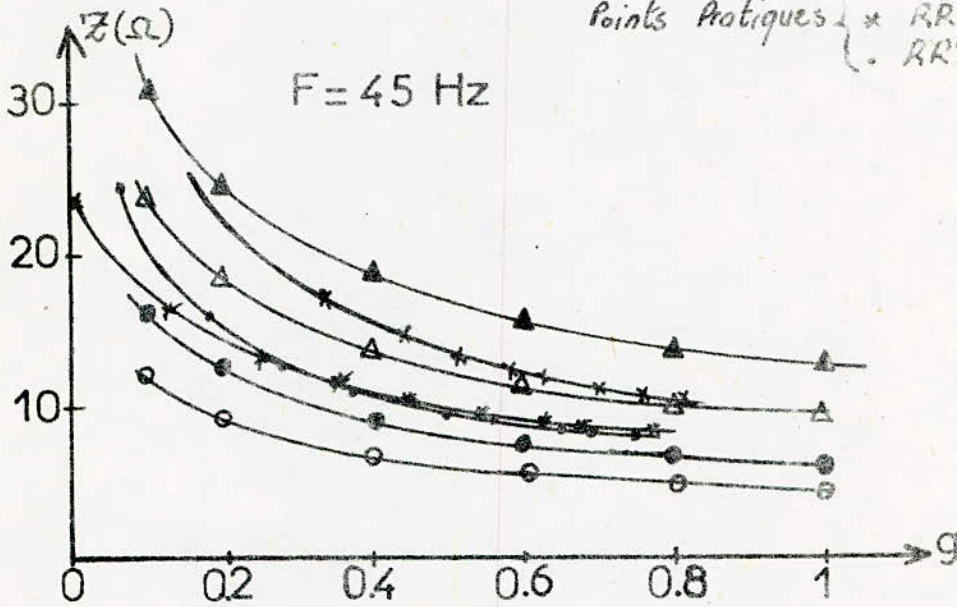


# Variation de l'impédance opérationnelle en fonction du glissement

Fig III 29

Points théoriques { cas isotrope {  $\mu_{12} = 500$   
 $\mu_{12} = 1000$   
 $\mu_{12} = 100, \mu_{21} = 50$   
 cas anisotrope {  $\mu_{12} = 1000$   
 $\mu_{12} = 400$

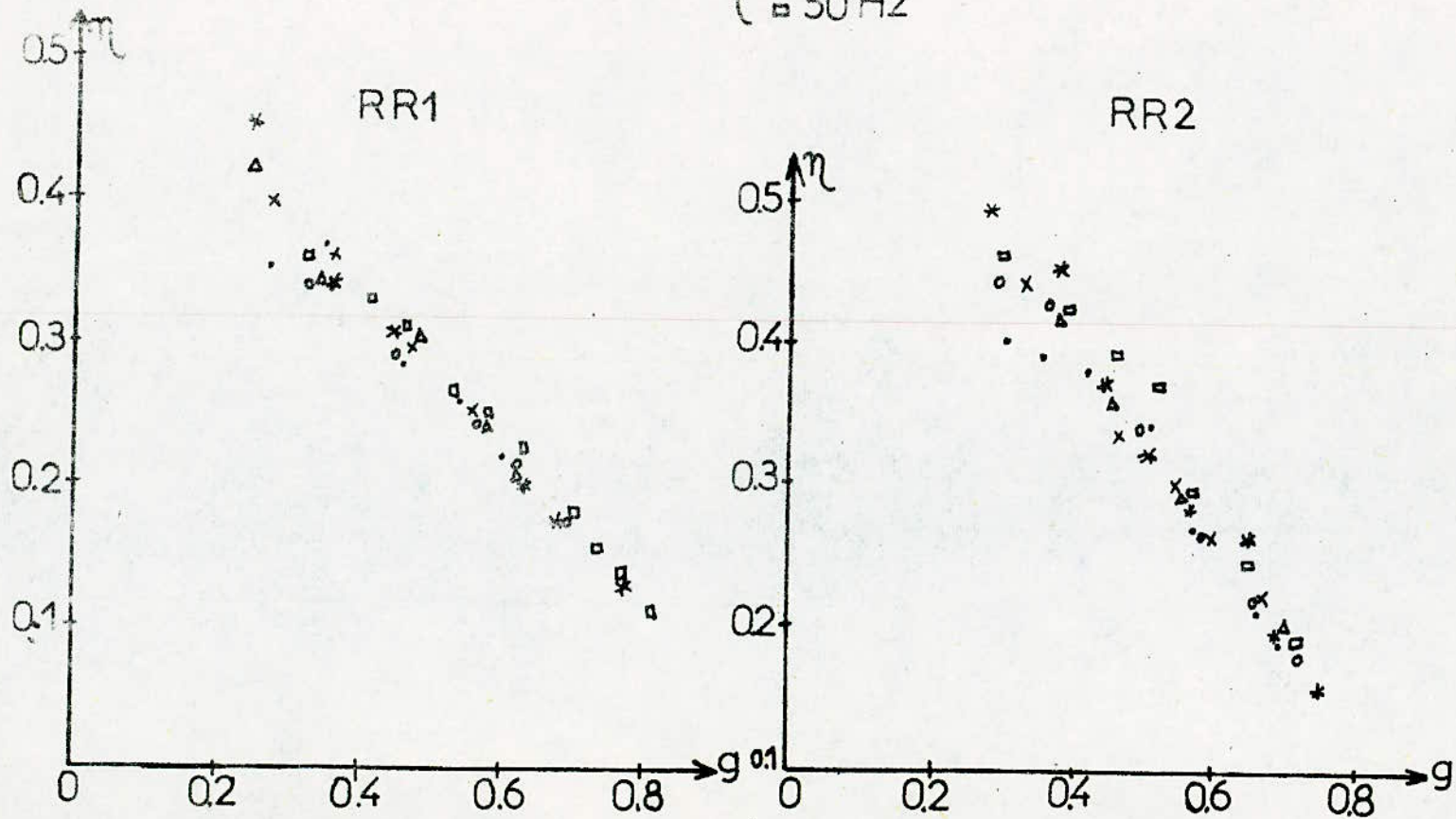
Points Pratiques { x RL  
 \* RR1  
 . RR2



