

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Nationale Polytechnique



Département d'Hydraulique

Laboratoire de Recherche des Sciences de l'Eau LRS- EAU

**Projet de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme
d'ingénieur d'état en Hydraulique**

Thème :

**Détermination du profil de vitesse dans
l'écoulement à surface libre
Application aux réseaux d'assainissement**

Présenté par :

Mr. OUCHEBARA Abdelhak

Proposé et dirigé par :

Dr. BENMAMAR Saâdia

Pr. ABSI Rafik

Mr. BENZIADA Salim

Promotion : Juin 2011

ENP, 10 Avenue Hassan Badi, BP.186 EL HARRACH, ALGER

إن التمثيل العمودي لمقطع السرعة عند السيلان داخل القنوات في الهواء الطلق يعد مهمة جد صعبة.

ان عملنا هذا يتمثل في تقديم طريقة لحل معادلات نفي-ستوكس التي تمكن من اقتراح قانون الناحية الخارجية للطبقة المحصورة

لكي نتعرف على مدى قدرة المعادلة في تمثيل العمودي لمقطع السرعة الطولي داخل القنوات العريضة و الضيقة قررنا حلها بواسطة البرنامج "ماتلاب" و مقارنتها مع النتائج التجريبية التي قمنا بها في مخبر المدرسة الوطنية متعددة التقنيات.

كلمات مفاتيحية : مقطع السرعة, MATLAB, dip phenomenon,

La détermination du profil vertical de la vitesse logetudinale dans les écoulements en canaux à l'air libre est une tâche très délicate.

Ce travail présente une méthode de résolution des équations de Navier -Stokes qui permet de proposer une loi pour la région externe de la couche limite.

Pour avoir une aidée sur la limite de cette loi qui prévoit le profil de vitesse longitudinale tant pour des canaux larges que étroits, on a opté de la résoudre sous le logiciel MATLAB et les comparées par la suite avec les résultats expérimentaux effectués au laboratoire (LRS-ENP), dans un canal rectangulaire.

Mots clés : Profil de vitesse, dip phenomenon, MATLAB,

The determination of the profile vertical speed logetudinale in the flows in channels with the free air is a very delicate task.

This work presents a method of resolution of the equations of navier - stokes which makes it possible to propose a law for the external area of the boundary layer.

To have helped one on the limit of this law which prévoit the profile longitudinal speed as well for broad channels as narrow, one chose to solve it under software MATLAB and compared there after with the experimental results carried out with laboratory (LRS-ENP), in a rectangular channel. Velocity distribution, dip phenomenon, MATLAB.

Je dédie mon travail

A mes chers parents

qui m'ont toujours soutenu et encouragé tout au long de ma vie.

A ma chère sœur

A mes très chers frères

A Louisa

A Lyes, Chafik, Nabil et Moha

A ma grande mère

A mes cousins

A toute la famille

A tous mes amis de l'école, et particulièrement ceux de la promotion.

Remerciements

Merci à notre bon Dieu, notre guide, notre force, notre bonheur, et la raison de notre existence. C'est lui qui nous a fait comprendre le but de cette vie, et qui nous a donné le pouvoir d'aimer les gens et d'apprécier les choses. Merci d'être là dans les moments les plus difficiles.

Je tiens à remercier très chaleureusement ma directrice de thèse Mlle BANMAMAR, Saida (Maitre de conférence à l'école nationale polytechnique), pour son soutien, pour ses consignes, et pour sa générosité, et c'est grâce à elle que j'ai pu faire ce travail, car elle s'est toujours montrée à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce mémoire, sincèrement c'était le principal moteur qui m'a vraiment poussé et aidé pour bien mener ce travail. Avec sa compétence dans le travail et ses connaissances dans le domaine elle m'avait facilité énormément la tâche.

Mille mercis chère docteur

Je remercie aussi Mr. BENZIADA Salim et NEBACHE Nacer pour leurs conseils.

Je tiens à remercier Mr. NACER Bakir (ingénieur d'états en Hydraulique à ENP)

Je remercie enfin toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES
LISTE DES TABLEAUX
LISTE DES PHOTOS
NOTATIONS PRINCIPALES

INTRODUCTION GENERALE1

Chapitre I

RAPPELS SUR LES ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

1. DEFINITIONS ESSENTIELLES.....	3
1.1. Paramètres géométriques	3
1.2. Paramètres hydrauliques	4
2. CLASSIFICATION DES ECOULEMENTS.....	6
2.1. Ecoulement permanent uniforme	6
2.2. Calcul de la hauteur normale.....	8
2.3. Ecoulement critique.....	8
2.4. Ecoulement graduellement varié	10
2.5. Courbes de remous typiques	10

Chapitre II

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE CHAMP DE VITESSE EN CANAL A SURFACE LIBRE

1. NATURE DU PROBLEME	15
2. TRAVAUX DE YANG ET AL (2004)	15
3. TRAVAUX DE BONAKDARI ET AL (2008)	15
3.1. Région interne.....	16
3.2. Région externe	16
4. EQUATIONS DE MOYENNES DE REYNOLDS	16
5. TRAVAUX DE HOSSIEN BONAKDARI (2010)	17
CONCLUSION.....	18

Chapitre III

MODELISATION MATHEMATIQUE DE L'ECOULEMENT A SURFACE LIBRE VIA LES EQUATIONS DE REYNOLDS

INTRODUCTION	30
1. EQUATIONS DE BASE	30
1.1. Equation de continuité	31
1.2. Equations de quantité de mouvement	31
2. DETERMINATION DE SYSTEME D'EQUATIONS DE REYNOLDS	32
2.1. Equation de continuité.....	33
2.2. Equations de quantité de mouvement	33
3. ETUDE ANALYTIQUE	34
3.1. Équations de Reynolds moyennées.....	34
4. LOI MODIFIEE DIP	36
4.1. Loi modifiée dip log	36
4.2. Loi modifiée dip log simple	37
5. EQUATION DIFFERENTIELLE ORDINAIRE POUR LA DISTRIBUTION DE LA VITESSE ET LE DIP-PHENOMENON.....	38
5.1. Equation différentielle ordinaire.....	38
5.2. Loi composée modifiée dip log sillage	39
6. PRESENTATION DE PROFILS DES VITESSES A LAIDE DE LOGICIEL MATLAB PAR DES DONNEES PRISES DE LA LITTERATURE, POUR LA LOI MODIFIEE DIP LOG	39
7. PRESENTATION DE PROFILS DES VITESSES A LAIDE DE LOGICIEL MATLAB PAR DES DONNEES PRISES DE LA LITTERATURE, POUR LA LOI MODIFIEE DIP LOG SILLAGE	40
8. INTERPRETATION.....	42
CONCLUSION	42

Chapitre IV

DETERMINATION EXPERIMENTALE DU PROFIL DE VITESSE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE

INTRODUCTION	43
1. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL	43
1.1. Réservoir d'alimentation	44
1.2. Canal rectangulaire	44
1.3. Déversoir	45
2. DETERMINATION DE LA PENTE DU CANAL	45
3. MOYENS DE MESURES	45
3.1. Mesure du débit	45
3.2. Mesure de la hauteur d'eau	48
3.3. Mesure de la vitesse moyenne	48

4. RUGOSITE DU FOND DU CANAL	49
5. MODE OPERATOIRE	50
6. RESULTATS EXPERIMENTAUX	51
6.1. Régimes d'écoulement	51
7. RESULTATS EXPERIMENTAUX	51
7.1. Présentation des résultats expérimentaux	52
CONCLUSION.....	54

Chapitre V

**COMPARAISON DES RESULTATS ANALYTIQUES ET
EXPERIMENTAUX**

INTRODUCTION.....	55
1. VALIDATION DE L'ETUDE ANALYTIQUE	55
1.1. Interprétation des résultats	55
CONCLUSION	60
CONCLUSION GENERALE	61
BIBLIOGRAPHIE.....	62

Liste des figures

LISTE DES FIGURES

Figure I-1 : Tirant d'eau, largeur au miroir et section mouillée.....	2
Figure I-1 : Tirant d'eau, largeur au miroir et section mouillée.....	5
Figure I-3 : Diagramme d'énergie spécifique	8
Figure I-4: Courbes type M.....	10
Figure I-5: Courbes type S	12
Figure II-1 : Système de coordonnées adopté par Yang et al (2004)	15
Figure II-2 : Profil de vitesse dans un canal lisse à ciel ouvert avec des données de vitesses basées sur des expériences de Sarma et al (1997).....	16
Figure II-3 : Relation entre le facteur de correction et le rapport z/h de Yang (1996)...	17
Figure II-4 : Relation entre α et l'aspect ratio b/h au centre du canal rectangulaire	18
Figure II-5 : Comparaison entre le profil de vitesse mesurée et calculée pour $b/h=4.47$ (données de Yang 1996)	18
Figure II-6 : Comparaison entre le profil de vitesse mesurée et calculée pour $b/h=1,49$ (données de Yassin 1953)	19
Figure II-7 : Couche limite turbulente au-dessus de la surface rugueuse.....	20
Figure II-8 : Système de coordonné et profil de vitesse dans un canal étroit, (a) Section transversale, (b) plan longitudinal	21
Figure II-9 : La distribution de vitesse et la position de dip-phénoménon	23
Figure II-10 Validation de la loi proposée par des résultats expérimentaux	23
Figure II-11 : Profils des vitesses par différentes lois analytiques et résultats expérimentaux comparés à l'équation (37)	28
Figure III-1 : système de coordonné adopté pour le développement des équations de Reynolds.....	34
Figure III-2 : Système de coordonné adopté pour le développement des équations de Reynolds.....	35
Figure III-3 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log modifiée tracer avec des données expérimentales de Coleman	39
Figure III-4 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log modifiée tracer avec des données expérimentales de Sarma	40

Liste des figures

Figure III-5 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log sillage modifiée tracer avec des données expérimentales de Coleman.....	40
Figure III-6 : profil de terme additionnel (D) de l'équation (III-38)	41
Figure III-7 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log modifiée tracer avec des données expérimentales de Sarma.....	41
Figure III-8 : Profil de terme additionnel (D) de l'équation (III-38)	42
Figure IV-1 : Déversoir à mince paroi	46
Figure IV-2 : Déversoir rectangulaire a mince paroi.....	46
Figure IV-3 : Courbe d'étalonnage du déversoir	47
Figure IV-4 : Profils verticaux de la vitesse longitudinale dans un canal à fond lisse	52
Figure IV-5 : Profils verticaux de la vitesse longitudinale dans un canal à fond rugueu	53
Figure IV-6 : Profils verticaux de la vitesse longitudinale dans le canal pour les deux états de fond avec un débit ($Q=0.039\text{m}^3/\text{s}$)	54
Figure V-1 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour ($Q=0.030\text{m}^3/\text{s}$)	56
Figure V-2 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour ($Q=0.039\text{m}^3/\text{s}$)	56
Figure V-3 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour ($Q=0.041\text{m}^3/\text{s}$)	57
Figure V-4 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour ($Q=0.029\text{m}^3/\text{s}$)	58
Figure V-5 : Comparaison entre résultats analytique et expérimentaux pour ($Q=0.039\text{m}^3/\text{s}$)	58
Figure V- 6: Comparaison entre résultats analytique et expérimentaux pour ($Q=0.039\text{m}^3/\text{s}$ et $z=b/4$, fond lisse)	59
Figure V- 7: Comparaison entre résultats analytique et expérimentaux pour ($Q=0.039\text{m}^3/\text{s}$ et $z=b/4$, fond rugueux)	59

LISTE DES TABLEAUX

Tableau IV-1 : Variation du débit en fonction de l'épaisseur de la lame déversante	47
Tableau IV-2 : Valeurs du coefficient de débit.....	48
Tableau IV-3 : Régimes d'écoulement dans le cas de fond lisse.....	51
Tableau IV-4 : Régimes d'écoulement dans le cas de fond rugueux.....	51

LISTE DES PHOTOS

Photo IV-1 : Dispositif expérimental 43

Photo IV-2 : Réservoir d'alimentation 44

Photo IV-3 : Canal rectangulaire 44

Photo IV-4 : Niveau d'ingénieur 45

Photo IV-5 : Mire 45

NOTATIONS PRINCIPALES

A_r : ratios ;

B : largeur de miroir ;

B_r : constante logarithmique ;

b : Largeur au miroir (en m) ;

C : Coefficient de Chézy (-) ;

D_h : Diamètre hydraulique (en m) ;

E : Energie spécifique (m) ;

F_r : Nombre de Froude (-) ;

g : Accélération de la pesanteur (en m/s²) ;

h : Tirant d'eau (en m) ;

h_c : Hauteur critique (en m) ;

h_d : Charge mesurée au milieu de l'échancrure (en m) ;

h_n : Hauteur normale (en m) ;

I : Pente de surface libre (m/m) ;

I_c : Pente critique (en m/m) ;

i : Pente du fond de canal (m/m) ;

J : Pente hydraulique (en m/m) ;

K : constante de Von Karman ;

M : point donné

k : Coefficient de Manning-Strickler (-) ;

k_d : Débitance (en m³/s) ;

L_d : Largeur du déversoir (en m) ;

μ_d : Coefficient du débit (-) ;

n : Coefficient de Manning (-) ;

Notations principales

P : Pression (N/m^2) ;

P_m : Périmètre Mouillé (en m) ;

P_p : Hauteur de Pelle ;

Q : Débit (en m^3/s) ;

R_h : Rayon Hydraulique (m) ;

R_e : Nombre de Reynolds (-) ;

S_m : Section mouillée (en m^2) ;

\overline{U}_i : Vitesse moyenne (en m) ;

v : Vitesse de l'écoulement (en m/s) ;

Z_f : Cote du fond (m) ;

Z₀ : la position ou la vitesse de glissement égale 0

Θ : Angle qui fait le fond du canal avec l'horizontal (en °) ;

γ : Coefficient du Bazin (-) ;

γ_w : Poids volumique de l'eau (en N/m^3) ;

ρ_w : Masse volumique de l'eau (en Kg/m^3) ;

ν : Viscosité cinématique (m^2/s) ;

μ : Viscosité dynamique (Kg/ms) ;

τ : Force de frottement (N/m^2) ;

ξ : Rapport adimensionnel

ξ_{dip} : position de la vitesse maximal

α : Paramètre de correction

INTRODUCTUON GENERALE

Le calcul des écoulements uniformes à surface libre ou en charge occupe une place importante dans la pratique de l'ingénieur hydraulicien. Un écoulement est considéré comme étant uniforme lorsque ses caractéristiques sont invariables dans le temps et dans l'espace.

Ces caractéristiques sont la profondeur h de l'écoulement appelée aussi hauteur normale, l'aire de la section mouillée S_m , la vitesse moyenne V de l'écoulement et le débit Q .

D'un point de vue pratique, la constance de la vitesse V est généralement associée à celle de la vitesse moyenne; mais de façon plus rigoureuse, cela signifie que l'écoulement est caractérisé par une vitesse constante en tout point de son domaine.

En d'autres termes, la distribution des vitesses dans chacune des sections transversales de l'écoulement est uniforme, correspondant à une couche limite pleinement développée; cet aspect du problème a été longuement étudié par plusieurs chercheurs.

Dans notre cas nous allons étudier les profils de vitesses pour deux cas de rugosité de fond, le premier en plexi-glass, le deuxième en papier abrasif P80.

Pour cela nous allons reproduire des écoulements dans un canal rectangulaire à l'air libre et déterminer les profils verticaux de la vitesse longitudinale à l'aide d'un vélocimètre qui comporte un fréquencesmètre et un micro-moulinet. Les résultats tracés expérimentalement seront comparés au développement analytique, à la loi de **(Absi 2011,)** et **(Liu Y, .Ni H 2007).**

Le document que nous soumettons à votre attention est structuré en cinq chapitres :

Le chapitre I : comporte un rappel général sur les écoulements à surface libre.

Le chapitre II : porte sur les études déjà faites concernant le champ de vitesse en canal rectangulaire à surface libre.

Le chapitre III : concernera le développement des équations de Reynolds moyennées, et hypothèses posées pour aboutir à une équation simplifiée d'une seule dimension suivant l'axe des (X) . Cette résolution a été exécutée sous le logiciel MATLAB, pour le tracer des profils verticaux des vitesses longitudinales.

Le chapitre IV : présente l'installation expérimentale et les différents appareils de mesures, pour le réglage de la pente du canal rectangulaire, l'étalonnage du déversoir rectangulaire à mince paroi et la prise de la vitesse moyenne dans chaque section à des

INTRODUCTUON GENERALE

distances variables du fond jusqu'à la surface libre et de paroi gauche jusqu'à la paroi droite.

Enfin, le chapitre V concernera la comparaison entre différents résultats obtenus d'une part, et interprétation pour chaque profil d'une autre part.

Chapitre I

RAPPELS SUR LES ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

Dans ce chapitre nous allons présenter les principes de l'hydraulique à surface libre, qui nous seront utiles à la compréhension des écoulements dans un contenant (canal, rivière, conduite). Les écoulements à surface libre sont des écoulements qui s'écoulent sous l'effet de la gravité en étant en contact avec l'air dont la pression est à surface libre, et un contact partiel avec un contenant (canal, rivière, conduite). Les paramètres principaux d'une étude hydraulique ont pour propriétés des fluides (tel-que masse volumique viscosité), la géométrie du canal et les propriétés de l'écoulement (profondeur d'eau, vitesse de l'écoulement...) (*Dégoutte, 2006*).

1. DEFINITIONS ESSENTIELLES

1.1. Paramètres géométriques

Les paramètres géométriques sont relatifs à une section de canal dans un plan perpendiculaire à son axe, dont la position est définie par une abscisse (x). Les paramètres essentiels sont le tirant d'eau (y), la section mouillée (S_m), la largeur du miroir (B) ou la largeur de la section mouillée et le périmètre mouillé (P_m). Ils sont définis dans la figure (I-1).

Il faut noter que le périmètre mouillé représente la longueur de paroi au contact de l'eau (berge ou fond), mais ne comporte pas le contact entre l'eau et l'atmosphère. Le tirant d'eau est mesuré perpendiculairement au fond du canal, il ne doit pas être confondu avec la hauteur d'eau qui est une mesure verticale. Mais en rivières à faibles pentes, ces deux valeurs sont pratiquement égales.

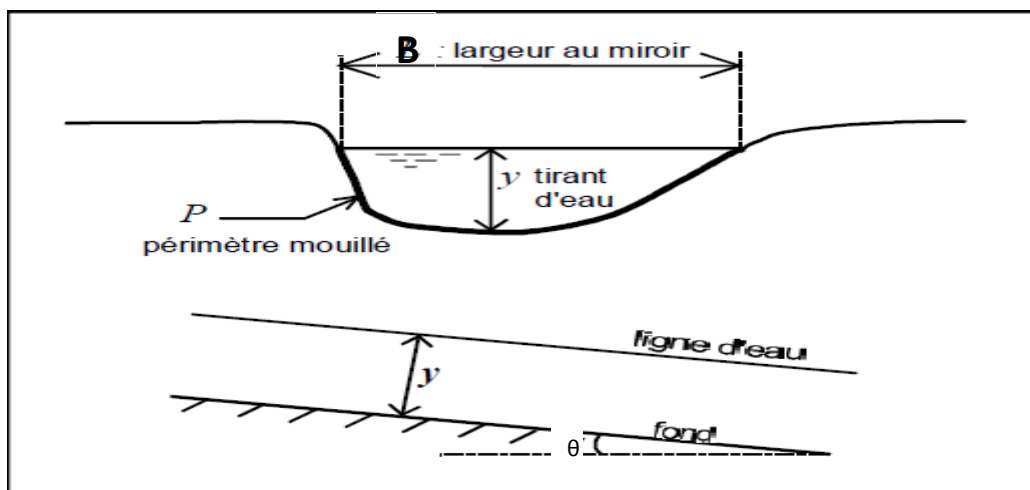


Figure I-1 : Tirant d'eau, largeur au miroir et section mouillée (*Dégoutte, 2006*)

Par définition, le rayon hydraulique est le rapport entre la section mouillée et le périmètre mouillé $R_h = \frac{S_m}{P_m}$.

Si le canal est rectangulaire, alors $R_h = \frac{b * h}{b + 2h}$, et si le canal est infiniment large $R_h = h$ (**Graf, 1993**).

La pente du canal, notée i , est la pente de son fond, mesurée tout le long de son axe, et comptée positivement si le canal est descendant.

Si z_f désigne la cote du fond mesurée positivement vers le haut, alors $I = - \frac{d z_f}{d x} = \sin \theta$.

Tous les paramètres b , h , S , P , R_h dépendent du débit et ne sont donc pas des constantes géométriques.

1.2. Paramètres hydrauliques

1.2.1. Masse volumique

La masse volumique de l'eau est notée ρ_e et vaut 1000 kg/m^3 dans le cas de l'eau sans matières en suspension (**Lencastre, 2005**).

1.2.2. Poids volumique

Le poids volumique de l'eau est noté $\gamma_e = g * \rho_e$ et vaut $9,81 \text{ kN/m}^3$ pour de l'eau sans matières en suspension.

g , désigne l'accélération de la pesanteur. Le poids volumique ne doit pas être confondu avec la masse volumique définie plus haut ou avec la densité qui est un nombre sans dimension (**Dégoutte, 2006**).

1.2.3. Débit

Le débit (Q) est le volume d'eau qui traverse une section perpendiculaire à l'axe du canal par unité de temps.

1.2.4. Débitance

Elle représente la mesure de la capacité du transport d'eau dans une section transversale, elle est donnée par : $K = \frac{Q}{\sqrt{J}}$, où J représente la pente hydraulique

1.2.5. Vitesse en un point de l'écoulement

Par définition, la vitesse (v) en un point de l'écoulement est celle de la particule qui passe en ce point au moment considéré.

1.2.6. Vitesse moyenne

La vitesse moyenne est par définition : $U = \frac{Q}{S_m}$, c'est-à-dire $U = \frac{\iint u \, ds}{S_m}$, ds désignant un élément de surface ($S = \iint ds$).

1.2.7. Nombre de Froude

Le nombre de Froude est le rapport entre les forces d'inerties et les forces de pesanteurs (Graf et Altinakar, 1995). Il est donné par : $Fr = \frac{U}{\sqrt{g * h}}$

On peut classer les écoulements selon la valeur du nombre de Froude comme suit :

- $Fr > 1$: Ecoulement torrentiel.
- $Fr < 1$: Ecoulement fluvial.
- $Fr = 1$: Ecoulement critique.

1.2.8. Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est le rapport entre les forces de frottement et les forces d'inertie : $Re = \frac{U * D_h}{\nu}$

Avec, D_h : le diamètre hydraulique ; $\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$: la viscosité cinématique de l'eau;

$\mu = 10^{-3} \text{kg/ms}$: la viscosité dynamique de l'eau (**Lencastre, 2005**).

Les régimes d'écoulement sont classés suivant le nombre de Reynolds comme suit : (**Ernest et Horace, 1996**).

- $Re < 2000$: Ecoulement laminaire ;
- $2000 < Re < 2300$: Ecoulement transitoire ;
- $Re > 2300$: Ecoulement turbulent.

1.2.9. Ligne de courant

Une ligne de courant est une courbe tangente en chacun de ses points M au vecteur vitesse en ce point. En écoulement non permanent, la vitesse V au point M évolue dans le temps et les lignes de courant se déforment avec le temps. En écoulement permanent, les lignes de courant ne se déforment pas et constituent des trajectoires de particules d'eau. Le profil de la surface libre est une ligne de courant particulière.

1.2.10. Pression hydrostatique en un point

Dans un liquide au repos, $Z_M + \frac{p}{\gamma_e}$ est constant en tout point M de la masse liquide.

Z_M désigne la cote du point M. p désigne la pression appliquée à une facette passant par ce point et ne dépend pas de l'orientation de cette facette. Elle s'exprime en Pascal (symbole Pa ou N/m²). Dans ce qui suit, p désignera la pression relative (autrement dit, en surface d'un liquide la pression est nulle). A une profondeur h sous la surface libre $p = \gamma_e * h$.

