

وزارة الجامعات والبحث العلمي
Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION
DES RESEAUX MAILLES
DE DISTRIBUTION D'EAU

Proposé par :
T.Merabtène

Etudié par :
T.Gharbi

Dirigé par :
T.Merabtène

PROMOTION
Juin 1992

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION
DES RESEAUX MAILLES
DE DISTRIBUTION D'EAU

Proposé par :
T.Merabtène

Etudié par :
T.Gharbi

Dirigé par :
T.Merabtène

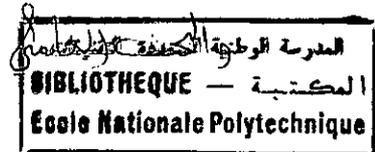
PROMOTION
Juin 1992

Ministère aux Universités
et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

Département: HYDRAULIQUE
Promoteur : Mr T. MERABTENE
Elève Ingénieur: Mr T. GHARBI

وزارة (الجامعات)



ملاحظة الهندسة (المياه)
الموجه: طارق مرتبان
تلميذ هندسي: طلال الغربي

الموضوع: مساهمة تجويد شبكات توزيع المياه
المشكل: يتمثل هذا العمل في تجويد شبكات توزيع المياه، المطلوب إذاً هو التخلص
عن الأقطار الجبده للقنوات لتقليل تكاليف الشبكة مع مراعاة حدود السرعة والضغط
بعد تقديم النتائج الرياضية و طرح الاستنتاجات بالنسبة للشبكات، قمنا بوضع عدة طرق
لتجويد، أخيراً وقع اختيارنا على طريقة معينة، ومن هنا تم تحسينها وبرمجتها، تتمثل النتائج (العدد ديمية
لشبكة حقيقية، والأكاد بغيره دليل على تطبيق أمكانية هذه الطريقة، عملنا

Sujet: Contribution à l'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau.

Résumé: Ce travail consiste à étudier l'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau. Il s'agit de déterminer les diamètres optimaux des conduites de manière à minimiser le coût du réseau en respectant les contraintes de pression et de vitesse. Après avoir présenté les modèles mathématiques et formulé le problème pour les réseaux maillés, nous avons décrit différentes méthodes d'optimisation. Enfin, nous avons choisi une méthode qu'on a amélioré et programmée. L'intérêt pratique de cette méthode est illustré par des résultats numériques relatifs à des réseaux réels et académiques.

Subject: Contribution to the optimisation of water distribution looped networks.

Abstract: This works deals with the study of water distribution looped networks optimisation. We have to determine the optimal conduit diameters so that the total cost of the network is minimum by imposing certain constraints on the node pressures and the flow rates in the conduits. After the presentation of mathematical models, and a formulation of the looped networks problem, we describe different methods of optimisation. At the end, we choose an optimisation method, that we improve and program it. The numerical results relating to real and academic networks illustrate the practical advantage of this method.

DEDICACES



Je dédie ce travail en signe de respect et de reconnaissance à :

-Mes parents ;

-Ma soeur ;

-Toute ma famille et particulièrement ma tante Saïda.

TALEL

REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Je remercie vivement Monsieur Tarek MÉRABTÈNE,
promoteur de ce travail de m'avoir suivi et orienté pour
mener à bien ce projet de fin d'étude.

Je destine ma vive gratitude au Docteur DECHMI.N pour
l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour ses notables
observations.

Mes sincères remerciements s'adressent à tous mes amis pour
leur soutien moral, en particulier à Ighilahriz.N, Kellal.M,
Rezgui.N, Nammouchi.A et Maache.M.

Je remercie enfin tous les enseignants qui ont contribué
à notre formation, sans oublier tout le personnel de l'E.N.P.

<u>Introduction</u>	1
<u>Chapitre I</u>	
Modélisation mathématique et formulation du problème d'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau potable.....	3
I. A Introduction.....	4
I. B Modèles mathématiques d'optimisation.....	4
I. B.1 Généralités.....	4
I. B.2 Définitions.....	4
I. B.3 Programmation linéaire.....	6
a) Définition.....	6
b) Formulations diverses.....	6
c) Algorithmes.....	7
I. B.4 Programmation non linéaire.....	8
a) Définition du problème.....	8
b) Existence de la solution.....	8
c) Algorithmes.....	8
I. C Formulation du problème d'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau potable.....	9
I. C.1 Généralités.....	9
I. C.2 Formulation du problème.....	9
a) Introduction.....	9
b) Définitions et notations.....	9
c) Mise en équation.....	10
I. D Discussion du problème.....	13
I. D.1 Etude du cas où les pressions aux noeuds sont fixées.....	13
a) Première approche discrète.....	13
b) Deuxième approche discrète.....	13
c) Approche continue.....	14
I. D.2 Etude du cas où les pressions aux noeuds sont bornées.....	14
a) Première approche discrète.....	14
b) Deuxième approche discrète.....	14
c) Approche continue.....	14
<u>Chapitre II</u>	
Présentation de quelques méthodes d'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau.....	15
II. A Introduction.....	16
II. B Méthode des longueurs équivalentes- Tong et Al (1961).....	16
II. B.1 Introduction.....	16
II. B.2 Equations de base.....	17
II. B.3 Méthode de résolution.....	17
1) Concept de longueur équivalente.....	17
2) Postulat.....	18

3) Procédure de résolution.....	20
4) Expression du facteur de correction.....	20
5) Solution commerciale.....	20
II.C Méthode des longueurs équivalentes- Raman.V et Raman.S (1966).....	22
II.C.1 Introduction.....	22
II.C.2 Méthode de résolution.....	22
II.D Optimisation des réseaux de distribution d'eau-Jacoby(1968).....	24
II.D.1 Introduction.....	24
II.D.2 Equations de base.....	24
II.D.3 Méthode de résolution.....	25
1) Définition de la fonction "objectif".....	25
2) Procédure de résolution.....	26
II.E Présentation de la méthode des diamètres équivalents-Deb et Sarkar (1971).....	28
II.E.1 Introduction.....	28
II.E.2 Présentation de la méthode.....	28
1) Concept de diamètre équivalent.....	28
2) Formule de Hazen-Williams combinée avec le diamètre équivalent.....	28
3) Principe et procédure de calcul.....	28
II.F Optimisation d'un système de distribution d'eau-Alpérovitz et Shamir (1977).....	31
II.F.1 Introduction.....	31
II.F.2 Equations de base.....	31
II.F.3 Présentation de la méthode.....	32
II.G Recherche d'une méthode d'optimisation des réseaux maillés sous pression- Lebdi (1985).....	35
II.G.1 Introduction.....	35
II.G.2 Equations de base.....	35
1) Notions d'appels aléatoires.....	35
2) Equations d'équilibrage.....	35
3) Contraintes.....	36
4) Fonction objectif.....	36
II.G.3 Méthode d'optimisation.....	36
1) Notion d'ossature d'un réseau maillé.....	36
2) Procédé d'optimisation.....	36
II.H Conclusion.....	39
Chapitre III	
Méthode d'optimisation.....	40
III.A Introduction.....	41
III.B Etude de la méthode.....	41
III.B.1 Principe.....	41
III.B.2 Définition des fonctions couts.....	42
a) Cout d'une conduite.....	42
b) Cout de la pompe.....	42
c) Cout du réservoir.....	43
d) Cout de l'entretien, des traitements et du travail sur le réseau.....	43
III.B.3 Mise en équation de la méthode.....	43
III.C Présentation de notre modèle mathématique.....	46
III.C.1 Organigramme général.....	47

III.C.2 Subroutine EQUILIB.....	48
III.C.3 Subroutine OPTRES.....	48
III.C.4 Subroutine DISMIN.....	49
III.C.5 Subroutine OPTDIAM.....	50
III.C.6 Cas de plusieurs réservoirs.....	51
III.D Applications.....	52
III.D.1 Etude d'un réseau académique.....	52
a) Données.....	52
b) Résultats.....	52
c) Commentaires.....	60
III.D.2 Application sur un réseau réel (Testour-TUNISIE).....	61
a) Données.....	61
b) Résultats.....	61
c) Commentaires.....	63
III.D.3 Exemple à deux réservoirs d'alimentation.....	63
a) Données.....	63
b) Résultats.....	64
c) Commentaires.....	66
III.D.4 Simulation de rupture.....	66
<u>Conclusion et Recommandations.....</u>	67
<u>Bibliographie.....</u>	69

INTRODUCTION

CHAPITRE I

MODELISATION MATHEMATIQUE ET FORMULATION DU PROBLEME
D'OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES DE DISTRIBUTION D'EAU
POTABLE

INTRODUCTION

L'étude du dimensionnement des réseaux de distribution d'eau sous pression est un problème de grande importance en particulier de nos jours avec l'urbanisation rapide que nous connaissons, et qui entraîne une obligation de maintenir des programmes importants d'investissement vu que le coût d'un système de conduites, même de dimensions relativement modeste, est fort élevé.

Le problème est donc de trouver une méthode permettant de déterminer les diamètres des conduites de sorte que le coût total du réseau (investissement et exploitation) soit minimal, ceci en imposant certaines contraintes sur les pressions aux noeuds et les vitesses dans les conduites. On se ramène alors à un programme mathématique non linéaire en général dont la complexité dépend étroitement des contraintes imposées.

Suite à une recherche bibliographique poussée, l'approche du problème a été abordée comme suit :

. Dans le premier chapitre, on présentera les principaux modèles d'optimisation, puis on formulera le problème pour les réseaux maillés de distribution d'eau.

. Le second chapitre est consacré à l'étude bibliographique dans laquelle, on présentera différentes approches de résolution du problème.

. Le troisième chapitre est relatif à la présentation d'un modèle de calcul qui a été développé pour la résolution du problème d'optimisation, basé sur l'article de Featherstone-El Jumaily (1983) auquel plusieurs améliorations ont été apportées.

Une conclusion générale mettra l'accent sur l'intérêt de cette étude, avec quelques recommandations.

Chapitre I

MODELISATION MATHEMATIQUE ET FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES DE DISTRIBUTION D'EAUX POTABLE

I-A Introduction :

On commence dans ce chapitre par une présentation sommaire de l'optimisation, puis on essaiera d'appliquer son approche mathématique sur les réseaux maillés de distribution d'eau.

I-B Modèles Mathématiques d'Optimisation :

I-B-1 Généralités :

Dans cette première partie, on développe les principaux concepts utilisés en optimisation. On présentera en premier lieu quelques définitions, on traitera ensuite la programmation linéaire et non linéaire avec présentation sommaire des algorithmes utilisés dans ces problèmes.

I-B-2 Définitions :

L'optimisation est l'ensemble des techniques mathématiques permettant de choisir, en respectant certains critères de choix, des variables de décision.

Dans tout problème d'optimisation, les caractéristiques suivantes sont prises en compte :

- Une ou plusieurs fonctions coûts,
- Des variables de décision,
- Des quantités d'information disponibles pour le choix des variables de décision,

La forme générale d'un problème d'optimisation est :

$$(P) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x) \leq 0 \quad (i=1,2,\dots,m) \\ x \in S \subset \mathbb{R}^n \end{array} \right. \quad (I-B-1)$$

La fonction f est appelée la fonction objectif, et l'ensemble des conditions $g_i(x) \leq 0$ ($i=1,2,\dots,m$) et $x \in S$ sont

les contraintes du problème .

On appelle solution du problème (P) tout vecteur x vérifiant les contraintes, c'est à dire tel que $g_i(x) \leq 0$ ($i=1, \dots, m$) et $x \in S$.

On appelle solution optimale (P) (ou encore optimum global) de (P) une solution qui minimise $f(x)$ sur l'ensemble de toutes les solutions.

On dit qu'un vecteur x^0 est optimum local de (P) si et seulement si il existe un voisinage $V(x^0)$ de x^0 tel que x^0 soit optimum global du problème :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \\ \text{et } x \in S \cap V(x^0) \end{array} \right. \quad (\text{I-B-2})$$

Le tableau (1) est une classification des différents types de problèmes d'optimisation que l'on peut rencontrer en pratique, suivant les propriétés de la fonction f , celle des fonctions g_i et suivant la définition du sous-ensemble S de \mathbb{R}^n .

Fonction f	Fonctions g_i	Ensembles S	Terminologie employée
Continues, non linéaires, quelconques		Continue $S \subset \mathbb{R}^n$	Programmation mathématique continue
Non linéaires quelconques (pas nécessairement continues)		Discrèt	Programmation mathématique discrète (Si $S \subset \mathbb{Z}^n$, programmation non linéaire en nombre entier)
Continue non linéaire quelconque	$m = 0$	$S = \mathbb{R}^n$	Optimisation (non linéaire) continue sans contraintes
Non linéaire quelconque (pas nécessairement continue)	$m = 0$	$S = \mathbb{Z}^n$	Optimisation (non linéaire) en nombre entier sans contraintes
Non linéaires quelconques et convexes		$S \subset \mathbb{R}^n$ convexe	Programmation mathématique non linéaire convexe
linéaire		$S \subset \mathbb{R}^n$	Programmation linéaire
linéaires		$S \subset \mathbb{Z}^n$	Programmation linéaire en nombre entier

Tableau 1 : Classification des problèmes d'optimisation.

Remarques :

1) Si la fonction à optimiser ou les contraintes dépendent de paramètres aléatoires ou mal connus, le problème est dit

problème de programmation stochastique.

On se ramène au cas déterministe (où les variables ne dépendent pas de variables aléatoires) en prenant l'espérance mathématique du critère stochastique.

Si les variables de décision sont des fonctions du temps, le problème est donc un problème d'optimisation dynamique et les techniques utilisées sont la programmation dynamique et la théorie du contrôle.

2) Si le problème d'optimisation est à n fonctions cout :
 $f_1(V_1, \dots, V_n) \dots f_n(V_1, \dots, V_n)$ qui seront respectivement les fonctions économiques de n centres de décision (joueurs), les V_i les variables de décisions respectives.

Il est clair qu'aucun joueur ne peut optimiser sa fonction sans tenir compte du comportement des autres joueurs. Les problèmes d'optimisation à résoudre constituent donc la théorie des jeux à n personnes. Lorsque les variables de décision sont dynamiques, on parle de jeux différentiels à n personnes.

I-B-3 Programmation Linéaire :

a) Définition :

Un problème de programmation linéaire, consiste à minimiser (ou à maximiser) une fonction linéaire sous contraintes linéaires, il s'agit donc d'un programme mathématique de la forme :

$$\text{Minimiser } f(x_1, \dots, x_n)$$

sous les contraintes

$$g_1(x_1, \dots, x_n) \leq 0$$
$$x = (x_1, \dots, x_n) \geq 0$$

où $f(x_1, \dots, x_n)$, $g_1(x_1, \dots, x_n)$ sont toutes linéaires.

b) Formulations diverses :

* Forme standard d'un programme linéaire :

Un programme linéaire se présente sous la forme de m équations linéaires à n inconnues et d'une fonction objectif Ct linéaire, à maximiser ou à minimiser :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i=1, m \quad (\text{I.B.3})$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1, m$$

$$\text{Minimiser } Ct = \sum_{j=1}^n C_j x_j \quad (\text{I.B.4})$$

Soit sous forme matricielle :

$$\text{Contraintes } \begin{aligned} A X &= B \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Minimiser } Ct = C X$$

où A est la matrice mxn de composante générale a_{ij} .

$$A = [a_{ij}] \quad i=1,m \quad j=1,n$$

X le vecteur colonne appartenant à \mathbb{R}^n

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$$

B vecteur colonne à m composantes

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_m)^t$$

C vecteur ligne à n composantes

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)^t$$

* Forme canonique d'un programme linéaire

C'est la forme :

$$\text{Contraintes } \begin{aligned} A X &\geq B \\ X &\geq 0 \\ B &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Minimiser } CT = C X.$$

La forme canonique se ramène à la forme standard en introduisant des variables supplémentaires, dites variables d'écart telle que :

$$\begin{aligned} A X + X^o &= B \\ X &\geq 0 \\ X^o &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Minimiser } CT = C X.$$

c) Algorithme :

En pratique, l'algorithme de résolution d'un programme linéaire le plus fréquemment employé est celui du simplexe. On établit que l'ensemble des solutions réalisables est un ensemble polyédrique convexe et que parmi l'ensemble des programmes optimaux, il y a au moins l'un des sommets de cet ensemble.

