

6/80

20



UNIVERSITE ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE ET DE LA
 TECHNOLOGIE D'ALGER

E COLE **N**ATIONALE **P**OLYTECHNIQUE

Département d'Electronique et d'Electrotechnique

PROJET DE



FIN D'**E**TUDE

Sujet: Application de la Theorie des
 Diagrammes Vectoriels au
 Moteur Latour

Proposé par:
 M. KOURGLI

Etudié par:
 A. BOUGHELOUM
 M. SIFI

PROMOTION JANVIER 1980

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الوزارة الوطنية للتعليم العالي والبحث العلمي

ECOLE NATIONALE D'INGENIEURIS

BIBLIOTHEQUE

- D E D I C A C E S -

A mes parents
A mes frères et soeurs
A mon beau frère
A mes neveux
A tous mes amis

Onar.

A la mémoire de ma mère
A mes parents
A mes amis
Auprès de qui j'ai affermi ma personnalité

Amine SIFI.

- R E M E R C I E M E N T S -

Nous tenons à Exprimer notre vive reconnaissance à monsieur Mustapha KOURGLI pour les conseils et l'aide qu'il nous a donnés tout au long de l'élaboration de cet ouvrage.

Nous remercions messieurs ZAIM et BOUBAKER pour leurs conseils.

Nous exprimons notre gratitude à monsieur Khelouïati pour l'aide qu'il nous a fournie au cours de notre manipulation.

Enfin nous remercions tous les professeurs qui ont contribués à notre formation ainsi que tous nos amis pour leur soutien inconditionnel .

- P L A N - D' E T U D E -

Première partie.

I. Théorie des diagrammes vectoriels	
1. Forme des diagrammes.....	1
1.1 Généralités.....	2
1.2. Courbes.....	4
II. Tracé des diagrammes.....	7
II.1. Généralités.	
II.2. Diagramme rectiligne et son inverse.....	9
II.3. Diagramme circulaire et son inverse.....	12
II.4. Diagramme parabolique et son inverse.....	14
II.5. Application du tracé au moteur Latour.....	19

Deuxième partie.

I. Théorie des moteurs monophasés à collecteur	23
I.1. Principe de fonctionnement.	
I.2. Induit avec collecteur dans le champ alternatif.	
I.3. Théorie de l'anneau à collecteur monophasé placé dans un champ alternatif sinusoïdale.....	30
I.3.1. F.E.M entre balais.....	30
I.3.2. Calcul du couple.....	33
I.3.3. Phénomènes dans les bobines d'induit court-circuitées par les balais.....	35
II. Application.....	37
II.1. Moteur Serie.....	37
II.2. Moteur à repulsion.....	40
II.3. Moteur Latour.....	44
II.3.1 Principe de fonctionnement.....	
II.3.2 Mise en équation et acrogrammes d'impédance et d'intensité.....	46
II.3.3. Schéma équivalent.....	54

Troisième partie.

III. Manipulation

III.1. Mesure des paramètres passifs.....	56
III.2. Tracé des courbes pratiques.....	60
III.3. Interprétation des courbes.....	63
III.4. Tracé théorique et pratique des acrogrammes d'impédance et d'intensité.....	64

Conclusion.

Bibliographie.

- I N T R O D U C T I O N -

En vue de l'utilisation dans la traction électrique, on a cherché à réunir dans un même moteur les avantages d'un bon couple de démarrage, position fixe des balais (moteur série) et de la possibilité d'emploi haute tension et moyenne fréquence (moteur à répulsion).

On a été amené au moteur mixte Latour qui est une combinaison de moteur série et du moteur à repulsion.

Nous utiliserons la théorie des diagrammes vectorielles pour les acrogrammes d'impédance et d'intensité théoriques.

La théorie des diagrammes vectoriels suppose les courants parfaitement sinusoïdaux, les circuits magnétiques non saturés et négligé les pertes par hystérésis et par courant de Foucault.

Dans ce cas l'application de la théorie des imaginaires permet de représenter vectoriellement sous forme de diagrammes les variations des éléments principaux de toute machine-électrique.

En fin nous tracerons toutes les caractéristiques réelles du Latour.

Nous disposons à l'ENPA d'un moteur de type Latour présentant des différences avec le moteur Latour-série.

Notre propos consiste, en traçant les diagrammes de ce moteur, en voir ^{en} comparaison si la précédente théorie s'y applique et auquel cas y attribuer toutes ses propriétés.

1^{ère} Partie : Théorie des Diagrammes Vectoriels :

En supposant les courants parfaitement sinusoidaux, les circuits magnétiques non saturés, et en négligeant les pertes par hystérésis et les courants de Foucault, l'application des imaginaires permet de représenter vectoriellement, sous formes de diagrammes les variations des éléments principaux de toutes les machines et combinaisons de machines:

Nous allons montrer que les courbes sont généralement simples et que leurs propriétés les plus intéressantes peuvent être déduites de l'équation générale de la machine.

Dans les machines électriques alimentées en courant alternatif, les conditions de variation de certains éléments peuvent être représentées vectoriellement, par des courbes caractéristiques appelées diagrammes.

Le but de cette théorie des diagrammes vectoriels est de montrer:

- 1 - Comment d'une formule on peut déduire le tracé du diagramme correspondant
- 2 - Comment des équations de la machine et même souvent simplement de la disposition de ses circuits, on peut déduire sans calcul préalable, le degré des divers diagrammes ainsi que quelques unes de leurs propriétés.

Pour clarifier notre étude, nous la diviserons en trois :

I - Forme des diagrammes.

II - Tracé des diagrammes.

III - Applications au moteur Latour Série Mixte.

A titre de clarté, nous réservons les lettres A, B, C, D....., affecté d'indice ou non aux imaginaires quelconques, Z pour les impédances, E ou U pour les tensions I et J pour les courants.

On notera par exemple :

$$Z = R + j X \quad \text{avec } j = \sqrt{-1}$$

$$A = A + j A$$

$$I_3 = I_3 + j I_3 \quad \text{ect....}$$

Les lettres M et L (effectées d'indice ou non) représentent respectivement les coefficients de mutuelle induction et de self induction.

Partie I - Forme des diagrammes :

I. 1. Généralités :

Etant donnée une machine alimentée par un réseau alternatif de tension E, on se propose de déterminer aux différents régimes de fonctionnement, tous les courants qui parcourent ses différents circuits.

I. 1. 1. Equations :

En appliquant les lois de Kirchoff, on obtient les équations de la machine.

$$(1) \begin{cases} E_a = K_a E = Z_a I_a + Z_b I_b + \dots + Z_s I_s \\ E_b = K_b E = Z_a I_a + Z_b I_b + \dots + Z_s I_s \\ E_s = E K_s = Z_a I_a + Z_b I_b + \dots + Z_s I_s \end{cases}$$

E_a, E_b, \dots, E_s sont supposés constants, connues en grandeur et en direction. Nous les rapporterons à la tension d'alimentation E_a de sorte que les lettres K_i représentent des rapports imaginaires ou non.

Résolvons les équations (1) par la méthode des déterminants; il vient pour I_a :

$$I_a = \frac{E \begin{vmatrix} K_a & Z_b & \dots & Z_s \\ K_b & Z_b & \dots & Z_s \\ & & & \\ K_s & Z_b & \dots & Z_s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_a & Z_b & \dots & Z_s \\ Z_a & Z_b & \dots & Z_s \\ & & & \\ Z_a & Z_b & \dots & Z_s \end{vmatrix}} = E \frac{\sum K Z_b \dots Z_s}{\sum Z_a Z_b \dots Z_s}$$

Pour les autres courants, on trouve des expressions analogues ayant toutes le même dénominateur : déterminant des coefficients des inconnues; de sorte que l'expression générale d'un courant quelconque est :

$$(2) \quad I = \frac{\sum K Z_a Z_b \dots Z_s}{\sum Z_a Z_b \dots Z_s}$$

Doit x la variable de la machine (x peut représenter le glisseur, la vitesse de rotation,.....)

Les deux termes de cette fraction peuvent s'exprimer en fonction des puissances croissantes de la variable x; de sorte que I peut s'exprimer sous la forme s :

$$(3) I = E \frac{A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots + A_m x^m}{B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \dots + B_n x^n} = E \frac{A(m)}{B(m)}$$

Dans cette formule, les lettres A et B représentent des constantes imaginaires bien déterminées et A (m) et B (m) des fonctions imaginaires de degré m et n.

Les valeurs correspondantes de l'impédance apparente Z seront données par les formules de la forme :

$$(4) Z = \frac{E}{I} = \frac{\sum Z_a Z_b \dots Z_s}{\sum K Z_a Z_b \dots Z_s}$$

Les expressions de Z ont toutes le même numérateur et des dénominateurs différents; et :

$$(5) Z = \frac{B_0 + B_1 x + \dots + B_n x^n}{A_0 + A_1 x + \dots + A_m x^m} = \frac{B(n)}{A(m)}$$

Il en résulte que les valeurs de I et de Z sont des expressions fractionnaires en x de la forme générale suivante que sera utilisée pour étudier les propriétés des courbes représentatives correspondantes.

$$(6) F = \frac{C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + \dots + C_p x^p}{D_0 + D_1 x + D_2 x^2 + \dots + D_q x^q} = \frac{C(p)}{D(q)}$$

Décomposons les imaginaires C et D en leurs composantes C', C'' D' et D''

$$C = C' + j C''$$

$$D = D' + j D''$$

$$F = \frac{(C'_0 + C'_1 x + \dots + C'_p x^p) + j (C''_0 + C''_1 x + \dots + C''_p x^p)}{(D'_0 + D'_1 x + \dots + D'_q x^q) + j (D''_0 + D''_1 x + \dots + D''_q x^q)}$$

$$(7) \quad F = \frac{C'(p) + j C''(p)}{D'(q) + j D''(q)}$$

Rendons le dénominateur réel; il vient :

$$(8) \quad \bar{F} = \frac{[C'(p) D'(q) + C''(p) \cdot D''(q)] + j [C''(p) D'(q) - C'(p) \cdot D''(q)]}{D'^2(q) + D''^2(q)}$$

Le degré en x du numérateur est p + q

Le degré en x du dénominateur est 2q

Dans le cas particulier où les expressions $D'(q)$ et $D''(q)$ ont un certain nombre q' de racines communes $X_1, X_2, \dots, X_{q'}$ l'expression (8) peut être simplifiée; parce que les deux termes sont alors divisibles par le produit $(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{q'})$ ce qui diminue le degré de q' unités.

$$(9) \quad F = \frac{C'(p+q-q') + j C''(p+q-q')}{H'(2q-q')} = F' + j F''$$

avec :

$$(10) \quad F' = \frac{C'(p+q-q')}{H'(2q-q')} \quad \text{et} \quad F'' (= \frac{C''(p+q-q')}{H'(2q-q')}) \quad (11)$$

Le module de F est donné par :

$$(12) \quad \langle F^2 \rangle = F'^2 + F''^2 = \frac{C'^2(p) + C''^2(p)}{D'^2(q) + D''^2(q)}$$

Le degré du numérateur est égale à 2P

Le degré du dénominateur est égale à 2q

I. 2. Courbes :

Nous donnerons ci-après les principales propriétés de la courbe représentative de F sous forme de propositions.

Ces propriétés sont fonctions de P et Q, des deux termes de F ainsi que des racines p' et q' du numérateur et du dénominateur, certaines de ces propriétés dépendent même des racines p'' et q'' des racines différentes de ces deux termes.

P.1 - Le degré de la courbe de F est donné par la plus grande des valeurs 2q, q' ou $p + q - q'$

Cela résulte du fait que les formules (10) et (11) des coordonnées F' et F'' de la courbe F sont des équations du degré indiqué.

P.2 - La courbe de F passe par l'origine O des vecteurs si l'on a $p < q$ ou $p' > 0$.

Ce point sera simple double, triple suivant la valeur de p'' lorsque $p = q$ ou celle de $p'' + 1$ lorsque $p < q$.

$p' > 0$, cela signifie qu'il existe au moins une racine qui annule F , donc elle passe par l'origine.

$p < q$: quand x tend vers l'infini, F tend vers 0 .

P.3 - La courbe de F est ouverte si l'on a $p > q$ ou $q' > 0$ le nombre de branches de cette courbe est égal à q'' ou $q'' + 1$ suivant que l'on a $p \leq q$ ou $p > q$.

Pour que la courbe de F soit ouverte, il faut et il suffit que son expression puisse devenir infinie pour une valeur ou plusieurs de x , soit que son numérateur devienne infinie soit que son dénominateur s'annule.

P.4 - L'inverse de la courbe de F par rapport à un point quelconque est une courbe fermée de même espèce dont le degré est donné par la plus grande valeur de $2q$ ou de $2p$.

Soit P ce point extérieur, défini par le vecteur OP et exprimé par l'imaginaire Z .

on aura :

$$F_1 = F - Z = \frac{C(p)}{D(q)} - Z = \frac{C(p) - Z D(q)}{D(q)}$$

$$\frac{1}{F_1} = \frac{D(q)}{C(p) - Z D(q)}$$

Comme P n'appartient pas à la courbe de F , $C(p) - Z D(q)$ n'a pas de racine.

D'après P.1, le degré de la courbe $\frac{1}{F_1}$ est donné par la plus grande des deux valeurs $2p$ ou $2q$.

P. 5 - La forme de la courbe de F est telle qu'elle ne peut être coupée par une circonférence quelconque qu'un nombre de points donné par la plus grande des deux valeurs $2p$ ou $2q$.

P. 6 - L'inverse de la courbe de F par rapport à un de ses points, est une courbe de même espèce ouverte dont le degré est inférieur à la plus grande des deux valeurs $2p$ ou $2q$.

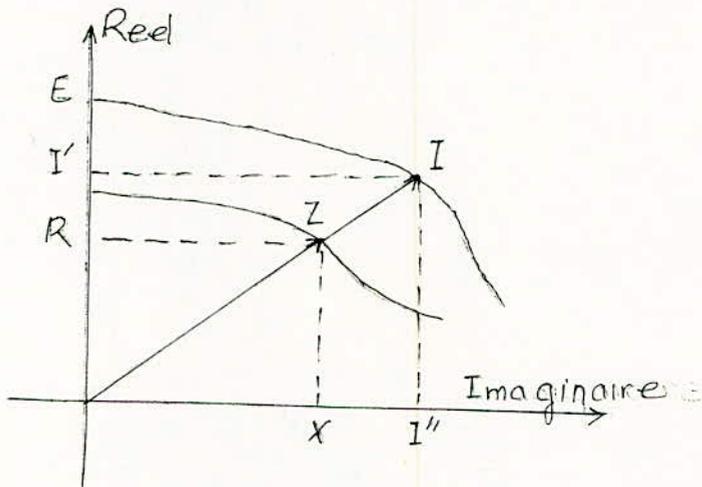


Fig. 1.

↗ + Angles > 0 pour l'impédance
↖ + Angles > 0 pour l'intensité

II - TRACE DES DIAGRAMMES

Dans cette partie, on montrera comment on peut déduire, des équations développées dans la partie précédente,

Le tracé généralisé des diagrammes par la détermination d'un certains nombres de points ou tangentes. Ensuite nous ferons l'application au moteur mixte dit Latour.

II - 1 - Généralités :

Par le simple aspect des équations de la machine nous pouvons déterminer quels sont le degré et les propriétés principales du diagramme que l'on envisage.

Pour pouvoir faire le tracé il suffit de déterminer un certain nombre d'éléments: points ou tangentes.

Ainsi pour une droite il suffira de deux points; pour une circonférence de trois éléments; pour une parabole de quatre, etc....

Lorsque le diagramme d'impédance sera plus facile à tracer que celui du courant, il sera plus commode de déduire ce dernier du premier par inversion.

II - 1. 1 - Des points :

Reprenons les équations (3) et (5).

$$I = E \frac{A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots + A_m x^m}{B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \dots + B_n x^n} = E \frac{A (m)}{B (n)} \quad (3)$$

$$Z = \frac{B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \dots + B_n x^n}{A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots + A_m x^m} = \frac{B (n)}{A (m)} \quad (5)$$

Ces équations permettent de déterminer autant de points de la courbe que l'on veut, en donnant différentes valeurs à la variable x .

On choisira les valeurs les plus commodes: zero, l'infini et les racines éventuelles des termes :

pour $x = 0$ on a : $I_0 = E \frac{A_0}{B_0}$ et $Z_0 = \frac{B_0}{A_0}$

$$\text{Pour } x = \infty \quad I_{\infty} = E \frac{A_m}{B_n} x^{m-n} = \begin{cases} 0 & \text{Si } m < n \\ E \frac{A_m}{B_n} & \text{Si } m = n \\ \infty & \text{Si } m > n \end{cases}$$

$$Z_{\infty} = \frac{B_n}{A_m} x^{n-m} = \begin{cases} \infty & \text{Si } m < n \\ \frac{B_n}{A_m} & \text{Si } m = n \\ 0 & \text{Si } m > n \end{cases}$$

Pour les valeurs infinies de I_{∞} et Z_{∞} les coefficients $\frac{A_m}{B_n}$ et $\frac{B_n}{A_m}$ donnent la direction du point représentatif à l'infini.

Pour les valeurs nulles ces coefficients indiquent la direction de la tangente.

II - 1. 2 - Des Tangentes :

Pour déterminer la direction de la tangente en fonction de x il suffit de dériver les expressions (3) et (5).

$$\frac{dI}{dx} = E \frac{(A_1 + 2 A_2 x + \dots + n A_n x^{n-1}) B(n) - (B_1 + 2 B_2 x + \dots + n B_n x^{n-1}) A(n)}{B^2(n)}$$

$$\frac{n B_n x^{n-1}}{A(n)}$$

Pour $x = 0$, on obtient :
$$\frac{d I_0}{d x} = E \frac{A_1 B_0 - B_1 A_0}{B_0^2}$$

Pour $x = \infty$ il faut considérer deux cas.

1^{er} cas $n \neq m$

$$\frac{d I_{\infty}}{d x} = E \frac{n A_m B_n - n B_n A_m}{B_n^2} \cdot \frac{x^{m+n-1}}{x^{2n}} = (m-n) E \frac{A_m}{B_n} x^{m-n-1}$$

Cette expression donne un vecteur de longueur nulle ou infinie mais sa direction qui seule nous intéresse ici, est donnée par celle du vecteur de courant

$$\frac{A_m}{B_n}$$

2^{ème} cas n = m

Les termes en x^{m+n-1} du numérateur s'annulent; il faut donc considérer ceux de degré $m+n-2 = 2n-2$ qui donnent :

$$\frac{d I_{\infty}}{d x} = E \frac{A_n B_{n-1} - 1 - A_{n-1} B_n}{B_n^2} x^{-2}$$

C'est à dire que la direction de la tangente est donnée par celle du vecteur:

$$\frac{A_n B_{n-1} - 1 - A_{n-1} B_n}{B_n^2}$$

II - 1 - 3 Des l'échelle des X :

Pour l'utilisation pratique du diagramme trouvé, il convient de pouvoir déterminer graphiquement la valeur de x qui correspond à chaque point de la courbe.

II - 2 Diagramme Rectiligne et son Inverse :

Les machines du premier genre ne peuvent avoir comme diagramme rectiligne que celui d'impédance, mais celles du second genre peuvent avoir également un tel diagramme de courant.

Pour une raison de simplicité nous ne tracerons que le diagramme d'impédance et son inverse de courant.

II - 2 - 1 Diagramme d'impédance :

Un diagramme d'impédance rectiligne est une courbe ouverte:

$$(m < n \text{ ou } m' > 0)$$

ne passant pas par l'origine ($m \leq n$ et $n' = 0$) du premier degré
 $(2m - m') = 0$ ou $m + n - m' = 1$;

1^{er} cas n = 1 et m = 0

$$Z = Z_0 + Z' x$$

2^{ème} cas n = m = m' = 1

On obtient

$$Z = \frac{Z_0 + Z' x}{Z'' x}$$

Chacune de ces deux formes se ramène à l'autre si on prend comme variable $\frac{1}{x}$ au lieu de x .

C'est pourquoi nous ne considérons qu'une seule à savoir la première

$$Z = Z_0 + Z' x \quad (13)$$

on peut la décomposer comme suit :

$$Z = R_0 + j x_0 + (R' + j x') x$$

on tracera à la suite l'un de l'autre les vecteurs :

$$O Z_0 = Z_0 \text{ et } Z_0 Z_1 = Z' \quad \text{figure } \{3\}$$

Le diagramme cherché est la droite $Z_0 Z_1$ dont en particulier le point Z_0 correspond à $x = 0$ et Z_1 à $x = 1$

La valeur de x correspondant à un point de fonctionnement Z quelconque du diagramme (figure 3) sera donnée en grandeur et signe par le rapport :

$$x = \frac{Z_0 Z}{Z_0 Z_1} \quad Z_0 Z_1 \text{ correspond au cas où } x = 1$$

II - 2 - 2 Diagramme Inverse de Courant :

La formule du courant I qui correspond à celle de Z (19) est donnée par :

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{Z_0 + Z' x}$$

Son diagramme est une circonférence passant par l'origine O des vecteurs (pour $x = \infty$) et sa tangente en ce point est donnée par la direction du vecteur de courant :

$$\frac{A m}{B n} = \frac{1}{Z'}$$

c'est à dire par celle du vecteur d'impédance Z' ou du diagramme d'impédance $Z_0 Z_1$.

Par suite le diamètre $O C D$ de la circonférence (fig 3) sera perpendiculaire à $Z_0 Z_1$. Pour pouvoir la tracer il suffira d'en déterminer un point par exemple celui qui correspond à $x = 0$ pour lequel on a :

$$I_0 = \frac{E}{Z_0}$$

Ce point se trouve sur le vecteur $O Z_0$ à une distance de l'origine O mesurée par le module :

$$I_0 = \frac{I}{Z_0}$$

Pour déterminer la valeur de x qui correspond à un point I quelconque du diagramme du courant (fig. 3) on peut utiliser le diagramme inverse d'impédance $Z_0 Z_1$: on tracera $O I$ qui coupe $Z_0 Z_1$ en Z ce qui donne:

$$x = \frac{Z_0 Z}{Z_0 Z_1}$$

Toutefois, cette mesure de x peut se faire également sur toute droite $W_0 W_1$ parallèle à $Z_0 Z_1$ ou à la tangente en O à la circonférence car:

$$x = \frac{Z_0 Z}{Z_0 Z_1} = \frac{W_0 W}{W_0 W_1}$$

Nous appellerons une telle droite $W_0 W$ droite des x .

