

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Electrotechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Etude théorique et expérimentale
d'une ligne longue (1200km, 400kV)
avec compensation de l'énergie
réactive**

Proposé par :

J. GOTTFRIED

Dr E.s - Sciences Tech.

Etudié par :

BENRABAH Mahmoud

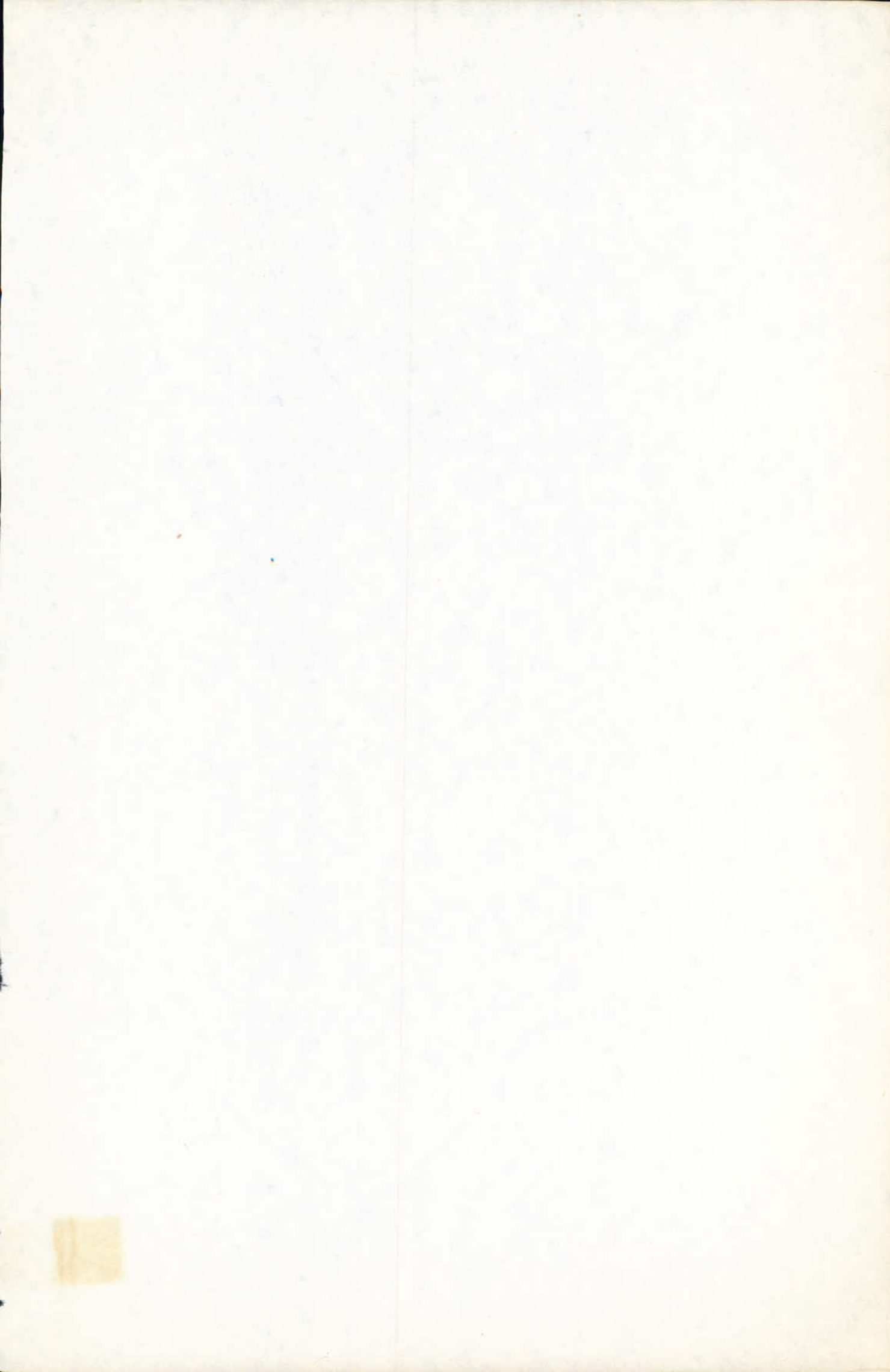
MADANI Abdenour

Dirigé par :

Jan GOTTFRIED

Dr. Es - Sciences Tech.

Promotion - Juin 1984



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

«O»

وزارة التعليم والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

«O»

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

«O»

Département : Electrotechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Etude théorique et expérimentale
d'une ligne longue (1200km, 400kV)
avec compensation de l'énergie
réactive**

Proposé par :
J. GOTTFRIED
Dr E.s - Sciences Tech.

Etudié par :
BENRABAH Mahmoud
MADANI Abdenour

Dirigé par :
Jan GOTTFRIED
Dr. Es - Sciences Tech.

Promotion - Juin 1984

remerciements

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur M^E Gottfried Jam pour les précieux conseils qu'il nous a prodigués tout au long de notre projet.

Nos remerciements vont également à tous les professeurs qui ont contribué à notre formation d'une manière directe ou indirecte tout au long de notre vie scolaire.

Nous prions toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce modeste ouvrage, en particulier nos amis IRKATAHAR et NAÏMISAÏD pour leur aide matérielle lors du tirage, de trouver ici toute notre gratitude et notre reconnaissance.

DÉDICACES

- ** A mes parents qui m'ont élevé et donné le courage nécessaire pour surmonter les obstacles et difficultés rencontrés tout au long de ma vie.
- * A mon frère DJAMEL qui a été pour moi un soutien indéfectible durant les périodes sombres de ma vie.
- * A mes frères et sœurs qui me sont, chers.
- * A toute ma famille
- * A tous mes amis

Je dédie cet ouvrage
Mahmoud Benrabah.

- ** A mes parents pour leur soutien indéfectible durant toute ma vie.
- * A mes frères et sœurs.
- * A toute la famille.
- * A tous les amis

Je dédie cet ouvrage
Madani Abdennour.

RÉSUMÉ

Notre sujet a pour but l'étude théorique et expérimentale d'une ligne longue (1200 km) de transport d'énergie électrique en très haute tension (400 kV) de ses différents régimes de fonctionnement ainsi que la régulation de la tension par compensation de l'énergie réactive.

ABSTRACT

The purpose of this project is the theoretical and experimental studies of a long line (1200 km) for transmission electrical energy at high-voltage (400 KV) in different regimes of work and voltage regulation by compensation of reactive power.

ملخص

الغرض من مشروعنا هذا هو الدراسة النظرية والتجريبية لخط طويل (1200 كم) لنقل الطاقة الكهربائية بجهد عالٍ (400 ك.ف) وفي مختلف نظم (رجميم) العمل مع تنظيم الجهد عن طريق تعويض القدرة الحفالة.

Table des matières

	Page
Introduction	2 2
Chapitre I: Généralités " Définitions "	3 9
I-1) Définition d'une ligne à constantes réparties.	3 5
I-2) Expression pratique des constantes effectives linéiques	5 7
I-3) Impédance et capacité homopolaires linéiques.	4 9
 Chapitre II: Régime permanent des lignes	 10 21
II-1) Introduction	10 -
II-2) Démonstration des équations fondamentales	10 14
II-3) Assimilation de la ligne, à un quadripôle	15 18
II-4) Etude pratique du fonctionnement d'une ligne à constantes réparties.	18 19
II-5) Décomposition du régime permanent de fonctionnement d'une ligne, à constantes réparties en quatre ondes stationnaires	19 21
Chapitre III: Régime transitoire des lignes.	22 32
III-1) Etude générale du régime transitoire par le calcul symbolique	22 25
III-2) L'étude d'une ligne initialement au repos ou soumise à une f. e. m constante	25 24
III-3) Ligne, au repos; application d'une f. e. m, à l'une de ses extrémités	24 32
 Chapitre IV: Pratique sur modèle réduit.	 33 48
IV-1) Calcul des constantes linéiques analogiques de la ligne	33 35
IV-2) Les différentes essais effectués	35 48

IV.3) Interpretation des resultats	Page 48
Chapitre V: Fonctionnement des lignes de transport d'énergie	49 54
V,1) Fonctionnement a vide	49 51
V,2) Fonctionnement, à charge variable	52 54
Chapitre VI: L'énergie reactive sa compensation	58 66
VI,1) Description du reseau et de l'énergie reactive	58 58
VI,2) Diagrammes des admittances	58 62
VI,3) Compensation de l'énergie reactive, à la sortie du qua- -drupole.	62 64
VI,4) Utilisation du diagramme pour la solution	65 64
Conclusion générale	68
Annexe sur La theorie des puissances et des inversions	

Table des figures

	<i>Page</i>
Chapitre I S. Ch. 1) figuration de la ligne par cellules en π	5
Chapitre II S. Ch. 2) Circuit monophasé équivalent au circuit triphasé.	11
Chapitre III * figures 1 et 2; (partie pratique)	34
* Schémas de montages, à vide en court-circuit et pour la régulation de la tension au départ	41
* Ligne à vide, polygone des tensions	42
* Extrémité réceptrice en circuit ouvert courbe en coordonnées polaires	43
* Ligne en court-circuit, Polygone des tensions	44
* " " " " courbe en coord. polaires	45
* Régulation de la tension au départ $U_1 = f(I_2)$	46
* Ligne fermée sur son impédance caractéristique, Courbe en coord. polaires et polygone des tensions	47
Chapitre IV S. Ch. II) Schéma de fonctionnement du réseau	53
Chapitre V S. Ch. II) Schéma équivalent d'un quadripôle en T.H.T	58
* Diagramme de M. E. Gottfried des admittances	61
* Inversion d'une droite $G_2 = \text{const}$, B_2 variable	64
* Détermination de $\vec{Y}_2 = \vec{OB}$	64
* Schéma d'utilisation du diagramme pour solution.	67

Table des tableaux

	Page
Chapitre II, S. Ch. II, 3) : Tableau des modules de $A, \frac{B}{Z}$ et $\frac{C}{Y}$	17
Chapitre IV Tableau IV, II, 1) Extrémité réceptrice à vide $I_2 = 0$	39
Tableau IV, II, 2) Extrémité réceptrice en c.c. $V_2 = 0$	39
Tableau IV, II, 3) Régulation de la tension, au départ	40
Tableau IV, II, 4) Ligne fermée sur son impédance caractéristique	39

symboles utilisés

- R : résistance par unité de longueur
 L : inductance " " " "
 C : capacité " " " "
 M : Mutuelle inductance.
 v : Tension variable
 i : Courant variable.
 x : Longueur
 X : Longueur totale de la ligne.
 g : conductance transversale
 V : Tension en complexe
 I : Courant en complexe.
 $\omega = 2\pi f$: ω la pulsation, f la fréquence (50 ÷ 60 Hz)
 Z : Impédance linéique.
 Y : Admittance linéique
 Z_c : Impédance d'onde caractéristique
 n : Constante de propagation de la ligne
 v_{cc} : Tension de court-circuit
 i_{cc} : Courant de court-circuit
 t : variable de temps.
 p : variable symbolique (pour la transformée de Laplace).
 P : Puissance active
 Q : Puissance réactive
 S : Puissance apparente.
 j : $j^2 = -1$ nombre complexe.

HISTOIRE DES LIGNES DE TRANSMISSION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

Encore dans les années du 8^{ème} décennie du XIX^{ème} siècle on a considéré que le transport de l'énergie électrique sur quelques centaines de mètres soit économiquement justifié. Cette conclusion étant tirée d'une démonstration en 1843 du transport du courant continu sur 1000 m par un ingénieur français Fontaine à l'exposition internationale à Vienne. Plus tard grâce aux recherches du savant français Marcel Deprez que le transport d'énergie électrique pourrait être économiquement compatible à condition d'une augmentation considérable de la tension. En 1882 Deprez a transporté une puissance à la tension de 2000V par une ligne télégraphique (conducteurs de fer) liant Miesbach et Munich (57 km) avec un η de 22%. Cet experiment fut une sensation à l'exposition qui s'est déroulée à Munich. Plus tard en 1885 on a réussi de transporter 200 CV entre Creusl et Paris, mais la tension continue de 6000 volts a demandé des génératrices qui ont pesées 70 tonnes!, des essais ont permis de réduire ce poids à 8,5 tonnes. Par suite le système inventé par l'ingénieur suisse Thury a permis le branchement en série de plusieurs machines, à courant continu et de cette façon d'augmenter la tension de transmission. C'est en Italie entre 1889 et 1893 qu'on a réussi de transporter 400 CV sur une ligne de 14 000 volts. L'installation restait tout de même difficile, à entretenir et très onéreuse. Ces difficultés pouvaient être surmontées par le transport en courant alternatif et avant tout du système triphasé. C'était surtout la mérite d'un allemand d'origine polonaise Dolivo-Dobrowolski qui (avec prof. Brown) a construit en 1891 une ligne de 20 000V entre Lauffer et Francfort et de transporter 200 CV avec un rendement de 45%. Ce progrès était possible grâce

à l'application de transformateurs électriques (inventés par Gaulard en 1884 et améliorés en 1885 par Ziperovski, Déry, Blathy et des autres). ce fut un commencement d'un développement rapide.

D'abord on se limite aux tensions jusqu'à 60 kv et les distances à quelques dizaines de kilomètres. Puis entre 1908 et 1910 on est passé à 110 kv.

Premières lignes de ce genre:

En Europe - Ligne Lauchammer en Allemagne,

en Amérique - Ligne grand Rapids, état Michigan aux USA.

Ontario Power co " "

En 1913 on construit aux USA une ligne souterraine, California Edison Co de la longueur de 385 km et de tension 150 kv.

De nos jours on utilise les tensions de 400 kv jusqu'à 1000 kv.

Bien qu'à l'heure actuelle, la production, le transport et la distribution de l'énergie électrique se font en courant alternatif on revient dans certains cas au courant continu, qui est utilisé surtout pour le transport d'énergie à haute tension où il offre les avantages suivants:

- La diminution de la tension critique de l'effet couronne.
- La possibilité de contrôler en permanence la puissance transportée.
- La liaison entre réseaux à fréquences différentes.
- La réduction de l'énergie réactive dans les câbles souterrains.

La conversion du courant alternatif en courant continu et inversement à l'aide de thyristrons ou de mutateurs à vapeur de mercure été faite par la General Electric (U.S.A) en 1935. Plus tard à la place des valves à vap-

- eur de mercure on a introduit en 1972 E et River USA des valves de conversion utilisant de nombreux thyristors associés en série - parallèle.

Les liaisons à courant continu sont justifiées économiquement dans les cas:

- Des grandes longueurs > 800 km et des puissances importantes > 1000 MW

- Pour les câbles souterrains ou sous marins nécessitant de longues longueurs importantes > 50 km.

Les valeurs de tensions utilisées sont de 100 kV à 600 kV.

INTRODUCTION

Avant d'aborder les questions que nous nous proposons d'examiner il paraît utile de, donner un aperçu, de ce qu'on entend par :
réseau de transport d'énergie.

Il arrive fréquemment que l'énergie électrique soit produite en des points assez distants des centres de consommation. Il arrive, également, souvent que pour des raisons économiques et techniques, l'on soit obligé de pourvoir mutuellement deux ou plusieurs stations génératrices. On précisera, ici, que la distance entre deux stations génératrice peut atteindre les 4.00 km.

Le bon fonctionnement d'un tel réseau, soulève un grand nombre de problèmes, parmi lesquels nous citerons les plus dangeureux.

- Stabilité
- Protection
- Régloge de la tension et la compensation de l'énergie réactive.

Dans notre présente étude, nous nous limiterons à la théorie des lignes longues, l'étude et l'analyse d'un modèle réduit qui fera une manipulation de travaux dirigé en réseau électrique, ainsi que de la régulation de la tension.

Cette étude comportera cinq chapitres :

- I Définitions et évaluation des expressions littérales de la ligne longue et ses constantes réparties.
- II Lignes à constantes uniformément réparties en régime permanent.

III Lignes à constantes uniformément réparties en régime transitoire.

IV Remise d'une manipulation en réseau "ligne longue artificielle".

V Fonctionnement à charge variable et à vide et en régime caractéristique.

VI Compensation de l'énergie réactive à l'aide du diagramme circulaires des admittances.

—○— DEFINITIONS —○—

I. Définitions de la ligne et ses constantes réparties

Définition d'une ligne à constantes réparties

Une telle ligne est constituée d'un grand nombre mais fini de cellules dont toute cellule, si petite soit elle donne lieu à la fois à une variation de tension dans le sens longitudinal et à une dérivation de courant dans le sens transversal, elle est représentée schématiquement par la fig (1) notant que le schéma n'est fait que pour une ligne bifilaire, si le circuit est alimenté par un système de forces électromotrices polyphasées équilibrées on peut lui substituer sans modifier son fonctionnement autant de circuits bifilaires qu'il comporte de phases, chacun de ceux-ci est constitué par un conducteur de phase et par un conducteur neutre fictif et se trouve parcouru par le courant réel de la phase correspondante, la différence de potentiel entre ses conducteurs est égale à la tension simple correspondante du système polyphasé réel.

C'est ainsi que l'étude d'une ligne polyphasée se trouve ramenée à celle de l'un quelconque des circuits bifilaires qui viennent d'être définis alimenté en monophasé, et on attribue par convention la résistance et l'inductance linéiques au seul conducteur de phase, le conducteur neutre étant supposé dénué de toute résistance et de toute inductance.

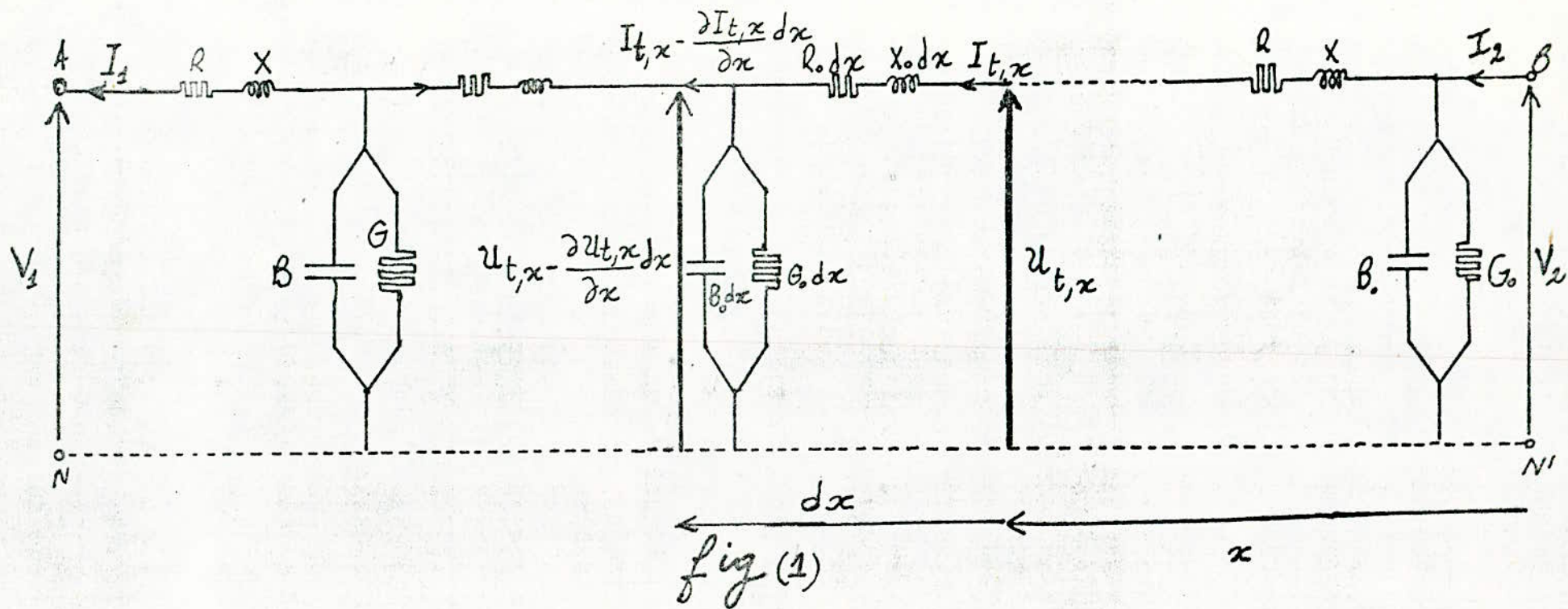
On démontre facilement que les constantes linéiques, à attribuer au circuit monophasé équivalent, à un circuit triphasé sont les suivantes:
La résistance linéique: est celle d'un conducteur.

L'inductance effective linéique qui est égale à la moitié de celle du circuit bifilaire constitué par deux quelconques des trois conducteurs du circuit

bifilaire cité avant.

Pour les hautes et très hautes tensions on n'a pas le droit ni de négliger les dérives de courant transversales vis à vis du courant total traversant les éléments longitudinaux, ni les variations de tension longitudinales vis à vis de la différence de potentiel entre les conducteurs du circuit et on admet que tous les éléments ont, par unité de longueur, les mêmes constantes électriques, qu'on désigne sous le nom de constantes linéiques. Rappelant que la résistance et l'inductance et la capacité linéiques vaut la moitié du réseau monophasé par contre pour ces mêmes paramètres principaux la résistance linéique d'une phase en triphasé à neutre terre ou conducteur au potentiel "zéro" reste la même et l'inductance s'abaisse de la moitié et la conductance et la susceptance se double.

Reellement la symétrie des lignes est irréalisable, mais on peut réaliser une symétrie dite artificielle au point de vue électrique et magnétique en transposant régulièrement les conducteurs, ce réduit l'inductance et ainsi la chute de tension.



Expression pratique des constantes effectives linéiques d'une ligne 3/1/1:

En moyenne tension

La résistance linéique :

$$R = \rho \frac{1}{S} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ résistivité du conducteur.} \\ S : \text{section de la partie conductrice.} \end{array} \right.$$

en Ω/Km .

L'inductance linéique :

$$L = 4,6 \left(\log \frac{b_{\text{moy}}}{0,78 r_{\text{eq}}} \right) \cdot 10^{-4} \quad \text{H/Km.} \quad (1)$$

$$b_{\text{moy}} = \sqrt[3]{b_{12} \cdot b_{13} \cdot b_{23}} \quad \text{moyenne géométrique des trois distances entre conducteurs pris deux à deux.}$$

r_{eq} : rayon moyen équivalent du faisceau.

