

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

2/82

UNIVERSITÉ HOUARI BOUMÉDIENNE

red

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DÉPARTEMENT ÉLECTRICITÉ
FILIERE D'INGÉNIEUR EN ÉLECTROTECHNIQUE



MODELISATION D'UN RESEAU ELECTRIQUE PAR CALCULATRICE

Proposé par :
B. N. GARUDACHAR
Professeur à l'E.N.P.A.

Étudié par :
A. AIT - KHEDDACHE

JUIN 1982



Remerciements

Au terme de ce travail, je tiens à remercier Monsieur B.N. Garudachar, professeur à l'ENPA d'avoir voulu diriger et guider mon travail et qui n'a cessé, malgré ses nombreuses charges à me prodiguer ses conseils.

J'adresse également mes remerciements à tous les professeurs qui ont contribué à ma formation et que tous ceux qui m'ont aidé à effectuer cet ouvrage trouvent ici l'expression de ma gratitude, je remercie particulièrement :

- HAMID pour l'aide qu'il m'a apportée en informatique.
- M^r BERDUAL professeur à l'ENPA pour m'avoir encouragé à terminer ce modeste travail.

- SOMMAIRE -

I - Introduction

II - Methodes topologiques de calcul des réseaux

- Introduction :
- Définitions :
- Theoremes :
- Conception de dualité :
- Graphe associé à un réseau d'énergie :

III ALGÈBRE des MATRICES

- Introduction :
- Définitions fondamentales :
- Matrice d'incidence A :
- Matrice des coupes :
- Matrice des mailles :

IV FORMULATION de la Matrice cyclique de mailles d'un réseau

- Introduction :
- Description de la topologie des réseaux :
- Détermination d'un arbre complet à partir de la liste des éléments :
- A - Description de la méthode :
- B - Constitution de la matrice des impédances de mailles :
- C - Application de la matrice des impédances de mailles :
- NOTATIONS utilisées dans le programme :
- Programme de calcul :
- Développement et présentation du programme :

V ETUDE ET DETERMINATION DE LA MATRICE DES IMPEDANCES DE TRANSFERT

- Introduction :
- Relation entre les tensions et les courants injectés :
- Signification physique des éléments de la matrice des impédances de transfert :
- Variation de la matrice des impédances aux diverses modifications apportées au réseau :
- Algorithmes pour la formulation de la matrice d'impédance Z d'un réseau donné :
- Tableau résumé :
- Conclusion :
- notations utilisées :
- programme de calcul :
- Développement et présentation du programme :

VI ETUDE DES REPARTITIONS DE CHARGES et de PUISSANCE

- Introduction :
- Système d'équation des puissances :
- Equation des sommets consommateurs :
- Traitement de la puissance dans les lignes de transport :

- Techniques de résolution :
 - A. Méthode itérative de Gauss utilisant la matrice d'admittance de transfert :
- Organigramme relatif à la méthode de Gauss :
 - B. Méthode de Newton - Raphson, utilisant la matrice d'admittance de transfert ;
- Organigramme relatif à la méthode de N-R"
 - C. Accélération et convergence :

VII. ANNEXE : RESOLUTION DES SYSTEMES D'EQUATIONS ALGEBRIQUES

- Introduction :
- Méthode itérative de Gauss-Seidel :
- Méthode de résolution des équations non-linéaires (Rappels mathématiques) :

CONCLUSION :

INTRODUCTION

Ce projet consiste en l'étude d'un modèle mathématique appliqué à un réseau électrique.

L'étude des réseaux de transport d'énergie nécessite un modèle de connaissances très vaste et ne peut plus être appréhendée par les méthodes et moyens classiques simples. En effet ces réseaux deviennent de plus en plus complexes par une augmentation de la demande.

L'informatisation d'une telle étude devient indispensable. La formulation algorithmique est établie à partir d'une analyse physique. Le modèle mathématique obtenu présente un nombre d'équations fonction de la complexité du système d'énergie étudié.

Modéliser un système, c'est d'une part, distinguer ses principaux composants (niveau organique : lignes, jeux de barre, centrales...); d'autre part, définir ses fonctionnements (niveau fonctionnel : transiter les puissances d'un point à un autre,.....).

La théorie des graphes sera d'un apport essentiel pour cette étude, et notamment aux chapitres ~~III~~ et (V).

La formation de la matrice d'impédance de transfert est utilisée pour l'étude des répartitions des puissances.

La constitution de la matrice des impédances des mailles (cyclique) à partir du choix d'un arbre complet utilisant la méthode des listes, sert à étudier les courants de court-circuit qui interviennent lors d'un défaut de fonctionnement du réseau.

Ce travail a été réalisé sur ordinateur IBM 370 au Commissariat National à l'Informatique (C.N.I.).

J'ai tout d'abord commencé par :

la description topologique des réseaux:

Puis j'ai successivement introduit les chapitres suivants:

- l'Algèbre des matrices (matrice d'incidence, des coupes, de mailles)
- formulation de la matrice cyclique des mailles à partir d'arbre complet avec programmation.
- formation de la matrice d'impédance de transfert, Algorithme et programmation.
- Application aux répartitions des puissances.
- calculs des courants de court-circuit.

et enfin en annexe j'ai introduit:

- les méthodes itératives de Gauss - Seidel à la résolution des équations linéaires
- Méthodes itératives des équations non linéaires utilisant la méthode de Raphson - Newton.

METHODES TOPOLOGIQUES DE CALCUL DES RESEUX.

1. Introduction :

On appelle topologie, la partie de la géométrie dans laquelle les grandeurs mesurables ne jouent aucun rôle. On considère seulement la topologie des configurations linéaires appelée "théorie des graphes". Cette théorie est très utilisée dans le calcul des réseaux électriques ainsi que dans d'autres domaines techniques.

2 - Définitions :

On donne ci-après sous forme de définitions les généralités indispensables pour l'utilisation de cette théorie.

Définition 1 : Un espace topologique A est dit connexe si, à chaque fois que A est une réunion de deux ouverts disjoints, l'un d'eux est vide (et l'autre est A), autrement dit les seuls ensembles ouverts et fermés sont A et \emptyset .

Définition 2 : On appelle graphe, une figure "connexe" constituée d'éléments et de noeuds appartenant au graphe, il existe au moins un parcours constitué d'éléments du graphe.

Définition 3 : On appelle arbre, un graphe qui peut être construit de la façon suivante : en partant d'un noeud, on additionne à chaque étape un élément dont l'un de ses noeuds est nouveau venu de telle sorte à préserver la connexité.

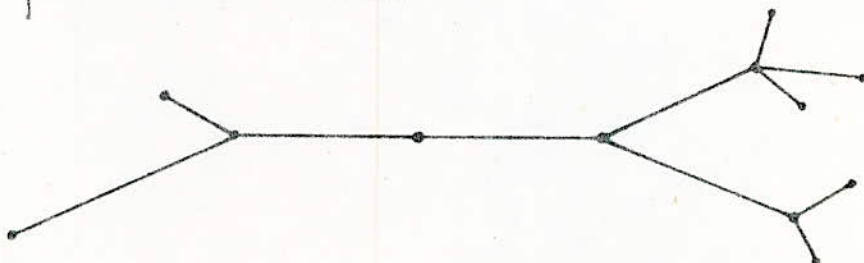
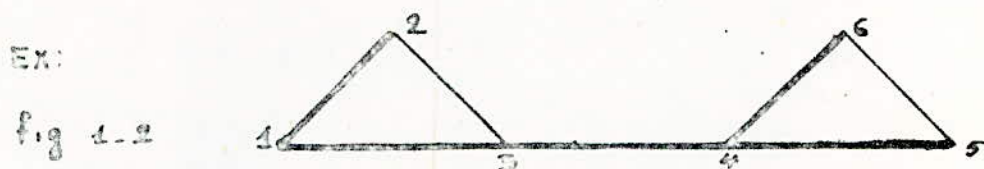


fig 1-1

arbre contenant

$n = 12$
 $e = 11$

Définition 4 : On se donne un graphe, à l'intérieur de ce dernier, il existe au moins un arbre complet qui est un arbre constitué d'éléments ouverts (sans considération de ses extrémités) mais contenant tous les noeuds du graphe, on peut trouver plusieurs arbres complets distincts dans un arbre donné.



En traits renforcés : arbre complet comportant 6 noeuds

Définition 5 : Un parcours dans un graphe est un arbre dont chaque noeud n'appartient qu'à deux éléments, exception faite des noeuds extrêmes.

Définition 6 : Une maille est un circuit graphique dont chaque noeud appartient à deux éléments.

3 - THEOREMES :

De nombreux théorèmes d'algèbre dont on aura besoin seront montrés plus simplement par la voie topologique. Ainsi on énonce quelques théorèmes utiles pour l'étude des réseaux :

Th 1 : Dans un arbre le nombre de noeuds est supérieur d'une unité à celui des éléments dans l'arbre, on a donc :

$$m = b_e + 1$$

où m et b_e désignent respectivement les nombres de sommets et d'éléments dans l'arbre.

Th 2 : Un arbre ne contient aucun parcours fermé.

Th 3 : Entre deux noeuds d'un arbre, il existe un et un seul parcours car l'arbre est un graphe connexe, il ne peut exister deux ou plus, car la partie non commune de ces parcours

constituerait au moins une maille.

Th 4 : Si on supprime un élément ouvert d'un arbre, ce dernier se scinde en deux arbres.

Th 5 : L'arbre est le graphe possédant le plus petit nombre d'éléments, pour un nombre donné de noeuds.

Th 6 : On appelle chaînons, les éléments complémentaires d'un arbre complet dans un graphe, ces éléments joignent deux quelconques de ces noeuds, ce qui n'augmente pas le nombre de ceux-ci.

Th 7 : le nombre total d'éléments du graphe contient le nombre de branches de l'arbre b_0 et le nombre de chaînons l , ainsi on a:

$$b_0 = m - 1 \quad \text{de sorte qu'on écrit } e = b_0 + l = m - 1 + l.$$

Th 8 : le choix d'un arbre complet dans un graphe définit de façon unique un système de $l = b_0 - m + 1$ mailles indépendantes, à chaque chaînon se trouve associée de façon univoque une maille de ce système.

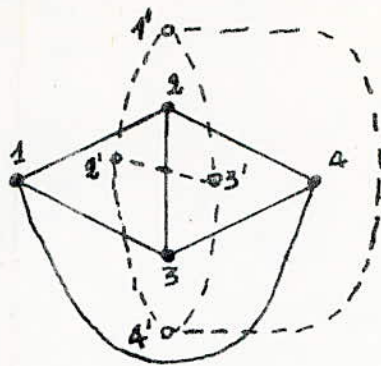
4 - CONCEPTION DE DUALITE :

Un problème intéressant dans la théorie des graphes consiste à rechercher sous quelles conditions un graphe est planaire.

Th 1' : Un arbre est un graphe planaire c'est à dire, il peut être représenté sur un plan ou sur une sphère sans que les éléments ne se rencontrent en d'autres points que leurs extrémités.

Définition 1' : Un polyèdre P est dual d'un polyèdre P' lorsque chaque sommet de P correspond à une face de P' , chaque face de P à un sommet de P' et chaque arête de P à une arête de P' .

fig 1-3



Cette figure montre un graphe dual d'un tétraèdre (représenté en traits pleins) qui est aussi un tétraèdre (représenté en pointillés). Ainsi, par la construction même du graphe dual d'un graphe donné, il apparaît que celui-ci doit être représentable sur un plan ou sur une sphère, par conséquent seul un graphe planaire possède un dual et celui-ci est aussi planaire.

De ce qui précède, on déduit quelques définitions et théorèmes utiles :

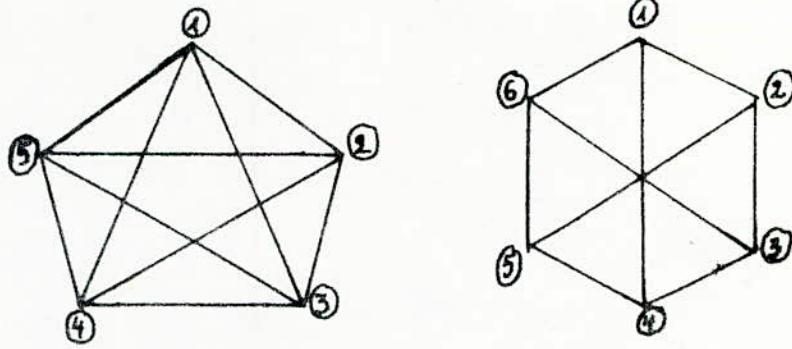
Définition 2' : Un graphe planaire G est dit dual de G' lorsque, représentés sur une sphère chaque nœud de G correspond à une fenêtre de G' . Chaque élément e de G à un élément de G' et enfin chaque fenêtre de G à un sommet de G' .

Th 2' : La condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe admette un dual est qu'il soit planaire.

Th 3' : (DE KURATOWSKI). La condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe soit planaire et qu'il ne contienne pas comme sous-graphe, ni le pentagone complet, ni l'héxagone complété de ses trois diagonales principales. (L'héxagone complété de ses trois diagonales principales et le pentagone complet sont des graphes relativement simples qui ne possèdent pas de dual et qui par conséquent ne sont pas planaires).

Un pentagone est dit complet s'il comprend toutes ses diagonales en plus de ses côtés.

fig 1-4



le pentagone complet et l'héxagone completé de ses diagonales principales sont des graphes non planaire ; une représentation sans croisements sur un plan ou une sphère est impossible.

5 - GRAPHE ASSOCIE A UN RESEAU D'ENERGIE :

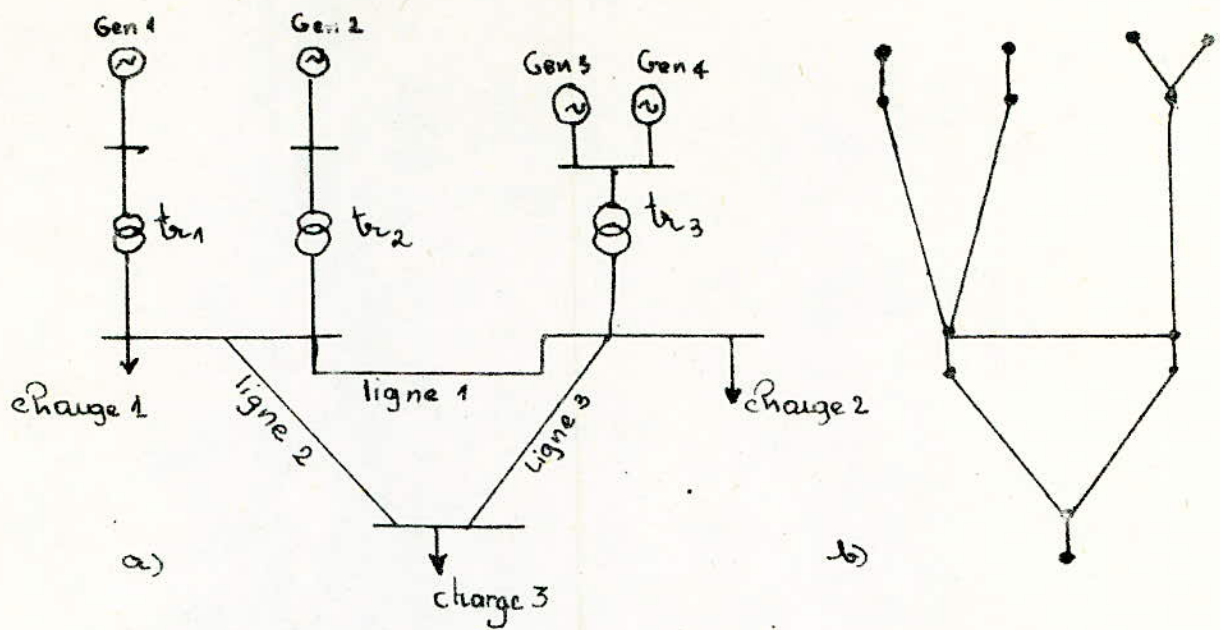
Un réseau est constitué généralement de dipôles, ainsi on lui associe un graphe appelé graphe-tension-courant de la façon suivante :

- à chaque jeu de barre du réseau, on fait correspondre un nœud du graphe.
- à chaque dipôle du réseau, on associe un élément du graphe, cependant dans la technique de réseau de transport d'énergie, on utilise souvent une représentation simple et claire qu'on appelle "graphe-énergie" définie de la façon suivante :

- à chaque centrale de production et à chaque centre de consommation du réseau on fait correspondre un nœud extrémité du graphe ;
- on fait correspondre un nœud interne du graphe à chaque jeu de barre,

- à chaque ligne de transport ou à chaque transformateur (deux enroulements) on associe un élément du graphe.

La figure 1.6 (a et b) montre une représentation unifilaire d'un réseau triphasé avec indication abrégée des connexions, un graphe 'énergie' est défini en b.



- Dans les systèmes réels, ces réseaux sont constitués d'une partie linéaire qui forme le réseau proprement dit qui relie les nœuds, auxquels aboutissent les générateurs et les charges, et une partie non linéaire formée d'éléments linéaires reliant les sommets de la partie linéaire au même nœud : le neutre.

ALGÈBRE DES MATRICES

1. Introduction

Le calcul matriciel pour la formulation et la résolution des problèmes complexes est devenu très important avec l'utilisation des ordinateurs. Ce calcul est un maniement facile, indispensable pour la simplification des problèmes importants.

2. Définitions fondamentales

a. Une matrice $(n \times p)$ est un ensemble de nombres réels ou complexes ordonnés dans un tableau rectangulaire de n lignes et p colonnes selon :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix}$$

Les nombres a_{ik} , appelés éléments de la matrice A , sont affectés d'un double indice ; le premier fixe la ligne, le second la colonne.

b. Matrice transposée

La transposition d'une matrice consiste à intervertir lignes et colonnes autrement dit à remplacer chaque élément par son symétrique par rapport à la diagonale principale,

$$A^t = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{1p} & a_{2p} & \dots & a_{np} \end{bmatrix}$$

c. Matrice symétrique

C'est une matrice, dont sa transposée lui est égale,

$$A^t = A \iff a_{ik} = a_{ki}$$

3. Matrice d'incidence A

La matrice d'incidence est une matrice topologique, de base, qui contient toutes les informations concernant un graphe. Cette matrice est définie pour tout

réseau maillé comportant m nœuds et e éléments ; ainsi elle aura m lignes et e colonnes.

