

6/00

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEURE
&
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

Ecole Nationale Polytechnique

DÉPARTEMENT HYDRAULIQUE

المركز الوطنية للخدمات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDE

**ANALYSE DES PRESSIONS DUES AU SÉISME
SUR UN SYSTÈME BARRAGE-RÉSERVOIR**

Proposé et Dirigé par :

Mr. O. BELHADJ
&
Mr. A. BILEK

Etudié par :

Mr BENDJEBBAS Samir
&
Mr AKBI Mohamed



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿اللهم ربنا يا ربنا تقبل منا أنك أنت السميع العليم ، و تب علينا
يا مولينا أنك أنت الثواب الرحيم ، و اهرني و اهرنا و وفقنا إلى
الحق و إلى طريق مستقيم .﴾

Dédicaces



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste mémoire à :

- *Ma très chère mère et mon très cher père qui m'ont beaucoup soutenu et qui ont tant voulu me voir arriver.*
- *A mes grands-parents*
- *A mes sœurs*
- *A mes frères*
- *A toute ma famille*
- *A tous mes amis(es)*

Samir

Je dédie ce modeste travail à :

- *A deux êtres qui sont les plus chers de cette existence..... à mes parents.*
- *A mes grands-parents*
- *A mes frères et sœurs.*
- *A toute ma famille*
- *A mon ami et frère SAMIR. Ainsi sa famille.*
- *A tous les amis de la promo2000.*
- *A tous mes amis (Samir Aziz ahmed ahcen)*
- *A tous ceux qui m'aiment.*

Mohamed



Remerciements

Tout d'abord nous tenons à remercier nos promoteurs pour nous avoir conseillés et guidés tout au long de notre travail, ainsi que *Mr H.AFRA* (C.G.S) pour ces précieuses aides. Nous remercions également tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Nous tenons aussi en particulier à remercier *ANIS*, et sans oublier tout le personnel de l'école nationale polytechnique.

Subject : *Analysis of pressures owed to the earthquake for a system dam-reservoir.*

Abstract :

A two dimensions finit element model is implemented to study the hydrodynamic pressure in the upstream of a concrete gravity dam , during an earthquake.

While doing to vary slants of the parement uphill and its shape, so the slant of the bottom, to show their influences on the hydrodynamic pressures.

Gotten some results have been compared with other results gotten by the previous studies. The comparison shows that resulted them are very near.

Sujet : *Analyse des pressions dues au séisme pour un système barrage-reservoir*

Résumé :

Un modèle élément finis à deux dimensions est mis en œuvre pour l'étude des pressions hydrodynamiques au parement amont d'un barrage poids en béton, au cours d'un séisme.

En faisant varier les inclinaisons du parement amont et sa forme, ainsi l'inclinaison du fond, pour montrer leurs influences sur les pressions hydrodynamiques.

Quelques résultats obtenus ont été comparés avec d'autre résultats obtenus par des études précédentes. La comparaison montre que les résultats sont très proches.

Mots clés : *pression- Barrage- séisme- éléments finis-Modélisation- programmation*

المعنون : تحليل الضغوطات بالخرزانات الخاضعة للهزات الأرضية

ملخص :

وضع نموذج ثنائي الأبعاد لدراسة الضغوطات الهيدروديناميكية بالميل الأمامي لسد ثقلي خرساني ، أثناء الهزات الأرضية. نقوم بتغيير الميل الأمامي و شكله و ميل أسفل الخزان لنبين مدى تأثيرها على الضغوطات الهيدروديناميكية. بعض النتائج التحصل عليها قورنت بمشالاتها الناجمة عن دراسات سابقة ، و لقد بينت لهذه المقارنة أن النتائج كانت جدر متقاربة .

Sommaire



Introduction générale	1
Chapitre 1 : généralités	3
I-Introduction.....	3
II-La dynamique des structures.....	3
III-Les systèmes couplés.....	4
IV- L'interaction fluide-structure.....	5
V-le séisme.....	5
Chapitre 2 : Barrage en béton	7
I-Définition.....	7
II- Types des barrages en béton	7
III-actions auxquelles sont soumis les barrages.....	8
Chapitre 3 :Hydrodynamique	11
I-Généralités.....	11
II- Forces hydrodynamiques sur un barrage poids en béton.....	13
II-1-Solution de <i>Westergaard</i>	13
II-2-Solution de <i>Zangar</i>	15
Chapitre 4 :Méthode des éléments finis	16
I-Introduction.....	16
II-Les grandes de la méthode	17
II-1-Formulation des équations régissant le problème.....	18
II-2-Transformation des équations	19
II-3-Résolution numérique.....	22
III-Méthode de Newmark et Wilson.....	33

Chapitre 5 : Modélisation	36
I-Introduction	36
II- Modélisation mathématique.....	36
II-1-Modélisation du solide	36
II-1-1-équation d'élasticité a deux dimensions.....	36
II-1-2-Equations de mouvement.....	39
II-1-3-Conditions aux limites	40
II-2-Modélisation de fluide	41
II-2-1-Equations de mouvement	41
II-2-2-Conditions aux limites.....	43
III-Modélisation numérique	46
III-1-Introduction des approximations polynomiales nodales	47
III-2-Modélisation numérique du corps du barrage	48
III-3-Modélisation numérique de réservoir	50
III-4-Système couplé.....	51
 Chapitre 6 : Technique de programmation	 52
I-introduction.....	52
II- Caractéristiques générales.....	52
III-Module d'entrer de données	53
• Présentation du mailleur.....	53
IV-Calcul par éléments finis.....	55
• Structure générale des sousroutines pour le calcul des matrices élémentaires.....	55
• Assemblage des matrices élémentaires.....	62
• Résolution et couplage.....	64
• Organigramme général du programme.....	65
 Chapitre 7 : Applications et interprétation des résultats	 66
Conclusion	87
 Annexes.	
Bibliographie.	



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction Générale



INTRODUCTION GENERALE



Les tremblements de terre font partie des cataclysmes naturels qui ont toujours exercé une grande fascination sur l'humanité. Ils sont responsables de la destruction de villes entières, la cause de la mort de millions d'hommes et ils ont souvent des conséquences économiques désastreuses pour les pays touchés. D'un point de vue historique, le tremblement de terre le plus meurtrier de l'histoire a vraisemblablement pris place en chine en 1556 et aurait provoqué la mort de 830 000 personnes [18,19]. Il faut également noter que le nombre de morts ne mesure pas toute la gravité d'un séisme dont les conséquences économiques peuvent être lourdes.

La connaissance actuelle des phénomènes sismiques est telle que, s'il n'est pas possible de prédire l'instant où un séisme se produira en un lieu donné, il est par contre possible d'identifier les zones à haut risque sismique et d'y construire en conséquence. Pour être en mesure de construire en zone sismique, il est nécessaire d'identifier ces zones et donc de comprendre le mécanisme générateur des séismes, puis de caractériser un séisme par un certain nombre de grandeurs directement utilisable par l'ingénieur.

Les barrages font partie des structures menacées de destruction causée par les tremblements de terre, dans ce cadre, plusieurs études ont été consacrées pour la construction parasismique.

La conception parasismique des barrages poids en béton est une étape très complexe. du moment où la rupture de la structure peut engendrer des pertes très importantes en vie humaines. A cet effet, il est primordial pour l'ingénieur de bien modéliser son problème afin d'avoir une bonne estimation des contraintes et des déplacements en

tout point du corps de barrage ; résultant d'un chargement extérieur quelconque.

De ce fait, il est nécessaire pour l'ingénieur d'inclure tous les paramètres qui peuvent influencer le comportement de la structure du barrage à savoir la structure, le fluide et le type d'excitation; dans le but d'avoir des résultats qui se rapprochent le plus possible de ce qui se passe réellement et donc éviter les conséquences incalculables que peut engendrer la rupture du barrage.

Le présent travail est une application de la méthode des éléments finis pour déterminer le comportement dynamique d'un système couplé constitué par un barrage poids et sa retenue.

La thèse est organisée en sept chapitres :

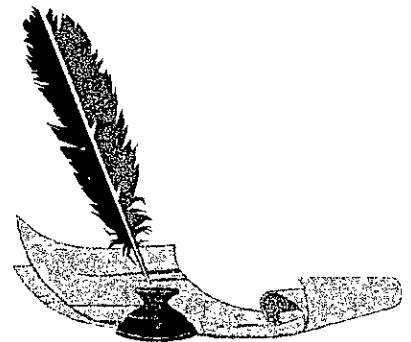
- CHAPITRE 1 : Contient un bref aperçu sur la dynamique des structures et les systèmes couplés.
- CHAPITRE 2 : cite les différents types de barrages en béton et les diverses sollicitations qui peuvent créer de sérieux problèmes aux ouvrages.
- CHAPITRE 3 : présente les lois de l'hydrodynamiques utilisées et les différentes solutions analytiques de *Westergaard et Zangar*.
- CHAPITRE 4 : la méthode des éléments finis sera représentée ainsi son domaine d'application.
- CHAPITRE 5 : présente les différentes modélisations mathématique et numérique.
- CHPITRE 6 : présente les différentes parties du programme de calcul à l'aide des organigrammes utilisées
- CHAPITRE 7 : consacré aux applications, présentation et interprétation des résultats.

Enfin, nous clôturons notre travail par une conclusion générale.



Chapitre 1

Généralités



GENERALITES :

I/INTRODUCION :

L'analyse du comportement dynamique d'une structure revient à déterminer ses caractéristiques vibratoires. Théoriquement, les méthodes générales de calcul étudient des exemples de structures vibrant dans le vide. Or, dans la pratique, les structures sont plongées ou contiennent des milieux fluides. Si les résultats obtenus sont généralement applicables dans le cas de fluide peu dense tel que l'air atmosphérique, il en va tout autrement dans le cas fluide dense tels que les liquides. on doit alors considérer globalement le système couplé fluide-structure et lui appliquer les méthodes Générale de l'analyse vibratoire.

II-LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES :

Il existe une grande variété de problèmes pour lesquels le facteur temps doit être pris en compte. La conduction de chaleur en régime transitoire, la propagation d'onde dans les fluides et le comportement dynamique des structures sont des exemples types.

Les premières analyses qui ont conduit au calcul dynamique ne sont apparues qu'à la fin du siècle précédant en ce qui concerne le domaine du génie-civil. On considérait que les structures étaient parfaitement rigides de telle sortes qu'on pouvait assimiler les forces sismiques agissant au niveau du sol a une force statique qui leur est équivalente ;Puis vinrent les modelés dis dynamiques qui comblaient les carences de modèle statique en introduisant des coefficients fonctions des caractéristiques vibratoires de la structure. Ensuite apparut la méthode spectrale qui consiste à établir le spectre de réponse d'une structure résultant d'un accéléogramme Imposé.

III-LES SYSTEMES COUPLES :

Fréquemment deux ou plusieurs systèmes physiques interagissent entre eux de telle sorte qu'une solution indépendante de l'un d'entre eux devient impossible sans une solution simultanée des autres : ce type de système est dit couplé.

Les systèmes couplés sont applicables aux multiples domaines et variables dépendantes qui, généralement, décrivent différents phénomènes physiques dans lesquels :

- aucun domaine ne peut être résolu séparément des autres.
- aucune des variables dépendantes ne peut être explicitement éliminée au niveau de l'équation différentielle.

Les systèmes couplés classés en deux catégories :

- **Classe 1** : dans cette classe, le couplage se fait sur un domaine interface en passant par les conditions aux limites imposées (fig. a).
- **Classe 2** : dans cette classe, les domaines se chevauchent totalement ou partiellement, le couplage se fait à l'aide de l'équation différentielle gouvernante (fig. b)

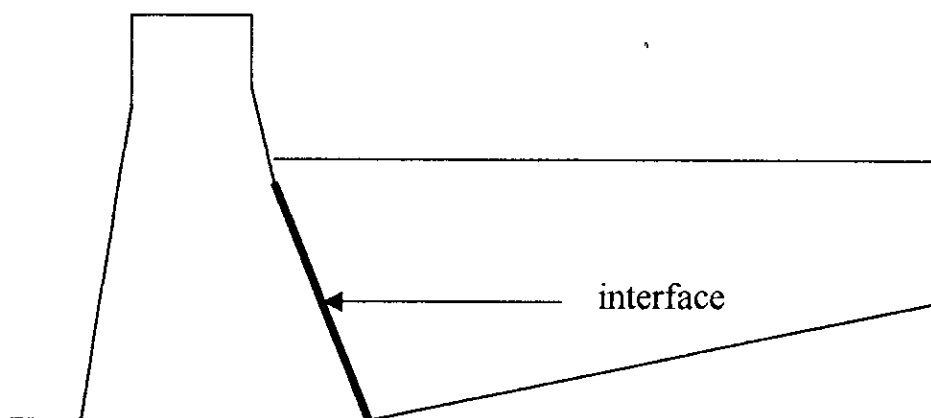


Fig.(a)

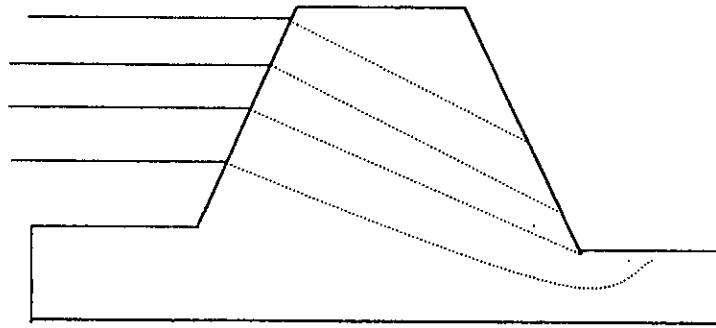


Fig.(b)

IV/-L'INTERACTION FLUIDE STRUCTURE :

L'interaction fluide-structure est un exemple frappant des problèmes couplés. Elle est de classe 1. ce problème est large et couvre plusieurs formes de comportement de fluide.

Bien que l'interaction soit dominante, les déplacements de fluide demeurent petits pour une grande variété de ce type de problème, tel est d'ailleurs le cas de l'exemple d'un barrage et son réservoir.

Dans le cas où le fluide est en écoulement ou subit de large mouvement, l'étude est très complexe.

V-LE SEISME :

Le dictionnaire de géologie donne au mot séisme la définition suivante :

Secousse ou série de secousse plus au moins violente du sol. Leur origine se trouve en profondeur à l'épicentre (ou foyer). L'épicentre est le point situé à la verticale du foyer.

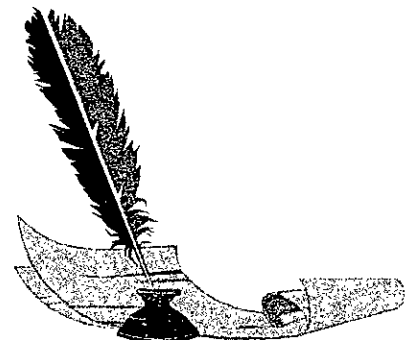
En effet, le séisme est un phénomène complexe connu comme étant un ensemble d'ondes de déformation à haute énergie ; c'est un mouvement brusque de l'écorce terrestre, la cause générale

en est la relaxation de contraintes profondes se manifestant par un glissement de deux blocs le long d'un plan de faille. Mais en dehors des séismes naturels, il existe ceux provoqués par l'homme, résultant de toutes sortes d'explosions ou de surcharges excessives de compartiment entier du sol. Ils se produisent par exemple pour un barrage lors de son remplissage ; les surcharges d'eau provoquent l'augmentation de la pression interstitielle dans le rocher. Une rupture brusque en un point fatigué se propage et génère des ondes de déformations pouvant entraîner la destruction de l'ouvrage (cas du barrage de KOYNA en Inde [19]).



Chapitre 2

Barrages en béton



BARRAGES EN BETON

I/-DEFINITION

C'est un ouvrage fixe artificiel coupant le lit d'un cours d'eau et servant soit à en assurer la régulation, soit à l'alimentation des villes en eau potable ou à l'irrigation des cultures, ou bien à produire de l'énergie.

Pour l'Algérie, les barrages créent des retenues dont la capacité est de quelques dizaines de millions de mètres cubes et exceptionnellement des centaines de millions de mètres cubes. Ces retenues permettent la régulation des oueds caractérisés par les irrégularités saisonnières et interannuelles très marquées en Algérie.

II/- TYPES DE BARRAGES EN BETON

Parmi les barrages en béton, on peut distinguer trois types selon leur forme et leur comportement mécanique.

- Barrages-voûtes

Constitués d'une voûte, parfois très minces, à simple ou à double courbure, les barrages-voûtes résistent grâce à leur forme à la poussée de l'eau qu'ils reportent sur les terrains d'appui en rive et en talweg. Leur particularité est de transmettre au rochet d'appui des efforts nettement plus élevés que les autres types de barrages.

- Barrage à contrefort

Ils sont de formes très variées, ils ont en commun de résister pour l'ensemble par leur poids et par leur forme, ils sont constitués d'un voile à l'amont qui reporte la poussée de l'eau sur les contreforts, ils utilisent moins de béton que les barrages poids.

- Barrages-poids

Massifs, ils résistent à la poussée de l'eau par leur poids, ils sont de section transversale triangulaire. A ce type de barrages on peut rattacher les barrages – poids précontraints, les barrages – poids évidés dans lesquels certains évidements ont été aménagés.

III/- ACTIONS AUXQUELLES SONT SOUMIS LES BARRAGES :

Les actions auxquelles sont soumis les barrages varient selon leur mode d'application (longue ou courte durée, statique ou dynamique...) et selon leur nature (force de volume, de surface, déformation imposée etc....).

- Selon qu'elles ont un rôle favorable, ou défavorable, les sollicitations ne doivent pas être considérées de la même façon.
- La sécurité, bien qu'elle soit difficile à apprécier, doit être évaluée de façon aussi précise que possible.
- Les actions auxquelles sont soumis les barrages sont explicitées ci-après :

• L'action de l'eau :

a/- Poussée de l'eau et des sédiments saturés :

l'action de l'eau se manifeste d'abord par la pression qu'elle exerce directement sur le parement amont de l'ouvrage.

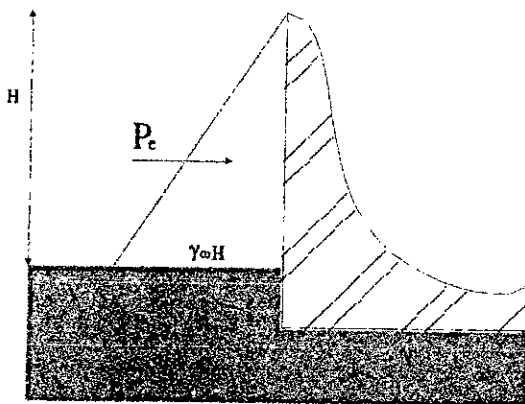


Fig.A: sans déversement

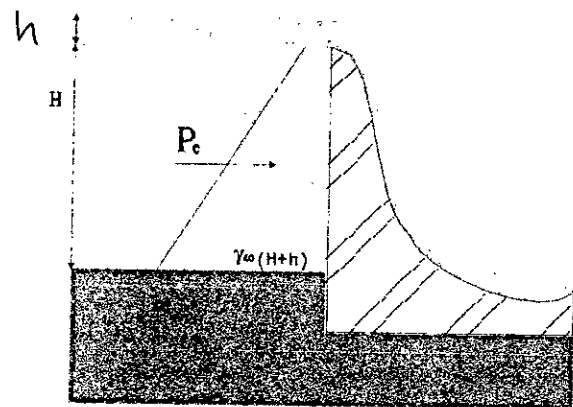


Fig. B: avec déversement

A une profondeur Z , la pression hydrostatique est égale au produit de la masse volumique de l'eau par cette profondeur. La poussée résultante P_e s'exerce au tiers inférieur de la hauteur de la retenue H , la pression étant répartie suivant un diagramme triangulaire. Elle a pour valeur :

$$P_e = \frac{1}{2} \gamma_w H^2 \quad (1) \text{ (voir fig. a)}$$

γ_w : poids spécifique de l'eau.

lorsque l'ouvrage déverse avec une charge h de diagramme de pressions prend la forme d'un trapèze et la poussée totale s'exerçant au centre de gravité du trapèze devient :

$$P_e = \frac{1}{2} \gamma_w (H + 2h)H \quad (2) \text{ (voir fig. b)}$$

On est très souvent amené à considérer des cas plus défavorables ; le poids volumique d'une eau chargée de particules en suspension peut atteindre des valeurs considérables, ou aussi dans le cas d'un barrage de restauration des terrains en montagne, le poids volumique de la vase ou de la boue peut atteindre des valeurs beaucoup plus importantes qui peuvent aller jusqu'à l'ordre de 19000 N/m^3 .

Des sédiments s'accumulent souvent au pied amont du déversoir, si leur épaisseur est importante, il en résulte une poussée à l'origine d'efforts notables qu'il convient de ne pas négliger. Il faudra alors ajouter à la poussée hydrostatique une poussée des terres horizontales.(fig. c)

$$P_t = \frac{1}{2} \gamma_s h^2 \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2} \right) \quad (3)$$

γ_s : poids volumique immergé des sédiments en N/m^3 .

H : épaisseur de la couche de sédiment en mètre.

Φ : Angle de frottement interne des sédiments.

P_t : s'exprime en Newton par mètre de largeur.

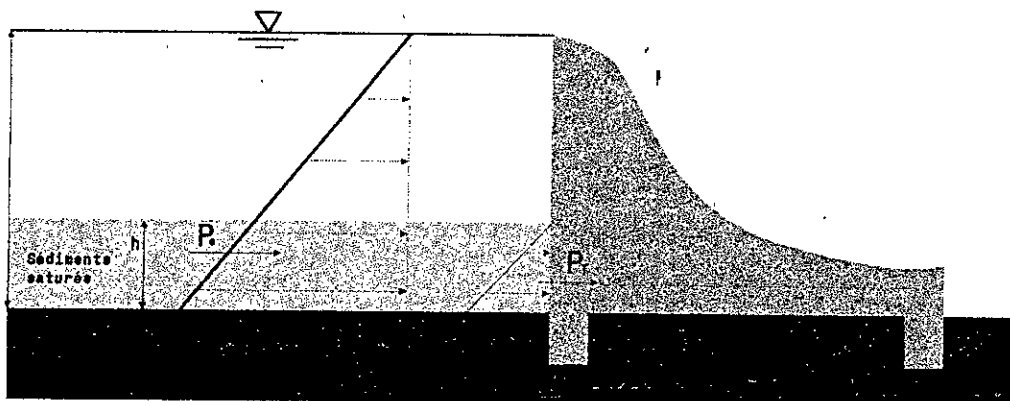


Figure « c » la poussée des sédiments saturés + la poussée de l'eau

b/-sous – pressions :

Quelle que soit la qualité du rocher de fondation, l'eau y pénètre progressivement ; ce phénomène est dû à la porosité, à la fissuration ou à la fracturation de la roche. Ces interstices de la fondation sont occupés par de l'eau qui exerce une pression sur les parois ; cette pression joue un rôle particulièrement important pour la stabilité de l'ouvrage à la surface de contact béton – rocher.

L'eau peut également pénétrer à l'intérieur de l'ouvrage à cause de la porosité du béton ou de l'existence de fissures dans le béton, il s'y établit alors des sous – pressions. ce phénomène particulièrement dangereux pour la pérennité de l'ouvrage doit être évité avec soin même s'il en est tenu compte dans les calculs.

- **Action du poids propre du barrage :**

Cette action est favorable à la stabilité de l'ouvrage. Il convient par conséquent d'évaluer le poids volumique du béton que l'on est assuré d'atteindre à la mise en œuvre.

- **Action des séismes :**

Pendant un tremblement de terre, les ouvrages d'art subissent des vibrations, c'est à dire des accélérations variables qui se combinent à celle de la pesanteur et suite à ces secousses telluriques, toutes les actions citées plus haut seront modifiées.

- **Variation de température, retrait , et gonflement du béton :**

Ces trois phénomènes ont des actions analogues sur l'ouvrage. Ils se traduisent par des variations dimensionnelles (élongation ou contraction) qui, si elles sont gênées, provoquent l'apparition des contraintes supplémentaires dans le béton.

- **Autres actions :**

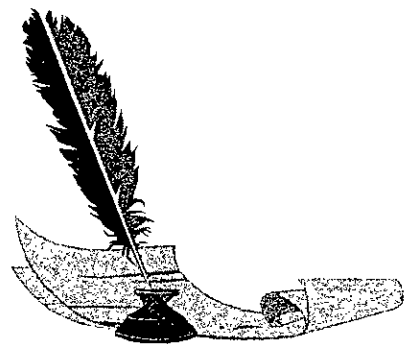
Mises à part toutes les actions citées plus haut, il ne faudra pas négliger la poussée des glaces et l'action tangentielle du vent sur la glace.

Notons aussi l'effet non négligeable des tirs d'explosifs, en particulier sur les barrages en béton qui souvent situés dans des zones où le bed-rock de qualité est peu profond.



Chapitre 3

Hydrodynamique



HYDRODYNAMIQUE

I. GENERALITE :

L'hydraulique est une science aussi ancienne que la civilisation humaine puisqu'elle commande toutes les utilisations de l'eau. Depuis l'antiquité jusqu'à nos jours, elle n'a pas cessé de se développer. Quant à l'hydrodynamique, branche de l'hydraulique qui étudie le mouvement des liquides en tenant compte des forces qui lui donnent naissance, on peut attribuer son avènement à quatre mathématiciens contemporains du 18^e siècle : *Bernoulli, Euler, Clairaut et D'Alembert*.

De par sa définition, l'hydrodynamique établit les relations entre les positions des particules fluides, le temps et les forces qui interviennent. Dans la méthode d'Euler, on détermine en fonction du temps et des forces agissantes et pour chaque point du fluide, la vitesse V , la pression P et la masse volumique. La vitesse ayant trois composantes V_x , V_y et V_z , on doit disposer en tout de cinq équations ; c'est ce que nous allons brièvement présenter dans ce qui suit :

▪ **Equations générales du mouvement :**

Pour le cas d'un fluide parfait, l'application de la loi de Newton :

$F_{ij,j} + f_i = \rho \gamma_i$ donne la relation suivante :

$$\text{grad}P = F - \rho \gamma \dots\dots\dots (1)$$

F représente la somme des forces extérieures et $\rho \gamma$ la force d'inertie.

Cette équation vectorielle projetée sur les axes $Oxyz$ fournit les trois équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial X} = F_1 - \rho \frac{dV_x}{dt} \\ \frac{\partial P}{\partial y} = F_2 - \rho \frac{dV_y}{dt} \\ \frac{\partial P}{\partial z} = F_3 - \rho \frac{dV_z}{dt} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

Ce sont les équations générales du mouvement appelées généralement équations d'*Euler*.

La même loi de *Newton* appliquée à un fluide réel donne :

$$\text{grad}P = F - \rho\gamma + \mu\Delta V \dots\dots\dots (3)$$

$\mu\Delta V$: représente la résultante des forces de viscosité.

L'équation (3) est celle de *Navier-Stocks* en coordonnées cartésiennes.

▪ **Equation caractéristique**

C'est celle qui donne la variation de la masse volumique en fonction des différents éléments dont elle peut dépendre ; elle varie avec chaque fluide.

Pour un liquide parfait incompressible, cette équation s'écrit :

$$\rho = \text{cst} \dots\dots\dots (4)$$

Pour un liquide supposé compressible, on définit la compressibilité é volumique par analogie avec l'élasticité des solides par :

$$K = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}} \dots\dots\dots (5)$$

pour un fluide élastique, son équation caractéristique est :

$$\rho = K' \frac{P}{(1 + \alpha\theta)} \dots\dots\dots (6)$$

θ : étant la température.

Remarques :

- $K' = 1/K$ est parfois appelé « module de compressibilité »
- l'intégration de la relation (5) aboutit à :

$$\rho = A e^{\frac{P}{K}} \dots\dots\dots (7)$$

Où : A est une constante d'intégration.

▪ **Equation de continuité**

Comme son nom l'indique, elle exprime le fait que le fluide soit continu, c'est à dire qu'il ne peut y avoir dans aucune partie ni apport extérieur ni prélèvement de matière. La masse se conserve au cours de l'écoulement.

Cette équation est généralement formulée comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

pour le liquide incompressible, l'équation se simplifie à :

$$\rho = \text{constante} \Rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

c'est-à-dire :

$$\text{Div } V = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

II. FORCES HYDRODYNAMIQUES SUR UN BARRAGE-POIDS EN BETON :

Pendant la secousse sismique, les parois du réservoir (fond de la retenue et parement amont du barrage) sont soumises à des mouvements. Ces derniers génèrent dans l'eau du réservoir des ondes de pressions.

Westergaard[2] fut le premier à aborder cette question en 1933 dans l'hypothèse d'une structure rigide soumise à un mouvement sismique harmonique horizontal. D'autres auteurs ont ultérieurement étudié le même phénomène en prenant en compte :

- La déformabilité de la structure.
- La compressibilité de l'eau.
- La dissipation de l'énergie dans le fluide.
- La génération d'ondes gravitaires de surfaces.
- La direction de la vitesse de propagation de l'onde sismique.
- Le mouvement vertical du sol pour des barrages de dimensions moyennes.

