

Ministere de l'education nationale

Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Departement Hydraulique

Projet de fin d'etude

Modelisation numerique et analyse
de l'ecoulement graduellement varie sur
les courbes des evacuateurs de crues
et les canaux a forte pente.

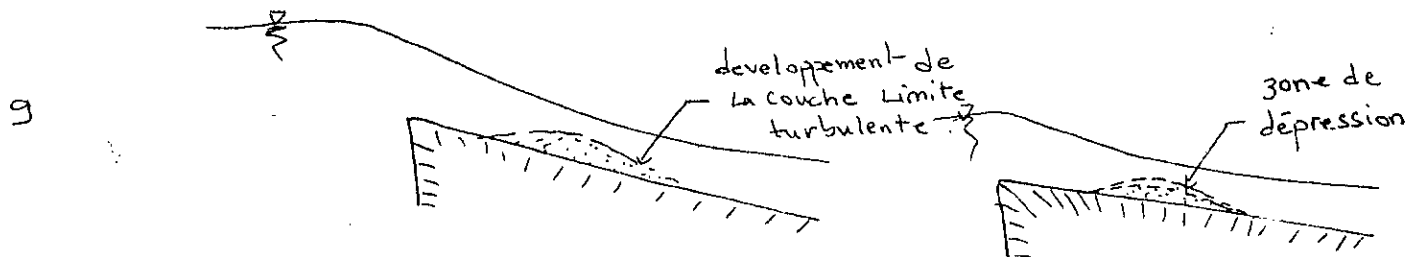
Propose par:
M^{me} BENMAMAR

Etudie par:
M^{me} DJ. AIT MOUHOU
M^{me} M. BAKHTA

Dirige par:
M^{me} BENMAMAR
M^{me} MESSAOUDI

Promotion Juin 1994

<u>Page</u>	<u>Au Lieu de</u>	\longrightarrow	<u>Lire</u>
1	vitesse maximale	\longrightarrow	vitesse minimale
3	L'étude des écoulements AÉRÉ	\longrightarrow	L'étude des écoulements aÉRÉS



18

$$d = \int_{c=0}^{c=g_0} (1-c) dy \longrightarrow d = \int_{y(0)}^{y(g_0)} (1-c) dy$$

23

$$q_{air} = \frac{c}{1-c} q_w \longrightarrow q_{air} = \frac{\bar{c}(x)}{1-\bar{c}(x)} q_w$$

25

$$n = k \sqrt{\frac{8}{f}} \longrightarrow n = k \sqrt{\frac{8}{f_w}}$$

27

$$0 = \frac{dH}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{d} \sin \alpha \right) - \frac{d \sin \alpha}{dx} \frac{dx}{dx} \longrightarrow 0 = - \frac{dH}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{d \cos \alpha}{dx} - \frac{d \sin \alpha}{dx} \frac{dx}{dx}$$

$$- \frac{\bar{E}}{g} \left(\frac{q}{db} \right)^2 \cdot \frac{1}{d} \frac{dd}{dx} - \frac{\bar{E}}{(db)^2} \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \longrightarrow - \frac{\bar{E}}{g} \left(\frac{q}{db} \right)^2 \left(\frac{1}{d} \frac{dd}{dx} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \right)$$

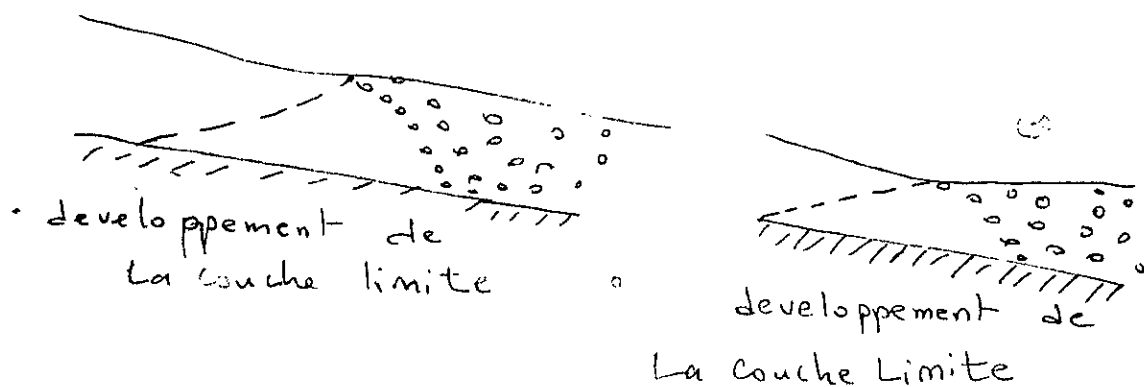
28

$$\frac{dH}{dx} = S_f \longrightarrow \frac{dH}{dx} = - S_f$$

34

Valeur maximale \longrightarrow Valeur d'équilibre

34



36 ————— La première —————> La troisième

$$37 \text{ ————— } \frac{dE}{dx} = \frac{\partial E}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} = \text{ —————> } \frac{dE}{dx} = \frac{\partial}{\partial h} \left(h \cos \alpha + \frac{v^2}{2g} \right) \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial h} \left(h + \frac{v^2}{2g} \right) \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \left(1 - \frac{q^2}{gS^3} \right) \frac{\partial h}{\partial x} = I - J$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \left(\cos \alpha - \frac{q^2}{gS^3} \frac{\partial S}{\partial h} \right) \frac{\partial h}{\partial x}$$

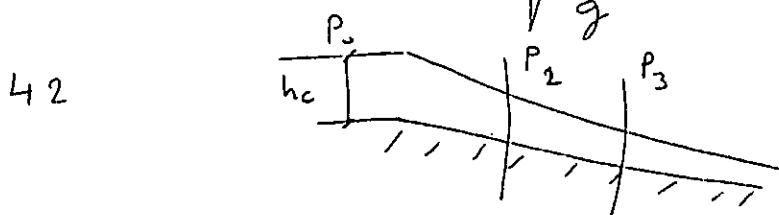
$$38 \text{ ————— } \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{I - J}{1 - F^2} \text{ —————> } \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{I - J}{\cos \alpha - F^2}$$

$$38 \text{ ————— } J = \frac{b}{R_n} \frac{q^2}{S^2} \text{ —————> } J = \frac{q^2}{S^2} \cdot \frac{1}{R_n C^2}$$

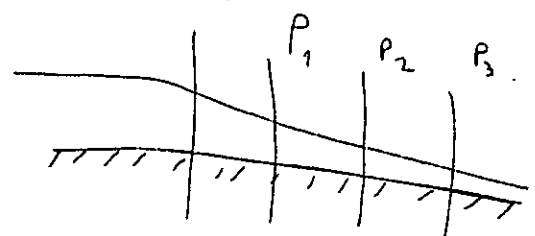
$$38 \text{ ————— } I_c = \frac{q^2}{k_r R_n^{4/3} S^2} \text{ —————> } I_c = \frac{q^2}{k_r R_n^{4/3} S^2}$$

$$39 \text{ ————— } h_n = \left(\frac{q_w^2}{k_r I} \right)^{3/10} \text{ —————> } h_n = \left(\frac{q_w^2}{k_r I} \right)^{3/10}$$

$$39 \text{ ————— } h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \text{ —————> } h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g \cos \alpha}}$$



$$h_0 = h_c > h(x) > h_n$$



$$h_0 = h_c > h(x) > h_n$$

43 ————— profondeur L_0 —————> profondeur h_0

$$50 \text{ ————— } \delta y_n = y_{n+1/2} - y_{n-1/2} \text{ —————> } \delta y_n = \frac{1}{2} (y_{n+1/2} - y_{n-1/2})$$

53 ————— Les écoulements aëriés —————> Les écoulements aëriés

Republique Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'éducation nationale

École Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Département Hydraulique

Projet de fin d'étude

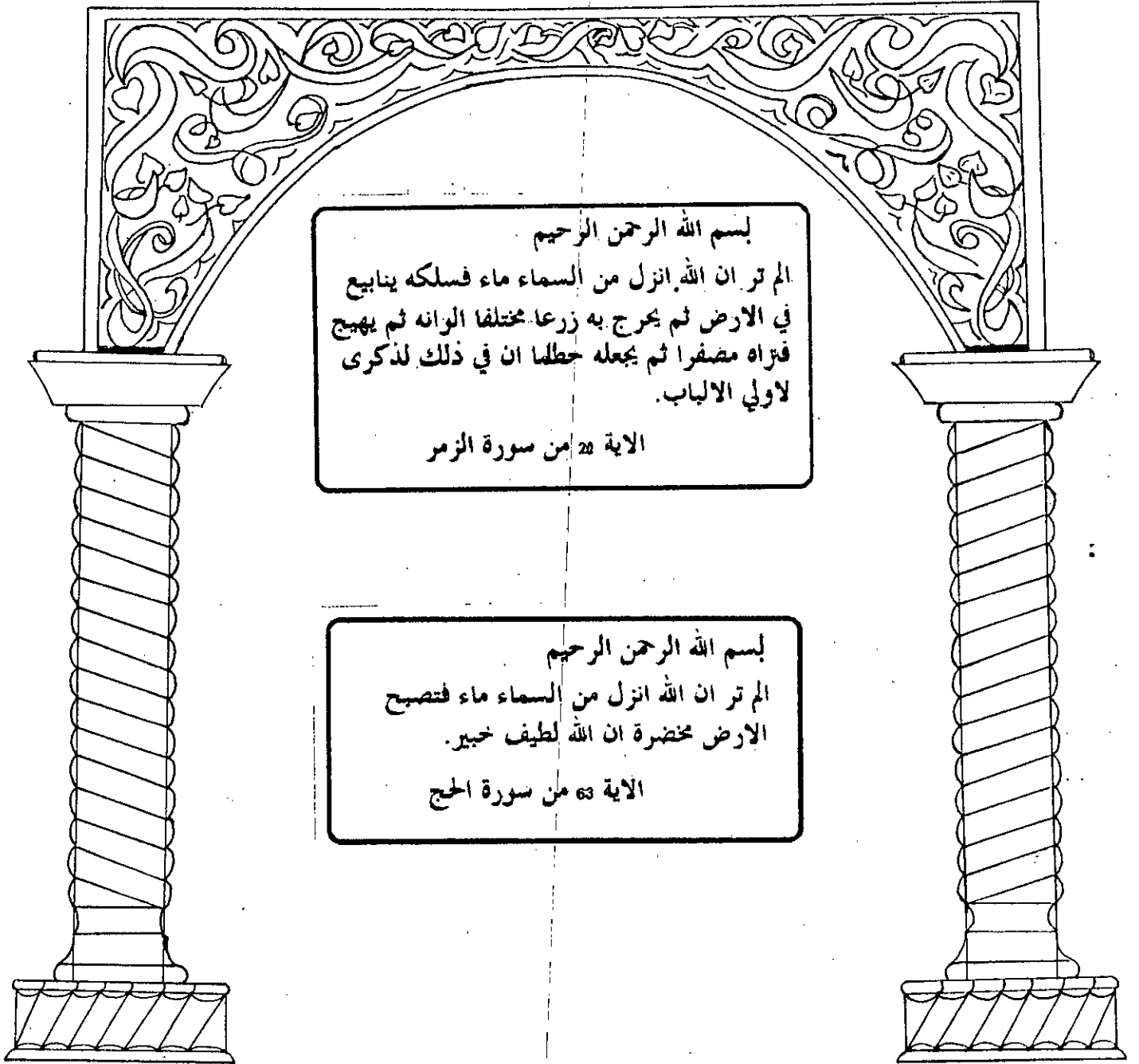
*Modélisation numérique et analyse
de l'écoulement graduellement varié sérié sur
les coursiers des évacuateurs de crues
et les canaux à forte pente.*

Proposé par:
M^{me} BENMAMAR

Etudié par:
M^{me} DJ. AIT MOUHOUSS
M^m M. BAKHTA

Dirigé par:
M^{me} BENMAMAR
M^m MESSAOUDI

Promotion Juin 1994



❁ ❧ *Dédicaces* ❧ ❁

*A ma Mère , et mon père.
A mes Frères et Soeurs .
A mes jolies petites nièces,
IMENE, NESRINE, SOUMIA, KHADIDJA.
A toute ma grande famille.
A mes ami (es) intimes.
A la mémoire de mon grand père
"Mohamed el Hadi".*

*A Moi même.
Je dédie ce modeste travail
Mohamed*



✻ ❧ Dédicaces ❧ ✻

*A ma chère Maman, et mon cher Papa, pour
leur soutien moral et matériel durant toute ma
vie.*

A mes Soeurs , surtout, Farida et Karima.

A mes Frères et beaux Frères.

A mes nièces, et mes neveux.

A la grande famille AIT MOUHOUB

(Baba-hassen, Alger, Ouassif, Tissemsilt)

A tous mes ami (es) (Saïda, Fadhila, Chouib,

Samira, Amel.....

Et à tout ceux et celles qui m'ont aimer.

A Moi même

Je dédie ce modeste travail

Djazira



❁ Remerciements ❁

~~~~~  
*Nous remercions vivement et chaleureusement tous les enseignants qui ont contribué à notre formation durant tous les cycles de nos études.*

*Nous tenons aussi à remercier Notre promotrice Melle BENMAMAR, qui nous a bien encadré tout le long de l'année, et qui n'a cessé de nous apporter les informations scientifiques et la documentation suffisante.*

*Nous remercions également Mr. MESSAOUDI pour son support et ses suggestions constructives*

*Nous exprimons notre profonde reconnaissance à Mr BAKHTA Abderrahmane, pour la mise en forme de cette thèse et pour son aide très précieuse.*

*Enfin, nous remercions toute l'équipe de la bibliothèque de l'E.N.P.*

~~~~~


SOMMAIRE

Page

CHAPITRE. 0

- Aperçu historique



1

CHAPITRE. I

- Introduction

4

CHAPITRE. II

Généralités : cavitation et entrainement d'air

II.1. Considérations générales

6

II.2. Cavitation

8

II. 2.1. Définition

8

II.2.2. Erosion de cavitation

9

II.2.3. Effet de l'air sur la cavitation

10

II.3. Entrainement d'air naturel

11

II.3.1. Présentation du phénomène

11

II.3.2. Mécanisme d'entrainement d'air

12

II.4. Formation de l'entrainement d'air

14

II.5. Début de l'aération superficielle

15

- Conclusion du chapitre

16

CHAPITRE. III

- Modélisation mathématique

III.1. Introduction

17

III.2. Définitions

18

III.2.1. Concentration en air locale

18

III.2.2. Profondeur d'eau pure

18

III.2.3. Concentration en air moyenne

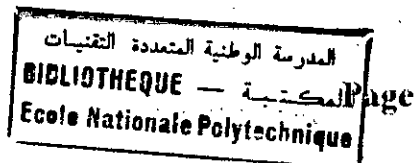
18

S O M M A I R E

Page

III.3. Equation de la conservation de la masse pour l'air	19
III.3.1. Fonctions d'entrainement	19
III.3.2. Définition de la concentration en air moyenne de l'écoulement uniforme	21
III.3.3. Equation différentielle de conservation de la masse pour l'air.	22
III.3.4. Profil de la concentration en air	25
III.3.5. Profil des vitesses	25
III.4. Equation de conservation de l'énergie	26
III.5. Coefficient de perte de charge	30
III.5.1. Influence du nombre de Reynolds	30
III.5.2. Influence de la rugosité	31
III.5.3. Influence de la concentration en air	31
- Conclusion du chapitre	32
CHAPITRE. IV	
- Traitement des conditions aux limites	
IV.1. Introduction	33
IV.2. Conditions aux limites pour la concentration en air moyenne	34
IV.3. Conditions aux limites pour le calcul de la profondeur d'eau pure	35
IV.3.1. Calcul de remous	35
IV.3.2. Paramètres hydrauliques de l'écoulement.	38
IV.3.3. Choix de la méthode de calcul	41
IV.3.4. Détermination des conditions aux limites	44
- Conclusion du chapitre	45

SOMMAIRE



CHAPITRE. V

- Modélisation numérique

V.1. Introduction	46
V.2. Méthodes numériques	47
V.3. Méthode des différences finies	47
V.3.1. Différence finie arrière	49
V.3.2. Différence finie avant	49
V.3.3. Différence finie centrale	50
V.3.4. Choix de la méthode de résolution	51
V.4. Discrétisation des équations différentielles	51
V.4.1. Discrétisation de l'équation de conservation de la masse pour l'air	51
V.4.2. Discrétisation de l'équation de conservation de l'énergie	52
- Conclusion du chapitre	52

CHAPITRE. VI

- Résolution numérique et applications

VI. 1. Introduction	53
VI.2. Description du modèle numérique	53
VI.3. Description du programme	54
VI.3.1. programmation modulaire	54
VI.4. Application du modèle mathématique	58
VI.4.1. Application au coursier de l'évacuateur de crues (barrage d'Aviemore)	58
VI.4.2. Application au coursier de l'évacuateur de crues (barrage de Taksebt)	77
- conclusion du chapitre	84
Conclusion Générale	85
Annexe	87
Références bibliographiques	93

Figure 2-1	Cas typiques où l'irrégularité de la surface d'un canal produit des zones de cavitation et d'érosion qui peuvent en résulter.	6
Figure 2-2	Zones de basse pressions dues à des irrégularités de surface et dégâts de surfaces caractéristiques.	7
Figure 2-3	Le mécanisme de l'érosion par cavitation sur un coursier d'un évacuateur de crues.	9
Figure 2-4	Développement d'un écoulement biphasique dans un canal à forte pente.	11
Figure 2-5	Mécanisme de l'entraînement d'air pour un écoulement à grande vitesse sur un canal à forte pente.	13
Figure 2-6	Développement de la couche limite.	16
Figure 3-7	Écoulement sur un canal à forte pente.	20
Figure 3-8	Ligne d'eau avec variation de la vitesse et de la densité	27
Figure 4-9	Schématisme de la zone graduellement varié.	34
Figure 4-10	Equation du mouvement graduellement varié en canal uniforme.	37
Figure 4-11	Ligne d'eau du régime graduellement varié en canal uniforme.	40

Figure 4-12	Propriétés géométriques de la ligne d'eau.	42
Figure 4-13	Courbe de remous par la méthode <i>pas à pas</i> .	42
Figure 6-14-a	Courbe de remous.	62
Figure 6-14-b	Détermination du point d'inception.	63
Figure 6-15-a	Variation de la concentration en air moyenne.	64
Figure 6-15-b	Entraînement d'air.	65
Figure 6-16-a	Influence de la concentration d'air sur le coefficient de perte de charge.	66
Figure 6-16-b	Influence de nombre de <i>REYNOLDS</i> sur le coefficient de perte de charge.	67
Figure 6-17-a	Influence de la perte de charge sur la profondeur d'écoulement.	68
Figure 6-17-b	Variation de la profondeur d'écoulement.	69
Figure 6-18	Variation de la vitesse moyenne.	72
Figure 6-19	Profils de concentrations en air.	73
Figure 6-20	Profils des densités du mélange.	74
Figure 6-21-a	Profils des vitesses.	75
Figure 6-21-b	Variation des vitesses le long de l'écoulement graduellement varié aéré.	76
Figure 6-22	Variation de la concentration en air (Barrage de <i>TAKSEBT</i>).	79
Figure 6-23	Profils des concentrations en air (Barrage de <i>TAKSEBT</i>).	80
Figure 6-24	Profils des vitesses (Barrage de <i>TAKSEBT</i>).	81

تهدف الأثرية إلى دراسة الخصائص الفيزيائية للمياه المتغيرة تدريجياً عبر المقارنات
و المقارنات الفيزيائية التي تؤدي إلى تحديد
إستعملنا طريقة الفروق المتناهية لحل معادلتين تفاضليتين أساسيتين وهما
معادلة إحتفاظ الكتلة بالنسبة للسواء و معادلة إحتفاظ الطاقة، مع أخذ بعين
الاعتبار الشروط التفاضلية الخاصة.
التطبيق الميداني للنتائج المتحصل عليها تخلص في إطار حماية مجاري المقارنات
الفيزيائية من ضرر التدمير.

ABSTRACT :

The thésis consist to study caractéristiques of the gradually varied aérated flow on chutes and steep slopes cannels. The continuity équation and the Energy équation provided two simulltaneous differential équation fundamentals wich can be solved by a finité differences Méthod, The boundaries conditions are considered. The application of the results are developped within the scope of protection the spillways against destruction damages.

RESUME :

Cette étude consiste à déterminer les caractéristiques physiques de l'écoulement graduellement varié aééré, sur les canaux et les coursiers des évacuateurs de crues à forte pente. On a utilisé la méthode des différences finies pour résoudre les deux équations différentielles fondamentales : L'équation de conservation de la masse de l'air et l'équation de conservation de l'énergie, et cela en tenant compte des conditions aux limites spécifiques. L'application pratique de ces résultats sera discuté dans le cadre de protection des coursiers des évacuateurs de crues contre les dommages destructifs.

Chapitre 0- Aperçu historique

" Je me suis heurté à moins de difficultés dans la découverte des corps célestes, malgré leur éloignement étonnant, que dans les recherches sur le mouvement de l'eau courante qui se produit cependant sous nos yeux "

GALILEE

CHAPITRE 0 : APERÇU HISTORIQUE

APERÇU HISTORIQUE :

EHRENBERGER (1926-1930) et LUDIN (1928), ont été les premiers à s'intéresser à l'étude du phénomène d'entraînement d'air naturel. EHRENBERGER a pu enregistrer la distribution verticale de la teneur en air et a établi que la vitesse dans une section transversale varie avec $(\sin(\alpha))^{0,4}$, α : pente du canal. La vitesse maximale pour qu'un écoulement aéré existe fut trouvée égale à 4 m/s.

Au USA, HOUK (1927) a été le premier à signaler les problèmes d'entraînement d'air sur le barrage de dérivation de WILLWOOD, mais les premières études ont été effectuées par LANE(1936-1939) et STEVENS(1938).

HALL(1943), a fait une étude systématique de l'entraînement d'air dans les canaux à l'écoulement libre, où il a établi que l'entraînement d'air dépendait principalement de la rugosité aux parois, du nombre de froude locale et de la Géométrie locale du canal

HICKOX (1945) a décrit la naissance de l'aération sur les coursiers à forte pente, et GUMENSKY (1949) trouve que l'eau aéré avait un effet négligeable sur le comportement des bassins de dissipations.

