



Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil
Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures

MEMOIRE DE MAGISTER

Présenté Par :

M^{elle} **MIR Mouna**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة —
BIBLIOTHEQUE —
Ecole Nationale Polytechnique

*Ingénieur d'Etat en Génie Civil
Diplômé du centre universitaire de Médéa*

En vue de l'obtention du Titre de MAGISTER en Génie Civil

Thème

**ETUDE DES PIEUX ISOLEES SOUS SOLLICITATIONS
HORIZONTALES ET VERTICALES PAR LA METHODE
DES ELEMENTS FINIS A TRANCHES VERTICALES**

Soutenu publiquement le 16 Novembre 2004, à 10h devant le jury composé de :

<i>Président</i>	: M. K. BERRAH	<i>Professeur, ENP</i>
<i>Directeur de Mémoire</i>	: B. TILIOUINE	<i>Professeur, ENP</i>
<i>Co-directeur de Mémoire</i>	: Dj. AMAR BOUZID	<i>Chargé de cours, C.U.M</i>
<i>Examineurs</i>	: S. BELKACEMI	<i>Maître de Conférences, ENP</i>
	M. HAMMOUTENE	<i>Maître de Conférences, ENP</i>
	B. ZEGHLACHE	<i>Chargé de cours, ENP</i>

REMERCIEMENTS

Le travail ci présent a été réalisé au Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structures de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.

Je ne saurais comment remercier M. B. Tiliouin, professeur à l'E.N.P et M. Dj. Amar Bouzid, chargé de cours au C.U.M, qui grâce à leurs qualités pédagogiques et humaines, ont su conduire ce travail avec compétence et rigueur scientifique. Leurs disponibilités et leurs encouragements étaient pour moi un grand apport dans la réalisation de ce travail.

Je leurs exprimes tout mon respect le plus profond et mes remerciements les plus sincères à travers ce modeste travail et que j'espère leur fera honneur.

Mes remerciements les plus sincères vont aux membres de jury, qui ont pris la peine de bien vouloir examiner ce travail et l'évaluer.

Mes remerciements vont aussi vers :

Mes enseignants de la première année post graduation.

Monsieurs : M^{ed}.M.Saaidi enseignant au C.U.M, et Kshaladi, ingénieurs diplômés de l'E.N.P d'Alger, à qui je dis merci de tout mon cœur.

Les docteurs K.Amokrane et L. Menaâ du C.U.M de m'avoir aidé et encouragé continuellement dans mes travaux de recherches, pour leurs soutient et leurs disponibilité.

Monsieur H.Would Zmirli de son aide précieuse de puis le début de ce travail.

L'ensemble des enseignants et administrateurs du C.U.M pour leurs aide précieuse et la disponibilité qu'il mon toujours accordé.

Un remerciement spécial en témoignage de ma reconnaissance en vers tous le personnel du B.E.T : SAFAR, surtout : M. Djaafar, Bouissa, Samir et Mustapha.

Monsieur S. Zermout pour son aide précieuse et indispensable dans de ce travail.

Enfin, je ne saurais terminer sans avoir remercier l'ensemble du personnel de l'institut de génie civil de L'E.N.P, qu'ils soit des enseignants ou des administrateurs pour leur aide et leurs encouragements, sans oublier le personnels de la bibliothèque de l'E.N.P pour leur disponibilité et leurs sérieux dans leur travail.

Un grand merci à toute la promotion de Génie Civil 2001 : El yasaa, Abd el ali, Mahfoudi, Mohamed et Amar pour leurs aide morale et leurs encouragements.

Un grand merci à mes très chères amies : Dalila, Amina et Bachira

Mouna

Liste des notations

σ_x, σ_y	: Contraintes normale dans le sens x, y respectivement.
τ_{xy}	: Contrainte de cisaillement.
u	: Déplacement horizontal.
v	: Déplacement vertical.
w	: Déplacement normal.
E	: Module d'Young du continuum.
ν	: Coefficient du poisson du continuum.
G_i	: Module de cisaillement de la tranche i .
t_i	: Epaisseur de la tranche i .
τ_{zx}^r, τ_{zy}^r	: Contrainte de cisaillement agissante sur l'interface droite de la tranche.
τ_{zx}^l, τ_{zy}^l	: Contrainte de cisaillement agissante sur l'interface gauche de la tranche.
f_x	: Forces de volume suivant x , agissant sur la tranche i .
f_y	: Forces de volume suivant y , agissant sur la tranche i .
F	: Forces de volume résultantes de l'intégration des forces de volume.
pc	: La propre contribution de la tranche elle-même.
pr	: La contribution de la tranche précédente.
pl	: La contribution de la tranche suivante.
$[B]$: Matrice déformation- déplacement.
$[D]$: Matrice contrainte- déformation.
$[N]$: Matrice des fonctions de forme.
$[K]$: Matrice de rigidité.
$[A]$: Matrice de rigidité qui contient les forces de volume.
$\{a_i\}$: Vecteur des déplacements nodaux élémentaire.
$\{f_i\}$: Vecteur des forces de volume.
$\{P_i\}$: Vecteur des forces extérieures (chargement).
E_p	: Module d'Young du pieu.
I_p	: Rigidité du pieu.
A_p	: Section du pieu.
ν_p	: Coefficient du poisson du pieu.
E_s	: Module d'Young du sol.
ν_s	: Coefficient du poisson du sol.
K_r	: Facteur de flexibilité du sol.
K	: Rigidité relative.
m	: Taux d'accroissement du module d'Young dans le sol.
L_{cr}	: Longueur critique du pieu.
H	: Chargement horizontal.
V	: Chargement vertical.
r	: Rayon du pieu.
L_p	: Longueur du pieu.
d	: Diamètre du pieu.
I_{uH}	: Facteur d'influence adimensionnel sous chargement horizontal.
N_t	: Nombre de tranche.
h	: Profondeur sous la pointe du pieu.
C_h	: Facteur de correction correspondant à h .
$C_{\nu s}$: Facteur de correction correspondant à ν_s .
I_{vV}	: Facteur d'influence adimensionnel sous chargement vertical.
K'_v	: Rigidité verticale.



- K' : Valeur adimensionnelle de la rigidité verticale.
- E_{sLp} : Module d'Young du sol à la pointe du pieu.
- I_0 : Déplacement adimensionnel initial en tête du pieu.
- I : Déplacement adimensionnel corrigé en tête du pieu.
- $\{\Delta\varepsilon\}$: Vecteur d'incrément de déformation.
- $\{\Delta\varepsilon^e\}$: Vecteur d'incrément de déformation élastique.
- $\{\Delta\varepsilon^p\}$: Vecteur d'incrément de déformation plastique.
- $\{u_0\}$: Vecteur des déplacements en repos.
- $\{P_0\}$: Vecteur de chargement en repos.
- F : Fonction définissant la surface du charge.
- I_1, I_2, I_3 : Sont les premier, le second et le troisième invariants du tenseur des contraintes
- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: Contraintes principales.
- C : Cohésion.
- ϕ : Angle de frottement.
- Q : Fonction de potentiel plastique.
- W_p : Travail plastique.
- $\Delta\lambda$: Facteur de proportionnalité.
- $\Delta\sigma$: Incrément de contrainte.
- $[D^{ep}]$: Matrice de comportement élasto- plastique.
- α, K : Constantes matérielles.

Chapitre I : Introduction générale

I.1-	Préambule	01
I.2-	Objectif et organisation du mémoire	02

Chapitre II : Méthodes analytiques et numériques appliquées aux pieux isolés chargés horizontalement et verticalement.

II.1-	Introduction	04
II.2-	Calcul des pieux chargés horizontalement	04
II.2.1-	Calcul des pieux aux petits déplacements	04
II.2.1.1-	Méthodes utilisant les équations de la M.M.C	04
II.2.1.2-	Méthodes basées sur l'approche de Winkler	04
II.2.1.3-	Méthodes basées sur l'analyse par éléments finis	05
a-	Méthodes utilisant les équations de la M.M.C	05
a.1-	Méthode de Poulos et Davies(1980)	05
a.2-	Méthode de Banerjee et Davies (1978)	07
b-	Méthodes basées sur l'approche de Winkler	08
b.1-	Méthode de Reese (1977)	10
b.2-	Méthode des laboratoires des ponts et chaussées	11
b.3-	Méthode de Bowles (1972)	11
c-	Méthodes basées sur l'analyse par éléments finis	12
c.1-	Méthode de Randolph (1981)	12
c.2-	Méthode de Kooijman (1989)	13
II.2.2-	Méthodes de calcul des pieux à la rupture	15
II.2.2.1-	Méthode de Brinch Hansen (1961)	15
II.2.2.2-	Méthode de Ménard (1962)	16
II.2.2.3-	Méthode de Borms (1964a, 1964b)	17
II.2.2.4-	Méthode de Randolph et Houlsby	18
II.2.3-	Avis sur l'applicabilité des méthodes, critiques et conclusions	19
II.3-	Calcul des pieux chargés axialement	21
II.3.1-	Introduction	21
II.3.2-	Les méthodes d'analyses théoriques et numériques	21
II.3.2.1-	Méthode de transfère de charge	21
II.3.2.2-	L'analyse basée sur la théorie d'élasticité	23
II.3.2.3-	Analyse par éléments finis	24
II.3.3-	Les solutions théoriques du tassement et de la distribution de charge	24
II.3.4-	Méthode de Randolph et Wroth (1978), pour l'analyse des pieux isolés chargés Verticalement	24
II.3.4.1-	Le modèle analytique pour les pieux isolés	27
II.3.5-	Méthode de Poulos (1979), pour l'analyse de tassement des pieux isolés dans un sol non-homogène	28
II.3.6-	Avis sur l'applicabilité des méthodes, critiques et conclusions	30

Chapitre III : Présentation de la méthode des éléments finis à tranches verticales et Programmation sur ordinateur

III.1-	Introduction	31
III.2-	Méthode d'analyse : le modèle des tranches verticales	31

III.2.1-	Equations d'équilibre	32
III.2.2-	Approximation par différences finis du gradient du déplacement	33
III.2.3-	Forces de volume	34
III.2.4-	Formulation par éléments finis	35
III.2.4.1-	Choix de l'élément fini	35
III.2.4.2-	Matrice de rigidité élémentaire	36
III.3-	Algorithme de résolution et processus d'itération	37
III.4-	Présentation du programme <i>Pile-3D_vsm</i>	40
III.5-	Avantage de la méthode	42
III.6-	Conclusion	43
Chapitre IV : Etude des pieux isolés chargés horizontalement		
IV.1-	Introduction	44
IV.2-	Détermination du maillage par éléments finis	44
IV.3-	Hypothèses de calcul	48
IV.4-	Validation de la méthode dans le cas d'un pieu flottant fiché dans plusieurs types de sol	48
IV.4.1-	Pieu chargé horizontalement dans un sol homogène	48
IV.4.2-	Pieu chargé horizontalement dans un sol de Gibson	50
IV.4.3-	Pieu chargé horizontalement dans un sol bicouche	51
IV.5-	Etude paramétrique	52
IV.5.1-	Discussion de l'étude paramétrique	53
Chapitre V : Etude des pieux chargés axialement		
V.1-	Introduction	56
V.2-	Etude d'un pieu isolé sous chargement axiale dans un sol homogène	56
V.3-	Pieu chargé axialement dans un sol de Gibson	57
V.4-	Pieu chargé axialement dans un sol multicouche	59
V.5-	Pieu encre dans un sol d'épaisseur finie reposant sur un substratum rigide	60
V.6-	Facteurs de corrections pour un pieu isolé chargé axialement	61
Chapitre VI : Les principes fondamentaux de la théorie d'élasticité		
VI.1-	Introduction	66
VI.2-	Procédure incrémentale de plasticité : (théorie de plasticité)	66
VI.2.1-	Equations différentielles décrivant le comportement	67
VI.2.2-	Concept de la surface de charge (Critère de plasticité)	68
VI.2.2.1-	Critère de Tresca (1864)	70
VI.2.2.2-	Critère de Von Mises (1913)	70
VI.2.2.3-	Critère de Mohr- Coulomb	71
VI.2.2.4-	Critère de Drucker- Prager (1952)	71
VI.2.3-	Notion de la règle d'écoulement	72
VI.2.4-	Règle d'écrouissage	73
VI.3-	Relations incrémentales d'un comportement plastique à écrouissage isotrope	74
VI.4-	Conclusion	75
Chapitre VIII : Etude d'un pieu isolé chargé horizontalement et verticalement par l'extension de la M.E.F.T.V dans un milieu élasto-plastique		
VII.1-	Introduction	76
VII.2-	Choix et justification du modèle du sol	76

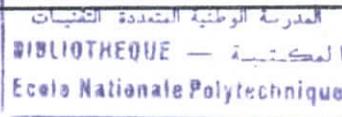
VII.3-	Analyse par l'approche des éléments finis à tranches verticales en élasto-Plasticité	80
VII.3.1-	Introduction	80
VII.3.2-	Calcul des contraintes et vérification du critère de plasticité	81
VII.3.3-	Algorithme et description du programme <i>Pile-3D_Nvsm</i>	82
VII.4-	Application du programme <i>Pile-3D_Nvsm</i>	86
VII.4.1-	Estimation du déplacement horizontale dans un sol cohérent	86
VII.4.2-	Estimation du tassement dans un sol frottant	88
VII.5-	Conclusion	90

Chapitre VIII : Conclusion générale

VIII.1-	Conclusions	91
VIII.2-	Recommandations	92
	Références	93

Chapitre I :

INTRODUCTION GENERALE



I- Introduction générale :

I.2- Préambule :

Les pieux constituent les fondations des structures les plus importantes en génie civil. On les trouve dans les fondations des tours, des immeubles importants, des structures industrielles de grande envergure et des implantations off-shore par exemple. La conception et le dimensionnement des pieux constitue l'un des problèmes les plus répandus dans le domaine de la géotechnique, la raison pour laquelle, plusieurs méthodes rationnelles se basant sur des procédures analytiques, des techniques numériques et même des méthodes empiriques ont été proposées le long des cinq dernières décennies.

Comme on le sait l'adaptation des pieux comme solution dans le cas où les caractéristiques du sol sont mauvaises est très ancienne, les fondations sur pieux étaient une solution pratique et efficace à fin de maintenir la construction sur ce type de sol, mais leur utilisation a été faite sans prendre en compte du comportement réel de ces derniers. Ce fait a conduit à des résultats indésirables et par fois catastrophiques, qui ont entraîné la rupture des pieux et par conséquent l'effondrement de la construction.

Ce problème qui n'est d'autre qu'un problème d'interaction sol-structure, est généralement très difficile à traiter. Les fondations profondes sont conçues pour supporter les efforts axiaux et résister aux efforts de renversements (chargements horizontaux et moments de renversement), le mécanisme de transfert des efforts de la structure au sol est très délicat et loin d'être encore maîtrisé.

Comme c'est connu l'hypothèse qui suppose que le sol est élastique, isotrope et linéaire ne reflète pas la réalité de celui-ci, ce n'est qu'une hypothèse simplificatrice. Autrement dit, ni la relation contraintes-déformations est linéaire, ni les déformations sont absolument réversibles. Cette hypothèse n'est qu'une approximation.

L'étude de l'interaction sol-pieu représente deux grandes difficultés :

- Le comportement du sol est très complexe, et la conception d'un modèle parfait n'a pas encore eu lieu.
- Les procédures numériques effectives appliquées à la résolution des problèmes des milieux tridimensionnels, ne sont pas absolument perfectionnées.

Néanmoins, plusieurs méthodes de calcul très puissantes ont été mises au point, les plus connues sont la méthode des éléments finis qui a connue un développement considérable ces dernières années, ainsi que la méthode des équations d'intégrales qui ne cesse de se développer à son tour.

L'efficacité de ces deux méthodes dépend principalement de la qualité de la modélisation du problème et de la puissance et la performance de l'outil informatique utilisé.

Les pieux des ouvrages terrestres ou de l'off-shore sont soumis simultanément à des efforts verticaux et latéraux d'origine très diverses, en plus des efforts apportés par la superstructure, les pieux peuvent être sollicités aussi en flexion causée par l'application d'un moment ou par l'excentricité des efforts verticaux.

Ce mémoire se consacre à l'étude d'un pieu isolé soumis à un effort horizontal et vertical en utilisant le modèle d'éléments finis à tranches verticales.

Cette étude est élaborée en combinant les méthodes éléments finis - différences finis. Autrement dit, la technique consiste à diviser le milieu pieu-sol en tranches verticales adjacentes et analyser chaque tranche en utilisant des éléments finis bidimensionnels. La méthode des différences finies sert à prendre en compte les efforts de cisaillement développés entre les tranches afin de préserver l'aspect tridimensionnel du problème.

1.2- Objectif et organisation du mémoire :

Comme souligné dans la section précédente, l'objectif principal de ce mémoire est l'étude du problème des pieux isolés sous sollicitations horizontales et verticales en utilisant la méthode dite des éléments finis à tranches verticales.

Pour mener à bon terme cet objectif, le présent mémoire est organisé en (08) chapitres.

Le *chapitre 01* expose une introduction générale de la problématique, aussi une présentation générale de la structure du mémoire.

Le *chapitre 02* constitue une synthèse bibliographique des méthodes numériques et analytiques disponibles dans la littérature et qui sont appliquées aux pieux chargés horizontalement ou axialement. Ce chapitre se termine par une analyse et critique vis-à-vis de l'applicabilité de ces méthodes tant pour les sollicitations horizontales qu'axiales.

Concernant le *chapitre 03*, il constitue une présentation de la méthode des éléments finis à tranches verticales qui traite les problèmes d'interaction sol-pieux de nature tridimensionnelle sous chargement horizontal ou vertical.

La mise en œuvre de la méthode sur ordinateur baptisé *Pile-3D_vsm*, pour l'analyse des pieux isolés est aussi présentée.

Le *chapitre 04* constitue l'application du programme *Pile-3D_vsm* aux pieux isolés sollicités horizontalement. Dans ce chapitre on procède à une étude paramétrique afin de justifier le maillage adopté ainsi que ses dimensions. La validité des résultats issus de l'application du modèle numérique linéaire a été examinée, à la lumière de leurs confrontations avec ceux fournis par d'autres méthodes numériques. Plusieurs types de sol ont été examinés notamment, le sol homogène, le sol non-homogène de Gibson et le sol bicouche.

Le *chapitre 05*, consiste à étudier les résultats issus du code numérique *Pile-3D_vsm* dans le cas d'un pieu isolé chargé verticalement ancré dans plusieurs types de sol : sol homogène, sol non-homogène de Gibson, sol multicouche et sol reposant sur un substratum rigide. On termine ce chapitre par l'établissement des courbes donnant des facteurs de correction C_{vs} et C_h qui correspondent respectivement au coefficient de poisson ν_s , et la profondeur h sous la pointe du pieu. Leur but est de pouvoir faire une estimation directe du tassement du pieu correspondant aux différentes valeurs de ν_s et h , sans avoir recours au programme.

Dans le *chapitre 06*, on décrira brièvement les principes fondamentaux de la théorie de plasticité en donnant un aperçu sur la procédure incrémentale et ses équations différentielles décrivant le comportement élasto-plastique d'un sol, ainsi que le concept de la surface de charge, la notion de la règle d'écoulement, et la règle d'écrouissage.

Le *chapitre 07* constitue l'extension du programme *Pile-3D_vsm* à un milieu non-linéaire, il sera baptisé *Pile-3D_NVSM*. On discutera aussi le modèle de comportement de sol adopté pour l'étude élasto-plastique dans le cas d'un pieu sollicité horizontalement ou verticalement. La comparaison des résultats issus du modèle numérique élasto-plastique, avec des résultats utilisant le même critère de rupture a permis de valider le modèle considéré.

Enfin on termine par le *chapitre 08*, qui est réservé à la conclusion générale ainsi qu'à quelques recommandations pour des futures études.

Chapitre II :

Méthodes analytiques et numériques appliquées aux Pieux isolés chargés horizontalement et axialement

Résumé :

Ce chapitre constitue une synthèse bibliographique des méthodes numériques et analytiques appliquées aux pieux chargés horizontalement et axialement.

Après une brève introduction, on décrit les méthodes concernant les pieux chargés horizontalement utilisant les équations des milieux continus; les méthodes de l'approche de Winkler; puis les méthodes de calcul à la rupture.

On décrit par la suite les méthodes concernant les pieux chargés axialement utilisant les méthodes basées sur la théorie de l'élasticité, quelles soit analytiques ou numériques, et enfin on termine ce chapitre par une analyse comparative et critique vis-à-vis de l'applicabilité de ces méthodes tant pour les sollicitations horizontales qu'axiales.

II.1-Introduction :

Le problème d'interaction sol-pieu, constitue le sujet majeur de développement de la mécanique des sols moderne, comme en témoigne les nombreux programmes de recherches, publications et congrès qui sont consacrés à ce sujet.

Le progrès des méthodes d'analyses numériques et l'accroissement rapide des capacités des ordinateurs ouvrent en effet des perspectives très larges pour traiter des problèmes de plus en plus complexes.

Dans ce chapitre on va passer en revue les méthodes les plus connues dans la littérature des pieux (procéder à une synthèse bibliographique) dans deux cas de sollicitations, horizontales et verticales.

Pour les pieux chargés horizontalement deux grandes classes de méthodes seront traitées :

- 1- Les méthodes de calcul des pieux aux petits déplacements
- 2- Les méthodes de calcul des pieux à la rupture.

II.2- Calcul des pieux chargés horizontalement :

II.2.1- Calcul des pieux aux petits déplacements :

Dans le calcul des pieux aux petits déplacements il existe trois classes de méthodes de calcul :

- 1- Les méthodes de calcul utilisant la théorie d'élasticité.
- 2- Les méthodes de calcul au module de réaction.
- 3- Les méthodes de calcul numérique en éléments finis.

Les deux premières méthodes trouvent leurs origines au dix-neuvième siècle dans les travaux de Boussinesq (1885) et ceux de Winkler (1867). La dernière est le fruit des progrès de la rhéologie des matériaux, des méthodes numériques et des ordinateurs.

II.2.1.1- Méthodes utilisant les équations de la mécanique des milieux continus (théorie d'élasticité) :

Ces méthodes ont été développées à partir d'une théorie qui se base sur l'étude de la distribution des contraintes et des déplacements dans un milieu pris comme étant isotrope élastique linéaire, non linéaire ou élasto-plastique.

II.2.1.2- Méthodes basées sur l'approche de Winkler (module de réaction) :

Ces méthodes reposent sur l'introduction de la notion du module de réaction, cette dernière considère le sol comme étant un massif dont la résistance est assimilée à une série infinie de ressorts élastiques, linéaires et indépendants sur les quels le pieu s'appuie au cours de son déplacement. Cette hypothèse qui considère le pieu comme étant une poutre reposant sur une infinité d'appuis a été proposée par Winkler (1867), puis elle a été largement développée pour la modélisation des sols supportant les fondations.

II.2.1.3- Méthodes basées sur l'analyse par éléments finis :

Avec le développement de l'outil informatique, la puissance de la méthode des éléments finis a été démontrée ainsi que son efficacité dans le traitement des problèmes de géotechnique les plus complexes. En réalité, le développement des méthodes de calcul numérique en particulier la méthode des éléments finis, a permis au cours de ces quarante dernières années un essor remarquable de calcul des ouvrages en déformation avec une variété de modèles rhéologiques et géométriques ainsi que des conditions aux limites quelconques.

D'autres auteurs ont pensé qu'il était plus approprié de considérer ce problème, comme étant un problème de déformation plane. Parmi ces auteurs ont cité Baguelin, Frank et Said (1977), qui ont étudié le problème au niveau d'une tranche du complexe sol-pieu, en supposant le milieu comme étant élasto-plastique obéissant au critère de Tresca.

a- Méthodes utilisant les équations de la M.M.C :

Une description détaillée de toutes les méthodes se basant sur les équations de la mécanique des milieux continus, avec toutes les variantes élastiques linéaire, élastique non linéaire, ou élasto-plastique dépasse le cadre de notre étude.

La majorité des études reposent essentiellement soit sur la résolution des équations intégrales qui utilisent les solutions d'une force ponctuelle agissant à l'intérieur d'un milieu semi-infini. On se limitera à exposer quelques méthodes, notamment les plus utilisés comme :

- 1-La méthode de Poulos et Davis (1980),
- 2-La méthode de Banerjee et Davies (1978),

a.1- Méthode de Poulos et Davis (1980) :

Poulos et Davis (1980) ont proposé une méthode basée sur l'interaction entre le continuum élastique utilisant les équations de Mindlin (1936), donnant les contraintes et les déplacements dans n'importe quel point du massif, sous l'effet de l'application d'une force axiale ou horizontale en dessous de la surface horizontale d'un milieu semi-infini. Le pieu dans cette méthode est assimilé à une plaque mince et qui a une rigidité à la flexion égale à celle du pieu, cette dernière est divisée en $n+1$ éléments de longueur δ , à l'exception des éléments de l'extrémité qui ont une longueur égale à $\delta/2$.

Chaque élément est soumis à une pression uniforme P supposée constante sur la largeur du pieu.

L'auteur a étudié deux cas où :

- Le module du sol est constant le long de la profondeur,
- Le module du sol a une variation linéaire en fonction de la profondeur à partir de la surface libre.

Pour ces deux cas Poulos et Davis ont donné des abaques qu'on peut utiliser dans le cas des pieux libres ou encastés à leurs têtes pour déterminer la relation déplacements et pentes au niveau du sol ainsi que le moment maximum en fonction des efforts de flexion appliqués.

Pour le cas d'un module d'élasticité E_s constant avec la profondeur, le déplacement horizontal en tête du pieu ainsi que la rotation sont donnés par les équations suivantes :

$$u = I_{UH} \left(\frac{H}{E_s L_p} \right) + I_{UM} \left(\frac{M}{E_s L_p^2} \right) \quad (2.1)$$

$$\theta = I_{\theta H} \left(\frac{H}{E_s L_p^2} \right) + I_{\theta M} \left(\frac{M}{E_s L_p^3} \right) \quad (2.2)$$

Où: - H est l'effort horizontal appliqué en tête du pieu.
 - M est le moment appliqué en tête du pieu.
 - E_s le module de déformation longitudinale ou module d'Young du sol.
 - I_{UH} , I_{UM} , $I_{\theta H}$ et $I_{\theta M}$ sont des facteurs d'influence, fonction de l'élançement L_p/d (longueur de la fiche / le diamètre) et d'un facteur adimensionnel caractérisant la flexibilité du pieu noté :

$$K_r = \frac{E_p I_p}{E_s L_p^4} \text{ où } E_p I_p \text{ est la rigidité du pieu à la flexion.}$$

Les résultats sont présentés sous forme d'abaques (Poulos et Davis, 1980).

Pour le second cas où le module d'élasticité varie avec la profondeur, ces auteurs ont suggéré que la méthode concernant l'analyse homogène peut être étendue pour le traitement d'un cas non homogène par simple modification des résultats des équations de Mindlin qui ont été obtenus pour un module constant.

En réalité ces modifications ont été faites sur l'hypothèse disant que le rapport des déplacements aux points identiques d'un milieu homogène et d'un milieu non-homogène dus à une force ponctuelle sont inversement proportionnels aux modules élastiques respectifs en ces points.

Des équations identiques aux équations (2.1) et (2.2) ont été proposées et dans lesquelles le module de sol est remplacé par son taux de variation m avec la profondeur z :

$$u = I'_{UH} \left(\frac{H}{m L_p^2} \right) + I'_{UM} \left(\frac{M}{m L_p^3} \right) \quad (2.3)$$

$$\theta = I'_{\theta H} \left(\frac{H}{m L_p^3} \right) + I'_{\theta M} \left(\frac{M}{m L_p^4} \right) \quad (2.4)$$

Les facteurs d'influences dans ces équations sont également en fonction de l'élançement, et du facteur de flexibilité qui est égale dans ce cas à : $K_r = \frac{E_p I_p}{m L_p^5}$.

Plusieurs abaques ont été proposés dans ce cas également.

Poulos (1987) a donné des relations explicites linéaires et sous certaines conditions non linéaires, qui permettent la détermination du déplacement en tête pour les pieux flexibles ($K_r < 10^{-5}$) et les pieux rigides ($K_r > 10^{-2}$) en fonction de la charge horizontale appliquée.

L'étude élastique linéaire décrite ci-dessus a été élargie pour tenir compte de l'effet de la plastification du sol à proximité de la tête du pieu par l'application de coefficients correcteurs qui sont en fonction de la charge ultime H_u (Poulos et Davis 1980). Ceci nécessite l'introduction de contraintes limites proposées par Broms (1964a, 1964b) pour les sols pulvérulents et frottants. Les déflexions et les rotations seront donc divisées respectivement par des facteurs de rupture :

$F_u, F_\theta, F'u$ et $F'\theta$; ces facteurs de rupture sont obtenus à partir d'abaques en fonction d'un paramètre

$\frac{H}{H_u}$ Ou' H est l'effort horizontale appliqué et H_u est l'effort ultime.

Un programme qui traite le cas des sols élastiques homogènes et non homogène, ainsi que la non-linéarité, a été élaboré par Poulos, (1989). Il a été baptisé *PULL 2B*, et va être utilisé pour la validation du code en éléments finis *Pile-3D_vsm*, mis au point dans le chap.III.

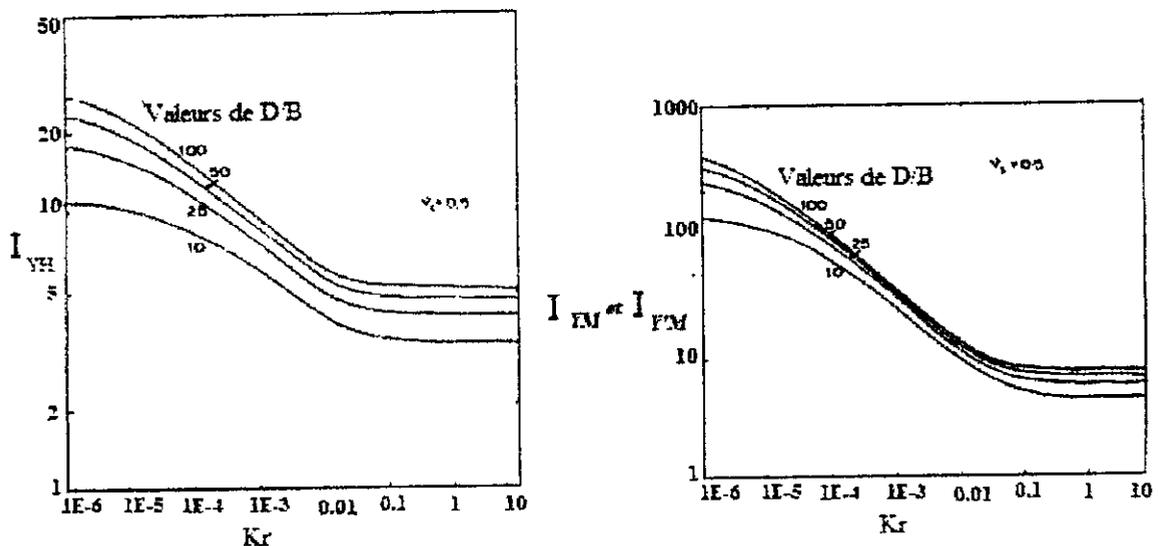


Figure II.1 : Facteurs d'influence I_{YH}, I_{YM}, I_{FYM} , selon Poulos (1980)

a.2- Méthode de Banerjee et Davies (1978) :

Malgré son importance et sa simplicité, la méthode des équations intégrales de Poulos et Davis donne des résultats qui sont moins réalistes, sur tout pour les sols dont l'hétérogénéité est très forte.

En plus, la satisfaire en remplaçant E_s par $E_s(z)$ dans les équations analytiques de Mindlin, manque clairement de rigueur. Cependant, Banerjee et Davies (1978) ont proposé une méthode plus rationnelle dans le traitement des profils non-homogènes et plus rigoureuse que celle de Poulos et Davis.

La méthode proposée repose sur les équations de la mécanique des milieux continus modifiées par (Chan et al., 1974) pour un milieu formé de deux couches dont la seconde est d'une épaisseur infinie. Banarjee et Davies (1978) ont intégré et appliqué numériquement ces résultats à un pieu fiché dans un sol dont le module d'élasticité varie selon la loi suivante :

$$E_s(z) = E_s(0) + m z$$

Expression pour laquelle $E_s(0)$ indique le module en surface, et m le taux de variation de la rigidité du sol avec la profondeur.

Un algorithme approximatif a été formulé, en utilisant les expressions des déplacements dus à un effort agissant sur la surface de bicouche élastique semi-infini.

Les auteurs ont proposé des équations analogues aux équations (2.1) et (2.2) résultantes de l'analyse de Poulos, donnant les déflexions et les rotations en tête du pieu. Pour revêtir ces équations d'une certaine généralité d'application, le module d'élasticité retenu est celui qui correspond à la pointe du pieu : $E_s(L_p)$.

Les auteurs ont présenté les facteurs d'influence sous forme d'abaques en fonction de deux paramètres :

- La rigidité relative K_r qui n'est d'autre que le facteur de flexibilité proposé par Poulos mais avec un module d'Young évalué à la pointe du pieu.

- L'indice d'homogénéité :
$$\chi = \frac{E_s(0)}{E_s(h)}$$

D'après les auteurs, le facteur de flexibilité K_r , a un effet dominant sur le déplacement latéral du pieu. Par contre l'élanement s'est avéré peu influant; la raison pour laquelle tous les calculs ont été effectués pour un pieu d'élanement $\frac{L_p}{d} = 20$; et les résultats sont supposés valables jusqu'à des élanements allant à 60.

b- Méthodes basées sur l'approche de Winkler :

Appelées aussi méthodes de module de réaction; ce modèle physique introduit la notion du module de réaction qui assimile la résistance du sol à une série de ressorts rapprochés et indépendants sur lesquels s'appuie le pieu au cours de son déplacement.

A une profondeur z donnée, la section horizontale du pieu se déplace de u et le sol réagit par une réaction frontale P (unité de force par unité de longueur du pieu) telle que :

$$P = K.u = k.B.u \tag{2.5}$$

Où :

K : est le module de réaction horizontale du sol, qui a la dimension d'une contrainte.

k : est le coefficient de réaction ayant la dimension d'un poids volumique.

La méthode du module de réaction se base sur les équations générales des poutres en flexion pour l'étude du comportement du pieu sollicité horizontalement; ces équations sont :

$$EI \frac{d^4 u(z)}{dz^4} + Ku(z) = 0 \quad (2.6)$$

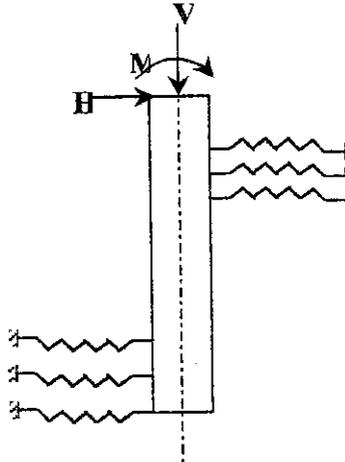


Figure II.2 : Modélisation de l'interaction sol-pieu par la méthode à ressorts de Winkler

La résolution analytique de l'équation différentielle (2.6) est possible lorsque le module de réaction K est constant avec la profondeur. Cette hypothèse est valable pour un certain type de sol (argile sur-consolidé par exemple). Par contre si le module de réaction a une distribution quelconque, la résolution se fait par intégration numérique sous forme de séries ou par différence finis. Plusieurs formes de variation de ce module ont été proposées.

Par ailleurs d'autres chercheurs ont essayé d'autres formes de variation pour simuler le comportement du sol en déformation latérale. Parmi ces chercheurs Reese et Matlock (1960) qui ont proposé une forme de puissance : $K = k \cdot z^n$, ils ont proposé des solutions pour la forme polynomiale :

$$K = k_0 + k_1 z \quad (2.7)$$

Bowles (1972) a proposé la variation suivante :

$$K = A_s + B_s z^n \quad (2.8)$$

Une étude analogue concernant un sol bicouche a été effectuée par Reddy, et Valsangkar, (1968) dans la quelle une distribution du module de réaction de la forme : $K = k_0 + k_1 z + k_2 z^2$ a été attribuée à chaque couche.

Dans l'absence d'une méthode de résolution analytique adaptable aux différentes formes proposées pour le module de réaction, et pour obtenir une solution plus précise au problème, plusieurs chercheurs ont choisis la méthode des différences finies, cette dernière se base sur la subdivision du pieu en tronçons égaux, à discrétiser -l'équation (2.6)- par différences finies, et de la composer pour chaque tronçon, en tenant compte des conditions aux limites en tête et à la base du pieu. Il en résulte un système linéaire d'équations qu'on peut facilement résoudre par un programme sur ordinateur.

La méthode du module de réaction a été utilisée par plusieurs chercheurs; la description de toutes leurs méthodes prendra beaucoup d'espace, on se contentera toutefois à citer quelques unes :

- Briaud, Smith et Meyer (1983),
- Reese et Sullivan (1984),
- Briaud, Smith et Tucker (1985),
- Borden et Gabr (1987),
- Bangratz, Frank et Kutniak (1981); Frank et Romagny (1990) (Méthodes des L.P.C).

Les chercheurs ont développé ce qu'on appelle les courbe $P-Y$ (réaction – déplacement horizontal) – noté dans notre mémoire le déplacement horizontale est noté u – comme le montre la figure.

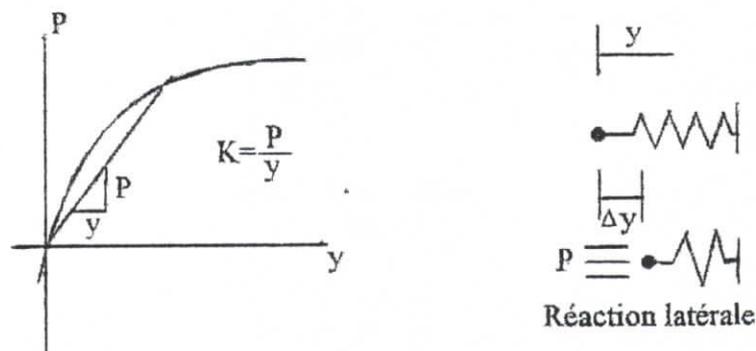


Figure II.3 : Réaction - déplacement latéral

Les méthodes de définition des courbes $P-Y$ les plus connues, sont celles de Matlock (1970). Pour les argiles molles et moyennes normalement consolidées, Reese et Welch (1975) pour des argiles raides non saturées, Ménard (1962) valable pour toutes les catégories de sol. Reese, Cox et Kop (1974) qui ont procédé à établir la réponse $P-Y$ du sable.

En réalité les méthodes aux modules de réaction, se résument à la solution itérative de l'équation (2.6) avec le module de réaction, le module sécant de courbes $P-Y$. On présentera quelques méthodes courantes de l'approche de Winkler; on abordera les méthodes suivantes : Celle de Reese (1977), des laboratoires des ponts et chaussées, en fin celle de Bowles.

b.1-Méthode de Reese, 1977 :

L'article de Reese, (1977) résume en faite ses travaux avec d'autres chercheurs comme, (Matlock et Reese, 1960) et (Reese et Manoliu, 1973). L'étude qu'ils ont faite consiste à l'écriture de l'équation qui gouverne le comportement du pieu en forme de différences finies. Ces chercheurs ont proposé une façon de calcul qui se base sur un processus itératif sur les courbes $P-Y$. La convergence est atteinte lorsque la différence entre les déplacements de deux itérations successives Est inférieure à une tolérance fixée.