2. CLASSIFICATION DES ECOULEMENTS

Un écoulement qui ne varie pas dans le temps est un écoulement **permanent** autrement, il est **non permanent**. A l'échelle de quelques heures, un écoulement en rivière peut être considéré comme permanent, par contre l'écoulement dans un estuaire est continuellement en changement sous l'effet des marées.

2.1. Ecoulement permanent uniforme

La définition du régime permanent et uniforme implique que le débit Q , la vitesse moyenne U et la hauteur d'eau h soient constants dans l'espace, c'est-à-dire le long de l'écoulement considéré, et dans le temps. Pour ce cas de figure, relativement facile à reproduire dans un canal approprié, de nombreux hydrauliciens ont tenté d'établir une relation empirique entre les paramètres géométriques du canal et la vitesse moyenne de l'écoulement. La première tentative est due à Chézy.

2.1.1. Considérations théoriques

Considérons un volume d'eau dans un canal incliné tel que montré dans la Figure (I-2) :

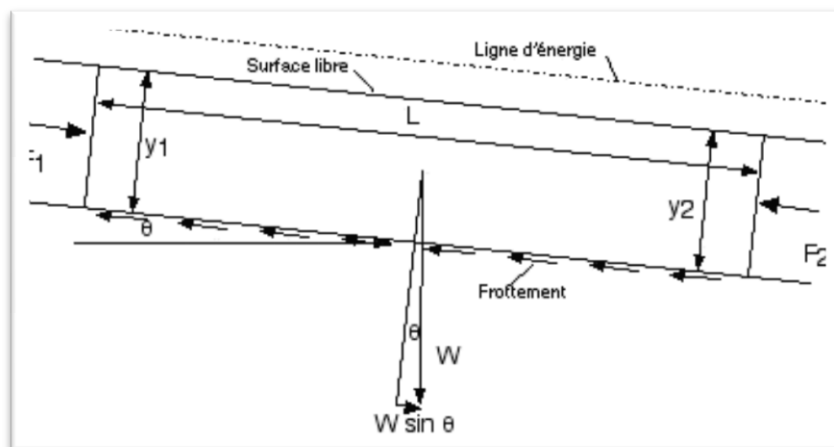


Figure I-2 : Equilibre des forces sur une portion d'écoulement permanent uniforme
(Dégoutte, 2006)

L'équation de conservation de la quantité de mouvement peut s'écrire :

$$F_1 - F_2 - \tau_e P_m L + \gamma_e \sin \theta = \rho Q(V_1 - V_2) \quad (I-1)$$

Où, F_1 et F_2 sont les forces de pression hydrostatique, τ_e est la contrainte de frottement entre l'eau et le périmètre mouillé P_m le long de la distance L , γ_e est le poids du volume d'eau considéré et θ est l'angle du canal par rapport à l'horizontal.

Si l'écoulement est uniforme h_1 et h_2 sont égaux, par conséquent F_1 et F_2 , Q_1 et Q_2 sont aussi égaux. L'équation (I-1) se simplifie alors en :

$$\tau_e = \frac{\gamma_e}{PL} \sin \theta = \frac{\gamma S_m L}{PL} \sin \theta = \frac{\gamma S_m}{P} \sin \theta = \gamma R_h \sin \theta$$

Où, S est la section d'écoulement et R_h le rayon hydraulique. Lorsque l'angle θ est petit $\sin \theta = \tan \theta$ et est égal à la pente du canal i .

La relation précédente s'écrit finalement :

$$\tau_e = \gamma R_h i \quad (I-2)$$

La contrainte de frottement est estimée pour un écoulement turbulent par :

$$\tau_e = f \rho \frac{U^2}{8} \quad (I-3)$$

Où f coefficient de frottement qui dépend de la rugosité du canal et du nombre de Reynolds de l'écoulement

2.1.2. Equation de Chézy

En portant l'équation (I-3) dans l'équation (I-2), on obtient :

$$U = C_H \sqrt{R_h I} \quad (I-4)$$

C'est l'équation de Chézy et où (C_H) est le coefficient de Chézy égal à $\sqrt{\frac{8g}{f}}$ [$L^{-1/2}/T$].

A partir de données expérimentales, Manning a développé une expression pour le coefficient de Chézy où le coefficient de frottement intervient sans dimension :

$$C_H = \frac{\alpha}{n} R_h^{1/6} \quad (I-5)$$

Où, n est le coefficient de frottement de Manning et α est un coefficient d'unité qui vaut 1 en système international et 1,486 en système anglo-saxon (**Souha, 2002 ; Lencastre, 2005**).

2.1.3. Equation de Manning

En remplaçant C dans la formule de Chézy, on obtient la formule de Manning :

$$U = \frac{\alpha}{n} R_h^{2/3} \sqrt{I} \quad (I-6)$$

En introduisant le débit $Q = S_m U$

$$Q = \frac{\alpha}{n} S_m R_h^{2/3} \sqrt{I} \quad (I-7)$$

2.1.4. Autres formules d'écoulements

a. *Formule de Manning-Strickler*

En partant de la formule de Chézy et de la valeur de coefficient C_H donnée ci-dessus, nous obtenons les très classiques et très importantes formules de Manning-Strickler.

$$U = K_s R_h^{2/3} \sqrt{I} \quad (I-8)$$

$$Q = K_s S R_h^{2/3} \sqrt{I}$$

$$\text{Avec, } K_s = 26 \left(\frac{1}{d_{65}} \right)^{1/6}$$

Où, d_{65} est le diamètre en mètre correspondant à 65 % passant en poids obtenu à partir du graphe de la courbe granulométrique (*Chanson, 2004 ; Lencastre, 2005*).

b. *Formule de Darcy-Weisbach*

Parfois, pour les conduites d'égouts, on utilise cette forme de l'équation de Darcy-Weisbach:

$$U = \sqrt{\frac{8g R_h I}{f}} \quad (I-9)$$

f étant le coefficient de frottement (*Dégoutte, 2006*).

2.2. Calcul de la hauteur normale

Pour un débit donné et une pente de canal fixe, l'écoulement s'effectue avec une certaine hauteur d'eau. Cette hauteur d'eau est ce que l'on appelle la hauteur normale. En comparant cette hauteur d'eau avec la hauteur critique, qui n'est pas fonction de la pente du canal, on est en mesure de déterminer si l'écoulement est fluvial, critique ou torrentiel. Cette information sera très utile lorsque l'on voudra évaluer les écoulements varies.

Le principe de base du calcul de la hauteur normale consiste à résoudre une équation d'écoulement en termes de débit (Chézy, Manning ou autres) de telle sorte que seule la profondeur soit inconnue.

2.3. Ecoulement critique

L'écoulement critique apparaît lorsque l'énergie spécifique de l'écoulement est minimale (**Hibbs et chen, 1999**).

L'équation générale qui correspond au régime critique est obtenue donc par intégration de l'équation de l'énergie spécifique par rapport à h et soit égale à 0 (**Lencastre, 2005**) :

$$\frac{dH_s}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{gS^3} \frac{dS}{Dh} = 0 \quad (\text{I-10})$$

Sachant que B est la largeur du miroir, on a $dS=Bdh$. Par substitution on obtient comme condition de minimum :

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{S^3}{b} \quad \text{ou encore} \quad \frac{U^2}{2g} = \frac{S}{2b}$$

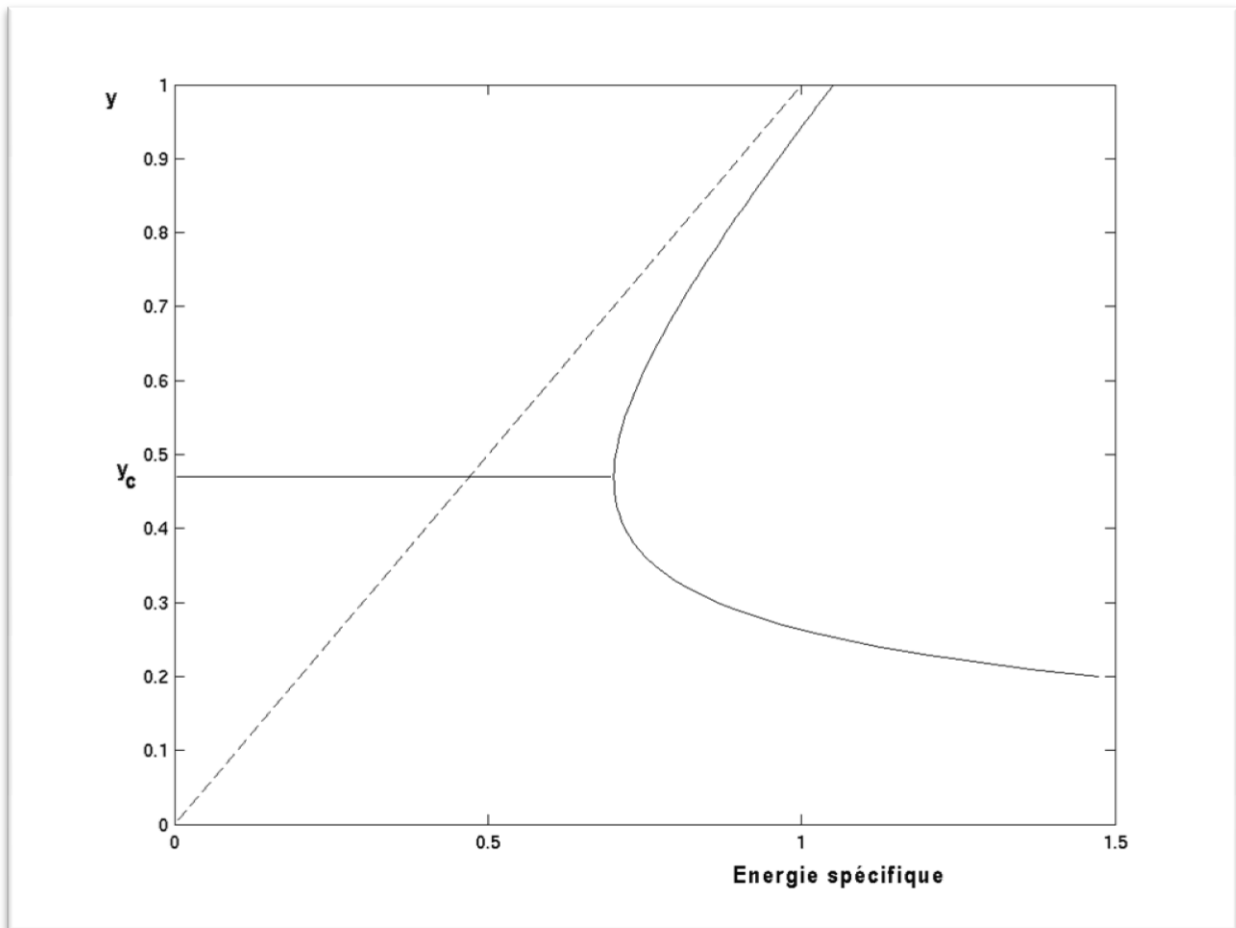


Figure I-3 : Diagramme d'énergie spécifique (**Dégoutte, 2006**)

2.3.1. Hauteur critique

Pour un débit dont il existe, indépendamment de la pente du canal une hauteur critique h_c que l'on peut calculer à partir de l'équation (I-11). La difficulté de calcul dépend de l'expression de S pour un canal à section rectangulaire ou trapézoïdale (**Graf et Altinakar, 1993**) :

$S_m = b h_c$ D'où :

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{B^3 h_c^3}{b} \quad \text{donc } h_c = \left(\frac{Q^2}{g b^2} \right)^{1/3} \quad (\text{I-11})$$

2.3.1. Pente critique

Une fois la profondeur critique déterminée, on peut aussi calculer la pente d'écoulement pour laquelle un débit donné coulera à la hauteur critique (**Lencastre, 2005**).

Avec h_c on calcule S_{mc} , R_{hc} et l'on tire de l'équation de Manning la pente correspondante :

$$I_c = \frac{n^2 Q^2}{\alpha^2 S_m^2 R_h^{4/3}} \quad (\text{I-12})$$

2.4. Ecoulement graduellement varié

Les paramètres V et h varient lentement d'une section d'écoulement à une autre. Entre deux sections de l'écoulement suffisamment proches, le régime graduellement varié est assimilable à un régime presque uniforme, auquel s'appliquerait une extrapolation de la formule de Manning-Strickler : la vitesse moyenne U n'est plus reliée à la pente du fond I , mais à la perte de charge linéaire J (**Carlier, 1980**).

2.5. Courbes de remous typiques

Les courbes de remous peuvent se classer selon la pente du canal. Il existe pour un débit donné une pente de canal pour laquelle l'écoulement se fait à la hauteur critique. Les pentes de canal inférieures à cette pente critique seront considérées comme faibles. Cela formera le groupe **M**. Les pentes supérieures à la pente critique formeront le groupe **S**, On notera par **C** le groupe des courbes pour les Canaux à pente critique puis par **H** les courbes sur des canaux horizontaux et enfin **A** pour les canaux en contre-pente.

2.5.1. Courbes M

Les formes que peut prendre la surface libre dans un canal descendant $I > 0$.

Pour les canaux à pente faible, $I < I_c$; $h_n > h_c$

- **Courbe M1**

$h > h_n > h_c$; $F_r < 1$; dh/dx est positif.

La courbe vient de l'amont, se raccordant asymptotiquement à la profondeur normale, h_n , pour tendre vers l'aval, en croissant vers une tangente horizontale.

On rencontre la branche M1, par exemple :

- en amont d'un barrage,
- en amont des piles d'un pont,
- dans certains changements brusques de pente.

- **Courbes M2**

$h_n > h > h_c$; $F_r < 1$; dh/dx est négatif.

En amont, la courbe se raccorde asymptotiquement à la profondeur normale, h_n , pour tendre vers l'aval en décroissant perpendiculairement vers la profondeur critique, h_c .

La branche M2 se rencontre, par exemple :

- en amont d'une augmentation de pente,
- en amont d'une chute brusque.

- **Courbes M3**

$h_n > h_c > h$; $F_r > 1$; dh/dx est positif.

La courbe vient de l'amont en augmentant, pour tendre en aval vers la profondeur critique, h_c , qu'elle atteint perpendiculairement en formant un ressaut hydraulique.

La branche M3 se rencontre, par exemple :

- lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente faible,
- dans certains changements de pente.

Cette branche est souvent prolongée par un ressaut hydraulique.

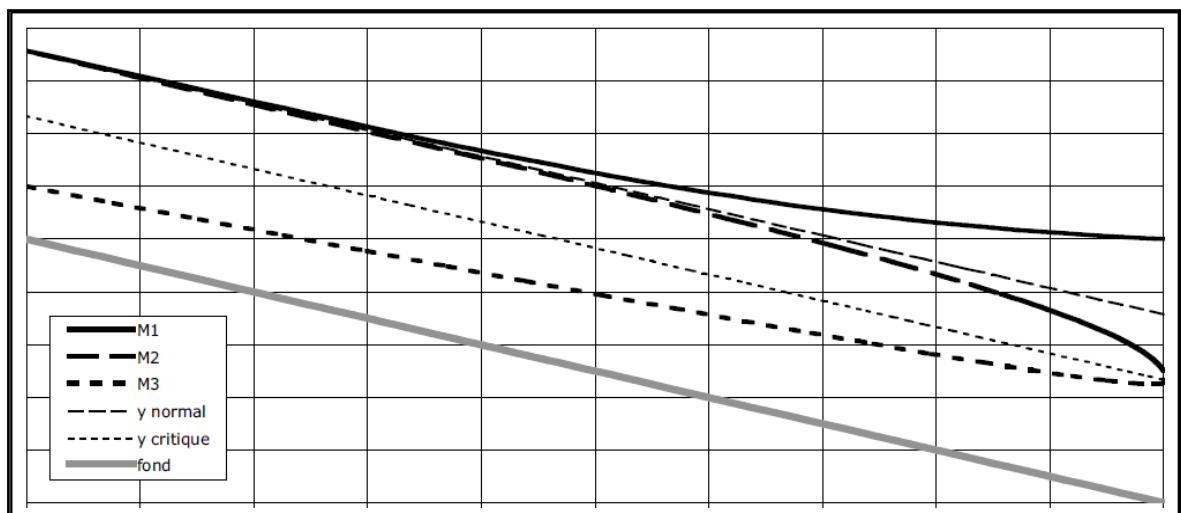


Figure I-4: Courbes type M

2.5.2. Courbes S

Les formes que peut prendre la surface d'eau dans un canal descendant, $I > 0$, à forte pente si

$I > I_c$; $h_n < h_c$, sont S1, S2 et S3

- **Courbes S1**

$h > h_c > h_n$; $F_r < 1$; dh/dx est positif.

La courbe prend naissance à la profondeur critique, h_c , orthogonalement et se termine, en croissant, tangentiellement à une horizontale.

La branche S1 se rencontre, par exemple :

- en amont (au remous) d'un barrage,
- dans certains changements de pente.

Cette branche est souvent précédée d'un ressaut hydraulique.

- **Courbes S2**

$h_c > h > h_n$; $F_r < 1$; dh/dx est négatif.

La courbe correspond à un régime de transition entre la profondeur critique et un écoulement uniforme.

La branche S2 se rencontre, par exemple :

- en aval d'une augmentation brusque de pente,
- dans l'élargissement de la section.

- **Courbes S3**

$h_c > h_n > h$; $F_r > 1$; dh/dx est positif.

La courbe correspond à un régime transitoire entre un écoulement à grande vitesse et un écoulement normal, vers lequel il tend asymptotiquement.

La branche S3 se rencontre, par exemple :

- dans un écoulement sous une vanne dénoyée débouchant dans un canal à forte pente,
- lorsque la pente diminue brusquement tout en restant supérieure à la pente critique.

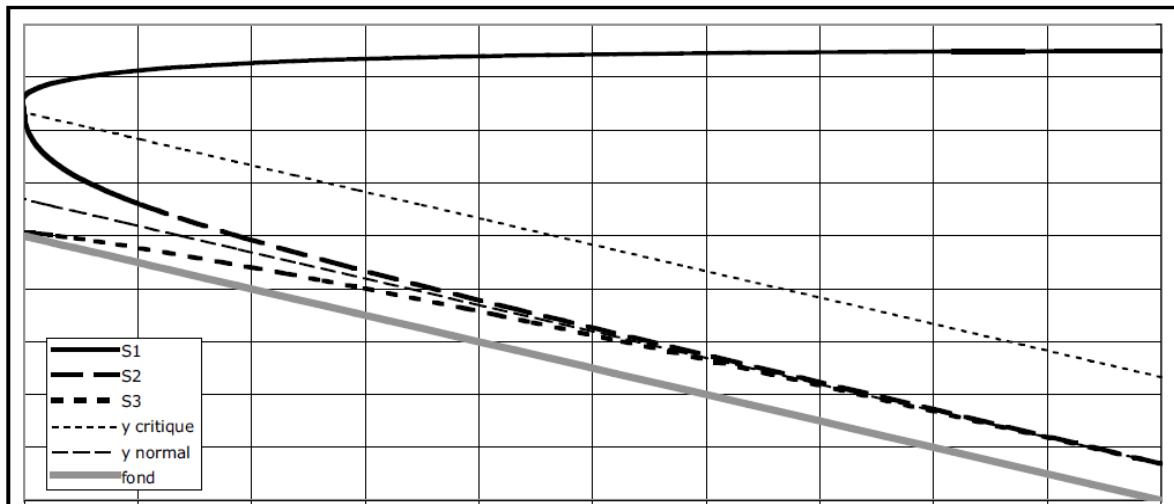


Figure I-5: Courbes type S

2.5.3. Courbes C

Les formes que peut prendre la surface libre dans un canal à pente critique si

$I \equiv I_c$; $h_n \equiv h_c$, sont C1, C2 et C3.

Ce cas est la limite connue des deux groupes précédents, M et S, avec la disparition de la branche intermédiaire, C2.

• Courbes C1

$h > h_n$ $F_r < 1$; dh/dx est positif.

La courbe est horizontale.

La branche C1 se rencontre, par exemple :

- à un changement de pente, séparant le passage de la pente critique à une pente moindre,
- au raccordement d'un canal à pente critique à un réservoir.

• Courbes C2

La courbe C2 n'existe pas car les hauteurs normales et critiques sont confondues.

• Courbes C3

$h < h_n$; $F_r > 1$; dh/dx est positif.

La courbe est aussi horizontale.

La branche C3 se rencontre, par exemple :

- lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente critique,
- lors d'une réduction de pente aboutissant à la pente critique.

2.5.4. Courbes H

Les formes que peut prendre la surface libre si

$I=0$; $h_n = \infty$, sont H2 et H3

Ici il n'y a pas de profondeur normale, puisqu'elle devient infinie si la pente de fond est nulle. En conséquence, la branche H1 disparaît.

La courbe comporte les deux branches H2 et H3, qui sont les limites des branches M2 et M3 lorsque la pente du canal tend progressivement vers zéro.

La branche H2 se rencontre, par exemple :

- à une chute brusque.

La branche H3 se rencontre, par exemple :

- lors d'un écoulement à grande vitesse entant dans un canal horizontal.

2.5.6. Courbes A

Les formes que peut prendre la surface libre dans un canal à contre pente si

$I < 0$, sont A2 et A3.

Il n'y a pas de profondeur normale puisque aucun écoulement uniforme n'est possible. En conséquence, la branche A1 n'existe pas.

La courbe est d'allure parabolique, comportant les deux branches, A2 et A3.

La branche A2 se rencontre, par exemple :

- dans un changement brusque de pente.

La branche A3 se rencontre, par exemple :

- à une vanne dont l'ouverture est inférieure à la profondeur critique. (*graf et altinakar, 1993*)

Chapitre II

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE CHAMP DE VITESSE EN CANAL A SURFACE LIBRE

1. NATURE DU PROBLEME

La détermination du profil vertical de vitesse dans les écoulements turbulents en canaux étroits est une tâche rendue délicate par la présence de courants secondaires de second type de Prandtl dans la section transversale sous l'effet des quels la vitesse maximale est située en dessous de la surface libre. De ce fait, si la loi logarithmique reste applicable dans la zone interne de la couche limite, la loi de Coles s'avère inadaptée.

Un rappel de l'état de l'art, sur des études qui ont été déjà faites concernant la détermination des profils vertical de vitesse dans les écoulements, vas nous permettre d'aller en profondeur du problème pour bien l'assimiler.

Pour cela, nous allons citer quelques travaux de chercheurs selon leur ordre chronologique.

2. TRAVAUX DE YANG ET AL (2004)

- **Objectif des travaux**

Les chercheurs ont étudié le mécanisme du Dip phénomène dans des canaux large pour lequel l'emplacement de la vitesse maximale apparaît en dessous de la surface libre. Pour ce faire, les deux chercheurs ont proposé de prendre la **loi log** est de la modifier pour la description du dip-phénoménon, et de l'appliquer au profil de vitesse dans la région juste au-dessous de la surface libre, et du centre du canal jusqu'aux parois latérales. La loi dip log modifiée se compose de deux distances logarithmiques, une sur du lit du canal $\ln (u_* y / \nu)$ et la deuxième de la surface libre $\ln (1 - y/h)$. Ainsi que le facteur de correction α qui est déterminé à partir d'une formule empirique.