# Variation du rendement en fonction du glissement

Fig III 30

Points Pratiques {  
 • 25 Hz  
 x 30 Hz  
 o 35 Hz  
 Δ 40 Hz  
 \* 45 Hz  
 □ 50 Hz



---

# CONCLUSION

---

Ce travail nous a permis de progresser dans la connaissance des caractéristiques des moteurs asynchrones à rotor massif rainuré.

Sur le plan théorique, une analyse nous a permis d'approcher un modèle bidimensionnel.

Les essais expérimentaux nous ont permis :

- d'une part; de mettre en évidence l'influence des rainures qui améliorent notablement les caractéristiques par rapport aux machines à rotor lisse.
- d'autre part, de vérifier le modèle théorique et de montrer que notre méthode de calcul semble satisfaisante.

À partir de notre travail, on peut envisager si les contraintes mécaniques et la technologie le permettent :

- Un remplissage des rainures par un matériau très bon conducteur, sous forme de barres reliées électriquement à leurs extrémités par deux couronnes en cuivre, ce qui abaisse encore l'impédance et permettra de retrouver des caractéristiques très voisines de celles du rotor feuilleté.
- Une autre solution consiste à monter une cage en cuivre dans des trous axiaux intérieurs ne coupant pas la surface du rotor.

De même une étude plus complète tenant compte des effets

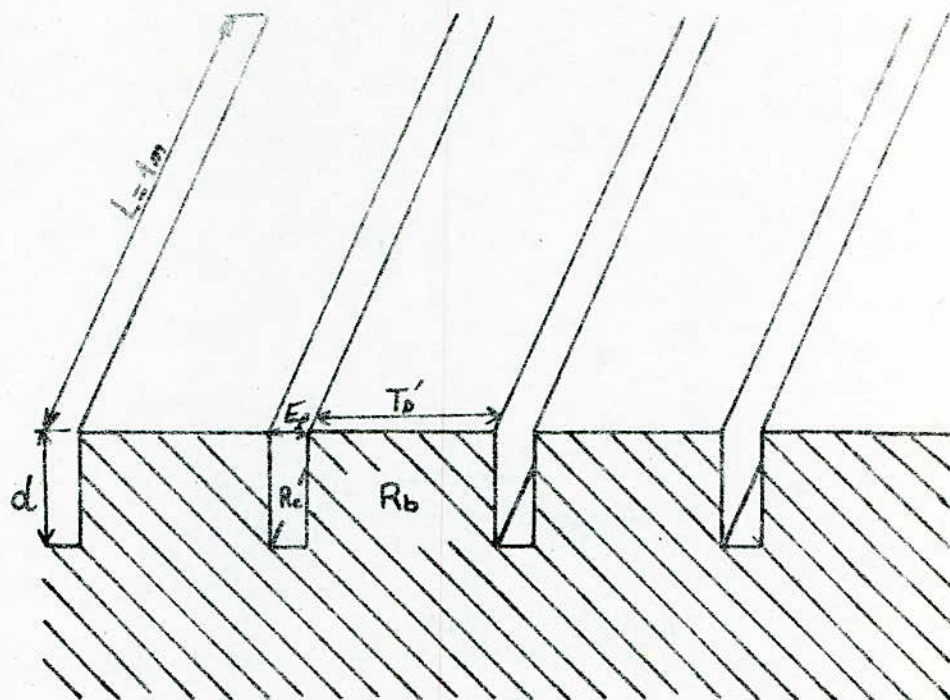
d'extrémités et de la saturation de tels rotors, permettrait d'approcher les résultats pratiques de manière plus satisfaisante. L'utilisation industrielle de ces types de moteurs asynchrones semble particulièrement intéressante pour les entraînements à grande vitesse, où il est nécessaire d'avoir des machines robustes et susceptibles de suivre sans dommage des régimes divers (démarrages brusques, entraînement à vitesses variables).