Cette méthode prend en considération l'effort axial appliqué en tête du pieu et la variation de la rigidité du pieu. L'établissement d'un code de calcul nommé *COM622* a aussi été décrit, il servira dans la comparaison avec nos résultats issus de notre analyse concernant les déplacements verticaux

résultants de l'effort axial. Une version plus améliorée et plus générale nommé *COM624P* a été mise au point par Reese et Sullivan en 1984.

b.2- Méthode des laboratoires des ponts et chaussées (Baguelin, Frank et Guegan, 1976 ; Frank, 1981) :

Le laboratoire central des ponts et chaussées a mis au point une méthode numérique de calcul pour la résolution des problèmes de pieux chargés latéralement, qui en outre les sollicitations classiques apportées par la superstructure, peuvent subir des poussées parasites dues aux déplacements libres du sol (charges dissymétriques sur le sol environnant, fluage des couches molles, etc....).

Le principe de cette méthode consiste à découper le sol en tranches horizontales suffisamment minces, pour que chaque couche soit caractérisée par une seule courbe *P-Y*, celle qui correspond au milieu de la tranche en question (les auteurs suggèrent une épaisseur de 1 m), l'augmentation de la tranche signifie que le module de réaction ne dépend que du niveau de chargement, et le déplacement au centre est représentatif de toute la tranche.

L'astuce de cette méthode est l'exploitation de l'équation (2.6) pour chaque tronçon, cette solution contient en faite quatre constantes d'intégrations; c.à.d $4n$ inconnues pour n tranches envisagées.

En considérant la continuité des déplacements, des rotations, des moments fléchissant, et des efforts tranchants aux interfaces inter tranches, permettra de déterminer $4n-4$ inconnues. Les quatre inconnues supplémentaires peuvent être facilement déterminées par la connaissance des conditions aux limites : deux en tête, et deux en pointe du pieu, le système s'écrit alors :

$$[A] \{R\} = \{B\} \quad (2.9)$$

$[A]$: Matrice ($4n \times 4n$) construite à partir des 4 fonctions de base de l'équation homogène de chaque tronçon et de leurs 3 premières dérivées. Ce sont des fonctions de z connues à chaque itération.

$\{R\}$: Vecteur de dimension $4n$ des constantes d'intégration inconnues.

$\{B\}$: Vecteur de dimension $4n$ construit à partir des solutions particulières des équations avec second membre et des conditions imposées aux deux extrémités.

Un code de calcul nommé *PILATE* a été mis au point par l'équipe du *L.C.P.C* (Bangratz, Frank et Kutniak, 1981; Frank et Romagny, 1990). Ce programme permet de prendre en compte des déplacements imposés du sol, en plus des efforts appliqués en tête. Il permet aussi d'introduire des lois de réaction non linéaire quelconques, de même que les lois de mobilisation des efforts en pointe.

b.3- Méthode de Bowles, 1972 :

Cette méthode emploi le principe des éléments finis (éléments poutres unidimensionnelles) pour la discrétisation du pieu sollicité horizontalement en plusieurs segments. Bowles a mis au point le système d'équations linéaire suivant :

$$\{Y\} = [A.S.A^T] \{F\} \quad (2.10)$$

Où :

- $\{Y\}$: Vecteur des déplacements nodaux.
- $\{F\}$: Vecteur des forces nodales extérieures.
- $[A]$: Matrice reliant les forces nodales internes aux forces nodales externes.
- $[S]$: Matrice reliant les forces internes et les déplacements nodaux.

La résolution du système d'équations (2.10) nécessite la connaissance des efforts externes appliqués au pieu et la construction des matrices $[A]$ et $[S]$, les déplacements nodaux obtenus et les rotations seront utilisées pour la détermination des éléments de réduction appliqués sur le pieu sollicité latéralement.

La variation du module de réaction avec le niveau de chargement n'est pas tenue en compte Par cette méthode car elle s'intéresse à sa variation avec la profondeur. Bowles utilise un coefficient de réaction croissant avec la profondeur qui répond à la loi suivante :

$$E_s = A_s + B_s z^n \tag{2.11}$$

Avec :

A_s, B_s : coefficients caractérisant le sol déterminé à partir d'essai de chargement latéral du pieu.
Il propose aussi :

- $A_s = 0$: pour un sol sableux
- $A_s = 240 \cdot q_u$: pour un sol argileux, avec q_u est la résistance du sol à la compression simple.
- $n = 1$: pour un sol pulvérulent (n varie de 0.4 à 0.8 pour un sol cohérent).

c- Méthodes basées sur l'analyse par éléments finis :

c.1- Méthode de Randolph (1981) :

Un nombre important d'analyse a été effectué par Randolph dans le cas d'un massif Semi-infini élastique, isotrope et homogène ayant comme propriété un module de cisaillement G constant, et pour un massif non-homogène caractérisé par une rigidité qui varie linéairement avec la profondeur :

$$G = m \cdot z$$

Où' :

m : est le taux d'accroissement du module de cisaillement avec la profondeur.

L'étude paramétrique a été faite également, et les résultats de cette étude ont été présentés sous forme d'expressions analytiques approchées pour les mouvements et les moments fléchissant. Ces résultats dépendent d'un paramètre essentiel nommé "longueur critique" à partir duquel toute augmentation de la fiche du pieu n'influence pas le comportement en tête de ce dernier.

On a deux expressions de ce paramètre concernant les deux cas extrêmes du sol :

-Pour un sol homogène :

$$L_{cr} = 2 r \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{2/7} \tag{2.12}$$

-Pour sol non-homogène :
$$L_{cr} = 2 r \left(\frac{E_p}{m^* r} \right)^{2/9} \quad (2.13)$$

Où :
$$G^* = G \left(1 + \frac{3\nu}{4} \right), \quad m^* = m \left(1 + \frac{3\nu}{4} \right) \quad \text{et} \quad r : \text{ rayon du pieu.}$$

Pour le sol homogène Randolph a aussi proposé des expressions pour le déplacement et la rotation en tête du pieu :

$$u = 0.25 \frac{H}{G^* r} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-1/7} + 0.27 \frac{M}{G^* r^2} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-3/7} \quad (2.14)$$

$$\theta = 0.27 \frac{H}{G^* r} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-3/7} + 0.80 \frac{M}{G^* r^2} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-5/7} \quad (2.15)$$

Pour un sol homogène ayant une rigidité proportionnelle à la profondeur, Randolph a établi les expressions suivantes :

$$u = 0.54 \frac{H}{m.r^2} \left(\frac{E_p}{m.r} \right)^{-3/9} + 0.60 \frac{M}{m.r^3} \left(\frac{E_p}{m.r} \right)^{-5/9} \quad (2.16)$$

$$\theta = 0.60 \frac{H}{m.r^3} \left(\frac{E_p}{m.r} \right)^{-5/9} + 1.13 \frac{M}{m.r^4} \left(\frac{E_p}{m.r} \right)^{-7/9} \quad (2.17)$$

$$E_p = \frac{(EI)_p}{\left(\frac{\pi.r^4}{4} \right)} : \text{ est le module d'Young effectif du pieu.}$$

Un programme informatique a été fait par Randolph (1994) à partir de ces équations analytiques nommé **PIGLET**, il a été destiné à l'analyse des groupes de pieux, en plus d'autres sollicitations telles que des efforts axiaux et de torsion.

c.2- Méthode de Kooijman (1989) :

Kooijman a proposé une méthode dans la quelle l'étude du pieu et du sol se fait séparément, puis il a donné une formulation qui permet le couplage des deux systèmes de façon itérative. Le comportement du pieu dans cette étude est supposé être le même que celui d'une poutre soumise à des pressions de terre, il pourra être traduit par l'expression suivante :

$$\frac{d^4 u}{dz^4} = K.u - f \quad (2.18)$$

Où u est le déplacement latéral, f est une charge latérale donnée, et K est la rigidité du ressort élastique.

L'équation (2.18) qui représente l'équation fondamentale de l'approche de Winkler que l'on exposera plus loin, peut être résolue numériquement en divisant le pieu en nombre limité de tronçons qui ont chacun une valeur propre de f et de K , dans ce cas le sol est considéré comme étant élastique (Verruijt et Kooijman, 1989) ou élasto-plastique (Kooijman, 1989; Kooijman et Vermeer, 1988), formé d'un multicouche d'épaisseur h soumis à des forces latérales représentant l'interaction sol-pieu.

Kooijman a introduit plusieurs hypothèses simplificatrices en adoptant pour le sol une modélisation en couches interactives, la simplification principale réside dans le fait que la transmission de l'effort horizontale au sol, ne produit que des déplacements horizontaux. Ceci veut dire en faite que la composante verticale v du déplacement est négligeable. En outre Kooijman suppose que pendant la déformation, la contrainte verticale en un point du milieu est due seulement au poids des terres agissant à ce point, ceci mène aux équations d'équilibre d'une plaque qui sont données par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + Q_x = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Q_y = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Où σ_x , τ_{yx} , τ_{xy} , σ_y sont des contraintes moyennes dans le plan horizontale. Q_x et Q_y représentent des forces volumiques, elles ont été évaluées par Kooijman à partir des contraintes de cisaillement agissant sur les deux interfaces de la couche.

$$\begin{cases} Q_x = (\tau_{zx}^+ - \tau_{zx}^-) / h \\ Q_y = (\tau_{zy}^+ - \tau_{zy}^-) / h \end{cases} \quad (2.20)$$

Où : h est l'épaisseur de la couche.

Dans le système (2.20), les exposants + et - représentent respectivement les valeurs à l'interface inférieure et supérieure de la couche.

Le résultat de cette procédure est pour chaque couche le système d'équations obtenu se réduit aux équations d'un problème de contrainte planes, avec les forces de volumiques, garantissant l'interaction entre les couches. L'analyse des contraintes et des déformations est faite par la méthode des éléments finis; la façon de coupler le comportement du pieu à celui du sol est la chose fondamentale dans l'étude de Kooijman, il propose d'évaluer exactement la réponse du sol aux efforts dus au pieu par l'équation suivante :

$$F_i = K_i u_i + f_i \quad (2.21)$$

Où u_i est le déplacement horizontal de la couche i évalué à l'interface sol-pieu. f représente la contribution de toutes les couches à l'exception de la couche i . La valeur de rigidité K_i peut être déterminée à partir du modèle de sol.

L'analyse est effectuée d'une manière itérative à partir d'une solution initiale de déplacement, jusqu'à ce que l'équilibre sol-pieu soit atteint. La convergence est atteinte quand la différence entre la force d'interaction sol-pieu obtenue à partir du modèle de pieu, et celle fournie par le modèle du sol est suffisamment petite.

L'auteur a aussi introduit le comportement des sols cohérents qui obéissent à la loi élastique parfaitement plastique de Tresca (Kooijman, 1989). Un programme informatique nommé *PILAT* a été publié (Verruijt, 1994); ce code représente la version élastique du travail de Kooijman.

II.2.2- Méthodes de calcul des pieux a la rupture :

Il existe de nos jours des structures qui ne travail qu'horizontalement, à titre d'exemple les ouvrage d'accostage, les simples fondations de portiques qui constituent l'ossature des hangars industriels et les modeste massifs dans lesquels sont scellées les pylônes de chemin de fer sont soumis à des efforts horizontaux et à des moments de renversement qui ne sont pas souvent équilibré par les efforts de frottement sur la base.

Pour ces cas l'étude des pieux se fait à l'état limite ultime en introduisant la réaction horizontale ultime P_u qui naissse par l'opposition du sol au déplacement du pieu et qui représente des éléments caractéristiques de la courbe *P-Y*; ces méthodes de calcul des pieux au grands déplacements considère le sol entièrement a l'état de rupture en zone de butée et de contre butée.

On exposera dans se manuscrit les méthodes suivantes :

- 1-Méthode de Brinch Hansen (1961),
- 2-Méthode de Ménard (1962),
- 3-Méthode de Broms (1964a et 1964b),
- 4-Méthode de Randolph et Houlsby (1984),

II.2.2.1- Méthode de Brinch Hansen (1961) :

Les paramètres inconnus dans cette méthode sont la profondeur du centre de rotation ainsi que la valeur ultime de la force horizontale H_u qui est déterminée à partir des deux conditions d'équilibre (forces horizontales et équation moments).

La figure II.4 représente le phénomène de la réaction du sol sur le pieu :

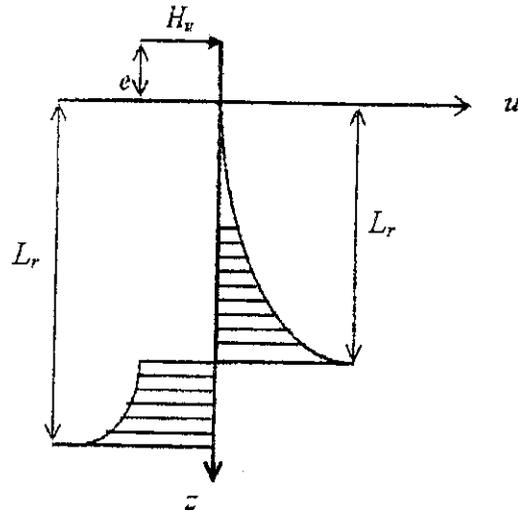


Figure II.4 : Modèle de calcul de Brinch Hansen (1961)

L_r est choisi de telle manière que les deux surfaces de pressions donnent le même moment par rapport au niveau d'application de l'effort H_u , cet effort ultime se détermine par la différence entre les deux surfaces de pression.

Une expression a été proposée par l'auteur donnant la réaction ultime à une profondeur quelconque z , pour un sol cohérent ou pulvérulent :

$$P_u(z) = \gamma' \cdot z \cdot L_p \cdot K_q(z) + C' \cdot L_p \cdot K_c(z) \quad (2.22)$$

Avec :

γ' : Poids spécifique effectif d'un sol pulvérulent,

C' : Cohésion effective d'un sol cohérent,

d : Diamètre du pieu,

$K_q(z)$ et $K_c(z)$: Facteurs de portance qui dépendent de la profondeur relative z/L_p et de l'angle de frottement interne ϕ .

II.2.2.2- Méthode de Ménard (1962) :

L'auteur a établi une nouvelle méthode pratique pour la détermination des valeurs limites H_u et M_u des efforts tranchants et des moments de renversements, l'application de cette méthode est valable pour un pieu rigide ainsi qu'aux déformations et réactions correspondants à des efforts inférieurs ou plus égaux à 3 fois ces valeurs limites, et cela en fonction des essais pressiométriques.

Il a pris comme modèle le schéma de rupture donné par la figure II.5 en substituant le diagramme de réaction par les trois résultantes partielles F_1 , F_2 , et F_3 exprimées en fonction de la pression limite P_u , la pression des terres au repos P_0 et la longueur critique L_{cr} qui est égale à $2d$ pour les argiles et $4d$

Pour les sables selon les hypothèses de Ménard :

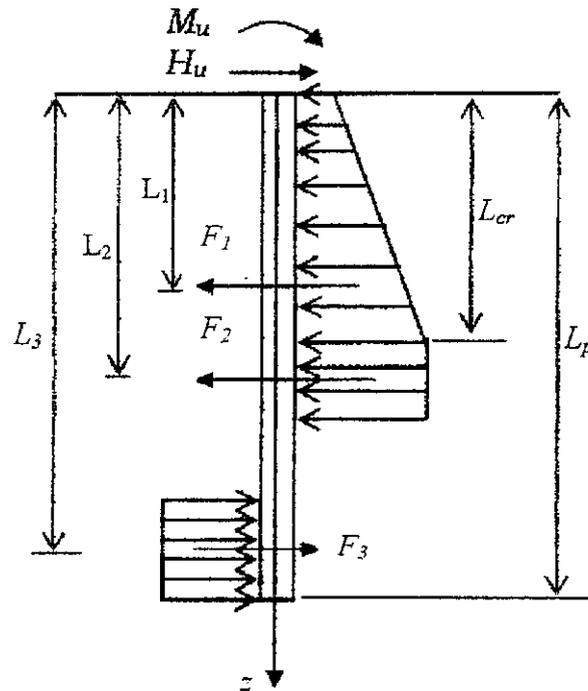


Figure II.5 : Schéma de rupture selon Ménard (1962)

L'auteur a proposé d'écrire les valeurs limites à partir de l'équilibre statique :

$$H_u = \alpha_1 \cdot d \cdot L_p \cdot (P_u - P_0) \quad (2.23)$$

$$M_u = \alpha_2 \cdot d \cdot L_p \cdot (P_u - P_0) \quad (2.24)$$

α_1 et α_2 : Sont des coefficients numériques en fonction du rapport L_{cr} / L_{PS} et qui sont donnés dans le tableau I ci-dessus :

Tableau I : Tableau donnant les coefficients numériques en fonction du rapport L_{cr} / L_p

D_{cr} / D	α_1	α_2
0.00	0.41	0.25
0.25	0.36	0.22
0.50	0.32	0.19
0.66	0.30	0.19
∞	0.20	0.13

Si le pieu est sollicité en même temps en tête par un effort horizontal H_0 et un moment M_0 , la vérification du critère de stabilité est très importante en s'assurant que le point représentatif des efforts dans un système de coordonnées (M, H) est situé à l'intérieur du triangle limité par les axes de coordonnées et la droite joignant les points de coordonnées $(H_u, 0)$ et $(0, M_u)$.

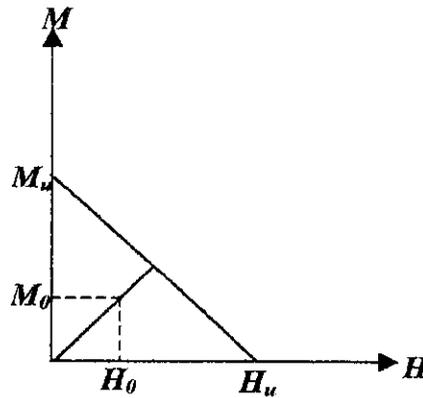


Figure II.6 : Critère de stabilité selon Ménard.

II.2.2.3- Méthode de Broms (1964a, 1964b) :

Cette méthode de calcul à la rupture des pieux isolés ou groupe de pieux chargés latéralement permis la détermination de la déflexion latérale et la réaction ultime, Broms a aussi traité les cas des pieux libres en tête ou encastrés enfoncés dans un sol cohérent saturé ou pulvérulent.

Pour les pieux fichés dans un sol cohérent, l'auteur a donné un schéma de distribution des réactions dans le sol, en supposant que la réaction est nulle sur une profondeur de $1.5d$ de la surface libre et constante en dessous de ce niveau avec une valeur de $9C_u.d$.

Pour les sols pulvérulents, la déflexion latérale a été calculée avec la supposition que le coefficient du module de réaction croît linéairement avec la profondeur et que la résistance latérale limite égale à trois fois la pression passive des terres :

$$P_u = 3.K_p.\sigma_v = 3.K_p.\gamma.Z \quad (2.25)$$

Avec :

$K_p = (1 + \sin\theta) / (1 - \sin\theta)$: Coefficient de pression passive.

θ : Angle de frottement interne.

Cette résistance est indépendante de la forme de la section du pieu; pour les pieux courts libres en tête, le moment de rupture est donné par l'expression :

$$M_r = 0.5.\gamma.d.L_p^3.K_p \quad (2.26)$$

La réaction latérale ultime P_u est donnée par :

$$P_u = \frac{0.5.\gamma.d.L_p^3.K_p}{e + L_p} \quad (2.27)$$

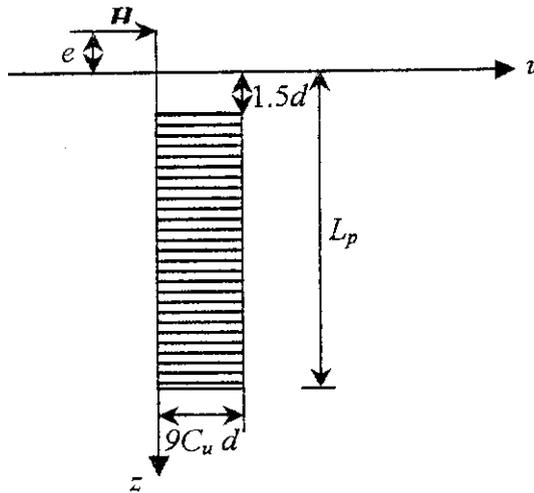


Figure II.7 : Distribution des réactions latérales pour un sol cohérent (1964)

II.2.2.4- Méthode de Randolph et Houlsby (1984) :

C'est la théorie de plasticité que ces auteurs ont utilisé afin d'obtenir une solution exacte de la réaction latérale limite pour un pieu circulaire de diamètre d fiché dans un sol cohérent, de cohésion C_u . Deux approches ont été utilisées pour la détermination de la charge de rupture :

- La première est celle de l'équilibre limite inférieure dans la quelle la distribution des contraintes dans le sol est supposée en équilibre sous une charge donnée et que la charge appliquée est inférieure ou égale à la charge de rupture.

- Dans la deuxième approche, la rupture est atteinte et la charge de rupture qui représente une limite supérieure de la réaction du sol est estimée en égalisant le taux de dissipation d'énergie à travers la masse de sol en déformation et le travail fourni par les charges extérieures.

Le calcul de cette quantité se réduit à un problème de déformation plane d'un long cylindre qui se déplace latéralement, les solutions trouvées sont :

-Pour un pieu parfaitement lisse :
$$P_u = (6 + \pi).d.C_u \quad (2.28)$$

-Pour un pieu parfaitement rugueux :
$$P_u = (4\sqrt{2} + 2.\pi).d.C_u \quad (2.29)$$

II.2.3- Avis sur l'applicabilité des méthodes, critiques et conclusions :

Dans les méthodes de calcul à la rupture le sol est caractérisé par un comportement rigide plastique, autrement dit : la réaction ultime ne dépend pas du déplacement latéral sol-pieu; en réalité ces méthodes ne fournissent aucune information sur la progressivité des déformations lors de l'augmentation progressive des efforts.

On peut dire alors que ces méthodes de calcul à la rupture constituent donc une approche assez grossière à la solution du problème des pieux en flexion. Ces méthodes ont été très utilisées auparavant (pour les plus récentes, début des années soixante) vu la non disponibilité de l'outil informatique car tous les calcul doivent être fait manuellement.

Elles ont été mise à l'écart avec l'arrivé et le développement remarquable de l'outil informatique et des méthodes numériques qui ont vue le jour avec son apparition.

Actuellement, la résolution et l'analyse de ce problème se fait par des méthodes alternatives, appelées : « Méthodes de calcul aux petits déplacements » ; le choix d'une méthode de travail se fait suivant le degré de précision demandé et du problème donné, nous nous contenterons de commenter les applications de ces méthodes :

1- Concernant les méthodes de calcul dérivées de la théorie de l'élasticité, elles ont été principalement développées dans les années 1960-1970, mais leur application a été limitée pour plusieurs raisons :

- On ne dispose que des solutions approchées quand les modules augmentent avec la profondeur et les sols stratifiés sont difficiles à traiter.
- La détermination du module d'élasticité horizontale du sol est peut précise.
- Il faut tenir compte des non-linéarités observées dans le comportement du sol, soit en passant par des analyses élasto-plastique (en éléments finis), soit en introduisant des corrections empiriques.

Prenant comme exemple la méthode de Poulos, cette dernière n'est pas recommander pour le dimensionnement des pieux, a cause de sont manque de rigueur spécialement pour les profils de forte hétérogénéité, mais elle peut être intéressante pour l'analyse d'essais en vraie grandeur.

2- Pour les méthodes dérivées de la méthode du module de réaction, ou méthode de déformation locales de Winkler. Bien que la méthode du module de réaction soit largement utilisée dans le domaine pratique, elle a aussi ses propres limitations. Le premier inconvénient est sont ignorance de la nature continue du sol.

Les courbes *P-Y* qui sont utilisées dans l'approche de Winkler sont obtenues à partir des corrélations expérimentales, qui sont a leurs tours obtenues dans des condition particulières sur des pieux instrumentés, ces corrélations de point de vu théorique n'ont que peut de justification et ont une utilisation limité, pour le calcul des pieux, de sols et de sollicitations voisins d'eux ou au moins similaires à ceux ayants fait l'objet des mesures dont ils sont déduits les corrélations en question.

3- Pour les calculs qui utilisent la méthode des éléments finis, ils nécessitent des paramètres de sols qui ne sont pas toujours facile à évaluer, et malgré son avantage d'être basé sur l'outil informatique, les approches qui utilisent cette méthode tel que Randolph et Kooijman ont aussi leurs inconvénients.

La méthode de Randolph suppose que le sol est élastique isotrope et linéaire, alors qu'en réalité il est très loin de ça, sur tout concernant l'aspect de linéarité.

Pour celle de Kooijman, elle est basée sur l'hypothèse de la négligence directe du déplacement vertical, ce qui n'est pas vrai vu qu'un pieu peut être soumis en tête à un moment.

Ajoutant à ça la nature itérative qui lie le comportement du pieu d'une part et celui du sol d'autre part ce qui augmente beaucoup trop le temps de calcul.

Nous pensons cependant que l'utilisation de notre méthode hybride "Elément finis - Différences finis", pour l'étude d'un milieu élastique ou élasto-plastique est un outil très efficace aux problèmes de pieux soumis aux sollicitations horizontales et/ou axiales. Par ce que, en plus de ça prise en compte de l'aspect volumique tridimensionnel du domaine, cette approche hybride est mathématiquement bidimensionnelle ce qui lui donne l'avantage de comporter un nombre d'équations remarquablement inférieur par rapport à une analyse tridimensionnelle. En faisant l'extension de cette étude à un milieu non-linéaire.

II.3- Calcul des pieux chargé axialement :

II.3.1-Introduction :

Les méthodes traditionnelles de calcul des tassements de pieux reposent sur des suppositions arbitraires de la distribution des contraintes le long du pieu, et l'utilisation conventionnelle théorique qui repose sur plusieurs suppositions, ou sur des corrélations empiriques.

Avec la venue des ordinateurs, plusieurs méthodes ont été développées pour l'évaluation du tassement et la distribution de la charge sur un pieu isolé.

Ces méthodes peuvent être classé dans quatre catégories :

- 1- La méthode des équations d'intégrales, (Butterfield et Banerjee, 1971; Poulos et Davis, 1980; Chen et al., 1990).
- 2- La méthode des éléments finis (Ottaviani, 1975).
- 3- La méthode théorique de la courbe de transfert de charge (Randolf et Wroth, 1978, 1979; Chow, 1986a).
- 4- La méthode hybride (O'Neill et al., 1977; Chow, 1986b).

Dans notre mémoire on s'intéressera aux trois premières méthodes, vu leurs larges utilisations dans l'étude des pieux.

Dans ce chapitre on va procéder à une description de ces méthodes en discutant leurs avantages et leurs limitations, et on passera en revue leurs applications dans ce domaine d'interaction sol-pieux, on se limitera à un nombre de chercheurs restreint afin de ne pas encombrer notre mémoire.

II.3.2- Les méthodes d'analyses théoriques et numériques :

II.3.2.1- La méthode de transfert de charge :

Cette méthode proposée par Coyle et Reese (1966), utilise les données de sol mesurées à partir des essais sur des pieux et des essais de laboratoire pour un modèle de pieu instrumenté.

Les données nécessaires relevées du sol sont les courbes reliant le rapport d'adhérence (ou transfert de charge) et la résistance au cisaillement du sol en mouvement du pieu; les première courbes ont été développées par Seed et Reese (1957), et des relations de forme typiques sont observées dans la figure II.12. La méthode de transfert de charge peut être résumé comme suit :

- 1- Le pieu est divisé en plusieurs segments (pour simplification 3 segments figure II.8).
- 2- Le petit mouvement de la pointe v_t est supposé égal à zéro mais généralement la pointe subit quelque mouvement à l'exception de la pointe ancrée dans le rocher.
- 3- La résistance de la pointe P_t provoquée par le mouvement est calculée; ça peut être fait approximativement en supposant que la pointe du pieu est rigide à une section circulaire et employant la théorie de Boussinesq :

$$P_t = \frac{2dE_p v_t}{(1-\nu_p^2)} \quad (2.30)$$

Avec :

E_p, ν_p : sont les valeurs moyennes des paramètres du matériau au dessus du pieu, estimées à partir des essais triaxiaux.

- 4- Le mouvement v_3 à l'intérieur du segment à la mi-hauteur est supposé en premier essai $v_3 = v_t$.

5- En utilisant la valeur estimée de v_3 , la courbe appropriée du transfert de charge par rapport à la résistance au cisaillement du sol contre le mouvement du pieu est utilisé pour trouver le rapport approprié (voir figure II.8).

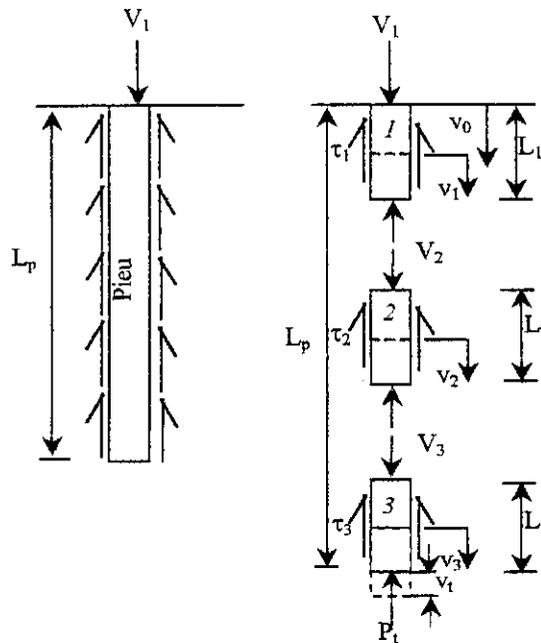


Figure II.8 : analyse de transfert de charge selon Coyle et Reese 1966.

6- À partir de la courbe de contrainte de cisaillement en fonction de la profondeur, la résistance du sol à une profondeur du segment est obtenue.

7- Le transfert de charge ou l'adhérence est ainsi calculée comme suit :

$\tau_a =$ rapport \times la résistance du cisaillement.

La charge V_3 sur le sommet du segment trois peut être calculé comme suit :

$$V_3 = P_t + \tau_a L_3 P_3 \quad (2.31)$$

Avec :

L_3 : Longueur du segment trois.

P_3 : Le périmètre moyen du segment trois.

8- La déformation élastique au point qui se trouve à la moitié du segment du point (supposant une variation linéaire du chargement du segment est calculée comme suite :

$$\Delta v_3 = \left(\frac{V_m + P_t}{2} \right) \left(\frac{L_3}{2A_3 E_p} \right) \quad (2.32)$$

Avec :

$$V_m = \frac{V_3 + P_t}{2}$$

A_3 : L'aire du segment trois.

E_p : Module d'Young du pieu.

9- Le nouveau déplacement à la mi-hauteur est donc :

$$v'_3 = v_t + \Delta v_3 \quad (2.33)$$

10- v'_3 est comparé avec la valeur v_3 calculé dans l'étape (4).

11- Si $v'_3 \neq v_3$ avec une tolérance spécifiée, les étapes de (2) à (10) sont répétées et un nouveau mouvement est calculé à la moitié du pieu.

12- Quand la convergence est atteinte on ne considère que le prochain segment, et alors juste la valeur de la charge V_0 et le déplacement v_0 du sommet du pieu seront obtenus.

La procédure est alors répétée en utilisant différent mouvement de pointe supposé jusqu'à ce que la série des valeurs de V_0 et v_0 sont obtenues.

II.3.2.2-L'analyse basée sur la théorie d'élasticité :

Cette analyse a été employée par plusieurs chercheurs :

- D'Applonia, Romualdi (1963),
- Poulos et Davis (1968),
- Mattes et Poulos (1969),
- Poulos et Mattes (1969a),
- Butterfield et Banerjee (1971a, 1971b),
- Banerjee et Davies (1978),
- Randolph et Wroth (1978),
- Southcott et Small (1996),
- Weiming et Novak (1991),

Dans la majorité de ces approches le pieu est divisé en plusieurs éléments chargés Uniformément et la solution est obtenue en imposant la compatibilité entre les déplacements du pieu et le sol adjacent pour chaque élément du pieu. Les déplacements du pieu sont obtenus en considérant la compressibilité du pieu sous le chargement axial.

Les déplacements du sol causés par un chargement dans le massif, sont obtenus dans la plupart des cas par les équations de Mindlin, pour les problèmes de frottements des pieux flottants ou ceux travaillant en frottement, pour un massif semi-infini et la relation finale du pieu.

II.3.2.3-Analyse par éléments finis :

L'application de l'analyse par éléments finis pour les fondations profondes, a été décrite par plusieurs chercheurs. Ellison et al. (1971) ont considéré les courbes multilinéaires du sol, et ont introduit des nœuds d'éléments spéciaux dans l'interface du pieu pour tenir compte du glissement. Desai (1974) a considéré que la réponse d'un pieu dans le sable est hyperbolique (contraintes-déformations), il a souvent utilisé les éléments spéciaux pour l'interface sol pieu. Ce comportement hyperbolique a été souvent utilisé par Esu et Ottaviani (1975) pour l'analyse des pieux dans une argile.

Lee (1973) et Valliappan et al. (1974) ont fait une étude paramétrique élastique pour voir l'influence d'un sol de plusieurs couches sur le comportement du tassement. Balaam et al. (1975) ont utilisé différents types d'analyses dont lesquelles la méthode des éléments finis est utilisée pour l'analyse du pieu et du sol séparément et par la suite ils ont imposé les conditions de compatibilités pour la détermination des forces nodales et des déplacements.

La possibilité du glissement à l'interface pieu-sol est limitée par une résistance au cisaillement pour laquelle des valeurs limites des forces nodales peuvent être calculés, avec une possibilité de rupture du massif lui-même si on considère le sol comme un milieu bilinéaire élastique ou élasto-plastique.

II.3.3-Les solutions théoriques du tassement et la distribution de la charge :

Pour permettre une estimation pratique et rapide du comportement de tassement des pieux il est extrêmement utile d'avoir des solutions paramétriques de dimension pour lesquelles l'effet de la variation des propriétés du sol et du pieu peut être vraiment déterminés.

Des séries de solutions sont présentées pour la distribution de la contrainte et la charge dans le pieu et pour le tassement d'un pieu isolé.

Le sol est supposé être homogène ayant un module d'élasticité E_s et un coefficient de poisson ν_s , ce pendant l'influence de la non-homogénéité du sol et ses couches est souvent étudiée.

Les solutions décrites ont été obtenues à partir de l'analyse basée sur les équations de Mindlin, dans la plupart des cas le fût du pieu est divisé en dix éléments.

Les séries de solutions sont les suivantes :

- La distribution de la contrainte et de la charge dans le pieu.
- La charge transférée a la pointe.
- Le tassement du pieu.
- Le tassement dans le sol résultant à partir du pieu.
- Les tassements primaires et finals.

II.3.4- Méthode de Randolph et Wroth (1978) :

De très grand nombre de recherches sur les pieux ont concerné la capacité portante ultime, et peu d'attention a été donnée aux caractéristiques de déformation des pieux sous le chargement appliqué.

Couramment, le tassement admissible maximum de la fondation est souvent un critère de dimensionnement plus rigoureux que la stabilité de la construction dans l'ensemble. Et puisque le tassement des pieux isolés et un groupe de pieux nécessite d'être estimé avec une exactitude raisonnable, les techniques d'analyse numérique, tel que les équations intégrales, qui est une méthode adoptée par Poulos et Davis (1968), Poulos (1968) et Butterfield et Banerjee (1970,1971) et la méthode des éléments finis ont été utilisées avec succès.

Cependant ces deux méthodes ont leurs limitations et il n'est pas clair comment modifier la solution pour tenir compte de la non-homogénéité ou la non linéarité dans le comportement du sol qui peut se produire à n'importe quel site.

Une étude résumée pour clarifier la manière dans laquelle le pieu transfère la charge sur l'entourage du sol dans cette partie. Une approche analytique a conduit au développement d'une solution approximative pour le tassement du pieu sous un chargement donné, qui a été vérifié en utilisant les techniques numériques mentionnées auparavant, a été développée par Randolph et Worth (1978).

Les équations résultantes présentent une estimation rapide de la déformation du pieu qui peut être faite sans avoir recours aux ordinateurs. En outre, l'analyse indique le paramètre de sol qui nécessite d'être mesuré, elle démontre aussi la manière dans laquelle la partie faible à côté du pieu à une certaine profondeur sous le pieu peut être prise en compte.

Les variables fondamentales dans le système pieu-sol sont considérées comme suit :

v : tassement du pieu,
 V : la charge appliquée,
 L_p : longueur du pieu,
 r : rayon du pieu,
 E_p : module d'Young du pieu,
 G : module du cisaillement du sol,
 ν_s : coefficient du poisson du sol,

En général le tassement du pieu peut être écrit comme une fonction de six autres variables :

$$v = f(V, L_p, r, E_p, G, \nu_s) \quad (2.34)$$

Les méthodes des éléments finis et des équations intégrales ont été utilisées pour établir et vérifier le modèle analytique mentionné plus haut.

Ces deux méthodes ont leurs limitations, la première est limitée dans le sens pratique et économique dans l'analyse des pieux isolés. Pour la deuxième méthode elle n'est utilisée que récemment dans l'investigation des sol linéaire, élastique et homogène, [la méthode des équations intégrales a subi une extension dans un sol non-homogène, en traitant le sol comme un ensemble de couches homogènes (Banerjee et Davies; 1978)].

Cependant les deux méthodes peuvent être combinés pour l'exploration de l'effet de l'interaction sol-pieu, le principe des deux méthodes est montré schématiquement dans les deux figures ci-dessous :

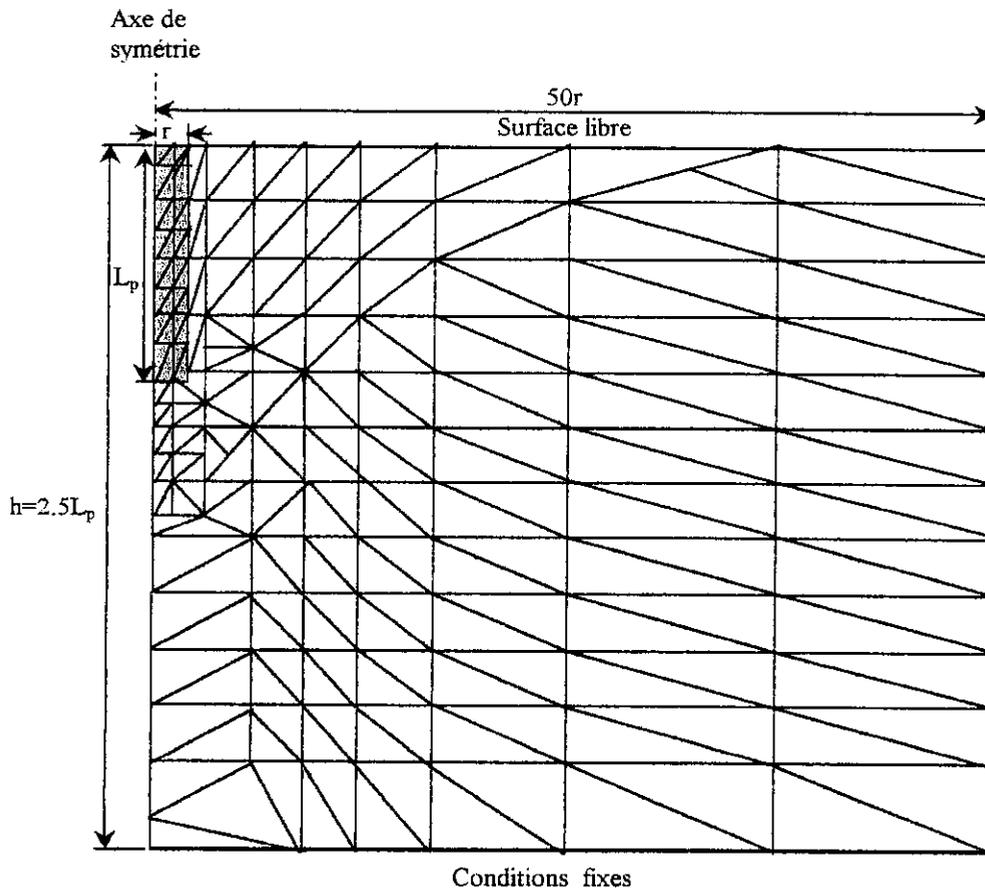


Figure II.9 : maillage en éléments finis du système sol-pieu selon Randolph et Wroth (1978).