Le terme appartenant à la ligne i et à la colonne j vaut :

$+1$ ou -1 : Lorsque l'élément e est incident au nœud m et est dirigé vers lui ou s'en éloigne.

0 : Lorsque l'élément e n'est pas incident au nœud m .

Chaque colonne de cette matrice ne contient que deux termes non nuls, le nombre -1 se trouve toujours au dessus du nombre $+1$, car chaque élément du graphe possède une extrémité et une origine.

L'existence d'un nœud qu'on peut sélectionner et le considérer comme nœud de référence permet de réduire la matrice d'incidence en éliminant une ligne correspondant à ce nœud.

4. Matrice des coupes :

On appelle matrice des coupes H , une matrice défini d'une façon univoque par le choix de l'arbre, la numérotation des éléments e et leur orientation ; ses termes ne peuvent prendre que les valeurs $0, +1, -1$:

$+1$: si la branche de l'arbre appartient à la coupe C et si son orientation coïncide avec celle de la coupe.

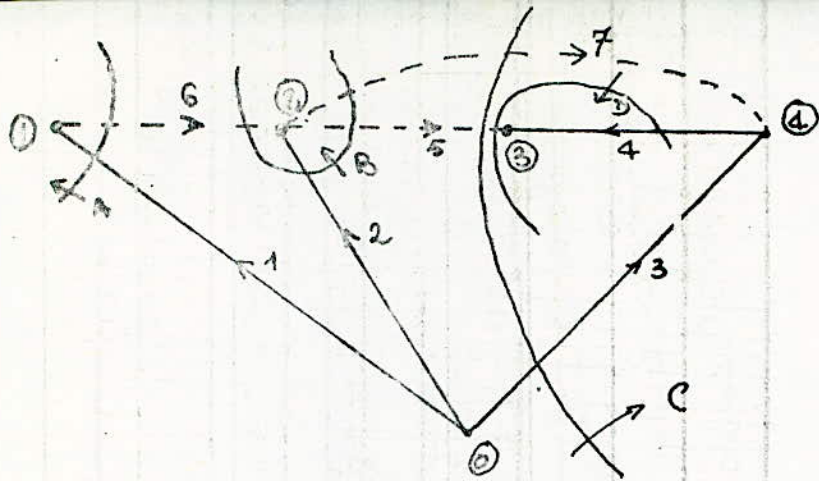
-1 : si son orientation est opposée.

0 : si la branche de l'arbre n'appartient pas à la coupe

Chaque coupe contient qu'un seul élément de l'arbre et elle est orientée comme lui.

Cette matrice est de dimension $(c \times e)$ avec c qui est le nombre de coupes et e le nombre d'éléments constituant le graphe.

Exemple d'application : Analyse du graphe (1) par la méthode des coupes.



graphe (1)

--- Chanson

— branche de l'arbre

La matrice des coupes H est :

e \ C	A	B	C	D
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0	0	1	0
4	0	0	0	1
5	0	-1	1	1
6	-1	1	0	0
7	0	-1	1	0

graphe (1)

- Application du graphe (1) pour l'établissement de la matrice d'incidence A.

A =

	1	2	3	4	5	6	7
0	-1	-1	-1	0	0	0	0
1	+1	0	0	0	0	-1	0
2	0	+1	0	0	-1	+1	-1
3	0	0	0	+1	+1	0	0
4	0	0	+1	-1	0	0	+1

graphe (1)

- Application du graphe (1) pour l'établissement de la matrice

5. Matrice des mailles:

c'est une matrice permettant la détermination d'un système de mailles indépendantes d'un graphe donné. L'orientation de ces mailles est choisie en concordance avec celles des chaînes qui les définissent. Les coefficients de cette matrice sont:

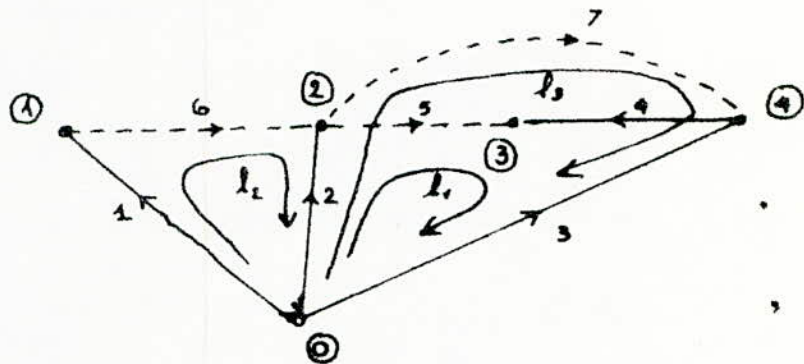
$c_{ij} = 1$ si le $i^{\text{ème}}$ élément est incident et est orienté dans la même direction que la $j^{\text{ème}}$ maille de base.

$c_{ij} = -1$ dans le cas contraire de l'orientation.

$c_{ij} = 0$ si le $i^{\text{ème}}$ élément n'est pas incident à la $j^{\text{ème}}$ maille de base.

Ainsi la matrice de mailles sera de dimension $(e \times l)$ avec e : nombre d'éléments du graphe et l : nombre de chaînes constituant les mailles de base.

graphe (2)



sa matrice de mailles C est:

$C =$

$e \backslash l$	l_1	l_2	l_3
1	0	+1	0
2	+1	-1	+1
3	-1	0	-1
4	-1	0	0
5	+1	0	0
6	0	-1	0
7	0	0	+1

FORMULATION DE LA MATRICE CYCLIQUE DE MAILLES D'UN RESEAU.

1. Introduction :

L'étude des réseaux électriques complexes comporte l'écriture et la solution d'un grand nombre d'équations. Pour de tels réseaux, l'utilisation de certaines règles pour la résolution de ces équations n'est pas conseillée. On utilise alors les méthodes topologiques introduisant le calcul matriciel. Les modèles graphiques et les modèles mathématiques permettent d'obtenir des résultats significatifs et sûrs. Ces modèles réclament de leur utilisateur non seulement une formation poussée mais encore le recours à des moyens de calculs très ~~importants~~ puissants. C'est l'étude de ces modèles que l'on a en vue généralement quand on parle de calculs de réseaux.

2. Description de la topologie des réseaux:

Pour décrire la topologie d'un réseau quelconque à e éléments et m nœuds, le plus simple est de former la liste des nœuds et des ouvrages de transport reliant ces nœuds. Il s'agit ici de la méthode des listes qui est mise en œuvre dans les programmes actuels d'analyse. Cette méthode permet de palier à tous les problèmes d'inexistence éventuelle de certaines matrices d'admittance ou d'impédance.

L'étude d'un réseau commence par l'établissement de son schéma, puis de son graphe simplifié ; on construira ensuite :

- La liste des jeux de barre qui seront représentés par des nœuds du réseau maillé.
- La liste des éléments du graphe (branches, chaînons).

3. Détermination d'un arbre complet à partir de la liste des éléments

Le choix d'un arbre complet permet en général de mieux adapter la méthode des listes à la structure du réseau ; dans la pratique on construit la matrice d'incidence à partir de la liste des éléments du réseau.

A. Description de la méthode:

Une fois le graphe obtenu, on numérote provisoirement les noeuds et les éléments en les codifiant d'une façon arbitraire. Cette codification consiste à attribuer un numéro à chaque noeud et à chaque élément et on oriente celui-ci vers le noeud dont le numéro d'ordre est le plus élevé.

On suppose que le nombre d'éléments ne dépasse pas un certain nombre N (exemple $N=100$) chaque élément est défini par les noeuds constituant ses extrémités, ainsi la liste des éléments sera établie en associant à chacun des éléments deux nombres entiers de six chiffres pour définir une classification selon la codification des noeuds.

Ces deux nombres sont :

$$B_{\gamma} = (\text{numéro du noeud le plus petit}) \cdot 10^4 \\ + (\text{numéro du noeud le plus élevé}) \cdot 10^2 \\ + (\text{numéro de l'élément}).$$

Avec $\gamma = 1, 2, 3, \dots, e$

$$B'_{\gamma} = (\text{numéro du noeud le plus élevé}) \cdot 10^4 \\ + (\text{numéro du noeud le plus petit}) \cdot 10^2 \\ + (\text{numéro de l'élément}).$$

Les nombres ainsi formés rempliront deux listes BETA et BETAPRIM et seront classés par ordre de valeurs numériques croissantes à l'aide de sous-programmes.

Remarque : la liste BETAPRIM s'obtient en inversant l'ordre des numéros d'ordre des noeuds. Ces deux listes serviront à classer les éléments en deux types : les branches de l'arbre et les chaînons. Cependant la recherche de l'arbre complet exige qu'on dresse une nouvelle liste des éléments : la liste CCPRIM constituée par des nombres de huit chiffres définis de la façon suivante :

$$\begin{aligned} C-C'_{\gamma} &= (\text{nouveau numéro de l'élément}) \cdot 10^6 \\ &+ (\text{ancien numéro du noeud le plus petit}) \cdot 10^4 \\ &+ (\text{ancien numéro du noeud le plus grand}) \cdot 10^2 \\ &+ (\text{ancien numéro de l'élément}) \end{aligned}$$

Avec $\gamma = 1, 2, 3, \dots, e$.

On procède ainsi à une nouvelle numérotation des noeuds et des éléments, distincte en générale de la numérotation initiale. Elle sera liée aux choix des branches constituant l'arbre. Les éléments du réseau recevront un nouveau numéro d'ordre choisi comme suit :

- les ℓ premiers numéros seront réservés aux chaînons ($\gamma = 1, 2, 3, \dots, \ell$)
- les $(m-\ell)$ derniers représenteront les branches de l'arbre, et ce dans l'ordre de leur découverte ($\gamma = \ell+1, \ell+2, \dots, e$)

Ce classement permettra de différencier une branche de l'arbre d'un chaînon sans aucune information supplémentaire.

La constitution de la liste CCPRIM des noeuds et le choix des branches de l'arbre s'opèrent simultanément à l'aide des

Listes BETA et BETAPRIM comme suit :

- On commence par un noeud quelconque (exemple le noeud 1) et on lui associe le numéro d'ordre $\alpha_{1,1} = 1$, le premier indice de α représente un numéro de groupe, tandis que le second est un numéro d'ordre à l'intérieur de ce groupe. le premier groupe ne contient qu'un seul élément.
- le second groupe sera constitué par tous les noeuds qui sont reliés par un élément au premier noeud de la liste ($\alpha_{1,1} = 1$). Ces noeuds sont désignés par $\alpha_{2,1}, \alpha_{2,2}, \dots, \alpha_{2,r_2}$ et ils sont casés progressivement sur la liste.
- le troisième groupe comprend tous les noeuds reliés par un élément au deuxième de la liste et qui ne figure pas encore sur celle-ci. Ces noeuds sont désignés par $\alpha_{3,1}, \alpha_{3,2}, \dots, \alpha_{3,r_3}$ et ils sont ajoutés successivement sur la liste.
- le p ième groupe de noeuds comprend tous les noeuds reliés par un élément au $(p-1)$ ième noeud de la liste qui n'y figurent pas encore, ces noeuds sont désignés par $\alpha_{p,1}, \dots, \alpha_{p,r_p}$ et sont mis sur la liste.

Lorsque tous les noeuds du graphe sont épuisés et qu'ils figurent dans la nouvelle liste où ils sont classés dans l'ordre de leur découverte, le processus s'achève.

Après avoir remplacé dans CCPRIM les anciens numéros d'ordre des noeuds par les nouveaux et après avoir éventuellement permuté ceux-ci pour amener le plus petit en première position, on obtient la liste E.

Cette liste est constituée par des nombres de huit chiffres comme suit :

$$E \bar{\gamma} = (\text{nouveau numéro d'ordre de l'élément } \bar{\gamma}) \cdot 10^6 \\ + (\text{nouveau numéro d'ordre de noeud le plus petit}) \cdot 10^4 \\ + (\text{nouveau numéro d'ordre de noeud le plus élevé}) \cdot 10^2 \\ + (\text{ancien numéro d'ordre de l'élément } \bar{\gamma}).$$

Un sous programme de rangement permet de classer les nombres par ordre de valeurs numériques croissantes, ce qui fait apparaître les chaînons aux ℓ premières positions. On obtient ainsi la matrice d'incidence fondamentale K dans laquelle les $(e-m+1)$ premières colonnes sont réservées aux chaînons et les $(m-1)$ dernières aux branches de l'arbre.

Si de plus les noeuds de $(1 \text{ à } m)$ et les éléments de l'arbre $(e-m+2 \text{ à } e)$ sont numérotés dans l'ordre de leur découverte lors du processus de recherche de l'arbre et si chaque élément est orienté vers le noeud auquel il se trouve associé à ce processus, la matrice d'incidence sera ordonnée et décomposable en deux sous matrices A et B la matrice d'incidence dans ce cas sera notée "KORD" ainsi on écrit :

$$KORD = (A, B)$$

la sous matrice B sera associée aux branches de l'arbre, tandis que A aux chaînons.

En se référant au chapitre précédent on a vu que la somme des éléments d'une même colonne de la matrice d'incidence est nulle, ainsi on supprime la première ligne de $KORD$ et on obtient $KTILD$

$$KTILD = (ATILD, BTILD)$$

$$\tilde{K} = (\tilde{A}, \tilde{B}).$$

Remarque: la sous matrice \tilde{B} est carrée, triangulaire supérieure et tous les éléments de la diagonale principale valent +1. On remarquera que dans la sous matrice A et B les éléments non nuls sont regroupés au voisinage de la diagonale principale. On dit que ces deux sous matrices sont creuses. Cette propriété est utilisée dans les calculs pour rechercher la solution la plus rapide dans la résolution du problème.

B. Constitution de la matrice des impédances de mailles.

Soient I_i la somme algébrique des courants aboutissant à un nœud i du réseau et I_k le courant dans l'élément k , en se basant sur la définition de la matrice d'incidence K , on écrit que.

$$\bar{I}' = K \bar{I} \quad (1)$$

En vertu de la loi de Kirchhoff relative aux nœuds, la somme des courants aboutissant à chaque nœud d'un réseau est nulle, ainsi le vecteur colonne \bar{I}' coïncide avec le vecteur nul $\bar{I}' = 0$ (2)

En utilisant la matrice K TILD, on obtient

$$\tilde{I}' = [K \text{ TILD}] \bar{I} = 0 \quad (3)$$

$$\text{ou encore } \bar{I}' = [A \text{ TILD}, B \text{ TILD}] \bar{I} = 0 \quad (4)$$

En décomposant le vecteur $\bar{I} = I^e$ et I^b qui représentent respectivement le vecteur des courants de maille et le vecteur des courants dans les branches de l'arbre, par suite d'après la relation (4), on peut écrire

$$\bar{I}' = [A \text{ TILD}, B \text{ TILD}] \begin{bmatrix} I^e \\ I^b \end{bmatrix} = 0$$

ou encore

$$[A \text{ TILD}] I^e + [B \text{ TILD}] I^b = 0 \quad (5)$$

le système (5) est résolu par rapport aux courants I^b car les éléments diagonaux de la sous matrice $B \text{ TILD}$ sont égaux à l'unité.

$$(\det B \text{ TILD} = 1).$$

On écrit alors : $I^b = - (BTILD)^{-1} (ATILD) I^e$ (6)

les courants dans les branches de l'arbre sont toujours exprimés en fonction des courants dans les chaînons associés à cet arbre. On exprime l'ensemble des courants dans un réseau en fonction des courants de mailles par :

$$I = \begin{pmatrix} I^e \\ I^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ (-BTILD)^{-1} (ATILD) \end{pmatrix} I^e \quad (7)$$

$$I = C \cdot I^e$$

Avec $C = \begin{pmatrix} 1 \\ (-BTILD)^{-1} (ATILD) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ C^B \end{pmatrix}$ (8)

où 1 : représente la matrice unité de dimension $(l \times l)$

la matrice C est définie d'une façon unique, lorsqu'un arbre a été choisi, elle s'appelle matrice cyclique ou des mailles dont les éléments peuvent prendre les valeurs -1, 0, +1 et de dimension (el)

Connaissant la matrice cyclique C et la matrice d'impédance primitive du réseau, on obtient la matrice des impédances de mailles écrite de cette façon :

$$Z' = C_t Z C$$

où Z = matrice primitive des impédances

C = matrice cyclique

C_t = matrice transposée de C

C - Application de la matrice des impédances de mailles.

1 Introduction:

la matrice des impédances de mailles peut être utilisée dans l'étude des courants de court-circuit dont le but est de déterminer

miner les pouvoirs de coupure des disjoncteurs et qui repose entièrement sur des mesures d'impédances.

le réseau représenté dans de telles études comprend en plus des lignes et des transformateurs, les réactances transitoires des générateurs connectés entre le point neutre (sommet référence) et les nœuds correspondants. les calculs peuvent être faits sur des systèmes de réseaux triphasés en tenant compte des couplages des transformateurs et des lignes ou encore en utilisant les composantes symétriques dont la théorie a été mise au point essentiellement pour les calculs de court-circuit.

2. nombre de mailles constituant le réseau:

Soient:

l_n : le nombre de chaînons représentant les mailles du réseau

e : nombre d'éléments (système en 3ω) du réseau.

e_g : nombre de générateurs équivalents dans le réseau (en 3ω)

$(n+1)$: nombre de nœuds constituant le réseau augmenté du

nœud "terre"

l_n : sera donné par.

$$l_n = (e + e_g) + (n+1) + 1$$

$$l_n = e + e_g - n$$

la dimension de la matrice des impédances de mailles après inclusion de la maille précédente par un défaut quelconque au niveau d'un nœud p du réseau sera donnée en triphasé par

$$3 (l_{n+1}) \times 3 (l_{n+1}).$$

3. Algorithme de résolution:

En utilisant la matrice des mailles, l'équation linéaire décrivant

le système triphasé sera donné par :

$$\bar{V}_{\text{maille}}^{a,b,c} = [Z'_{\text{maille}}]^{a,b,c} \bar{I}_{\text{maille}}^{a,b,c} \quad (1)$$

Avec

$\bar{V}_{\text{maille}}^{a,b,c}$: vecteur des tensions des mailles pour les 3 phases a, b, et c.