D'autres expériences ont été faites par VIPARELLI (1951, 1953, 1954, 1958), HALBROUN et COL (1953), STRAUB et COL (1954), YEVDJEVICH et LEVIN (1953).

Cette série de donnée se terminera en partie par la contribution de STRAUB et ANDERSON (1960), analysant la distribution de la teneur en air dans les conditions d'équilibre, c'est-à-dire l'écoulement aéré uniforme.

En dehors des études en laboratoires effectuées par ANDERSON (1952), ANNEMULLER (1961), RAJARATNAM(1962), KILLER et ANDRESON (1969), et LAI (1968), des observations in-situ ont été faites par OKADA, et COL (1959), HARRISON et OWEN (1967), et AKI (1969).

La seconde période, d'intenses expérimentations ont débuté dans les années 70. LAKHSAMANA, RAO, et COL (1968, 1970, 1971) ont trouvé une méthode théorique pour déterminer les distributions de la teneur en air, et la vitesse dans les zones turbulentes libres, et aussi les zones turbulentes le long des murs. GHANGADHARAIHAH et COL (1970) ont étudié le début d'entraînement d'air, et ont établi des formules pour la détermination du coefficient moyen d'entraînement d'air.

KELLER et RASTOGI (1975-1977) ont commencé à examiner les problèmes concernant les évacuateurs des crues.

En parallèle, THANDAVESWADA, LAKSIIMANA et RAO (1978) ont mené une étude expérimentale sur la zone où l'entraînement d'air se développe.

VOLKART (1982) a expliqué le mécanisme d'entraînement d'air, tandis que FALVEY (1979) a proposé une relation pour la teneur moyenne en air dans une section transversale d'un écoulement aéré uniforme.

CAIN et WOOD (1981) ont présenté un nouvel appareillage de mesure de concentration en air, et l'ont utilisé au barrage AVIEMORE en NOUVELLE ZELANDE.

En 1983, WOOD et COL ont établi une méthode modifiée pour localiser le point du début d'entraînement d'air; et ont étudié l'écoulement aéré uniforme. Vers la fin des années 80, l'étude des écoulements aéré s'intensifie, des rapports ont été établit par HOPPING et HOOPES (1988), CHANSON (1989) et WOOD (1983, 1984, 1991).

Chapitre I- Introduction



CHAPITRE I INTRODUCTION

"Tu n'es pas nécessaire à la vie: tu es la vie. Tu es la plus grande richesse qui soit au monde, et tu es aussi la plus délicate, toi si pure au ventre de la terre."

*BASTI-ELUPERY
(TERRE DES HOMMES)*

INTRODUCTION :

Les barrages sont protégés des crues par des ouvrages dits évacuateurs de crues; parmi eux les évacuateurs de surface qui sont situés en crête des barrages.

Les composants d'un évacuateur de crues sont :

- la section de contrôle (déversoir), chenal d'écoulement (coursier) et un dissipateur d'énergie.

L'écoulement sur le coursier de cet évacuateur atteint des vitesses importantes de l'ordre de 50 m/s.

Dans de telles conditions, les dommages d'érosion par cavitation dus à l'implosion des bulles de vapeur sont inévitables et détériorent progressivement l'ouvrage.

Il est impératif de protéger cet évacuateur contre ce phénomène. Ceci peut se faire soit en profilant les surfaces pour empêcher les séparations dans l'écoulement, soit en utilisant des matériaux spéciaux résistant à la cavitation

Cependant, ces solutions sont très onéreuses, pour le cas des évacuateurs ayant des grandes surfaces de contact.

La présence d'air naturel, au sein de l'écoulement réduit considérablement la violence des chocs qui accompagne l'implosion des bulles d'air. Une teneur en air de l'ordre de 8 % en volume au voisinage d'une paroi supprime toute attaque de cette paroi par cavitation, même avec des vitesses de courant d'eau très élevées ($V > 27$ m/s).

CHAPITRE I INTRODUCTION

L'écoulement sur les canaux à forte pente est aéré lorsque le niveau de turbulence est entièrement atteint ;
La zone d'accélération est désignée sous le nom " D'écoulement graduellement varié".

Dans le présent travail, nous nous intéressons à étudier cet écoulement graduellement varié aéré, en déterminant en tout point de cette zone, la distribution de la concentration en air, ainsi que le profil des vitesses. Les calculs seront analysés et comparés avec des résultats obtenus par d'autres auteurs.

Chapitre II- Généralités : cavitation et entraînement d'air



II.1 CONSIDERATIONS GENERALES :

Presque tous les canaux et coursiers d'évacuateurs de crues présentent des défauts de construction, le plus souvent de faible importance, tels que les irrégularités aux joints de bétons, ou décrochements dus à des tassements locaux (figure 2-1, et figure 2-2)

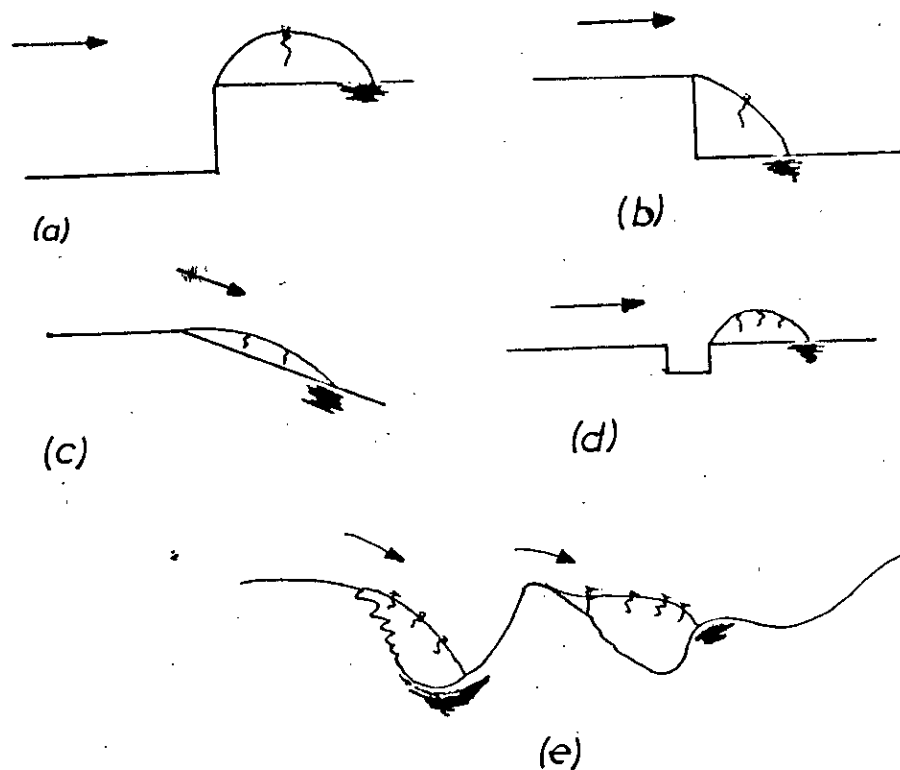


Figure 2-1 , cas typiques où l'irrégularité de la surface d'un canal produit des zones de cavitations et d'érosion qui peuvent en résulter (en noir).
- direction de l'écoulement de gauche à droite.

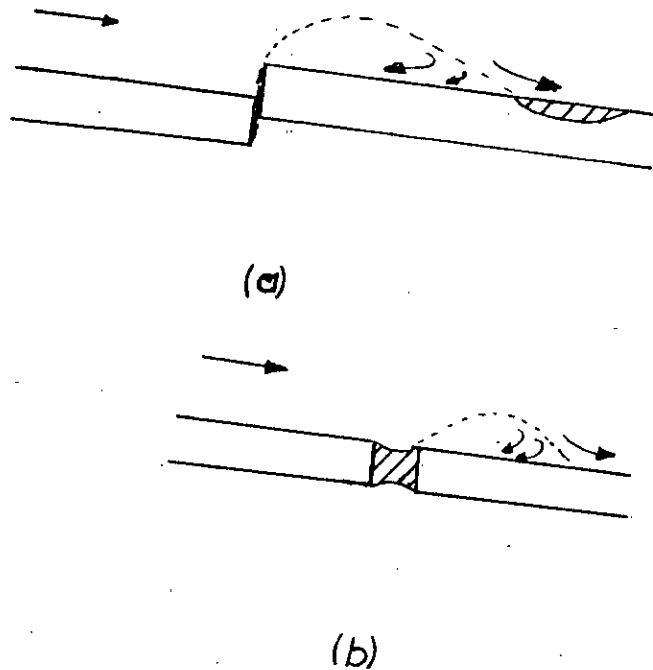


Figure 2-2 zones de basse pressions dues à des irrégularités de surface et dégâts de surfaces caractéristiques.

Les écoulements sur les canaux sont généralement à grandes vitesses de l'ordre de 20-50 m/s, alors que la pression statique est faible.

Des variations locales des vitesses et des pressions se présentent dans l'écoulement à cause de ces irrégularités de surfaces, auxquelles se superposent des fluctuations hydrodynamiques associées à la séparation de l'écoulement et à la turbulence. La pression dans cette zone de séparation peut aller au dessous de la pression de vapeur HAGER [1].

II- 2 CAVITATION:

II- 2-1 DEFINITION:

L'eau est un fluide incompressible, des surpressions dans les écoulements n'ont donc pas un effet notable sur les propriétés physiques du fluide, par contre, l'eau réagit assez fortement à des sous-pressions . si la pression dans un écoulement décroît jusqu'à une limite fixée par la pression de vapeur (teneur en air émulsionnée), des particules d'eau s'évaporent à température ambiante.

L'eau perd ainsi son homogénéité et l'écoulement devient biphasique, c'est à dire constitué d'eau et de bulles d'air.

Ce phénomène est appelé cavitation . Si la pression dans l'écoulement augmente à nouveau, les bulles de vapeur reviennent brusquement à l'état liquide. Il en résulte une implosion des bulles, libérant localement des énergies considérables; celles-ci peuvent endommager les matériaux en contact avec cet écoulement conduisant ainsi au phénomène d'érosion de cavitation, HAGER[2].

La cavitation hydrodynamique se manifeste dans les écoulements à filets de courants courbes, elle est caractérisée par un indice dit l'indice de cavitation; définit par :

$$\sigma = \frac{P_e - P_v}{\rho v_0^2 / 2} = \frac{(P_e / \rho g - h_v)}{v_0^2 / 2g}$$

σ : indice de cavitation

P_e : pression locale

P_v : pression de vapeur

V_0 : vitesse de référence

h_v : compris entre -10m et 10,3m de courant d'eau.

CHAPITRE II CAVITATION ET ENTRAINEMENT D'AIR

II.2-3 EFFET DE L'AIR SUR LA CAVITATION :

Plusieurs études ont été portées sur la détermination de l'influence de l'air sur l'érosion par cavitation, et la turbulence de l'écoulement.

Parmi ces études, celles effectuées par H. CHANSON [3], où il a fait des mesures de concentrations d'air sur modèles et prototypes. La comparaison des résultats obtenus suggèrent l'existence d'une couche limite turbulente de (10 - 15 mm) d'épaisseur près de la surface libre du coursier, et que la concentration en air au contact du fond de coursier est nulle, car au niveau de cette surface les forces de cisaillements appliquées à une bulle d'air la désagrègent en minuscules bulles d'air négligeables.

L'érosion est fortement réduite si la concentration en air près de la surface du coursier est supérieure à (1 / 2) %, elle est pratiquement stoppée, si la concentration en air est supérieure à 8 %.

CONCLUSION:

La présence d'air près des parois de l'écoulement agit comme un coussin permettant de réduire l'effet de l'éclatement des bulles d'air.

II. 3 ENTRAINEMENT D'AIR NATUREL :

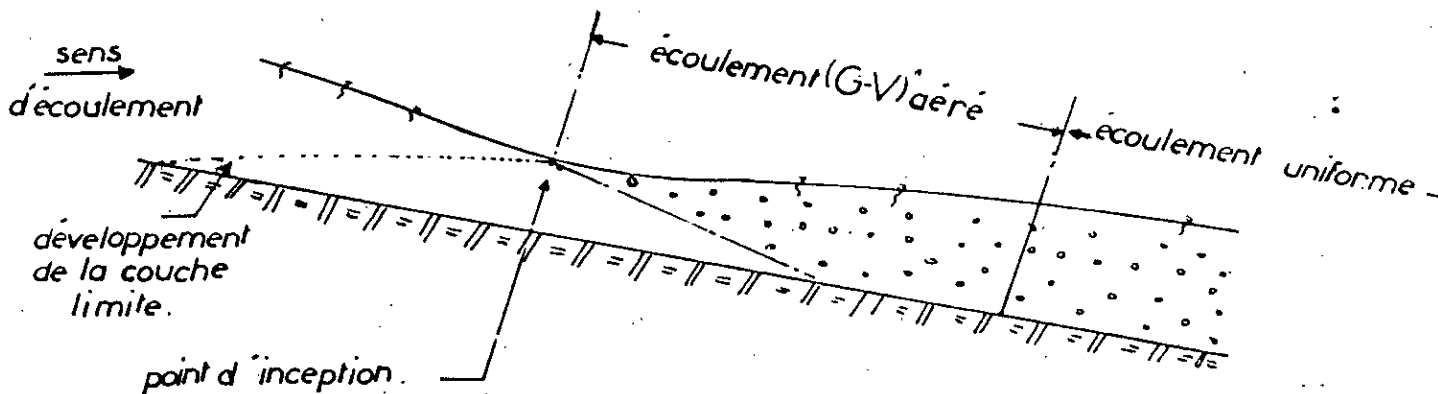
II. 3-1 PRESENTATION DU PHENOMENE :

L'entraînement d'air à la surface sur les canaux peut s'expliquer en se rapportant à la figure 2-4.

L'écoulement sur le canal est initialement peu turbulent.

Cependant, une couche limite supérieure se développe et atteint la surface libre en un point. A partir de là, les vitesses de fluctuations turbulentes sont suffisamment importantes pour entraîner une certaine quantité d'air.

Le point du début de l'entraînement d'air, est appelé point d'inception. A l'aval de ce point, l'écoulement est graduellement varié. Si la géométrie et la rugosité du canal ne varient pas à l'aval, un écoulement aéré uniforme s'établit, ressemblant à un écoulement uniforme classique, où la distribution de la vitesse et de la teneur en air ne varient pas.



$$I > I_c$$

(G-V) : graduellement varié.

figure 2-4 : développement d'un écoulement biphasique dans un canal à forte pente.

Pratiquement, le phénomène d'entraînement d'air, pour les écoulements à grande vitesse sur les canaux à forte pente, revêt un grand intérêt car le gonflement de l'écoulement aéré nécessite des murs latéraux - murs bajoyers plus haut que dans le cas d'un écoulement non-aéré, et permet aussi, d'empêcher les dommages dus à la cavitation.

II. 3-2 MECANISME D'ENTRAINEMENT D'AIR:

Une première description du mécanisme d'entraînement d'air fut présentée par STRAUB et ANDERSON.

Ils ont montré que l'aération de l'écoulement commençait dans une zone où la couche limite atteignait la surface libre d'eau.

En conséquence, l'aération dépend beaucoup de l'intensité de la turbulence près de la surface libre.

Comme l'on décrit STRAUB et ANDERSON, des "paquets d'eau" jaillissent au dessus de la surface de l'écoulement puis retombent par gravité, de l'air étant ainsi insufflé dans l'écoulement et sera réparti dans celui-ci par turbulence.

Deux zones furent distinguées :

- a - zone supérieure près de la surface libre ;
- b - zone inférieure près du fond du canal.

La deuxième description s'explique en fonction des composantes latérales du vecteur vitesse qui deviennent assez grandes pour surmonter les forces de tension superficielle et la gravitation.

Il en résulte une éjection des gouttes d'eau dans l'air.

CHAPITRE II CAVITATION ET ENTRAINEMENT D' AIR

En retombant dans l'écoulement, la goutte pénètre dans la surface de l'eau, qui se referme sous l'action de la tension superficielle.

La goutte entraîne avec elle une bulle d'air qui se retrouve emprisonnée dans l'écoulement, [HAGER] [2].

Le mécanisme d'entraînement d'air qui dépend surtout du nombre de "FROUDE" local F , est représenté schématiquement dans la figure 2.5 :

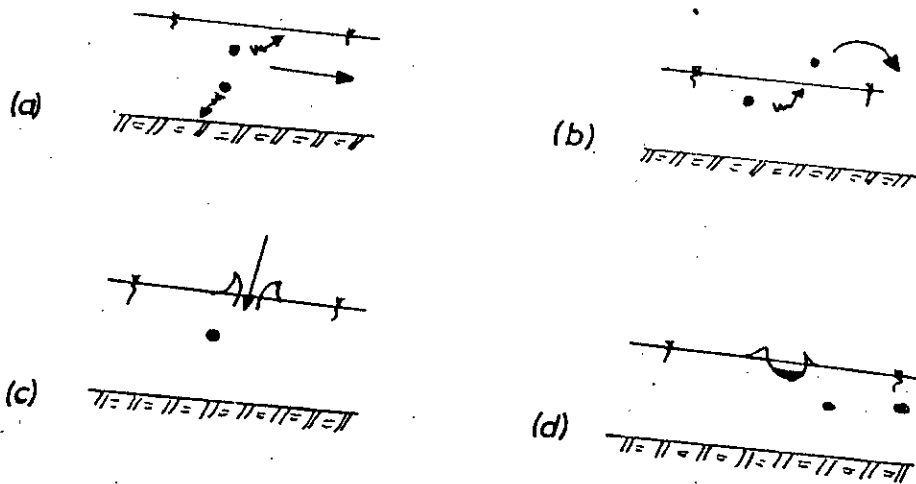


figure 2.5 Mécanisme de l'entraînement d'air dans un écoulement à grande vitesse sur un canal à forte pente.

Le transport des bulles d'air à l'intérieur de l'écoulement se produit lorsque le niveau de turbulence est suffisant pour que la tension superficielle ne puisse plus s'opposer aux échanges entre la phase liquide et la phase gazeuse.

II. 4 FORMATION DE L'ENTRAINEMENT D'AIR :

Le départ de l'écoulement aéré est mis en évidence par l'eau blanche. Pour que l'entraînement d'air se produise, GANGADHARAI AH & COL [4], donnent deux conditions :

- 1- l'énergie cinétique des remous en surface doit être plus grande que l'énergie de tension superficielle.
- 2- l'écoulement doit avoir atteint un état entièrement turbulent.

HAGER [1] exprime la condition d'entraînement d'air par un niveau de turbulence minimal sous forme d'une vitesse de courant (pour des bulles d'air de 5mm de diamètre) :

$$V(\text{ m/s}) = 0,24/T$$

T : coefficient de turbulence. Il exprime le rapport de la racine carrée moyennée des variations des vitesses transversales à la vitesse moyenne de l'écoulement.

SENE (1984), ERVINE & FALVEY (1987) expriment la formation de l'entraînement d'air par la fluctuation de la composante de la vitesse perpendiculaire à la surface libre (V'), lorsqu'elle devient supérieure à la composante de la vitesse limite d'ascension des bulles d'air, et à la résistance de la tension superficielle. Ces conditions s'expriment comme suit :

$$V' > U_r * \cos \alpha$$

$$\text{et } V' > \sqrt{\frac{8 * \sigma}{\rho_w * d_b}}$$

U_r : vitesse d'ascension de la bulle d'air;

- α : pente du canal;
- σ : tension superficielle;
- ρ_w : masse volumique de l'eau;
- d_b : diamètre de la bulle d'air;
- V' : composante de la vitesse de fluctuation perpendiculaire à la surface libre.

II. 5 DEBUT DE L'AERATION SUPERFICIELLE :

La turbulence de l'écoulement est pratiquement concentrée dans la couche limite, de sorte que l'aération naturelle ne commence qu'a partir de l'endroit où cette couche limite atteint la surface libre.

L'évolution de cette couche limite suivant la direction de l'écoulement a été établit selon la formule développée par WOOD & COL [8] ; [9].

$$\frac{\delta}{x} = 0,012 \left(\frac{x}{h_s} \right)^{0,11} * \left(\frac{x}{k_s} \right)^{-0,10} \dots\dots\dots II.1.$$

h_s : est la différence de niveau d'eau entre le niveau du déversoir et le point de départ de l'entraînement d'air.

x : distance par rapport à la crête du déversoir

K_s : coefficient de rugosité.

L'Epaisseur de la couche limite augmente presque linéairement avec x , et très peu avec K_s .

Pour $X = X_i$ (figure 2.6), la profondeur de l'écoulement h est égale à l'épaisseur de la couche limite δ_i .

$$h = h_i = \delta_i \dots\dots\dots \text{II.2}$$

Le profil de surface est donc définie par un calcul de remous.

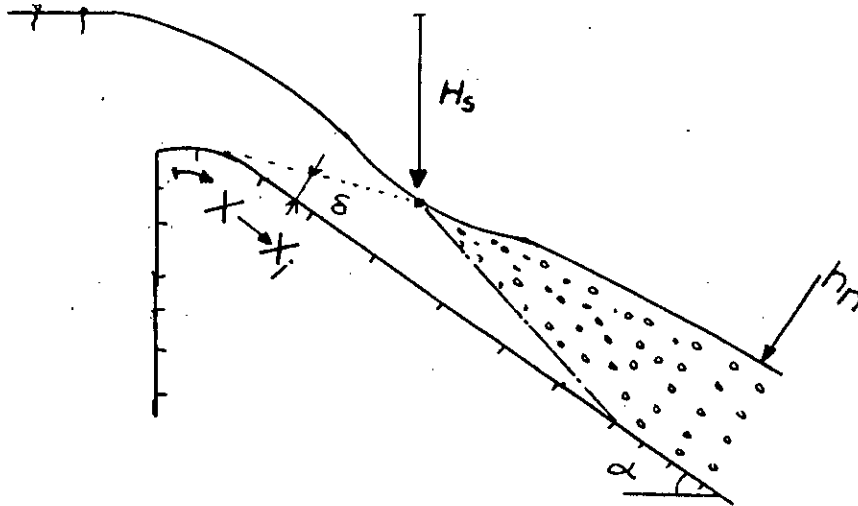


figure 2-6
développement de la couche limite.