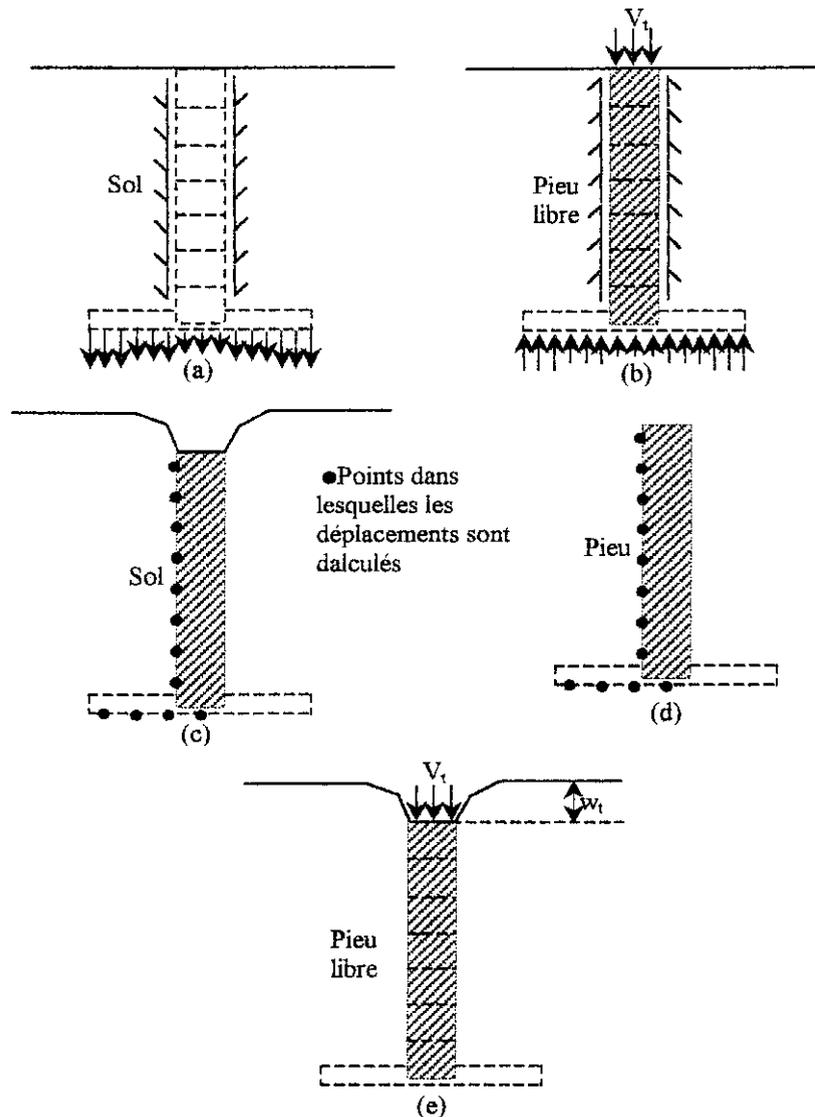


Figure II.10 : Diagramme schématique de la méthode des équations intégrales.

II.3.4.1- Le modèle analytique pour les pieux isolés :

Le tassement nécessaire pour la production des valeurs particulières des déformations dus au cisaillement est proportionnel au diamètre du pieu. Comme la rupture du fût est probable le niveau élevé de la contrainte près du fût réduit le module de cisaillement, ainsi la formation d'une zone faible est faite. Quelques applications expérimentales qui confirment ça ont été données par Whitaker et Cooke (1966); il n'est pas immédiatement évidant quels sont les paramètres les plus importants dans l'équation :

$$\frac{V_t}{G_1 r v_s} = \left[\frac{4}{\eta(1-\nu_s)} + \frac{2\pi}{\zeta} \rho \frac{L_p \tanh(\mu l)}{r \mu l} \right] \left[1 + \frac{4}{\eta(1-\nu_s)} \frac{1}{\pi \lambda r} \frac{1}{\mu l} \tanh(\mu l) \right]^{-1} \quad (2.35)$$

Où :

$$\zeta = \ln\left(\frac{m}{r}\right) = \ln\left(2\left(\frac{L}{r}\right)\rho(1-\nu_s)\right)$$

$$(\mu l)^2 = (2/\zeta\lambda)(L/r)^2$$

$\rho = G(L/2)/G(L)$ qui est le facteur de non-homogénéité

$$\eta = 1$$

$\lambda = E_p/G$ facteur de flexibilité relative

r est le rayon du pieu

ν_s est le coefficient du poison du sol

η : Un facteur introduit pour tenir compte de la couche inférieur et supérieur du sol.

r_m : rayon magique où la contrainte de cisaillement est négligeable, il est proportionnel à la longueur du pieu; ainsi :

$r_m \approx 2L_p(1-\nu_s)$: pour une comparaison avec l'analyse en éléments finis.

L'expression simplifiée du tassement dans cette analyse est comme suit :

$$v_i = \frac{V_i}{\frac{2\pi}{\zeta} L_p G_{Lp} \rho \frac{\tanh(\mu l)}{\mu l}} \quad (2.36)$$

Les propriétés du sol qui doivent être mesurées sont G_s et sa variation avec la profondeur du sol, et ν_s .

La formule (2.36) tend à sous estimé le tassement d'environ 10%.

II.3.10- Méthode de Poulos (1979) pour l'analyse de tassement des pieux isolés dans un sol non homogène :

L'auteur dans cette étude c'est concentré sur la non-homogénéité du sol le long du fût du pieu. Pour un sol élastique et homogène, le déplacement v_{ij} du sol à n'importe quel élément i dû aux contraintes d'interaction P_j sur l'élément j est exprimé selon l'équation suivante :

$$v_{ij} = \frac{d}{E_s} I_{ij} P_j \quad (2.37)$$

d est le diamètre du pieu.

E_s est le module d'Young du pieu.

I_{ij} est le facteur d'influence de déplacement.

Le terme I_{ij} peut être évalué par intégrale des équations de Mindlin pour le déplacement vertical dû à une force agissante sur le massif semi-infini.

L'approche utilise quelques valeurs équivalentes de E_s dans l'équation (2.37), trois possibilités sont supposées (voir figure 2.11) :

$$E_s = E_{si}$$

$$E_s = E_{si} \text{ ou } E_{sj} \text{ (si le sol est un sol multicouche).}$$

$$E_s = 0.5(E_{si} + E_{sj})$$

L'équation de déplacement du sol pour les éléments le long du pieu est :

$$\{v\} = d \left[\frac{I}{E_s} \right] \{P\} \quad (2.38)$$

$\{v\}$ est le vecteur de déplacement du sol.

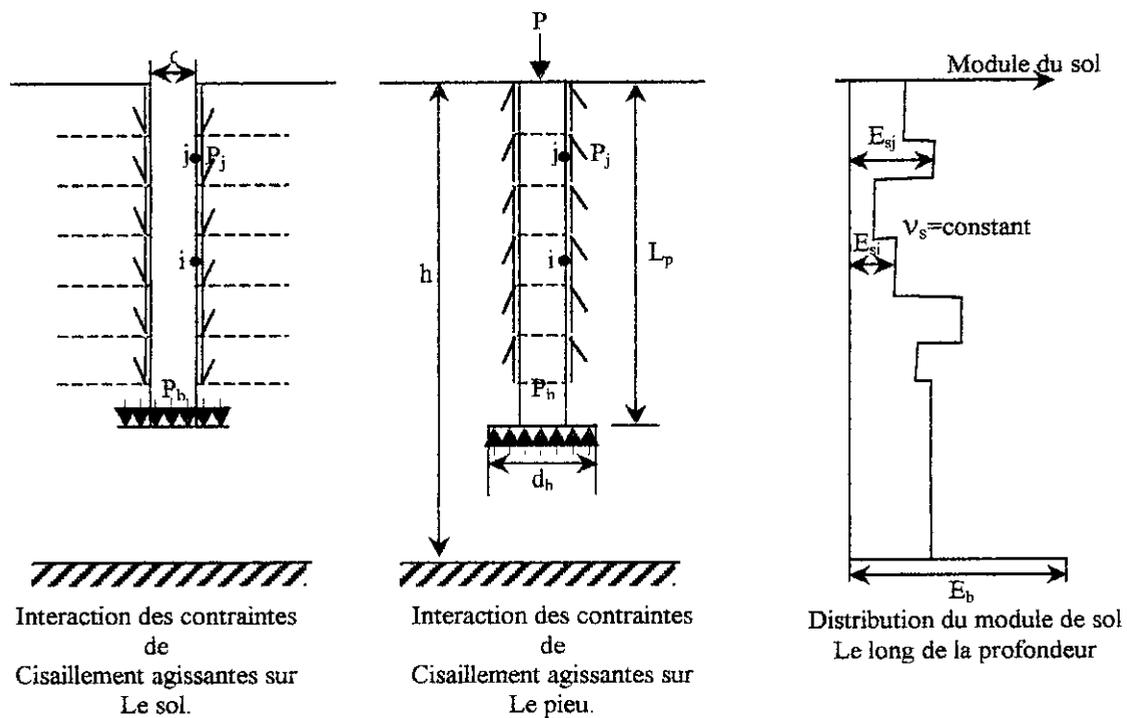
$\{P\}$ est le vecteur de contrainte d'interaction

$\left[\frac{I}{E_s} \right]$ est la matrice des valeurs de I_{ij} / E_s . Comme on le sait le sol sous la pointe du pieu est

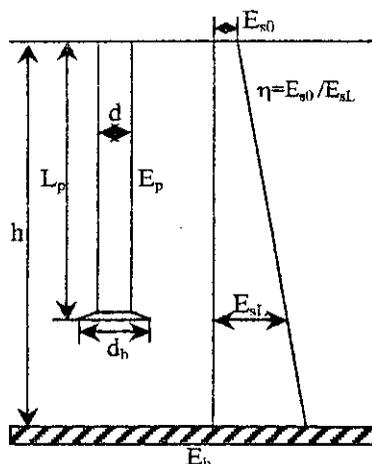
souvent non-homogène, dans ce cas les facteurs d'influences de déplacement dans (2.37) et (2.38) doivent être modifiés.

L'auteur a mis au point un code de calcul dénommé *AXPIL5*, qui a été élaboré pour l'analyse des pieux dans un sol non-homogène.

Le schéma ci-dessous montre clairement le principe de cette méthode.



(a) division en éléments



(b) Définition du problème dans un sol de Gibson

Figure II.11 : Analyse d'un pieu isolé par Poulos (1979).

II.3.8- Avis sur l'applicabilité des méthodes, critiques et conclusions :

Comme on la vu pour les pieux soumis à un chargement horizontal, les méthodes qui ont été appliquées aux les pieux sous chargement vertical ont aussi leurs avantages et inconvénients.

Commençant par la méthode de transfert de charge, bien que cette méthode ait gagné absolument une grande approbation, les limitations doivent être reconnues :

a) Dans l'utilisation des courbes de transfert de charge, il est nécessaire de supposer que le mouvement du pieu à n'importe quel point est relié uniquement aux contraintes de cisaillements en ce point, et il est indépendant des autres contraintes sur le pieu.

Cette supposition indispensable est équivalente à celle faite dans la théorie du module de réaction pour l'analyse des pieux chargés latéralement, ainsi on ne tient pas compte le la continuité du milieu (sol).

b) À cause de son ignorance de la continuité du sol, la méthode de transfert de charge n'est pas souhaitable pour l'analyse des caractéristiques charge-tassement d'un groupe de pieux.

c) L'extrapolation des données de ces essais d'un site à un autre n'est pas toujours réussie.

Pour l'analyse par éléments finis; ce type d'approche contient quelques avantages dans l'utilisation des éléments communs pour les quels la vitesse de convergence de la solution est beaucoup plus rapide quand le glissement pieu- sol est atteint.

Il est souvent possible de surmonter des problèmes qui peuvent apparaître quand il y a une différence extrême entre le module du sol et celui du pieu, Balaam et al., (1975) a utilisé cette analyse pour l'investigation de l'effet de tassement sur la non- homogénéité du sol qui se produit durant l'installation du pieu.

L'analyse basée sur l'équation de Mindlin devrait donner des résultats d'exactitude adéquate pour des buts pratiques, à condition que les variations brusques des états de sous-sol ne se produisent pas le long de pieu.

L'accord entre l'analyse par éléments finis et l'approche élastique est généralement raisonnable, mais quand la charge s'approche de son maximum, le tassement donné par l'analyse par éléments finis est plus grand que celui donné par l'approche élastique, et c'est probablement dû à utilisation de la théorie d'élasticité pour le calcul des déformations de sol après que le glissement pieu- sol a commencé.

Chapitre III :

Présentation de la méthode des éléments finis à tranches verticales, et programmation sur Ordinateur.

Résumé :

La quasi-totalité des problèmes d'interaction sol-structure sont des problèmes de nature tridimensionnelle. Ce chapitre a pour but la présentation d'une méthode numérique adaptable à ce genre de problème. Cette méthode que nous avons développée a été appelée « Méthode des Eléments Finis à Tranches Verticales ».

L'objectif de ce chapitre est de décrire la méthode des Eléments finis à tranches verticales, appliquée aux pieux isolés soumis à des sollicitations horizontales et verticales, ainsi que la mise au point du programme baptisé « Pile-3D_vsm ».

On commencera par expliquer le modèle des tranches verticales, en suite par décrire les équations d'équilibre, puis l'approximation par différences finies du champ de déplacement, puis les formules de forces de volume, en suite la formulation en éléments finis ou' la formation de la matrice de rigidité sera détaillée.

Et on termine par le processus itératif et la résolution algorithmique, en exposant les différents sous programme qui participent à la formation de notre programme, en donnant un organigramme approprié.

III.1- Introduction :

Le problème des pieux isolés soumis à différents types de chargement est de nature tridimensionnelle, l'analyse par éléments finis de ce type de structure tend souvent à simplifier l'étude en rapportant le problème à un problème bidimensionnelle, ou bien le couplage de l'analyse par éléments finis bidimensionnelles avec d'autres méthodes, comme la méthode des différences finis.

Le problème qui suit est un problème d'interaction sol-pieux qui est considéré comme étant un problème complexe, seulement une analyse tridimensionnelle complète par éléments finis peut donner des informations suffisantes concernant le comportement sol-pieux pour les raisons suivantes :

- Elle peut tenir compte de l'aspect tridimensionnel du problème.
- Elle peut introduire le comportement non linéaire du sol avec tout ses aspects (la plasticité, la viscoplasticité, le fluage, l'anisotropie, etc.).
- Elle peut traiter des phénomènes particuliers qui peuvent se produire au niveau des interfaces sol-structure (glissement relatif, séparation, etc.).

Aussi, une méthode alternative appelée la Méthode des Eléments Finis à Tranches Verticales (*M.E.F.T.V*) sera présentée dans ce chapitre.

L'idée de découper le sol en plusieurs tranches n'est pas nouvelle, Verruijt et Kooijman (1989) dans leurs études des pieux chargés latéralement, ont utilisé la méthode des tranches horizontales. Ce pendant, cette méthode a été satisfaisante pour les pieux sous un chargement horizontal, elle avait l'inconvénient de ne pas être en accord avec d'autre type de chargement, axial ou bien un moment appliqué. En plus, souvent pour l'analyse élastique, elle nécessite deux processus itératifs pour satisfaire l'équilibre entre l'interaction des couches et celui à l'interface sol-pieux.

La méthode proposée dans cette étude consiste à découper la structure et le continuum en tranches verticales, et chaque tranche est analysée séparément par la combinaison bidimensionnelle d'éléments finis et de différences finis, d'une manière itérative.

III.2- Méthode d'analyse : Le modèle des tranches verticales

Le problème tridimensionnel sol-pieux décrit dans la figure (III.1-a) montre les tranches verticales et les forces extérieures agissantes sur chacune d'elles, la figure (III.1-b) illustre trois tranches successives et les forces agissantes à l'interface de deux tranches adjacentes.

La subdivision du sol en des tranches adjacentes peut être faite en introduisant quelques suppositions dans la description du comportement du milieu.

Premièrement, le sol est considéré isotrope, et deuxièmement la supposition principale vient de la réalité que le chargement sur les tranches produisent essentiellement des déformations dans le plan vertical, et ça permet de supposer que la composante du déplacement w dans la direction z est nettement inférieure à celle des deux autres déplacements u et v dans le plan vertical.

Par conséquent, on suppose que la contrainte normale dans la direction z est constante dans chaque tranche verticale, en tout cas ça ne veut pas dire que la déformation plane ou la contrainte plane est imposée dans cette étude, ceci est évident par la prise en compte du transfert des contraintes de cisaillement dans la direction perpendiculaire au plan de la tranche.

Ce qu'on a appelé le modèle des tranches verticales consiste à subdiviser la structure et le sol qu'il l'entour en un ensemble de tranches de différentes épaisseurs dans la direction z , chaque tranche est analysée par éléments finis bidimensionnels et l'aspect tridimensionnel du problème est pris en compte par le couplage des contraintes de cisaillement entre les tranches.

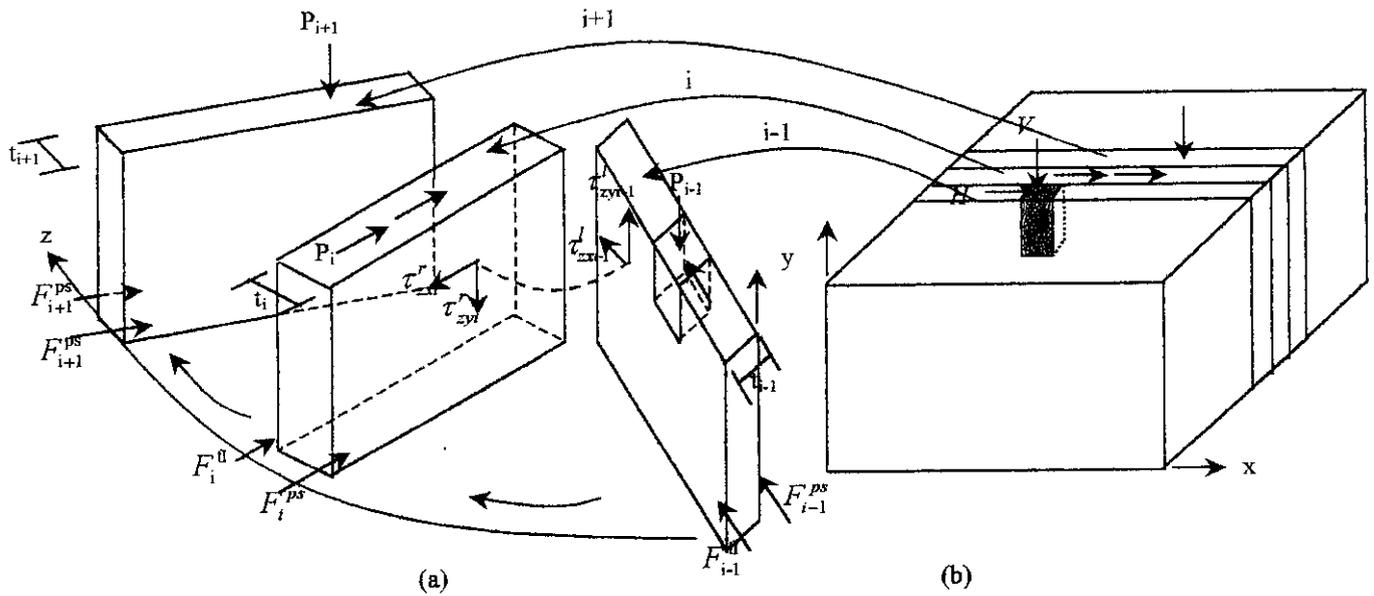


Figure III.1 : modélisation du système sol-structure par le modèle des tranches verticales. (a) les forces agissant sur trois tranches successives. (b) tranches du système sol-pieux.

III.2.1- Equations d'équilibre :

Pour chaque tranche les équations fondamentales peuvent être obtenues moyennant les équations d'équilibre vertical le long de la tranche i d'épaisseur t_i :

$$\frac{1}{t} \int_t \left[\frac{\partial s_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial s_{zx}}{\partial z} \right] dz = 0, \quad \frac{1}{t} \int_t \left[\frac{\partial s_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial s_{zy}}{\partial z} \right] dz = 0 \quad (3.1)$$

Où :

s_{xx} et s_{yy} sont les contraintes normales dans un point quelconque dans la tranche; et s_{xy} est la contrainte de cisaillement dans le même point. Si on considère que σ_x , σ_y et τ_{xy} comme les contraintes moyennes agissantes dans le plan vertical, les équations d'équilibre vont avoir la forme suivante :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = 0 \quad (3.2)$$

Les contraintes dans la tranche sont directement reliées aux déplacements dans la même tranche.

En accord avec la loi de Hooke, les expressions des contraintes τ_{zx} et τ_{zy} sont :

$$\tau_{zx} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \tau_{zy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

Où u , v et w sont respectivement les déplacements horizontaux, verticaux et normaux. E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de poisson du continuum.

III.2.2- Approximation par différences finies des gradients du déplacement :

Puisque chaque tranche est analysée avec des éléments bidimensionnels, les dérivées de u et v par rapport à z peuvent ne pas être obtenues directement par une analyse en éléments finis.

Cependant, on peut utiliser l'approximation en différence finie pour la détermination de ces paramètres. La valeur moyenne des déplacements de deux moitiés de tranches successives est obtenue pour :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_{i+1} - u_i}{\left(\frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right)} = \frac{2(u_{i+1} - u_i)}{(t_{i+1} + t_i)}, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{2(v_{i+1} - v_i)}{(t_{i+1} + t_i)} \quad (3.4)$$

Où i et $i+1$ indiquent les numéros des tranches. Dans les équations (4.3) on suppose que les déplacements moyens de la tranche sont égaux aux déplacements dans le plan passant dans le milieu de la tranche.

En plus, comme mentionné au paravent on suppose que le chargement sur la tranche va produire plusieurs déplacements dans le plan vertical. Ça veut dire que le déplacement w est petit en comparaison avec u ou v . Chaque tranche est sujette à des contraintes de cisaillement τ'_{zx} et τ'_{zy} Figure (III.1-a) qui agissent sur la partie droite et des contraintes de cisaillement τ'_{zx} et τ'_{zy} agissant sur la partie gauche. Si on ne tient pas compte du déplacement w et si la valeur du module de cisaillement G_i varie d'une tranche à l'autre, l'équilibre interne entre deux tranches adjacentes i et $i+1$ exige que :

$$\tau'_{zx,i+1} = \tau'_{zx} \approx G_{i,i+1} \frac{2(u_{i+1} + u_i)}{(t_{i+1} + t_i)}, \quad \tau'_{zy,i+1} = \tau'_{zy} \approx G_{i,i+1} \frac{2(v_{i+1} + v_i)}{(t_{i+1} + t_i)} \quad (3.5)$$

Où :

$G_{i,i+1}$ est le module de cisaillement qui caractérise les interfaces des tranches ente les tranches i et $i+1$
 A partir de l'équation (3.5) on peut facilement démontrer que :

$$G_{i,i+1} = \frac{t_{i+1} + t_i}{\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_i}{G_i}} = \frac{G_{i+1} G_i}{G_i t_{i+1} + G_{i+1} t_i} (t_{i+1} + t_i) \quad (3.6)$$

Ça montre clairement que le module de cisaillement à l'interface entre deux tranches composées de deux matériaux n'est pas seulement en fonction de leurs modules respectifs mais aussi de leurs épaisseurs.

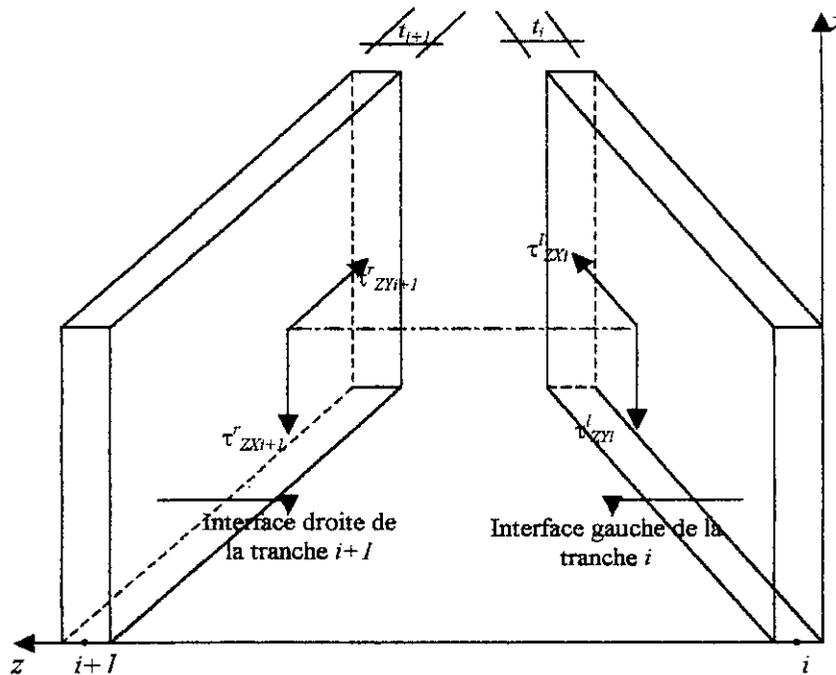


Figure III.2 : Forces de cisaillement sur une interface commune entre deux tranches successives

III.2.3- Forces de volume :

La signification de f_x et f_y dans l'équation (3.2) peut être interprétée comme les forces transmises à la tranche considérée par les forces de cisaillement des tranches à gauche et à droite :

$$f_x = \frac{\tau_{zx}^l - \tau_{zx}^r}{t}, \quad f_y = \frac{\tau_{zy}^l - \tau_{zy}^r}{t} \quad (3.7)$$

Les forces f_x et f_y (3.7) qui agissent comme des forces de volume (body load) dans le système d'équations d'équilibre de la tranche peut être exprimé dans une forme partielle qui fait distinction entre la propre contribution de la tranche elle-même et la contribution des deux autres tranches adjacentes.

Laissant f_{xi} et f_{yi} les forces de volume agissantes sur la tranche i d'épaisseur t_i , l'équation (3.7) deviennent :

$$f_{xi} = \frac{\tau_{zx}^l - \tau_{zx}^r}{t_i}, \quad f_{yi} = \frac{\tau_{zy}^l - \tau_{zy}^r}{t_i} \quad (3.8)$$

En tenant en compte les équations (3.5) et (3.6), les forces de volumes peuvent s'écrire comme suit :

$$f_x = \frac{2}{t_i \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_i}{G_i} \right)} u_{i+1} - \left[\frac{2}{t_i \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_i}{G_i} \right)} + \frac{2}{t_i \left(\frac{t_i}{G_i} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}} \right)} \right] u_i + \frac{2}{t_i \left(\frac{t_i}{G_i} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}} \right)} u_{i-1} \quad (3.9-a)$$

$$f_y = \frac{2}{t_i \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_i}{G_i} \right)} v_{i+1} - \left[\frac{2}{t_i \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_i}{G_i} \right)} + \frac{2}{t_i \left(\frac{t_i}{G_i} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}} \right)} \right] v_i + \frac{2}{t_i \left(\frac{t_i}{G_i} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}} \right)} v_{i-1} \quad (3.9-b)$$

Les deux expressions de forces de volume peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$f_i = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_i^{pr} & 0 & -c_i^{pc} & 0 & c_i^{fl} & 0 \\ 0 & c_i^{pr} & 0 & -c_i^{pc} & 0 & c_i^{fl} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{i-1} \\ v_{i-1} \\ u_i \\ v_i \\ u_{i+1} \\ v_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Où :

$$c_i^{pr} = \frac{2}{t_i \left(\frac{t_{i-1}}{G_{i-1}} + \frac{t_i}{G_i} \right)}, \quad c_i^{fl} = \frac{2}{t_i \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_i}{G_i} \right)}, \quad c_i^{pc} = c_i^{pr} + c_i^{fl} \quad (3.11)$$

Sont les facteurs d'interaction entre les tranches.

Avec :

- pc* : la propre contribution de la tranche elle-même.
- pr* : la contribution de la tranche précédente.
- fl* : la contribution de la tranche suivante.

III.2.4- Formulation par éléments finis :

III.2.4.1- Choix de l'élément fini :

Le choix du type d'élément pour la résolution d'un problème donné est un paradoxe, soit on choisit des éléments simples mais en très grand nombre, ou bien des éléments d'ordre élevé de nombre restreint.

Il n'y a pas une réponse exacte et unique, car il n'est pas toujours évident de savoir jusqu'à quel point il faut aller dans la discrétisation et le raffinement. Ce qu'il faut savoir c'est qu'on peut faire des constatations sur le comportement de notre maillage d'un choix à un autre, et adapté le choix approprié pour notre cas (Mestat Philippe, 1997).

L'analyse des contraintes et de déformations dans chaque tranche se fait moyennant la méthode des éléments finis, en utilisant l'élément bidimensionnel.

L'élément quadrilatère à huit nœuds est le plus performant dans l'analyse bidimensionnel des structures. Cet élément a un champ de déplacement quadratique, et par conséquent il constitue un bon compromis entre la complexité et la précision.

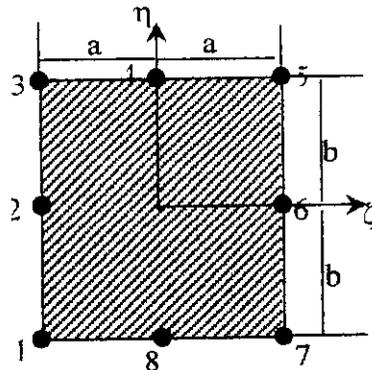


Figure III.3 : Élément quadrilatéral à 8 nœuds, Q_8

Les fonctions de forme associées à cet élément sont :

- Aux nœuds des angles : 1, 3, 5 et 7

$$N_j = \frac{1}{4}(1 + \xi \xi_j)(1 + \eta \eta_j)(\xi \xi_j + \eta \eta_j - 1)$$

- Aux nœuds situant aux mi-côtés :

$$N_j = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta \eta_j) \quad \text{Pour } j = 4, 8$$

$$N_j = \frac{1}{2}(1 - \eta^2)(1 + \xi \xi_j) \quad \text{Pour } j = 2, 6$$

III.2.4.2- Matrice de rigidité élémentaire :

La matrice de rigidité élémentaire dans la tranche i peut être écrite comme suite :

$$[K]_i \alpha_i = \int_v B^T D B \alpha_i dv = \int_v N^T f_i dv + P \tag{3.12}$$

- Où :
- $[B]$ est la matrice déformation - déplacement.
 - $[K]$ est la matrice de rigidité de la tranche i .
 - $[D]$ est la matrice permettant de calculer les contraintes à partir des déformations.
 - $\{\alpha_i\}$ est vecteur de déplacement nodaux élémentaire.
 - $[N]$ est la matrice de fonction de forme.
 - $\{f_i\}$ est le vecteur de forces de volume à la tranche i .
 - $\{P_i\} = \begin{Bmatrix} V_i \\ H_i \end{Bmatrix}$ est le vecteur de forces extérieures agissantes à la tranche i

Avec l'utilisation de l'élément Q_8 le vecteur de déplacement de la tranche est : $\alpha_i = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2, \dots, u_8 \ v_8]^T$.

Le système d'équations (3.10) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$f_i = f_i^{pr} - f_i^{pc} + f_i^{fl} \tag{3.13}$$

En utilisant l'équation (3.11), les vecteurs de déplacement nodaux élémentaires peuvent être exprimer comme :

$$f_i^{pc} = C^{pc} N \alpha_i, \quad f_i^{pr} = C^{pr} N \alpha_{i-1}, \quad f_i^{fl} = C^{fl} N \alpha_{i+1} \tag{3.14}$$

Où :

$$C^{pc} = C_i^{pc} I, \quad C^{pr} = C_i^{pr} I, \quad C^{fl} = C_i^{fl} I \tag{3.15}$$

I est la matrice identité.

Les forces de volume peuvent être maintenant déterminés si une estimation du déplacement dans les différentes tranches est possible. La procédure adoptée a conduit aux équations familières d'un problème plan avec de forces de volume représentant l'interaction entre les tranches qui constituent le modèle.

Dans le modèle des tranches verticales, les dimensions des tranches dans la direction z sont petites en comparaison avec les deux autres directions en plan $x - y$. Par conséquent on suppose que les tranches sont suffisamment minces, ce qui conduit à considérer le problème comme un problème de contraintes planes. Ainsi la matrice constitutive est donnée par :

$$D = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

En remplaçant l'expression (3.14) dans l'équation (3.12) on obtient :

$$\int_{\underline{v}} (B^T D B + N^T C^p C N) a_i dv = \int_{\underline{v}} (N^T C^p C N) a_{i-1} dv + \int_{\underline{v}} (N^T C^f N) a_{i+1} + P \tag{3.17}$$

L'expression (3.17) va être écrite :

$$A_i a_i = F_i^p + F_i^f + P_i \tag{3.18}$$

Dans le système précédant la matrice de rigidité globale A_i contient souvent une part des forces de volume générées par les déplacements de la tranche elle-même. Ca montre clairement le couplage entre les tranches.

III.3- Algorithme de résolution et processus d'itération :

Les différentes tranches du système sol-pieux sont analysées dans la direction croissante de l'axe z . Outre, comme l'analyse est bidimensionnelle les deuxièmes termes de l'équation (3.18) ne sont pas disponibles en même temps. Par conséquent, cette équation doit être résolue selon la mise à jour du processus itératif suivant :

$$A_i^k a_i^k = F_i^{p^k} + F_i^{f^{k-1}} + P_i \quad \text{Pour } k = 1, 2, \dots, \dots, k_{max}$$

Où k est le nombre d'itération et k_{max} est déterminé par un certain critère de convergence.

Dans la première itération la première tranche est analysée bidimensionnellement par éléments finis sous son propre chargement extérieur. La deuxième tranche est analysée sous son propre chargement extérieur et le chargement généré par les déplacements de la première tranche.

Le même processus continue jusqu'à la dernière tranche. Dans l'itération k , en plus de son propre chargement, la tranche i est analysée sous le chargement généré par les déplacements de la tranche $i-1$ dans l'itération courante, et le chargement induit par les déplacements de la tranche $i+1$ dans l'itération précédente.

La convergence est supposée avoir lieu quand le changement dans le vecteur de déplacement d'une itération à l'autre devient suffisamment petit. Ceci est représenté par :

$$\frac{|u^k - u^{k-1}|_{\max}}{|u^k|_{\max}} < TOL \quad (3.19)$$

Dans la quelle $|u^k|_{\max}$ représente la valeur absolue du plus grand déplacement dans le vecteur, et TOL représente le niveau de tolérance. Dans tout ce qui suivra, on va prendre un niveau de tolérance égale à 0.0001.

Les figures (3.4) et (3.5) montrent l'algorithme de résolution de la première et de la i ème itération, d'une manière générale.