La capacité linéique :

$$C = \frac{0,0242}{\log \frac{b_{\text{moy}}}{r_{\text{eq}}}} \times 10^{-6} \quad \text{F/Km.} \quad (2)$$

En HT et THT et sur tout pour pour $U \geq 300 \text{ kV}$ on utilise des conducteurs en faisceaux c'est à dire l'armement des lignes en faisceaux qui fait diminuer la chute de tension inductive en faisant réduire la valeur de l'inductance l , comme il réduit les manifestations de l'effet de couronne autour des conducteurs en diminuant, à égalité de section du métal conducteur, le champ électrique, à la surface de ceux-ci.

soit R le rayon du cercle sur lequel sont situés les conducteurs.

r " " d'un conducteur

$$\text{Alors } r_{\text{eq}} = \sqrt[n]{n a R^{n-1}}$$

avec n le nombre de conducteurs dans le faisceau

Donc en HT et THT les formules (1) et (2) restent valable avec r_{eq} sera remplacé par r'_{eq} .

En régime déséquilibré:

Pour toute ligne aérienne (système statique de constitution symétrique) les inductances et capacités effectives linéiques pour le système direct que pour le système inverse sont égales entre elles et leurs valeurs sont données par les formules (1) et (2), par contre, les résistances inductances et capacités effectives homopolaires diffèrent des précédentes.

- Impédance homopolaire linéique:

La circulation de courants homopolaires implique l'existence d'un chemin de retour pour ces courants, qui peut être le sol ou un quatrième conducteur dit conducteur neutre. Le régime homopolaire d'une ligne est celui que l'on obtient en mettant en parallèle les trois conducteurs de phase et en alimentant par une source monophasée le circuit, constitué par ces trois conducteurs en parallèle et par le conducteur de retour. L'impédance homopolaire d'une ligne triphasée est donc égale au triple de l'impédance mesurée en alimentant par une source monophasée le circuit, cité avant schéma simple à faire.

Etuslions, le cas de conducteur de retour est un conducteur jointé au sol:

Pour cela on attribuera à chaque conducteur une résistance et une inductance propre fictive et à faire intervenir en outre les mutuelles inductances propres fictives entre conducteurs pris deux à deux. Les paramètres intervenant dans le calcul, en supposant les trois conducteurs de phases régulièrement transférés et en désignant par X la longueur de la ligne en km par: avec conducteurs de phase de rayon équivalent r'_{eq} :

Résistance: $r X (\Omega)$

Inductance propre: $L = 4,6 X \left(\log \frac{b_{\text{moy}}}{0,775 r'_{\text{eq}}} \right) \cdot 10^{-4} \text{ H}$

- conducteur de neutre de rayon équivalent b' :

Résistance: $r_n X (\Omega)$

Inductance propre: $L_n = 4,6 X \left(\log \frac{b_{\text{moy}}}{b'} \right) \cdot 10^{-4} \text{ H}$

Mutuelles inductances:

Entre phases: $M = 4,6 X \left(\log \frac{b_{\text{moy}}}{b'} \right) \cdot 10^{-4} \text{ H}$

Entre phase et neutre:

$$M_n = 4,6 X \left(\log \frac{b_{\text{moy}}}{d_n} \right) \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

d_n désigne la distance moyenne géométrique entre le conducteur neutre et les trois conducteurs de phase.

L'application de la loi d'Ohm au circuit, cité avant donne:

$$V_0 = (r X + j L \omega) I_0 + 2 j M \omega I_0 - j M_n \omega 3 I_0 + (r_n X + j L_n \omega) 3 I_0 - 3 j M_n \omega I_0.$$

En remplaçant L, L_n, M, M_n par leurs expressions et en regroupant les logarithmes on tire:

$$Z_0 = \frac{V_0}{I_0} = (r + 3r_n) X + j \omega 13,8 X \log \frac{d_n^2}{b' \sqrt[3]{2'_{\text{eq}} d^2}} \cdot 10^{-4} \Omega$$

on l'impédance homopolaire linéique:

$$z_0 = (r + 3r_n) + j \omega 13,8 \log \frac{d_n^2}{b' \sqrt[3]{2'_{\text{eq}} d^2}} \cdot 10^{-4} \Omega / \text{km}$$

Capacité homopolaire linéique:

La ligne étant régulièrement transposée et ne comportant pas de fil de garde la capacité homopolaire linéique est le tiers de la capacité - citée par rapport au sol de l'ensemble des trois conducteurs puis on

parallels son expression est :

$$C_0 = \frac{2,42}{\lg \frac{2H(4H^2 + d^2)}{2 \cdot d^2}} \cdot 10^8 \text{ F/km}$$

II REGIME PERMANENT DES LIGNES

Soit une ligne triphasée, à constantes réparties, caractérisée par les grandeurs effectives linéiques r, l, g, c , on admettra que, ces quatre grandeurs sont des constantes bien définies, cela implique tout d'abord qu'on a affaire à des phénomènes périodiques variant assez lentement (fréquence industrielle), pour rendre compte de l'effet de peau (effet Kelvin) on attribuera aux conducteurs une résistance effective supérieure à leur résistance réelle en courant continu. Les pertes par conductance transversales sont dues, comme il a été dit, d'une part à la conductivité superficielle des isolateurs d'autre part à l'effet de couronne des conducteurs. On admettra que les quatre paramètres r, l, g et c sont constantes.

(II, 1) Considérons le circuit fig (2) en monophasé fictif équivalent au circuit triphasé. On choisira le sens \overrightarrow{AB} comme sens positif des distances compté à partir d'une origine arbitraire A , le sens \overrightarrow{BA} sens des courants, le sens de référence de tension est sur la figure.

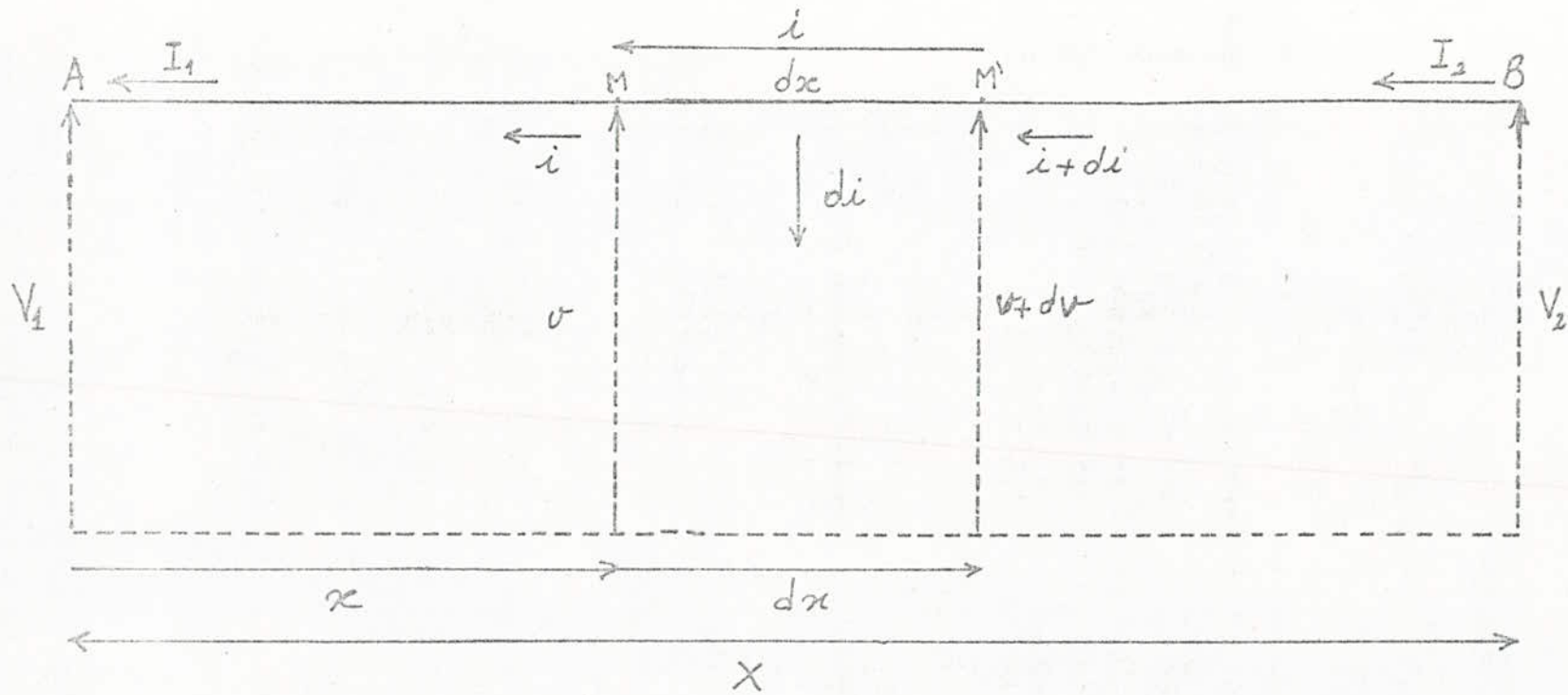
En régime variable la tension v et le courant i sont, l'un et l'autre des fonctions de l'abscisse x et du temps t .

Soit MM' un élément du conducteur de phase de longueur dx , et soient $v + dv, i + di$ la tension et le courant en M , v et i en M' , en négligeant les infiniment petits du second ordre, la loi d'Ohm, appliquée à l'élément MM' donne :

$$v_M - v_{M'} = dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx = r dx i + l dx \frac{\partial i}{\partial t}$$

d'où

$$\frac{\partial v}{\partial x} dx - r i dx - l \frac{\partial i}{\partial t} dx = 0 \quad (\text{II, 1})$$



fig(2)

ou : $\frac{\partial v}{\partial x} - r i - l \frac{\partial i}{\partial t} = 0$

d'autre part $(i_M' - i_M)$ est le courant de dérivation par con-
ductance et par déplacement.

En appliquant le principe de la conservation de la quantité
d'électricité on écrit :

$(i_M' - i_M) dt = di dt = \frac{\partial i}{\partial x} dx dt$

La perte par conductance est : $g dx v dt$

" " " déplacement est : $c dx \frac{\partial v}{\partial t} dt$.

or $\frac{\partial i}{\partial x} dx dt = g dx v dt + c dx \frac{\partial v}{\partial t} dt$

d'où : $\frac{\partial i}{\partial x} - g v - c \frac{\partial v}{\partial t} = 0$ (II, 2)

Les équations aux dérivées partielles (1) et (2) définissent le régime de
la ligne en différentiant la 1^{ère} équation par rapport à x , la seconde
par rapport à t , on obtient :

$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - r \frac{\partial i}{\partial x} - l \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} = 0$

$\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} - g \frac{\partial v}{\partial t} - c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$

Tenant compte de (II, 2) on peut éliminer i entre ces deux équas-
-tions de même on éliminera v en différentiant l'équation (1) par
rapport à t et (II, 2) par rapport à x , et en tenant compte de (II, 1), on
obtiendra ainsi les équations :

$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= r g v + (rc + lg) \frac{\partial v}{\partial t} + lc \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} &= r g i + (rc + lg) \frac{\partial i}{\partial t} + lc \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}$ (II, 3)

et il sont donc l'un et l'autre des solutions d'une équation aux dérivées partielles du second ordre dite équation des télégraphistes.

Le système (II, 3) est général et couvre tous les régimes possibles du circuit considéré.

Appliquons la représentation complexe à (II, 1) et (II, 2) sous la forme:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dx} &= (r + j\ell\omega)I \\ \frac{dI}{dx} &= (g + jc\omega)V \end{aligned} \right\} \quad (\text{II}, 4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{d'où: } \frac{d^2V}{dx^2} &= (r + j\ell\omega)(g + jc\omega)V \\ \frac{d^2I}{dx^2} &= (r + j\ell\omega)(g + jc\omega)I \end{aligned} \right\} \quad (\text{II}, 5)$$

posant:

$$Z = r + j\ell\omega = z \angle \varphi \quad \text{Impédance linéique.}$$

$$z = \sqrt{r^2 + \ell^2\omega^2}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{\ell\omega}{r}$$

$$Y = g + jc\omega = y \angle \varphi' \quad \text{admittance linéique.}$$

$$y = \sqrt{g^2 + c^2\omega^2}, \quad \text{tg } \varphi' = \frac{c\omega}{g}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = ZYV, \quad \frac{d^2I}{dx^2} = ZYI$$

Telles sont les équations fondamentales définissant la transmission de l'énergie le long d'une ligne qui ont pour solutions:

$$V = M e^{hx} + N e^{-hx}$$

$$I = \frac{Mn}{Z} e^{hx} - \frac{Nn}{Z} e^{-hx}$$

(II, 6)

M, N constantes d'intégrations qu'on déduira du régime connu en

un point qlq de la ligne

Constante de propagation de la ligne n :

$$n = \sqrt{YZ} = \sqrt{(r + j\ell\omega)(g + jc\omega)} = n \angle \delta = \alpha + j\beta$$

$$[n] = \frac{1}{[L]} = \frac{1}{\text{metre}} \quad \text{en (S M K A)}$$

$$n = \sqrt{(r^2 + \ell^2\omega^2)(g^2 + c^2\omega^2)}, \quad \delta = \frac{\xi + \xi'}{2}$$

$$\alpha = n \cos \delta \quad \text{la constante d'atténuation.}$$

$$\beta = n \sin \delta \quad \text{la constante de longueur d'onde.}$$

$$\text{Avec } \alpha = \sqrt{\frac{n^2}{2} + \frac{rg - \ell c \omega^2}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{n^2}{2} - \frac{rg - \ell c \omega^2}{2}}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{r + j\ell\omega}{g + jc\omega}} = Z_c \angle \beta \quad \text{Impédance d'onde caractéristique}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{r^2 + \ell^2\omega^2}{g^2 + c^2\omega^2}} \quad \text{module de l'impédance caractéristique.}$$

$$\beta = \frac{\xi - \xi'}{2}$$

Calcul de M et N :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pour } x=0, V_1 = M + N \\ I_1 = \frac{M - N}{Z_c} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} M = \frac{V_1 + Z_c I_1}{2} \\ N = \frac{V_1 - Z_c I_1}{2} \end{array}$$

En reportant ces résultats dans (II, 6) on obtient:

$$\left. \begin{array}{l} V = V_1 \operatorname{ch} nx + Z_c I_1 \operatorname{sh} nx \\ I = V_1 \frac{\operatorname{sh} nx}{Z_c} + I_1 \operatorname{ch} nx \end{array} \right\} \quad \text{(II, 7)}$$

Equations fondamentales sur lesquelles repose toute l'étude du fonctionnement des lignes à constantes réparties. Elles permettent, connaissant le régime en A , de calculer le régime en un point quelconque situé à une distance x de ce point, ces équations sont valables quel que soit le sens réel de propagation de l'énergie active et de l'énergie

reactive une fois les conventions de signe sont choisies.

(II, 7) Assimilation de la ligne a un quadripôle et le calcul de ses

Coefficients:

Le regime au point extremite B $x = X$:

$$V_2 = V_1 \operatorname{ch} nX + Z_c I_1 \operatorname{sh} nX$$

$$I_2 = V_1 \frac{\operatorname{sh} nX}{Z_c} + I_1 \operatorname{ch} nX \quad (\text{II}, 8)$$

par identification avec:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$A = D = \operatorname{ch} nX, \quad B = Z_c \operatorname{sh} nX, \quad C = \frac{\operatorname{sh} nX}{Z_c}$$

La relation d'un quadripôle passif $AD - BC = 1$ est bien vérifiée:

$$\text{Car } \operatorname{ch}^2 nX - \operatorname{sh}^2 nX = 1$$

Exprimons les coefficients en fonction de l'impédance et l'admittance totales du circuit.

z et y étant l'impédance et l'admittance linéique du circuit on a:

$$Z = zX \quad \text{impédance totale de la ligne.}$$

$$Y = yX \quad \text{admittance " " " " " " .}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad \text{impédance caractéristique}$$

$$N = nX = X\sqrt{yz} = \sqrt{ZY} \quad \text{Constante de propagation totale.}$$

$$A = \operatorname{ch} \sqrt{YZ}$$

$$B = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \operatorname{sh} \sqrt{YZ} = Z \cdot \frac{\operatorname{sh} \sqrt{YZ}}{\sqrt{YZ}}$$

$$C = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \operatorname{sh} \sqrt{YZ} = Y \cdot \frac{\operatorname{sh} \sqrt{YZ}}{\sqrt{YZ}}$$

(II, 9)

Utilisons le développement en série des fonctions hyperboliques :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ch} \sqrt{YZ} &= 1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2 Z^2}{4!} + \dots \\ \operatorname{sh} \sqrt{YZ} &= \sqrt{YZ} \left(1 + \frac{YZ}{3!} + \frac{Y^2 Z^2}{5!} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \text{(II, 10)}$$

Donc :

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2 Z^2}{24} + \dots, & B &= Z \left(1 + \frac{ZY}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \dots \right) \\ C &= Y \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \text{(II, 11)}$$

Le nombre de termes des développements en série à conserver dépend directement de la longueur X de la ligne, puisque $YZ = n^2 X^2$ est proportionnelle directement au carré de cette longueur.

Faisant, pour clarifier, le calcul approché des termes successifs des développements pour des lignes de longueurs croissantes, en supposant r et q assez faible alors :

$$n \neq j\omega\sqrt{lc} \Rightarrow n^2 \neq -\omega^2 lc = -\omega^2 \frac{1}{v_0^2} \text{ avec } v_0 = \frac{1}{\sqrt{lc}}$$

pour les lignes THT et à 50 Hz.

$$n^2 \neq -1,1 \cdot 10^{-6} \Rightarrow N^2 = YZ = -1,1 \cdot 10^{-6} X^2.$$

On peut dresser le tableau suivant qui montre que les modules de A de $\frac{B}{Z} = \frac{C}{Y}$ diminuent lorsque la longueur de la ligne augmente et s'autant plus rapidement que la ligne est plus longue. On peut bien approximer en se basant sur le tableau comme suit :

$$\text{avec la précision de : } \mathcal{E} = \frac{1}{100^e} \text{ pour lignes de longueur } 100 < X < 200 \text{ km}$$

$$\text{où } A=1$$

$$\text{pour } 600 \text{ km} < X < 700 \text{ km} \quad A = 1 + \frac{YZ}{2}$$

$$\text{avec la précision de : } \mathcal{E} = \frac{5}{100^e} \text{ pour } X \text{ au environ de } 1000 \text{ km}$$

$$A = 1 + \frac{YZ}{2}, \quad \frac{B}{Z} = \frac{C}{Y} = 1 + \frac{YZ}{6}.$$

pour avoir une grande précision, il sera meilleur de prendre le terme

Tableau(II, 1)

Longueur X en km	$\frac{YZ}{2}$	$\frac{Y^2 Z^2}{24}$	A	$YZ/6$	$\frac{Y^2 Z^2}{120}$	$\frac{B}{Z} = \frac{C}{Y}$
100	-0,005	—	0,995	-0,002	—	0,998
300	-0,050	—	0,950	-0,017	—	0,983
400	-0,088	0,01	0,913	-0,029	—	0,971
600	-0,198	0,006	0,808	-0,066	0,001	0,935
1000	-0,550	0,050	0,500	-0,183	0,010	0,827
1200	-0,792	0,104	0,208	-0,264	0,021	0,736

$Y^2 Z^2$ pour les très longues lignes mais, ce terme n'est pas avantageux pour la mise de certaines équations de lignes.

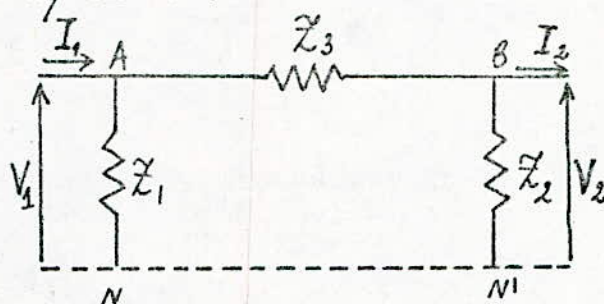
(II, IV) Étude pratique du fonctionnement d'une ligne à constantes réparties:

1^{re} Méthode du diagramme circulaire, construit une fois pour toute pour un circuit déterminé et sera utilisé pour le calcul pratique.

2^{de} Méthode des schémas équivalents:

Cette méthode est utilisée pour la figuration des lignes par modèles réduits ce que nous avons fait pratiquement au laboratoire de réseau.

Schéma symétrique en π :



Z_1 , Z_2 et Z_3 sont déterminées par deux mesures l'une à vide l'autre en court circuit.

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$A = 1 + \frac{Z_3}{Z_2}, \quad B = Z_3, \quad C = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{Z_3}{Z_1 Z_2}, \quad D = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$$

Pour notre cas le schéma en π est symétrique:

$$Z_3 = Z', \quad Z_1 = Z_2 = \frac{Y'}{2}$$

$$A = 1 + Z' \cdot \frac{Y'}{2}, \quad B = Z', \quad C = Y' \left(1 + \frac{Z' Y'}{4} \right), \quad D = 1 + Z' \frac{Y'}{2} \quad (\text{II}, 12)$$

$$\text{On remarque: } Z' = B = Z_c \operatorname{sh} nX, \quad \frac{Y'}{2} = \frac{A-1}{Z'} = \frac{A-1}{B} = \frac{\operatorname{ch} nX - 1}{Z_c \operatorname{sh} nX}$$

Si on exprime A et B en fonction de l'impédance totale Z et de l'admittance Y on a :

$$\left. \begin{aligned} Z' &= Z \frac{\operatorname{sh} \sqrt{YZ}}{\sqrt{YZ}} = Z \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \dots \right) \\ \frac{Y'}{2} &= \frac{(\operatorname{ch} \sqrt{YZ} - 1)}{\sqrt{YZ} \operatorname{sh} \sqrt{YZ}} = \frac{Y \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{180} + \dots \right)}{\left(1 + \frac{ZY}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \dots \right)} \end{aligned} \right\} \text{(II, 13)}$$

II, IV) Décomposition du régime permanent de fonctionnement d'une ligne, à constantes réparties en quatre ondes stationnaires :

Considérons de nouveau les équations définissant le régime en un point quelconque de la ligne :

$$V = V_1 \operatorname{ch} nx + I_1 z_c \operatorname{sh} nx$$

$$I = V_1 \frac{\operatorname{sh} nx}{z_c} + I_1 \operatorname{ch} nx$$

et comme dans tout quadripôle, le régime de tension et de courants peut être considéré comme la superposition de deux régimes :

1° Un régime à vide ($I_1 = 0$)

$$V_0 = V_1 \operatorname{ch} nx, \quad I_0 = V_1 \frac{\operatorname{sh} nx}{z_c}$$

2° Un régime en court-circuit $V_1 = 0$

$$V_{cc} = z_c I_1 \operatorname{sh} nx, \quad I_{cc} = I_1 \operatorname{ch} nx$$

et l'on peut écrire

$$V = V_0 + V_{cc}, \quad I = I_0 + I_{cc}$$

On prendra la phase de V_1 comme origine des phases, et l'on posera

$$I_1 = I_1 \angle -\varphi$$

Rappel de trigonométrie

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ch} nX &= \operatorname{ch}(\alpha + j\beta)X = \cos \beta X \operatorname{ch} \alpha X + j \sin \beta X \operatorname{sh} \alpha X \\ \operatorname{sh} nX &= \operatorname{sh}(\alpha + j\beta)X = \cos \beta X \operatorname{sh} \alpha X + j \sin \beta X \operatorname{ch} \alpha X \end{aligned} \right\} \text{(II, 14)}$$

En utilisant ces formules et en passant aux valeurs instantanées des tensions et courants on trouve :

$$\begin{aligned} v_o &= V_1 \sqrt{2} (\operatorname{ch} \alpha x \cos \beta x \cos \omega t - \operatorname{sh} \alpha x \sin \beta x \sin \omega t) \\ v_{cc} &= \frac{3}{Z_c} I_1 \sqrt{2} \left[\operatorname{sh} \alpha x \cos \beta x \cos(\omega t + \varphi - \varphi_1) - \operatorname{ch} \alpha x \sin \beta x \sin(\omega t + \varphi - \varphi_1) \right] \end{aligned} \quad \text{(II, 15)}$$

$$\begin{aligned} i_o &= \frac{V_1}{Z_c} \sqrt{2} \left[\operatorname{sh} \alpha x \cos \beta x \cos(\omega t - \varphi) - \operatorname{ch} \alpha x \sin \beta x \sin(\omega t - \varphi) \right] \\ i_{cc} &= I_1 \sqrt{2} \left[\cos \beta x \operatorname{ch} \alpha x \cos(\omega t - \varphi_1) - \operatorname{sh} \alpha x \sin \beta x \sin(\omega t - \varphi_1) \right] \end{aligned}$$

chacune de ces expressions représente la somme algébrique de deux fonctions sinusoïdales du temps ayant chacune en tous points du circuit la même phase mais une amplitude variant avec l'abscisse du point considéré se sont donc des ondes stationnaires. La distance λ séparant deux points où l'amplitude reprend la même valeur, aux facteurs $\operatorname{ch} \alpha x$ et $\operatorname{sh} \alpha x$ près est telle que :

$$\cos \beta x = \cos \beta(x + \lambda) \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta} \text{ longueur d'onde.}$$

Ainsi la tension v et le courant i en un point quelconque du circuit, peuvent être, chacun, considérés comme la superposition de quatre ondes stationnaires.