$Z'_{\text{maille}}^{a,b,c}$: matrice des impédances de mailles avec effet du défaut pour les phases a, b, c

$\bar{I}_{\text{maille}}^{(a,b,c)}$: vecteur courant des mailles pour les phases a, b, c

Si un défaut apparaît au niveau du nœud p d'un réseau (voir fig 2) le vecteur des tensions des mailles est donné par :

$$\bar{V}_{\text{maille}}^{a,b,c} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ V_p^{a,b,c}(0) \end{bmatrix}$$

Et le vecteur inconnu de courant de mailles du au défaut est :

$$\bar{I}_{\text{maille}}^{a,b,c}(F) = \begin{bmatrix} I_A^{a,b,c}(F) \\ \vdots \\ I_{Ln}^{a,b,c}(F) \\ I_L^{a,b,c}(F) \end{bmatrix}$$

Avec $I_L^{a,b,c}(F)$ le courant associé à la maille où il ya le défaut, le vecteur des courants de mailles peut être calculé par

$$\bar{I}_{\text{maille}}^{a,b,c}(F) = [Z'_{\text{maille}}]^{-1} \bar{V}_{\text{maille}}^{a,b,c}$$

les courants dans tous les éléments du réseau durant le défaut sont

donnés par :

$$\bar{i}_F^{a,b,c} = C \cdot \bar{I}_{\text{maïlle}}^{a,b,c}(F)$$

où C matrice cyclique associée au réseau.

Connaissant les courants $\bar{i}_F^{a,b,c}$ on peut facilement déduire les courants de la séquence directe, inverse et homopolaire par les formules suivantes:

$$i_F^{(d)} = \frac{1}{3} (I_a + a I_b + a^2 I_c) \quad \text{avec } a = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$i_F^{(i)} = \frac{1}{3} (I_a + a^2 I_b + a I_c)$$

$$i_F^{(h)} = \frac{1}{3} (I_a + I_b + I_c)$$

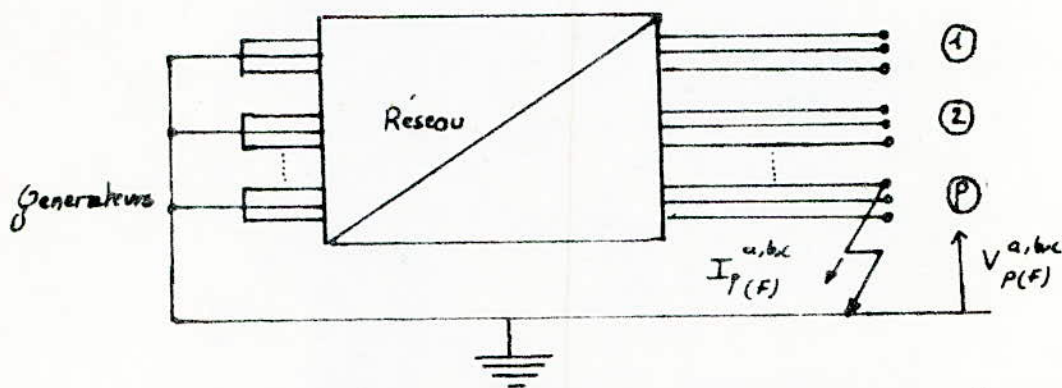


fig 2: Représentation d'un système triphasé avec défaut au nœud p

NOTATIONS UTILISEES DANS LE PROGRAMME

N : nombre d'éléments constituant le réseau graphique.

$K \neq 0$: indice parcourant le tableau BETA.

$K = 0$: dans le cas où il parcourt BETAPR.

BETA : tableau de nombres rangés formé à partir des données du problème.

BETAPR : tableau de nombres rangés formé à partir de BETA en inversant les deux premières colonnes.

$KPRIM \neq 0$: indice parcourant BETAPR.

$KPRIM = 0$: indice qui parcourt BETA.

MN : nouveau noeud correspondant au noeud initial M .

Z : matrice finale (cyclique des mailles).

$C2$: matrice cyclique.

CT : matrice transposée de $C2$.

IA : nombre de lignes dans ATILD.

IB : nombre de lignes dans BTILD.

JA : nombre de colonnes dans ATILD.

JB : nombre de colonnes dans BTILD.

ATILD : sous-matrice de $KORD$ correspondant aux chaînons.

BTILD : sous-matrice de $KORD$ correspondant aux branches.

$KORD$: Matrice d'incidence ordonnée et séparable.

NN : sauvegarde de N .

$IND = 1$: produit matrice réelle par une matrice complexe.

$IND = 2$: produit matrice complexe par une matrice réelle.

$CPRD$: Routine de calcul de produit de deux matrices (une réelle, une complexe voir IND).

$NOEUD$: nombre de noeuds.

PRIMP : matrice primitive des impédances des éléments.

BATILD : Routine du produit des matrices réelles BTILD.ATILD.

CCPRIM : tableau résultant ordonné à partir duquel on construit
KORD.

CORRESP : tableau des nouveaux nœuds de correspondance.

IBRANC : Indices sur les numéros de branches.

ICHAIN : Indices sur les numéros de chaînes.

ORDNB : Routine ordonnant BETA et BETAPR par ordre croissant.

ORDNE : Routine ordonnant CCPRIM par ordre croissant.

VECT : vecteur de travail où ranger les nombres par valeurs
croissantes.

I, J, K, L, JJ, IZ : indices de travail.

PROGRAMME DE LA CONSTITUTION DE LA MATRICE D'IMPEDANCE
CYCLIQUE (MAILLES).

```
INTEGER BETA(50,3),BETAPR(50,3),CCPRIM(50,4),CORESP(50),
1 KORD(50,50),ATILD(50,50),BFILD(50,50),INV(50),C2(50,50),
2 CT(50,50)
COMPLEX PRIMP(50,50),Z(50,50)
INTEGER BTI(2500),RES(2500)
READ(5,100)N,NOEUD
100 FORMAT(I3,I3)
DO 18 I=1,N
18 READ(5,999) (PRIMP(I,J),J=1,N)
999 FORMAT(10F8.5)
NN=N
WRITE(6,400)N,NOEUD
400 FORMAT(20X,'N=',I3,10X,'NOEUD=',I3)
READ(5,101)((BETA(I,J),J=1,3),I=1,N)
101 FORMAT(3I3)
CALL ORDONE(BETA,N,NOEUD)
MN=2
CORESP(i)=1
DO 10 I=1,N
BETAPR(I,1)=BETA(I,2)
BETAPR(I,2)=BETA(I,1)
10 BETAPR(I,3)=BETA(I,3)
CALL ORDONB(BETAPR,N,NOEUD)
ICHAIN=1
IBRANC=N-(NOEUD-1)+i
I=1
K=i
KPRIM=0
59 DO 20 J=1,3
20 CCPRIM(I,J+1)=BETA(K,J)
IF(I.EQ.1) GOTO 43
60 J=I-1
IZ=I
DO 30 L=1,J
IF(CCPRIM(I,4).EQ.CCPRIM(L,4))GOTO 44
30 CONTINUE
DO 40 I=1,J
IF(CCPRIM(I,3).EQ.CCPRIM(L,3)) GOTO 41
40 CONTINUE
```

```

43 CCPRIM(I,1)=IBRANC
   IBRANC=IBRANC+i
   GOTO 42
4I CCPRIM(I,1)=ICHAIN
   ICHAIN=ICHAIN+i
42 I=I+i
   IF(I.GT.N) GOTO 62
   IZ=I-1
44 M=CCPRIM(IZ,2)
   IF(KPRIM.EQ.0) GOTO 48
   KPRIM=KPRIM+i
   IF(KPRIM.GT.N) GOTO 45
   IF(BETAPR(KPRIM,i.NE.M) GOTO 45
   GOTO 57
45 KPRIM=0
   DO 46 I=1,N
   IF(BETA(L,i).EQ.M) GOTO 47
46 CONTINUE
   GOTO 90
47 K=L
   GOTO 59
48 K=K+i
   IF(K.GT.N) GOTO 90
   IF(BETA(K,i).EQ.M) GOTO 59
90 J=I-1
   JJ=i
50 DO 49 L=1,J
   IF(CCPRIM(L,2).EQ.CCPRIM(JJ,3)) GOTO 5I
49 CONTINUE
   M=CCPRIM(JJ,3)
   CORESP(MN)=M
   MN=MN+i
   GOTO 52
5I JJ=JJ+i
   IF(JJ.EQ.I) GOTO 62
   GOTO 50
52 DO 53 L=1,N
   IF(BETAPR(L,i).EQ.M) GOTO 56
53 CONTINUE
   DO 54 L=1,N
   IF(BETA(L,i).EQ.M) GOTO 55
54 CONTINUE

```



```

55 KPRIM=0
   K=L
   GOTO 59
56 K=0
   KPRIM=L
   57 DO 58 J=1,3
58 CCPRIM(I,J+1)=BETAPR(KPRIM,J)
   GOTO 60
62 DO 70 I=1,N
70 WRITE(6,200)(BETA(I,J),J=1,3),BETAPR(I,J),J=1,3)
   J=NOEUD-1
   L=1
72 DO 71 I=1,J
   IF(CORESP(I).EQ.L) GOTO 73
71 CONTINUE
   CORESP(MN)=L
   GOTO 74
73 L=L+1
   GOTO 72
200 FORMAT(3(4X,I3),15X,3(4X,I3))
74 WRITE(6,906)
906 FORMAT(///// ' MATRICE CCPRIM NON ORDONNEE: ' )
   PRINT 201,((CCPRIM(I,J),J=1,4),I=1,N)
201 FORMAT(/////200(30X,4(I3,4X)//))
   DO 80 J=1,NOEUD
   PRINT 202,J,CORESP(J)
202 FORMAT(iX,I3,4X,I3)
80 CONTINUE
   DO 21 L=2,3
   DO 22 M=i,N
   DO 23 I=1,NOEUD
   J=CORESP(I)
   IF(CCPRIM(K,L).EQ.J) GOTO 24
23 CONTINUE
24 CCPRIM(K,L)=I
22 CONTINUE
21 CONTINUE
   DO 3 I=1,N
   IF(CCPRIM(I,2).LE.CCPRIM(I,3)) GOTO 3
   K=CCPRIM(I,2)
   CCPRIM(I,2)=CCPRIM(I,3)

```

```

      CCPRIM(I,3)=K
3    CONTINUE
      CALL ORDONE(CCPRIM,N)
      WRITE(6,907)
907  FORMAT(////'MATRICE CCPRIM ORDONNEE:')
      WRITE(6,201) 6(CCPRIM(I,J),J=1,4),I=1,N)
      DO 64 I=1,N
        J=CCPRIM(I,1)
        K=CCPRIM(I,2)
        L=CCPRIM(I,3)
        CORD(K,J)=-1
64   CORD(L,J)=+1
        K=N-(NOEUD-1)
        DO 65 I=2,NOEUD
          DO 65 J=L,K
65   ATILD(I-1,J)=CORD(I,J)
        IA=NOEUD-1
        JA=K
        WRITE(6,401)
401  FORMAT(////' MATRICE D' ,1H,' INCIDENCE ORDONNEE CORD: '//)
        DO 25 I=1,NOEUD
          25 WRITE(6,500)(CORD(I,J),J=1,N)
500  FORMAT(/200(4X,I2))
        WRITE(6,402)
402  FORMAT(////50X,'MATRICE A-TILD: '//)
        DO 26 I=L,IA
          26 WRITE(6,403)(ATILD(I,J),J=1,JA)
403  FORMAT(/50X,200(I2,4X))
        IB=IA
        JB=N-JA
        DO 66 I=1,IB
          DO 66 J=1,JB
            K=JA+J
66   BTILD(I,J)=COLD(I+1,K)
        WRITE(6,404)
404  FORMAT(////10X,'MATRICE B-TILD: '//)
        DO 27 I=1,IB
          27 WRITE(6,405)(BTILD(I,J),J=1,JB)
405  FORMAT(/10X,200(I2,4X))
        LB=1
        DO 800 IR=1,JB

```

```

DO 800 IL=i,IB
BTI(LB)=BTILD(IL,IR)
800 LB=LB+i
CALL INVERS(IB,BTI,BTI,RES,LB)
IF(LB)1,1,2
1 WRITE(6,32I)
32I FORMAT(5X,'MATRICE NON INVERSIBLE:')
STOP
2 LB=i
DO 80I IR=i,JB
DO 80I IL=1,IB
BTILD(IL,IR)=RES(LB)
80I LB=LB+i
DO 67 I=i,IB
DO 67 J=i,JB
67 BTILD(I,J)=-BTILD(I,J)
CALL BATILD(BTILD,ATILD,IB,IA,JA,C2)
DO 68 I=1,N
DO 68 J=L,JA
68 CT(J,I)=C2(I,J)
IB=N
PRINT 30I
DO 8I I=i,IB
PRINT 300,(C2(I,J),J=i,JA)
30I FORMAT(///// ' MATRICE C2: '/')
300 FORMAT(200(4X,I2))
8I CONTINUE
PRINT 302
302 FORMAT(///// ' MATRICE CT: '/')
DO 82 I=1,JA
PRINT 300,(CT(I,J),J=1,IB)
82 CONTINUE
PRINT 303
303 FORMAT(///// ' MATRICE PRIMP: '/')
DO 83 I=1,N
PRINT 304,(PRIMP(I,J),J=1,N)
304 FORMAT(6(4X,F8.5,2X,F8.5))
83 CONTINUE
IND=i
CALL CPROD(CT,PRIMP,JA,N,NN,Z,IND)
DO 69 I=1,JA

```



```
DO 69 J=1,N
69 PRIMP(I,J)=Z(I,J)
   IND=2
   CALL CPROD(C2,PRIMP,N,JA,NN,Z,IND)
   PRINT 305
305 FORMAT(1H1,' MATRICE CYCLIQUE Z: '/')
   DO 84 I=1,JA
   WRITE(6,406)(Z(I,J),J=1,JA)
406 FORMAT(/6(3X,1H(,F8.5,1H,,F8.5,1H)))
84 CONTINUE
   STOP
   END
```

SOUS-PROGRAMME DE RANGEMENT

```
SUBROUTINE ORDONB(BETA,N,NOEUD)
INTEGER BETA(50,3),VECT(50)
  DO 10 I=1,N
10  VECT(I)=BETA(I,1)*1000+BETA(I,2)*100+BETA(I,3)
    M=1
    MIN=VECT(M)
    K=M
  II  DO 20 I=M,N
      IF(VECT(I).GE.MIN)GO TO 20
      MIN=VECT(I)
      K=I
  20  CONTINUE
      L=VECT(M)
      VECT(M)=MIN
      VECT(K)=L
      M=M+1
      K=M
      MIN=VECT(M)
      IF(M.LT.N)GO TO ii
      DO 30 I=1,N
          BETA(I,1)=VECT(I)/1000
          BETA(I,2)=(VECT(I)-BETA(I,1)*1000)/100
          BETA(I,3)=VECT(I)-(BETA(I,1)*1000+BETA(I,2)*100)
  30  CONTINUE
      RETURN
      END
```

```

          SOUS PROGRAMME DE RANGEMENT DE E
SUBROUTINE ORDONE (CCPRIM,N)
INTEGER CCPRIM(50,4),VECT(4)
I=1
I5  MIN=30000
    DO I0 K=I,N
      IF(CCPRIM(K,I).LT.MIN)GO TO I1
    GO TO I0
I1  L=K
    MIN=CCPRIM(K,I)
I0  CONTINUE
    DO I2 J=1,4
I2  VECT(J)=CCPRIM(I,J)
    DO I3 J=1,4
I3  CCPRIM(I,J)=CCPRIM(L,J)
    DO I4 J=1,4
I4  CCPRIM(L,J)=VECT(J)
    I=I+1
    IF(I.LT.N)GO TO I5
RETURN
END

```


SOUS-PROGRAMME D'INVERSION

SUBROUTINE INVERS(NQ,C,B,U,LB)

IMPLICIT INTEGER (A-Z)

DIMENSION C(1),B(1),U(1)

NZ= NQ*NQ

C CO PIE DE C DANS B INITIALISATION DE U

DO 1 IU=1,NZ

U(IU)=0

I B(IU)=C(IU)

DO 2 IV=1,NQ

K=(IV-1)*NQ+IV

2 K(K)=1

DO II K=i,NQ

KP=NQ*(K-1)+K

IF(B(KP))28,22,28

22 N=K

26 N=K+1

IF(N-NQ)24,24,25

25 LB=-1

RETURN

24 KA=(N-1)*NQ+K

IF(B(KA))23,26;23

C PERMUTATION DE DEUX LIGNES

23 DO 30 N=1,NQ

KM=(M-1)*NQ+K

NM=(M-1)*NQ+N

H=U(KM)

U(KM)=U(NM)

U(NM)=H

F=B(KM)

B(KM)=B(NM)

30 B(NM)=F

28 D=B(KP)

DO 21 I=1,NQ

KI=(I-1)*NQ+K

U(KI)=U(KI)/D

21 B(KI)=B(KI)/D

DO 11 Ki=1,NQ

IF(Ki-K)51,11,51

51 KK=(K-1)*NQ+Ki

G=B(KK)

.../...

```
DO 50 Ii=i,NQ
KIi=(Ii-1)*NQ+K
KI=(Ii-1)*NQ+Ki
U(KI)=U(KI)-U(KIi)*G
50 B(KI)=B(KI)-B(KIi)*G
II CONTINUE
U LB=i
RETURN
END
```

SOUS PROGRAMME DU PRODUIT DE DEUX MATRICES REELLES.
SUBROUTINE BA TILD(B,A,M,N,L,C2)

INTEGER B(50,50),A(50,50),C2(50,50)

KK=L

DO II I=1, KK

DOO II J=1, KK

C2(I,J)=0

IF(I.EQ.J)C2(I,J)=1

II CONTINUE

DO IO I=1, N

II=I+KK

DO IO J=1, N

C2(II,J)=0

DO IO K=1, N

C2(II,J)=C2(II,J)+B(I,K)*A(K,J)

IO CONTINUE

RETURN

END

SOUS PROGRAMME DU PRODUIT D'UNE MATRICE REELLE PAR UNE
MATRICE COMPLEXE ET INVERSEMENT SELON IND.

```
SUBROUTINE CPROD(R,C,M,N,L,Z,IND)
COMPLEX C(50,50),Z(50,50)
INTEGER R(50,50)
IF(IND.EQ.1) GO TO 12
KK=M
M=N
L=M
N=KK
12 DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,L
Z(I,J)=(0.,0.)
DO 10 K=1,N
IF (IND.EQ.2) GO TO 11
Z(I,J)=Z(I,J)+R(I,K)*C(K,J)
GO TO 10
11 Z(I,J)=Z(I,J)+C(I,K)*R(K,J)
10 CONTINUE
IF(IND.EQ.2)N=M
RETURN
END
```

DEVELOPPEMENT ET REPRESENTATION DU PROGRAMME

- Il lit les données générales, dans une première étape. Il imprime le nombre de nœuds et d'éléments.
- Il lit le graphe du réseau et l'écrit sous forme de liste de 3 colonnes.
- A l'aide de la subroutine `ORDONB`, il classe ces nombres de données ainsi formés, par valeur numérique croissante.
- Il inverse ensuite la colonne 1 avec la colonne 2 de cette liste. Il obtient une deuxième liste qu'il ordonne aussi avec le sous-programme `ORDONB`.
- Il constitue après la matrice `CCPRIM` non ordonnée à partir de ces deux listes formées précédemment en échangeant certains numéros de nœuds et d'éléments.
- Il dresse également une liste `K` qui établit la correspondance entre l'ancienne et la nouvelle numérotation des nœuds.
- A l'aide du sous-programme `ORDONE`, il ordonne la matrice `CCPRIM`, après avoir remplacé dans cette dernière les anciens numéros des nœuds par les nouveaux, et après avoir permuté ceux-ci pour amener le plus petit en première position.
- Il cherche à partir de `CCPRIM` ordonnée la matrice d'inductance ordonnée.
- Il fait sortir ensuite les matrices réelles `A-TILD` et `B-TILD` dont il aura besoin pour former la matrice cyclique `C2` (à l'aide du sous-programme `BATILD`) après avoir éventuellement inversé `B-TILD` à l'aide de la subroutine `INVERS`.
- En utilisant le sous-programme `CPROD`, il obtient enfin la matrice cyclique des impédances de mailles Z' .