II.1.SOLUTION DE WESTERGAARD :[24]

Westergaard a mis au point une solution analytique pour déterminer la distribution de la pression hydrodynamique sur un écran vertical soumis à un mouvement horizontal harmonique de période T.

La solution exacte est donnée sous forme d'un développement en série de sinus :

$$P = \frac{8\alpha\gamma\omega h}{\Pi^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^2 C_n} \sin \frac{n\Pi y}{2h} \quad \dots\dots\dots (11)$$

avec :

$$C_n = \left[1 - \frac{16 \gamma_w h^2}{n^2 g K T^2} \right]^{1/2} = \left[1 - \frac{1}{n^2} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 \right]^{1/2} \dots \dots \dots (12)$$

où

P : Pression sur l'écran.

α : Coefficient sismique.

γ_w : Poids volumique de l'eau.

h : Profondeur du réservoir.

K : Module de compressibilité de l'eau.

$T_0 = \frac{4h}{C}$: Période propre du réservoir.

On constate que le terme correctif : $\frac{1}{n^2} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2$, dû à la compressibilité de l'eau

est négligeables dès que T_0 est petite devant T .

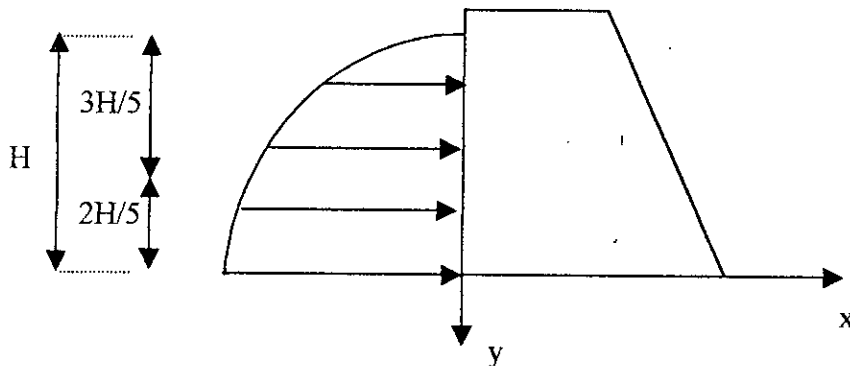


Fig.(a) : solution de Westergaard

Dans le cas où la compressibilité de l'eau peut être légitimement négligée, on peut établir une expression parabolique approchée du résultat indépendante de la période de vibration de l'écran.

$$P(y) = \frac{7}{8} \alpha \gamma_w (h \cdot y)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (13)$$

Les pressions sont les mêmes comme si un certain corps d'eau est forcé à se mouvoir en solidaire avec le barrage alors que le reste du réservoir reste inactif.

La forme du corps d'eau est montrée dans la figure ci-contre :

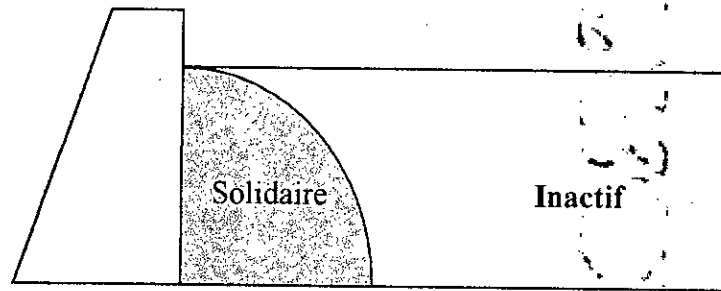


Fig.(b) : Masse d'eau ajoutée

La force résultante s'applique en un point situé au 2/5 de la hauteur du réservoir du bas comme le montre la figure (a).

II.2.SOLUTION DE ZANGAR (Par analogie électrique) :[25]

L'influence de l'inclinaison du fruit amont a été étudiée par Zangar, par la méthode de l'analogie électrique pour la résolution de l'équation de Laplace régissant l'évolution de la pression dans le réservoir.

Les résultats expérimentaux ont fait l'objet d'une formulation analytique approchée, pour permettre un calcul rapide de la force hydrodynamique sur le parement incliné.

$$P(y) = 1/2 \alpha \gamma_w h C_m [y/h(2-y/h) + \sqrt{y/h(2-y/h)}] \dots \dots \dots (14).$$

Où C_m est une fonction de l'angle que fait le parement amont avec la verticale.

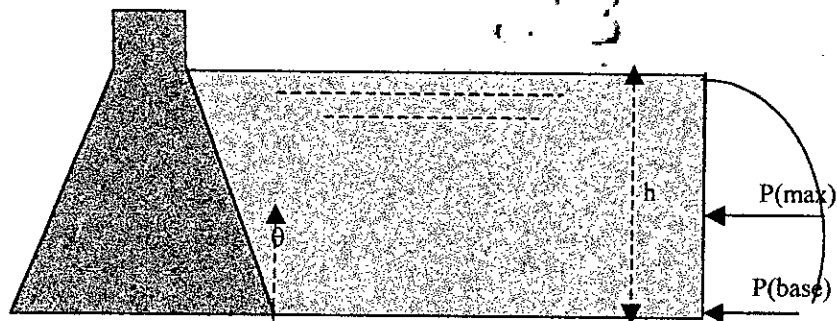


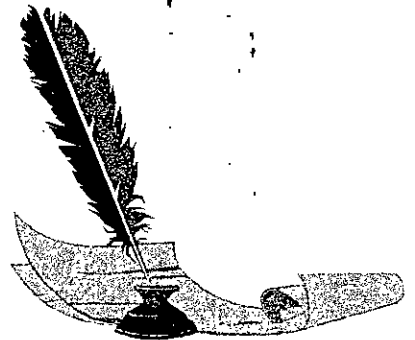
Fig.(c) : Influence de l'inclinaison du parement amont.

Pour une inclinaison variable du parement amont la distribution de pression $P(y)$ peut aisément être calculée par la MEF.



Chapitre 4

Méthode des éléments finis



METHODE DES ELEMENTS FINIS

I/-INTRODUCTION :

Ces dernières années, la méthode des éléments finis a été progressivement considérée par tous les ingénieurs comme une méthode d'étude d'une grande valeur. Elle a permis d'obtenir des solutions satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes jusque là considérés comme insolubles et les efforts intenses et prometteurs de recherche qui lui sont encore consacrés permettent d'envisager un élargissement rapide de son champ d'application.

La méthode des éléments finis représente l'extension des méthodes matricielles pour les structures à treillis à l'étude des structures continues, c'est une procédure de résolution numérique pour les problèmes mécaniques continus avec une erreur acceptable pour l'ingénieur. Dans cette méthode, les parties continues sont représentées comme des structures composées d'éléments indépendants reliés entre eux uniquement par les nœuds (voir figure-1-). L'analyse de telles structures peut s'effectuer en considérant d'abord le comportement de chaque partie indépendante puis en assemblant toutes ces parties de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

Aujourd'hui, les sciences de l'ingénieur permettent de décrire le comportement des différents systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées pour résoudre ces équations. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique.

Elle fait appel aux trois domaines suivants :

- Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- Programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur l'ordinateur.

Le calcul des surfaces et volume de corps de forme quelconque en les décomposant en un ensemble de corps élémentaire de formes connus a donné naissance au concept d'éléments finis qui a été introduit en 1956 par TURNER, CLOUGH, MARTIN et TOPP et a connu dès 1960 un développement rapide dans plusieurs domaines industriels, en particulier en construction aéronautique, navale et nucléaire, et ceci en particulier grâce à l'avènement de l'outil informatique.

Actuellement la méthode des éléments finis se développe dans les applications de la mécanique des fluides notamment des interactions fluide-structure.

II-Les grandes lignes de la méthode :

La résolution des différents systèmes physiques avec la méthode des éléments finis suit en général les phases suivantes :

Phase 1 :

Formulation des équations gouvernantes et les conditions aux limites :

La majorité des problèmes d'ingénierie sont décrits par des équations différentielles ou aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites définies sur un domaine et son contour. L'application de la méthode des éléments finis exige une réécriture de ces équations sous forme intégrale. La formulation faible est souvent utilisée pour inclure les conditions aux limites.

Phase 2 :

Discrétisation du domaine :

Cette phase consiste à discrétiser le domaine en éléments et calculer les connectivités de chacun ainsi que les coordonnées de ses nœuds, constitue donc la préparation des données géométriques.

Phase 3 :

Approximation sur un élément :

Dans chaque élément la variable tel que le déplacement, la pression,... est approximée par une simple fonction linéaire, polynomiale ou autres. Le degré du

polynôme d'interpolation est relié au nombre de nœuds de l'élément. L'approximation nodale est appropriée. C'est dans cette phase que se fait la construction des matrices élémentaires.

Phase 4 :

Assemblage :

Toutes les propriétés de l'élément (masse, rigidité,...) doivent être assemblées afin de former le système algébrique pour les valeurs nodales des variables physiques c'est à ce niveau qu'on utilise les connectivités calculées à la phase 2 pour construire les matrices globales à partir des matrices élémentaires.

Phase 5 :

Résolution du système global :

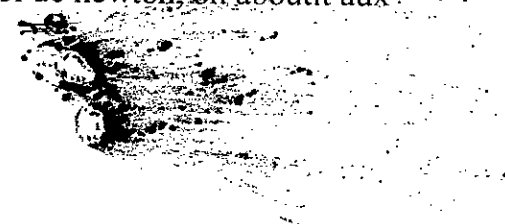
- Un problème d'équilibre qui concerne le cas statique.
- Un problème de propagation dans lequel il faut déterminer les variations dans le temps des variables physiques.

II-1-Formulation des équations régissant le problème :

Cette étape consiste en l'interprétation mathématique du problème physique. Elle aboutit à un système d'équations aux dérivées partielles.

Considérons par exemple l'élément bidimensionnel de la figure ci-dessous, si l'on écrit les équations d'équilibre selon la première loi de Newton, on aboutit aux systèmes d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \sigma_{x,x} + \tau_{xy,y} + F_x = 0 \\ \tau_{xy,x} + \sigma_{y,y} + F_y = 0 \end{cases}$$



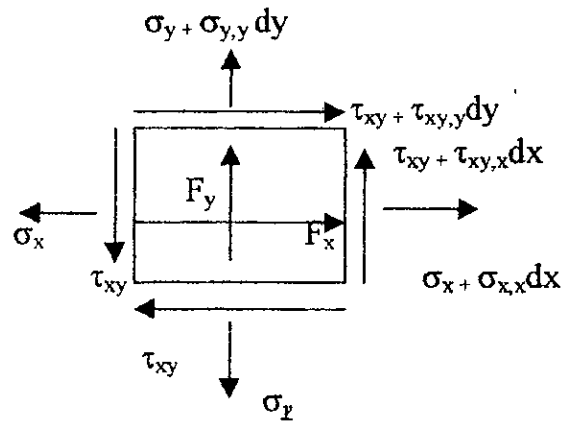


Figure « a »

II-2-Transformation des équations :

L'application de la méthode des éléments finis exige une transformation des équations aux dérivées partielles en une formulation intégrale.

Le problème s'énonce comme suit :

Trouver une fonction U qui puisse satisfaire les équations différentielles :

$$(1) \begin{cases} A(U) = 0 & \text{sur le domaine } \Omega \\ B(U) = 0 & \text{sur la frontière } \Gamma \end{cases}$$

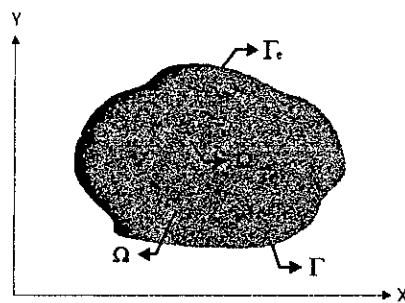


figure « b »

La méthode des résidus pondérés permet justement de passer d'un système d'équations aux dérivées partielles à une formulation intégrale en utilisant des fonctions de pondération.

L'équation (1) devient :

$$\int_{\Omega} \Psi A(U) d\Omega = 0 \quad (2)$$

Cette formulation est dite forte.

Il est à noter que toute solution U de (1) vérifie l'équation (2), par contre la solution U qui satisfait (2) est une solution approximative de (1), elle ne satisfait pas $A(U) = 0$ en tout point du domaine.

L'intégration par partie de l'équation (2) permet de diminuer les conditions imposées à U , elle transforme la formulation forte en une formulation faible qui est de la forme :

$$\int_{\Omega} C(\Psi) D(U) d\Omega + \int_{\Gamma} E(\Psi) F(U) d\Gamma = 0 \quad (3)$$

Les paramètres C, D, E et F contiennent des dérivées d'ordre moins élevé, d'où le choix de U plus large.

Remarque [23]:

- Le choix des fonctions de pondération ψ fait que la méthode des résidus pondérés fournit tout un ensemble de formulation intégrale, la plus utilisée est celle de GALERKINE.
- Les conditions aux limites doivent être satisfaites soit par les fonctions d'approximation soit en vérifiant que :

$$\int_{\Gamma} \Psi B(U) d\Gamma = 0 \quad (4)$$

Principes variationnels :

Il est possible d'obtenir une formulation intégrale par la détermination de fonctionnelles variationnelles que l'on cherche à rendre stationnaire.

Un principe variationnel décrit une quantité scalaire, appelée une fonctionnelle qui s'écrit sous la forme d'une intégrale :

$$\Pi = \int_{\Omega} F\left(U, \frac{\partial U}{\partial x}, \dots\right) d\Omega + \int_{\Gamma} E\left(U, \frac{\partial U}{\partial x}, \dots\right) d\Gamma \quad (5)$$

U est ici la fonction inconnue, F et E des opérateurs donnés. La solution du problème continu est une fonction U qui rend Π stationnaire. Ce qui signifie que sa variation correspondant à des petits changements U de la fonction inconnue doit être nulle $\delta\Pi = 0$. Si on arrive à trouver un principe variationnel pour le problème continu, on aurait le moyen d'en obtenir des solutions approchées.

On cherche la fonction sous la forme d'un développement $U = \hat{u} = \sum N_a$, « a » étant le vecteur des déplacements nodaux comme on le verra plus loin. Cette expression est remplacée dans l'intégrale, ce qui nous permet d'écrire la variation sous la forme :

$$\delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial\Pi}{\partial a_2} \delta a_2 + \dots = \frac{\partial\Pi}{\partial a} \delta a = 0 \quad (6)$$

Cette égalité doit être vérifiée quelque soit « a » et donc :

$$\frac{\partial\Pi}{\partial a} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial\Pi}{\partial a_1} \\ \frac{\partial\Pi}{\partial a_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial\Pi}{\partial a_n} \end{array} \right\} = 0 \quad (7)$$

Ce qui permettrait de calculer les paramètres a_i , Π étant défini par intégrale.

Pour l'étude d'un milieu continu élastique, on utilise comme principe variationnel celui du minimum de l'énergie potentielle. En effet, il a été démontré que, dans le domaine élastique, non seulement l'énergie potentielle totale est stationnaire, mais en plus elle est minimale. Le processus des éléments finis consiste en la recherche d'un tel minimum, dans la limite d'un type imposé de champs de déplacements.

Il est à noter que, puisque l'équilibre réel correspond à un minimum absolu de l'énergie potentielle, une solution approchée obtenue par élément finis à partir de la méthode des déplacements ne fournira toujours qu'une valeur approchée de Π supérieur à la vraie valeur.

Principe des travaux virtuels : [23]

Il s'énonce comme suit :

Durant n'importe quel déplacement virtuel imposé à l'élément, le travail extérieur total effectué par les charges nodales doit être égal au travail interne total des contraintes.

L'application de ce théorème conduit à un résultat identique à celui obtenu avec la formulation forte et faible.

Le principe des travaux virtuels est considéré comme une forme faible des équations d'équilibres en mécanique des solides ou des fluides, en effet son expression peut être obtenue par l'application de la formulation variationnelle, présentée plus haut aux équations d'équilibre.

II-3-Résolution numérique :

Transformation du système continu en un système discret :

Maillage :

Le solide est décomposé en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les sommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux. Ces nœuds seront les points d'application des forces intérieures ou extérieures (fig.1).

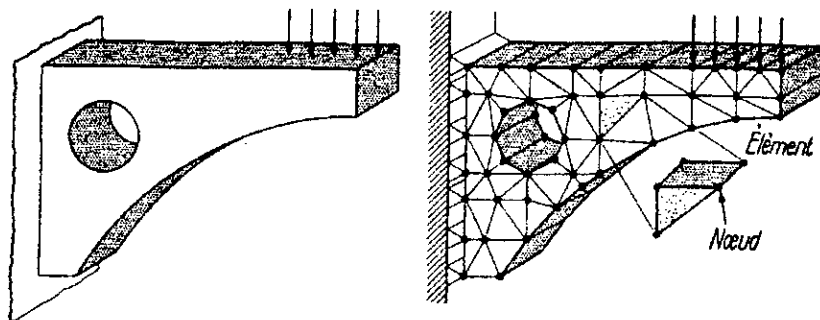


Fig. 1. - Décomposition d'un élément de structure en éléments finis.

L'opération de décomposition est le maillage. Un bon maillage doit faciliter les opérations prévues par un programme d'ordinateur. Il faut donc adopter une méthode systématique de numérotation des éléments et des nœuds.

Méthodes :

Deux méthodes sont en usage. Il en existe d'autres mais celles-ci sont les plus répandues. On en donnera un exemple pour un problème à deux dimensions.

Première méthode : [13.20.23]

Les nœuds sont numérotés à la suite, de gauche à droite (ou de bas en haut).

Une numérotation distincte est utilisée pour les éléments. Elle est de même nature que la précédente (fig.2). On peut établir des tableaux donnant les numéros des

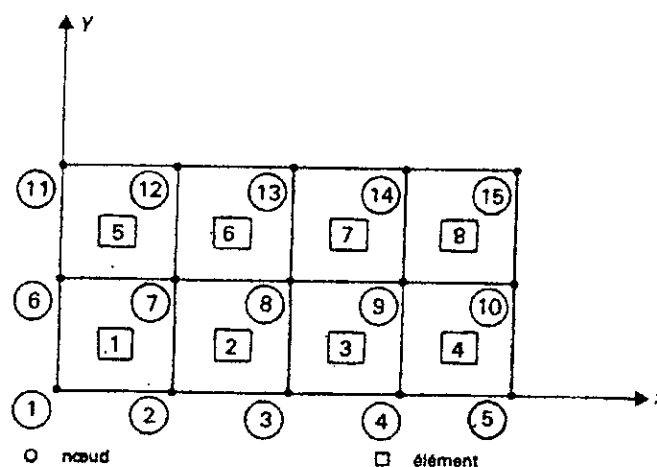


Fig. 2. - Numérotation des éléments et des nœuds.

nœuds appartenant à un élément (par exemple : élément 3 ; nœuds 3,4,8,9). Ce système est le plus répandu.

Seconde méthode : [20]

Chaque nœud et chaque élément sont identifier par une paire ordonnée de nombres entiers ou indices (fig.3).

Nœuds : le premier nombre désigne la ligne, le second celui de la colonne.

Éléments : l'affectation des numéros se fait de la même manière.

Chaque numéro a la même valeur que son nœud sud-ouest, soit le plus près de l'origine. Exemple : élément 12, nœud sud-ouest (1,2).

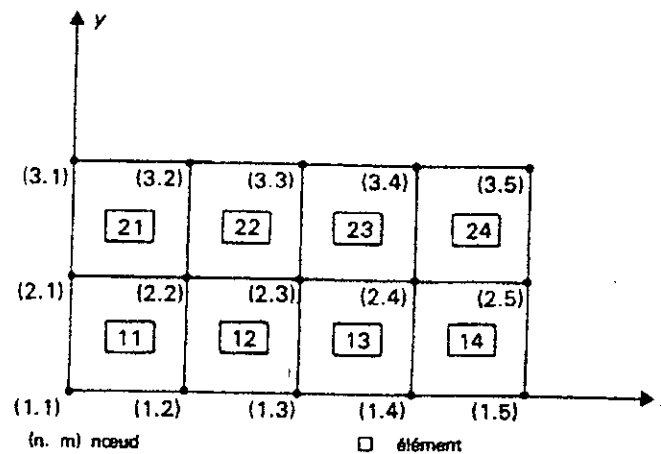


Fig. 3. - Autre méthode de numérotation des éléments et des nœuds.

Remarque :

- L'ensemble des éléments doit constituer un domaine aussi proche que possible de celui ainsi discrétisé.
- Bien que la continuité ne puisse être vérifiée qu'aux niveau des nœuds, le choix d'un mode de déformation pour les éléments peut partiellement satisfaire la continuité le long des frontières.
- L'augmentation du nombre d'éléments engendre une meilleure précision de la solution mais aussi un plus grand temps de calcul.
- On peut éventuellement utiliser un maillage graduel qui permettrait une étude plus détaillée des régions où l'on s'attend à une grande concentration de contraintes. Une telle distribution sélective d'éléments est efficace et peut économiser le temps de calcul sans perte de précision (voir figure(4),et (5)).

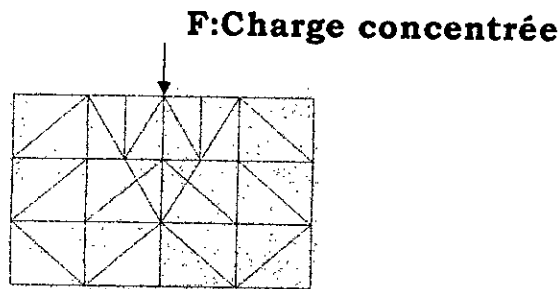


Figure « 4 »

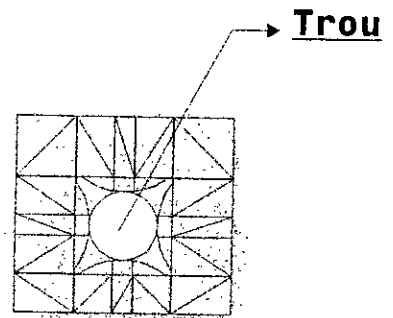


Figure « 5 »

- Les charge extérieures appliquées au système discrétisé doivent être impérativement concentrées au niveau des nœuds d'où l'introduction du principe des charges nodales équivalentes.

Approximation sur l'élément :

Dans cette étape, les déplacements U d'un point quelconque intérieur à l'élément sont définis de manière approchée sous la forme d'un vecteur \hat{U} :

$$U \approx \hat{U} = \sum N_i a_i^e = [N_i \quad N_j \quad \dots] \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{Bmatrix} = N a^e \quad (8)$$

a^e est un vecteur formé de l'ensemble des déplacements nodaux de l'élément.

$$\text{En élasticité : } a_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (9) \quad \text{et} \quad \hat{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (10)$$

N est un ensemble d'équations appelées fonctions de forme ou fonctions d'interpolation des coordonnées du point.

La relation (8) définit une approximation nodale qui doit satisfaire les conditions suivantes :

a) quel que soit le nœud d'interpolation « i » de coordonnées x_i et y_i :

$$\hat{u}(x_i, y_i) = u(x_i, y_i) \quad (11)$$

ce qui mène au résultat suivant :

$$N_i(x_i, y_i) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases} \quad (12)$$

b) \hat{u} et ses dérivées jusqu'à l'ordre n doivent être continues sur l'élément, pour cela il faut utiliser des fonctions N_i continues et à dérivées continues jusqu'à l'ordre n (n étant le degré de dérivation le plus élevés apparent dans l'expression de l'énergie de déformation).

c) Pour assurer la continuité sur les frontières inter - élément :

$$N_i(x, y) = 0 \quad (13)$$

Lorsque le point de coordonnées x, y est située sur une frontière et que a_i n'est pas une variable nodale de celle-ci.

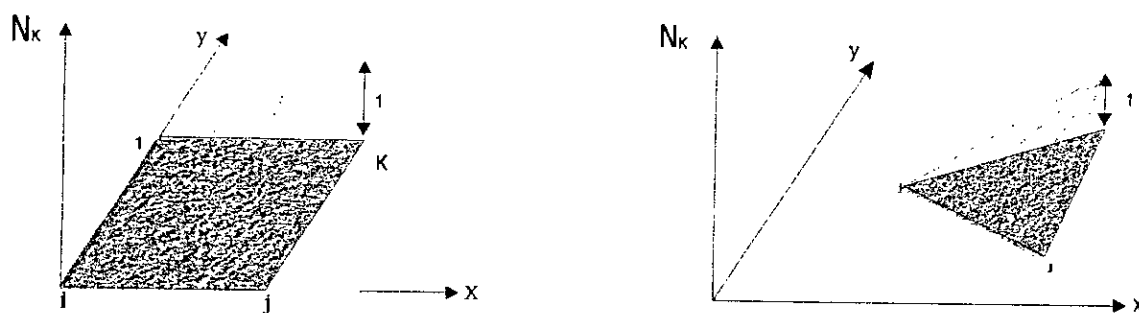


Figure « 6 »

d) Si quelque soit x, y appartenant à l'élément :

$$u(x, y) = u_0 = \text{cste} \quad (14)$$

ce résultat doit être retrouvé avec $\hat{u}(x, y)$:

$$\hat{u} = u_0 \Rightarrow \sum N_i u_0 = u_0 \quad \text{et donc : } \sum N_i = 1 \quad (15)$$

Remarque :

- Si la fonction $\hat{u}(x, y)$ est seulement continue, l'approximation est de type C^0 (ou de classe C^0).
- Si $\hat{u}(x, y)$ et ses dérivées premières sont continues, l'approximation est de type C^1 .
- Si $\hat{u}(x, y)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre m sont continues, l'approximation est de type C^m .

Pour des éléments de géométrie complexe ou à nombre de nœuds élevé, il est délicat voire difficile de trouver une fonction approchée d'autant plus que la manipulation et la formulation des expressions telles que dérivées et intégrales

deviennent ardues. Afin de simplifier le problème, on a couramment recours à ce qu'on appelle un élément de référence.

Elément de référence :

L'introduction de la notion d'élément de référence V_r , se distingue par le choix d'un domaine fictif dans un espace de référence afin de simplifier la définition analytique des éléments de formes complexes V_e . A l'aide d'une transformation géométrique τ^e , On pourra retrouver chaque élément réel à partir de cet élément de référence.

La transformation τ^e définit les coordonnées $X^e \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées $\xi \begin{pmatrix} \eta \\ \xi \end{pmatrix}$ du point correspondant de l'élément de référence.

$$\tau^e : \xi \rightarrow X^e = X^e(\xi) \quad (16)$$

La transformation τ^e dépend de la forme et de la position de l'élément réel, donc des coordonnées des nœuds géométriques qui le définissent. Il y a donc une transformation τ^e différente pour chaque élément réel :

$$\tau^e : \xi \rightarrow X = X(\xi, x_i, x_j, x_k) \quad (17)$$

Ou x_i, x_j, x_k, \dots sont les coordonnées des nœuds géométrique qui appartiennent à l'élément V^e .

Chaque transformation τ^e doit être bijective. Chaque nœud et chaque portion de frontière de l'élément de référence défini par les nœuds géométriques, correspondent à la même description dans l'élément réel.

Un même élément de référence V^r se transforme en tous les éléments réels V^e de même type par des transformations τ^e différentes.

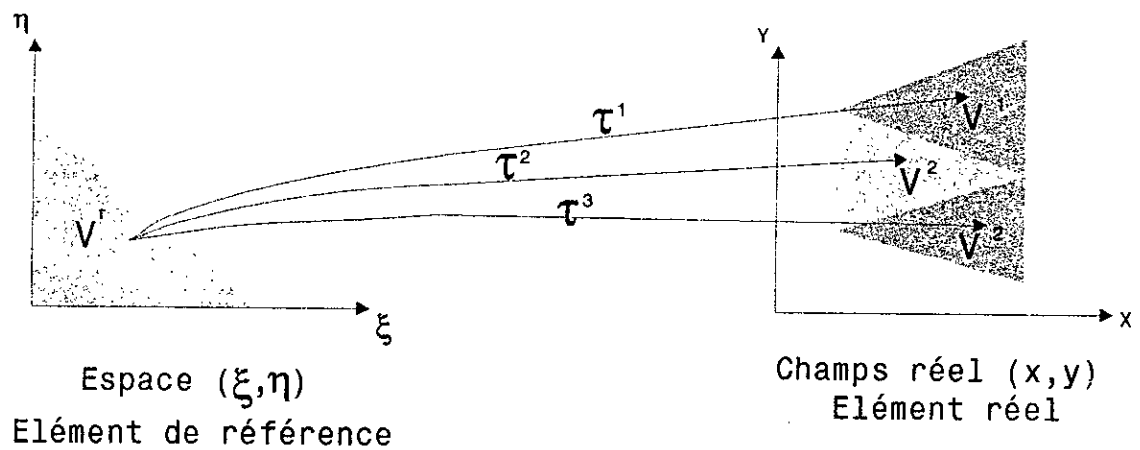


Figure « 7 »

Elément 1 : $\tau^1 : \rightarrow X_1 (\xi, X_1, X_3, X_2)$

Elément 2 : $\tau^2 : \rightarrow X_2 (\xi, X_1, X_5, X_3)$

Elément 3 : $\tau^3 : \rightarrow X_3 (\xi, X_5, X_4, X_3)$

De façon générale :

$$\tau : \xi \rightarrow X(\xi) = (\xi, X_i, X_j, X_k) \quad (18)$$

soit donc :

$$\tau : \xi \rightarrow X(\xi) = [\overline{N(\xi)}] \{X_n\} \quad (19)$$

A ce niveau nous avons fait introduire les fonctions de transformation géométrique \overline{N} .