Notre ligne peut être considérée comme ligne quart d'onde pour laquelle $X = \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2\beta}$ car à fréquence industrielle de 50 Hz X sera

approximativement 1500 km on a :

$$\beta X = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \beta X = 0, \sin \beta X = 1$$

$$\operatorname{Ch} nX = j \operatorname{sh} \alpha X, \operatorname{sh} nX = j \operatorname{ch} \alpha X$$

Les équations de transmission d'énergie, avec $\alpha \neq 0$ pertes négligeables deviennent :

$$V_2 = jZ_c I_1$$

$$V_1 = -jZ_c I_2$$

à toutes charges, le courant d'une extrémité est proportionnel à la tension de l'autre extrémité et se trouve déphasé par rapport à elle de $\pm \frac{\pi}{2}$.
Ainsi une telle ligne transforme une alimentation à tension constante en une alimentation à courant constant et vice versa.

III. REGIME TRANSITOIRE DES LIGNES

III-I/ Étude générale du régime transitoire par le calcul symbolique

mise en équations: méthode générale d'intégration

III-I-I/ Les équations générales d'un circuit, à constantes réparties, valable en régime permanent comme en régime transitoire, sont les suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &= r i + l \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= g v + c \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned} \right\} (1, III)$$

ces équations sont intégrées aussi bien par les fonctions $v(t, x)$ $i(t, x)$ représentant les caractéristiques du circuit en régime transitoire, que par les valeurs que prennent ces fonctions à l'instant initial ($t=0$) et qui découlent de l'étude du régime permanent avant la perturbation.

Les équations du régime transitoire vont être explicitées à l'instant t quelconque et à l'instant initial $t=0$.

Instant t :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} &= r i(t, x) + l \frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(t, x)}{\partial x} &= g v(t, x) + c \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \end{aligned} \right. (2, III)$$

Instant $t=0$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v(0, x)}{\partial x} &= r i(0, x) + l \left[\frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0} \\ \frac{\partial i(0, x)}{\partial x} &= g v(0, x) + c \left[\frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0} \end{aligned} \right. (3, III)$$

On appliquera la transformée de Laplace, à chacune de ces quatre équations.

ations par rapport, à la variable t .

III-I-II/ On posera:

$$V(p, x) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} v(t, x) dt \quad (V \square v)$$

$$I(p, x) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} i(t, x) dt \quad (I \square i)$$

$$\text{Si } F(p, x) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} h(t, x) dt$$

On a:

$$\frac{\partial F(p, x)}{\partial x} = \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial h(t, x)}{\partial x} dt$$

d'où

$$\frac{\partial F}{\partial x} \square \frac{\partial h}{\partial x}$$

On a donc, dans la transformation des équations (2, III)

$$\frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \square \frac{\partial V(p, x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial i(t, x)}{\partial x} \square \frac{\partial I(p, x)}{\partial x}$$

$$\text{Images de } \frac{\partial v(t, x)}{\partial t}, \frac{\partial i(t, x)}{\partial t}$$

L'application de la règle de dérivation du calcul symbolique donne:

$$\frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \square pV(p, x) - v(0, x) = p \left[V(p, x) - \frac{v(0, x)}{p} \right]$$

$$\frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \square pI(p, x) - i(0, x) = p \left[I(p, x) - \frac{i(0, x)}{p} \right]$$

Transformation des équations (2, III), celles-ci s'écrivent en tenant compte des relations précédentes :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V(p, x)}{\partial x} &= rI(p, x) + l_p \left[I(p, x) - \frac{i(0, x)}{p} \right] \\ \frac{\partial I(p, x)}{\partial x} &= gV(p, x) + c_p \left[V(p, x) - \frac{v(0, x)}{p} \right] \end{aligned} \right\} (2', III)$$

Instant $t=0$

Les équations (3, III) ne contiennent pas de variable t donc on a :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{p} \frac{\partial v(0, x)}{\partial x} &= r \frac{i(0, x)}{p} + \frac{l}{p} \left[\frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0} \\ \frac{1}{p} \frac{\partial i(0, x)}{\partial x} &= g \frac{v(0, x)}{p} + \frac{c}{p} \left[\frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0} \end{aligned} \right\} (3', III)$$

Équations symboliques générales :

Elles s'obtiennent en retranchant membre à membre les équations correspond-

-antes des systèmes (2', III) et (3', III) ce qui donne :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[V(p, x) - \frac{v(0, x)}{p} \right] = r \left[I(p, x) - \frac{i(0, x)}{p} \right] + l_p \left[I(p, x) - \frac{i(0, x)}{p} \right] - \frac{l}{p} \left[\frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[I(p, x) - \frac{i(0, x)}{p} \right] = g \left[V(p, x) - \frac{v(0, x)}{p} \right] + c_p \left[V(p, x) - \frac{v(0, x)}{p} \right] - \frac{c}{p} \left[\frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0}$$

(4, III) se sont les équations symboliques générales du régime transitoire d'une ligne à constantes réparties.

Pour simplifier l'écriture on pose :

$$V(p, x) = V$$

$$v(0, x) = v_0$$

$$I(p, x) = I$$

$$i(0, x) = i_0$$

$$\left[\frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0} = v'_0$$

$$\left[\frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \right]_{t=0} = i'_0$$

V et I sont des fonctions de p et de x ; v_0, v_0', i_0, i_0' sont des fonctions de x seul, c'est pour, cela qu'on peut mettre $\frac{\partial}{\partial x}$ pour $\frac{d}{dx}$

$$\frac{d}{dx} \left(V - \frac{v_0}{p} \right) = (r + lp) \left(I - \frac{i_0}{p} \right) - \frac{l i_0'}{p} \quad (4, IV)$$

$$\frac{d}{dx} \left(I - \frac{i_0}{p} \right) = (g + cp) \left(V - \frac{v_0}{p} \right) - \frac{c v_0'}{p}$$

Un tel système s'intègre sans difficultés particulières et permet de trouver les expressions symboliques de V et de I , dans ces expressions figurent les fonctions de la variable x : v_0, v_0', i_0, i_0' qui caractérisent le régime de la ligne à l'instant $t=0$ où se produit une perturbation, ces fonctions se calculent facilement en appliquant la théorie des lignes à constantes réparties en régime permanent.

III-II/ Étudions le cas de ligne initialement au repos ou soumis à une f. e. m. p. t.:

$$\left(\frac{\partial v(t, x)}{\partial t} \right)_{t=0} = v_0' = 0, \quad \left(\frac{\partial i(t, x)}{\partial t} \right)_{t=0} = i_0' = 0 \quad (5, III)$$

dans ce cas particulier, en posant

$$V - \frac{v_0}{p} = W(x, p) = W \quad (6, III)$$

$$I - \frac{i_0}{p} = J(x, p) = J$$

On obtient le système d'équations symboliques:

$$\frac{dW}{dx} = (r + lp) J \quad (7, III)$$

$$\frac{dJ}{dx} = (g + cp) W$$

Elles ont la même forme que les équations, complètes (4, II) du chapitre (I) représentant le fonctionnement de la ligne en régime permanent sinusoïdal, la pulsation ω étant remplacée par la pulsation symbolique p .

On pose alors par analogie:

$Z = r + lp$ impédance linéique symbolique.

$y = g + cp$ admittance linéique symbolique.

$Z_c = \sqrt{\frac{r + lp}{g + cp}}$ impédance caractéristique symbolique

$n = \sqrt{(r + lp)(g + cp)}$ constante de propagation linéique symbolique.

Les équations précédentes deviennent :

$$\frac{d^2 W}{dx^2} = y Z W = n^2 W$$

(8, III)

$$\frac{d^2 J}{dx^2} = y Z J = n^2 J$$

Ainsi, grâce à l'application de la transformation de Laplace, on a transformé le système, aux dérivées partielles (4, III) en un système d'équations différentielles linéaires et du second ordre, dans lesquelles la seule variable est x , et dont l'intégration se fait par les mêmes procédés que dans le cas du régime permanent sinusoïdal.

En introduisant, par exemple, l'expression symbolique du régime du circuit à l'extrémité A ($x=0$), soit

$$W_1(0, p) = V_1 - \frac{v_{01}}{p}, \quad J_1(0, p) = I_1 - \frac{i_{01}}{p}$$

On obtient, en remplaçant en outre W et J par leurs valeurs (6, III), la solution générale du système (8, III) est :

$$\left(V - \frac{v_0}{p}\right) = \left(V_1 - \frac{v_{01}}{p}\right) \operatorname{ch} nx + Z_c \left(I_1 - \frac{i_{01}}{p}\right) \operatorname{sh} nx \quad (9, III)$$

$$\left(I - \frac{i_0}{p}\right) = \left(V_1 - \frac{v_{01}}{p}\right) \frac{\operatorname{sh} nx}{Z_c} + \left(I_1 - \frac{i_{01}}{p}\right) \operatorname{ch} nx$$

(III III) Pour résoudre un problème du régime transitoire de ligne à constantes réparties obéissant à ces équations (ligne à l'état de repos ou alimentée

par une f. e. m. (constante juste avant la perturbation), il faut, d'une part, calculer les fonctions caractérisant le régime initial, d'autre part, écrire les relations symboliques, caractérisant l'état de la ligne et la nature de la perturbation.

On devra donc commencer par étudier le régime préalable, à la perturbation, défini par les fonctions $v(t, x)$, $i(t, x)$, on en déduit.

$$v_0 = v(0, x) \quad , \quad i_0 = i(0, x)$$

$$v_{01} = v(0, 0) \quad , \quad i_{01} = i(0, 0)$$

On écrira ensuite, sous forme symbolique, les équations définissant l'état de la ligne et la nature de la perturbation: ligne ouverte ou en court circuit en un point, ligne alimentée en un point par une force électromotrice donnée. De ces équations, on tire les expressions symboliques du régime transitoire à l'extrémité A ($x=0$)

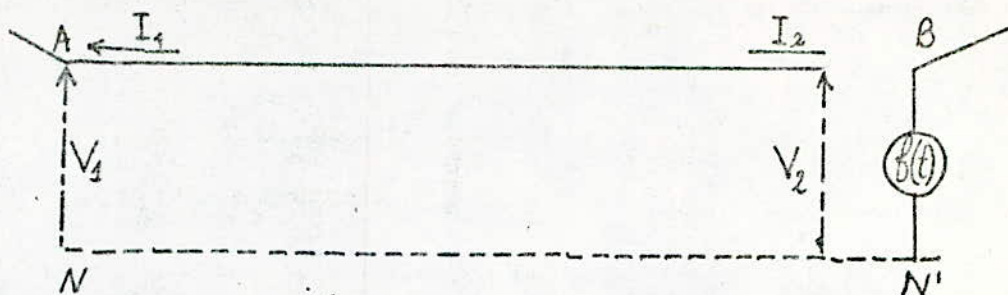
$$V_1 = V(p, 0) \quad , \quad I_1 = I(p, 0)$$

On porte alors dans les équations (9, III) les expressions de tous les paramètres qui viennent d'être ainsi déterminés. On en déduit, par résolution de ces équations, les fonctions symboliques $V(p, x)$, $I(p, x)$ définissant le régime en un point quelconque d'abscisse x . On cherche enfin les originaux de ces fonctions par l'une des méthodes permettant d'effectuer la transformation inverse de la transformation de Laplace.

La méthode générale qui vient d'être exposée va être appliquée au cas suivant:

III, IV / Ligne au repos; application d'une force électromotrice à l'une de ses extrémités:

Toute indication sur fig (1, III)



fig(1, III)

La ligne est ouverte à l'extrémité 1 ($x=0$) et on applique $f(t)$ force électromotrice à 2 ($x=X$) le circuit étant initialement au repos, on a en tous points du circuit:

$$v_0(x) = 0, \quad i_0(x)$$

La solution générale (9, III) s'écrit:

$$\begin{aligned} V &= V_1 \operatorname{ch} nx + Z_c I_1 \operatorname{sh} nx \\ I &= \frac{V_1}{Z_c} \operatorname{sh} nx + I_1 \operatorname{ch} nx \end{aligned} \quad (10, III)$$

Soit $F(p)$ l'expression symbolique de la force électromotrice $f(t)$ supposée de forme quelconque.

L'état du circuit est caractérisé à partir de l'instant d'application de la force électromotrice, par les relations

$$I_1 = 0, \quad V(x) = V_2 = F$$

La première équation (10, III) donne donc, pour $x=X$

$$F = V_1 \operatorname{ch} nX \implies V_1 = \frac{F}{\operatorname{ch} nX}$$

finalement:

$$V = F \frac{\operatorname{ch} nx}{\operatorname{ch} nX}, \quad I = \frac{F}{Z_c} \frac{\operatorname{sh} nx}{\operatorname{ch} nX} \quad (11, III)$$

On peut écrire:

$$\frac{\operatorname{ch} nx}{\operatorname{ch} nX} = \frac{e^{nx} + e^{-nx}}{e^{nX} + e^{-nX}} = e^{-nx} \frac{e^{nx} + e^{-nx}}{1 + e^{-2nX}}$$

d'où:

$$V = F \frac{e^{n(x-X)} + e^{-n(x+X)}}{1 + e^{-2nX}}; \quad I = \frac{F}{Z_c} \frac{e^{n(x-X)} - e^{-n(x+X)}}{1 + e^{-2nX}}$$

En développant en série : $\frac{1}{1 + e^{-2nx}}$

On a :

$$(1 + e^{-2nx})^{-1} = 1 - e^{-2nx} + e^{-4nx} - \dots$$

Alors :

$$V = F \left[e^{-n(x-x)} - e^{-n(3x-x)} + e^{-n(5x-x)} - \dots \right] + F \left[e^{-n(x+x)} - e^{-n(3x+x)} + e^{-n(5x+x)} - \dots \right]$$

$$I = \frac{F}{Z_c} \left[e^{-n(x-x)} - e^{-n(3x-x)} + e^{-n(5x-x)} - \dots \right] - \frac{F}{Z_c} \left[e^{-n(x+x)} - e^{-n(3x+x)} + e^{-n(5x+x)} - \dots \right]$$

(12, III)

On peut déduire que, ces séries sont absolument convergentes lorsque la partie réelle de n est positive.

Étudions le régime de la tension à l'extrémité ouverte 1, et le régime du courant, à l'extrémité d'alimentation 2. Il suffit pour, cela de faire $x=0$ dans la première équation (11, III) et $x=X$ dans la deuxième équation

(11, III) don :

$$V_1 = 2F \left[e^{-nx} - e^{-3nx} + e^{-5nx} - \dots \right]$$

(13, III)

$$I_2 = \frac{F}{Z_c} \left[1 - 2 \left(e^{-2nx} - e^{-4nx} + e^{-6nx} - \dots \right) \right]$$

Le passage des expressions symboliques à leurs originaires, conduit à des formules assez compliquées. Le calcul se simplifie beaucoup dans les deux cas suivants :

1°/ La condition de Heaviside : $\frac{r}{l} = \frac{g}{c} = \delta$ est satisfaite \Rightarrow

$$n = \sqrt{(r + lp)(g + cq)} = \sqrt{lc} \sqrt{p + \delta}$$

$$\text{avec } \sqrt{lc} = \frac{1}{V_0} \Rightarrow n = \frac{p + \delta}{V_0}$$

Le régime est considéré, comme la superposition de deux ondes résultantes seulement, se propageant en sens inverse, à la vitesse V_0 .

On peut écrire $n = \frac{p+\delta}{v_0} \Rightarrow nX = (p+\delta) \frac{X_0}{v_0}$

2° La ligne est sans pertes: $r=g=0$ (ce qui est, d'ailleurs, un cas particulier du premier) alors:

$$Z_c = \sqrt{\frac{r + lp}{g + cp}} = \sqrt{\frac{l}{c}} = Z_0$$

(mais l'expression $\tau = \frac{X_0}{v_0}$ est le temps nécessaire à une onde pour parcourir la longueur X de la ligne, d'où $nX = (p+\delta)\tau$.)

Les équations symboliques (13, III) s'écrivent alors:

$$V_1 = 2F \left[e^{-(p+\delta)\tau} - e^{-3(p+\delta)\tau} + \dots + (-1)^k e^{-(2k+1)(p+\delta)\tau} + \dots \right] \quad (14, III)$$

$$I_2 = \frac{F}{Z_0} \left[1 - 2 \left(e^{-2(p+\delta)\tau} - e^{-4(p+\delta)\tau} + \dots + (-1)^k e^{-(2k+2)(p+\delta)\tau} + \dots \right) \right]$$

On peut appliquer, à chacun des termes la règle de transposition ou de changement d'origine de la variable:

Règle: si $H(p) \square h(t)$ alors $e^{-\tau p} H(p) \square h(t-\tau) u(t-\tau)$

$u(t)$ désigne la fonction unité.

Par exemple, on peut écrire, pour un terme quelconque

$$2F e^{-m(p+\delta)\tau} = e^{-m\tau p} \times \left[2 e^{-m\tau\delta} F(p) \right] \text{ avec } m=1,2,\dots$$

$$\text{Or } 2 e^{-m\tau\delta} F(p) \square 2 e^{-m\tau\delta} f(t)$$

L'application de la règle de transposition donne donc:

$$2F e^{-m(p+\delta)\tau} \square 2 e^{-m\tau\delta} f(t-m\tau) u(t-m\tau)$$

$$\text{Avec } 2 e^{-m\tau\delta} f(t-m\tau) u(t-m\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq m\tau \\ 2 e^{-m\tau\delta} f(t-m\tau) & \text{si } t > m\tau \end{cases}$$

En procédant de la sorte pour tous les termes des développements des formules (14, III) et en superposant les résultats on obtient les équations générales de

régime transitoire:

$$u_1(t) = 2 \left\{ e^{-\delta \tau} f(t-\tau) - e^{-3\delta \tau} f(t-3\tau) + \dots + (-1)^k e^{-(2k+1)\delta \tau} f[t-(2k+1)\tau] u[t-(2k+1)\tau] + \dots \right\}$$

$$i_2(t) = \frac{f(t)}{Z_0} - \frac{2}{Z_0} \left\{ e^{-2\delta \tau} f(t-2\tau) u(t-2\tau) - e^{-4\delta \tau} f(t-4\tau) u(t-4\tau) + \dots + (-1)^k e^{-(2k+2)\delta \tau} f[t-(2k+2)\tau] u[t-(2k+2)\tau] + \dots \right\}$$

(15, III)

On voit que si l'on trace, par exemple, la courbe représentative de la tension en A, elle se compose des éléments suivants:

de $t=0$ à $t=\tau$; une horizontale d'ordonnée nulle.

de $t=\tau$ à $t=3\tau$; Une courbe de même forme que de la force électromotrice appliquée $f(t)$, mais décalée dans le temps de τ , et dont les ordonnées sont multipliées par $+2e^{-\delta \tau}$; la tension qu'elle représente apparaît donc en A ($x=0$) avec un retard τ égal au temps de parcours de la ligne par une onde mobile, le coefficient $e^{-\delta \tau}$ correspond à l'atténuation de celle-ci.

de $t=3\tau$ à $t=5\tau$, Une courbe obtenue en superposant à la précédente une courbe de même forme que $f(t)$, mais décalée dans le temps de 3τ , et dont les ordonnées sont multipliées par $-2e^{-3\delta \tau}$; la tension qu'elle représente apparaît donc en A avec un retard de 3τ égal au triple temps de parcours de la ligne par une onde mobile; le coefficient $e^{-3\delta \tau}$ correspond à l'atténuation de celle-ci, et ainsi de suite pour les autres termes du développement.

On trouve les résultats analogues pour la courbe du courant en B ($x=l$) sauf que les éléments de ce courant apparaissent successivement au x

époques $0, 2T, 4T, \dots$

Quoi qu'il en soit, on voit qu'on dispose, pour l'étude du régime transitoire correspondant à la mise sous tension brusque d'une ligne à constantes réparties, d'une méthode très générale et d'application très aisée, tout au moins lorsqu'on peut considérer, comme satisfaite la condition de Heaviside $\frac{r}{\rho} = \frac{g}{c}$. On pourrait sans difficulté supplémentaire, étudier comme il a été dit, le régime transitoire non pas aux deux extrémités, mais en un point quelconque de la ligne, en appliquant la règle de transposition aux équations (12, III) plus générales que les équations (14, III). Il convient de noter que cette méthode est valable quelle que soit la forme de la force électromotrice $f(t)$ appliquée à l'extrémité B, il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'écrire l'image symbolique $F(p)$ de celle-ci, en effet, c'est la fonction $f(t)$ elle-même qui s'introduit directement dans les formules (15, III) donnant les expressions concrètes de la tension et du courant. Le calcul symbolique n'a donc servi que d'intermédiaire de démonstration des formules (15, III) mais cela n'est vrai que si la condition de Heaviside $\frac{r}{\rho} = \frac{g}{c}$ n'est pas satisfaite.