Remarquons que, pour connaître l'échelle des x , il convient de déterminer un autre point connu, par exemple I , correspondant à $x = 1$

Ce point se trouve à l'intersection de la circonférence avec le vecteur Z_1 .

Dans certains cas, il peut être utile de mesurer directement l'inverse de x , ce qui peut se faire comme suit:

Déterminons la formule du diagramme du courant correspondant au cas où l'on transporte l'origine des vecteurs au point I_0 :

$$J = I - I_0 = \frac{E}{Z_0 + Z' x} - \frac{E}{Z_0} = E \frac{Z' x}{Z_0 (Z_0 + Z' x)} = \frac{E}{Z_0 + \frac{Z_0^2}{Z' x}}$$

Cette formule est de même forme que I , mais en $\frac{1}{x}$ au lieu de l'entraîner x il en résulte que la droite des $\frac{1}{x}$ est une parallèle $G_0 G_1$ à la tangente en I_0 à la circonférence.

On pourra la tracer en menant une perpendiculaire au rayon $I_0 C$ ou une parallèle au vecteur d'impédance $\frac{Z_0^2}{Z'}$ qui fait l'axe α un angle égale à $2 \alpha_0 - \alpha'$.

Les points G_0 , G_1 et G se trouvent respectivement à l'intersection de $G G_0$ avec $I_0 O$; $I_0 I_1$ et $I_0 I$. La valeur de $1/x$ correspondant au point quelconque I sera déterminée par la formule:

$$\frac{1}{x} = \frac{G_0 G}{G_0 G_1}$$

La droite $Go G1$ des $\frac{1}{x}$ est parallèle à la tangente au Z_0 ou perpendiculaire au rayon $Z_0 C$. Les points Go , $G1$ et G sont déterminés par son intersection avec : $Z_0 Z$, $Z_0 Z1$, et $Z_0 Z$ et l'on a :

$$\frac{1}{x} = \frac{Go G}{Go G1}$$

II - 3 - 2 - Diagramme du courant :

La formule du courant correspondant à celle de Z (15)

$$I = \frac{E}{Z} = E \frac{A_0 + A_1 x}{B_0 + B_1 x}$$

Son diagramme est une circonférence inverse de celle de Z .

Son tracé est identique à celui de Z .

Ces deux circonférences inverses ont deux de leurs tangentes communes passant par 0 origine des vecteurs.

Elles peuvent d'ailleurs coïncider pour des valeurs déterminés des échelles de grandeur des vecteurs d'impédance et de courant.

Il en résulte que le diagramme circulaire d'impédance peut servir également pour celui du courant pourvu qu'on choisisse convenablement les échelles des vecteurs.

En ce cas, il convient de remarquer qu'il faut inverser les deux extrémités d'un même vecteur ⁿscilicet. Ainsi (fig. 5) si C_I vient à coïncider avec C_Z le vecteur $0 I_1$ inverse de $0 Z1$ coïncidera avec $0 Z2$; tandis que $0 I2$ inverse de $0 Z2$ coïncidera avec $0 Z1$.

C'est ce que nous avons indiqué (fig. 4) où I_0 , I_1 et I_2 se trouvent sur les vecteurs Z correspondants, mais à l'autre point d'intersection de la circonférence.

Cette remarque a surtout son intérêt pour la détermination des valeurs déduites de ce diagramme. Ainsi pour déterminer sur $W_0 W1$ la valeur de x correspondant au point I , il faut joindre Z (et non pas I) au point Z (et non pas au point I).

Bien entendu ce serait l'inverse si l'on avait tracé le diagramme de courant direct dans le quel les droites des x et des $\frac{1}{x}$ seraient tangentes en I et I_0 .



II - 4 - Diagramme parabolique et son inverse :

Nous ne considérons que le diagramme parabolique d'impédance et son inverse de courant . C'est le seul cas possible pour les machines de premier genre.

II - 4 - 1 - Diagramme d'impédance :

Ce diagramme est une courbe ouverte à une branche ($m = n$ ou $m' = 0$) ne passant pas l'origine ($m = n$ et $n' = 0$) second degré ($2m - m' = 2$ ou $m + n - n' = 2$)

Il en résulte deux cas :

a) $n = 2$ et $m = m' = 0$ qui donne :

$$Z = Z_0 + Z' x + Z'' x^2$$

b) $n = m = m' = 2$ qui donne :

$$Z = \frac{Z_0 + Z' x + Z'' x^2}{Z'' x^2}$$

Chacune des 2 formes se ramène à l'autre si l'on prend comme variable $\frac{1}{x}$ au lieu de x . C'est pourquoi nous ne considérons que la première à savoir :

$$Z = Z_0 + Z' x + Z'' x^2 \quad (17)$$

qui peut s'écrire :

$$Z = R_0 + j X_0 + (R' + j X') x + (R'' + j X'') x^2 \quad (18)$$

pour $x = 0$ $Z_0 = R_0 + j X_0$

Ce qui donne le point Z_0 (fig. 6)

Pour $x = 1$ $Z_1 = R_0 + j X_0 + (R' + j X') + (R'' + j X'')$.

Ce qui donne le point Z_1 par la composition géométrique des vecteurs

Z_0 ($\overline{O Z_0}$), Z' ($\overline{Z_0 Z'_1}$) et Z'' ($\overline{Z'_1 Z_1}$)

Pour toute autre valeur de x , il vient :

$$x Z' = Z_0 Z'_1$$

Ce qui détermine le point Z' sur $Z_0 Z'_1$ et

$$x^2 Z'' = Z' Z''_1 = \frac{Z_0 Z'_1}{Z_0 Z'_1} x Z''_1$$

Ce qui détermine le point Z de la courbe sur une parallèle $Z' Z$ au vecteur Z'' de longueur telle que :

$$\frac{Z' Z}{Z'_1 Z} = \left(\frac{Z_0 Z'_1}{Z_0 Z'_1} \right)^2$$

On pourra ainsi tracer la parabole par points.

Cette construction aussi bien que le calcul, montre que le vecteur $Z_0 Z'_1$ est tangent en Z_0 à la courbe et que le vecteur Z'' indique la direction des points à l'infini.

Il en résulte d'autre part que le vecteur $Z_0 Z'_1$ peut être considéré comme droite des x , car à chaque point Z de la courbe correspond un point Z' sur $Z_0 Z'_1$ tel que l'on ait :

$$x = \frac{Z_0 Z'}{Z_0 Z'_1}$$

II - 4 - 2 Diagramme inverse de courant :

La formule du courant correspondant à celle de Z (17) est :

$$I = \frac{E}{Z_0 + Z' x + Z'' x^2} \quad (19)$$

Son diagramme est une courbe fermée du quatrième degré passant par l'origine des vecteurs.

Cette courbe pourra se tracer par points, le plus facilement par inversion du diagramme d'impédance (fig 6).

Cette construction montre que la courbe a un point singulier en O où la tangente unique est parallèle à $Z'_1 Z_0$:

Le calcul donne : $\frac{d I}{d x} = - \frac{2 E}{Z'' x^3}$

Ce qui indique bien que la tangente en O est parallèle au vecteur d'impédance Z'' .

La droite $Z_0 Z'_1$ est une droite des x , mais pour pouvoir y déterminer la valeur de x correspondant à un point I du diagramme de courant, il est nécessaire de connaître le diagramme inverse d'impédance Z . Ainsi le vecteur $O I$ prolongé détermine, sur la parabole d'impédance, le point Z , par lequel on mène une parallèle à $Z'_1 Z_0$, qui détermine le point caractéristique Z' .

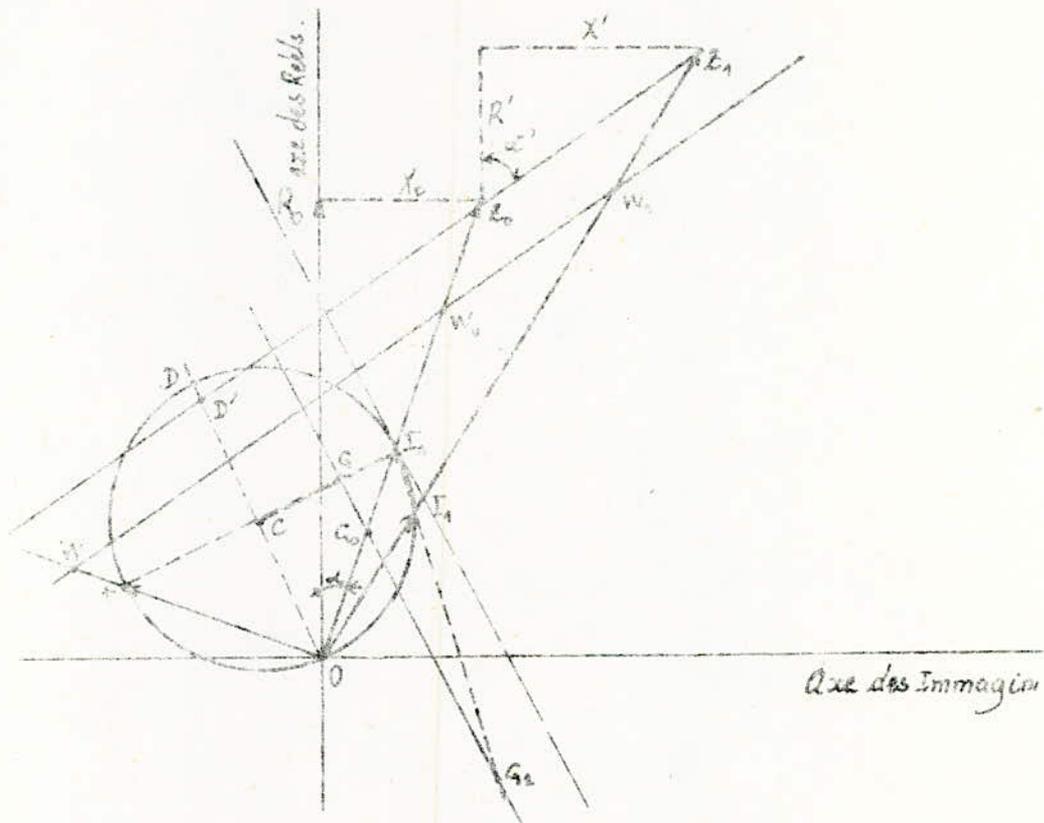


figure 1. Diagramme rectiligne et son inver.

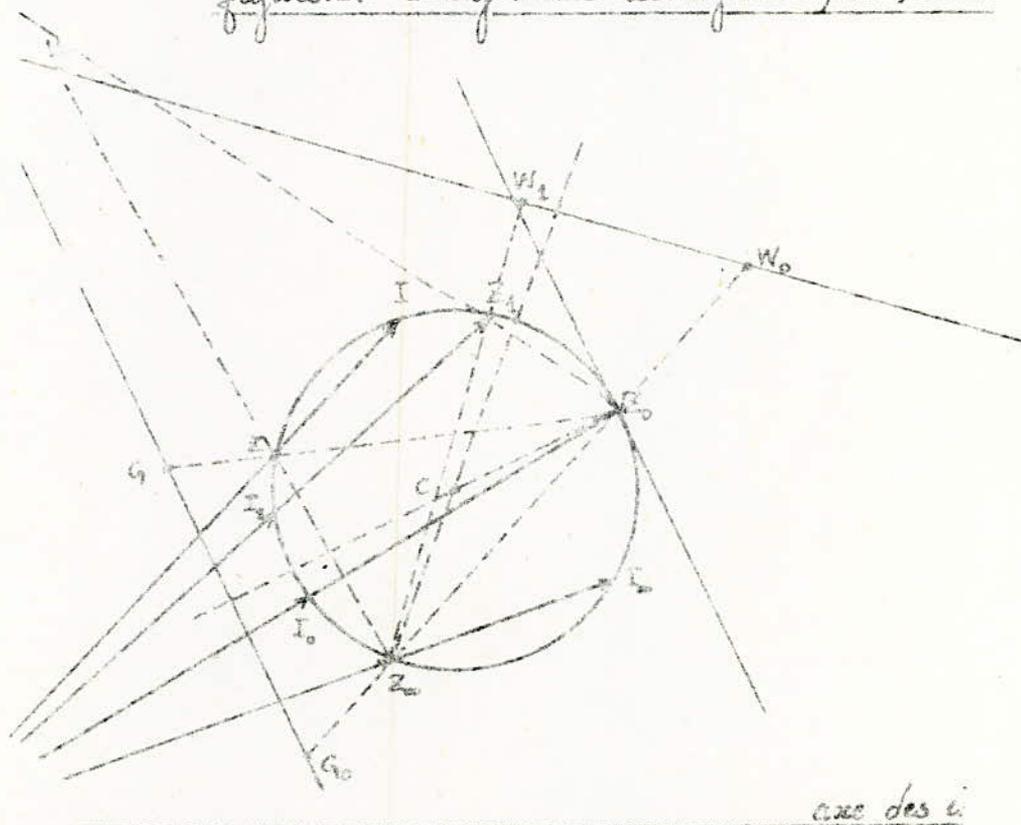


figure 2: diagramme circulaire et son inver

Application du tracé des diagrammes vectoriels au moteur Labour:

Ce moteurs comprend deux circuits entiers ($s = 2$) dépendant tous deux de la vitesse de rotation ($s = 0$). Les diagrammes des courants sont donc des courbes fermées du quatrième degré ($s - s' = 2$).

Ses équations sont de la forme :

$$U = (Z_s + Z_r + \omega M_s) I + (\omega M_r + j \omega M) I_c$$

$$0 = (- \omega M_r + j \omega M) I + Z_c I_c.$$

Calculons le courant I .

$$I_c = \frac{\omega M_r - j \omega M}{Z_c} I$$

$$I = \frac{U Z_c}{Z_c (Z_s + Z_r + \omega M_s) + (\omega M_r + j \omega M) (\omega M_r - j \omega M)}$$

Le vecteur d'impédance correspondant vaut :

$$Z = \frac{U}{I} = Z_s + Z_r + \omega M_s + \frac{\omega^2 M_r^2 + \omega^2 M^2}{Z_c} \quad (20)$$

Diagramme d'impédance :

Le tracé du diagramme d'impédance Z (fig 10) se fera points par points.

Nous pouvons ramener la formule (20) à celle (17) déjà établie, en considérant comme variable x le rapport $\frac{\omega}{\omega_s}$ qui est égale à l'unité à la vitesse du synchronisme et en posant

$$Z_0 = Z_s + Z_r = \frac{\omega^2 M^2}{Z_c}$$

$$Z' = \omega M_s$$

$$Z'' = \frac{\omega^2 M_r^2}{Z_c}$$

Ces vecteurs partiels peuvent être tracés graphiquement comme nous l'avons déjà montré; mais on peut aussi calculer leurs composantes suivant les axes :

$$R_0 = R_s + R_r + \frac{\omega^2 M^2}{R_c^2 + \omega^2 L_c^2} \quad R_c < R_s + R_r \quad 1 + \frac{s^2}{c^2}$$

$$X_0 = \omega L_s + \omega L_r - \frac{\omega^2 M^2}{R_c^2 + \omega^2 L_c^2} \quad \omega L_c < \omega L_s - \frac{\omega^2 M^2}{\omega L_r} + \omega L_r$$

$$R' = \omega m_c$$

$$X' = 0$$

$$R'' = \frac{\omega^2 m_r^2}{R_c^2 + \omega^2 L_c^2} \quad R_c < R_r$$

$$X'' = - \frac{\omega^2 m_r^2}{R_c^2 + \omega^2 L_c^2} \quad \omega L_c < - \omega L_r$$

Les seconds membres de ces inégalités donnent des valeurs approchées plus simples des vecteurs considérés :

Dans la première de ces expressions, le rapport $\frac{s}{c}$ représente celui des spires effectives au stator et du rotor.

Les valeurs de ces composantes de l'équation (27) étant déterminées, nous pouvons les utiliser pour le tracé de la parabole correspondante (fig 10).

Nous remarquons que X' étant nul, il en résulte que la tangente en Z_0 est parallèle à l'axe $O X$.

La valeur de Ω se détermine suivant $Z_0 Z'_1$ par la formule

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{Z_0 Z'_1}{Z_0 Z'_1}$$

Diagramme du courant principal :

Ce diagramme est une courbe du quatrième degré, dont le tracé se fera plus facilement par inversion du diagramme d'impédance.

On obtient une courbe fermée à point rentrant en O, où la tangente est parallèle au vecteur $Z'_1 Z$ (Z'').

Les points I_0 , I_1 et I correspondent aux points Z_0 , Z_1 et Z du diagramme d'impédance.

Pour un point I quelconque on a :

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{Z_0 Z'}{Z_0 Z'_1}$$

Le point Z' de $Z_0 Z'_1$ correspondant au point Z de la parabole inverse de I .

THEORIE DES MOTEURS MONOPHASES A COLLECTEUR

I. 1. Principe de fonctionnement:

Les moteurs monophasés à collecteur sont utilisés lorsqu'il n'est pas possible d'employer le courant triphasé, soit que le réseau n'existe pas soit que la puissance mise en oeuvre est trop faible pour que l'installation d'une prise triphasé soit envisagée, soit que la construction de la ligne triphasé et le raccordement au moteur soit trop compliqué. Comme c'est le cas pour la traction électrique monophasé.

Du point de vue construction un moteur monophasé à collecteur est constitué comme un moteur à courant continu, mais du fait que l'inducteur et l'induit sont traversés par un flux alternatif, ces deux organes sont feuilletés de façon à réduire les pertes par courant de Foucault et travaillent à induction modérée (non saturation) de façon à réduire les pertes par hystérésis.

Pour que le couple conserve toujours le même signe il faut que l'induction alternative produite par le circuit inducteur et le courant qui circule dans l'induit s'inverse simultanément.

La solution consiste soit à faire circuler le même courant dans l'inducteur et l'induit cas du moteur série, soit à alimenter seulement l'inducteur par le réseau, le courant dans l'induit étant créé par induction électromagnétique, cas du moteur à repulsion, soit à combiner les deux modes précédents, cas du moteur Latour.

I.2. INDUIT AVEC COLLECTEUR DANS LE CHAMP ALTERNATIF

I.2.1 La repartition du courant dans l'induit:

I.2.1.1 Enroulement à pas diamétral avec balais diamétraux:

Il existe en général deux catégories d'enroulement à deux couches pour les machines monophasés à collecteur :

- celle dans laquelle la largeur de la bobine est égale au pas polaire: (enroulement à pas diamétral).
- celle dans laquelle la longueur de la bobine est légèrement inférieure au pas polaire (enroulement à pas raccourci).

Les balais sont repartis sur le pourtour du collecteur chacun en face d'un pôle: Pour que le couple conserve toujours le même signe il faut que l'induction alternative produite par le circuit inducteur et le courant qui circule dans l'induit s'inverse simultanément.

La solution consiste soit à faire circuler le même courant dans l'inducteur et l'induit cas du moteur série, soit à alimenter seulement l'inducteur par le réseau,

Dans la figure 1 a on a représenté la repartition du courant dans un enroulement bipolaire avec balais diametraux

Le pourtour de l'induit est indiqué par un trait plein fin.

Par dessus est indiqué la repartition du courant dans les deux couches de l'enroulement d'induit. Les courants qui sortent sont représentés par un trait plein, ceux qui penetrent par un cercle en trait en tirets en tant que densité du courant.

Les courants dans les deux voies d'enroulement sont distingué par différents grosseur de traits, mais sont en realité de valeur égale.

Les bobines court-circuitées par le balais sont représentés par de petits cercles/

Les côtés de bobines appartenant à ces bobines sont reunis entre eux par des arcs de cercle en trait fin. Les balais eux même sont représentés à l'intérieur du pourtour de l'induit et dessiné de telle sorte que la ligne de liaison du balai inférieur (blanc) au balai supérieur (noir) indique l'axe magnétique de l'enroulement d'induit.

Les balais noirs court-circuitent les côtés de bobines en traits plein les balais blancs les côtés de bobines blancs.

Enroulement diametral avec balais en corde :

Faisons glisser le balai noir dans le sens des aiguilles d'une montre et le balais blanc dans le sens inverse d'un angle α .

Les côtés des bobines qui sont court-circuitées par les mêmes balais se déplacent de la même façon.

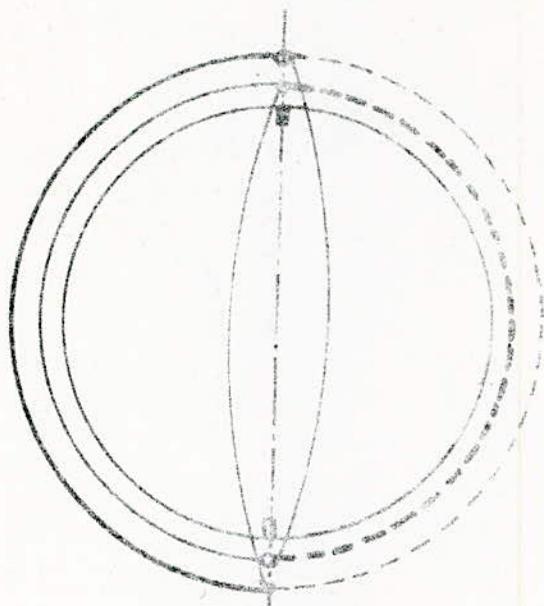
Les deux voies d'enroulement sont de longueur differente. Mais nous obtenons la même f.e.m, dans les deux voies, car les flux dans les parties d'enroulement les plus longues se compenseront.

Par contre l'intensité du courant sera differente dans les deux voies.