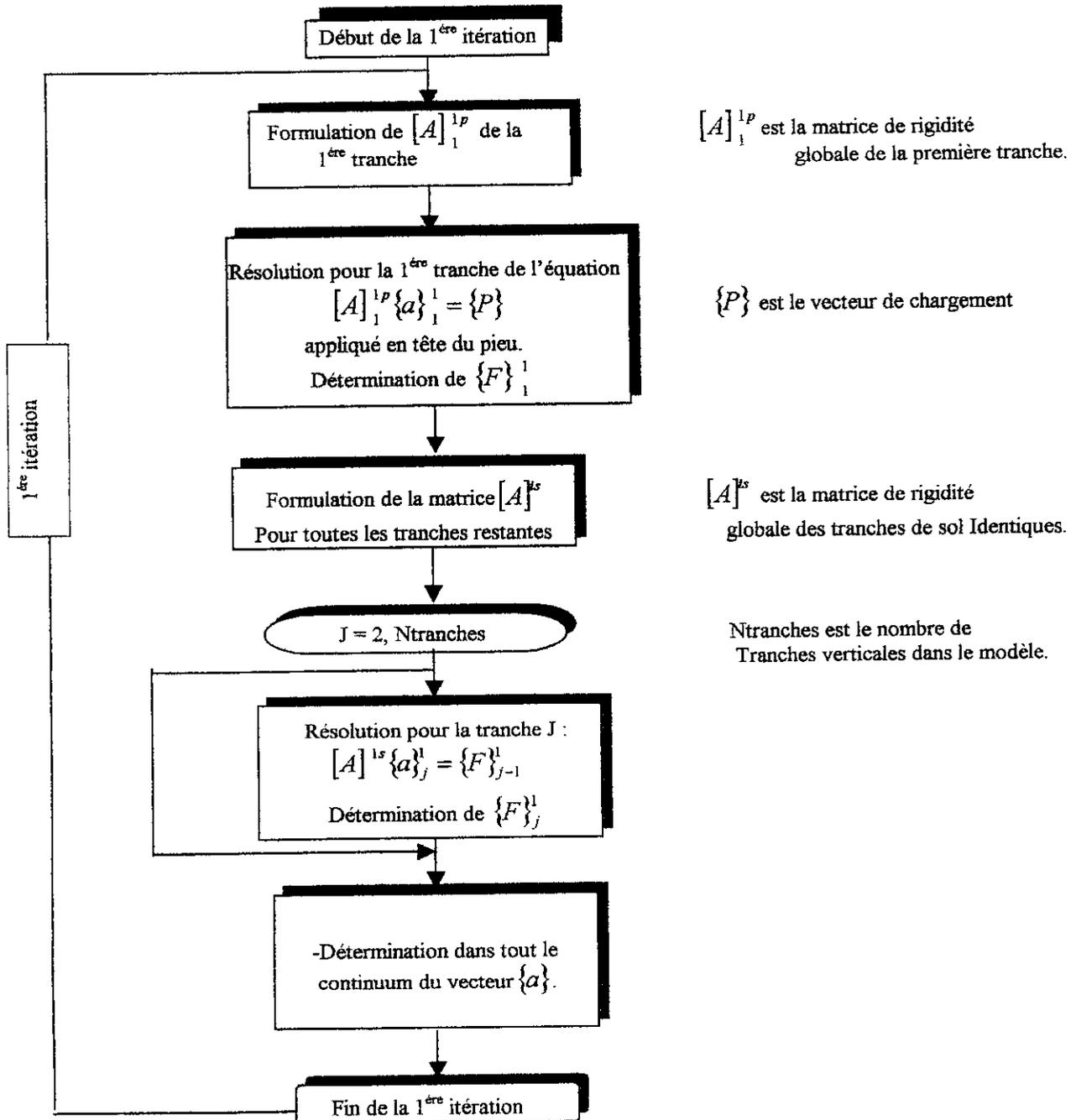
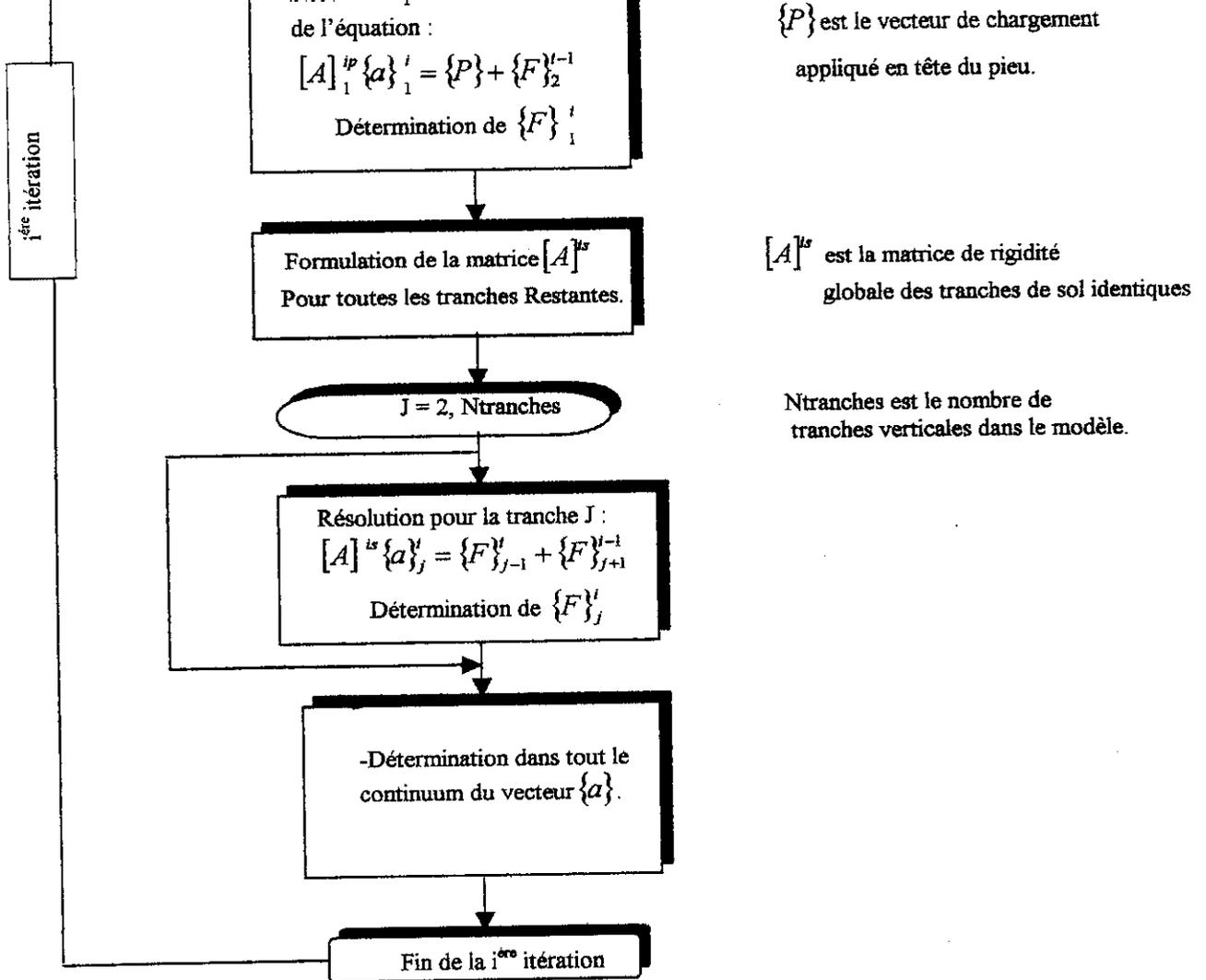


Figure III. 4 : Algorithme de résolution de la 1^{ère} itération



FigureIII. 5 : Algorithme de résolution dans une itération constante i.

dont l'enchaînement est illustré dans la figure (3.6).

Comme tout les autres programme par éléments finis, le code **Pile-3D_vsm** commence par une lecture des caractéristiques géométriques et mécaniques du système sol-pieu, ainsi que les conditions aux limites imposées au modèle. Ce travail est confié respectivement aux deux routines **Lecture** et **Climit**.

Afin d'attribuer à chaque élément du pieu son module d'Young équivalent défini à partir de la rigidité à la flexion $E_p I_p$ et à la compression $E_p A_p$, on fait appel à la routine **Propil**.

Pour tenir compte du changement qui se produit à partir de la deuxième tranche où les éléments du pieu sont remplacés par ceux du sol, on fait appelle à la routine **Idsopi**.

Si le pieu est fiché dans un sol homogène ou dans un sol de Gibson, l'utilisateur n'a qu'à déclarer le module d'élasticité E_s pour un sol homogène. Pour un sol de Gibson, le taux d'accroissement et le module d'Young en surface E_{SO} .

Pour un sol multicouche présentant une rigidité variable le long des couches, l'utilisateur de **Pile-3D_vsm** doit seulement donner le nombre de couches ainsi que le nombre d'éléments quelle contient. C'est le sous programme **Prosol** qui permettra d'attribuer pour chaque type de sol et pour chaque élément la rigidité appropriée.

Comme nous l'avons dit auparavant, l'élément choisi pour l'étude des pieux sous chargement horizontal et axial est l'élément iso-paramétrique bidimensionnel à huit nœuds.

La routine **Mastif** permet l'évaluation de la matrice de rigidité élémentaire ainsi que l'assemblage de la matrice globale en faisant appelle à sept routines : **Degfre**, **Fmquad**, **Formd2**, **Formb**, **Formn**, **Facint**, **Formkv**.

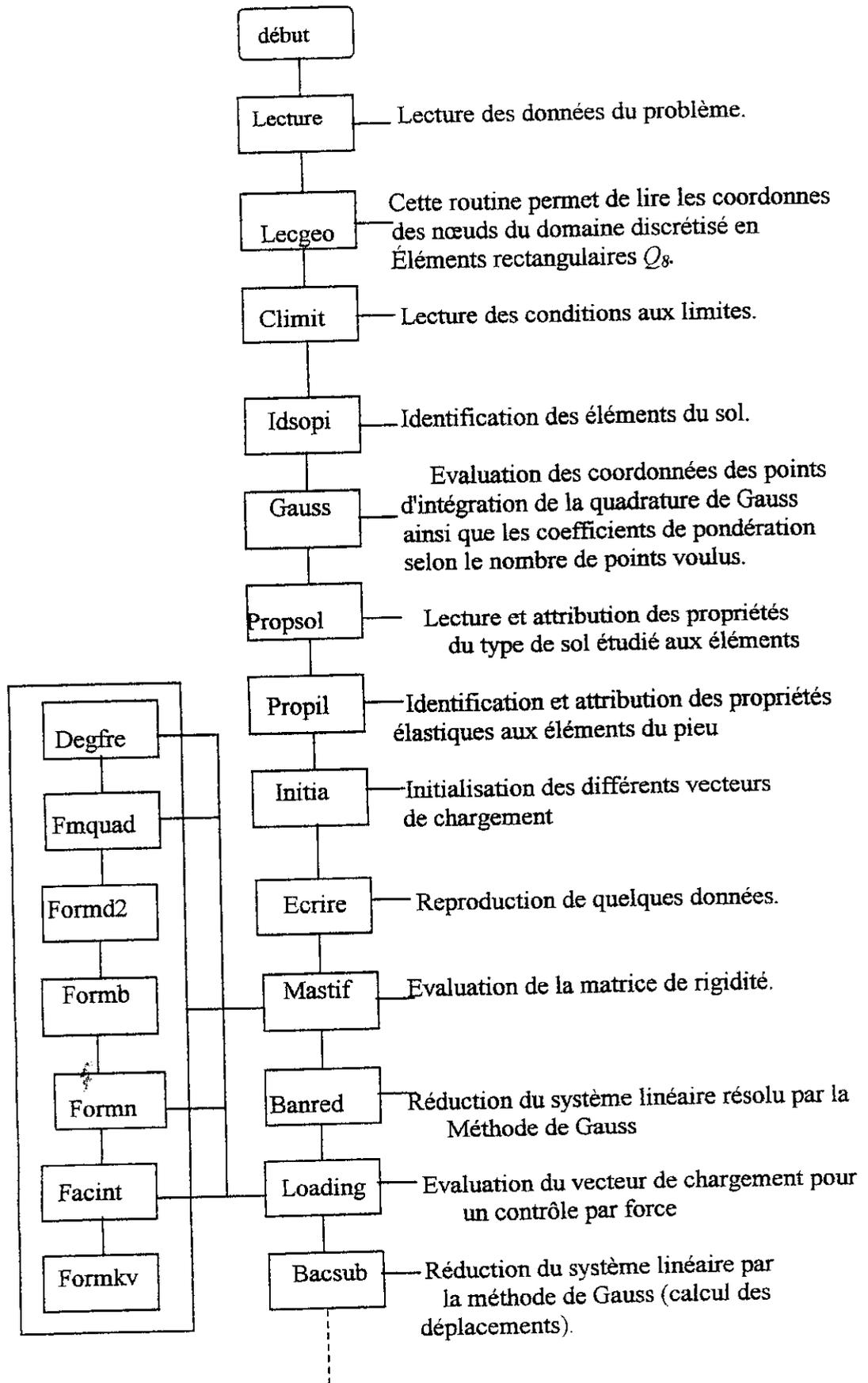
Afin de tenir compte du chargement généré par les déplacements entre les tranches, on fait appel à la routine **Facint**, elle permet de calculer les facteurs d'interaction entre les tranches.

La routine **Formkv** qui permet le stockage du demi bande supérieur de la matrice globale pour raison de symétrie, ce qui va minimiser l'espace mémoire de l'ordinateur.

L'introduction des sollicitations extérieures est très simple, l'utilisateur n'a qu'à donner la valeur du chargement extérieur. C'est le sous programme **Loading** qui accomplira la tâche d'évaluation du chargement en utilisant le control par force.

Afin de tenir compte du processus itératif on fait appel au sou programme **Conver** qui vérifie la tolérance spécifiée par l'utilisateur.

Un organigramme plus détaillé est donné par la figure (3.6) :



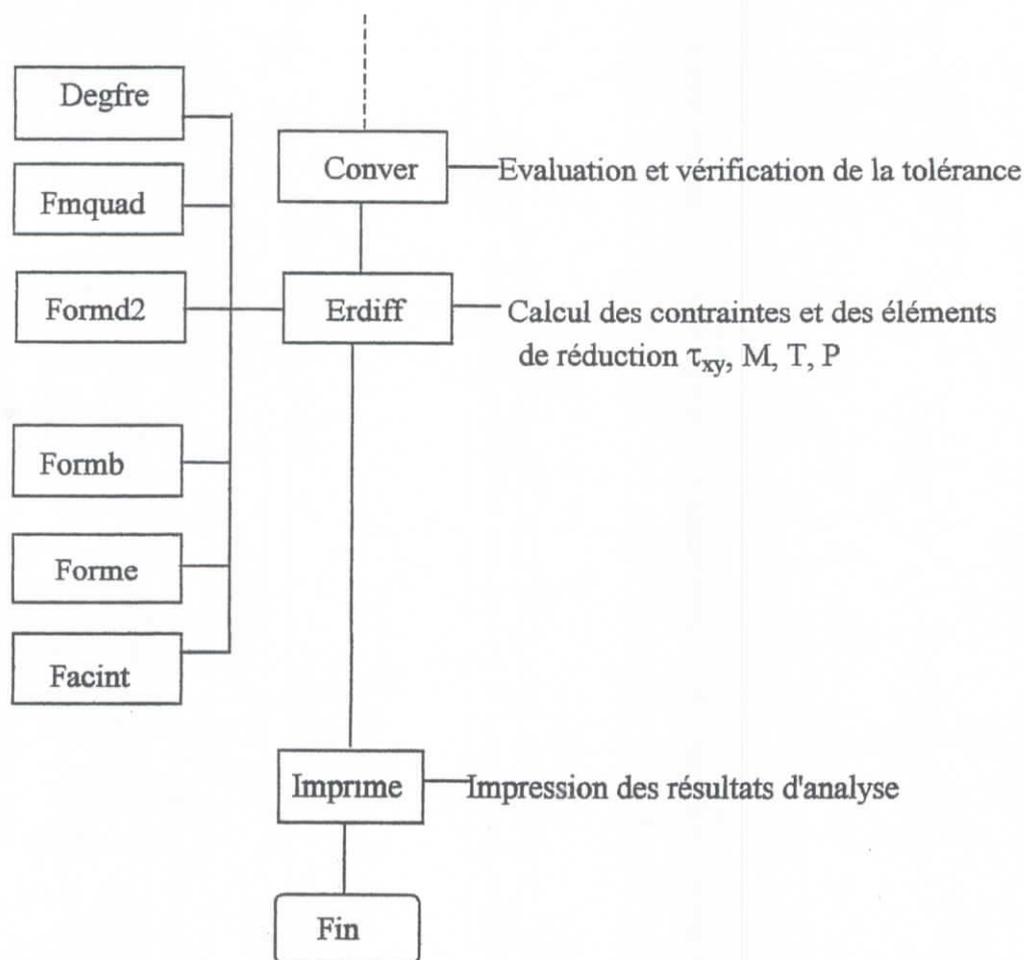


Figure III.6 : Organigramme du programme *Pile-3D_vsm*.

III.5- Avantage de la méthode :

Contrairement aux méthodes qui divisent le sol en tranches horizontales, le découpage vertical en plusieurs tranches, permet de modéliser correctement la variation des caractéristiques élastiques et la pression avec la profondeur. En conséquence, le sol uniforme, le sol multicouche ou n'importe quel sol non homogène peuvent être pris en considération par ce modèle.

Les propriétés mécaniques et élastiques sont constantes dans la direction horizontale z et c'est dû à l'isotropie. Cette propriété permet d'attribuer les mêmes caractéristiques à un élément identique dans les différentes tranches du sol.

Le modèle permet de prendre en considération les différents types de chargement, vertical, horizontal et le moment, qui peuvent être appliqués à la structure dans le plan de la tranche.

Le sol et le pieu sont analysés en même temps, ainsi on élimine la nécessité d'un processus itératif pour la satisfaction de la condition d'équilibre à l'interface sol-pieux.

L'avantage majeur de ce modèle est qu'un seul maillage bidimensionnel est nécessaire pour l'analyse des tranches adjacentes successives. Ce type de modélisation réduit considérablement le temps et l'effort de calcul.

La simultanéité de l'application du chargement horizontal et vertical dans le cas où le comportement du sol est non-linéaire est possible en utilisant ce modèle, sans pour autant superposé les déplacements ce qui n'est pas admissible dans le cas où le sol adopte ce type de comportement.

III.6- Conclusion :

Malgré les informations que peut fournir une analyse tridimensionnelle par éléments finis, et les réponses que peut donner aux problèmes d'interaction sol-structure, elle a l'inconvénient de prendre beaucoup de temps de calcul et elle nécessite un maillage très grand dans les trois directions, ce dernier conduit à un nombre très grand d'équations à résoudre, ainsi qu'un effort important et fastidieux dans l'établissement des fichiers de donnés.

Proposer comme solution à ces différents problèmes, une méthode alternative dite : La **Méthode des Éléments Finis à Tranches Verticales**, ou bien "**Finite Elements Verticale Slices Method**" basée sur la combinaison d'éléments finis bidimensionnels et de différences finies, autrement dit : une formulation mixte éléments finis - différences finies.

Cette méthode a l'avantage majeur de ne pas nécessiter une discrétisation dans la direction z.

Le programme *Pile-3D_vsm* élaboré en *FORTRAN*, et dont le développement est basé sur la méthode des éléments finis à tranches verticales qui va être appliqué à deux problèmes géotechniques qui sont : les pieux chargés horizontalement et verticalement qu'on va voir dans les deux chapitres suivants, dans le cadre de ce mémoire.

Chapitre IV :

Etude des pieux isolés chargés horizontalement

Résumé :

*Ce chapitre est la mise en œuvre informatique de l'organigramme du code numérique **pile-3D_vsm** cité dans le chapitre III, et son application aux pieux chargés horizontalement.*

Après, une description du modèle des tranches verticales, une petite étude paramétrique est faite pour que le maillage utilisé puisse avoir une consistance fiable. On passe par la suite à une confrontation des résultats issus de notre programme avec d'autres solutions numériques, celle-ci se fera dans plusieurs types de sol, notamment :

Sol homogène, sol non homogène de Gibson et sol bicouche

Enfin, une étude paramétrique est faite, dans le but de voir l'influence du facteur de flexibilité sur le comportement des pieux isolés.

IV.1- Introduction :

Le comportement d'un pieu chargé horizontalement est très complexe, des grandeurs tel que les déplacements et les rotations jouent un rôle très important dans son dimensionnement. Ce problème a fait l'objet de beaucoup d'étude et plusieurs méthodes de calcul qui ont été développées, afin de mieux décrire le comportement du système sol-pieux sous chargement horizontal.

Ce chapitre présente la mise en application sur ordinateur de la théorie des tranches verticales en élaborant un programme dont l'organigramme est décrit dans le chapitre III. Les différentes études qu'on va établir dans ce mémoire vont être exécuté par le code numérique baptisé : *Pile-3D_vsm*.

Il est à signaler que chaque problème étudié a été déjà pris en compte par plusieurs auteurs, et certains parmi eux sont cités dans la bibliographie (chapitre II).

IV.2- Détermination du maillage en éléments finis :

Le maillage mis au point, comme on va le voir dans ce qui suit est très raffiné pour minimiser le risque d'erreur. En réalité ce modèle simplifie mathématiquement le problème à un problème à deux dimensions seulement, tout en gardant l'apparence physique d'un problème tridimensionnel. Puisque le problème des pieux isolés chargés horizontalement représente une symétrie en plan et en chargement, on fera l'étude de la moitié du milieu. Voir figure 4.1 :

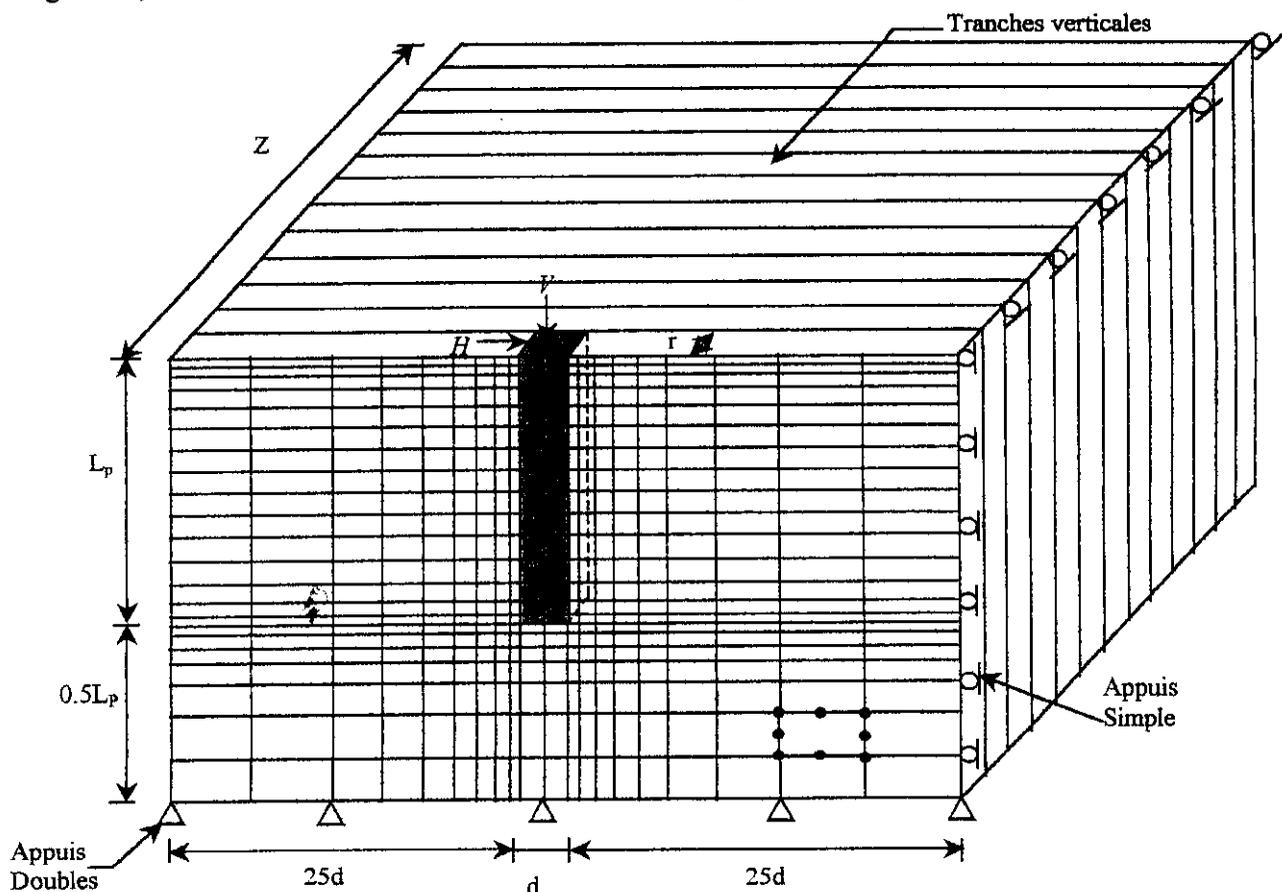


Figure IV.1 : Modélisation du système sol-pieu par éléments finis et tranches verticales

L'analyse peut être faite en coupant le sol autour du pieu en tranches verticales de différentes épaisseurs. La première tranche comme en le voit sur la figure 4.1 contient la moitié du pieu

d'épaisseur r , où r est le rayon du pieu. Le modèle des tranches verticales convient mieux aux structures ayant une forme rectangulaire, cependant, dans les applications pratiques, la majorité des pieux ont une section circulaire. Cette forme est prise en compte en utilisant un module d'Young équivalent donné par la formule :

$$E_{P_{\text{équivalent}}} = \frac{12(E_p I_p)_{\text{Pieu circulaire}}}{d^4} \quad (4.1)$$

Le maillage bidimensionnel de la figure 4.1 ci-dessus contient 660 éléments à huit nœuds. Les frontières du maillage dans le plan vertical sont données en terme de longueur du pieu L_p et le diamètre du pieu d .

L'extension latérale dans le plan vertical est prise égale à $25d$ d'une partie et d'un autre du pieu. L'extension verticale est de $0.5L_p$ au dessous du pieu. Ce dimensionnement n'affecte en aucun cas les résultats en éléments finis, comme va le montrer notre étude paramétrique pour confirmer ce dimensionnement.

Comme on le sait, les variables majeurs influençant le comportement du pieu sont :

- Le rapport de la longueur du pieu sur son diamètre (élancement), égal à L_p/d .
- Le facteur de flexibilité K_r dans un sol homogène est défini par :

$$K_r = \frac{E_p I_p}{E_s L_p^4} \quad (4.2)$$

Où : E_s est le module d'Young du sol.

Le facteur K_r est une grandeur adimensionnelle de la flexibilité du pieu relative au sol, le déplacement du pieu à la surface du sol est conventionnellement exprimé en terme de facteur

d'influence adimensionnel donné par : $u = I_{uH} \frac{H}{E_s L_p}$ (4.3)

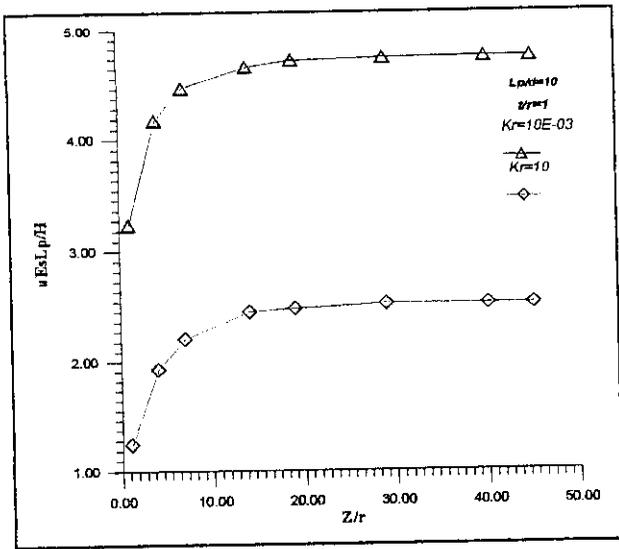
Où : u est le déplacement latéral en tête du pieu, H est le chargement horizontal appliqué.

Comme on la mentionné auparavant, et dans le but d'avoir un compromis entre une précision raisonnable dans la modélisation du problème et le nombre des itérations pour atteindre la convergence, une étude paramétrique limitée a été faite pour la détermination d'un maillage optimal. Cette étude vise essentiellement le nombre de tranches nécessaire pour que le processus itératif atteigne la convergence avec des résultats raisonnables.

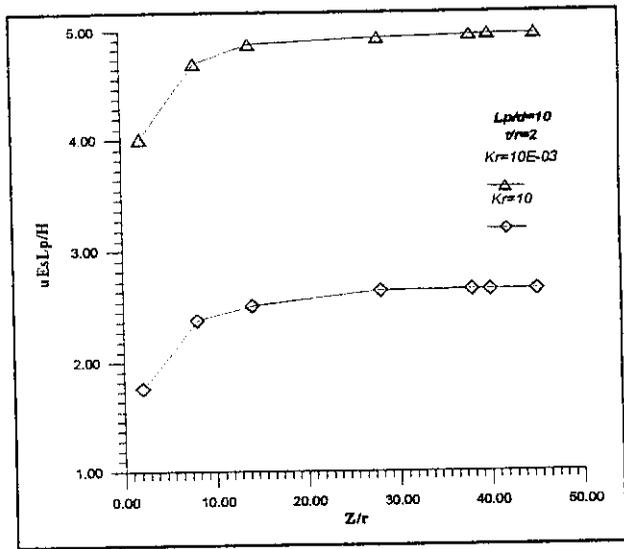
A priori les tranches ont la même épaisseur à l'exception de la tranche contenant le pieu, on a considéré deux élancements : $L_p/d=10$ et 25 , et pour chaque élancement deux facteurs de flexibilité ont été pris en compte : $K_r=10$ et 10^{-3} .

Le premier but de cette étude paramétrique est la détermination de l'extension latérale Z dans la direction z au-delà du quelle il n'y a pas d'influence sur le déplacement adimensionnel en tête du pieu.

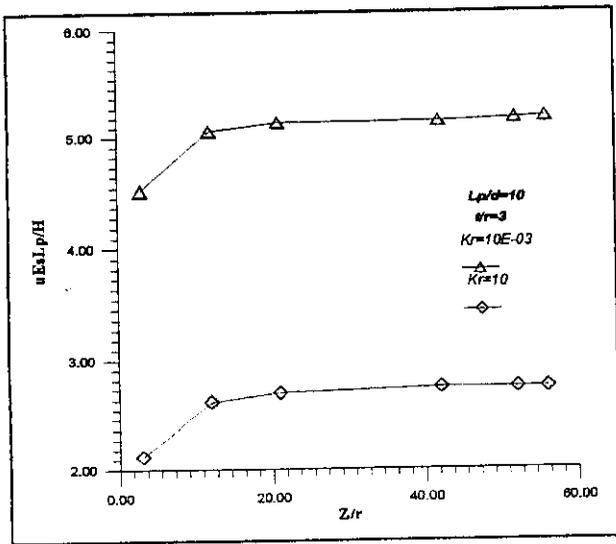
La figure 4.2 et figure 4.3 montrent la variation du déplacement adimensionnel en tête du pieu pour un élancement égale à 10 et 25 respectivement en fonction de l'extension Z pour différentes épaisseurs des tranches.



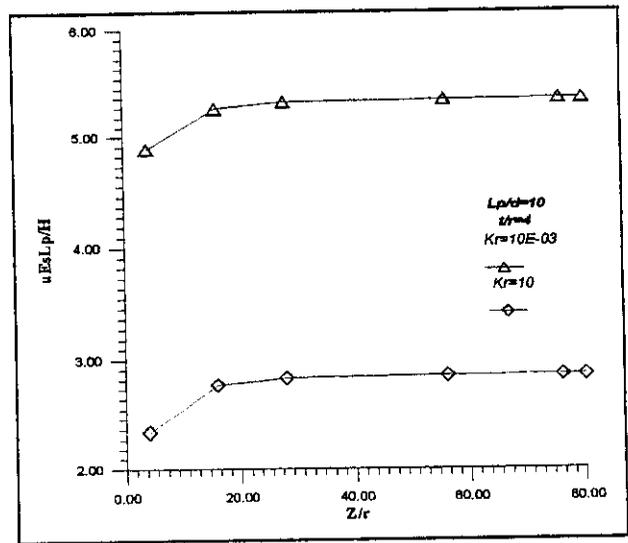
(a)



(b)

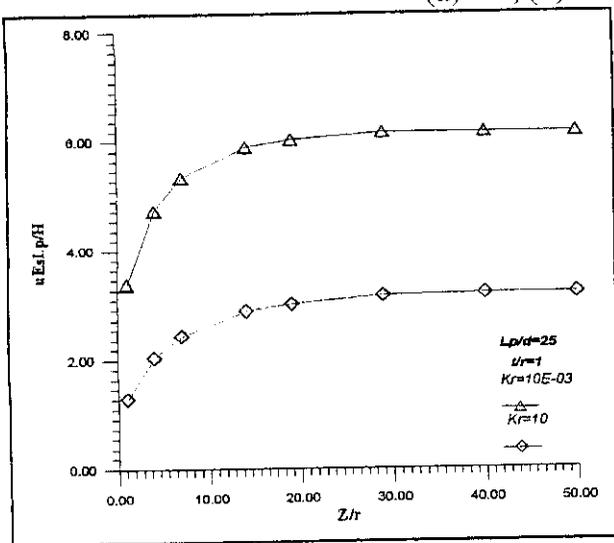


(c)

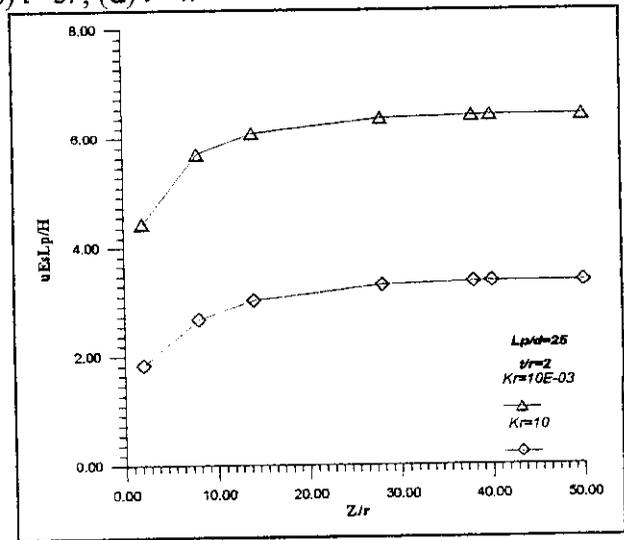


(d)

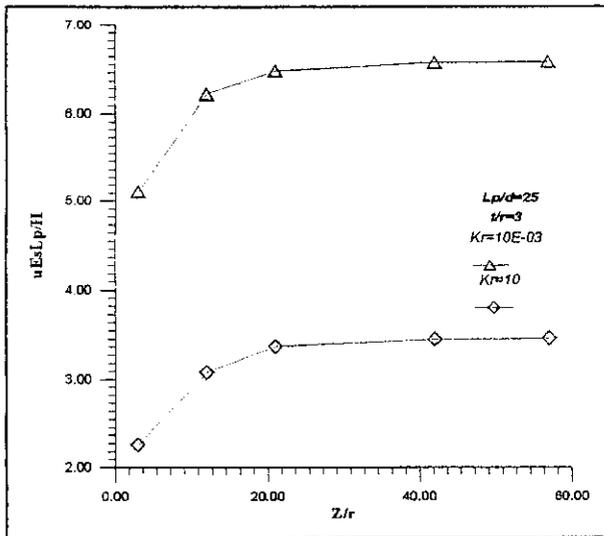
Figure IV.2 : Effet des distances du maillage sur les déplacements du pieu pour $L_p/d=10$
 (a) $t=r$, (b) $t=2r$, (c) $t=3r$, (d) $t=4r$



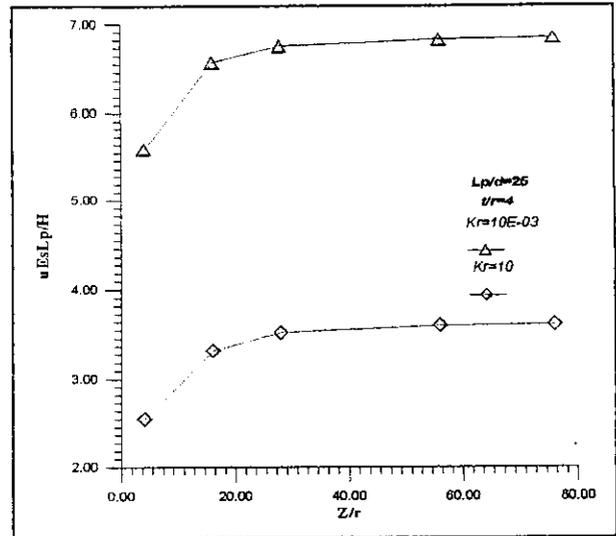
(a)



(b)



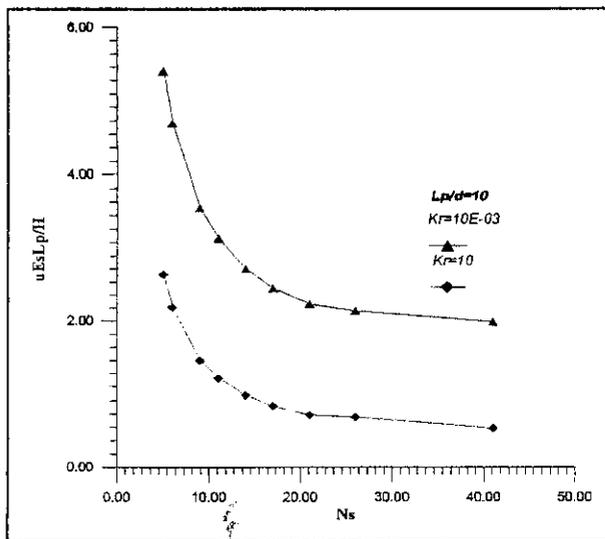
(c)



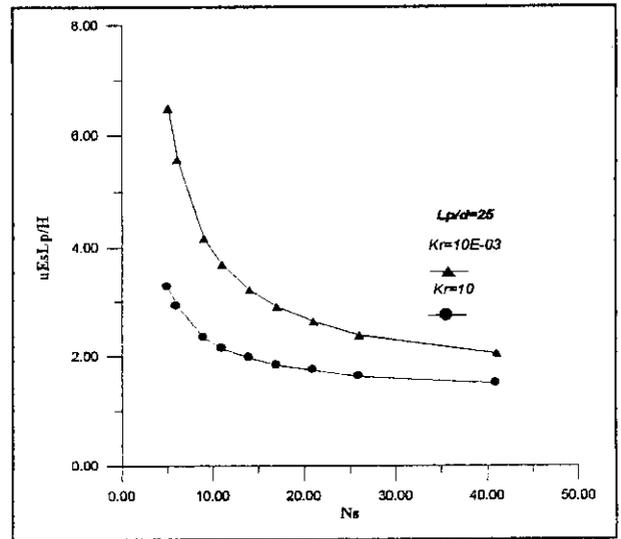
(d)

Figure IV.3 : Effet des distances du maillage sur les déplacements du pieu pour $L_p/d=25$
 (a) $t=r$, (b) $t=2r$, (c) $t=3r$, (d) $t=4r$

Il est clair à partir de ces figures que la convergence est atteinte lorsque $Z=30 r$, on prendra alors $Z=40 r$, car à partir de cette distance les déplacements ne seront pas affectés. La figure IV.4 et la figure IV.5 illustrent la valeur adimensionnelle du déplacement en fonction du nombre des tranches N_t , comme on peut le voir, à partir de ces figures la stabilité du déplacement est pratiquement atteinte à environ $N_t = 20$.



(a)



(b)

Figure IV.4 : Effet du nombre des tranches sur les déplacements du pieu
 (a) $L_p/d=10$, (b) $L_p/d=25$

On conclut finalement pour cette étude paramétrique limitée, que le maillage dans le plans horizontal est arrêté à $Z=40 r$, cette distance n'a pratiquement aucun effet sur le comportement du pieu. Le nombre des tranches est pris égale à 20 tranches.

La première tranche qui contient le pieu a une épaisseur égale à r , tandis que les autres tranches ont une épaisseur égale à $2r$. C'est avec ce maillage qu'on va étudier les pieux chargés horizontalement, aussi ce maillage sera encore utilisé dans l'étude des pieux chargés axialement qui aura lieu dans le chapitre suivant.

IV.3- Hypothèses :

Dans cette première partie, le sol est considéré comme étant un milieu isotrope, élastique et linéaire, trois cas sont étudiés :

- Pieux fichés dans un sol homogène.
- Pieux fichés dans un sol non homogène.
- Pieux fichés dans un bicouche
- Pieux reposant sur un substratum rigide.

Les pieux considérés sont des pieux de section circulaire pleine, de diamètre d , avec un module d'élasticité E_p et un coefficient de poisson ν_p . Le matériau constituant le pieu est également élastique linéaire.

Le système sol-pieu est supposé comme étant en parfaite adhérence, c'est-à-dire le glissement relatif entre le sol et le pieu n'est pas pris en compte.

IV.4- Validation de la méthode dans le cas d'un pieu flottant fiché dans plusieurs types de sol :

IV.4.1- Pieu chargé horizontalement dans un sol homogène :

Notre première étude va se basée sur ce type de sol, qui se définit comme étant un milieu qui représente une rigidité constante sur toute la profondeur. Une comparaison des déplacements et des moments en terme adimensionnel afin de confirmer la capacité de notre programme *Pile-3D_vsm* va être faite avec d'autres méthodes numériques, qui sont :

- Poulos (1971)
- Verruijt et Kooijman (1989)
- La théorie du module de réaction (Verruijt et Kooijman, 1989).
- ELASPULL (Amar Bouzid, 1997).
- PULL2B (Poulos 1989)

Les grandeurs intervenantes sont :

E_p et ν_p : qui sont le module d'Young effectif du pieu et son coefficient de poisson.