L'algorithme du simplexe, s'interprète alors géométriquement comme étant alors un cheminement de point extrême en point extrême adjacent le long de la frontière de l'ensemble des solutions du problème.

Algébriquement, il s'interprète comme la détermination d'une suite de bases adjacentes B^0, B^1, \dots, B^q et de solutions de base x^0, x^1, \dots, x^q telles que $Ct(x^0) > Ct(x^1) > \dots > Ct(x^q)$

I.B.4 Programmation non linéaire :

a) Définition du problème :

Le problème est le suivant :

$$\text{minimiser } f(x_1, \dots, x_n)$$

sous les contraintes :

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq 0 \quad i=1, m$$

où $f(x_1, \dots, x_n)$ est la fonction objectif qui peut être linéaire ou non

$g_i(x_1, \dots, x_n)$ sont m contraintes non linéaires.

b) Existence de la solution :

Alors que pour la programmation linéaire, l'existence d'une solution optimale est acquise, sauf dans quelques cas particuliers (que l'algorithme du simplexe met en évidence), il n'en n'est pas du tout de même pour la programmation non linéaire. En fait, en dehors de quelques cas continus, il est très difficile de pouvoir affirmer l'existence voir même l'unicité d'une solution du problème ci-dessus.

c) Algorithmes :

On cherche généralement un algorithme permettant d'approcher l'optimum (s'il existe). De très nombreux algorithmes numériques permettent la résolution de ce genre de problème. Ce sont en général des processus itératifs.

Pour rechercher les valeurs $X^*(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ qui rendent $f(x_1, \dots, x_n)$ optimum, on peut :

- Soit chercher la ou les solutions du système de n équations $\text{grad}f(x_1, \dots, x_n) = 0$
- Soit recourir à des méthodes de montée (pour la recherche d'un maximum) ou de descente (dans le cas d'un minimum). Il s'agit alors de construire une suite de points X^0, X^1, \dots, X^n tels que $f(X^0) > f(X^1) > \dots > f(X^n)$ et convergeant vers un optimum local de f .

A chaque étape k , x^{k+1} est défini par $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d^k$ où d_k est une direction de déplacement qui peut être soit le gradient de f en x^k , soit calculée à partir du gradient, soit choisie de façon plus ou moins arbitraire à condition que ce soit une direction de descente.

Ces méthodes de montée, utilisent des développements locaux, faisant intervenir soit des éléments de premier ordre, on a alors ce qu'on appelle la méthode du gradient qui est la plus connue dans ce domaine, et dont dérivent beaucoup d'autres, soit des éléments du second ordre (méthode de quadratisation : approche de $f(x)$ par un polynôme du second degré).

I.C Formulation du problème d'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau potable :

I.C.1 Généralités :

Dans ce qui suit, on essaiera d'appliquer les modèles mathématiques d'optimisation sur les réseaux maillés de distribution d'eau potable, on mettra l'accent ensuite sur les difficultés rencontrées lors de cette optimisation.

I.C.2 Formulation du problème :

a) Introduction :

Pour les réseaux maillés de distribution d'eau, l'optimisation peut se faire soit :

- * Implicitement : Le tracé du réseau, les côtes et la consommation aux noeuds ; les diamètres et la rugosité des conduites sont alors connus. Le problème consiste donc à déterminer les débits dans les conduites et les charges aux noeuds et ceci en respectant d'une part la loi de conservation d'énergie au niveau des mailles et la conservation de masse dans les noeuds et d'autre part les contraintes de pression et de vitesses.
- * Explicitement : Il s'agit dans ce cas de déterminer dans une gamme commerciale les diamètres optimaux des conduites de manière à minimiser le coût total du réseau, en respectant les lois de conservation d'énergie et de masse et les contraintes de vitesse et de pression.

b) Définitions et Notations :

On définit :

- * $Z = (z_1, \dots, z_n)^T$ les côtes des n noeuds du réseau.
- * $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ les débits aux noeuds.
- * $p = (p_1, \dots, p_n)^T$ les pressions aux noeuds.

* $H = (h_1, \dots, h_n)^T$ les charges hydrauliques aux noeuds.

Par définition : $H = P + Z$ (I.C.1)

* $L = (l_1, \dots, l_t)^T$ les longueurs des t conduites.

* $D = (d_1, \dots, d_t)^T$ les diamètres des conduites.

* $Q = (Q_1, \dots, Q_t)^T$ les débits dans les conduites.

* $\Delta h = (\Delta h_1, \dots, \Delta h_t)^T$ les pertes de charges dans les conduites.

* $V = (v_1, \dots, v_t)^T$ les vitesses dans les conduites

$v_i = Q_i S_i^{-1}$ où S_i est la section de la conduite i

d'où $v_i = 4Q_i / (\pi d_i^2)$ (I.C.2)

* $D = (D_1, \dots, D_n)^T$ la gamme des S diamètres commerciaux.

* $C = (C_1, \dots, C_n)^T$ leurs coût unitaires.

La relation fondamentale liant le débit à la perte de charge pour une conduite donnée s'exprime :

$$\Delta h_i = g_i(Q_i, l_i, d_i)$$

S'explicitant par : $\Delta h_i = a_i l_i Q_i |Q_i| \lambda d_i^{-\alpha}$ (I.C.3)

. $\lambda > 0$ (de l'ordre de 1)

. $\alpha > 0$ (de l'ordre de 5)

. a est une constante positive (de l'ordre de $1.6 \cdot 10^{-3}$)

formule de Hazen-Williams : $\lambda = 0.85$, $\alpha = 4.87$

formule de Manning Strickler : $\lambda = 1$, $\alpha = 5$.

c) Mise en équation :

Considérons un réseau maillé R, constitué de n noeuds et t conduites orientées arbitrairement et m mailles. On a :

$$m = t - n + 1.$$

* Equations d'équilibre :

Par analogie avec les réseaux électriques, on peut écrire les deux lois de Kirtchhof :

. Equilibre des débits aux noeuds : en chaque noeud, la somme des débits entrants et sortants est nulle :

$$\sum_{j=1}^t e_{ij} Q_j = q_i \quad i=1, n \quad \text{et } e_{ij} = \pm 1, 0 \quad (\text{I.C.4})$$

Soit sous forme matricielle : $E Q = q$

où $E = (e_{ij})$ matrice d'incidence du réseau constitué de n lignes et t colonnes.

$Q = (Q_j)$ vecteur de t lignes

$q = (q_i)$ vecteur de n lignes.

. Equilibre dans les mailles : pour toute maille, la somme des pertes de charge le long des conduites la constituant est nulle (on affecte du signe + la perte de charge pour une conduite orientée dans le sens de parcours de la maille, du signe - sinon) soit :

$$\sum_{j=1}^t \epsilon_{ij} \Delta h_j \quad i=1, n \quad \text{et } \epsilon_{ij} = \pm 1, 0 \quad (\text{I.C.5})$$

Soit sous forme matricielle : $M \Delta h = 0$.

où $M = (\epsilon_{ij})$ matrice à m lignes et t colonnes

$\Delta H = (\Delta h_j)$ vecteur à t lignes.

Compte tenu de la loi de conservation des débits, une équation aux noeuds est redondante :

$$q_1 = \sum_{i=2}^n q_i \quad \text{où } q_1 : \text{débit de la source.}$$

En supprimant une telle équation, on se ramène à :

où $A Q = q$
où A : matrice de $n-1$ lignes et t colonnes

$$\text{on a donc : } \begin{cases} A Q = q \\ M \Delta h = 0 \end{cases}$$

soit $n-t+m = t$ équations à $2t$ inconnues (t débit et t diamètres), on démontre que le système précédent possède une solution unique lorsque les diamètres sont fixés.

* Contraintes imposées :

. Contraintes sur les vitesses : Il arrive dans certains cas, pour des questions de sécurité dans le réseau (dépot et érosion) qu'on impose des bornes de vitesse :

$$V_{\min} \leq |v_i| \leq V_{\max}$$

avec (I.C.2), on se ramène à :

$$V_{\min} \pi/4 \leq |Q_i| d_i^{-2} \leq V_{\max} \pi/4 \quad (\text{I.C.6})$$

. Contraintes sur les diamètres : On exige pour les conduites d'avoir des diamètres choisis dans la gamme commerciale, soit :

$$d_i \in \{d_1, \dots, d_n\}$$

on a donc :
$$d_i = \sum_K \delta_{ik} D_k \quad k = 1, s \quad (\text{I.C.7})$$

δ_{ik} est le symbole de Kronecker $\delta_{ik} = 1$, si $i=k$, 0 dans le cas contraire.

. Contraintes sur les pressions : On impose aux pressions aux noeuds d'être comprises entre deux bornes inférieure et supérieure :

$$P_{j\min} \leq P_j \leq P_{j\max} \quad j = 1, n-1 \quad (\text{I.C.8})$$

* Fonction objectif :

Le coût total des conduites s'écrit :

$$\text{Coût} = \sum_i \sum_k \delta_{ik} l_i C_k \quad i = 1, t \text{ et } k = 1, s \quad (\text{I.C.9})$$

où C_k est le coût unitaire d'une conduite de diamètre numéro k .

* Récapitulation :

A partir des équations (I.C.4) à (I.C.9), on obtient le programme mathématique suivant :

Minimiser

$$\text{Coût} = \sum_i \sum_k \delta_{ik} l_i C_k \quad i = 1, t \text{ et } k = 1, s$$

Sous les contraintes :

$$A Q = q$$

$$M \Delta h = 0$$

$$\Delta h = G(Q, l, d)$$

$$V_{\min} \pi/4 \leq |Q_i| d_i^{-2} \leq V_{\max} \pi/4 \quad i = 1, t$$

$$d_i = \sum_K \delta_{ik} D_k \quad k = 1, s$$

$$P_{j\min} \leq P_j \leq P_{j\max} \quad j = 1, n-1$$

Ce problème obtenu est en fait un problème de programmation non linéaire que la majorité des auteurs évitent de résoudre sous cette forme.

Comme, on le verra par la suite dans les chapitres suivants, l'introduction de quelques hypothèses permet de simplifier la résolution.

I.D Discussion du problème :

Comme, on l'a montré ci-dessus, on est confronté à un problème de programmation mathématique. On distingue alors deux cas différents selon le type de contraintes sur les pressions (qui fixent la forme du problème). Les contraintes de vitesse n'influent pas du tout sur la forme du problème

ID1 Etude du Cas où les Pressions aux Noeuds sont Fixées :

C'est un cas purement théorique, les pressions aux noeuds étant définies, le sens du débit est donc connu.

Pour une résolution aussi simple que possible du problème, trois approches peuvent être envisagées :

a) Première approche discrète : On impose à chaque conduite d'avoir un diamètre commercial. on aboutit donc à un problème :

- linéaire, à cause de la relation perte de charge, débit et diamètre.
- En nombre entier, à cause de l'appartenance des diamètres à une gamme commerciale.

Il convient de préciser que cette approche est sans grand intérêt, en effet, d'une part le fait d'imposer à chaque conduite d'être constituée d'un seul diamètre commercial, conduit à l'élimination d'autres solutions commerciales comme on le verra dans la seconde approche ; d'autre part en imposant des pressions fixées, ceci force les débits à prendre un nombre fini de valeurs (qui doivent vérifier l'équilibre aux noeuds) d'où réduction supplémentaire des solutions commerciales possibles. Enfin, on peut remarquer que des contraintes trop restrictives sur les vitesses peuvent conduire à un domaine réalisable vide.

b) Deuxième approche discrète : Elle consiste à découper chaque conduite en S tronçons. Chaque tronçon possède un diamètre commercial et une longueur inconnue telle que la somme des longueurs de ces tronçons soit égal à la longueur totale de la conduite.

On arrive donc à un problème non linéaire et non convexe (à cause de la présence de contraintes d'égalité non linéaire provenant des équations de perte de charge) où les longueurs de tronçons sont les inconnues.

On établit dans ce cas que la solution optimale correspond à deux tronçons au plus par conduite.

c) Approche continue : Elle consiste à chercher les diamètres optimaux des conduites, sans respecter les contraintes sur les diamètres. on obtiendra donc des diamètres non commerciaux qu'on arrondira aux diamètres commerciaux les plus proches. Ceci nous éloignera de la solution optimale, mais nous simplifiera beaucoup le problème puisque le domaine réalisable sera étendue.

Le problème est donc un problème de minimisation d'une

fonction non linéaire ($f(d) = a_1 + a_2 d + a_3 d^3$ où a_1, a_2, a_3 sont à déterminer par ajustement sur un bordereau commercial) soit strictement convexe soit strictement concave dans un polyèdre convexe borné.

I.D.2 Etude du cas où les pressions aux noeuds sont bornées :

a) Première approche discrète : Elle conduit dans ce cas à un problème :

- Non linéaire, à cause de la présence de contraintes non linéaires.
- Non convexe, à cause des contraintes d'égalité de pertes de charges non linéaires.
- Mixte, à cause de la présence de variables entières ou non (d et Q).

b) Deuxième approche discrète : On aboutit à un problème :

- Non linéaire, à cause des contraintes de perte de charge non linéaires.
- Non convexe, puisque le domaine réalisable est constitué d'un ensemble de sous domaines disjoints, ceci à cause des valeurs absolus dans la relation perte de charge-débit, le domaine est donc constitué de deux quadrants (où les débits et la perte de charge sont de même signe).

c) Approche Continue : Il s'agit alors d'un problème de programmation non linéaire qui peut être ramené par décomposition (en fixant les pressions ou les débits) à une suite de problème de minimisation d'une fonction soit strictement convexe soit strictement concave dans un polyèdre convexe borné.

CHAPITRE II

PRESENTATION DE QUELQUES METHODES D'OPTIMISATION
DES RESEAUX MAILLES DE DISTRIBUTION D'EAU.

CHAPITRE II

PRESENTATION DE QUELQUES METHODES D'OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES DE DISTRIBUTION D'EAU

II.A Introduction :

Le problème de recherche du diamètre économique s'est posé déjà à la fin du dernier siècle, tout d'abord sous une forme simple, celle de la recherche du diamètre économique de la conduite de refoulement ; il s'agissait en fait de trouver un compromis entre les dépenses d'investissement et les dépenses de fonctionnement ; en effet, en augmentant le diamètre, on augmente les premières, mais au contraire, on diminue très vite les pertes de charge et par suite les dépenses en énergie.

A la fin du dix neuvième siècle, l'ingénieur français BRESSE, proposa une formule simple de calcul du diamètre d'une conduite véhiculant un débit Q :

$$D = 1,5 Q^{0.5} \quad ([D] = m, [Q] = m^3/s) \quad (II.A.1)$$

Plus tard, en 1948, et pour tenir compte des différents paramètres d'investissement et de fonctionnement, KOCH et VIBERT ont établie (pour des tuyaux en fonte) la relation suivante :

$$D = A(e/f)^{0.154} Q^{0.46} \quad (II.A.2)$$

où, e: prix du KWh utilisé pour le pompage ; f: prix du Kg de fonte ; A: coefficient dépendant du nombre n d'heures de pompage par jour ; Q: débit véhiculé (m^3/s); D: diamètre économique (m).