ETUDE ET DETERMINATION DE LA MATRICE DES IMPEDANCES DE TRANSFERT D'UN RESEAU

1. Introduction :

On appelle matrice des impédances de transfert la matrice qui sert à exprimer des relations linéaires du réseau concernant seulement les tensions et les courants injectés :

Dans la pratique, la connaissance de cette matrice des impédances (inverse de la matrice des admittances en court-circuit) permet en général une résolution plus rapide des problèmes posés par la technique des réseaux de transport d'énergie tels que la répartition des puissances, les puissances de court-circuit, la stabilité statique ou dynamique et le calcul des coefficients de perte.

Cependant sa formation, pour un réseau important, présente de sérieuses difficultés. Une fois cette matrice obtenue, on peut facilement la transformer en une autre matrice pour tenir compte des modifications dans les valeurs des éléments constituant le réseau ou dans sa structure (addition, suppression des éléments, des nœuds). Dans certains cas, on peut également obtenir la matrice d'un réseau provenant de la jonction de deux sous-réseaux dont les matrices sont connues. Il est donc indispensable de recourir aux calculatrices électroniques pour établir cette matrice du réseau comportant plusieurs centaines de sommets.

2. Relation entre les tensions et les courants injectés :

On suppose que la matrice d'impédance de transfert \bar{Z} est connue pour le réseau, de $(m+1)$ nœuds dont l'un est un nœud de référence ; il existe alors entre les m tensions V des autres sommets autres que la référence et les m courants I injectés en ces sommets, un système de m relations linéaires constituant les équations du réseau. Parmi toutes les formes possibles de ce système, on utilise celle dont les paramètres sont les courants et les inconnues sont les tensions. Ainsi, on définit le réseau par :

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + \dots + Z_{1m} I_m ;$$

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + \dots + Z_{2m} I_m ;$$

.

.

.

.

$$V_{m-1} = Z_{m-1,1} I_1 + Z_{m-1,2} I_2 + \dots + Z_{m-1,m} I_m ;$$

$$V_m = Z_{m,1} I_1 + Z_{m,2} I_2 + \dots + Z_{m,m} I_m .$$

Cependant le calcul matriciel constitue la technique la plus commode pour décrire un ensemble de relations linéaires entre plusieurs inconnues, ainsi ce système s'écrit :

$$\bar{V} = [\bar{Z}] \bar{I}$$

avec \bar{V} : vecteur d'ordre $(m \times 1)$ correspondant aux tensions

mesurées aux nœuds en tenant compte de la référence, en général le potentiel de ce nœud de référence est trivialement pris égal à zéro.

I : vecteur d'ordre $(m \times 1)$ correspondant aux courants injectés aux nœuds.

$[Z]$: matrice carrée et symétrique de dimension $(m \times m)$ dont les termes sont les coefficients du système (1); on l'appelle aussi matrice des impédances à vide du réseau.

Remarque: la symétrie de cette matrice $[Z]$ est assurée, car les éléments constituant le réseau sont des éléments passifs linéaires.

3. Signification physique des éléments de la matrice des impédances de transfert:

la signification d'un coefficient Z_{ij} de la matrice $[Z]$ est la suivante:

On considère un couple de nœuds i et j du réseau, on injecte aux nœuds j un courant I_j , les courants aux autres nœuds étant nuls, sauf le courant $-I_j$ quittant le nœud de référence. Il apparaît entre le nœud i et celui de référence une différence de potentiel: $V_i = Z_{ij} I_j$, ainsi donc le terme Z_{ij} est le rapport de la tension apparue au nœud i au courant injecté par le nœud j autrement dit, Z_{ij} est le potentiel apparaissant au nœud i lorsque le courant injecté en j est égale à l'unité avec des courants nuls aux autres nœuds; les termes diagonaux

Z_{ij} représentent les impédances équivalentes du réseau vue de chacun de ses nœuds (ici le nœud j).

Si on répète le processus pour tous les couples de nœuds du réseau, on aboutit théoriquement à mesurer chacun des éléments Z_{ij} de la matrice de transfert; cependant ils sont impossibles à faire sur un réseau réel. Ainsi la matrice $[Z]$ ne peut pas être écrite directement, ni même être obtenue par des mesures faites sur le réseau.

4. Variation de la matrice des impédances aux diverses modifications apportées dans le réseau :

Un problème important dans la pratique du calcul des réseaux électriques d'interconnexions consiste en la détermination des corrections à apporter à la matrice des impédances $[Z]$ supposée connue. Ce problème se pose avec un réseau ayant subi ou subissant des modifications dans la valeur de ses éléments ou dans sa constitution ou sa figuration. On obtient ainsi la nouvelle matrice $[Z']$ pour le réseau transformé. Il ya deux types de modifications possibles d'un réseau auxquelles correspondent des opérations différentes.

a) Modification de la topologie du réseau :

- Soit par l'addition d'éléments avec ou non addition de sommets;
- Soit par la suppression d'éléments avec ou non suppression

de sommets;

- Soit enfin par des changements de disposition de certains éléments (dans la pratique ceci correspond aux lignes dont les extrémités peuvent être raccordées à différents jeux de barre).

Ce dernier cas équivaut à la suppression d'un élément entre un couple de nœuds et à l'addition de ce même élément entre un couple de nœuds différents. En définitive, toute modification topologique se ramène à une succession d'opérations de l'un des types élémentaires suivants:

* Addition d'une ligne entre deux nœuds existants, appelée ligne transverse ou rocade.

* Addition d'une ligne entre un nœud existant et un nouveau nœud appelé ligne en antenne ou radiale.

b) Modification dans la constitution des éléments :

Une modification de l'impédance d'un élément la faisant passer d'une valeur z_1 à une valeur z_2 est encore l'équivalent d'un changement de topologie du réseau, on peut en effet:

- Soit supprimer l'élément d'impédance z_1 et simultanément ajouter entre le même couple de nœuds l'élément d'impédance z_2 .

- Soit ajouter en parallèle avec l'élément à modifier un élément d'impédance z_3 tel que :

$$\frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_3}$$

5. Algorithmes pour la formation de la matrice d'impédance $[Z]$ d'un réseau donné :

Le principe de la méthode algorithmique proposée pour la formation de $[Z]$ c'est d'imaginer, en effet, que le réseau a été formé par des groupements successifs d'éléments :

- branche ou élément radial ;
- chaînon ou rocade ;
- de sous-réseaux .

et ceci dans un ordre arbitraire .

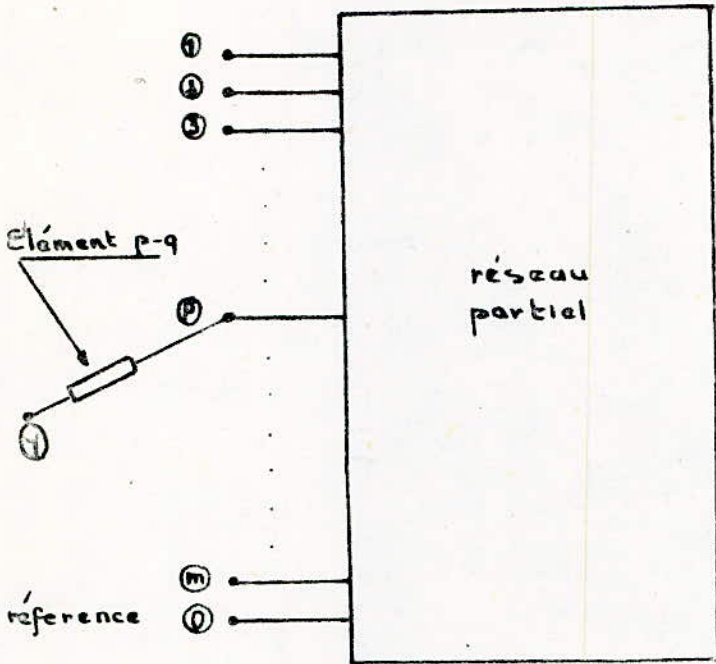
La technique de formation de cette matrice c'est de suivre le réseau dans son évolution, évolution dont on a le libre choix .

Un réseau initial est donc choisi de telle sorte que sa matrice puisse être formée sans ambiguïté . A la limite, ce réseau est formé d'un seul élément joignant le nœud de référence à un autre nœud nouveau, extrémité de cet élément. La matrice correspondante se réduisant alors à un seul terme égale à l'impédance de cet élément. L'évolution du réseau se fait pas à pas en additionnant un élément pour chaque étape au réseau initial. Une fois qu'on a épuisé tous les éléments constituant le graphe, la matrice est constituée .

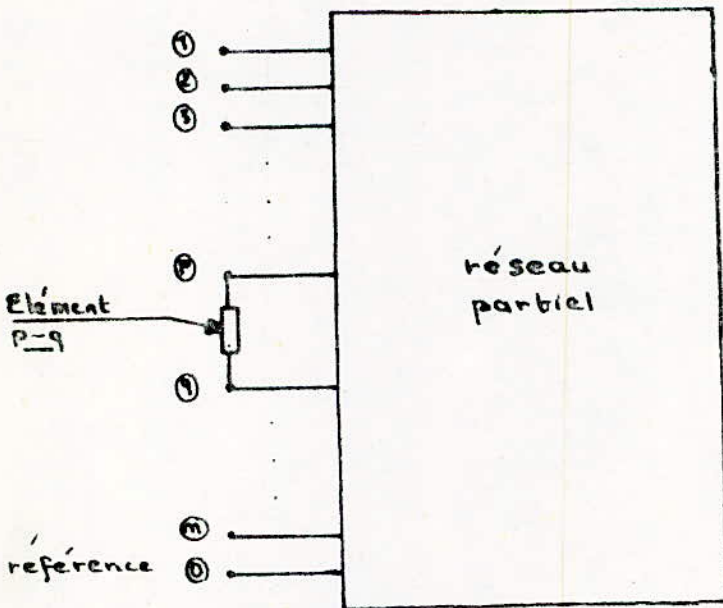
Soit un élément $p-q$ qu'on additionne au réseau, cet élément

peut être soit une branche, soit un chaînon comme le montre la figure (1)

Fig. 1



Addition d'une branche



Addition d'un chaînon

Si l'élément p-q est une branche, le nouveau nœud q est ajouté au réseau partiel et la matrice aura $(m+1) \times (m+1)$ pour dimension. Les nouveaux vecteurs tensions et courant auront eux aussi $(m+1) \times 1$ pour dimension. La détermination de la nouvelle matrice d'impédance exige seulement le calcul des éléments de la colonne et de la ligne ajoutée.

Si l'élément p-q est un chaînon, il n'y a pas de nouveau nœud ajouté au réseau partiel, ainsi les dimensions de la matrice restent inchangées mais tous les éléments de la matrice impédance doivent être recalculés pour inclure l'effet de ce chaînon et on obtient ainsi la nouvelle matrice d'impédance.

A. Addition d'une branche :

Le système d'équation du réseau partiel avec l'addition d'une branche p-q s'écrit de la façon suivante:

V_1	Z_{11}	Z_{12}	Z_{1p}	Z_{1m}	Z_{1q}	I_1
V_2	Z_{21}	Z_{22}	Z_{2p}	Z_{2m}	Z_{2q}	I_2
⋮	⋮						⋮	⋮
V_p	Z_{p1}	Z_{p2}	Z_{pp}	Z_{pm}	Z_{pq}	I_p
⋮	⋮						⋮	⋮
V_m	Z_{m1}	Z_{m2}	Z_{mp}	Z_{mm}	Z_{mq}	I_m
V_q	Z_{q1}	Z_{q2}	Z_{qp}	Z_{qm}	Z_{qq}	I_q

(3)

comme on la déjà fait on remarque que les éléments sont passifs linéaires, il en résulte que $Z_{qi} = Z_{iq}$ où $i=1,2,\dots,m$ représentent les nœuds du réseau partiel sans introduction du nouveau nœud q .

L'addition de la branche $p-q$ peut être couplée mutuellement avec un ou plusieurs éléments du réseau de départ.

Les termes Z_{qi} sont déterminés en injectant un courant au $i^{\text{ème}}$ nœud et en calculant la différence de potentiel existante entre le $q^{\text{ème}}$ nœud et le nœud de référence 0. (Voir Fig 2)

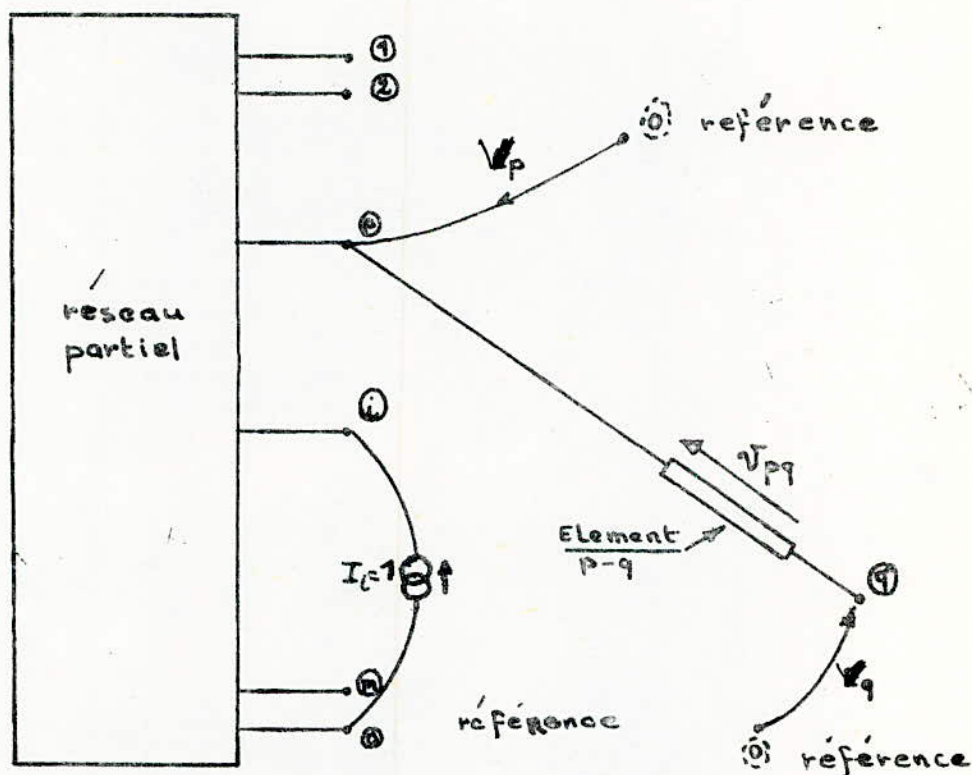


fig. 2

puisqu'on a injecté un courant uniquement au nœud i et que les

autres courants aux nœuds sont tous nuls, il vient de l'équation

① que :

$$V_1 = Z_{1i} I_i$$

$$V_2 = Z_{2i} I_i$$

$$\vdots$$

$$V_p = Z_{pi} I_i \quad (4)$$

$$\vdots$$

$$V_m = Z_{mi} I_i$$

$$V_q = Z_{qi} I_i$$

En choisissant la source de courant injectée à l'unité ($I_i = 1$) dans l'équation (4), on aura Z_{qi} directement en calculant V_q . D'après la fig.(2), la tension V_{pq} à travers l'élément additionné sera donné par :

$$V_{pq} = V_p - V_q$$

ou encore : $V_q = V_p - V_{pq}$

Les courants dans les éléments du réseau de la fig.(2) sont exprimés à l'aide des admittances primitives et des tensions à travers ces éléments par :

$$\begin{bmatrix} I_{pq} \\ I_{p\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{pq,pq} & \bar{y}_{pq,p\sigma} \\ \bar{y}_{pq,p\sigma} & y_{p\sigma,p\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{pq} \\ V_{p\sigma} \end{bmatrix} \quad (5)$$

avec pq : souscription fixe de l'élément additionné et $p\sigma$: souscription variable et se référant à tous les autres éléments

du réseau partiel. Ainsi :

- i_{pq} et \bar{V}_{pq} sont respectivement le courant et la tension de l'élément additionné.

- $\bar{I}_{p\sigma}$ et $\bar{V}_{p\sigma}$ les vecteurs courant et tension des éléments du réseau partiel.

- $y_{pq, pq}$ représente l'admittance propre de l'élément additionné.

- $\bar{y}_{pq, p\sigma}$: le vecteur des mutuelles admittances entre l'élément additionné (p, q) et les éléments (p, σ) du réseau partiel.

- $\bar{y}_{p\sigma, pq}$: la transposée du vecteur $\bar{y}_{pq, p\sigma}$ et $[y_{p\sigma, p\sigma}]$ la matrice des admittances primitives du réseau partiel issue de la matrice primitive des impédances.