- **Considération théorique**

Pour un écoulement turbulent, uniforme, et pleinement développé dans un canal rectangulaire (figure II-1), les équations de Reynolds peuvent être écrites comme suit en ajoutant l'équation de continuité dans la le plan suivant (x),

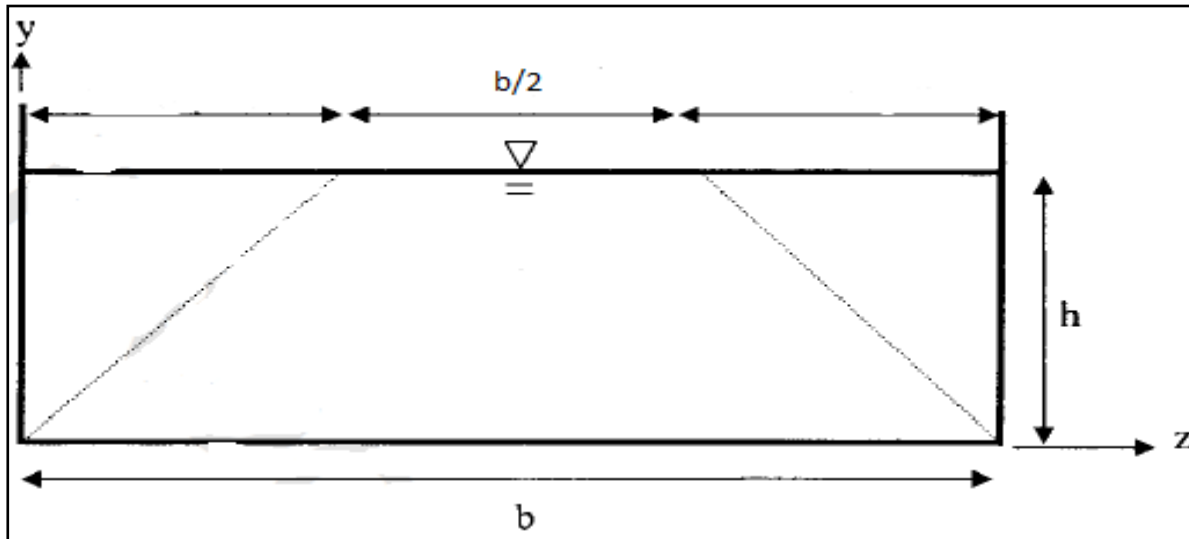


Figure II-1 : Système de coordonnées adopté par Yang et al (2004)

$$\frac{\partial(\overline{UV} - \tau_{xy} / \rho)}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{UW} - \tau_{xz} / \rho)}{\partial z} = gS \quad (\text{II.1})$$

où, x est définie comme la direction longitudinale, y la direction verticale et z la direction horizontale \overline{U} , \overline{V} et \overline{W} les vitesses moyennes dans les directions x, y, et z respectivement,

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \overline{uv} \quad \text{et} \quad \tau_{xz} = \mu \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} - \overline{uw}$$

avec, \overline{u} , \overline{v} et \overline{w} les vitesses fluctuantes, μ la viscosité dynamique et ρ , la masse volumique du fluide.

Les études expérimentales de Tracy (1965) ont montré que le gradient vertical $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)$

est dominant et que le gradient horizontal $\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)$ peut être négligé.

Après développement l'équation finale sous le nom de loi dip log modifié est donnée sous la forme suivante

$$\frac{\overline{U}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{y_0} \right) + \frac{\alpha}{\kappa} \ln \left(1 - \frac{y}{h} \right) \quad (\text{II.2})$$

avec, κ constante de Von Karman, y_0 est définie par une vitesse de glissement nulle et u_* vitesse de frottement.

Toute fois l'équation (II.2) montre que $\ln(1-y/h) \rightarrow -\infty$ quand $y/h = 1$.

Ceci est causé par le décalage de l'équation suivante à la surface libre :

$$-\frac{\overline{uv}}{u_*^2} = \left(1 - \frac{y}{h}\right) - \alpha \frac{y}{h} \quad (\text{II.3})$$

De se fait l'équation (II.2) n'est pas valide dans une très fine couche près de la surface libre, comme la loi log classique qui devient invalide à la frontière solide, en l'occurrence $y = 0$.

La Loi log classique est :

$$\frac{\overline{U}_{\log}}{u_*} = 2,5 \ln \left(\frac{y}{y_0} \right)$$

Le profil obtenu avec la loi log est montré sur la figure suivante :

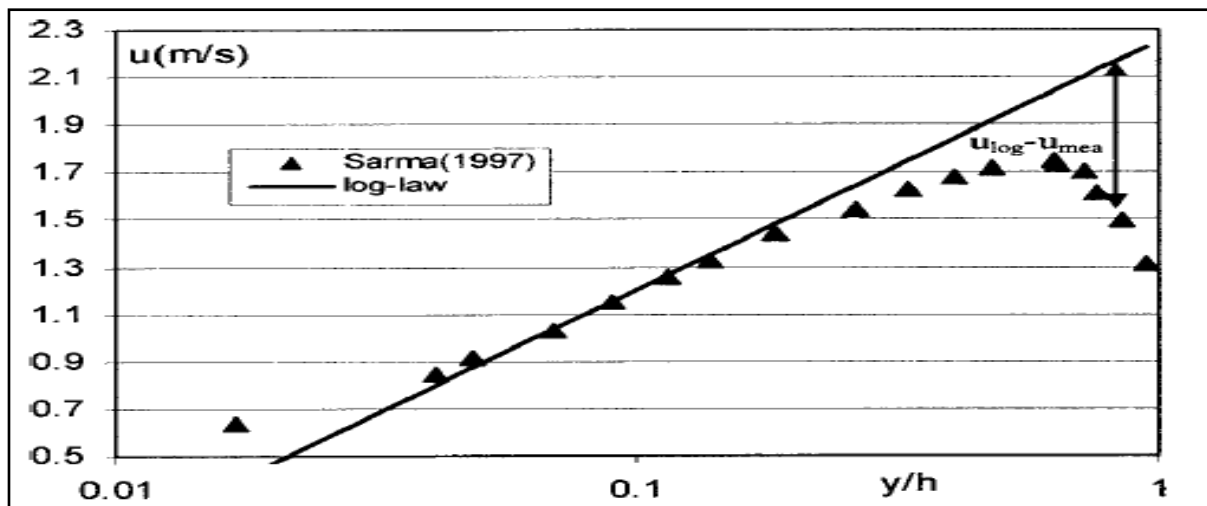


Figure II-2 : Profil de vitesse dans un canal lisse à ciel ouvert avec des données de vitesses basées sur des expériences de Sarma et al (1997).

- **Détermination du facteur de correction de dip (α)**

L'emplacement de la vitesse maximale dans un profil vertical est obtenu en dérivant l'équation (II.2) par rapport à y et en appliquant l'égalisation $d\overline{U}/dy = 0$, on obtient le résultat suivant :

$$\frac{y_{\max}}{h} = \frac{1}{1 + \alpha} \quad (\text{II.4})$$

Où, y_{\max} étant la distance entre le lit de canal et la position de la vitesse maximale.

L'équation (II.4) montre que α ne dépend que de la distance relative où se situe la vitesse maximale par rapport à la profondeur de l'eau, y_{\max}/h . Les expériences ont montré que y_{\max} est principalement liée à la position latérale, z/h de profil de vitesse mesurée dans le canal. Wang et al. (2001) ont obtenu l'équation empirique suivante basée sur des données mesurées tirées de la littérature.

$$\frac{y_{\max}}{h} = 0,44 + 0,212 \frac{z}{h} + 0,05 \sin \left(\frac{2\pi z}{2,6h} \right) \quad (\text{II.5})$$

Yang (1996) a largement mesuré la distribution verticale de la vitesse transversale dans un canal rectangulaire lisse et ouvert à l'atmosphère de 49.2 cm de large, 45 cm de profondeur et 20m de longueur. Les ratios d'aspect testés varient de 4,47 à 9,84.

L'utilisation des données de Yang mènera a la détermination de y_{\max} , pour tous les profils de vitesses et α en utilisant l'équation (II.4) (figure II.3)

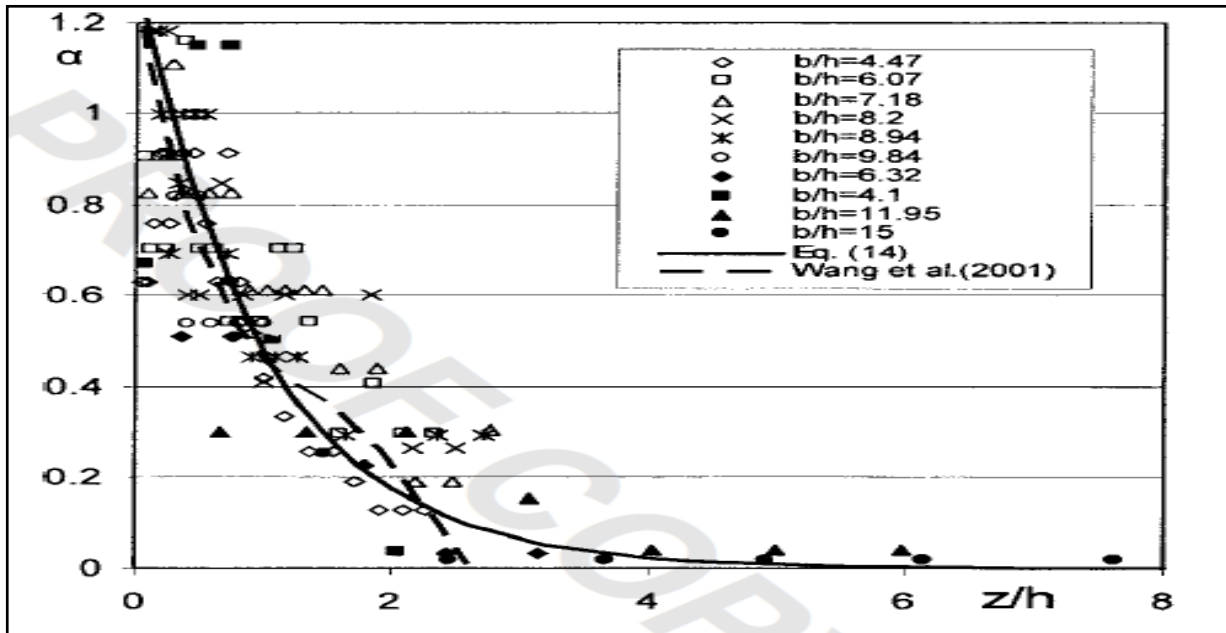


Figure II-3 : Relation entre le facteur de correction α et le rapport z/h de Yang(1996)

L'Institut National de Recherche Hydrologique (1957) avec leurs expériences dans un canal de 120 cm de large et des rapports d'aspect de 4,1 à 15. Basé sur ces données, on peut tirer une relation simplifiée entre α et z/h .

$$\alpha = 1,3 \exp \left(-\frac{z}{h} \right) \quad (\text{II.6})$$

La figure II-3 montre que l'équation (II.6) et l'équation de Wang et Al (2001) sont très proches l'une de l'autre, sauf pour la région où $z/h > 2,5$.

Cette figure montre clairement que le dip-phénomène va se produire à proximité de la paroi latérale, pour des valeurs de z/h très petite, même si b/h est grand. Pour $z = b/2$, l'équation (II.6) devient :

$$\alpha = 1,3 \exp \left(-\frac{b}{2h} \right) \quad (\text{II.7})$$

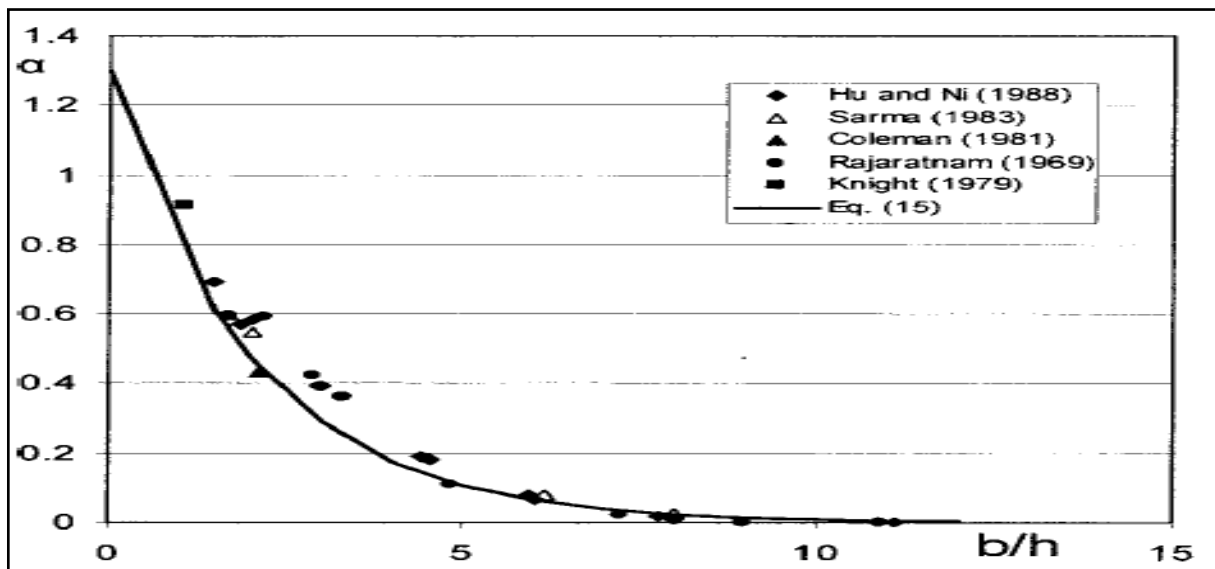


Figure II-4 : Relation entre α et l'aspect ratio b/h au centre du canal rectangulaire

• Validation

Les auteurs ont validé leur formule à partir des mesures de vitesse de Kirkgoz et Ardiclioglu (1997), Yang (1996), et Yassin (1953) en vérifiant l'applicabilité des équations (II.2) et (II.6).

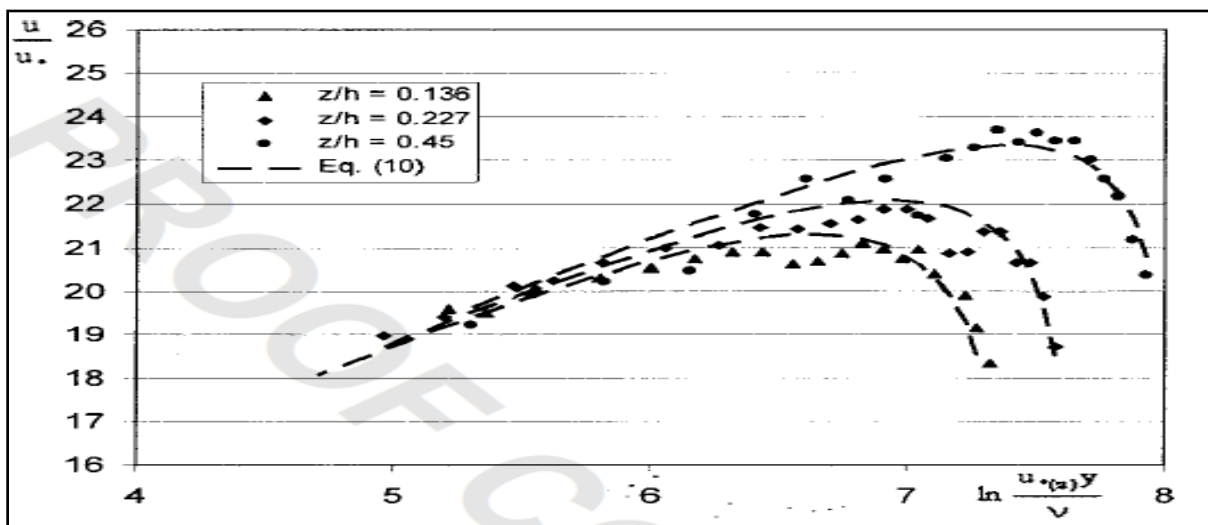


Figure II-5 : Comparaison entre les profils de vitesse mesurée et calculée pour $b/h=4,47$ (données de Yang 1996)

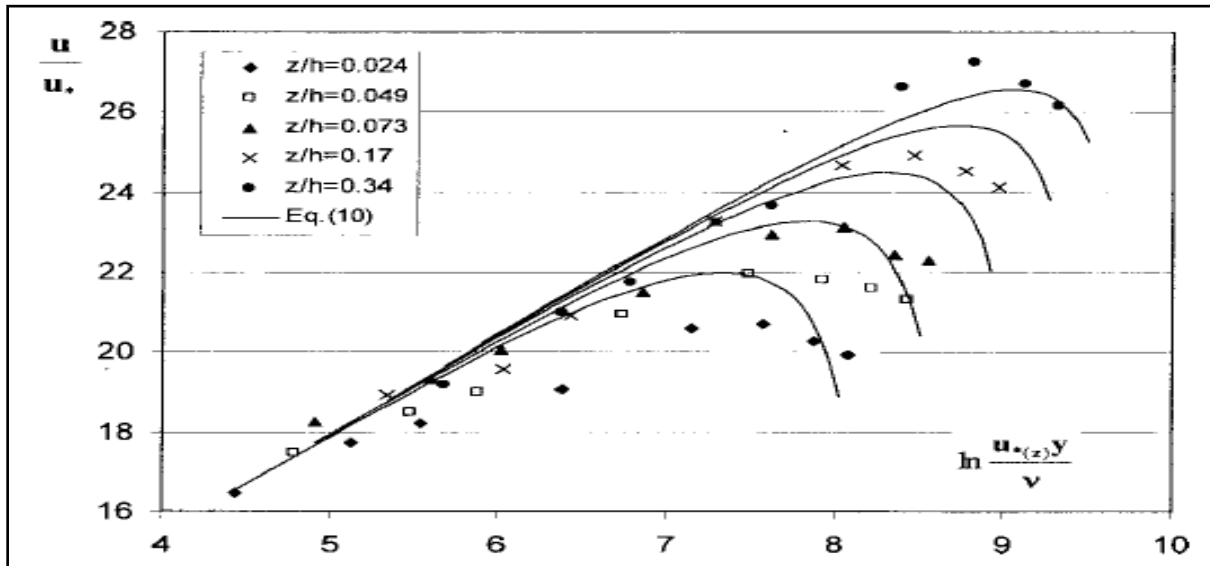


Figure II-6 : Comparaison entre les profils de vitesse mesurée et calculée pour $b/h = 1,49$ (données de Yassin 1953)

– Résultats des travaux de Yang et al.

- La loi log est valide que dans la région intérieure comprenant la partie centrale et la partie de coin.
- Le facteur α dépend que de la distance où la vitesse est maximale, et de la relation empirique pour sa détermination. Les résultats montrent que pour le cas d'un canal très large $\alpha = 0$, c.-à-d le dip-phénomène disparaît, alors que sa valeur augmente graduellement en s'approchant de la paroi latérale.
- La loi dip log modifiée apporte plusieurs avantages :
 - elle peut simuler la position de dip-phénomène dans la partie centrale et le coin de canal ;
 - simple à utiliser et rivalise bien avec les résultats expérimentaux ;
 - la loi modifiée dip log de Yang et al reste valable que pour des canaux étroits et lisses.

3. TRAVAUX DE BONAKDARI ET AL (2008)

• Objectif du travail

La détermination du profil de vitesse dans des canaux à ciel ouvert, dans des canaux étroits pour des écoulements de nature turbulente.

• Contexte théorique

Le groupe de chercheurs ont traité les écoulements turbulents où la couche limite comporte deux régions, intérieure et extérieure en présence de courants secondaires de second type de Prandtl.

3.1. Région interne

La région interne de la couche limite turbulente est beaucoup plus petite que la région externe. L'épaisseur reprisant 10 à 20% de l'épaisseur de la couche limite turbulente de l'ensemble (Cebeci, 2004).

Dans cette région la production de l'énergie cinétique turbulente est plus élevée que le taux de dissipation. Le comportement est différent selon la rugosité c-à-d lisse ou rugueuse

a. Parois lisses

La relation mathématique pour la détermination du profil de vitesse pour les parois lisses est la suivante.

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{u_* z}{\nu} + B \quad (\text{II.8})$$

Avec B la constante d'intégration logarithmique.

b. Parois rugueuses

La relation mathématique pour la détermination du profil de vitesse pour les parois rugueuse est la suivante

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{z}{z_0} \quad (\text{II.9})$$

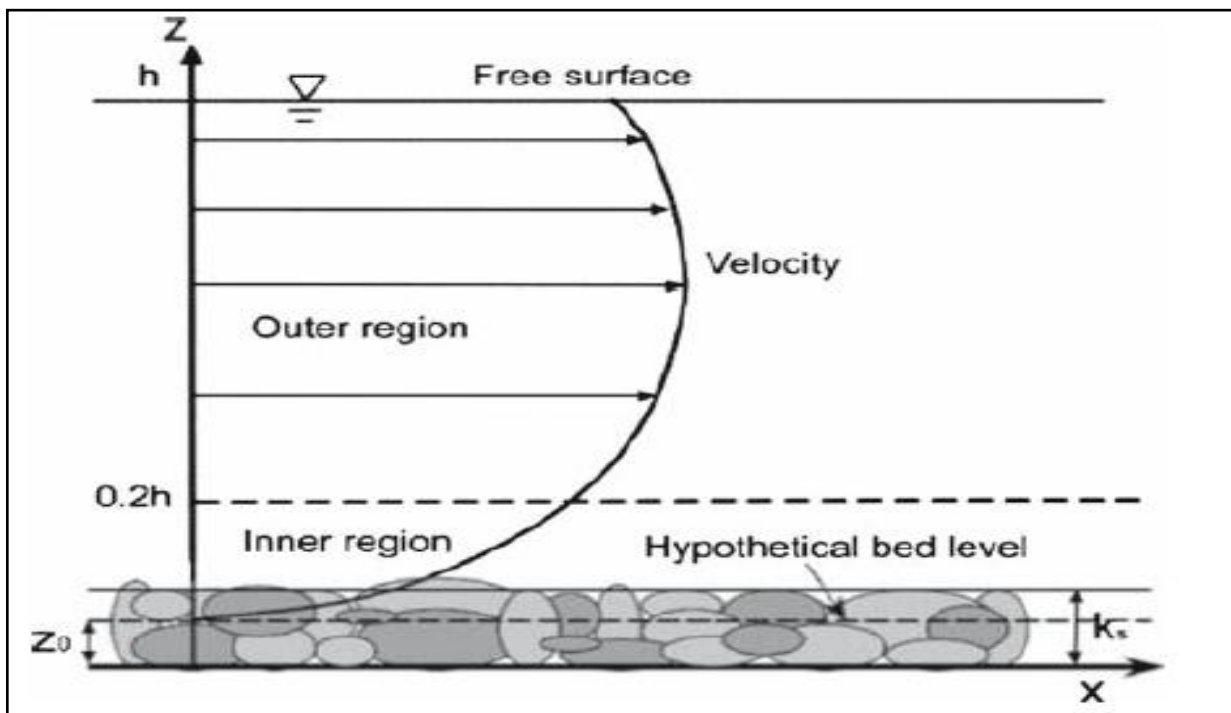


Figure II-7 : Couche limite turbulente au-dessus de la surface rugueuse.

Où, la hauteur de référence, ou lit hypothétique, z_0 est définie par une vitesse de glissement nulle et située entre le sommet des rugosités et le lit du canal.

3.2. Région externe

Dans la région externe, le profil de vitesse peut être estimé à partir de l'équation suivante (Jiménez 2004).

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{K_s}\right) + B_s + w(\xi) \text{ avec, } w(\xi) = \frac{2\Pi}{K} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \xi\right) \quad (\text{II.10})$$

Où, $w(\xi)$ est la fonction de trainé proposée par Coles, qui a donné un paramètre additif à la loi log. L'équation (II.10) reste valide pour les deux surfaces lisse et rugueuse Le gradient de vitesse reste indépendant des parois (Cebeci T (2004).

4. EQUATIONS MOYENNES DE REYNOLDS

Avant tout développement mathématique le système d'axe doit toujours figurer pour bien s'orienter (figure II-8).