---

# **ANNEXES**

---

Calcul de la conductivité du milieu équivalent dans  
le cas anisotrope



On veut estimer la conductivité équivalente du milieu  $\gamma$ .

Soit  $R_b$  la résistance par unité de longueur d'une dent,  
alors la résistance de  $N_b$  dents est :

$$R_g = \frac{R_b}{N_b} = \frac{\rho_b}{T_b \cdot d \cdot N_b}$$

$\rho_b$  est la résistivité du matériau composant la dent.

En supposant que les rainures sont remplies par un corps de  
résistivité  $\rho_c$  et en appelant  $R_c$  la résistance par unité de longueur  
d'une rainure, alors la résistance de  $N_c$  rainures est :

$$R_r = \frac{R_c}{N_c} = \frac{\rho_c}{E_p \cdot d \cdot N_c}$$



la résistance équivalente par unité de longueur du milieu formé par les  $N_e$  dents et les  $N_e$  rainures est :

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho_2 \rho_c}{\rho_2 (E_p N_e d) + \rho_c (T_0' N_e d)}$$

Comme  $l_c = N_e E_p$

$l_e = N_e T_0'$

$\pi D = l_e + l_c$

alors

$$R_{eq} = \frac{\rho_2 \rho_c}{(\rho_2 l_c + \rho_c l_e) d} = \frac{\rho_{eq}}{\pi D \cdot d}$$

et  $\rho_{eq} = \frac{\rho_2 \rho_c \pi D}{\rho_2 l_c + \rho_c l_e}$

La conductivité équivalente du milieu 1 est :

$$\sigma_{z1} = \frac{\rho_2 l_c + \rho_c l_e}{\rho_2 \rho_c (l_e + l_c)}$$

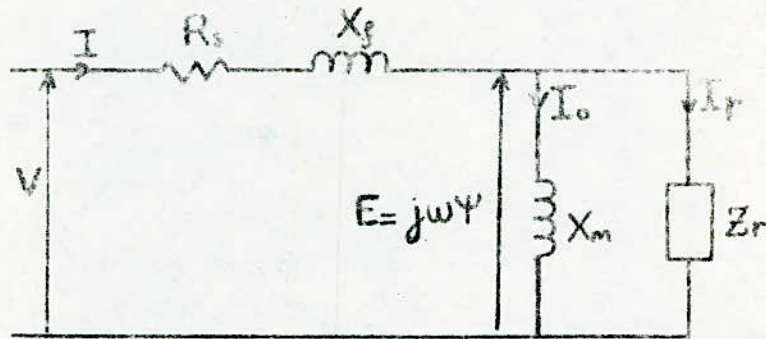
Dans notre cas, la rainure est vide, la résistivité  $\rho_c$  est donc infinie et la conductivité équivalente se réduit à :

$$\sigma_{z1} = \frac{l_e}{\rho_c (l_e + l_c)} = \frac{\sigma_2 \cdot l_e}{l_e + l_c}$$

Cette expression donne directement la valeur de la conductivité équivalente du milieu 1 connaissant celle du milieu 2.