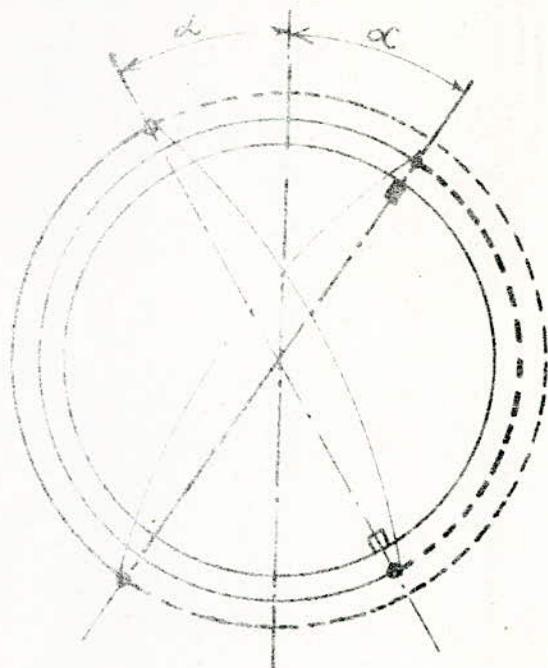
Les courants des deux voies d'enroulement auront une difference de phase.

La densité de courant resultante qui ressort de l'ensemble des densités de courant de la couche inférieure et de la couche supérieure ne sera pas influencé malgré l'inégalité des circuits.

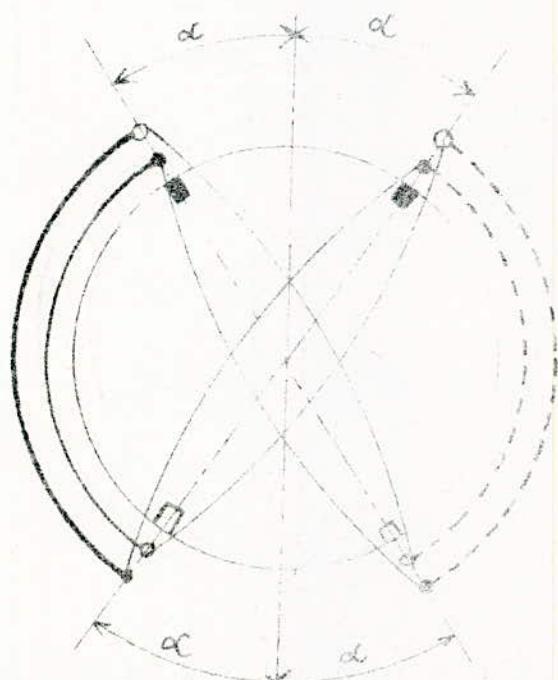
Nous designerons les balais de la figure 1 b par " balais en corde " parce que ligne de jonction dans une machine bi-polaire est une corde.



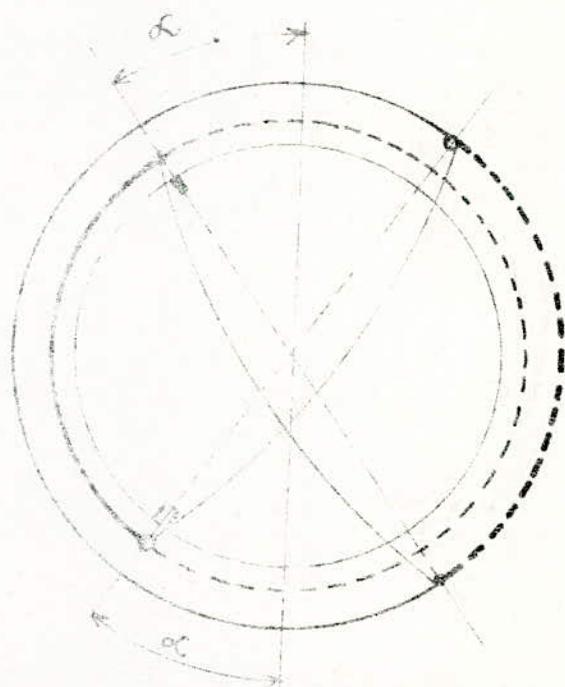
a: balais diamétraux



b: Simples balais en corde.



d: doubles balais en corde



c: Simple balais en corde.

fig: 1. Enroulement diamétral.

I. 2. 2. Enroulement à pas partiel :

La figure 2. a représente la repartition du courant des enroulements à pas partiel avec simple balais diamétraux et pour un raccourcissement de la largeur de la bobine d'un angle 2β .

Pour une position fixée des balais, si nous décalons la densité de courant de la couche inférieure dans la figure 1 a dans un sens, la couche supérieure se décale dans l'autre sens de l'angle β .

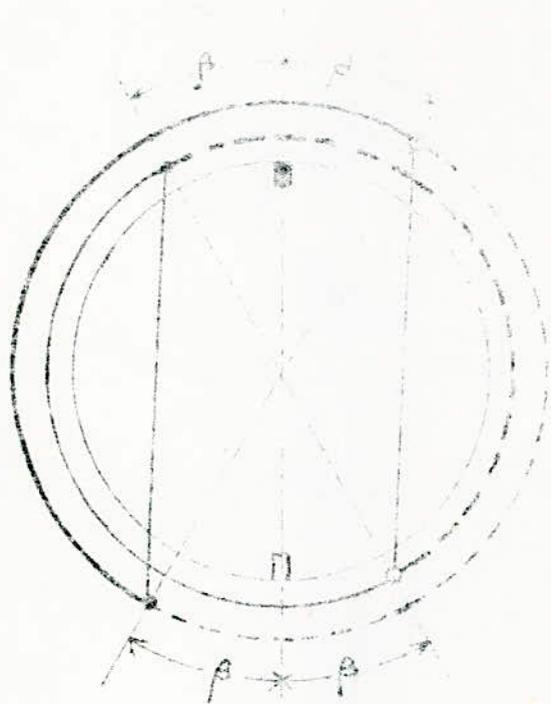
La densité de courant résultante dans les couches inférieures et supérieures est nulle à l'intérieur de la zone raccourcie 2β de sorte que pour $\beta = \alpha$ avec un enroulement à pas partiel et des balais diamétraux, la densité de courant est la même qu'avec un enroulement diamétral et des balais en corde. Les faisceaux court-circuités par les balais sont situés aux mêmes points dans les deux cas, sur le pourtour de l'induit.

L'assemblage des faisceaux en bobines, qui résulte des connexions frontales est différent dans les deux cas, et par suite les f.e.m. qui sont induites dans les bobines d'induit court-circuitées par les balais sont différentes.

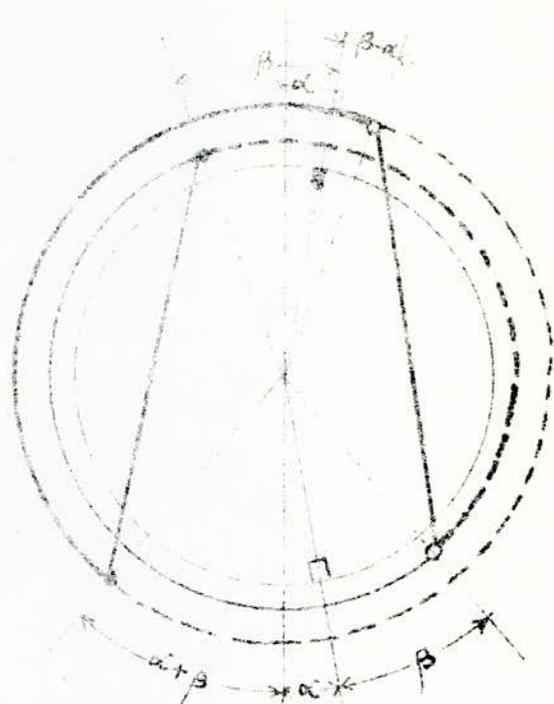
Avec les enroulements à pas partiel, les bobines court-circuitées par les balais se déplacent également avec les balais par lesquels elles sont court-circuitées et déterminent ainsi la repartition du courant sur le pourtour de l'induit.

Les figures 2 b et c indiquent la repartition de courant avec un enroulement à pas partiel et simple balais en corde.

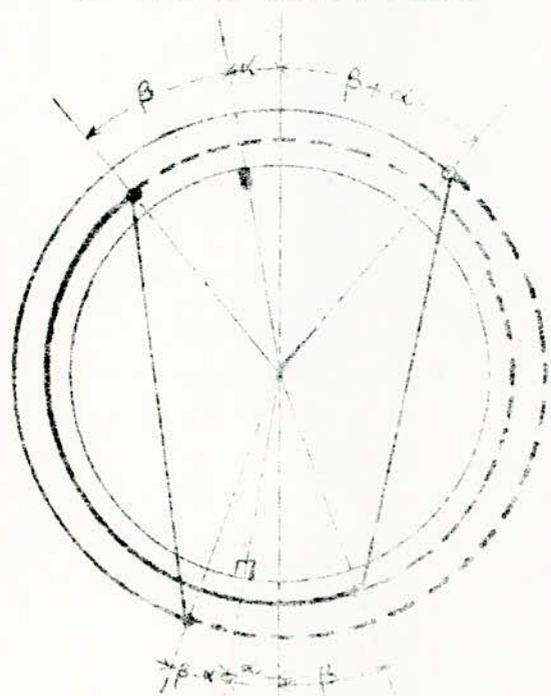
Elles diffèrent seulement par le sens différent du calage des balais.



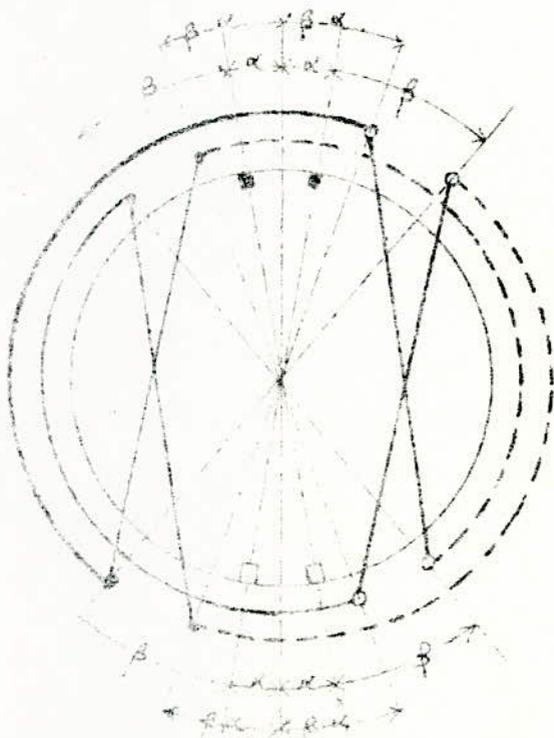
a: balais diamétraux.



c: balais en corde, $\alpha = 10^\circ$.



c: balais en corde, $\alpha = 10^\circ$



d: doubles balais en corde, $\alpha = 10^\circ$

figure 2. Enroulement à pas partiel ($\beta = 30^\circ$).

Courbe du champ d'excitation et la f.e.m de commutation :

Supposent que l'induit est sans encoches et que les balais sont infiniment étroits et que dans tous les cas, le même courant total traverse les balais.

Les courbes de champ d'excitation de l'enroulement d'induit montrent, que les repartitions de courant non symétriques qui interviennent avec les enroulements à pas partiel et les simples balais en corde (fig 2 b) produisent une courbe de champ d'excitation (fig 3 c) dont la demi-onde négative ne reflète pas la positive, c'est à dire que la courbe du champ d'excitation montre des harmoniques de rang pair.

Pour un choix convenable du raccourcissement des bobines 2β et de l'angle des balais α , avec les doubles balais, il est possible d'obtenir une courbe du champ d'excitation qui ne diffère que très peu de la sinusoïde (figure 3. e).

De telles courbes du champ d'excitation sont souhaitables pour les machines à réglage par décalage de balais.

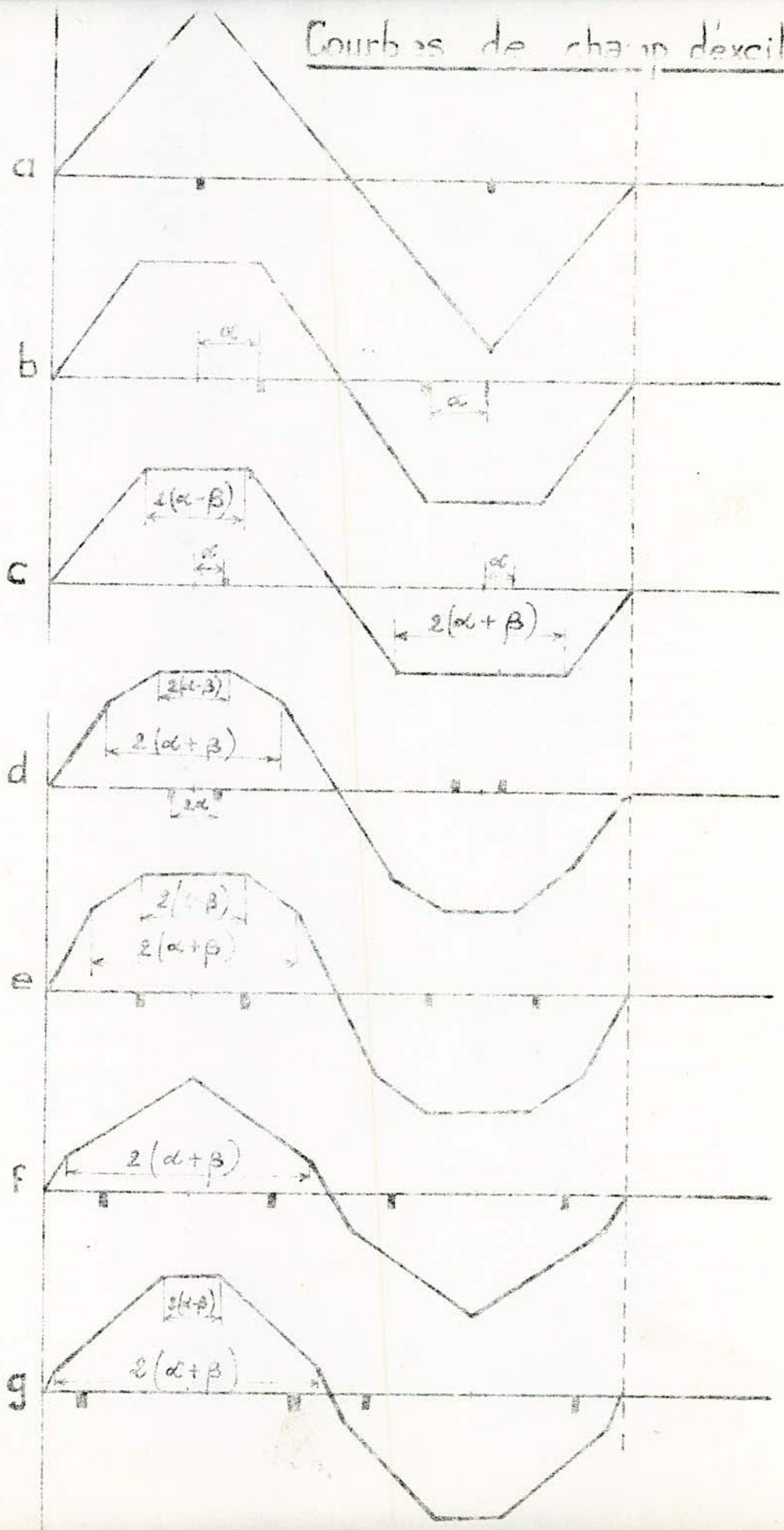
F.E.M DE COMMUTATION:

La f.e.M induite dans une bobine d'induit par la commutation est proportionnelle à la différence des courants qui parcourent la bobine immédiatement avant et après le court-circuit des balais et proportionnelle à la différence des densités de courant de limitant les côtés de bobine court-circuitée.

Pour le même courant total, nous obtenons aux balais, pour les doubles jeux de balais (fig 1 d) une f.e.m de commutation seulement moitié de celle avec simple jeux de balais (fig 1 a) parce les faisceaux court-circuités de la fig 1 d se trouvent entre les densités de courant positifs ou négatives et les densités de courant nulle mais en fig 1 a entre les densités de courant positives et négatives.

Avec les enroulements à pas partiel la f.e.m de commutation est également proportionnelle à la différence de densité de courant qui delimitent les faisceaux court-circuités. Le facteur de proportionnalité est en général plus petit qu'avec les enroulements diamétraux et la position diamétral des balais, parce que les faisceaux court-circuités par les différents balais ne sont pas situés dans les mêmes encoches et ainsi ne s'influencent pas ou seulement peu.

Courbes de champ d'excitation.



I. 3 - Théorie de l'anneau à collecteur monophasé placé dans un champ alternatif sinusoïde :

I. 3. 1 - Force électromotrice entre balais :

Soit un inducteur produisant un champ alternatif d'axe O X, de pulsation ω .

Nous admettons que la f.m.m engendrant ce champ est sinusoïdale dans le temps et dans l'espace.

Soit $i = I \cos \omega t$ le courant produisant cette f.m.m et

$\Phi = \frac{4}{\pi} M \cos \omega t$ le flux total émis à travers l'anneau.

Une spire S dont le plan O Z fait à l'instant t un angle θ avec le plan O X embrasse un flux Φ_s que nous représenterons en le comptant positivement par convention lorsque la spire est au dessous de l'axe par :

$$\Phi_s = - \frac{M}{2} \sin \theta \cos \omega t$$

soit $\Phi_s = p \cos(\omega t + \theta)$ étant un angle arbitraire.

à Φ_s correspond une f.e.m.

$$e_s = - \frac{d\Phi_s}{dt} = \frac{4}{2} M (\omega \sin \theta \sin \omega t + \cos \theta \cos \omega t \frac{d\theta}{dt})$$

soit P $\frac{d\theta}{dt}$ vitesse de rotation angulaire de l'anneau

$$e_s = \frac{4}{2} M (\omega \sin \theta \sin \omega t - p \cos \theta \cos \omega t)$$

Calculons la f.e.m induite entre les deux lignes de balais B B' calés de telle sorte que le plan qui les contient fasse un angle θ avec le plan de l'axe de la f.m.m inductrice.

Un angle élémentaire fixe $d\theta$ contient $n \frac{d\theta}{2}$ spires la f.e.m induite correspondante est :

$$d e = n \frac{d\Phi_s}{2} = n \frac{4}{2} M \sin \theta \sin \omega t - p \cos \theta \cos \omega t \int d\theta$$

On obtient la f.e.m totale induite entre les deux lignes de balais en integrant cette expression par rapport à θ entre les limites $\beta - \pi$ et β soit:

$$e = - \frac{n \phi M}{4 \pi} \int_{\beta - \pi}^{\beta} (\omega \sin \theta \sin \omega t - p s_2 \cos \theta \cos \omega t) d\theta$$

$$e = \frac{n \phi M}{4 \pi} \omega \cos \beta \sin \omega t + p s_2 \sin \beta \cos \omega t$$

Posons

$$\left\{ \begin{aligned} e' &= \frac{n \phi M}{4 \pi} \omega \cos \beta \sin \omega t = \frac{n \phi M}{4 \pi} \omega \cos \beta \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ e'' &= \frac{n \phi M}{4 \pi} p s_2 \sin \beta \cos \omega t \\ e &= e' + e'' \end{aligned} \right.$$

La f.e.m produite entre deux lignes de balais peut se decomposer en deux termes.

1° Un terme e' de pulsation ω , déphasé de $\frac{\pi}{2}$ en arriere par rapport au courant (ou flux) inducteur, proportionnel au cosinus de l'angle de calage des balais par rapport à l'axe du flux inducteur.

Ce terme ne dépend pas de la vitesse de rotation de l'induit. C'est une f.e.m induite statiquement comme dans un transformateur.

On l'appelle composante statique de la f.e.m entre balais.

2° Un terme e'' de pulsation ω , en phase avec le courant (ou flux) inducteur, proportionnel à la vitesse de rotation de l'induit et au sinus de l'angle β de calage des valais par rapport à l'axe du flux.

Ce terme est engendré par la rotation de l'induit dans le champ comme dans une machine à courant continu.

On l'appelle composante dynamique de la f.e.m induite entre balais.

Si les lignes des balais sont calés dans l'axe du flux, seule la composante statique existe et la machine se comporte comme un transformateur.

Si les balais sont calés dans la ligne neutre, seule la composante dynamique existe et la machine se comporte comme une génératrice ou un moteur à courant alternatif.

Le flux étant proportionnel au courant inducteur, on peut en posant :

$$\frac{n \phi_M}{2} = M I \sqrt{2} \text{ écrire}$$

$$e' = I \sqrt{2} M \omega \cos \beta \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$e'' = I \sqrt{2} M p \omega \sin \beta \cos \omega t$$

$$E' = -j M \omega I \cos \beta \text{ composante statique}$$

en notation complexe:

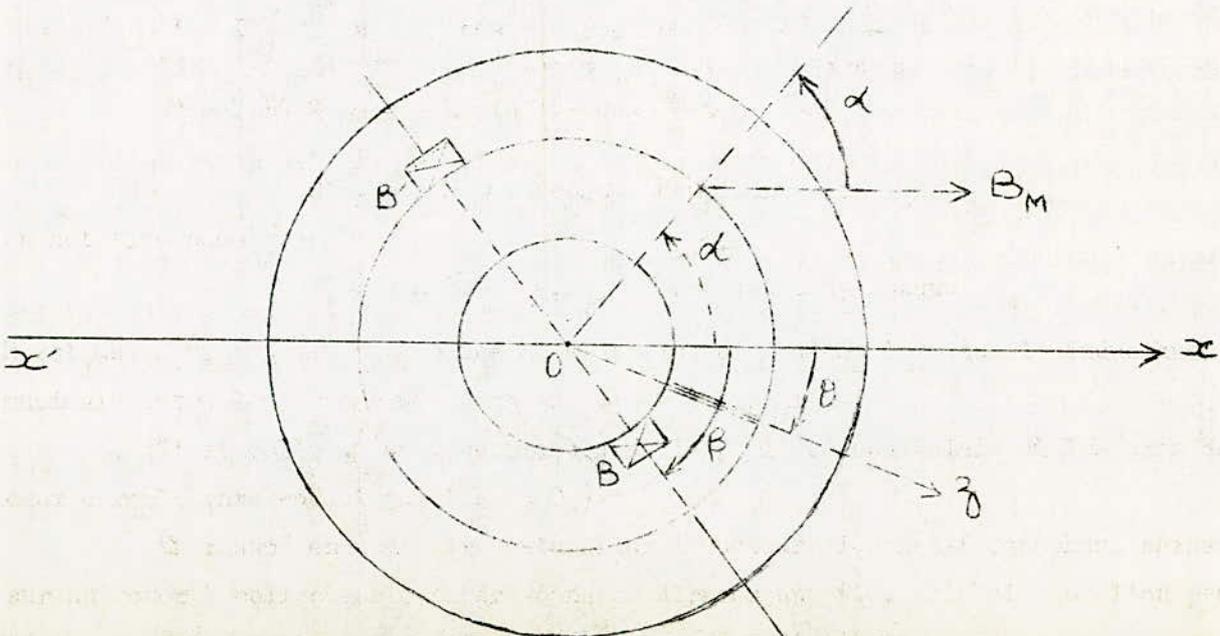
$$E'' = p M \omega I \sin \beta \text{ composante dynamique}$$

M est une constante si la machine n'est pas saturée d'est la mutuelle inductance maximale entre les n enroulements inducteur et induit.