Pour un canal uniforme, où la pente reste constante, le rapport (X/H_s) égale à $\sin(\alpha)^{-1}$.

CONCLUSION DU CHAPITRE :

On s'intéresse à déterminer les profils des vitesses et de concentrations en air, ainsi que le profil des profondeurs d'un écoulement graduellement varié aéré, située entre la zone du début d'entraînement d'air et la région d'équilibre.

Chapitre III- Modélisation mathématique



III- 1 INTRODUCTION :

La zone d'écoulement aéré étudiée dans un canal à forte pente est caractérisée par une variation locale de concentration d'air, de vitesse et de profondeur d'écoulement.

Cette zone peut être assimilée à un écoulement graduellement varié dans un canal excepté que la concentration d'air, et la densité sont des inconnues supplémentaires.

Ces variations peuvent être exprimées par deux équations différentielles telles que l'équation de la conservation de la masse pour l'air et l'équation de conservation d'énergie.

Pour établir ces équations, on adopte les hypothèses suivantes (WOOD) [8], [9] :

Hypothèse 1 : le taux d'entraînement d'air est faible .

Hypothèse 2 : la distribution de pression est quasi-Hydrostatique .

Hypothèse 3 : des variations graduelles des vitesses et de concentration en air .

III-2 DEFINITIONS :

III-2.1 CONCENTRATION EN AIR LOCALE :

La concentration en air locale C, est définie comme le volume d'air par unité de volume.

$$C = \frac{V_{air}}{V_{melange}} \dots\dots\dots III.3.$$

III- 2.2 PROFONDEUR D'EAU PURE :

La profondeur de référence (d) est définie par :

$$d = \int_{C=0}^{C=90} (1-c) dy \dots\dots\dots III.4$$

où

y = profondeur mesuré perpendiculairement à la surface du coursier.

III - 2.3 CONCENTRATION EN AIR MOYENNE ;

La concentration en air moyenne (C_{moy}), dans une section transversale à l'écoulement, est définie comme :

$$(1- C_{moy}) * Y_{90} = d \dots\dots\dots III.5$$

où

Y₉₀ = profondeur de référence correspondante à C = 90 %.

III- 2.4 VITESSE MOYENNE D'EAU PÙRE :

La vitesse moyenne U_w dans une section est définie par :

$$U_w = \frac{q_w}{a} \dots\dots\dots III 6$$

où q_w débit d'eau (m^2/s)

III-3 EQUATION DE LA CONSERVATION DE LA MASSE
POUR L'AIR :

III-3.1 FONCTIONS D'ENTRAINEMENT :

L'équation de la conservation de la masse, pour l'air entraîné dans l'écoulement prend en compte, les fluctuations de vitesses turbulentes et des forces d'ARCHIMEDE.

Elle exprime la différence entre la quantité d'air entraîné, et la quantité d'air échappée.

L'échappement d'air est donnée par la relation approximative suivante:

$$\bar{C}(x) * U_r * \cos(\alpha) \dots\dots\dots III.7$$

Où

$\bar{C}(x)$: concentration en air moyenne locale

U_r : vitesse d'ascension des bulles d'air

α : pente du radier du canal.

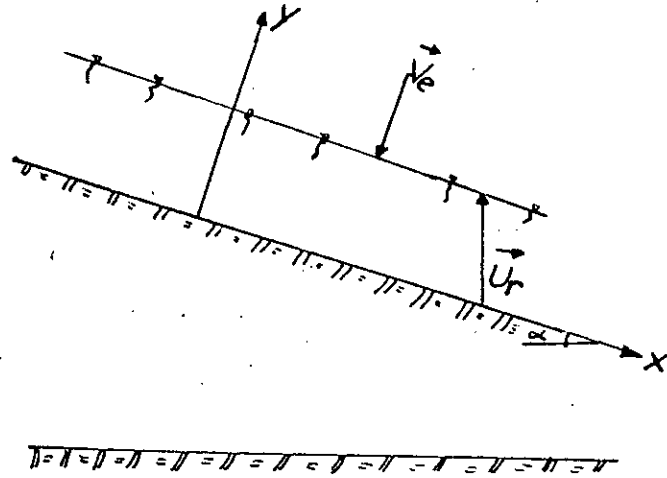


figure 3.7: écoulement sur un canal à forte pente.

En se rapportant à la figure représentée ci-dessus, l'expression donnant la variation du taux d'augmentation du flux d'air q_{air} s'écrit :

$$\frac{dq_{air}}{dx} = V_e(x) - \bar{C}(x) * U_r * \cos(\alpha) \dots \dots \dots III.8$$

Où

- V_e : vitesse d'entraînement d'air;
- q_{air} : débit par unité de largeur.

Lorsque l'écoulement tend vers la région d'écoulement d'équilibre, l'équation III-8 devient :

$$0 = (\bar{V}_e)_e - \bar{C}_e * (U_r)_e * \cos(\alpha) \dots \dots \dots III.9$$

Où

$(\bar{V}_e)_e$, $(U_r)_e$, et \bar{C}_e sont respectivement la vitesse d'entraînement d'air, la vitesse limite d'ascension des bulles d'air, et la concentration en air moyenne pour un écoulement uniforme.

III. 3.2 DEFINITION DE LA CONCENTRATION EN AIR MOYENNE UNIFORME :

Une analyse détaillée des mesures obtenues par STRAUB & ANDERSON, montre que la concentration en air moyenne pour les écoulements uniformes C_e , est indépendante du débit et du nombre de FROUDE (F); mais, elle est fonction de la pente du canal (α) uniquement, [WOOD (8) & CHANSON (10)].

Une relation simple entre la pente (α) et la concentration moyenne en air, est donnée par :

$$C_e = 0,9 * \sin(\alpha) \text{ pour } \alpha < 50^\circ \dots\dots\dots \text{III.10}$$

Si la rugosité d'un canal est importante (0,1/0,35)m, l'écoulement sur celui-ci, est fortement turbulent, avec entrainement d'air.

KNAUS (1979) indique que le taux d'aération, exprimé en terme de concentration en air moyenne est :

$$C_e = 1,44 * \sin(\alpha) - 0,08 \quad \text{pour } 6^\circ < \alpha < 34^\circ \dots\dots\dots \text{III.11}$$

**III. 3.3 EQUATION DIFFERENTIELLE DE LA
CONSERVATION DE LA MASSE POUR L'AIR :**

L'équation différentielle de la conservation de la masse pour l'air, peut être obtenue à partir des étapes suivantes :

La combinaison de l'équation III.8 et l'équation III.9 donne l'équation

$$\frac{d}{dx} q_{ar} = (v_e(x) - (v_e)_e) - (C_e - \bar{c}(x)) * U_e * \cos(\alpha) \dots \dots \dots \text{III.12}$$

En supposant que la variation de la vitesse d'entraînement d'air, du point d'inception jusqu'a la région d'écoulement d'équilibre est relativement lente, l'équation III .12 s'écrit :

$$\frac{d}{dx} q_{ar} = (C_e - \bar{c}(x)) * U_e * \cos(\alpha) \dots \dots \dots \text{III.13}$$

La forme de cette équation indique que :

- Si $C_e > \bar{C}(x)$ l'écoulement est aéré.
- et
- Si $C_e < \bar{C}(x)$, l'écoulement est dé-aéré.

A partir de la définition de la concentration en air

$$C = \frac{V_{air}}{V_{air} + V_w}$$

On peut tirer l'équation suivante :

$$q_{air} = \frac{C}{1-C} q_w \dots\dots\dots III.14$$

En substituant l'équation III.14 dans l'équation III.13 on obtient :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\bar{c}(x)}{1-\bar{c}(x)} \right) q_w = (C_e - \bar{c}(x)) * U_r * \cos(\alpha)$$

En dérivant cette équation par rapport à l'abscisse longitudinale (x) :

$$(1-\bar{c}(x)) \frac{d\bar{c}(x)}{dx} + \bar{c}(x) \frac{d\bar{c}(x)}{dx} = \frac{U_r * \cos(\alpha)}{q_w} (C_e - \bar{c}(x)) * (1-\bar{c}(x))^2$$

d'où

$$\frac{d}{dx} \bar{c}(x) = \frac{U_r * \cos(\alpha)}{q_w} * (C_e - \bar{c}(x)) (1-\bar{c}(x))^2 \dots\dots\dots III.15$$

DISCUSSION :

A partir des résultats expérimentaux obtenus par COMOLET [11], pour un liquide au repos, la vitesse limite d'ascension d'une bulle d'air est proportionnelle à d_b^2 pour des bulles sphériques rigides ($d_b < 0,6\text{mm}$), et proportionnelle à $\sqrt{d_b}$ pour des bulles Hémisphériques ($d_b > 10 \text{ mm}$).

Pour un écoulement turbulent, la vitesse limite d'ascension des bulles d'air est probablement différente des valeurs obtenues pour un liquide au repos . Mais cette vitesse augmente avec la taille des bulles.

CONCLUSION :

En considérant que la vitesse limite d'ascension des bulles comme une constante locale variant lentement, l'équation III-15 permet de calculer en tout point, la concentration en air moyenne indépendamment de la vitesse, de la rugosité et de profondeur d'écoulement.

III 3.4 PROFIL DE LA CONCENTRATION EN AIR :

WOOD [8] c'est intéressé à déterminer le développement de la concentration en air dans un canal, pour représenter la diffusion des bulles d'air dans un écoulement turbulent.

Il a démontré que les profils de distribution de la concentration en air, sous la forme adimensionnelle $C = f\left(\frac{y}{y_{90}}\right)$ sont

indépendants des conditions telles que le débit, la profondeur et la rugosité, et sont fonctions de la pente du canal.

De plus, WOOD (1984) développe un modèle simple, et montre que la distribution de la concentration en air s'exprime par :

$$C = \frac{B'}{B' + \exp(-(G' \cdot \cos(\alpha)) \cdot y'^2)} \dots\dots\dots III.16$$

Où B' et G' sont des constantes dépendent de la concentration en air moyenne.

y': profondeur adimensionnelle égale à y/y_{90} .

III 3.5 PROFIL DES VITESSES :

Les mesures expérimentales effectuées par CAIN (1978), CAIN & WOOD (1981), montre que la distribution de la vitesse peut être exprimer approximativement par :

$$V/V_{,90} = \left(\frac{y}{y_{90}}\right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots III.17$$

n est un exposant dépendant de la rugosité et de la constante de VON KARMAN, il est établit théoriquement par CHEN (1990) :

$$n = k \sqrt{\frac{8}{f}} \dots\dots\dots III. 18$$

III. 4 EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE :

En supposant une variation locale de la densité de l'écoulement, ainsi que de la vitesse, RAO & COL ont établi la relation suivante entre le rapport de la densité du mélange à la densité de l'eau et la concentration moyenne d'air \bar{C} :

$$\frac{\rho(y)}{\rho_w} = 1 - 1.1 \bar{C} \dots\dots\dots III.19$$

Ainsi, WOOD [9] a développé l'équation d'énergie pour une ligne de courant à une profondeur y , au dessus d'un canal (figure 3-8) :

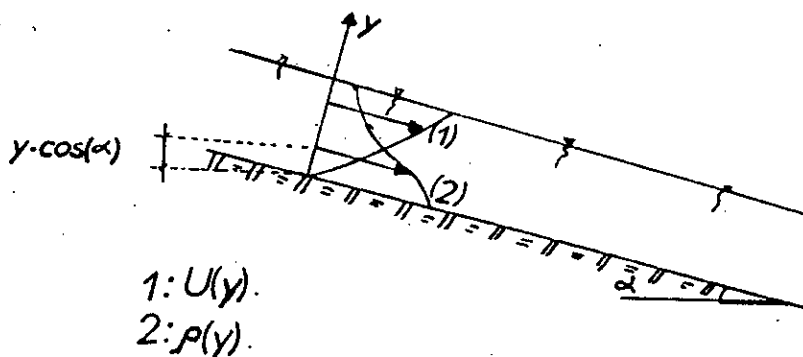
$$E(y) = y \cos(\alpha) + \frac{1}{\rho(y) * g} \int_0^y \rho(h) * g * \cos(\alpha) * dh + \rho(y) \frac{(v(y))^2}{2} \dots\dots III.20$$

A partir de l'hypothèse N°2, cité ci-dessus, ainsi le profil de vitesse vérifié :

$$q_w * d = \int_0^{y_0} (1-c)yV(y)dy \dots\dots\dots III.21$$

L'énergie spécifique moyenne devient :

$$\overline{SE} = d \cos(\alpha) + \overline{E} * \frac{U_w^2}{2g} \dots\dots\dots III.22$$



1: $U(y)$.
2: $\rho(y)$.

figure 3.8 Ligne d'eau avec variation de vitesse et de densité .

$$\text{Où : } \bar{E} = \left(\frac{U_{0,9}}{U_w} \right)^2 \frac{\int_0^{\infty} (1-c) U^3 dy'}{\int_0^{\infty} (1-c) U' dy'} \dots\dots\dots III.23$$

avec $U' = \frac{U}{V_{0,9}}$ et $y' = \frac{y}{y_{0,9}}$

La série des mesures obtenues par WOOD (1983), montre que \bar{E} est indépendant de la concentration C.

Ainsi, l'élévation de la ligne d'énergie totale s'écrit :

$$H = Z + d * \cos(\alpha) + \bar{E} * \frac{U_w^2}{2g} \dots\dots\dots III.24$$

-Détermination du profil de surface :

En dérivant l'équation (III.24) par rapport à la coordonnée longitudinal X on a :

$$0 = \frac{dH}{dx} + \frac{dZ}{dx} + \frac{d}{dx} d \cos(\alpha) - d \sin(\alpha) \frac{d\alpha}{dx} - \frac{\bar{E}}{g} \left(\frac{Q}{db} \right)^2 * \frac{1}{d} \frac{dd}{dx} - \frac{\bar{E}}{g} * \left(\frac{Q_w}{db} \right)^2 * \frac{1}{b} * \frac{db}{dx}$$

On notant que :

$$\frac{dH}{dx} = Sf$$

Où Sf : pente de la ligne de charge.

$$\frac{dz}{dx} = -\sin(\alpha), \text{ et } q_w = \frac{q}{b}$$

On obtient :

$$\frac{d}{dx} d = \frac{\sin(\alpha)(1 + d \frac{d\alpha}{dx}) + \bar{E} * (\frac{q_w^2}{g d^2}) * \frac{1}{b} * \frac{db}{dx} - Sf}{\cos(\alpha) - \frac{\bar{E}}{g} * \frac{q_w^2}{d^3}} \dots\dots\dots \text{III.25}$$

d'après l'équation de CHEZY donnée par :

$$V = C' * \sqrt{R_h * Sf}$$

Où

$$C' = \sqrt{\frac{8g}{f_e}}$$

C' : coefficient de CHEZY

f_e : coefficient de perte de charge d'un écoulement uniforme avec entrainement d'air.

nous avons: $f_e = \frac{8g}{q_w^2} * d^3 * Sf \dots\dots\dots \text{III.26}$

On peut écrire: $d^3 Sf = (\frac{f_e}{f_w}) * \frac{q_w^2}{8g} * f_w$

Posant

$$A = \frac{q_w^2}{8g} * f_w$$

on a :

$$d^3 Sf = A \left(\frac{f_\epsilon}{f_w} \right)$$

f_w : coefficient de perte de charge linéaire d'un écoulement sans entraînement d'air.

Finalemnt :

$$\frac{d}{dx} d = \frac{d^3 \sin(\alpha) \left(1 + d \frac{d\alpha}{dx} \right) + \bar{E} * B * \frac{d}{b} * \frac{db}{dx} - A \left(\frac{f_\epsilon}{f_w} \right)}{d^3 \cos(\alpha) - \bar{E} * B} \dots\dots\dots III.27$$

$$B = \frac{q_w^2}{g}$$

Cas particulier :

Si on considère que la largeur du canal, ainsi que la pente, sont constantes le long de l'écoulement, l'équation III.27 devient :

$$\frac{d}{dx} d = \frac{d^3 \sin(\alpha) - A \left(\frac{f_\epsilon}{f_w} \right)}{d^3 \cos(\alpha) - \bar{E} * B} \dots\dots\dots III.28$$

CONCLUSION :

L'équation différentielle III.28 permet de calculer dans chaque section le long de l'écoulement la profondeur de l'écoulement d, et où le rapport $\left(\frac{f_\epsilon}{f_w} \right)$ est fonction de la concentration en air moyenne .

III.5 COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE :

KILLER (1968) et WOOD (1983), ont suggéré que la présence des bulles d'air dans la couche limite turbulente, entraîne une réduction des contraintes de cisaillements entre les filets de liquide.

CHANSON [13], [15], a analysé les mesures de coefficient de perte de charge pour un écoulement uniforme (f_e), obtenues par JEVDJEVICH (1953), STRAUB & ANDERSON (1958) et AIVAZYAN (1986).

D'après l'équation III.26, les résultats montrent une réduction importante du coefficient de perte de charge quand la concentration en air augmente .

Une analyse adimensionnelle du coefficient de perte de charge indique que le rapport ($\frac{f_e}{f_w}$), est fonction de la concentration en air moyenne, du nombre de REYNOLDS, et de la rugosité :

$$\left(\frac{f_e}{f_w}\right) = \phi\left(C_e, R_e, \frac{K_s}{D_h}\right) \dots \dots \dots III.29$$

III-5.1 INFLUENCE DU NOMBRE DE REYNOLDS :

D'après STAUB, ANDERSON & AIVAZIAN (1986), le rapport ($\frac{f_e}{f_w}$) est exprimé en fonction du nombre de REYNOLDS et de la concentration en air :

Ainsi ; $\left(\frac{f_e}{f_w}\right) = 0,307 + 0,1446 * \log_{10}(Re) - 1,4 C_{moy} \dots \dots \dots III.30$

Avec $C_{moy} > 0,25$ et $2.10^5 < Re < 4.10^7$

III-5.2 INFLUENCE DE LA RUGOSITE :

Les mesures faites par HARTUNG & SCHEUERLEIN (1970), sur des canaux de rugosité importante :

$$0,02 < \frac{K_s}{D_n} < 0,2 \quad (m)$$

Leurs résultats fournissent la relation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{f_e}} = \frac{1}{\sqrt{f_w}} - 3,2 * \log_{10}(1 - C) \dots \dots \dots III.31$$

Cette relation indique que pour une concentration en air moyenne donnée, le rapport $\left(\frac{f_e}{f_w}\right)$ décroît lorsque la rugosité augmente.

III-5.3 INFLUENCE DE LA CONCENTRATION EN AIR MOYENNE :

STRAUB & ANDERSON, indiquent que le rapport $\left(\frac{f_e}{f_w}\right)$ dépend seulement de C_e ; pour $C_e < 20 \%$, l'effet du mélange air-eau est négligeable.

Pour des concentrations en air moyenne d'équilibre plus grandes, le rapport $\left(\frac{f_c}{f_w}\right)$ diminue lorsque C_e augmente pour une rugosité type, la relation peut être exprimée approximativement comme suit :

$$\left(\frac{f_c}{f_w}\right)(1+10^*C_e^4)^{0.1} = 1 \dots\dots\dots \text{III.32}$$

CONCLUSION DU CHAPITRE :

Les équations III.15 et III.28 fournissent un système de deux équations différentielles à deux inconnues d et C_{moy} , dont la résolution se fait par une méthode numérique.

La connaissance de la concentration en air moyenne et la profondeur d'écoulement, nous permet de calculer en tout point, les paramètres des fonctions d'entraînement cités ci-dessus de l'écoulement graduellement varié aéré.

Chapitre IV- Traitement des conditions aux limites



CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

IV.1 INTRODUCTION :

Pour résoudre les deux équations différentielles fondamentales de l'écoulement graduellement varié aéré, on doit établir les conditions aux limites qui permettront d'évaluer les paramètres Hydrauliques de l'écoulement.

Le but de ce chapitre consiste à déterminer les conditions aux limites pour les concentrations en air moyenne et pour les profondeurs d'écoulement.

IV.2 CONDITIONS AUX LIMITES POUR LA CONCENTRATION D'AIR MOYENNE :

Considérant un système d'axe (XOY), de référence, depuis le début du canal (figure 4.9).

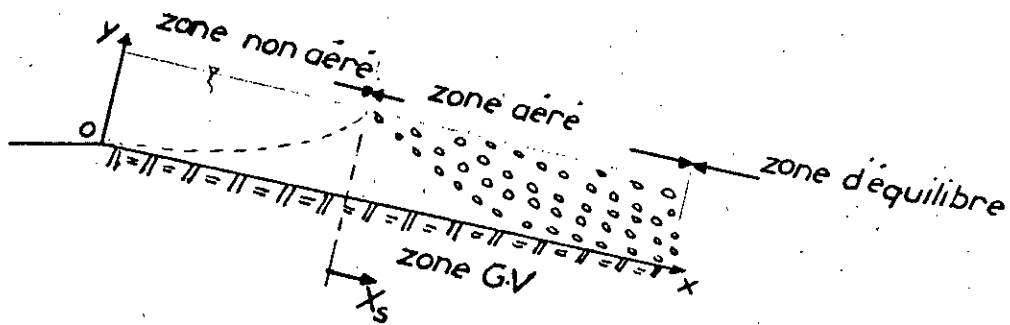


Figure 4.9 Schématisation de la zone graduellement varié aéré.

Pour déterminer la concentration en air moyenne dans chaque section transversale, on établit la condition initiale, et au limite de la zone graduellement varié.

La condition initiale pour le début d'aération correspond à une concentration en air moyenne nulle c'est-à-dire :

$$C^* = \bar{C}(x = x_s) = 0 \dots \dots \dots IV.33$$

cette valeur s'accroît dans le sens de l'écoulement jusqu'à une valeur maximale qui correspond au début de l'écoulement uniforme déjà déterminé par :

$$\bar{C} = C_e \dots \dots \dots IV.34$$

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

D'après THANDAVESWARA & RAO, la concentration en air moyenne croît lorsque le nombre de FROUDE augmente et décroît lorsque le débit d'eau (q_w) diminue; et où un fond rugueux provoque une concentration en air moyenne plus élevée qu'un fond lisse.

Il concluent que la concentration en air moyenne dépend fortement de ces conditions. Cependant, leur procédure est purement expérimentale et ne peut être généralisée pour des conditions hydrauliques quelconques.