## Annexe 2

Nous présentons ici une autre façon d'approcher le facteur de puissance rotorique. Celui-ci permet une comparaison avec la machine à rotor lisse.



D'après le schéma équivalent :

$$\bar{I} = \bar{I}_0 + \bar{I}_r$$

$$\text{et } \bar{Z} = \frac{j\omega\psi}{I_r}$$

La F.E.M.  $E$  est donnée par :

$$E = j\omega\psi = j\omega\sqrt{2}\pi\rho L \frac{k_s}{a} \alpha(-\epsilon)$$

c'est à dire :

$$E = \frac{j\omega\sqrt{2}\pi\rho L k_s \lambda_1 (c h_{p_1} d + k_2 s h_{p_1} d) \text{th}\alpha\epsilon \mu_{r1}}{\mu_{o p_1} k_2 c h_{p_1} d + \mu_{o p_1} s h_{p_1} d + \mu_{r1} \text{th}\alpha\epsilon (c h_{p_1} d + k_2 s h_{p_1} d)}$$

$$\text{avec : } k_2 = \frac{\mu_{r1} g_e}{\mu_{r2} p_1}$$

Le théorème d'Ampère appliqué à la surface du rotor donne :

$$I_r = \int_0^{y_0} H_{y_0} dy = \int_0^{\pi} H_{y_0} \frac{dy}{a}$$

$$I_r = 2 \int_0^{\pi} -\frac{p_1}{\mu_{r1}} e^{j\psi} (-\alpha_0 s h_{p_1} d + \alpha_1 c h_{p_1} d)$$

$$I_r = \frac{4jP_1}{\mu_{r1} a} \alpha_1 (sh p_1 d + ch p_1 d)$$

Ainsi :

$$Z = \frac{E}{I_r} = \sqrt{2} \pi p L \frac{K_s}{4P_1} \sqrt{\frac{(1 + k_1 th p_1 d)}{(1 + \frac{1}{k_1} th p_1 d)}}$$

en pratique :

$$\mu_{r1} = \mu_2$$

et on peut écrire :

$$\frac{g \omega \mu_{r1} \sigma_1}{a^2} \gg 1$$

$$\frac{g \omega \mu_2 \sigma_2}{a^2} \gg 1$$

Cette approximation reste valable même pour les glissements les plus faibles : ( $g < 0,05$ )

Ainsi  $p_1$  et  $q_2$  peuvent être approchés par :

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+j) \alpha_1 \quad \text{avec : } \alpha_1^2 = g \omega \frac{\mu_{r1}}{\rho_{\beta 1}}$$

$$q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1+j) \alpha_2 \quad \text{avec : } \alpha_2^2 = g \omega \frac{\mu_2}{\rho_2}$$

L'impédance rotorique se simplifie et devient :

$$Z_r = \pi p L \frac{K_s \omega \mu_{r1}}{2k (1+j) \alpha_1} \left[ \frac{(1 + \frac{1}{k} th \frac{1}{\sqrt{2}} (1+j) \alpha_1 d)}{(\frac{1}{k} + th \frac{1}{\sqrt{2}} (1+j) \alpha_1 d)} \right]$$

$$\text{avec : } k = \sqrt{\frac{\mu_2 \rho_2}{\mu_{r1} \rho_{\beta 1}}}$$

Le facteur de puissance est donné par :

$$\cos \varphi_r = \frac{\text{Re}(Z_r)}{|Z_r|}$$

Nous l'avons représenté en fonction de  $d/d$  (càd en fonction de  $g$ ) pour plusieurs valeurs de  $k$ . Figure (A1)