Vers les années 1955, les études se sont orientées vers une généralisation du problème, elles tendent alors à optimiser l'ensemble du réseau.

Ces études se sont axées en premier lieu sur l'optimisation des réseaux ramifiés, ce problème est, ne serait ce que pour la détermination des diamètres optimaux, totalement résolu principalement par les méthodes de LABYE(1966 et 1972) : méthode discontinue et celle de LAB2.

II.B. Méthode des longueurs équivalentes-TONG ET AL(1961)

II.B.1 Introduction :

Tong et Al commencent par introduire la notion de longueur équivalente d'une conduite. Ils énoncent ensuite un postulat non démontrable qu'ils déduisent de leur expérience.

Par un raisonnement analogue à celui utilisé dans la méthode d'équilibrage des réseaux de Hardy-Cross, ils imposent une condition de boucle qui leur permettra une fois vérifiée de trouver les diamètres du réseau qui donnent la solution du cout minimum. Ces diamètres seront remplacés par les diamètres commerciaux les plus proches. A la fin un équilibrage du réseau est fait.

II.B.2 Equation de base :

. En chaque noeud, la loi de continuité des masses doit être vérifiée. Pour chaque maille, la loi de conservation d'énergie le long d'un parcours fermé doit être aussi vérifiée. On a donc le système d'équation suivant :

$$\text{A chaque noeud : } \sum_i Q_i = 0 \quad (\text{II.B.1})$$

$$\text{Dans chaque maille : } \sum_i \Delta H_i = 0 \quad (\text{II.B.2})$$

où : Q_i : débit dans la conduite i pris en valeur algébrique

ΔH_i : perte de charge dans la conduite i prise en valeur algébrique

. La formule reliant le débit à la la perte de charge dans une conduite, s'écrit d'après Hazen-Williams :

$$\Delta H = \frac{L Q^{1.85}}{0,094 \text{ CHW}^{1.85} D^{4.86}} \quad (\text{II.B3})$$

avec ΔH : perte de charge dans le tronçon(m)

L_{ij} : longueur du tronçon ij (m)

Q_{ij} : débit véhiculé dans le tronçon ij

D_{ij} : diamètre du tronçon ij (m)

CHW : coefficient de Hazen-Williams.

II.B.3 Méthode de résolution :

Le problème à résoudre, consiste à déterminer le diamètre, le débit et la perte de charge qui donnent le prix minimum du réseau tout en respectant les équations de base.

On considerera dans ce qui suit que sont connus la géométrie du réseau, la longueur et le coefficient d'Hazen-Williams pour chaque conduite, l'altitude, la consommation, la pression maximale et minimale dans chaque noeud.

1) Concept de longueur équivalente :

La longueur équivalente d'une conduite est définie comme étant la longueur d'une conduite de diamètre égal à 200 mm et

de coefficient d'Hazen-Williams de 100, qui donne la même perte de charge pour un même débit.

$$L_e = L(100/CHW)^{1,85} (200/D)^{4,86} \quad (\text{II.B.4})$$

avec : L_e = longueur équivalente (m)
 L = longueur (m)
 CHW : coefficient de Hazen-Williams
 D = diamètre (mm)

2) Postulat :

Tong et al, introduisent le concept que la quantité de matière et donc la solution la plus économique, est obtenue lorsque la somme des longueurs équivalentes des conduites du réseau est minimale. Pour eux, cette condition est vérifiée, si on arrive à avoir pour chaque maille la somme des longueurs équivalentes nulles.

$$\sum_i L_{e,i} = 0 \quad (\text{II.B.5})$$

Ce postulat n'est pas démontable, il est déduit de l'expérience et de l'observation.

3) Procédure de résolution :

On commence tout d'abord par remplacer toutes les conduites par des conduites de même diamètre (200 mm) et de même coefficient de Hazen-Williams ($CHW = 100$) et dont le seul paramètre inconnu est la longueur équivalente. Cette méthode est basée sur celle de Hardy-Cross, donc pour résoudre le problème, on se pose au départ des charges aux noeuds telles que la condition ($\sum \Delta H = 0$) soit satisfaite dans chaque maille, et la pression en chaque noeud se trouve bien entre les valeurs minimales et maximales. En tenant compte du postulat, on déduit un système d'équation à résoudre.

Dans chaque boucle, la condition :

$$\sum_i L_{e,i} = 0 \quad (\text{II.B.5})$$

doit être satisfaite.

En introduisant l'équation (II.B.4) dans la formule (II.B.3), on obtient :

$$\Delta H = \frac{L_e Q^{1,85}}{0,094 (100)^{1,85} (0,2)^{4,86}} = 0,19 L_e Q^{1,85} \quad (\text{II.B.6})$$

On déduit alors :

$$L_e = \frac{\Delta H}{0,19 Q^{1,85}} \quad (\text{II.B.7})$$

La condition (II.B.5) devient alors :

$$\sum_i \left[\frac{\Delta H_i}{0,19 Q_i^{1,85}} \right] = 0 \quad (\text{II.B.8})$$

Dans ce système d'équation (III.B.8 pour chaque maille), le ΔH_i est imposé par le choix des charges aux noeuds, seuls les débits Q_i sont donc inconnus.

Pour résoudre ce système non linéaire en Q_i , il faudra procéder par itération et corriger à chaque fois les débits initiaux au moyen d'un facteur de correction jusqu'à ce que la condition (II.B.5) soit satisfaite (les débits initiaux doivent être choisis de façon à vérifier en chaque noeud $\Sigma Q=0$). Ayant obtenu les valeurs des longueurs équivalentes lorsque la condition ($\Sigma L_{e_i} < \epsilon$ avec $\epsilon \neq 0$), on peut en déduire les diamètres optimaux à partir de l'équation (II.B.4) en remplaçant la longueur L et le coefficient CHW par les valeurs réelles pour chaque conduite, on a alors :

$$D_i = 200 \left[\frac{L_i}{L_{e_i}} \right]^{0,21} \left[\frac{100}{CHW_i} \right]^{0,38} \quad (\text{II.B.9})$$

avec D_i : Diamètre optimal de la conduite (mm)
 L_i : Longueur réelle (m)
 L_{e_i} : Longueur équivalente (m)
 CHW_i : Coefficient d'Hazen-Williams.

4) Expression du Facteur de Correction :

Soit Q_1, Q_2, \dots, Q_n les débits initiaux dans les n conduites qui forment la maille. On peut alors écrire :

$$\sum_{i=1}^n L_{e_i} = \frac{1}{0,19} \left[\frac{\Delta H_1}{Q_1^{1,85}} + \dots + \frac{\Delta H_1}{Q_1^{1,85}} + \dots + \frac{\Delta H_n}{Q_n^{1,85}} \right]$$

$$= f(Q_1, \dots, Q_1, \dots, Q_n) \quad (\text{II.B.10})$$

Si l'équation (II.B.10) n'est pas satisfaite et pour avoir l'équation de continuité toujours vérifiée aux noeuds, les débits initiaux doivent être corrigés par un même facteur de correction ΔQ , on aura donc :

$$f(Q_1 + \Delta Q, \dots, Q_1 + \Delta Q, \dots, Q_n + \Delta Q) = 0 \quad (\text{II.B.11})$$

En utilisant les deux premiers termes de la série de Taylor, l'équation (II.B.11) devient :

$$f(Q_1, \dots, Q_1, \dots, Q_n) + \left[\frac{\partial f}{\partial Q_1} + \dots + \frac{\partial f}{\partial Q_1} + \dots + \frac{\partial f}{\partial Q_n} \right] \Delta Q = 0$$

$$(\text{II.B.12})$$

De l'équation (II.B.10) on déduit :

$$\frac{\partial f}{\partial Q_1} = \frac{-1,85 \Delta H_1}{0,19 Q_1^{2,85}} = -1,85 (L_{e1}/Q_1) \quad (\text{II.B.13})$$

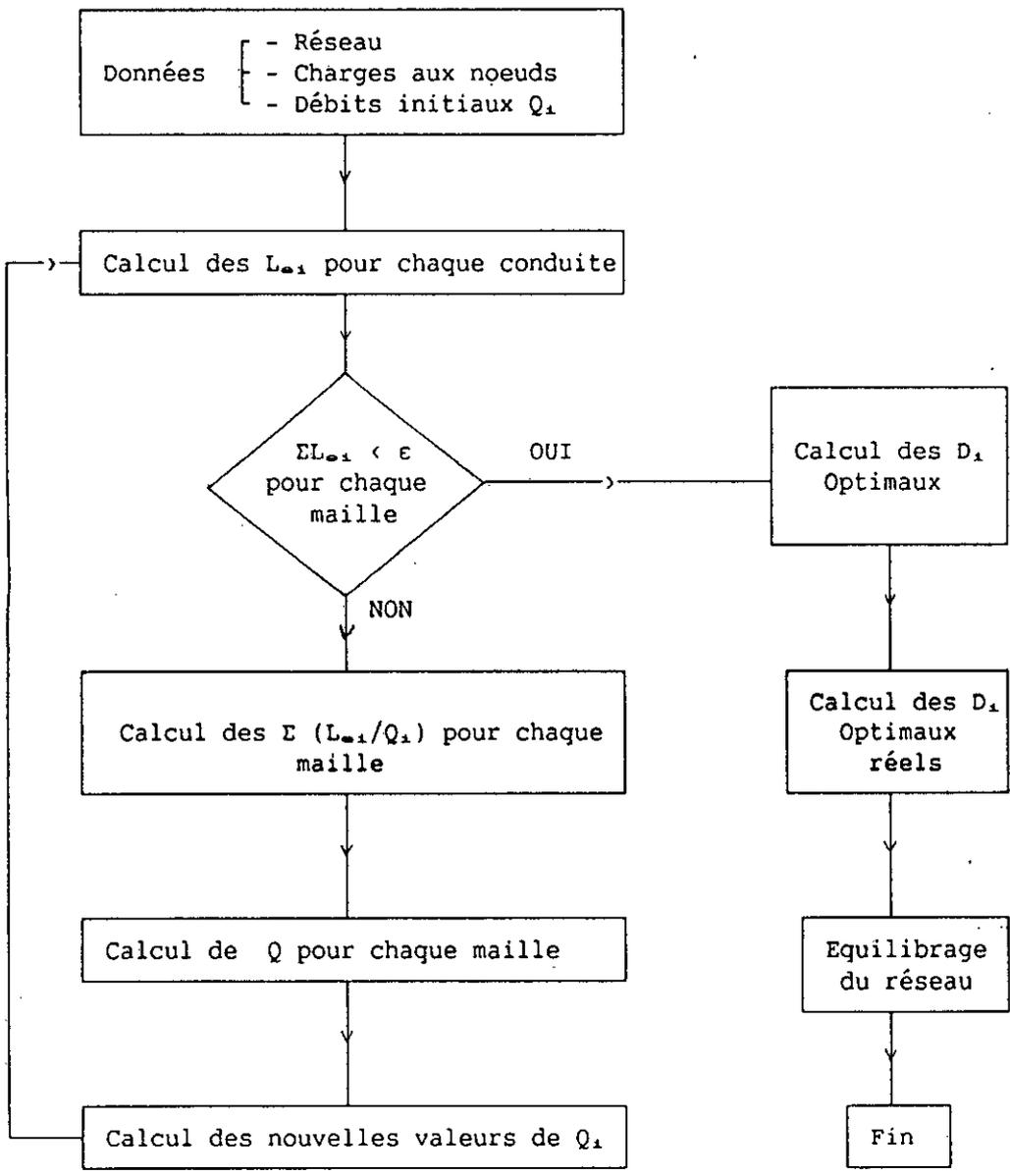
Les équations (II.B.13), (II.B.10) et (II.B.12) donnent :

$$\Delta Q = \frac{\sum_{i=1}^n L_{e1}}{1,85 \sum_{i=1}^n (L_{e1}/Q_1)} \quad (\text{II.B.14})$$

La valeur de ΔQ , ne donne pas la valeur exacte de la correction du débit, et ceci à cause de l'approximation faite par la série de Taylor, Donc pour converger vers la solution, Il faut répéter le processus de correction jusqu'à avoir une valeur de $\sum_i L_{e1}$ proche du zéro.

5) Solution Commerciale :

Les valeurs des diamètres optimaux obtenues ne sont pas généralement des valeurs commerciales, on est alors obligé de les remplacer par les valeurs des diamètres commerciaux les plus proches. Cette modification perturbe les équations de base qui ne sont plus vérifiées. Un rééquilibrage du réseau s'avère donc indispensable.



Organigramme de la méthode

II.C Méthode des longueurs équivalentes.
RAMAN.V et RAMANS (1966).

II.C.1 Introduction :

Cette méthode est fort semblable à celle de Tong et al (1961), les équations de base, le postulat et le processus de résolution sont identique. Seule la condition déduite du postulat et la valeur du facteur de correction qui en découle sont différentes.

II.C.2 Méthode de Résolution :

Dans la méthode de Tong et al, la minimisation de la somme des L_{o1} sur tout le réseau, est obtenue en annulant $\sum_i L_{o1}$

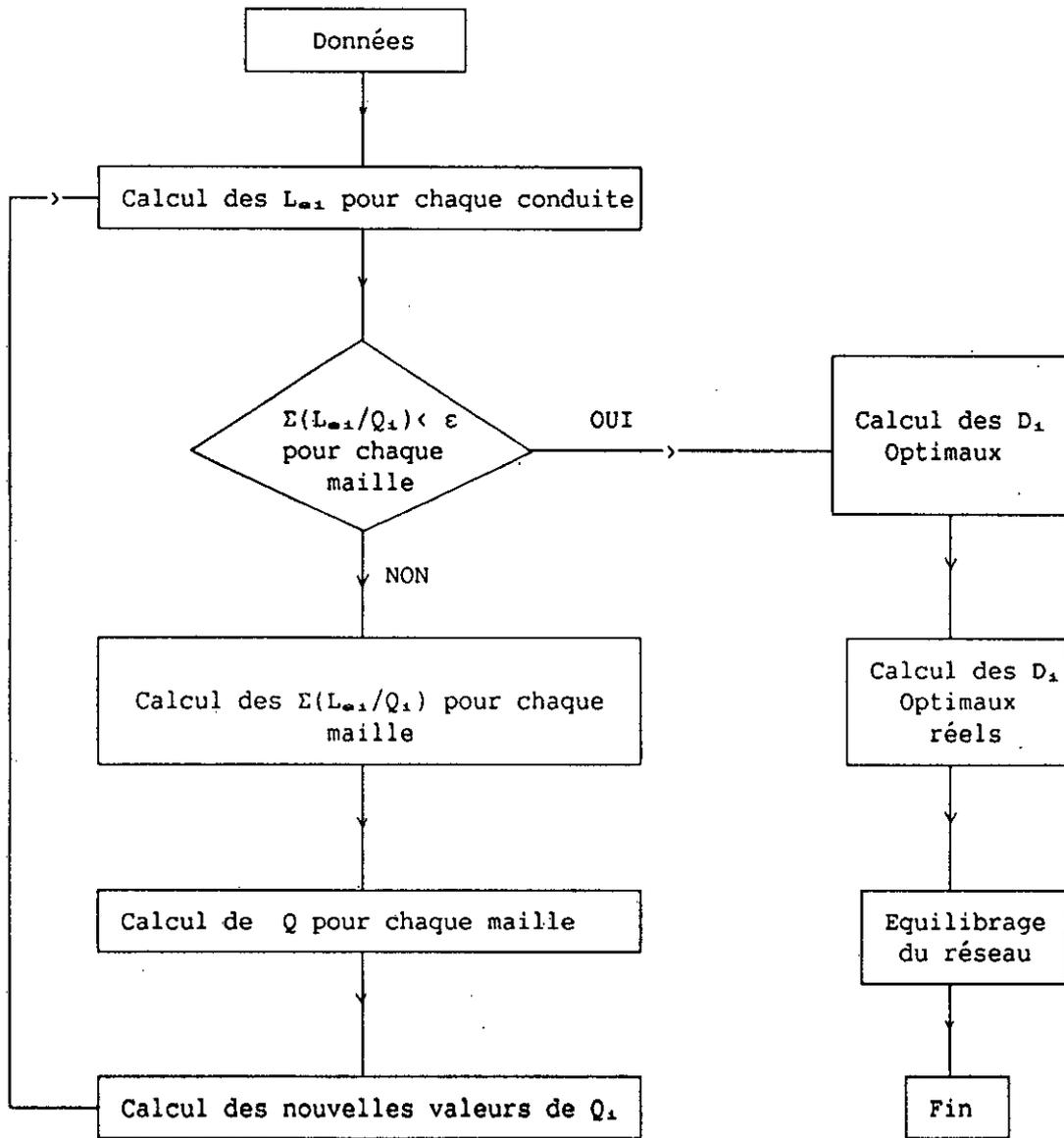
sur chaque maille ; dans cette méthode, ceci se fait en minimisant $\sum_i L_{o1}$ sur chaque maille. Les Ramans démontrent alors

que cette condition est équivalente à l'annulation de l'expression $\sum_i (L_{o1}/Q_1)$ sur chaque maille.