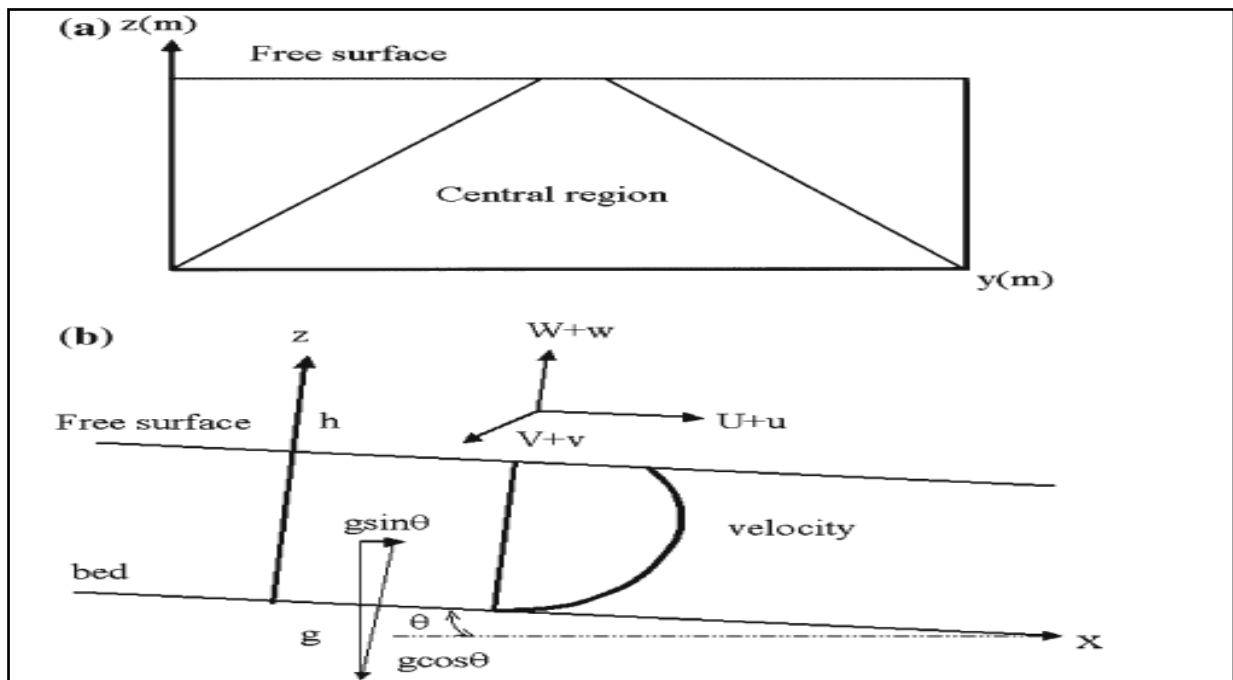


Figure II-8 : Système de coordonnées et profil de vitesse dans un canal étroit, (a) Section transversale, (b) plan longitudinal.

L'équation moyenne de Reynolds peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} + g_i \quad (\text{II.11})$$

où \bar{U}_i est la composante des vitesses moyennes respectivement nommés \bar{U} , \bar{V} et \bar{W} dans la direction de l'écoulement et les directions latérale et verticale. $\overline{u_i u_j}$ les

composantes du tenseur de Reynolds. Pour un écoulement turbulent, complètement développé, permanent et uniforme, l'équation (II.11) écrite dans la direction longitudinale est statistiquement indépendante de x et devient

$$\bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = g \sin \theta + \frac{\partial(-\bar{uv})}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{uw})}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{U}$$

(II.12) Après développement de l'équation (II.12), on aboutit à l'équation finale :

$$\frac{U}{u_*} = \left(\frac{\frac{\xi_i^2}{2} + \xi_i + C_{Ar}}{\frac{\xi^2}{2} + \xi + C_{Ar}} \right) \left[\frac{\left(\frac{\xi^2}{4} + \xi + C_{Ar} \ln(\xi) \right) - \left(\frac{\xi_i^2}{4} + \xi_i + C_{Ar} \ln(\xi_i) \right)}{\frac{\xi_i^2}{2} + \xi_i + C_{Ar}} \right] \quad (II.13)$$

Le principal avantage de cette expression, c'est qu'elle est générale et peut être calculé en tous cas de caractéristiques physiques du canal (rugosité, pente, etc.) et sur le coefficient C_{Ar} , puisque les caractéristiques physiques sont connues, Eq. 13 définit un ensemble de fonctions dépendant du paramètre C_{Ar} .

Le rapport de vitesse maximal obtenu par l'équation(13), qui correspond à la position de dip-phénoménon. Le dip-phénoménon , peut être complètement défini par la valeur de C_{Ar} . Ainsi, une relation entre le C_{Ar} et le ξ_{dip} peut être calculée à partir de la détermination numérique du ξ_{dip} pour un grand ensemble de valeurs C_{Ar} . Le ξ_{dip} peut être calculé à partir de rapport adimensionnel h/b , par des relations proposées dans la littérature. Ainsi, on peut tirer le ξ_{dip} et le paramètre C_{Ar} .

$$C_{Ar} = D \cdot \xi_{dip}^E \quad (II.14)$$

avec $D=9,3$. et $E=1,7$

$$\xi_{dip} = 0,44 + 0,106Ar + 0,05 \sin\left(\frac{2\pi}{2,6} Ar\right) \quad \text{avec } Ar < 5,2 \quad (II.15)$$

Yang et al ont employé des mesures complètes dans un canal rectangulaire à ciel ouvert, et ont proposés pour le profil de vitesse vertical au centre du canal la loi suivante :

$$\xi_{dip} = \frac{1}{1 + 1,2 \exp\left(\frac{-Ar}{2}\right)} \quad (II.16)$$

$$\xi_{dip} = \frac{C_1 + C_2 \cdot Ar^{C_3}}{C_4 + Ar^{C_3}} \quad (II.17)$$

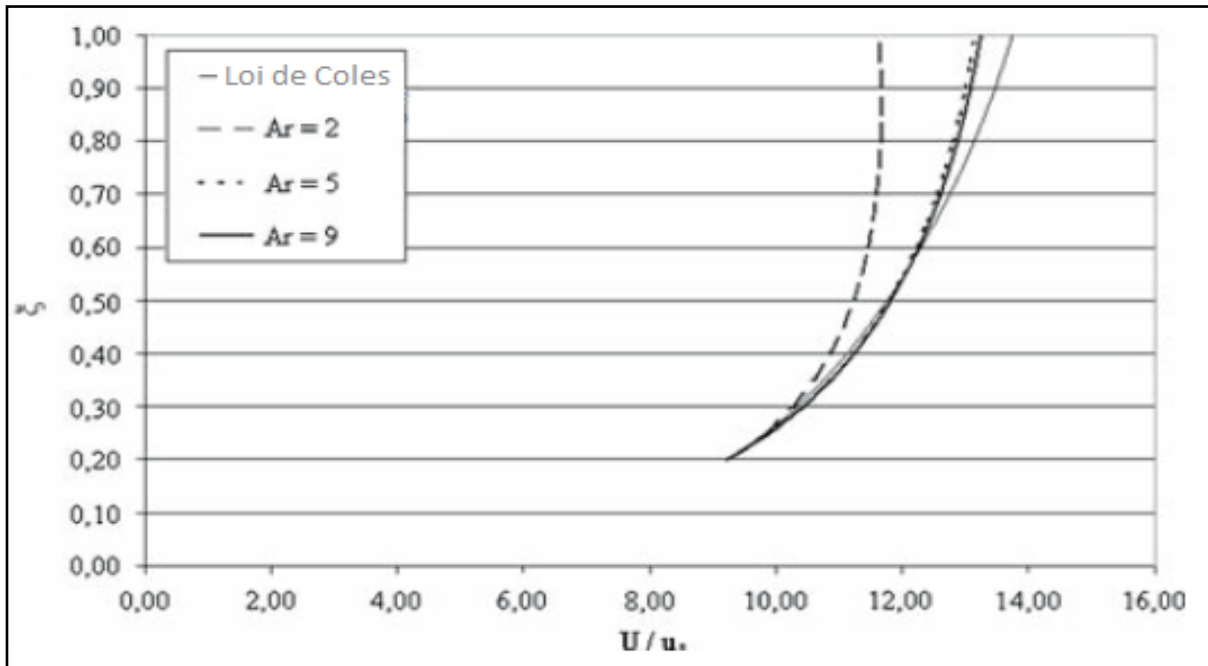


Figure II-9 : La distribution de vitesse et la position de dip-phénomène

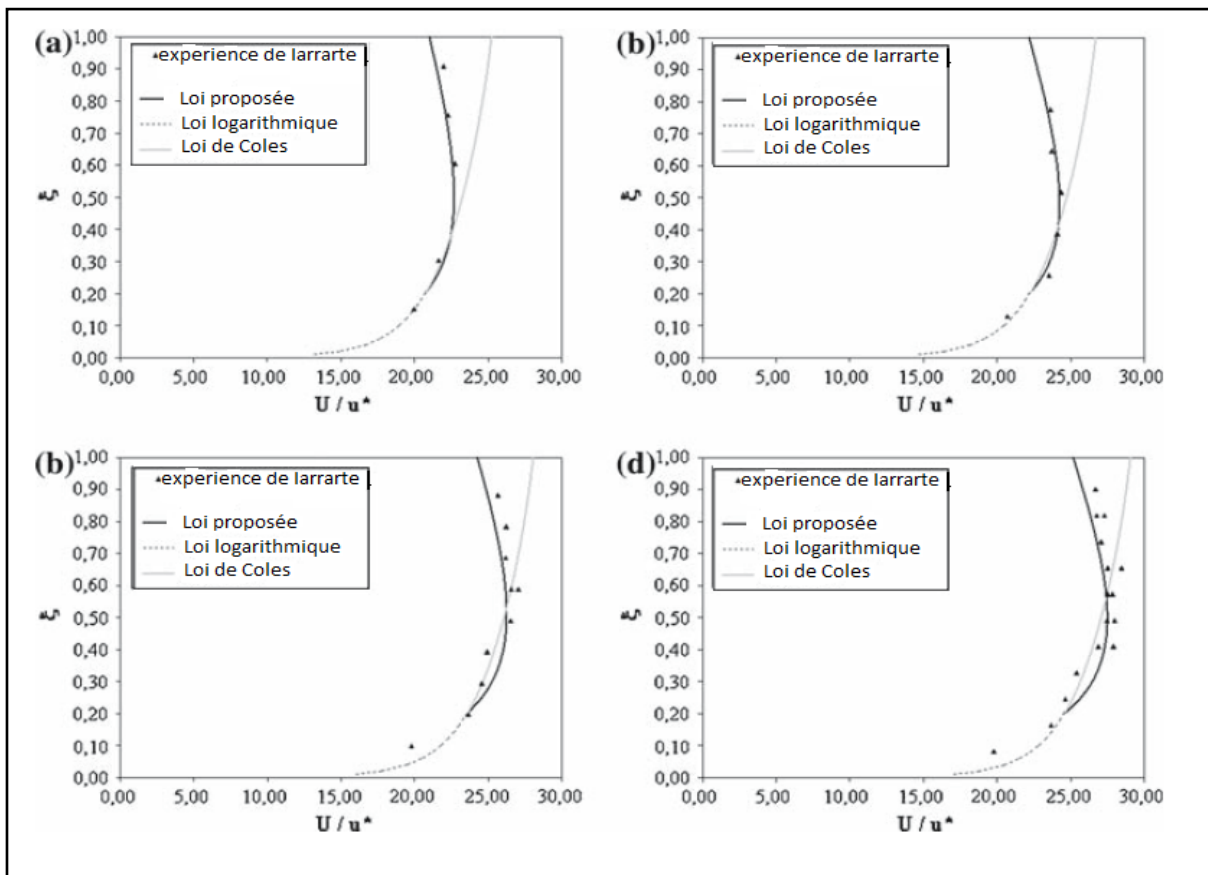


Figure II-10 : Validation de la loi proposée par des résultats expérimentaux

– Résultats d'étude

- nouvelle formulation des équations de Navier-Stokes pour la région centrale dans un canal à ciel ouvert en régime turbulent pleinement développé. Cette nouvelle loi exige seulement le niveau d'eau, largeur de la surface libre, canal avec pente est vitesse de frottement.
- la loi est validée pour des canaux étroits.
- la loi proposée est valable que dans le centre de canal.

5. TRAVAUX DE HOSSIEN BONAKDARI et al (2010)

Cette étude concerne des écoulements uniformes turbulents pour lesquels le nombre de Reynolds est supérieur à 10^5 . Du fait de son caractère monotone croissant, la loi de Coles ne permet pas de représenter les profils verticaux de vitesses dans les canaux étroits pour lesquels (*Stearns E.P, 1883*), avait mis en évidence des 1883, que la vitesse maximale est située en dessous de la surface libre. Ce constat a amené ces chercheurs à une nouvelle analyse des équations de Navier Stokes. Ces équations peuvent s'écrire en moyenne de Reynolds :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + g_i + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_k \partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) \quad (\text{II.18})$$

Pour un écoulement turbulent, complètement développé, permanent et uniforme, l'équation moyenne de Reynolds écrite dans la direction longitudinale est statistiquement indépendante de x et devient :

$$\bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = g \sin \theta + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{uw})}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{U} \quad (\text{II.19})$$

Où $\sin \theta$ est la pente du fond

Yang, 2005) a montré que le gradient vertical ($\frac{\partial}{\partial z}$) est dominant au centre de canal et que le gradient horizontal ($\frac{\partial}{\partial y}$) peut être négligé.

En appliquant la condition de continuité on obtient :

$$\frac{\partial \bar{U} \bar{W}}{\partial z} = g \sin \theta + \frac{\partial(-\overline{uw})}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right)$$

(II.20)

Sachant que le

taux de cisaillement est :

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} - \overline{uw} \quad (\text{II.21})$$

après dérivation de l'équation (II.21) suivant la direction z on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} = \nu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{uw})$$

(II.22)

Ainsi l'équation (II.20) devient

$$\frac{\partial \overline{UW}}{\partial z} = g \sin \theta + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\tau) \quad (\text{II.23})$$

L'intégration de l'équation (II.23) dans la direction verticale, entre la position z et la surface libre permet d'écrire :

$$\overline{UW}(h) - \overline{UW}(z) = g(h-z) \sin \theta + \frac{1}{\rho} (\tau(h) - \tau(z)) \quad (\text{II.24})$$

A la surface libre ($z=h$), la vitesse verticale est nulle et, en l'absence de vent, la contrainte totale est égale à zéro, en prenant ces considérations, l'équation (II.24) devient :

$$\frac{\tau}{\rho} = \overline{UW} + \varepsilon \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (\text{II.25})$$

Avec $\varepsilon = gh \sin \theta$.

Les tensions de Reynolds peuvent s'écrire selon (Rodi-1993) sous la forme suivante

$$-\overline{uw} = \nu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \quad (\text{II.26})$$

Où ν_t est la viscosité cinématique turbulente

Pour les canaux étroits, (**Yang**) a proposé la formulation suivante :

$$\nu_t = u_* \kappa z \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (\text{II.27})$$

En injectant les équations (II.21), (II.26) et (II.27) dans l'équation (II.25) et en posant $\xi = \frac{z}{h} \Rightarrow \partial z = h \partial \xi$, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \xi} + \left(\frac{-\bar{W}}{(\nu/h + u_* \kappa \xi (1-\xi))} \right) * \bar{U} = \frac{\alpha(1-\xi)}{(\nu/h + u_* \kappa \xi (1-\xi))} \quad (\text{II.28})$$

Pour déterminer le profil $\bar{U}(z)$ l'équation (II.28) doit être résolue. Pour cela, nous allons la réécrire sous la forme suivante :

$$\frac{d\bar{U}}{d\xi}(\xi) + F(\xi) * \bar{U}(\xi) = G(\xi)$$

(II.29)

Où

$$F(\xi) = \frac{-W(\xi)}{(v/h + u_* K \xi (1 - \xi))} \quad (\text{II.30})$$

$$G(\xi) = \frac{\alpha(1 - \xi)}{(v/h + u_* K \xi (1 - \xi))}$$

Afin de trouver une solution de l'équation différentielle, on définit la fonction suivante :

$$I(\xi) = \exp \left(\int_{\xi_1}^{\xi} F(\xi) d\xi \right) \quad (\text{II.31})$$

pour laquelle l'intégration à une hauteur constante ξ_1 est égale à 0 et donc $I(\xi_1) = 1$. De plus cette fonction admet pour dérivée :

$$\frac{dI}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left(\int_{\xi_1}^{\xi} F(\xi) d\xi \right) \exp \left(\int_{\xi_1}^{\xi} F(\xi) d\xi \right) = F(\xi) I(\xi) \quad (\text{II.32})$$

En multipliant (II.29) par $I(\xi)$ on a :

$$\frac{d\bar{U}}{d\xi} I(\xi) + \frac{dI}{d\xi} \bar{U}(\xi) = G(\xi) I(\xi)$$

Et après regroupement des termes, on obtient :

$$\frac{d(I(\xi) \bar{U}(\xi))}{d\xi} = I(\xi) G(\xi) \quad (\text{II.33})$$

L'intégration de l'équation (II.33) nous donne :

$$\int_{\xi_1}^{\xi} \frac{d(I(\xi) \bar{U}(\xi))}{d\xi} = \underbrace{\int_{\xi_1}^{\xi} \frac{dI(\xi)}{d\xi} \bar{U}(\xi)}_A + \underbrace{\int_{\xi_1}^{\xi} \frac{d\bar{U}(\xi)}{d\xi} I(\xi)}_B$$

mais tout d'abord il nous faut intégrer les deux termes (A, B) par partie

$$\int_{\xi_1}^{\xi} \frac{dI(\xi)}{d\xi} \bar{U}(\xi) = I(\xi) \bar{U}(\xi) \Big|_{\xi_1}^{\xi} - \int_{\xi_1}^{\xi} I(\xi) \frac{d\bar{U}(\xi)}{d\xi}$$

$$\int_{\xi_1}^{\xi} \frac{d\bar{U}(\xi)}{d\xi} I(\xi) = \bar{U}(\xi) I(\xi) \Big|_{\xi_1}^{\xi} - \int_{\xi_1}^{\xi} \bar{U}(\xi) \frac{dI(\xi)}{d\xi}$$

En effectuons la somme des deux termes A et B on obtient :

$$\bar{U}(\xi) = I^{-1}(\xi) \left(\int_{\xi_1}^{\xi} I(\xi) G(\xi) d\xi + \bar{U}(\xi_1) \right) \quad (\text{II.34})$$

La définition des équations I, F et G, ci-dessus montre que la connaissance de la vitesse verticale \bar{W} est nécessaire à la résolution de l'équation (II.34). Nezu et Naka

gawa(1993), ainsi que Bonakdari(2006) ont proposé des formulations. Les autres ont retenus la formulation suivante à (**Bonakdari et al, 2010**)

$$\frac{\bar{W}}{u_*} = \frac{-K\xi(1-\xi^2)}{\xi^2/2 + \xi + C_{Ar}} \quad (\text{II.35})$$

L'utilisation de cette expression de la vitesse verticale \bar{W} dans l'équation (II.31) permet d'obtenir :

$$I(\xi) = \exp\left(\int_{\xi_1}^{\xi} \frac{u_* K \xi h (1-\xi^2)}{(\xi^2/2 + \xi + C_{Ar}) * (\nu + u_* K \xi h (1-\xi))} d\xi\right) \quad (\text{II.36})$$

L'intégration de cette équation analytique donne une formule complexe alors que le terme lié à la viscosité est négligeable dans le dénominateur des équations (II.30) et (II.36). on effectue donc ici une simplification en négligeant ce terme. Cela permet d'obtenir la distribution verticale de la vitesse longitudinale :

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \left[\frac{\xi_1^2/2 + \xi_1 + C_{Ar}}{\xi^2/2 + \xi + C_{Ar}} \right] * \left[A(\xi) + \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{\xi_1 h u_*}{\nu}\right) + Br \right] \quad \text{fond-lisse.} \quad (37\text{-a})$$

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \left[\frac{\xi_1^2/2 + \xi_1 + C_{Ar}}{\xi^2/2 + \xi + C_{Ar}} \right] * \left[A(\xi) + \frac{1}{K} \ln\left(\frac{\xi_1 h}{k_s}\right) + Br \right] \quad \text{fond-rugueux.} \quad (37\text{b})$$

Où

B_r varie de 4,7 à 5,1 pour les fonds lisses et de 6.3 à 8,47 pour les fonds rugueux

Les équations (II.35) à (II.38) font apparaître le paramètre C_{Ar} qui peut être optimisé au cas par cas. Néanmoins, l'étude de divers cas expérimentaux a prouvé que C_{Ar} peut être raisonnablement relié à la position du **dip-phenomenon** (ξ_{dip}) par la relation suivante :

$$C_{Ar} = c_2 (\xi_{dip})^2 + c_1 (\xi_{dip}) + c_0 \quad (\text{II.38})$$

Où, $c_0 = -1$; $c_1 = 1$; $c_2 = 5$; sont de constante empiriques.

La position du **dip-phenomenon** peut être estimée par la relation proposée par (Bonakdari H, Larrate F., Lassabatre L., joannis.

$$\xi_{dip} = \frac{k_1 + k_2 (A_r)^{k_3}}{k_4 + (A_r)^{k_3}} \quad (\text{II.39})$$

Où $k_1 = 40,1$; $k_2 = 1$; $k_3 = 4,4$ et $k_4 = 80,5$ sont des constantes.

Néanmoins, cette approche peut donner lieu à des valeurs approximatives, résultant en erreurs de modélisation. Dans le cadre de cette étude, les valeurs de C_{Ar} ont été optimisées.

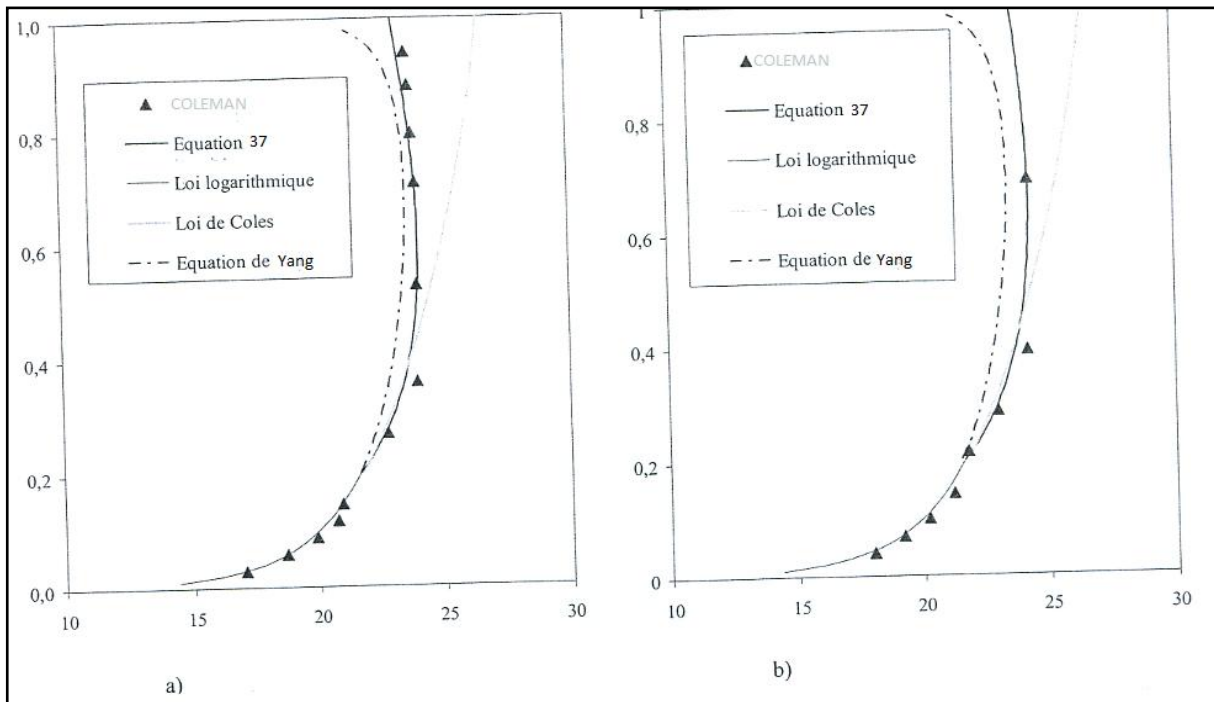


Figure II-11 : Profils des vitesses par différentes lois analytiques et résultats expérimentaux comparés à l'équation (II.37)

a : canal étroit ; b : canal large.

– Résultats d'étude

-La distribution de vitesses longitudinales présentée par (BONAKDARI, LARRARTE et LASSABATRE, 2008) a été ré-analysée et améliorée. Cela a permis de proposer une équation représentant le profil vertical de vitesses pour la vitesse longitudinale dans la région externe d'une couche limite turbulente.

-L'expression obtenue permet de prendre en compte aussi bien les fonds lisses que les fond rugueux.