Comme on l'a signalé auparavant, seul le courant $I_{pq} = 0$.

Donc le courant dans la branche additionnée comme le montre la fig. (2) est égale à zéro ; ainsi $i_{pq} = 0$ (6)

Cependant, \bar{V}_{pq} tension de cette branche, est différente de zéro puisque cette dernière est couplée mutuellement à un ou plusieurs des éléments du réseau partiel.

$$\text{De plus } \bar{V}_{p\sigma} = \bar{V}_p - \bar{V}_\sigma \quad (7)$$

Où \bar{V}_p et \bar{V}_σ sont les tensions aux nœuds dans le réseau partiel.

Des équations (5), (6), (7), il résulte que :

$$I_{pq} = Y_{pq,pq} \bar{V}_{pq} + \bar{Y}_{pq,pr} \bar{V}_{pr} = 0$$

ou encore :

$$\bar{V}_{pq} = - \frac{\bar{Y}_{pq,pr} \cdot \bar{V}_{pr}}{\bar{Y}_{pq,pq}} = - \frac{\bar{Y}_{pq,pr} [\bar{V}_p - \bar{V}_r]}{Y_{pq,pq}}$$

$$\boxed{\bar{V}_{pq} = - \frac{\bar{Y}_{pq,pr} [\bar{V}_p - \bar{V}_r]}{Y_{pq,pq}} \quad (8)}$$

Et si on substitue la tension \bar{V}_{pq} donnée par (5) dans (8) on aura :

$$V_q = V_p + \frac{\bar{Y}_{pq,pr} [\bar{V}_p - \bar{V}_r]}{Y_{pq,pq}}$$

De plus on pose pour V_q , V_p , \bar{V}_p et \bar{V}_r de l'équation (4) que le courant $I_i = 1$, on obtient finalement le terme de la matrice d'impédance nouvelle après introduction de la branche par :

$$\boxed{Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{\bar{Y}_{pq,pr} (\bar{Z}_{pi} - Z_{ri})}{Y_{pq,pq}} \quad (9)}$$

$i = 1, 2, \dots, m$
 $i \neq q$

L'élément Z_{qq} peut être calculé en injectant cette fois-ci un courant au $q^{\text{ème}}$ noeud et on calcule la tension de ce même noeud, puisque tous les courants aux noeuds sont nuls il résulte de l'équation (3) que :

$$V_1 = Z_{1q} I_q$$

$$V_2 = Z_{2q} I_q$$

$$\vdots$$
$$V_p = Z_{pq} I_q$$

$$\vdots$$
$$V_m = Z_{mq} I_q$$

$$V_q = Z_{qq} I_q$$

posons $I_q = 1$ per unit, Z_{qq} est connue en calculant la tension V_q ; ceci dit, le courant qui circulera dans la branche ajoutée vaudra :

$$i_{pq} = -I_q = -1 \quad (11)$$

De l'équation (4), on obtient

$$i_{pq} = y_{pq,pq} \bar{V}_{pq} + \bar{y}_{pq,ps} \bar{V}_{ps} = -1$$

$$\bar{V}_{pq} = - \frac{1 + \bar{y}_{pq,ps} \cdot \bar{V}_{ps}}{y_{pq,pq}}$$

On substitue \bar{V}_{ps} donnée par (7)

On obtient :

$$\bar{V}_{pq} = - \frac{1 + \bar{y}_{pq,pq} (\bar{V}_s - \bar{V}_r)}{y_{pq,pq}}$$

On remplace \bar{V}_{pq} par sa valeur et on aura

$$V_q = V_p + \frac{1 + \bar{y}_{pq,pq} [\bar{V}_p - \bar{V}_s]}{y_{pq,pq}}$$

Ainsi, en remplaçant V_q, V_p, \bar{V}_p et \bar{V}_s de l'équation (10) par $I_q = 1$, on obtient

$$(13) \quad Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1 + \bar{Y}_{pq,ps} [\bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{sq}]}{Y_{pq,pq}}$$

Etude des cas particuliers :

Si la branche additionnée, n'est pas couplée mutuellement aux autres éléments du réseau partiel, dans ce cas les éléments du vecteur

$$\bar{Y}_{pq,ps} \text{ sont nuls et } Z_{pq,pq} = \frac{1}{Y_{pq,pq}}$$

représente l'impédance de la branche ; il vient de l'équation (9) que :

$$Z_{qi} = Z_{pi} \quad \text{avec } i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq q$$

et de l'équation (13)

$$Z_{qq} = Z_{pq} + Z_{pq,pq}$$

Dans le cas où p est un nœud de référence alors les expressions précédentes deviennent :

$$Z_{pi} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq q$$

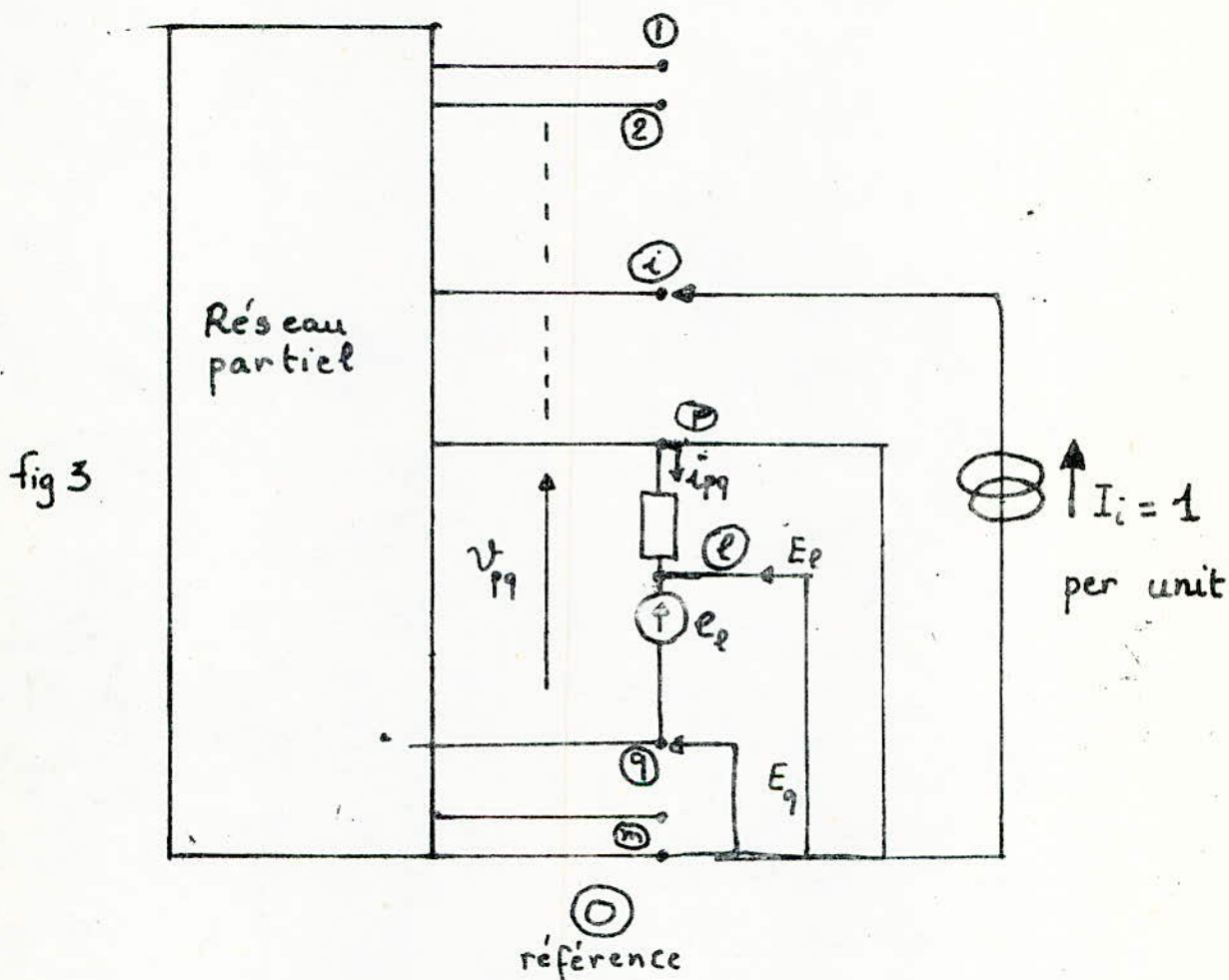
$$Z_{pq} = 0$$

$$\text{donc } Z_{qi} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq q$$

$$\text{et } Z_{qq} = Z_{pq,pq}$$

B. Addition d'un chaînon :

Si l'élément additionné $p-q$ est un chaînon, la technique pour recalculer les éléments de la nouvelle matrice d'impédance consiste à connecter en série avec l'élément additionné une source de tension e_2 , comme le montre la Fig(3).



Cependant cette technique crée un noeud fictif l qui sera éliminé en dernier. La source de tension e_2 est choisie de telle sorte que le courant circulant dans le chaînon sera nul.

Le système d'équations représentant le réseau partiel, le chaînon (p-l) ajouté et la source de tension e_p sera donné par :

$$\begin{array}{|c|} \hline V_1 \\ \hline V_2 \\ \hline \vdots \\ \hline V_p \\ \hline \vdots \\ \hline V_m \\ \hline e_p \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & & p & & m & l \\ \hline & Z_{11} & Z_{12} & \text{---} & Z_{1p} & & Z_{1m} & Z_{1l} \\ \hline & Z_{21} & Z_{22} & \text{---} & Z_{2p} & & Z_{2m} & Z_{2l} \\ \hline & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hline & Z_{p1} & Z_{p2} & \text{---} & Z_{pp} & & Z_{pm} & Z_{pl} \\ \hline & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hline & Z_{m1} & Z_{m2} & \text{---} & Z_{mp} & & Z_{mm} & Z_{ml} \\ \hline & Z_{l1} & Z_{l2} & \text{---} & Z_{lp} & & Z_{lm} & Z_{ll} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline I_1 \\ \hline I_2 \\ \hline \vdots \\ \hline I_p \\ \hline \vdots \\ \hline I_m \\ \hline I_l \\ \hline \end{array} \quad (14)$$

Comme la tension de la source e_p est égale à $E_p - E_q$, alors l'élément Z_{li} peut être déterminé en injectant un courant au $i^{\text{ème}}$ nœud et en calculant la tension au $l^{\text{ème}}$ nœud en tenant compte du nœud q . Puisque tous les autres courants sont nuls, il vient de l'équation (14) que :

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{1i} I_i \\ \vdots \\ V_p &= Z_{pi} I_i \\ \vdots \\ V_m &= Z_{mi} I_i \\ E_l &= Z_{li} I_i \end{aligned}$$

ou encore

$$(15) \quad \begin{aligned} V_k &= Z_{ki} I_i \quad k = 1, 2, \dots, m \\ E_l &= Z_{li} I_i \end{aligned}$$

Si on pose $I_i = 1$ per unit dans l'équation (15), Z_{li} sera obtenue directement en calculant E_l .

Comme la source de tension est donnée par :

$$E_l = E_p - E_q = E_p - E_q - V_{pl} \quad (16)$$

et puisque le courant circulant dans le chaînon ajouté est nul $i_{pq} = 0$. L'élément $(p-l)$ peut être donc traité comme une branche, le courant dans cet élément sera donné par (5)

$$i_{pl} = Y_{pe,pe} V_{pe} + Y_{pe,so} \bar{V}_{so}$$

avec $i_{pl} = i_{pq} = 0$

$$\text{donc } V_{pe} = \frac{\bar{Y}_{pq,so} \cdot \bar{V}_{so}}{Y_{pe,pe}}$$

et comme $\bar{Y}_{pe,so} = \bar{Y}_{pq,so}$ et que $Y_{pe,pe} = Y_{pq,pq}$

$$\text{donc } V_{pl} = \frac{\bar{Y}_{pq,so} \cdot \bar{V}_{so}}{Y_{pq,pq}} \quad (17)$$

En substituant dans l'ordre les équations (17), (7) et (14) et en posant $I_i = 1$ dans (16)

On obtient

$$\bar{Z}_{li} = \bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{qi} + \frac{\bar{Y}_{pq,so} [\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{qi}]}{\bar{Y}_{pq,pq}} \quad (18)$$

$i = 1, 2, \dots, m$
 $i \neq l$

L'élément \bar{Z}_{ll} peut être calculé en injectant un courant au $l^{\text{ème}}$ nœud avec le nœud q comme référence et en calculant la tension au $p^{\text{ème}}$ nœud en considérant le nœud q . Puisque tous les autres courants aux nœuds sont nuls il vient de l'équation (14) que :

$$(19) \quad \begin{aligned} V_h &= \bar{Z}_{hl} I_l \\ e_l &= \bar{Z}_{ll} I_l \end{aligned} \quad h = 1, 2, \dots, m$$

En posant toujours $I_l = 1$ per unit dans (19)

\bar{Z}_{ll} s'obtient en calculant e_l :

le courant dans l'élément $(p-l)$ est $i_{pl} = -I_l = -1$

$$i_{pl} = \bar{Y}_{pl,pe} V_{pe} + \bar{Y}_{pl,so} \bar{V}_{so} = -1$$

Comme $\bar{Y}_{pl,so} = \bar{Y}_{pq,so}$

et $\bar{Y}_{pl,pe} = \bar{Y}_{pq,pq}$

On aura ainsi :

$$V_{pe} = - \frac{1 + \bar{Y}_{pq,so} \bar{V}_{so}}{\bar{Y}_{pq,pq}} \quad (20)$$

et après substitution comme précédemment, on trouve l'élément d'impédance \bar{Z}_{ll} par :

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + \bar{y}_{pq,ps} [\bar{Z}_{sp} - \bar{Z}_{qp}]}{y_{pq,pq}} \quad (21)$$

En particulier si le chaînon ne figure pas en couplage magnétique, avec un ou plusieurs éléments du réseau, alors $\bar{y}_{pq,ps} = 0$ et $z_{pq,pq} = \frac{1}{y_{pq,pq}}$

Ainsi de (18) on a : $Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} \quad \begin{matrix} i=1,2,\dots,m \\ i \neq l \end{matrix}$

et de (21) on a : $Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq,pq}$

De plus si le noeud p est considéré comme référence

alors : $Z_{pi} = 0$ et $Z_{pl} = 0$

ainsi : $Z_{li} = -Z_{qi} \quad \begin{matrix} i=1,2,\dots,m \\ i \neq l \end{matrix}$

$$Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq,pq}$$

Les éléments des $l^{\text{ème}}$ ligne et colonne de la matrice d'impédance du réseau partiel augmenté sont trouvés par l'équation (18) et (21), il restera à calculer la matrice d'impédance incluant l'effet du chaînon. Ceci peut être accompli en modifiant les éléments Z_{ij} où $i,j = 1,2,\dots,m$ et en éliminant les $l^{\text{ème}}$ ligne et colonne correspondants au noeud fictif. Le dernier est éliminé en court-circuitant la source de tension E_0 .

De l'équation (14), on obtient :

$$\bar{V} = [Z] \bar{I} + \bar{Z}_{i0} I_0 \quad (22)$$

$$e_l = \bar{Z}_{lj} \bar{I} + Z_{ll} I_l = 0 \quad (23)$$

où $i, j = 1, 2, \dots, m$

(22) et (23) entraînent par élimination du vecteur

\bar{I} la relation suivante :

$$\bar{V} = \left[Z - \frac{\bar{Z}_{ie} \bar{Z}_{ej}}{Z_{ee}} \right] \bar{I}$$

il vient donc :

$$Z_{ij}^{\text{modifiée}} = Z_{ij}^{\text{(avant élimination)}} - \frac{\bar{Z}_{ie} \bar{Z}_{ej}}{Z_{ee}}$$

ou :

$$Z_{ij}^{\text{(modifiée)}} = Z_{ij}^{\text{(avant élimination)}} - \frac{\bar{Z}_{ie} \bar{Z}_{ej}}{Z_{ee}} \quad (24)$$

On résume cet algorithme sur le Tableau 1 :

Tableau : 1

l'élément - p=q additionné	Couplage mutuel		Couplage non mutuel	
	p ≠ noeud de référence		p = référence	
branche	$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{\bar{Y}_{pq,qs} [\bar{Z}_{si} - \bar{Z}_{si}]}{Y_{pq,pq}}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq q$	$Z_{qi} = \frac{\bar{Y}_{pq,qs} [\bar{Z}_{si} - \bar{Z}_{si}]}{Y_{pq,pq}}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq q$	$Z_{qi} = Z_{pi}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq q$	$Z_{qi} = 0$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq q$
	$Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1 + \bar{Y}_{pq,qs} [\bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{sq}]}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{qq} = \frac{1 + \bar{Y}_{pq,qs} [\bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{sq}]}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{qq} = Z_{pq} + \bar{Z}_{pq,pq}$	$Z_{qq} = \bar{Z}_{pq,pq}$
chaînon	$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{\bar{Y}_{pq,qs} [\bar{Z}_{si} - \bar{Z}_{si}]}{Y_{pq,pq}}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $l \neq i$	$Z_{li} = -Z_{qi} + \frac{\bar{Y}_{pq,qs} [Z_{ei} - Z_{oi}]}{Y_{pq,pq}}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq l$	$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq l$	$Z_{li} = -Z_{qi}$ $i = 1, 2, \dots, m$ $i \neq l$
	$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + \bar{Y}_{pq,qs} [\bar{Z}_{sl} - \bar{Z}_{sl}]}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{ll} = -Z_{ql} + \frac{1 + \bar{Y}_{pq,qs} [Z_{sl} - Z_{sl}]}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \bar{Z}_{pq,pq}$	$Z_{ll} = -Z_{ql} + \bar{Z}_{pq,pq}$

Modification des éléments après élimination du $l^{ième}$ noeud

$$Z_{ij}^{modifiée} = Z_{ij}^{avant\ élimination} - \frac{Z_{il} \cdot Z_{lj}}{Z_{ll}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

58

Conclusion:

la détermination de la matrice des impédances de transfert est une opération longue et délicate.