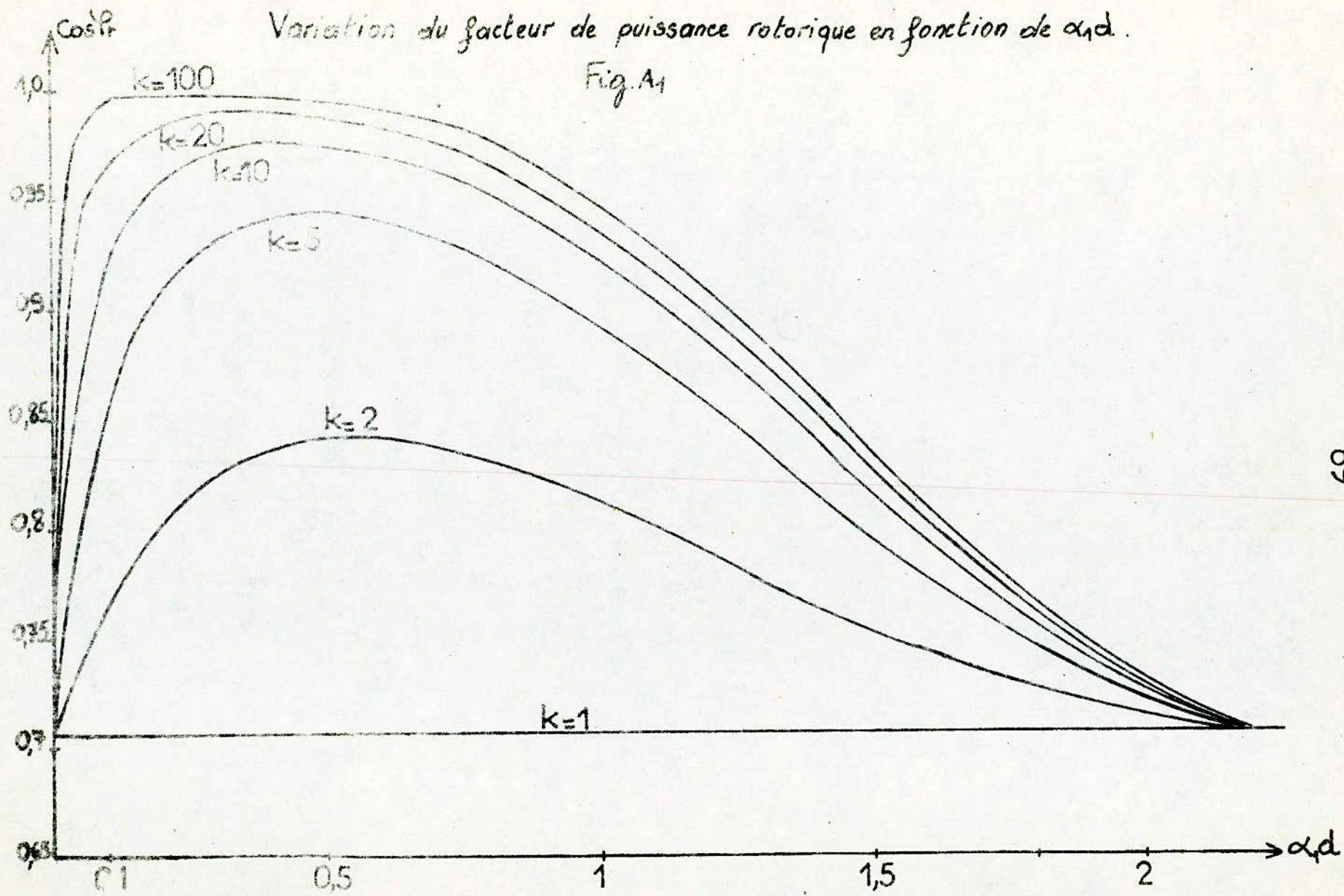
Il est minimal et égal à 0,707 quand  $d=0$  c'est le cas correspondant au rotor lisse. Dans l'intervalle où  $\cos\theta$  est supérieur à 0,707 càd pour  $0 < d/d \leq 2$  Les glissements sont très faibles; par exemple pour la machine utilisée si on prend  $d/d=1$  et  $k=5$ , on a  $g \leq 0,25\%$ .

Le fonctionnement nominal correspond à des glissements  $\geq 2\%$ ,

Le facteur de puissance rotorique reste voisin de celui correspondant au rotor lisse.

Variation du facteur de puissance rotorique en fonction de  $\alpha_d$ .