Pour un élément isoparamétrique, $\bar{N} = N$, c'est à dire, les même fonctions polynomiales qui sont utilisées pour l'interpolation nodale sont aussi utilisées pour la transformation géométrique. Autrement dit, les nœuds géométriques sont confondus avec les nœuds d'interpolation.

Jacobien et expression des dérivées : [13.23]

Dans ce qui suit nous allons montrer comment exprimer les dérivées et les intégrales en fonction des coordonnées de référence par biais du jacobien de l'élément réel.

Nous allons en outre exprimer toutes les écritures à un cas à deux dimensions.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

ou bien :

$$\{\partial \xi\} = [j] \{\partial x\} \quad (21)$$

ou $[j]$ est la matrice jacobienne.

Expression des dérivées :

Pour exprimer les écritures précédentes dans le plan de référence il suffit de multiplier la relation (21) de part et d'autre par $[j]^{-1}$ l'inverse de la matrice jacobienne, nous obtenons en effet la relation suivante :

$$\{\partial x\} = [j]^{-1} \{\partial \xi\} \quad (22)$$

donc

$$N_{,x} = [j]^{-1} N_{,\xi} \quad (23)$$

Proposons nous d'exprimer dx , dy en fonction de $d\xi$, $d\eta$ que l'on utilisera dans le calcul des intégrales de volume.

$$dx = dN X_n \quad (24)$$

$$dy = dN Y_n \quad (25)$$

$$dN = \frac{\partial N}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial N}{\partial \eta} d\eta \quad (26)$$

$$dx = \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial N}{\partial \eta} d\eta \right] \{x_n\} \quad (27)$$

$$dy = \left[\frac{\partial N}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial N}{\partial \eta} d\eta \right] \{y_n\} \quad (28)$$

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \{x_n\} & \frac{\partial N}{\partial \eta} \{x_n\} \\ \frac{\partial N}{\partial \xi} \{y_n\} & \frac{\partial N}{\partial \eta} \{y_n\} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{Bmatrix} \quad (29)$$

et donc

$$dx dy = \det [j]^T d\xi d\eta = \det [j] d\xi d\eta \quad (30)$$

Organisation matricielle :

L'approximation polynomiale nodale est introduite dans l'expression résultant de la formulation intégrale.

Comme nous le verrons plus tard dans le chapitre (modélisation), nous obtenons de cette façon les expressions des matrices caractéristiques du milieu continu telles que la raideur, la masse.. etc, sous forme intégrales ; ces dernières sont ensuite évaluées pour chaque élément et assemblées à la fin.

Pour calculer ces intégrales, deux manières sont possibles :

- Intégration explicite sur l'élément de référence (ou réel) ce qui donne l'expression exacte de chaque élément de la matrice. Ceci est présenté dans la référence[23].
- Intégration numérique utilisant le plus souvent la méthode de Gauss dans laquelle l'intégrale d'une fonction polynomiale est remplacée par la somme de ses valeurs pondérées en des points déterminés (points de Gauss).

Comme cela a été présenté plus haut, il est plus pratique d'intégrer dans le repère local (ξ, η) . Pour une intégrale unidimensionnelle, si r est le nombre de points utilisés, la méthode intègre exactement des polynômes d'ordre $m \leq 2r-1$.

L'application de ce procédé pour une intégrale bidimensionnelle consiste à utiliser dans chaque direction ξ et η une intégration numérique à une dimension. Si on utilise r_1 points dans le sens de ξ et r_2 points dans le sens de η ; la méthode de Gauss intègre le produit d'un polynôme en ξ d'ordre de $2r_1-1$ et d'un polynôme en η d'ordre de $2r_2-1$. Ceci est valable pour la méthode produit dont l'expression est :

$$\iint F(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} \omega_i \omega_j F(\xi_i, \eta_j) \quad (31)$$

Cette expression intègre tous les monômes $\xi^i \eta^j$ tels que :

$$\begin{cases} 0 \leq i \leq 2r_1 - 1 \\ 0 \leq j \leq 2r_2 - 1 \end{cases} \quad (32)$$

Remarques :

- La nature répétitive de ces calculs fait qu'ils s'adaptent très bien aux ordinateurs, ce qui a contribué en partie au succès de la méthode des éléments finis.
- La méthode directe nécessite moins de points que la méthode produit.
- Pour les éléments de référence carrés, la méthode produit est la plus souvent utilisée alors que pour les éléments triangulaires la méthode directe est plus courante.

L'intégration approximative est d'autant plus précise que le nombre de points est élevé.

Cependant, dans le but d'économiser le temps de calcul un choix du nombre de points d'intégration s'impose, celui-ci dépend du type d'éléments et de la matrice élémentaire que l'on est en train d'évaluer, en outre il existe pour chaque sorte d'élément un nombre minimum de points de Gauss en dessous duquel la singularité de la matrice K peut se produire.

Méthode de NEWMARK et WILSON :

Ces méthodes implicites permettent de construire la solution à l'instant $t+\Delta t$ à partir des vecteur connus $\{U_t\}, \{\dot{U}_t\}, \{\ddot{U}_t\}$. Elles utilisent les développements limités suivants :

L'équation de base est :

$$[M] \{\ddot{U}\} + [C] \{\dot{U}\} + [K] \{U\} = \{F(t)\} \quad t > t_0 \dots \dots \dots (1)$$

$\{U\}$ et $\{\dot{U}\}$ étant donnés pour $t=t_0$.

$$\{U_{t+\tau}\} = \{U_t\} + \tau \{ \dot{U}_t \} + \frac{\tau^2}{2} (1-a) \{ \ddot{U}_t \} + a \{ \ddot{U}_{t+\tau} \} \dots \dots \dots (2)$$

$$\{U_{t+\tau}\} = \{U_t\} + \tau \{ \dot{U}_t \} + (\tau^2/2) ((1-b) \{ \ddot{U}_t \} + b \{ \ddot{U}_{t+\tau} \}) \dots \dots \dots (3)$$

Lorsque $a=b=1/2$, ces approximation consistent à supposer l'accélération constante dans l'intervalle $t, t+\tau$ et égale à sa valeur moyenne.

Lorsque $a=1/2$ et $b=1/3$, ces approximations consistent à supposer une accélération variant linéairement sur l'intervalle $t, t+\tau$.

L'expression (1), écrite à l'instant $t+\tau$, devient :

$$[\bar{K}] \{U_{t+\tau}\} = \{R_{t+\tau}\} \dots \dots \dots (4)$$

où : $[\bar{K}] = [M] + \tau a [C] + (\tau^2/2) b [K]$

$$\{R_{t+\tau}\} = (\tau^2/2) b \{F_{t+\tau}\} + [M] (\{U_t\} + \tau \{ \dot{U}_t \} + (\tau^2/2) (1-b) \{ \ddot{U}_t \}) + [C] (\tau a \{U_t\} + (\tau^2/2) (2a-b) \{ \dot{U}_t \} + (\tau^3/2) (a-b) \{ \ddot{U}_t \})$$

Méthode de NEWMARK

Lorsque $\tau = \Delta t$, nous obtenons la méthode de Newmark, qui est inconditionnellement stable si :

$$a \geq 1/2, b \geq 1/2(a+1/2)^2 \dots \dots \dots (5).$$

Lorsque $a=1/2$ une condition de stabilité peut s'écrire :

$$\Delta t \leq (I/c) \sqrt{\frac{1}{1-2b}}$$

où : c est la vitesse de propagation des onde dans le milieu ; pour un solide élastique : $c^2 = \frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}$, E étant le module élastique et ν le coefficient de poisson, I est la dimension minimale d'un élément.

Lorsque $b=0$, la méthode est explicite. Les valeurs plus utilisées sont $a=b=1/2$.

Après résolution de (4), il faut calculer $\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}$ puis $\{\dot{U}_{t+\Delta t}\}$ en utilisant (2 et 3).

Méthode de WILSON :

La méthode de Wilson correspond au cas où $\tau = \theta \Delta t$ avec $\theta > 1$. Elle consiste donc à appliquer la méthode de Newmark pour construire la solution $\{U_{t+\theta \Delta t}\}$ à l'instant $t+\theta \Delta t$ en résolvant (4). Il faut ensuite calculer la solution en $t+\Delta t$ nécessaire pour le pas de temps suivant.

Pour cela nous construisons successivement :

$\{\ddot{U}_{t+\theta \Delta t}\}$ en utilisant (3) :

$$\{\ddot{U}_{t+\theta \Delta t}\} = \frac{2}{b(\theta \Delta t)^2} (\{U_{t+\theta \Delta t}\} - \{U_t\}) - \frac{2}{b\theta \Delta t} \{\dot{U}_t\} - (1/b-1) \{\ddot{U}_t\} \dots (6).$$

$\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}$ en utilisant l'hypothèse de variation linéaire de $\{\ddot{U}\}$:

$$\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\} = \{\ddot{U}_t\} + \frac{1}{\theta} (\{\ddot{U}_{t+\theta \Delta t}\} - \{\ddot{U}_t\}) \dots (7).$$

$\{\dot{U}_{t+\Delta t}\}$ en utilisant (2) avec $\tau = \Delta t$:

$$\{\dot{U}_{t+\Delta t}\} = \{\dot{U}_t\} + \Delta t((1-a)\{\ddot{U}_t\} + a\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}) \dots \dots \dots (8).$$

$\{U_{t+\Delta t}\}$ en utilisant (3) avec $\tau = \Delta t$:

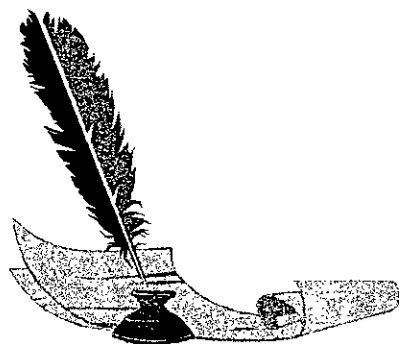
$$\{U_{t+\Delta t}\} = \{U_t\} + \Delta t\{\dot{U}_t\} + \Delta t^2/2((1-b)\{\ddot{U}_t\} + b\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}) \dots \dots \dots (9).$$

Augmenter la valeur de θ permet d'accroître l'amortissement des modes de vibration de fréquence élevées. Une méthode inconditionnellement stable souvent utilisée correspond à $a=1/2$, $b=1/3$, $\theta=1.4$.



Chapitre 5

Modélisation



MODELISATION :**I-Introduction :**

Les problèmes physiques sont régis par la loi universelle de conservation. A celle-ci doit être ajoutée une description du domaine, ainsi que les conditions aux limites. Ces lois et ces conditions sont formulées à l'aide des relations mathématiques avec lesquelles nous posons le problème en équations qu'il faut résoudre.

Le système couple barrage – réservoir est constitué par deux milieux continus à savoir :

- Solide : corps du barrage
- Fluide : réservoir

Les équations gouvernantes de chaque milieu découlent de la loi fondamentale de la dynamique, loi de Newton :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \gamma_i$$

II-MODELISATION MATHÉMATIQUE :**II-1-MODELISATION DU SOLIDE :****II-1-1-EQUATION D'ELASTICITE A DEUX DIMENSIONS :****Déplacement :**

Chaque point du corps du barrage est supposé avoir deux degrés de liberté. De cette façon, les déplacements sont exprimés comme suit :

$$U = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

tels que « u » représente le déplacement suivant l'axe des x et « v » celui selon l'axe des y.

les déplacements nodaux sont notés :

$$U_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (2)$$

avec bien sur :

$$\{U\} = [N] \{U_i\} \quad (3)$$

Déformation :

A partir des déplacements d'un point, ses déformations sont calculées à partir des relations déformations – déplacements ci-dessous :

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ou bien en notation matricielle :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\varepsilon = S U \quad (6)$$

En introduisant l'équation (3) dans l'équation (6) :

$$\varepsilon = SNU_n \quad (7)$$

ou encore en posant :

$$B = SN \quad (8)$$

$$\text{Alors } \varepsilon = BU_n \quad (9)$$

Contraintes :

De la loi de HOOKE reliant les contraintes aux déformations, nous avons :

$$\sigma = D\varepsilon \quad (10)$$

d'où

$$\sigma = DSU \quad (11)$$

avec

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Et D la matrice d'élasticité :

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & 0 \\ d_2 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

en contraintes planes :

$$d_1 = E/(1-\nu^2)$$

$$d_2 = \nu d_1 \quad (14)$$

$$d_3 = (d_1 - d_2)/2$$

en déformations planes :

$$\begin{aligned} d_1 &= E(1-\nu)/(1+\nu)(1-2\nu) \\ d_2 &= \nu d_1 / (1-\nu) \\ d_3 &= (d_1 - d_2) / 2 \end{aligned} \quad (15)$$

II-1-2-EQUATIONS DE MOUVEMENTS :

Appliquons la formulation variationnelle aux équations d'équilibre. En prenant comme fonction poids $\psi = dU$; la forme forte est :

$$W = \int \partial U (\sigma_{ij,j} + F_i - \rho \gamma) d\Omega = 0 \quad (16)$$

aussi

$$W = \int_{\Omega} \partial U_i \sigma_{ij,j} d\Omega + \int_{\Omega} \partial U_i F_i d\Omega + \int_{\Omega} \partial U_i (-\rho) \gamma_i d\Omega = 0 \quad (17)$$

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 0$$

Sachant que :

$$\int_{\Omega} (\partial U_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega = \int_{\Omega} \partial U_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} \partial U_i \sigma_{ij,j} d\Omega$$

alors

$$\int_{\Omega} \partial U_i \sigma_{ij,j} d\Omega = \int_{\Omega} (\partial U_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega - \int_{\Omega} \partial U_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega$$

Avec

$$\int_{\Omega} (\partial U_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega = \int_{\Gamma} \partial U_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma \quad (\text{théorème de gauss})$$

d'où

$$W_1 = \int_{\Gamma} \partial U_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma - \int_{\Omega} \partial U_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega \quad (18-a)$$

$$W_1 = \int_{\Gamma} \partial U_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma - \int_{\Omega} \partial \varepsilon \sigma_{ij} d\Omega \quad (18-b)$$

En tout, nous avons :

$$W1 = -\int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega + \int_{\Gamma} \delta U \sigma n d\Omega + \int_{\Omega} \delta U F d\Omega - \int_{\Omega} \delta U \rho \ddot{U} d\Omega = 0 \quad (19)$$

Nous avons alors obtenu l'expression des travaux virtuels dans laquelle il y a :

$$W_e = \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega \quad \text{travail des contraintes internes} \quad (20)$$

$$W_f = \int_{\Gamma} \delta U \sigma n d\Omega \quad \text{travail des forces extérieures} \quad (21)$$

$$W_v = \int_{\Omega} \delta U F d\Omega \quad \text{travail des forces de volume} \quad (22)$$

$$W_i = \int_{\Omega} \delta U \rho \ddot{U} d\Omega \quad \text{travail des forces d'inertie} \quad (23)$$

II-1-3 CONDITIONS AUX LIMITES :

Le corps du barrage est modélisé comme une plaque à deux dimensions avec les hypothèses suivantes :

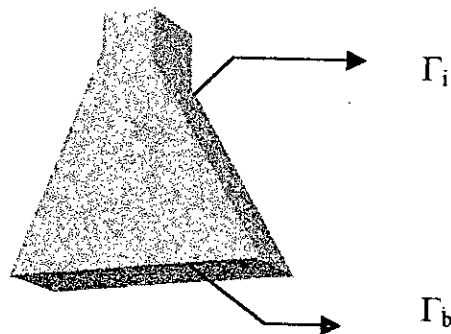
- Matériau homogène et isotrope.
- Comportement élastique linéaire.
- Fondation rigide ;

Ainsi les conditions aux limites sont :

- A la base : les déplacements relatifs sont considérés nuls.

Nous supposons une liaison parfaite entre le corps du barrage et le substratum pour simplifier l'interaction sol – structure.

- Au parement amont : c'est la zone interface où se fait l'interaction. Le chargement est la pression hydrodynamique.
- Sur le reste du contour : le barrage est libre.



L'équation (19) devient :

$$W1 = - \int_{\Omega} \partial \varepsilon \sigma d\Omega + \int_{\Gamma_s} \partial U \rho n d\Gamma + \int_{\Gamma_b} \partial U \rho x'' n d\Gamma - \int_{\Omega} \partial U \rho \dot{U} d\Omega = 0 \quad (24)$$

Remarque :

Pour un chargement sismique nous avons une accélération à la base x'' :

$$F = \rho x'' \quad (25)$$

II-2-MODELISATION DU FLUIDE :

Les équations gouvernantes du fluide ont préalablement fait l'objet d'une présentation dans le chapitre « Hydrodynamique ».

II-2-1-EQUATIONS DE MOUVEMENTS :

Le fluide est soumis aux hypothèses suivantes :

- Initialement au repos.
- Subit de petits déplacements.
- Non visqueux.
- Semi-infini

Cas ou l'eau est considérée compressible :

L'équation d'équilibre de continuité est :

$$-\nabla P = \rho \dot{\gamma} \quad (26)$$

l'équation de continuité est :

$$\dot{\rho} + \rho \nabla v = 0 \quad (27)$$

l'équation caractéristique est :

$$K = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}} \quad (28)$$

donc

$$d\rho = \frac{\rho}{k} dP \quad (29)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{k} \frac{dP}{dt} \quad (30)$$

l'équation (27) devient ainsi :

$$\frac{\rho}{k} \dot{P} + \rho \nabla v = 0 \quad (31)$$

En multipliant l'expression (31) par $\frac{\partial}{\partial t}$ et l'expression (26) par ∇ , nous obtenons :

$$\frac{\rho}{k} \ddot{P} + \rho \nabla \dot{v} = 0 \quad (32)$$

$$\nabla^2 P + \rho \nabla \dot{v} = 0 \quad (33)$$

d'où par soustraction :

$$\nabla^2 P - \frac{1}{\frac{k}{\rho}} \ddot{P} = 0 \quad (34)$$

soit :

$$\nabla^2 P - \frac{1}{C^2} \ddot{P} = 0 \quad (35)$$

avec $C = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$: célérité des ondes sonores dans le fluide. Pour l'eau $C \approx 1440$ m/s.

Cas où l'eau est considérée incompressible :

Dans le cas où l'eau est considérée incompressible le coefficient de pression K tend vers l'infini d'où $\frac{1}{C^2} \ddot{P}$ tend vers zéro.

Par conséquent l'équation (35) s'écrit comme suit :

$$\nabla^2 P = 0 \quad (35')$$

L'équation (35) régit la propagation d'ondes sonores dans un milieu bidimensionnel isotrope avec une célérité C (équation de HELMOLTZ).

Réécrivons l'équation (35) sous forme intégrale forte :

$$W = \int_{\Omega} \Psi \left(\nabla^2 P - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right) d\Omega = 0 \quad (36)$$

En utilisant comme pour le solide la méthode de GALERKINE avec cette fois-ci $\Psi = \delta P$ nous aboutissons à :

$$W = \int_{\Omega} \delta P \nabla^2 d\Omega - \int_{\Omega} \delta P \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d\Omega = 0 \quad (37)$$

$$W = W1 - W2 = 0 \quad (38)$$

En appliquant le théorème de GREEN, nous obtenons la forme faible :

$$W = - \int_{\Omega} \delta P \nabla P d\Omega + \int_{\Gamma} \delta P \nabla P d\Gamma - \int_{\Omega} \delta P \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d\Omega = 0 \quad (39)$$

II-2-2-CONDITIONS AUX LIMITES :

- Sur l'interface : les déplacements du parement sont liés au comportement du barrage et donc, les vitesses des points appartenant à cette frontière sont imposées.

L'application de l'équation dynamique du fluide donne :

$$\nabla P = \frac{\partial P}{\partial n} = - \rho \dot{v} \vec{n} = - \rho \ddot{U} \vec{n} \quad (40)$$

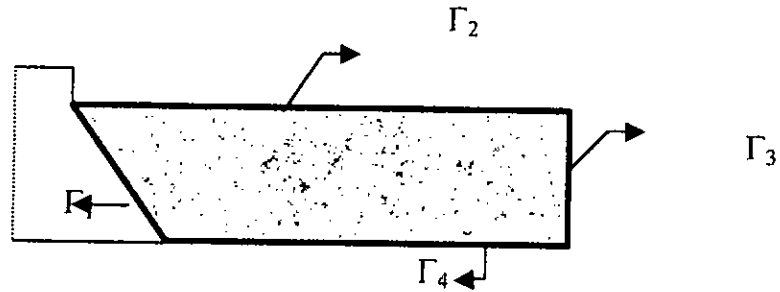


fig.(b)

- Sur le fond du réservoir : dans le cas d'un séisme

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \rho \ddot{x}_n \quad (41)$$

- Sur la surface libre : la condition la plus simple serait de prendre $P = 0$ seulement, ceci ne prend pas en considération les ondes de surface dues aux variations de pression à l'intérieur du fluide. Pour les inclure, nous prenons comme approximation une surface moyenne ou : $P = 0$.

Pour une élévation ou un abaissement h :

$$P = \rho gh \quad (42)$$

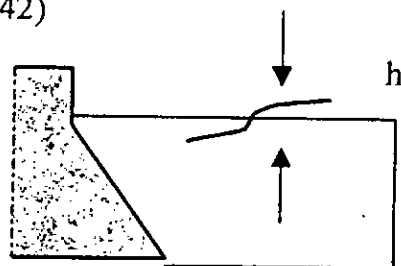


Fig. ©

L'application de l'équation (26) conduit à :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho \dot{v} \quad (43)$$

avec

$$v = \dot{h} \quad (44)$$

ainsi

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho \dot{h} \quad (45)$$

de l'expression (42) nous obtenons :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{g} \ddot{P} \quad (46)$$

Cette condition permet aux ondes de surface d'être approximativement incorporées dans l'analyse est connue sous le nom de condition d'ondes de surface linearisées.

Sur la limite de radiation : cette frontière termine un domaine physiquement infini que nous sommes obligés de tronquer pour les besoins de calcul, donc une approximation prenant en compte cet effet s'impose.

La solution de l'équation d'ondes n'est composée à cette limite que de la partie incidente puisqu'il n'existe aucune réflexion à partir du domaine infini.

Si nous ne considérons que les variations suivant x , la solution générale de l'équation de HELMOLTZ est :

$$P=f(x - ct) + g(x + ct) \quad (47)$$

La condition sur Γ_3 se traduit par :

$$g(x+ct) = 0 \Rightarrow P = f(x-ct) \quad (48)$$

D'ou :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} = f \quad (49)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -C f \quad (50)$$

et donc :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{C} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (51)$$

Cette condition est présentée pour la première fois par ZIENKIEWITZ et NEWTON en 1969

En introduisant ces conditions aux limites dans l'équation (39), le deuxième terme en devient :

$$\int_{\Gamma} \delta P \nabla P d\Gamma = \int_{\Gamma_1} \delta P (-\rho \ddot{U} \bar{n}) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \delta P \left(-\frac{1}{g} \ddot{P}\right) d\Gamma + \int_{\Gamma_3} \delta P \left(-\frac{1}{C} \dot{P}\right) d\Gamma + \int_{\Gamma_4} \delta P (\rho \ddot{x} \bar{n}) d\Gamma \quad (52)$$

ainsi donc, l'expression totale de (39) devient :

$$W = \int_{\Omega} \delta P \nabla P d\Omega + \int_{\Gamma_1} \delta P (-\rho \ddot{U} \bar{n}) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \delta P \left(-\frac{1}{g} \ddot{P}\right) d\Gamma + \int_{\Gamma_3} \delta P \left(-\frac{1}{C} \dot{P}\right) d\Gamma + \int_{\Gamma_4} \delta P (\rho \ddot{x} \bar{n}) d\Gamma + \int_{\Omega} \delta P \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d\Omega = 0 \quad (53)$$

III-MODELISATION NUMERIQUE :

Nous avons présenté plus haut le modèle mathématique associé aux problèmes d'interaction fluide -structure. Dans ce qui va suivre sera exposé en modèle numérique du problème posé à l'aide de l'approximation par éléments finis.

Nous allons utiliser les notions introduites au chapitre (4) pour obtenir une discrétisation spatiale des formes intégrales et la résolution du système matriciel obtenu.

III-1-INTRODUCTION DES APPROXIMATIONS POLYNOMIALES**NODALES :**

Le domaine barrage – réservoir est discrétisé en éléments finis quadrilatéraux avec pour chaque nœud :

- Deux degrés de liberté pour les éléments solides.
- Un degré de liberté pour les éléments fluides.

Nous avons alors :

$$U = N_u U_n \quad (54)$$

Et

$$P = N_p P_n \quad (55)$$

Avec

$$N_u \begin{bmatrix} (1-\xi)(1-\eta) & 0 & (1+\xi)(1-\eta) & 0 & (1+\xi)(1+\eta) & 0 & (1-\xi)(1+\eta) & 0 \\ 0 & (1-\xi)(1-\eta) & 0 & (1+\xi)(1-\eta) & 0 & (1+\xi)(1+\eta) & 0 & (1-\xi)(1+\eta) \end{bmatrix}$$

$$U_n = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \\ U_4 \\ V_4 \end{Bmatrix} \quad (57) \quad ; \quad P_n = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} \quad (58)$$

$$N_p = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (1-\xi)(1-\eta) & (1+\xi)(1-\eta) & (1+\xi)(1+\eta) & (1-\xi)(1+\eta) \end{bmatrix} \quad (59)$$

III-2-MODELISATION NUMERIQUE DU CORPS DU BARRAGE :

L'introduction des équations (48), (7) et (11) dans les expressions des travaux virtuels nous donne :

- Travail des contraintes internes : $We = \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega$

$$We = \int_{\Omega} \delta(S N_u U_n) D S N_u U_n d\Omega \quad (60)$$

$$B = SN \text{ d'ou } \delta(S N_u U_n) = \delta U_n^T N_u^T S^T = \delta U_n^T B^T$$

$$We = \int_{\Omega} \delta U_n^T B^T D B U_n d\Omega \quad (61)$$

$$We = \delta U_n^T K U_n \quad (62)$$

$$\text{Avec } K = \int_{\Omega} B^T D B d\Omega \quad (63)$$

- Travail des charges externes $W_{\Omega} = \int_{\Gamma_e} \delta U_p \bar{n} d\Gamma$

$$W_{\Omega} = \int_{\Gamma_e} \delta(N_u U_n) N_p P_n \bar{n} d\Gamma \quad (64)$$

Avec

$$\delta(N_u U_n) = \delta U_n^T N_u^T \quad \text{nous obtenons}$$

$$W_{\Omega} = \int_{\Gamma_e} \delta U_n^T N_u^T N_p P_n \bar{n} d\Gamma \quad (65)$$

$$W_{\Omega} = \delta U_n^T Q P_n \quad (66)$$

Et

$$Q = \int_{\Gamma_e} N_u^T N_p \bar{n} d\Gamma \quad (67)$$

- Travail du chargement sismique : $W_{\Omega} = \int_{\Gamma_b} \delta U \rho \ddot{x} \vec{n} d\Gamma$

$$W_{f_2} = \int_{\Gamma_b} \delta U_n^T N_u^T \rho \ddot{x} \vec{n} d\Gamma \quad (68)$$

$$W_{f_2} = \delta U_n^T F \quad (69)$$

$$\text{avec } F = \int_{\Gamma_b} N_u^T \rho \ddot{x} \vec{n} d\Gamma \quad (70)$$

- Travail des forces d'inertie : $W_i = \int_{\Omega} \delta U^T \rho \ddot{U} d\Omega$

$$W_i = \int_{\Omega} \delta U_n^T N_u^T \rho N_u \ddot{U}_u d\Omega \quad (71)$$

$$W_i = \delta U_n^T M \ddot{U}_n \quad (65) \quad \text{avec } M = \int_{\Omega} N_u^T \rho N_u d\Omega \quad (72)$$

L'équation (24) devient :

$$W = \delta U_n^T K U_n - \delta U_n^T Q P_n - \delta U_n^T F + \delta U_n^T M \ddot{U}_n = 0 \quad (73)$$

D'où

$$M \ddot{U} + K U - Q P = F$$

L'expression (73) représente l'équation de mouvement du barrage du système non amorti dont chaque terme représente :

- M : la matrice de masse .
- K : la matrice de rigidité .
- Q : la matrice d'interaction ou de couplage .
- F : le vecteur force.

Dans le cas d'un système amorti, l'équation de mouvement devient :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU - QP = F \quad (75)$$

Où C représente la matrice d'amortissement dont l'expression diffère d'un auteur à un autre.

$$C = \int_{\Omega} N_u^T \mu N_u d\Omega \quad (76)$$

μ : viscosité dynamique du matériau

$$C = \alpha M + \beta K \quad (77)$$

α, β : Coefficients déterminés expérimentalement ou à partir de l'analyse modale de la structure. Ce type d'amortissement est dit de RAYLEIGH.