E_s , m et ν_s : qui sont respectivement le module d'Young du sol homogène, le taux d'accroissement de la rigidité d'un sol de Gibson et le coefficient de poisson du sol.

L_p et d sont la fiche du pieu et son diamètre.

H est l'effort latéral (horizontal) auquel le pieu est soumis.

Les valeurs adimensionnelles utilisées sont :

uE_sL_p/H Pour les déplacements.

M/L_pH Pour les moments.

$K_r = \frac{E_p I_p}{E_s L_p^4}$ Pour le facteur de flexibilité.

Le pieu dans notre cas a un élancement $\frac{L_p}{d} = 25$ et $\frac{L_p}{d} = 15$ ainsi qu'un $\nu_p = 0.25$, le sol a un module d'Young constant, le coefficient de poisson est pris égale à 0.5 pour notre calcul en éléments finis.

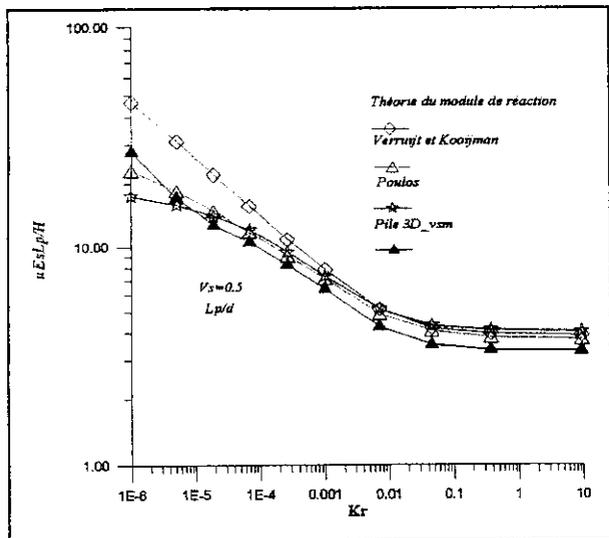


Figure IV.5 : Comparaison des déplacements en tête du sous un chargement horizontal du pieu dans un sol homogène $L_p/d=25$

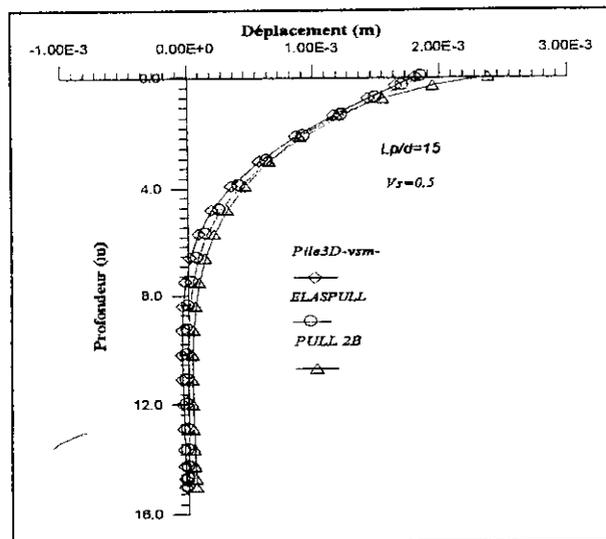


Figure IV.6 : Comparaison des déplacements le long d'un pieu en fonction de la profondeur sous un chargement horizontal, dans un sol homogène

Les figures 4.5 et 4.6 ci-dessus, montrent respectivement la variation des déplacements adimensionnels en tête du pieu en fonction du facteur de flexibilité K_r , et la variation des déplacements en fonction de la profondeur. Comme on peut le constater, un accord acceptable est aperçu entre notre code numérique et les différentes méthodes numériques citées ci-dessus.

Ce pendant, pour la figure 4.5 une légère différence apparaisse quand K_r augmente. Pour la figure 4.6 on remarque une correspondance presque parfaite avec les deux dernières méthodes citées ci-dessus.

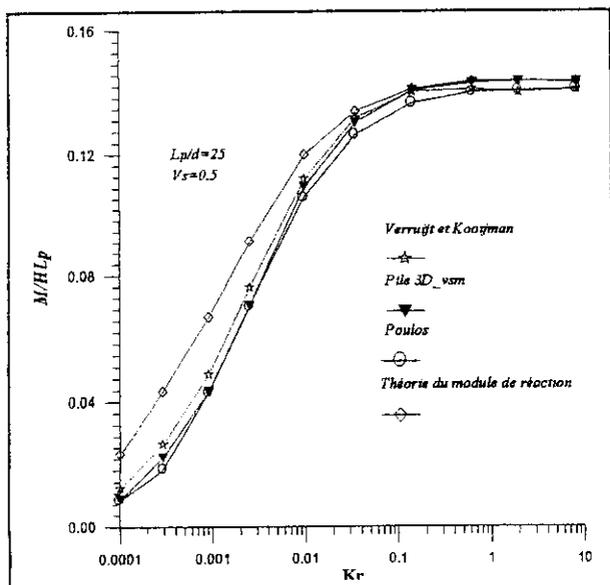


Figure IV.7 : Comparaison des moments maximum dans un sol homogène, $L_p/d=25$

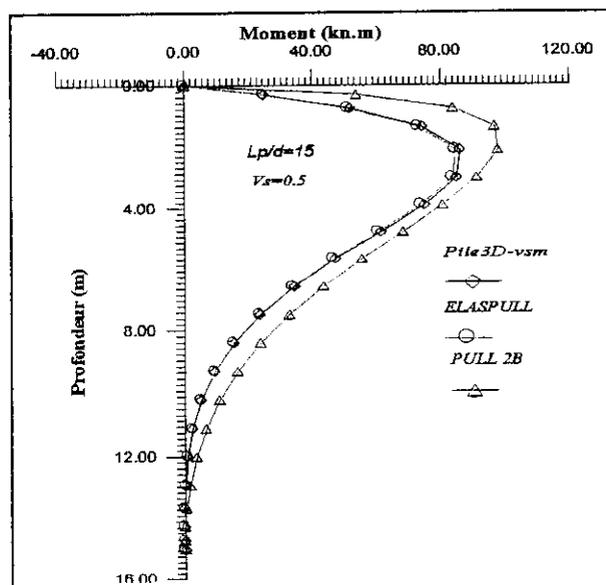


Figure IV.8 : Comparaison des moments fléchissant dans un sol homogène, $L_p/d=15$

La figure 4.7 montre le moment maximum dans le pieu en fonction du facteur de flexibilité K_r , et comme on peut le voir, un très bon accord est obtenu avec les différentes solutions numériques. Même remarque pour la figure 4.8 qui montre la variation du moment le long du pieu en fonction de la profondeur.

IV.4.2- Pieux chargés horizontalement dans un sol de Gibson :

L'hétérogénéité d'un sol est principalement dictée par l'histoire de ces états de contraintes. Les contraintes effectives augmentent généralement avec la profondeur. Ce qui nous amène à adopter des modules de déformation en fonctions de la profondeur.

Gibson en 1967 a proposé :

$$E(z) = E(0) + m.z \tag{4.4}$$

$E(z)$: Module d'Young à la profondeur z .

$E(0)$: Module d'Young en surface.

m : une constante élastique (taux d'accroissement).

Dans ce cas de type de sol, on va se limiter à la validation de notre programme. Le pieu est fiché dans un sol de Gibson, avec un module d'élasticité variant linéairement avec la profondeur :

$$E_s = m.z \tag{4.5}$$

Les valeurs adimensionnelles utilisées sont :

$$\frac{u}{H} \frac{r^2 m}{H}, \text{ Déplacement adimensionnel.}$$

$$K_r = \frac{E_p}{m r}, \text{ Facteur de flexibilité. L'élanement du pieu est } \frac{L_p}{d} = 25, \text{ le diamètre est de } d.$$

La variation du déplacement adimensionnel en fonction de la rigidité relative $K_r = \frac{E_p}{m r}$ est illustrée

dans la figure 4.11. Cette figure montre la comparaison avec d'autres méthodes numériques :

- Verruijt et Kooijman (1989).
- La théorie du module de réaction (Verruijt et Kooijman, 1989).
- Banerjee et Davis (1978).

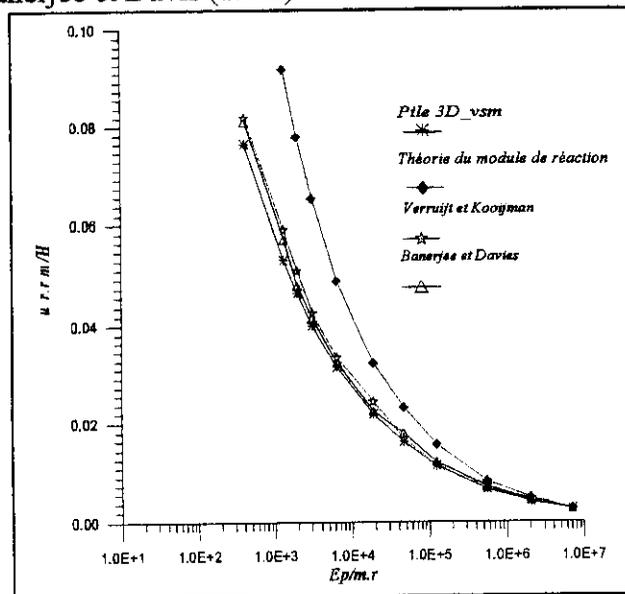


Figure IV.9 : Comparaison des déplacements en tête du pieu dans un sol de Gibson pour $L_p/d=25$

IV.4.3- Pieux chargés horizontalement dans un sol bicouche :

Dans le cas d'un pieu fiché dans un sol bicouche, le facteur d'influence est exprimé par la relation suivante :

$$I_{uh} = \frac{uE_b L_p}{H} \quad (4.6)$$

E_b est le module d'Young de la deuxième couche, d'ont la profondeur est de $L_p/2$ de la surface.

La figure 4.10 montre un pieu fiché dans un bicouche, le comportement du pieu est montré par la Figure 4.11 ou' on peut voir la consistance de notre code numérique par rapport à deux autres méthodes :

- Hull (méthode des éléments de frontières, 1987)
- Lee et Small (Méthode des couches finis, "M.C.F", 1991)

Avec lesquelles notre modèle est validé.

La figure 4.11 montre le déplacement adimensionnel en fonction du rapport E_t/E_b pour deux facteurs de flexibilité, $K_r = 10^{-3}$ et 10^{-1} .

$$\text{Avec : } K_r = \frac{E_p I_p}{E_b L_p^4} \quad (4.7)$$

E_t module d'Young de la première couche.

E_b module d'Young de la deuxième couche.

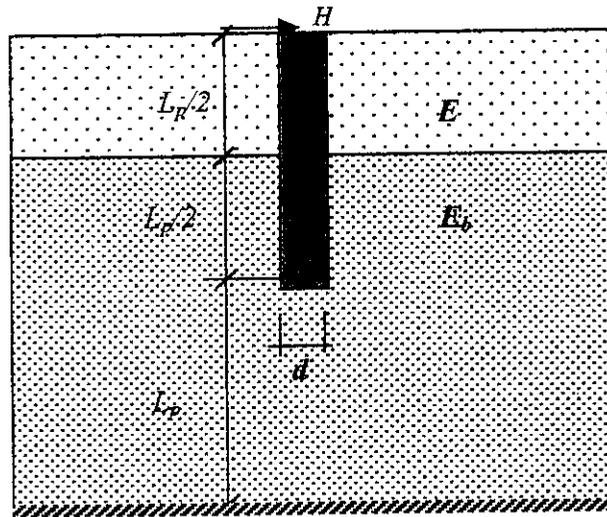


Figure IV.10 : Pieu fiché dans un sol formé de deux couches

On peut voir dans la figure 4.11 le bon accord entre notre modèle d'éléments finis à tranches verticales et celui de Hull ainsi que Lee et Small (1991).

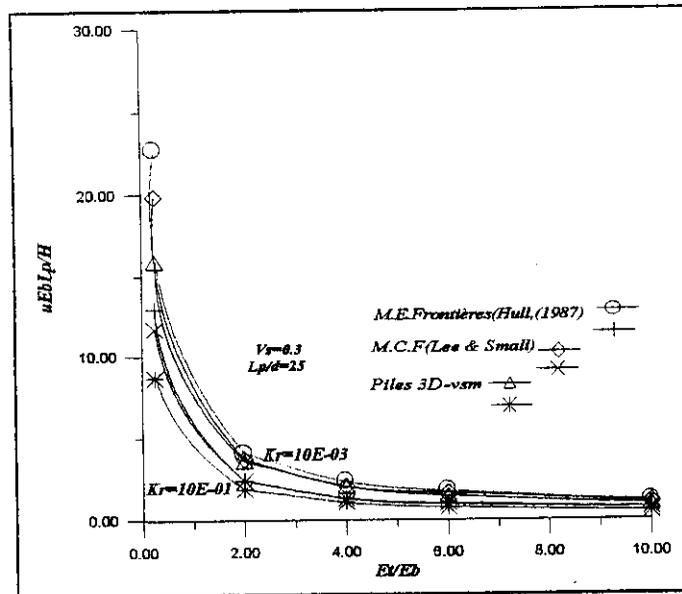


Figure IV.11 : Déplacement d'un pieu chargé latéralement dans un sol bicouche

En fin, on peut dire que pour toutes les comparaisons qui ont été faites, les déplacements et les moments fléchissants montrent un très bon accord avec les autres méthodes numériques.

IV.5- Etude paramétrique :

Le comportement d'un pieu est très compliqué sur tout lorsqu'il est soumis aux efforts de renversement, par ce qu'il est influencé par plusieurs facteurs. A fin de voir l'influence de ces facteurs sur le comportement du pieu, une petite étude paramétrique va être établie dans ce qui suit.

On se limitera dans notre mémoire à l'étude de l'influence du facteur de flexibilité sur le comportement d'un pieu sous chargement horizontal dans deux types de sol, les quels on a entrepris leurs validation auparavant, qui sont :

- Un sol homogène.
- Un sol non-homogène (sol de Gibson).

A noter que d'autres investigations peuvent être faites en fonction d'autres facteurs, tel que le facteur de rigidité relative ou flexibilité sol/pieu, et l'élanement.

Le but de cette étude est de dévoiler l'importance du facteur de flexibilité et le rôle qu'il exerce sur le comportement du pieu et ses réponses, en l'occurrence, le déplacement latéral et le moment fléchissant.

a- Sol homogène :

Un sol homogène est un sol qui représente une rigidité constante sur toute sa profondeur, l'expression du facteur de flexibilité est donnée par :

$$K_r = \frac{E_p I_p}{E_s L_p^4} = 10, 1, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$$

L'élançement est donnée par :

$$\frac{L_p}{d} = 15$$

Le tableau I donne les propriétés du pieu utilisé :

Tableau I : tableau donnant les propriétés du pieu utilisé.

L_p	15 m
d	1 m
ν_s, ν_p	0.4, 0.25
E_p	$20 \text{ E}10^{-6} \text{ kn/m}^2$

b- Sol non-homogène :

Ce type de sol est caractérisé par un module d'Young qui varie avec la profondeur.

Il est exprimé par l'équation (4.1).

Dans ce type de sol le facteur de flexibilité est exprimé par :

$$K_r = \frac{E_p I_p}{m L_p^5} = 10, 1, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$$

L'élançement est le même que celui donné dans un sol homogène.

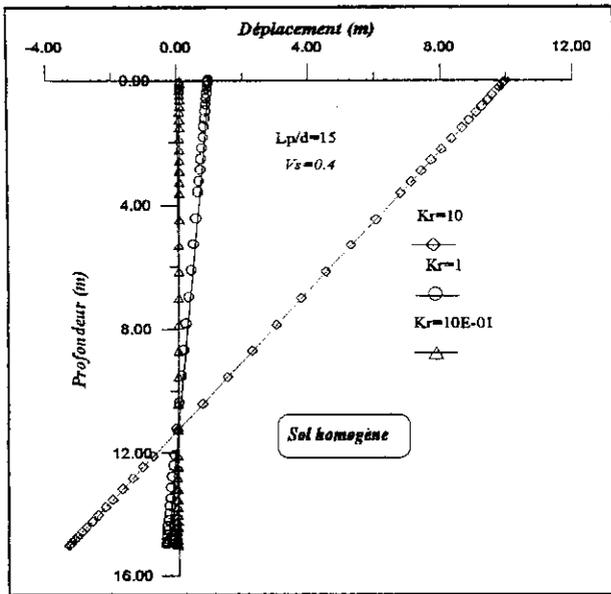
IV.5.1- Discussion de l'étude paramétrique :

A partir de cette étude paramétrique, on voit clairement l'influence du facteur de flexibilité du sol. Pour les figures (4.12-a, 4.13-a) on peut dire que plus le facteur de flexibilité est grand plus le pieu se comporte comme un pieu rigide d'après son allure, malgré l'accroissement du déplacement proportionnel à ce facteur et son élançement.

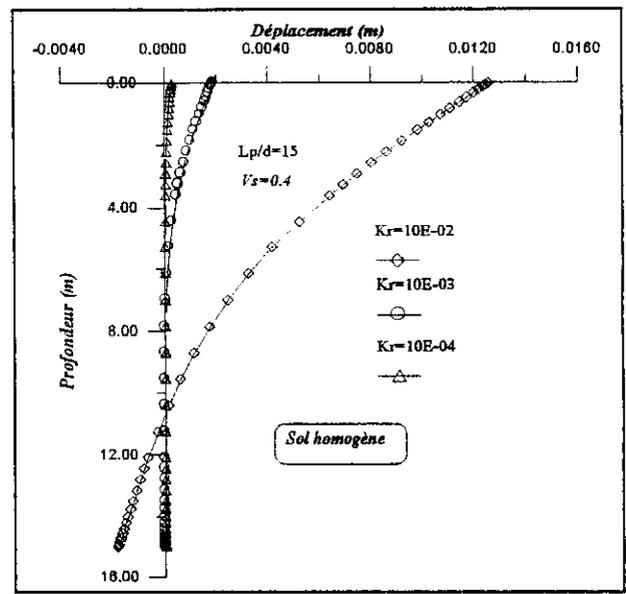
Pour les figures (4.12-b, 4.13-b), le pieu se comporte comme un pieu flexible, ce qui reflète son vrai comportement vu sa nature, le déplacement aussi varie proportionnellement avec ce facteur, plus il diminue plus le déplacement diminue.

On peut aussi remarqué pour l'ensemble de ces figures le même point de rotation, qui est proche de la pointe, il représente la limite entre deux zones : la partie supérieure représente la zone de poussée et la partie inférieure représente la butée.

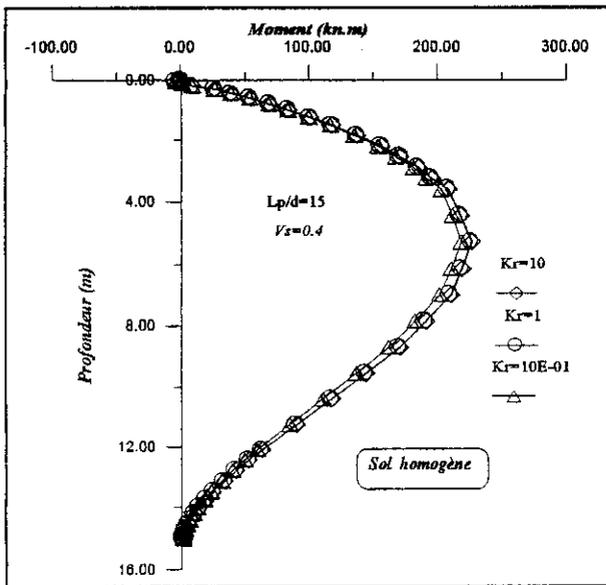
Pour les figures (4.12-c, 4.13-c), pour les rigidités 10, 1, 10^{-1} les valeurs du moment fléchissant sont très proches, ce qui n'est pas le cas pour les figures (4.12-d, 4.13-d) où on voit clairement la différence énorme entre les moments le long de la profondeur pour les rigidités 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} . On constate aussi que le moment maximum se trouve de plus en plus proche à la surface pour les trois dernières rigidités.



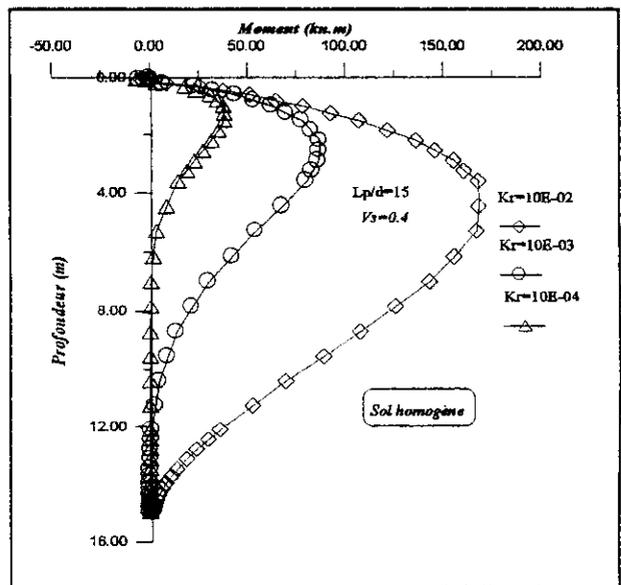
(a)



(b)

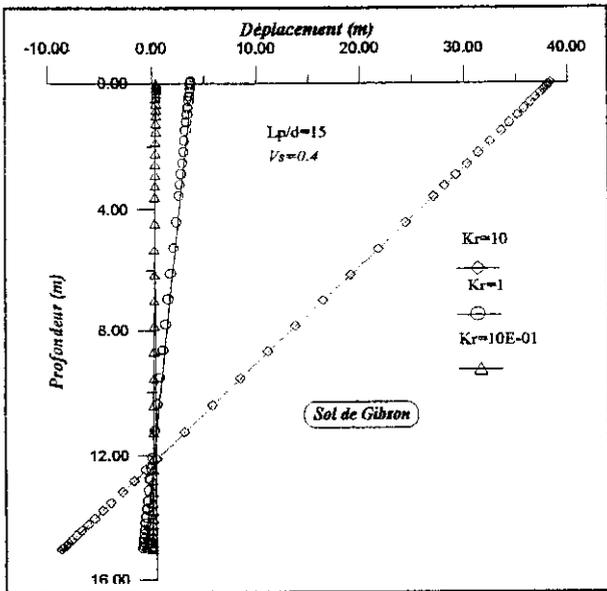


(c)

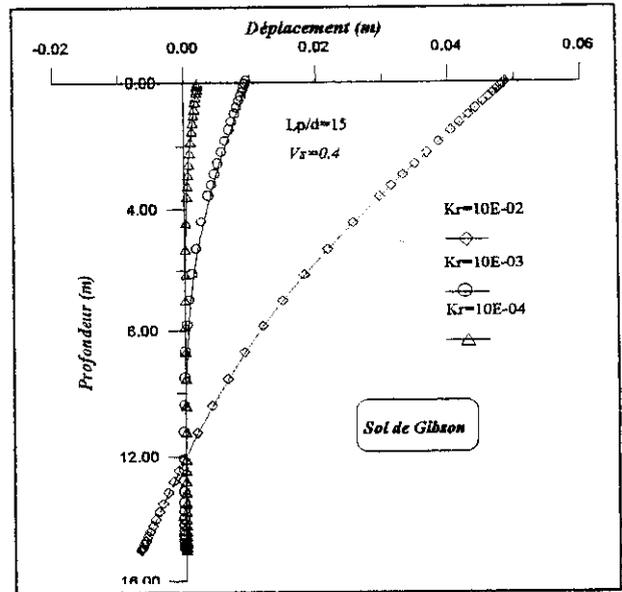


(d)

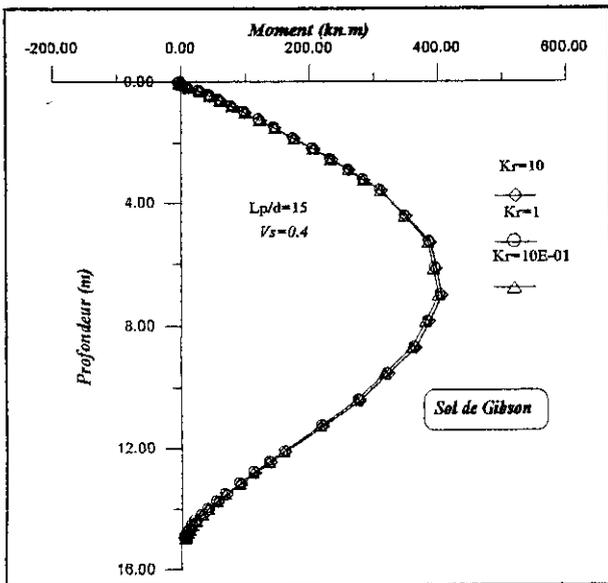
Figure IV.12 : Effet du facteur de flexibilité sur un pieu sous un chargement horizontal dans un sol homogène



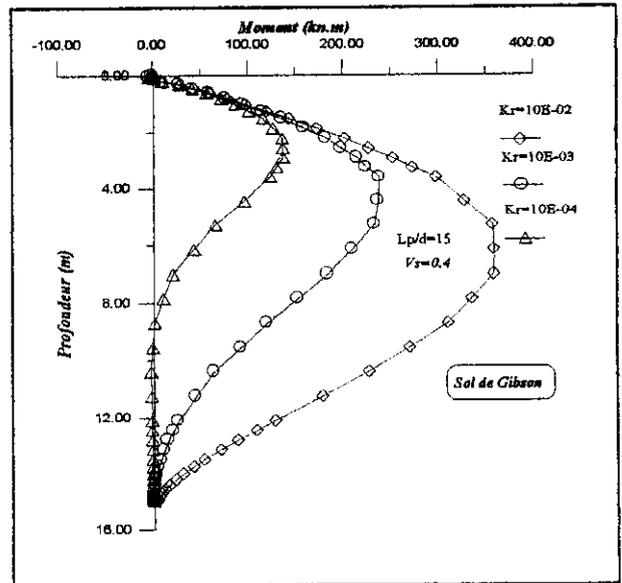
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure IV.13 : Effet de la rigidité relative sous un chargement horizontal dans un sol non-homogène

Résumé :

Dans ce chapitre on va procéder en premier lieu à une introduction décrivant la problématique ainsi que les propriétés du sol ou' le pieu est encre.

*En suite, un aperçu sur le maillage utilisé est signalé. On va par la suite entamer une validation de notre code numérique qu'on a mis au point **Pile-3D_vsm**, ou' on va considérer un pieu soumis à un chargement vertical dans plusieurs type de sol :*

- *Sol homogène.*
- *Sol de Gibson.*
- *Sol multicouche.*
- *Pieu encre dans un sol d'épaisseur finie reposant sur un substratum rigide.*

On procédera par la suite à l'établissement des courbes donnant les facteurs de correction : C_{vs} et C_h , correspondant respectivement au coefficient de poisson ν_s , et la profondeur h au-dessous de la pointe du pieu, ces courbes sont élaborés afin de permettre de trouver les différents déplacements adimensionnels I en fonction de C_{vs} et C_h sans avoir recoure au programme.

V.1- Introduction :

Bien que le problème des pieux chargés axialement soit un problème axisymétrique, le modèle des tranches verticales est aussi applicable à ce problème.

La réponse d'un pieu chargé axialement est contrôlée souvent par sa rigidité axiale (Desai et al.1974).

Le module d'Young affecté à chaque élément du pieu est déterminé à partir de l'expression suivante :

$$E_{\text{Péquivalent}} = \frac{(E_p A_p)_{\text{circulaire}}}{d^2} \quad (5.1)$$

Ou' : $E_p A_p$: est la rigidité axiale du pieu.
 d : est le diamètre du pieu.

Dans cette analyse on va étudier des pieux de plusieurs élancements, et on confirmera la consistance de notre programme avec d'autres méthodes numériques dans plusieurs types de sol :

- Sol homogène.
- Sol non homogène de Gibson.
- Sol multicouche
- Pieu encré dans un sol reposant sur un substratum rigide.

En suite on entamera une deuxième partie, qui consiste à l'établissement des courbes donnant les facteurs de correction (C_{vs} , C_h), qui correspondent respectivement aux facteurs de correction du coefficient du poisson ν_s , et à la profondeur h sous la pointe du pieu.

V.2 – Etude d'un pieu sous chargement axial dans un sol homogène :

Dans cette partie on étudiera le comportement d'un pieu sous chargement axial, la figure 5.1 montre un pieu flottant de longueur L_p et de diamètre d soumis à un chargement axial V .

Le sol est considéré élastique avec un module d'Young constant E_s et un coefficient de poisson ν_s .

Le maillage des tranches verticales contient 748 éléments. La dimension horizontale est la même que celle décrite pour le chargement horizontal (Figure 4.2); la dimension dans la direction verticale est de $2L_p$.

La limite du maillage dans la direction Z est prise égal à $20d$ c'est-à-dire 20 tranches.

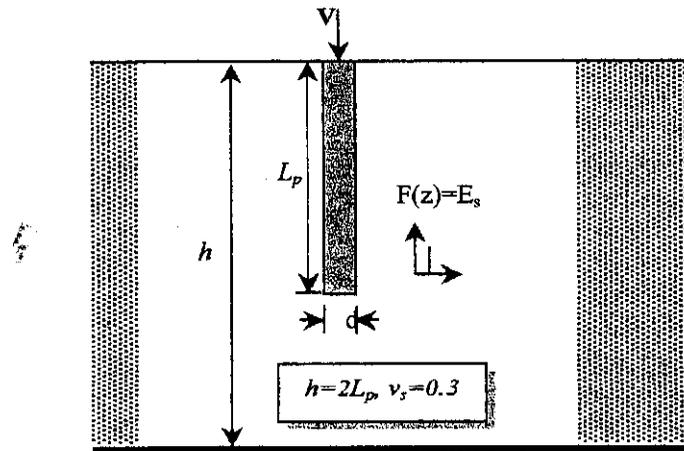


Figure V.1 : Pieu chargé verticalement fiché dans un sol homogène

Le paramètre majeur qui caractérise le comportement d'un pieu chargé axialement, est le tassement en tête du pieu, ce déplacement est conventionnellement exprimé dans une forme adimensionnelle appelé facteur d'influence :

$$I_{vV} = \frac{vE_s d}{V} \tag{5.2}$$

Où : v : est le tassement en tête du pieu.

Dans le but de vérifier la consistance de notre code numérique on va procéder à une comparaison avec plusieurs méthodes numériques et analytiques :

- Weiming et Novak (1991).
- El Sharnouby et Novak (1990).
- Rajapakse et Shah (1984).
- Poulos et Davis (1980).
- Randolph et Wroth (1978).
- Lee (1991).

Pour un coefficient de poisson : $\nu_s=0.5$

$$\nu_s=0.25$$

Ainsi pour des élancements allant de 20 à 100.

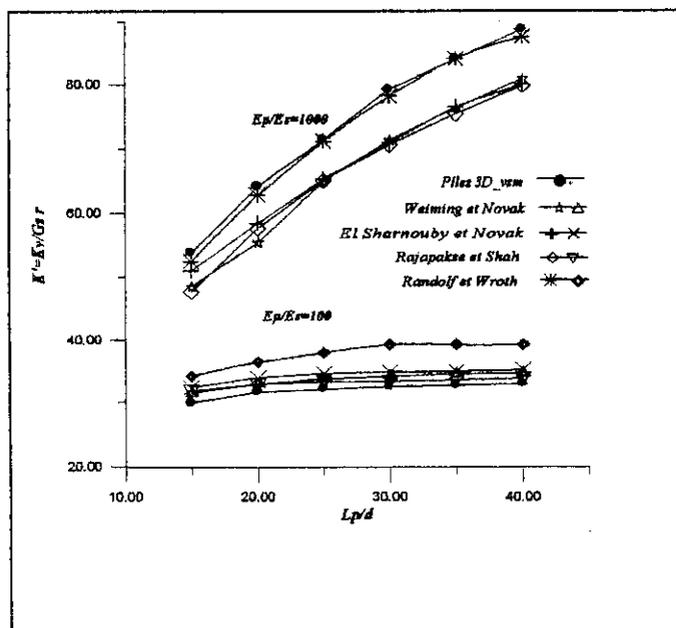


Figure V.2 : Rigidité verticale D'un pieu flottant dans un sol homogène; $\nu_s=0.5$

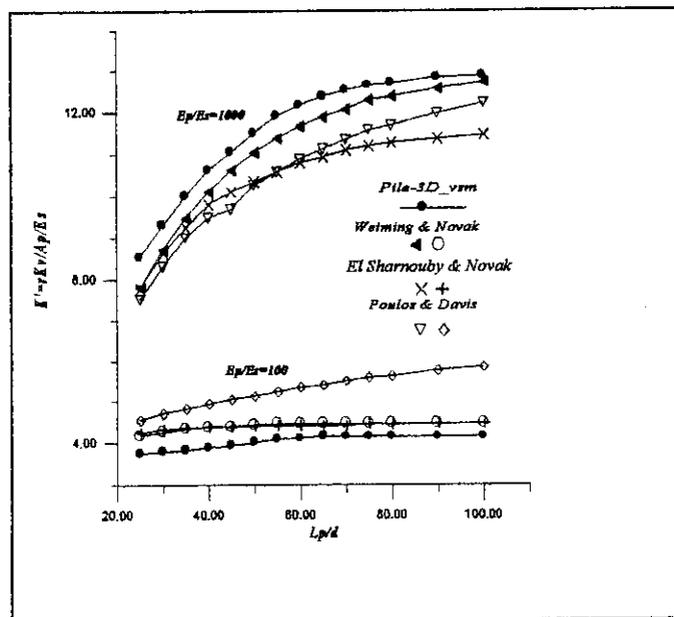


Figure V.3 : Rigidité verticale D'un pieu flottant dans un sol homogène; $\nu_s=0.5$

Les figures V.2 et V.3, montrent la variation de la rigidité verticale $K_v = (V/v)/G_s r$ en tête du pieu en fonction de l'élancement pour un rapport $K = E_p/E_s = 100$ et 1000 ; et pour des coefficients de poisson respectivement égale à 0.5 et 0.25 .

E_p : est le module d'Young du pieu
 E_s : est le module d'Young du sol.

Comme on peut le voir dans la figure 5.2, un très bon accord est clairement remarqué pour les deux valeurs de K entre notre modèle et les autres méthodes numériques cités ci-dessus.

Pour la figure 5.3, un bon accord est remarqué pour $K=100$, ainsi qu'une légère surestimation pour $K=1000$ entre notre modèle et les méthodes de Weiming, El Sharnouby et Rajapakse et on

remarque pour la même valeur de K un très bon accord dans le résultats entre notre modèle et la méthode analytique de Randolph et Wroth (1978) (Voir Chap.II).

La surestimation ou la souestimation est entre 2 et 15% d'une manière générale, et elle est probablement due aux différentes hypothèses prises dans chaque méthode. En général, les résultats trouvés entre notre modèle et les autres méthodes numériques sont bons.

En comparant aussi notre programme avec d'autres solutions analytiques trouver dans la littérature (Poulos et Davis, 1980), le tableau I ci-dessous montre la bonne approche qu'il y a entre les différentes solutions

Tableau I : Comparaison entre plusieurs solutions analytiques de tassement d'un pieu flottant dans un massif semi-infini homogène, (Poulos et Davis, 1980).

$$K=1000$$

$$\nu_s=0.4$$

L_p/d	Facteur d'influence de tassement, I_{vw}		
	Poulos et Davis (1980)		Pile_3D-vsm
	Eléments finis Lee (1973)	Approche élastique de Mindlin	
3.5	0.267	0.258	0.246
5.0	0.211	0.205	0.201
10.5	0.115	0.112	0.109
19.5	0.094	0.092	0.089

V.3-Pieu chargé axialement dans un sol de Gibson :

Dans le cas d'un pieu fiché dans un sol de Gibson (sol non homogène), le facteur d'influence de tassement est exprimé par la relation suivante :

$$I_{vw} = \frac{v d E_{sLp}}{V} \tag{5.3}$$

Où : E_{sLp} : est le module d'Young du sol à la pointe du pieu.

La figure 5.4 montre plus clairement un pieu fiché dans un sol de Gibson :

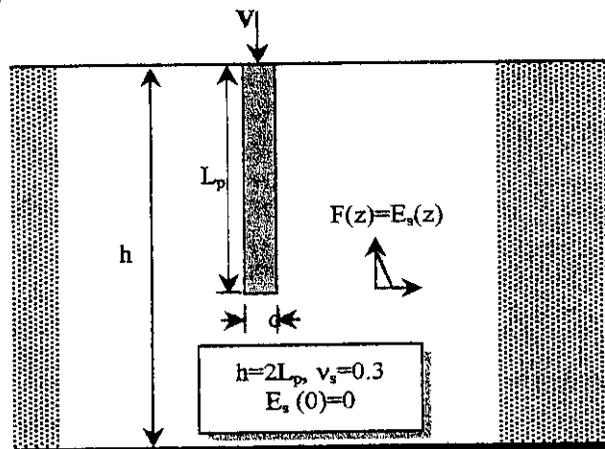


Figure V.4 : Pieu chargé axialement dans un sol de Gibson

Comme pour le sol homogène on a procédé à une validation entre notre modèle et d'autres solutions numériques pour confirmer la consistance de ce dernier, le tableau II montre les différents

résultats obtenus pour les élancements $L_p/d=10$ et 25 , et $K=E_p/E_s=100$ et 1000 ainsi qu'un coefficient de poisson égale à 0.5 .

Tableau II : Comparaison entre plusieurs solutions analytiques de tassement d'un pieu flottant dans un sol de Gibson :

Méthodes d'analyses	Facteur d'influence de tassement, I_{vr}			
	$L_p/d=10$		$L_p/d=25$	
	$K=100$	$K=1000$	$K=100$	$K=1000$
Pile 3D-vsm	0.292	0.1808	0.304	0.121
Poulos (FEM) (1979)	0.231	0.184	0.250	0.118
Poulos (BEM) (1979)	0.249	0.176	0.274	0.122
Banerjee et Davies (1978)	0.241	0.233	0.204	0.116

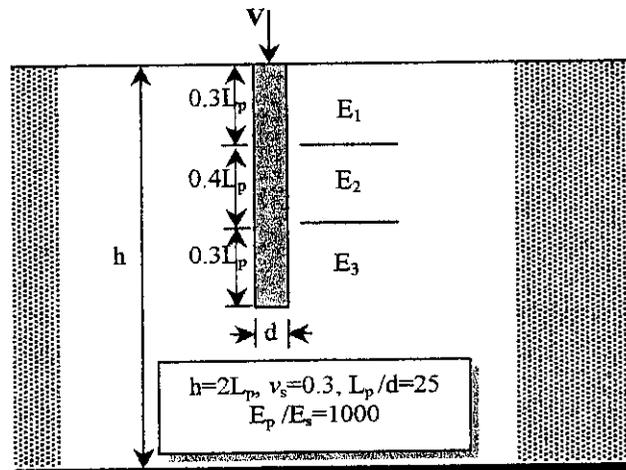
Comme on peut le voir dans le tableau ci-dessus, les comparaisons sont faites entre :

- Poulos (éléments finis)
- Poulos (éléments aux frontières)
- Banerjee et Davies (éléments aux frontières)

Il apparaît clairement qu'il y a un très bon accord entre notre modèle et les autres solutions numériques, à une différence près.