- l'expression bien qu'elle prend le terme dip-phénoménon en considération, sa position n'est pas apparente sur le profil de vitesse.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence des études déjà menées par de nombreux chercheurs dans le domaine de la mécanique des fluides, pour décrire le profil vertical de la vitesse longitudinale, Par voie numérique ou expérimental.

Les lois présentées dans ce chapitre seront comparées par la suite à la loi analytique d'ABSI que nous développons dans le chapitre III, elles seront aussi comparées aux résultats expérimentaux que nous présentons dans le chapitre IV.

Chapitre III

MODELISATION MATHEMATIQUE DE L'ECOULEMENT A SURFACE LIBRE VIA LES EQUATIONS DE REYNOLDS

INTRODUCTION

Les équations de Barré de Saint -Venant ont été publiées en 1871 dans un compte rendu de l'académie des sciences, sont encore aujourd'hui d'une extrême importance en hydraulique maritime ou fluviale. Elles régissent les écoulements à surface libre en eaux peu profondes. Elles sont obtenues en moyennant sur la verticale les équations de Navier et Stokes ; mais la présence de termes non-linéaires oblige à faire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices (*Amirouch, 2010*).

Le niveau d'approximation le plus élevé est bien sûr représenté par les équations de Navier-Stokes sans modification. Ce niveau est cependant encore parfois hors d'atteinte pour les configurations réalistes et d'intérêt pratique que sont les écoulements à haut nombre de Reynolds.

Un autre niveau d'approximation concerne les écoulements à très haut nombre de Reynolds où la plus grande partie de l'écoulement est turbulent. Les équations de Reynolds peuvent alors être utilisées. Elles représentent les équations de Navier-Stokes, où les grandeurs physiques instantanées : Vitesse, pressions etc., ont été décomposées en une composante moyenne et une composante fluctuante, puis introduites dans les équations de Navier-Stokes. Ces dernières étant ensuite moyennées dans le temps (*Amirouch, 2010*).

1. EQUATIONS DE BASE

Comparé à un corps rigide un fluide constitue un milieu matériel continu et déformable qui peut s'écouler sous l'action des forces faibles.

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie constituent les principaux moyens d'analyse des écoulements. Elles se prêtent à décrire les performances d'un système en fonction des quantités qui entrent et sortent d'un volume de contrôle, même si le processus qui se déroule à l'intérieur de celui-ci n'est pas connu en détail.

La notion de conservation peut être appliquée en définissant à « une surface de contrôle » qui enferme complètement un domaine appelé « volume de contrôle ».

1.1. Equation de continuité

« Le principe de continuité exprime la conservation de la masse ». L'augmentation de masse pendant un certain temps, du fluide contenu dans un volume donné doit être égal à la somme des masses de fluide qui y entrent, diminuée de celle qui en sortent. La relation mathématique est la suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = \sum \rho q_v \quad (\text{III-1})$$

q_v est un débit par unité de volume : pour une source q_v est positif, pour un puits q_v est négatif.

➤ Si l'écoulement est permanent $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ et le fluide incompressible, on a :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \sum q_v$$

➤ Si le mouvement est conservatif : c'est à dire il n'y a ni augmentation ni disparition du fluide au cours du mouvement, ce dernier est dit conservatif : $\sum q_v = 0$.

➤ L'équation de continuité pour un fluide incompressible prend la forme simple suivante :

$$\text{div } \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

1.2. Equations de quantité de mouvement

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + F_x + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.2})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + F_y + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + F_z + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) \quad (\text{III.4})$$

U, V et W : étant les composantes de la vitesse respectivement dans les directions x, y, z ;
P : pression, F_x , F_y et F_z sont les composantes des forces de volume respectivement dans les directions x, y et z.

3. DETERMINATION DU SYSTEME D'EQUATIONS DE REYNOLDS

Osborne Reynolds (1842-1912) réalisa de nombreux travaux expérimentaux à l'université de Manchester. Parmi ses résultats figure l'expérience historique qui porte son nom, et qui a permis de mettre en évidence quantitativement la transition à la turbulence dans un écoulement en conduit. Ses prédécesseurs avaient reconnu que la turbulence apparaît lorsque la vitesse dépasse une certaine valeur, ou lorsque la taille du conduit augmente, ou encore lorsque la viscosité diminue (ce qui peut être réalisé expérimentalement en augmentant la température du fluide). Reynolds a établi que c'est la combinaison de ces trois paramètres, sous la forme d'un nombre sans dimension, qui caractérise cette transition. Ce paramètre est connu sous le nom de *nombre de Reynolds*.

Ainsi, dans un tube de section circulaire, l'écoulement est turbulent lorsque le nombre de Reynolds construit à partir de la vitesse débitante V et du diamètre d est supérieur à une valeur critique, estimée aujourd'hui à 2 300 environ (**WERTEL, 2009**).

Reynolds interpréta justement ce seuil comme la limite au-dessous de laquelle les petites perturbations qui peuvent prendre naissance dans le fluide s'atténuent et disparaissent, alors qu'au-dessus de ce seuil, elles s'amplifient pour atteindre un niveau fini. Ce travail sur les instabilités de l'écoulement d'un fluide visqueux avait été commencé en fait par William Thomson, mais c'est Lord Kelvin (1824-1907), qui semble avoir été l'inventeur du nom de turbulence pour décrire ce régime d'écoulement.

Reynolds alla plus loin que Boussinesq, en introduisant la décomposition devenue classique entre vitesse moyenne (\overline{U}_i) et fluctuation de vitesse (u_i), soit, pour la composante de la vitesse selon la direction x_i :

$$U_i = \overline{U}_i + u_i \quad (\text{III.5})$$

Vu que la pression est traitée comme une fonction aléatoire de l'espace et du temps, nous décomposons la valeur instantanée en :

$$P = \overline{P} + p \quad (\text{III.6})$$

En moyennant les termes des vitesses dans le temps, on aura :

$$\overline{U}_i = \frac{1}{T} \int_0^T U_i dt \quad (\text{III.7})$$

$$\overline{u}_i = \frac{1}{T} \int_0^T u_i dt \quad (\text{III.8})$$

Par définition, les fluctuations sont centrées, de sorte que l'on a identiquement :

$$\overline{u}_i(x_i, t) = 0 \quad (\text{III.9})$$

$$\overline{p}(x_i, t) = 0 \quad (\text{III.10})$$

où : $\overline{U}_i, \overline{p}$: vitesse et pression moyennes indépendantes du temps

3.1. Equation de continuité

Après décomposition des vitesses, nous avons :

$$\frac{\partial(\overline{U} + u)}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{V} + v)}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{W} + w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.11})$$

En moyennant les termes de l'équation (III.11), on obtient :

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.12})$$

3.2. Equations de quantité de mouvement

En moyennant les termes des équations, le système devient :

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial t} + \overline{U} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \overline{V} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} + \overline{W} \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \overline{f}_x + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right) \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \overline{U} \frac{\partial \overline{V}}{\partial x} + \overline{V} \frac{\partial \overline{V}}{\partial y} + \overline{W} \frac{\partial \overline{V}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial y} + \overline{f}_y + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \overline{vu}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} \right) \quad (\text{III.14})$$

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial t} + \overline{U} \frac{\partial \overline{W}}{\partial x} + \overline{V} \frac{\partial \overline{W}}{\partial y} + \overline{W} \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial z} + \overline{f}_z + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \overline{W}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{W}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{W}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \overline{wu}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{wv}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} \right) \quad (\text{III.15})$$

En récapitulant, Les équations du champ moyen de vitesse, de composantes \overline{U}_i en coordonnées cartésiennes, et du champ de pression moyenne \overline{P} expriment la conservation, en moyenne, de la masse et de la quantité de mouvement sous la forme

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{III-16})$$

$$\rho \frac{d\overline{U}_i}{dt} = \rho \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U}_i \overline{U}_j}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\rho \nu \overline{U}_{ij} - \rho \overline{u_i u_j}) + \rho g_i \quad (\text{III-17})$$

Dans l'équation (III-17) $\overline{U}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right)$ est le tenseur des taux de déformation

par le gradient de vitesse moyenne.

4. FORMULATION ANALYTIQUE

Cette étude concerne des écoulements uniformes turbulents pour lesquels le nombre de Reynolds est supérieur à 10^5 . Pour cela, une équation différentielle ordinaire (EDO) pour la distribution de vitesse d'écoulements dans des canaux à ciel ouvert est

présentée basée sur une analyse des équations de Reynolds moyennées, et la distribution de la viscosité turbulente avec la loi log-sillage. Cette équation laisse prévoir la position de la vitesse maximale.

Deux degrés d'approximation sont présentés, une solution semi-analytique pour (EDO) c-à-d, loi modifiée composée dip log -sillage, et loi modifiée simple dip log-sillage.

Les expressions analytiques seront résolues à l'aide du logiciel MATLAB et comparés par la suite aux résultats expérimentaux.

4.1. Équations moyennées de Reynolds

Les équations en moyenne de Reynolds s'écrivant comme suit:

$$\frac{\partial \overline{UV}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{UW}}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right) + g \sin \theta \tag{III-18}$$

Où x, y, et z sont respectivement les directions longitudinale, vertical et latéral, $\overline{U}, \overline{V}$ et \overline{W} les trois composantes de la vitesse moyenne, u, v, et w les vitesses fluctuantes, ν la viscosité cinématique, g l'accélération gravitaire, θ l'angle d'inclinaison du canal formé avec l'axe horizontal.

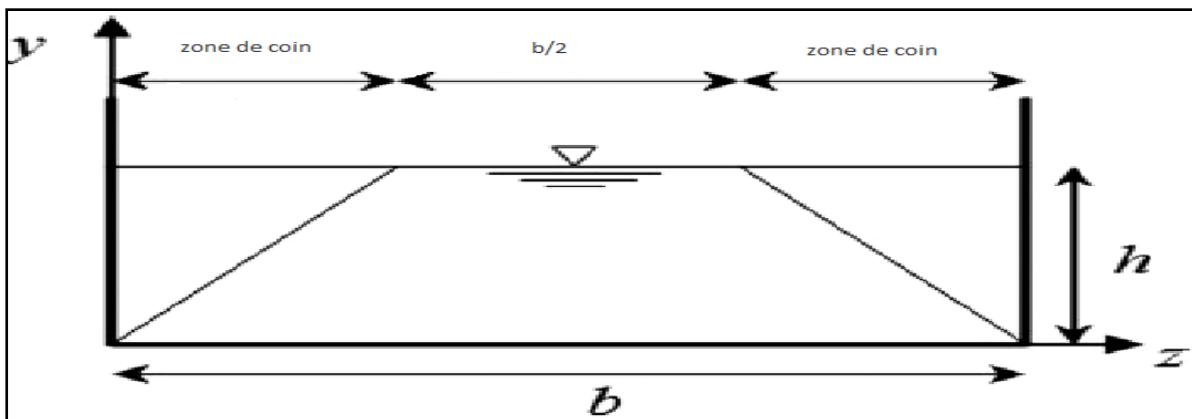


Figure III-1 : système de coordonné adopté pour le développement des équations de Reynolds

On pose $S = \sin \theta$ pour un canal à faible pente, l'équation (III.1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \left(\overline{UV} - \left[\nu \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \overline{uv} \right] \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\overline{UW} - \left[\nu \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} - \overline{uw} \right] \right)}{\partial z} = g S \tag{III-19}$$

En se positionnant au centre du canal (Yang et al 2004) a montré que le gradient $\left(\frac{\partial}{\partial y} \right)$

est dominant et que le gradient horizontal $(\frac{\partial}{\partial z})$ peut être négligé, et sachant que le

taux de cisaillement est :
$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} - \overline{uv}$$

où ρ représente la masse volumique de fluide la partie turbulent est négligée l'équation (III-19) devient

$$\frac{\partial \bar{U} \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = g S$$

(III-20)

L'intégration de l'équation (III-20) dans la direction verticale, entre la position y et la surface libre permet d'écrire

$$\frac{-\overline{uv}}{u_*^2} = (1 - \frac{y}{h}) - \alpha_1 \frac{y}{h} + \frac{\bar{U} \bar{V}}{u_*^2}$$

(III-21)

avec u_* représente la vitesse de frottement et $\alpha_1 = [(ghS) / u_*^2] - 1$. (Yang et al.2004)

(Yang et al.2004) ont supposé que :

$$\frac{\bar{U} \bar{V}}{u_*^2} \approx \alpha_2 \frac{y}{h}$$

(III-22)

Où, α_2 est un coefficient positif, ainsi l'équation (III-21) devient

$$\frac{-\overline{uv}}{u_*^2} = (1 - \frac{y}{h}) - \alpha \frac{y}{h}$$

(III-23)

avec, $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)$.

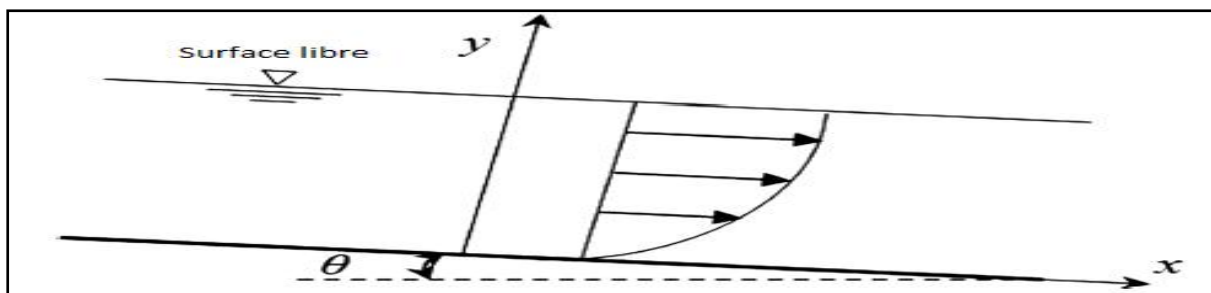


Figure III-2 : Système de coordonnées adopté pour le développement des équations de Reynolds

Les tensions de Reynolds peuvent s'écrire suivant sous la forme suivante (Rodi, 1993) :

$$-u'v' = \nu_t \frac{d\bar{U}}{dy} \quad (\text{III-24})$$

On injecte l'équation (III-24) dans l'équation (III-23) on obtient

$$\frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{u_*^2}{\nu_t} \left[\left(1 - \frac{y}{h}\right) - \alpha \frac{y}{h} \right] \quad (\text{III-25})$$

L'équation (III-25) contient deux inconnus dU/dy et ν_t .

Puisque le but de cette étude est de déterminer le profil des vitesses la connaissance de la viscosité cinématique turbulente est nécessaire.

3. LOI DIP MODIFIEE

3.1. Loi dip log modifiée

Avec un profil de viscosité turbulente connu $\nu_t(t)$, l'intégration de l'équation (III-25) fournit la distribution de vitesse. (Yang et al. 2004) ont obtenu la loi dip log modifiée basée sur l'équation (III-25) et une viscosité turbulente parabolique.

$$\nu_t = \kappa u_* y \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad (\text{III-26})$$

26)

Où κ et la constante de von Karman.

L'équation (III-26), nous permet d'exprimer l'équation (III-25) de la manière suivante

$$\frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{u_*}{Ky} \left(1 - \alpha \frac{y}{h} \right) \left(1 - \frac{y}{h} \right) \quad (\text{III-27})$$

L'intégration de l'équation (III-27) entre y_0 et y , donnée par Yang et al (2004) donne

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{K} \left[\ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + \alpha \ln\left(\frac{1 - \frac{y}{h}}{1 - \frac{y_0}{h}}\right) \right] \quad (\text{III-28})$$

Où, y_0 est définie par une vitesse de glissement nulle.

Si $y_0/h \ll 1$ et $U_a = \frac{\bar{U}}{u_*}$, $\xi = y/h$, $\xi_0 = y_0/h$, l'équation (III-28) peut être simplifiée comme suit

$$U_a = \frac{1}{K} \left[\ln\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right) + \alpha \ln(1-\xi) \right] \quad (\text{III-29})$$

La loi log dip modifiée prédit la vitesse de dip-phenomenon par le terme $\ln(1-y/h)$ de l'équation (III-12), et α le paramètre de correction (Yang et al.2004). Cette loi représente la loi log si $\alpha=0$.

Yang et al (2004) ont proposé une formule empirique pour la détermination de α qu'est la suivante :

$$\alpha(z) = 1,3 \exp(-z/h), \text{ avec } z \text{ la distance latérale de la paroi du canal.}$$

Au centre du canal $z=b/2$ et pour $z/h = Ar/2$, la formule empirique s'écrit de la manière suivante $\alpha(Ar) = 1,3 \exp(-Ar/2)$.

Mais la formule générale est donnée sous la forme suivante

$$\alpha = C_1 \exp(-C_2 Ar Z) \quad (\text{III-30})$$

Où, $Z = z/(b/2) = (2z)/b$, le rapport de distance adimensionnel par rapport aux parois latérales. Les deux coefficients C_1 et C_2 déterminés par Yang et al (2004) ont pour valeur respectivement 1,3 et 0,5.

Pour des canaux large ($Ar > 5$) $\alpha \rightarrow 0$ (éq. III-30=0) et la loi-LDM (éq.III-29) deviendra simplement la loi log. Cependant la loi log est valable que pour la région interne ($\xi = y/h < 0,2$).

3.2. Loi simple dip log modifiée

Dans la région externe ($\xi > 0,2$), la loi log diffère des résultats expérimentaux. Dans un écoulement bidimensionnel à ciel ouvert, la déviation est due au terme additionnel de Coles (1956) que l'on appelle fonction de sillage $(2\Pi/K) \sin^2(\pi y/2h)$.

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{K} \left[\ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + 2\Pi \sin^2\left(\frac{\pi y}{2h}\right) \right] \quad (\text{III-31})$$

avec, Π paramètre de sillage exprimant la force de la fonction de sillage.

La loi (III-31) apparait comme la plus raisonnable pour l'extension de la loi log pour un écoulement bidimensionnel à surface libre pleinement développé.

Dans un écoulement à surface libre en trois dimensions avec les courants secondaires la loi log-sillage ne peut pas prévoir la vitesse maximale. Une simplification appropriée

résulte en ajoutant, l'équation (III-31), et le terme $\ln(1-y/h)$ de l'équation (III-29) à la loi log d'Absi (2009).

$$U_a = \underbrace{\frac{1}{K} \ln\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)}_A + \underbrace{\frac{2\Pi}{K} \sin^2\left(\frac{\pi\xi}{2}\right)}_B + \underbrace{\frac{\alpha}{K} \ln(1-\xi)}_C \tag{III-32}$$

L'équation (III-32) repéré comme étant la loi simple dip log sillage modifiée. L'avantage de cette équation c'est quelle représente la loi log sillage quand $\alpha = 0$.

4. EQUATION DIFFERENTIELLE ORDINAIRE POUR LA DISTRIBUTION DE LA VITESSE ET LE DIP-PHENOMENON

4.1. Equation différentielle ordinaire

Au lieu d'utilisé le profil parabolique de la viscosité turbulente (III-26), une approximation appropriée accordée pour la loi log sillage donnée par Nezu et Rodi(1986) est utilisée :

$$\frac{v_t}{u_* h} = k(1 - \frac{y}{h}) \left[\frac{h}{y} + \pi \Pi \sin\left(\frac{\pi y}{h}\right) \right]^{-1} \tag{III-33}$$

En injectant l'équation (III-33) dans l'équation (III-25), l'EDO pour la distribution de la vitesse s'écrit comme suite :

$$\frac{dU}{dy} = \frac{u_*}{Kh} \left(1 - \alpha \frac{y}{h}\right) \frac{1}{1 - \frac{y}{h}} \left[\frac{h}{y} + \pi \Pi \sin\left(\frac{\pi y}{h}\right) \right] \tag{III-34}$$

Pour $\alpha=0$ l'équation (III-34) représentera la loi log sillage.

L'équation (III-34) peut être réécrite sous la forme suivante

$$\frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{u_*}{Kh} \left(1 - \alpha \frac{y}{h}\right) \frac{1}{1 - \frac{y}{h}} \left[1 + \pi \Pi \frac{y}{h} \sin\left(\frac{\pi y}{h}\right) \right] \tag{III-35}$$

Pour $\Pi = 0$, l'équation (III-36) égalera l'équation (III-27), l'équation (III-35) écrite sous la forme adimensionnelle se présente comme suite

$$\frac{dU_a}{d\xi} = \frac{1}{K} \left(1 - \alpha \frac{\xi}{1-\xi}\right) \frac{1}{\xi} \left[1 + \pi \Pi \sin(\pi\xi) \right] \tag{III-36}$$

pour $\alpha=0$ et $\Pi = 0$, l'intégration de l'équation (III-36) donne une loi log, en fournissant la

position de la vitesse maximale ξ_{dip} , $U_{a, max}=U_a (\xi=\xi_{dip})$. Pour $dU_a/d\xi =0$ et $\xi=\xi_{dip}$, α est donnée de l'équation (III-36) par

$$\alpha = \frac{1}{\xi_{dip}} - 1 \tag{III-37}$$

La vitesse maximale se position donc en $\xi_{dip}=1/(1+\alpha)$.

La solution numérique de l'équation (III-36) est donnée par la fonction (ode45) de logiciel MATLAB.

4.2. Loi composée dip log sillage modifiée

L'intégration de l'équation (III-36) pour $\xi \ll 1$ donne

$$U_a = \underbrace{\frac{1}{K} \ln\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)}_A + \underbrace{\frac{2\Pi}{K} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}_B + \underbrace{\frac{\alpha}{K} \ln(1-\xi)}_C - \underbrace{\frac{\alpha \pi \Pi}{K} \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{\xi}{1-\xi} \sin(\pi\xi) d\xi}_D \tag{III-38}$$

ISMDLS

L'équation représente la loi composée dip log sillage modifiée. Cette équation se différencie à la loi sDLSM que par le terme additionnel D, et ce terme est obtenu par la fonction de logiciel MATLAB (ode 45).