III-3-MODELISATION NUMERIQUE DU RESERVOIR :

Réécrivons l'équation (53) en y incorporant :

$$P = N_p P_n, \quad \delta P = \delta P_n^T N_p^T \quad \text{et} \quad \nabla P = \nabla N_p P_n$$

$$W = \int_{\Omega} \delta P_n^T \nabla N_p^T \nabla N_p P_n d\Omega + \int_{\Gamma_1} \delta P_n^T N_p^T \rho \vec{n} N_u \ddot{U}_n d\Gamma +$$

$$\int_{\Gamma_2} \delta P_n^T N_p^T \frac{1}{g} N_p \ddot{P}_n d\Gamma + \int_{\Gamma_3} \delta P_n^T N_p^T \frac{1}{C} N_p \dot{P}_n d\Gamma$$

$$\int_{\Gamma_4} \delta P_n^T N_p^T \rho \vec{x} \vec{n} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta P_n^T N_p^T \frac{1}{C^2} N_p \ddot{P}_n d\Omega = 0 \quad (78)$$

Simplifions δP_n^T et regroupons les facteurs de P, \dot{P} , \ddot{P} et \ddot{U} :

$$W = \left(\int_{\Gamma_2} N_p^T \frac{1}{g} N_p d\Gamma + \int_{\Omega} N_p^T \frac{1}{C^2} N_p d\Omega \right) \ddot{P} + \left(\int_{\Gamma_3} N_p^T \frac{1}{C} N_p d\Gamma \right) \dot{P} +$$

$$\left(\int_{\Omega} \nabla N_p^T \nabla N_p d\Omega \right) P + \left(\int_{\Gamma_1} N_p^T \rho \vec{n} N_u d\Gamma \right) \ddot{U} = \int_{\Gamma_4} N_p^T \rho \vec{x} \vec{n} d\Gamma \quad (79)$$

ou encore :

$$W = SP + DP + HP + Q_p \ddot{U} = q \quad (80)$$

Avec :

S : matrice de l'énergie cinétique du fluide, représente les forces d'inertie équivalentes à M.

Il est à noter que les termes de S sont nettement inférieurs à ceux de M à cause de la présence de $1/g$ et de $1/c^2$. physiquement cela montre la grande souplesse de l'eau par rapport à celle du béton.

D : matrice de dissipation de l'énergie. Notons que les seuls effets dissipatifs sont dus à la condition de non réflexion d'ondes sur la limite de troncature (μ étant supposé nulle).

H : matrice de l'opérateur Laplacien.

Q_p : c'est pratiquement la même expression (66)

$$Q_p = \int_{\Gamma_a} \mathbf{N}_p^T \rho \vec{n} \mathbf{N}_u d\Gamma \quad (81)$$

III-4-SYSTEME COUPLE :

Nous avons abouti aux deux équations suivantes :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU - QP = F \quad (82)$$

$$W = SP + DP + HP + Q_p \ddot{U} = q \quad (83)$$

Réécrivons les en un seul système ayant comme variable de base U et P sous forme matricielle ; cela s'exprime comme suit :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ Q_p & S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -Q \\ 0 & H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ q \end{Bmatrix} \quad (84)$$

Masse

Amortissement

rigidité

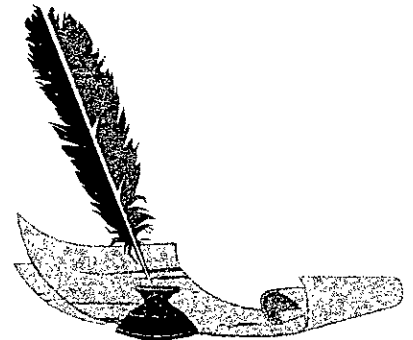
chargement

Sismique



Chapitre 6

Techniques de programmation



TECHNIQUES DE PROGRAMATION :

I- INTRODUCTION :

Le travail numérique consistant en la mise en œuvre d'une étude par éléments finis pour n'importe quelle structure réelle rend l'utilisation de l'ordinateur essentielle à son application.

Cependant le programmeur doit s'assurer des bonnes caractéristiques et capacités de sa machine, car l'on rencontre généralement de sérieux problèmes souvent de mémoire insuffisante.

Le but de ce chapitre est de présenter en général le programme que nous avons élaboré pour les besoins de calcul du présent travail.

II-CARACTERISTIQUES GENERALES :

De manière générale, le programme contient une structure principale qui fait appel à tout un ensemble de sous programme pour effectuer la lecture des données et les opérations de calcul ainsi que la présentation des résultats-Fig(1)-

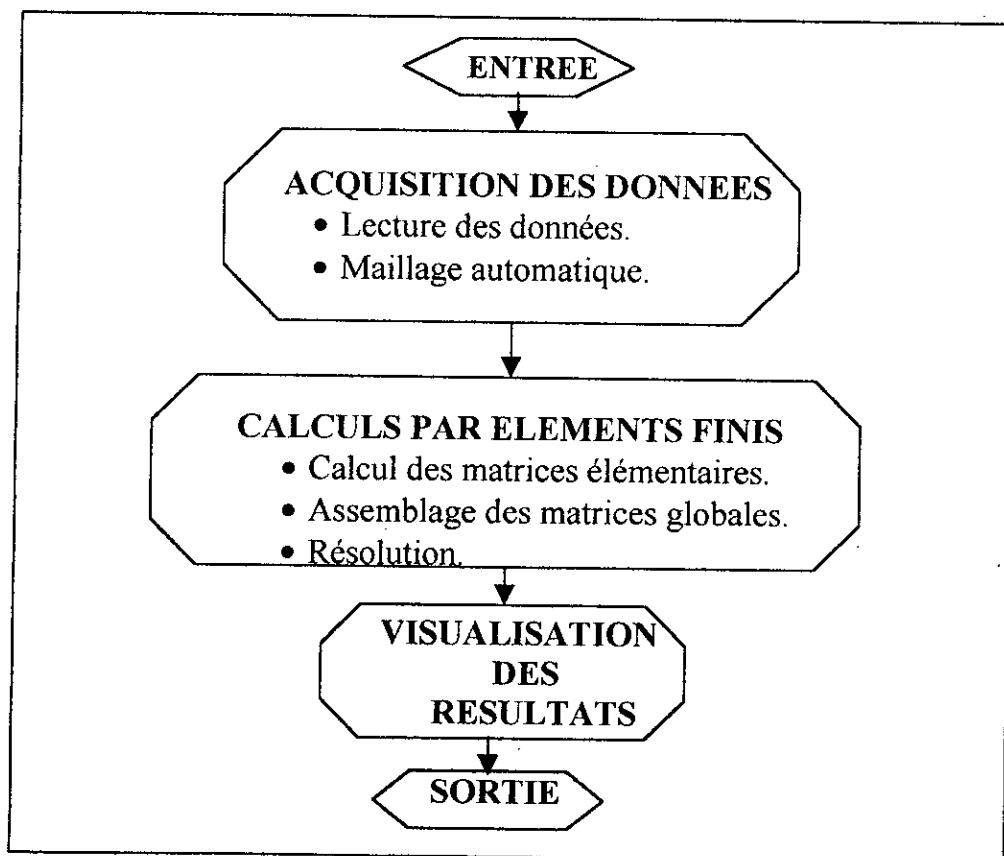


Figure « 1 »

III- MODULE D'ENTRÉE DE DONNEES :

Le module d'entrée effectue la lecture de plusieurs paramètres à partir d'un fichier, à savoir :

1. Le nombre d'élément et les connectivités.
2. Les coordonnées des nœuds.
3. Les paramètres géométriques du corps du barrage.
4. La hauteur et la longueur de la retenue.
5. Les caractéristiques physico-mécaniques du béton et de l'eau.
6. Les conditions aux limites

Ceci dit, dans le cas où le nombre d'éléments est élevé, il est préférable d'avoir recours à un mailleur automatique qui fournira les données à (1) et (2) ; c'est en fait ce pourquoi nous avons opté.

• **Présentation du mailleur :**

L'idée de base est de discrétiser une surface trapézoïdale.

Nous commençons par évaluer les paramètres a et b des droites (Δ) correspondant chacune à un certain pas selon l'axe des x . nous présentons dans ce qui suit (fig-3) l'organigramme explicitant de manière assez simple les démarches suivies pour le calcul des coordonnées et des connectivités.

Nex : nombre d'élément selon x .
 Ney : nombre d'élément selon y
 n : numéro de l'élément.
 i : numéro du nœud dans le repère global.

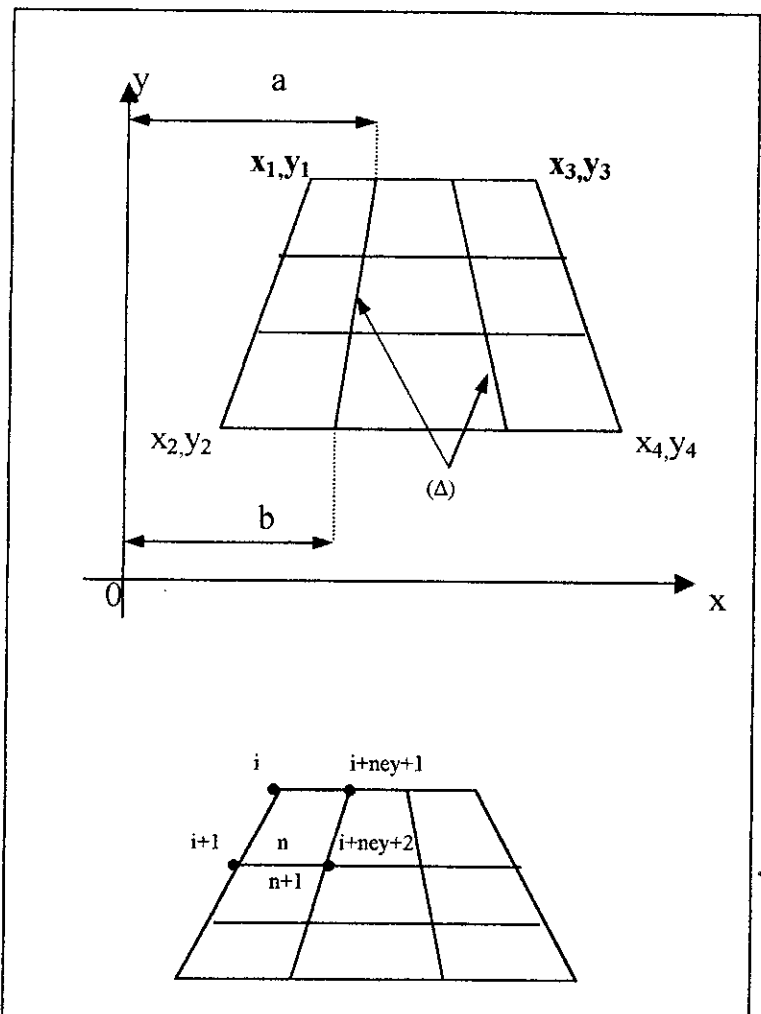


Figure-2-

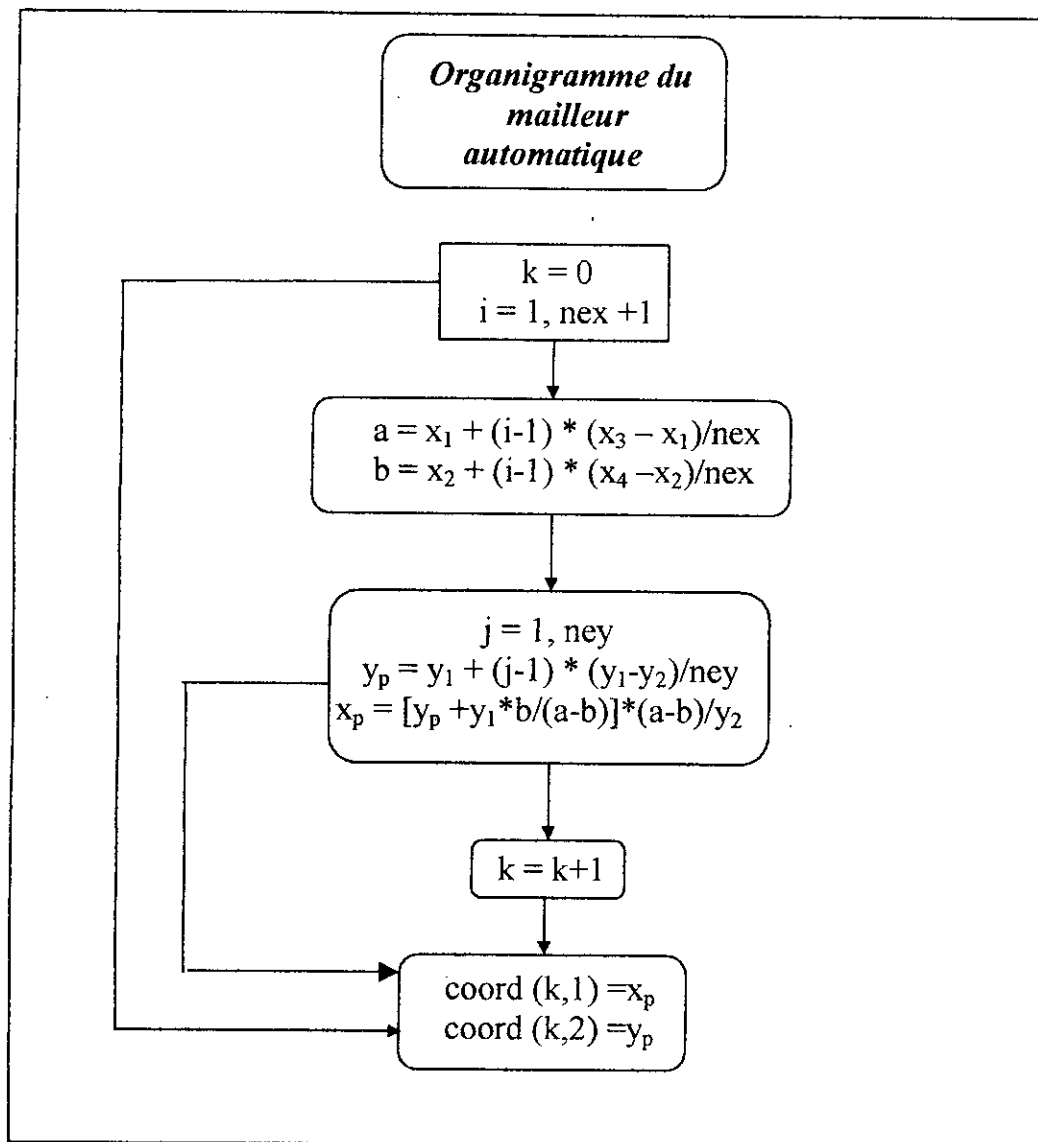


Figure (3)

Le calcul des connectivités se fait comme indiqué sur la figure ci-contre.

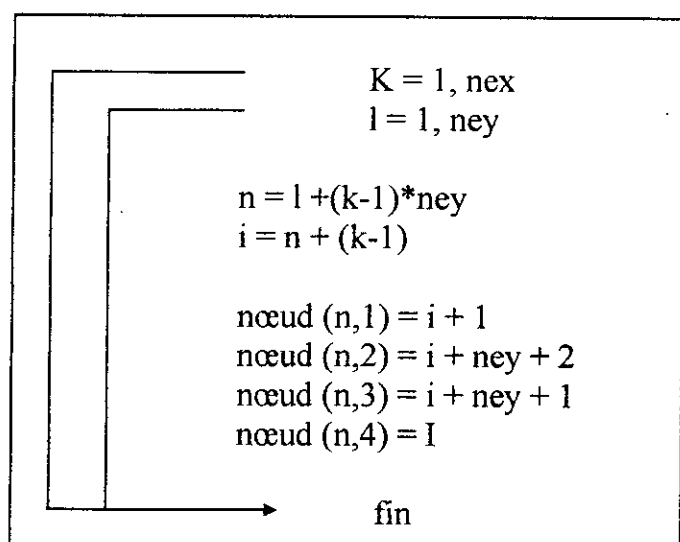


Figure (4)

pour l'interface et les conditions aux limites, le mailleur repère les éléments aux frontières de chaque milieu et leur affecte des indices qui permettront de les identifier par la suite au cours du programme.

Cette subroutine permet non seulement de raffiner le maillage mais en plus offre l'éventualité de changer le niveau du plan d'eau ainsi que la distance à laquelle se trouve la troncature. Elle effectue un ajustement sur la position des nœuds de sorte qu'il y est toujours un accord parfait entre le maillage du corps du barrage avec celui de son réservoir.

Remarque :

- Pour obtenir le maillage du système barrage-réservoir, nous avons juxtaposé plusieurs surfaces trapézoïdales.
- La construction de la table des connectivités des éléments se fait indépendamment de la géométrie du milieu à mailler.

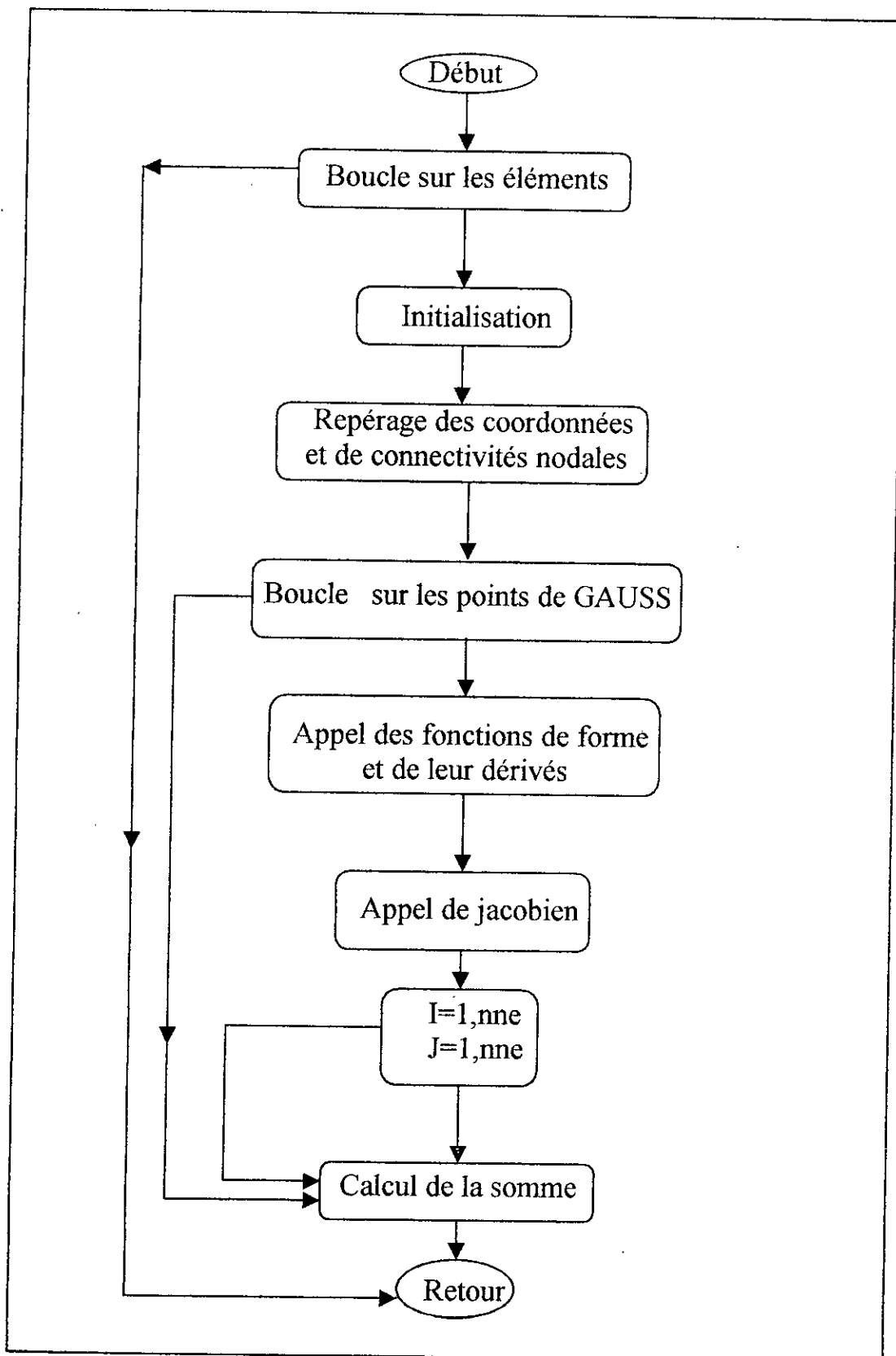
IV- CALCUL PAR ELEMENTS FINIS :

Comme cela paraît évident, nous procédons tout d'abord à l'évaluation des matrices élémentaires qui seront récupérées pour être assemblées.

- **Structure générale des subroutines pour le calcul des matrices élémentaires :**

Le schéma que nous présentons ci-contre représente un sous programme type de calcul des matrices élémentaires.

Une fois arrivées à la somme, toutes les subroutines effectuent des calculs particuliers. Les programmes des calculs en question sont élaborés à partir des organigrammes schématisés dans les figures suivantes.



$$\mathbf{F} = \int N_u^T \rho \ddot{\mathbf{x}} \bar{\mathbf{n}} d\Gamma$$

Appel des fonctions du forme

Appel de vecteur N_u^T

Construction de (js)

J=1,4

Xeta=F1[2,j]*xy[1,j]

Yeta=F1[2,j]*xy[2,j]

Js=sqrt(Xeta² + Yeta²)

Construction du vecteur F

I=1,nne*2

Vectf = ro * N_u^T * acc * $\bar{\mathbf{n}}$ * js

$$\mathbf{q} = \int N_p^T \rho \ddot{\mathbf{x}} \bar{\mathbf{n}} d\Gamma$$

appel des fonctions de forme

roo= 0

i=1,4

roo= F1[3,i]*xy[2,i]+roo

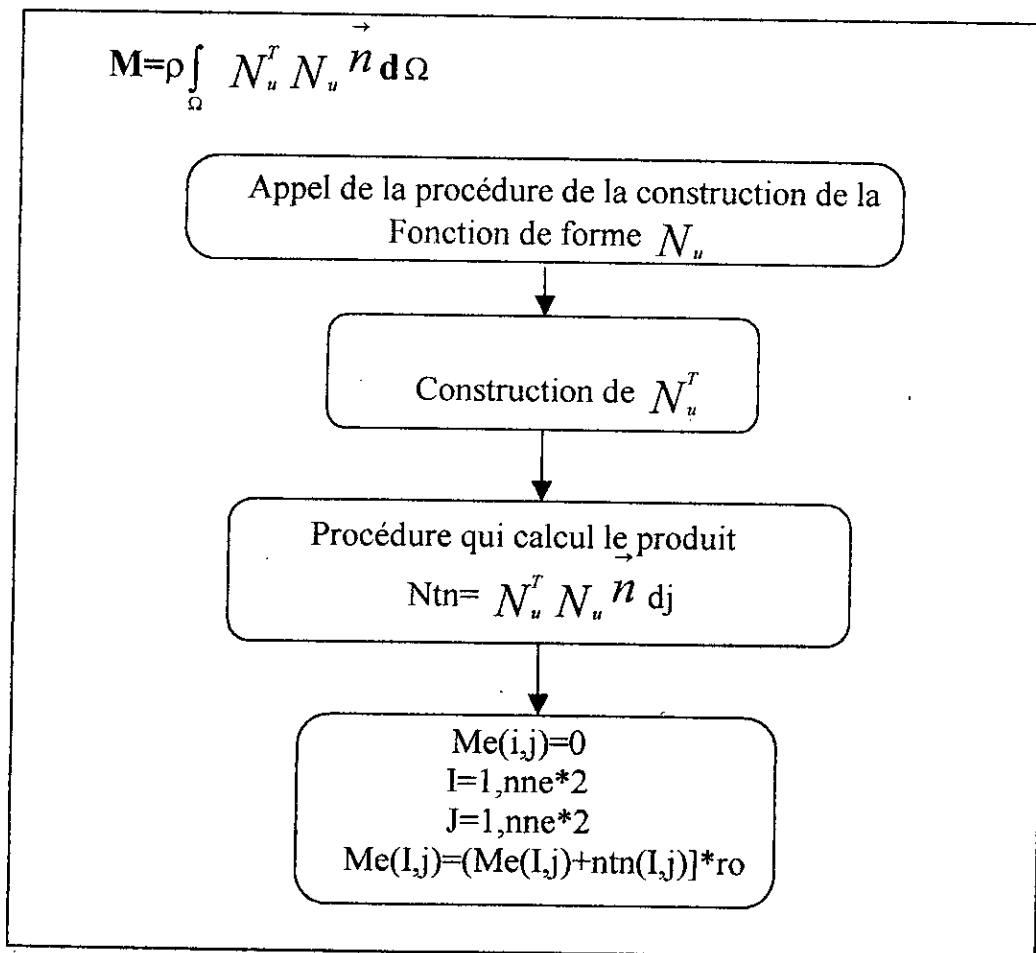
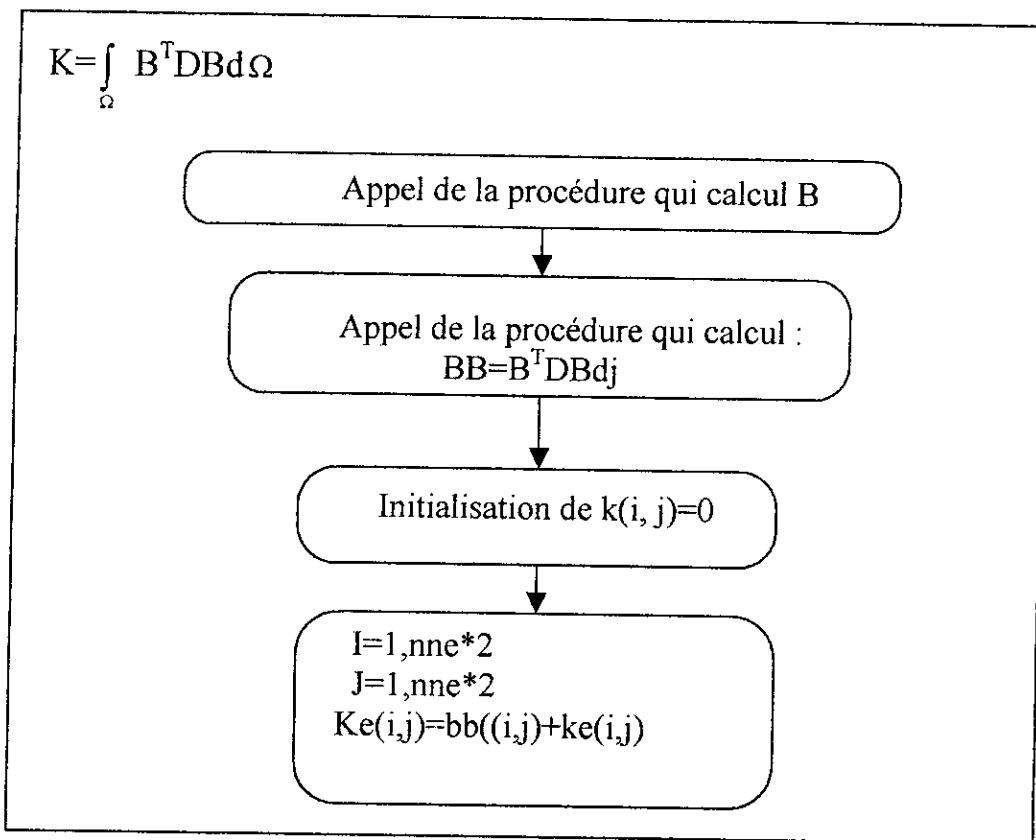
q[i]=0