Pour réduire le temps de calcul de cette matrice on peut procéder comme suit:

- Additionner les chaînons aussi rapidement que possible en fermant les boucles du réseau au fur et à mesure qu'ils se présentent plutôt de constituer d'abord l'arbre du réseau.
- Additionner simultanément plusieurs branches, puis plusieurs chaînons ce qui conduirait à envisager le cas de l'addition à un réseau donné, d'ensembles plus complexes, véritables sous-réseaux dont les matrices sont connues. (peu volumineuses = temps de calcul très court)
- la matrice des admittances inverse de la matrice primitive des impédances des éléments sera calculée juste au début du programme, ainsi on épuise progressivement ses vecteurs lignes à chaque calcul.
- Scinder le réseau complexe en sous-réseaux dont les matrices de transfert sont facilement calculables (le temps de calcul croît avec le cube du nombre d'inconnues). la matrice globale du réseau sera donnée par des combinaisons de celles de sous-réseaux, cependant ce cas exige la connaissance de la théorie d'addition d'ensembles complexes.

Notations utilisées Dans le programme:

I : l'élément sur lequel on travaille.

K : indice de la ligne et de la colonne de Z à former dans le cas d'un chaînon à additionner.

N : nombre d'éléments constituant le réseau (partie linéaire et partie non linéaire)

Z : matrice d'impédance de transfert à constituer.

IP : numéro du noeud source d'un élément I

IQ : numéro du noeud d'arrivée d'un élément I

LB : indicateur d'erreur lors d'une inversion.

LB = -1 ou 0 matrice irréversible

LB = +1 inversion

REF : numéro du noeud de référence choisi.

ZPI : élément de la matrice Z de la IP^{ème} ligne ou colonne (symétrique)

PRØD : produit des deux vecteurs YBAR et ZBAR

YBAR : vecteur ligne de la matrice inverse de PRIMIT contenant seulement les éléments non nuls, celui de la diagonale non inclue.

ZBAR : différence de deux vecteurs colonnes tirés de la matrice Z précédente

PRIMIT : matrice des impédances primitives du réseau correspondant au nombre d'éléments

PRIMP : matrice inverse de PRIMIT ou encore matrice primitive des admittances.

YPQPQ : terme diagonal de PRIMP correspondant à l'élément d'extrémité (p-q).

BRANCH : Vecteur donnant la nature de l'élément à additionner.

BRANCH (I) = 0 \longrightarrow l'élément I est une branche.

BRANCH (I) = 1 \longrightarrow l'élément I est un chaînon.

CORRES : Vecteur contenant les couples de nœuds, le $I^{\text{ième}}$ couple (K, J) donne K comme nœud de départ et J nœud d'arrivée de l'élément I.

INVERS : Routine d'inversion d'une matrice.

YZPROD : Routine de produit de 2 vecteurs YBAR et ZBAR. résultant dans PROD.

INDIC = 1	élément additionné -ionne' branche	{	le nœud IP \neq REF et couplage mutuel.
= 2			le nœud IP = REF et couplage mutuel.
= 3			le nœud IP \neq REF et couplage non mutuel.
= 4			le nœud IP = REF et couplage non mutuel.
= 5	élément additionné -ionne' chaînon	{	le nœud IP \neq REF et couplage mutuel.
= 6			le nœud IP = REF et couplage mutuel.
= 7			le nœud IP \neq REF et couplage non mutuel.
= 8			le nœud IP = REF et couplage non mutuel.


```

PROGRAMME CALCULANT LA MATRICE DES IMPEDANCES DE TRANSFERT.
  COMPLEX PRIMP(81,81),Z(37,37),PRIMIT(81,81),YBAR(6561),
1 ZBAR(6561),YPQPQ,ZPI,PROD
  INTEGER BRANCH(81),CORRES(162),REF
C N:NOMBRE D'ELEMENTS
C
C      LECTURE DU NOMBRE D'ELEMENTS "N"
C
C
  READ(5,100)N
100 FORMAT(I3)
  L=N*2
C
C
C      LECTURE DES COUPLES DE NOEUDS CORRESPONDANT A CHAQUE EI
C
C
  READ(5,102)(CORRES(I),I=1,L)
C
C
C      LECTURE DE LA NATURE DE CHAQUE ELEMENT:
C      0: BRANCHE
C      1: CHAINON
C
C
  READ(5,101)(BRANCH(I),I=1,N)
101 FORMAT(80I1)
C
C
C      LECTURE DU NUMERO DE REFERENCE "REF"
C
  READ(5,102)REF
102 FORMAT(40I2)
C
C
C      LECTURE DE LA MATRICE PRIMITIVE "PRIMIT"
C
C
  DO 10 I=1,N
  10 READ(5,103)(PRIMIT(I,J),J=1,N)
103 FORMAT(10F8.5)

```


LECTURE DE N
 LECTURE DE CORRES
 LECTURE DE BRANCH
 LECTURE DE REF
 LECTURE DE PRMIT

L = 1
 K = 2

II = L + K - 1

IP = CORRES(II)
 ID = CORRES(II+1)

J = 1

YPRQD = 1 / PRMIT(I, J)
 PRMIT(I, J) = YPRQD

INVERSION DE PRMIT(I, J)

L = L + 1

YPRQD = PRMIT(L, II)

REFEUIL INVERSEUR

FIN

INDIC = 1

BRANCH(II) = 1

INDIC = INDIC + 3

IF = REF

INDIC = INDIC + 1

INDIC = 2

INDIC = 3

INDIC = 4

INDIC = 5

INDIC = 6

INDIC = 7

INDIC = 8

INDIC = 9

INDIC = 10

INDIC = 11

INDIC = 12

INDIC = 13

INDIC = 14

INDIC = 15

INDIC = 16

INDIC = 17

INDIC = 18

INDIC = 19

INDIC = 20

INDIC = 21

INDIC = 22

INDIC = 23

INDIC = 24

INDIC = 25

INDIC = 26

INDIC = 27

INDIC = 28

INDIC = 29

INDIC = 30

INDIC = 31

INDIC = 32

INDIC = 33

TRANSFORMATION DE LA MATRICE Z
 PRECEDANTE. GÉNÉRALISATION ET COLONNES Z
 $Z(I, J) = Z(I, J) + Z(I, K) * Z(K, J) / Z(I, K)$

J = 1

ZPI = Z(I, J)

INDIC = 8

ZPI = 0

J = K

Z(K, K) = ZPI - Z(I, K) * Z(I, K) / YPRQD

Z(K, J) = ZPI - Z(I, K) * Z(I, J) / YPRQD

Z(K, J) = Z(I, K) * Z(I, J) / YPRQD

J = J + 1

J = K

Z(K, K) = ZPI - Z(I, K) * Z(I, K) / YPRQD

J = J + 1

J = K

Z(K, K) = ZPI - Z(I, K) * Z(I, K) / YPRQD

J = J + 1

J = K

Z(K, K) = ZPI - Z(I, K) * Z(I, K) / YPRQD

J = J + 1

J = K

Z(K, K) = ZPI - Z(I, K) * Z(I, K) / YPRQD

impression de 7

FIN


```

K=2
DO 30 I=1,N
II=I*2-1
IP=CORRES(II)
IQ=CORRES(II+1)
WRITE(6;600)I,IP,IQ
600 FORMAT(////'JE TRAVAILLE SUR L',IH,'ELEMENT',I3,
  1 2X,'CORRESPONDANT AUX NOEUDS 'I2,IH,I2)
WRITE(6,60I)
60I FORMAT(////' MATRICE PRIMIT.')
```

```

DO 15 M=1,I
  15 WRITE(6,900)(PRIMIT(M,J),J=1,I)
    IF(I.NE.1) GO TO 12
    YPQPQ=(1./PRIMIT(1,1))
    PRIMIT(1,1)=YPQPQ
    GO TO 11
12 LB=1
  DO 13 J=1,I
    DO 13 M=1,I
      YBAR(LB)=PRIMIT(M,J)
13 LB=LB+1
  CALL INVERS(I,YBAR,YBAR,ZBAR,LB)
  IF(LB)1,1,2
  I W RITE(6,32I)I
32I FORMAT(' MATRICE NON INVERSIBLE A I=',I2)
  STOP
  2 LB=1
    DO 14 J=1,I
      DO 14 M=1,I
        PRIMP(M,J)=ZBAR(LB)
14 LB=LB+1
  YPQPQ=PRIMIT(I,I)
  WRITE(6,603)
603 FORMAT(////' SA MATRICE INVERSE PRIMP.')
```

```

DO 16 M=1,I
  16 WRITE (6,900)(PRIMP(M,J),J=1,I)
    J=K
    IF(BRANCH(I-1).EQ.0)J=J-1
    WRITE(6,602)
602 FORMAT(////' ET Z PRECEDENTE')
```

.../...

```

DO 17 M=1,J
I7 WRITE(6,900)(Z(M,II),II=1,J)
  II INDIC=1
    IF(BRANCH(I).EQ.1) INDIC=5
    IF(REF.EQ.IP)INDIC=INDIC+1
    GO TO (21,21,23,23,25,25,27,27),INDIC
2I DO 40 J=1,IQ
  WRITE(6,950)IQ,J
  ZPI=Z(IP,J)
  IF(INDIC.EQ.2) ZPI=0
  CALL YZPROD(PRIMP,I,N,YBAR,ZBAR,CORRES,J,PROD,Z)
  IF(J.EQ.IQ)GO TO 43Z(
  Z(IQ,J)=ZPI+PROD/YPQPQ
  Z(J,IQ)=Z(IQ,J)
  GO TO 40
43 Z(IQ,IQ)=ZPI+(1+PROD)/YPQPQ
40 CONTINUE
  K=K+1
  GO TO 30
23 DO 44 J=1,IQ
  WRITE(6,950)IQ,J
  ZPI=Z(IP,J)
  IF(INDIC.EQ.4) ZPI=0
  IF(J.EQ.IQ) GO TO 45
  Z(IQ,J)=ZPI
  Z(J,IQ)=Z(IQ,J)
  GO TO 44
45 Z(IQ,IQ)=ZPI+1/YPQPQ
44 CONTINUE
  K=K+1
  GO TO 30
25 DO 46 J=1,K
  WRITE(6,950)K,J
950 FORMAT (2X,'JE TRAVAILLE SUR Z(',I2,1H,,I2,1H) )
  ZPI=Z(IP,J)
  IF(INDIC.EQ.6) ZPI=0
  CALL YZPROD(PRIMP,I,N,YBAR,ZBAR,CORRES,J,PROD,Z)
  IF (J.EQ.K) GO TO 47
  Z(K,J)=ZPI-Z(IQ,J)+PROD/YPQPQ
  GO TO 46

```

.../...


```

47   Z(K,K)=ZPI-Z(IQ,K)+(1+PROD)/YPQPQ
46   CONTINUE
51   II=K-1
      WRITE(6,604)
604  FORMAT(///' MATRICE DE TRAVAIL AVANT TRANSFORMATION'/)
      DO 48 J=i,II
      DO 48 JJ=i,II
      Z(J,JJ)=Z(J,JJ)-(Z(J,K)*Z(K,JJ))/Z(K,K)
48   CONTINUE
      GO TO 30
27   DO 49 J=i,K
      WRITE(6,950)K,J
      ZPI=Z(IP,J)
      IF(INDIC.EQ.8) ZPI=0
      IF(J.EQ.K) GO TO 50
      Z(K,J)=ZPI-Z(IQ,J)
      Z(J,K)=Z(K,J)
      GO TO 49
50   Z(K,K)=ZPI-Z(IQ,K)+1/YPQPQ
49   CONTINUE
      GO TO 51
30   CONTINUE
      K=K-1
C   impression DE Z
      WRITE(6,909)
909  FORMAT(///' MATRICE D' ,1H' , 'IMPEDANCE DE TRANSFERT : '/)
      DO 901 I=2,K
900  FORMAT(//14(6(1X,F10.5,1X,F10.5)/) )
901  WRITE(6,900)(Z(I,J),J=2,K)
      STOP
      END

```

SOUS-PROGRAMME D'INVERSION

```
SUBROUTINE INVERS(NQ,C,B,U,LB)
COMPLEX C(1),B(1),U(1),F,H,D,G
NZ=NQ NQ
C COPIE DE C DANS B INITIALISATION DE U
  DO 1 IU=1,NZ
    U(IU)=(0.,0.)
1  B(IU)=C(IU)
  DO 2 IV=1,NQ
    K=(IV-1)*NQ+IV
2  U(K)=1
  DO 11 K=1,NQ
    KP=NQ*(K-1)+K
    HH=REAL(B(KP) )
    FF=AIMAG(B(KP) )
    IF((HH.NE.0.).OR.(FF.NE.0.))GO TO 28
    N=K
26 N=N+1
    IF(N-NQ)24,24,25
25 LB=-1
    RETURN
24 KA=(N-1)*NQ+K
    HH=REAL(B(KA))
    FF=AIMAG(B(KA))IF(
    IF((HH.EQ.0.).AND.(FF.EQ.0.))GO TO 26
C PERMUTATION DE DEUX LIGNES
  DO 30 M=1,NQ
    KM=(M-1)*NQ+K
    NM=(M-1)*NQ+N
    H=U(KM)
    U(KM)=U(NM)
    U(NM)=H
    F=B(KM)
    B(KM)=B(NM)
30 B(NM)=F
28 D=B(KP)
  DO 21 I=1,NQ
    KI=(I-1)*NQ+K
    U(KI)=U(KI)/D
21 B(KI)=B(KI)/D
  DO 11 Ki=1,NQ
```

.../...

```

DO ii Ki=1,NQ
IF(Ki-K)51,ii,51
5I KK=(K-i) NQ+Ki
G=B(KK)
DO 50 Ii=1,NQ
KIi=(Ii-i) NQ+K
KI=(Ii-i) NQ+Ki
U(KI)=U(KI)-U(KIi)*G
50 B(KI)=B(KI)-B(KIi)*G
II CONTINUE
LB=i
RETURN
END

```


SOUS-PROGRAMME DU PRODUIT DE DEUX VECTEURS

```
SUBROUTINE YZPROD(PRIMP, I, N, YBAR, ZBAR, CORRES, J, PROD, Z)
COMPLEX PRIMP(81, 81), Z(36, 36), YBAR(1), ZBAR(1), PROD
INTEGER CORRES(162)
II=1
DO 41 JJ=1, I
IF(I.EQ.JJ)GO TO 41
  XI=AIMAG(PRIMP(I, JJ))
  XR=REAL(PRIMP(I, JJ))
  IF((XI.EQ.0.).AND.(XR.EQ.0.))GO TO 41
YBAR(II)=PRIMP(I, JJ)
IJ=JJ*2-1
IRO=CORRES(IJ)
  ISIGMA=CORRES(IJ+1)
ZBAR(II)=Z(IRO, J)-Z(ISIGMA, J)
II=II+1
41 CONTINUE
PROD=(0., 0.)IF
IF(II.EQ.1)WRITE(6, 205)PROD
II=II-1
IF(II.EQ.0)RETURN
DO 42 JJ=1, II
PROD=YBAR(JJ)*ZBAR(JJ)+PROD
42 CONTINUE
WRITE(6, 202)
202 FORMAT(92X, 'ZBAR')
WRITE(6, 201)(ZBAR(JJ), JJ=1, II)
201 FORMAT(//88X, 1H(, F8.5, 1H(, F8.5, 1H))
WRITE(6, 203)(YBAR(JJ), JJ=1, II)
203 FORMAT(/' YBAR=', 4(1H(, F8.5, 1H(, F8.5, 1H), 1X))
WRITE(6, 205)PROD
205 FORMAT(88X, 'PROD=', 1H(, F9.5, 1H(, F9.5, 1H))
RETURN
END
```

DEVELOPPEMENT ET REPRESENTATION DU PROGRAMME

- Dans une première étape, il lit toutes les données résultant du graphe.
- Il teste ensuite la nature de chaque élément additionné, qu'il ajoute progressivement au graphe initial (constitué d'un élément au début dont l'un des nœuds est un nœud de référence).
- Il cherche à chaque fois, la matrice des admittances primitive correspondant au nombre d'éléments additionnés et ceci se fait à l'aide du sous-programme INVERS.
- A l'aide du sous-programme YZPROD, il fait le produit de deux vecteurs, l'un correspondant à la ligne i de la matrice des admittances, l'autre à la colonne j de la matrice Z précédente constituée avant l'addition de l'élément.
- Selon la nature de l'élément additionné, et du nœud de travail, il utilise l'une des huit (8) cases du tableau (1) de la page (58).
- Après que tous les éléments du graphe sont épuisés, la matrice des impédances de transfert Z se forme.

Etude Des Répartitions de charges ou de puissance.

1. Introduction à l'utilisation de la matrice d'impédance de transfert Z au problème de la répartition des puissances:

Les utilisations de la matrice Z sont multiples. Les unes, fondées sur sa propriété de représenter un réseau dans son ensemble, tous les problèmes généraux qui intéressent un réseau (répartition des puissances actives ou réactives). Les autres, basées sur la signification propre de ses termes (l'impédance ponctuelle, l'impédance du réseau vu de n nœuds, etc....).

Tous les problèmes de répartition des puissances sur un réseau électrique, qui sont en fait des problèmes du 2^{ème} ordre peuvent se ramener à la résolution d'un système d'équation qui sont celles du réseau. Le procédé couramment utilisé est celui du programme complet ou à courant alternatif.

Ce programme complet permet d'étudier la circulation de l'énergie réactive et de calculer les tensions exactes en tous les nœuds du réseau.

En général, les données d'une étude de répartition des puissances se présentent, non sous la forme de courants injectés et de tensions aux différents sommets mais sous la forme de puissance active et réactive et de modules de tensions.

On distingue habituellement sous l'angle des

données :

- Les sommets producteurs où sont fixés la puissance active P produite et le module de la tension $|V|$
- Les sommets consommateurs où sont fixées les puissances active et réactive consommées P et Q .

2 - Système d'équations des puissances:

le système des puissances du réseau sera décrit à l'aide de l'une des deux équations matricielles utilisant :

a / la matrice d'impédance de transfert comme suit:

$$(1) \quad \bar{V} = Z \bar{I} \quad \text{avec} \quad \bar{V} : \text{vecteur des tensions mesurées aux nœuds.}$$
$$\bar{I} : \text{vecteur des courants injectés.}$$
$$Z : \text{matrice d'impédance de transfert.}$$

b / la matrice des admittances de court-circuit :

$$(2) \quad \bar{I} = Y \bar{V} \quad \text{avec} \quad \bar{V} : \text{vecteur des tensions aux nœuds.}$$
$$\bar{I} : \text{vecteur courants injectés.}$$
$$Y : \text{matrice d'admittance de court-circuit (ou de transfert).}$$

3 - Equations des sommets consommateurs:

Au niveau de ces sommets, sont fixées les puissances active et réactive consommées P et Q ainsi au sommet p , on notera P_p et Q_p tel que:

$$P_p - jQ_p = S^* = V_p^* I_p$$

et le courant sera dans ce cas :

$$I_p = \frac{P_p - jQ_p}{V_p^*} \quad (3)$$

\Rightarrow

(* l'astérisque marque la quantité conjuguée).