IV PARTIE PRATIQUE SUR MODÈLE RÉDUIT

L'étude des phénomènes de ligne longue par exemple la surtension à l'extrémité réceptrice, à vide peut être vue facilement dans un laboratoire équipé d'un modèle réduit de ligne artificielle qui comporte onze cellules montées en cascade, chacune en forme de π ,

l'élément transversal, comporte une résistance et une bobine, les deux éléments longitudinaux se sont des capacités, fig(IV, 1)

IV.1 Calcul des constantes linéiques analogiques de la ligne :

Par méthode simple - méthode aval en alternatif et en continu - on a pu identifier Z, R, X de la ligne fig(IV, 2).

Résultats trouvés :

$$Z = 43 \Omega ; \quad R = 25,6 \Omega ; \quad X = 34,5 \Omega$$

$$\text{Comme } R = R_0 \frac{l}{n}$$

l : longueur de la ligne

n : nombre de cellules ou de tronçons.

On tire : $R_0 = 0,23 \Omega / \text{Km}$ résistance linéique.

$$X = X_0 \frac{l}{n} \Rightarrow X_0 = 0,32 \Omega / \text{Km}$$

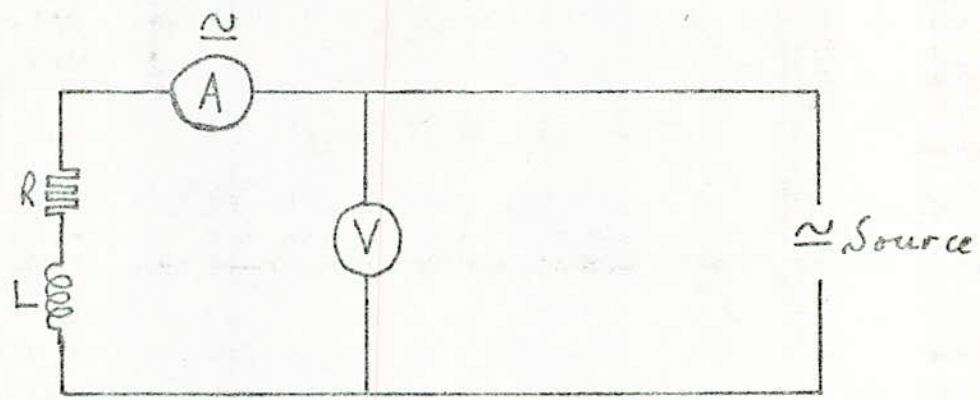
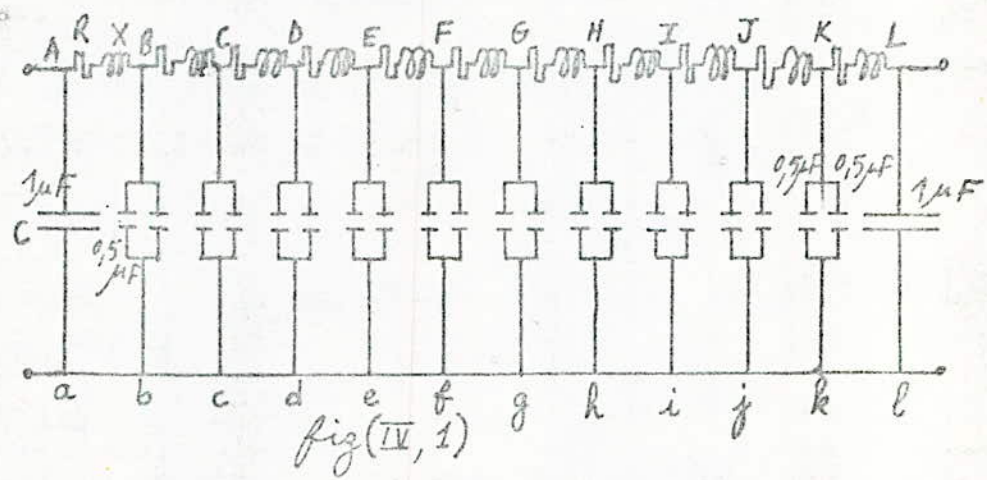
$$\text{Comme } X_0 = \omega L_0 \Rightarrow L_0 = 1,02 \mu\text{H} / \text{Km.}$$

$$\text{avec } \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50. \text{ rd/s.}$$

Pour la capacité $C = 1 \mu\text{F}$

$$C = C_0 \cdot \frac{l}{n} \Rightarrow C_0 = 1,23 \times 10^{-8} \text{ F/Km.}$$

V Calculs préliminaires :



$$|Z_c| = \sqrt{\frac{r_0^2 + l_0^2 \omega^2}{C_0^2 \omega^2}} = \sqrt{\frac{(0,23)^2 + [314 \times (1,02 \times 10^3)]^2}{(1,23 \times 10^{-8} \times 314)^2}} = 319,5 \Omega$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{l_0 \omega}{r_0} - \operatorname{arctg} \frac{C_0 \omega}{g_0} \right) = \frac{1}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{l_0 \omega}{r_0} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{314 \times 1,02 \times 10^3}{0,23} - \frac{\pi}{2} \right) = -17,84^\circ$$

$$\varphi = -17,84^\circ$$

IV-II) Les différentes essais effectués :

La ligne est alimentée en courant alternatif, de forme sinusoi-
dale, par l'intermédiaire d'un rhéostat monté en potentiomètre,
les condensateurs qui entrent dans la construction de la ligne sont
établis pour 150 volts, pour ne pas les dégrader, on avait soin
d'opérer de façon progressive, notamment la mise sous tension (ou
hors-circuit) de la ligne devra se faire par élévation (ou réduction)
lente et continue de la tension d'alimentation et non en manœuvrant
un interrupteur, afin d'éviter les surtensions prenant naissance lors
de toute variation de régime.

IV-II.1 Répartition des tensions le long de la ligne, l'extrémité réceptrice étant
en circuit ouvert $I_2 = 0$.

La tension V_1 , au départ étant réglé à 50V, On a mesuré la tension V_2
à l'arrivée, On compare V_2 mesurée à celle calculée des formules :

$$u_1 = u_2 \operatorname{ch} nX + Z_c I_2 \operatorname{sh} nX \quad \text{avec} \begin{cases} I_2 = 0 \\ X = 1200 \\ n = \sqrt{(r_0^2 + l_0^2 \omega^2) / C_0^2 \omega^2} = 1,05 \cdot 10^{-3} / \text{Km.} \end{cases}$$

avec montage de la fig. (IV, 3) on a relevé :

$$V_1 = 50 \text{ V} \quad I_1 = 0,32 \text{ A} \quad (\text{départ})$$

$$V_2 = 85,5 \text{ V} \quad I_2 = 0 \text{ A} \quad (\text{arrivée})$$

- V_1 toujours fixée à 50V, on fait occuper au voltmètre successivement les positions $Aa, AB, Bb, BC, Cc, \dots$ et à l'aide des indications correspondantes du voltmètre, V_{Aa}, V_{AB}, \dots etc on construit le polygone des tensions.

Les résultats trouvés sont traduits en coordonnées polaires, ce qui donne les variations de tensions le long de la ligne en module et en phase :

$$x = V \cos \varphi \quad , \quad y = V \sin \varphi.$$

IV-II-2/ Répartition de la tension le long de la ligne, l'extrémité réceptrice étant en court-circuit.

On détermine

Par le même procédé le polygone des tensions et la courbe en coordonnées polaires. Le courant de court-circuit est mesuré à l'aide d'un milliampermètre aux bornes L et l , puis, ces bornes seront réunies par une connexion de faible résistance.

IV-II-3/ Régulation de la tension au départ.

On s'est limité au cas d'un circuit inductif constitué de deux rhéostats à curseur de 630Ω en série, pouvant supporter 1 Ampère, placés en série avec un ampèremètre de 250 mA, On agit sur l'alternostat de façon à maintenir à 50 volts la tension à l'arrivée pour différentes valeurs du récepteur.

La tension à l'arrivée étant constante et égale à 50 volts, on tracera les courbes $U_1 = f(I_2)$, $I_1 = f(I_2)$

IV-II-4/ Répartition des tensions le long de la ligne fermée sur son impédance

caractéristique :

À l'extrémité réceptrice, on placera un circuit présentant l'impédance, caractéristique : $Z_c = 319,5 \Omega$

$$R = |Z_c| \cos \varphi = 319,5 \cos(-17,84^\circ) ; X = |Z_c| \sin \varphi = 319,5 \sin(-17,84^\circ)$$

$$R = 304,14 \Omega ; X = -97,9 \Omega$$

On peut alors donner un système équivalent, à l'impédance Z_c qui est constitué par une résistance R , branchée par une capacité Γ .

$$\text{Avec } R = 304,14 \Omega ; \Gamma = \left| \frac{1}{X\omega} \right| = 32,53 \mu F$$

La résistance en sera, constituée au moyen du rhéostat de 630Ω .

Pour ajuster le rhéostat à la valeur, convenable, on se servira du montage aval, fig (IV, 2)

La valeur de la capacité sera arrondie, à $9,01 \mu F$ près.

L'impédance Z_c étant placée à l'extrémité réceptrice, on réglera la tension, au départ à 50 Volts.

On tracera le polygone des tensions et la courbe en, coordonnées polaires comme précédemment.

Pour le calcul de l'impédance d'entrée $Z_e = \frac{V_{\text{départ}}}{I_{\text{départ}}}$

$$V_{\text{départ}} = 50 \text{ Volts} , I_{\text{départ}} = 0,16 \text{ ampère.}$$

$$Z_e = \frac{50}{0,16} = 312,5 \Omega$$

On a Z_e très proche de Z_c et, ceci vérifie la théorie qui dit :

Z_c impédance caractéristique ou itérative du quadripôle, si les bornes d'arrivée sont fermées sur une impédance égale à Z_c , l'impédance apparente mesurée entre bornes de départ ou impédance d'entrée est aussi égale

à Z_c , si l'on pose en effet $\frac{V_2}{I_2} = Z_c$, et si l'on remplace V_2 par $Z_c I_2$ dans les deux équations (II, 8) on a :

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= Z_c I_2 (\operatorname{ch} nx + \operatorname{sh} nx) = Z_c I_2 e^{nx} \\ I_2 &= I_1 (\operatorname{ch} nx + \operatorname{sh} nx) = I_1 e^{nx} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_2}{I_2} = Z_c.$$

$$\text{d'où } \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} = Z_c.$$

Les tableaux de valeurs relevées (mesurées) et, calculées, ainsi que les schémas de montage et polygones de tension et les différentes courbes se trouvent sur feuilles suivantes.

Tableaux de valeurs:

Tensi- -on	V _{Aa}	V _{Bb}	V _{Cc}	V _{Dd}	V _{Ee}	V _{Ff}	V _{Gg}	V _{Hh}	V _{Ii}	V _{Jj}	V _{Kk}	V _{Ll}
Volts	50	54	58	62,5	67,5	72	75,5	79	82	84	85	85,5
Tensi- -on	V _{Ab}	V _{Bc}	V _{Cd}	V _{De}	V _{Ef}	V _{Fg}	V _{Gh}	V _{Hi}	V _{Ij}	V _{Jk}	V _{Kl}	X
Volts	9,4	8,9	8	7,2	6	5	4,2	3,1	2,4	1,2	0,3	X
X	47,6	51,4	55,2	59,5	64,2	68,5	71,9	75,2	78	80	80,9	81,4
(-y)	15,3	16,5	17,8	19,1	20,7	22	23,1	24,2	25,1	25,7	26	26,2

Tableau IV-II-1 / $I_2 = 0$ extrémité réceptrice à vide.

Tensi- -on	V _{Aa}	V _{Bb}	V _{Cc}	V _{Dd}	V _{Ee}	V _{Ff}	V _{Gg}	V _{Hh}	V _{Ii}	V _{Jj}	V _{Kk}	V _{Ll}
Volts	50	46	42	38	34	30	29	23,5	18	12	5,5	0
Tensi- -on	V _{Ab}	V _{Bc}	V _{Cd}	V _{De}	V _{Ef}	V _{Fg}	V _{Gh}	V _{Hi}	V _{Ij}	V _{Jk}	V _{Kl}	X
Volts	4,85	5,35	5,5	6	6,1	6,5	7	7,3	7,5	7,8	8,2	X
X	47,6	43,8	40	36,2	32,4	28,5	27,6	22,4	17,1	11,4	5,2	0
(-y)	15,3	14,1	12,9	11,6	10,4	9,2	8,9	7,2	5,5	3,7	1,7	0

Tableau IV-II-2 / $V_2 = 0$ (extrémité réceptrice en C.C.)

$$V_1 = 50 \text{ volts}, V_2 = 0 \text{ volts}; I_1 = 0,11 \text{ A}; I_2 = I_{cc} = 0,21 \text{ A}$$

Tensi- -ion	V _{Aa}	V _{Bb}	V _{Cc}	V _{Dd}	V _{Ee}	V _{Ff}	V _{Gg}	V _{Hh}	V _{Ii}	V _{Jj}	V _{Kk}	V _{Ll}
Volts	50	45	40	35	30	25	20	15	12	9	7,5	6
Tensi- -ion	V _{Ab}	V _{Bc}	V _{Cd}	V _{De}	V _{Ef}	V _{Fg}	V _{Gh}	V _{Hi}	V _{Ij}	V _{Jk}	V _{Kl}	X
Volts	4,9	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	X
X	47,6	42,8	38,1	33,3	28,5	23,8	19	14,3	11,4	8,6	7,1	5,7
(-y)	15,3	13,8	12,2	10,7	9,2	7,7	6,1	4,6	3,7	2,7	2,3	1,8

Tableau IV-II-4 / ligne fermée par son $Z_c = R // \Gamma$.

Tableau (IV - II - 3)

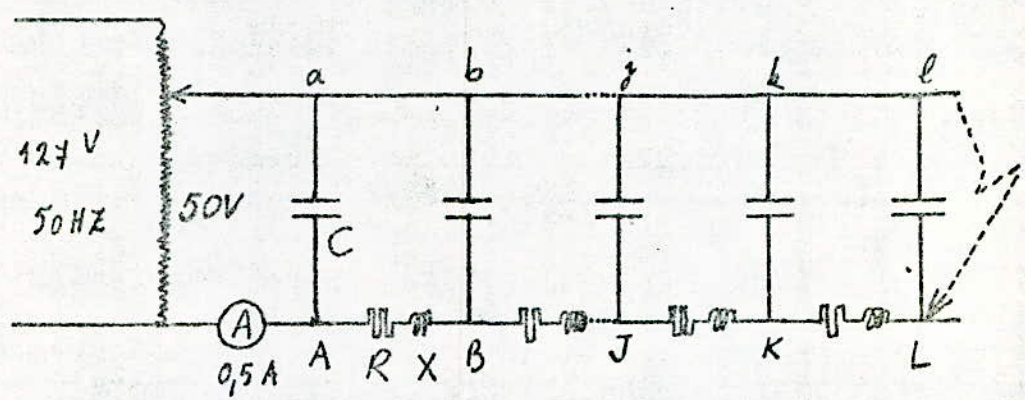
$U_2 = 50V$ (fixée) tension à l'extrémité réceptrice.


I_2 (Ampère)	0,049	0,057	0,068	0,083	0,100	0,120	0,125	0,135	0,150	0,180	0,210	0,240
I_1 (Ampère)	0,164	0,168	0,174	0,182	0,186	0,192	0,195	0,198	0,200	0,220	0,230	0,260
U_1 (volts)	33	34	37,5	42	45	50	51	52	60	69	77	90

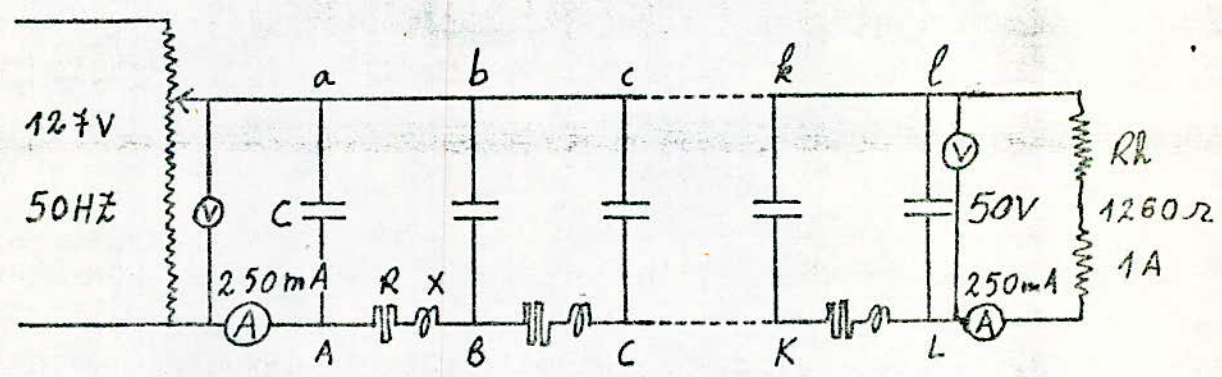
Régulation de la tension, au départ avec la tension à l'extrémité réceptrice maintenue constante $U_2 = 50$ volts

suite de Tableau de valeurs:

Schemas de montage:

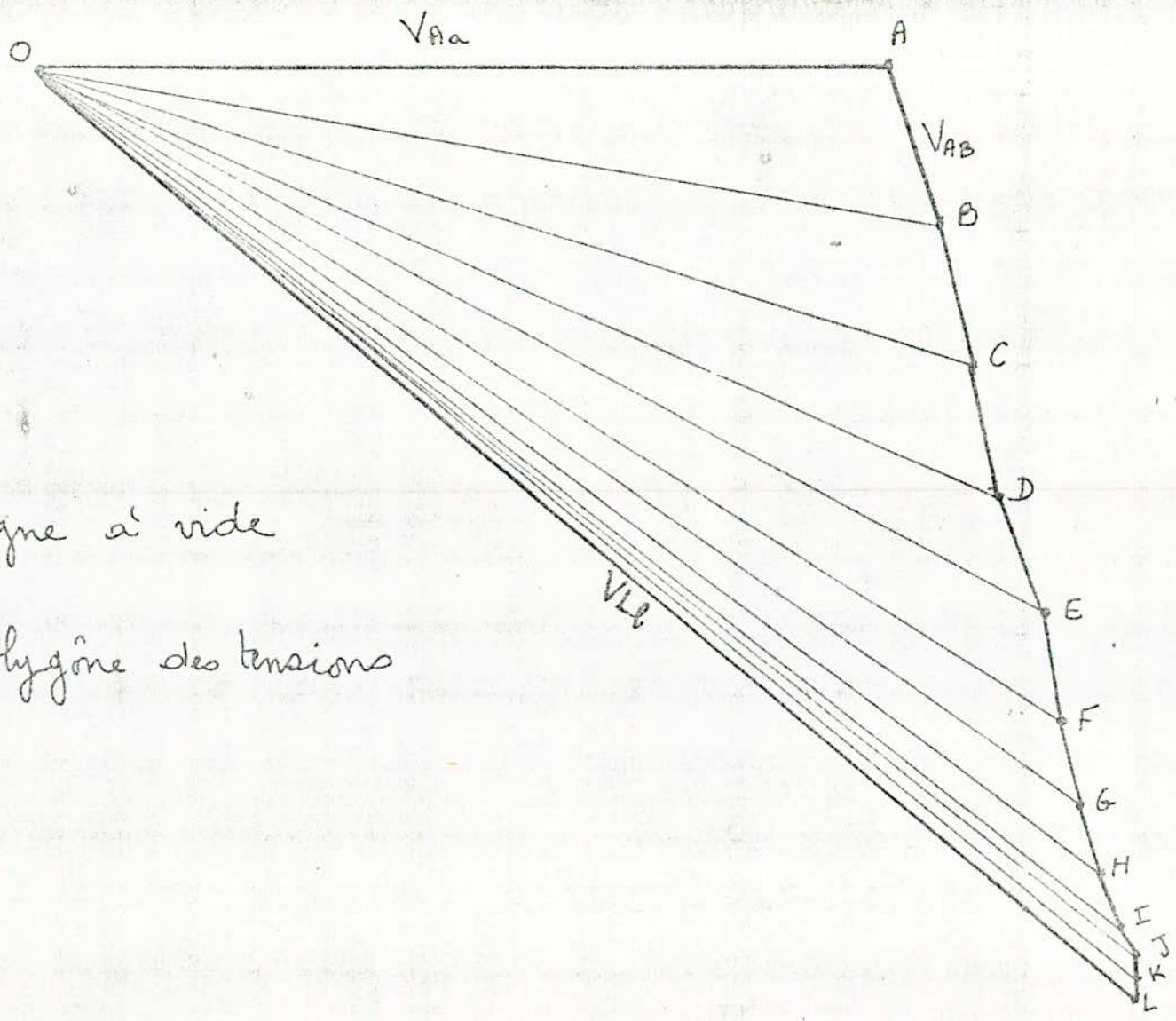


Schema (III-II-1) (vide) , Schema () (IV-II-2) en, G.C.