C'est celle qu'on mesurerait dans la position des balais où les axes des deux enroulements coïncident ($\beta = 0$).

En résumé on peut dire qu'un flux inducteur alternatif monophasé agissant sur un rotor à collecteur engendre dans ce dernier une f.e.m globale que l'on peut décomposer en deux termes ayant des sens physiques distincts.

Prises entre deux points électriquement opposés du collecteur ces deux f.e.m sont en quadrature dans le temps et les positions des balais pour lesquelles elles sont respectivement maximale sont en quadrature dans l'espace.



I.3.2. Calcul du couple.

Si l'on amène aux lignes des balais un courant de même pulsation que celui qui engendre le f.m.m. inductrice, mais déphasé de ψ_1 par rapport à celui-ci soit :

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \psi_1)$$

Le courant se divise en deux parties égales $\frac{i_1}{2}$ traversant chacune des deux moitiés de l'induit.

En appliquant la loi de Laplace, on calcule les forces tangentielles exercées par le champ inducteur sur les courants traversant les deux moitiés de l'induit.

Ces forces sont deux à deux égales et de sens contraire. Leurs résultantes forment un couple de rotation s'exerçant sur l'induit.

Si l'on désigne par $B_M \cos \omega t$ l'induction produite par la f.m.m. inductrice, par α l'abscisse angulaire d'un conducteur périphérique de l'anneau, la valeur maximale de la composante radiale de l'induction est $B_M \cos \alpha$ et la force exercée sur le conducteur, de longueur l a pour valeur :

$$f = l B_M \cos \alpha \cos \omega t \frac{I_1 \sqrt{2}}{2} \cos (\omega t + \psi_1)$$

La force exercée sur l'ensemble des conducteurs compris dans un angle élémentaire $d\alpha$ est :

$$df = \frac{n}{2\pi} f d\alpha$$

Soit D le diamètre de l'induit.

En remplaçant f par sa valeur, on obtient le couple produit par ces conducteurs compris dans l'angle élémentaire $d\alpha$ et les conducteurs diamétralement opposés.

$$dc = \frac{M}{4\pi} l D B_M I_1 \sqrt{2} \cos \omega t \cos (\omega t + \psi_1) \cos \alpha d\alpha$$

Or l'amplitude maximale du flux total emis par l'inducteur à travers l'anneau est égale au produit de l'induction maximale B_M par la section totale offerte au passage du flux, égale à la surface OD d'une section diamétrale de l'induit.

$$\phi_M = B_M \cdot S = B_M \cdot OD$$

le couple s'écrit:

$$C = \frac{n}{4\pi} \phi_M I_1 \sqrt{2} \cos \omega t \cos (\omega t + \psi_1) \int_{\beta-\pi}^{\beta} \cos \alpha d\alpha$$

$$C = \frac{n}{4\pi} \phi_M I_1 \sqrt{2} \sin \beta \cos \omega t \cos (\omega t + \psi_1)$$

en posant:

$$\frac{n \phi_M}{2} = M I \sqrt{2}$$

$$\text{et } 2 \cos \omega t \cos (\omega t + \psi_1) = \cos \psi_1 + \cos (2 \omega t - \psi_1)$$

on obtient finalement :

$$C = M I I_1 \sin \beta [\cos \psi_1 + \cos (2 \omega t - \psi_1)]$$

Nous remarquons que le couple exercée sur l'induit comprend un terme pulsatoire de pulsation 2ω .

Le couple oscille avec une fréquence double de celle du courant alternatif autour d'une valeur moyenne :

$$C_m = M I I_1 \sin \beta \cos \psi_1$$

Le couple moyen est proportionnel au produit des valeurs efficaces des courants de l'inducteur et de l'induit et il dépend à la fois du déphasage entre ces deux courants et de l'angle de calage des balais.

Il est maximal lorsque les balais sont calés dans la ligne neutre.

Phénomènes dans les bobines d'induit court-circuitées
par les balais.

1) Au repos de l'induit.

Dans les moteurs à courant alternatif, le flux d'excitation pulsé par le courant alternatif, flux qui est invariable en régime stable dans les moteurs à courant continu excités séparément, induit une f.e.m. statique dans les bobines de l'induit court-circuitées par les balais. Les courants de court-circuit provenant de cette f.e.m. qui se ferment à travers les balais, sont dangereux, quand les balais recouvrent quelques secondes les mêmes lames du collecteur s'il n'y a pas de refroidissement de la surface de contact des balais sur d'autres lames du collecteur froides. Les arêtes du balais peuvent être ainsi portées à l'incandescence.

Les bobines d'induit court-circuitées par les balais se comportent comme l'enroulement secondaire d'un transformateur en court-circuit et réagissent par conséquent sur le courant primaire.

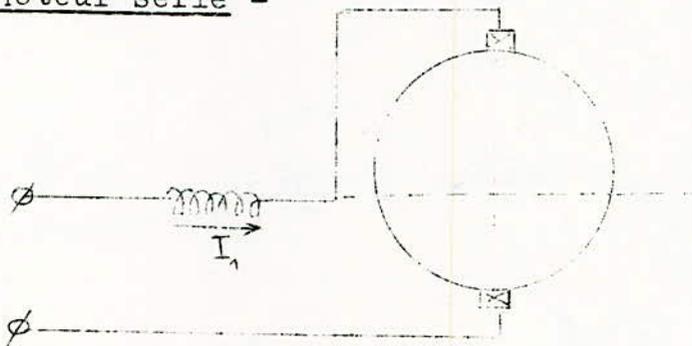
2) F.E.M. Statique lorsque l'induit tourne .

Quand l'induit tourne, le courant de court-circuit de la bobine est interrompu. Il en résulte pendant la courte durée de démarrage avec les valeurs élevées mais admissibles de la f.e.m. statique des crachements aux balais, qui seront occasionnés par la projection de petites particules de charbon devenues incandescentes. Pour une f.e.m. statique fixe, le courant de court-circuit augmentera lors de la rotation du moteur. Mais les crachements des paraissent pour une certaine vitesse de rotation parce que les courants de court-circuit provoqués par la f.e.m. statique

ne peuvent plus se former complètement pendant la durée relativement courte du court-circuit et s'affaiblissent rapidement quand la vitesse augmente.

Avant d'aborder l'étude du moteur Ratour nous tenons d'abord à présenter successivement le moteur serie à collecteur, le moteur à repulsion.

II.1 Moteur serie -



Le moteur serie est un moteur dont l'inducteur est en serie avec l'induit - Les balais sont calés dans la ligne neutre d'une façon définitive.

La f.e.m. statique globale est nulle et ne reste que la f.e.m. dynamique globale.

Les spires où la f.e.m. statique élémentaire est maximale correspondent aux spires en commutation. Les f.e.m. statiques n'interviennent pas dans les calculs, mais seulement dans la commutation.

Si le rotor est traversé par un courant alternatif, il crée un flux de même pulsation, fixe dans l'espace et axé suivant la ligne des balais.

Ce flux crée à son tour dans le rotor des f.e.m. statique et dynamiques.

La f.e.m. dynamique est nulle entre les balais par contre la f.e.m. statique est maximale.

On peut réduire cette f.e.m. statique en réduisant le flux d'induit par un enroulement de compensation en serie avec les deux enroulements ou court-circuité sur lui-même.

Mise en équation du moteur serie.

$$\vec{U} = R_1 \vec{I} + j\omega L_1 \vec{I} + R_2 \vec{I} + j\omega L_2 \vec{I} + p s \Sigma M_o \vec{I}$$

$$U = (R + p s \Sigma M_o + j\omega L) I = Z I.$$

$$\text{où } \begin{cases} R = R_1 + R_2 \\ L = L_1 + L_2 \end{cases}$$

On suppose que le circuit magnetique n'est pas saturé et que /s pertes fer sont negligeeables.

$$Z = (R + p s \Sigma M_o) + j\omega (L_1 + L_2)$$

Le moteur peut être assimilé à une impedance dont la partie reelle est une fonction linéaire de la vitesse de rotation.

Calcul du couple .

$$\vec{U} \cdot \vec{I} = (R + p s \Sigma M_o + j\omega L) I^2$$

La puissance absorbée par le moteur est la partie reelle.

$$R_e (\vec{U} \vec{I}) = R I^2 + p s \Sigma M_o I^2 = P_{abs}.$$

Puissance utile mécanique :

$$P_u = P_{abs} - \text{pertes} = p s \Sigma M_o I^2.$$

$$\text{or } P_u = C s.$$

$$\text{d'où } C = p M_o I^2$$

$$C_{um} = P M_o I^2 = P M_o \frac{U^2}{Z^2} = P M_o \frac{U^2}{(R + p s \Sigma M_o)^2 + L^2 \omega^2}$$

Z est minimale lorsque $s = 0$ c'est à dire à l'arrêt du moteur
Ainsi le couple est maximal au démarrage.

Il décroît lorsque la vitesse augmente -

C'est la caractéristique série -

Le couple de démarrage est.
$$C_1 = \frac{P M_0 U^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

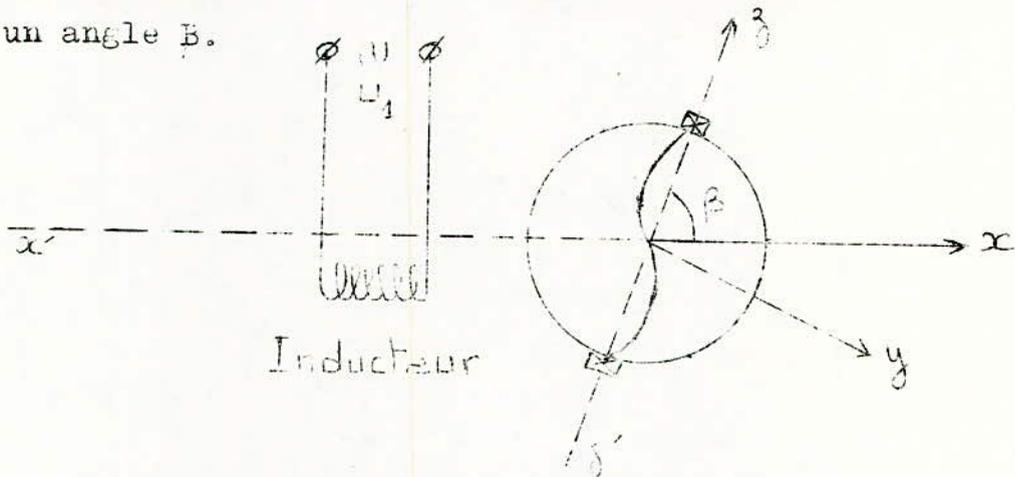
On remarque aussi que pour une vitesse donnée, l'impédance
Z à une valeur donnée, et dans ce cas le couple est proportio-
nnelle au carré de la tension d'alimentation.

Inversement pour un couple donné, la vitesse varie dans le
même sens que la tension.

II.2. Moteur repulsion

Au lieu de lieu le rotor à l'induction comme dans le moteur serie nous agirons sur le rotor par induction pour y faire circuler un courant.

Dans ce cas on aura l'inducteur fixe branché sur le reseau et l'induit complètement séparé du reseau et fermé sur lui même par une connexion très peu résistante reliant entre elle les deux lignes de balais. Le plan diamétral contenant les balais fait avec le plan de l'axe de la f.m.m. inductrice un angle β .



Les balais n'étant plus calés sur les lignes neutres, le rotor à collecteur, qui est équivalent à une bobine axée suivant la ligne des balais présente une inductance mutuelle avec le stator et fonctionne comme le secondaire d'un transformateur en court-circuit. Des courants circulent dans le rotor et subissent une action électro dynamique de la part de courants statariques et le rotor tourne dans le sens inverse du calage des balais.

Pour que le moteur fonctionne les balais ne doivent pas être sur la ligne neutre car alors la f.e.m. globale induite par le flux alternatif entre balais seront nulle.

Mise en equation du moteur à repulsion.

En appliquant la loi l'ohm aux deux enroulements inducteurs (primaire) et induits (secondaire) et en supposant le moteur non saturé on obtient :

Primaire: son propre flux induit dans son enroulement un f.e.m $- j L_1 \omega I_1$ - le flux alternatif fixe engendré par le secondaire a son axe $\vec{z'z}$ dans le plan contenant les ligne de balais. Sa composante suivant l'axe $\vec{x'x}$ induit dans l'enroulement secondaire une f.e.m totale $- j M \omega I_2 \cos \beta$.

Equation primaire :

$$U_1 = R_1 I_1 + j L_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \cos \beta.$$

Secondaire :

Son propre flux induit dans son enroulement un f.e.m $- j L_2 \omega I_2$ - la force électromotrice induite par le flux alternatif primaire est la somme des composantes statique et dynamiques. Comme nous l'avons déjà calculé.

L'équation du secondaire en court circuit est donc :

$$0 = R_2 I_2 + j L_2 \omega I_2 + j M \omega I_1 \cos \beta - p s Z M \omega I_1 \sin \beta.$$

De cette équation on tire la relation entre les courants primaires et secondaires

$$I_2 = \frac{- j M \omega}{R_2 + j L_2 \omega} \left(\cos \beta + \frac{p s Z}{\omega} \sin \beta \right) I_1$$

Par élimination du courant I_2 entre les deux équations précédentes on trouve la valeur de l'impédance Z.

$$Z = \frac{U}{I_1} = R_1 + j L_1 \omega + \frac{M^2 \omega^2}{R_2 + j L_2 \omega} \left(\cos^2 \beta + j \frac{p s Z}{\omega} \frac{\sin^2 \beta}{2} \right)$$

Cette impédance est une fonction linéaire de la vitesse de rotation et elle depend de l'angle de calage des balais β .

Pour une valeur quelconque de l'angle B l'impédance est minimale lorsque la vitesse de rotation est nulle, c'est à dire lorsque le moteur est arrêté et elle croît indéfiniment avec la vitesse. Le courant primaire est donc maximale au démarrage et tend à s'annuler lorsque la vitesse croît indéfiniment.

La partie réelle de l'impédance Z est :

$$R_1 + \frac{M_0^2 w^2}{R_2^2 + L_2^2 w^2} (R_2 \cos^2 B + L_2 \frac{p\Omega}{2} \sin 2B).$$

Pour une valeur donnée I_1 du courant primaire la puissance

active utile est :

$$P_{au} = \frac{M^2 w^2}{R_2^2 + L_2^2 w^2} L_2 \frac{p\Omega \sin 2B}{2} I_1^2$$

le couple utile moyen est :

$$P_{au} = C \Omega.$$

$$C = P \frac{M^2 w^2}{R_2^2 + L_2^2 w^2} \cdot L_2 \frac{\sin 2B}{2} I_1^2$$

Comme le courant I_1 , le couple utile est maximal au démarrage et il décroît ensuite comme le courant lorsque la vitesse augmente. C'est le propre d'une caractéristique série.

Pour une valeur donnée quelconque du courant, le couple moyen est maximal pour $\sin 2B = 1$ c'est à dire l'angle de

décalage des balais est égal à $\frac{\pi}{4}$

L'impédance équivalente étant fonction à la fois de la vitesse de rotation et de l'angle de calage β , la caractéristique mécanique se modifie si l'on fait varier cet angle -

Pour un couple donnée, la vitesse varie avec l'angle de calage.

Explication physique du comportement du moteur à répulsion. On néglige la résistance R_2 du secondaire :

d'où on peut écrire : $j\omega(L_2 I_2 + jM_0 \omega I_1 \cos\beta) = p\Omega M_0 I_1 \sin\beta$.

L'expression $(L_2 I_2 + M_0 I_1 \cos\beta)$ représente le flux total ϕ_z émis à travers le secondaire suivant l'axe perpendiculaire $\vec{y'y}$

on peut donc écrire :

$$j \omega \phi_z = p\Omega \phi_y.$$

$$\text{ou } \phi_z = -j \frac{\Omega}{\omega} \phi_y$$

Ainsi le flux total embrassé par le secondaire est la résultante de deux flux déphasés de $\frac{\pi}{2}$ dans le temps.

On peut considérer que ces deux flux sont engendrés par deux f.m.m. sinusoïdales fixes décalées de $\frac{\pi}{2}$ dans l'espace. Leur résultante est une f.m.m. tournante.

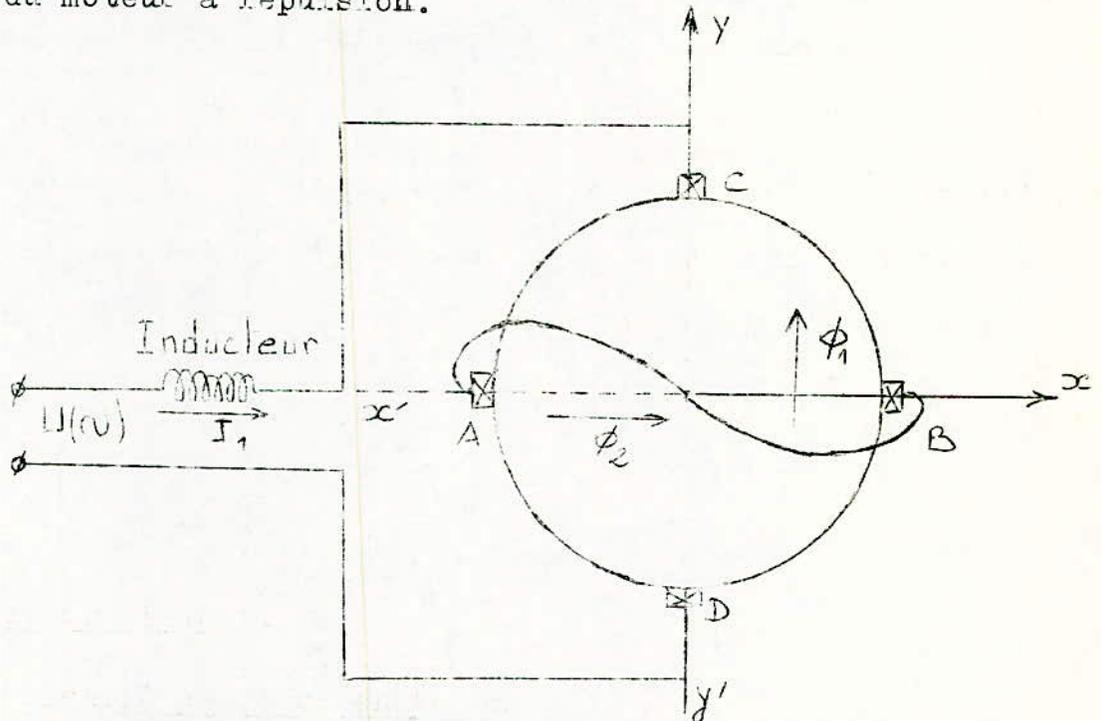
Si $p\Omega$ diffère de ω , l'amplitude des 2 flux, donc des f.m.m. qui les engendrent, étant différentes, le champ tournant est elliptique.

Au synchronisme $p\Omega = \omega$ le champ tournant est circulaire. Cette propriété différencie nettement le moteur à répulsion du moteur série, où l'on a affaire à un flux alternatif fixe. Le moteur à répulsion est un moteur à champ tournant.

II.3. Moteur Latour.

II.3.1. Principe de fonctionnement.

Le moteur Latour est une combinaison du moteur serie et du moteur à repulsion.



Ce moteur comprend deux rangés de balais décalé de $\frac{\pi}{2}$ l'une en serie avec l'inducteur, l'autre en court-circuit.

Si nous le considérons comme moteur serie, nous croyons que la f.e.m. induites statiquement dans les moitiés ACE et ABD, et qui ne produisent aucun effet sur le moteur serie vont engendrer un courant passant par AB. De ce fait l'induit va se comporter comme le secondaire d'un transformateur en court circuit.

Le flux longitudinal total est le seul à pouvoir induire une f.e.m. dynamique entre les balais normaux.

Il est la somme du flux $\vec{\Phi}_{st}$ du stator et du flux $\vec{\Phi}_{sr}$ dû au courant de court-circuit \vec{I}_2 .

- Ce courant \vec{I}_2 peut lui même se décomposer en 2 éléments \vec{I}_2' et \vec{I}_2''
- la f.e.m. statique E_2' due au flux longitudinal total.
 - la f.e.m. dynamique E_2'' due au flux transversal $\vec{\Phi}_{st}$.

Si nous négligeons les résistances et les fuites magnétiques nous pouvons dire que :

\vec{E}_2' fait circuler \vec{I}_2' qui crée $\vec{\Phi}_2'$ égal et opposé à $\vec{\Phi}_{sr}$.

\vec{E}_2'' fait circuler \vec{I}_2'' qui crée $\vec{\Phi}_2''$ en quadrature arrière avec $\vec{\Phi}_{st}$.

Or le flux transversal $\vec{\Phi}_{st}$ est en phase avec $\vec{\Phi}_{sr}$.

En définitive il ne reste que $\vec{\Phi}_2''$ et $\vec{\Phi}_{st}$ qui sont en quadrature à la fois dans l'espace et dans le temps.

Leur résultante est un flux tournant.