Suite à ce qui a été dit , un changement dans l'expression du facteur de correction a eu lieu. Par une démonstration semblable à celle développée dans Tong et al(1966) on a :

$$\Delta Q = \frac{\sum_i (L_{o1}/Q_1)}{2,85 \sum_i (L_{o1}/Q_1^2)} , \text{ pour chaque boucle} \quad (\text{II.C.1})$$

Remarque : Pour une conduite commune à deux boucles, le facteur de la boucle considérée, est additionné au débit supposé dans cette conduite, celui de la boucle adjacente soustrait.



Organigramme de la méthode

II.D Optimisation des réseaux de distribution d'eau
JACOBY(1968)

II.D.1 Introduction :

JACOBY, pose le problème des pressions bornées. En précisant que le problème discret est non linéaire en nombre entier, il se ramène à une version continue qu'il résout par une procédure de descente par gradient dite "aléatoire". Les valeurs théoriques obtenues sont arrondies aux valeurs commerciales les plus proches ce qui l'éloigne de l'optimum.

II.D.2 Equations de Base :

. Si on applique le principe de la conservation d'énergie dans une maille, on peut écrire :

$$\sum_{(\text{maille } K)} (\Delta H_i) = 0 \quad (\text{II.D.1})$$

avec K : indice de la maille.
 i : indice des conduites formants la maille.
 ΔH_i : perte de charge dans la conduite i.

. La loi de continuité des masses donne en chaque noeud :

$$\sum Q_i + C_j = 0 \quad (\text{II.D.2})$$

avec j : indice du noeud.
 i : indice des conduites aboutissants au noeud j.
 Q_i : débit dans la conduite i.
 C_j : consommation au noeud j.

. La relation liant la perte de charge, le débit et le diamètre est :

pour une conduite :
$$\Delta H_i = K_i \frac{|Q_i| Q_i}{D_i^5} \quad (\text{II.D.3})$$

pour une pompe
$$\Delta H_p = A Q_p^2 + B Q_p + C \quad (\text{II.D.4})$$

 A, B, C constantes caractéristiques de la pompe.

. La fonction coût à minimiser, comprend le coût de l'ensemble des conduites, et celui des opérations de pompage.

$$CT = \sum_i (K_1 D_i^3 + K_2 D_i^2 + K_3 D_i + K_4) L_i + \frac{C \rho g Q_p \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} \quad (\text{II.D.5})$$

avec CT : Coût total du réseau
 K_1, K_2, K_3, K_4 : Contraintes à déterminer par ajustement
 C : Coût du Kwh
 ρ : Densité

g : Accélération de la pesanteur
 Q_p : Débit de la pompe
 ΔH_p : L'augmentation de la charge
 Δt : Durée de vie de la pompe
 η_p : Rendement de la pompe.

II.D.3 Méthode de Résolution :

Connaissant le tracé du réseau, la longueur des conduites, les altitudes des noeuds, la consommation aux noeuds et les charges imposées en certains noeuds, on cherche soit des diamètres D_i et des débits Q_i , soit des diamètres D_i et des pertes de charge ΔH_i (la troisième inconnue peut être déduite des deux autres), tels que les contraintes soient vérifiées et que la fonction coût soit minimale.

Cela ramène à un problème d'optimisation non linéaire à cause de la non linéarité des contraintes et de la fonction coût, ce problème est discret et ceci à cause de la gamme commerciale des diamètres qui existent sur le marché.

Jacoby a donc proposé une approche continue des diamètres qu'il résout par une méthode itérative.

La solution réelle est obtenue en arrondissant les diamètres calculés aux diamètres commerciaux les plus proches. A la fin, un équilibrage hydraulique du réseau se fait.

1) Définition de la fonction "Objectif" :

Si on suppose que le réseau est composé de n noeuds, m boucles, l conduites, la fonction "objectif" s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 OF(\Delta H_1, \dots, \Delta H_l, Q_1, \dots, Q_l, D_1, \dots, D_l) = & \\
 & \sum_{i=1}^l (K_1 D_i^3 + K_2 D_i^2 + K_3 D_i + K_4) L_i + \frac{C \rho g Q_p \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} \\
 & + \sum_j^n A_j (\sum Q_j + C_j) + \sum_{K=1}^m B_K \sum \Delta H_1 \quad (II.D.6)
 \end{aligned}$$

avec B_K et A_j des constantes.

Si on veut exprimer OF en fonction des débits et des diamètres, on a :

$$\begin{aligned}
 OF(Q_1, \dots, Q_l, D_1, \dots, D_l) = & \sum_{i=1}^l (K_1 D_i^3 + K_2 D_i^2 + K_3 D_i + K_4) L_i \\
 + & \frac{C \rho g Q_p \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} + \sum_{j=1}^n A_j (\sum_j Q_j + C_j) + \sum_{k=1}^m B_K (\sum_{K=1}^m K \frac{|Q_k| Q_k}{D_k^5}) \quad (II.D.7)
 \end{aligned}$$

. Si on veut exprimer OF en fonction des pertes de charges et des diamètres, on a :

$$OF(\Delta H_1, \dots, \Delta H_p, D_1, \dots, D_1) = \sum_{i=1}^1 (K_1 D_1^3 + K_2 D_1^2 + K_1 D_1 + K_4) L_1$$

$$+ \frac{C \rho g Q_p \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} + \sum_{j=1}^n A_j \left(\sum_j \left(\frac{\Delta H_j D_j^5}{K_j} \right) + C_j \right) + \sum_{K=1}^m B_K \sum_K \Delta H_K \quad (\text{II.D.8})$$

. Si on veut exprimer OF en fonction des pertes de charge et des débits, on aura une fonction coût trop complexe.

Remarque : Les valeurs de A_j et B_K sont choisies de telle manière qu'elles rendent très grand le terme dans lequel elles se trouvent lorsque la contrainte correspondante n'est pas respecté et elles sont nulles dans les autres cas.

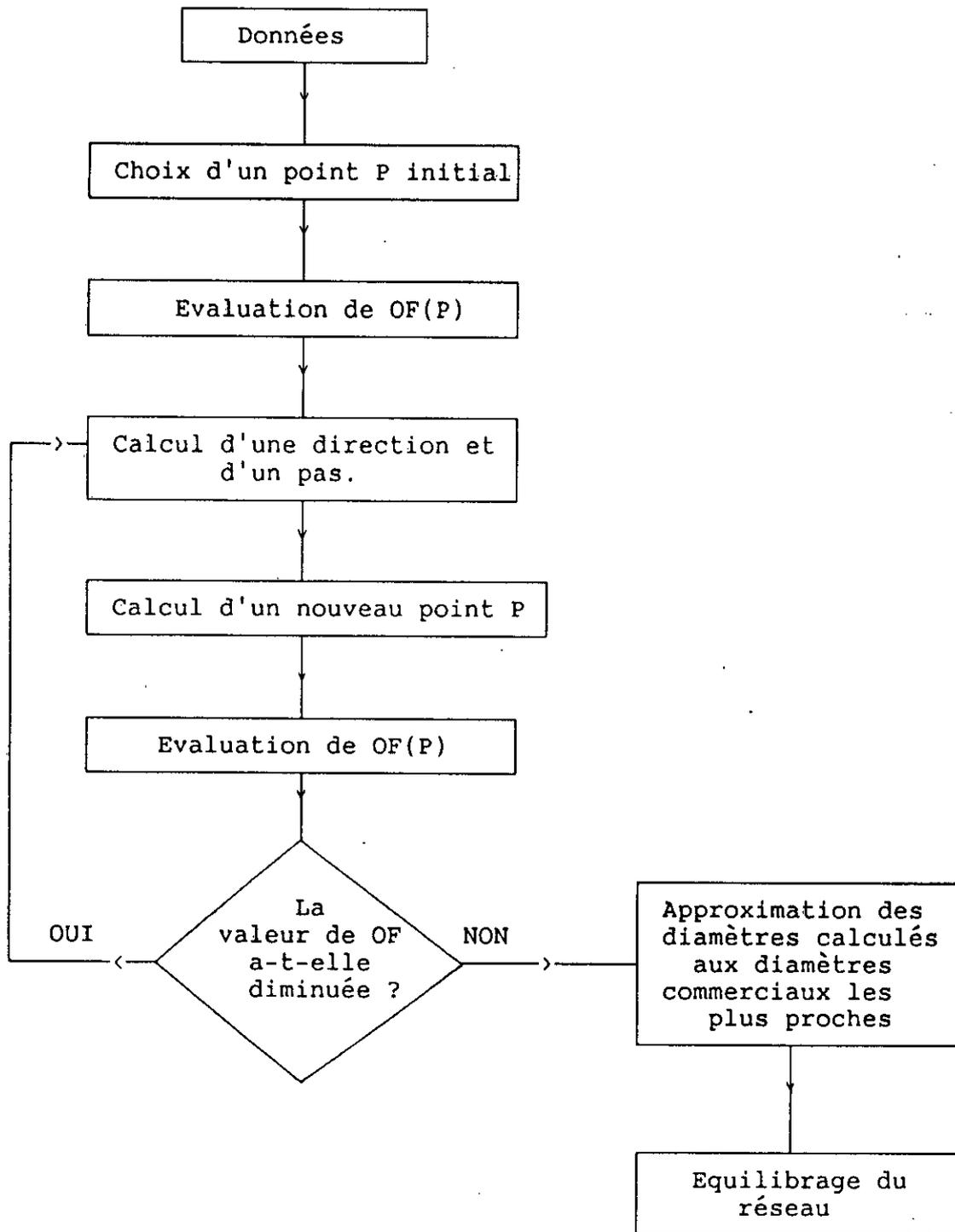
2) Procédure de Résolution :

La fonction OF n'étant pas linéaire en fonction des variables, on obtiendra la solution en utilisant un processus itératif. On choisira au départ un point arbitraire P dans l'espace à 21 dimensions $((Q_1, \dots, Q_1, D_1, \dots, D_1)$ ou $(\Delta H_1, \dots, \Delta H_p, D_1, \dots, D_1))$ tel que les contraintes sont satisfaites en ce point, la fonction "objectif" prendra une valeur OF(P).

On progressera ensuite de point en point dans l'espace à 21 dimensions. Si au point donné, la fonction OF n'est pas minimale, on recherche une direction et un pas pour bouger dans l'espace de telle sorte que la valeur prise par la fonction au point suivant soit plus petite que celle prise au point considéré. On essaye alors de se déplacer dans la direction du minimum, c'est à dire dans la direction de $(-\nabla OF)$ où ∇OF est le gradient de OF, en ne chargeant à chaque étape qu'une seule inconnue.

Si la fonction OF est convexe (possède un seul minimum), il suffit de bouger dans cette direction pour obtenir le minimum absolu, mais il est difficile de dire si OF est convexe ou non. Il faudra donc essayer d'autres directions pour éviter de confondre minimum local et minimum absolu. La longueur du pas choisi dans la direction peut varier également, elle peut être réduite ou augmentée suivant la réduction de OF obtenue. On peut recommencer la procédure en partant d'un autre point initial.

A la fin, lorsqu'on arrive à minimiser la fonction coût et annuler les termes contenant les constantes A_j et B_K , on arrondi les diamètres des conduites aux valeurs commerciales les plus proches et on rééquilibre le réseau.



Organigramme de la méthode

II.E Présentation de la Méthode des Diamètres
Equivalents-DEB et SARKAR(1971) :

II.E.1 Introduction :

La méthode des diamètres équivalents développée par Deb et Sarkar(1971) est plus complète que les deux méthodes étudiées précédemment (Tong et al-1961;Raman-1966). Elle définit des fonctions coûts pour les conduites. Par l'introduction du concept du diamètre équivalent d'une conduite, cette méthode permet de trouver les diamètres optimaux.

II.E.2 Présentation de la Méthode :

1) Concept de Diamètre Equivalent :

Le diamètre équivalent est définie comme étant celui d'une conduite de 100 m de long et de coefficient de Hazen-Williams égal à 100 qui pour un même débit donne la même perte de charge que la conduite réelle.

$$D_e = D(CHW/100)^{0,381} (100/L)^{0,206} \quad (II.E.1)$$

avec D_e : Diamètre équivalent (m)
 D : Diamètre (m)
 CHW : Coefficient de Hazen-Williams
 L : Longueur (m).

2) Formule de Hazen-Williams Combinée avec le Diamètre Equivalent :

En tenant compte de la définition du diamètre équivalent, la formule de Hazen-Williams devient :

$$\Delta H = \frac{100 Q^{1,85}}{0,094(100)^{1,85} D_e^{4,86}} = 0,21 \frac{Q^{1,85}}{D_e^{4,86}} \quad (II.E.2)$$

On déduit de cette expression la relation entre le diamètre équivalent, la perte de charge et le débit,

$$D_e = 0,73 \frac{Q^{0,381}}{\Delta H^{0,206}} \quad (II.E.3)$$

3) Principe et Procédure de Calcul :

Dans leur article, les auteurs commencent par définir la fonction coût d'une conduite.

$$C_c = K' L D^m \quad (II.E.4)$$

avec : C_c , coût de la conduite ; D le diamètre (m) ; L la longueur (m) ; K' et m des constantes.

Le coût d'une conduite de longueur fixe (100 m) est de diamètre équivalent (D_e) est :

$$Y = K' D_e^m 100 = K M \frac{Q^{0,381m}}{\Delta H^{0,206}} \quad (\text{II.E.5})$$

avec $M = 0,73^m$

On commence alors par remplacer toutes les conduites par d'autres de même longueurs (100 m) et de même coefficient de Hazen-Williams et dont le seul paramètre inconnu est le diamètre équivalent de façon à avoir la même perte de charge dans la conduite réelle et la conduite équivalente pour le même débit.