V.4- Pieu charge axialement dans un sol multicouche :

Le cas d'un pieu fiché dans un sol multicouche, a été étudié par plusieurs auteurs; dans notre cas on va considérer que le sol est composé de trois couches comme on peut le voir dans la figure 5.5.



FigureV.5 : Pieu chargé axialement fiché dans un sol multicouche

E_1, E_2, E_3 sont respectivement pris comme l'indique le tableau suivant :

Cas	1	2	3
E_1	E_s	$4E_s$	$2E_s$
E_2	$2E_s$	$2E_s$	E_s
E_3	$4E_s$	E_s	$4E_s$

En respectant les cas mentionné dans le tableau ci-dessus, les solutions obtenues du tassement adimensionnel en tête du pieu sont données dans le tableau III, sachant que la valeur adimensionnelle de ce dernier est :

$$I_{vV} = \frac{vdE_s}{V} \tag{5.4}$$

Tableau III : Comparaison entre les solutions du tassement adimensionnel du pieu dans un sol multicouche :

Cas	Facteur d'influence du tassement, I_{vV}			
	Pile_3D-vsm	Lee (1991)	Poulos (FEM) (1979)	Poulos (BEM) (1979)
1	0.0386	0.0361	0.0377	0.0386
2	0.0366	0.0372	0.0430	0.033
3	0.0384	0.0358	0.0382	0.0366

Les comparaisons entre les solutions dans le tableau III, indiquent un bon accord entre le modèle des tranches verticales et le modèle des ressorts de Lee (1991), ainsi que celui de Poulos, qu'il soit celui des éléments finis ou des éléments de frontières (1979).

Comme on peut le constater, un très bon accord se trouve en général entre le modèle des tranches verticales et les autres modèles dans les trois cas.

V.5-Pieu charge axialement reposant sur un substratum rigide :

Le pieu est supposé fiché dans un massif semi-infini, et reposant sur une couche très rigide (roche), donc le sol est modélisé en deux couches l'une contient le pieu et l'autre contient le substratum rigide. C'est-à-dire la couche sur la quelle repose le pieu.

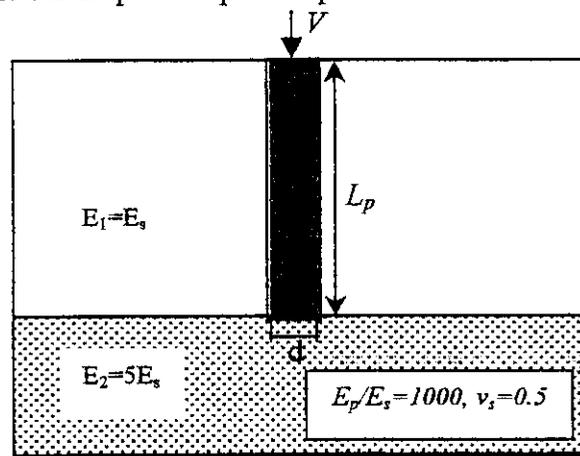


Figure V.6 : Pieu chargé axialement reposant sur un substratum rigide

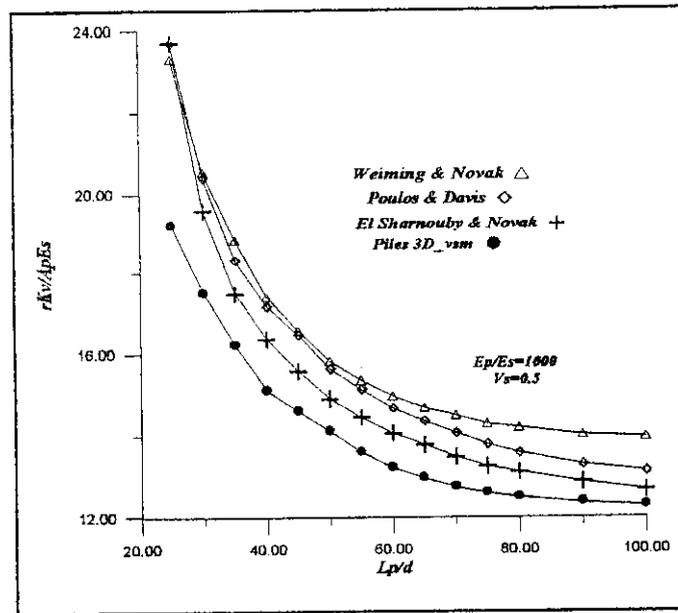


Figure V.7 : Comparaison entre la rigidité verticale d'un pieu reposant sur un substratum rigide

V.6- Facteurs de correction pour un pieu isolé chargé axialement :

Dans le but de simplifier la prédiction du déplacement en tête du pieu, et pour pouvoir obtenir celui-ci pour n'importe quel coefficient de poisson ν_s , allant de 0 à 0.5 et n'importe quelle profondeur sous le pieu exprimer en grandeur adimensionnelle h/L_p , allant de 1 à ∞ ; et ça en interpellant à partir des courbes les valeurs qui corriges le déplacement en tête du pieu. On a procédé à l'établissement d'une série de courbe, exprimant ces valeurs dit : facteurs de correction. Le premier consiste à porter des corrections, sur le déplacement en tête du pieu pour un coefficient de poisson donné, noté C_{ν_s} , le deuxième facteur consiste à porter des corrections, sur le déplacement en tête du pieu, pour n'importe quelle profondeur sous le pieu, noté C_h ; et ça à partir d'un déplacement initial exprimé en grandeur adimensionnelle appelé facteur d'influence I_0 .

Pour ça, on a établi en premier lieu une courbe exprimant le facteur d'influence I_0 en fonction de K , pour une valeur de $h/L_p = \infty$ et un coefficient de poisson $\nu_s = 0.5$.
Le déplacement corrigé est exprimé comme suite :

$$I = I_0 C_{\nu_s} C_h \tag{5.5}$$

Avec :

- I : est le déplacement dimensionnel corrigé en tête du pieu
- I_0 : est le déplacement dimensionnel initial en tête du pieu
- C_{ν_s} : est le facteur de correction correspondant à coefficient de poisson
- C_h : est le facteur de correction correspondant à la profondeur sous le pieu

Pour l'obtention de C_{ν_s} , on fait varier le coefficient de poisson tout en gardant le rapport $h/L_p = \infty$ constant.

On obtient alors le déplacement en tête du pieu I_{ν_s} , qui correspond à la valeur du coefficient du poisson donné. D'où on tire le premier facteur de correction C_{ν_s} , dont l'expression est :

$$C_{vs} = \frac{I_{vs}}{I_0} \quad (5.6)$$

En procède de la même manière pour le deuxième facteur de correction, mais cette fois en fait variée le rapport h/L_p , tout en gardant le coefficient de poisson constant $\nu_s=0.5$. On obtient alors le déplacement en tête du pieu I_h , qui correspond à la valeur du rapport h/L_p donné. D'où on tire le deuxième facteur de correction C_h , dont l'expression est :

$$C_h = \frac{I_h}{I_0} \quad (5.7)$$

Ce travail est fait pour plusieurs valeurs de rigidité relative $K = E_p/E_s$ égale à 100, 1000, 100000. On a commencé par la figure 5.8 qui donne le facteur d'influence I_0 en fonction de K et pour plusieurs élancements.

Les figures : 5.9-a, 5.9-b, 5.9-c montrent la variation du premier facteur de correction C_{vs} en fonction du coefficient de poisson.

Pour les différentes valeurs de K , la variation est presque linéaire. Comme le montre la figure 5.9-a, pour $K=100$, on remarque une approche apparente dans les valeurs des facteurs de correction pour les élancements 2 et 5 ainsi que pour les élancements 20 et 50. Pour $K=1000$ et comme le montre la figure V.9-b l'approche est remarquée pour les élancements 5, 10 et 20, pour les élancements 50 et 20 on remarque que dans l'intervalle où $\nu_s=0.3$ à 0.5 les valeurs des facteurs de correction sont confondues, en fin et comme on peu le voir dans la figure V.9-c, pour $K=10000$ on remarque que les valeurs des facteurs de correction sont proches pour les élancements 20 et 50.

Ce qu'on peut aussi remarquer et que l'ordre des élancements pour $K=100$ et 1000 n'est pas respecté ainsi que l'allure de la courbe qui n'est pas totalement linéaire, tant disque qu'il est très bien respecté et l'allure est totalement linéaire pour $K=10000$ et c'est probablement dû à la stabilisation des déplacements à partir de cette valeur comme on peut le constater dans la figure 5.8.

Les figures : 5.10-a, 5.10-b, 5.10-c montrent la variation du deuxième facteur de correction C_h en fonction du rapport h/L_p , pour toutes les figures et pour toutes les valeurs de K , on remarque une variation remarquable pour $h/L_p=1$ à 2, qui diminue au-delà de 2 et devient presque constante et confondue pour $h/L_p \geq 10$.

Cette stabilité dans l'allure au-delà de cette valeur indique que dépassant celle-ci, le facteur de correction est constant et égal à l'unité, ce qui veut dire que pour $h/L_p \geq 10$ la variation dans ce rapport n'a aucune influence sur le déplacement en tête duc pieu.



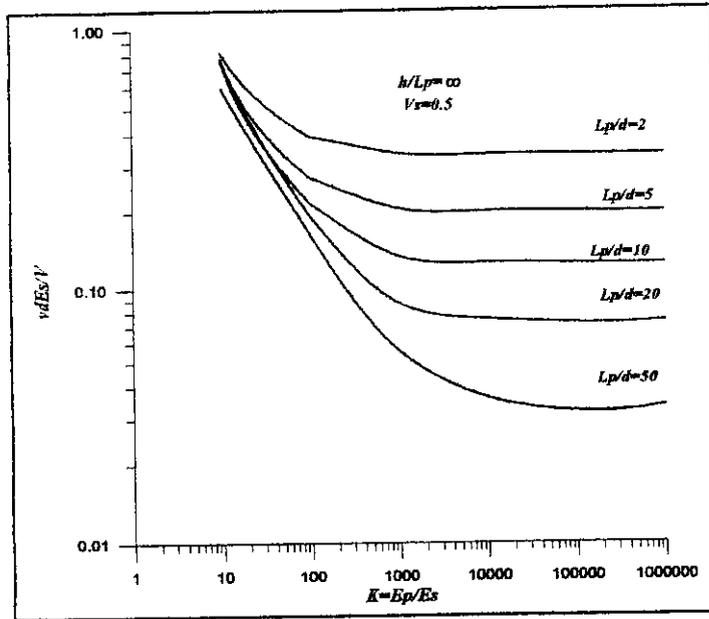
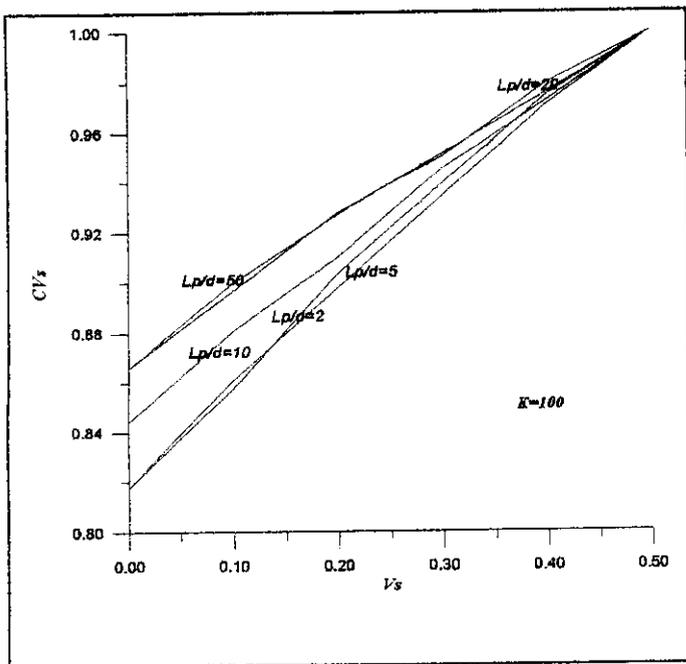
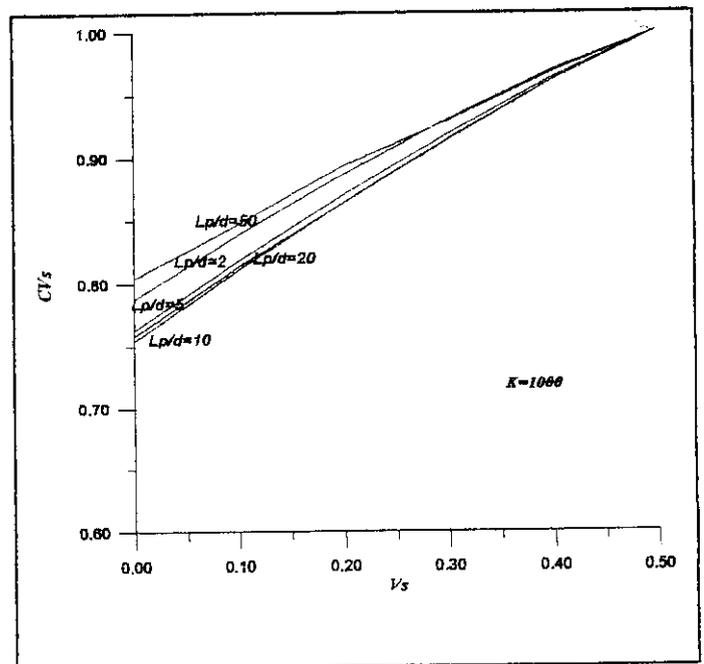


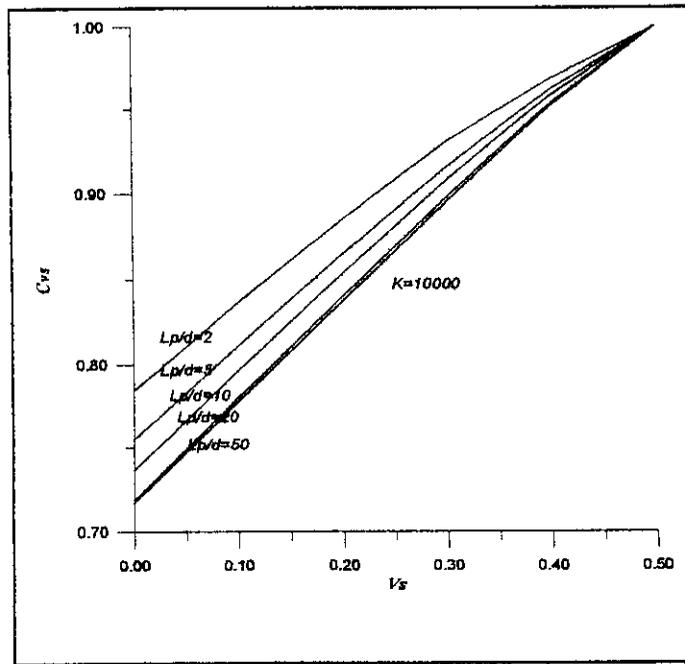
Figure V.8 : Facteur d'influence, I en fonction de la rigidité relative K pour plusieurs élancements



(a)

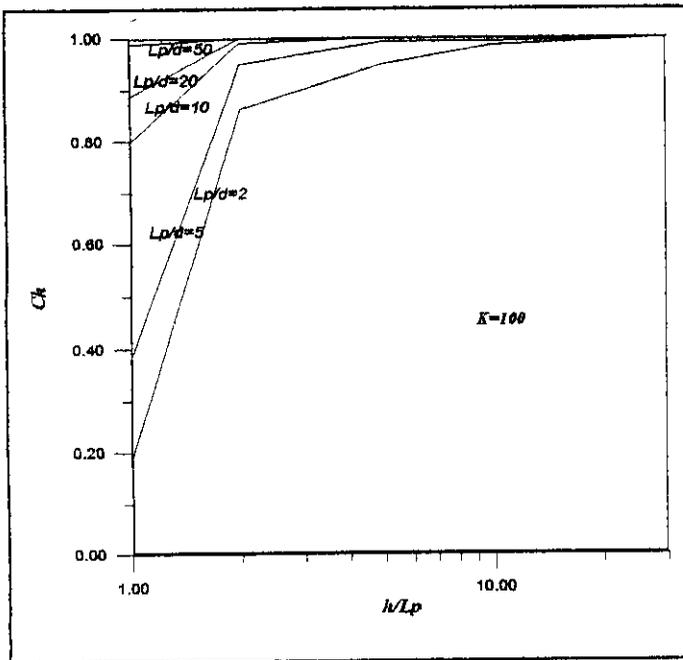


(b)

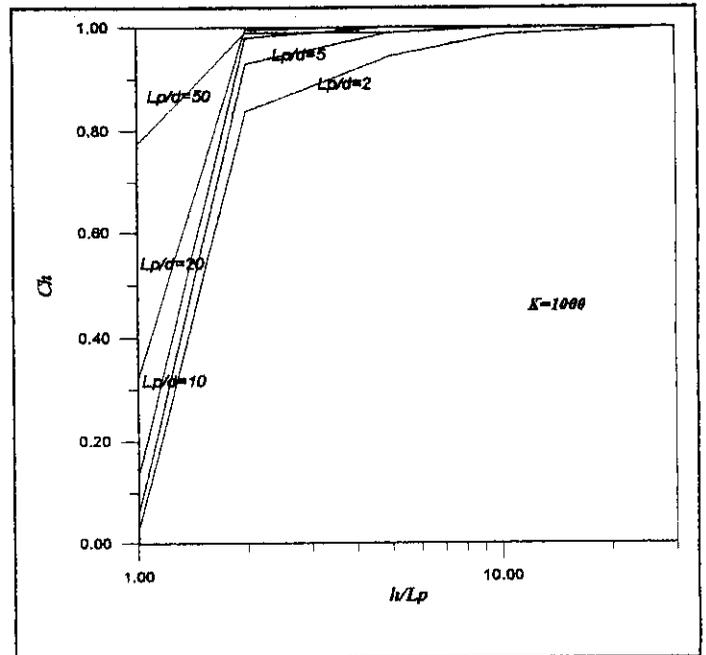


(c)

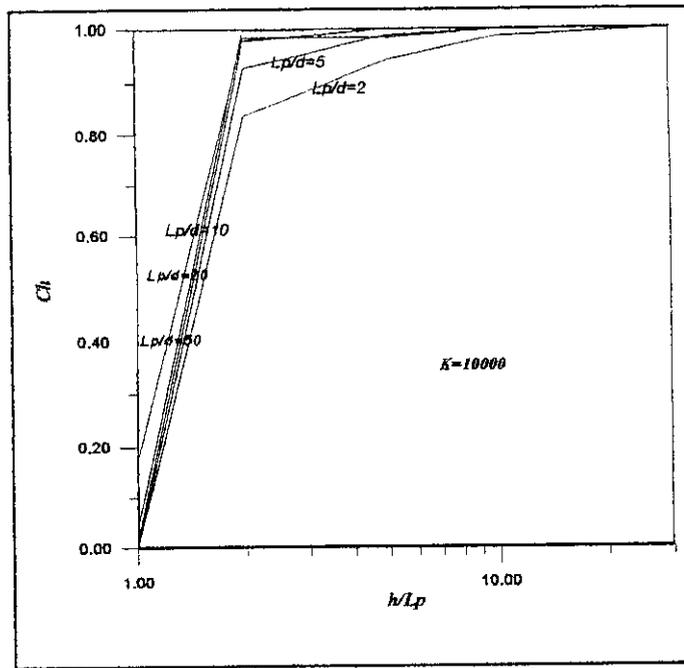
Figure V.9 : Facteurs de corrections de poisson pour le tassement, C_{vs}



(a)



(b)



(c)

Figure V.10 : Facteurs de corrections de la profondeur sous le pieu pour le tassement, C_h

La fiabilité de la méthode des éléments finis à tranches verticales a été prouvée dans cette partie. Pour le cas d'un sol homogène l'approche entre les différents résultats surtout entre notre méthode et celle de Randolph et Wroth, 1978 ainsi celle de Weiming et Novak, 1991, avec une légère différence probablement due aux différents hypothèses sur les quelles sont fondées ces méthodes. De bons résultats sont remarqués entre Pile-3D_vsm et Lee, 1973 et l'approche de Mindlin.

Pour un sol de Gibson de bons résultats sont trouvés, et ça comparé à ceux de Poulos et Banerjee et Devies, notre négligence des déplacement radiaux n'a aucune influence. C'est la même constatation pour un sol multicouche.

Chapitre VI:

Les principes fondamentaux de la théorie de plasticité

Résumé :

On donne dans ce chapitre une brève description des principes fondamentaux de la théorie de plasticité.

On commencera par une introduction qui décrit généralement le comportement non-linéaire du sol et précisément le comportement élasto-plastique.

Nous décrivons par la suite la procédure incrémentale et ses équations différentielles décrivant le comportement élasto-plastique, le concept de la surface de charge, la notion de la règle d'écoulement, et la règle d'écrouissage.

Après on passe en fin à une description générale des équations utilisées dans la procédure incrémentale élasto-plastique, qui vont servir dans la programmation de cette technique.

VL1-Introduction :

Le processus non linéaire pose analytiquement un très grand problème, et ça comparé au processus linéaire décrit auparavant dans ce mémoire.

Avec le développement des moyens informatiques, la méthode des éléments finis est largement utilisée, cette dernière prend en compte l'aspect non-linéaire du sol et ses lois plutôt complexes, d'une manière relativement simple.

Cette simplicité a poussé les rhéologues à développer des lois de comportement de plus en plus proche de la réalité.

La non-linéarité se manifeste sous deux grands aspects :

- La non-linéarité matérielle (le cadre de notre travail).
- La non-linéarité géométrique.
- La non linéarité matérielle et géométrique.

A cause de la diversité et la complexité du comportement des géométraux – dans notre cas le sol-, les rhéologues ont distingué un grand nombre de caractère de comportement du sol, parmi eux : l'élasticité, la viscosité, la plasticité, et leurs combinaison, tel que l'élasto-plasticité, et la visco-plasticité.

Dans le cadre de notre étude, on considérera juste le comportement élasto-plastique, ce qui va nous ramener à exclure tout effet de vieillissement et de viscosité du sol. L'incorporation d'une loi de comportement élasto-plastique dans un programme en élément fini est établie via l'algorithme fournis par la procédure incrémentielle de l'élasto-plasticité (Zienkiewicz, 1977).

Afin de présenter cette loi de comportement, on procédera dans le paragraphe qui suit à une présentation des éléments fondamentaux qui concerne ce type de comportement.

VL2- Procédure incrémentale de plasticité : (théorie de plasticité)

L'écoulement plastique d'un corps solide est caractérisé par un facteur qui est absent pendant une déformation élastique. Dans ce type de comportement des déformations irréversibles se produisent, ces dernières dépendent aussi bien de l'état des contraintes et l'histoire de chargement.

Le but principal de la théorie de plasticité est l'obtention des relations qui permettent de prendre en compte ce comportent.

Il y a deux grands types de théories majeurs dans le comportement plastique :

- La théorie de déformation.
- La théorie incrémentale ou d'écoulement (Le cadre de notre travail).

La dernière est généralement plus utilisée que la première.

Dans la théorie de déformation, les déformations plastiques sont défini uniquement à partir de l'état des contraintes, cependant dans la théorie incrémentale (procédure incrémentale), les déformations plastiques dépendent de plusieurs facteurs, comme les incréments des contraintes et déformation ainsi que l'état de contrainte.

La théorie de plasticité a été initialement établie à partir des résultats expérimentaux relatifs au comportement des matériaux, c'est un moyen très performant dans l'étude du comportement du sol.

La base de la procédure incrémentale est la subdivision de la charge en plusieurs petits incréments de charges, souvent ces incréments de charges sont d'intensité égale, mais en générale ce n'est pas une exigence. La charge est appliquée en un seul incrément à la fois.

Durant l'application de chaque incrément de charge, les équations sont supposées linéaires.

La procédure incrémentale conduit à faire des approximations et ça en ramenant le problème non linéaire en une série de problèmes linéaires.

VI.2.1 – Equations différentielles décrivant le comportement :

Dans l'établissement des équations différentielles qui décrivent le comportement plastique en utilisant la procédure incrémentale, la déformation est supposée petite donc statique, ce qui nous oblige à négliger les différents effets qui sont engendré par elle, tel que l'inertie et la variation de la géométrie.

Le vecteur des incréments des déformations $\{\Delta\varepsilon\}$ est composé de deux composantes :

- La composante élastique $\{\Delta\varepsilon^e\}$, qui indique la déformation réversible (élastique).
- La composante plastique $\{\Delta\varepsilon^p\}$, qui indique la déformation irréversible (plastique).

$$\{\Delta\varepsilon\} = \{\Delta\varepsilon^e\} + \{\Delta\varepsilon^p\} \quad (6.1)$$

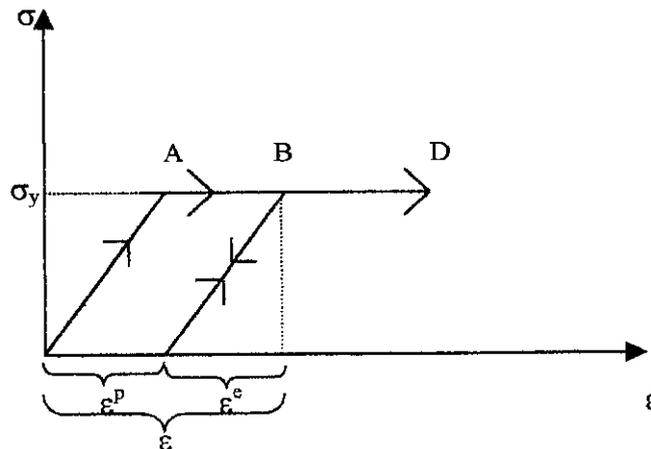


Figure VI.1 : Réponse contrainte – déformation d'un milieu élastique parfaitement plastique

Les incréments des déformations élastiques sont reliés aux incréments des contraintes via la loi de Hooke généralisée :

$$\{\Delta\sigma_i\} = [D(\{\sigma_{i-1}\})]\{\Delta\varepsilon_i\} \quad (6.2)$$

Avec :

$$\{\Delta\varepsilon_i\} = [B]\{\Delta u_i\} \quad (6.3)$$

$\{\Delta u_i\}$: est le vecteurs des incréments des déplacements.

$$\{\Delta u_i\} = [K]\{\Delta P_i\} \quad (6.4)$$

Où :

[B] : est la matrice déformation – déplacement.

[D] : est la matrice permettant de calculer les contraintes à partir des déformations.

[K] : est la matrice de rigidité.

Les déformations et les contraintes finales sont obtenues par cumul, ce qui veut dire qu'à la fin du $i^{\text{ème}}$ incrément :

$$\{\varepsilon_i\} = \{\varepsilon_0\} + \sum_{j=1}^i \{\Delta\varepsilon_j\} \quad (6.5)$$

$$\{\sigma_i\} = \{\sigma_0\} + \sum_{j=1}^i \{\Delta\sigma_j\} \quad (6.6)$$

Où :

$\{\varepsilon_0\}$ et $\{\sigma_0\}$ sont les déformations et les contraintes initiales à $\{u_0\}$ et $\{P_0\}$

$\{u_0\}$: Vecteur des déplacements en repos.

$\{P_0\}$: Vecteur de chargement en repos.

Ces relations entre les incréments de déformations et de contraintes sont fondées sur trois concepts :

- Le critère de plasticité, qui généralise la notion du seuil de plasticité mise en évidence dans les expériences de sollicitation uniaxiale (e.g, essai de traction).
- La règle d'écoulement qui définit la façon dont évolue la déformation plastique, dans le cas de sollicitations uniaxiales.
- Le phénomène d'écrouissage qui se traduit mathématiquement par l'évolution de la surface de charge dans l'espace des contraintes.

VI.2.2- Concept de la surface de charge (Critère de plasticité) :

Lors que les contraintes cumulées dans un point matériel satisfassent un certain critère énergétique, ou atteignent une valeur critique bien déterminée alors l'écoulement plastique peut avoir lieu. La fonction de charge se compose de tous les effets des composantes de contrainte agissantes sur le système. Dans le cas général, i.e cas tridimensionnel, on a six composantes indépendantes de contrainte.

Le critère de plasticité peut être alors défini par la fonction F, (figure VI.2) :

$$F(\{\sigma\}) = 0 \quad (6.7)$$

Où : $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}$ Dans un système de coordonnées cartésiennes.

- Le matériau se comporte élastiquement si :

$$F(\{\sigma\}) < 0 \quad (6.8)$$

- Le matériau se comporte plastiquement si :

$$F(\{\sigma\}) = 0 \quad (6.9)$$

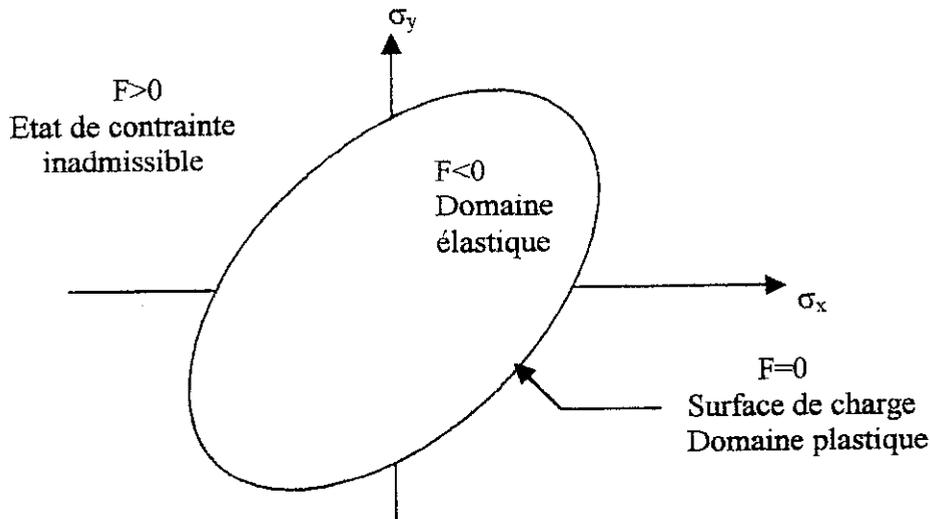


Figure VI.2 : Concept de la surface de charge

La figure VI.2, montre une représentation graphique des équations (6.8) et (6.9), d'après la figure on a trois cas possibles :

- Tant que la contrainte reste à l'intérieur de la surface de charge, $F < 0$, le matériau se comporte élastiquement.
- Quand l'état de contrainte est exactement sur la surface de charge, $F = 0$, le matériau se comporte plastiquement.
- Il n'est pas physiquement possible d'avoir un état de contrainte à l'extérieur de la surface de charge, ainsi F ne peut jamais être supérieur à zéro.

Puisque la surface de charge est invariable en la comparant à tout le système de coordonnées pour les matériaux isotropes, il sera mieux d'exprimer le critère de plasticité en fonction des invariants du tenseur des contraintes et des contraintes déviatoriques.

$$F(I_1, I_2, I_3, J_2, J_3) = 0 \tag{6.10}$$

En adoptant le système de coordonnées cartésiennes, I_1, I_2 et I_3 sont le premier, le second et le troisième invariants du tenseur des contraintes donnés par :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z + \sigma_x \sigma_y - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{xz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2$$

et J_2, J_3 sont le second et le troisième invariants des contraintes déviatoriques :

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 \tag{6.10'}$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x - \frac{I_1}{3} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ & \sigma_y - \frac{I_1}{3} & \tau_{xz} \\ \text{Sym} & & \sigma_z - \frac{I_1}{3} \end{vmatrix}$$

Dans le but de modéliser le sol de la manière la plus réaliste, plusieurs critères de plasticité ont été formulés, on cite entre autre les lois de comportements comme :

- Le modèle de Mohr-Coulomb, 1773.
- Les modèles avancés du sol comme le modèle hyperbolique en élasticité linéaire pour les sols raides, par exemple les argiles sur consolidés et les sables ; le modèle de type Cam Clay ainsi que ses versions : originales et modifiées (Roscoe et al, 1958 ; Schofield et Wroth, 1968), pour l'analyse du comportement des sols compressibles normalement consolidés.

Ces modèles utilisant les différentes lois de comportement sont plus élaborées et mieux adaptées à l'étude de comportement du sol.

Parmi les critères classiques des fonctions de charge, on citera les quatre les plus connus et utilisés, en procédant dans cette citation par ordre chronologique :

2.2.1- Critère de Tresca (1864) :

L'état de la surface de charge commence quand la contrainte de cisaillement atteint une valeur précise. Si les contraintes principales sont : $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, où : $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, alors la surface de charge commence quand :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y(k) \quad (6.11)$$

Où :

Y : est un paramètre matériel déterminé expérimentalement et qui est en fonction du Paramètre de durcissement (hardening parameter) k.

En prenant en considération tous les cas possibles des contraintes de cisaillement, une représentation géométrique ainsi que dans le plan π est donnée dans les figures (VI.3) et (VI.4-a).

2.2.2- Critère de Von Mises (1913) :

Dans son critère, Von Mises a suggéré que la surface de charge est atteinte quand J_2 atteint une valeur critique :

$$J_2 = K(k)$$

K : est un paramètre matériel à déterminer.

J_2 : est le second invariant déviatorique donné par l'équation (6.10'). La figure (VI.4) montre aussi l'interprétation géométrique de ce critère et sa projection sur le plan π .

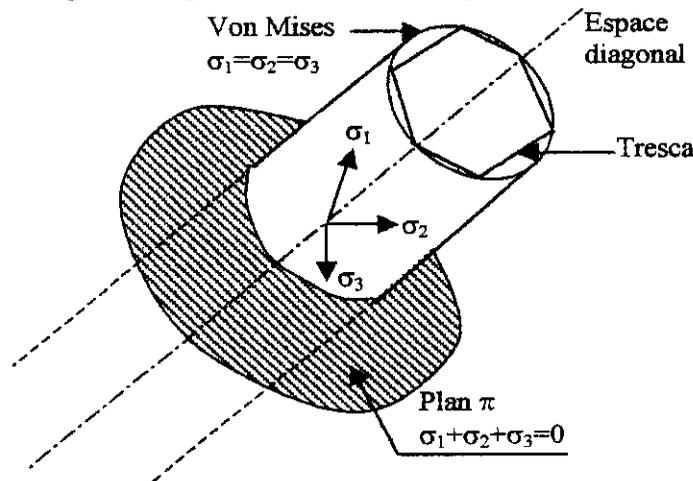


Figure VI.3 : Représentation géométrique du critère de Tresca et de Von Mises dans l'espace de contraintes principales

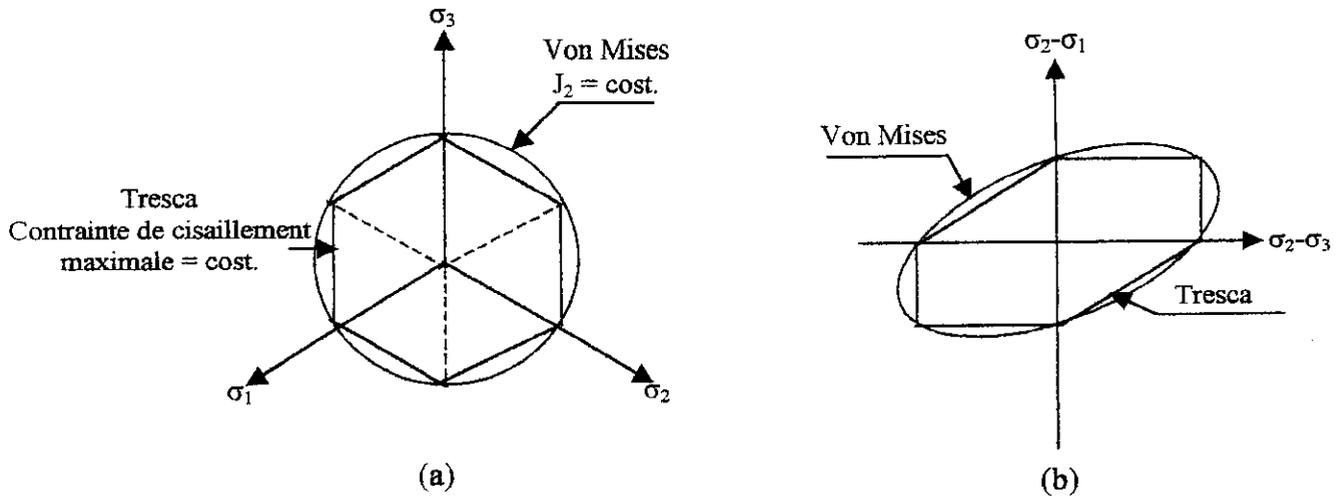


Figure VI.4 : Représentation bidimensionnelle du critère de Tresca et de Von Mises

(a) – Représentation dans le plan π .

(b) – Représentation conventionnelle.

2.2.3- Critère de Mohr- Coulomb :

C'est la généralisation de la loi de rupture de coulomb (1773), définie par :

$$\tau = c - \sigma \tan\phi \tag{6.12}$$

τ : L'intensité ϵ de la contrainte de cisaillement.

σ : La contrainte normale (tenseur de contrainte positif).

c : La cohésion.

ϕ : L'angle de frottement interne.

Dans l'espace de contrainte principal, le critère est une surface de charge conique dont la section normale en n'importe quel point est un hexagone irrégulier, comme c'est montré dans la figure (VI.5).

Ce critère est applicable aux problèmes de béton, de roche et de sol.

2.2.4- Critère de Drucker- Prager :

Une approximation de la loi de Mohr- Coulomb a été présenté par Drucker- Prager en 1952 comme une modification du critère de Von Mises.

L'influence de la composante de la contrainte hydrostatique sur la surface de charge a été introduite en ajoutant un terme à l'expression de Von Mises :

$$\alpha J_1 + J_2 = K \tag{6.13}$$

α et K sont des constantes matérielles.

Cette surface à la forme d'un cône circulaire, a noté que plusieurs détails sont donnés sur ce critère dans le chapitre suivant, puisque c'est le critère choisis.

Une représentation géométrique et dans le plan π est donnée dans la figure (VI.5).