5. PRESENTATION DE PROFILS DES VITESSES A L'AIDE DE LOGICIEL MATLAB PAR DES DONNEES PRISES DE LA LITTERATURE, POUR LA LOI DIP LOG MODIFIEE

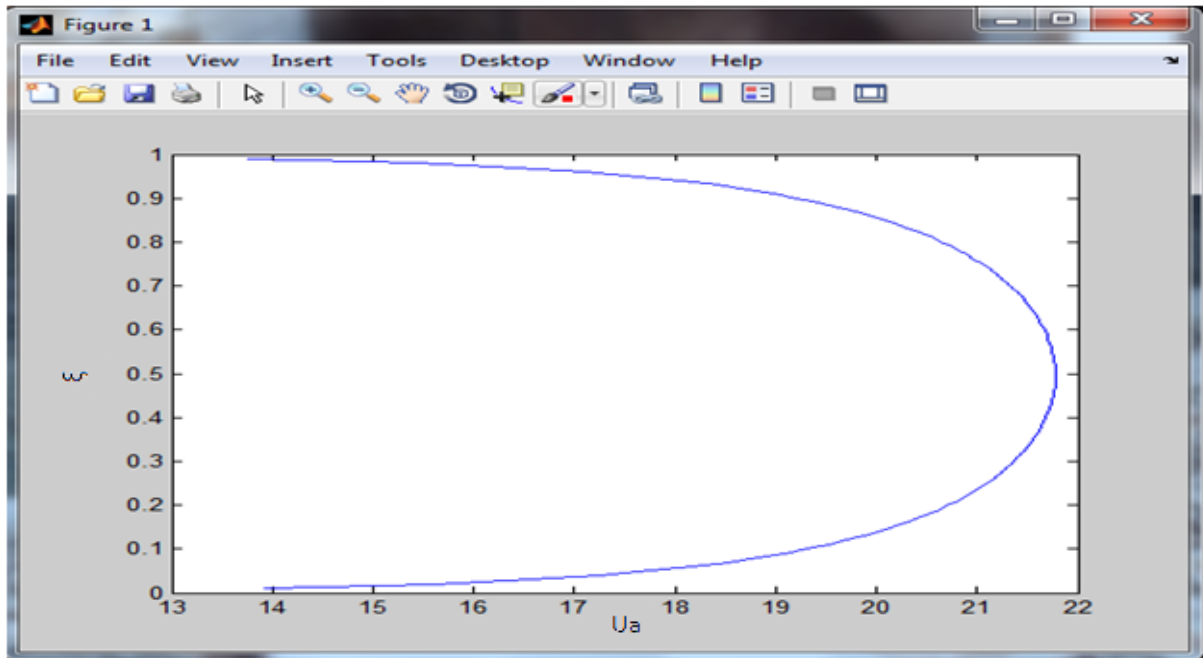


Figure III-3 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log modifiée tracer avec des données expérimentales de Coleman.

données de Coleman

$Ar = 2.07$; $u^* = 0.042$; $\alpha = 0.462$

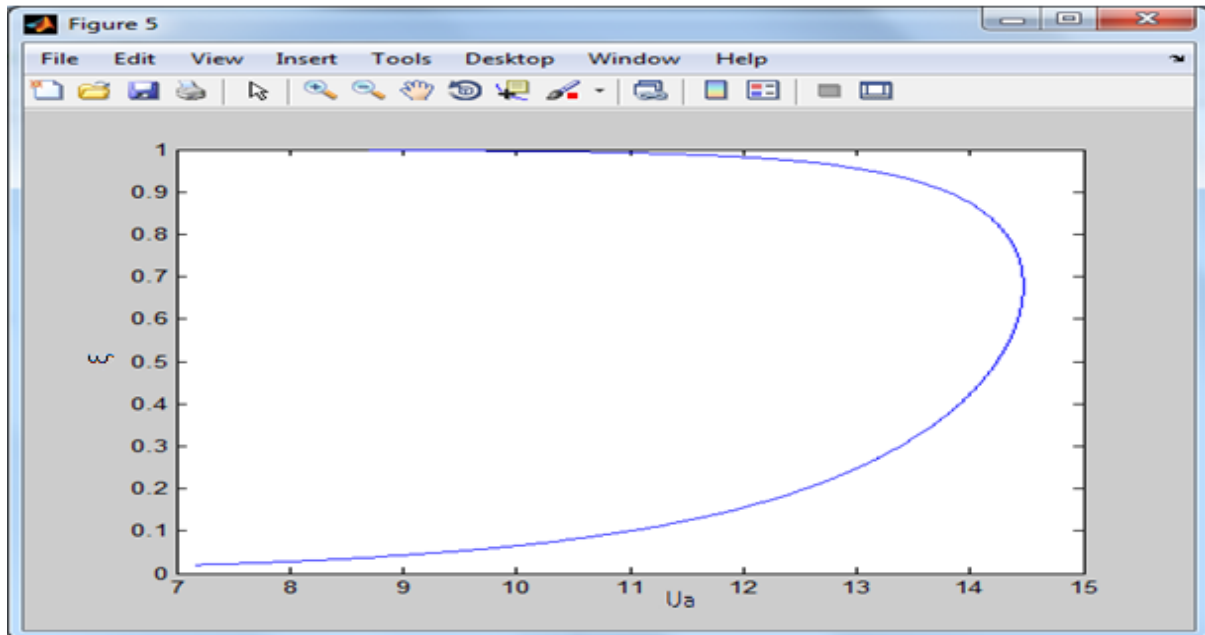


Figure III-4 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log modifiée tracer avec des données expérimentales de Sarma.

Données de Sarma

$Ar = 4,98$; $u^* = 0.129$; $\alpha = 1,01$

6. PRESENTATION DE PROFILS DES VITESSES A L'AIDE DE LOGICIEL MATLAB PAR DES DONNEES PRISES DE LA LITTERATURE, POUR LA LOI DIP LOG SILLAGE MODIFIEE

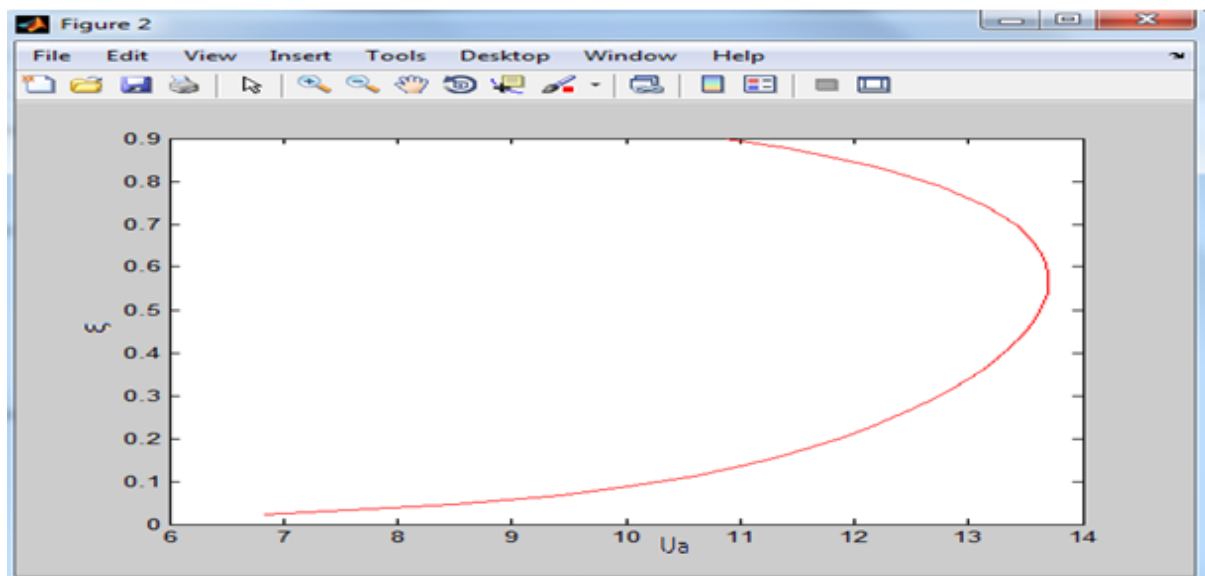


Figure III-5 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log sillage modifiée tracer avec des données expérimentales de Coleman.

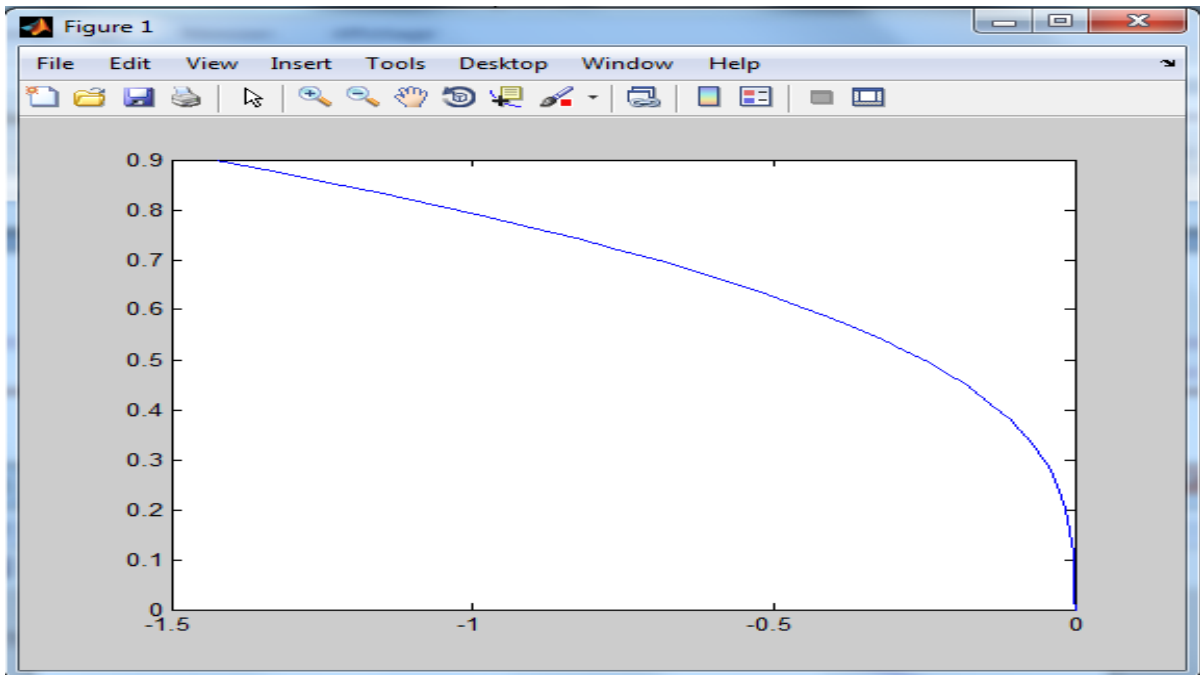


Figure III-6 : Profil du terme additionnel (D) de l'équation (III-38)

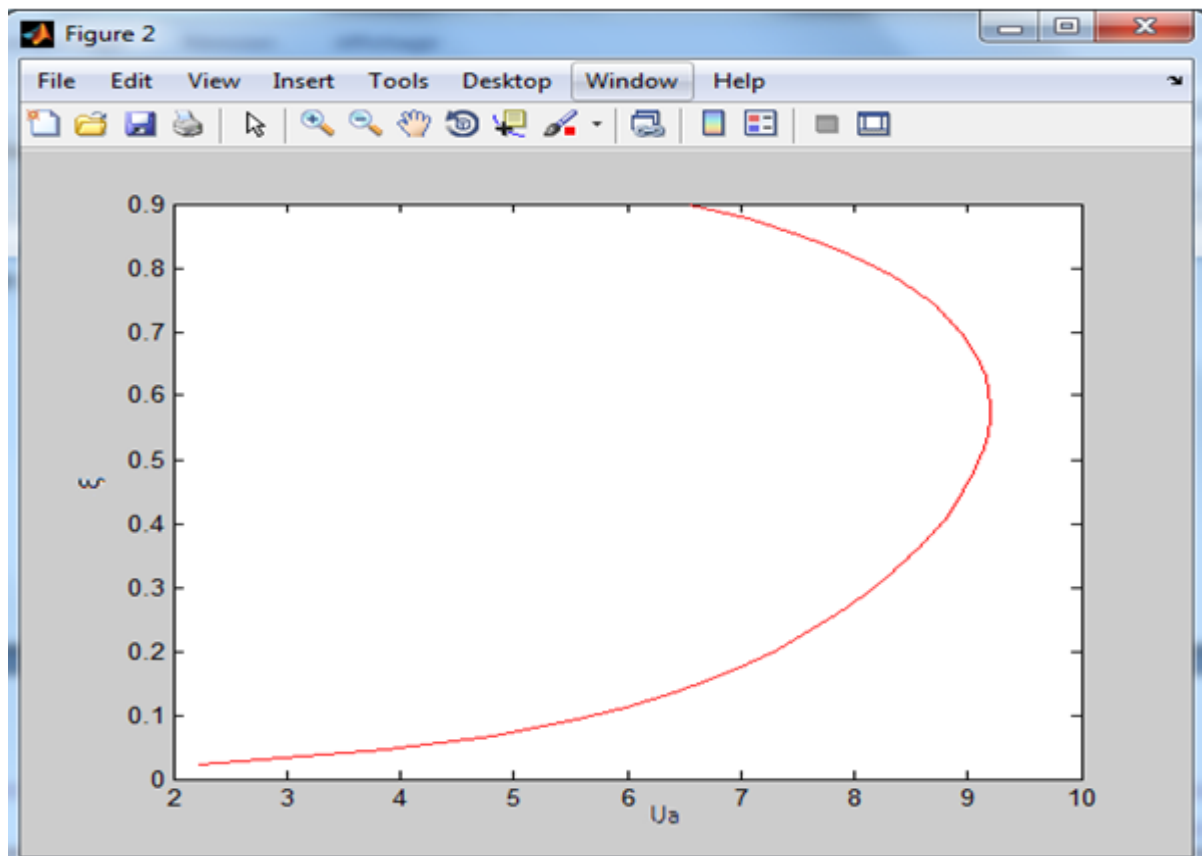


Figure III-7 : Profil de vitesse obtenu par la loi dip log modifiée tracé avec des données expérimentales de Sarma.

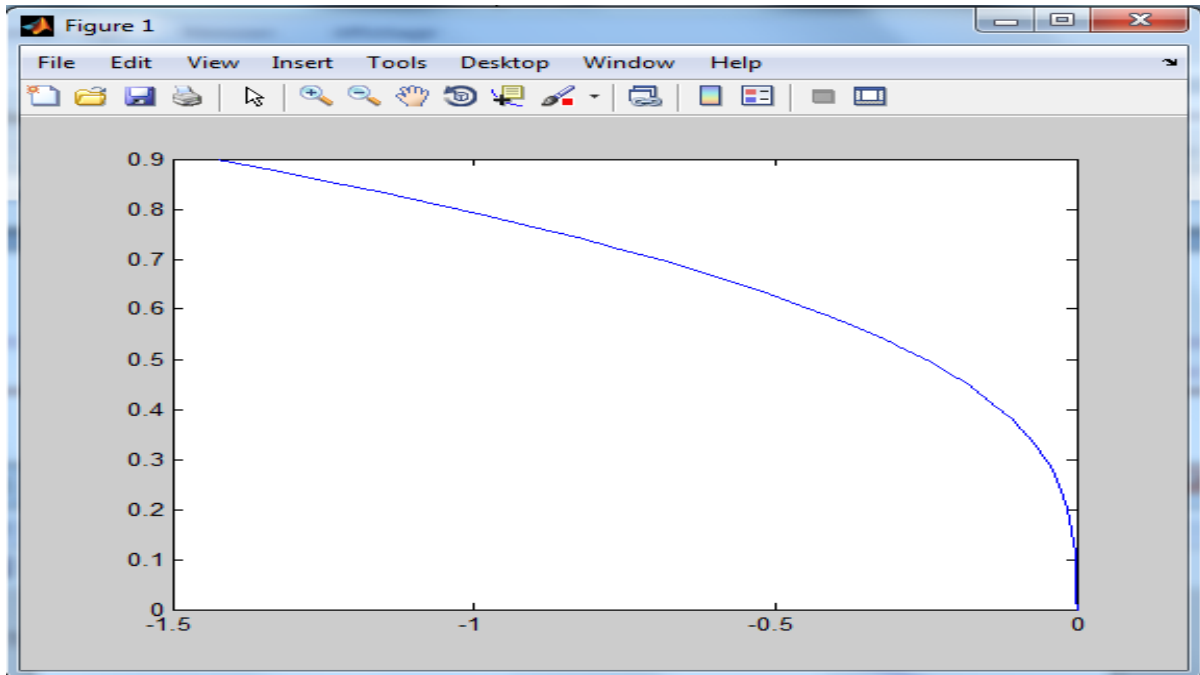


Figure III-8 : Profil du terme additionnel (D) de l'équation (III-38)

7. INTERPRETATION

La première série de graphe ci-dessus représentée (figures III.3-III.4) représentent le profil vertical de la vitesse longitudinale tracé à l'aide de logiciel MATLAB.

La deuxième série de graphe représentée par les figures (5-6) représentent le profil vertical de la vitesse longitudinale tracé par le même logiciel.

CONCLUSION

D'après notre étude analytique, nous pouvons conclure qu'une validation par voie expérimentale nous sera indispensable.

Delà nous positionnons notre problème d'étude qui consiste à la détermination du profil vertical de la vitesse longitudinale, pour des canaux à ciel ouvert, par voie expérimentale, et en tenant compte :

- de la stabilité d'écoulement (Fr),
- du régime d'écoulement (Re),
- de la rugosité (k_s),
- de nombre adimensionnel $\xi = \frac{y}{h}$

Chapitre IV

DETERMINATION EXPERIMENTALE DU PROFIL DE VITESSE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE

INTRODUCTION

Une investigation expérimentale par vélocimétrie est réalisée pour déterminer le profil de vitesse dans les écoulements à surface libre. Les essais expérimentaux ont été menés au laboratoire d'hydraulique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger sur deux modèles : Un canal rectangulaire à fond lisse et un canal rectangulaire à fond rugueux.

Les caractéristiques des modèles, et les moyens de mesure seront détaillés dans ce qui suit.

1. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental est en circuit fermé.

Les expériences ont été réalisées sur un canal rectangulaire en plexi-glass dont le squelette est en acier. L'ensemble est posé sur un support en bois, et l'installation expérimentale complète comporte les éléments montrés dans la photo suivante et qui seront définis plus bas.

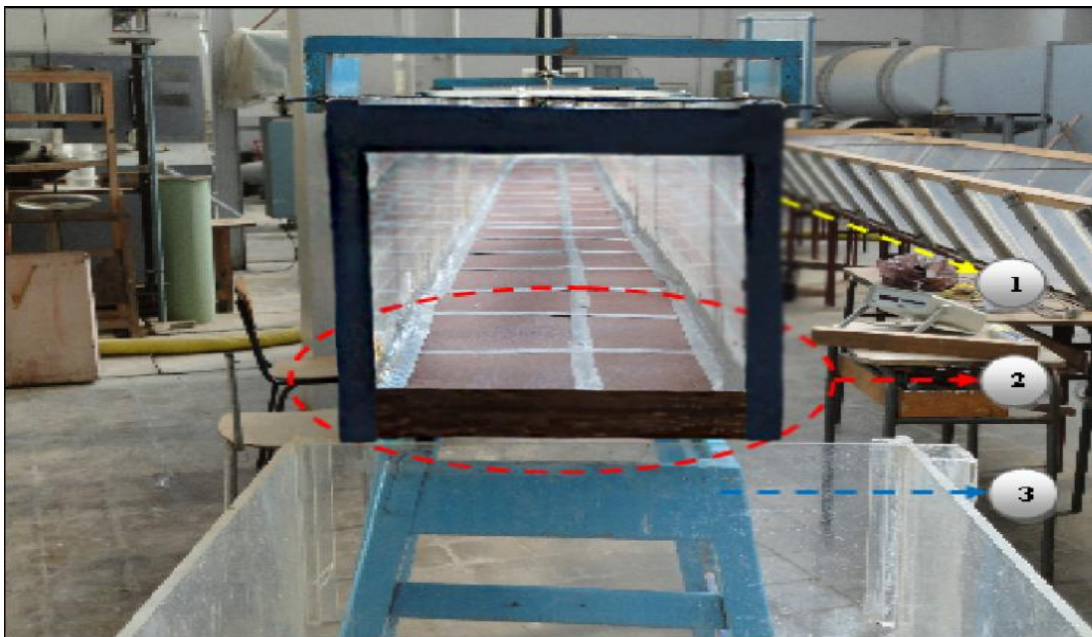


Photo IV-1 : Dispositif expérimental

1. Canal. - 2. Déversoir. - 3. Support en bois.

1.1. Réservoir d'alimentation

Il est conçu en plexi-glass, et a pour dimensions, 51,5cm de largeur, 51,5cm de longueur, et 124 cm de hauteur. Posé sur un support en bois et surélevé de 150 cm, muni d'une plaque tranquillisante afin d'éliminer toute formes de vibration.

Le réservoir est alimenté à partir de la bêche d'eau du laboratoire à l'aide d'une pompe centrifuge.



Photo IV-2 : Réservoir d'alimentation

1.2. Canal rectangulaire

Principal élément de notre installation est le canal rectangulaire en plexi-glass de 10 m de longueur, reposant sur un support en bois de 1,2 m d'hauteur. A l'amont du canal, se trouve un grillage qui va jouer le rôle d'un tranquilisateur.



Photo IV-3 : Canal rectangulaire

1.3. Déversoir

Le canal comporte à l'aval un déversoir rectangulaire sans contraction latérale à mince paroi.

2. DETERMINATION DE LA PENTE DU CANAL

La pente du canal est de 7‰. Cette pente a été réalisée à l'aide d'un niveau d'ingénieur (photo IV-4) et d'une mire (photo IV-5).

Pour avoir cette Valeur de pente, nous avons utilisé la méthode du nivellement direct que nous allons résumer dans les quelques lignes suivantes.

En premier nous avons déterminé la pente déjà existante sur l'installation expérimentale. Ensuite nous avons placé la mire verticalement avec le canal devant le réservoir d'alimentation et nous avons lu la hauteur à l'aide du niveau d'ingénieur.

La deuxième étape consiste à faire la même chose mais devant le déversoir. Ainsi, nous avons pris toute la longueur du canal.

Avec la soustraction des deux valeurs mesurées, le résultat obtenu nous a imposé d'incliner le canal de 4cm sur toute sa longueur. Et après avoir effectué cette modification par l'intermédiaire des criques, nous avons atteints notre pente d'essai.



Photo IV-4 : Niveau d'ingénieur

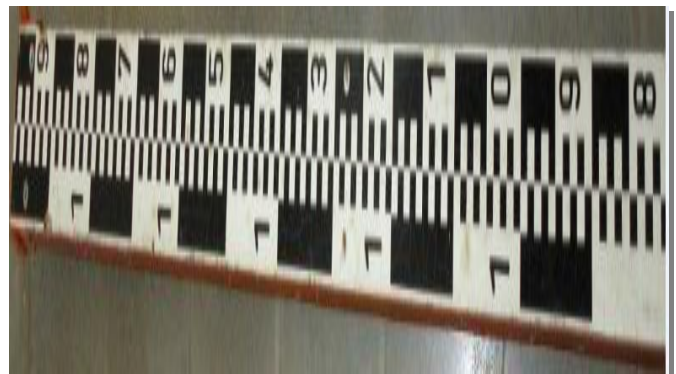


Photo IV-5 : Mire

3. MOYENS DE MESURES

3.1. Mesure du débit

Le débit traversant le canal est mesuré au moyen d'un déversoir rectangulaire à mince paroi se trouvant en aval du canal rectangulaire.

3.1.1. Définition du déversoir

Un déversoir est un orifice ouvert à sa partie supérieure qui permet de contrôler le débit. D'une façon générale les caractéristiques d'un déversoir à mince paroi sont :

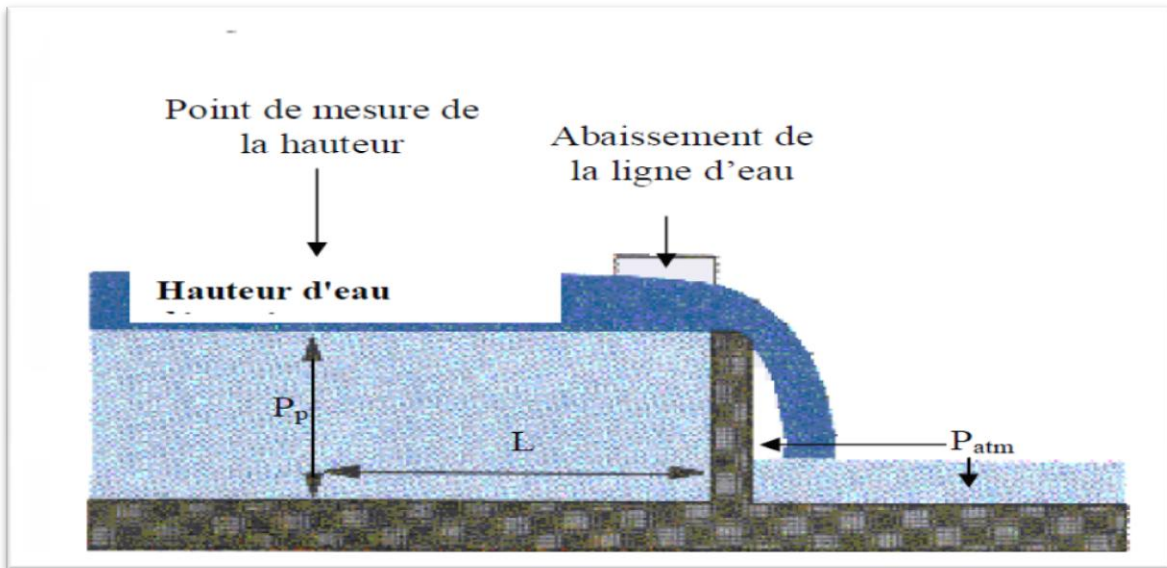


Figure IV-1 : Déversoir à mince paroi

h_d : Hauteur d'eau déversée.

P_p : Hauteur de pelle du déversoir.