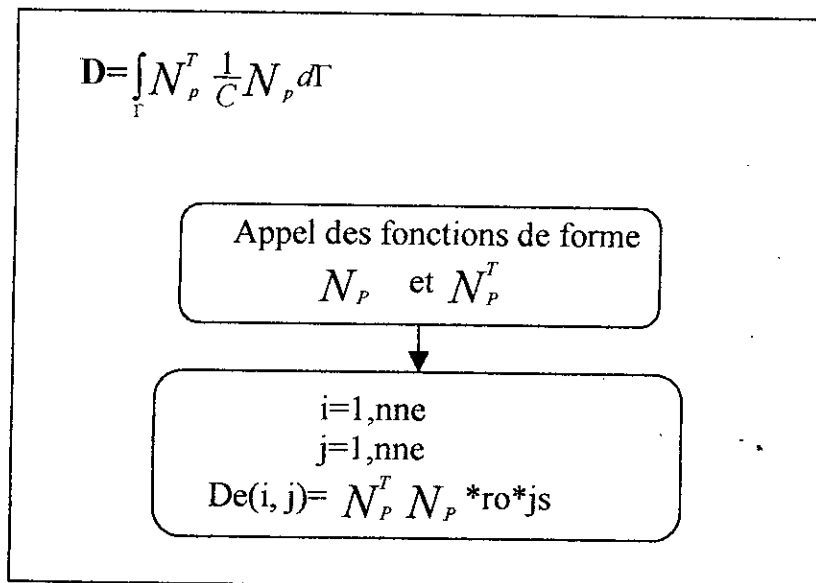
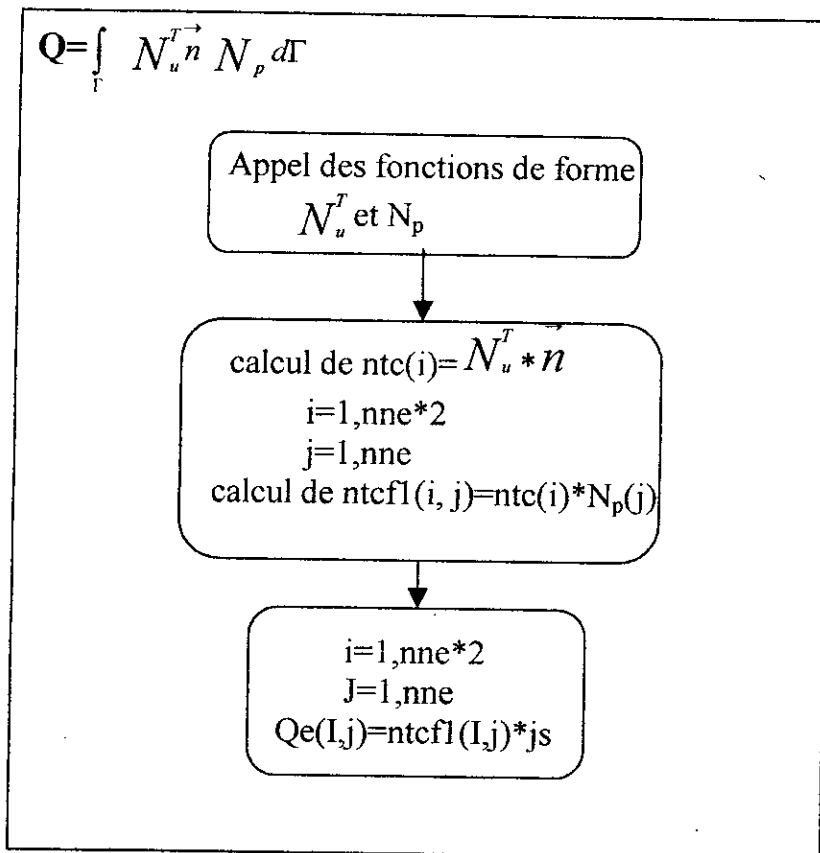
I=1,4

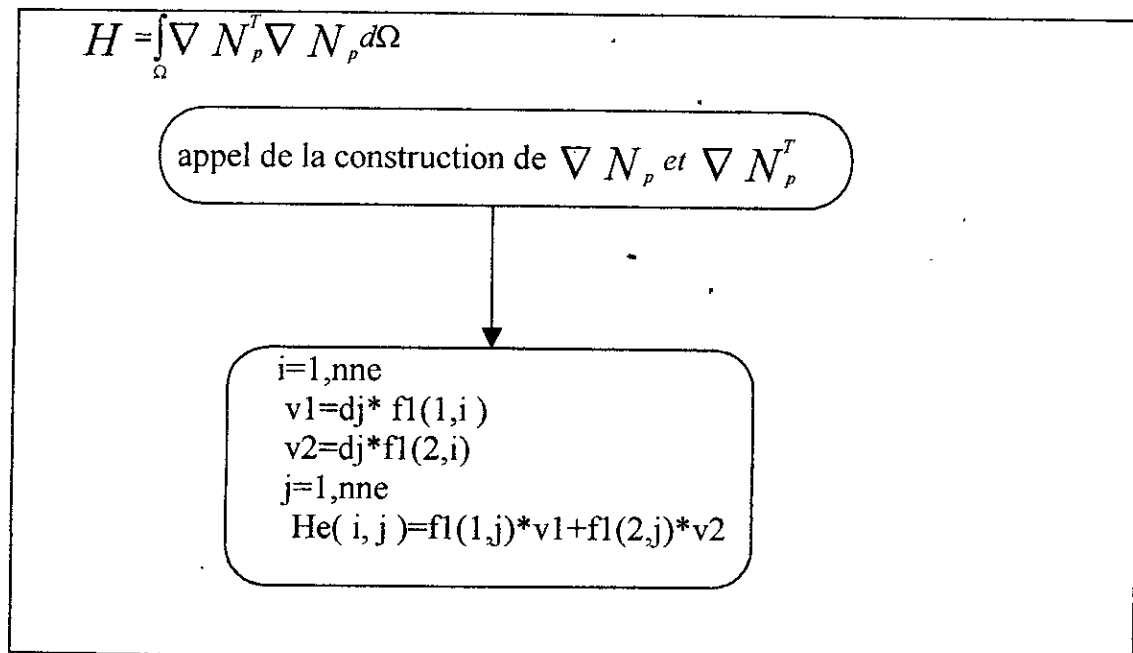
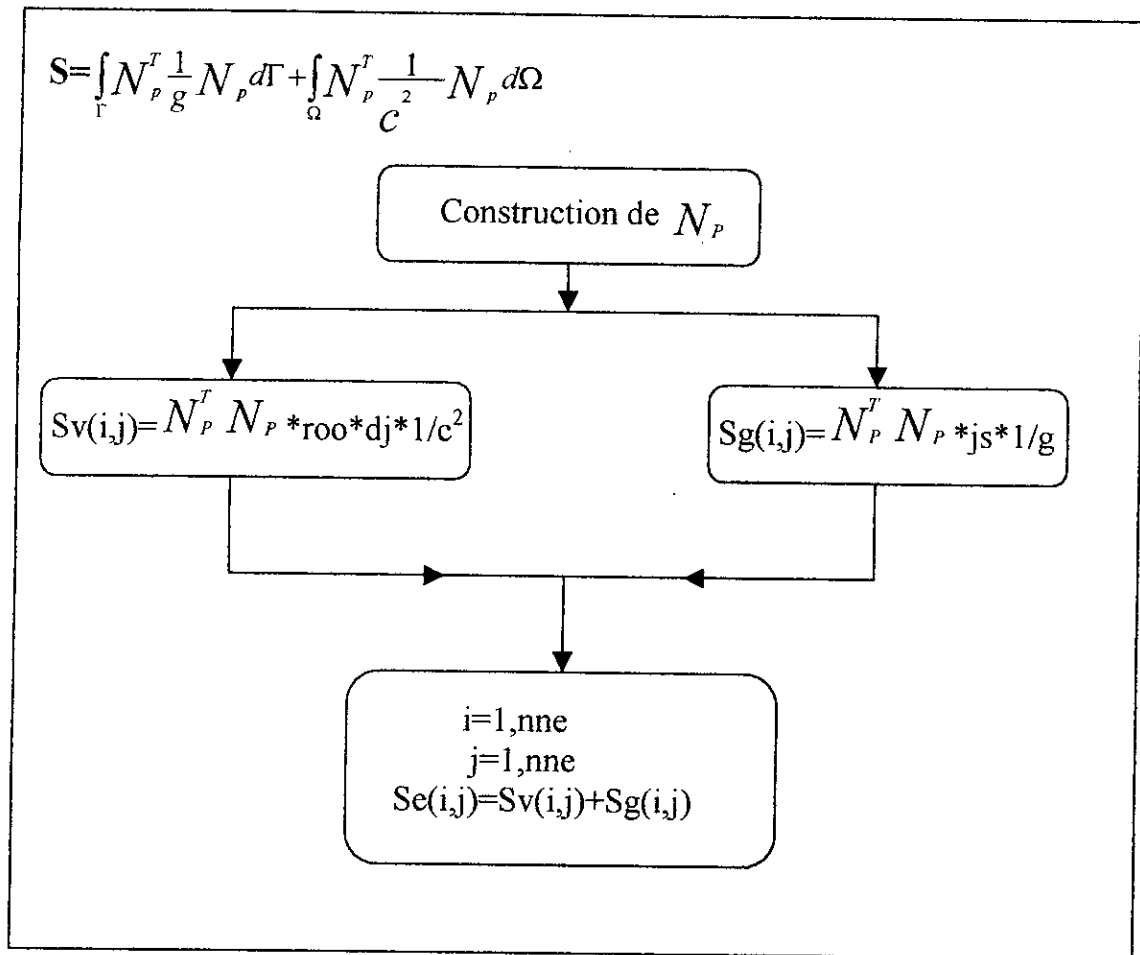
J=1,2

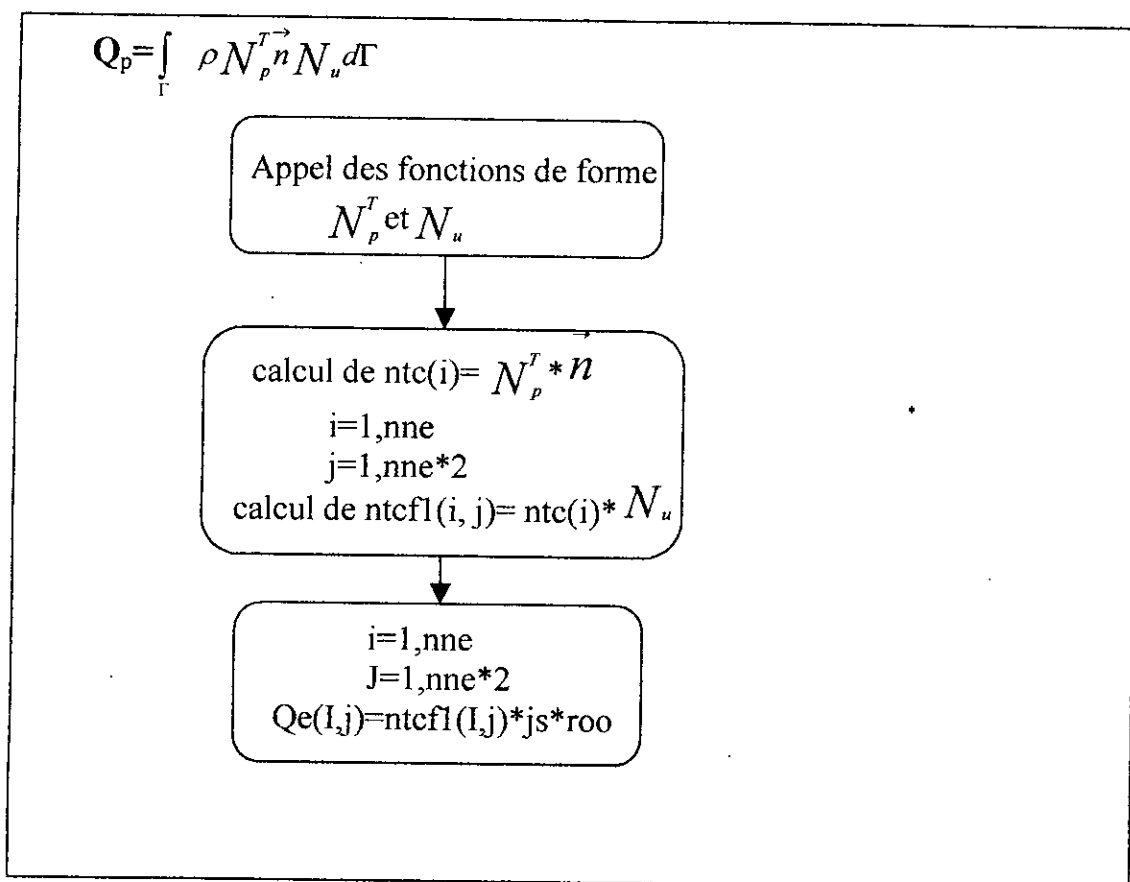
q[i]=F2[I,j]* $\bar{\mathbf{n}}$ *+q[i]

q[I]=acc*roo*js









Assemblage des matrices élémentaires :

L'assemblage des matrices élémentaires se fait à l'aide des connectivités, néanmoins, le solide étant modélisé avec deux degrés de libertés (u et v) [nne=2] et le fluide avec un seul degré de liberté (p) [nne=1].

Nef : le nombre d'élément dans le fluide.

Nes : le nombre d'élément dans le solide.

Conec : connectivités des éléments.

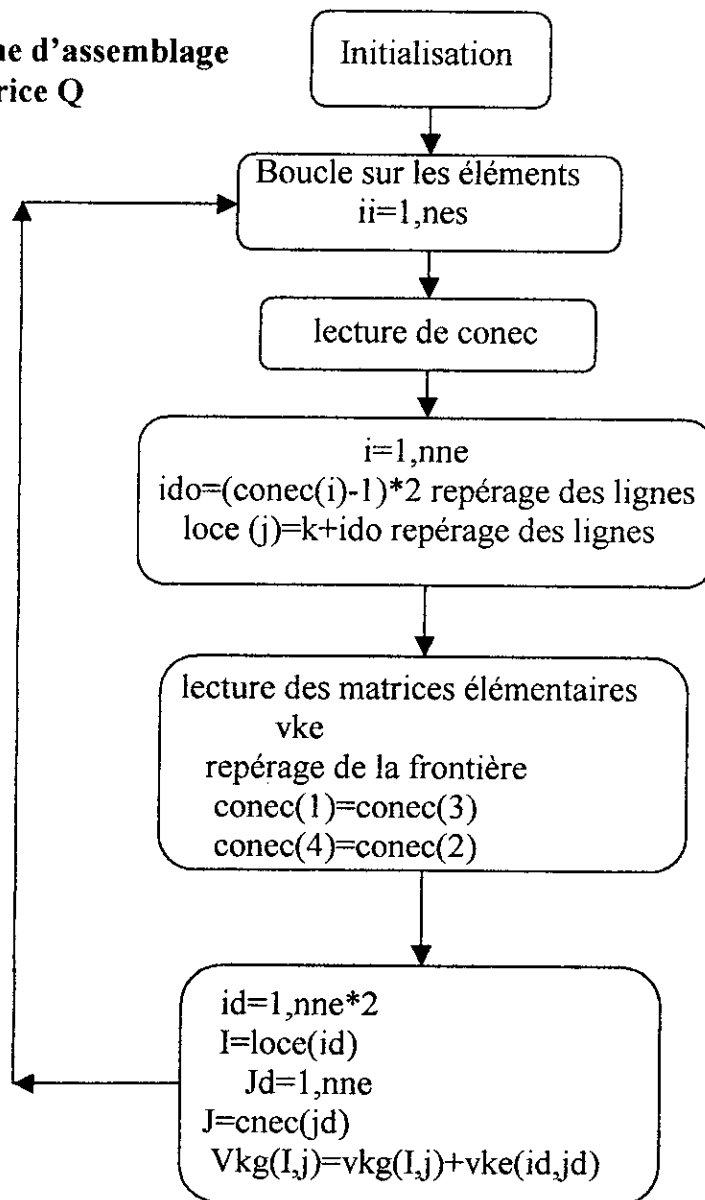
Vkg : matrices globales.

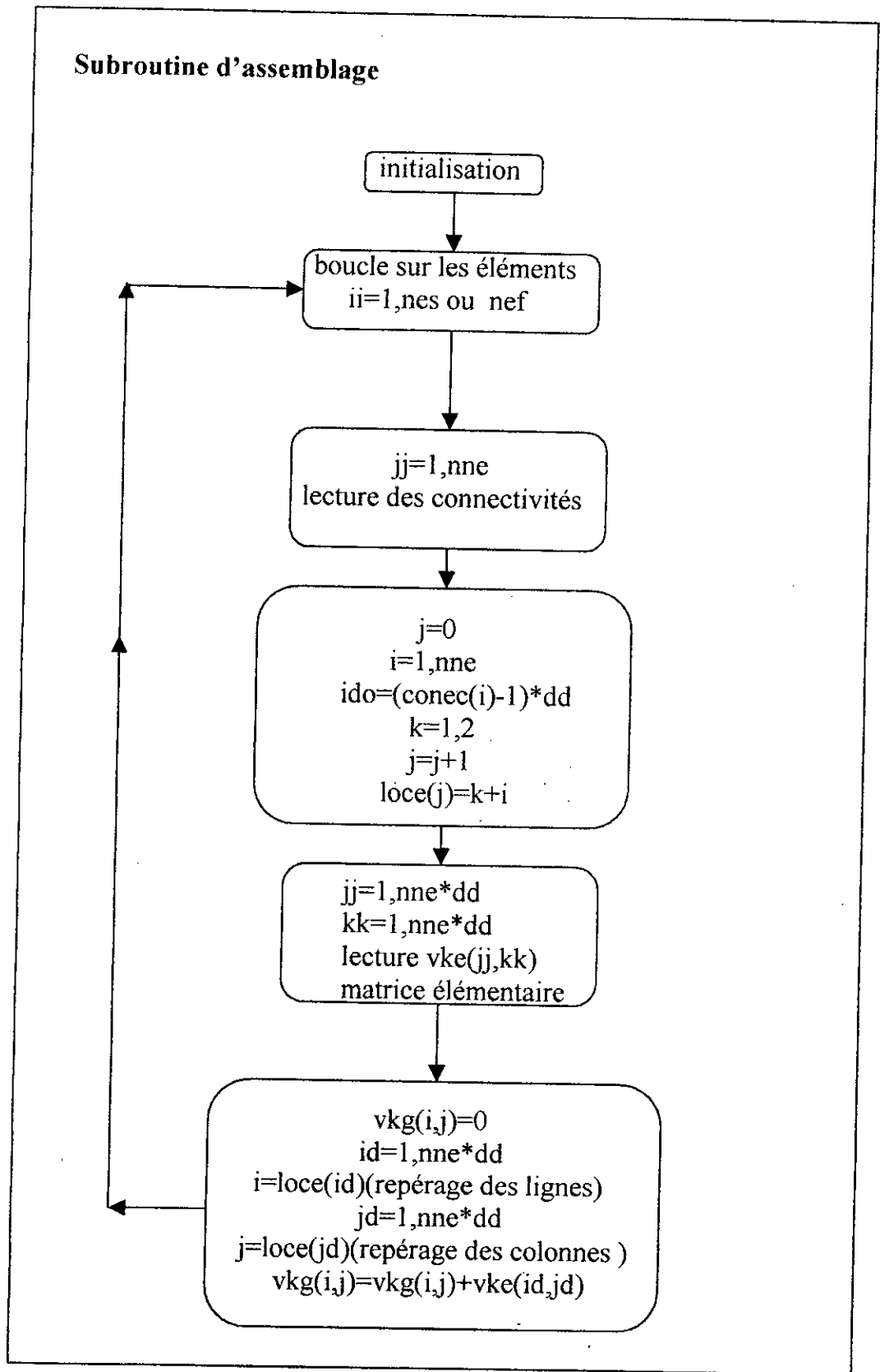
Loce : localisation d'un vecteur

Dd : degré de liberté

Nne : nombre de nœuds dans chaque élément.

Il est à rappeler que l'assemblage de la matrice d'interaction se fait différemment de l'algorithme général d'assemblage.

Subroutine d'assemblage de la matrice Q

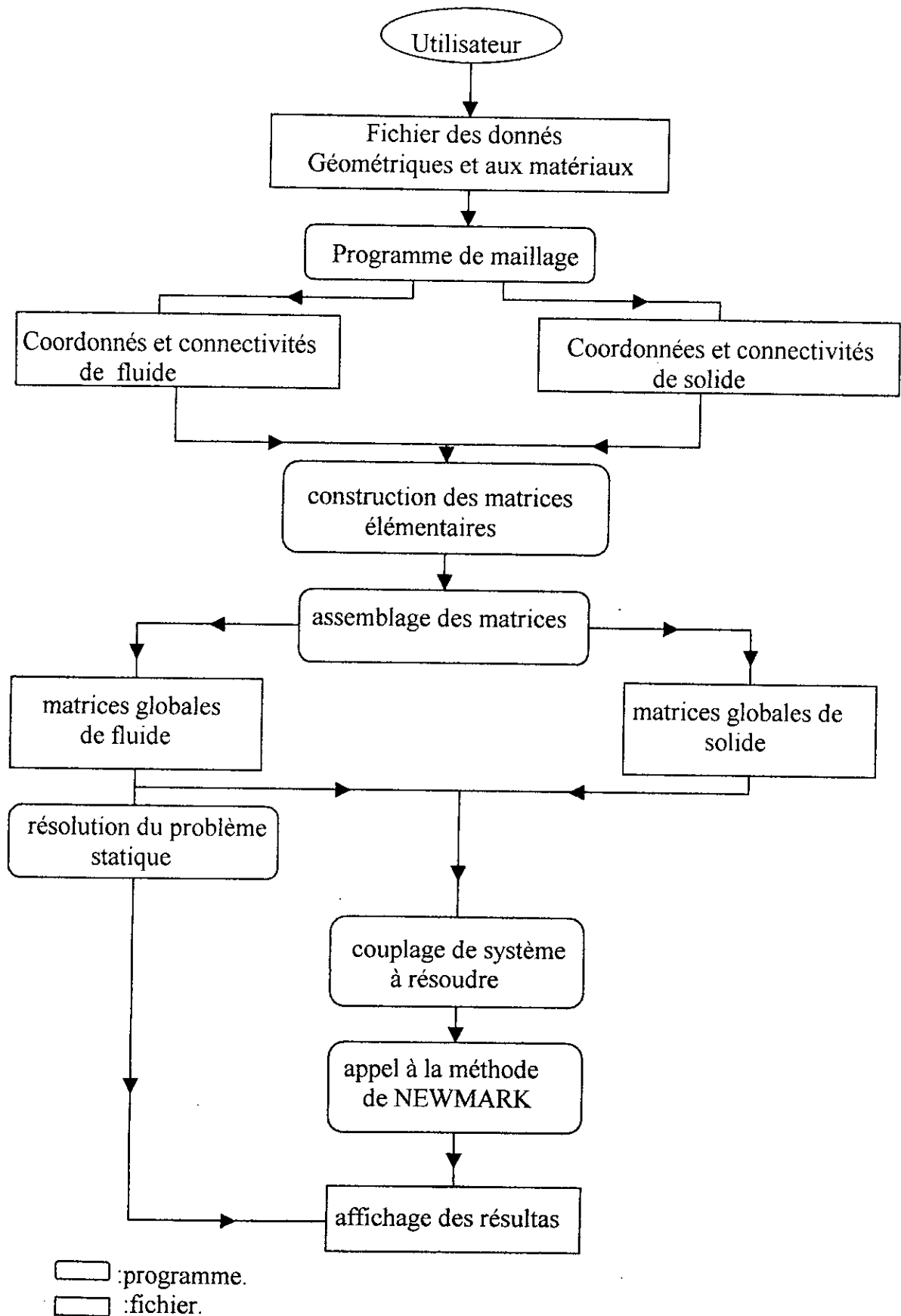


Résolution et couplage

Après tout ce travail sur le calcul des matrices qui caractérisent le fluide et le barrage, on ait besoin maintenant d'une subroutine qui peut nous résoudre le système couplé .

Pour cela il existe plusieurs méthodes de résolution, et on a choisi la méthode de **NEWMARK** pour le calcul de déplacement, de vitesse, d'accélération et de pression a chaque instant t et pour chaque degré de liberté.

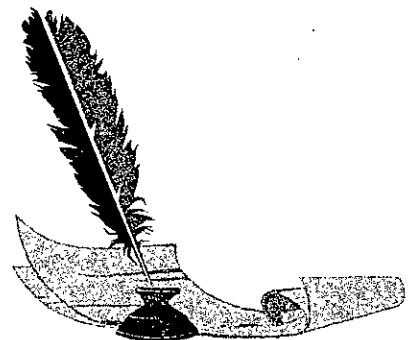
Organisation générale du programme :
notre programme est organisé comme suit





Chapitre 7

Applications et interprétation des résultats



Deux parties essentielles constituent l'ossature de ce chapitre. La première partie est consacrée à la validation du modèle adopté, en comparant les résultats obtenus avec ceux obtenus par ZANGAR [25] et d'autres modèles numériques utilisés auparavant.

La deuxième partie a pour objet l'étude du phénomène d'interaction fluide-structure en prenant en compte l'influence des paramètres suivants :

- L'inclinaison et la forme du parement amont.
- L'inclinaison du fond du réservoir.
- La variation de la masse volumique du fluide.

La distribution de la pression hydrodynamique sur le parement amont du barrage sera représentée par la variation du coefficient de pression $C_p = \frac{P}{\rho a_0 H}$ en fonction de la profondeur considérée à la profondeur totale du réservoir (Y/H).

P : pression hydrodynamique exercée sur le parement amont.

ρ : la masse volumique du fluide.

a_0 : l'accélération maximale du séisme.

H : la hauteur totale du fluide.

On a appliqué notre modèle sur le barrage de *tamagawa*[15] (Japon) qui est l'un des plus grands barrages de point de vue capacité. Il a pour but la régularisation de la rivière *tama*, l'A.E.P, et l'irrigation. La capacité totale de sa retenue est de 254 millions de m³.

Caractéristiques du barrage :

-béton

$$E=2.8 \cdot 10^{10} \text{ Pa.}$$

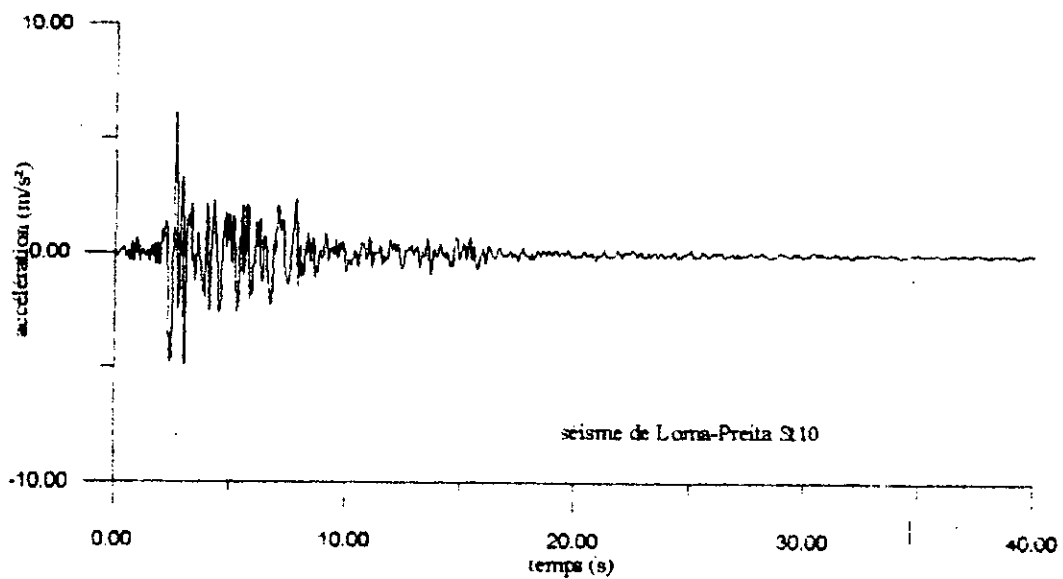
$$\rho=2360 \text{ Kg/m}^3.$$

$$\nu=0.25.$$

niveau d'eau :

$$N.M.E=96\text{m.}$$

$$N.R.N=91.4\text{m.}$$

Caractéristiques du séisme :**Validation :**

En premier lieu, pour les figures (1,3,5,7,9) on remarque que les résultats obtenus par notre modèle sont très proches de ceux obtenus par ZANGAR[25] et le modèle numérique adopté par M^r BECIS Toufik et M^r BELABED Salim[4].Figure(2,4,6,8).

Analyse paramétrique :**Cas où la masse volumique du fluide est considérée constante :**

On constate d'abord pour les figures (11,12,13) que l'inclinaison du parement amont du barrage ainsi celle du fond du réservoir modifie les pressions hydrodynamiques.

Il est trouvé aussi que l'augmentation de l'inclinaison de ces derniers génère une diminution des pressions hydrodynamiques.

D'autre part, la pression hydrodynamique maximale (cas le plus défavorable) est obtenue pour un parement vertical et au fond du réservoir.

Mis à part le parement vertical on constate que la pression hydrodynamique maximale se situe à une certaine hauteur au-dessus du fond du réservoir.

De plus une augmentation maximale de l'inclinaison du parement amont et du fond peut engendrer des pressions négatives au pied du barrage qui peuvent générer des cavitations qui sont déconseillées pour les structures en béton.