IV.3 CONDITIONS AUX LIMITES POUR LE CALCUL DE LA PROFONDEUR D'EAU PURE :

La condition nécessaire pour calculer la profondeur d'eau initiale correspondant au début de l'aération sera déterminer à partir d'un calcul de remous; ainsi que le calcul de l'épaisseur de la couche limite turbulente qui se développe dans l'écoulement.

Par contre la condition au limite correspondant au début de la zone d'équilibre, sera déterminée à partir de la formule de CHEZY pour un écoulement uniforme aéré.

IV.3.1 CALCUL DE REMOUS :

La connaissance de la ligne d'eau présente un grand intérêt car elle permet d'évaluer les risques d'inondations pour les rivières et éventuellement y remédier.

Afin de donner aux calculs une forme simple, on admet les hypothèses suivantes :

1er Hypothèse :

Le canal est suffisamment long, pour que le mouvement graduellement varié puisse s'y établir.

2ème Hypothèse :

Le courant est rectiligne, et parallèle, donc les composantes transversales des vitesses sont négligeables par rapport aux composantes longitudinales parallèles à la direction générale de l'écoulement et à considérer comme applicable au régime graduellement varié les formules de type CHEZY, qui ne sont valables que pour le régime uniforme.

3ème Hypothèse :

L'écoulement s'écoule en bloc, c'est-à-dire dans une section quelconque, toutes les vitesses sont supposées égales à la vitesse moyenne dans une section.

Pour tenir compte de l'énergie de répartition des vitesses, on introduit un coefficient (α), avant que l'entraînement d'air commence.

La première de ces hypothèses simplifiera la prise en compte des termes cinétiques, la seconde facilitera le calcul des pertes de charge.

L'équation différentielle qui génère les mouvements graduellement variés pour un canal de pente (i) donnée, dans lequel circule un débit Q donné (figure 4.10) est

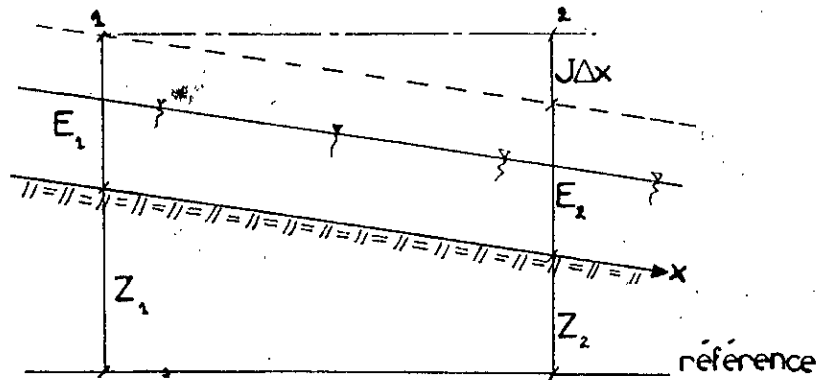


figure 4.10 Equation du mouvement graduellement varié en canal uniforme

$$E_1 + Z_1 = E_2 + Z_2 + J\Delta x$$

$$E_1 - E_2 = \Delta E, \dots Z_1 - Z_2 = I\Delta x$$

$$\Delta E = I\Delta x - J\Delta x = (I - J)\Delta x$$

à la limite on a :

$$\frac{dE}{dx} = I - J$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\partial E}{\partial h} * \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial(h + v^2 / 2g)}{\partial h} * \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\partial(h + q^2 / 2gS^3)}{\partial h} * \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{dE}{dx} = \left(1 - \frac{q^2}{gS^3} \frac{\partial S}{\partial h}\right) \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{ou.} \quad \frac{\partial S}{\partial h} = L$$

Donc :
$$\frac{\partial E}{\partial x} = \left(1 - \frac{q^2 L}{gS^3}\right) \frac{\partial h}{\partial x} = I - J$$

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

Par conséquent :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{I - J}{1 - \frac{q^2 * L}{g * S^3}} = \frac{I - J}{1 - F^2} \dots \dots \dots IV.35$$

F : étant le nombre de FROUDE.

Dans cette expression S, L, J sont des fonctions de h, puisque J est donnée par la relation :

$$J = \frac{b}{R_h} * \frac{q^2}{S^2} \dots \dots \dots IV.36$$

IV3.2 PARAMETRES HYDRAULIQUES DE L'ECOULEMENT

Les courbes intégrales de l'équation (IV.35) sont représentées dans la figure 4.11

* Les formes de lignes d'eau possibles se ramènent à un nombre fini de types, dont l'allure dépend essentiellement de :

a/- La valeur de la pente du canal I exprimée par :

$$I = \sin (\alpha) \dots \dots \dots IV.37$$

b/- La pente critique (I_c), calculée en fonction de la hauteur critique (h_c) et qui est donnée par la formule de CHEZY:

$$I_c = \frac{q^2}{k_r * R_h^{4/3} * S_c^2} \dots \dots \dots IV.38$$

5/2/2022

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

* La position de la ligne d'eau dépend :

a/- La hauteur normale (h_n) donnée par :

$$h_n = \left(\frac{q_w^2}{k_r * I} \right)^{3/10} \dots\dots\dots \text{IV.39}$$

b/- de la hauteur critique (h_c) donnée par :

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q_w^2}{g}} \dots\dots\dots \text{IV.40}$$

Il existe trois classes de courbes pour les pentes positives et négatives :

- { classe M pour $I < I_c$
- $I > 0$ { classe S pour $I > I_c$
- { classe C pour $I = I_c$

- $I \leq 0$ { classe H pour $I = 0$
- { classe A pour $I < 0$

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

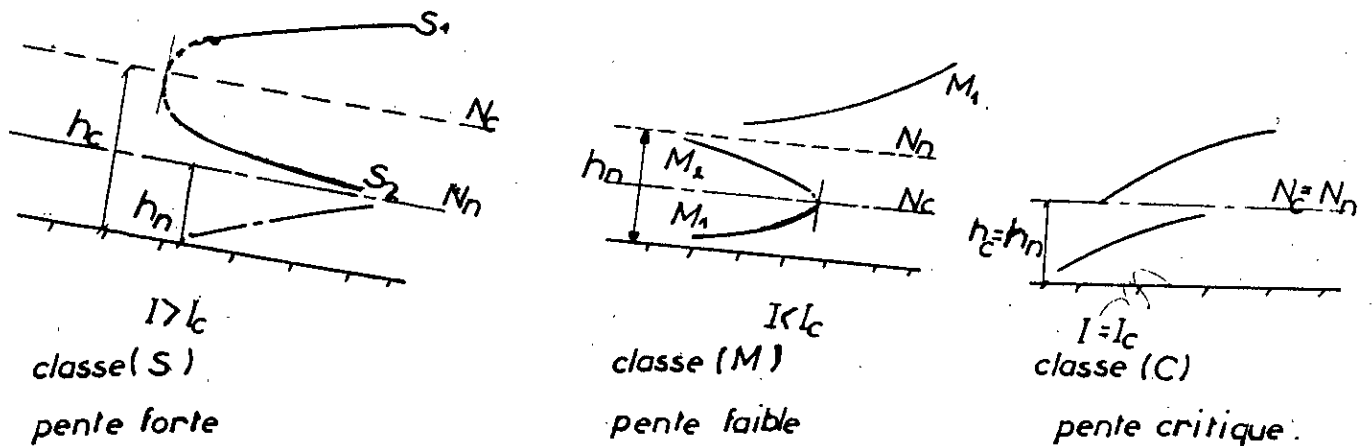


figure 4.11 Ligne d'eau du régime graduellement varié en canal uniforme

Les nombres 1, 2 et 3 caractérisent les positions occupées par la ligne d'eau.

CONCLUSION :

Comme dans notre cas $I > 0$ et $I > I_c$, donc nous avons une ligne d'eau de classe " S_2 ".

Parmi les méthodes d'intégration de l'équation de la ligne d'eau, les plus utilisées, on cite :

- . Méthode de BRESSE;
- . Méthode de BAKHMETEFF;
- . Méthode des approximations successives;
- . Méthode de SILBERT;
- . Méthode pas à pas (STEP METHOD).

IV. 3.3 CHOIX DE LA METHODE DE CALCUL :

Notre choix s'est porté sur la méthode pas à pas, car c'est une méthode numérique, simple, donnant des résultats assez précis (plus le pas est petit, plus elle est précise) et surtout, elle s'applique quelque soit la nature du canal ou sa longueur.

Pour notre cas, il s'agit d'un canal à forte pente ($I > I_c$), de classe (S), le calcul de la ligne d'eau est critique, car il existe généralement des vagues qui tendent à perturber l'écoulement. Le régime uniforme manque de stabilité, et l'écoulement graduellement varié ne correspond que très imparfaitement aux courbes de remous. Mais notre supposition initiale, est que l'entraînement d'air (lié au phénomène de turbulence), ne commence que dans le cas où la couche limite atteint la surface libre.

Le calcul de remous sera effectué dans le sens de l'écoulement (axe amont) jusqu'au début de l'entraînement d'air marqué par le point d'inception.

La " STEP METHOD " est basée sur l'équation de BERNOULLI. En considérant deux sections -1- et -2- (figure 4.12) l'équation de conservation d'énergie donne :

$$I\Delta x + E_1 = J\Delta x + E_2 \dots \dots \dots IV.41$$

Avec :

$$E_1 = H_1 + t_1 * \frac{V_1^2}{2g}$$

$$E_2 = H_2 + t_2 * \frac{V_2^2}{2g}$$

d'où :

$$\Delta x = \frac{\Delta E}{I - J} \dots \dots \dots IV.42$$

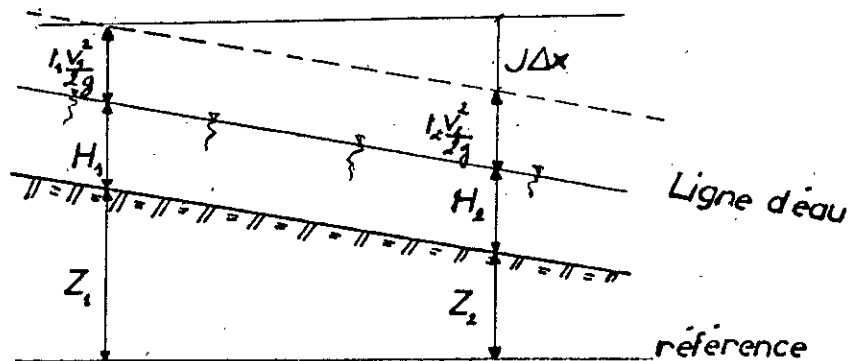
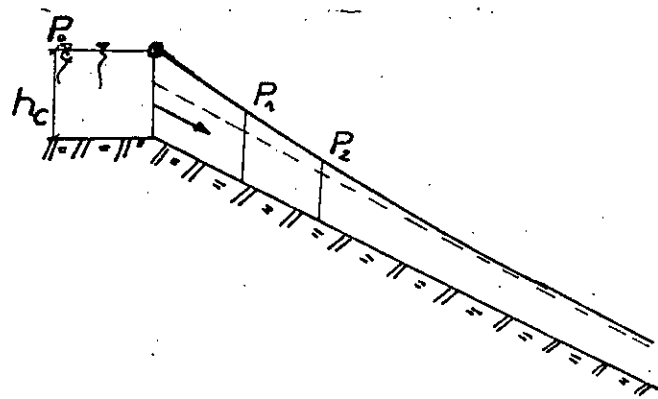


Figure 4.12 Propriétés géométriques de la ligne d'eau.

Pour l'application de cette méthode, la connaissance de la hauteur d'eau dans le canal considéré, la surface, le périmètre le rayon hydraulique, la vitesse initiale d'écoulement et l'énergie spécifique relative à cette hauteur, s'avère nécessaire.

Les différents paramètres de la méthode pour le cas d'un canal uniforme (figure 4.13), sont regroupés dans un tableau dont les phases de calcul sont les suivants [16] :



$$h_0 = h_c > h(x) > h_n$$

figure 4.13 Courbe de remous par la méthode Pas à Pas.

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

1er PHASE :

La valeur initiale de la profondeur h_0 au point P_0 est égale à la profondeur critique h_c ; ($h_0 = h_c$).

2eme PHASE :

On évalue à partir de cette profondeur la vitesse V_0 dans la section correspondante.

3ème PHASE :

Puisque l'écoulement est accéléré, on se donne une valeur pour la vitesse V_1 légèrement différente de V_0 , la différence entre ces deux vitesses n'excède pas 10 % à 20 %.

4ème PHASE :

A partir de V_1 (le débit q étant connu), on calcule h_1 , ceci nous permet de calculer le numérateur de l'équation (IV.42).

5ème PHASE :

La perte de charge linéaire moyenne \bar{j} , est déterminée en posant :

$$\bar{j} = 1/2 (j_0 + j_1) \dots \dots \dots \text{IV.43}$$

j_0 et j_1 sont respectivement les pertes de charges correspondantes aux sections 1 et 2, calculées à partir de la formule (IV.36)

6ème PHASE :

Dès lors, la distance Δx est calculable, ce qui situe le point p_1 , car la côte h_1 au dessus du fond est déjà évalué.

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

7ème PHASE :

A partir du point p1, on calcule le point p2, les autres points (p3,.....,pn)se détermineront de la même manière.

IV 3.4 DETERMINATION DES CONDITIONS AUX LIMITES :

Le calcul de la ligne d'eau dans le canal, nous permet d'évaluer les profondeurs d'écoulement ainsi que les distances successives Δx , avec ces dernières, on peut calculer le développement de la couche limite (équation II.1).

L'intersection de l'épaisseur de la couche limite avec la profondeur d'écoulement marque le début de l'entraînement d'air.

On a donc :

$$h(x = x_s) = \delta(x = x_s) = h_i = d^* \dots\dots\dots IV.44$$

Pour un écoulement uniforme avec entraînement d'air sur un canal de pente α , on peut calculer la concentration en air moyenne (C_e) , (équation III.10) ou (III.11).

Le coefficient de perte de charge f_e est calculé à partir de la valeur f .

Pour un canal de grande largeur, la profondeur d'équilibre (d_e) est déduite de l'équation (III.26) :

$$d_e = \left(\frac{q_w^2 * f_e^{1/3}}{8 * g * \sin(\alpha)} \right) \dots\dots\dots IV.45$$

cette valeur sera prise comme une condition au limite.

CHAPITRE IV TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

CONCLUSION DU CHAPITRE :

La connaissance des conditions aux limites pour la zone d'écoulement graduellement varié aéré, nous permettra d'évaluer le long de l'écoulement, les concentrations en air moyenne, et les profondeurs d'eau pure dans chaque section transversale correspondante.

Chapitre V- Modélisation Numérique



V.1 - INTRODUCTION :

La modélisation mathématique des équations différentielles pour l'écoulement graduellement varié aéré à surface libre, ne fournit pas de réponses directes qui intéressent l'ingénieur, tel que la vitesse en certains points du canal.

Cette réponse, est obtenue en résolvant le système d'équation associé aux conditions aux limites adéquates. La résolution analytique d'un tel système est très complexe. Cependant, il existe des techniques numériques permettant à l'ingénieur de les résoudre et d'en avoir une valeur approchée des paramètres qui l'intéressent.

Dans ce chapitre, nous présentons les principes de bases des différentes méthodes numériques appliquées à la résolution du système d'équation étudié, et nous choisirons celle qu'on utilisera pour notre modèle mathématique.

V.2 - METHODES NUMERIQUES :

La résolution des problèmes mathématiques plus ou moins complexes, fait appel souvent à des techniques numériques développées récemment, et qui sont applicables à une variété croissante des sciences de l'ingénieur.

Leur principe fondamental est la réduction des équations différentielles à des approximations en termes algébriques.

Il existe plusieurs méthodes numériques de résolution de ces équations, parmi lesquelles, la méthode des différences finies, qui constitue un moyen par lequel cette réduction peut être faite.

V.3 - METHODE DES DIFFERENCES FINIES:

Le principe général de la méthode est: " les fonctions qui décrivent l'état de l'écoulement sont continues et elles sont représentées par des fonctions connues en un nombre fini de points dans le domaine considéré".

Cette méthode qui consiste à estimer par approximation les valeurs d'une ou de plusieurs fonctions à partir d'une ou de plusieurs conditions aux limites; cette approximation représente une discrétisation du domaine et le remplacement de l'opérateur différentiel par une différence finie.

Exemple:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

ou encore:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i-1} - u_{i+1}}{\Delta x}$$

L'ordre d'une approximation se détermine à l'aide de la formule de TAYLOR:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x f'(x) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} * f''(x) + \dots$$

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x}(x) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} * \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \dots$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + g(\Delta x) \dots \dots \dots (a)$$

où $g(x)$: terme principal d'erreur de troncature. L'équation (a) peut être approchée de différentes manières

V.3.1 - DIFFERENCE FINIE ARRIERE:

On considère une fonction $y=f(x)$ qu'on partage en intervalles équidistants c'est-à-dire à pas constant ($h=\Delta X$).

Par définition:

$$\Delta y_n = y_n - y_{n-1}$$

Elle peut être exprimée comme une dérivée par rapport à un point X_0 telle que:

$$D^- f(x_0, \Delta x) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$$

V.3.2 DIFFERENCE FINIE AVANT:

Pour une fonction $y=f(x)$, définie par un intervalle $[a,b]$, on pose par définition:

$$\Delta y_n = y_{n+1} - y_n$$

L'expression de la dérivée par rapport au point X_0 est:

$$D^+ f(x_0, \Delta x) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

V.3.3 - DIFFERENCE FINIE CENTRALE:

Ces différences présentent l'avantage d'être beaucoup plus précises, car elles tiennent compte simultanément de l'environnement avant et arrière.

Elles seront toujours employées de préférence par rapport aux autres là où c'est possible.

Soit une fonction $Y = f(x)$, on discrétise en pas d'intégration équidistants ($h = \Delta x$.)

On pose par définition :

$$\delta y_n = y_{n+1/2} - y_{n-1/2}$$

L'expression de la dérivée par rapport au point X_0 est :

$$D^0 f(x_0, \Delta x) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2 * \Delta x}$$

CONCLUSION:

Tous ces opérateurs permettent de définir par simple calcul algébrique toutes les dérivées d'ordre supérieur.

V.3.4 - CHOIX DE LA METHODE DE RESOLUTION:

La méthode des différences finies arrière est choisie pour la résolution des équation du modèle. Cette méthode permet d'avoir, lors des calculs un pas d'intégration (Dx) très faible, ce qui permet de simuler les points beaucoup plus proches. De plus, la programmation de cette méthode est plus simple à mettre en oeuvre (calcul direct des variables d'écoulement).

Le temps de calcul par cette méthode est petit, d'où il nous permet d'avoir une économie sur la mémoire de l'ordinateur.

V.4 DISCRETISATION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES:

La discrétisation du système d'équations formé par l'équation de conservation de la masse pour l'air, ainsi que l'équation de conservation d'énergie, sera associé aux conditions aux limites que nous avons déjà développé dans le chapitre IV.

V.4.1 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE POUR L'AIR:

L'équation donnant la concentration en air moyenne écrite sous la forme différentielle (III.15), peut être discréditée comme suit:

$$\bar{c}(I) - \bar{c}(I-1) = \frac{\Delta x * u_r * \cos(\alpha)}{q_w} * (c_e - \bar{c}(I-1)) * (1 - \bar{c}(I-1)) \dots \dots \dots V.46$$

. Conditions aux limites associées:

- Condition initiale : $\dot{c} = \bar{c}(0) = \bar{c}(\delta_i = h_i) = 0$
- Condition au limite : $\bar{c}(i \text{ max}) = c_e$.

V.4.2 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE:

L'équation donnant la profondeur d'eau pure, écrite sous la forme différentielle (III.28) se ramène à une forme discréditée définie par:

$$d(I) - d(I-1) = \Delta x * \frac{d(I-1)^3 * \sin(\alpha) - A(f_e / f_w)}{d(I-1)^3 * \cos(\alpha) - E * B} \dots\dots\dots V.47$$

. CONDITIONS AUX LIMITES ASSOCIES:

- Condition initiale: $d^* = d^*(0) = \delta_1 = h_1$
- Condition au limite: $d(i \max) = d_e$

CONCLUSION DU CHAPITRE :

La résolution des deux équations différentielles, se fait par la méthode des différences finies; en leur associant un algorithme de calcul permettant la simulation du problème posé.

Chapitre VI- Résolution Numérique et applications



VI.1 INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, nous présenterons l'algorithme détaillé du modèle numérique permettant la modélisation de l'écoulement graduellement varié aéré.

Les résultats numériques obtenus seront comparés à ceux issus des mesures expérimentales, dans le but de voir la qualité du modèle, et son aptitude à décrire clairement les phénomènes physiques apparaissant dans les écoulements aéré.

VI.2 DESCRIPTION DU MODELE NUMERIQUE :

Le modèle numérique appliqué à des coursiers et canaux à forte pente, à surface libre, permet de déterminer la ligne d'eau et l'évolution de la couche limite turbulente.

Les conditions aux limites nécessaires seront déterminés et permettant ainsi le calcul des variables physiques de l'écoulement.

VI.3 DESCRIPTION DU PROGRAMME :

Pour la mise en oeuvre de notre modélisation, nous avons adopté le langage TURBO-PASCAL, car il facilite au maximum le travail du programmeur, en lui fournissant un éditeur et un compilateur intégré très rapide, réduisant ainsi le nombre de manipulations.