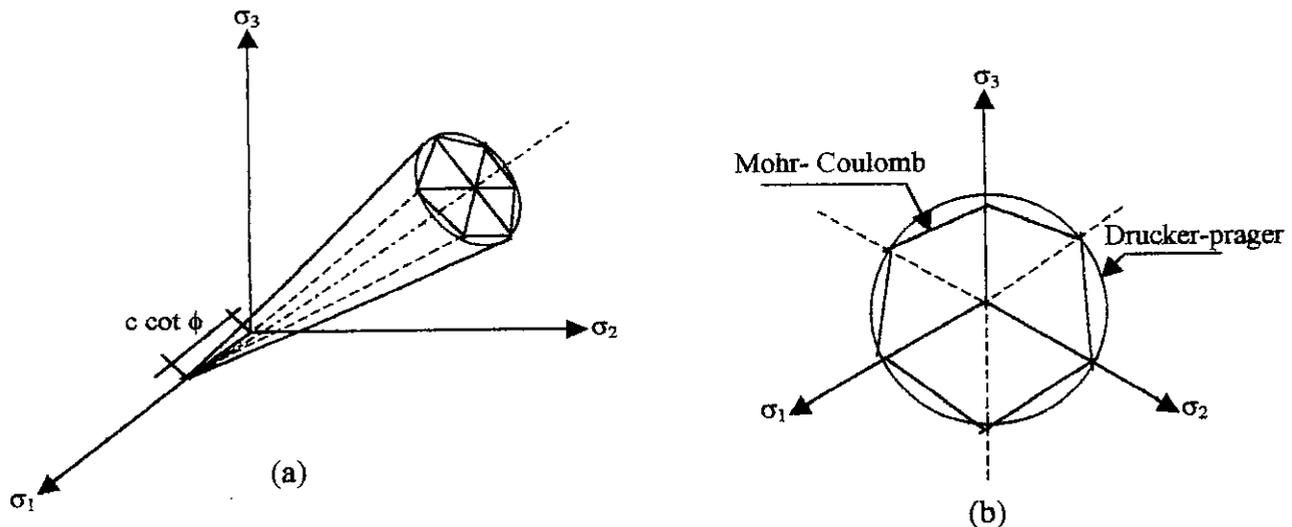


Figure VI.5 : Représentation bidimensionnelle du critère de Mohr-coulomb et Drucker-Prager

- (a) – Représentation dans le plan π .
- (b) – Représentation conventionnelle.

VL2.3- Notion de règle d'écoulement :

Ayant établie le critère de rupture et la relation élastique de contrainte –déformation, il est maintenant nécessaire d'établir quelques relations pour le comportement du matériau sur la surface de charge, ce ci est appelé la règle d'écoulement.

Le postulat fondamental de la théorie incrémentale de plasticité réside dans le fait que l'écoulement d'un point matériel à l'état plastique est contrôlé par une fonction qui dépend de l'état actuel des contraintes, cette dernière est appelée fonction de potentiel plastique. Si on suppose que le potentiel et la surface de charge ont la même forme, on peut donc l'exprimer comme :

$$Q(\{\sigma\})=0 \quad (6.14)$$

La règle d'écoulement énonce que l'incrément de déformation plastique est linéairement relié au gradient du potentiel plastique (Drucker, 1951), cette relation de linéarité est établie en utilisant le concept de la fonction de potentiel plastique. Dans la théorie de plasticité, la direction de l'incrément de déformation plastique est définie par la fonction de potentiel plastique Q par la relation :

$$\{\Delta \epsilon^p\} = \Delta \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \{\sigma\}} \right\}, \quad \Delta \lambda \geq 0 \quad (6.15)$$

$\Delta \lambda$ Est un scalaire incrémental de proportionnalité qui dépend de l'état de contrainte et l'histoire de chargement. Si le potentiel et la surface de charge coïncide, i.e $F=Q$, la règle d'écoulement est dite de type associé, ceci s'applique aux matériaux dont le comportement est indépendant de la contrainte moyenne. Si non, la règle d'écoulement est dite de type non associé. Comme on peut le comprendre à partir de l'équation (6.14), la direction du vecteur

des incréments des déformations plastiques $\{\Delta\varepsilon^p\}$ est normale à la surface de potentiel plastique Q au point de contrainte σ .

Cette condition de normalité est montrée schématiquement dans la figure VI.6, comme résultat, les directions des axes principaux de l'incrément de déformation ne coïncide pas en général avec ceux de l'incrément de contrainte.

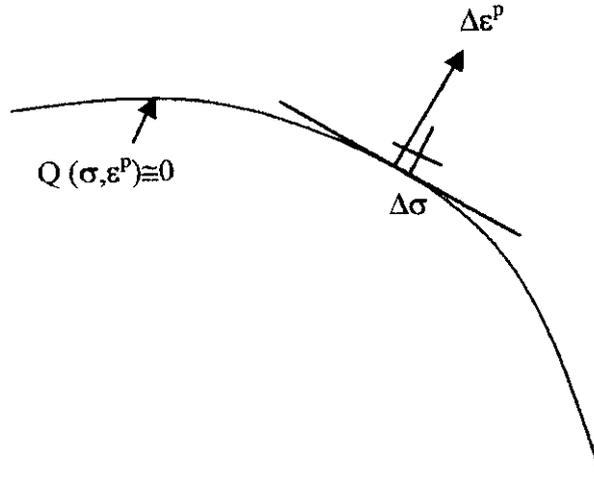


Figure VI.6 : Représentation de la règle d'écoulement

Les résultats expérimentaux ont clairement montré que le vecteur de l'incrément de déformation plastique dévie nettement de la normale à la surface de charge, c'est pour ça plusieurs auteurs tel que Zienkiwicz, Humpheson et Lewis (1977), et Stipho (1978) ont utilisés une règle d'écoulement non-associée dans leurs déformations.

VI.2.4 – Règle d'écrouissage :

Les règles d'écrouissage permettent de définir l'évolution de la surface de charge résultante des déformations plastiques continues. Cela veut dire que l'état d'écrouissage n'évolue que lors qu'il y a évolution de la déformation plastique.

C'est la connaissance de l'état des contraintes qui définit l'état d'écrouissage du matériau, on peut dire que pour les situations multiaxiales, la surface de charge ne dépend pas uniquement de l'état des contraintes mais aussi des déformations plastiques.

L'équation (6.11) de la fonction de charge peut s'écrire d'une façon plus générale :

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon^p\}) = 0 \quad \text{Ou bien :} \quad F(\{\sigma\}, h) = 0 \quad (6.16)$$

Ou' h représente une fonction scalaire des déformations plastique appelée, paramètre d'écrouissage. Ici aussi le comportement du matériau est régi par les équations (6.8) et (6.9). Les règles d'écrouissage qui dépendent de la non-linéarité matérielle, ont fait l'objet de nombreuses recherches qui s'appuis sur la combinaison des observations expérimentales et les hypothèses théoriques nécessaires à l'interprétation des essais.

Deux approches sont adopté pour la détermination des paramètres d'écrouissage, la première permet d'exprimer la règle d'écrouissage en termes de la dissipation du travail plastique W_p ; la second utilise la notion de la distorsion plastique ε^p . C'est très important de mentionner que la variable d'écrouissage choisie soit une variable facilement mesurable.

Le travail et la déformation plastique peuvent être définis par les relations suivantes (Owen et Hinton, 1980; Chen et Han, 1988) :

$$\Delta w_p = \{\sigma\}^T \{\Delta \varepsilon^p\} \quad (6.17)$$

$$\Delta \varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\{\Delta \varepsilon^p\}^T \{\Delta \varepsilon^p\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.18)$$

Divers théories simplificatrices ont été construites pour décrire les règles de l'écoulement, comme :

- La théorie d'écoulement isotrope de Taylor et Quinney (1931) : dans laquelle la surface de charge actuelle se déduit de la surface de charge initiale par homothétie au fur et à mesure que les déformations plastiques se développent.
- La théorie d'écoulement cinématique de Prager (1958) : dans laquelle la surface de charge initiale se translate rigidement dans l'espace des contraintes durant la déformation plastique.

VI.3- Relations incrémentales d'un comportement plastique à écoulement isotrope :

Les relations incrémentales qui relient l'incrément de contrainte à celui de déformation élastique et plastique en même temps, ont été formulées par plusieurs chercheurs : Yamada, Yoshimura et Sakurai, 1968; Zienkiewicz, Valliappan et King, 1969; Nayak et Zienkiewicz, 1972; Zienkiewicz, 1977; Owen et Hinton, 1980; Naylor et al, 1984; Sloan, 1987. Dans ce paragraphe on va donner brièvement les relations incrémentales permettant de décrire un comportement élasto-plastique avec écoulement isotrope, et qui sont en même temps applicables à un comportement élastique parfaitement plastique.

Le changement effectué lorsqu'on part d'un état plastique conduit à un autre état plastique, ce qui nous conduit à dire que l'état de contrainte et d'écoulement (σ, h) se situe obligatoirement sur la frontière du domaine d'élasticité actuelle.

Ceci signifie que $F(\{\sigma\}, h) = 0$, en utilisant l'équation (6.1) et en se servant de la règle de la normalité pour la déformation plastique on obtient :

$$\{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta \varepsilon^e\} + \Delta \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \quad (6.19)$$

Afin de définir complètement la relation de comportement, il convient d'exprimer le facteur de proportionnalité plastique $\Delta \lambda$ soit en fonction de l'incrément de déformation, soit en fonction de l'incrément de contrainte, le calcul est effectué tout en restant sur la surface de charge au cours du chargement, ce qui vérifie la condition de consistance $F(\{\sigma\}, h) = 0$.

Ce qui permet d'écrire :

$$\Delta F = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T \{\Delta \sigma\} + \frac{\partial F}{\partial h} \Delta h = 0 \quad (6.20)$$

En utilisant l'équation de comportement élastique, celle de la règle d'écoulement et l'équation (6.16) on déduit l'expression du facteur de proportionnalité :

$$\Delta\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \{\Delta\varepsilon\}}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \quad (6.21)$$

On peut également à partir des relations précédentes écrire une relation plus générale liant les incréments de déformation aux incréments de contraintes: c'est la relation du comportement élasto-plastique :

$$\Delta\sigma = ([D] - [D^{ep}])\{\Delta\varepsilon\} = [D^{ep}]\{\Delta\varepsilon\} \quad (6.22)$$

Où :

$$[D^{ep}] = \frac{[D] \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \{\sigma\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D]}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \quad (6.23)$$

Le tenseur de comportement $[D^{ep}]$ ainsi défini est appelé matrice de comportement élasto-plastique. Celle-ci remplace la matrice d'élasticité $[D]$ dans l'analyse incrémentale. $[D^{ep}]$ est symétrique et définie positive.

A dépend de la règle d'écrouissage utilisée. Si le comportement est élastique parfaitement plastique on pose $A=0$.

Toutes les relations incrémentales de l'élasto-plasticité données ci-dessus ne sont valables que pour un modèle défini à partir d'une seule surface de charge F et régi par une règle d'écoulement associée.

Lorsque le modèle est défini par plusieurs surfaces de charge, les relations deviennent plus complexes.

VL4 – Conclusion :

Pour résumé, les relations incrémentales élasto-plastique qui relient les contraintes aux déformations, ont trois composantes :

- Une fonction de charge qui permet de définir une surface délimitant une zone élastique et une zone plastique.
- Une fonction d'écrouissage décrivant l'évolution de l'évolution de la surface de charge due aux déformations plastiques.
- Et finalement une règle d'écoulement définissant la direction des déformations plastiques, elle régie également le phénomène de dilatation pendant la déformation plastique. Elle a donc un effet considérable sur la résistance des matériaux.

Dans notre mémoire on va se limiter à un sol élastique parfaitement plastique et une règle d'écoulement associée.

Chapitre VII:

Etude d'un pieu isolé chargé horizontalement et verticalement par l'extension de la méthode des éléments finis à tranches verticales dans un milieu élasto-plastique

Résumé :

Dans ce chapitre on procédera à l'établissement de la partie non-linéaire de notre programme en utilisant l'approche par éléments finis à tranches verticales.

On débute par une petite introduction, on passe par la suite à une description détaillée du critère de Drucker-Prager qu'on va utiliser comme modèle du sol où le pieu est encre, on parle aussi de ses avantages et ses limitations.

Après on passe à une explication des étapes de notre analyse par éléments finis à tranches verticales élasto-plastique.

On fini notre chapitre par une application de notre programme baptisé `pile-3D_NVSM` dans l'estimation des déplacements sous chargement horizontal et vertical.

VII.1- Introduction :

Comme on la vut dans les chapitres IV et V, la validité de la méthode des tranches verticales à été prouvée dans un milieu dont le comportement est linéaire. Ce succès nous encourage à faire l'investigation de cette méthode dans un milieu à comportement non-linéaire.

Plusieurs chercheurs on investi et/ou élaboré plusieurs lois de comportement dans le domaine de la non-linéarité, les premiers travaux notoires dans ce domaine ont été réalisés en France avec la proposition d'un critère de résistance pour les sols par Coulomb en 1773, et pour les métaux par Tresca en 1864, ajouté à ces deux le critère de Von Mises énoncé en 1912 et qui convient mieux que celui de Tresca dans les solutions numériques.

Comme c'est connu, les méthodes d'analyses lors de l'étude du comportement du sol sont fondées sur l'expérimentation qui est une façon indispensable pour la détermination du comportement réelle de celui-ci, ces méthodes font aussi appel à des simulations numériques (techniques informatiques introduites à partir des années 1960, qui connaît actuellement un développement spectaculaire).

Dans ce chapitre, on procédera à une extension da la méthode des éléments finis à tranches veticales dans sa première version élaboré dans un milieu linéaire, pour la prolonger en une deuxième version qui traite un milieu non-linéaire, tout en prouvant sa consistance dans ce milieu, et ça en utilisant les relations de la théorie incrémentale données dans le chapitre VI. Le pieu est supposé être fiché dans un sol élastique parfaitement plastique, de section rectangulaire¹ ou circulaire², soumis respectivement à un effort horizontal¹ et vertical².

VII.2-Choix et justification du modèle du sol :

Au cours d'une simulation numérique d'une théorie concernant un modèle, plusieurs éléments sont nécessaires pour prouver sa fiabilité, les plus important sont la précision, la rigueur et la concordance des résultats.

Dans un matériau aussi compliqué que le sol, les paramètres qu'il nécessite ainsi que les procédures de leurs déterminations sont aussi important les une que les autres.

L'adaptation d'un modèle de sol bien fondé théoriquement implique par fois l'utilisation de plusieurs paramètres dont la détermination est souvent difficile. L'équation qui différencie le sol d'autres solides est la relation entres les contraintes et les déformations. Simplification et idéalisation sont essentielle a fin de produire des modèles simples qui peuvent représentés l'ensemble des propriétés qui sont essentielles à la considération du problème. Ainsi n'importe quel modèle simple ne doit pas être exclut d'être facile et valable.

Actuellement, le développement des programmes simples mais avec un modèle matériel inadéquat sont souvent parmi les facteurs majeurs dans la limitation de la possibilité d'analyse des contraintes, et c'est particulièrement vrai dans la mécanique des sols ou' généralement une relation constitutive acceptable dans un état de contrainte triaxiale n'existe pas (Chen et Mizuno,1990) Ça n'empêche que plusieurs modèles sont proposés récemment afin de caractériser le comportement du sol à la rupture et sa relation contrainte- déformation.

Tous ces modèles ont leurs avantages et leurs inconvénients (limitations) qui dépend de leur degré d'application.

A fin de tenir compte de tous ce qu'on a dit, nous suggérons d'investir notre extension de l'approche en éléments finis à tranches verticales en adoptant un pieu dans un sol à comportement élastique parfaitement plastique de Drucker- Prager (1952).

Tableau I : Les avantages et les limitations du modèle choisis

Avantages	Limitations
<ul style="list-style-type: none"> ↗ Simple à utiliser. ↗ Il peut être comparable avec le modèle de coulomb par un choix approprié de constantes. ↗ Code de calcul disponible. ↗ Des analyses techniques limités. ↗ Satisfaction de l'unique exigence (Règle d'écoulement associer). ↗ Traitement de sols frottants et cohérents. 	<ul style="list-style-type: none"> ↗ Une dilatation plastique excessive à la surface de charge. ↗ Il ne peut reproduire le comportement hystérétique au sein de la surface de charge. ↗ Il ne peut prédire la pression des pores établit durant une rupture non-drainé d'un chargement cyclique.

Le modèle de Drucker-Prager est dérivé du modèle de coulomb, l'invariant de contrainte pour la critère de coulomb constitué de I_1 , J_2 , et J_3 (Voir chapitre VI) est plutôt compliqué et cause quelques difficultés dans le traitement concernant la règle d'écoulement au niveau des coins.

Par conséquent et pour des raisons pratiques une surface lisse est souvent utilisée pour l'approximation de la surface de charge. Cette dernière été proposée par Drucker-Prager, ce modèle parfaitement plastique (Drucker et Prager, 1952) néglige l'influence de J_3 sur la forme angulaire de la surface de charge, il est considéré comme le premier modèle qui fait une approximation du critère de coulomb par une simple fonction lisse.

Ce critère est exprimé comme une simple fonction F d'invariant de contrainte, du premier invariant du tenseur de contrainte, I_1 , et du second invariant du tenseur de contraintes déviatoriques J_2 , les deux avec les constantes matérielles α et k .

La forme simple de cette fonction F est :

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \tag{7.1}$$

Où les constantes α et k sont reliev aux constantes matérielle de Coulomb c et ϕ , qui sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement.

Les relations qui lient α et k avec c et ϕ sont :

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad ; \quad k = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \tag{7.2}$$

Ces constantes matérielles sont les mêmes données par Zienkiewicz et al. (1975) et Zienkiewicz (1977).

Les constantes matérielles α et k peuvent aussi être explicitement en termes de c et ϕ dans la forme donnée par Drucker et Prager (1952) :

$$\alpha = \frac{\tan \phi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi}} \quad ; \quad k = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi}}$$

Tableau II : D'autres relations entre les constantes matérielles et les propriétés mécaniques c et ϕ (Chen et Mizuno, 1990) :

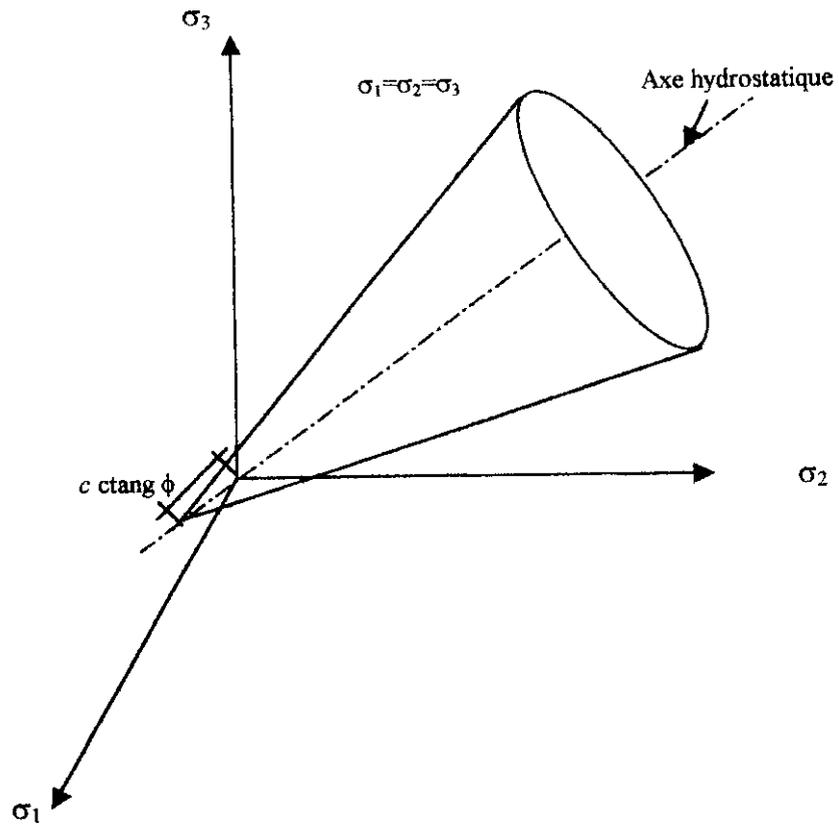
α	k
$\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \phi$	$\frac{2}{\sqrt{3}} c \cos \phi$
$\frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$	$\frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$
$\frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$	$\frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$
$\frac{1}{2\sqrt{3}} \sin \phi$	$\frac{2}{\sqrt{3}} c \cos \phi$

La forme de la surface de charge donnée par l'équation (7.1) et ces différentes représentations est montrée dans la figure (VII.1), on remarque dans l'espace des contraintes principales le cône circulaire et sa symétrie par rapport à l'axe hydrostatique.

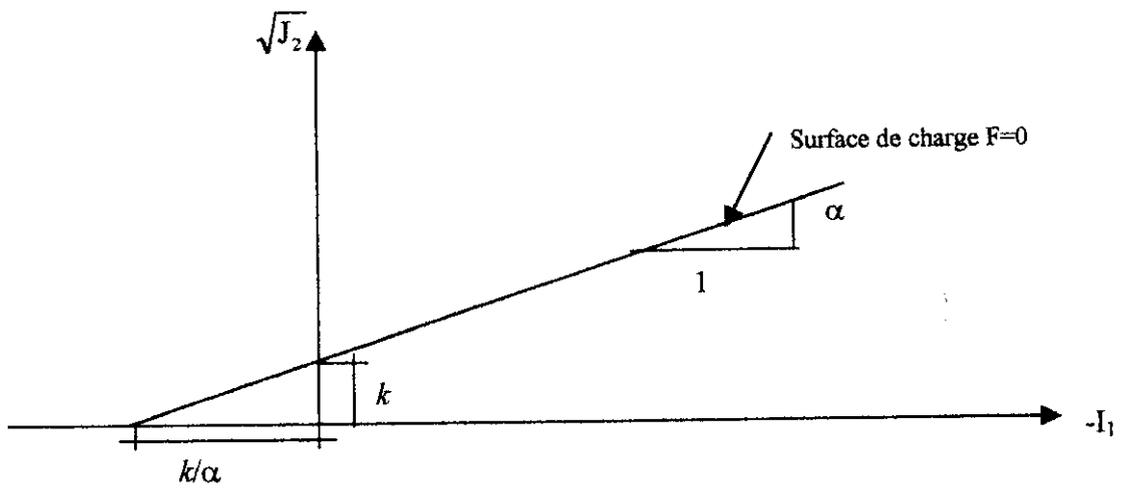
La surface de Drucker-Prager peut être considéré comme une extension de la surface de Von Mises, ainsi ce critère est souvent appelé : extension du critère de Von Mises.

Si $\alpha = 0$, l'équation (7.1) devient celle qui exprime le critère de Von Mises établi pour les métaux. Si $\phi = 0$, le critère de Coulomb devient celui de Tresca.

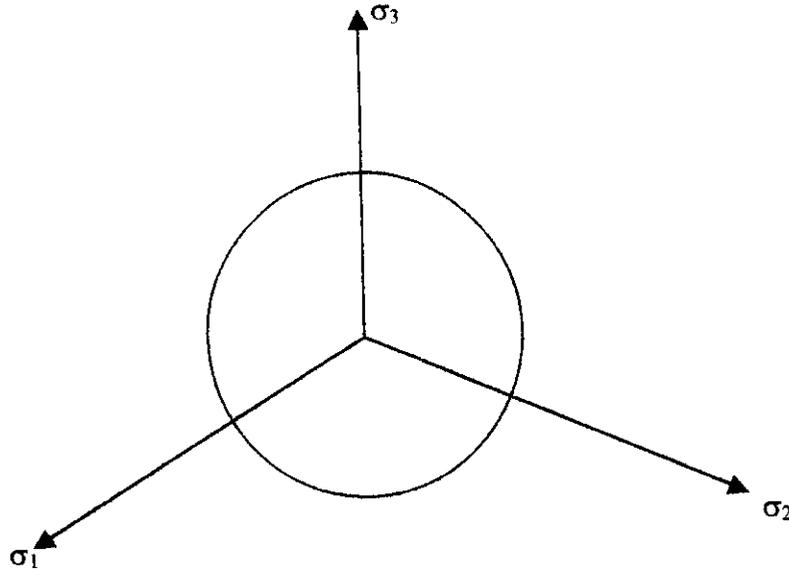
Le modèle de Drucker-Prager ne peut pas prédire la déformation volumique plastique ou le compactage du sol durant la chargement hydrostatique. Pour améliorer cette limitation, une extension du modèle de Von Mises avec une fin de tête convexe été proposé par Drucker et al. (1957).



(a)



(b)



(c)

Figure VII.1: Représentation de la surface de charge du critère de Drucker-Prager

- (a)-Représentation géométrique dans l'espace des contraintes principale
- (b)-Représentation dans le plan $(I_1, \sqrt{J_2})$
- (c)-Représentation dans le plan (π)

VII.3- Analyse par l'approche en éléments finis à tranches verticales en élasto-plasticité :

VII.3.1-Introduction :

Dans notre première partie d'étude du pieu isolé sollicité verticalement et horizontalement fiché dans un sol dont le comportement est élastique, linéaire, et isotrope, on a aussi une symétrie au niveau du chargement et de la géométrie du massif, ce chargement n'est appliqué qu'une seule fois ce qui implique que l'équation (6.4) n'est résolue qu'une seule fois.

Cependant, dans le cas où le comportement du sol est élasto-plastique, l'application du chargement est faite par incrément et pour chaque incrément l'équation (6.4) est résolue. C'est valable pour notre approche ainsi que pour toutes les approches et les problèmes classiques en éléments finis.

Dans le domaine de l'élasto-plasticité, la condition la plus importante est la vérification du critère de plasticité adopté – dans notre cas celui de Drucker-Prager-, ce pendant et dans certains points du milieu il peut y avoir une violation de cette condition ce qui veut dire qu'on aura un état de contrainte en dehors de la surface de charge régie par le critère de plasticité ce qui est inadmissible.

Afin de rendre cet état de contrainte admissible il faut ramener les contraintes à la surface de charge, cette redistribution de l'état des contraintes les rend différent du chargement et c'est ici qu'entre la notion de forces de volume qui déclenche le processus itératif non linéaire qui

corrige le déséquilibre entre les contraintes et le chargement pour chaque incrément de charge. Les forces de volume ont l'effet de la redistribution des contraintes au sein du système, mais comme elles assurent leur propre équilibre elle n'ont pas d'influence sur le système. Ce point constitue la différence majeure entre la version linéaire et non-linéaire.

VII.3.2-Calcul des contraintes et vérification du critère de plasticité :

Dans l'étude des problèmes tridimensionnels non-linéaire d'éléments finis, on doit vérifier le critère de plasticité dans les différents points d'intégration de Gauss afin que le milieu discrétisé soit entièrement parcouru, ce qui conduit à une prise en compte automatique de l'aspect tridimensionnel du milieu.

La relation contrainte -déformation est donnée par :

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon^e\} = [D]\left(\{\epsilon\} - \{\epsilon^p\}\right) \tag{7.3}$$

En d'autre terme, et pour chaque incrément :

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\epsilon^e\} = [D]\left(\{\Delta\epsilon\} - \{\Delta\epsilon^p\}\right) \tag{7.4}$$

$\{\Delta\sigma\}$ Est l'incrément de contrainte.

$\{\Delta\epsilon\}$ Est le vecteur des incréments des déformations

$\{\Delta\epsilon^e\}$ Est la composante élastique La composante plastique

$\{\Delta\epsilon_p\}$ Est le vecteur de l'incrément des déformations plastiques et qui sera éliminé par la correction du vecteur de chargement, ce vecteur de déformations plastiques qui est égale à zéro quand le comportement d'un point du milieu est élastique produit un vecteur de force appelé vecteur résidu, c'est ce vecteur qui exprime le déséquilibre d'un point pour un incrément de charge donné, et comme on la dit précédemment c'est ce déséquilibre qui déclenche la processus itératif qui résous ces déformations plastiques. C'est à partir de ces déformations qu'on calculera les body load qui vont participer au calcul itératif.

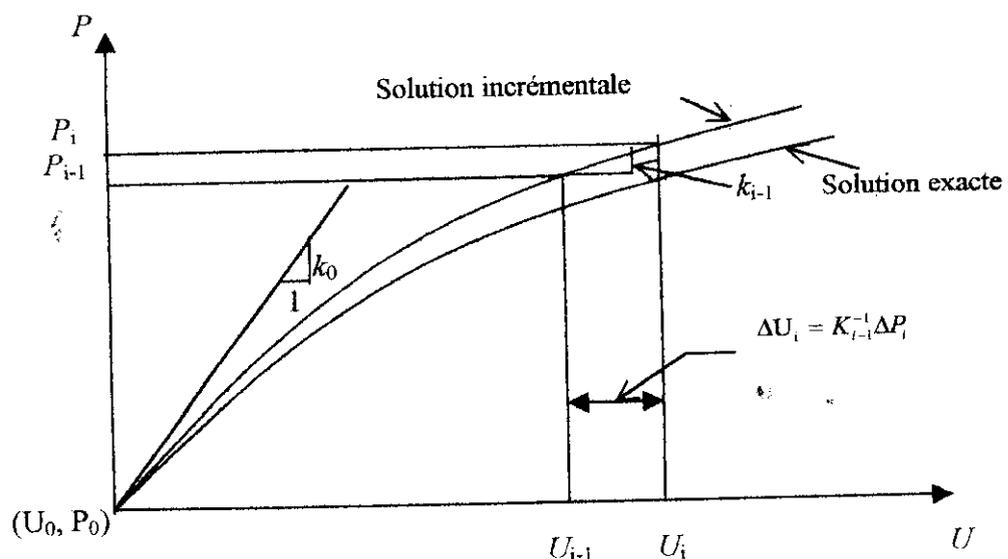


Figure VII.2 : Le principe de la procédure incrémentale

VII.3.2-Algorithmme et description du programme *Pile-3D_NVSM* :

En bref, nous avons à résoudre pour chaque itération dans chaque incrément et pour chaque tranche le système d'équation :

$$[K]^i \{U\}^i = \{P\}^i \tag{7.5}$$

Où i est le nombre d'incrément.

La résolution du système est souvent difficile à cause de la relation de dépendance qu'il y a entre la matrice de rigidité et le vecteur des déplacements nodaux, c'est à dire les déformations. C'est pour ça, l'utilisation d'une méthode de résolution itérative est indispensable.

La procédure itérative est une méthode par laquelle le calcul se poursuit jusqu'à ce que les équations d'équilibre soient satisfaites, durant l'itération deux différentes méthodes de calcul sont considérées l'une est appelée la méthode de Newton-Raphson et l'autre est la méthode de Newton-Raphson modifiée, dans cette deuxième méthode la matrice de rigidité n'est calculée qu'une seule fois, elle reste la même pendant toutes les étapes de calcul comme le montre la figure (VII.3). Ainsi le nombre d'itération diminue quand la solution converge, c'est cet avantage qui va nous permettre de minimiser le temps de calcul, ce qui nous encourage à choisir de travailler avec cette méthode.

Cette méthode est aussi appelée la méthode des contraintes initiales, Zienkiewicz et al. (1967) a étudié cette méthode itérative pour les problèmes élasto-plastiques.

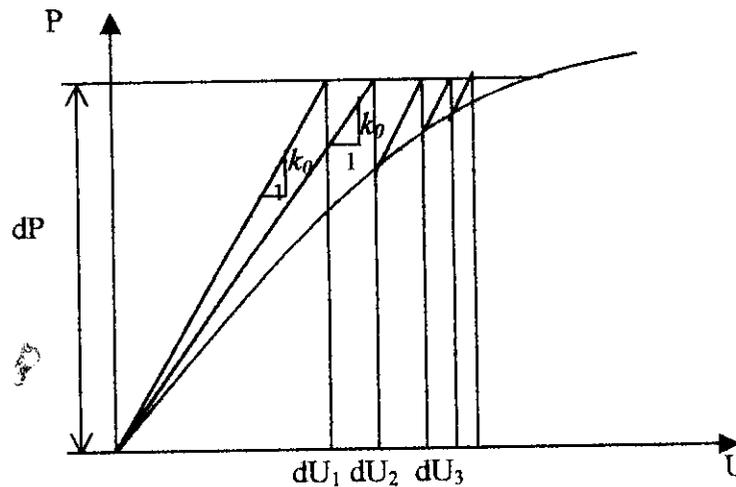


Figure VII.3: La méthode de Newton-Raphson modifiée

La première estimation de l'incrément de contrainte est obtenue à partir d'une solution élastique. L'incrément de contrainte est estimé à partir de la relation contrainte-déformation en utilisant l'incrément de déformation obtenue au premier calcul élastique. Le nouveau vecteur d'incrément de contrainte ne satisfait pas l'équilibre du milieu discrétisé, les forces de déséquilibre nodales résultantes sont alors distribués en utilisant la rigidité élastique. Le vecteur de force est composé de :

$$P^i = P_a + P_b^i \quad (7.6)$$

Avec :

$$P_b^i = \sum_{\text{élément}}^{\text{tous}} \iint B^i (D^p \Delta \varepsilon) dx dy \quad (7.7)$$

P_a : l'incrément de charge appliqué actuellement.

P_b^i : forces de rééquilibrage (body load).

Cette opération est poursuivie jusqu'à ce que les forces de déséquilibre nodales seront négligées, sachant que les contraintes initiales dans ce contexte n'ont aucun rapport avec les contraintes initiales dans le sol (Nsaylor et al. 1984).

C'est sur la base de tous ce qu'on a dit qu'on va développer la deuxième version de notre programme *Pile-3D_NVSM* dans un milieu où le comportement est non-linéaire, il est formé de plusieurs étapes de notre approche à tranches verticales appliquée à un pieu considéré fiché dans un milieu élastique parfaitement plastique de Drucker-Prager. La figure (VII.4) schématise un organigramme où on donne les différentes étapes de notre code numérique.

Comme pour la première version linéaire, la deuxième est aussi écrite en Fortran 90. Le programme est formé de 29 sous-routines, la majorité ont été expliquées dans le chapitre III, lors de la mise au point de la première version. Pour la deuxième d'autres sous-routines ont été implantées afin de refléter le comportement élasto-plastique. L'explication que nous allons donner va se porter sur ces nouvelles sous-routines, leurs tâches et le rôle attribué à chacune d'elles.

On débute le programme par une lecture des données géométriques du milieu discrétisé ainsi que ces conditions aux limites, et les caractéristiques mécaniques du pieu. On ajoute la lecture des caractéristiques de résistance du sol au cisaillement qui servent à la détermination des paramètres de notre modèle choisis, ainsi que les éléments relatifs à l'analyse non linéaire comme :

- Toler1 : la tolérance sur l'itération de notre modèle des tranches verticales.
- Toler2 : la tolérance sur les itérations non-linéaire
- Maxits : le nombre d'itérations maximales.
- Ncrims : le nombre d'incrément de charge.
- Facto (I) : le facteur multiplicateur de charge.

A partir des propriétés élastiques, notre code numérique procède à une estimation de la matrice de rigidité qui restera constante pendant toutes les étapes de calcul. Puisque on a adopté la méthode incrémentale, les efforts horizontaux et verticaux sont appliqués en tête du pieu d'une manière incrémentale.

C'est le sous-programme **INCRIM** qui effectue cette tâche en incrémentant le chargement appliqué et ça en le multipliant par un facteur qu'on a appelé Facto (I) qui est spécifié pour chaque incrément, ce dernier est initialisé par le sous-programme **ZEROVEC** qui sert à l'initialisation d'autres vecteurs de calcul.

Après la résolution des équations d'équilibres la routine **CONVER1** permet de tester la convergence des itérations vsm pour chaque déplacement nodale issue de chaque résolution, une fois les déplacements sont connus la routine **RESIDU** effectue le calcul du vecteur des incréments de contrainte en parcourant tout les éléments dans chaque point de Gauss. Tout en vérifiant le critère de plasticité aux différents positions angulaires, et ramène l'état de contrainte à la surface de charge en calculant les forces nodaux de rééquilibrage. Cette opération est effectuée en faisant appelle au sein de cette même sous-routines au sous-programme suivant :

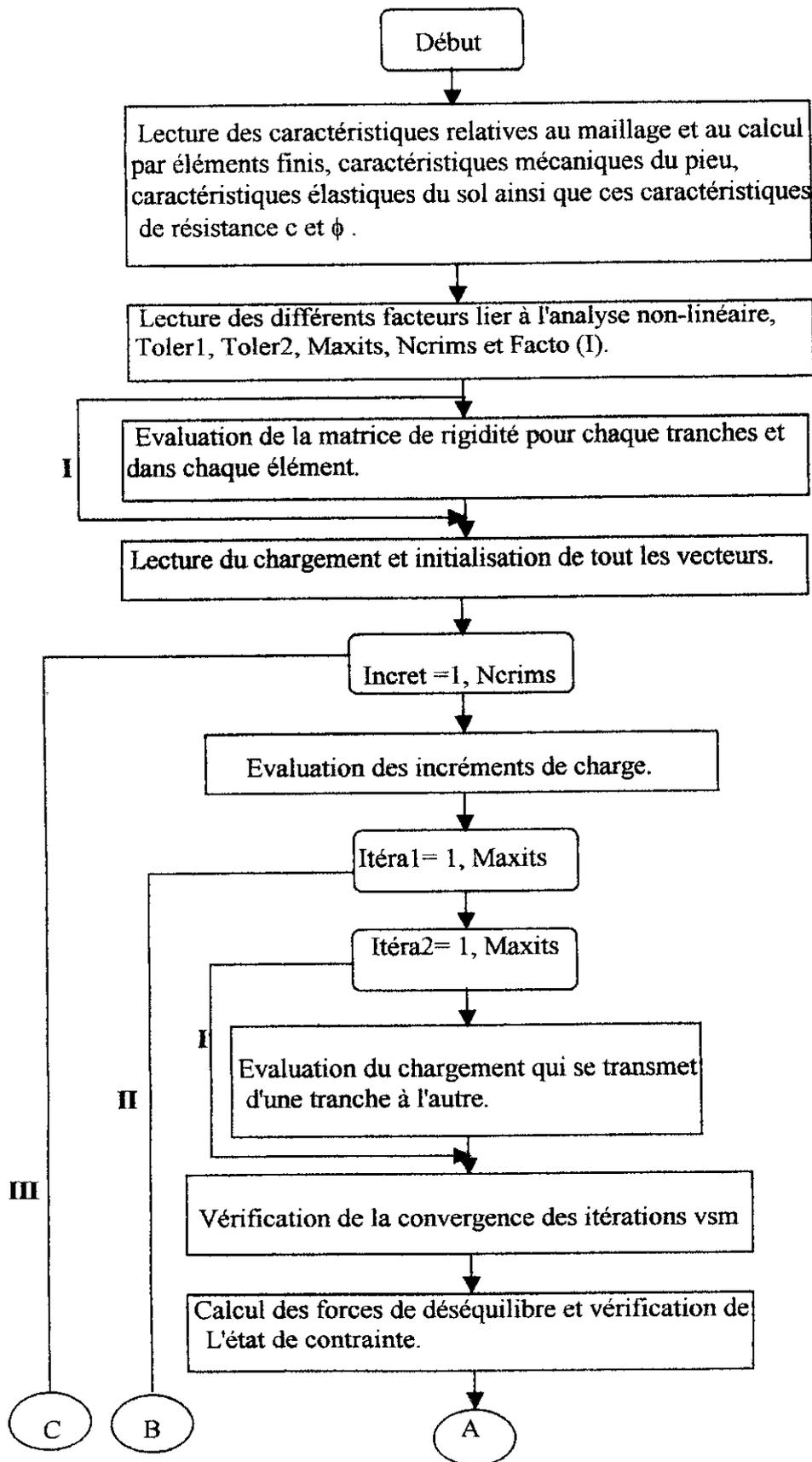
INVAR3 : il évalue les invariants I_1, J_2 d'un état de contrainte bidimensionnel.