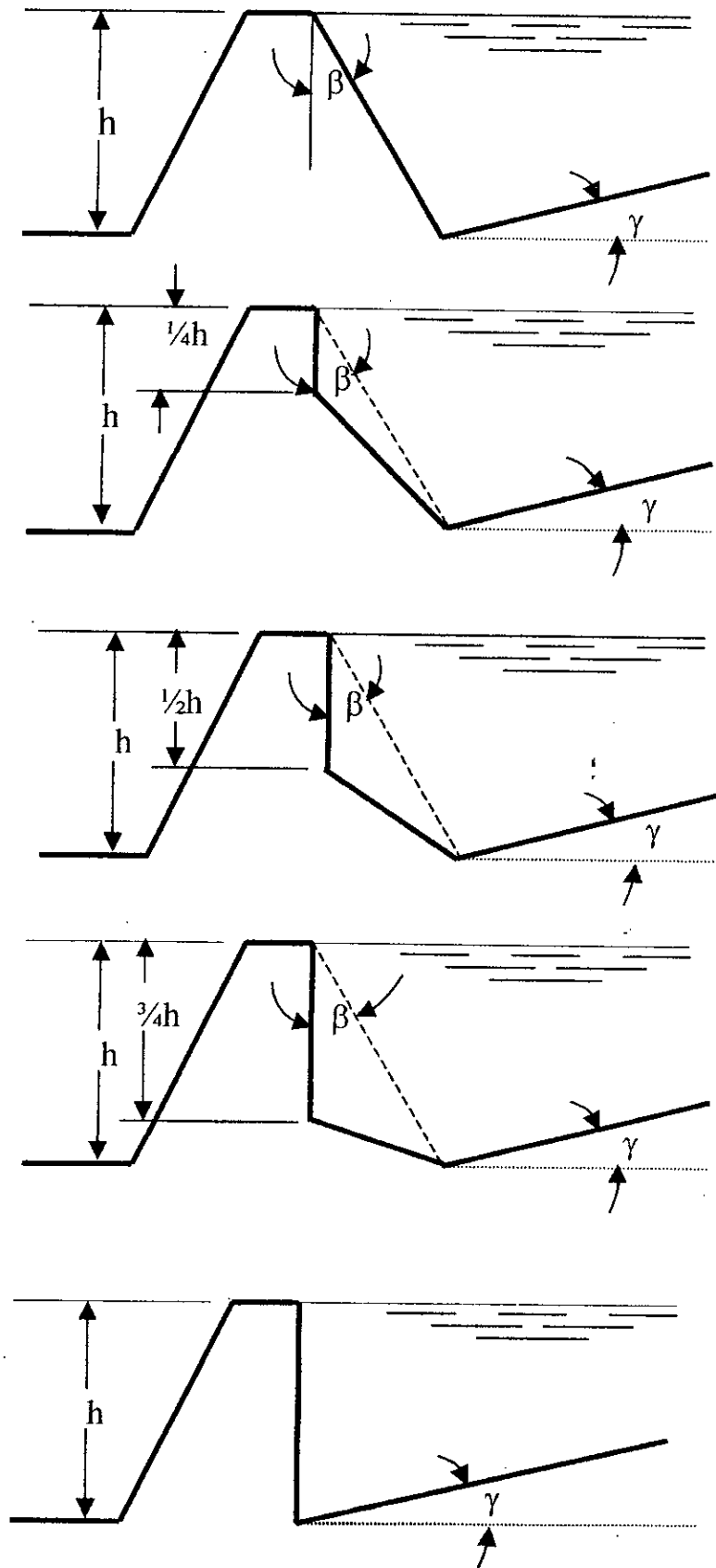
Pour les figures (17,18,19) et (20,21,22) on constate que la forme de l'inclinaison du parement amont du barrage influe sur les pressions hydrodynamiques.

Cependant si on prend la partie vertical du parement amont, on remarque pour le cas « $(4/4)h$ » la pression maximale est obtenue au pied du parement, tandis que le cas « $(3/4)h$ » et « $(2/4)h$ » la

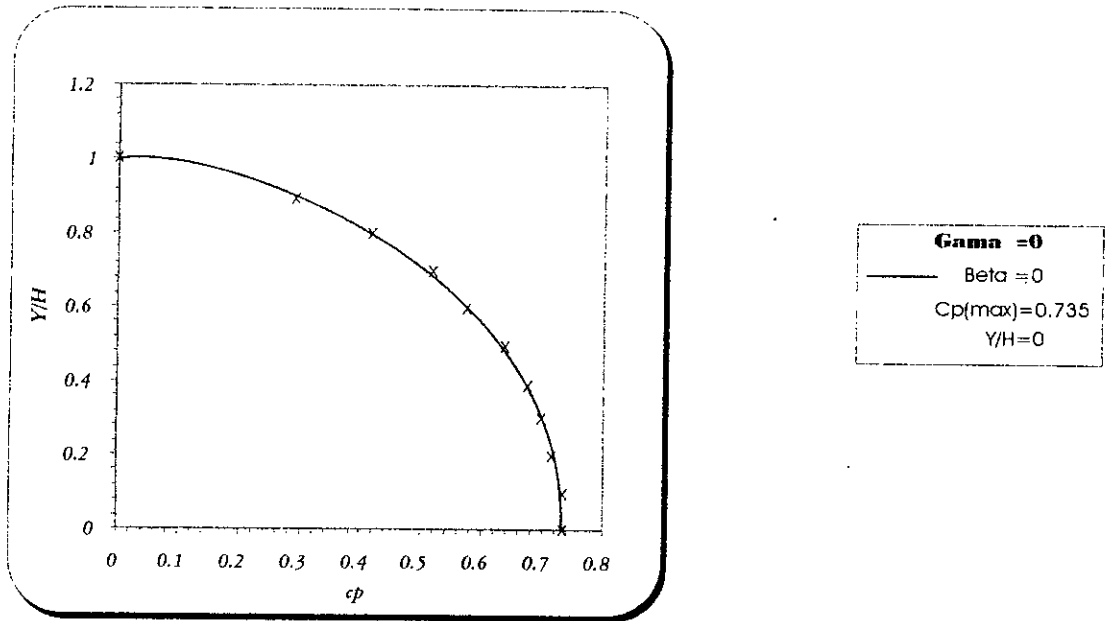
pression maximale se situe a « $(3/4)h$ » et « $(2/4)h$ » respectivement de la hauteur du réservoir.

Mise a part ces trois cas, le dernier cas qui est « $(1/4)h$ » la pression hydrodynamique maximale se situe a une certaine hauteur du fond du réservoir.

D'autre part, on remarque que pour une augmentation de la partie verticale de l'inclinaison du parement de $1/4h$ jusqu'à $3/4h$ provoque une diminution de la pression hydrodynamique au niveau du fond.

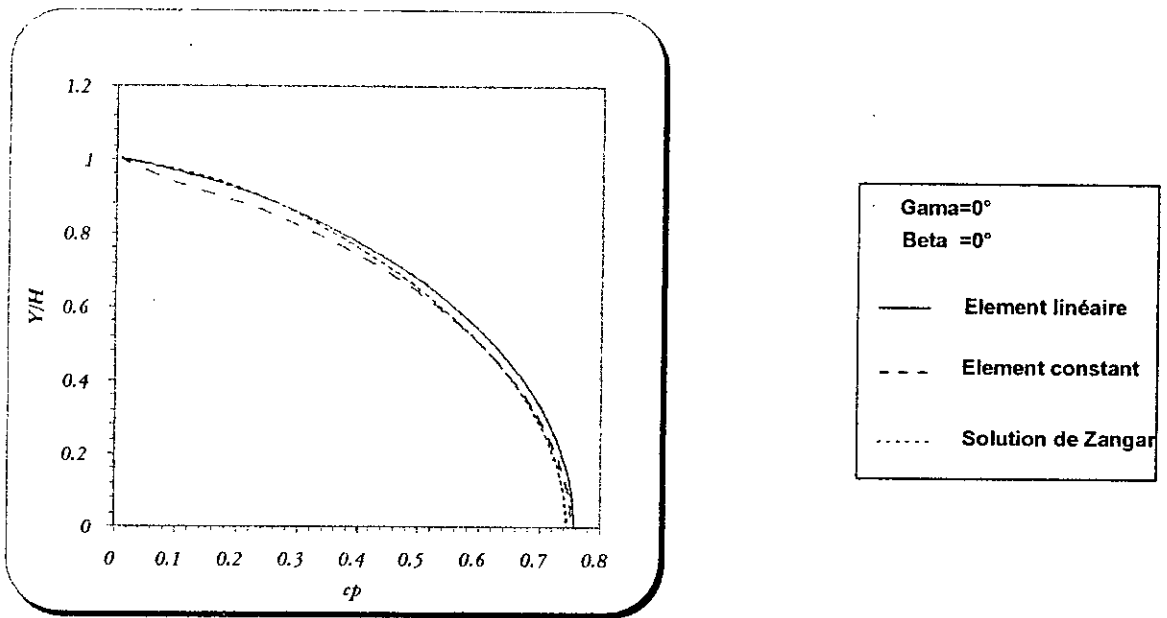


- Les différentes figures du parement amont du barrage.-



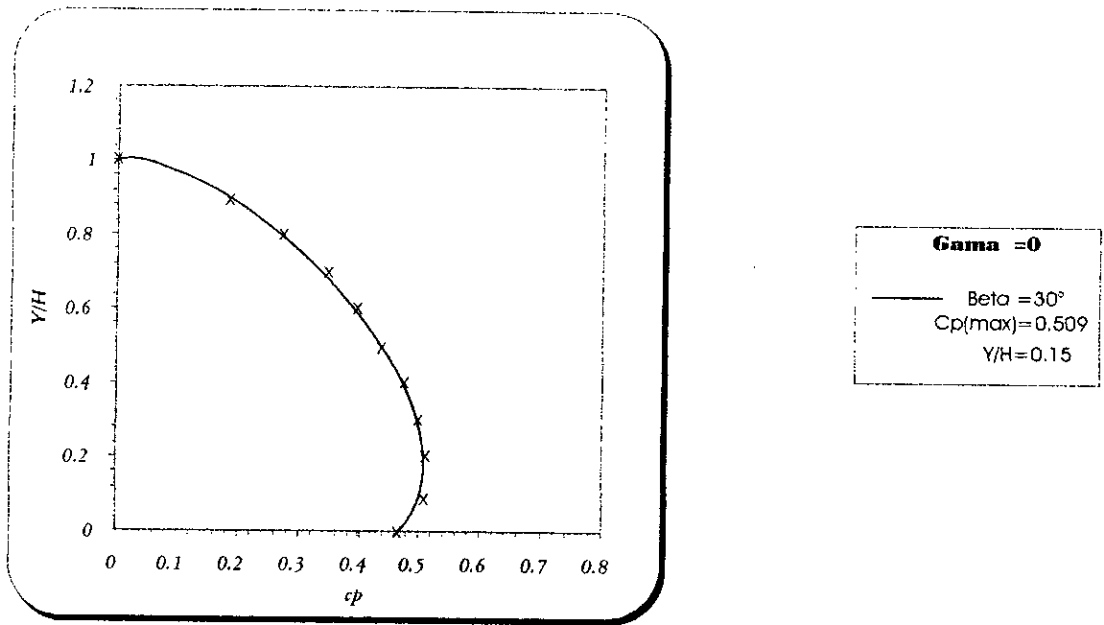
*Distribution de la pression hydrodynamique
 Sur le parement amont d'un barrage poids rigide*

Figure (1)



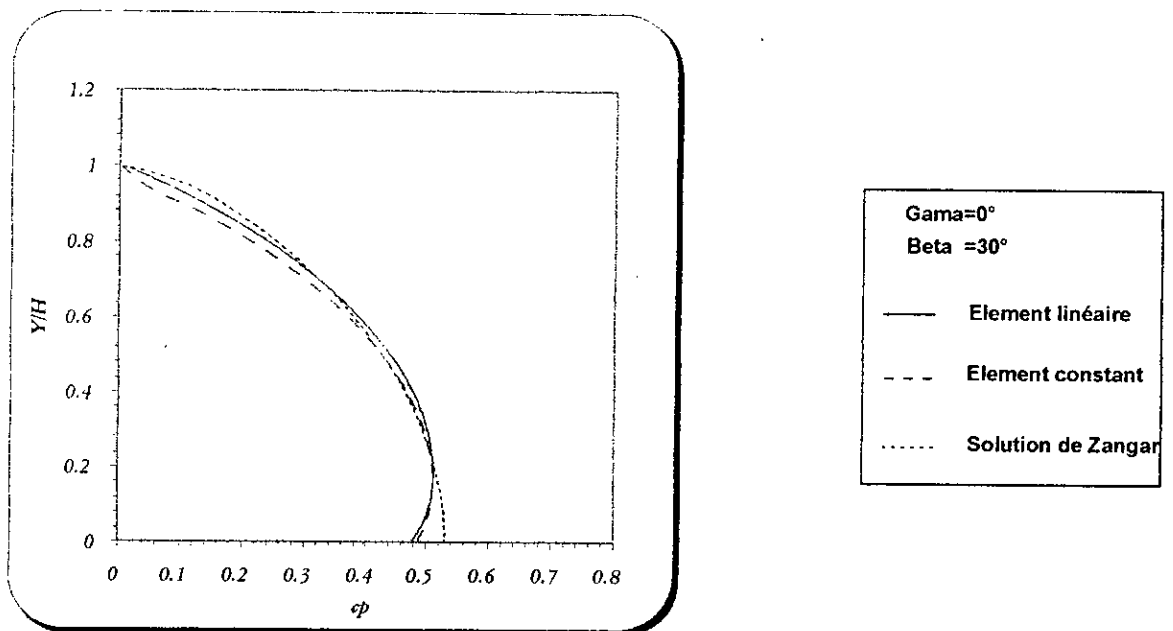
*Distribution de la pression hydrodynamique
 Sur le parement amont d'un barrage poids rigide [4]*

Figure (2)



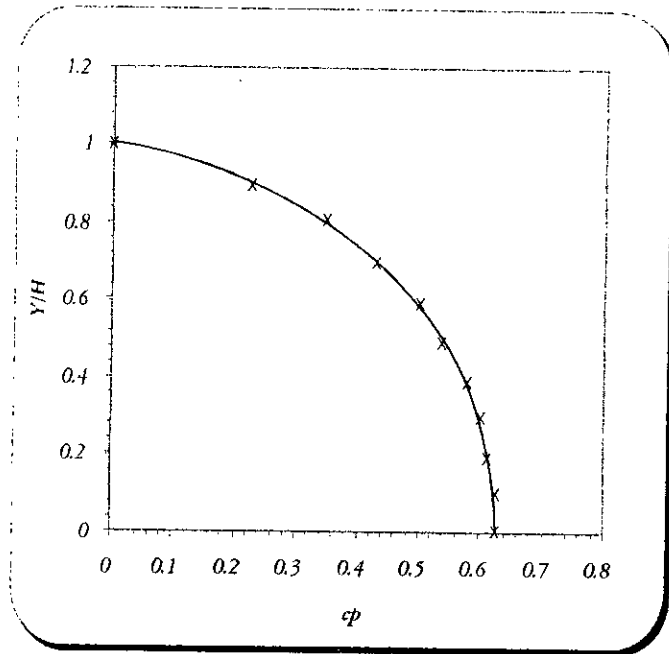
Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (3)



Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide [4]

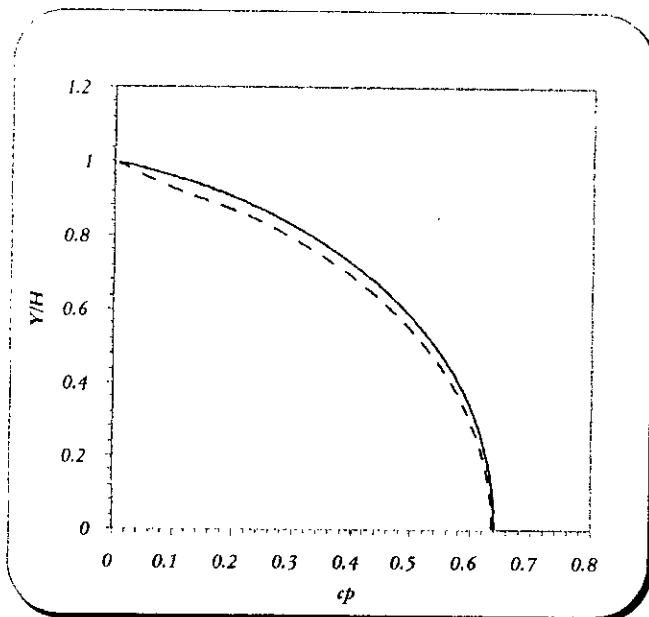
Figure (4)



Gama = 10°
 Beta = 0
 Cp(max) = 0.627
 Y/H = 0

*Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide*

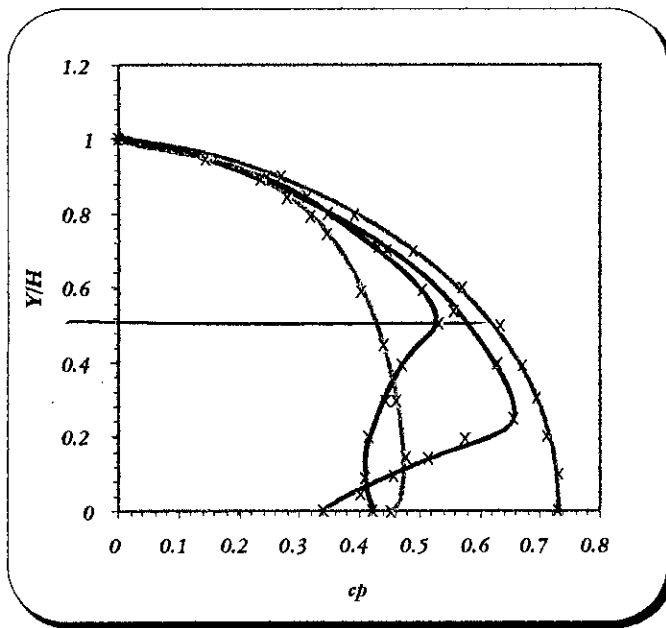
Figure (5)



Gama = 10°
 Beta = 0°
 — Element linéaire
 - - - Element constant

*Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide [4]*

Figure (6)

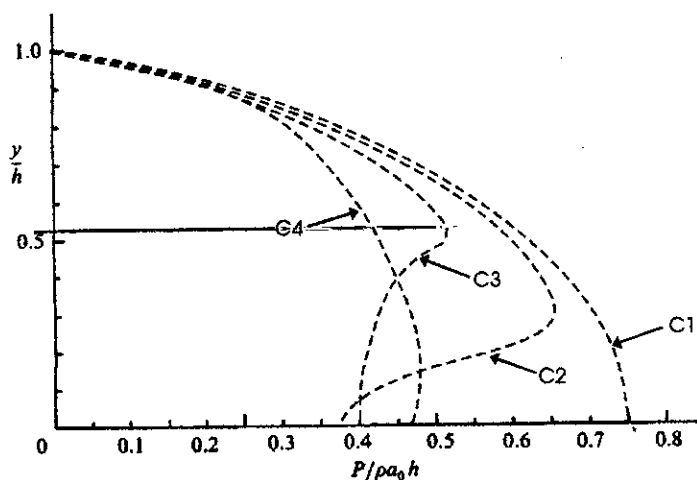


Gama = 0°	
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.735
4/4h	Y/H=0.0
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.662
3/4h	Y/H=0.25
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.531
2/4h	Y/H=0.50
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.473
1/4h	Y/H=0.15

Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (7)

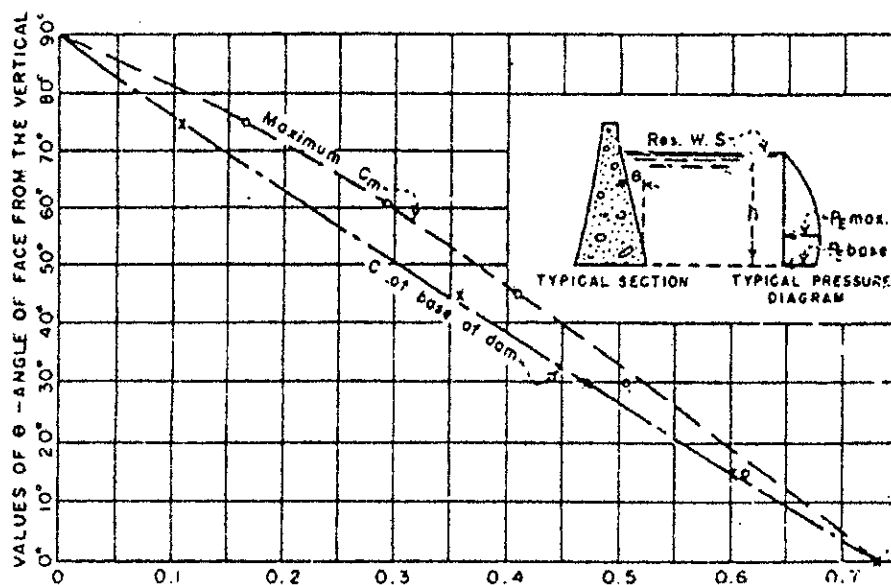
Hydrodynamic pressures on rigid dams during earthquakes



Gama = 0°	
Beta = 30°	
	C1 = 4/4h
	C2 = 3/4h
	C3 = 2/4h
	C4 = 1/4h

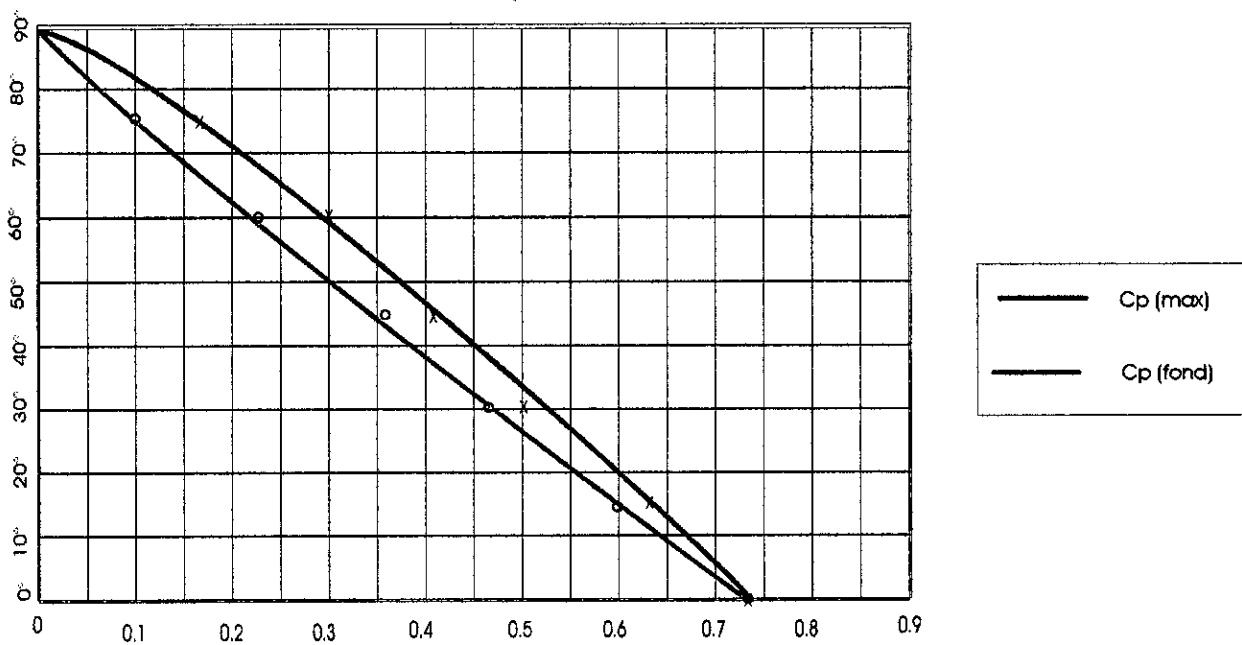
Distribution de la pression hydrodynamique (Zangar)
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide [25]

Figure (8)



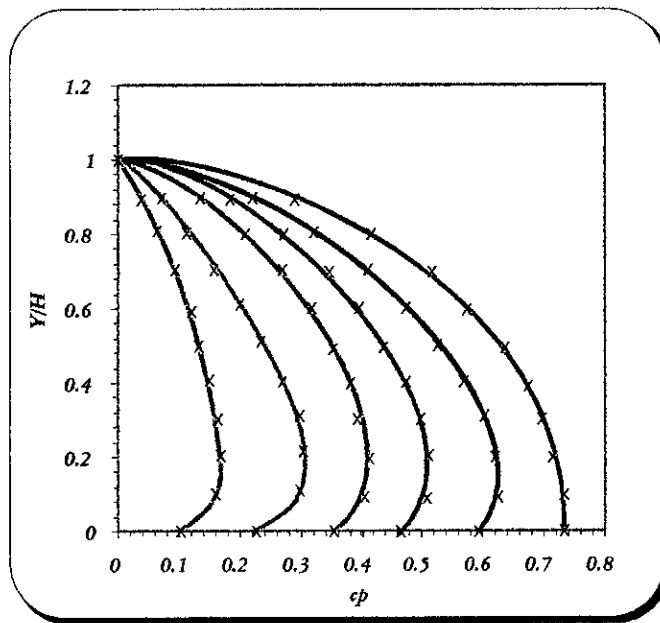
Coefficient de pression maximale et de fond (Zangar) [4]

Figure (9)



Coefficient de pression maximale et de fond (Gama=0°)

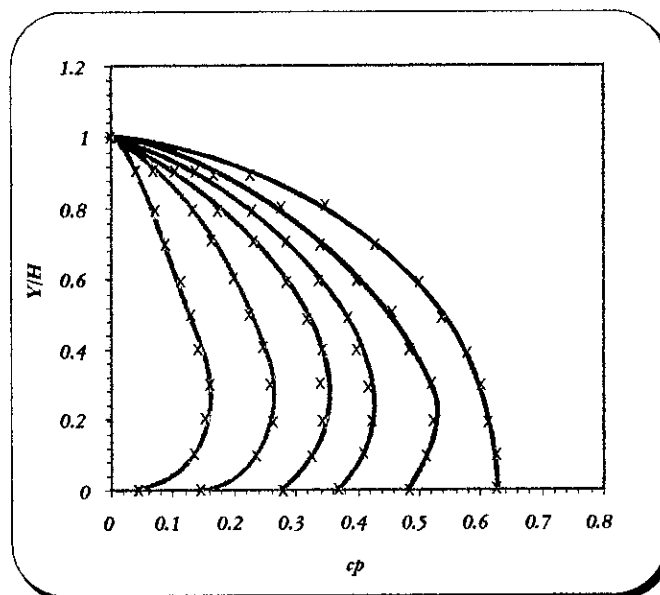
Figure (10)



Gamma = 0	
—	Beta = 0
	Cp(max)=0.735
	Y/H=0
—	Beta = 15°
	Cp(max)=0.631
	Y/H=0.12
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.509
	Y/H=0.15
—	Beta = 45°
	Cp(max)=0.413
	Y/H=0.20
—	Beta = 60°
	Cp(max)=0.301
	Y/H=0.168
—	Beta = 75°
	Cp(max)=0.171
	Y/H=0.148

Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

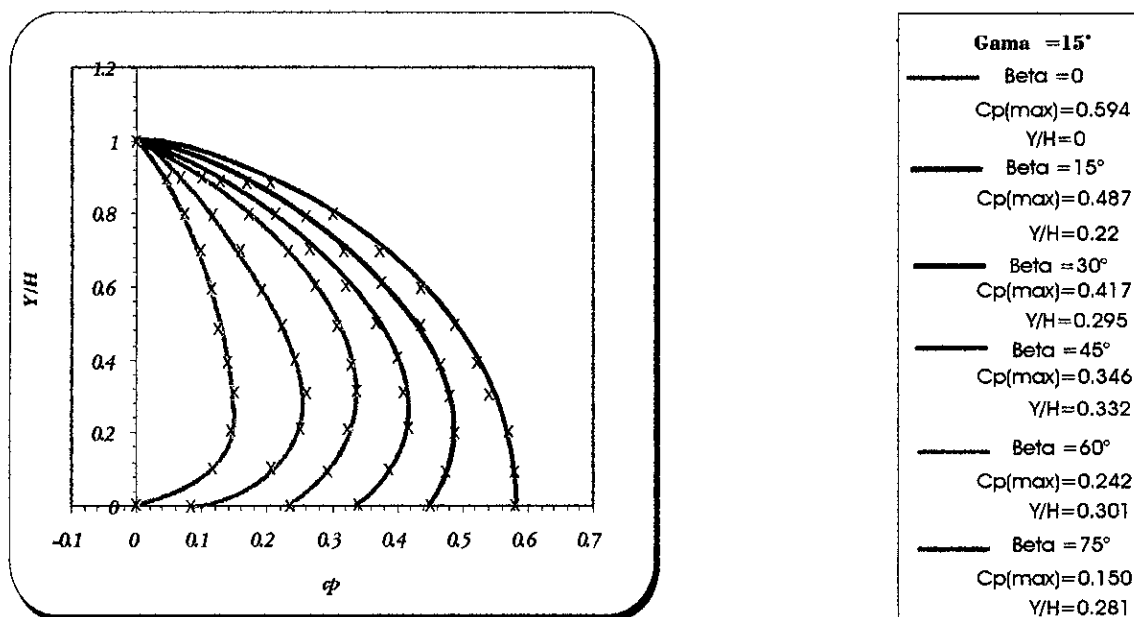
Figure (11)



Gamma = 10°	
—	Beta = 0
	Cp(max)=0.627
	Y/H=0
—	Beta = 15°
	Cp(max)=0.538.
	Y/H=0.216
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.433
	Y/H=0.252
—	Beta = 45°
	Cp(max)=0.361.
	Y/H=0.302
—	Beta = 60°
	Cp(max)=0.262
	Y/H=0.291
—	Beta = 75°
	Cp(max)=0.162.
	Y/H=0.287