De la même manière que dans la méthode des longueurs équivalentes, on cherche à minimiser le coût total des conduites équivalentes, pour cela on essayera de minimiser le coût des conduites équivalentes dans chaque maille. Une fois les diamètres équivalents calculés, on en déduit les valeurs optimales réelles. On démontre que la condition de coût minimum d'une maille est :

$$\sum_i \left(\frac{D_{e1}^m}{Q_1} \right) = \frac{A}{0,381 m K} = A' \quad (\text{II.E.6})$$

où A est la valeur de la pente ($|dY/dQ_1|$) associé au coût minimum.

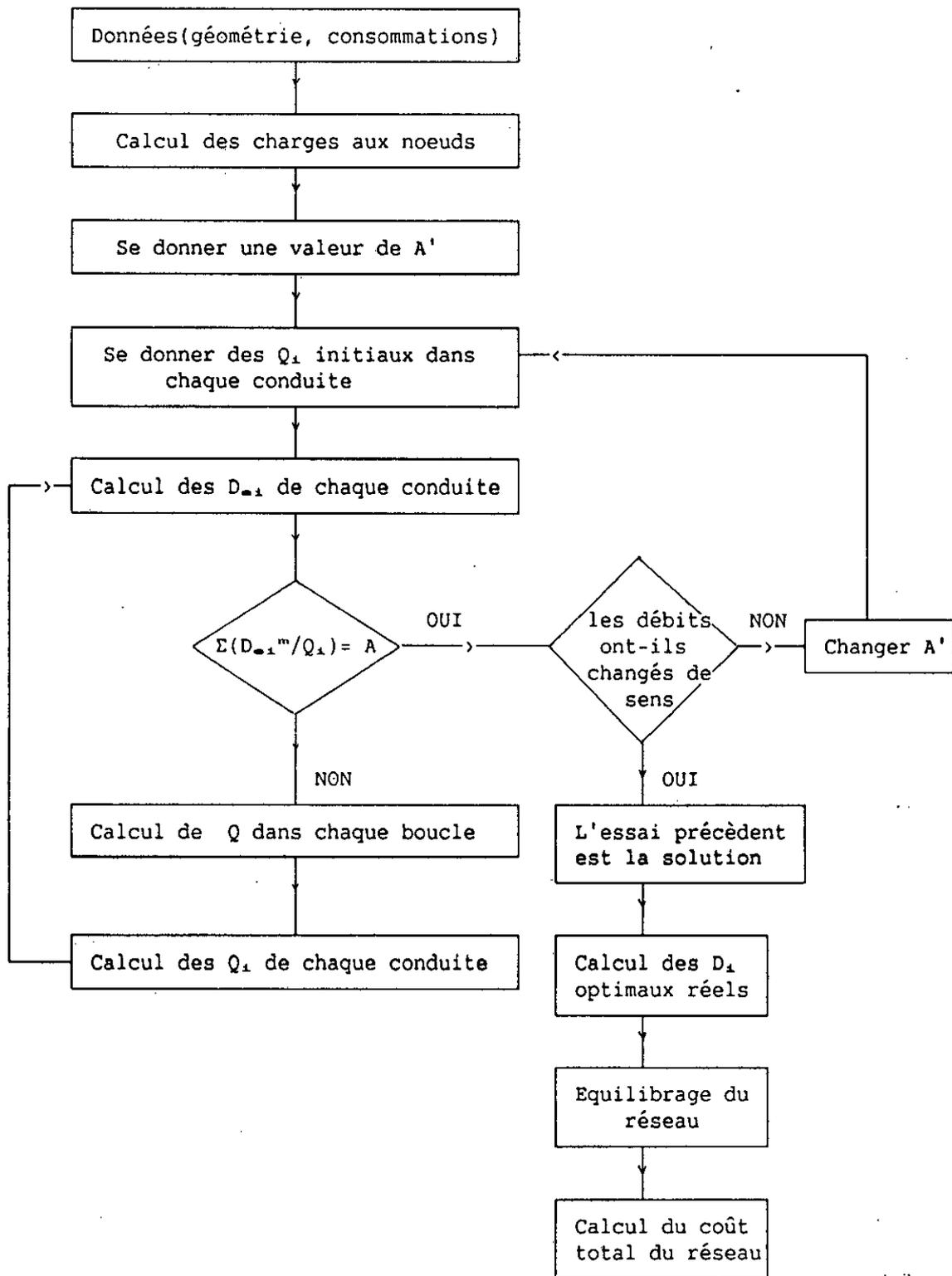
Comme la valeur de A' n'est pas connu, on résoudra le problème avec des valeurs croissantes de A' jusqu'à atteindre le A' qui fera changer le sens des débits, on prendra alors la valeur de A' maximale qui ne perturbe pas le sens de l'écoulement imposé par le choix des valeurs initiales de charges.

Donc, on impose la condition $\sum (D_{e1}^m / Q_1) = A'$ et on corrige les débits par un facteur de correction ΔQ :

$$\Delta Q = \frac{A' - \sum_i \left[\frac{D_{e1}^m}{Q_1} \right]}{(0,381m-1) \sum_i \left[\frac{D_{e1}^m}{Q_1^2} \right]} \quad (\text{II.E.7})$$

Connaissant les longueurs et le CHW des conduites réelles, on déduit des valeurs des diamètres équivalents obtenues, celles des diamètres réels :

$$D_1 = D_{e1} \left[\frac{L_1}{100} \right]^{0,206} \left[\frac{100}{\text{CHW}} \right]^{0,386} \quad (\text{II.E.8})$$



Organigramme de la méthode

II.F Optimisation d'un système de distribution d'eau
ALPEROVITZ et SHAMIR (1977) :

II.F.1 Introduction :

Cette méthode présentée est basée essentiellement sur la subdivision du problème en deux parties, la première consiste à résoudre un programme linéaire (PL) pour une répartition de débit donnée, la seconde consiste à changer cette répartition de débit suivant une direction et avec un pas donné, puis de résoudre une deuxième fois le PL pour la nouvelle répartition de débit.

II.F.2 Equations de base :

. Considérons un réseau maillé alimenté par gravité, à chaque noeud $j(j=1, \dots, N)$, on doit satisfaire une demande d_j . Le tracé du réseau et les longueurs des conduites sont donnés. Au lieu d'attribuer un diamètre unique à chaque conduite, on attribuera une série de diamètres commerciaux et à chaque diamètre correspondra une longueur à déterminer. Si nous notons x_{ijm} = la longueur du segment de diamètre numéro m appartenant à la conduite liant le noeud i et j , on a :

$$\sum_m x_{ijm} = L_{ij} \quad (\text{II.F.1})$$

Le groupe de diamètre peut être différent d'une conduite à une autre.

. Connaissant la demande à chaque noeud, nous pouvons trouver une répartition de débit Q_{ij} dans chaque conduite, la perte de charge dans chaque segment de conduite sera :

$$\Delta H_{ijm} = J_{ijm} x_{ijm} \quad (\text{II.F.2})$$

avec : $J = \alpha(Q/C)^{1.852} D^{-4.87} \quad (\text{II.F.3})$

où : J : gradient hydraulique.
 α : Coefficient dépendant des unités.
 Q : débit circulant
 C : coefficient de Hazen-Williams
 D : diamètre de la conduite.

. En commençant par n'importe quel noeud S dans lequel la charge est connue, on a pour chaque noeud n :

$$H_{min\ n} \leq H_S \pm \sum_{ij} \sum_m J_{ijm} x_{ijm} \leq H_{max} \quad (\text{II.F.4})$$

La sommation doit se faire sur tous les segments se trouvant dans le chemin liant le noeud S et le noeud n , le signe précédent la sommation dépend de la direction du débit.

. Le prix d'une conduite étant proportionnel à sa longueur, on définit alors le prix du réseau :

$$CT = \sum_{ij} \sum_m C_{ijm} X_{ijm} \quad (\text{II.F.5})$$

. On cherche donc à minimiser l'équation (II.G.5) sous les contraintes (II.G.4) et on doit avoir :

$$X_{ijm} \geq 0 \quad (\text{II.F.6})$$

Il s'agit donc d'un programme linéaire.

Remarque :

1) Notons que la restriction du nombre de diamètre dans chaque conduite, permet de réduire le nombre de variables de décision (X_{ijm}), on peut montrer qu'à la solution optimale, correspond au plus deux segments de diamètres adjacents par conduite.

2) Pour diminuer le temps de calcul, on doit réduire le nombre des contraintes (le nombre des variables est moins important), les contraintes (II.G.4) seront donc écrites seulement pour quelques noeuds, le problème sera résolu et on imposera par suite les contraintes (II.G.4) dans chaque noeud où elle n'a pas été vérifiée.

II.F.3 Présentation de la méthode :

La méthode de programmation linéaire du gradient, décompose le problème d'optimisation en deux étapes :

1ère étape :

Considérer l'optimisation lorsque la distribution des débits dans le réseau est supposée connue. On adopte alors la formulation donnée par les équations (II.G.1, II.G.2, II.G.4 et II.G.5) où les longueurs des segments des diamètres constant dans chaque conduite sont les variables de décision. La perte de charge le long de certains chemins doit satisfaire à la contrainte suivante :

$$\sum_{ij} \sum_m J_{ijm} X_{ijm} = b_p \quad (\text{II.F.7})$$

avec b_p , la différence de charge connu entre les deux noeuds d'extrémité du chemin P. Pour un parcours fermé, on a $b_p = 0$.

Avec les contraintes (II.G.7) et la fonction objectif (II.G.5), le programme linéaire peut être résout. Donc pour chaque vecteur Q vérifiant les équations de continuité aux noeuds, le prix optimal du réseau peut être écrit comme suit :

$$\text{Prix} = LP(Q) \quad (\text{II.F.8})$$

2ème étape :

Elle consiste à changer le vecteur de débit Q (répartition des débits) de façon à améliorer le prix du réseau. La distribution de débit devient donc la première variable de décision. Le vecteur de changement de débit ΔQ doit être choisie tel que : $LP(Q + \Delta Q) < LP(Q)$.

La direction suivant laquelle on ajoute ΔQ , et la meilleure possible est celle de l'antigradient de la fonction prix. Les composantes du vecteur ΔQ étant proportionnelles au gradient, on doit aussi optimiser la valeur de ΔQ . On doit trouver donc un β tel que :

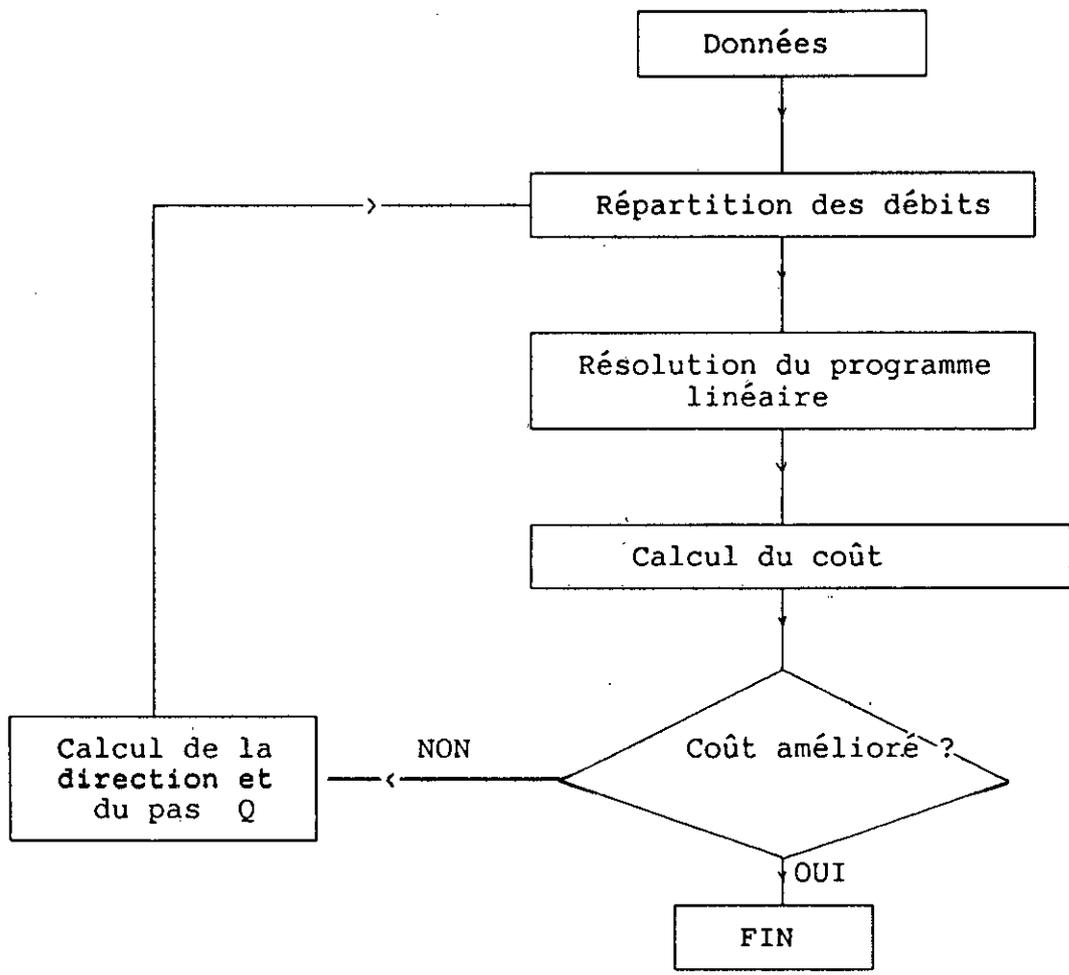
$$\min_{\beta} [LP(Q + \beta \Delta Q)] \quad (\text{II.F.9})$$

Il n'existe pas de méthode pour trouver le β qui minimise $LP(Q + \beta \Delta Q)$, on prend donc une approche heuristique et la valeur du pas ΔQ est choisie pour le chemin ayant la plus grande valeur du gradient (en valeur absolue), sur les autres chemins, la valeur de ΔQ est choisie proportionnellement au rapport du gradient sur ce chemin par la plus grande valeur du gradient.

Le processus s'arrête lorsqu'il n'y a plus d'amélioration possible du coût ou après un nombre donné d'itérations.

Remarque : On démontre que :

$$G_p = \frac{\partial(\text{Prix})}{\partial(\Delta Q_p)} = \frac{\partial(\text{Prix})}{\partial b_p} (1,852 \sum_{i,j} (1/Q_{i,j}) \sum_m \Delta H_{i,j,m}) \quad (\text{II.F.10})$$



Organigramme de la méthode

II.G Recherche d'une méthode d'optimisation des réseaux maillés sous pression - LEBDI (1985) :

II.G.1 Introduction :

Dans sa méthode, LEBDI(1985) fait entrer la notion d'appels aléatoires aux prises dans un réseau maillé, ensuite, se basant sur une étude statistique, définit l'ossature du réseau maillé qu'il optimise par la méthode de Labye - conçue pour les réseaux ramifiés - et en l'appliquant pour les réseaux maillés il arrive pour chaque répartition initiale des débits à optimiser le réseau.

II.G.2 Equations de base :

1) Notions d'appels aléatoires :

Dans les méthodes habituelles, le calcul du réseau de distribution d'eau, se fait de manière à satisfaire la demande aux heures de pointes, on suppose alors que toutes les prises sont ouvertes simultanément.

Mais il est clair que cet événement possède une très faible probabilité d'être rencontré, ceci entraînerait donc un inutile surdimensionnement des ouvrages. En conséquence, à la notion de permanence de la garantie, on associe celle de la probabilité de satisfaction de l'utilisateur. Le réseau est donc calculé en tolérant une défaillance sous réserve qu'elle soit très peu fréquentée, de courte durée et à caractère local.