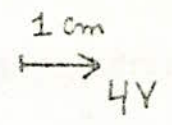


Schema (IV-II-3)

Régulation de la tension au départ.



echelle :

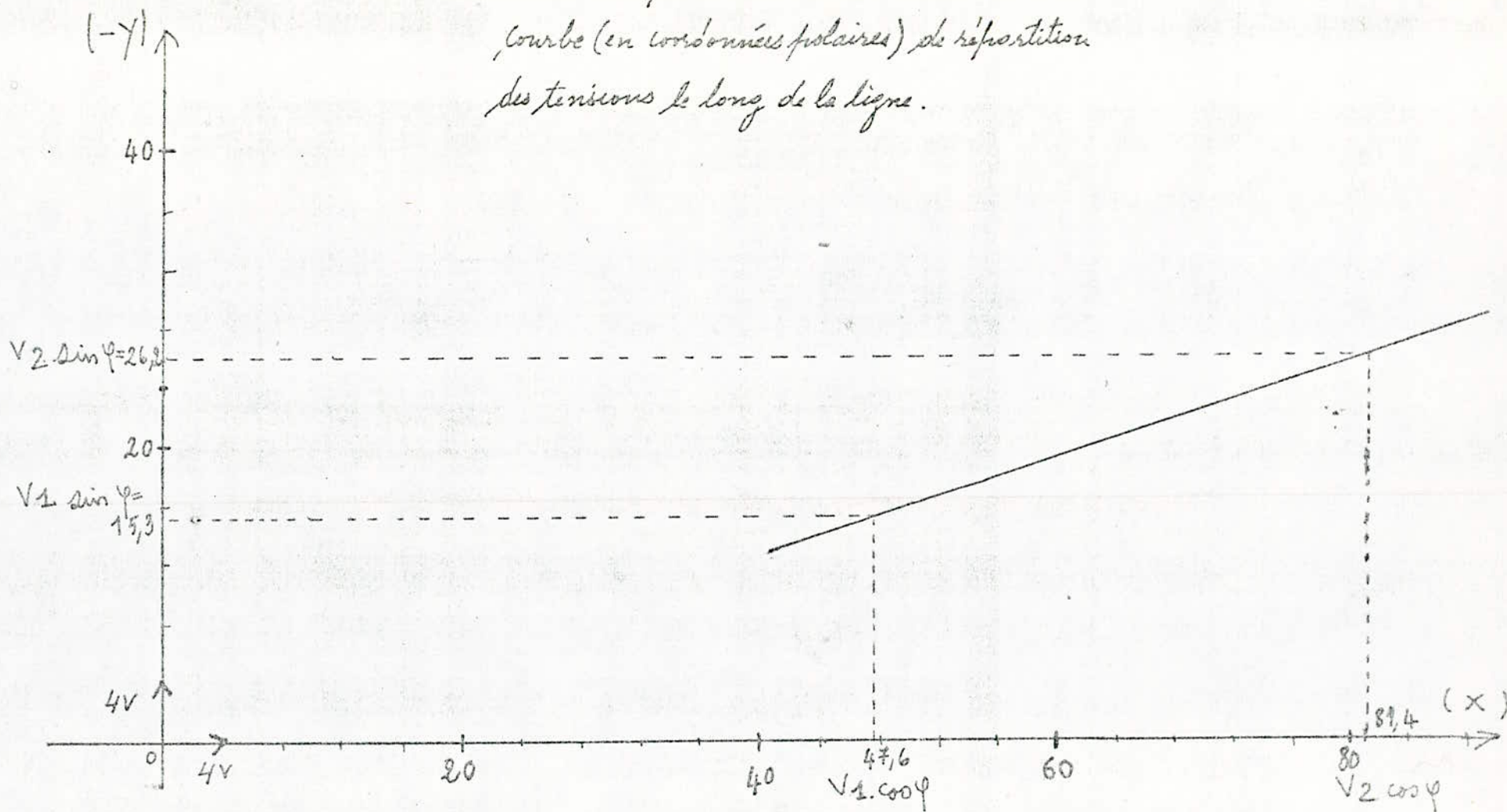


Ligne à vide

Polygone des tensions

fig (IV-11-1)

Extremite' receptrice en circuit ouvert (a vide)
 Courbe (en coordonnees polaires) de répartition
 des tensions le long de la ligne.



fig(IV-II-2)

Ligne en court-circuit

Polygone de tensions (à l'échelle : $\frac{1 \text{ cm}}{2 \text{ V}}$).

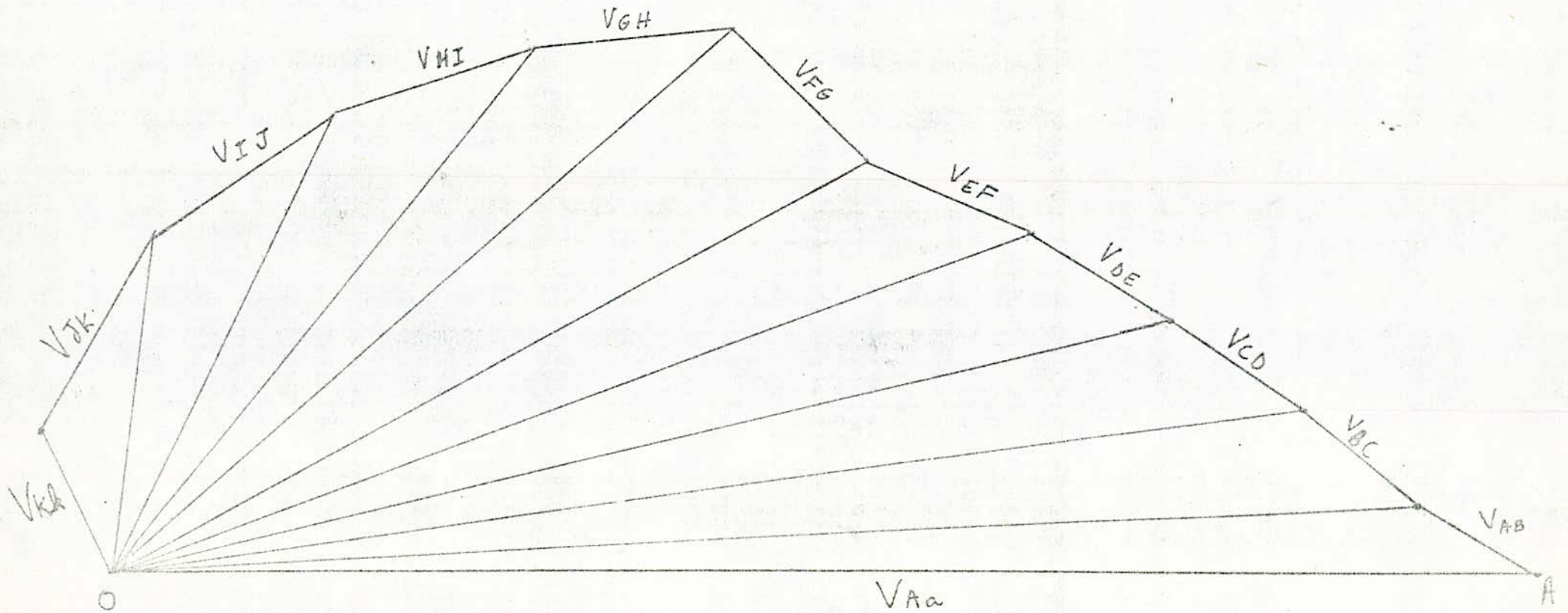


fig (IV-II-3)

Ligne en court-circuit

Courbe de la variation de la tension le long de la ligne
en coordonnées polaires

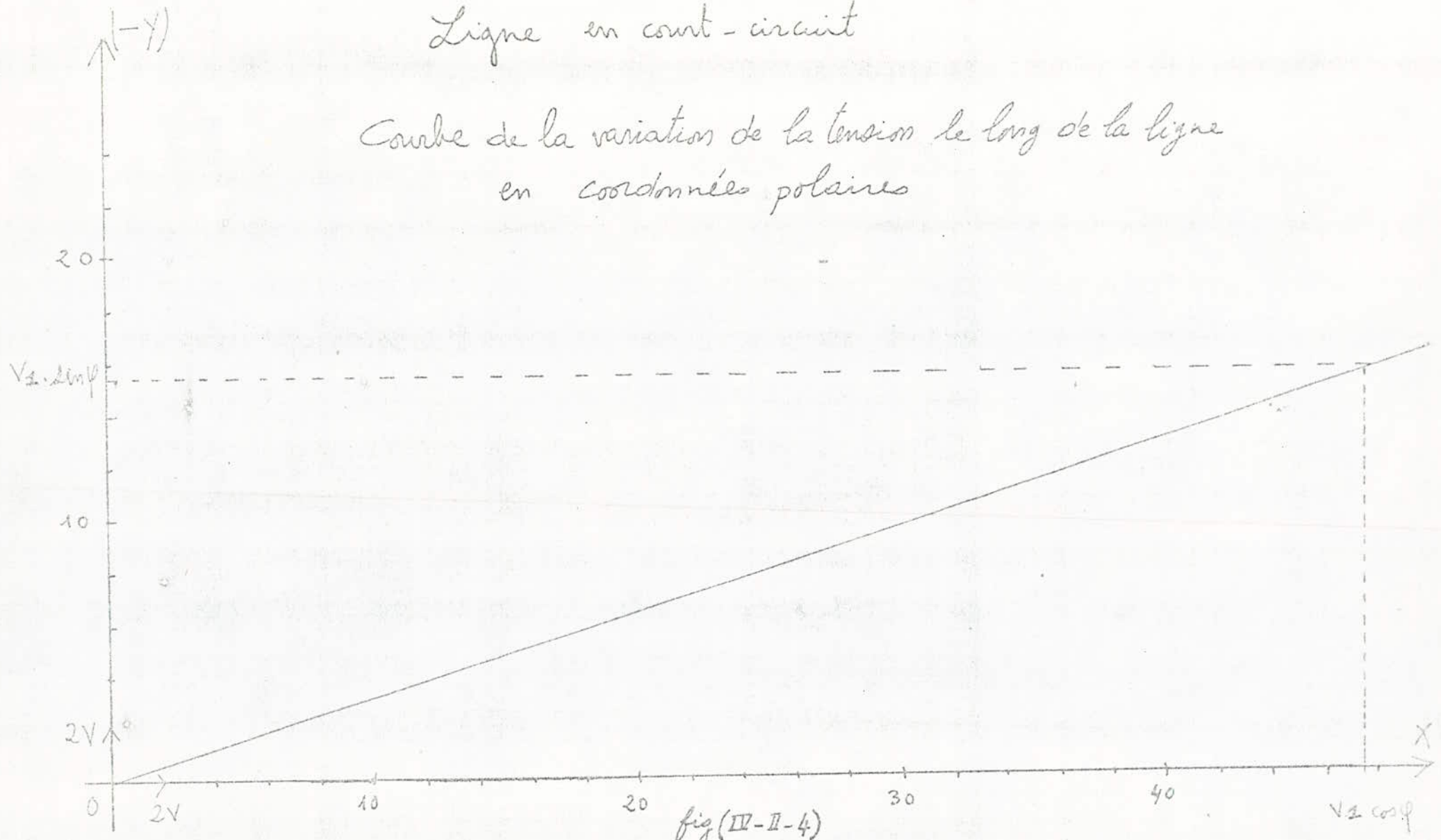


fig (IV-II-4)

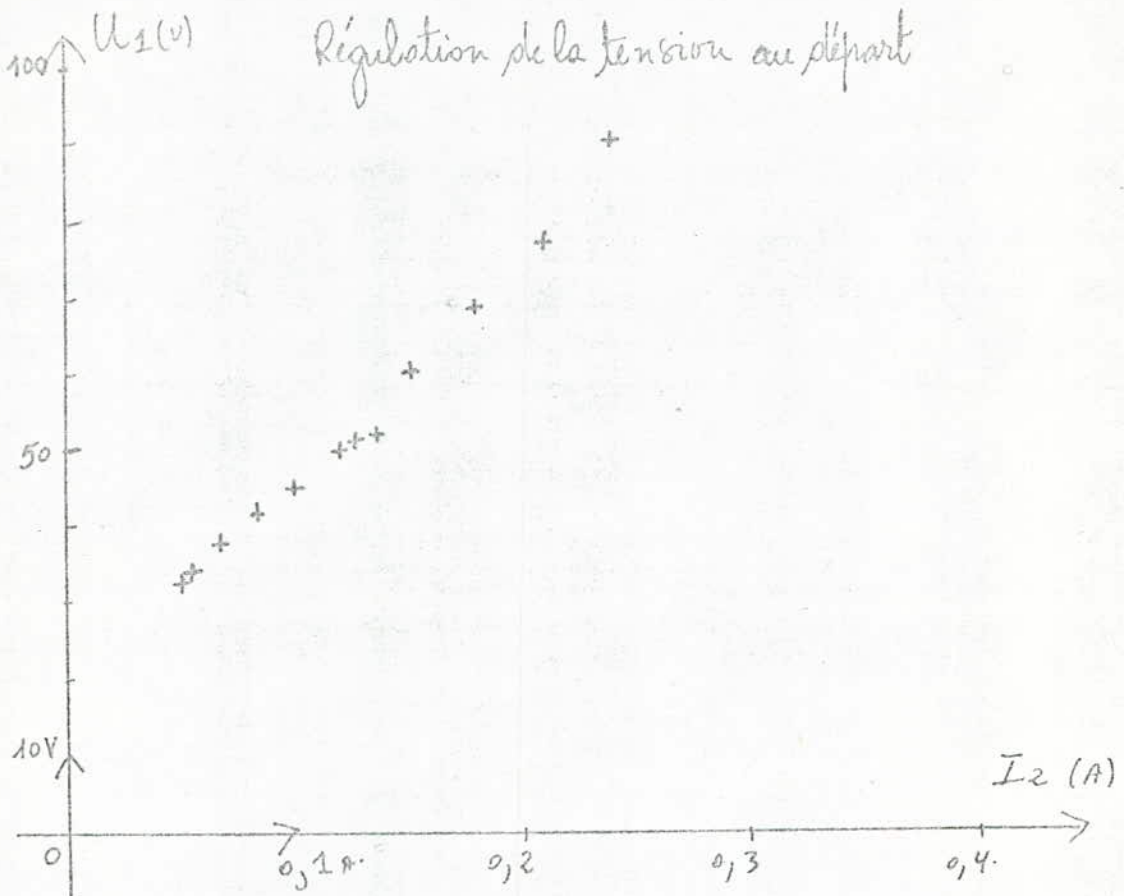
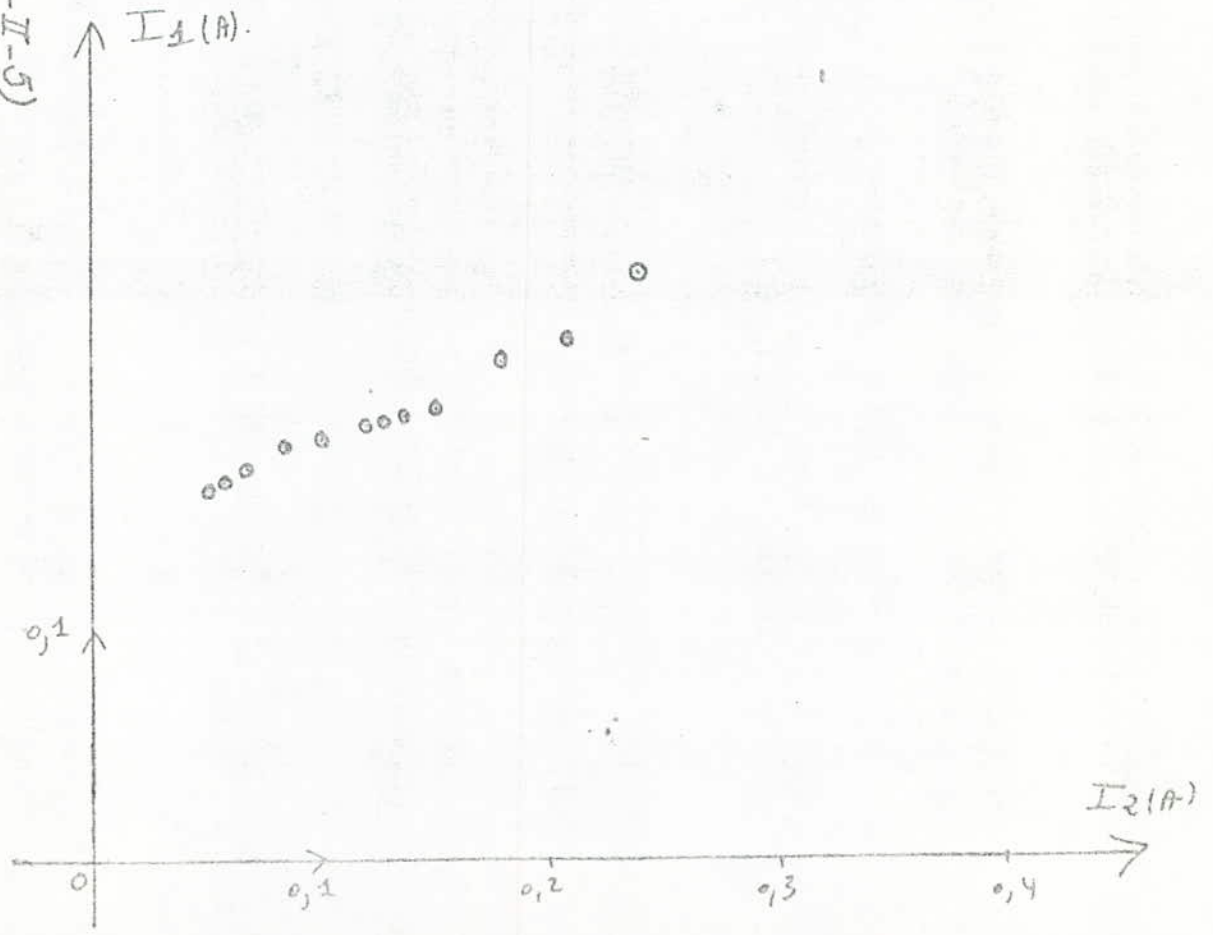


Fig (III-II-5)



Courbe en coordonnées polaires
de la repartition des tensions le
long de la ligne fermée sur son
impédance caractéristique.

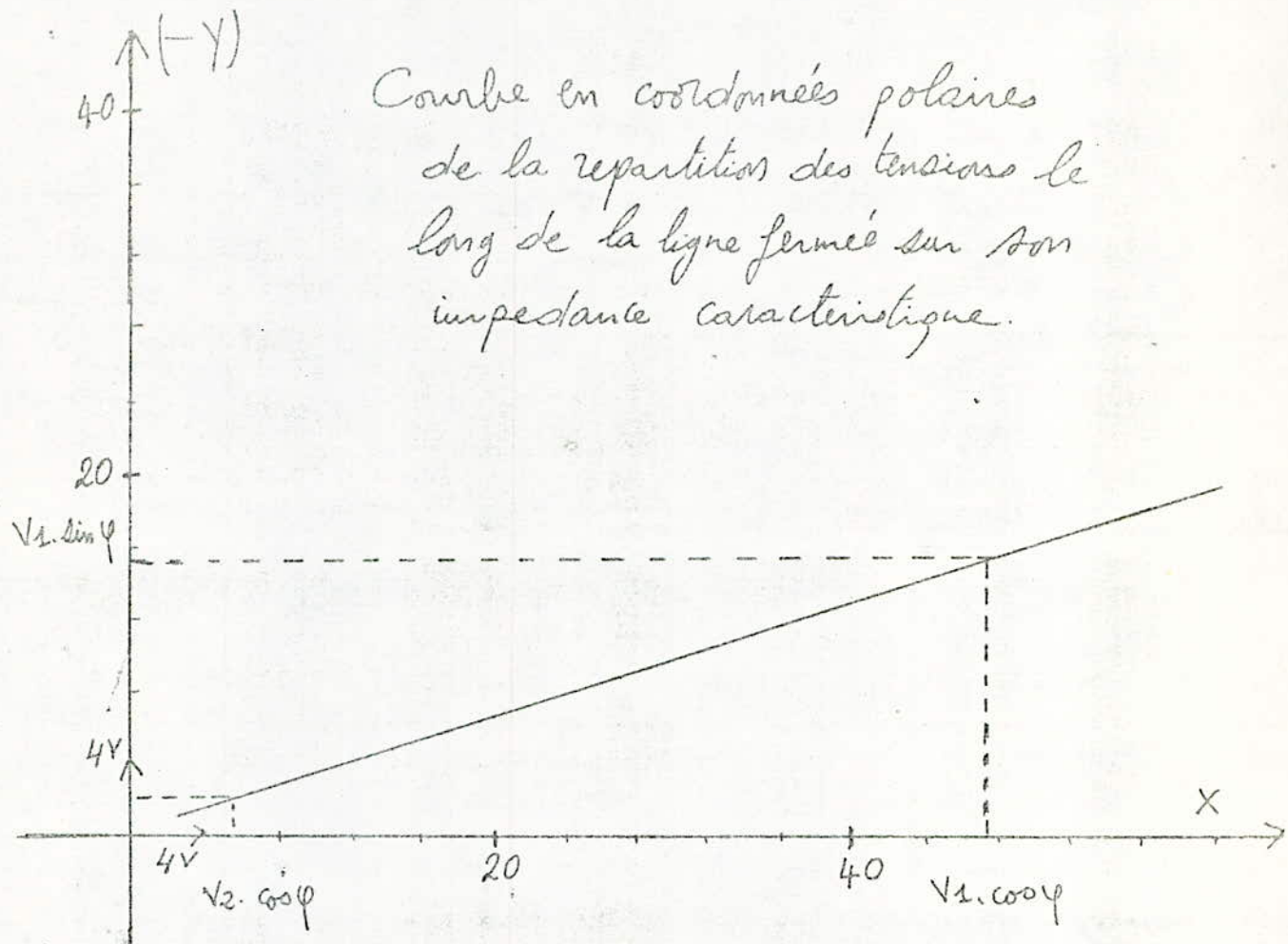
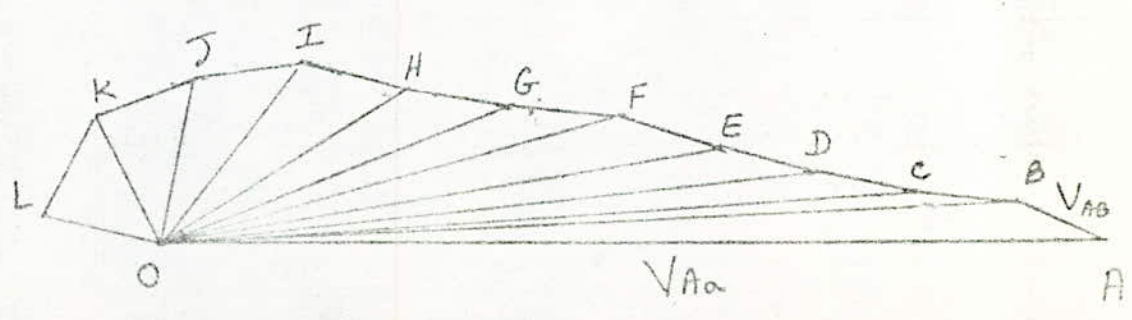


Fig (IV-I-5)

Polygone des tensions, de la ligne
fermée sur son impédance caractéristique.

echelle : $\frac{1\text{cm}}{4\text{V}}$



Interpretation des résultats:

IV, 1/ à vide:

- * On remarque bien l'élevation de la tension avec la longueur de la ligne. ($V_{Aa} = 50V$ par contre $V_{Le} = 85,5V$)
- * On voit bien aussi que la chute de tension dans les différents portions longitudinaux décroît (c'est à dire $V_{AB} > V_{BC} > \dots$)

IV, 2/ en court-circuit:

- * Abaissement de la tension le long de la ligne jusqu'à $V_{Le} = 0$ (C.C.)
- * Elevation de la chute de tension dans les différents portion de la ligne ($V_{AB} < V_{BC} < \dots$)

IV, 3/ Régulation de la tension:

- * On remarque $I_1 > I_2$ à cause des courants de dérivation qui ne sont pas négligeables vis à vis du courant de ligne en T.H.T.
- * Plus I_2 augmente c'est à dire la charge augmente plus la tension d'alimentation du réseau (ligne) ou tension de départ augmente.
 pour $U_1 < U_2 = 50V$ (fixe) on a l'élevation de tension le long de la ligne
 pour $U_1 = U_2 = 50V$ pas de chute de tension le long de la ligne
 pour $U_1 > U_2 = 50V$ (fixe) on a chute de tension en fin de ligne.