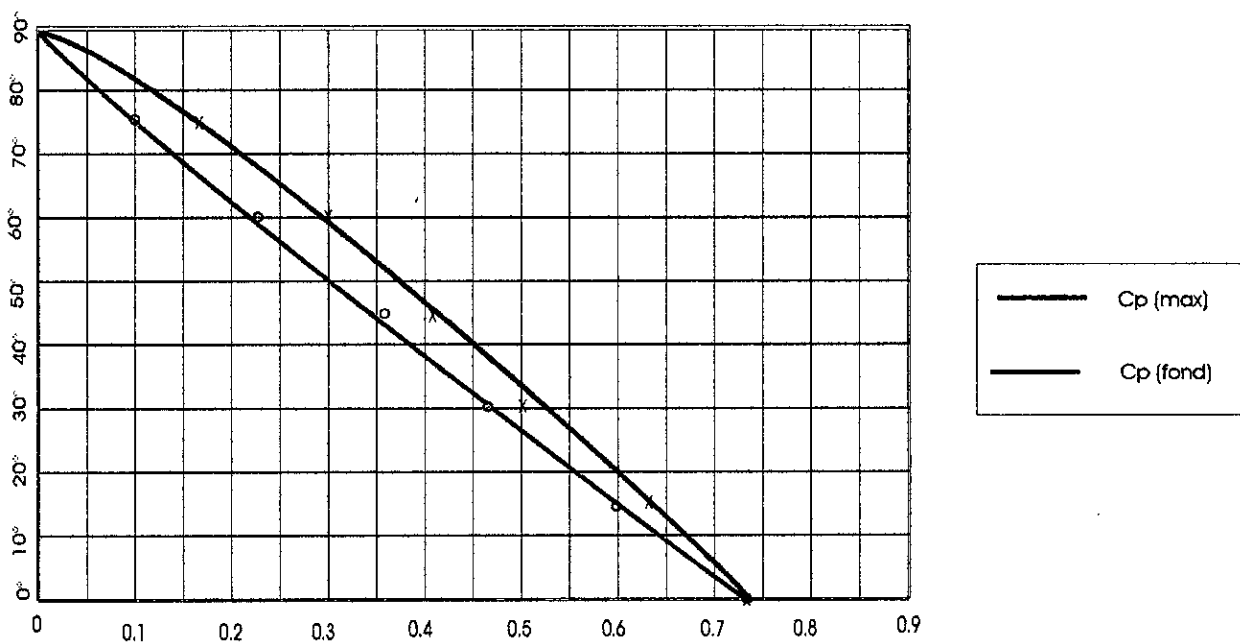
Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (12)



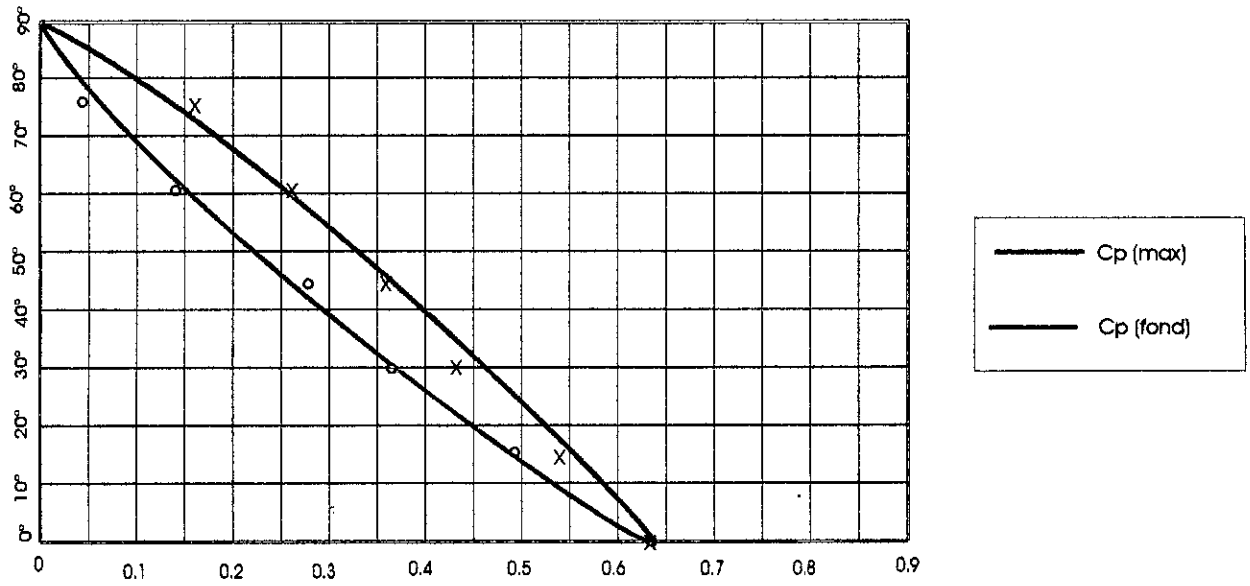
Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (13)



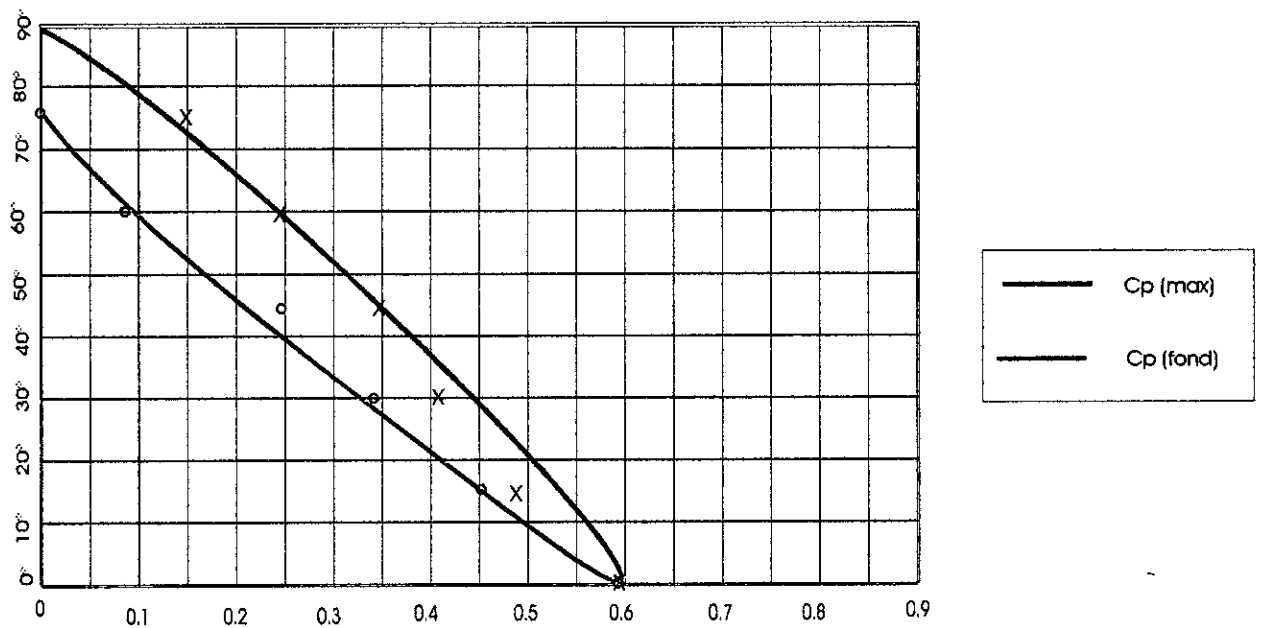
Coefficient de pression maximale et de fond (Gama=0°)

Figure (14)



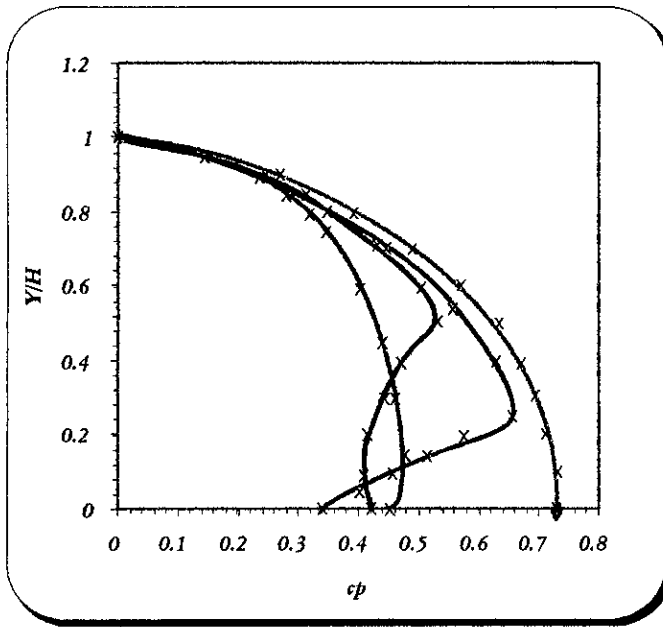
Coefficient de pression maximale et de fond (Gama=10°)

Figure (15)



Coefficient de pression maximale et de fond (Gama=15°)

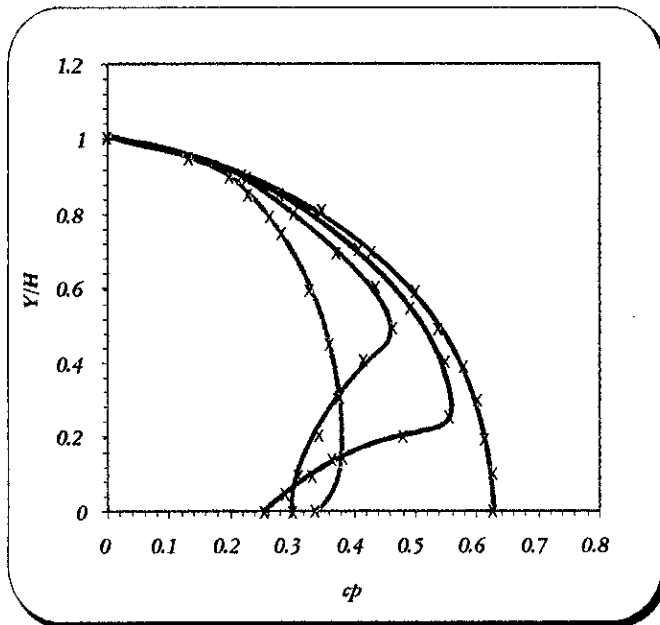
Figure (16)



Gama = 0°	
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.735
4/4h	Y/H=0.0
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.662
3/4h	Y/H=0.25
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.531
2/4h	Y/H=0.50
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.473
1/4h	Y/H=0.15

Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

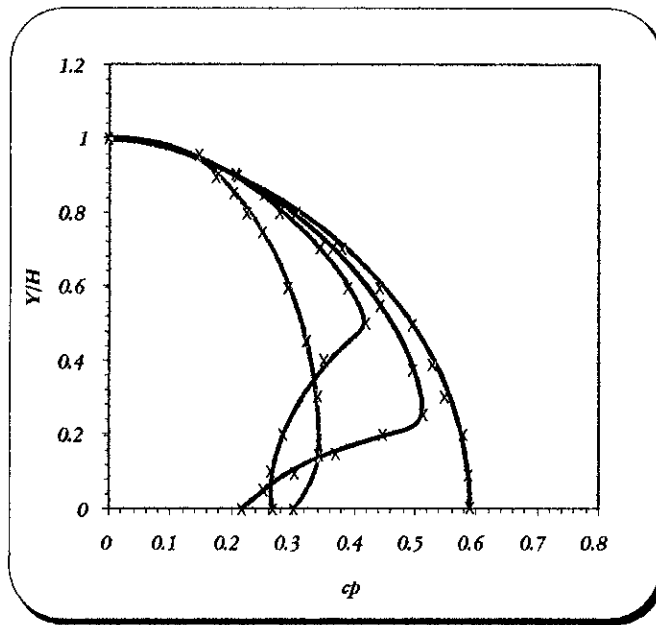
Figure (17)



Gama = 10°	
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.627
4/4h	Y/H=0
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.561
3/4h	Y/H=0.250
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.457
2/4h	Y/H=0.50
—	Beta = 30°
	Cp(max)=0.382
1/4h	Y/H=0.15

Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

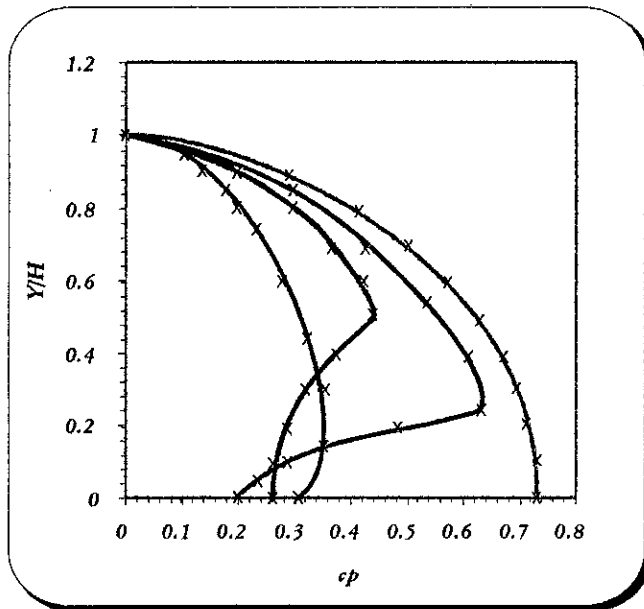
Figure (18)



Gama = 15°	
—	Beta = 30°
4/4h	Cp(max)=0.594 Y/H=0
—	Beta = 30°
3/4h	Cp(max)=0.512 Y/H=0.25
—	Beta = 30°
2/4h	Cp(max)=0.420 Y/H=0.5
—	Beta = 30°
1/4h	Cp(max)=0.348 Y/H=0.15

*Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide*

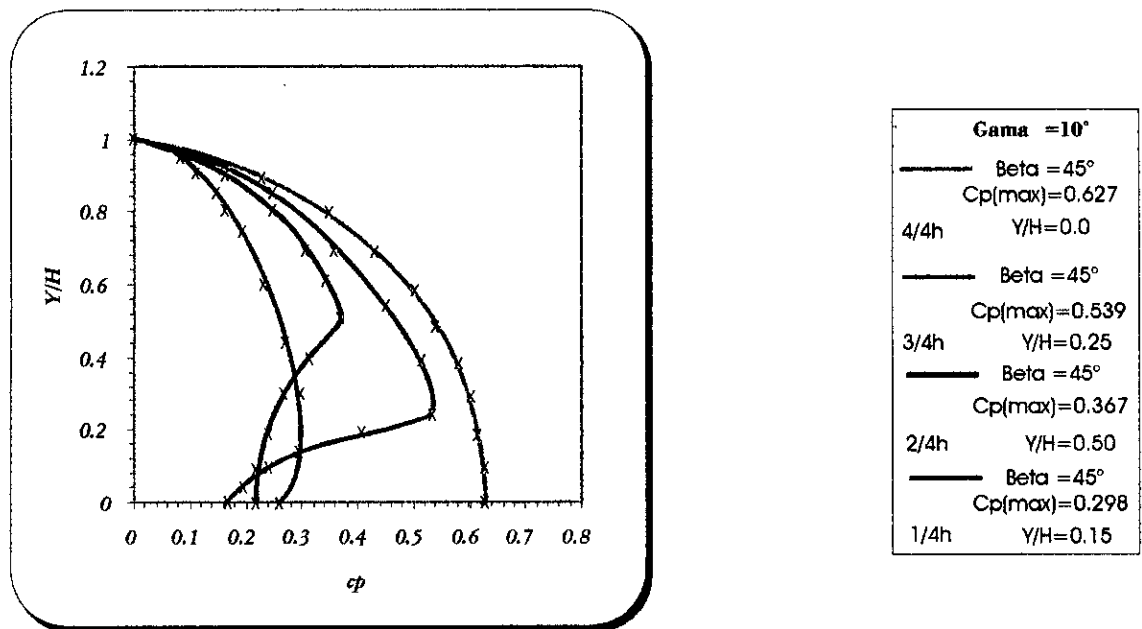
Figure (19)



Gama = 0°	
—	Beta = 45°
4/4h	Cp(max)=0.735 Y/H=0.0
—	Beta = 45°
3/4h	Cp(max)=0.640 Y/H=0.25
—	Beta = 45°
2/4h	Cp(max)=0.441 Y/H=0.50
—	Beta = 45°
1/4h	Cp(max)=0.358 Y/H=0.15

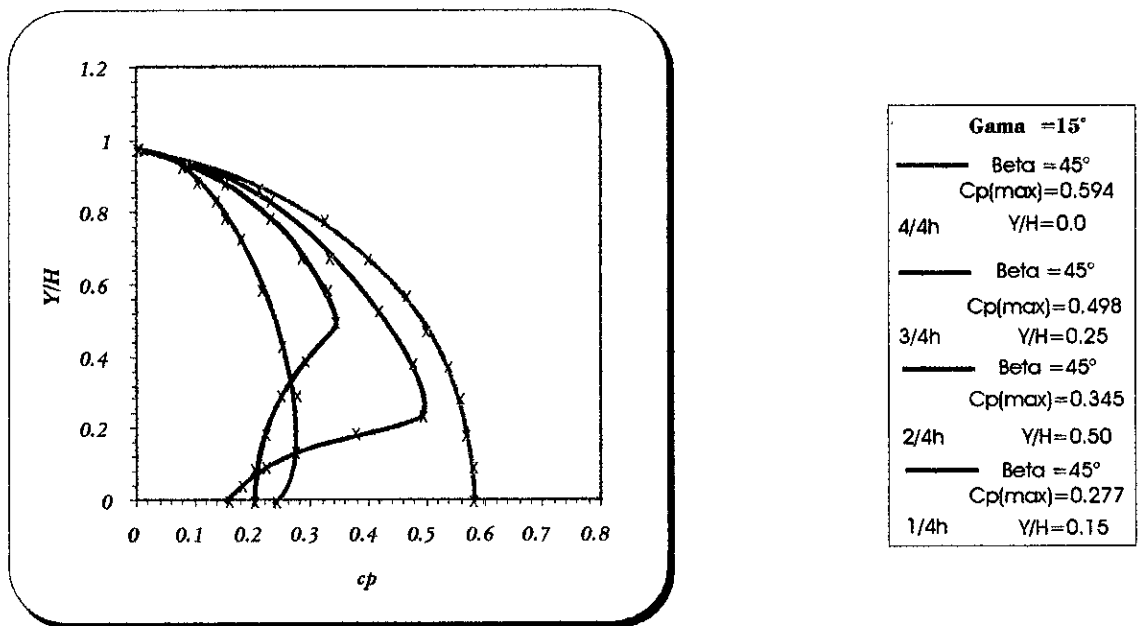
*Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide*

Figure (20)



Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (21)



Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (22)

- Cas ou la masse volumique du fluide est variable :

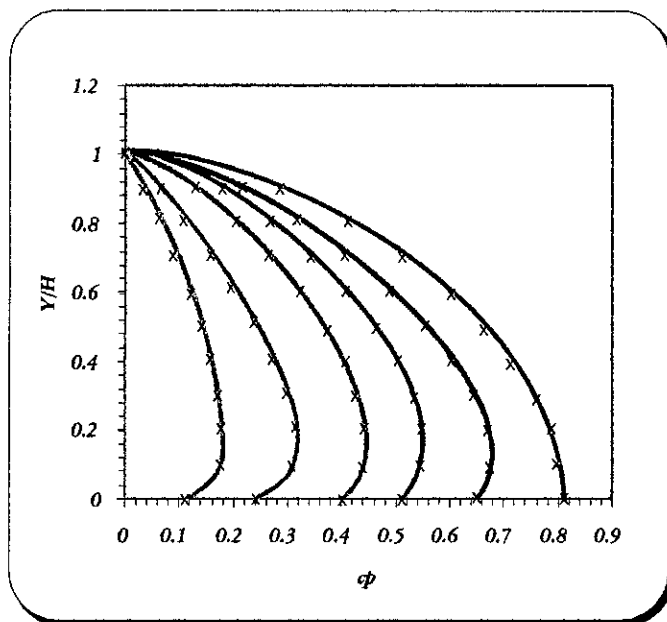
En ce qui concerne la variation de la masse volumique, on a opté pour une variation linéaire suivant la hauteur du réservoir de façon à garder globalement les mêmes caractéristiques du milieu.

L'expression de la variation adoptée est :

$$\rho = a y + b \quad \text{tq : } \begin{cases} a = -1.04 \\ b = 1100 \end{cases}$$

En comparant les figures (23,24,25,26) avec les figures précédentes, on constate l'influence de la variation de la masse volumique, telle que une augmentation de 10% de celle-ci au niveau du fond génère une augmentation d'environ de 11% des pressions hydrodynamiques maximales.

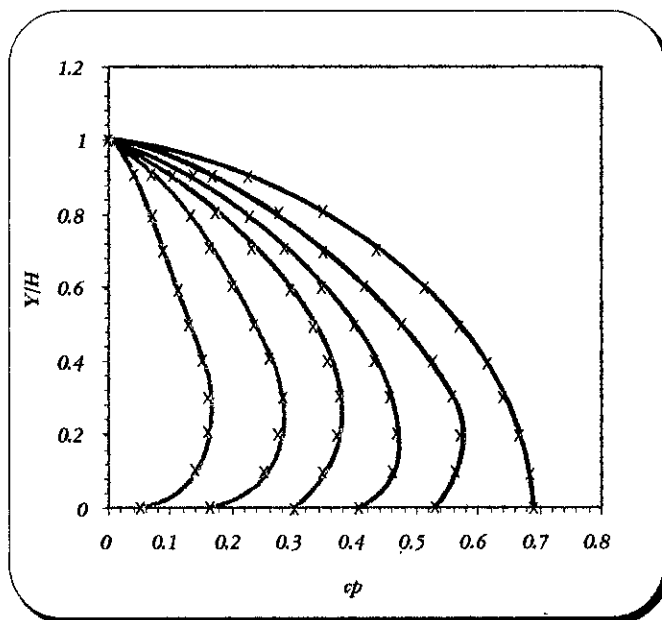
Mis à part ces observations l'interprétation reste la même que pour une masse volumique constante.



Gamma = 0	
Beta = 0	Cp(max)=0.808 Y/H=0
Beta = 15°	Cp(max)=0.682 Y/H=0.12
Beta = 30°	Cp(max)=0.552 Y/H=0.15
Beta = 45°	Cp(max)=0.446 Y/H=0.20
Beta = 60°	Cp(max)=0.321 Y/H=0.168
Beta = 75°	Cp(max)=0.182 Y/H=0.148

Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

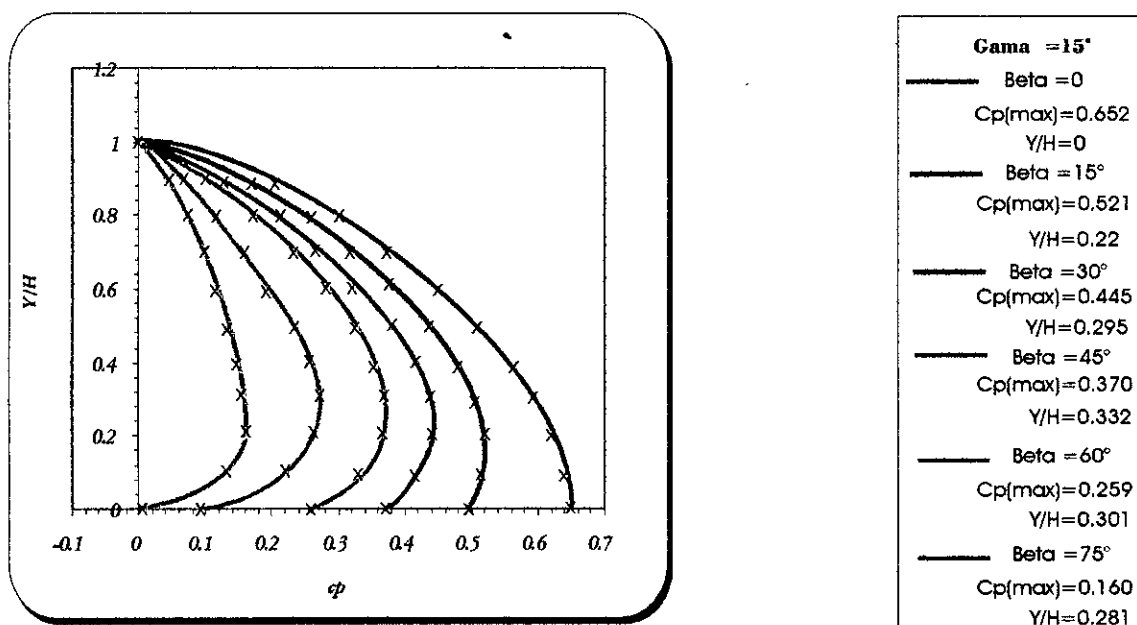
Figure (23)



Gamma = 10°	
Beta = 0	Cp(max)=0.689 Y/H=0
Beta = 15°	Cp(max)=0.580 Y/H=0.216
Beta = 30°	Cp(max)=0.464 Y/H=0.252
Beta = 45°	Cp(max)=0.381 Y/H=0.302
Beta = 60°	Cp(max)=0.280 Y/H=0.291
Beta = 75°	Cp(max)=0.173 Y/H=0.287

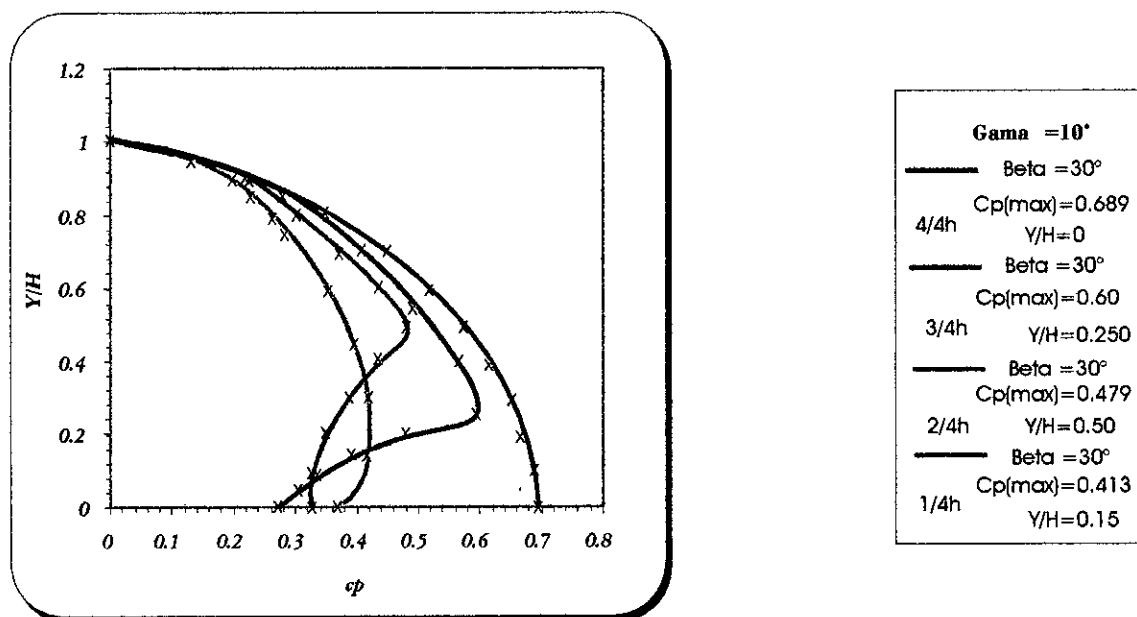
Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (24)



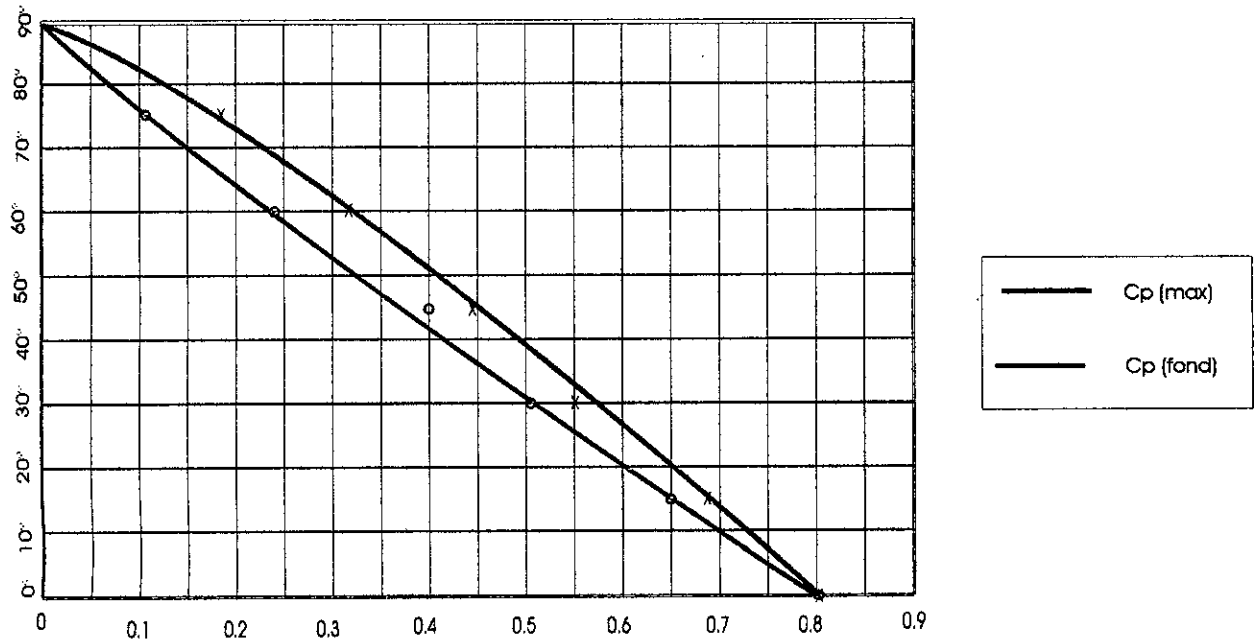
Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (25)