$\vec{\Phi}_2''$ et $\vec{\Phi}_{st}$ ayant des valeurs différentes, le flux tournant est elliptique mais devient circulaire au synchronisme.

Couple moteur -

Le rotor supporte l'action électrodynamique du flux $\vec{\Phi}_{sr}$ sur les courants \vec{I}_1 et \vec{I}_2 .

- l'action de $\vec{\Phi}_{sr}$ sur I_2
- l'action de $\vec{\Phi}_{sr}$ sur I_1

Ces deux dernières actions sont strictement égales et opposées -

En effet on a la même proportionnalité de $\vec{\Phi}_{sr}$ à I_1 et de $\vec{\Phi}_{sr}$ à I_2 .

L'action de $\vec{\Phi}_{sr}$ sur \vec{I}_2 est nulle par symétrie.

Il ne reste donc que l'action de $\vec{\Phi}_{sr}$ sur I_1 qui est celle du moteur série.

Ainsi nous voyons que le moteur Ratour est la combinaison du moteur serie (co ple moteur) et du moteur a repulsion (champ tournant).

II.3.2. Mise en équation -

Procédons à la recherche de toutes les f.e.m.

Circuit principal .

Le stator n'est l'objet que de f.e.m. statiques .

- a) auto-induction $- j \omega L_1 \vec{I}_1$
- b) induction mutuelle de $\vec{\Phi}_2$ $- j \omega M_o \vec{I}_2$

Rotor en serie.

- la seule f.e.m. statique est d'auto-induction. $- j \omega L_2 \vec{I}_1$

Par contre il existe deux f.e.m. dynamiques.

- celle due à $\vec{\Phi}_1$ $- p \Omega M_o \vec{I}_1$
- celle due à $\vec{\Phi}_2$ $- p \Omega M_2 \vec{I}_2$

Rotor en court-circuit.

La seule f.e.m. dynamique provient de $\vec{\Phi}_1$ soit $p \Omega M_2 \vec{I}_1$

Il existe deux f.e.m. statiques.

- celle provenant de $\vec{\Phi}_1$ $- j \omega M_o \vec{I}_1$
- celle provenant de $\vec{\Phi}_2$ $- j \omega L_2 \vec{I}_2$

M_2 constante caractéristique des actions dynamiques du rotor sur le rotor est très voisine de L_2 . La difference provient des inducteurs de fuites des têtes de bobines et d'encôches .

Nous ne faisons pas une grande erreur en assimilant M_2 à L_2 .

Le changement de signe dans les deux termes faisant intervenir M_2 dans des f.e.m. dynamiques est dû à ce que $\vec{\Phi}_1$ est en arrière, dans le sens du mouvement, sur $\vec{\Phi}_2$, tandis que $\vec{\Phi}_2$ est en avance sur $\vec{\Phi}_1$.

Finalement nous obtenons les équations suivants :

$$\begin{cases} \vec{U} = R_1 \vec{I}_1 + j\omega L_1 \vec{I}_1 + j\omega M_0 \vec{I}_2 + p \Omega M_0 \vec{I}_1 + p \Omega L_2 \vec{I}_2 + R_2 \vec{I}_1 + j\omega L_2 \vec{I}_1 \\ 0 = -p \Omega L_2 \vec{I}_1 + j\omega M_0 \vec{I}_1 + R_2 \vec{I}_2 + j\omega L_2 \vec{I}_2 \end{cases}$$

En regroupant les termes et en posant $R_1 + R_2 = R_1'$

$$\begin{cases} U = (R_1' + j\omega L_1 + j\omega L_2 + p \Omega M_0) \vec{I}_1 + (j\omega M_0 + p \Omega L_2) \vec{I}_2 & (1) \\ 0 = (j\omega M_0 - p \Omega L_2) \vec{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \vec{I}_2 & (2) \end{cases}$$

Couple moteur .

On multiplie l'équation (1) par \vec{I}_1 et l'équation (2) par \vec{I}_2 avec \vec{I}_1 conjugués de \vec{I}_1 et \vec{I}_2 conjugués de \vec{I}_2

on obtient (1) $\vec{U} \vec{I}_1 = (R_1' + j\omega L_1 + j\omega L_2 + p \Omega M_0) \vec{I}_1 \vec{I}_1 + (j\omega M_0 + p \Omega L_2) \vec{I}_2 \vec{I}_1$.

$$(2) 0 = (j\omega M_0 - p \Omega L_2) \vec{I}_1 \vec{I}_2 + (R_2 + j\omega L_2) \vec{I}_2 \vec{I}_2$$

additionnant (1) et (2) on obtient :

$$\vec{U} \vec{I} = (R_1' + j\omega L_1 + j\omega L_2 + p \Omega M_0) \vec{I}_1^2 + (j\omega M_0 + p \Omega L_2) \vec{I}_2 \vec{I}_1 + (j\omega M_0 - p \Omega L_2) \vec{I}_1 \vec{I}_2 + (R_2 + j\omega L_2) \vec{I}_2^2$$

Si nous prenons les parties réelles. On obtient la puissance active absorbée.

$$P_1 = R_1' I_1^2 + R_2 I_2^2 + p \Omega M_0 I_1^2$$

$$\text{Re} \left\{ p \Omega L_2 (\vec{I}_2 \vec{I}_1 - \vec{I}_1 \vec{I}_2) \right\} = 0$$

$\vec{I}_2 \vec{I}_1$ et $\vec{I}_1 \vec{I}_2$ conjugués ont même partie réelle.

$$\text{de même } (\operatorname{Re} \left\{ j \omega M_o (\vec{I}_2 \vec{I}_1 + \vec{I}_1 \vec{I}_2) \right\} = 0$$

car ces mêmes parties ont leurs parties imaginaires opposées.

$$P_1 = R_1' I_1^2 + R_2 I_2^2 + p \Omega M_o I_1^2$$

La puissance utilisée active est :

$$P_u = P_1 - \text{pertes} = P_1 - (R_1' I_1^2 + R_2 I_2^2) = p \Omega M_o I_1^2$$

$$\text{Or } P_u = C \Omega = p \Omega M_o I_1^2$$

$$\text{d'où } C = p M_o I_1^2$$

On retrouve ainsi le couple du moteur serie.

Acrogrammes d'impédance et d'intensité.

Acrogramme d'impédance.

des équations du moteur nous tirons l'impédance.

$$\vec{U} = (R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + p \Sigma M_0) \vec{I}_1 + (j \omega M_0 + p \Sigma L_2) \vec{I}_2 \quad (1)$$

$$0 = (j \omega M_0 - p \Sigma L_2) \vec{I}_1 + (R_2 + j \omega L_2) \vec{I}_2 \quad (2)$$

Tirons le courant I_2 de l'équation (2) et remplaçant dans (1)

$$\vec{I}_2 = - \frac{j \omega M_0 - p \Sigma L_2}{R_2 + j \omega L_2} \vec{I}_1$$

$$\vec{U} = (R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + p \Sigma M_0) \vec{I}_1 = \frac{(j \omega M_0 + p \Sigma L_2)(j \omega M_0 - p \Sigma L_2)}{R_2 + j \omega L_2} \vec{I}_1$$

$$Z_g = \frac{\vec{U}}{\vec{I}_1} = (R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + p \Sigma M_0) - \frac{(j \omega M_0 + p \Sigma L_2)(j \omega M_0 - p \Sigma L_2)}{R_2 + j \omega L_2}$$

$$Z_g = R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + p \Sigma M_0 + \frac{\omega^2 M_0^2}{R_2 + j \omega L_2} + \frac{p^2 \Sigma^2 L_2^2}{R_2 + j \omega L_2}$$

$$Z_g = R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + \frac{\omega^2 M_0^2}{R_2 + j \omega L_2} + p \Sigma M_0 + \frac{p^2 \Sigma^2 L_2^2}{R_2 + j \omega L_2}$$

En prenant comme variable la vitesse de rotation Ω , et en utilisant la théorie des diagrammes vectoriels on trace l'acrogramme de l'impédance dans le plan complexe.

Portons $\vec{O A} = R_1' + j \omega L_1$

$\vec{C D} = p \Sigma M_0$

$\vec{A B} = \frac{\omega^2 M_0^2}{R_2 + j \omega L_2}$

$\vec{D F} = \frac{p^2 \Sigma^2 L_2^2}{R_2 + j \omega L_2}$

$\vec{B C} = j \omega L_2$

Le lieu de F est une parabole dont l'axe est parallèle à AB et fait un angle θ_2 avec l'axe des imaginaires donnés par

$$\theta_2 = \text{Arctg} \frac{R_2}{\omega L_2}$$

Le point de démarrage $\xi_2 = 0$ est en C. Le point de synchronisme Γ_{21} est donné par la formule suivante avec $p = 2$.

$$Z_{\text{syn}} = R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + \omega M_0 + \frac{\omega^2 M_0^2 + L_2^2 \omega^2}{R_2 + j \omega L_2}$$

$$Z_{\text{syn}} = R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + \omega M_0 + \frac{\omega^2 (M_0^2 + L_2^2) (R_2 - j \omega L_2)}{(R_2 + j \omega L_2) (R_2 - j \omega L_2)}$$

$$Z_{\text{syn}} = R_1' + j \omega L_1 + j \omega L_2 + \frac{(1-\sigma) L_1 L_2 + L_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \omega^2 (R_2 - j \omega L_2) + \omega M_0$$

avec $(1-\sigma) L_1 L_2 = M_0^2$ et $\sigma =$ coefficient de dispersion.

En négligeant R_2^2 devant $\omega^2 L_2^2$ nous obtenons :

$$Z_{\text{syn}} = R_1' + R_2 \omega^2 \frac{(1-\sigma) L_1 L_2 + L_2^2}{\omega^2 L_2^2} + \omega M_0 + j \omega (L_1 + L_2 - \frac{(1-\sigma) L_1 L_2 + L_2^2}{L_2})$$

$$Z_{\text{syn}} = R_1' + R_2 \left[1 + (1-\sigma) \frac{L_1}{L_2} \right] + \omega M_0 + j \omega \left[L_1 + L_2 - \frac{(1-\sigma) L_1 L_2 + L_2^2}{L_2} \right]$$

$$Z_{\text{syn}} = R_1' + R_2 \left[1 + (1-\sigma) \frac{L_1}{L_2} \right] + \omega M_0 + j \omega L_1$$

La reactance correspondante est la même que celle du point B.

soit $j \sigma \omega L_1$

Le déphasage φ décroît régulièrement depuis $S_2 = 0$, passe par zéro pour une valeur de S_2 légèrement supérieure au synchronisme et tend vers $-\frac{\pi}{2} + \theta_2$ pour une vitesse infinie.

Vitesse de déphasage nul.

$$Z_g = R_1' + j\omega L_1 + j\omega L_2 + \frac{\omega^2 M_0^2 (R_2 - j\omega L_2)}{(R_2 + j\omega L_2)(R_2 - j\omega L_2)} + p S_2 M_0 + \frac{p^2 S_2^2 L_2^2 (R_2 - j\omega L_2)}{(R_2 + j\omega L_2)(R_2 - j\omega L_2)}$$

$$Z_g = R_1' + \frac{R_2 \omega^2 M_0^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} + p S_2 M_0 + \frac{p^2 S_2^2 L_2^2 R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} + j\omega L_1 + j\omega L_2 - j\omega L_2 \times \frac{\omega^2 M_0^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} - j\omega L_2 \frac{p^2 S_2^2 L_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{Partie imaginaire}}{\text{Partie réelle}}$$

En prenant la partie imaginaire et en négligeant R_2^2 devant $\omega^2 L_2^2$

on trouve la vitesse de déphasage nul.

$$X_g = \omega (L_1 + L_2) - \frac{\omega L_2 M_0^2 \omega^2}{L_2^2 \omega^2} - \omega L_2 \frac{p^2 S_2^2 L_2^2}{\omega^2 L_2^2}$$

$$\text{En prenant } M_0^2 = (1 - \sigma) L_1 L_2$$

$$X_g = \omega (L_1 + L_2) - \omega (1 - \sigma) L_1 - \frac{p^2 S_2^2 \omega L_2}{\omega^2}$$

$$X_g = \omega (L_1 + L_2) - L_1 + \sigma L_1 - \frac{p^2 S_2^2 L_2}{\omega}$$

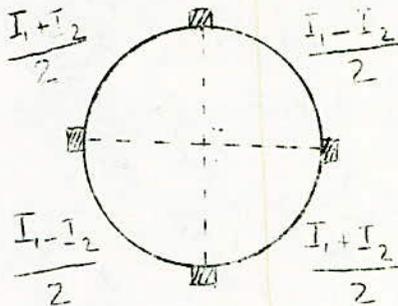
$$X_g = L_2 \omega (1 + \sigma) \frac{L_1}{L_2} - \frac{p^2 S_2^2}{\omega}$$

$$X_g = 0 \quad \text{pour} \quad 1 + \sigma \frac{L_1}{L_2} - \frac{p^2 S_2^2}{\omega^2} = 0 \quad \frac{p^2 S_2^2}{\omega^2} = 1 + \sigma \frac{L_1}{L_2}$$

Effet joule Rotorique .

Le rotor est parcouru par deux systèmes de courants :

I_1 courant inducteur et I_2 courant de court-circuit.



Dans certaines portions les deux courants s'ajoutent, dans d'autre ils se retranchent.

Effet joule total.

Supposant que la machine est bipolaire. Les quatre portions sont égales et de résistance élémentaire R_2 égale à la résistance globale du rotor entre deux balais opposés.

$$P_j = \frac{2 R_2}{4} \left[(\vec{I}_1 + \vec{I}_2)(\vec{I}_1 + \vec{I}_2) + (\vec{I}_1 - \vec{I}_2)(\vec{I}_1 - \vec{I}_2) \right]$$

$$P_j = \frac{R_2}{2} \left[I_1^2 + I_2^2 + I_1^2 + I_2^2 \right] = R_2 (I_1^2 + I_2^2)$$

$$P_j = R_2 (I_1^2 + I_2^2)$$

L'effet joule total est la somme des effets joule élémentaires dus à chaque courant pris isolement.

Diagramme Vectoriel.

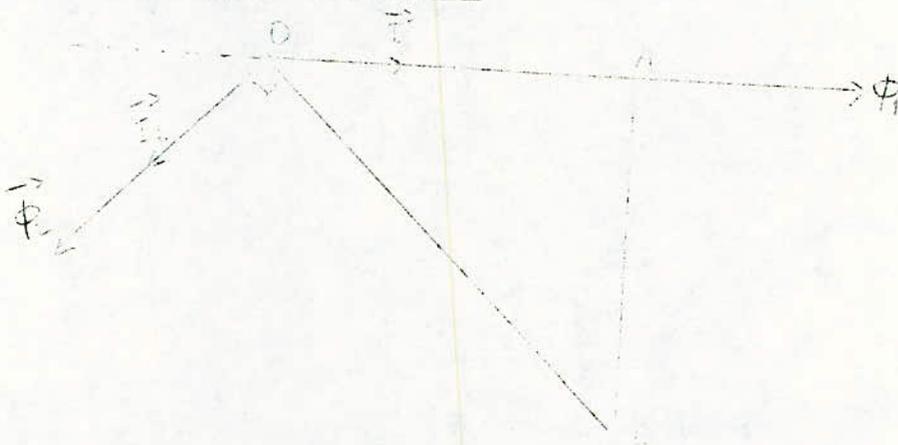
Les équations du moteur Latour sont :

$$\vec{U} = (R_1 + R_2 + j(\omega L_1 + \omega L_2) + p s L M_0) \vec{I}_1 + (j\omega M_0 + p s L_2) \vec{I}_2$$

$$0 = (-p s L_2 + j\omega M_0) \vec{I}_1 + (j\omega L_2 + R_2) \vec{I}_2$$

Nous supposons le moteur non saturé (tous les flux sont proportionnels aux courant qui les créent), et les résistances des enroulements nulles.

Diagramme de vectoriel court circuit :



avec :

$$\vec{OA} = p s L_2 \vec{I}_2$$

$$\vec{AB} = -j\omega M_0 \vec{I}_1$$

$$\vec{OB} = j\omega L_2 \vec{I}_2$$

Diagramme vectoriel simplicité du moteur :

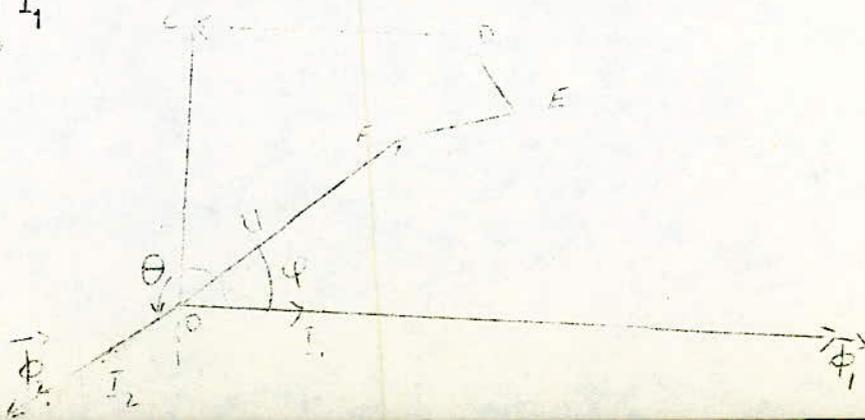
$$\vec{OF} = U$$

$$\vec{OC} = \omega j(L_1 + L_2) \vec{I}_1$$

$$\vec{CD} = p s L M_0 \vec{I}_1$$

$$\vec{DE} = j\omega M_0 \vec{I}_2$$

$$\vec{EF} = p s L_2 \vec{I}_2$$



Remarque :

au démarrage, $\Omega = 0$ et les équations deviennent, en négligeant toujours les résistances des enroulements :

$$\vec{U} = j(\omega L_1 + \omega L_2) \vec{I}_1 + j \omega M_0 \vec{I}_2$$

$$-j \omega M_0 \vec{I}_1 = \omega L_2 \vec{I}_2$$

On trouvera que les courants sont en opposition de phase.

II.3.3.

Schéma équivalent du moteur Latour :

$$\begin{cases} \vec{U} = [R_1 + R_2 + j(\omega L_1 + \omega L_2) + p \cdot \omega M_0] \vec{I}_1 + (j \omega M_0 + p \cdot \omega L_2) \vec{I}_2 \\ 0 = (-p \cdot \omega L_2 + j \omega M_0) \vec{I}_1 + (R_2 + j \omega L_2) \vec{I}_2 \end{cases}$$

Posons $Z = p \cdot \omega L_2 + j \omega M_0$

$$-Z = -p \cdot \omega L_2 + j \omega M_0$$

en multipliant la première équation par $K = \frac{-Z}{Z} = e^{j\sigma}$
on obtient :

$$\begin{aligned} K \vec{U} &= K Z_1 \vec{I}_1 + \bar{Z} \vec{I}_2 \\ 0 &= \bar{Z} \vec{I}_1 - Z_2 \vec{I}_2 \end{aligned}$$

avec $Z_2 = j \omega L_2 + R_2$

$$Z_1 = R_1 + R_2 + j \omega (L_1 + L_2) + p \cdot \omega M_0$$

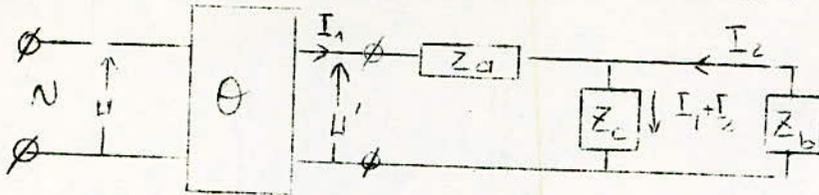
$$K \vec{U} = \vec{U} e^{j\sigma}$$

En introduisant un déphaseur, qui sera commandé par la vitesse angulaire de rotation Ω , il vient :

$$\begin{bmatrix} K \vec{U} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{U} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & \bar{Z} \\ \bar{Z} & -Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{I}_2 \end{bmatrix}$$

La matrice étant symétrique, donc diagonalisable

donc il existe un schéma équivalent de ce moteur .



$$U' = Z_a I_1 + Z_c (I_1 + I_2)$$

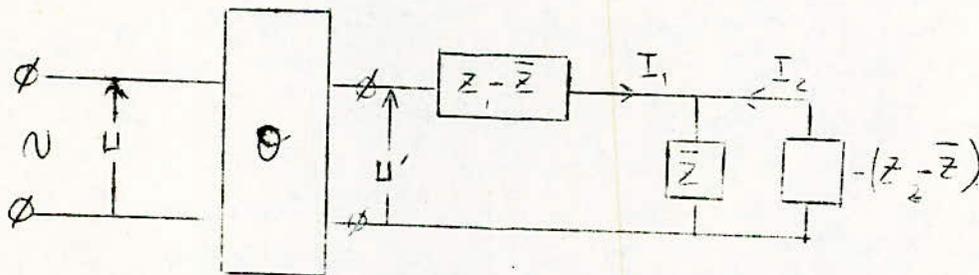
$$U' = (Z_a + Z_c) I_1 + Z_c I_2$$

$$0 = Z_c I_1 + (Z_c + Z_b) I_2$$

en identifions les équations, il vient :

$$\left. \begin{array}{l} Z_a + Z_c = Z_1 \\ Z_b + Z_c = Z_2 \\ Z_c = \bar{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_a = Z_1 - \bar{Z} \\ Z_c = \bar{Z} \\ Z_b = -Z_2 - \bar{Z} \end{array} \right.$$

d'où le schéma équivalent :



$$U = (Z_1 - \bar{Z}) I_1 + \bar{Z} (I_1 + I_2)$$

$$U' = Z_1 I_1 + \bar{Z} I_2$$

$$0 = \bar{Z} (I_1 + I_2) + I_2 (-Z_2 - \bar{Z})$$

$$0 = \bar{Z} I_1 - Z_2 I_2$$

III Troisième partie : Manipulation :

III.1. Mesure des paramètres passifs:

III.1.1. Mesure des résistances:

La mesure des résistances des enroulements se fait à chaud, c'est à dire à la fin de l'essai on charge.

Cette mesure se fait en courant continu, sous tension réduite.