2) Equations d'équilibrage :

En tenant compte de la notion d'appels aléatoires, l'équation de continuité à un noeud p est remplacée par l'équation :

$$\sum_{i \in p} N_i = N_p \quad (\text{II.G.1})$$

où N_i est le nombre de consommateurs déservis par le tronçon i.

N_p est le nombre de consommateurs déservis par le tronçon i.

Les équations de conservation de l'énergie sur une maille restent inchangées.

$$\sum_{i \in L} \sum_K J_K(Q_i) L_{iK} = \Delta Z_L \quad (\text{II.G.2})$$

avec J_K : perte de charge unitaire sur le tronçon K de la conduite i.

L_{iK} : longueur du segment K de la conduite i.

ΔZ_L : différence de charge entre les deux extrémités du chemin L ($\Delta Z_L = 0$ pour une maille).

3) Contraintes :

Les contraintes de charges et de vitesses donnent :

$$\sum_{i \in L_p} \pm \sum_K J_K(Q_i) L_{iK} \leq Z_R - \bar{Z}_p \quad (\text{II.G.3})$$

avec Z_R charge au réservoir

\bar{Z}_p charge minimale au nœud p

L_p chemin entre le réservoir et le nœud p.

$$v \leq \frac{4|Q_i|}{\pi} D_{iK}^{-2} \leq V \quad (\text{II.G.4})$$

avec v et V vitesse min et max

Q_i débit dans la conduite i

D_{iK} diamètre du segment numéro K de la conduite i.

4) Fonction objectif :

Le coût du tronçon i portant les diamètres D_{iK} sur des longueurs L_{iK} est :

$$P_i = \sum_K p_{iK} L_{iK} \quad (\text{II.G.5})$$

le coût du réseau est :

$$P_1 = \sum_i \sum_K p_{iK} L_{iK} \quad (\text{II.G.6})$$

II.G.3 Méthode d'optimisation :

1) Notion d'ossature d'un réseau maillé :

Suite à une étude statistique où, il fait plusieurs équilibrages sur des réseaux maillés et pour différents régimes de débits tirés au hasard, Lebdi retrouve une ossature ramifiée stable où la variation du débit est faible et le sens de circulation est conservé, quand le régime change. Dans sa méthode, et vu l'importance de la longueur sur le prix, Lebdi choisi comme définition de l'ossature du réseau à construire, l'arbre de longueur minimale extrait du réseau.

2) Procédé d'optimisation :

Après avoir attirer l'attention sur le fait qu'on a affaire à un problème où le domaine des solutions réalisables n'est pas convexe, et la fonction objectif est soit non dérivable, soit approchée par une fonction continue non convexe ; Lebdi présente une approche simple, pratique et rapide pour contourner le problème.

La méthode consiste à :

i) Extraire du réseau maillé R, un réseau ramifié R' de longueur minimale en utilisant l'algorithme de Sollin ou de Kruskal.

Une distribution de débit à partir de la fonction de foisonnement (fonction donnant le débit dans une conduite en fonction du nombre de foyer connecté à cette conduite) se fait (Q_1^0).

ii) Optimiser le réseau R' par la méthode de Labye(LAB2) ce qui fournit la distribution (D_1^0) associée à (Q_1^0).

iii) Mailler le réseau :

Prendre (D_1^0) sur R' et le diamètre minimal commercial D_m^* sur les tronçons maillants E(m).

iv) Equilibrer le réseau R, on détermine alors les débits (Q_1^1).

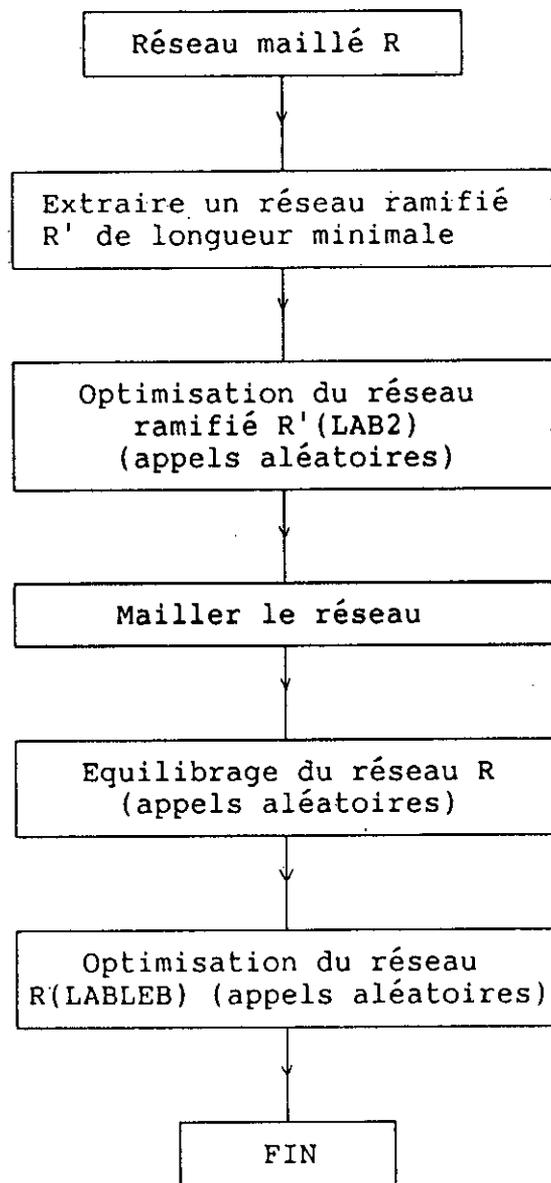
v) Optimisation du réseau R :

Ceci peut se faire par la méthode du simplexe par exemple, mais lebdj propose d'utiliser un procédé qui donne très rapidement l'optimum correspondant à la distribution (Q_1^1). Lebdj remarque que les débits Q_1 sur R sont immédiatement déterminés lorsque les débits Q_m sont fixés sur les tronçons maillants.

Il fixe donc plusieurs distributions de diamètres des tronçons maillants. A chacune d'entre elles, correspond une séquence d'optimisation de deux étapes :

1^{er} étape : Connaissant une distribution de diamètres fixés sur tous les tronçons du réseau maillé, on procède à son équilibrage (appels aléatoires). On en déduit une distribution de débit.

2^{ème} étape : Connaissant une distribution de débit fixée sur le réseau maillé, il procède à son optimisation par un algorithme qu'il développe à partir du LAB2 relatif aux réseaux maillés.



Organigramme de la méthode

II.4 Conclusion :

L'optimisation d'un réseau de distribution d'eau se pose comme suit : il faut minimiser une fonction objectif non linéaire (le coût) sous des contraintes non linéaires (les relations hydrauliques) avec des inconnues qui varient de façon discrète (diamètres commerciaux). La solution du problème tel qu'il est, est très difficile, pour cela les auteurs que nous avons cités ont essayé de contourner le problème en posant des hypothèses simplificatrices parfois injustifiables, mais qui donnent de bons résultats, ceci est peut-être dû au fait qu'elles soient basées sur l'observation et l'expérience de leurs auteurs.

CHAPITRE III
METHODE D'OPTIMISATION

CHAPITRE III

METHODE D'OPTINMISATION

III.A Introduction :

Après la présentation de quelques méthodes d'optimisation dans le chapitre précédent, on essayera, dans ce chapitre de traiter en détail un modèle d'optimisation en se basant sur un article de Featherstone et Eljumaily (1983). Ce modèle permet non seulement de calculer les diamètres optimaux mais aussi de déterminer la charge optimale du réservoir.

On appliquera ensuite notre modèle à quelques réseaux académiques et réels.

III.B. Etude de la méthode :

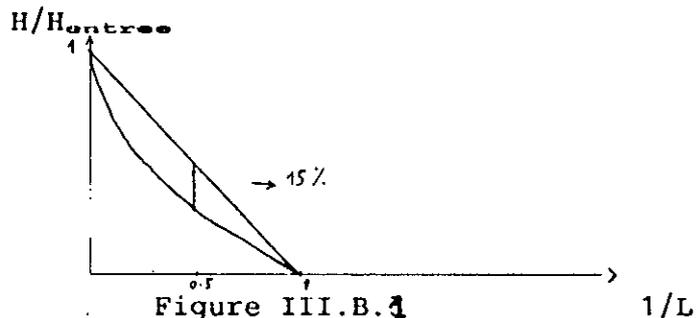
III.B.1 Principe :

Cette méthode d'optimisation proposée permet de déterminer les diamètres optimaux.

A chaque itération, les diamètres initiaux sont modifiés et un calcul d'équilibrage hydraulique est effectué. Le processus itératif s'arrête lorsqu'une fonction coût définie devient minimale. cette fonction comprend le coût des conduites du pompage, des réservoirs et de l'entretien du réseau.

Les diamètres sont modifiés en imposant au réseau d'avoir une perte de charge unitaire unique et constante. Wu (1975) a pu montrer dans les systèmes d'irrigation que pour une conduite simple composée de tronçons de diamètres différents, la courbe de perte de charge optimale entre le point d'entrée et le point de sortie de la conduite est une courbe concave qui donne au milieu de la conduite une charge inférieure de 15% à celle obtenue avec une ligne droite.

Il remarque aussi que la différence de coût du réseau avec l'hypothèse d'une variation linéaire de la perte de charge ou avec celle de la courbe optimale n'est que de 2%.



Il est donc admissible d'imposer une variation linéaire et donc une perte de charge unitaire constante pour avoir un réseau de coût minimum.

III.B.2 Définitions des fonctions coûts :

Le coût total du réseau comprend le coût de l'investissement initial (coût des conduites, des pompes et du réservoir) et le coût de l'exploitation du réseau (coût du pompage et coût de l'entretien).

On définit des fonctions coûts pour chacun de ces éléments. Les coefficients et exposants qui apparaissent dans ces fonctions sont à déterminer suivant le pays dans lequel on veut réaliser le projet. On prendra dans tout ce qui suit les valeurs de l'article proposées par le U.K Water Research Center. Tous les coûts sont donc exprimés en Pound.

a) Coût d'une conduite :

Ce coût comprend le coût du matériau et de l'installation de la conduite.

$$C_C = a_1 L^{a_2} D^{a_3} \quad (\text{III.B.1})$$

avec L : longueur (m)
 D : diamètre (cm)
 a_1, a_2, a_3 : des constantes

$$a_1 = 20 ; a_2 = 0,73 ; a_3 = 0,45.$$

b) Coût de la pompe :

Coût de l'installation :

$$C_{P1} = b_1 Q_p^{b_2} \quad (\text{III.B.2})$$

avec Q_p : le débit de la pompe (m^3/s)
 ΔH_p : augmentation de la charge (m)
 b_1, b_2 : des constantes

$$b_1 = 0,160 ; b_2 = 0,77$$

Coût de l'utilisation :

$$C_{P2} = \frac{\rho g Q_p \Delta H_p T F U}{1000 \eta_p} \quad (\text{III.B.3})$$

avec ρ : masse volumique de l'eau (Kg/m^3)
 g : l'accélération de la pesanteur (m/sec^2)
 T : le nombre d'heures de travail par an (heures/an)
 F : le coût du kWh (S/kWh)
 U : durée de vie de l'installation (ans)
 η_p : le rendement de la pompe.

c) Coût d'un reservoir :

Le coût d'un reservoir est proportionnel à son volume.

$$C_R = d_1 V^{d_2} \quad (\text{III.B.4})$$

avec V : volume du reservoir (m^3)
 d_1, d_2 : des constantes

pour le béton : $d_1 = 162$; $d_2 = 0,77$

pour l'acier : $d_1 = 110$; $d_2 = 0,77$

On prendra dans tout ce qui suit les coefficients pour le reservoir en béton.

d) Coût de l'entretien, des traitements et du travail sur le réseau :

Le coût est de la forme générale :

$$C_R = e_1 Q_D^{e_2} \quad (\text{III.B.5})$$

avec Q_D : débit lournalier (m^3/jour)
 e_1, e_2 : des constantes.

pour l'entretien et le travail sur le réseau : $e_1 = 0,195$;
 $e_2 = 0,47$

pour les traitements : $e_1 = 0,0193$; $e_2 = 0,65$
pour le tout : $e_1 = 0,169$; $e_2 = 0,54$.

III.B.3 Mise en équation de la méthode :

On utilise l'équation de Hazen-Williams pour déterminer la perte de charge dans une conduite.

$$\Delta H = \frac{L Q^{1,85}}{0,094 CHW^{1,85} D^{4,86}} \quad (\text{III.B.6})$$

avec ΔH : perte de charge (m)
 L : longueur (m)
 Q : débit (m^3/s)
 CHW : coefficient de Hazen-Williams
 D : diamètre (m)

Remarque : Pour déterminer la perte de charge, les auteurs ont utilisés l'équation de Colebrook-White . En se basant sur les résultats de Saidi(1991), dans le cadre de son projet de fin d'étude, qui montrent la conformité des résultats obtenus par les équations de Hazen-Williams et Colebrook-White, on a jugé bon d'utiliser dans notre modèle l'équation de Hazen-Williams et ceci pour sa simplicité surtout du point de vue programmation.

Si on définit S comme la perte de charge unitaire pour une conduite, on déduit l'expression du diamètre à partir de l'équation de Hazen-Williams.

$$D = \frac{1}{(0,094 \text{ CHW}^{1,85})^{0,206}} \cdot \frac{Q^{0,38}}{S^{0,206}} \quad (\text{III.B.7})$$

En introduisant cette équation dans la fonction coût d'une conduite on a :

$$C_c = a_1 L D^2 = a_1 L \left[K_1 \frac{Q^{0,38}}{S^{0,206}} \right]^2 a_3 \quad (\text{III.B.8})$$

avec $K_1 = \frac{1}{(0,094 \text{ CHW}^{1,85})^{0,206}}$

Le coût total du réseau devient donc :

$$\begin{aligned} \text{CT} = \text{CC} + \text{CP} + \text{CR} + \text{CE} &= \sum_{i=1}^{\text{NC}} a_1 L_i \left[\frac{K_1 Q_i^{0,38}}{S_i^{0,206}} \right]^2 a_3 + b_1 Q_D^{b_2} \\ &+ \frac{\rho g Q_D \Delta H_D T F u}{1000 \eta_p} + d_1 V^2 + e_1 Q_D \end{aligned} \quad (\text{III.B.9})$$

Dans l'équation du coût, la valeur de ΔH_D , si on impose au réservoir d'avoir une charge optimale, peut être donnée par l'expression :

$$\Delta H_D = S_d \cdot d + R_p + ZG + h_{EP} \quad (\text{III.B.10})$$

avec d : le plus court chemin le long des conduites entre le réservoir et le noeud de charge minimum (m).
 S_d : perte de charge unitaire sur le chemin le plus court (m).
 R_p : pression minimale tolérée (m).
 ZG : profondeur de la nappe phréatique et donc des pompes par rapport au niveau du sol (m).
 h_{EP} : perte de charge dans la conduite d'adduction et dans la pompe (m).

L'optimum est obtenu lorsque la perte de charge unitaire devient égal à une valeur S_0 constante et unique pour toutes les conduites.

L'équation du coût total devient donc :

$$\text{CT} = a_1 \sum_{i=1}^{\text{NC}} K_1^2 L_i \frac{Q_i^{0,38 \cdot 2}}{S_0^{0,206 \cdot 2}} + b_1 Q_D^{b_2} \quad (\text{III.B.11})$$

$$+ \frac{\rho g Q_D (S_0 \cdot d + R_p + ZG + h_{EP}) T F u}{1000 \eta_p} + d_1 V^2 + e_1 Q_D$$

Dans cette équation, S_o est le seul paramètre variable. La variation de CT en fonction de S_o donne la courbe .