IV-4/ Circuit fermé sur son impédance caractéristique:

- * On a abaissement de la tension le long de la ligne $V_{Le} = 6V$
- * augmentation de la chute de tension dans les tronçons AB, BC, CD, ... etc.
 c'est à dire: $V_{AB} < V_{BC} < \dots$

Toute la manipulation a bien servi de voir les phénomènes principaux en T.H.T, mais, ceux-ci seront mieux expliqués dans le chapitre suivant.

V FONCTIONNEMENT DES LIGNES DE TRANSPORT D'ENERGIE

VI) Fonctionnement a vide:

Le circuit est ouvert, à l'extremite A, le régime en B se deduit avec $I_1 = 0$

$$\begin{aligned}
 V_2 &= V_1 \operatorname{ch} nX = A V_1 | \underline{\epsilon} & \epsilon & \text{ argument de } \operatorname{ch} nX. \\
 I_2 &= V_1 \frac{\operatorname{sh} nX}{Z_c} = C V_1 | \underline{\eta - \xi} & \eta & \text{ " de } \operatorname{sh} nX. \\
 & & \xi & \text{ " de } Z_c.
 \end{aligned}
 \tag{V-1}$$

Le calcul des puissances actives et reactive par phase à l'extremite B donne:

$$\begin{aligned}
 P_2 + jQ_2 &= V_2 I_2^* = AC |V_1|^2 = AC V_1^2 | \underline{\epsilon + \xi - \eta} \\
 P_2 &= AC V_1^2 \cos(\epsilon + \xi - \eta) \\
 Q_2 &= AC V_1^2 \sin(\epsilon + \xi - \eta)
 \end{aligned}
 \tag{V-2}$$

Etude de tensions:

Le rapport de la valeur efficace de la tension d'alimentation à celle de la tension à l'extremite libre est egal a A.

En utilisant le developpement en serie:

$$\frac{V_2}{V_1} = A = 1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2 Z^2}{24} + \dots
 \tag{V-3}$$

La valeur approché du module de A, à été calculé pour une ligne aeriennes de 1200 km en T.H.T dans le Tableau (II, 1) page (17) donne:

$$\text{pour } X = 1200 \text{ km}, A = 0,208 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 0,208 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 4,8.$$

Pour une ligne de longueur d'environ 1200 km on peut négliger avec une approximation du $\frac{5}{100}$ les termes en $Y^2 Z^2$ et de degrés plus, en supposant

$$g \neq 0, r \neq 0$$

$$\text{alors: } Z = j\ell\omega X, \quad Y = jc\omega X'$$

$$\text{or } \frac{V_2}{V_1} \approx 1 + \frac{YZ}{2} = 1 - \frac{\ell c \omega^2 X^2}{2} \Rightarrow \frac{V_1 - V_2}{V_1} \approx \frac{\ell c \omega^2 X^2}{2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n^2}{2} X^2
 \tag{V-4}$$

Ainsi, en 1^{ère} approximation, l'élévation de tension relative en ligne réduite à la valeur de la tension de l'extrémité libre, est proportionnelle, au carré de la longueur de la ligne et sa valeur est sensiblement la même pour toutes les lignes industrielles.

$$\frac{V_1 - V_2}{V_1} = \frac{n^2 X^2}{2} \approx 0,55 \cdot 10^{-6} X^2 \quad (X \text{ en km})$$

- Courant, puissances actives et réactives, à l'extrémité d'alimentation:

$$\text{On a: } I_1 = 0$$

$$I_2 = C V_1 = \frac{C}{A} V_2$$

on en remplaçant A et C par leurs développements en série:

$$I_2 = Y V_2 \frac{1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \dots}{1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2 Z^2}{24} + \dots} \quad (\text{V}, 5)$$

avec les mêmes approximations fait à $\frac{5}{100^2}$ près pour ligne de longueur au voisinage de 1200 km on aura:

$$I_2 = Y V_2 \frac{1 + YZ/6}{1 + YZ/2} = j C \omega X V_2 \frac{1 - \frac{n^2 X^2}{6}}{1 - \frac{n^2 X^2}{2}} \quad (\text{V}, 6)$$

de l'équation (V, 4) et l'équation (V, 6) on tire:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_1 - V_2}{V_1} &= \frac{n^2 X^2}{2} \\ I_2 &= j C \omega X V_2 \frac{1 - \frac{n^2 X^2}{6}}{1 - \frac{n^2 X^2}{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_2 = j C \omega X V_2 \frac{1 - \frac{V_1 - V_2}{3V_1}}{1 - \frac{V_1 - V_2}{V_1}} = j C \omega X \frac{2V_1 + V_2}{3} \quad (\text{V}, 7)$$

$$I_2 = j C \omega X V \quad , \text{ avec } V = \frac{2V_1 + V_2}{3}$$

Le courant à vide sera celui que produirait l'application d'une tension $V = \frac{2V_1 + V_2}{3}$, à un condensateur de capacité CX qui est égale à la capacité totale de la ligne.

- La puissance active à l'extrémité d'alimentation est très faible et la puissance

réactive par phase est donné approximativement par :

$$j Q_2 = V_2 I_2^* = -j C \omega X V_2^2 \frac{1 - \frac{n^2 X^2}{6}}{1 - \frac{n^2 X^2}{2}} = -j C \omega X V_2 \left(\frac{2V_1 + V_2}{3} \right)$$

donc : $Q_2 = - C \omega X V_2 V$ (I, 8)

La ligne fournit donc une puissance réactive, croissant un peu plus vite que sa longueur, elle est égale à celle qui serait fournie par un condensateur de capacité

$$C X = C_{\text{total}} \text{ de la ligne, auquel on appliquerait une tension } V_2 \sqrt{\frac{2V_1 + V_2}{3V_2}}$$

P_2 et Q_2 sont données avec plus de précision par les formules (I, 2) dans lesquelles ϵ est faible et > 0 , δ faible < 0 ; $\eta \neq \frac{\pi}{2}$

$P_2 > 0$ (faible) elle correspond aux pertes par conductance et aux pertes joule engendrés par le passage du courant de capacité dans le circuit, la puissance Q_2 est négative c'est à dire dirigée vers l'extrémité d'alimentation.

Le circuit à vide se comporte donc comme un générateur de puissance réactive qu'elle fournit au réseau d'alimentation.

En résumé : Lorsque une ligne à constantes réparties alimentée par une extrémité, fonctionne à vide, c'est à dire ouverte à l'autre extrémité :

- 1°) cette ligne se comporte à peu près comme une capacité.
- 2°) Le courant mesuré, à l'extrémité d'alimentation est sensiblement un courant de capacité déphasé de près de $\frac{\pi}{2}$ en avant par rapport à la tension d'alimentation.
- 3°) Il y a élévation de tension le long de la ligne, de l'extrémité d'alimentation à l'extrémité ouverte, ce phénomène est connu sous le nom de l'effet Ferranti ou effet de capacité, il est dû, au passage du courant de capacité dans l'impédance de la ligne.
- 4°) A l'extrémité d'alimentation, la puissance active est faible et se réduit aux pertes par conductance et aux pertes joule engendrés par le passage du courant de capacité dans l'impédance de la ligne, la puissance réactive engendrée par la capacité de la ligne est fournie au réseau d'alimentation.

V, II) Fonctionnement à charge variable :

Considérons le schéma en π du circuit fig (V, II, 1)

P_2, P_2', P_1' et P_1 sont > 0 . (puissances actives par phase)

Q_2, Q_2', Q_1', Q_1 sont soit > 0 ou (< 0) puissances réactives par phase.

$Z' = R' + jX'$, ($X' > 0$) impédance de la branche horizontale.

On a: $P_2' = P_1' + p$ ($p > 0$) , $p = RI^2$ pertes actives

$Q_2' = Q_1' + q$ ($q > 0$) $q = XI^2$ pertes réactives

$\frac{Y'}{2} = \frac{G' + jB'}{2}$ admittances des branches verticales
 G' Conductance

B' Susceptance ($B' > 0$)

$$\left. \begin{aligned} P_2' &= P_1' + p_1' \\ Q_2' &= Q_1' + q_1' \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= P_2' + p_2' \\ Q_2 &= Q_2' + q_2' \end{aligned} \right\}$$

$$p_1' = \frac{G'}{2} V_1^2 > 0$$

$$p_2' = \frac{G'}{2} V_2^2 > 0$$

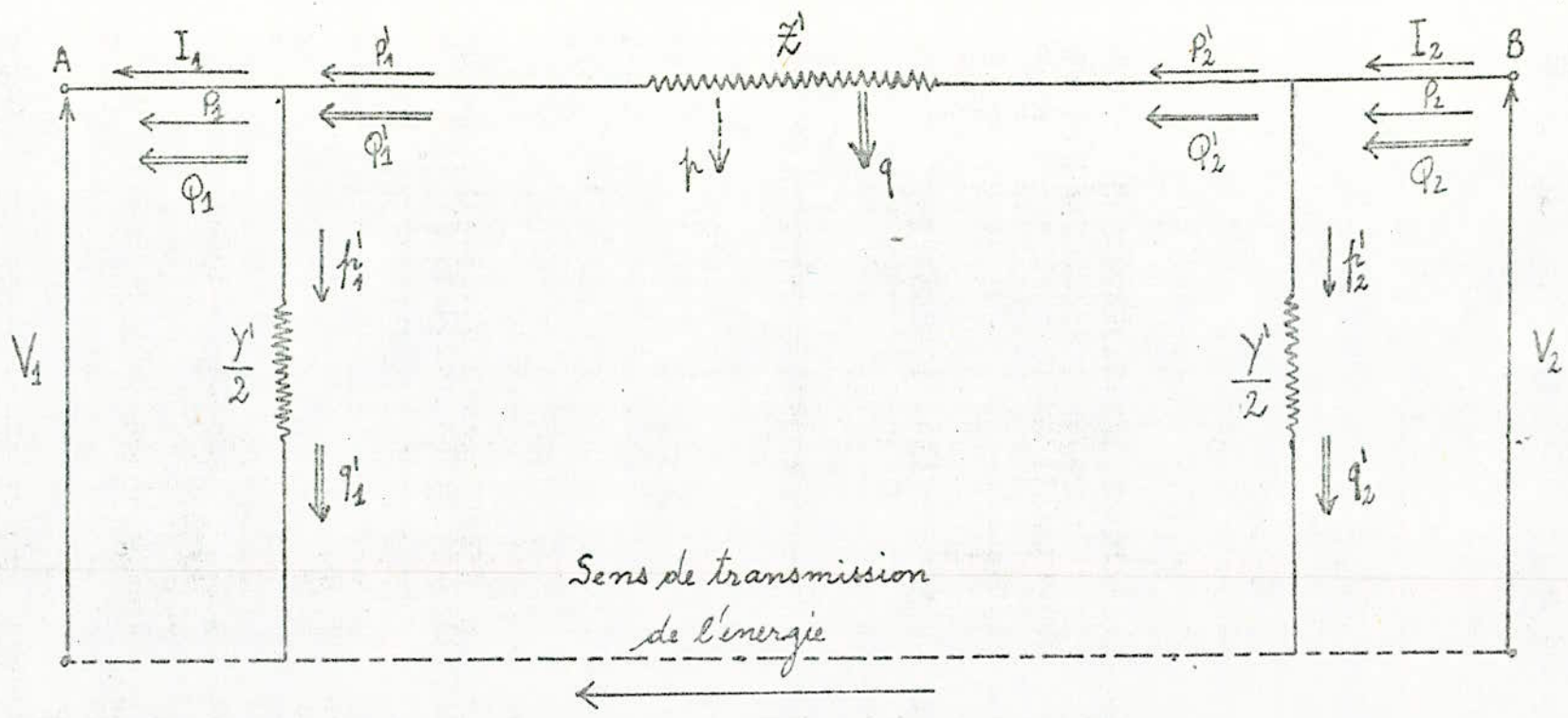
$$q_1' = -\frac{B'}{2} V_1^2 < 0$$

$$q_2' = -\frac{B'}{2} V_2^2 < 0$$

On essaye de maintenir constante la tension à l'extrémité réceptrice V_1 et l'on étudiera les variations de la tension à l'extrémité génératrice V_2 lorsque la charge varie. Soit φ_1 le déphasage à l'extrémité réceptrice A, le régime en A est caractérisé par la puissance active P_1 et la puissance réactive $Q_1 = P_1 \tan \varphi_1$.

* Déphasage constant puissance variable: On fera varier P_1 en maintenant φ_1 constant.

A vide ($P_1 = 0, Q_1 = 0$) la puissance réactive négative q_1' produite en A se dirige vers B à travers l'impédance Z' , une faible partie de cette puissance réactive est absorbée par les pertes réactives positives q dues à l'inductance série, le reste parvient en B et se combine avec la puissance réactive q_2' pour constituer la puissance réactive totale $Q_2 = q_1' + q_2' + q$ négative, donc fournie au réseau d'alimentation,



fig(I, II, 1)

le passage de la puissance réactive dans l'impédance Z donne lieu à une chute de tension de A vers B, ou si l'on préfère, à une élévation de tension B vers A. La puissance active P_2 fournie au circuit est la somme positive $P_2 = P_1 + P_2' + P$ des pertes par conductance ($P_1' + P_2'$) et de la perte joule P . ○

En charge:

Supposant, comme exemple un déphasage arriéré en A, $\varphi_1 > 0$ ainsi que P_1 et Q_1 , la perte active totale ($P_1' + P_2' + P$) > 0 toujours, il en est donc de même de la puissance active à l'extrémité d'alimentation $P_2 = P_1 + P_1' + P_2' + P$.

La perte réactive totale ($q_1' + q_2' + q$) se compose d'une partie négative, sensiblement constante ($q_1' + q_2'$) et d'une partie positive q , croissant avec la charge, la puissance réactive à l'extrémité d'alimentation est $Q_2 = Q_1 + q_1' + q_2' + q$.

Lorsque la charge croît, Q_2 croît proportionnellement à la puissance active P_2 , q croît proportionnellement à la racine carrée de ($P_1'^2 + Q_1'^2$) c'est à dire à V_1 . La chute de tension dans le sens \overrightarrow{AB} diminue progressivement et s'annule pour une certaine valeur de la charge P_1 , à ce moment $V_2 = V_1$. Si la charge croît encore $V_2 > V_1$ et il y a chute de tension dans le sens \overrightarrow{BA} de la transmission de l'énergie comme dans le cas d'un circuit sans capacité ni conductance transversale, cette chute de tension, croît avec la charge. La puissance réactive Q_2 négative aux faibles charges (déphasage avant), décroît en valeur absolue lorsque la charge augmente; en effet, q_1' est constant et < 0 , $q_2' < 0$, croît lentement en même temps que V_2 ; Q_1 et q , positifs, croissent. Q_2 s'annule et change de signe lorsque $Q_1 + q = -(q_1' + q_2')$; à partir de ce moment, le déphasage est arriéré aux deux extrémités de la ligne.

En résumé, lorsqu'on fait croître la charge à déphasage constant depuis zéro, l'élévation de tension initiale du régime, à vide, se transforme à partir

d'une certaine charge en une chute de tension qui, croît, continuellement avec la charge. Si la charge a un $\cos \varphi$ A.R, le $\cos \varphi$ à l'extrémité d'alimentation est A.V aux faibles charges, A.R aux fortes charges.

* Puissance constante, déphasage variable compensation :

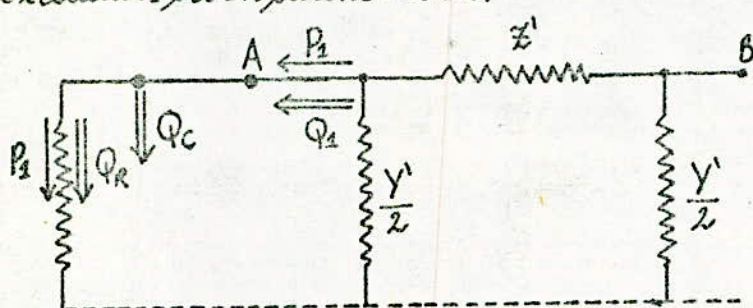
Si, pour une puissance donnée P_2 à l'extrémité réceptrice, on fait varier le déphasage φ_2 ou, ce qui revient au même, la puissance réactive Q_2 , il est évident d'après ce qui vient d'être vu qu'on modifie la tension en B. En effet, cela revient à faire varier Q_1 et, par suite, l'élévation de tension ou la chute de tension dans l'impédance Z . Si, partant d'une valeur positive élevée de Q_2 correspondant à une chute de tension dans le sens \vec{BA} , on diminue Q_2 , la chute de tension diminue en même temps; elle s'annule pour une valeur de Q_2 positive ou négative qui dépend de la valeur de la charge P_1 . Elle se transforme ensuite en une élévation de tension dans le sens \vec{BA} .

On utilise cette propriété pour régler la variation de tension dans le circuit par le procédé de la compensation. Il consiste, à injecter à l'extrémité réceptrice une puissance réactive de grandeur et de sens convenables. La puissance réactive de compensation dépend de la valeur de la charge et de son déphasage, si aux faibles charges il ya élévation de tension dans le sens \vec{BA} , il faut, pour la transformer en une chute de tension donnée, faire absorber de la puissance réactive par le compensateur. Si, aux fortes charges, la chute de tension dans le sens \vec{BA} est trop grande, il faut fournir de la puissance réactive par le compensateur. Pour calculer la puissance de compensation Q_c nécessaire, à l'obtention d'une chute de tension déterminée, pour une charge donnée, on détermine, sans s'occuper de la puissance réactive réellement consommée par les circuits récepteurs Q_R , la puissance réactive Q_1 produisant la chute de

de tension voulue, on a alors la relation algébrique

$$Q_C = Q_1 - Q_R \quad , \quad Q_C < 0 \text{ pour une absorption d'énergie réactive.}$$

Si l'on emploie, comme compensateur, une machine synchrone, celle-ci peut absorber ou fournir de la puissance réactive selon qu'elle fonctionne en sous-excitation ou en sur-excitation.



* Régime caractéristique et fonctionnement de la ligne à ce régime:

ce régime est sans onde de retour, les ondes réfléchies de tension et de courant disparaissent lorsque $N=0$ dans les équations (II, 6), comme $N = \frac{V_1 - Z_c I_1}{2} \Rightarrow$

$$V_1 = Z_c I_1 \Rightarrow Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = Z_c$$

ainsi l'impédance apparente du circuit relié à l'extrémité réceptrice de la ligne est égale, en module et en argument, à l'impédance caractéristique, seul subsiste le système d'ondes incidentes, à l'intérieur duquel la relation $Z_c = \frac{V}{I}$ est satisfaite en tous points. En tout point du circuit l'impédance apparente est égale à l'impédance caractéristique.

de point de vue énergie il correspond au régime de charge où la puissance réactive inductive absorbée par le circuit est équilibrée exactement par la puissance capacitive qu'il fournit, on a donc $q'_1 + q'_2 + q = 0$ d'où $Q_2 = Q_1$.

fonctionnement en ce régime:

$$\frac{V_2}{I_2} = \frac{V}{I} = \frac{V_1}{I_1} = Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

reprenant les équations (II, 7) avec $V_1 = Z_c I_1$:

$$\left. \begin{aligned} V &= V_1 \operatorname{ch} n x + Z_c I_1 \operatorname{sh} n x \\ I &= V_1 \frac{\operatorname{sh} n x}{Z_c} + I_1 \operatorname{ch} n x \end{aligned} \right\} (\Pi, \neq) \Rightarrow \left. \begin{aligned} V &= V_1 e^{n x} \\ I &= I_1 e^{n x} \end{aligned} \right\}$$

Les tensions et courants le long de la ligne ont donc pour expressions :

Extrémité réceptrice ($x=0$) : V_1, I_1

Point quelconque d'abscisse x :

$$V = V_1 e^{\alpha x} \sqrt{\beta x}$$

$$I = I_1 e^{\alpha x} \sqrt{\beta x}$$

Extrémité d'alimentation $x=X$:

$$V_2 = V_1 e^{\alpha X} \sqrt{\beta X}$$

$$I_2 = I_1 e^{\alpha X} \sqrt{\beta X}$$

On peut calculer les puissances actives et réactives le long de la ligne on a :

$$I = \frac{V}{Z_c} = \frac{V}{Z_c} L-S$$

alors on trouve :

$$S = P + j Q = VI^* = \frac{|V|^2}{Z_c} (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

Point quelconque d'abscisse x :

$$P_c = \frac{|V|^2}{Z_c} \cos \varphi = \frac{|V_1|^2 e^{2\alpha x}}{Z_c} \cos \varphi = P_{1c} e^{2\alpha x}$$

$$Q_c = \frac{|V|^2}{Z_c} \sin \varphi = \frac{|V_1|^2 e^{2\alpha x}}{Z_c} \sin \varphi = Q_{1c} e^{2\alpha x}$$

Conclusion :

1° Les valeurs efficaces de la tension et du courant varient exponentiellement le long de la ligne en décroissant de l'extrémité d'alimentation à l'extrémité réceptrice, le facteur d'amortissement est la constante d'atténuation $\alpha = \frac{r}{2Z_c}$.

2° La puissance caractéristique ne dépend que de la tension, du module et de l'argument de l'impédance caractéristique, elle est indépendante de la longueur de la ligne.

VII L'ENERGIE REACTIVE, SA COMPENSATION

VII.1) Le réseau de transport est lui-même une source non négligeable d'énergie réactive, qui en transitant par la ligne elle-même, provoque, à travers son impédance, une remontée de tension qui peut atteindre des valeurs dangereuses pour l'isolement du matériel, c'est pour cela que dans certains cas il doit faire appel à d'autres moyens de compensation, qui sont souvent consommateurs que fournisseurs d'énergie réactive, ce sont les compensateurs synchrones ainsi que les bobines d'inductance et les condensateurs séries, les plus utilisés sont les compensateurs synchrones, ce sont des moteurs synchrones tournant à vide dont l'excitation est réglée pour fournir ou absorber la puissance réactive, cette puissance permet d'ajuster la tension du réseau. Ils sont raccordés par le tertiaire des transformateurs THT/HT, leurs puissances nominales sont de quelques mégavars (jusqu'à 20 MVAR), leur excitation est commandée par un régulateur auquel on impose la fonction tension du réseau de transport, ce qui favorise et assure un programme d'échange de réactif, et en plus le maintien de la stabilité dynamique par leurs caractéristiques mieux adaptés que les condensateurs, mais leurs pertes sont plus élevées que de celle-ci (condensateurs statiques).