Méthode de mesure:

- Partir d'une tension nulle et l'augmenter jusqu'à obtenir le courant nominal

I_N (10 A)

- Noter U et I.

- Schéma de montage :

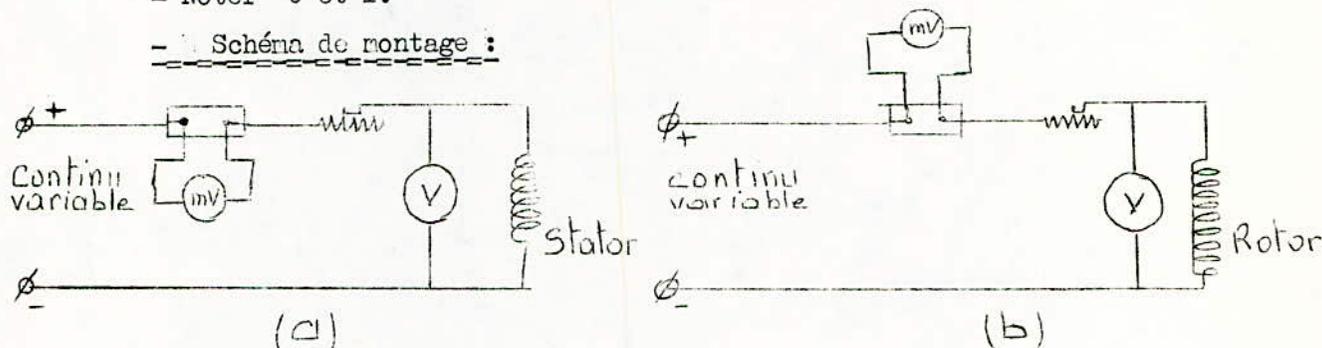


Fig.1.

Le rhéostat sert comme résistance de protection, car il est difficile de repérer les bornes non court-circuités.

Relevé :

Relevé trois mesures : Nous avons :

(V) U	12	10	7	(V) U	2	3	1,5
(A) I	10	9,1	5,4	(A) I	6,7	10	5
(Ω) R_1	1,2	1,1	1,3	(Ω) R_2	0,29	0,3	0,3

Nous prenons la moyenne des trois valeurs :

$$R_1 = 1,2 \Omega$$

$$R_2 = 0,3 \Omega$$

III.1.2. Mesure des selfs-induction :

La mesure des selfs - induction se fait en courant alternatif sous tension réduite, moteur à l'arrêt.

-- Schéma de montage :



Fig. 2-

Relevé :

(V) U	80	45	26	U (V)	2,5	5,1	7,6
I (A)	1,2	0,7	0,4	I (A)	0,5	1	1,5
Z ₁ (Ω)	65,7	64,4	65,0	Z ₂ (Ω)	5,0	5,1	5,1

Si on prend la moyenne des trois mesure on aura :

$$Z_1 = 65 \Omega ; \quad Z_2 = 5,1 \Omega$$

$$Z_1 = R_1 + j L_1$$

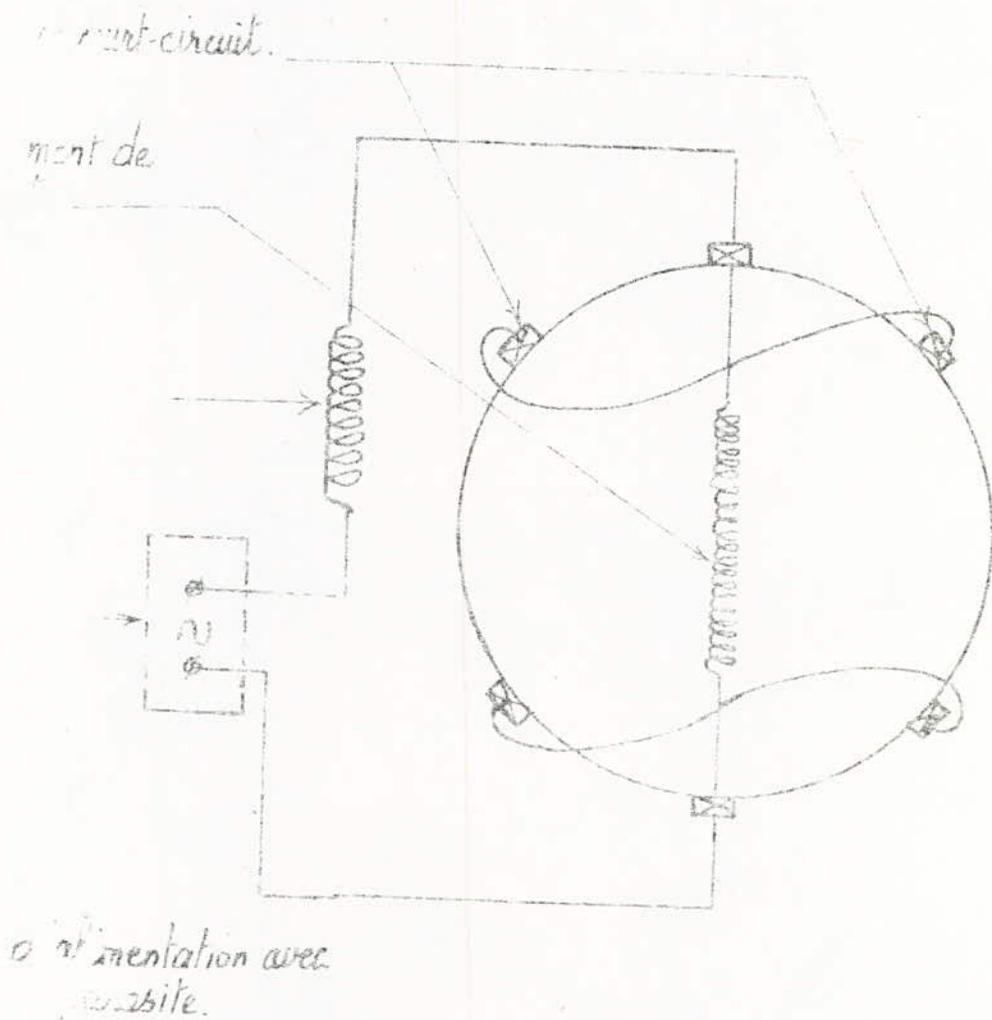
$$Z_2 = R_2 + j L_2$$

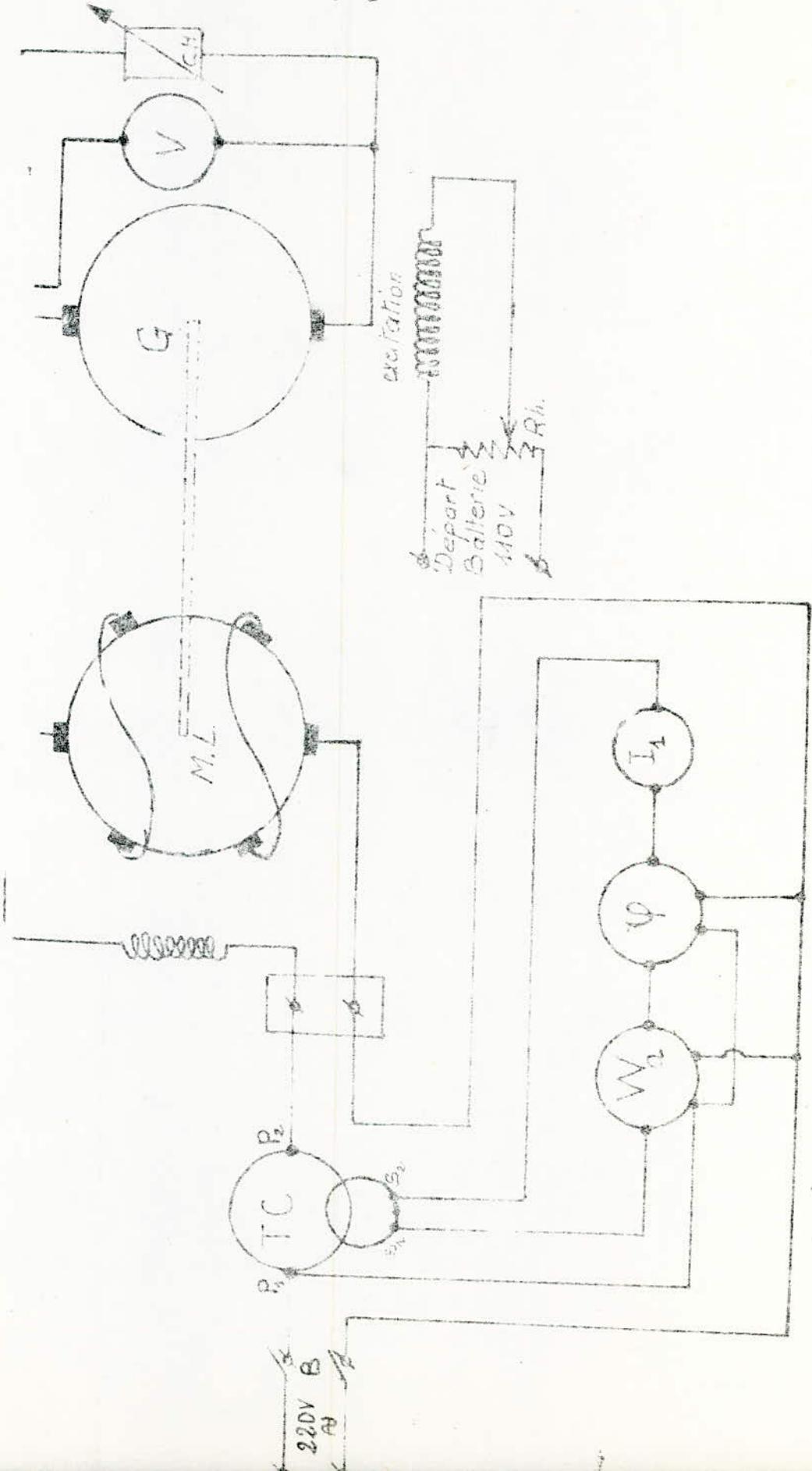
$$L_1 \omega = \sqrt{|Z_1|^2 - R_1^2} = \sqrt{65^2 - 1,2^2} \approx 65 \Omega$$

$$L_2 \omega = \sqrt{|Z_2|^2 - R_2^2} = \sqrt{5,1^2 - 0,3^2} \approx 5,1 \Omega$$

$L_1 \omega =$	65Ω
$L_2 \omega =$	$5,1 \Omega$

Fig 3: Moteur du type Latour.





III.2. Tracé des courbes pratiques :

Le moteur du type Latour dont nous disposons à l'E N P A est un moteur à deux paires de pôles, donc deux paires de balais court-circuités de façons non synmétiques. (voir fig. 3).

III.2.1. Essai en charge :

Schéma de montage (voir fig 4)

Matériel utilisé :

- B = interrupteur bipolaire
- TC = transformateur de courant , calibre 10 -- 20 -- 50 A, secondaire 5 A
- Wa = Waltemètre 5 A - 220 V
- φ = cos φ mètre 5 A - 220 V
- CH = Tableau de charge " suter " 110 V - 30 A
- G = Génératrice à courant continu.
- Rh = Rhéostat d'excitation monté en potentiomètre 100 Ω - 3 A
- I1 = Ampéremetre à courant alternatif - 5 A -
- V = Voltemètre à courant continu - 150 V -
- LV = Amperemetre avec Schunt - 50 A - 0,01 mV.
- ML = Moteur du type Latour.

Le moteur est chargé à l'aide d'une dynamo (génératrice) permettant la variation de la charge.

Le moteur étant alimenté à tension alternative $U = 220$ V = constante (départ " divert " sur le pupitre), on charge charge la génératrice par des lampes:

On notera I_1 , $W_a = P_a$, $\cos \varphi$, $V = U_{ch}$, I_{ch} et à l'aide d'un compte - tours, on notera la vitesse du moteur.

Rélevé :

N (trs/min)	1400	1870	1350	1300	1280	1200	1200	1120	1050
I_1 (A)	5,2	5,6	5,8	6,4	6,8	7,2	7,8	9,2	10,6
P_a (W)	640	820	890	1080	1180	1300	1460	1860	2220
cos	0,6	0,66	0,76	0,77	0,79	0,82	0,85	0,92	0,95
I_{ch} (A)	0	1,5	3,5	4,5	5	6	6,5	8	8,5
U_{ch} (V)	100	95	90	85	83	80	75	72	70
G (b)	0	17	35	36	36	37	33	31	27
$Z_1 = \frac{U_1}{I_1}$ ()	42,3	39,3	37,9	34,4	32,4	30,6	28,2	23,9	20,8

$$\eta_G = \frac{P_u}{P_a} = \frac{U_{ch} \cdot I_{ch}}{P_a} = \frac{U_{ch} \cdot I_{ch}}{U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi} = \eta_{\text{mot}} \cdot \eta_{\text{gén}} = \eta_{\text{global}}$$

d'après cet essai, traçons les courbes suivantes :

$$I_1 = f_1 (N) \quad P_a = f_2 (N) \quad \cos \varphi = f_3 (N)$$

III.2.2 Mesure du couple utile avec la dynamo - balance :

Pour mesurer le couple du moteur, on découple la génératrice puis on accouple au moteur, une dynamo-balance; on sait que la dynamo balance est basée sur le principe de l'action et de la réaction.

En effet, si un couple s'exerce sur des spires de l'induit, le couple opposé s'exerce sur l'inducteur.

Les dynamos-balance dont la carcasse est mobile, permettent par l'intermédiaire d'un bras de levier, d'équilibrer le couple qui s'exerce sur l'inducteur donc de mesurer le couple mécanique qui s'exerce sur la génératrice.

La dynamo étant accouplée au moteur dont on fait les essais, on peut mesurer le couple mécanique fourni par le moteur.

Le schéma de montage sera identique à celui de la fig 4 sauf qu'on remplace la génératrice par la dynamo balance.

Le moteur étant alimenté à tension constante $U_1 = 220 \text{ V}$, on charge la dynamo - balance par des lampes et on équilibrera le bras de levier de celle - ci pour des masses pesantes.

On notera I_1 , N , la masse M et la longueur L du bras de levier.

Relevé:

N (trs/mn)	1400	1320	1250	1170	1100	1060
I_1 (A)	5,6	6,0	6,4	7,2	9,4	12,0
L (m)	0,43	0,68	0,67	0,90	0,76	0,87
M (kg)	0,5	0,5	0,7	0,7	1,0	1,0
C (N.m)	2,1	3,3	4,6	6,2	7,5	8,5

$$C_m = L.M.g$$

NB : on prendra $g = 9,81$ (u S I).

traçons les courbes $C = f(N)$ et $C = f(I_1)$

III.2.3 Détermination pratique de M_o :

M_o étant l'induction mutuelle du stator sur le rotor.

Partant de $C = p M_o I_1^2$

et sachant que $p = 2$ (2 paires de pôles).

On prendra une valeur de C proche du synchronisme ($N = 1500$ trs/min) pour pouvoir déterminer la valeur de M_o .

$$M_o = \frac{C}{2 I_1^2} = 5,2 \cdot 10^{-2}$$

on sait qu $M_o^2 = (1 - \sigma) L_1 L_2$

d'où $1 - \sigma = \frac{(\omega M_o)^2}{L_1 \omega L_2 \omega} = 0,8 \Rightarrow \sigma = \frac{\psi_f}{\psi_{pr}} = 0,20 = 20 \%$

$\sigma = 20 \%$, est une valeur acceptable.

III.2.4. Courbes théoriques :

Connaissant, L_1, L_2, R_1, R_2 et M_o , nous pourrons tracer les caractéristiques théoriques du moteur Latour.

$$Z_g^2 = \left[R_1 + R_2 + p \omega M_o + \frac{\omega^2 M_o^2 + p^2 L_2^2 \omega^2}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} R_2 \right]^2 + \left[L_1 \omega + L_2 \omega - \frac{\omega M_o + p L_2 \omega}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} \right]^2$$

et $\cos \varphi = \frac{L_1 \omega + L_2 \omega - \frac{\omega M_o + p L_2 \omega}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} L_2}{R_1 + R_2 + p \omega M_o + \frac{\omega^2 M_o^2 + p^2 L_2^2 \omega^2}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} R_2}$

En faisant varier ω (rds/s) de ω_{syn} à 0, et en calculant $Z_g, I_1 = \frac{U_1}{Z_g}$,

$P_a = I_1 U_1 \cos \varphi, C = p M_o I_1^2$ et..., nous dresserons les résultats sur le tableau suivant :

N (trs/min)	1500	1400	1300	1200	1100	1000	900	500	0
(rds/min)	157	146,6	136,1	125,7	115,2	104,7	94,2	52,4	0
I ₁ (A)	8,9	9,1	9,3	9,5	9,7	10	10,2	11	11,9
cos φ	0,86	0,83	0,80	0,77	0,74	0,71	0,67	0,5	0,25
Z ₁ (Ω)	24,8	24,2	23,6	23,1	22,6	22,1	21,7	20,1	18,5
C (N.m)	8,2	8,6	9	9,4	9,9	10,4	10,8	12,6	14,8

à l'aide de ce tableau, nous tracerons les courbes $I_1 = f(N)$, $\cos\phi(N)$, $P_a(N)$, $C(N)$, $C(I)$ afin de les comparer à celles trouvées pratiquement.

III.3. Interprétation des courbes :

III.3.1. Courbes théoriques :

Le moteur Latour possède des caractéristiques semblables au moteur serie (à collecteur).

Il a un très bon couple au démarrage et diminue avec la vitesse. Ce couple est proportionnel au carré le courant statorique.

Quand au facteur de puissance il augmente avec la vitesse et il est proche de 1 au synchronisme.

La puissance absorbée croît avec la vitesse.

Le courant statorique augmente, quand la vitesse diminue.

Ce sont donc les mêmes caractéristiques que le moteur serie. De plus, il a les mêmes avantages que le moteur à répulsion quant à la commutation.

III.3.1. Courbes pratiques :

Du fait qu'il existe plusieurs enroulements, le moteur du type Latour que nous disposons à l'ENPA, ne présente pas les mêmes caractéristiques que le moteur Latour que nous avons étudié théoriquement.

Le couple augmente avec la charge mais ce n'est pas la même allure que pour celle trouvée théoriquement. Ceci provient du fait qu'il ya plusieurs paramètres dont dépend le couple et qui change son allure avec la charge.

La puissance absorbée diminue quand la vitesse augmente et elle augmente avec la charge ce qui n'est pas le cas pour le moteur Latour. Le facteur de puissance diminue avec la vitesse mais il augmente quand la charge diminue.

Il n'y a que la caractéristique $I_1 = f(N)$ qui a la même allure dans les deux cas, c'est à dire que la charge augmente quand la vitesse diminue.

Nous voyons, donc ce cas, qu'il est impossible de comparer ces deux moteurs, et que la théorie du moteur Latour ne s'applique pas à ce moteur dont nous disposons à l'E N P A.

Pour étudier ce moteur du type Latour, il faudrait déterminer ses équations (3 équations au lieu de deux équations pour le moteur Latour) et de là toutes ses caractéristiques en déterminant tous ses paramètres et les différentes mutuelles qui existent entre les enroulements.

III.4. Tracé théorique et pratique des acrogrammes d'impédance et d'intensité :

III.4.1. Tracé théorique de l'acrogramme d'impédance :

$$\text{on a } Z_g = \frac{U_1}{I_1} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2) + p\Omega Mo - \frac{(j\omega Mo + p\Omega L_2)(j\omega Mo - p\Omega L_2)}{R_2 + j\omega L_2}$$

ou encore en effectuant :

$$Z_g = R_1 + R_2 + j\omega L_1 + j\omega L_2 + \frac{\omega^2 Mo^2}{R_2 + j\omega L_2} + p\Omega Mo + \frac{P^2 L_2^2 \Omega^2}{R_2 + j\omega L_2}$$

$$\text{Posons } \overrightarrow{O A} = R_1 + R_2 + j\omega L_1$$

$$\overrightarrow{A B} = \frac{\omega^2 Mo^2}{R_2 + j\omega L_2}$$

$$\overrightarrow{B C} = j\omega L_2$$

$$\overrightarrow{C D} = p\Omega Mo$$

$$\overrightarrow{D F} = \frac{P^2 \Omega^2 L_2^2}{R_2 + j\omega L_2}$$

La variable étant Ω , on voit que \vec{OA} , \vec{AB} et \vec{BC} sont des constantes.

$$\vec{OA} = 1,5 \Omega + j 65 \approx 65 j$$

$$\vec{AB} = \frac{267}{0,3 + 5,1j} \approx -52,3 j + 3,1$$

$$\vec{BC} = 5,1 j$$

$$\vec{OC} = Z_{\Omega=0} = R_1 + R_2 \left[1 + \frac{\omega^2 M_0^2}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} \right] + j \left[\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{\omega^2 M_0^2 L_2}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} \right]$$

$$Z_{\Omega=0} = 4,58 + j 17,8$$

d'où $|Z_{\Omega=0}| = 18,5 \Omega$

et $\cos \varphi_{\Omega=0} = 0,25$

Nous traçons \vec{OC}

Puis pour chaque valeur de Ω , nous porterons du point C un parallèle à l'axe des réels tel que $\vec{CD} = p \Omega M_0 = 10,4 \cdot 10^{-2} \Omega$

Puis du point D nous déterminerons le point F tels que:

$$\begin{aligned} \vec{DF} &= \frac{P^2 L_2^2 \Omega^2}{R_2 + j \omega L_2} \\ &= \frac{P^2 L_2^2 \Omega^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} R_2 - j \frac{P^2 L_2^2 \Omega^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} L_2 \omega \end{aligned}$$

comme $L_2 \omega \gg R_2$, on obtient :

$$\vec{DF} = \frac{P^2 L_2^2 \Omega^2}{\omega^2 L_2^2} R_2 - j \frac{P^2 L_2^2 \Omega^2}{\omega L_2}$$

$$\approx 1,22 \cdot 10^{-5} \Omega^2 - j 2,08 \cdot 10^{-4} \Omega^2$$

En faisant varier Ω de 0 à $\Omega_s = \frac{\omega}{2} = \frac{\omega}{P}$, alors F lieu de Z_g , est une branche parabolique.