Fig. A<sub>1</sub>



### Annexe 3

## Relation entre la tension d'alimentation et l'induction magnétique normale à la surface du rotor dans le cas isotrope

La composante normale de l'induction magnétique à la surface du rotor se calcule par :

$$B_n(0, y) = \frac{\partial A(0, y)}{\partial y} = j a [\alpha_{r1}(0) e^{jy} - \alpha_{r1}^*(0) e^{-jy}]$$

$$\text{avec : } \alpha_{r1}(0) = \alpha_0 \operatorname{ch} q_1 d - \alpha_1 \operatorname{sh} q_1 d$$

$$\text{or : } \alpha_0 = -\frac{\mu_2 q_1}{\mu_1 q_2} \alpha_1 \quad \text{cà d } \alpha_1 = -k_1 \alpha_0$$

ainsi :

$$\alpha_{r1}(0) = \alpha_0 [\operatorname{ch} q_1 d + k_1 \operatorname{sh} q_1 d] ; \text{ et on peut l'écrire}$$

$$\text{sous la forme : } \alpha_{r1}(0) = |\alpha_{r1}(0)| e^{j\theta}$$

La valeur efficace de la composante normale de l'induction magnétique est égale à :

$$B_{\text{neff}} = \sqrt{2} a |\alpha_{r1}(0)|$$

Ainsi

$$B_{\text{neff}} = \frac{3 a \mu_0 k_1}{2} \left| \frac{(1 + k_1 \operatorname{th} q_1 d)}{\frac{\mu_0 q_2}{\mu_1} \left(1 + \frac{1}{k_1} \operatorname{th} q_1 d\right) + a^2 \varepsilon (1 + k_1 \operatorname{th} q_1 d)} \right| \times |I|$$

Comme le module du courant est donné par :

$$|I| = \frac{\sqrt{(R_s + \operatorname{Re}(Z_{op}))^2 + (X_f + \operatorname{Im}(Z_{op}))^2}}{(R_s + \operatorname{Re}(Z_{op}))^2 + (X_f + \operatorname{Im}(Z_{op}))^2}$$

On obtient :

$$B_{n, \text{eff}}(0, y) = \frac{3a k_0 k_s}{2} \frac{\sqrt{(R_s + \text{Re}(Z_{op}))^2 + (X_g + \text{Im}(Z_{op}))^2}}{(R_s + \text{Re}(Z_{op}))^2 + (X_g + \text{Im}(Z_{op}))^2} \left| \frac{(1 + k_0 \epsilon h_0 d)}{\frac{k_0 \mu_0}{\mu_c} \left(1 + \frac{1}{k} \epsilon h_0 d\right) + \alpha \epsilon (1 + k_0 \epsilon h_0 d)} \right|$$

Cette expression donne une loi de variation linéaire entre la tension d'alimentation et la densité du flux qui passe effectivement au rotor.

# Annexe 4

## CALCUL DES PARAMETRES EXT DE LA MACH-ASY-ROTOR-MASS-RATNURE

\*\*\*\*\*

LIST

```

10 REAL N,N,L1,L2,K,Ima,Imz,Imi,Modi,K1,K2,M2
20 DIM C(1,6)
30 READ Rs,Muo,Sig,Omaga,Xf,Ep,L
40 FOR J=1 TO 6
50 READ C(1,J)
60 V=C(1,J)
70 FOR W=100 TO 1000 STEP 300
80 FOR G=.1 TO 1 STEP .1
90 V1=Muo*Sig*Omaga*G/268.63
100 M=V1*W*.852
110 N=V1*W
120 Z1=SQR((1+SQR(1+M^2))/2)
130 Z2=M/(2*Z1)
140 L1=SQR((1+SQR(1+N^2))/2)
150 L2=N/(2*L1)
160 U=W/4.692
170 P=SQR(U/W)
180 E1=EXP(.2458*P*Z1)
190 E2=EXP(-.2458*P*Z1)
200 A=.5*COS(.2458*P*Z2)*(E1+E2)
210 B=.5*SIN(.2458*P*Z2)*(E1-E2)
220 C2=.5*COS(.2458*P*Z2)*(E1-E2)
230 D=.5*SIN(.2458*P*Z2)*(E1+E2)
240 F1=P*W*(A*Z1-B*Z2)
250 F2=U*(L1*C2-L2*D)
260 F=16.39*(F1+F2)
270 K1=P*W*(B*Z1+Z2*A)
280 K2=U*(L1*D+L2*C2)
290 K=16.39*(K1+K2)
300 R1=P*U*((Z1*L1-Z2*L2)*A-B*(Z1*L2+Z2*L1))
310 R2=P^2*W*((Z1^2-Z2^2)*C2-2*Z1*Z2*D)
320 R=268.63*(R1+R2)
330 S1=P*U*((Z1*L2+Z2*L1)*A+B*(Z1*L1-Z2*L2))
340 S2=P^2*W*((Z1^2-Z2^2)*D+2*Z1*Z2*C2)
350 S=268.63*(S1+S2)
360 T=(R+.161*U*F)^2+(S+.161*U*K)^2
370 T2=F*(R+.161*U*F)+K*(S+.161*U*K)
380 T3=-F*(S+.161*U*K)+K*(R+.161*U*F)
390 Ima=.0016*U*T3/T
400 Rea=.0016*U*T2/T
401 D1=SQR(G*Omaga*Muo*U*Sig*.852/2)
402 D2=268.63*Ep*U+D1
403 H=SQR(-D2+SQR(D2^2+D1^2))
404 D3=D1/(SQR(2*Ep*U)*H)
405 D4=H/SQR(2*Ep*U)
406 D5=L*D1/2
407 D6=EXP(D5)+EXP(-D5)