VII.2) Diagramme des admittances:

ce diagramme est construit sur la base d'un schéma équivalent en π .

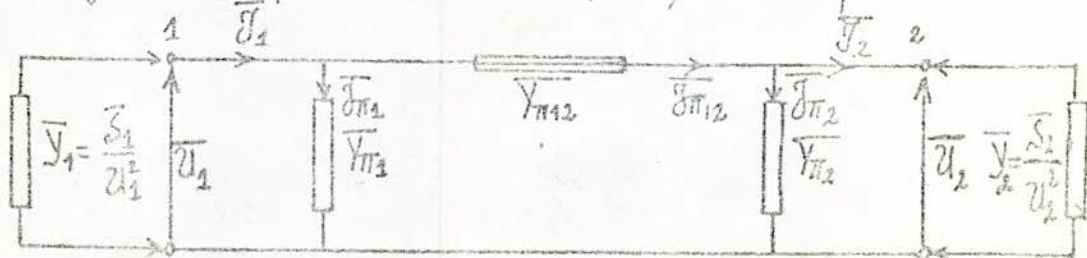


Schéma équivalent d'un quadripôle en T.H.T fig (IV, II, 1)

D'après la loi de Kirchhoff:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{\pi 1} + \bar{I}_{\pi 2} \quad ; \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_{\pi 2} - \bar{I}_{\pi 1}$$

puisque:

$$\bar{I}_1 = \bar{u}_1 \bar{Y}_1, \quad \bar{I}_2 = \bar{u}_2 \bar{Y}_2, \quad \bar{I}_{\pi 1} = \bar{u}_1 \bar{Y}_{\pi 1}, \quad \bar{I}_{\pi 2} = \bar{u}_2 \bar{Y}_{\pi 2}, \quad \bar{I}_{\pi 12} = (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \bar{Y}_{\pi 12}$$

On a:

$$\bar{u}_1 \bar{Y}_1 = \bar{u}_1 \bar{Y}_{\pi 1} + (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \bar{Y}_{\pi 12}, \quad \bar{u}_2 \bar{Y}_2 = (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \bar{Y}_{\pi 12} - \bar{u}_2 \bar{Y}_{\pi 2}$$

d'où:

$$-\bar{Y}_1 = \frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1} \bar{Y}_{\pi 12} - (\bar{Y}_{\pi 1} + \bar{Y}_{\pi 12}), \quad (\text{IV, II, 1})$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} \bar{Y}_{\pi 12} - (\bar{Y}_{\pi 2} + \bar{Y}_{\pi 12}), \quad (\text{IV, II, 2})$$

avec: $\bar{u}_1 = u_1 e^{j\beta_1}$, $\bar{u}_2 = u_2 e^{j\beta_2}$, $\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1} = \frac{u_2}{u_1} e^{j(\beta_2 - \beta_1)}$

Les équations (IV, II, 1) et (IV, II, 2) se représentent par les diagrammes suivants:

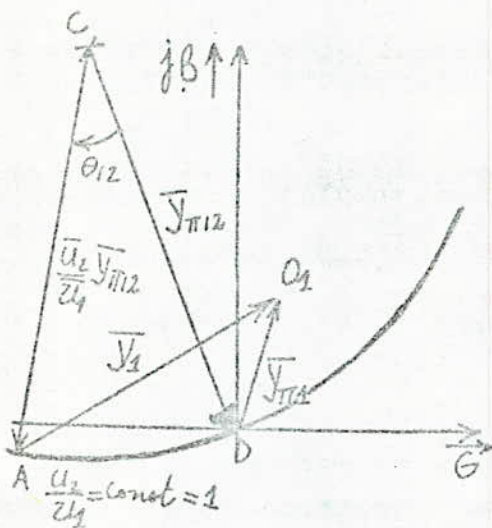


Diagramme d'entrée f(IV, II, 2)

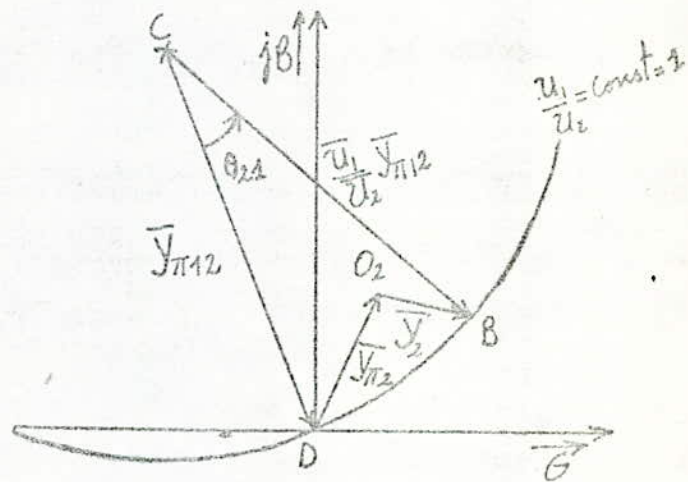
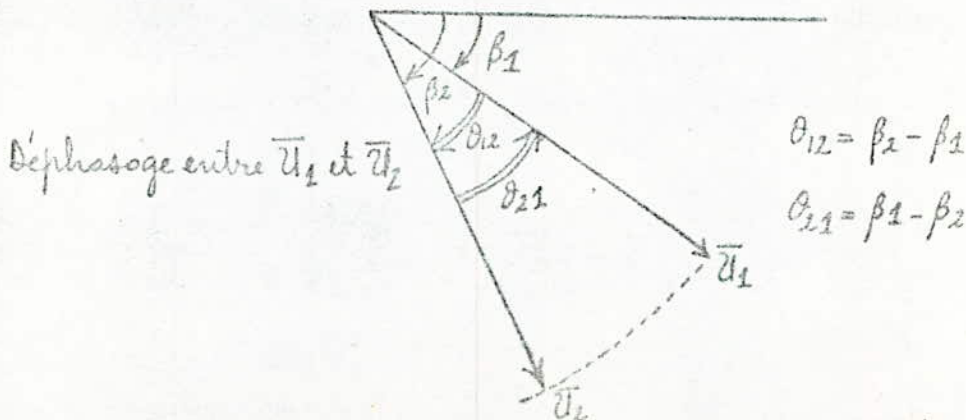


Diagramme de sortie f(IV, II, 3)



les diagrammes de cercle présentés par les fig (IV, II, 2) et fig (IV, II, 3) pour un cas particulier ($U_1 = U_2$).

On peut superposer l'un sur l'autre et obtenir le diagramme universel qui s'applique à tous les régimes possibles du quadripôle et il est valable quel que soit U_1 et U_2 , sa construction s'appuie sur le schéma équivalent en π fig (II, II, 1)

On le trace de préférence sur papier millimétré, les quatre points C, D, O_1 et O_2 (fixés) de la façon suivante.

- Le point "C" arbitrairement

Le point "D" au bout du vecteur $\vec{CD} = \vec{Y}_{\pi 12}$

Le point " O_1 " au bout du vecteur $\vec{DO_1} = \vec{Y}_{\pi 2}$

Le point " O_2 " au bout du vecteur $\vec{DO_2} = \vec{Y}_{\pi 2}$

fig (IV, II, 4)

il suffit de diviser le vecteur CD en n parties égales ($n = 10$) et de tracer les arcs concentriques de rapport des tensions qui diffèrent de $\frac{1}{n}$, les mêmes arcs correspondent:

A l'entrée (arrivée) au rapport $\frac{U_2}{U_1} = \frac{CA}{CD}$

A la sortie au rapport $\frac{U_1}{U_2} = \frac{CB}{CD}$

A cet inversion du rapport des tensions correspond aussi le changement du signe de l'angle de déphasage:

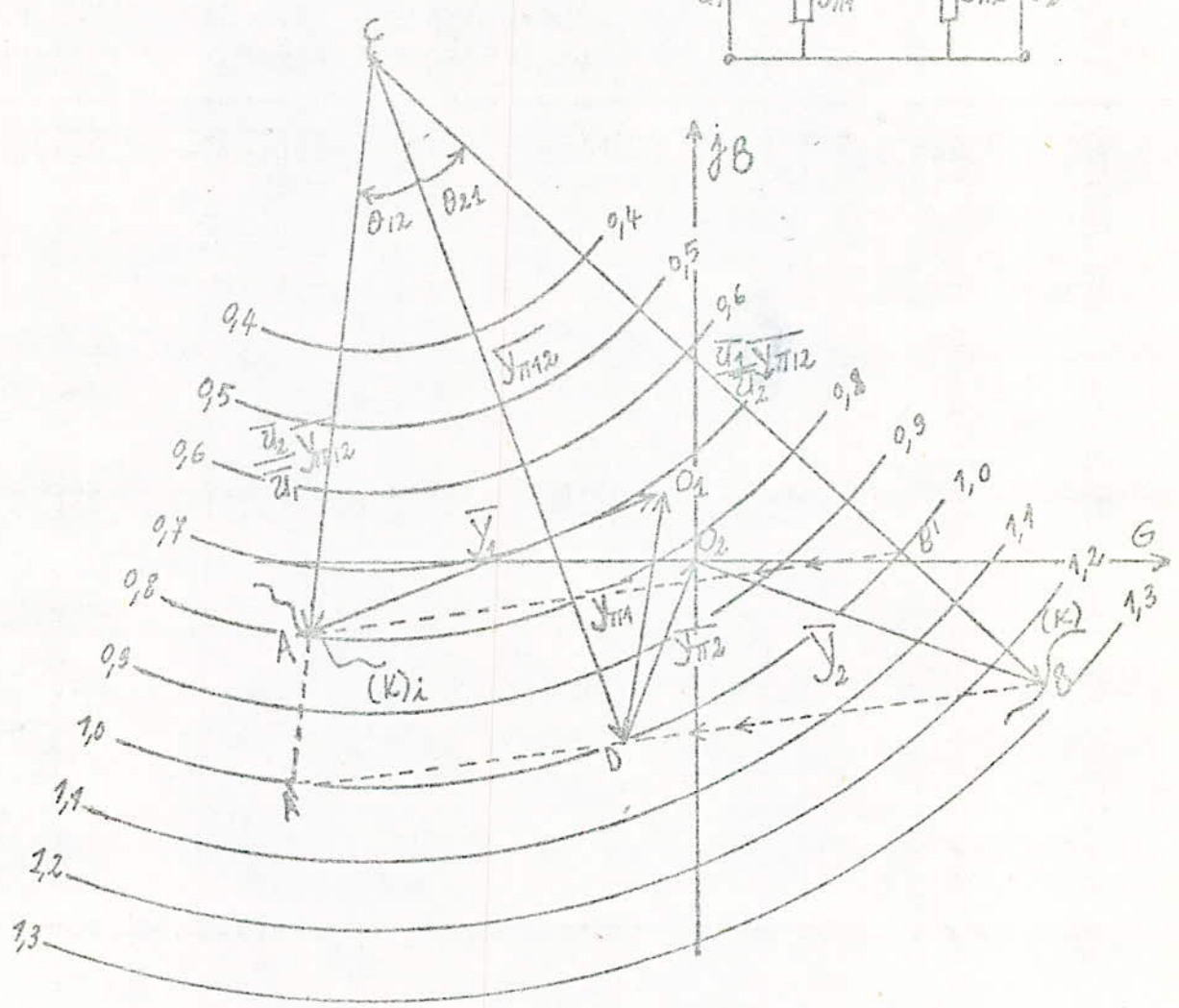
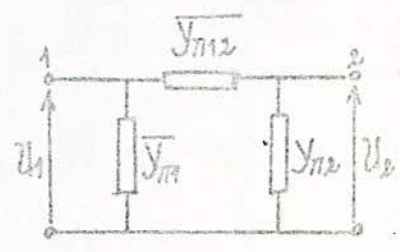
$$\hat{DCA} = \theta_{12} = -\theta_{21} = -\hat{DCB}$$

En effet les vecteurs $\vec{CA} = \vec{CD} \frac{U_2}{U_1}$ et $\vec{CB} = \vec{CD} \frac{U_1}{U_2}$ sont liés par l'inversion par rapport au vecteur stable $\vec{CD} = \vec{Y}_{\pi 12}$

$$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = \vec{CD}^2 \text{ ou } (\vec{Y}_{\pi 12} + \vec{Y}_{\pi 2} - \vec{Y}_1) (\vec{Y}_{\pi 12} + \vec{Y}_{\pi 2} + \vec{Y}_2) = \vec{Y}_{\pi 12}^2$$

si un de ces vecteurs (par exemple \vec{CB}) glisse sur une courbe quelconque (k), l'autre (alors \vec{CA}) doit glisser suivant une courbe inverse (k); envers \vec{CD} avec $\vec{CB} = \vec{Y}_{\pi 12}$

Echelle [mS]



fig(II II 4)

La construction précédente trouve son application toute la théorie d'inversion. (ANEXE partie II)

IV, III, Étudions le cas de la compensation d'énergie réactive à la sortie du quadripôle.

fig (IV, III, 1)

$Y_{11} = Y_{12} = Y_{21} = j \frac{wC}{2}$ (Ligne de transport en THT), ($O_1'' = O_2'' = O_1'$)

On applique le diagramme au condition de la charge on distingue deux groupes de problèmes.

IV, III, a) La tension est déterminée au même bout de la charge.

U_2 et \bar{S}_2 (ou $\bar{S}_2 = P_2 + jQ_2$) donnés on met sur le diagramme l'admittance de la sortie (recepteur) $\overline{O_2 B} = \bar{Y}_2$

si la puissance est donnée on calcule l'admittance $\bar{Y}_2 = \frac{\bar{S}_2}{U_2^2} = \frac{P_2}{U_2^2} + j \frac{Q_2}{U_2^2}$
(voir ANEXE Partie I)

De l'endroit B sur fig (IV, III, 1) On peut déterminer le rapport de tensions

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{CB}{CD} = t_1 \implies U_1 = U_2 t_1 \text{ (la tension inconnue)}$$

pour trouver \bar{Y}_1 à l'entrée on inverse \overline{CB} on détermine ainsi A''

$$\overline{CA} = \frac{\overline{CB}^2}{\overline{CD}} \text{ (voir ANEXE partie II) et relie } A'' \text{ avec } O_1''$$

$$\overline{AO_1} = \bar{Y}_1 = G_1 + jB_1.$$

La puissance correspondante est $\bar{S}_1 = U_1^2 \bar{Y}_1 = U_1^2 (G_1 + jB_1) = P_1 + jQ_1.$

$$\text{avec } P_1 = U_1^2 G_1, \quad Q_1 = U_1^2 B_1.$$

Evidemment si on change les données pour U_1 et $\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1.$

La construction géométrique est identique.

IV, III, b) La tension est déterminée au bout autre que celui de la charge:

le plus important problème est:

U_1 et $\bar{S}_2 = P_2 + jQ_2$, puisque l'admittance \bar{Y}_2 ne peut pas être déterminée

sans connaissance de la tension U_2 .

Nous allons trouver la solution à l'aide des lieux géométriques.

Prenons deux lieux géométriques.

i) Un foyer $P_2 = \text{const}$, puisque on le connaît l'avance $\varphi_2 = \arctg \frac{P_2}{P_1}$ est, c'est une droite (d) qui passe par O_2'' sous l'angle φ'' à l'axe des abscisses G. fig (IV, III, 2)

ii) Un arc de foyer $U_1 = \text{constante}$ et la puissance $P_2 = \text{const}$ mais $\varphi_2 = \varphi$ variable.

En fixant en C'' comme origine des coordonnées rectangulaires (x, y)

on peut écrire pour un point B_1'' placé sur la courbe choisie on a :

$$\overline{Y_{\pi 12}} + \overline{Y_{\pi 2}} + \frac{\overline{S_2}}{U_1^2} \left(\frac{\overline{U_1^2}}{U_2^2} \right) - \overline{Y_{\pi 12}} \frac{\overline{U_1}}{U_2} = 0$$

$$\text{prenant } \overline{Y_{\pi 12}} \frac{\overline{U_1}}{U_2} = \overline{CB_1} = x + jy \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = \left(\frac{CB_1}{CD} \right)^2 = \frac{x^2 + y^2}{y^2_{\pi 12}}$$

$$\overline{Y_{\pi 12}} + \overline{Y_{\pi 2}} + \frac{\overline{S_2}}{U_1^2} \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 - \overline{Y_{\pi 12}} \frac{\overline{U_1}}{U_2} = 0$$

$$\text{on: } G_{\pi 12} + G_{\pi 2} + \frac{P_2}{U_1^2} \times \frac{x^2 + y^2}{y^2_{\pi 12}} - x = 0 \tag{IV, III, b, 1}$$

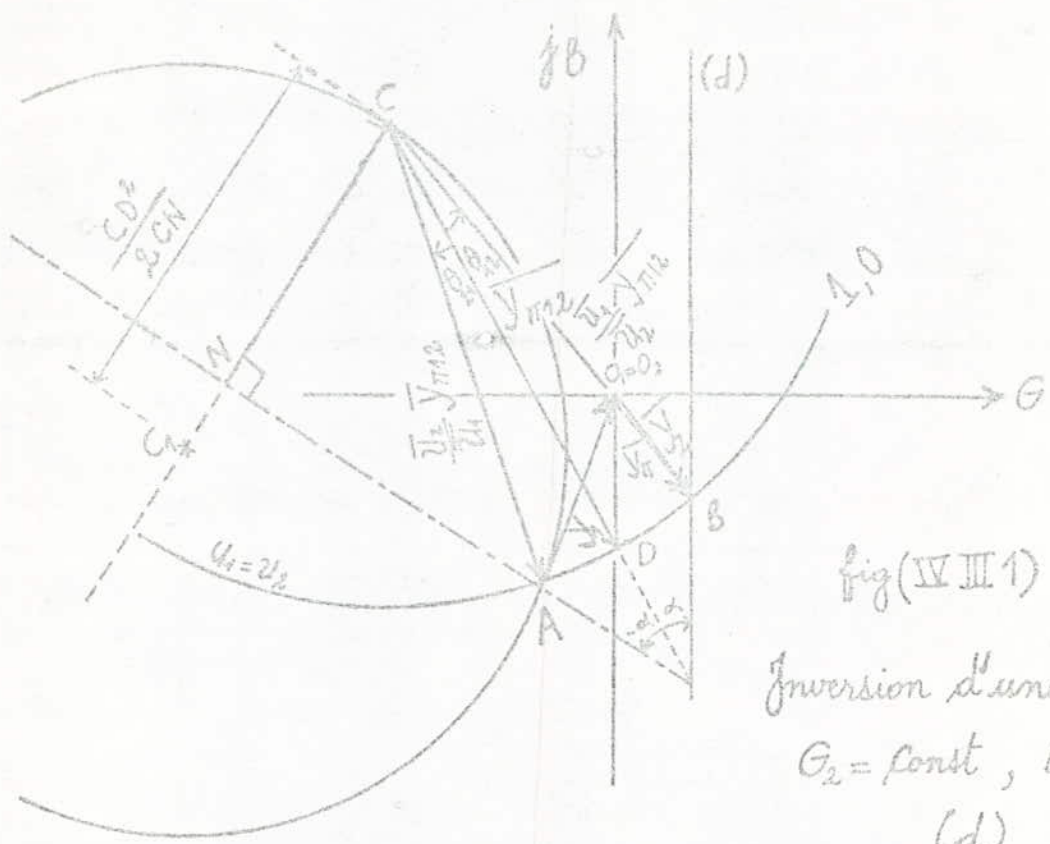
$$B_{\pi 12} + B_{\pi 2} + \frac{Q_2}{U_1^2} \times \frac{x^2 + y^2}{y^2_{\pi 12}} - y = 0 \tag{IV, III, b, 2}$$

Pour $P_2 = \text{const}$ et $U_1 = \text{const}$ on obtient de l'équation (IV, III, b, 1) un arc

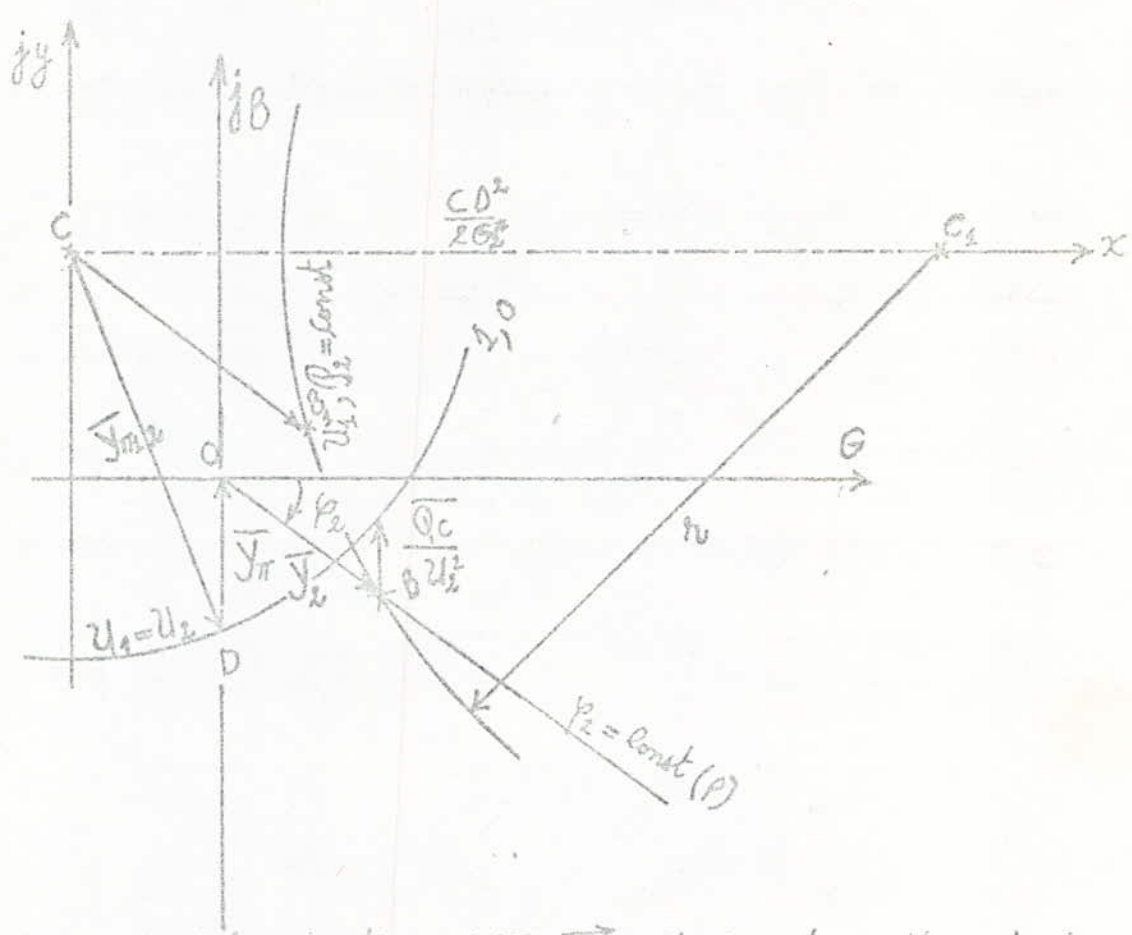
$$\left[x_{C_1} = \frac{y^2_{\pi 12}}{2 P_2 / U_1^2}, y_{C_1} = 0 \right] \quad r = \sqrt{x_{C_1} [x_{C_1} - 2(G_{\pi 12} + G_{\pi 2})]}$$

Centre du cercle. rayon du cercle.