3.1.2. Déversoir rectangulaire

Le déversoir rectangulaire à mince paroi est caractérisé par les paramètres suivants :

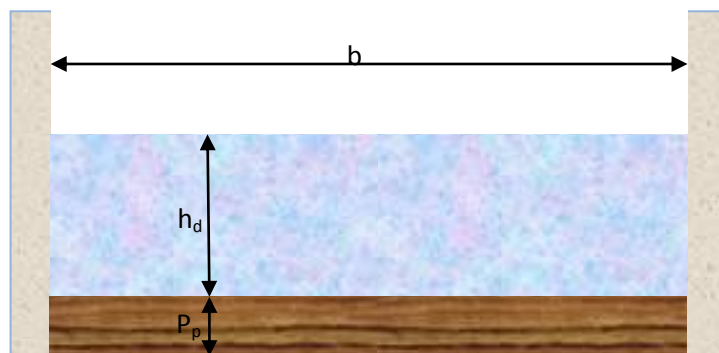


Figure IV-2 : Déversoir rectangulaire à mince paroi

b [m] : Largeur du déversoir ;

P_p [m] : Hauteur de pelle ;

h_d [m] : Hauteur d'eau déversée.

En fonction des paramètres cités précédemment le débit passant à travers le déversoir est donné par la formule suivante :

$$Q = \mu_d h b \sqrt{2gh} \quad (\text{IV.1})$$

avec, Q : le débit déversé en m^3/s et μ_d coefficient de débit.

3.1.3. Etalonnage du déversoir

Afin d'obtenir des mesures de débit assez précises, nous avons fait l'étalonnage du déversoir rectangulaire à paroi mince.

Le canevas de mesure du débit est comme suit.

- On alimente le canal rectangulaire en eau à partir du réservoir d'eau. On remplit le canal d'eau jusqu'à la hauteur de la crête du déversoir. On arrête l'alimentation et on détermine la position de la crête (P_p) à l'aide d'un limnimètre.
- Ensuite, On ouvre la vanne d'alimentation et on fixe un débit donné (écoulement permanent). Après la stabilisation du niveau d'eau dans le canal, on prélève la hauteur de la lame d'eau déversante (h_d) et on mesure le débit correspondant en utilisant la méthode volumétrique.

Les résultats sont donnés dans le tableau (IV-1).

Tableau IV-1 : Variation du débit en fonction de l'épaisseur de la lame déversante

h_d (mm)	Q (l/s)
25,60	5,00
29,00	5,67
30,50	6,89
35,00	8,13

La figure IV-3 donne la courbe $\log Q$ en fonction de $\log h_d$. Cette dernière représente la courbe d'étalonnage du déversoir triangulaire utilisé.

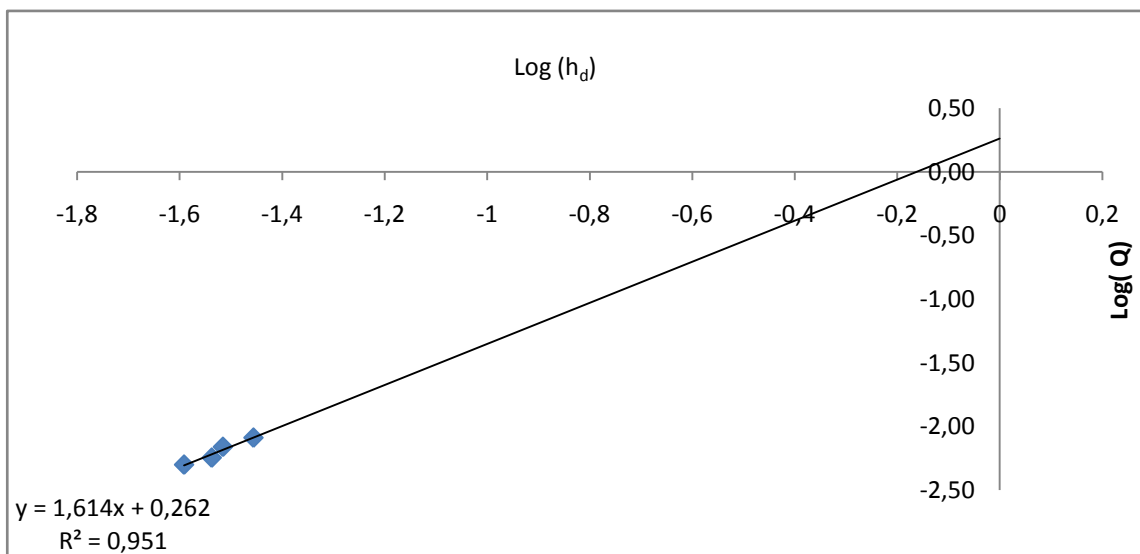


Figure IV-3 : Courbe d'étalonnage du déversoir

Le graphe obtenu est une droite d'équation : $y = 1,614h_d + 0,262$

$$\text{Log}(Q) = 1,614\text{Log}(h_d) + 0,262$$

$$Q = 10^{1,614\text{Log}(h_d) + 0,262} \Rightarrow Q = 10^{0,262} * h_d^{1,614}$$

Donc le débit est calculé en fonction de la hauteur déversée par l'expression :

$$Q = 1,828 * h_d^{1,614}$$

Détermination du coefficient de débit

En remplaçant l'équation $Q = 1,828 * h_d^{1,614}$ dans l'équation (IV-1) nous avons :

$$\mu_d = \frac{Q}{h_d^{3/2} * \sqrt{2g * b}}$$

Pour $b = 0,4\text{m}$ et $g = 9,81\text{m/s}^2$, nous obtenons :

$$\mu_d = 1,031 * h^{0,114}$$

En calculant le coefficient de débit en fonction des différentes hauteurs mesurées précédemment, nous obtenons les résultats présentés dans le tableau IV-2.

Tableau IV-2 : Valeurs du coefficient de débit

h_d (mm)	μ_d
25,60	0,67
29,00	0,68
30,50	0,69
35,00	0,70

La moyenne des coefficients de débits déterminés expérimentalement est $\mu_d = 0,68$, c'est cette valeur de coefficient de débit que nous allons utiliser pour la détermination du débit pour nos prochains essais.

3.2. Mesure de la hauteur d'eau

Pour la mesure de la hauteur d'eau, nous avons utilisé un limnimètre fixé sur le canal à une distance L du déversoir. Et pour tracer la ligne d'eau et repérer les différentes sections, nous avons utilisé du papier millimétré transparent collé sur l'une des parois latérales du canal.

3.3. Mesure de la vitesse moyenne

La mesure de la vitesse moyenne a été prise à l'aide d'un micro-moulinet qui est composé de :

- **Fréquencemètre**

C'est un appareil électronique qui convertit le nombre de tours enregistré par le moulinet en fréquence électrique, et grâce à la courbe d'étalonnage nous pouvons tirer la valeur de la vitesse moyenne (Photo IV-6).



Photo IV-6 : Fréquencemètre

- **Micro-moulinet**

C'est une tige comportant à son extrémité inférieure d'une hélice et d'une fiche de branchement à sa partie supérieure (photo IV-7).



Photo IV-7 : Micro-moulinet

4. RUGOSITE DU FOND DU CANAL

En vue, de déterminer le profil de vitesse dans les écoulements à surface libre dans un canal rectangulaire, nous avons effectué deux séries d'essais, comportant deux états de rugosité différents.

Etat « 1 » : Canal à fond lisse

Le fond et les parois latérales sont en plexi-glass.

Connaissant la fourchette de valeur de la rugosité du plexi-glass, qui est comprise entre 10^{-4} et 10^{-3} mm, nous l'avons pris égale à 6.10^{-3} mm (**Mokrane, 1995**).

Etat « 2 » : Canal à fond rugueux

Le fond du canal rectangulaire a été couvert de papier abrasif. Ce dernier est constitué de macro-grains d'oxyde d'aluminium et il est désigné par **P80**.

La rugosité du papier abrasif P80 est mesurée directement par un rugosimètre type {Hobson Taylor}, qui permet de détecter la valeur de la hauteur moyenne des aspérités. Pour P80 $k_s = 0,2$ mm (**Mokrane, 1995**)

5. MODE OPERATOIRE

Pour chaque état de fond du canal, les grandeurs mesurées sont :

- Le débit d'écoulement, Q (m^3/s)
- La hauteur d'eau, h [m]
- La vitesse moyenne (m/s)

Canevas de mesure

- On fixe la pente du fond (I) ;
- On alimente le canal avec un débit (Q) ;
- On attend que l'écoulement devient permanent ;
- On relève la hauteur d'eau pour chaque section ;
- On relève la hauteur de la lame déversante ;
- On place le micro moulinet à l'intérieur du canal et on procède de la manière suivante ;
- On relie le fréquencesmètre avec le micro moulinet ;
- On branche le dispositif à une source électrique ;
- On introduit le micro moulinet dans le canal pour des sections bien choisit ;
- On prendra soin de noter la valeur lue sur le fréquencesmètre, et cela pour des pas de 1cm sur la verticale ; et de 10cm sur la transversale.
- On refait les mêmes mesures ;
- On augmente le débit et on effectue les mêmes opérations suivant le même canevas ;

6. RESULTATS EXPERIMENTAUX

6.1. Régimes d'écoulement

En faisant varier le débit progressivement, et en calculant le nombre de Reynolds et le nombre de Froude pour chaque débit obtenu (voir chapitre I), nous pourrions déterminer les différents régimes d'écoulement pour les deux états de fond.

État -1 : Canal à fond lisse

Tableau IV-3 : Régimes d'écoulement dans le cas de fond lisse

Q (m ³ /s)	h(m)	D _h (m)	V _d (m/s)	Nombre de Reynolds	Nombre de Froude	Régime D'écoulement
0,030	0,085	0,217	0,88	190960	1,19	Turbulent Torrentiel
0,039	0,102	0,25	1,08	259200	1,14	Turbulent Torrentiel
0,041	0,106	0,26	0,97	270558	1,04	Turbulent Torrentiel

État -2 : Canal à fond rugueux

Tableau IV-4 : Régimes d'écoulement dans le cas de fond rugueux

Q (m ³ /s)	h(m)	D _h (m)	V _d (m/s)	Nombre de Reynolds	Nombre de Froude	Régime d'écoulement
0,023	0,071	0,18	0,81	145800	1,25	Turbulent Torrentiel
0,029	0,084	0,20	0,87	174000	1,22	Turbulent Torrentiel
0,039	0,103	0,26	0,95	247000	1,12	Turbulent Torrentiel

7. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats expérimentaux des deux états de fond du canal sont donnés dans les tableaux, 1÷6, en Annexe I. Leur analyse sera faite à partir des graphes présentés ci-dessous, qui concernent la section 6 dans notre canal choisie précisément pour éviter toute influence que se soit de l'amont (l'alimentation du canal) que de l'aval qui induit une baisse de la hauteur d'eau, et au centre du canal $z=b/2$ pour éviter les effets de parois. Une

deuxième série de graphe concernera des mesures prises à une distance $z=b/4$ de la paroi dans la direction transversale, avec un même débit pour les deux états de fond du canal.

Dans cette partie nous définissons les paramètres des graphes comme suit :

PDV : profil de vitesse ;

S6 : section où ont été prises les mesures de la vitesse moyenne ;

RD : rive droite

7.1. Présentation des résultats expérimentaux

7.1.1. Résultats expérimentaux ($z=b/2$)

Dans cette partie, nous allons présenter les différents résultats expérimentaux obtenus pour le canal rectangulaire à fond lisse

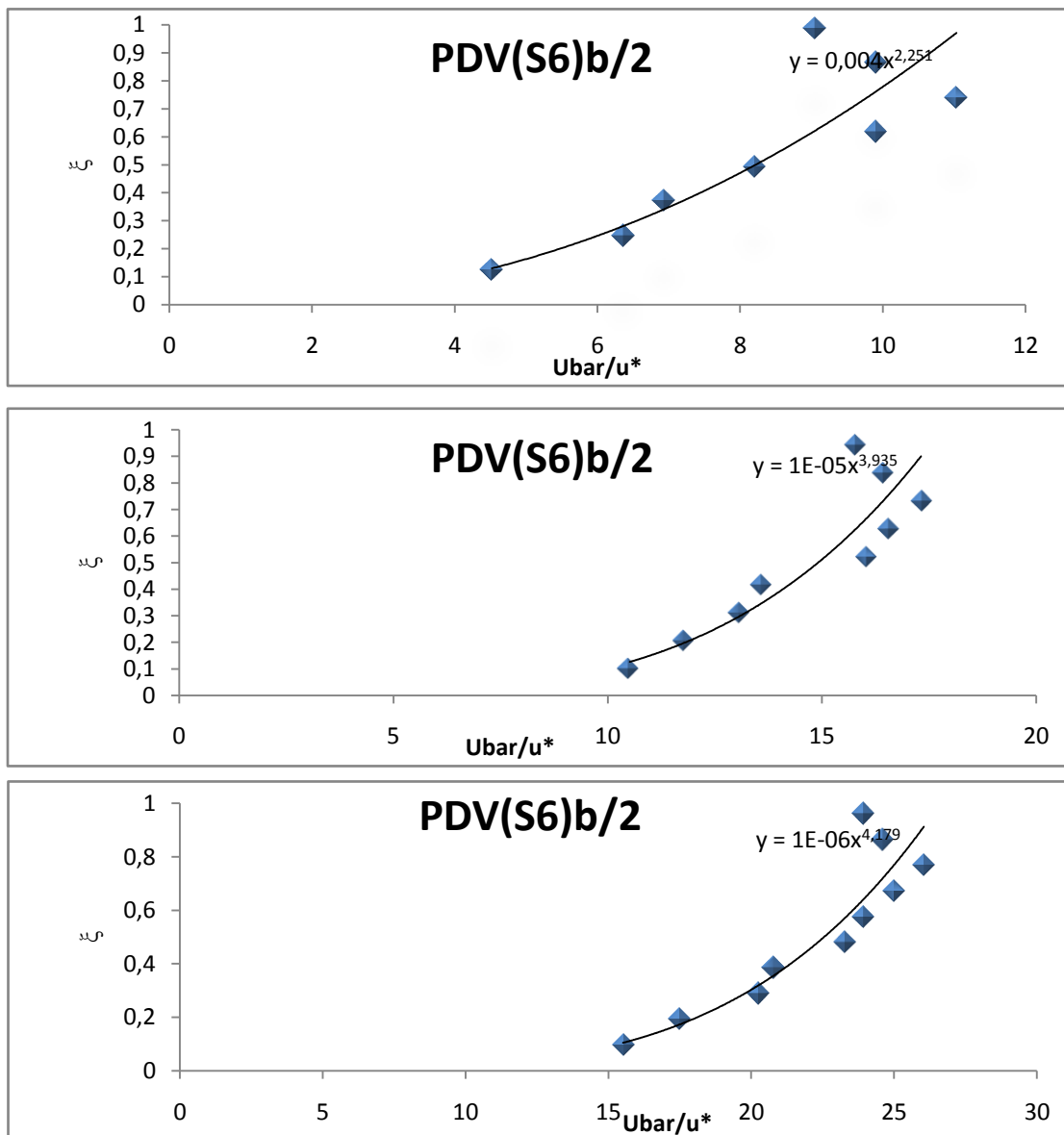


Figure IV-4 : Profils verticaux de la vitesse longitudinale dans un canal à fond lisse, pour des débits de (0,030-0,039-0,041) m³/s respectivement.

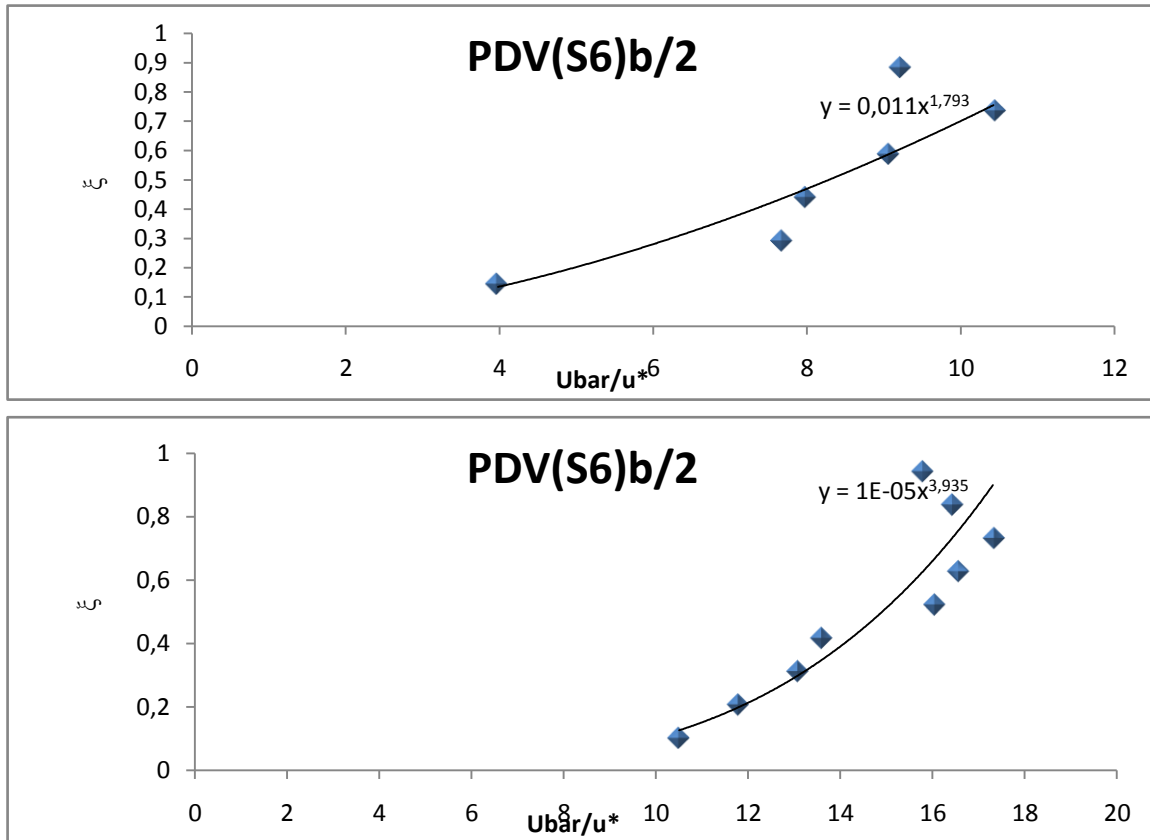


Figure IV-5 : Profils verticaux de la vitesse longitudinale dans un canal à fond rugueux, pour des débits de (0,029-0,039)m³/s

7.1 .2. Résultats expérimentaux à (z=b/4)

La partie suivante fait l'objet de la présentation des profils verticaux de la vitesse longitudinale pour le canal rectangulaire, avec le même débit mais pour deux rugosités de fond différente à $z = b/4$.

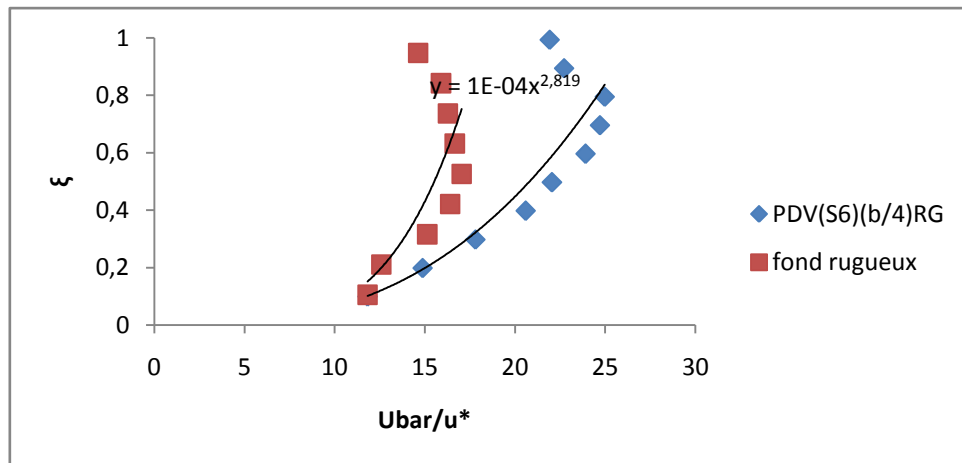


Figure IV-6 : Profils verticaux de la vitesse longitudinale dans le canal pour les deux états de fond avec un débit ($Q=0,039\text{m}^3/\text{s}$).

On remarque que pour un même débit, les valeurs de la vitesse ont changé, ce qui prouve que si l'état de fond change ça influe directement sur les grandeurs de la vitesse moyenne mesurées.

CONCLUSION

Les résultats présentés ci-dessus vont être comparés aux résultats analytiques calculer à l'aide de logiciel MATLAB, à la loi de (Absi-2011) à la loi de (Liu Y, .Ni H).

CHAPITRE V

COMPARAISON DES RESULTATS ANALYTIQUES ET EXPERIMENTAUX

INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous allons entreprendre le développement analytique, et le comparer avec les résultats expérimentaux obtenus auparavant, en prenant soin de tracer les graphes interprétant ces résultats.

1. Validation de l'étude analytique

Pour valider l'étude analytique de la distribution verticale des vitesses longitudinales développée au chapitre (II-III), une comparaison avec les résultats expérimentaux que nous avons obtenus au sein du laboratoire de recherche de (E*N*P) et autre lois proposées par (Liu Y, Ni H-2007) s'impose.

Loi de (Liu Y, Ni H-2007)

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{zu_*}{\nu}\right) + B_r + \frac{2\Pi}{K} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \xi\right) \quad (V-1)$$

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{z-z_0}{k_s}\right) + B_r + \frac{2\Pi}{K} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \xi\right) \quad (V-2)$$

Où, z_0 est définie par une vitesse de glissement nulle et située entre le sommet des rugosités et le lit du canal.

1.1. Interprétation des résultats

Nous allons présentés dans cette partie la comparaison entre les déférents résultats analytiques et expérimentaux obtenus.

a. Canal rectangulaire à fond en plexi-glass ($z=b/2$)

La section choisie pour la comparaison des résultats se situe à environ trois quarts de la longueur du canal, soit assez loin de l'amont pour s'affranchir encore un peu plus des effets de l'alimentation et tout de même éloigné de la chute d'eau de l'aval du canal qui induit une baisse de la hauteur d'eau, et au centre du canal $z=b/2$ pour éviter les effets de parois. Pour notre cas c'est la section numéro 6.

Les figures ci-dessous représentent la variation du rapport, $\frac{\bar{U}}{u_*}$, en fonction de la fraction adimensionnel ξ . Le rapport, $\frac{\bar{U}}{u_*}$, est calculé à l'aide du logiciel MATLAB, et son résultat est comparé aux résultats expérimentaux tracés par l'Excel, et la loi (V-1).