Ainsi dans l'équation représentant le réseau, si les éléments non linéaires sont pris en considération dans les paramètres de la matrice, dans ce cas l'équation (3) représente le courant total dans le noeud, dans le cas contraire, le courant total au noeud p sera :

$$I_p = \frac{P_p - jQ_p}{V_p^*} - y_p V_p$$

où y_p est l'admittance totale vue (latérale) à ce noeud et $y_p V_p$ est le courant circulant dans l'élément non linéaire du noeud p à la masse.

4 - Transit de la puissance dans les lignes de transport :

Le courant dans la ligne allant du noeud p au noeud q est donné par :

$$i_{pq} = V_{pq} y_{pq} + V_p \frac{y'_{pq}}{2}$$

ou encore
$$i_{pq} = (V_p - V_q) y_{pq} + V_p \frac{y'_{pq}}{2}$$

avec y_{pq} : admittance longitudinale de ligne (élément)

y'_{pq} : admittance transversale totale de la ligne chargée

$V_p \frac{y'_{pq}}{2}$: courant de contribution au noeud p passant dans la ligne chargée.

le flux de puissance active et réactive est donné par

$$P_{pq} - jQ_{pq} = V_p^* i_{pq}$$

$$\text{ou } P_{pq} - j Q_{pq} = V_p^* \left\{ (V_p - V_q) y_{pq} + V_p \frac{y'_{pq}}{2} \right\} \quad (4)$$

$$P_{pq} - j Q_{pq} = V_p^* (V_p - V_q) y_{pq} + V_p^* V_p \frac{y'_{pq}}{2}$$

où, au noeud p , le flux de puissance active du noeud p au noeud q est P_{pq} , et le flux de puissance réactive est Q_{pq} .

De même, au noeud q , le flux de puissance de q à p est $P_{qp} - j Q_{qp} = V_q^* (V_q - V_p) y_{pq} + V_q^* V_q \frac{y'_{pq}}{2} \quad (5)$

Les pertes de puissance dans la ligne $p-q$ est une somme algébrique des flux de puissances déterminées par les équations (4) et (5)

5 - Téchniques de résolution :

A - Méthode itérative de Gauss utilisant la matrice d'admittance de transfert :

Le problème de répartition des puissances est résolu une fois qu'on trouve les tensions exactes pour tous les noeuds du réseau excepté le noeud du générateur balancier où la valeur complexe de la tension est spécifiée et reste fixe (en général égale à 1 p.u.). Les courants sont alors calculés pour tous les noeuds sauf au noeud particulier cité au dessus qu'on appelle s , à partir de l'équation des sommets consommateurs.

$$(6) \quad I_p = \frac{P_p - j Q_p}{V_p^*} \quad \begin{array}{l} p = 1, 2, \dots, m \\ p \neq s \end{array}$$

où m est le nombre de noeuds dans le réseau le système d'équations définissant le réseau sera donné comme on l'a vu précédemment par l'équation (2) On sélectionne la mise à la masse comme noeud de référence les $m-1$ équations simultanées peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$I_p = Y_{p1}V_1 + Y_{p2}V_2 + \dots + Y_{pp}V_p + \dots + Y_{pq}V_q + \dots + Y_{pm}V_m$$

$$Y_{pp}V_p = I_p - Y_{p1}V_1 - Y_{p2}V_2 - \dots - Y_{pq}V_q - \dots - Y_{pm}V_m$$

ou encore :

$$Y_{pp}V_p = I_p - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m Y_{pq}V_q$$

enfin :

$$V_p = \frac{1}{Y_{pp}} \left[I_p - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m Y_{pq}V_q \right] \quad (7)$$

$$\begin{array}{l} p=1, 2, \dots, m \\ p \neq s \end{array}$$

Les courants de noeuds sont calculés à partir de l'équation (6), la tension du noeud balancier et les tensions aux noeuds estimées sont substituées dans l'équation (7) pour obtenir des nouvelles tensions aux noeuds. Ces nouvelles tensions sont utilisées dans l'équation (6) afin de recalculer les courants des noeuds pour des solutions ultérieures de l'équation (7). Le processus se poursuit jusqu'à ce que la variation de tensions trouvées soit négligeable.

Une fois que les tensions sont obtenues; la puissance au noeud balancier et les flux de puissance de ligne seront donc calculés.

L'équation (7) et l'équation (6) sont combinées de façon à avoir:

$$V_p = \frac{1}{Y_{pp}} \left[\frac{P_p - j Q_p}{V_p^*} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m Y_{pq} V_q \right] \quad (8)$$

$$p = 1, 2, \dots, m$$

$$p \neq s$$

Cette équation implique seulement les tensions aux noeuds comme variables. En procédant le problème de la répartition des charges de cette manière, il en résulte l'utilisation de systèmes d'équations non linéaires qu'on peut résoudre en utilisant des méthodes itératives. La réduction du temps de calcul pour la résolution de l'équation (9) est assurée si on pose certaines opérations arithmétiques avant de commencer les calculs itératifs. Ainsi on pose: $\frac{1}{Y_{pp}} = L_p$

l'équation (8) devient:

$$V_p = \frac{P_p - j Q_p}{V_p^*} \cdot L_p - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m Y_{pq} L_p V_q \quad (9)$$

$$p = 1, 2, \dots, m$$

$$p \neq s$$

Si on pose encore que : $(P_p - jQ_p)L_p = KL_p$

$$\text{et } Y_{pq}L_p = YL_{pq}$$

l'équation (9) devient :

$$V_p = \frac{KL_p}{V_p^*} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m YL_{pq} V_q \quad (10)$$

$$p = 1, 2, \dots, m$$

$$p \neq s$$

En choisissant le noeud $p=s$ comme noeud générateur balancier ; l'équation (10) devient sous sa forme développée comme suit :

$$V_1^{(k+1)} = \frac{KL_1}{(V_1^k)^*} - YL_{12} V_2^k - \dots - YL_{1s} V_s - \dots - YL_{1q} V_q^k - \dots - YL_{1m} V_m^k$$

$$V_2^{(k+1)} = \frac{KL_2}{(V_2^k)^*} - YL_{21} V_1^k - \dots - YL_{2s} V_s - \dots - YL_{2q} V_q^k - \dots - YL_{2m} V_m^k$$

⋮

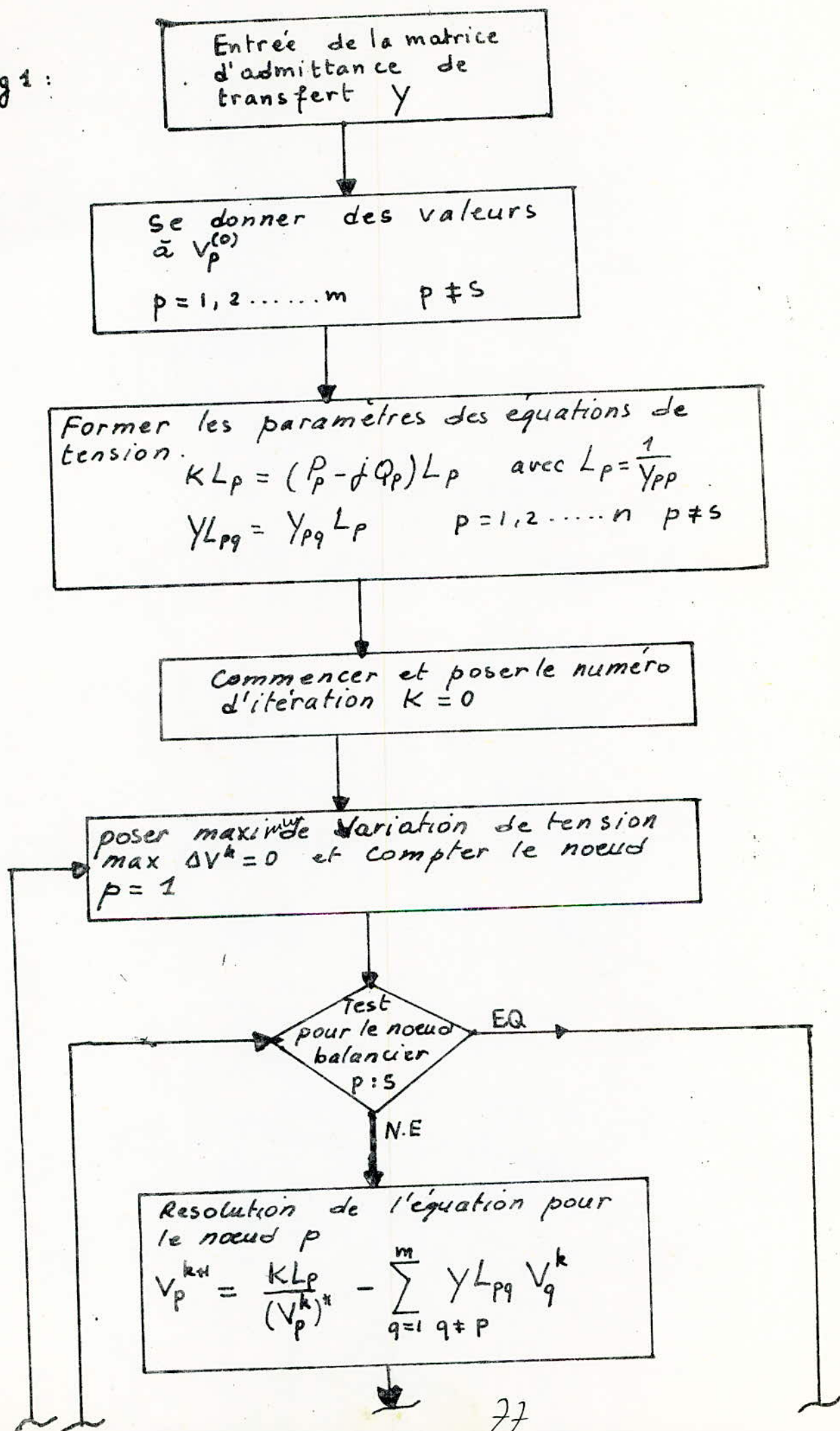
V_s : valeur spécifiée et fixée

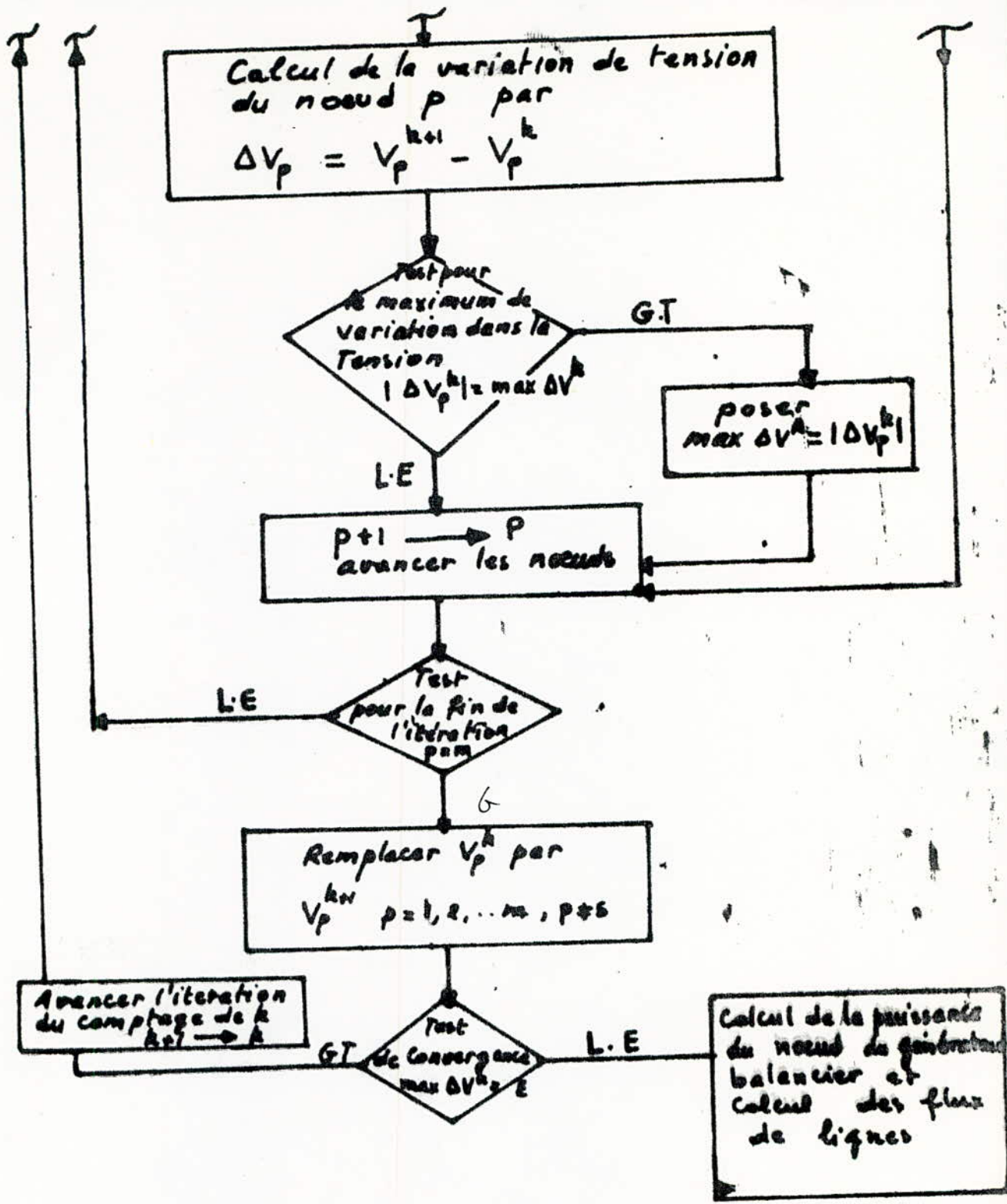
⋮

$$V_m^{(k+1)} = \frac{KL_m}{(V_m^k)^*} - YL_{m1} V_1^k - \dots - YL_{ms} V_s - \dots - YL_{mq} V_q^k - \dots - YL_{mm} V_m^k$$

où l'indice k représente le numéro de l'itération ainsi l'organigramme s'obtient de la façon suivante sur la figure (1) :

Fig 1 :





B - Méthode de Newton-Raphson utilisant la matrice des admittances de transfert :

Cette méthode utilise des équations non linéaires pour exprimer les puissances active et réactive en fonction des tensions aux nœuds.

Ainsi les puissances P et Q au nœud p sont données

par :

$$P_p - jQ_p = V_p^* I_p \quad (1)$$

comme $I_p = \sum_{q=1}^m Y_{pq} V_q$ (d'après l'équation du réseau)

l'équation (1) devient :

$$P_p - jQ_p = V_p^* \sum_{q=1}^m Y_{pq} V_q \quad (2)$$

puisque V_p est la tension complexe et Y_{pq} est l'admittance complexe, on écrit donc :

$$V_p = e_p + j f_p$$

$$Y_{pq} = G_{pq} - j B_{pq}$$

Ainsi l'équation (2) devient :

$$P_p - jQ_p = (e_p - j f_p) \sum_{q=1}^m (G_{pq} - j B_{pq})(e_q + j f_q) \quad (3)$$

Après séparation des parties imaginaire et réelle on a

$$P_p = \sum_{q=1}^m \left\{ e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad (4)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^m \left\{ f_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\}$$

les puissances active et réactive P_p et Q_p sont connues, et les parties réelle et imaginaire e_p et f_p de la tension à chaque nœud ne le sont pas sauf pour le nœud du générateur balancier dont la tension est tenue fixe. Cette méthode exige des relations entre les variations des puissances active et réactive et les composantes de tension de chaque nœud, comme suit:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_{m-1} \\ \hline \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{m-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial e_{m-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_{m-1}} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{m-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_{m-1}}{\partial e_{m-1}} & \frac{\partial P_{m-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_{m-1}}{\partial f_{m-1}} \\ \hline \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial e_{m-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_{m-1}} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{m-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_{m-1}}{\partial e_{m-1}} & \frac{\partial Q_{m-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_{m-1}}{\partial f_{m-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta e_2 \\ \vdots \\ \Delta e_{m-1} \\ \hline \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \vdots \\ \Delta f_{m-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Les éléments de la matrice sont les éléments Jacobiens et le $m^{\text{ième}}$ nœud est connu comme nœud balancier. On écrit le système (5) sous la forme matricielle contractée

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}$$

les éléments des jacobiens J_1, J_2, J_3, J_4 sont déterminés en dérivant les expressions de puissance aux nœuds.

la puissance active de l'équation (4) est :

$$P_p = e_p(e_p G_{pp} + f_p B_{pp}) + f_p(f_p G_{pp} - e_p B_{pp}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m \{ e_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \} \quad (6)$$

$$p = 1, 2, \dots, m-1$$

En différenciant l'expression (6), les éléments non diagonaux du jacobien J , sont donnés par :

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = e_p G_{pp} - f_p B_{pp} \quad q \neq p$$

et les éléments diagonaux sont :

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = 2 e_p G_{pp} + f_p B_{pp} - f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \quad (7)$$

le courant au nœud p s'écrit sous forme complexe :

$$I_p = C_p + j d_p = (G_{pp} - j B_{pp})(e_p + j f_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (G_{pq} - j B_{pq})(e_q + j f_q)$$

en séparant les parties imaginaire et réelle, on obtient

$$C_p = e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \quad (8)$$

$$d_p = f_p G_{pp} - e_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (f_q G_{pq} - e_q B_{pq})$$

$$p = 1, 2, \dots, m-1$$

les expressions des éléments de la diagonale de J_1 peuvent être simplifiés en substituant la composante réelle C_p du courant dans l'équation (7), on obtient :

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = e_p G_{pp} - f_p B_{pp} + C_p$$

De l'équation (6), les éléments non diagonaux de J_2 sont :

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p B_{pq} + f_p G_{pq} \quad q \neq p$$

et ceux de la diagonale sont :