VI.3.1 PROGRAMMATION MODULAIRE :

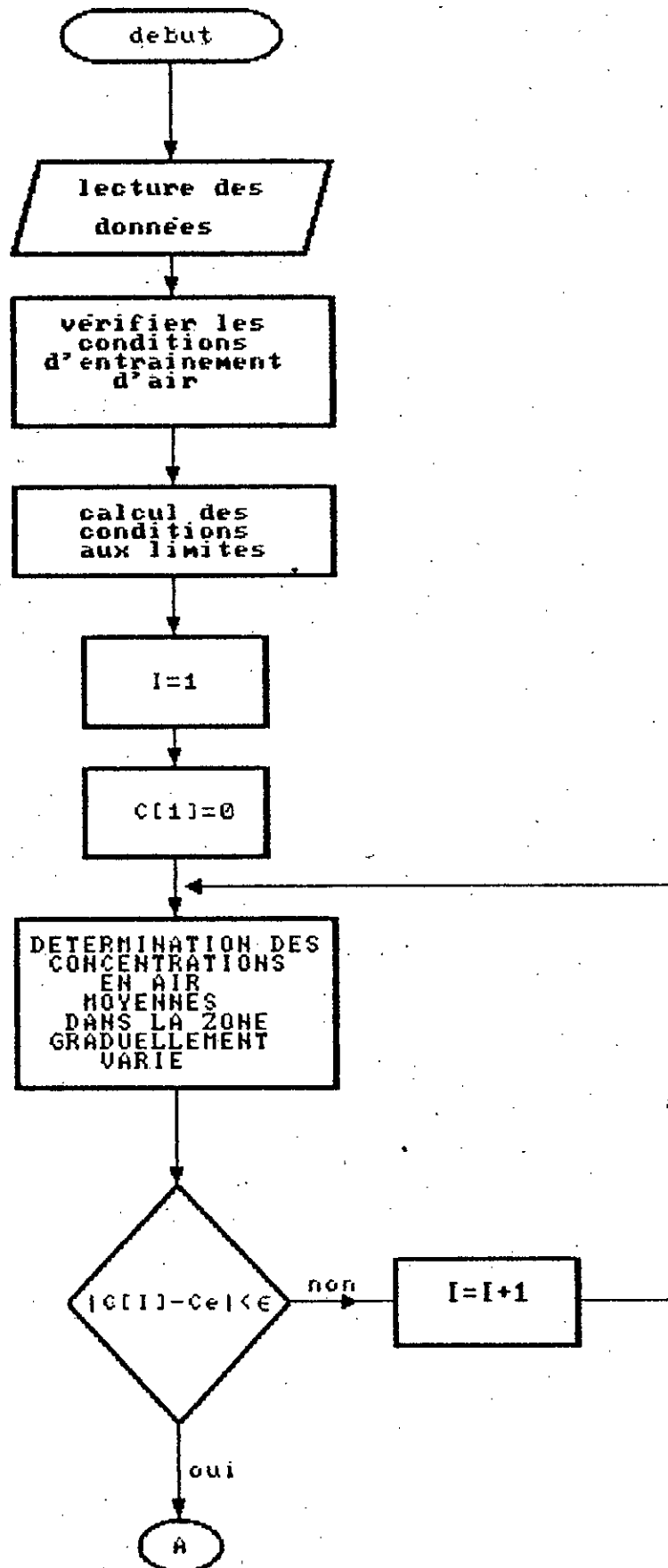
Un traitement informatique peut se diviser en actions, qui elles mêmes sont composés d'une succession d'actions.

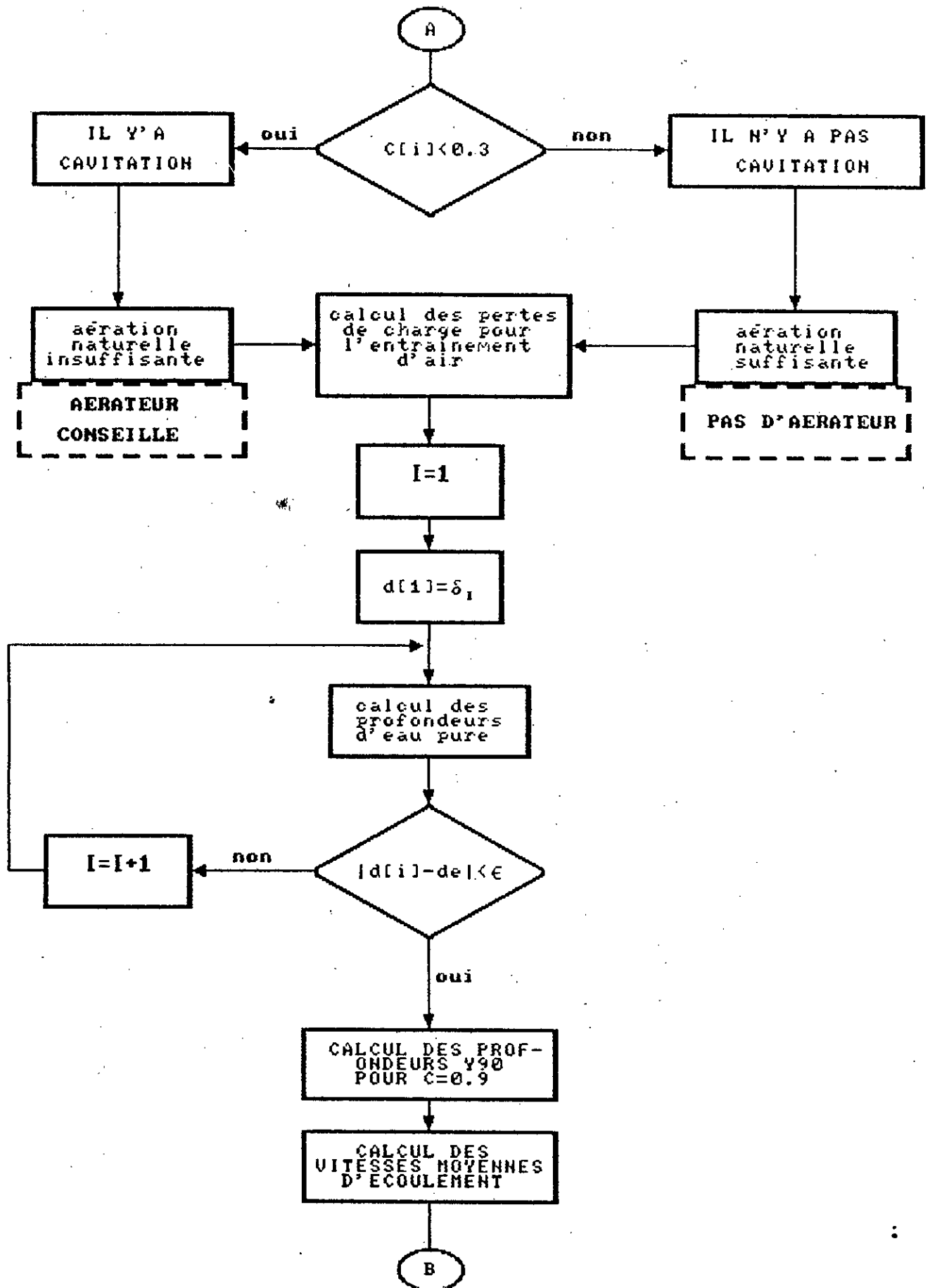
Lorsqu'on analyse le texte d'un programme, on trouve souvent le même type de traitement d'information, ou une information qui peut intervenir juste une fois dans le programme principal.

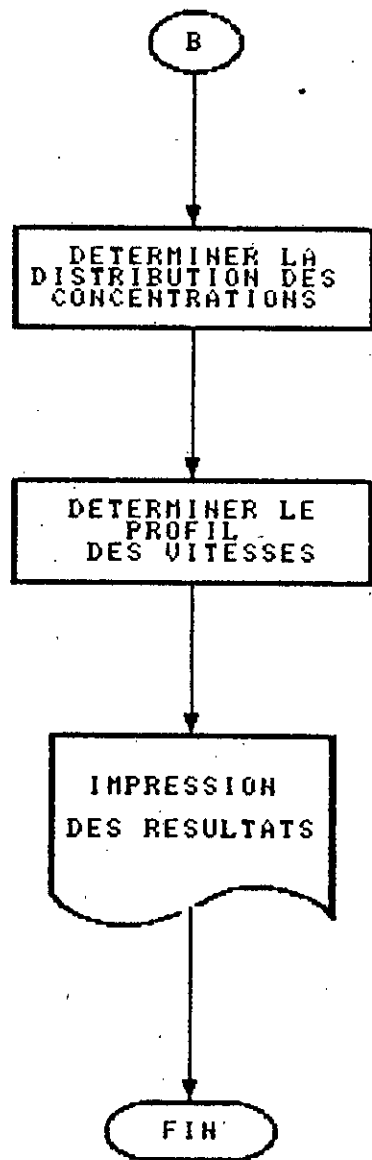
Pour faciliter la lecture et l'écriture d'un programme, on le décompose en tâches indépendantes appelés " Sous Programmes ", on écrit également le programme principal dans le but est d'utiliser et d'ordonner les Sous programmes de façon cohérente.

Cette technique que nous avons adopté est appelée programmation modulaire ou structurée.

organigramme général







VI.4 APPLICATION DU MODELE MATHEMATIQUE :

Les techniques de modélisation que nous avons développées dans la partie théorique seront utilisées pour calculer les caractéristiques de l'écoulement graduellement varié aéré.

VI.4.1 APPLICATION AU COURSIER DE L'EVACUATEUR DE CRUES DU BARRAGE D'AVIEMORE :

Le coursier de l'évacuateur de crues du barrage d'AVIEMORE situé en Nouvelle-Zélande, a une forme rectangulaire, de pente et de largeur importantes, et une rugosité non nulle.

CAIN s'est intéressé au phénomène d'aération sur ce même coursier, où il a effectué des mesures, qu'on va les comparer à nos résultats.

Les caractéristiques du coursier se résument comme suit :

$$\alpha = 45^\circ$$

$$q_w = 2.16 \text{ m}^2/\text{S} \text{ (lors des essais)}$$

$$Kr = 80$$

$$\bar{E} = 1.09 \text{ (valeur mesurée)}$$

a- Recherche du point d'inception :

Initialement l'écoulement est peu turbulent ($t=1$), le coefficient de perte de charge linéaire (f) de l'écoulement non aéré sur le barrage d'AVIEMORE est égale : 0,0356.

La recherche du point de début d'entraînement d'air (point d'inception), nous permet de situer la zone d'écoulement graduellement varié aéré.

*** ANALYSE DES RESULTATS :**

1. La figure 6.14-a montre que la ligne d'eau (Remous), diminue brusquement et plus la vitesse de l'écoulement augmente , plus le risque de cavitation devient fatal.

2. La figure 6.14-b, marque le début d'entraînement d'air (point d'inception).

* La courbe (1) représente la ligne d'eau sur le coursier.

* La courbe (2) montre l'évolution de la couche limite.

La turbulence de l'écoulement étant pratiquement concentrée dans la couche limite, l'aération naturelle ne commence qu'a partir de l'endroit ou cette couche atteint la surface libre, autrement dit, l'aération naturelle commence au point d'intersection de la ligne d'eau avec la couche limite.

Le point d'inception A (figure 6. 14.b) est donc le point de rencontre de la courbe 1 (ligne d'eau) et la courbe 2 (couche limite)
Ces coordonnes sont :

$$X = 18m, Y = 0,15m.$$

b- ENTRAINEMENT D'AIR :

Le calcul de la concentration en air moyenne le long de l'écoulement, nous permet d'une part de voir l'influence du pas d'intégration (Δx) sur la stabilité du schéma numérique et sur la précision des résultats et d'autre part une comparaison avec les résultats expérimentaux d'autres chercheurs.

ANALYSE DES RESULTATS :

1. La variation de la concentration en air moyenne en fonction de la longueur du coursier est représentée dans la figure 6.15-a
On constate que cette concentration C_{moy} croit tout au long du coursier, puis finit par prendre une valeur constante appelée concentration d'équilibre C_e .

2 - La figure 6.15-b, met en évidence l'approche entre les valeurs expérimentales des concentrations en air moyenne, mesurées par CAIN (1978) et celles déterminées numériquement par la résolution de l'équation différentielle. III.15

On peut voir qu'il y'a une très bonne concordance entre les deux résultats.

Les concentrations en air moyenne croient graduellement à partir du point d'inception jusqu'à la zone d'équilibre en raison de l'augmentation de la turbulence.

L'entraînement d'air dans l'écoulement se traduit par une augmentation de la Section Mouillée d'où la nécessité de la prise en compte de cette augmentation lors du dimensionnement des murs latéraux du coursier.

C - ETUDE DU COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE :

Le coefficient de perte de charge dans l'écoulement aéré dépend de plusieurs paramètres:

1- D'après la figure 6.16-a, la courbe donnant le coefficient de perte de charge (f_{el}), en fonction du nombre de REYNOLDS et de C_{moy} .

2- Lorsque le nombre de REYNOLDS croit (figure 6.16-b), les contraintes de cisaillement entre les filets liquides augmentent et la taille maximale des bulles d'air diminue, par conséquent le rapport (f_{el}) tend vers l'unité.

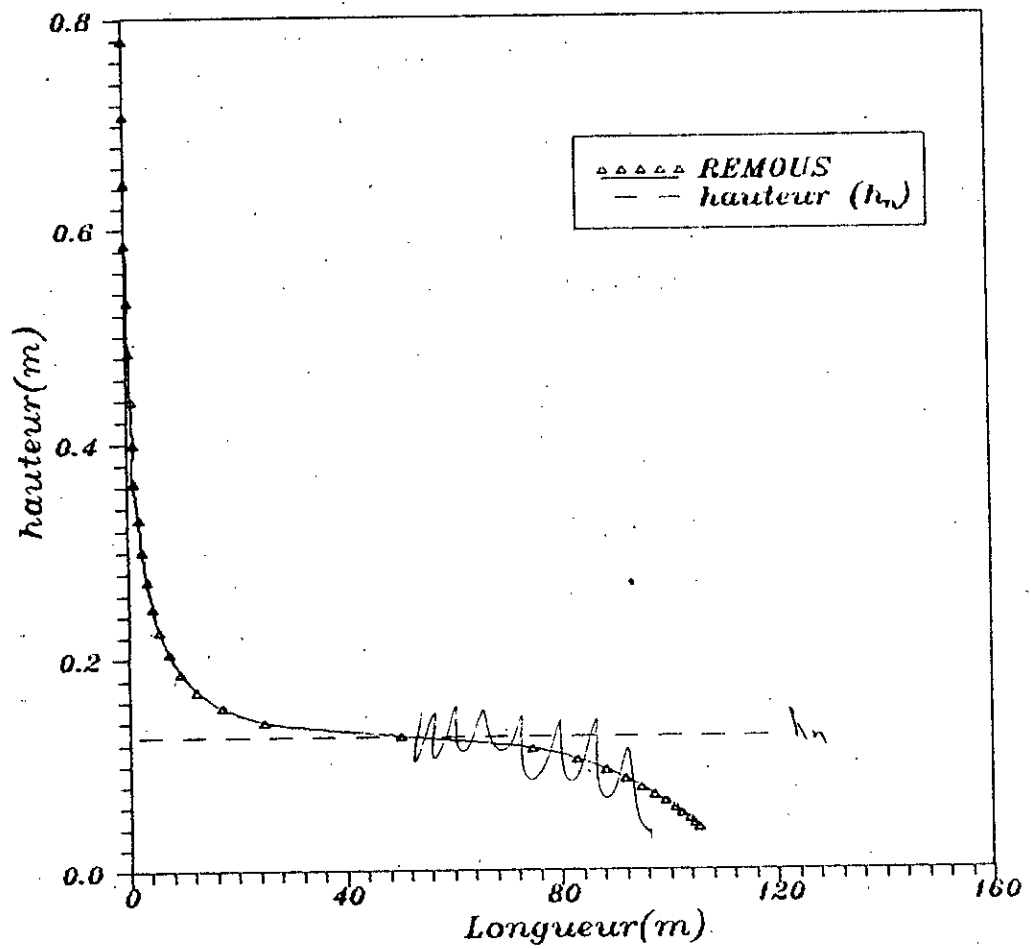


figure 6-14-a COURBE DE REMOUS.

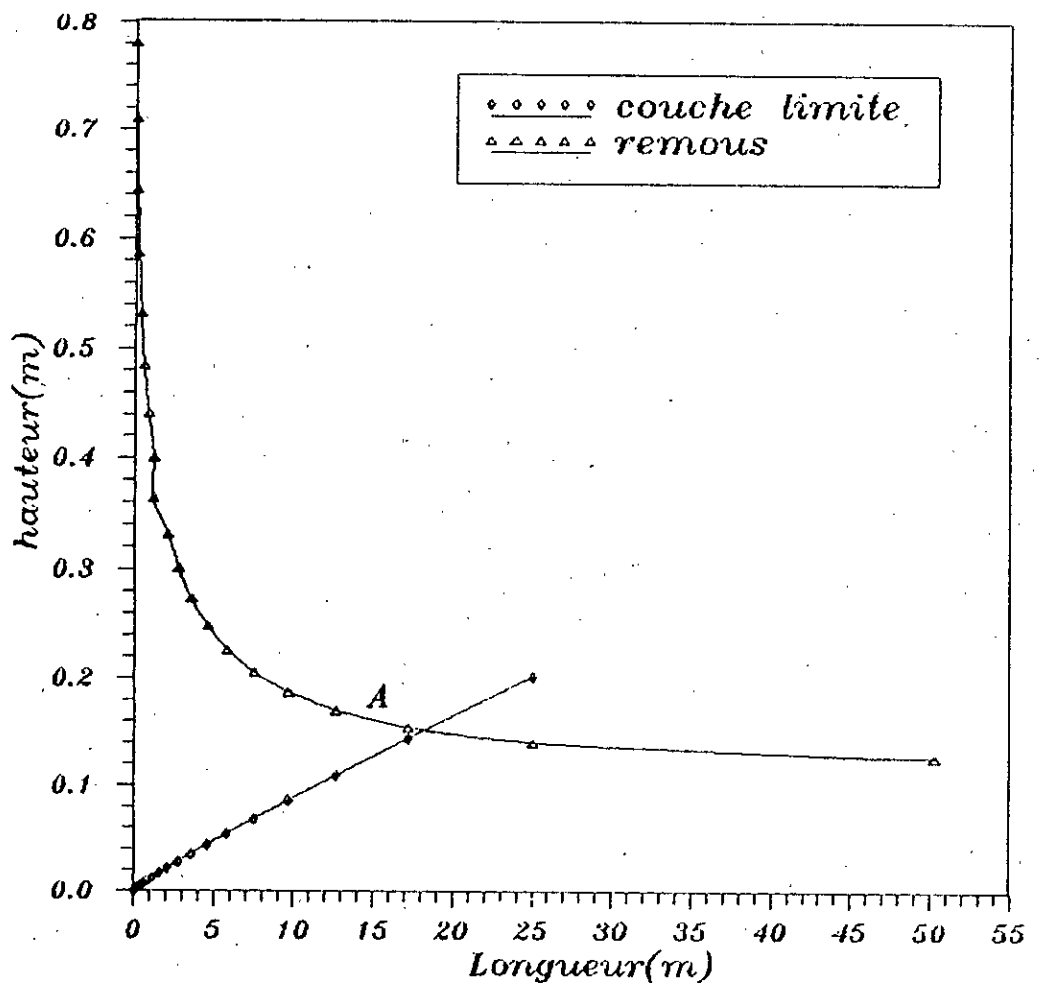


figure 6-14-b DETERMINATION DU POINT D'INCEPTION.

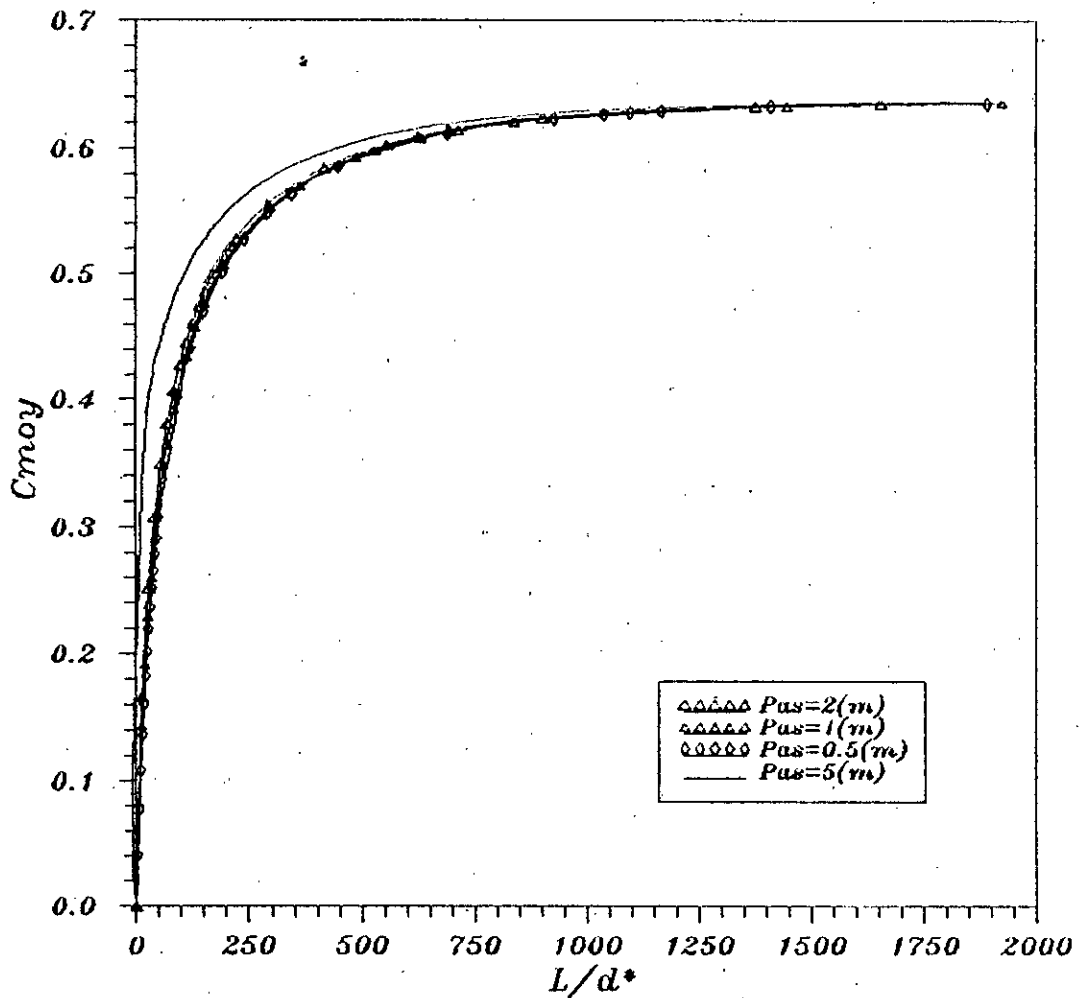


Figure 6-15-a VARIATION DE LA CONCENTRATION EN AIR MOYENNE.