(Voir figure)

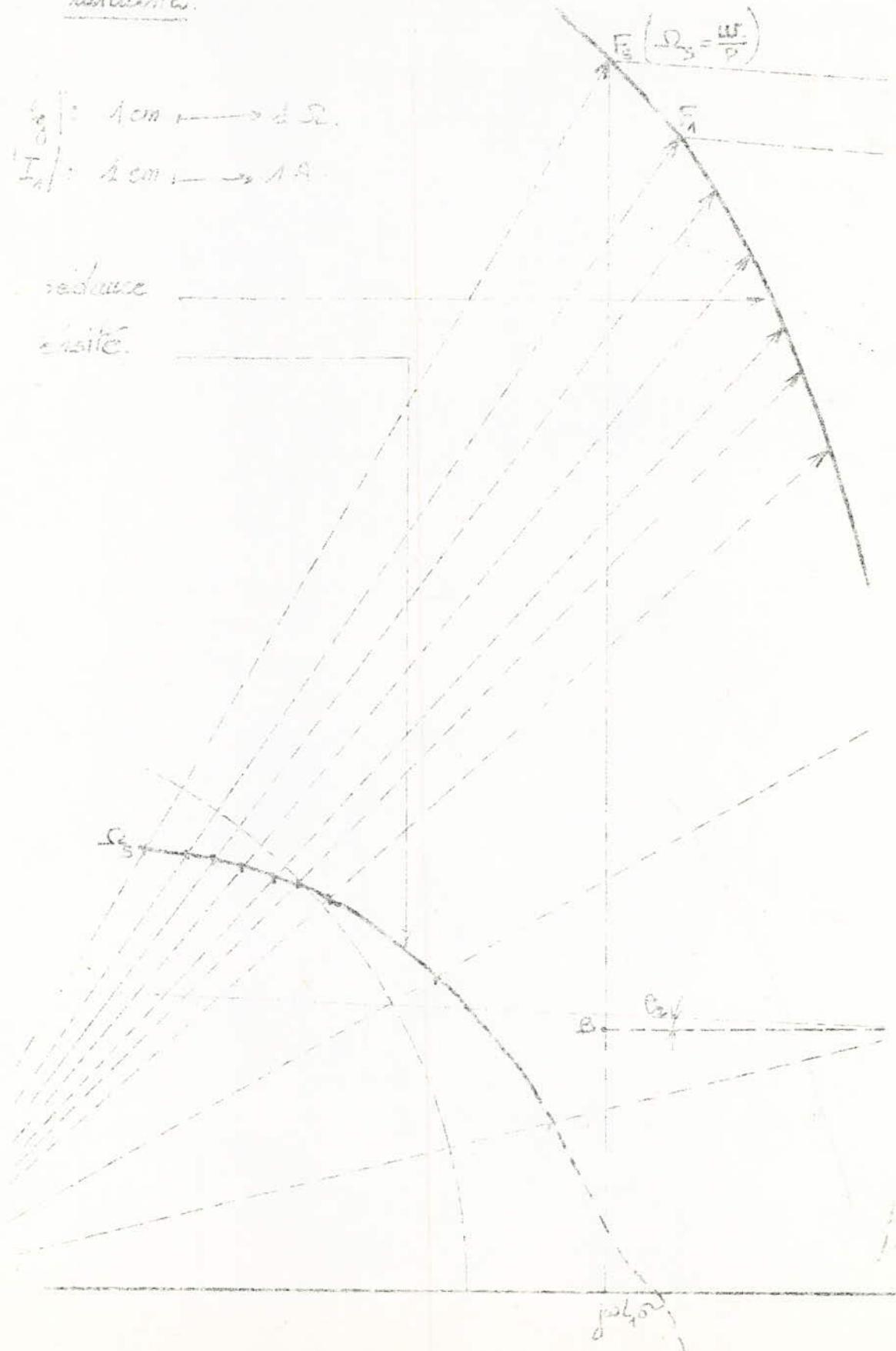
rique des aérogrammes d'impédance

universalité.

$l_0 / \lambda = 1 \text{ cm} \rightarrow d \Omega$
 $I_{A_0} / I_A = 1 \text{ cm} \rightarrow 1 A$

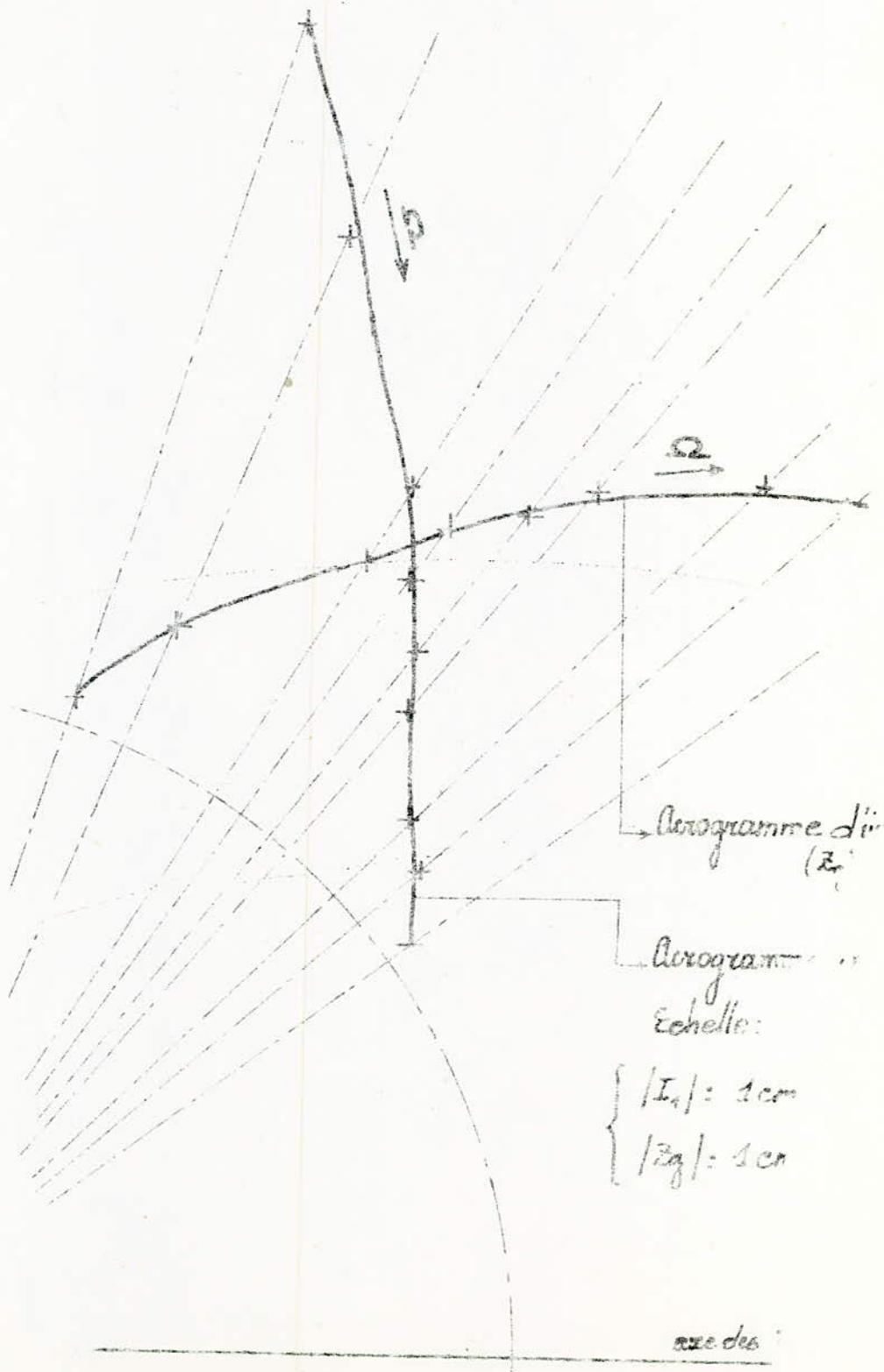
réactance

résistance

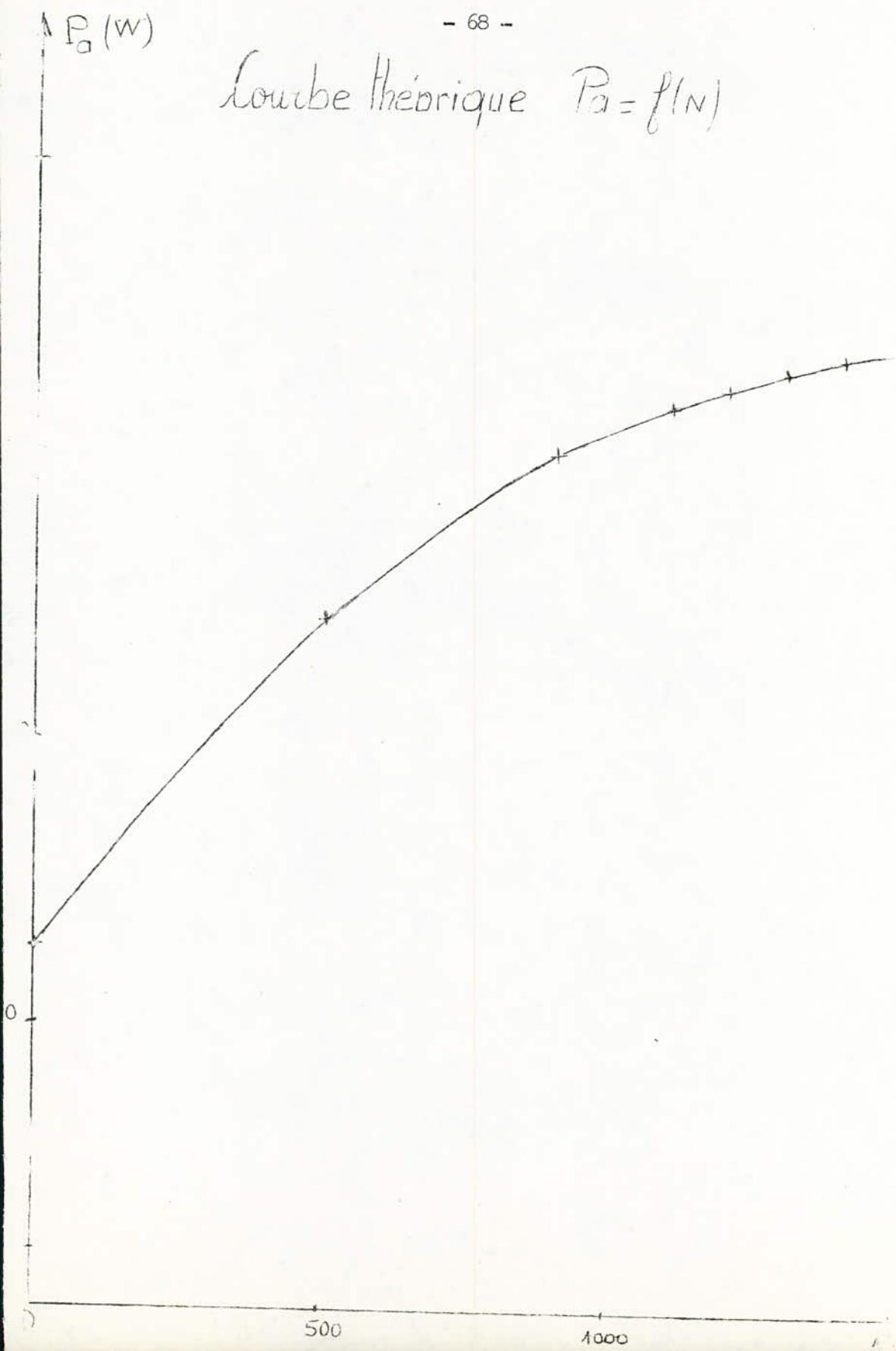


67

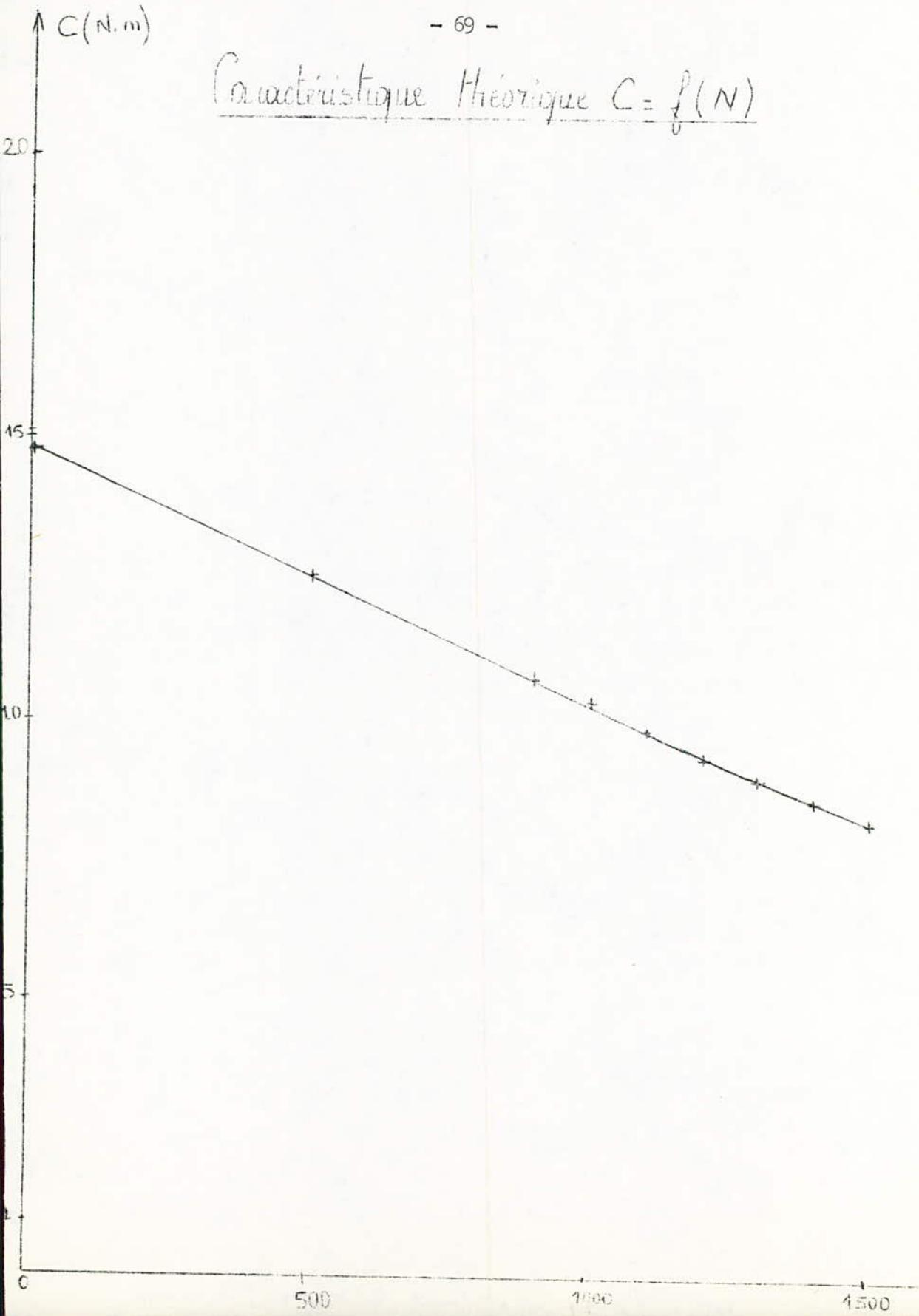
Carogrammes (pratiques) d'intensité et a.
du moteur du type Latour.