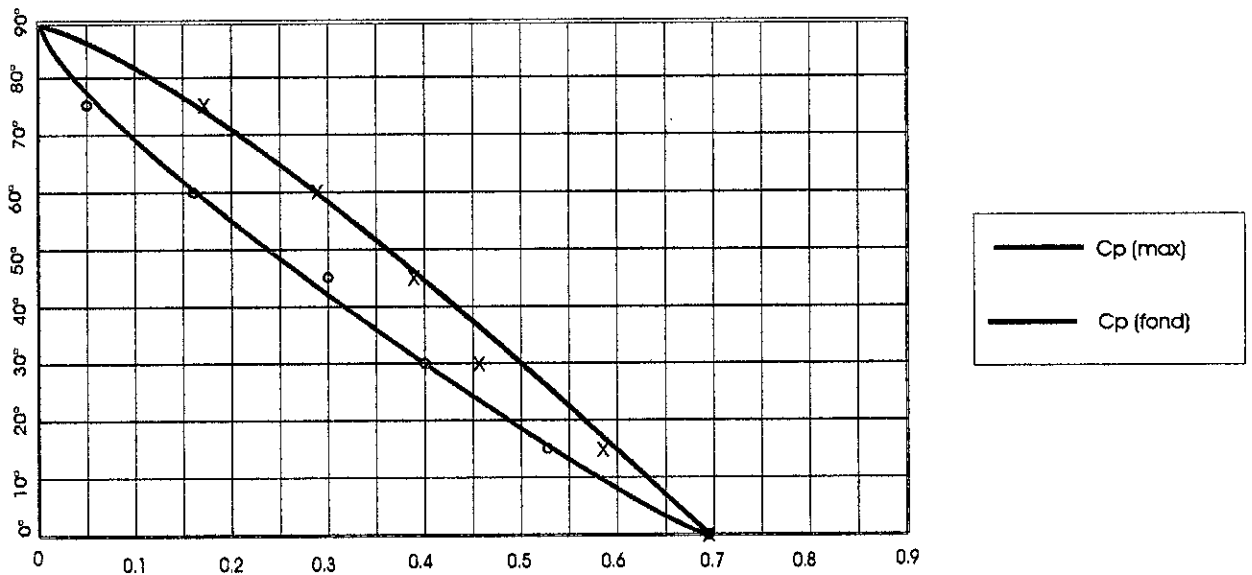
Distribution de la pression hydrodynamique
Sur le parement amont d'un barrage poids rigide

Figure (26)



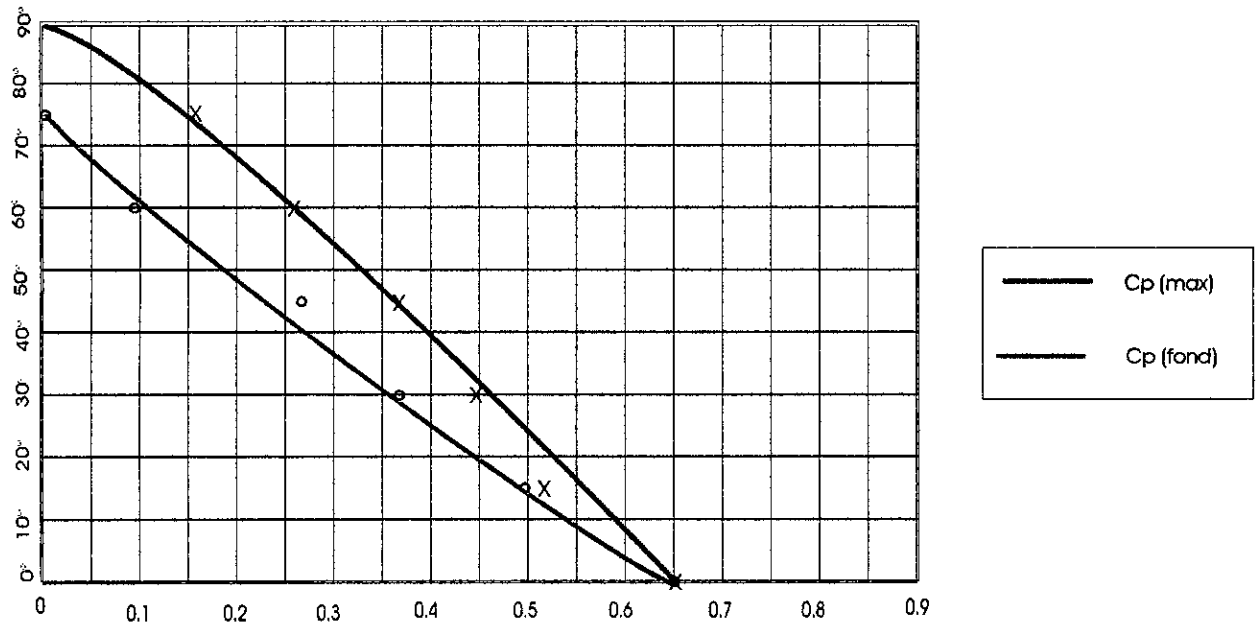
Coefficient de pression maximale et de fond ($\Gamma = 0^\circ$)

Figure (27)



Coefficient de pression maximale et de fond ($\Gamma = 10^\circ$)

Figure (28)

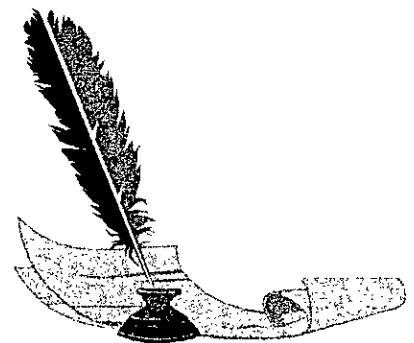


Coefficient de pression maximale et de fond ($\text{Gama}=15^\circ$)

Figure (29)



Conclusion



CONCLUSION

Le travail que nous avons mené et le modèle que nous avons élaboré, nous a permis de nous familiariser avec la méthode des éléments finis.

Cela nous a permis de découvrir un outil d'analyse puissant a large domaine d'application par le biais du quel on peut prendre le comportement d'un système structure-fluide donnée sous un chargement donnée.

L'étude faite, nous donne l'occasion de conclure que lors du dimensionnement et la conception d'un barrage poids, le choix de l'inclinaison du parement amont ainsi que le fond de la retenue a une grande influence et doit être pris en considération surtout dans des zones à forte et à moyenne sismicité comme l'Algérie.

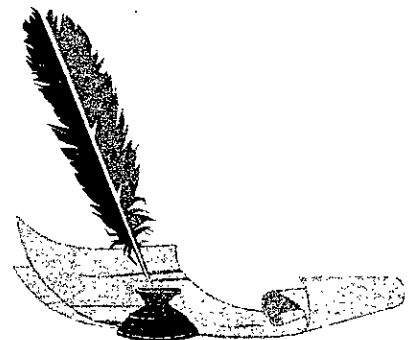
D'après les résultats que nous avons obtenu sur les pressions hydrodynamiques causées par le mouvement du barrage et le fond de la retenue, et en les comparant aux résultats de Zangar et d'autres auteurs, on peut dire que la M.E.F est bien adapté pour l'étude des pressions hydrodynamiques.

La méthode des éléments finis met donc a la disposition de l'ingénieur un moyen efficace d'analyse et de prédimensionnement de l'ouvrage qu'il souhaite réaliser.

Pour compléter ce travail nous recommandons une étude en introduisant d'autres paramètres telle que la vase.



Annexes



ANNEXE 1

Méthode de JORDAN :

- Theoreme de JORDAN :

Soit une matrice carrée A quelconque, il existe des matrices S telles que $S.A=D$, où D est une matrice diagonale d'ordre n.

Principe :

La méthode de JORDAN consiste à transformer le système cramerien $AX=b$ en un système $A'X=b'$, où A' est la matrice identité d'ordre n.

Cette diagonalisation est opérée en n étapes qui se composent d'une opération de normalisation suivie d'une opération de réduction.

- Choix du pivot

$$p_k = a_{l_k, c_k} \quad \text{où} \quad a_{l_k, c_k} = \max |a_{ij}|$$

$$i=1,2,\dots,n \quad i \neq 1,2,\dots,l_{k-1}$$

$$j=1,2,\dots,n \quad j \neq c_1, c_2, \dots, c_{k-1}$$
- Normalisation:

$$a_{l_k, j} = a_{l_k, j} / p_k \quad j=1,2,\dots,n+1$$
- Réduction

$$w = a_{i, c_k}$$

$$a_{ij} = a_{ij} - w \cdot a_{l_k, j} \quad j=1, n+1$$

$$\left. \begin{array}{l} i=1, n \\ i \neq l_k \end{array} \right\} k=1, 2, \dots, n$$
- remise en ordre

$$x_{c_k} = a_{l_k, n+1} \quad k=1, 2, \dots, n$$

Méthode de GAUSS :

L'algorithme de GAUSS est comme suit

- Recherche du pivot

$$P_k = \max[a_{i,k}]$$

$$i = 1, n$$

$$i \neq 1, 2, \dots, k-1$$

- Triangularisation

$$a_{ij} = a_{ij} - (a_{ik} / p_k) \cdot a_{kj}$$

$$i = 1, 2, \dots, k$$

$$j = k, n+1$$

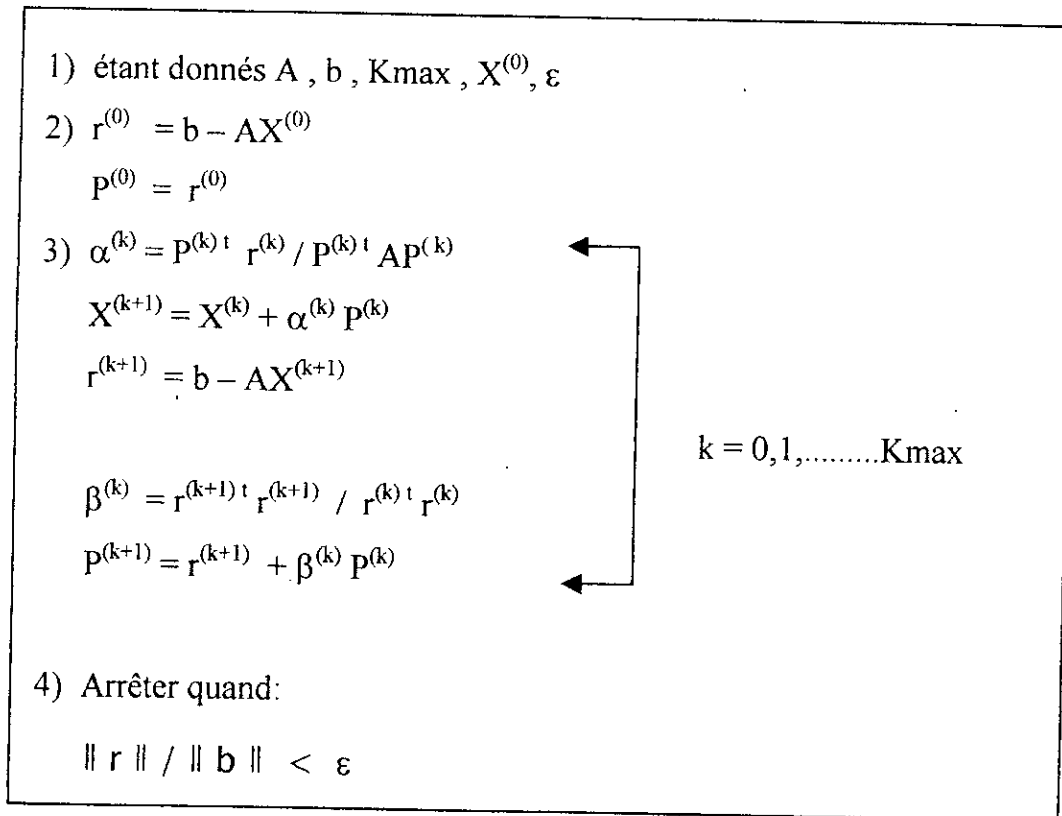
- Résolution de $Ux=b$

$$X_n = [a_{l,n+1}] / p_n$$

$$X_i = [a_{l,n+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{l,j} x_j] / p_i \quad i = n-1, \dots, 1$$

$k = 1, n-1$

Algorithme du gradient conjugué pour la résolution du système linéaire $AX = b$:



Nous avons utilisé plusieurs méthode de résolution du système $AX=b$ cité ci dessous comme suit :

- La méthode de JORDAN avec pivotation totale (directe)
- La méthode de gauss avec pivotation partielle (directe)
- La méthode du gradient conjugué (itérative)

Pour la méthode de gauss les échanges de ligne ne suffisaient pas pour avoir le grand pivot.

D'autre part la méthode du gradient conjugué ne convergée pas toujours a cause du vecteur initial $X^{(0)}$ qu'il faut injecter a chaque résolution.

Donc la méthode de JORDAN avec pivotation totale est la plus intéressante pour le calcul des structures. [13,14]

ANNEXE 2

1-Intégration numérique de Gauss :

1-1Intégration a une dimension :

La méthode de gauss est une méthode d'intégration numérique très utilisée dans laquelle les r coefficient W_i et les r abscisses ξ_i sont déterminés de manière à intégrer exactement des polynômes d'ordre $m \leq 2r-1$.

Remplaçons l'intégrale d'une fonction polynomiale $y(\xi)$ par une combinaison linéaire de ses valeurs aux points d'intégration ξ_i :

$$\int_{-1}^1 y(\xi) d\xi = w_1 y(\xi_1) + w_2 y(\xi_2) + \dots + w_i y(\xi_i) + \dots + w_r y(\xi_r) = \sum_{i=1}^r w_i y(\xi_i) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

déterminons les 2r coefficients de manière à ce que (1) soit vérifier exactement pour le polynôme suivant :

$$y(\xi) = a_1 + a_2 \xi + \dots + a_{2r} \xi^{2r-1}$$

portons cette expression dans (1) :

$$a_1 \int_{-1}^1 d\xi + a_2 \int_{-1}^1 \xi d\xi + \dots + a_{2r} \int_{-1}^1 \xi^{2r-1} d\xi = a_1 (w_1 + w_2 + \dots + w_r) + a_2 (w_1 \xi_1 + w_2 \xi_2 + \dots + w_r \xi_r) + \dots + a_{2r} (w_1 \xi_1^{2r-1} + w_2 \xi_2^{2r-1} + \dots + w_r \xi_r^{2r-1}) \dots \quad (2)$$

pour que (2) soit identiquement vérifier pour tout a_1, a_2, \dots, a_{2r} il faut :

$$\int_{-1}^1 \xi^\alpha d\xi = 2/(\alpha+1) = \sum_{i=1}^r w_i y(\xi_i^\alpha) \quad \alpha = 0, 2, 4, \dots, 2r-2 \quad \dots \dots (3)$$

$$\int_{-1}^1 \xi^\alpha d\xi = 0 = \sum_{i=1}^r w_i y(\xi_i^\alpha) \quad \alpha = 1, 3, 5, \dots, 2r-1$$

Ce système de 2r équation est linéaire en w_i et non linéaire en ξ_i , il détermine les 2r paramètres de (1) sous les conditions :

$$W_i > 0 \quad \& \quad -1 < \xi_i < 1 \quad \} \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

I-2 -Intégration a deux dimensions :

Elles consistent à utiliser dans chaque direction ξ et η une intégration numérique à une dimension. Si nous utilisons r_1 points dans le sens ξ et r_2 points dans le sens η , la méthode de gauss intègre exactement le produit d'un polynôme en ξ d'ordre $2r_1-1$ et d'un polynôme en η d'ordre $2r_2-1$.

La méthode « produit » utilise $r=r_1 \cdot r_2$ points, et elle s'exprime :

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 y(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} w_i w_j y(\xi_i, \eta_j)$$

II-Choix du nombre de points d'intégration :

Ce choix dépend du type d'élément utilisé et de la matrice élémentaire que l'on construit ($[k]$ ou $[M]$), en pratique, on choisit le plus souvent un nombre de points aussi faible que possible pour diminuer le volume de calcul, il existe pour chaque type d'éléments un nombre minimum de points d'intégration en dessous du quel la matrice $[k]$ est singulière malgré l'introduction des conditions aux limites.

Dans notre cas, c'est à dire pour un élément quadrilatéral isoparamétrique à 4 nœuds, il faut 2×2 points.

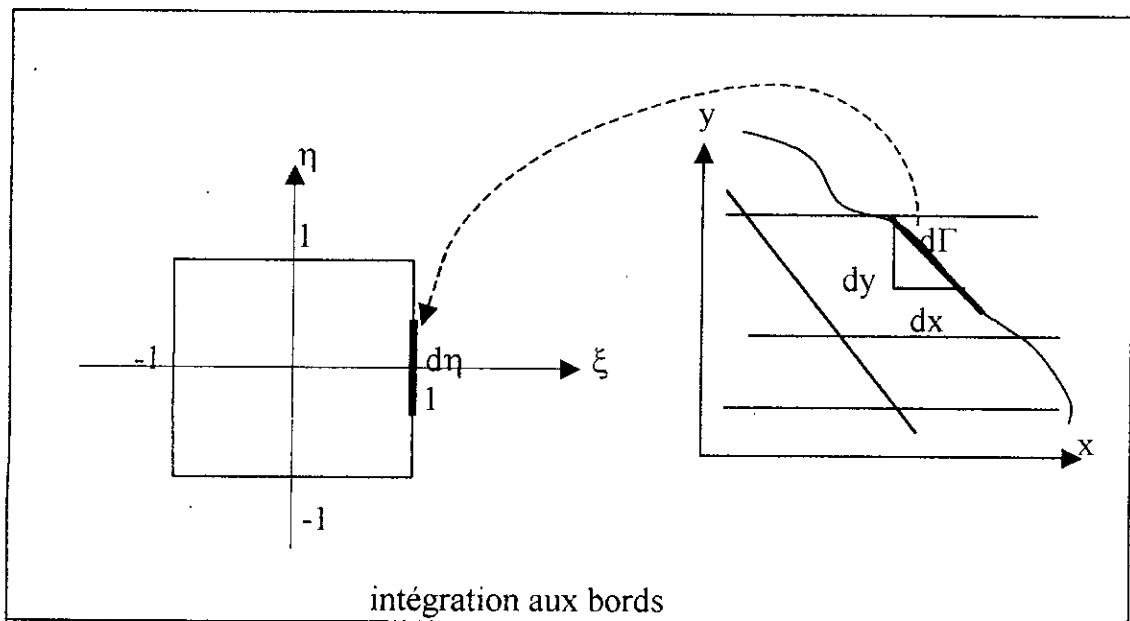
D'après [23], pour les éléments isoparamétriques le nombre de points d'intégration doit permettre l'intégration exacte de $\det(J)$, c'est à dire du volume de l'élément réel.

En fait à chaque point d'intégration d'un élément, sont associés plusieurs relations entre les variables modales de l'élément, pour que la matrice globale $[k]$ ne soit pas singulière. Il faut que le nombre de relation correspondant soit au moins égale au nombre d'inconnus du problème compte tenu des conditions aux limites.

- Expression de $d\Gamma$:

Dans le calcul des intégrales aux contours formulant les conditions aux limites, $d\Gamma$ doit être aussi remplacée par $d\xi$ ou $d\eta$ selon le coté de l'élément réel.

On peut écrire : $d\Gamma = \sqrt{dx^2 + dy^2}$



Le contour Γ correspond à une arête de l'élément, donc l'intégration sur l'élément se fait suivant une variable (ξ ou η).

Nous allons expliciter la procédure pour l'exemple de la figure

Sur l'arête concernée on a $\xi=1$, donc :

$$x = \langle N(\xi=1, \eta) \rangle \{ x_n \}$$

$$y = \langle N(\xi=1, \eta) \rangle \{ x_n \}$$

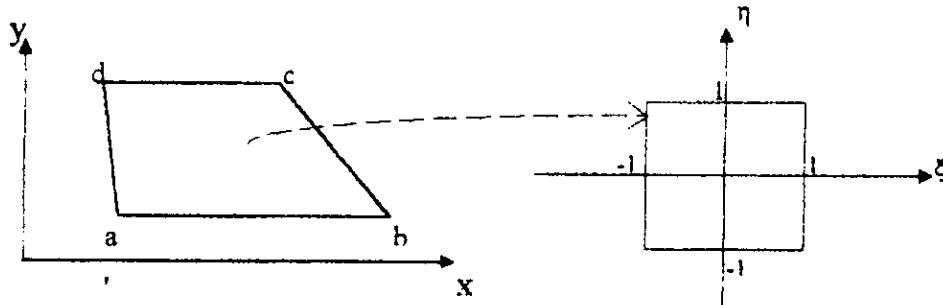
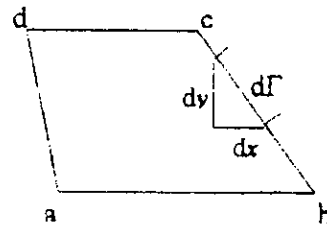
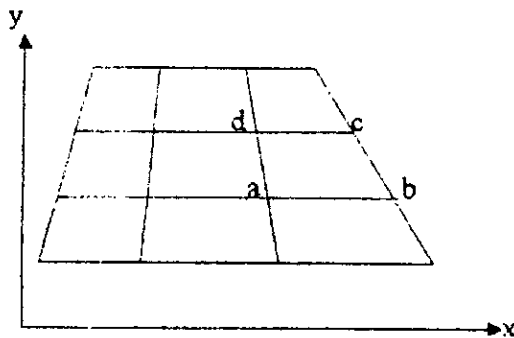
$\int_B^C f(x,y) d\Gamma$ devient :

$$\int_{-1}^1 f(\eta) \sqrt{\left[\left\langle \frac{\partial N}{\partial \eta}(\xi=1, \eta) \right\rangle d\eta \{x_n\} \right]^2 + \left[\left\langle \frac{\partial N}{\partial \eta}(\xi=1, \eta) \right\rangle d\eta \{y_n\} \right]^2} = \int_{-1}^1 f(\eta) J_s d\eta$$

avec :

$$J_s = \sqrt{x_{,\eta}^2 + y_{,\eta}^2} = \sqrt{\left[\left\langle N_{,\eta}(\xi=1, \eta) \right\rangle \{x_n\} \right]^2 + \left[\left\langle N_{,\eta}(\xi=1, \eta) \right\rangle \{y_n\} \right]^2}$$

pour un élément quadrilatéral :



$$\Gamma_{ab} : \begin{cases} \eta = -1 \\ d\Gamma = d\xi \end{cases}$$

$$\Gamma_{cd} : \begin{cases} \eta = 1 \\ d\Gamma = d\xi \end{cases}$$

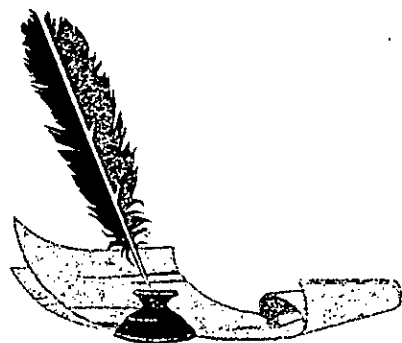
$$\Gamma_{bc} : \begin{cases} \xi = 1 \\ d\Gamma = d\eta \end{cases}$$

$$\Gamma_{ad} : \begin{cases} \xi = -1 \\ d\Gamma = d\eta \end{cases}$$

et l'intégrale de a à b d'une quantité quelconque se ramène de -1 à +1.



Bibliographie



Bibliographie

- [1] **Alain Carrere Odile Ozanam Bernard Tardieu Jean Marc-Crepel.**
«Exemples of stability analyses of gravity dams».
Recent advances in earthquake engineering and structural dynamics.
P887-898(1991).
- [2] **Anil .k. Chopra.**
«Hydrodynamic and fondation interaction effects in earthquake response of concrete dam»
international symposium on erthquakes and dams. Voll.p120.p134.
20may 1987. Beijing China.
- [3] **Ashok .k.Chugh.**
«Hydrodynamic preesures on dams by the boundary element method ».
international symposium on erthquakes and dams Voll.p120.p134.
20 may 1987. Beijing China.
- [4] **T.Becis S.Belabed. O. Belhadj**
Analyse du système barrage réservoir par la méthode des équations intégrales aux frontières.
P.F.E (E.N.P.1996).
- [5] **Bernard Tardieu Alain Carrere Odile Ozanam Jean - Marc Crepel.**
«New development in the seismic analysis of dams ».
Recent advances in earthquake engineering and structural dynamics.
P547-583(1991).
- [6] **V.Bicckovski & V.Mircevska .**
«State of crackes and stability of concrete dam exposed to strong excitation ».
Proceding of the international symposium on new trends and guidelines on dam safety /barcelona/spain/17-19june 1998.p493-499.
- [7] **V.Bicckovski & V.Mircevska .**
«Two dimensional nonlinear dynamic analysis of rockfill dam ».
Proceding of the international symposium on new trends and guidelines on dam safety /barcelona/spain/17-19june 1998.p859-866.
- [8] **O.Chaallal.**
«Dynamique des constructions conception parasismique». (Tome 1).
Office des publications universitaires (Algérie 1990).
- [9] **Chen Houqun Yang Dawei Hou Shunzha.**
«Preliminary experimental study on compressibility of reservoir water ».
international symposium on erthquakes and dams. Voll.p13.p24.
20 may 1987. Beijing China

[10] **R.W.Clough and J.Penzien.**

Dynamic of structures.

Mc.Graw-Hill, New York (1975).

[11] **W.E.Daniel and C.A.taylor.**

«Effective ambient vibration testing for validating numerical models of concrete dams».

Earthquake engineering and structural dynamics.N°28.p1327-1344(20may1999).

[12] **Fu Zuoxin.**

«Reservoir bottom condition and hydrodynamic pressure on dams ».

international symposium on erthquakes and dams. Voll.p80.p89.

20 may 1987. Beijing China.

[13] **Gouri Dhatt Gilbert Touzot.**

«Une présentation de la méthode des éléments finis ».

Maloine.S.A.éditeur (deuxième édition 1984).

[14] **A.Gourdin M.Boumahrat**

«Méthodes numériques appliquées»

Office des publications universitaires (seconde édition 1991).

[15] **Isao Nagayam - Shigeharu Jikan.**

« Studie on dynamic behavior of concrete dam during earthquake with hydrodynamic interaction ».

international symposium on erthquakes and dams. Voll.p39.p53.

20 may 1987. Beijing China

[16] **Liu Haowu.**

«A comparative study of earthquake input mechanisms for dynamic analysis of concrete dam».

international symposium on erthquakes and dams. Voll.p147.p157.

20 may 1987. Beijing China.

[17] **Lu Guanping - Chen Houci - Xie Jingjean - Chen Houqun.**

«Modal Identification of arch dam by transient excitation ».

international symposium on erthquakes and dams. Voll.p158.p170.

20 may 1987. Beijing China.

[18] **Laouni Nasser Belazougui M^{ed} El foul Djamel Larbes Said**

Caractérisation du séisme de Ain Temouchent .

Rapport de centre national de recherche appliquée en génie parasismique

Mars 2000.Algérie.

[19] **Laouni Nasser Belazougui M^{ed} El foul Djamel Larbes Said**

Elaboration de lois d'atténuation empiriques pour les régions de l'Algérie du Nord.

Rapport de centre national de recherche appliquée en génie parasismique

Septembre 1999. Algérie.

[20] Paul Rapin.

«Méthodes des éléments finis».

Techniques de l'ingénieur. Volume AF2 N°A656.

[21] Ray .W.Clough.

Dynamique des structures. (Tome 1).

Collection scientifique del'I.P.S.I.

[22] A. Seghir A. Soufari. O.Belhadj

Interaction fluide-structure. Cas des barrages poids en béton.

P.F.E (E.N.P.1995).

[23] O.C.Zienkiewicz R.L.Taylor.

«La méthode des éléments finis. Formulation de base et problèmes linéaires».

Traduction de volume 1. AFNOR technique (1991).

[24] H.M Westergaard

«Water pressures on dams during earthquakes ».

A.S.C.E p1303-1318(New York 1931).

[25] C.N. Zangar

«hydrodynamic pressures on dams due to horizontal earthquake effects ».

eng.Monographe N°11 U.S.Bureau of reclamation (1952).