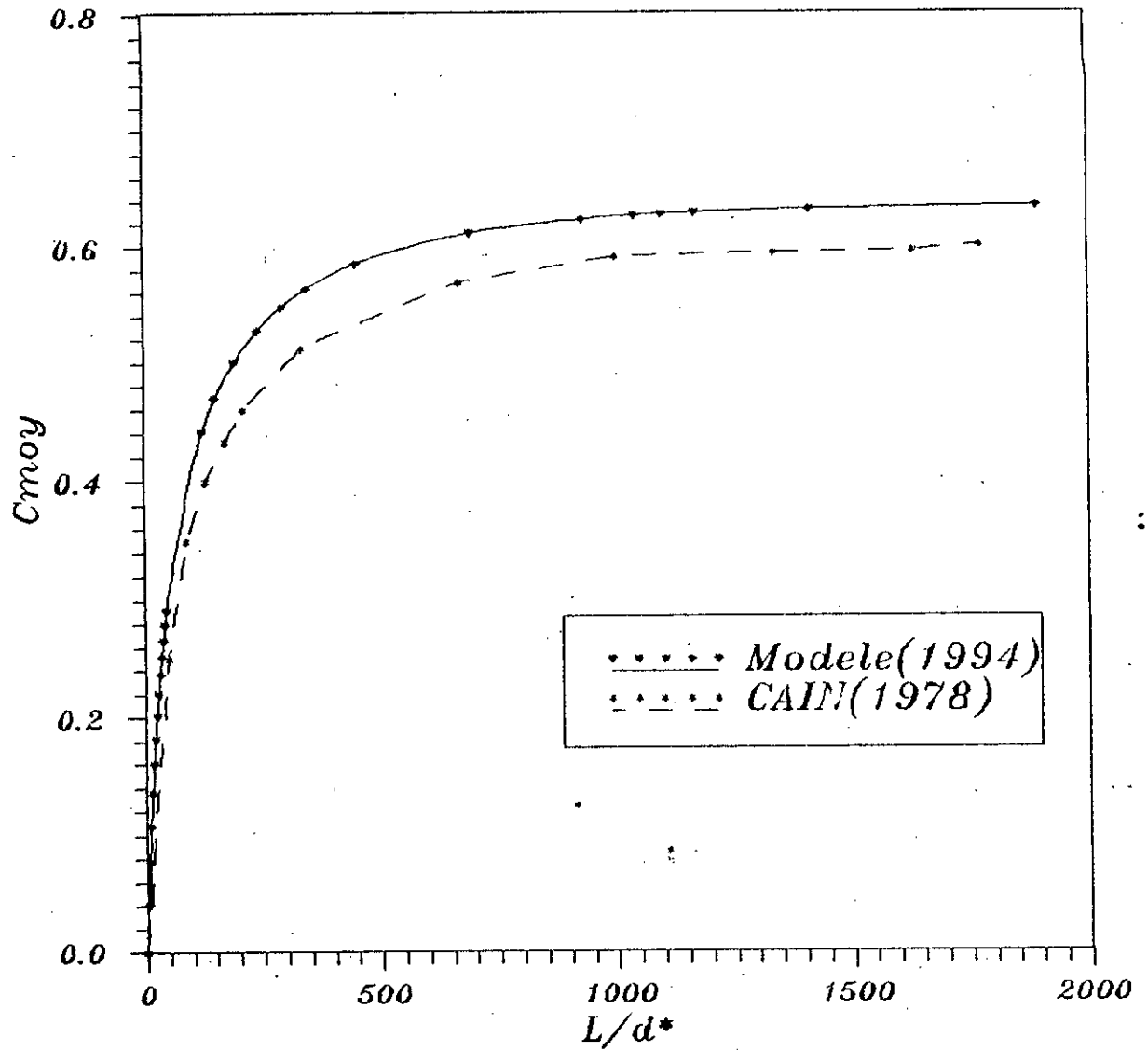


figure 6-15-b

ENTRAINEMENT D'AIR.

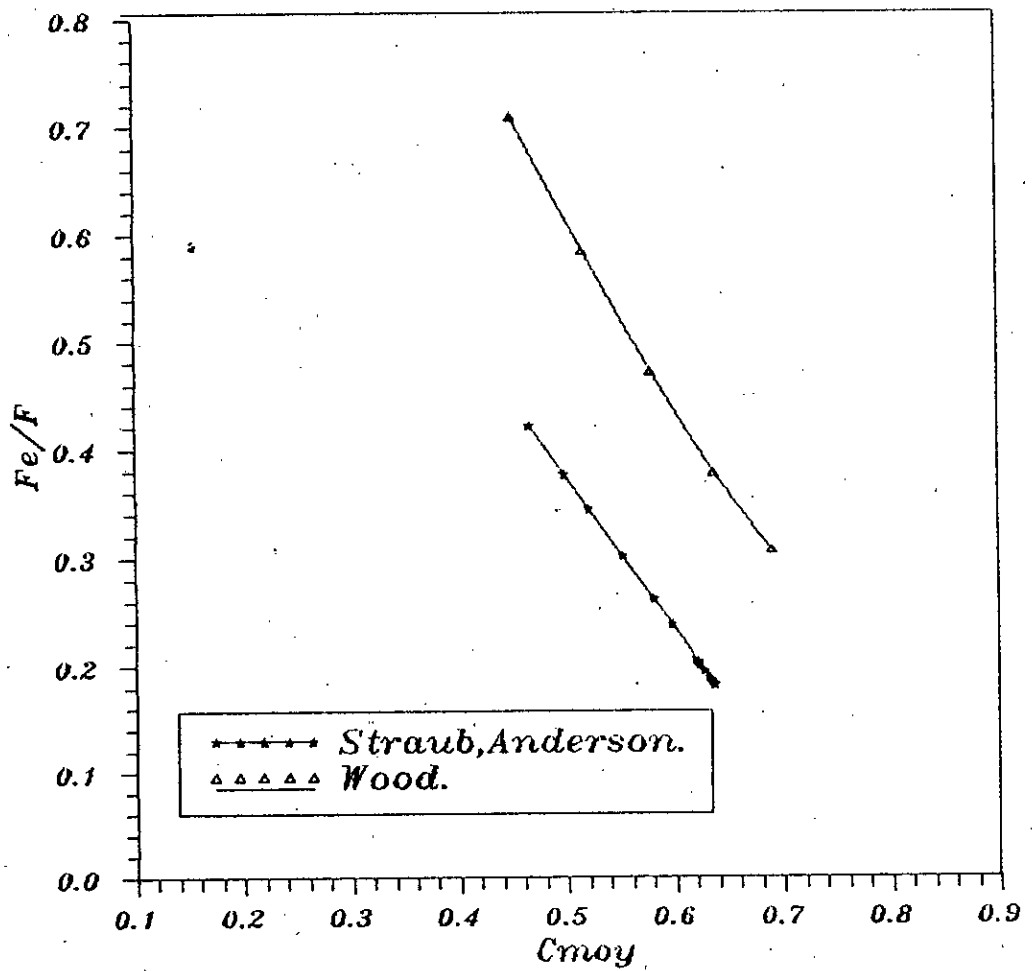


figure 6-16-a Influence de la Concentration d'air sur le Coefficient de perte de charge.

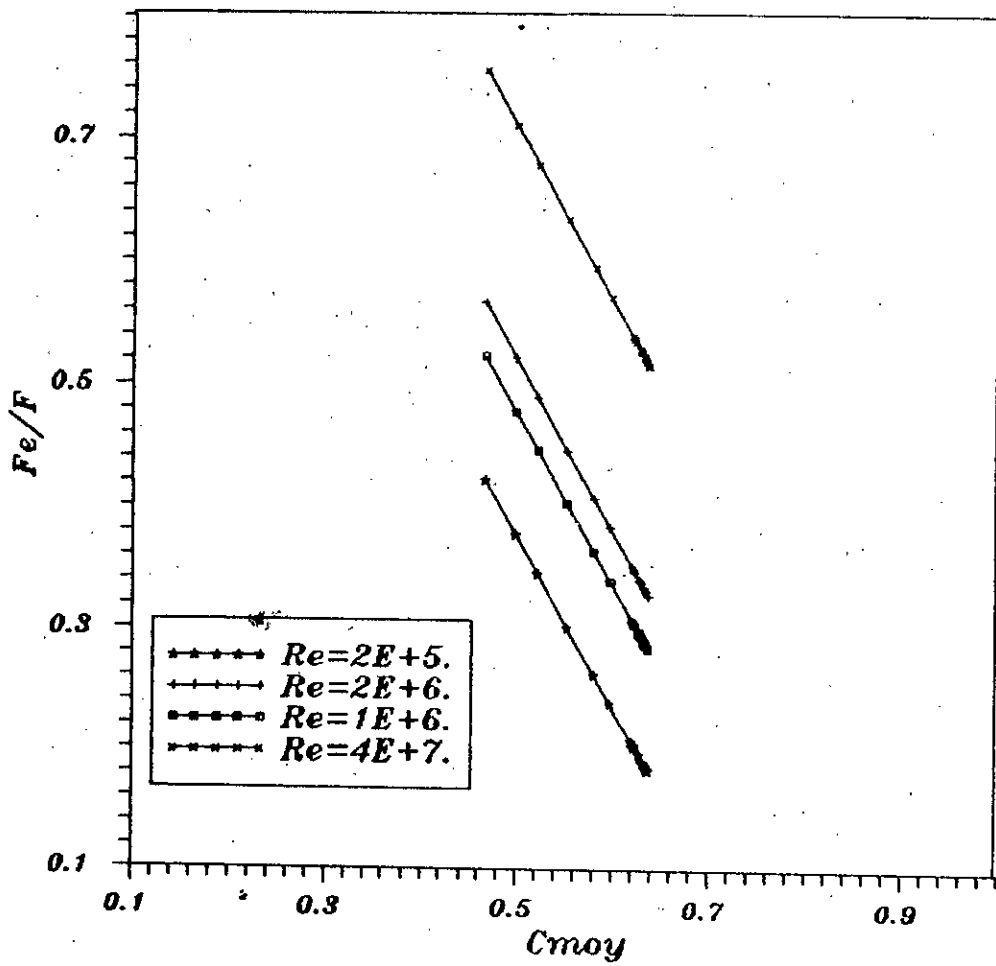


figure 6-16-b. Influence du nombre de REYNOLDS sur le coefficient de perte de charge.

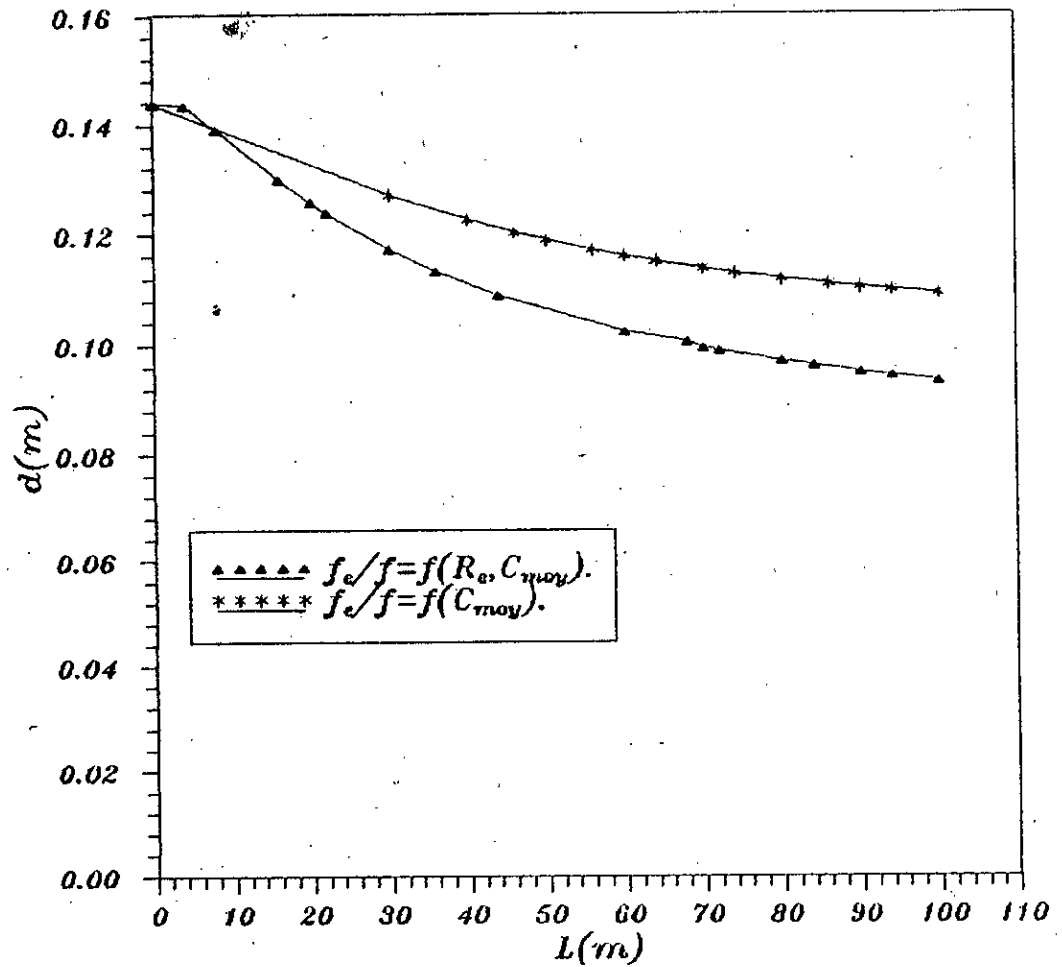


figure 6-17-a Influence de la Perte de charge sur la Profondeur d'ecoulement.

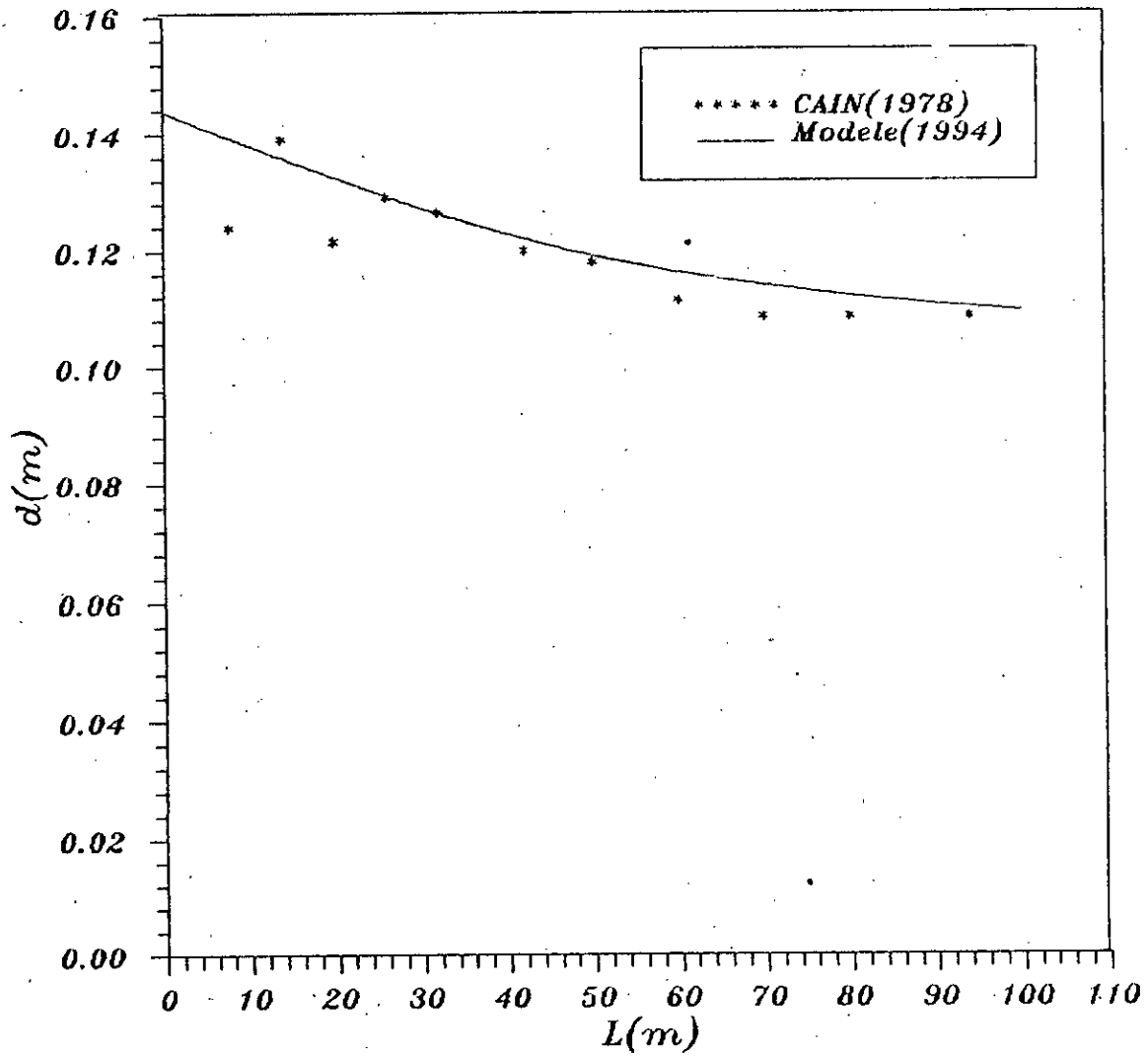


figure 6-17-b VARIATION DE LA PROFONDEUR D'ECOULEMENT.

d- PROFONDEUR D'EAU PÛRE :

La hauteur d'eau de l'écoulement décroît de la valeur initiale (d^*) pour tendre graduellement vers profondeur d'équilibre (d_e).

- ANALYSE DES RESULTATS :

On peut remarquer à partir de la figure 6.17-a, que les profondeurs d'eau pûre déterminées pour un coefficient de perte de charge fonction du nombre de REYNOLDS (Re) et C_{moy} , se situent au dessous de celles déterminées pour un coefficient de perte de charge dépendant uniquement de C_{moy} .

2- Sur la figure 6.17-b, on constate que les profondeurs d'eau pûre déterminées pour un coefficient de perte de charge établie par STRAUB et ANDERSON, sont proches de celles mesurées expérimentalement par CAIN (1978), ceci justifie le bon choix des conditions aux limites.

E - PROFILS CARACTERISTIQUES :

A partir du point d'inception, on peut déterminer plusieurs profils caractérisant l'écoulement graduellement varié aéré.

Il s'agit des profils des concentrations en air, des densités et des vitesses.

* ANALYSE DES RESULTATS :

1. La variation de la vitesse dans l'écoulement est donnée sur la figure 6.18.

L'accroissement de la vitesse est dû à une réduction du coefficient de perte de charge :

2. Les profils des concentrations en air sont tracés pour différentes sections le long de l'écoulement comme le montre la figure 6.19.

On remarque que les concentrations en air augmentent en fonction de la profondeur adimensionnelle (y'), la teneur en air au fond du coursier reste supérieur à 5 %.

3. La figure 6.20 indique les profils des densités (ρ / ρ_w) en fonction de la profondeur adimensionnelle (y').

On constate que le rapport (ρ / ρ_w) augmente au fond du canal, du fait que la concentration en air à ce niveau est faible. Ce rapport diminue sensiblement en fonction de la profondeur, jusqu'à une valeur minimal correspondante à la concentration maximale ; ($C = 90\%$).

4 - Les profils des vitesses sont repris sur la figure 6.21.a

On remarque que la concentration en Air moyenne dans les différentes sections n'affecte pas la distribution de la vitesse

adimensionnelle $\frac{v}{v_{90}} = f(y / y_{90})$

Ces profils suivent une loi puissance de degrés 6 (Logiciel grapher).

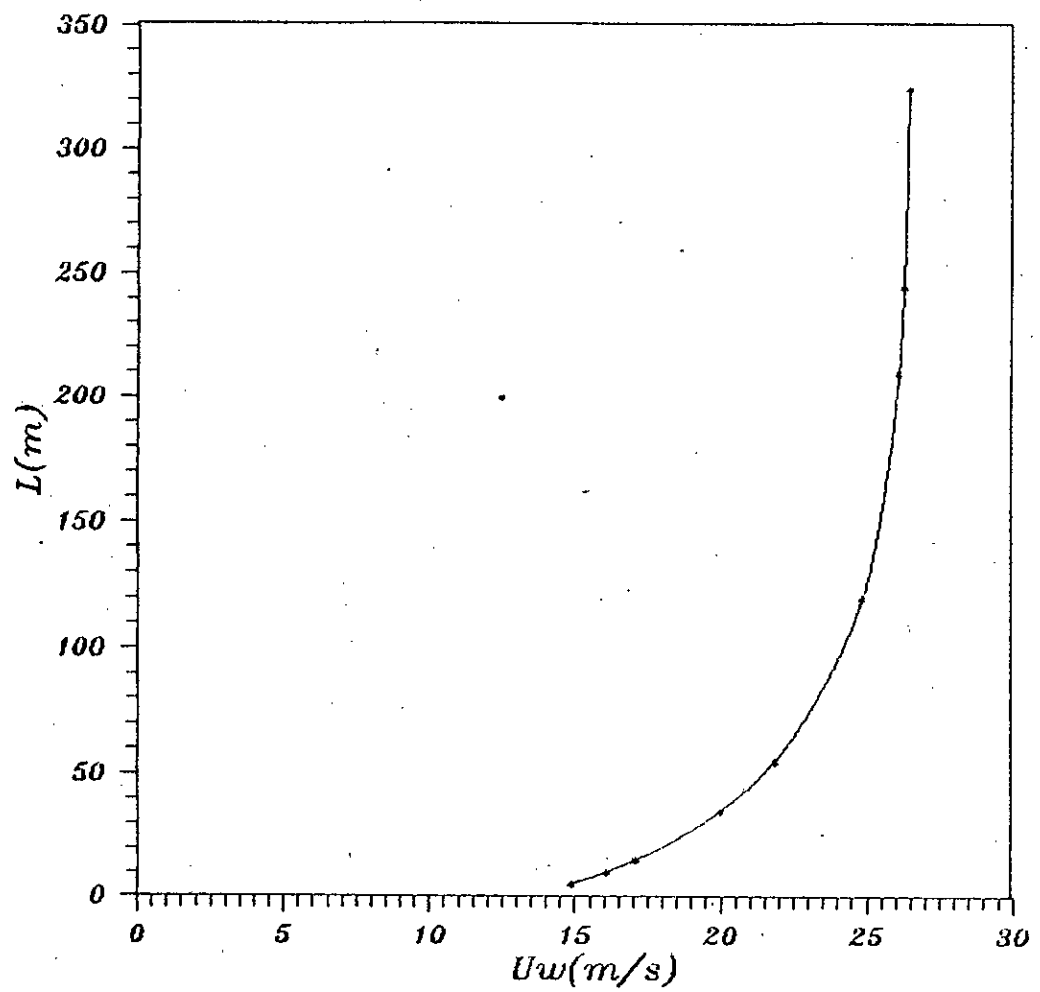


figure 6-18 VARIATION DE LA VITESSE MOYENNE.