Le point B'' intersection de ce cercle et de la droite (d) est le point B d'où : $\overline{O_2 B} = \overline{Y_2}$.



fig(IV III 1)
 Inversion d'une droite
 $G_2 = \text{const}$, b_2 variable
 (d)



fig(IV, III 2) Determination de $\bar{y}_2 = \vec{OB}$, à l'intersection d'une droite
 $\varphi = \text{const}$ et du cercle $u_2 = \text{const}$, $P_2 = \text{const}$.

VII Utilisation du diagramme des admittances pour résoudre le problème de la compensation de l'énergie réactive.

Un compensateur synchrone est conçu pour donner de la puissance réactive capacitive et la puissance réactive inductive dans la proportion de $\frac{0,6}{1}$ (Par construction de l'usine)

On a tiré d'un livre Polonais les caractéristiques d'une ligne 400kV:

$$R(r/Km) = 0,0994 \implies R = 119,28 \Omega$$

$$2r_{eq} = 24,2 \text{ mm} \quad r_{eq} : \text{rayon moyen équivalent d'un faisceau.}$$

$$b_{moy} = 12980 \text{ mm} \quad b_{moy} : \text{moyenne géométrique des trois distances entre conducteurs pris deux à deux.}$$

$$H_{moy} = 24000 \text{ mm} \quad H_{moy} : \text{moyenne géométrique des trois hauteurs des trois conducteurs par rapport à la terre.}$$

$$C = \frac{9,0556}{\ln \frac{2Hb_{moy}}{\sqrt{(2H)^2 + b_{moy}^2}}} \times 10^{-6} \text{ F/Km}, \quad L = 4,6 \left(\ln \frac{b_{moy}}{0,78r_{eq}} \right) \cdot 10^{-4} \text{ en H/Km}$$

Application Numérique :

$$C_0 = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ F/Km} \implies C = 2,64 \cdot 10^{-5} \text{ F (Capacité de la ligne)}$$

$$L_0 = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ H/Km} \implies L = 1,43 \text{ H/Km (inductance " ")}$$

$$\text{donc : } \bar{Z}_L = 119,28 + j543,94 (\Omega) \text{ Impédance de la ligne.}$$

$$\text{donc } \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}_L} = \bar{Y}_{\pi 12} = 0,4 - j1,8 \text{ (mS)} \\ \bar{Y}_{\pi} = j\frac{\omega C}{2} = 4,1 \text{ (mS)} \end{array} \right.$$

$\bar{Y}_{\pi 12}$ et \bar{Y}_{π} les éléments de base du quadripôle sur lequel

repose le diagramme circulaire des admittances.

La construction de ce diagramme, comme a été dit au début de ce chapitre avec la droite (d) et tel que $\frac{P_2}{U_2^2} = G_2 = \text{Constante}$.

* du diagramme on tire :

$$\frac{Bd_1(\text{mm})}{Od_2(\text{mm})} = \frac{8}{4,8} = 1,66\dots$$

Le cercle qui peut justifier, cette valeur on comprenant les deux points d_1 et d_2 est bien a : $\frac{U_1}{U_2} = 1,22$

$$\text{d'où : } U_1 = 1,22 U_2 = 1,22 \times 400 = 488 \text{ kV.}$$

On peut aisement valuer la puissance réactive, capacitive que fournit le compensateur synchrone dans le cas envisagé ($P_2 = 200 \text{ MW}$, $\cos \varphi = 0,8$)

$$Bd_1 = 0,8 \text{ cm} \iff Bd_1(\text{ms}) = 0,8 \times 0,2 = 0,16(\text{ms})$$

Or d'après annexe partie I" $\bar{S} = U^2 \bar{Y}$, $U = U_2$, $\bar{S} = Q_c$, $\bar{Y} = jB$

$$\text{donc } \bar{S} = \bar{Q}_c = U_2^2 \times B = 400^2 \times 0,16 \times 10^3 = 256 \text{ MVAR}$$

$$Q_c = 256 \text{ MVAR}$$

Conclusion

Le diagramme nous permet de fixer U_1 et U_2 une fois la puissance active et le $\cos \varphi$ du récepteur sont connus.

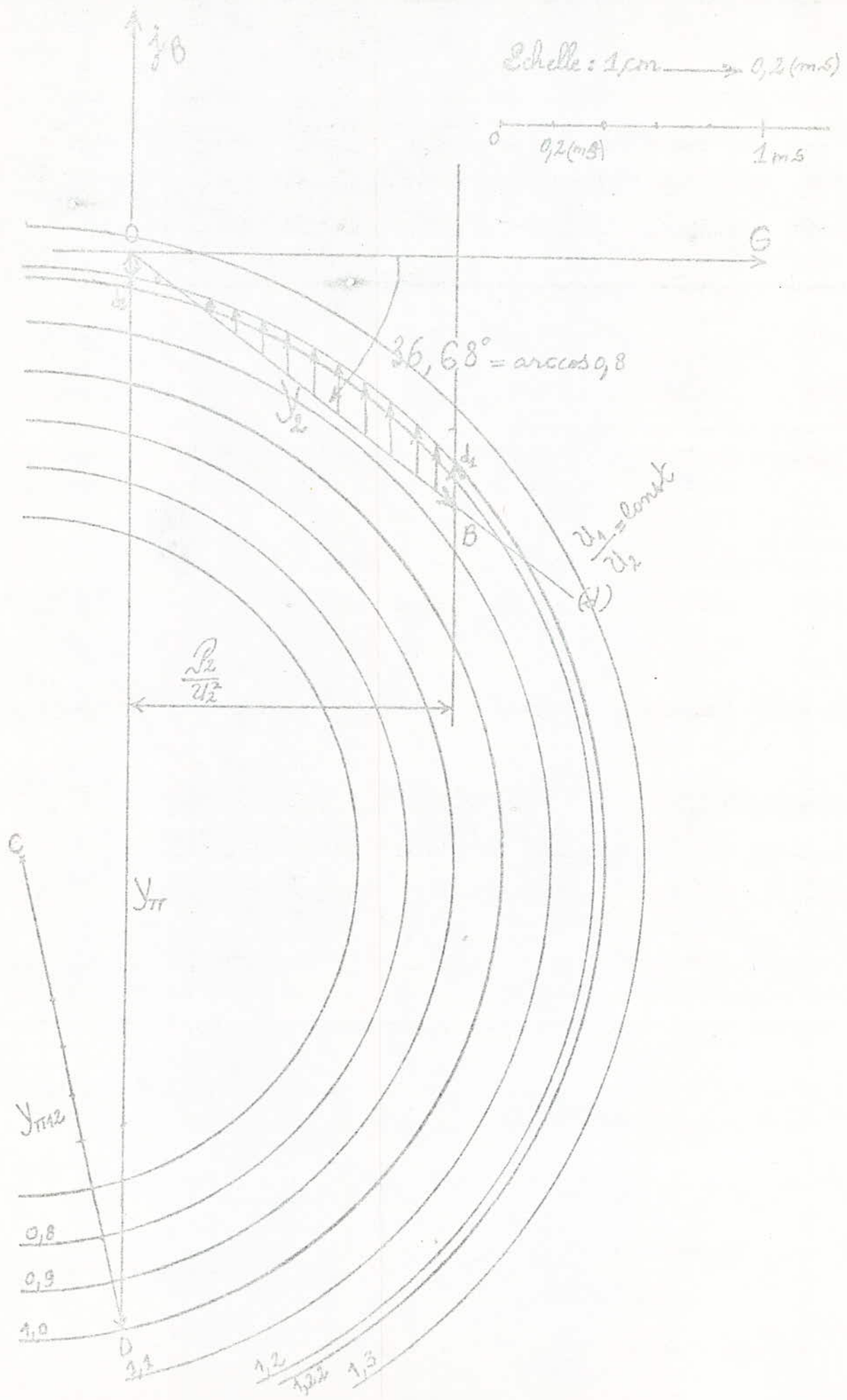
Ce diagramme peut être utilisée pour différentes cas :

$$P_2 = \text{const} , U_2 = \text{const}$$

$$Q_2 = \text{const} , U_1 = \text{const}$$

$$Q_2 = \text{const} , U_2 = \text{const}$$

Cette élargissement est faite et peut être justifier par les équations (IV, III, b, 1) et (IV, III, b, 2) du même chapitre.



conclusion

D'après l'étude théorique et expérimentale qu'on a fait pour traiter ce projet, nous avons dégagé le problème de la surtension qui surgit dans les cas suivants:

- A vide
- Lors d'un régime transitoire dû à de mauvaises conditions atmosphériques (foudre, orage...) ou à de fausses manœuvres (la fermeture ou bien l'ouverture brusque d'une ligne...)
- En charge avec compensation non ajustée.

Pour remédier à ce problème de la surtension qui cause des dégâts aux éléments de la ligne tels que transformateurs, générateurs... etc) on doit se pencher sérieusement sur la coordination de l'isolement.

Pour notre modèle de ligne on fera remarquer qu'il n'est pas aussi parfait qu'il doit l'être en effet, on a $\frac{X}{R} = 1,3$ alors que on devrait avoir $\frac{X}{R} \gg 3$ (une condition remplie en T.H.T), ce qui nécessite un changement des éléments constituant le modèle (résistance, bobine)

Nous estimons que suivant le matériel mis à notre disposition et la documentation fournie, nous avons perçus les problèmes rencontrés dans l'étude de notre sujet.

ANNEXE

Partie I) Définition de la puissance.

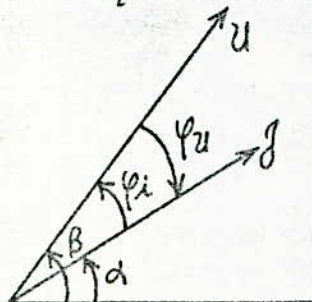
Dans les réseaux à courant alternatif on distingue :

La puissance apparente $S = UI$ ou $U = \left(\frac{1}{T} \int_0^T U_e^2 dt \right)^{1/2}$, $I = \left(\frac{1}{T} \int_0^T I_e^2 dt \right)^{1/2}$

La puissance active $P = \frac{1}{T} \int_0^T U_e I_e dt$ est la valeur moyenne.

La puissance réactive $Q = \pm \sqrt{S^2 - P^2}$.

avec $U_e = U_m \sin(\omega t + \beta)$, $I_e = I_m \sin(\omega t + \alpha)$



$$\varphi_u = \alpha - \beta, \quad \varphi_i = \beta - \alpha.$$

donc $\varphi_u = -\varphi_i$.

Déphasage entre U et I

Pour les récepteurs inductifs le courant s'étarde par rapport à la tension.

$$\varphi_u < 0, \quad \varphi_i > 0 \quad (\text{sens trigonométrique sens } +)$$

Pour les récepteurs capacitifs le courant s'avance par rapport à la tension.

$$\varphi_u > 0, \quad \varphi_i < 0$$

Pour les valeurs des puissances on obtient dans le cas des fonctions sinusoidales.

$$S = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = UI$$

$$P = UI \cos \varphi_u = UI \cos \varphi_i$$

$$Q = \pm UI \sin \varphi_u = \mp UI \sin \varphi_i$$

La détermination du signe de la puissance réactive Q a deux possibilités :

1) La puissance réactive inductive est positive et

" " " capacitive est négative
on a alors $Q = UI \sin \varphi_i$

et on peut écrire $\bar{S}' = UI \cos \varphi_i + j UI \sin \varphi_i = UI e^{j\varphi_i} = UI e^{j\beta} \cdot I e^{-j\alpha} = \bar{U} \bar{I}^*$

2) La puissance réactive capacitive est positive et

" " " inductive est négative

donc : $Q'' = UI \sin \varphi_u$

Dans ce cas on peut écrire

$$\bar{S}'' = UI \cos \varphi_u + j UI \sin \varphi_u = UI e^{j\varphi_u} = UI e^{-j\beta} \cdot I e^{+j\alpha} = \bar{U}^* \bar{I}$$

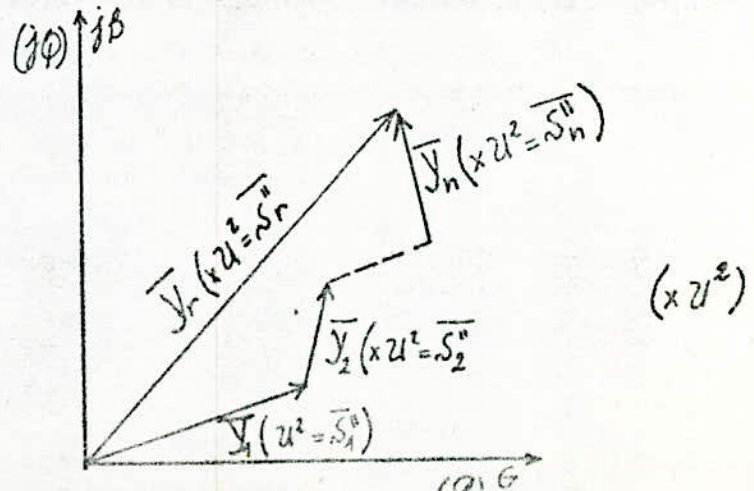
On peut écrire :

$$\bar{S}' = \bar{S}''^* \quad \text{ou} \quad \bar{S}'' = \bar{S}'^*$$

Normalement on admet \bar{S}' puisque dans la majorité des cas la puissance réactive est inductive, mais l'autre définition \bar{S}'' a ses avantages surtout pour les branchements en parallèle :

$$\begin{aligned} \bar{S}'' &= \bar{U}^* \bar{I}_1 + \bar{U}^* \bar{I}_2 + \bar{U}^* \bar{I}_3 + \dots + \bar{U}^* \bar{I}_n = \bar{U}^* (\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n) \\ &= U^2 (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \dots + \bar{Y}_n) = U^2 \bar{Y}_{\text{résultante}} \\ \bar{Y}_{\text{résult.}} &= \sum_{i=1}^n \bar{Y}_i \quad \text{impédance équivalente.} \end{aligned}$$

En conséquence le diagramme des admittances fig (a) peut être transformé en diagramme de puissance par la deuxième définition \bar{S}'' (on multiplie par U^2 ou on change l'échelle), c'est pour cela que pour le diagramme circulaire des admittances on a pris $\bar{S}'' = \bar{U}^* \bar{I} = U^2 \bar{Y}$.



Changement du diagramme des admittances en diag. de puissance.

Partie II) Théorie de l'inversion

L'inversion d'un vecteur \vec{CB} par rapport un vecteur de base constant \vec{CB} est un autre vecteur \vec{CA} tel que :

$$1^\circ \vec{CA} = \frac{CD^2}{\vec{CB}}, \text{ avec } CD^2 \text{ la puissance de l'inversion.}$$

$$2^\circ \text{ et l'angle } \widehat{ACD} = \widehat{DCB}$$

On peut finir sur le cercle, au rayon CD ($\widehat{A'D} = \widehat{DB'}$ ou $CB' = CD = CA'$)

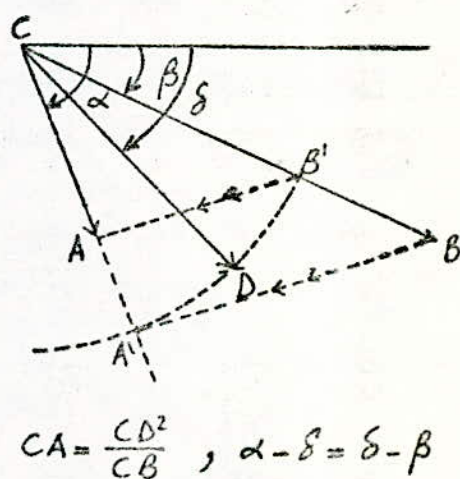
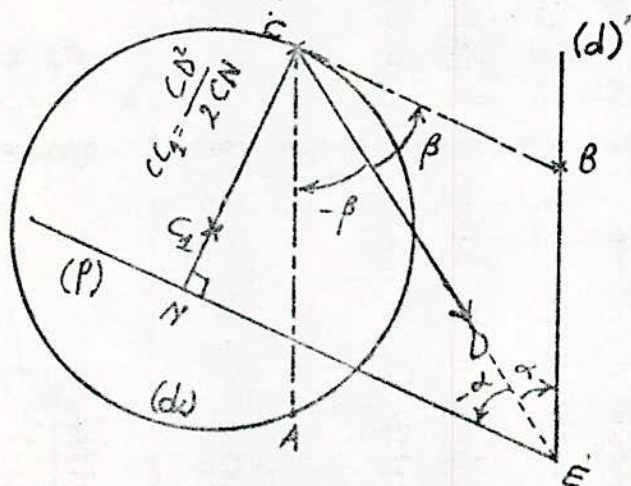
Pour les modules inverses, on désigne une parallèle par B'' à BA'' et on obtient A'' par l'intersection avec CA' . En effet d'après la loi de Thalès

$$\frac{CA}{CA'} = \frac{CB}{CB'}, \text{ mais comme } CA' = CB' = CD$$

$$\text{on a : } CA = \frac{CD^2}{CB}$$

donc l'inverse de n'importe quelle droite qui passe par le centre d'inversion est une droite qui vérifie les conditions précédentes.

En cas d'une droite qui ne passe pas par le centre d'inversion C , l'inversion sera un cercle qui passe par le point (centre) d'inversion. on peut le montrer graphiquement :



$$CA = \frac{CD^2}{CB}, \quad \alpha - \beta = \delta - \beta$$

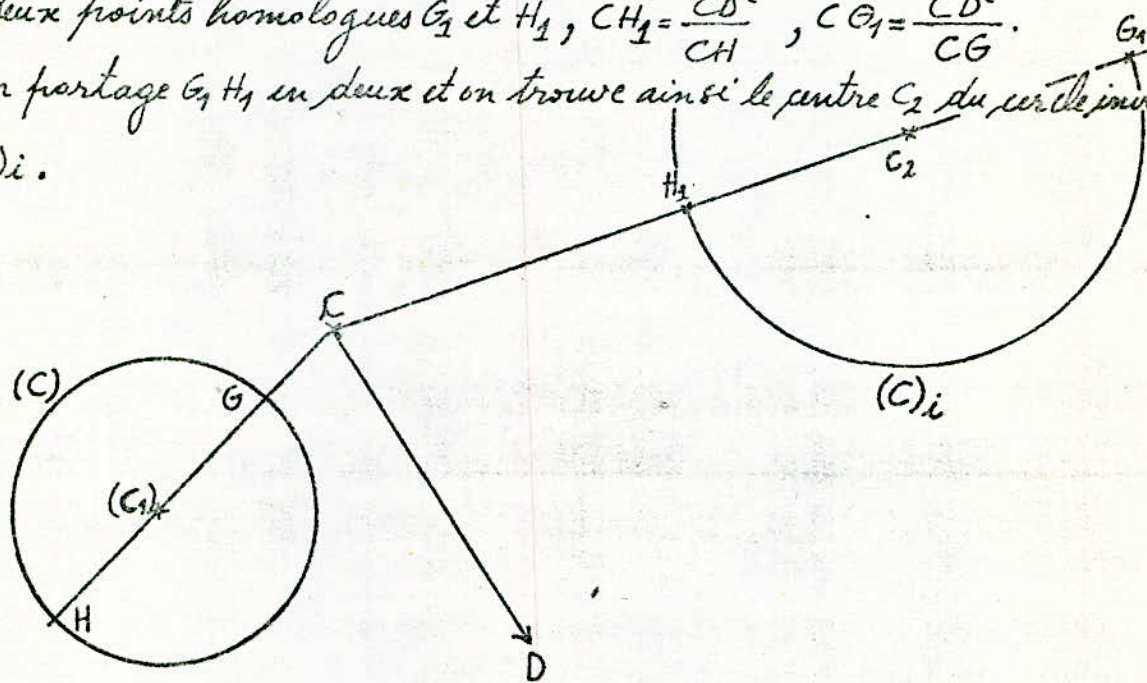
Le cercle de centre (C_1) est l'image inverse de la droite (d) par rapport au vecteur \vec{CB} avec comme centre d'inversion le point C

L'inversion d'un cercle qui passe par le centre d'inversion " C " se fait dans le sens inverse, on relie C_1 et C on mesure $CN = \frac{CD^2}{2CC_1}$ une fois on a N on construit en ce point une perpendiculaire (P) . En fin on la refléchet par rapport à \overline{CD} on obtient la droite (d) .

L'inversion d'un cercle (C) qui ne passe pas par le centre " C " est aussi un cercle $(C)_i$. On peut le construire de la façon suivante :

on passe une droite $(d)_1$ de C par C_1 (centre du cercle (C)) qui détermine les points extrêmes G, H , on inverse la droite $(d)_1$ et trouve sur elle deux points homologues G_1 et H_1 , $CH_1 = \frac{CD^2}{CH}$, $CG_1 = \frac{CD^2}{CG}$.

On partage $G_1 H_1$ en deux et on trouve ainsi le centre C_2 du cercle inverse $(C)_i$.



Inversion d'un cercle qui ne passe pas par le centre d'inversion (C) .

BIBLIOGRAPHIE

- * Circuits et lignes à constantes localisées : Electrotechnique, (François CAHEN)
Tome I et Tome II GAUTHIER, VILLARS 1963.

- * Les réseaux d'énergie électriques
 - Calcul et réglage des réseaux Tome II.
 - Propagation des ondes électriques sur les lignes d'énergie Tome IV.Dunod Technique 1975.

- * Un nouveau programme circulaire d'un quadripôle de transmission
Revue electrotechnique (Polonais) N°5, 1957 Prof. Gottfried Jan.

- * Contribution à l'application du diagramme circulaire des admittances.
Revue electrotechnique (Polonais) N°8, 1959 Prof. Gottfried Jan.

- * Notes de cours de M^le Gottfried Jan.

تم بعون الله تعالى