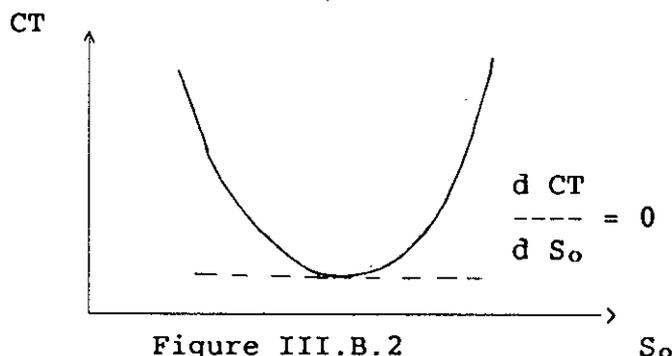


Figure III.B.2

Le coût est donc minimum lorsque $\frac{d CT}{d S_o} = 0$

$$\frac{d CT}{d S_o} = -0,206 a_3 \sum_{i=1}^{NC} \left[a_1 K_1 \frac{L_i Q_i^{0,38 a_3}}{S_o^{0,206 a_3 + 1}} \right] + \frac{\rho g Q_p d T F u}{1000 \eta_p} = 0 \quad (III.B.12)$$

Si on pose $K_2 = a_1 K_1$

$$K_3 = \frac{\rho g Q_p d T F u}{1000 \eta_p}$$

On déduit la valeur de S_o optimale :

$$\left[\frac{0,206 a_3 \sum_{i=1}^{NC} (K_2 L_i Q_i^{0,38 a_3})}{K_3} \right] \left[\frac{1}{0,206 a_3 + 1} \right] \quad (III.B.13)$$

En utilisant l'équation (III.B.7), on peut évaluer les diamètres correspondants à S_o . On peut alors recommencer le calcul hydraulique avec ces nouvelles valeurs de diamètres et évaluer un nouveau S_o .

Le processus d'itération se poursuit jusqu'à ne plus avoir d'amélioration du coût du réseau.

Le schéma de résolution proposé par les auteurs peut se résumer dans les étapes suivantes :

1. Fixer les paramètres des différents éléments du réseau.
 - . Définir la pression minimum exigée aux noeuds.
 - . Définir les fonctions coûts.

2. Se donner un diamètre pour chaque conduite.
Une charge pour les reservoirs.
. Effectuer le calcul hydraulique.
3. repérer le chemin le plus court entre le reservoir et le noeud de charge minimum.
. Rendre la plus petite pression dans le réseau égale à la pression minimum exigée aux noeuds, en variant la charge du reservoir.
4. Calculer le coût du dimensionnement initial.
5. calculer la perte de charge unitaire optimale.
6. Calculer les diamètres optimaux.
. Effectuer le calcul hydraulique avec les nouveaux diamètres.
7. Retour au pas 5.
8. Calculer le nouveau coût
. Comparer avec celui de l'essai précédent.
9. Répéter les étapes 5 à 8 jusqu'a ce que le coût ne peut plus être amélioré.
. Arrondir alors les valeurs aux diamètres commerciaux les plus proches et faire un équilibrage hydraulique.

III.C Présentation de notre modèle mathématique :

Le modèle mathématique d'optimisation qu'on a essayé de programmer est basé sur le schéma de solution proposé par les auteurs. Cependant quelques améliorations ont été introduite :

1. Lors de l'établissement de notre modèle, on a remarqué que lorsque le coût de la pompe est assez élevé, on peut avoir une augmentation du coût due à une élévation de la charge du reservoir sans qu'on est atteint vraiment les valeurs optimales des diamètres. Pour remédier à ca, on a jugé bon de comparer les coût des conduites et de n'arreter le processus itératif que lorsqu'une amélioration remarquable sur le coût des conduites n'est plus possible.

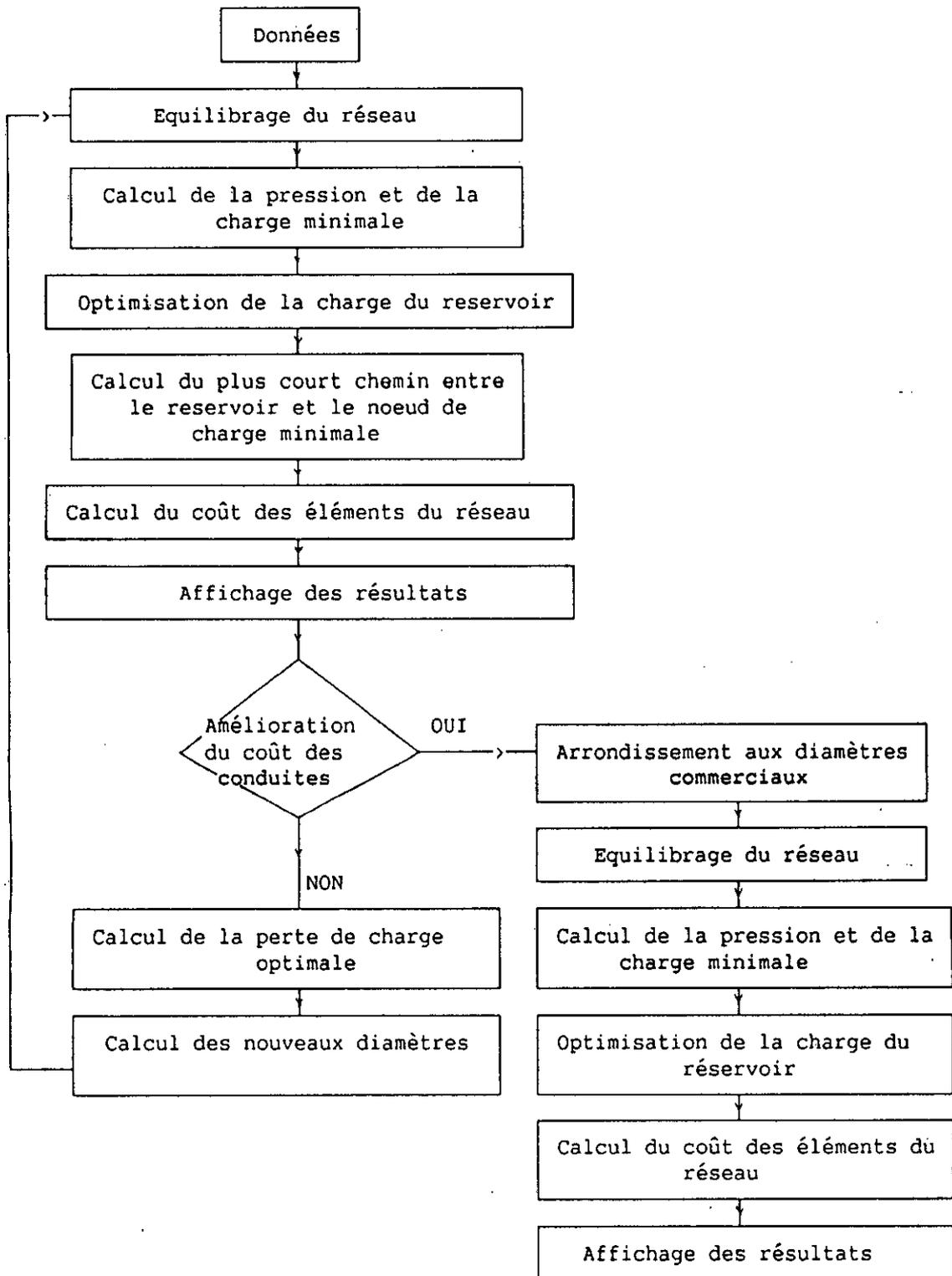
Ceci nous a permis alors d'achever le processus jusqu'a la fin et d'être donc sur d'atteindre les valeurs optimales du diamètre .

2. Pour le calcul du coût final du réseau, on a essayé de simplifier l'expression de ΔH_p :

En supposant que le reservoir est à pression atmosphérique, les pompes se trouvant à la même altitude que les points de captage et en négligeant les pertes de charge, on a :

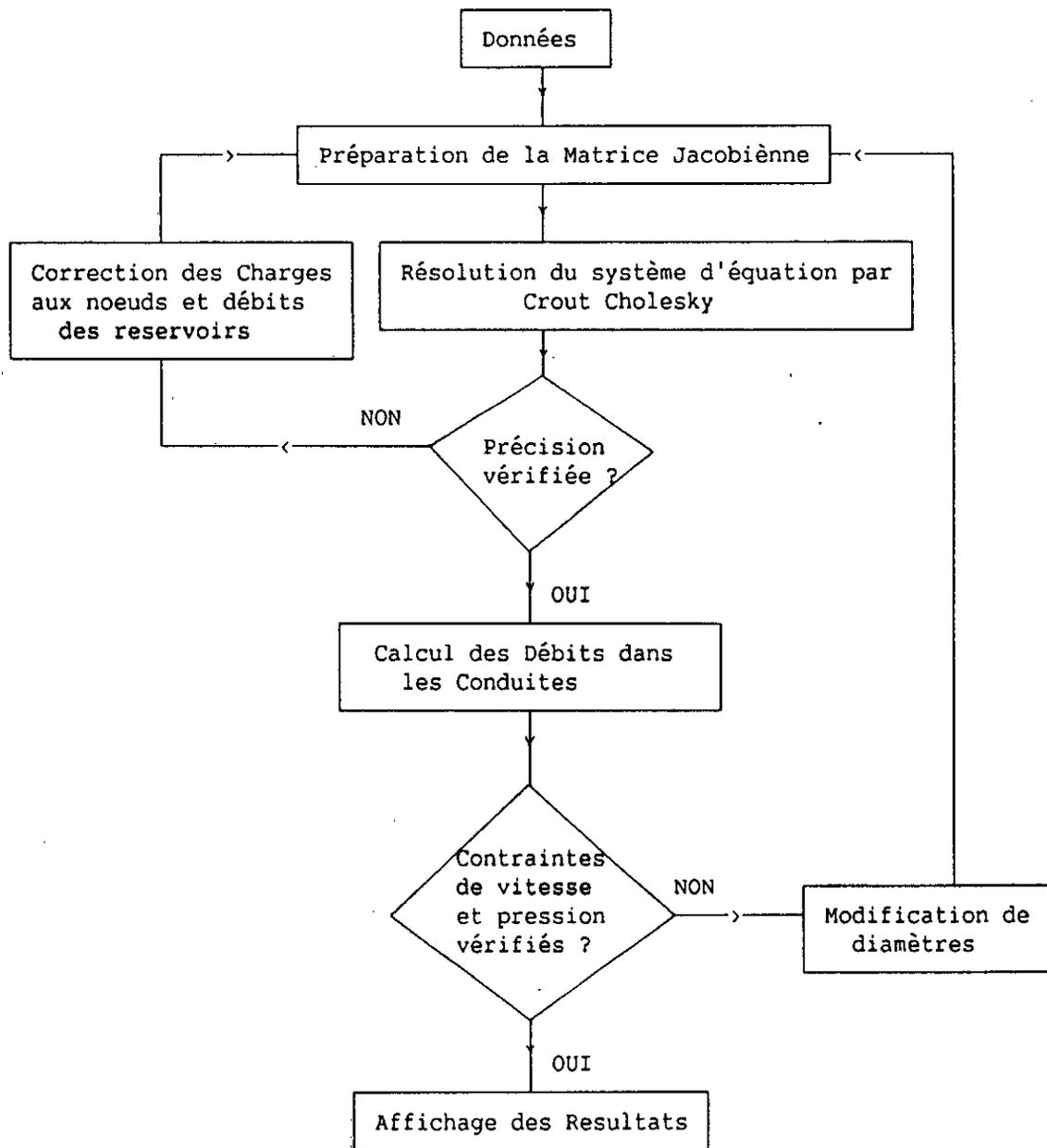
$$\Delta H_p = H_{\text{reservoir}} + Z_0 \quad (\text{III.C.1})$$

III.C.1 Organigramme général :



III.C.2 Subroutine EQUILIB :

Cette subroutine permet l'équilibrage du réseau en utilisant la méthode de Newton Raphson.



III.C.3 Subroutine OPTRES :

Le but de cette subroutine est de modifier la charge du reservoir de façon à avoir la plus petite pression dans le réseau égale à la pression minimale tolérée.

Si on considère la pression minimale dans le réseau égale à $\min p$, et la pression minimale tolérée égale à p_n .

On a pour chaque noeud (i) différent du noeud réservoir la nouvelle pression $Pr(i)$:

$$Pr(i) = Pr(i) + p_n - \min p \quad (\text{III.C.2})$$

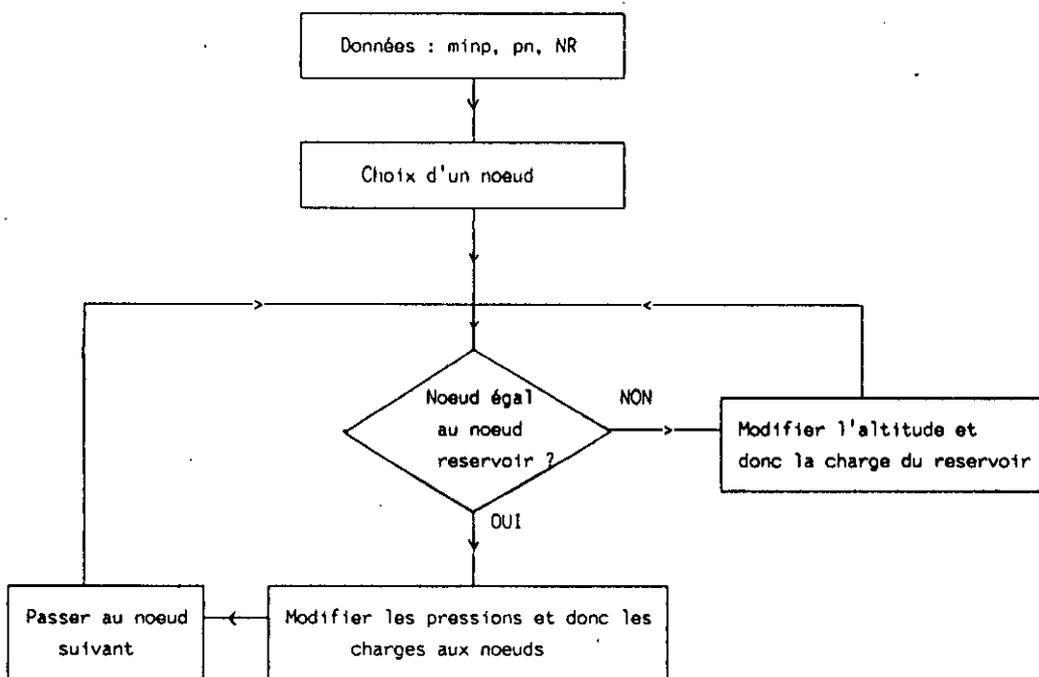
et $hr(i) = Pr(i) + Z(i)$ (III.C.3)

avec $Z(i)$: l'altitude du noeud i
 $hr(i)$: La charge du noeud i

Pour le noeud réservoir NR, on a :

$$Z(NR) = Z(NR) + p_n - \min p \quad (\text{III.C.4})$$

$$H(NR) = Pr(NR) + Z(i)$$



III.C.4 Subroutine DISMIN :

Cette subroutine permet de calculer le plus court chemin entre le noeud réservoir et le noeud où la charge est minimale. Pour traiter ce problème, on a utilisé la théorie des graphes et plus exactement l'algorithme de Floyd (1962) :

On définit la matrice L du graphe comme suit :