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p B_{pp} + 2f_p B_{pp} - e_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \quad (9)$$

En substituant la partie imaginaire de l'expression du courant dans l'équation (8), on aura :

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_p B_{pp} + f_p G_{pp} + d_p$$

la puissance réactive de l'équation (4) est :

$$Q_p = f_p (e_p G_{pp} + f_p B_{pp}) - e_p (f_p G_{pp} - e_p B_{pp}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m \left\{ f_p (e_p G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad (10)$$

$p = 1, 2, \dots, m-1$

Par différentiation, les éléments non diagonaux du jacobien J_2 sont donnés par :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_q} = e_p B_{pq} + f_p G_{pq} \quad q \neq p$$

et ceux de la diagonale sont donnés par :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = f_p G_{pp} - f_p G_{pp} + 2e_p B_{pp} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (f_q G_{pq} - e_q B_{pq})$$

En remplaçant la partie imaginaire du courant de l'équation (8) dans l'équation (11), on obtient :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = e_p B_{pp} + f_p G_{pp} - d_p$$

De l'équation (10), les éléments non diagonaux de J_2 sont

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = -e_p G_{pq} + f_p B_{pq} \quad q \neq p$$

et ceux de la diagonale sont :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = e_p G_{pp} + 2f_p B_{pp} - e_p G_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m (e_p G_{pq} + f_q B_{pq}) \quad (12)$$

Par substitution de la partie réelle du courant dans l'expression (12) on obtient :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = -e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + C_p$$

Connaissant les valeurs initiales des tensions aux noeuds, les puissances réactive et active données

par l'équation (4). La variation de puissance est la différence qui existe entre la puissance imposée (initialement) et celle calculée.

$$\Delta P_p^k = P_p - P_p^k$$

$$\Delta Q_p^k = Q_p - Q_p^k \quad p=1,2,\dots,m-1$$

les tensions estimées et les puissances calculées aux différents noeuds sont utilisées pour le calcul des courants aux noeuds de façon à évaluer les éléments du jacobien. Le système d'équation (5) peut être résolu pour Δe_p et Δf_p par une méthode directe ou itérative, ainsi la tension exacte au noeud est donnée par :

$$e_p^{k+1} = e_p^k + \Delta e_p^k$$

$$f_p^{k+1} = f_p^k + \Delta f_p^k$$

le processus est répété jusqu'à ce que ΔP_p^k et ΔQ_p^k pour tous les noeuds soient égales à la tolérance exigée. L'organigramme de travail sera donné par la fig 2 :

lire la matrice
d'admittance Y

se donner les tensions
aux noeuds $V_p^{(0)}$
 $p=1, 2, \dots, m \quad p \neq s$

commencer l'iteration
à partir de $k=0$

calcul des puissances réactive et active aux noeuds

$$P_p^k = \sum_{q=1}^m \left\{ e_p^k (e_q^k G_{pq} + f_q^k B_{pq}) + f_p^k (f_q^k G_{pq} - e_q^k B_{pq}) \right\}$$

$$Q_p^k = \sum_{q=1}^m \left\{ f_p^k (e_q^k G_{pq} + f_q^k B_{pq}) - e_p^k (f_q^k G_{pq} - e_q^k B_{pq}) \right\}$$

$p = 1, 2, \dots, m \quad p \neq s$

calcul des différences entre les
puissances imposées et celle calculées

$$\Delta P_p^k = P_p(\text{estimé}) - P_p^k$$

$$\Delta Q_p^k = Q_p(\text{estimé}) - Q_p^k, \quad p=1, 2, \dots, m$$

$p \neq s$

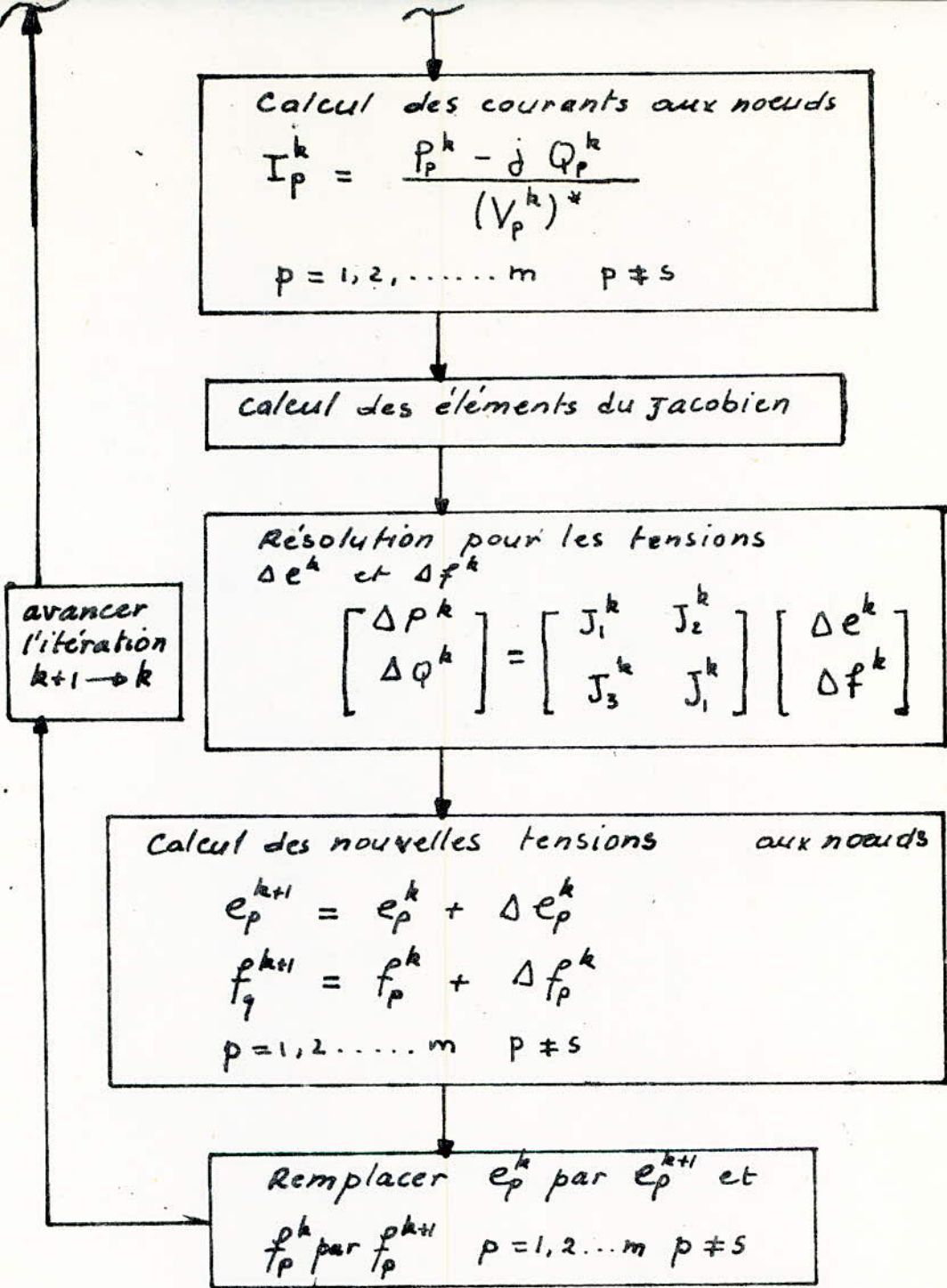
détermination du maximum de
variation de puissance $\max \Delta P_p^k$
et $\max \Delta Q_p^k$

test de
convergence
 $\max |\Delta P_p^k| = \epsilon$
 $\max |\Delta Q_p^k| = \epsilon$

L.E

calcul de puissance
de ligne et de la puissance
du noeud balancier.

G.T



Remarque: la méthode de Raphson-Newton peut être aussi utilisée en coordonnées polaires, ainsi,

$$V_p = |V_p| e^{j\delta_p}$$

$$Y_{pq} = |Y_{pq}| e^{-j\theta_{pq}}$$

Après avoir remplacé ces deux expressions dans l'équation (1) on obtient :

$$P_p - jQ_p = \sum_{q=1}^m |V_p V_q Y_{pq}| e^{-j(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)}$$

puisque $e^{-j(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)} = \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) - j \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$

la partie réelle et la partie imaginaire sont :

$$P_p = \sum_{q=1}^m |V_p V_q Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (13)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^m |V_p V_q Y_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

$$p = 1, 2, \dots, m-1$$

les éléments des jacobiens J_1, J_2, J_3, J_4 sont donnés à partir de l'équation des expressions (13)

pour J_1 :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = |V_p V_q Y_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m |V_p V_q Y_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Pour J_2 :

$$\frac{\partial P}{\partial |V_q|} = |V_p Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial P}{\partial |V_p|} = 2 |V_p Y_{pp}| \cos \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m |V_q Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Pour J_3 :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = -|V_p V_q Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m |V_p V_q Y_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

Pour J_4 :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial |V_q|} = |V_p Y_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} = 2 |V_p Y_{pp}| \sin(\theta_{pp}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^m |V_q Y_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

les équations relatives des variations de puissances aux variations des amplitudes et des phases des tensions sont données par :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

Approximation de la méthode :

En général, pour des petites vibrations de tension aux nœuds, la puissance active reste presque inchangée, de même pour des petites variations de phase des tensions, la variation de la

puissance réactive est négligeable

En utilisant la méthode de Raphson - Newton en coordonnées polaires, les éléments des jacobiens J_2, J_3 peuvent être pris égaux à zéro. Ainsi la matrice Jacobienne est simplifiée.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

Cette méthode consiste donc à ne corriger les angles de phase qu'en fonction des puissances actives et les modules de tension qu'en fonction des puissances réactives.

C. Accélération et convergence.

Pour améliorer la convergence du processus des itérations, il est recommandé d'introduire des facteurs d'accélération pour chaque itération, c'est à dire d'affecter la correction théorique des facteurs α et β respectivement pour la partie réelle et imaginaire de la tension pour chaque noeud.

les valeurs accélérées sont:

$$e_p^{(k+1)} (\text{accélérée}) = e_p^{(k)} + \alpha (e_p^{k+1} - e_p^k)$$
$$f_p^{(k+1)} (\text{accélérée}) = f_p^k + \beta (f_p^{k+1} - f_p^k)$$

Ou encore:

$$e_p^{(k+1)} (\text{accélérée}) = e_p^k + \alpha \Delta e_p^{(k+1)}$$
$$f_p^{(k+1)} (\text{accélérée}) = f_p^k + \beta \Delta f_p^{(k+1)}$$

L'indice (k) représente l'indice d'itération, en général ces facteurs α et β prennent une valeur comprise entre 1,4 et 1,6; dans le cas d'oscillations ou de divergence, ces facteurs doivent être compris entre 0 et 1

RESOLUTION DES SYSTEMES D'EQUATIONS ALGEBRIQUES

1. Introduction:

L'utilisation des calculateurs électroniques modernes exige la maîtrise des méthodes de calcul approchées et numériques. Ces techniques mathématiques facilitent le travail du calculateur et rendent rationnelle le recours des machines et des moyens auxiliaires.

2. Méthode itérative de Gauss - Seidel:

On se donne un système d'équations linéaires:

$$(1) \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = y_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = y_n \end{array}$$

Chaque équation de (1) peut s'écrire de la façon suivante :

$$x_i = \frac{y_i}{a_{ii}} - \frac{a_{i1}}{a_{ii}}x_1 - \frac{a_{i2}}{a_{ii}}x_2 - \dots - \frac{a_{in}}{a_{ii}}x_n$$

On se donne des valeurs initiales sélectionnées pour toutes les variables x_i , soient $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$; ces valeurs sont remplacées dans les équations de (1) pour obtenir des valeurs de $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ (1^{ère} itération) et le processus se poursuit jusqu'à ce que les valeurs trouvées pour deux itérations successives soient presque identiques.

D'une façon générale on écrit le système (1) comme suit:

$$\begin{array}{l} x_1^{(k+1)} = \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2^k - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3^k - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n^k \\ x_2^{(k+1)} = \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^k - \frac{a_{23}}{a_{22}}x_3^k - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n^k \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1^k - \frac{a_{n2}}{a_{nn}}x_2^k - \dots - \frac{a_{nn-1}}{a_{nn}}x_{n-1}^k \end{array}$$

avec k : souscription se référant au nombre d'itérations.

Cette technique est la méthode itérative de Gauss, cependant cette dernière a été améliorée par Seidel pour donner la méthode de Gauss-Seidel donnant le système (2).

$$\begin{aligned}
 x_1^{(k+1)} &= \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2^k - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n^k \\
 x_2^{(k+1)} &= \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1^{(k+1)} - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}} x_n^k \\
 &\vdots \\
 x_i^{(k+1)} &= \frac{y_i}{a_{ii}} - \frac{a_{i1}}{a_{ii}} x_1^{(k+1)} - \dots - \frac{a_{i,i-1}}{a_{ii}} x_{i-1}^{(k+1)} - \frac{a_{i,i+1}}{a_{ii}} x_{i+1}^k - \dots - \frac{a_{in}}{a_{ii}} x_n^k \\
 &\vdots \\
 x_n^{(k+1)} &= \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}} x_1^{(k+1)} - \dots - \frac{a_{n,n-1}}{a_{nn}} x_{n-1}^{(k+1)}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

3. Méthode de résolution des équations non linéaires :

A. Méthode itérative :

On se donne un système d'équations :

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_1 \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_2 \\
 &\vdots \\
 f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_n
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Ce système peut s'écrire sous forme :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2 - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n \\
 x_2 &= \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1 - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}} x_n \\
 &\vdots \\
 x_i &= \frac{y_i}{a_{ii}} - \frac{a_{i1}}{a_{ii}} x_1 - \dots - \frac{a_{i,i-1}}{a_{ii}} x_{i-1} - \frac{a_{i,i+1}}{a_{ii}} x_{i+1} - \dots - \frac{a_{in}}{a_{ii}} x_n \\
 &\vdots \\
 x_n &= \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}} x_1 - \dots - \frac{a_{n,n-1}}{a_{nn}} x_{n-1}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

En partant des valeurs initiales pour toutes les variables

$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ et on arrive à une nouvelle approximation

$x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ puis jusqu'à l'itération K.

$x_1^{(K)}, x_2^{(K)}, \dots, x_n^{(K)}$

B. Méthode de Raphson - Newton:

Soit le système (3) et on choisit des valeurs initiales pour le vecteur x ,

Soit : $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$.

On se donne des accroissements $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ pour les corrections exigées pour $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$.

Ainsi (3) devient :

$$(4) \quad \begin{aligned} f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, x_3^{(0)} + \Delta x_3, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= y_2 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= y_n \end{aligned}$$

Chaque équation de (4) peut être étendue par le théorème de Taylor pour une fonction à deux variables ou plus.

Ainsi : la première équation de (4) s'écrit :

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ &+ \Delta x_1 \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 + \Delta x_2 \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_0 + \dots + \Delta x_n \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_0 + \phi_1 \end{aligned}$$

où ϕ_1 est une fonction dérivée d'ordre supérieur de f_1 .

Ainsi : (3) devient :

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 + \Delta x_2 \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_0 + \dots + \Delta x_n \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_0 &= y_1 \\ f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_0 + \Delta x_2 \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_0 + \dots + \Delta x_n \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right|_0 &= y_2 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_0 + \Delta x_2 \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right|_0 + \dots + \Delta x_n \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_0 &= y_n \end{aligned}$$

(3)

Sous forme matricielle on écrit :

$$\begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ y_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ y_n - f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_0 & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

ou encore

$$D = J C$$

Avec J : Jacobien des fonctions f_i

C : Vecteur des variations Δx_i

Les éléments de D et de J sont évalués en substituant les valeurs de x_i

On trouve les Δx_i par une méthode directe ^{ou} itérative de calcul et les nouvelles

valeurs des variables x_i sont données par :

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + \Delta x_i$$

Le processus se répète jusqu'à ce qu'on atteigne la tolérance exigée.

CONCLUSION

Mon travail a porté essentiellement sur l'étude et la détermination de la matrice des impédances de transfert qui est l'une des images mathématiques les plus complètes d'un réseau. L'algorithme utilisé tient compte des éléments avec influences mutuelles et peut être aussi utile pour certaines études spéciales (circuits électroniques, installation téléphonique); cependant son opération est longue. Pour minimiser son temps de calcul, on peut utiliser l'une des conclusions portées dans le chapitre concernant cette étude. Dans le chapitre de répartition des puissances, les matrices des impédances de transfert et des admittances de court-circuit peuvent coexister. Il est préférable d'opter pour la deuxième où le temps de calcul mis pour itération varie proportionnellement en fonction du nombre de nœuds alors que pour la première, le temps varie de façon exponentielle. Cette optimisation du choix de matrice consistera à minimiser le temps autrement dit le coût des différentes opérations.

Cette étude m'a permis de mettre en pratique mes connaissances de programmation. Je regrette cependant de ne pas avoir appliqué ces modèles au réseau national, par manque de données auprès du bureau d'études de la SONELgaz.

BIBLIOGRAPHE

- Réseaux électriques par J. Pouget, école supérieure d'électricité
1979 Edition Masson.
- Introduction of theory NETWORKS.
Amar. G. Bose ; Kenneth N. STEVENS
MASSACHUSETTES INSTITUTE OF TECHNOLOGY (MIT)
1978
- ELECTRIC NETWORKS
HUGH HILDRETH SKILLING
Professor of electrical engineering Stanford University.
1974
- Power System Analysis
Charles A. Gross Auburn University 1979.
- Computer Methods in Power System Analysis
Glenn. W. Stagg and Ahmed. H. EL ABIED 1988
- Power Apparatus And Systems.
IEEE Transactions JULY 1981
- Théorie des réseaux et systèmes Linéaires
MICHEL FELDMAN (EYROLLES) 1981
- Elements of Power System. Analysis
WILLIAM. D. STEVENSON, JR 1962
- Les réseaux d'énergie électrique
RENÉ Pelissier Tome 2. 1971
- Analyse Nodale des réseaux d'énergie.
Paul DIMO 1971

- Theorie et calcul des Reseaux de Transport d'énergie électrique

Dr. Ing. HANS EDELMAN . 1966 .

- Theorie et Pratique de la programmation Fortran.

J. Vignes et M. La Porte.

- Langage de Subroutines de Calcul . LAORT .

RGE Tome 86 n°4 Avril 1977.

Unauthenticated copy

1875