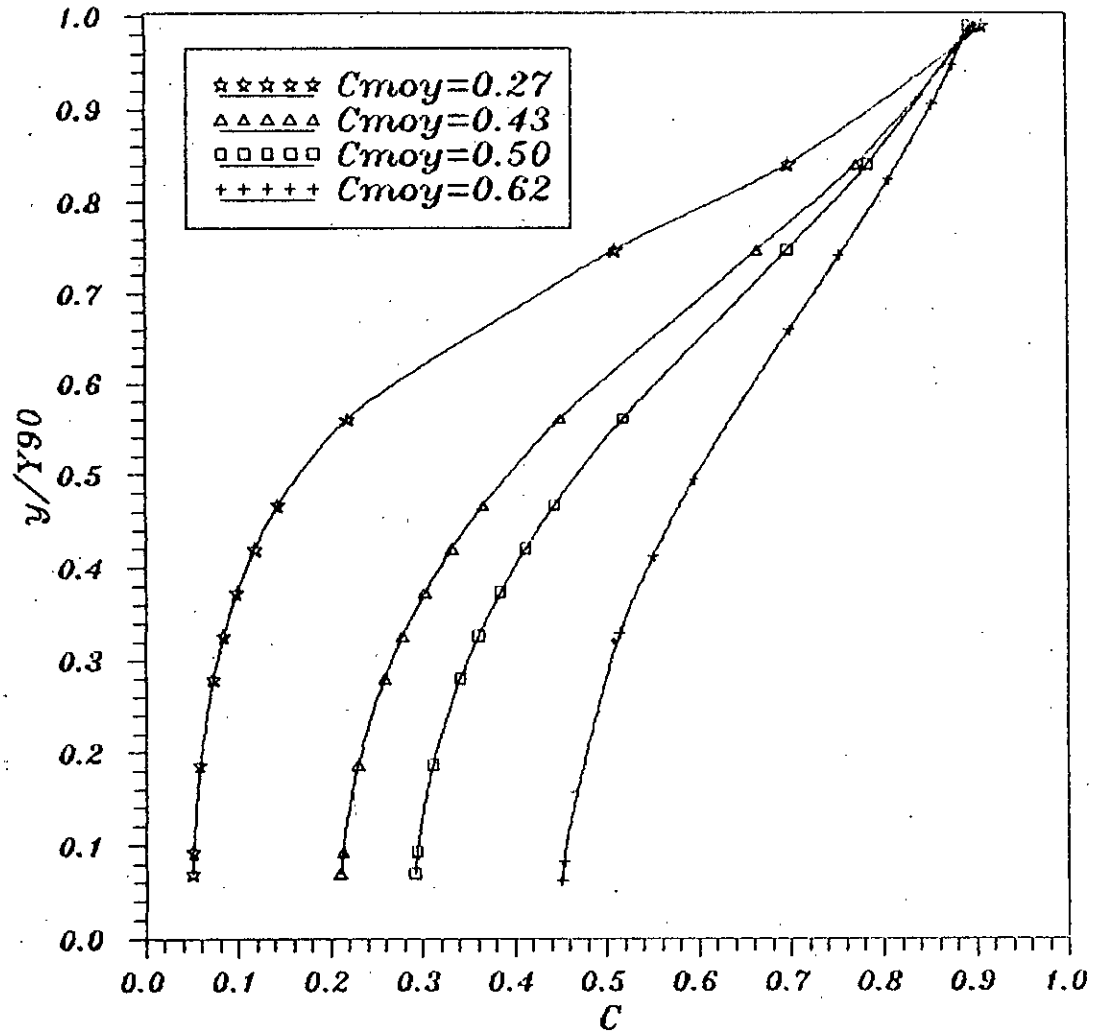


figure 6-19 PROFILS DES CONCENTRATIONS EN AIR.

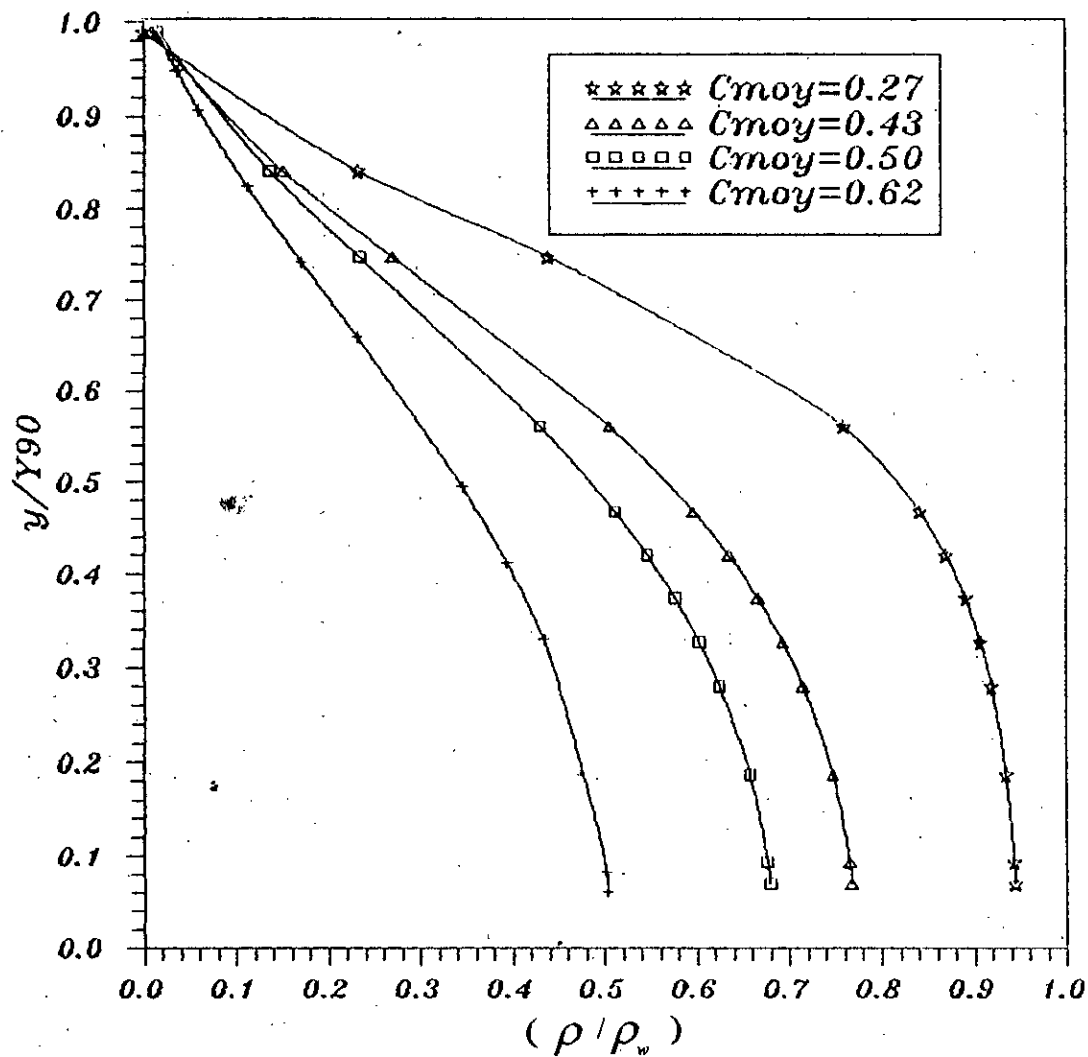


figure 6-20 PROFILS DES DENSITES DU MELANGE.

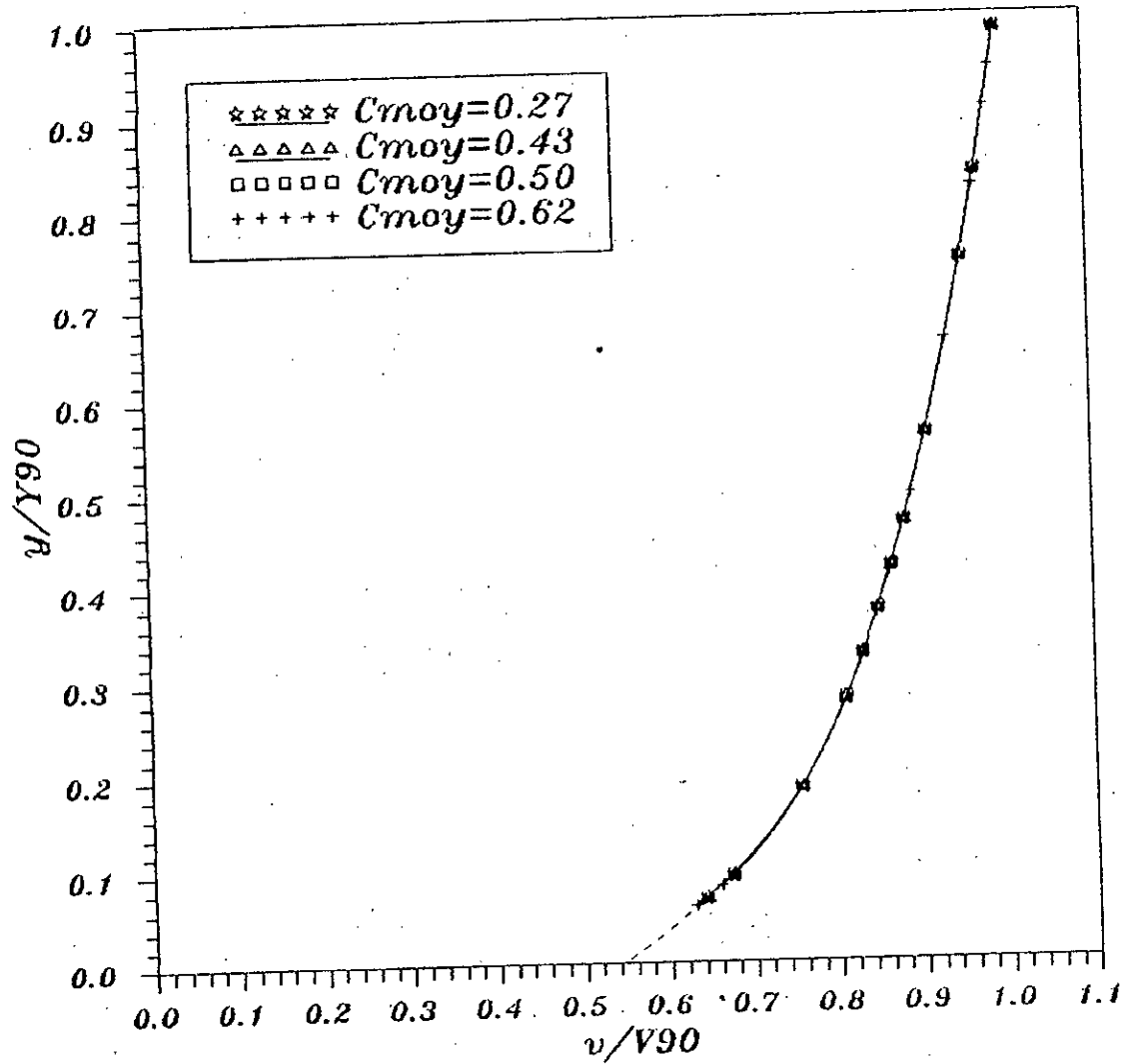


figure 6-21-a PROFILS DES VITESSES.

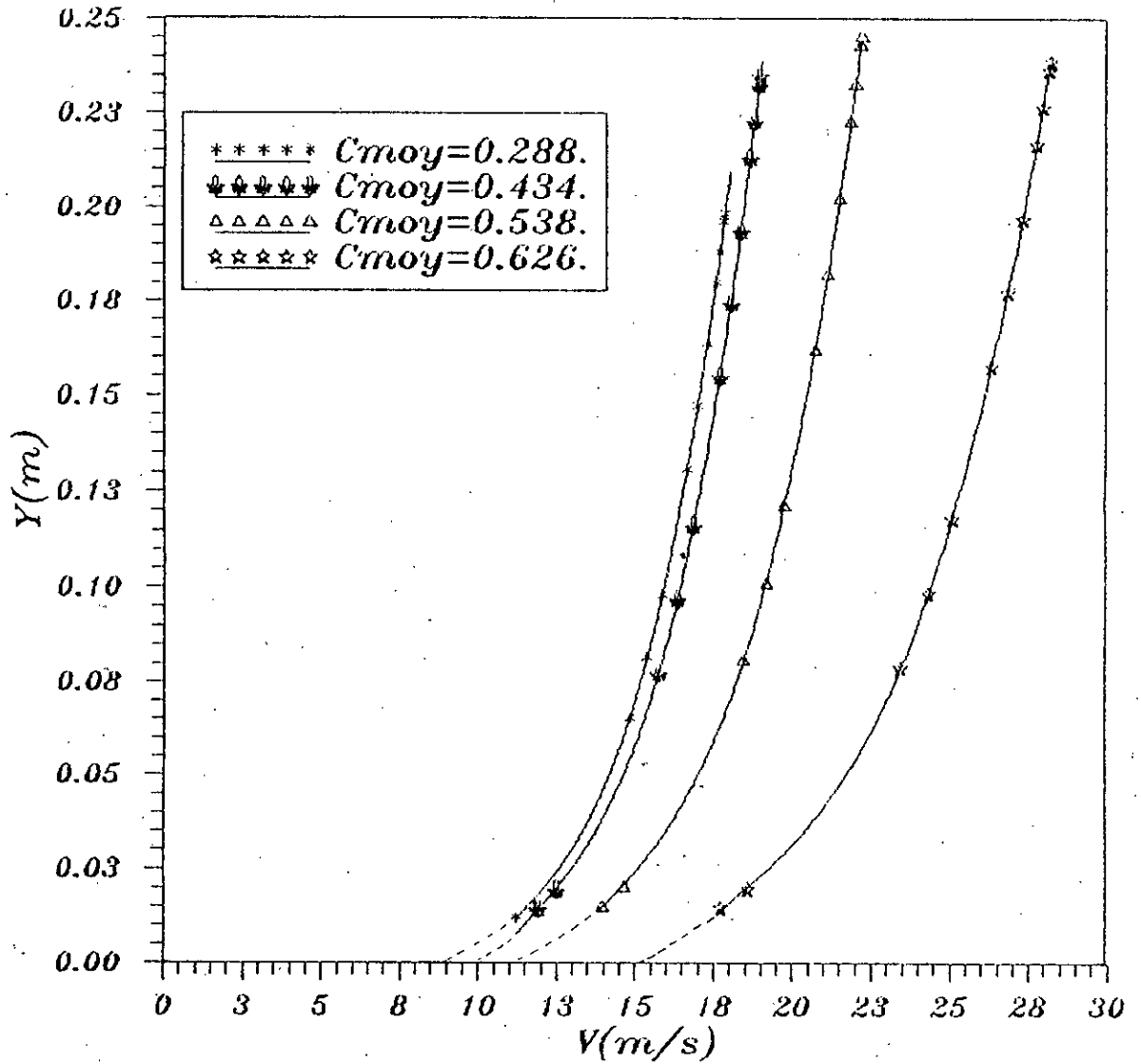


figure 6-21-b

VARIATION DES VITESSES LE LONG
DE L'ECOULEMENT GRADUELLEMENT
VARIE AERE.

La vitesse V_{90} est définie comme celle pour $Y=Y_{90}$, elle est déduite par la combinaison de l'équation III.17 avec l'équation de continuité pour la phase d'eau, d'où on peut écrire:

$$V_{90} = \frac{n+1}{n} * \frac{q_w}{y_{90}(1-C_{moy})}$$

La figure 6.21-b, montre la variation des profils des vitesses $V=f(y)$, dans les différentes sections le long de l'encoulement.

On remarque que ces profils varient lentement en fonction de la concentration en air moyenne, mais dépendent fortement de la pente du Radier.

Ces profils sont ajustés par un polynome de degré (6) (Logiciel grapher), ils nous permettent de dimensionner le bassin de dissipation, et aussi de déterminer sa position.

VI.4.2 - APPLICATION AU COURSIER DE L'EVACUATEUR DE CRUES DU BARRAGE TAKSEBT :

L'évacuateur de crues du barrage TAKSEBT (ALGERIE) est de forte pente ($\alpha = 19^\circ$), son débit laminé est de 52,14 m²/s, le coefficient de perte de charge $f=0,02945$ et de rugosité non nulle ($Kr=71,42$). Son coursier est de forme rectangulaire et de grande largeur.

Vu l'insuffisance des données (Mesures expérimentales) pour faire une comparaison, on se limite à déterminer la variation de la concentration en air moyenne, ainsi que les profils caractéristiques de l'écoulement graduellement varié aéré.

La naissance de l'entraînement d'air sur le coursier est localisé au point de coordonnées.

$$X=184,163 (m) , Y=1,417 (m).$$

a - Variation de la concentration en air moyenne:

La figure 6.22 montre la variation de la concentration en air moyenne en fonction de la longueur (x). Cette variation suit une loi polynomiale de degrés 3 :

$$C_{moy} = 7 \cdot 10^{-8} x^3 - 2,03 \cdot 10^{-5} x^2 + 3 \cdot 10^{-3} x + 2 \cdot 10^{-4}$$

- Analyse des résultats:

On remarque que les concentrations en air moyennes sont inférieures à 30 %, ce qui nous incite à dire que le phénomène de cavitation est favorisé sur ce coursier et est susceptible de provoquer la destruction totale de l'ouvrage.

b - Profils des vitesses et des concentrations en air:

Les figures 6.23 et 6.24, illustrent respectivement les profils des vitesses et des concentrations en air sur le coursier de l'évacuateur de crues de *TAKSEBT*.

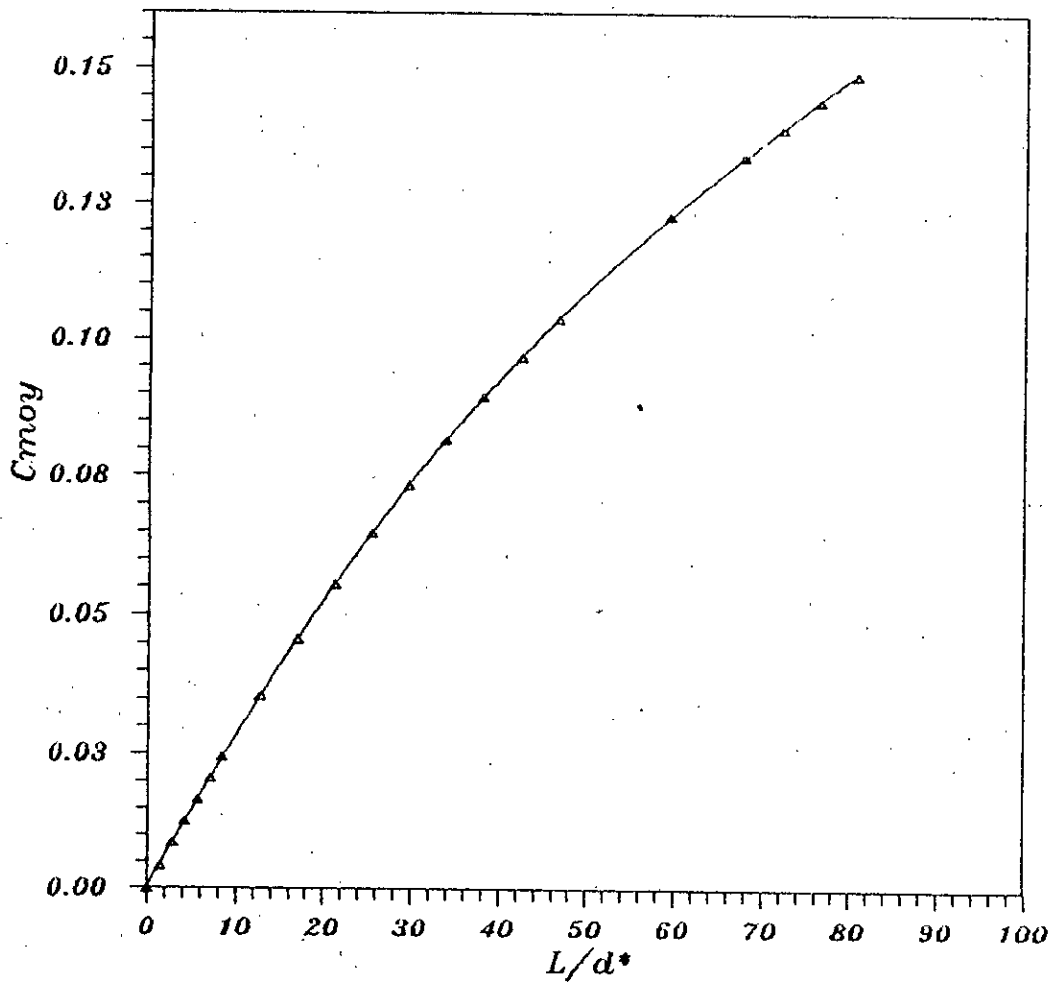


figure 6-22 VARIATION DE LA CONCENTRATION EN AIR MOYENNE.
(barrage TAKSEBT)

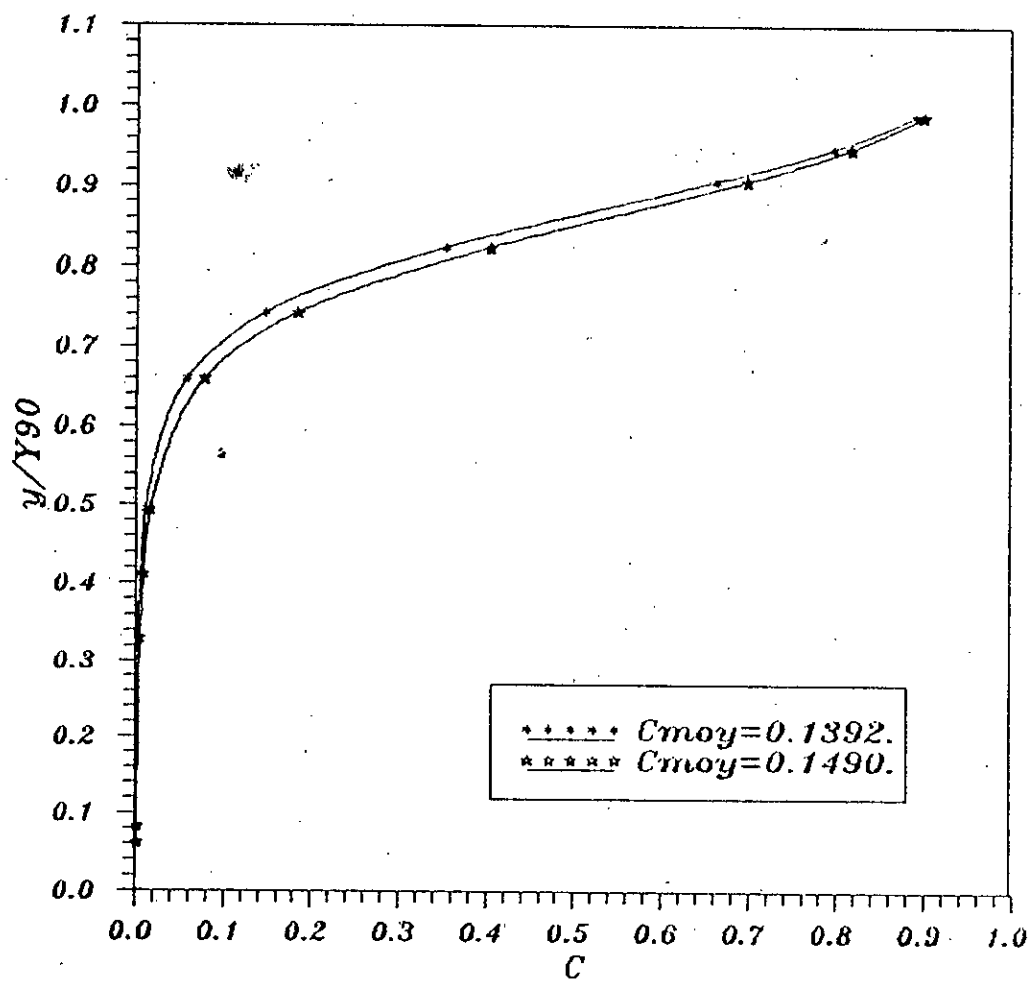


figure 6-23

PROFILS DES CONCENTRATIONS EN AIR
(BARRAGE DE TAKSEBT).