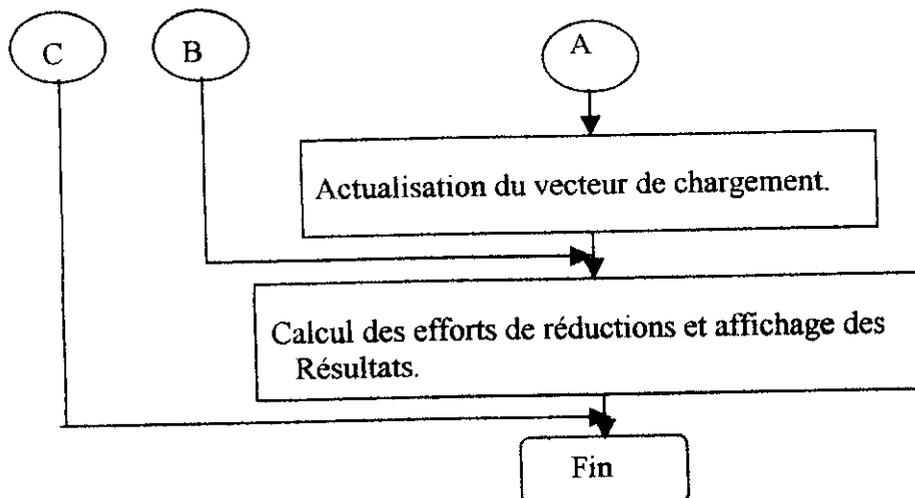
CRITDP : il détermine la valeur de la fonction de charge du critère élastique parfaitement Plastique que nous avons adopté.

ECOPLA : il effectue le calcul du vecteur d'écoulement plastique.

La routine **CONVER2** effectue la vérification de la convergence des itérations non-linéaires.

En passant d'un incrément à l'autre on actualise le vecteur chargement, c'est la routine **ACTUEL** qui effectue cette tâche.





- I : Boucle sur les itérations du modèle de tranches verticales.
II : Boucle sur les itérations non-linéaire.
III : Boucle sur les incréments.

Figure VII.4 : Organigramme de calcul du programme *Pile-3D_NVSM*

VII.4-Application du programme *Pile-3D_NVSM* :

Comme pour la validation de la version linéaire, la version non linéaire doit être validée à son tour.

Ce pendant la disposition des solutions analytiques et des codes dont la consistance est confirmée rend la validation de n'importe quel code en éléments finis possible et facile dans le domaine élastique. Ce n'est pas le cas lorsqu'on est dans le domaine élasto-plastique où les codes numériques sont confrontés à deux types de difficultés :

- La loi de comportement élasto-plastique pour laquelle la solution analytique a été établie est rarement identique à celle qui sert à l'élaboration du code d'élément fini.
- Les solutions exactes de mécanique des milieux continus ne sont disponibles que pour un nombre limité de problèmes de l'interaction sol-structure.

Dans notre validation on utilisera les déplacements horizontaux et verticaux comme paramètres avec lesquels on va comparer nos déplacements sous les deux cas de chargement, horizontal et vertical.

Les deux figures (VII.5) et (VII.7), montrent la géométrie du système sol-pieu.

VII.4.1- Estimation du déplacement horizontal dans un sol cohérent :

Dans le cas d'un chargement horizontal, le déplacement fourni par notre code numérique est comparé avec celui donné par l'étude faite par M.O.Faruque et C.S.Desai

(1982) qui on travailler avec la méthode des éléments finis en employant le principe du travail virtuel et en prenant en compte la non-linéarité géométrique et matérielle. Le maillage utilisé est le même que celui employé dans la partie élastique avec les dimensions montrer sur la figure (VII.5):

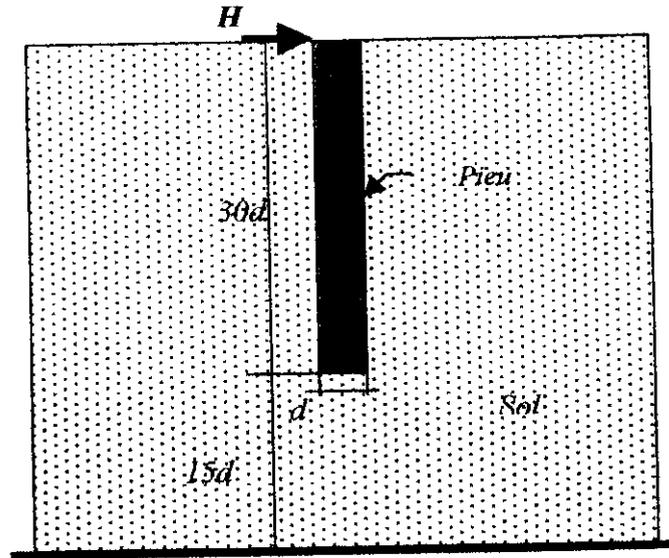


Figure VII.5: Pieu chargé horizontalement dans un sol cohérent a comportement non-linéaire

La longueur du pieu est L_p , la profondeur sous le pieu est $L_p/2$, le pieu est de section rectangulaire $(0.61 \times 0.61) \text{ m}^2$.

Tableau II : les différentes propriétés du sol et du pieu

	Paramètres	Valeurs
Sol	E_s	1000 Kn/m^2
	ν_s	0.4
	c	7.65 Kn/m^2
	ϕ	0°
	H	133.44 Kn
Pieu	E_{p1}	$20.67 \cdot 10^4 \text{ Kn/m}^2$
	E_{p2}	$20.67 \cdot 10^6 \text{ Kn/m}^2$
	ν_p	0.25
	d	0.61m

La figure (VII.6) montre la variation des incréments de charge en fonction des déplacements

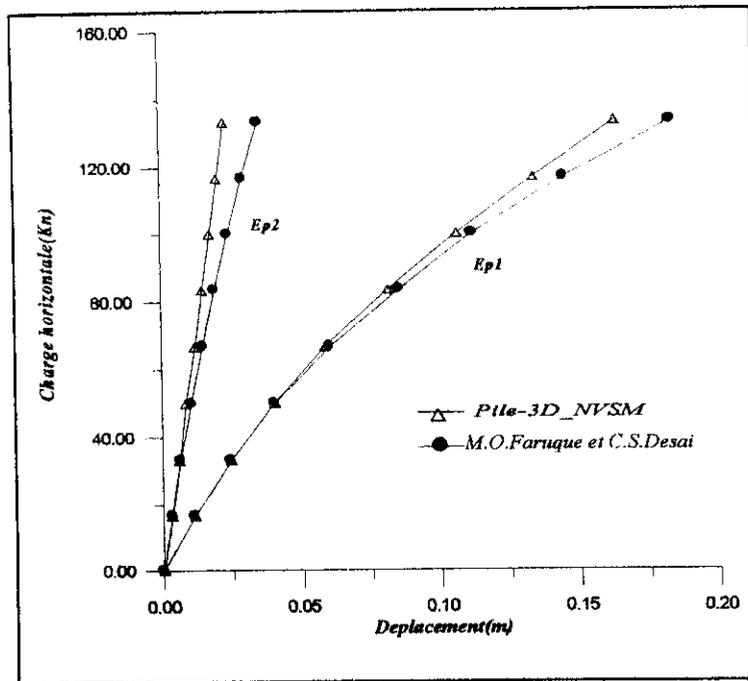


Figure VII.6 : Courbe de charge-déplacement

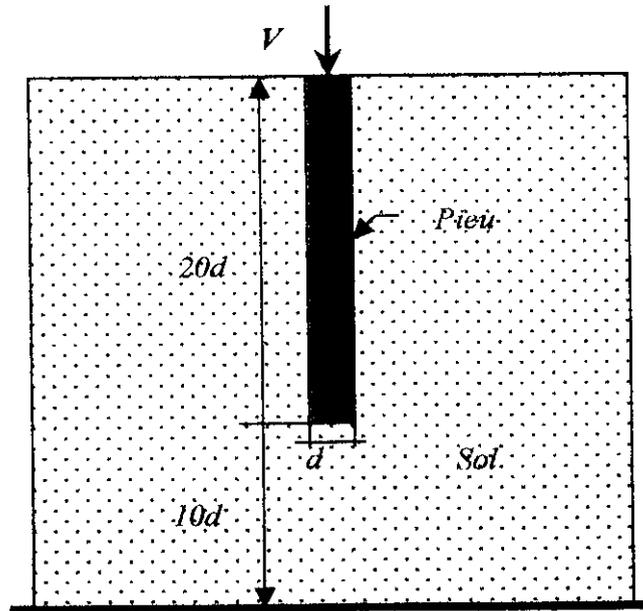
On remarque une bonne approche entre notre modèle est celui de Faruque et Desai, rappelons qu'ils ont travaillé avec l'approche par le travail virtuel en prenant en compte la non-linéarité matérielle et géométrique, et comme nous ils ont utilisé le modèle de Drucker-Prager.

VII.4.2- Estimation du tassement d'un sol frottant :

C'est le déplacement sous chargement axial qu'on va étudier dans cette partie. La méthode de Weiming et Novak (1991) qui utilise l'analyse par éléments finis et infinis dans la quelle le pieu et le milieu sol à proximité sont modélisés au moyen des éléments finis, alors que le milieu sol éloigné est modélisé par cadrage d'éléments infinis, Qu'on utilisera pour la validation des tassement sous chargement axial.

La discrétisation du système sol-pieu est aussi la même que celle faite dans la partie élastique.

Le maillage utilisé est le même que celui employé dans la partie élastique avec les dimensions montrer sur la figure (VII.7) :



FigureVII.7 : Pieu chargé axialement dans un sol frottant a comportement non-linéaire

La longueur est $L_p=10m$, le diamètre $d=0.5m$ ($L_p/d=20$).

Tableau III : les différentes propriétés du sol et du pieu

	Paramètres	Valeurs
Sol	E_s	20000 Kn/m ²
	ν_s	0.45
	c	34 Kn/m ²
	ϕ	16.7°
	H	2000 Kn
Pieu	E_{pl}	20. 10 ⁶ Kn/m ²
	ν_p	0.25
	d	0.5m

Ces paramètres sont les même que ceux utilisés par Trocanis et al. (1988), et qui représentent le sol de Mexico city. La figure (VII.8) montre la variation des incréments de chargement en fonction des tassements.

On remarque la bonne concordance qu'il y a avec les résultats, n'est au moins on peut voir une petite divergence qui commence à se faire voire à partir de la moitié de la charge, c'est probablement à cause de la négligence des déformations radiaux qui commence à ce faire voire a partir de ce seuil de chargement.

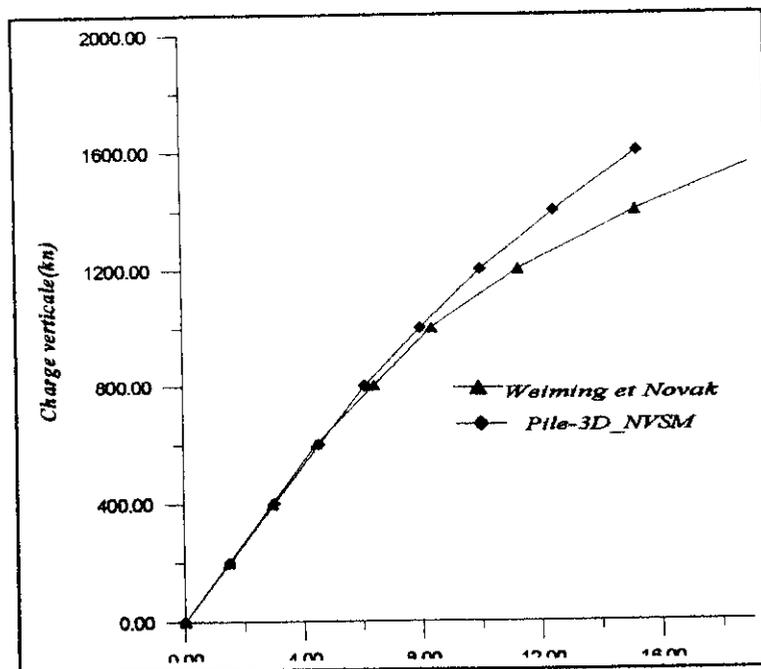


Figure VII.8 : Courbe de charge-déplacement

VII.5-Conclusion :

Dans ce chapitre on a voulu étendre notre approche en éléments finis à tranches verticales dans un milieu à comportement non-linéaire.

Le fait de travailler avec la procédure incrémentale et de résoudre le problème d'une manière itérative en utilisant la méthode de Newton-Raphson modifiée autrement dit la méthode des contraintes initiales, rend notre modèle plus facile à utiliser pour les problèmes d'interaction sol-pieu, sachant qu'en utilisant cette méthode de résolution la matrice de rigidité n'est calculée qu'une seule fois, ce qui nous fait gagner un temps de calcul considérable et un effort humain précieux.

D'après ce que nous avons obtenu on remarque que les résultats obtenus par notre approche et celle de Faruque et Desai pour le chargement horizontal, et Weiming et Novak pour un chargement axial sont bons, la différence maximale qu'il y a entre ces derniers est d'environ 15 à 20%, cette valeur est probablement due à la différence qu'il y a entre les différentes méthodes adoptées, ainsi qu'aux hypothèses et aux suppositions.

Néanmoins, une bonne concordance est remarquée entre les résultats dans les deux cas.

Chapitre VIII :

CONCLUSION GENERALE

VIII.1- Conclusion :

Le problème d'interaction sol-pieu est un problème très connu pour sa complexité dans le domaine de la géotechnique. Le nombre d'articles et de rapports qui ne cessent de croître le montrent clairement.

Outre les méthodes analytiques et empiriques, plusieurs méthodes numériques ont été mises au point pour l'analyse des pieux isolés sous sollicitations horizontales et verticales. En fait, la méthode des éléments finis et la méthode des équations d'intégrales ont été appliquées à ce problème dès la fin des années soixante.

Avec le développement spectaculaire et considérable de l'outil informatique dans les deux dernières décennies, des modèles numériques très élaborés ont été développés et des progiciels ont été mis au point. Ces derniers permettent d'analyser rigoureusement des problèmes 3-D avec tous leurs aspects.

L'étude des pieux sollicités par différents types de chargement est très complexe, car il s'agit d'un problème de nature tridimensionnelle dont le mécanisme de l'interaction avec le sol fait intervenir un nombre important de facteurs qui sont difficile à quantifier.

Bien que l'analyse tridimensionnelle par éléments finis est devenue techniquement possible, elle reste néanmoins très coûteuse, puisqu'elle nécessite une discrétisation du milieu dans son intégralité, ce qui conduit à un nombre très grand d'équations à résoudre et un effort humain considérable pour la préparation des données, que pour le dépouillement des résultats.

Afin de trouver une alternative à une analyse 3-D, une méthode alternative appelée "Méthode des Eléments Finis à Tranches Verticales" a été décrite dans ce mémoire et appliquée aux pieux isolés soumis aux efforts horizontaux et axiaux. Cette méthode qui est basée sur la combinaison des éléments finis bidimensionnels et des différences finis, consiste à découper le système sol-pieu en tranches verticales dans la direction z , et analyser chaque tranche séparément. La nature tridimensionnelle du problème est prise en compte par le développement d'un processus itératif qui conserve la continuité des contraintes de cisaillement qui se développent sur les inter-tranches.

Les résultats de l'analyse des pieux isolés sollicités horizontalement dans les différents types de sols et leurs confrontations avec ceux d'autres méthodes étaient très encourageants. Bien que les pieux chargés verticalement peuvent être étudiés rigoureusement par la méthode des éléments finis 2-D, l'application du modèle des tranches verticale à ce problème a aussi donné des résultats raisonnables. Cela a permis de développer des facteurs d'influence d'applicabilité générale.

La deuxième partie de ce mémoire consistait en l'extension du modèle des tranches verticales élastique à un modèle non-linéaire élasto-plastique. Le critère de rupture choisi était la loi de Drucker-Prager pour sa simplicité et son applicabilité à une vaste gamme de sols. Dans cette partie les résultats numériques des pieux chargés axialement et horizontalement ont été confrontés à d'autres résultats numériques utilisant le même critère de rupture. On s'est aperçu ici, que les résultats de la présente méthode étaient très satisfaisants.

VIII.2- Recommandations :

Dans ce mémoire on a développé une méthode numérique quasi-tridimensionnelle et qui avait pour objet l'analyse des pieux sollicités horizontalement et axialement.

Dans l'étude des pieux soumis aux sollicitations horizontales, on a supposé que le sol et le pieu sont solidaire en parfaite adhérence. Or, en réalité un décollement de la face arrière du pieu peut survenir à n'importe quelle étape du chargement. Cette hypothèse de sol-pieu solidaire a été également adoptée dans l'étude des pieux soumis aux sollicitations axiales. Un glissement relatif peut avoir lieu entre le sol et le pieu lorsque les contraintes de cisaillement développées à l'interface sol-pieu dépassent un certain seuil.

Afin de remédier au problème de décollement et celui du glissement relatif, il est fortement recommandé de modéliser les points de contact sol-pieu par des éléments d'interface spéciaux permettant de rendre compte de ces phénomènes.

Outre les chargements verticaux et latéraux qui ont été envisagés dans ce mémoire on recommande d'analyser dans une future étude les pieux sous l'effet des moments appliqués en tête. Ces chargements constituent une part importante des sollicitations auxquelles sont soumises les fondations off-shore par exemple.

En ce qui concerne la partie élasto-plastique, on a étudié le pieu sous chargements horizontal et vertical dans un sol obéissant à un critère classique de Drucker-Prager. Ce que nous recommandons ici est de pousser l'étude encore plus loin afin d'envisager un modèle de sol plus sophistiqué qui est plus rigoureux dans la modélisation des sols. On suggère la loi de Vermeer pour les sables et loi de Cam-Clay pour les argiles.

Finalement, il est bien de signaler que l'étude des pieux dans ce mémoire a été faite sous sollicitations monotones, on suggère alors d'envisager les sollicitations cycliques.

Références

- Alem, and Benamar, B. (2002). *Graphs for the design of laterally loaded piles in clay*, EJGE,1-12.
- Amar Bouzid, D. (1997). *Analyse semi-analytique par éléments finis des pieux isolés sollicités horizontalement dans un milieu à comportement non-linéaire*. Thèse de magistère, Ecole National Polytechnique, El-harrach, Alger, 164.
- Balaam, N.P., Poulos,H.G. and Booker, J.R.(1975). *Finite element analysis of the effects of installation on pile load- settlement behaviour*, Geotechnical Engineering, Vol.6, N°1, 33-48.
- Banerjee,P.K and Davies,T.G.(1978). *The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in non homogeneous soils*, Géotechniques, Vol.28 (3),309-326.
- Banerjee,P.K and Davies,T.G.(1977). *Analysis of pile groups embedded in Gibson soil*, Proceedings, 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, Japan.
- Banerjee, P.K. and Driscoll, R.M.C.(1975). *A program for the analysis of pile groups of any geometry subjected to any loading conditions*, HECB/B/7, Department of the Environment, London.
- Bangratz,J.L., Frank,R. et Kutniak, M.(1981). *PILATE : programme de calcul d'un pieu isolé soumis à des efforts de flexion en tête et à des poussées latérales de sol*, Notice d'utilisation, Rapport du département des sols et fondations, F.A.E.R.1.05.10.0 , Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.
- Bowles , J.E.(1972). *Finite element analysis of lateral pile*, Proc.Conf. Finite Element Meth. Civ.Eng., McGill Univ., Montreal, 677-700.
- Briaud, J.L., Smith, T.D. and Meyer, B.J.(1983). *Laterally loaded piles and the pressuremeter : comparison of existing methods. Laterally loaded deep foundations*, ASTM , STP 835.
- Briaud, J.L., Smith, T.D. and Tucker, L.M.(1985). *Apressuremeter method for laterally loaded piles*, Int. Conf. Of Soil mechanics and foundation engineering, Vol.3, 1353 page, San Francisco.
- Butterfield, R. and Banerjee, P.K.(1971a). *Analysis of axially loaded pile groups*, Geotechnique, Vol.21, N°1, 43-60.
- Butterfield, R. and Banerjee, P.K.(1971b). *The problem of pile group-pile cap interaction*, Geotechnique, Vol.21, N° 2, 135-142.
- Batterfield, R and Banerjee, P.K.(1970). *A note on the problem of a pile reinforced half-space*, Geotechnique, London, England, Vol.20, 100-103.
- Batterfield, R and Banerjee, P.K.(1971). *The elastic analysis of compressible piles and pile groups*, Geotechnique 21, N°1, 43-60.
- Briaud, Jean.Loius.(1997). *Simple approach for lateral loads on piles*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol.123 (10), Paper N°.12280.
- Botel,S. (2001). *Calcul des fondations mixtes semelle-pieux sous sollicitation horizontale*. Compte rendu du 15ème Congres International de Mécanique des Sols et de la Géotechnique. Le 1^{ère} Congrès International du 3^{ème} Millénaire, Vol.2, ISTANBUL, 847-850.
- Boussinesq, J.(1885). *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*, Gauthier-Villars, Paris.

- Baguelin, F., Frank, R. et Guegan, Y. (1976). *Calcul sur ordinateur des pieux sollicités horizontalement ou subissant des poussées parasites*, Bulletin de liaison Laboratoires des Ponts et Chaussées, N°84, Juillet-Août, Ref.1916, 113-120.
- Baguelin, F. et al. (1989). *Interpretation d'essais de chargement lateral d'un pieu isolé.* Proceedings of the 12th ICSMFE, Rio de Janeiro, 1117-1118.
- Brinch Hansen, J. (1961). *The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces.* Bulletin N° 12. Geotechnic Institut. Copenhagen, 5-9.
- Broms, B.B. (1964). *The lateral resistance of piles in cohesionless soils.* J. Soil Mech. Fdns. Div, ASCE, Vol.90, SM2, Part I, 27-63.
- Broms, B.B. (1964). *The lateral resistance of piles in cohesionless soils.* J. Soil Mech. Fdns. Div, ASCE, Vol.90, SM3, Part I, 123-156.
- Bowles, J.E. (1988). *Foundation analysis and design*, 4th edn., McGraw-Hill, New York.
- Borden, R.H. and Gabr, M.A. (1987). *LTBASE : Computer program for laterally loaded pier analysis including base and slope effects*, Research report N° FHWA/NC/87/01, NCSU.
- Chan, K.S., Karasudhi, P. and Lee, S.L. (1974). *Force at a point in the interior of a layered half-space.* International Journal for Solids and Structures, Vol.10, 1179-1199.
- Chen, W.F., Mizuno, E. (1990). *Nonlinear analysis in soil mechanics, theory and implementation*, Developments in Geotechnical Engineering, Vol.53, 661.
- Chen, W.F. and Baladi, G.Y. (1985). *Soil plasticity: Theory and implementation*, Elsevier, New York.
- Chen, W.F. and Han, D.J. (1988). *Plasticity for structural engineers*, Springer-Verlag.
- Chin, J.T., Chow, Y.K. and Poulos, H.G. (1990). *Numerical analysis of axially loaded vertical piles and piles groups*, Computers Geotechnics 9, N°4, 273-290.
- Coyle, H.M. and Reese, L.C. (1966). *Load transfer for axially loaded piles in clay*, J.S.M.F.D., ASCE, Vol.122, SM2, 1-26
- Chow, Y.K. (1986a). *Discrete element analysis of settlement of pile groups*, Computers Structures 24, N°1, 157-166.
- Chow, Y.K. (1986b). *Analysis of vertically loaded pile groups*, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech 10, N°1, 59-72.
- Chow, Y.K. (1987). *Axial and lateral response of pile groups embedded in nonhomogeneous soils*, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech 11, N°6, 621-638.
- Cook, R.D. (1995). *Finite element modeling for stress analysis*. Wiley, New York.
- Casson, M. (1978). *Les essais in situ ou mécanique des sols, applications et méthodes de calcul.* Tome II, 210-279.
- CIV42493C : Deep foundations, Settlement of single piles, Department of Civil Engineering, Monash University, Edition 8102.
- Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E. (1989). *Concepts and applications of finite element analysis*, 3rd Edition, John Wiley and Sons.
- D'Appolonia, E. and Romualdi, J.P. (1963). *Load transfer in end-bearing steel H-piles.* Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.97, N° SM2, Proc. Paper 3450, 1-25.

- Desai,C.S, Abel,J.F.(1972). *Introduction to the finite element method. A numerical method for engineering analysis.* Van Nostrand Reinhold Company, 215-261.
- Desai,C.S, Johnson,L.D and Hargett, C.M.(1974). *Analysis of pile-supported gravity lock,* Journal of Geotechnical Engineering ASCE, Vol.100(9), 1009-1029.
- Dessai, C.S. (1974). *Numerical desing analysis for piles in sands.* Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.100(GT6), 613-635.
- Drucker, D.C.(1951). *A more fundamental approach to plastic stress-strain relations,* Proc.1st U.S.Nat.Cong.Appl.Mech., 487-491.
- Drucker,D.C. and Prager,W.(1952). *Soil mechanics and plastique analysis or limit design,* Quarterly Journal of Applied Mathematics, Vol.10, N°2, 157-162.
- Ejjaaouani, H, Magnan, J.P and Shakhirev,V.(1999). *Etude expérimentale et théorique du Comportement des pieux sous charge horizontale.* Revue Marocaine de Génie Civil, No.76, 23-33.
- El Sharnouby, B. and Novak, M. (1990). *Stiffness constants and interaction factors for vertical response of pile groups.* Research report GEOT-8-90, ISSN 0847-0626, Geotechnical Research Center, Department of Civil Engineering, University of Western Ontario, London. Fleming, W.G.K. (1992). *A new method for single pile settlement prediction analysis.* Geotechnics, Vol. 42(3), 411-425.
- Ellison, R.D., D'Appolonia, E. et Thiers,G.R.(1971). *Load-deformation mechanism for bored piles,* J.S.M.F.D., ASCE, Vol.97, SM4, 661-678.
- Esu,F. and Ottaviani, M.(1975). *Discussion to paper by C.S.Desai,* Proc.Geot.Eng.Divn., A.S.C.E., Vol.101, N° GT7, 693-695.
- Faruque,M.O and Desai,C.S.(1982). *3D Material and geometric nonlinear analysis of piles.* Proceedings 2nd International Conference on Numerical Methods for Off-Chore Pilings, Austin, Texas.
- Frank, R.(1981). *Design of piles subjected to lateral pressures in soft soils.* Colloquy of Jablonna, Institute of Htdroengineering, Gdansk, Poland, 112-151.
- Frank, R. and Romagny, J.C.(1990). *PILATE-LCPC version 10.4 : Programme de calcul d'un pieu isolé soumis à des efforts de flexion en tête et à des poussées latérales de sol.* Notice d'utilisation. Laboratoires Centrale des Ponts et Chaussées.
- Focht,J.A.(1967). *Discussion to paper by Coyle and Reese,*J.S.M.F.D.,ASCE, Vol.93,SM1,133-138.
- Gibson, R.E.(1967). *Some results concerning displacements and stresses in non-homogeneous elastic half-space.* Geotechnics, Vol.17, 155-165.
- Guo,W.D.(2000). *Vertically loaded sigle piles in Gibson soil,* Journal of Geotechnocal and Geoenvironmental Engineeringm, Vol.126(2), Technical note, N° 20187.
- Garassino,A.L.(1991).*Some developments on laterally loaded piles, with particular reference to p-y subgrade reaction method,* Proceedings, 4th International Conference on Piling and Deep Foundations, Stresa, A.A.Balkema, Rotterdam, Vol.2, 759-770.
- Guo,D.J , Tham,L.G and Cheung,Y.K.(1987). *Infinite layer for the analysis of single pile.* Computersand Geotechnics, Vol.3, 229-249.
- Griija, C.V, Ghulan, M. (1996). *Short communication a new model for the analysis of settlement of drilled piers.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.20, 143-152.

- Hull, T.S. (1987). *The behaviour of laterally loaded piles*. PhD Thesis, University of Sydney, Australia.
- Kanvunde, A., Deierlein, G. and Hajjar, J. (2004). *A Blume Earthquake engineering center*. Civil and Environmental Engineering, Stanford university, Departement of Civil and, Engineering University of Minesota, Minneapolis, 1-5.
- Keda, Y.I. and Matuzawa, H. (1998). *Evaluation of coefficient of lateral subgrade reaction based on horizontal loading test for piles*. Geotechnical site characteization, Robert son & Mayne(eds), Balkena, Rotterdam, ISBN 90 5410939 41.
- Kooijman, A.P. (1989). *Numerical model for laterally loaded piles and pile groups*. PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, Netherlands.
- Kooijman, A.P. and Vermeer, P.A. (1988). *Elasto-plastique analysis of laterally loaded piles*, Proc.6th Int. Conf. Num. Meth. Geomech., Innsbruck, Vol.2, 1033-1042.
- Lescouarc'h Yvon. (1983). *Calcul en plasticité des structures*, Connaissance Technique Communication, COTECO, 7.
- Lee, I.K. (1973). *Application of finite element methode in Geot. Engg.*, Part I-Linear Analysis, Ch.17 in finite element techniques-A short course of fundamentals and application, Univ. of N.S.W., Aust.
- Lee, C.Y. and Small, J.C. (1991). *Finite layer analysis of laterlly loaded piles in cross-anisotropic soils*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.15, 785-808.
- Lee, C.Y. (2002). *Discrete layer analysis of laterally loaded piles*, EJGE, 1-13.
- Lee, C.Y. (1991). *Discrete layer analysis of axially loaded piles and pile groups*, Computers and Geotechnics, Vol.11, 295-313.
- Mattes, N.S. and Poulos, H.G. (1969). *Settlement of single compressible pile*, Journal of the soil mechanics and foundations Division, ASCE, Vol.95, N°.SM1, Proc. Paper6356, 189-207.
- Mestat Philippe. (1998). *Etat de contraintes initiales dans les sols et calcul par éléments finis*. Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées -215, Réf.4188, 15-32.
- Mestat Philippe. (1997). *Maillages d'éléments finis pour les ouvrages de géotechnique, conseils et recommandations*, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées -212, Réf.1461, 39-64.
- Mestat, P. (1993). *Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Rapport des laboratoire, Serie Géotechnique GT52.
- Magnan, J.P., Ejjaaouani, H. and Shakhine, V. (2001). *Modèle de calcul de l'interaction du sol et d'un pieu court rigide soumis à des charges horizontales*. LCPC, 1^{ère} Conf. Int, Albert Caquot, 1-8.
- Matlock, H. and Reese, L.C. (1960). *Generalized solutions for laterally loaded piles*. The University of Texas, Bureau of Engineering Research, AUSTIN, 1-52.
- Matlock, H. (1970). *Correlations for design of laterally loaded pile in soft clay*, Proc. 2nd offshore tech. Conf., Houston, Vol.1, 577-594.
- Menard, L. (1962). *Comportement d'une fondation profonde soumise à des efforts de reversement*, Sols soils, Vol.1,3, 9-27.
- Mindlin, R.D. (1936). *Force at the point in the interior of a semi-infinite solide*, Physics 7, 195-202.

- Meyerhof,G.G.(1959). *Compaction of sands and bearing capacity of piles*, J.S.M.F.D., ASCE, Vol.85, SM6, 1-29.
- Nayak,G.C and Zienkiewicz,O.C. (1972). *Elasto-plastic stress analysis a generalization for various constitutive relations including strain softening*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.5, 113-135.
- Naylor,D.J.(1974). *Stresses in nearly incompressible materials by finite elements with application to the calculation of excess pore pressures*, Int.J.Num.Meth.Eng., Vol.8, 60-443.
- Naylor,D.J., Pande,G.N., Simpson,B. And Tabb,R.(1884). *Finite element in geotechnical engineering*, 2nd edition, Pineridge press, Swansea.
- O'Neill, M.W., Ghazzaly, O.I. and Ha, H.B.(1977). *Analysis of three-dimlensional pile groups with nonlinear soil response and pile-soil-pile interaction*, Proceedings of the 9th Offshore Technology Conference, 245-246.
- Ottaviani, M.(1975). *Three dimensional finite element analysis of vertically loaded piles groups*, Geotechnique, London, England, Vol. 25, N^o2, 238-241.
- Owen, D.R.J. and Hinton,E. (1980). *Finite elements in plasticity*, 217-317.
- Poulos, H.G, Davis,E.H.(1980). *Pile fondation analysis and desing*, John Wiley and Son,143-232 & 71-108.
- Philipponnat, G. and Hubert, B. *Fondation et ouvrages enterre*, Eyrolles.
- Poulos,H.G.(1979). *Settlement of single piles in nonhomogeneous soil*. Journal of Thegeotechnical Engineering Division. Proceeding of the American Society of Civil Engineers. Vol.105(GT5).
- Poulos,H.G.(1968). *Analysis of settlements of pile groups*, Geotechnique, London, England, Vol.18, 449-471.
- Prager,W.(1958). *Problème de plasticité théorique*, Dunod, Paris.
- Poulos,H.G., Carter,J.P. and Small,J.C.(2001). *Fondation and retaining structures-Research and practice*. Proceedings of the Fifteenth International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Proc.of the XVth ICSMGE, Istanbul, 2527-2606.
- Poulos, H.G.(1987). *Frome theory to practice in pile design*, Research report N^o.R559, Scool of Civil Engineering and Mining Engineering, Center for Geotechnical Research, Univertsity of Sydney, Australia.
- Poulos,H.G.(1989). *PULL2B: Computer program for analysis of a single laterally loaded pile*, User's Manual, Center for Geotechnical Research, University of Sydney, Australia.
- Poulos,H.G.(1971). *Behavior of laterally loaded piles: I-Single piles*, J.Soil Mech. Found, Div.ASCE, Vol.97(SM5), 711-731.
- Richwien,W and Wang,Z.(1999). *Displacement of a pile under axial load*. Geotechnics, Vol. 49(4), 537-541.
- Randolf Mark,F. and Woroth Peter,C.(1978). *Analysis of deformation of vertically loaded piles*. Journal of Geotechnical Engineering Division Proceeding of the American Society of Civil Engineers, Vol.104(GT12).
- Randolph, M,F and Houlsby, G.T.(1984). *The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil*. Geotechnics, Vol.34, 613-623.

- Reese, L.C. and Manoliu, I.(1973). *Analysis of laterally loaded piles by computer.* Buletinul stiintific al Institutii De Constructii Bucuresti, XVI. N° 1, 35-70.
- Reese,L.C.(1977). *Laterally loaded piles.* Program documentation Journal of the Geotechnical Engineering Division Proceeding of the American Society of Civil Engineersm Vol.103(GT4).
- Reese,L.C. and Welch,R.C.(1975). *Lateral loading of deep foundations in stiff clay,* Journal OF geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.101, N° GT7, 633-649.
- Reese,L.C., Cox,W.R. and Koop,F.D.(1974). *Analyse of laterally loaded piles in sand,* Proc.6th Offshore Tech.Conf., Houston, Paper OTC 2080, 473-483.
- Reese,L.C. and Sullivan,W.R.(1984). *Documentation of computer program COM264,* Parts I and II : Analysis of stresses and deflection for laterally loaded piles including generation of P-Y curves, Research Report GS80-1, Geotechnical Engineering Center, University of Texas at Austin, U.S.A.
- Randolph,M.F. (1981). *The response of flexible piles to lateral loading.* Geotechnic, Vol.31(2), 247-259.
- Rahai,A.R. (1997). *Investigation pf rigid piles brhavior under lateral forces.* Comptes rendus du 14^{ème}, ICSMFE, Hambourg. DEU/1997-09-06 Edition Balkema, Vol.2, 877-882, ISBN90-5410-893-2.
- Rajapakse, R.K.N.D. and Karasudhi, P. (1984). *Elastostatic infinite elements for layered half spaces,* ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 111, 1144-1158.
- Roscoe,K.H., Schofield,A.N. and Wroth,C.P.(1958). *On the yielding of soils,* Geotechnique, Vol.8, N°1,22-53.
- Seed, H.B. and Reese, L.C. (1957). *Action of soft clay along friction piles,* Trans, ASCE,Vol.122, 731-754.
- Southcott,P.H. and Small,J.C.(1996). *Finite layer analysis of Vertically loaded piles an pile groups.* Computers and Geotechnics, Vol.18(1), 47-63, 1996, Elsevier Science Ltd.
- Schofield,A.N. and Wroth,C.P.(1968). *Critical state soil mechanics,* McGraw-Hill.
- Sloan,S.W.(1987). *Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations,* International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, 893-911.
- Stifo, A.S.(1978). *Theoretical and experimental investigation of behaviour of anisotropically consolidated Kaolin,* Ph.D Thesis, University College, Cardiff, U.K.
- Shen,W.Y., Chow,Y.K. and Young,K.Y.(1997). *A variational approach for vertical deformation analysis of pile group.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.21, 741-752, John Wiley & Sons, Ltd.
- Smith,G.N.(1971). *An introduction to matrix and finite element methode in civil engineering.* Applid Science Publishers Ltd, ISBN0 85 334 502 3, library of congress catalog lard Number 79, 134-294.
- Smith,I.M. and Griffiths,D.V.(1988). *Programming the finite element method.* Second Edition University of Manchester U.K, John Wiley and Son, Chishester, 469.
- Sullivan,W.R., Reese, L.C. and Fenske, C.W.(1979). *Unified method for analysis of laterally loaded piles in clay,* Conf. On Num.Methods in offshore piling,London.Inst.Civ.Engrs., Paper N°17.
- Terzaghi, K.(1955). *Evaluation of coefficients of subgrade reaction,* Geotechnique, Vol.5, N°4, 297-326.

- Trochanis, M., Bield, J. and Christiano, P. (1988). *Three dimensional nonlinear study of piles*, Journal of Geotechnical Engineering, Vol.3, ASCE, ISSN 0733-9410/91/0003-0429, paper N° 25600.
- Torkamani, A.M. and Elsafi, Y.H. (1989). *A unified approach to the solution of plane elast-plastique problèms: Criteria of yielding*. Computers & Structures, Vol.33(5), 1167-1181.
- Verruijt, A. and Kooijman, A.P. (1989). *Laterally loaded piles in a layered elastic medium*, Geotechnics, Vol.39(1), 39-46.
- Valliappan, S., Lee, I.K. and Boonlualohr, P. (1974). *Settlement analysis of pile in layred soil*, Proceedings of the 7th Biennial Conference of the Australian Road Research Board, Adelaide, Australia, Vol.7, Part 7, 144-153.
- Verruijt, A. (1994). *Offshore soil mechanics*, Delft University of Technology Press, Delft, Netherlands.
- Weiming, L. and Novak, M. (1991). *Soil-pile-cap statique interaction analysis by finite and infinite elements*. Canadian Geotechnical Journal, Vol.28(6), 771-783.
- Winkler, E. (1967). *Die lehre voin plastizitat and festigkeit*, 182 Prague.
- Whitaker, T. and Cooke, R.W. (1966). *An investigation of the shaft and base resistance of bored piles in London clay*, Proceedings, Institution of Civil Engineers Symposium on large bored piles, London, England.
- Yamada, Y., Yoshimura, N. and Sakurai, T. (1968). *Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic-plastic problèms by the finite element method*. Int.J.Mech.Sci. Pergamon press, Vol.10, 343-345.
- Zienkiewicz, O.C., Valliappan, S. and King, I.P. (1969). *Elasto-plastic solutions of engineering problems" initial stress", Finite element approach*. International Journal for Numerical Methods in Engeneeringm, Vol.1, 75 -100.
- Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. (1991). *The finite elemente method*. 4th ed. Mcgraw-Hill, London.
- Zienkiewicz, O.C. (1977). *The finite element methode in engineering science*. 3rd edition, Mc Graw-Hill, London.
- Zienkiewicz, O.C., Hump heson, C. and Lewis, R.W. (1975). *Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics*. Geotechnics, Vol.25(4), 671-689.