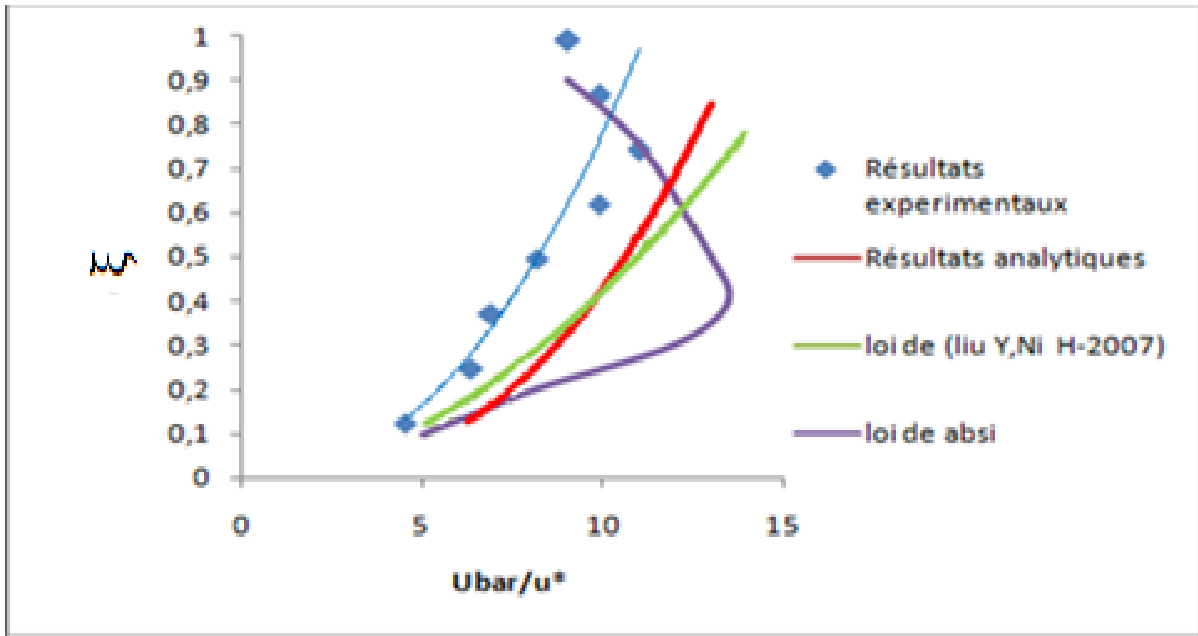


Figure V-1 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour (Q=0,030m³/s)

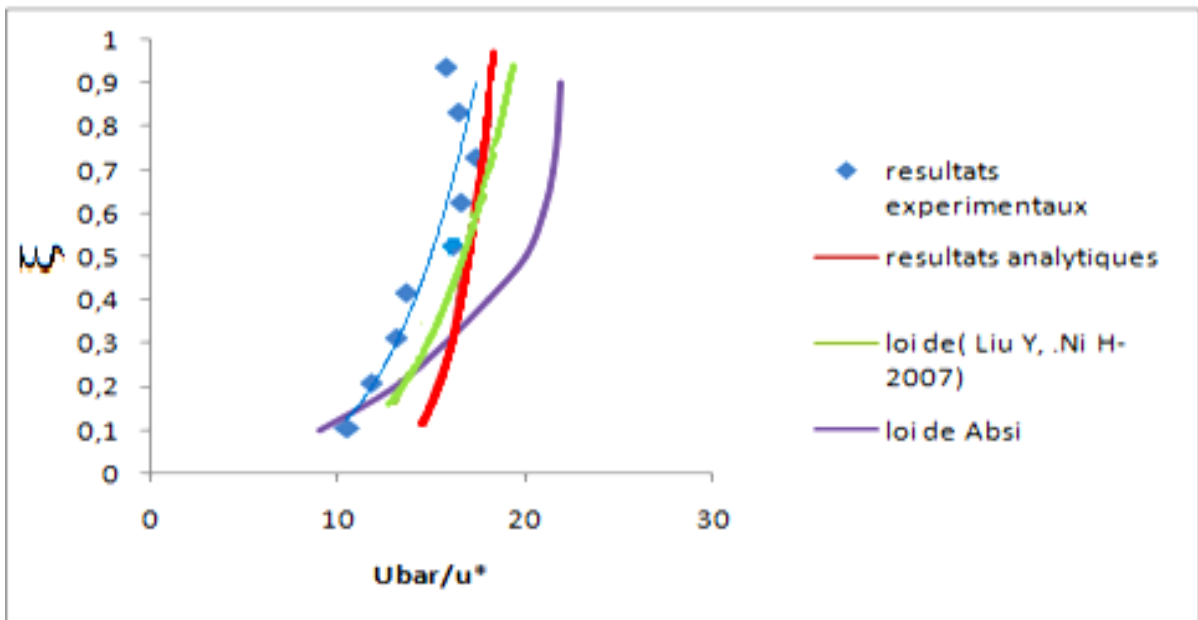


Figure V-2 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour (Q=0 ,039m³/s)

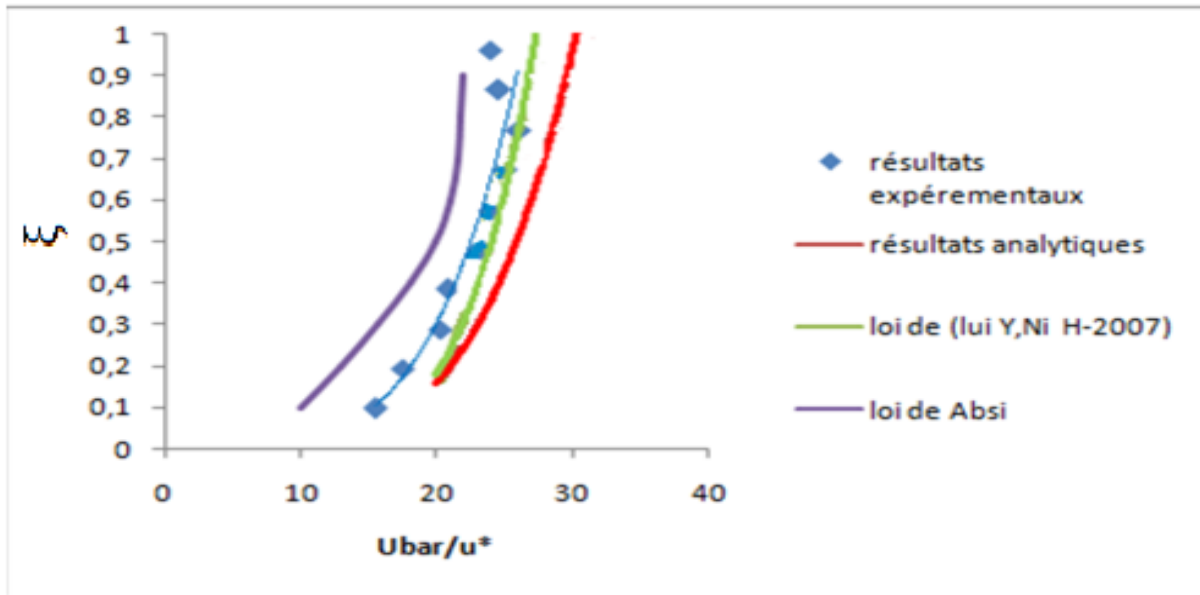


Figure V-3 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour ($Q=0,041\text{m}^3/\text{s}$).

Les figure (V-1 ; V-2 ; V-3) fond apparaitre la comparaison des profils verticaux de la vitesse longitudinale, tirer des résultats expérimentaux, de développement analytique (chapitre II), loi d'**Absi (2011)**, chapitre III) et la loi de (Lui Y, Ni H-2007). Nous remarquons que ces profils ont des allures analogue entre elles, et que les résultats expérimentales ainsi que la loi de Absi(DLSM) fond apparaitre la position de dip-phénoménon qui se trouve en dessous de la surface libre, alors que ni le développement analytique ni la loi de (Lui Y, Ni H-2007) fond apparaitre la position de dip-phénoménon.

b. Canal rectangulaire à fond rugueux en papier abrasif $P=80$

La section choisie se situe à environ trois quarts de la longueur du canal soit assez loin de l'amont pour s'affranchir encore un peu plus des effets de l'alimentation et tout de même éloigné de la chute d'eau de l'aval du canal qui induit une baisse de la hauteur d'eau, et au centre du canal ($y=b/2$) pour éviter les effets de parois.

Les figures ci-dessous représentent la variation du rapport, $\frac{\bar{U}}{u_*}$, en fonction de la fraction adimensionnel ξ . Le rapport, $\frac{\bar{U}}{u_*}$, est calculé à l'aide du logiciel MATLAB, et son résultat est comparé aux résultats expérimentaux tracés par l'Excel, et la loi (V-2).

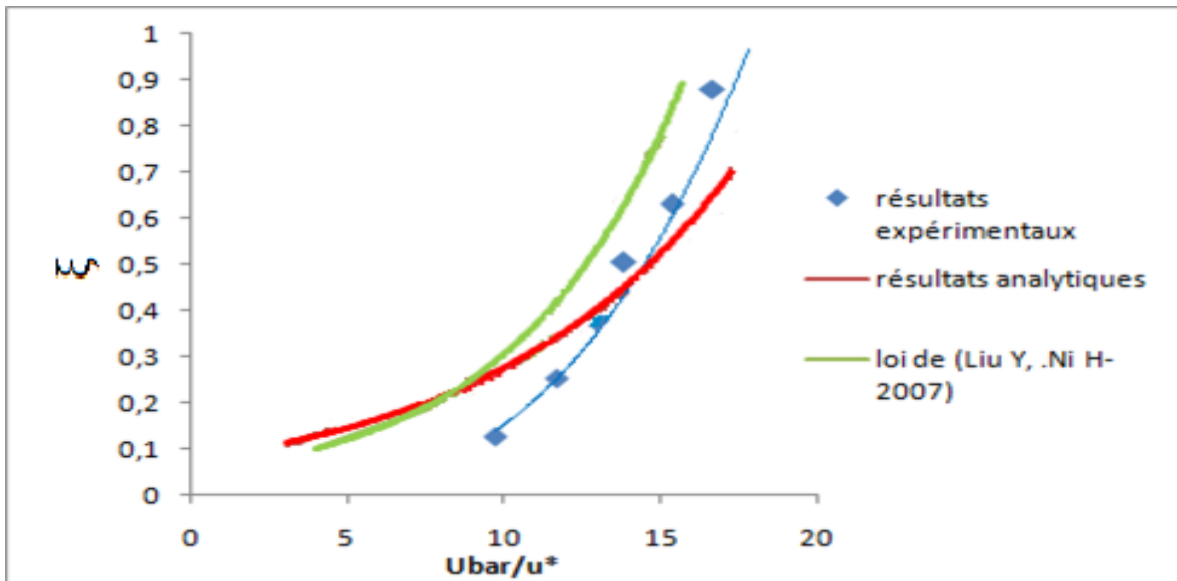


Figure V-4 : Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux pour ($Q=0,029\text{m}^3/\text{s}$).

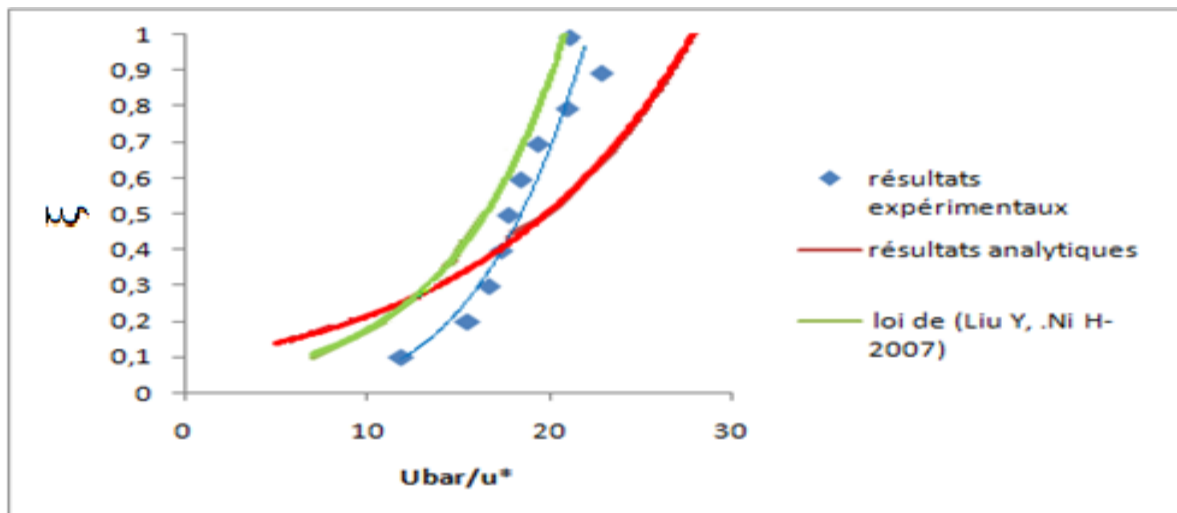


Figure V-5 : Comparaison entre résultats analytique et expérimentaux pour ($Q=0,039\text{m}^3/\text{s}$).

Les figure (V-4 ; V-5) fond apparaitre la comparaison des profils verticaux de la vitesse longitudinale, tirer des résultats expérimentaux, de développement analytique (chapitre II) et la loi de (Lui Y, Ni H-2007). Pour un fond du canal rugueux Nous remarquons dans ces courbes une allure presque identique, sauf pour des résultats de $\xi < 0.3$, et on peut expliqués sa come suite :

Les équations analytique prennent le paramètre de rugosité par sa valeur concrète, alors que pour des essaies en contact avec de l'eau l'écoulement est hydrauliquement lisse et pour sa la rugosité aura une valeur moindre par rapport a la valeur introduite pour le calcul analytique

c. Canal rectangulaire à fond en plexi-glass ($z=b/4$)

Nous allons maintenant comparer les résultats expérimentaux avec ceux obtenues analytiquement (chapitre II) et l'équation d'**Absi** (2011, chapitre III) ainsi que l'équation (V-1) pour une zone proche de la paroi avec un fond lisse.

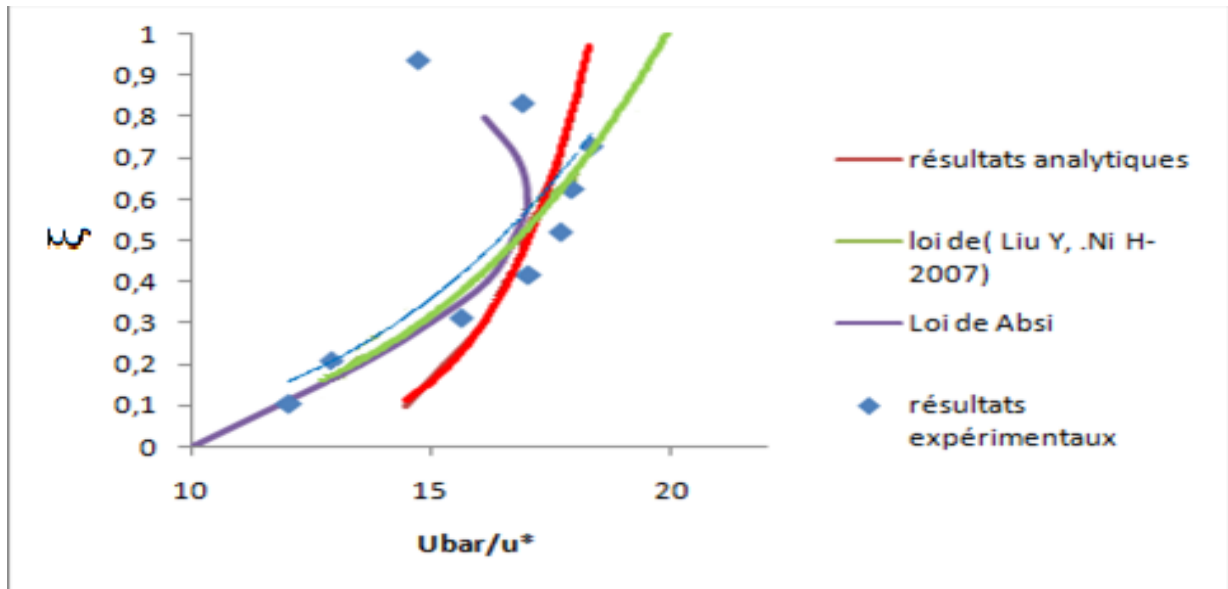


Figure V- 6: Comparaison entre résultats analytique et expérimentaux pour ($Q=0,039m^3/s$ et $z=b/4$, fond lisse).

La comparaison des deux résultats présentés sur les figures (V-2 et V-6) nous amène à conclure, que l'éloignement de la paroi n'est pas pris en considération ni par la loi obtenue analytiquement (chapitre II), ni par la loi de (**Liu Y, Ni H**). Alors que l'expérience est la loi d'**Absi** (2011, chapitre III) montre le contraire.

d. Canal rectangulaire à fond en papier abrasif P80 ($z=b/4$)

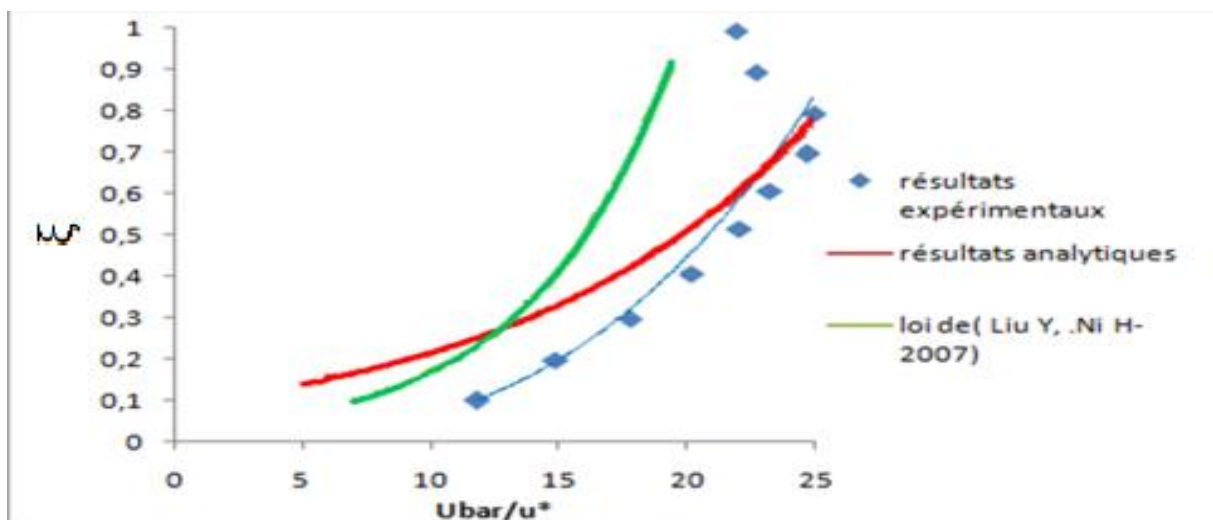


Figure V- 7: Comparaison entre résultats analytique et expérimentaux pour ($Q=0,039m^3/s$ et $z=b/4$, fond rugueux).

Même constatation que Les résultats présentés sur les figures (V-5 et V-7), se ressemblent à ceux qui ont déjà été commentés et présenter sur les figures (V-2 et V-6).

CONCLUSION

Au cours de ce chapitre nous avons contribué à l'analyse physique par expérimentation et étude analytique, des écoulements au régime turbulent en canal à surface libre à section rectangulaire, pour deux rugosité de fond distinctes :

Cas d'un fond en plexi-glass

Pour $1,9.10^5 < Re < 2,7.10^5$ donc l'écoulement est turbulent.

1. Le point de mesure se trouve au centre du canal dans la direction transversale

Les profils verticaux de la vitesse longitudinale obtenus expérimentalement, présentent une allure similaire à celle trouvée par la loi d'**Absi (2011)** chapitre III), mais diffère de l'allure obtenue analytiquement (chapitre II) et par la loi de **Liu Y, .Ni H(2007)** car ces deux dernières nous prennent pas en considération la position de dip-phénomène.

2. Le point de mesure se trouve à (1/4 du centre du canal) dans la direction transversale

Les profils verticaux de la vitesse longitudinale obtenus expérimentalement et par la loi de (Absi-2011), différents à ceux trouvés analytiquement et par la loi de (**Liu Y, .Ni H-2007**), et cela parce que ces deux dernières ne tiennent pas compte de l'éloignement de la paroi.

Cas d'un fond en papier abrasif P=80

Pour $1,4.10^5 < Re < 2,4.10^5$ l'écoulement est turbulent.

1. Le point de mesure se trouve au centre du canal dans la direction transversale

Les profils verticaux de la vitesse longitudinale obtenus expérimentalement, présentent une allure similaire à celle trouvée analytiquement, et par la loi de (**Liu Y, .Ni H(2007)**) Pour des valeurs de ξ variant de 0.4 à 0.9.

2. Le point de mesure se trouve à (1/4 du centre du canal) dans la direction transversale

Les profils verticaux de la vitesse longitudinale obtenus expérimentalement différents à ceux trouvés analytiquement et par la loi de (**Liu Y, .Ni H-2007**), et cela parce que ces deux dernières ne tiennent pas compte de l'éloignement de la paroi.

CONCLUSION GENERALE

Le présent mémoire vient de s'ajouter aux travaux théoriques, expérimentaux et numériques effectués dans le domaine des écoulements à surface libre en régime turbulent. Dans le but de la détermination de profil vertical de la vitesse longitudinale dans une section donnée et la position de dip phénomène. Malgré toutes ces études, il n'existe aucun modèle théorique ou procédure de calcul irréprochable ; cela est dû au fait que les paramètres régissant de phénomène de la turbulence sont très complexes et parfois mal connus.

Dans de telles circonstances, on a essayé à travers ce travail de mettre en exergue le profil vertical de la vitesse longitudinale, et la position de dip phénomène en effectuant une synthèse bibliographique sur ce domaine, une approche analytique basée sur des hypothèses simplificatrices pour arriver à une forme littérale du profil vertical de la vitesse longitudinale.

Les résultats obtenus lors de nos essais expérimentaux au laboratoire (LRS-ENP) en le comparant aux résultats proposés par les lois de (Absi et Lui.Y, Ni.H) sont presque identiques à ceux obtenus dans la partie théorique. Et cela donne le même profil vertical de la vitesse longitudinale à quelques détails près.

En effet, le profil vertical de la vitesse longitudinale consiste à trouvé la vitesse maximale et minimale d'une section donnée. Avec ces valeurs obtenues de la vitesse maximale et minimale on pourra faire face aux phénomènes de l'érosion et la sédimentation respectivement.

Enfin, pour clore, cette étude qui présente qu'un modeste supplément sur laquelle peuvent s'ajouter d'autres projets. Ainsi l'étude que nous avons présentée a plus modestement l'ambition de fournir un outil de détermination de profil vertical de la vitesse longitudinale

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

Absi, R., 2009, « An ordinary differential equation for velocity distribution and diphenomenon in open channel flow », Institut polytechnique St-luis, cergy University.

International Association for Hydro-Environment Engineering and Research, pp.1-8

Amirouche, A., 2010, « Capacité de transport solide des cours d'eau et décantation des sédiments au niveau des retenues », Mémoire de fin d'étude, ENP, 95 pages.

Bonakdari, H., « Profil de vitesse turbulent : une nouvelle loi pour les canaux étroits », Département de génie civil, Université de Razi kermanshah, Irak. La Houille Blanche/N3-2010.

Carlier, M., 1980, « Hydraulique générale et appliquée », Edition Eyrolles, 567 pages.

Chanson, H., (2004). « Environmental hydraulics of open channel flow », Library of Congress Cataloguing in Publication. Data. 423 pages.

Degoutte, G., 2006, « Diagnostic, aménagement et gestion des rivières : hydraulique et morphologie fluviales appliquées », Lavoisier Tec et doc, 388 pages.

Ernest, F., B et .Horace, W, K., (1996), « Handbook of Hydrauliques ». Seven Editions. Mc Grow Hill Edition, New York, 611 pages

Ghanmi, A, Robert, J. L., and Khelifi M., (1997), « Three-dimensional finite element model to simulate secondary flows : development and validation. » *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 14(3), 291-300.

Graf, W., 1993, « Hydraulique fluviale », Tome I, Ecole Polytechnique de Lausanne, 626 pages.

Graf, W. H. et Altinakar, M. S., 1993, « Hydraulique fluviale », Tome I, Ecole Polytechnique de Lausanne, 259 pages.

Graf, W. H. et Altinakar, M. S., 1995 « Hydrodynamique, une introduction », traité de génie civil de l'école polytechnique fédérale de Lausanne, volume. 14, Presse polytechnique et universitaire romanes, 481pages.

Lencastre, A., (2005). « Hydraulique général », Edition Eyrolles, 633 pages.

Mokrane, W., (1996). « Etude du comportement du coefficient de frottement dans des canaux lisses et rugueux ». Thèse de Magister, ENP, 86pages.

NEZU, I., et NAKAGAWA, H., (1993), Turbulence in Open-Chanel flows, IAHR Monograph, A.A BALKEMA/ROTTERDAM/BROOKFIELD, 281 pages

BIBLIOGRAPHIE

Souha, B., (2002). « Hydraulique », Centre des publications universitaire.307 pages.

Wertel, J., (2006). « Modélisation 3D des écoulements turbulents à surface libre en canal rectangulaire », Mémoire de Tfe et de Master, **Université Louis Pasteur de Strasbourg**, 72 pages.