```



```

108 D7=EXP(D5)-EXP(-D5)
109 P1=L*D4/2
110 P2=L*D3/2
111 P3=EXP(P2)+EXP(-P2)
112 P4=EXP(P2)-EXP(-P2)
113 P5=16.39/((D3^2+D4^2)*(P4^2+COS(P1)^2+P3^2+SIN(P1)^2))
114 P6=1/(D7^2+COS(D5)^2+D6^2+SIN(D5)^2)
115 P7=P6*D6*D7+P5*(D3*P4*P3+D4*SIN(P1)*COS(P1)+(P4^2-P3^2))
116 Y1=P6*SIN(D5)*COS(D5)*(D7^2-D6^2)+P5*(D3*SIN(P1)*COS(P1)*(P4^2-P3^2)-D4
117 Y2=268.63*Ep*U*(268.63*Ep*U+D1)/((268.63*Ep*U+D1)^2+D1^2)
118 Y3=-268.63*Ep*U*D1/((268.63*Ep*U+D1)^2+D1^2)
119 Y4=2*(1-Y2)/(16.39*L)
120 Y5=-2*Y3/(16.39*L)
121 Y6=1+(Y4*P7+Y5*Y1)/(P7^2+Y1^2)
122 Y7=(-Y1*Y4+P7*Y5)/(P7^2+Y1^2)
123 Rezi=-29.2*Omega*Ima
124 Imzi=29.2*Omega*Rea
125 Rez=Rezi*Y6-Imzi*Y7
126 Imz=Rezi*Y7+Imzi*Y6
130 Z=SQR(Rez^2+Imz^2)
135 M2=(Rs+Rez)^2+(Xf+Imz)^2
140 Rei=V*(Rs+Rez)/M2
150 Imi=-V*(Xf+Imz)/M2
170 Modi=SQR(Rei^2+Imi^2)
180 Cf=Rei/Modi
190 Coup=3*Modi^2*Rez /Omega
500 PRINT Z,Rei,Imi,Modi,Cf,Coup
510 NEXT G
520 PRINT "Z          REI          CF          IMI          COUP          MODI
530 NEXT W
540 NEXT J
550 STOP
560 DATA 0.18,0.000001256637,5600000,314,2.4,0.0006,0.09
570 DATA 80,100,130,150,180,220

```

\*B\*B) ←

## Bibliographie

- [1] Kalpathir. Dorairaj, member, IEEE, and  
M.R. Krishnamurthy, member, IEEE.  
" Polyphase induction machine with a slitted ferromagnetic rotor "  
Vol. Pas-86, N° 7 July 1967
- [2] M. EH. Zaim  
" Contribution à l'étude des machines asynchrones à rotor  
massif rainuré "  
Thèse de docteur ingénieur présentée à L'INPL (NANCY) Juin 1979
- [3] M. Belamri - L. Bouras  
" Etude de la machine asynchrone à rotor massif lisse "  
E.N.P.A Promotion Janvier 1983
- [4] N. Mouss - D. Sator  
" Effets d'extrémités dans une machine asynchrone à  
rotor massif lisse "  
E.N.P.A Promotion Juin 1983
- [5] A. Mailfert - M. Volodimer  
" Performances électriques des moteurs asynchrones à rotor massif "  
Machines électriques et techniques de pointe INPL sept. 1983

[6] H. Yee

"Effect of finite length in solid-rotor induction machines"

Proc. IEE, vol. 118, N° 8, August 1971

[7] P. Petit et J. Delassus

"Utilisation des moteurs asynchrones à rotor massif dans  
les machines à vitesse rapide"

Revue technique CEM N° 87 1973