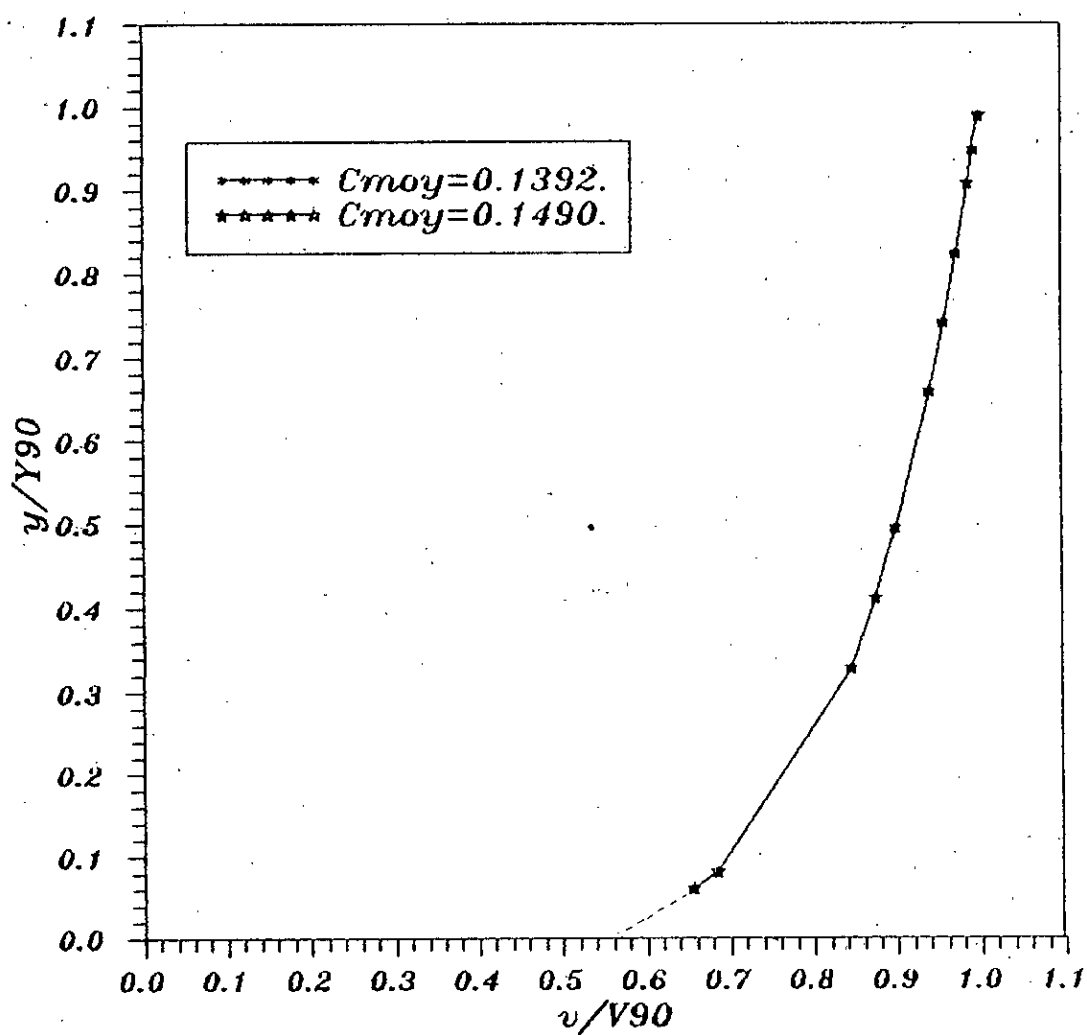


figure 6-24

PROFILS DES VITESSES
(BARRAGE DU TAKSEBT).

- Analyse des résultats:

Au contact du fond de coursier, les concentrations en air sont très faibles, cela prouve que le risque d'érosion par cavitation existe.

Les profils des vitesses adimensionnelles sont indépendants de la concentration en air moyenne, mais dépendent fortement du coefficient de perte de charge.

CONCLUSION :

L'entraînement d'air à la surface libre de l'écoulement est insuffisant. Par conséquent une quantité d'air additionnelle doit être introduite artificiellement pour protéger l'évacuateur de crues contre l'érosion par cavitation. Ceci peut se faire à l'aide des dispositifs de ventilation par le fond ou par les côtés, appelés aérateurs.

ASPECTS PRATIQUES:

Les résultats obtenus sur les deux coursiers des évacuateurs de crues (*AVIEMORE, TAKSEBT*), présentent un intérêt d'ample croissant dans la conception et la protection des ouvrages annexes des barrages que nous résumons ci-dessous :

- 1 - L'érosion par cavitation peut se développer à la surface du coursier, si la concentration en air près de cette surface est inférieure à 5-10%, ce qui correspond à une concentration en air moyenne C_{moy} inférieure à 30%.

- 2 - Le gonflement de l'écoulement doit être pris en compte lors du dimensionnement des murs latéraux.

- 3 - La portée théorique du jet doit être calculée en fonction des profils des vitesses, d'où on peut dimensionner le saut de Ski, ainsi que la détermination de la position du bassin de dissipation.

- 4 - Plus récemment, les études approfondies montrent que la présence de l'air dans l'écoulement à surface libre augmente le transfert de gaz atmosphériques dans les rivières et les canaux, ceci peut-être utilisé pour réoxygéner des cours d'eau pollués.

CONCLUSION DU CHAPITRE

L'application pratique de ces résultats doit être prise en compte pour la protection des canaux et des coursiers des évacuateurs de crues contre l'érosion par cavitation.

On doit noter que les résultats dépendent critiqueusement des hypothèses faites sur les valeurs de la vitesse d'ascension des bulles d'air (U_r), du coefficient de perte de charge (f), et de la concentration en air initiale (c^*), ainsi que de la profondeur initiale (d^*).

Conclusion générale-



CONCLUSION :

Cette étude propose un développement d'un modèle mathématique pour modéliser l'écoulement graduellement varié aéré sur les coursiers et les canaux à forte pente.

Pour ce type d'écoulement supercritique à surface libre, il est important de connaître la quantité d'air entraîné dans l'écoulement; la présence d'air augmente le volume de l'écoulement et réduit le coefficient de charge.

De plus, la présence de quantité d'air au fond des coursiers, permet de réduire ou de stopper les dommages dus à l'érosion de cavitation.

Nous avons présenté une analyse basée d'une part sur l'équation de conservation de la masse pour l'air, et d'autre part, sur l'équation de conservation d'énergie, qui fournit deux équations différentielles dont la résolution s'effectue numériquement, par un schéma aux différences finies associé aux conditions aux limites appropriées et qui permet d'établir un modèle numérique capable de déterminer la variation des concentrations en air, des profondeurs, et des vitesses de l'écoulement graduellement varié aéré.

Nous estimons que la qualité de notre modèle est bonne, puisque les résultats numériques que l'on a obtenu s'approche fidèlement aux résultats expérimentaux obtenus par d'autres chercheurs.

On souhaite souligner que nos résultats dépendent des valeurs estimées pour la vitesse limite d'ascension des bulles d'air (U_r) et pour la vitesse d'entraînement (V_e).

De plus, l'estimation du coefficient de perte de charge pour les écoulements aérés nécessite des études supplémentaires pour mieux comprendre l'interaction des bulles d'air et la turbulence dans la phase liquide.

Enfin, nous espérons que ce travail soit repris par les futurs ingénieurs pour le compléter et le développer, et aussi discuter le cas où les hypothèses de bases précédemment citées ne sont pas valables.

Annexe-



ANNEXES

ANNEXE 1

BREF HISTORIQUE DES HYDRAULICIENS

1-D.BERNOULLI (1700-1782):

dans son oeuvre célèbre "Hydrodynamica", BERNOULLI a su dégager, son théorème le plus important de l'hydraulique.

2-A.DE CHEZY (1718-1798):

Connu de son caractère très habile, ALBERT DE CHEZY a apporté beaucoup d'amélioration à sa formule importante des écoulements à surface libre.

3-W.FROUDE (1810-1879):

Il est nommé parmi les premiers à déterminer les caractéristiques d'un écoulement par expérience. Le nombre de FROUDE tient compte des effets de la gravitation dans les écoulements unidirectionnels.

4-R-MANNING (1816-1897):

Il est né en NORMANDIE, commença sa carrière d'ingénieur en IRLANDE. MANNING s'est principalement intéressé en HYDROLOGIE, c'est sa mémoire en 1889, "ON THE FLOW OF WATER IN OPEN CHANNELS AND PIPES", qui lui a valu une grande notoriété dans le monde des hydrauliciens. La formule et le coefficient qu'il proposa pour la perte de charge sont devenus classiques, et sont encore utilisés de nos jours.

5-J-BRESSE (1822-1883):

Succéda à BELLANGER comme professeur à l'école nationale des ponts et chaussées à PARIS. dans son "COURS DE MECANIQUE APPLIQUEE", il développa la théorie des écoulements en canaux découverts, en tenant compte de la charge spécifique et de la quantité de mouvement, qui a été repris plus tard par BOUSSINESQ.

6-B-BAKHMETEFF (1880-1951):

Né à TIFLIS, il a fait ses études à SAINT PETERSBURG et à ZURICH. Il fut professeur de génie civil à l'université de COLOMBIA, il s'intéresse à l'étude des canaux découverts où il fut le premier à utiliser le diagramme débit-charge spécifique.

7-REYNOLDS (1842-1912):

Il a apporté d'importantes contributions à l'analyse du problème de perte de charge dans les conduites.

8-R-WOOD:

Professeur de génie civil de l'université de CANTERBURY, NEW-ZELANDE. Ces travaux portent sur le phénomène d'entraînement d'air sur les coursiers d'évacuateurs de orues.

DEFINITION DES TERMES

AERATION: L'adjonction d'air dans un écoulement, soit par entraînement d'air superficiel, soit par un aérateur. La quantité d'air entraîné dans un écoulement dépend fortement de la caractéristique turbulente, et de la géométrie du contour.

CANAL: Un canal découvert correspond à un réseau de transport à surface libre pour des liquides. des rivières, des cours d'eau ou des conduites partiellement remplies constituent des canaux.

CAVITATION: Formation de cavités remplies de vapeur dans un fluide, résultant d'une réduction locale de la pression.

COURBE DE REMOUS: On appelle courbe de remous le profil de la ligne d'eau dans un canal, dans un bief limité par deux sections de contrôle.

DISSIPATEUR D'ENERGIE: Un ouvrage dans lequel la transition entre un écoulement torrentiel et un écoulement fluvial est achevée.

ECOULEMENT FLUVIAL: Ecoulement pour lequel le nombre de FROUDE est inférieur à l'unité.

ECOULEMENT UNIFORME: Ecoulement pour lequel les trajectoires sont rectilignes et normales aux sections droites. La surface libre a la même pente que le fond, et la profondeur reste constante.

ECOULEMENT GRADUELLEMENT VARIE: Lorsque les divers paramètres hydraulique se varient d'une manière progressive le long du courant.

ECOULEMENT TORRENTIEL: Violent cours d'eau; de montagne à forte pente, au régime irrégulier et à grande puissance d'érosion. Le nombre de FROUDE est supérieur à l'unité.

EROSION DE CAVITATION: Si les bulles de vapeur parviennent dans des zones d'écoulement à pression élevée, elles implosent. si l'énergie a lieu près des parois, l'énergie ainsi libérée peut attaquer la surface et conduit à l'érosion due à la cavitation.

ANNEXE 2

FLUIDE: Milieu matériel continu, caractérisé par un déplacement simple de ses éléments constitutifs.

LIGNE DE CHARGE: Courbe qui rejoint localement les charges ponctuelles.

NOMBRE DE FROUDE: Nombre qui caractérise la dynamique de l'écoulement. Un écoulement est fluvial si $F=1$, critique si $F<1$, et torrentiel si $F>1$.

PERTE DE CHARGE: C'est la dissipation d'une certaine quantité d'énergie mécanique lors de l'écoulement.
La perte de charge peut être due au frottements ou à des singularités. Elle est proportionnelle au carré d'une vitesse de référence.

PRESSION: C'est une force perpendiculaire par unité de surface sur un fluide (ou un corps solide).

La pression dynamique correspond à $\rho v^2/2$.

La pression statique p_s dans un écoulement est mesurée par l'observateur à une même vitesse, ou par l'observation d'un manomètre.

POINT D'INCEPTION: Correspond au point de début d'entraînement d'air lorsque la couche limite turbulente qui se développe le long de l'écoulement atteint la surface libre.

RUGOSITE DE SURFACE: Un paramètre d'unité de longueur, caractérisant les irrégularités d'une surface qui influencent l'écoulement.

SEPARATION: Elle apparaît si l'écoulement principal d'un fluide ne suit pas la paroi du canal.

TURBULENCE: Ce sont des vortex de dimensions importantes qui se produisent au sein de l'écoulement et conduisent à une dissipation d'énergie considérable.
La turbulence est amortie par cisaillement.

- b:** largeur du coursier.
- b':** constante d'intégration pour la distribution de concentration en air moyenne.
- C:** concentration en air local définie comme le ratio du volume d'air sur le volume total du mélange.
- C_E:** concentration en air moyenne pour un écoulement uniforme.
- C_{MOY}:** concentration en air moyenne définie comme $(1-c_{MOY}) * y_{90} = d$.
- C***: concentration en air moyenne initiale.
- D_H:** diamètre hydraulique (m) définie comme: $D_H = 4 * R_H$.
- d:** profondeur de référence mesurée perpendiculairement à la surface libre.
- d_B:** diamètre de la bulle d'air.
- d_E:** profondeur de référence correspondant au début de l'écoulement uniforme.
- d***: profondeur de référence initiale.
- E:** coefficient de correction de l'énergie cinétique (coefficient de CORIOLIS) pour l'écoulement aéré.
- F_R:** nombre de FROUDE définie comme: $\frac{v^2}{g * d}$.
- f:** coefficient de perte de charge linéaire d'un écoulement non aéré.
- f_E:** coefficient de perte de charge d'un écoulement aéré.
- g:** constante de gravité [m/s²].
- H:** charge totale (m).
- I:** pente du radier.
- S_F:** pente de la ligne de charge.
- K:** constante de VON KARMAN.
- K_R:** constante de STRICKLER.

K_S : rugosité uniforme équivalente (m), définie par
 MANING-STRICKLER: $\frac{(k_R * k_S^{1/6})^2}{g} = 67.24$.

L: longueur du canal (m).

n: exposant du profil des vitesses: $n = k \left(\frac{B}{f} \right)^{0.5}$.

P: pression [pa].

P_v : tension de vapeur.

q: débit d'eau [m^3/s]

q_{AIR} : débit d'air.

q_H : débit d'eau par unité de largeur [m^2/s].

R_E : nombre de REYNOLDS: $R_E = \frac{\rho u_H * d}{\mu}$.

R_H : rayon hydraulique définie comme: $\frac{\text{section mouillée}}{\text{périmètre mouillé}}$.

U_H : vitesse d'eau pure.

U_X : vitesse limite d'ascension d'une bulle d'air.

U_E : vitesse d'entraînement d'air.

U_{90} : profondeur de référence pour $C=90\%$.

Y_{90} : profondeur de référence ou $c=90\%$.

y^* : distance adimensionnelle: $y^* = y/y_{90}$.

γ : tension superficielle.

α : pente du coursier.

ρ : masse volumique du mélange.

ρ_H : masse volumique de l'eau [kg/m^3].

σ : coefficient de cavitation.

δ : épaisseur de la couche limite.

indices:

air: écoulement d'air.

e: écoulement uniforme.

w: écoulement d'eau.

APPENDICE

TABLE DE RESULTATS:

C_{HOY}	$G' \cos \alpha$ (a)	B' (a)
0.0	$+\alpha$	0.0
0.15	8.4	0.00203
0.161	7.999	0.003021
0.21	6.5	0.0135
0.241	5.744	0.028798
0.31	4.834	0.07157
0.41	3.825	0.19635
0.5	3.1	0.406
0.569	2.675	0.62026
0.622	2.401	0.8157
0.68	1.8942	1.3539
0.721	1.5744	1.8641

NOTE: (a)

calculées à partir des mesures établies
par STRAUB & ANDERSON (1958).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- [1] W.H HAGER
"Spillways, shockwaves and air entraînement Review
and Recommendations "
ICOLD Bulletin N° 81 JAN 1992
- [2] W.H HAGER
"Constructions Hydrauliques"
Traité de genie civil de l'école Polytechnique fédéral de
Lausanne publié sous la direction de RENE WALTHER
VOL 15 1989
- [3] H CHANSON
" Etude des phénomènes d'ENTRAÎNEMENT D'AIR
application aux évacuateurs de crues "
Houille Blanche N° 6 1989
- [4] T GANGADHARAI AH, S NAGAR, L RAO
" Inception and entraînement in self aerated flows "
Journal of the Hydraulics Division, ASCE.
N° Hy 7 JULY 1970
- [5] " Problèmes particuliers des écoulements à grande
vitesse "
Congrès des grands Barrages.
Bulletin 58 1987
- [6] J M BALL
" Cavitation from surface irrégularities in High
Velocity "
Journal of the Hydraulics Division, ASCE.
N° Hy 9 SEPT 1976
- [7] " Discussion des communications présentées les 18, 19
et 20 Mars 1992 aux 2 ème Journées de
CAVITATION de S M F"
La Houille blanche N° 5 1993.
- [8] I R WOOD
" Free surface air Entraînement on spillways "
I A H R Hydraulic structures Design manuel.
N° 04 1991

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- [9] IR WOOD
" Air Water Flows "
21 st Congress I A H R Melbourne - Australie 1985
- [10] H CHANSON
" Entraînement d'air dans les écoulement à surface libre,
application aux évacuateurs de crues des barrages "
La houille blanche N° 4 1992
- [11] R COMOLET
" Sur le mouvement d'une bulle de gaz dans un liquide "
La houille blanche N° 1 1979
- [12] H CHANSON
" Réduction des pertes de charges de frottement, pour des
écoulements à surface libre avec entraînement d'air "
La houille blanche N° 5 1993
- [13] R WOOD
" Uniform region of self-aerated flow "
Journal of Hydraulic Eng N° 3 Mars 1983
- [14] I ANTOW
" The effects of turbulence on cavitation inception "
La houille blanche N° 5 1993
- [15] L STRAUB et A-ANDERSON.
" Experiments on self aerated flow in open chanels "
Journal of the Hydraulics Division ASCE HYD 7 Dec 1958
- [16] V T CHOW
" Open chanel flow "
International student edition 1985
- [17] E CRAUSSE
" Hydraulique des canaux découvert en régime permanent "
Edition EYROLLES 1951
- [18] M CARLIER
" Hydraulique générale et appliquée "
Edition EYROLLES 1980

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

[19] H CHANSON

" Self aerated flows on chutes and spillways "

Journal of Hydraulic Engineering N° 2 FEV 1993

[20] J C ARMICI

" TURBO PASCAL " Manuel de programmation

Geneve (Suisse) EDS LISA 1985

[21] P MEILLAND, P JEHANNO

**" Conception des évacuateurs vis-à-vis des problèmes de
dissipation d'énergie, d'érosion et de cavitation "**

La Houille blanche N° 2/3 1992