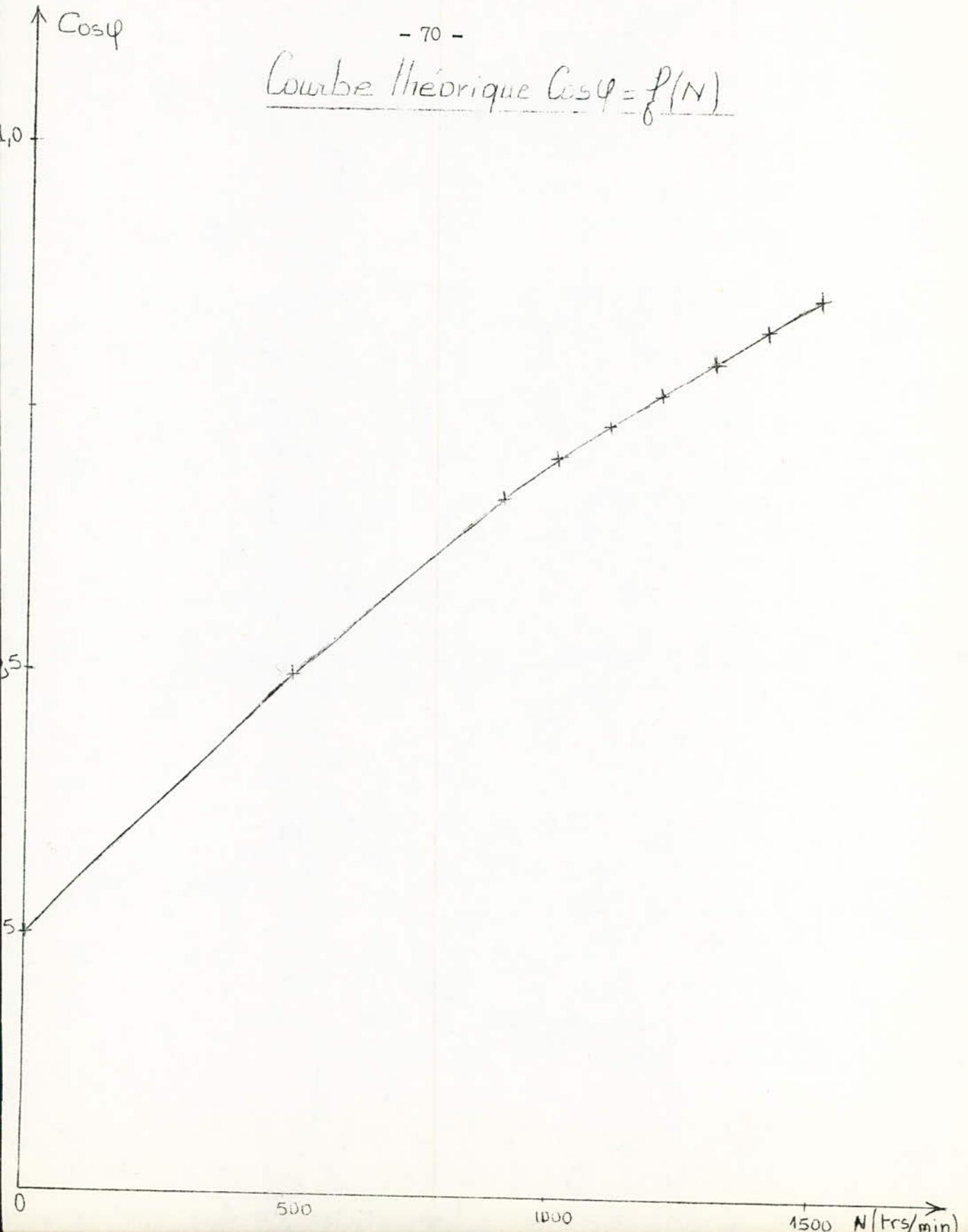
Courbe théorique $P_a = f(N)$



Caractéristique Théorique $C = f(N)$

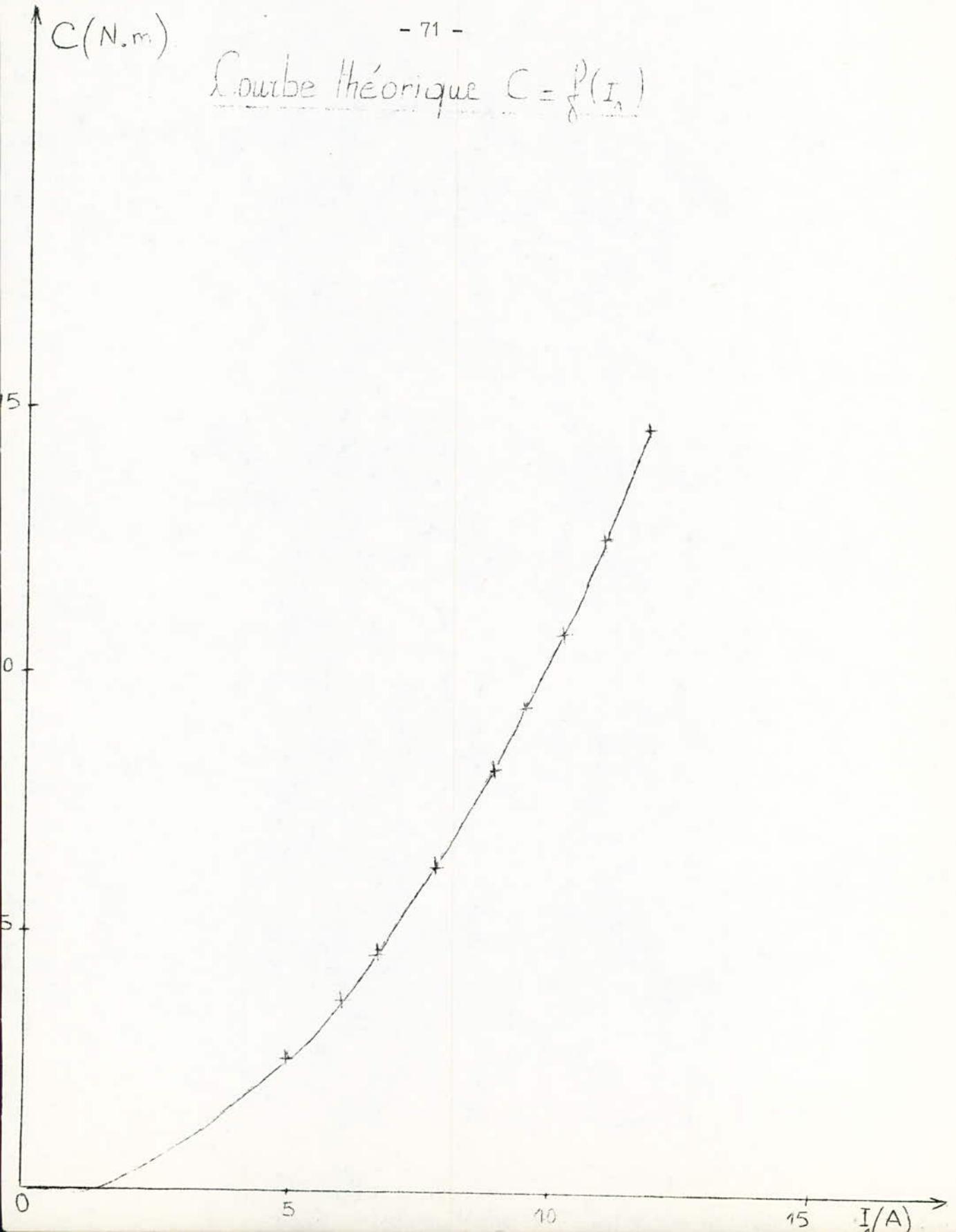


Courbe théorique $\cos\varphi = f(N)$

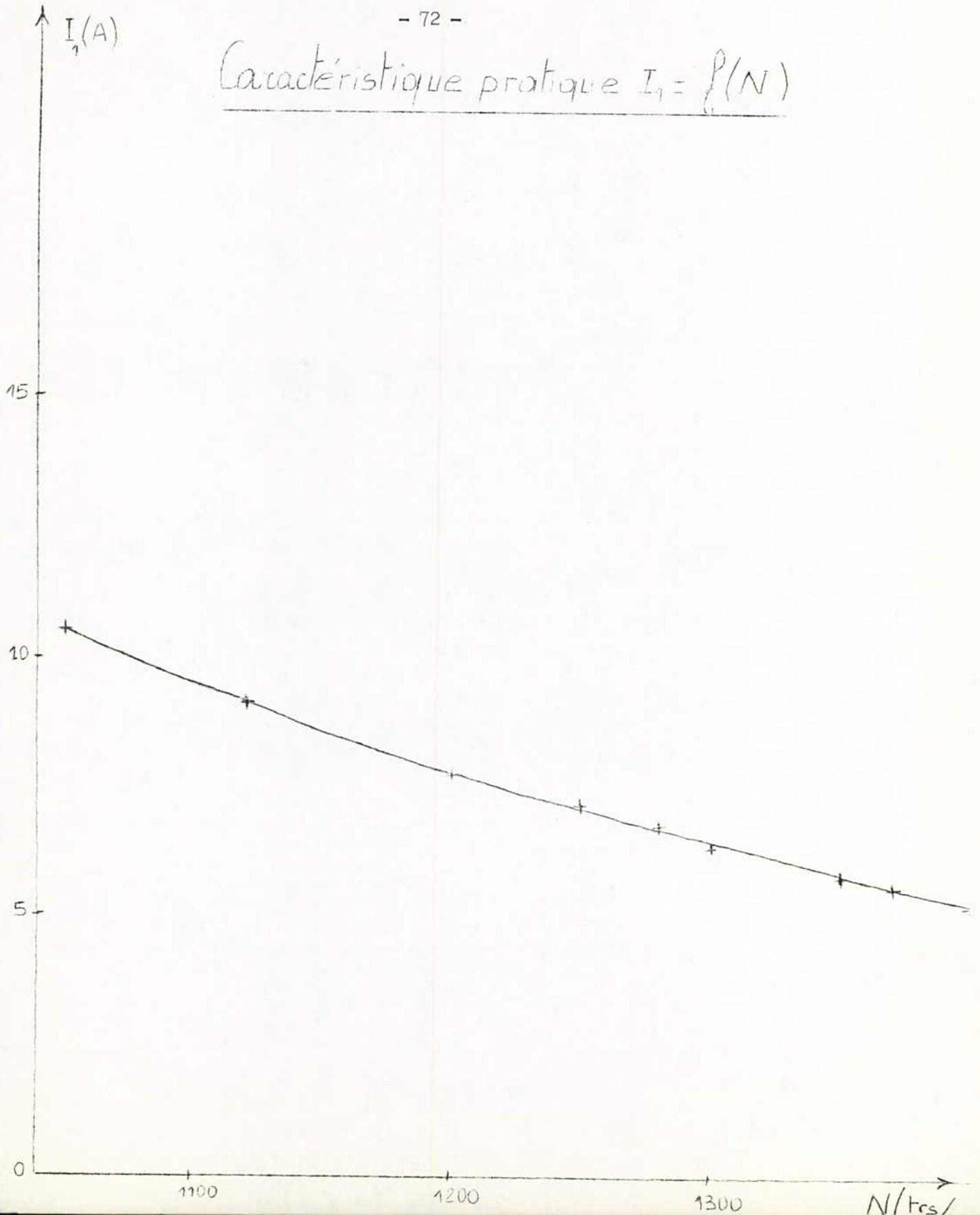


C(N.m)

Courbe théorique $C = f(I_a)$

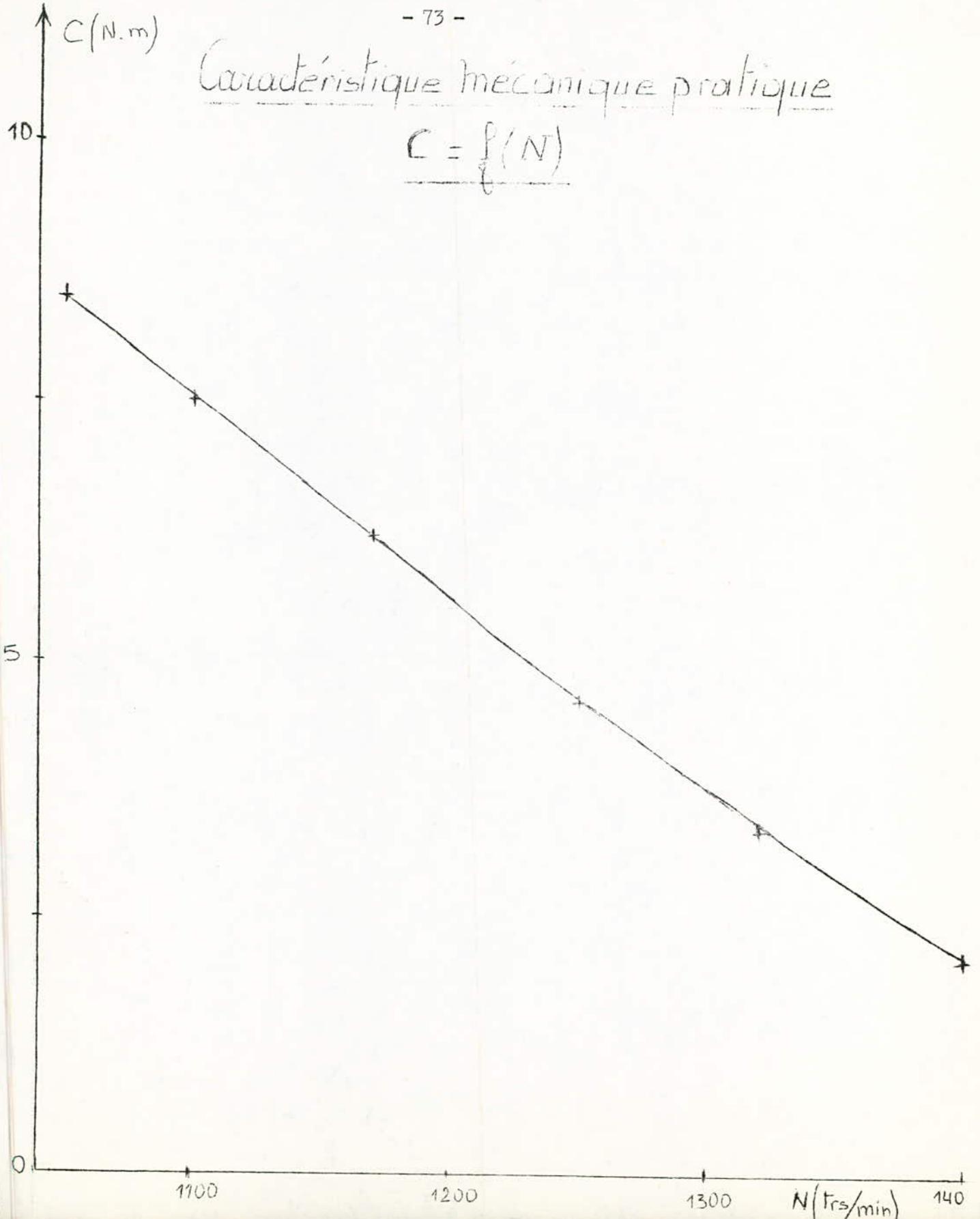


Caractéristique pratique $I_1 = f(N)$

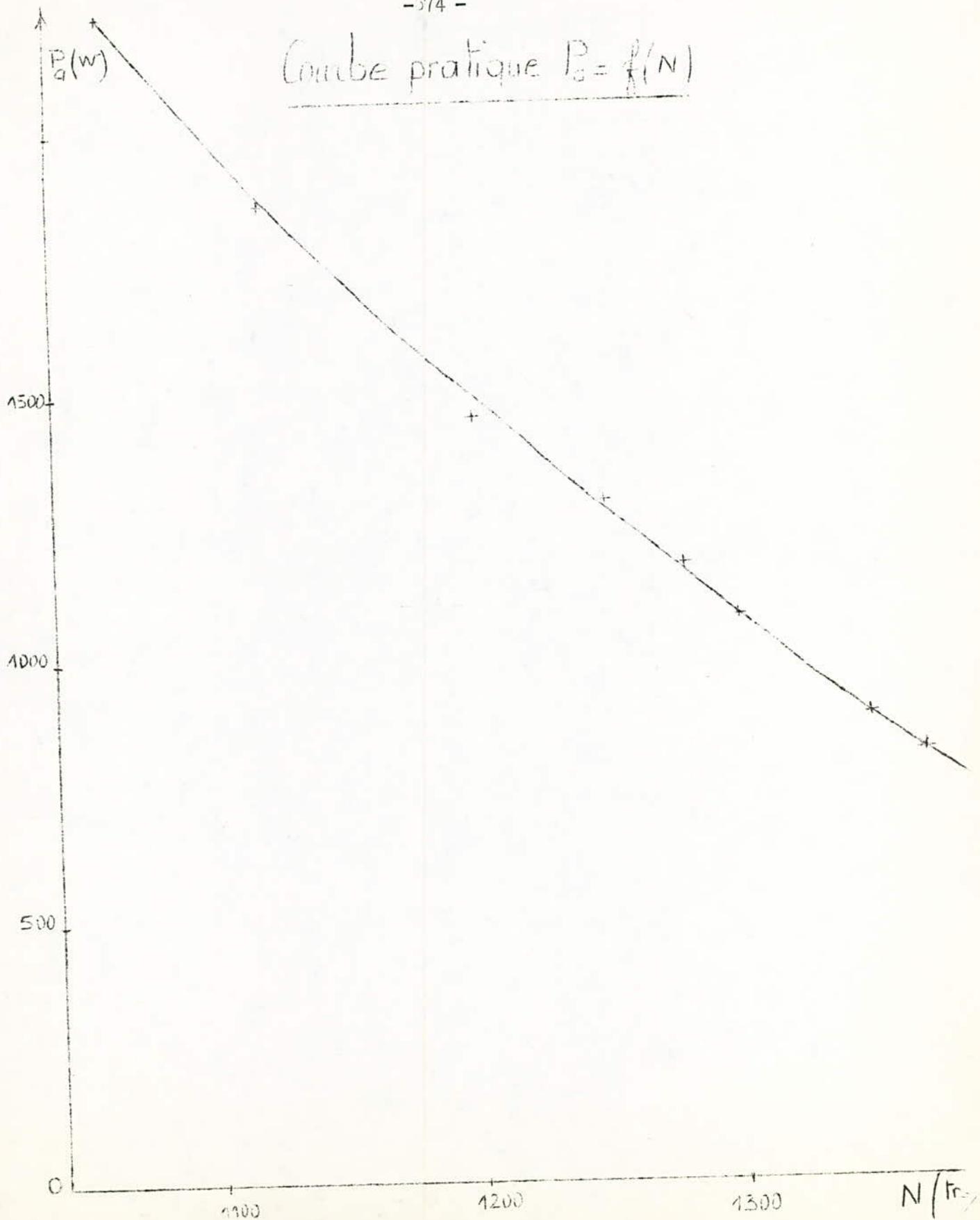


Caractéristique mécanique pratique

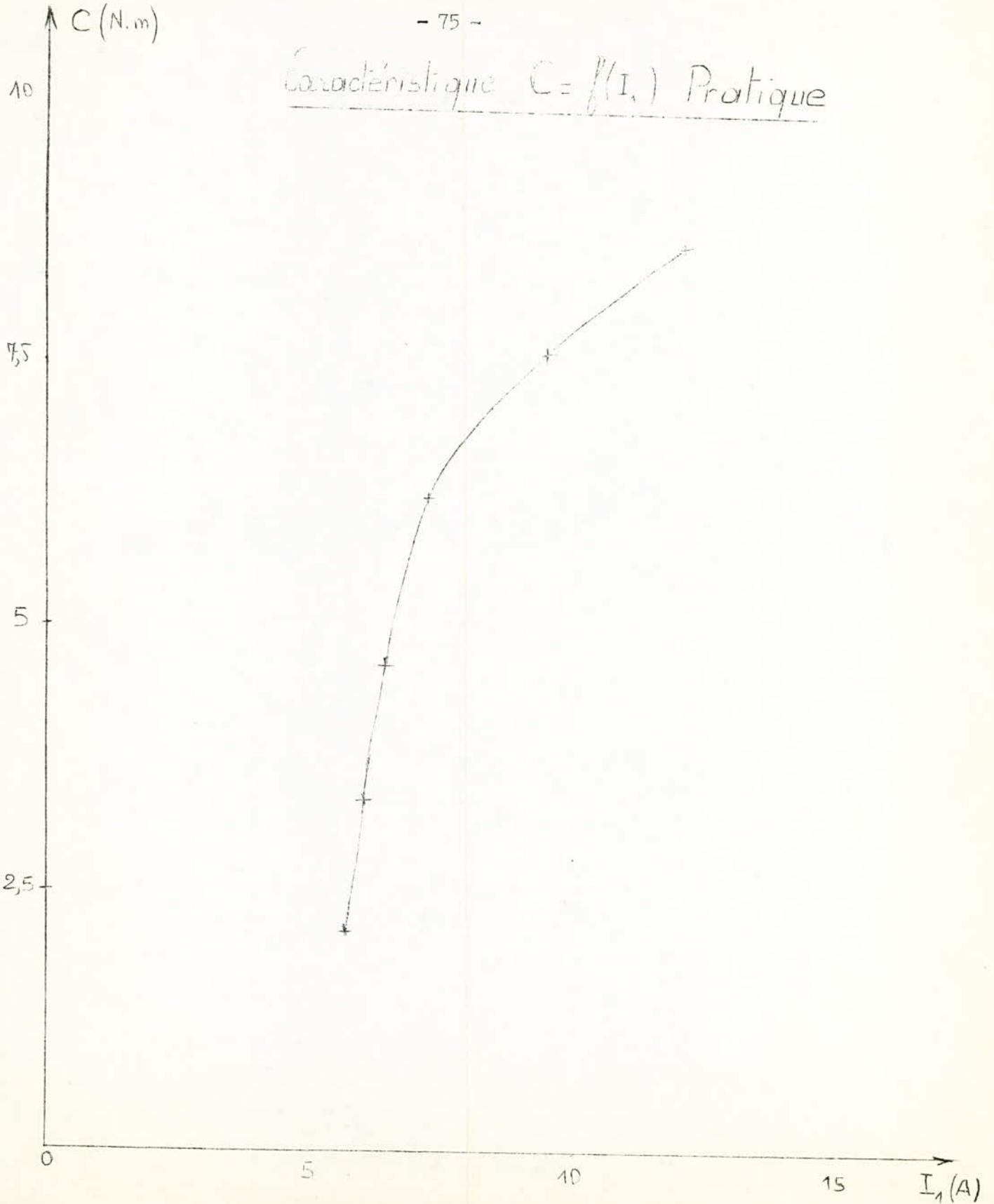
$C = f(N)$



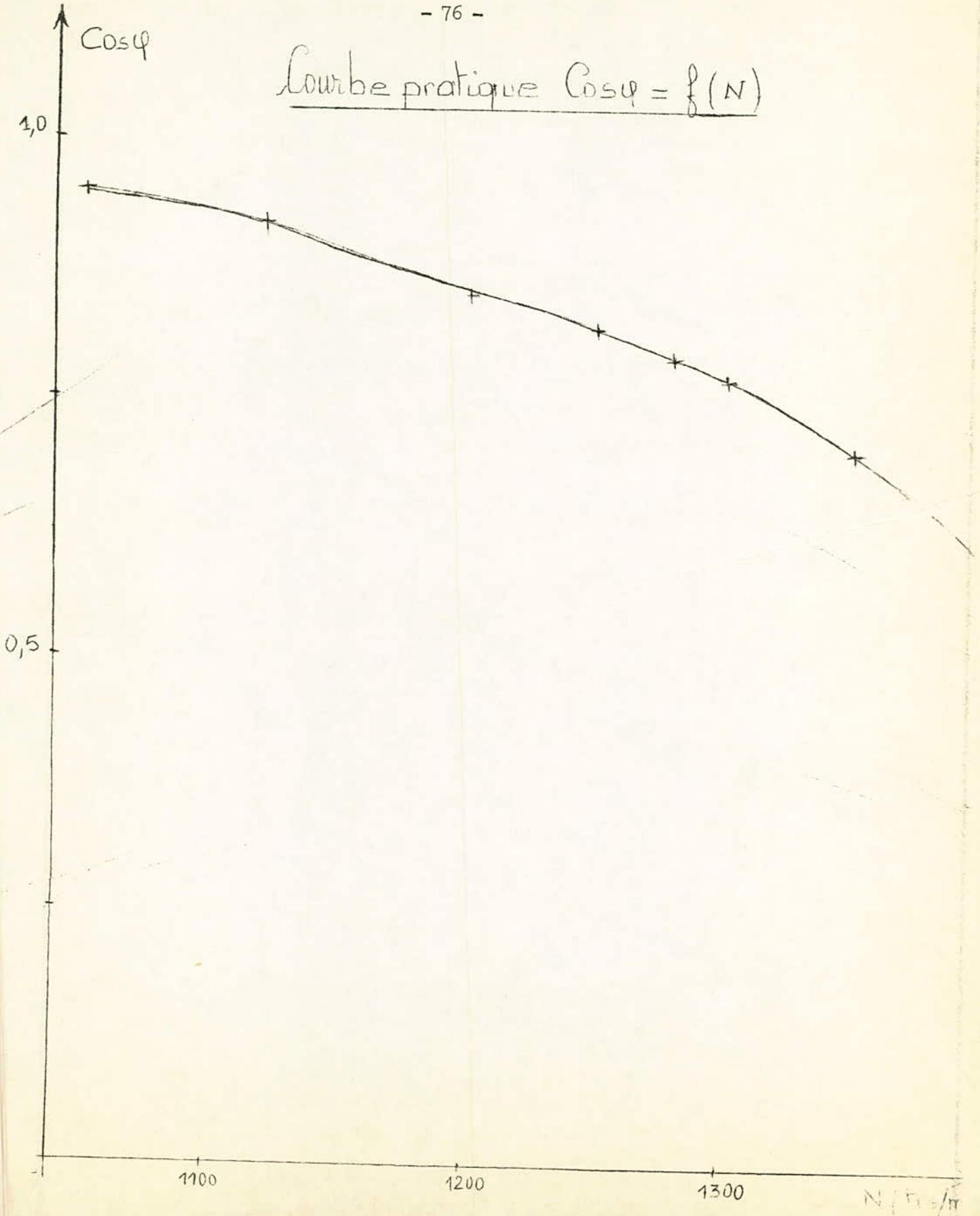
Courbe pratique $P_g = f(N)$



Caractéristique $C = f(I_1)$ Pratique



Courbe pratique $\cos\varphi = f(N)$



- C O N C L U S I O N -

Le moteur à collecteur du type Latour dont nous disposons à l'ENPA présente deux paires de balais en court-circuit non diamétraux.

En traçant les acrogrammes d'impédance et d'intensité nous constatons qu'ils diffèrent de ceux prévus par la théorie du moteur type Latour classique.

Notre but n'étant pas d'étudier la théorie du moteur disponible à l'ENPA, nous nous sommes contentés de faire les essais pratiques ainsi que tracer les courbes de fonctionnement.

Nous ne pouvons pas faire une comparaison et vérifier nos résultats du fait que nous ne disposons pas de machines identiques.

Cependant, notre courbe du couple en fonction de la vitesse présente la même caractéristique que celle du moteur série.

Pour le rendement du moteur, nous ne pouvons pas le faire étant donné que nous n'avons pas de génératrices identiques à l'ENPA aussi nous donnons uniquement le rendement global.

Nous constatons que ce moteur a un mauvais rendement comme tous les moteurs à collecteur.

- BIBLIOGRAPHIE -

- E. PILLET : Electrotechnique tome IV
Machines à induction - Machine à collecteur.
- Leon OTS-CHEVALIER Revue générale de l'électricité.
- F. CAHEN : Electrotechnique tome IV.
Machines tournantes à courants alternatifs.
- J. THURIN : Fonctionnement et emploi des machines électriques.
- A. FOULLE : Machines électriques tome 2
- Guy Segulier : Electrotechnique industrielle.
- Francis Notelet :
- R. RICHTER : Moteurs monophasés à collecteur.
- Eug. VIGNERON : Cours de mesures électriques.
- A. FOULLE : Cours d'électricité industrielle.
- Projet de fin d'étude. Sur une méthode d'exploitation
diagramme circulaire d'un moteur asynchrone.
Proposé: par COULON Jean.
Etudié par BENHAMOUDA Youcef.
Année Scolaire 67 - 68.
- M. POLOUJADOFF : Comparaison des schémas équivalents, au moteur asynchrone polyphase.
et M. IVANES :