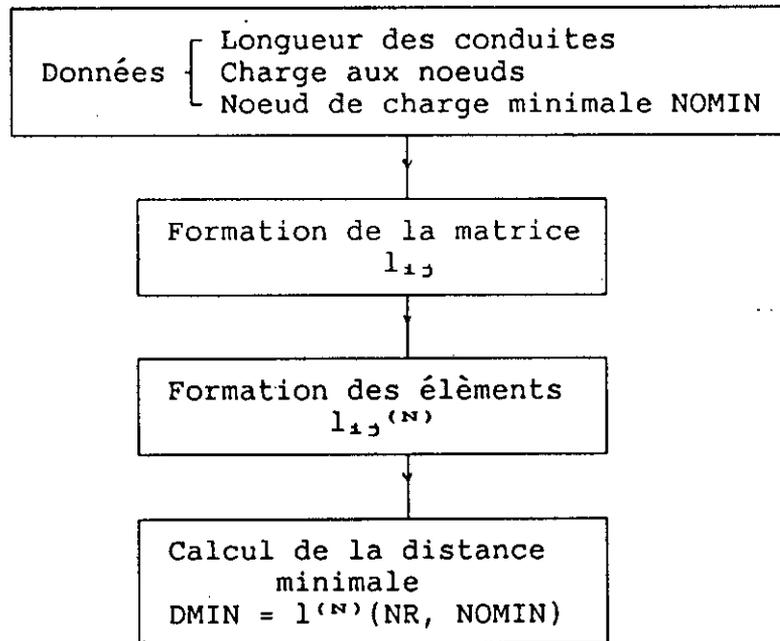
l_{ij} = longueur de l'arc (i, j) si (i, j) existe
 + ∞ sinon
 $l_{ii} = 0$

On définit alors pour chaque $K \in \{1, \dots, N\}$ $l_{ij}^{(K)}$

$$l_{ij}^{(K)} = \min (l_{ij}^{(K-1)}, l_{iK}^{(K-1)} + l_{Kj}^{(K-1)}) \quad (\text{III.C.5})$$

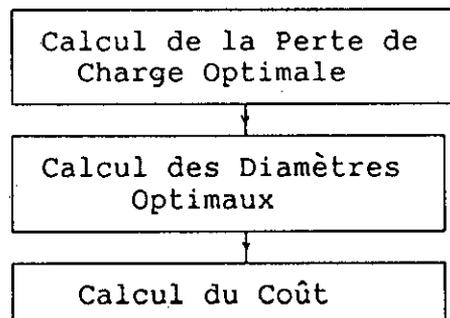
$l_{ij}^{(K)}$ représente la longueur minimum des chemins de i à j dont les seules sommets intermédiaires sont les sommets de l'ensemble $\{1, 2, \dots, k\}$.

Pour $K = N$ on trouvera les longueurs minimales de i à j sur tout le graphe.



III.C.5 Subroutine OPTDIAM :

Cette subroutine permet de calculer la perte de charge optimale et de trouver les diamètres optimaux et leur coûts.



III.C.6 Cas de plusieurs reservoirs :

On a essayé d'étendre notre modèle au cas de plusieurs reservoirs alimentants le réseau.

Pour cela on a introduit quelques modifications sur quelques équations :

Le coût total du réseau devient :

$$\begin{aligned}
 CT = \sum_{i=1}^{NC} C_{C1} + C_P + C_R + C_E &= \sum a_1 L_1^{a_2} \left[\frac{K_1 Q_1^{0,303}}{S_1^{0,206}} \right]^{a_3} \\
 + b_1 Q_{p1}^{b_2} + \dots + b_1 Q_{p(nr)}^{b_2} &+ \frac{\rho g Q_{p1} \Delta H_{p1} T_1 F U}{1000 \eta_{p1}} + \dots + \\
 \frac{\rho g Q_{p(nr)} \Delta H_{p(nr)} T_{p(nr)} F U}{1000 \eta_{p(nr)}} + d_1 V_1 + \dots + d_1 V_{(nr)} + e_1 Q_0 &. \quad (III.C.5)
 \end{aligned}$$

En annulant la dérivé de cette opération pour obtenir la perte de charge optimale, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \frac{dCT}{dS_0} = -0,206 a_3 \sum_{i=1}^{NC} \left[a_1 K_1 L_1^{a_2} \frac{Q_1^{0,303}}{S_0^{0,206 a_3 + 1}} \right] + \\
 \frac{\rho g Q_{p1} d_1 T_1 F U}{1000 \eta_{p1}} + \dots + \frac{\rho g Q_{p(nr)} d_{p(nr)} T_{p(nr)} F U}{1000 \eta_{p(nr)}} = 0 \quad (III.C.6)
 \end{aligned}$$

Si on pose $K_2 = a_1 K_1^{a_3}$

$$\begin{aligned}
 K_{31} &= \frac{\rho g Q_{p1} d_1 T_1 F U}{1000 \eta_{p1}} \\
 &\vdots \\
 K_{3(nr)} &= \frac{\rho g Q_{p(nr)} d_{p(nr)} T_{p(nr)} F U}{1000 \eta_{p(nr)}} ; \quad \begin{array}{l} \eta_p : \text{nombre de pompe.} \\ nr : \text{nombre de reservoir.} \end{array}
 \end{aligned}$$

On déduit la valeur de S_0 optimale :

$$S_0 = \left[\frac{\sum_{i=1}^{NC} \left(K_2 L_1^{a_2} Q_1^{0,303} \right)}{K_{31} + \dots + K_{3(nr)}} \right]^{1/0,206 a_3 + 1} \quad (III.C.7)$$

- En plus des modifications pré-citées, on a éliminé la subroutine OPTRES vu la présence de plus d'un reservoir dans le réseau.

III.D Applications :

Les coûts du reservoir et de l'entretien restent invariables, seuls les coûts des conduites et des pompes varient.

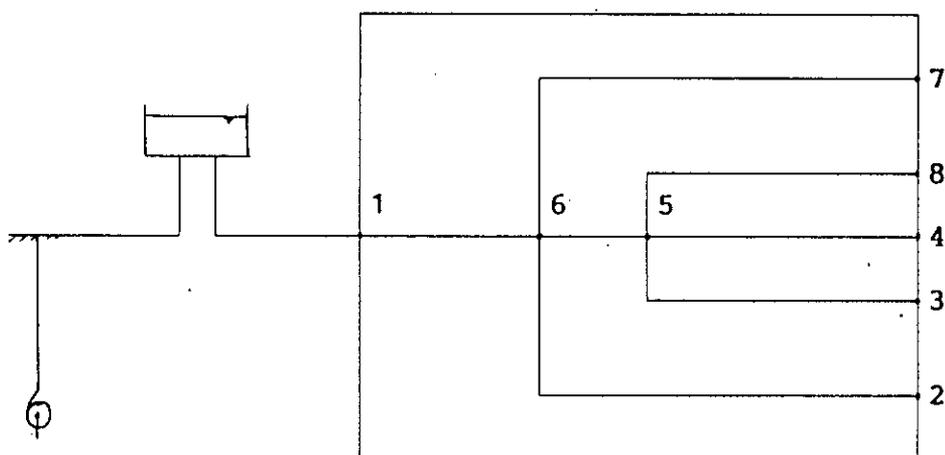
Il ne sera donc tenu compte dans la suite que des coûts des conduites et des pompes.

III.D.1 Etude d'un réseau académique :

On a essayé d'appliquer notre modèle mathématique à l'exemple de l'article.

a) Données :

Le schéma du réseau est le suivant :



On a repris les données proposées dans l'article, on les a aussi complété.

On a supposé que les pompes d'adduction fonctionnent 6 heures/jours en débitant $0,083 \text{ m}^3/\text{s}$ ce qui est la consommation de pointe du réseau, on a donc: $T = 2190$ heures/an.

On a pris le rendement global des pompes égal à $0,7$.

D'après les données de l'article, on a :

$$u = 15 \text{ ans}; f = 0,050\text{S}; ZG = 15 \text{ m};$$

Les diamètres commerciaux :

$$0,075 - 0,150 - 0,200 - 0,250 - 0,300 - 0,350 - 0,400 \text{ (m)}.$$

b) Résultats :

En partant de plusieurs valeurs initiales de D et de ZR (hauteur du reservoir) on a obtenu les résultats suivants :

 RESULTATS INITIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	25.000	0.000	-0.083	25.000
2	23.317	23.317	0.013	0.000
3	23.232	23.232	0.013	0.000
4	23.219	23.219	0.017	0.000
5	23.235	23.235	0.008	0.000
6	23.315	23.315	0.008	0.000
7	23.317	23.317	0.013	0.000
8	23.232	23.232	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	30.59	110.	0.97
1 7	0.200	200.	30.59	110.	0.97
1 6	0.200	350.	22.63	110.	0.72
2 3	0.200	30.	18.97	110.	0.54
3 4	0.200	30.	6.05	110.	0.19
4 8	0.200	30.	-6.05	110.	-0.19
7 8	0.200	30.	18.97	110.	0.54
6 7	0.200	130.	-1.05	110.	-0.03
2 6	0.200	130.	1.05	110.	0.03
5 6	0.200	30.	-18.40	110.	-0.52
5 8	0.200	80.	1.68	110.	0.05
3 5	0.200	80.	-1.68	110.	-0.05
4 5	0.200	80.	-4.68	110.	-0.15

COUT DES CONDUITES = 28201.636
 COUT DE LA POMPE= 82464.93
 COUT TOTAL DU RESEAU = 110666.57

RESULTATS DE L ITERATION

1

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	12.000	0.000	-0.083	12.000
2	10.263	10.263	0.013	0.000
3	10.162	10.162	0.013	0.000
4	10.032	10.032	0.017	0.000
5	10.429	10.429	0.008	0.000
6	10.518	10.518	0.008	0.000
7	10.265	10.265	-0.013	0.000
8	10.164	10.164	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	31.12	110.	0.99
1 7	0.200	200.	31.10	110.	0.99
1 6	0.200	350.	21.11	110.	0.67
2 3	0.200	30.	18.82	110.	0.59
3 4	0.124	30.	6.12	110.	0.50
4 8	0.124	30.	-6.10	110.	-0.51
7 8	0.200	30.	18.60	110.	0.59
6 7	0.000	130.	0.00	110.	0.00
2 6	0.000	130.	0.00	110.	0.00
5 6	0.178	30.	-12.78	110.	-0.51
5 8	0.000	80.	0.00	110.	0.00
3 5	0.000	80.	0.00	110.	0.00
4 5	0.101	80.	-4.45	110.	-0.58

COUT DES CONDUITES = 18239.332
 COUT DE LA POMPE= 56728.51
 COUT TOTAL DU RESEAU = 74967.84

RESULTATS DE L ITERATION

2

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	17.000	0.000	-0.083	17.000
2	13.822	13.822	0.013	0.000
3	13.198	13.198	0.013	0.000
4	12.158	12.158	0.017	0.000
5	10.208	10.208	0.008	0.000
6	10.790	10.790	0.008	0.000
7	13.822	13.822	0.013	0.000
8	13.198	13.198	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.183	200.	33.94	110.	1.30
1 7	0.182	200.	33.89	110.	1.30
1 6	0.133	350.	15.76	110.	1.13
2 3	0.145	30.	21.46	110.	1.30
3 4	0.094	30.	8.98	110.	1.30
4 8	0.094	30.	-8.93	110.	-1.30
7 8	0.145	30.	21.41	110.	1.30
8 7	0.000	130.	0.00	110.	0.00
2 6	0.000	130.	0.00	110.	0.00
5 6	0.098	30.	-7.43	110.	-0.98
5 8	0.000	80.	0.00	110.	0.00
3 5	0.000	80.	0.00	110.	0.00
4 5	0.040	60.	0.90	110.	0.73

COUT DES CONDUITES = 16004.130
COUT DE LA POMPE= 66652.29
COUT TOTAL DU RESEAU = 82656.41

RESULTATS DE L ITERATION

3

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	20.000	0.000	-0.083	20.000
2	16.833	16.833	0.013	0.000
3	16.211	16.211	0.013	0.000
4	15.176	15.176	0.017	0.000
5	10.131	10.131	0.008	0.000
6	11.292	11.292	0.008	0.000
7	16.832	16.832	0.013	0.000
8	16.210	16.210	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.183	200.	33.96	110.	1.30
1 7	0.183	200.	33.87	110.	1.29
1 6	0.124	350.	15.74	110.	1.30
2 3	0.145	30.	21.43	110.	1.30
3 4	0.094	30.	8.90	110.	1.29
4 8	0.093	30.	-8.81	110.	-1.29
7 8	0.145	30.	21.34	110.	1.29
8 7	0.000	130.	0.00	110.	0.00
2 6	0.000	130.	0.00	110.	0.00
5 6	0.085	30.	-7.40	110.	-1.30
5 8	0.000	80.	0.00	110.	0.00
3 5	0.000	80.	0.00	110.	0.00
4 5	0.034	60.	1.03	110.	1.11

COUT DES CONDUITES = 15773.412
COUT DE LA POMPE= 72590.29
COUT TOTAL DU RESEAU = 88363.70

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	20.000	0.000	-0.083	20.000
2	16.839	16.839	0.013	0.000
3	16.219	16.219	0.013	0.000
4	15.187	15.187	0.017	0.000
5	10.051	10.051	0.008	0.000
6	11.230	11.230	0.008	0.000
7	16.836	16.836	0.013	0.000
8	16.216	16.216	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.183	200.	34.09	110.	1.30
1 7	0.183	200.	33.91	110.	1.29
1 8	0.124	350.	15.56	110.	1.30
2 3	0.146	30.	21.56	110.	1.30
3 4	0.094	30.	9.03	110.	1.30
4 8	0.094	30.	-8.86	110.	-1.29
7 8	0.145	30.	21.38	110.	1.29
6 7	0.000	130.	0.00	110.	0.00
2 6	0.000	130.	0.00	110.	0.00
5 6	0.084	30.	-7.22	110.	-1.30
5 8	0.000	80.	0.00	110.	0.00
3 5	0.000	80.	0.00	110.	0.00
4 5	0.036	80.	1.20	110.	1.18

COUT DES CONDUITES = 15782.819
 COUT DE LA POMPE = 72590.29
 COUT TOTAL DU RESEAU = 88373.10

 RESULTATS COMMERCIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	12.783	12.783	0.013	0.000
3	12.222	12.222	0.013	0.000
4	10.393	10.393	0.017	0.000
5	11.234	11.234	0.008	0.000
6	12.622	12.622	0.008	0.000
7	12.783	12.783	0.013	0.000
8	12.222	12.222	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 7	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 8	0.150	350.	12.79	110.	0.72
2 3	0.150	30.	22.11	110.	1.25
3 4	0.075	30.	6.76	110.	1.53
4 8	0.075	30.	-6.76	110.	-1.53
7 8	0.150	30.	22.11	110.	1.25
6 7	0.075	130.	-0.83	110.	-0.19
2 6	0.075	130.	0.83	110.	0.19
5 6	0.075	30.	-5.82	110.	-1.32
5 8	0.075	80.	-2.85	110.	-0.65
3 5	0.075	80.	2.85	110.	0.65
4 5	0.075	80.	-3.05	110.	-0.69

COUT DES CONDUITES = 22505.624
 COUT DE LA POMPE = 62687.20
 COUT TOTAL DU RESEAU = 85192.83

GAINS OBTENUS SUR LES COUTS (EN %)

SUR LES CONDUITES : 20.1 %
 SUR LA POMPE : 23.9 %
 SUR LE RESEAU : 23.0 %

 RESULTATS INITIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m3/s]	altitude [m]
1	13.000	0.000	-0.083	13.000
2	11.315	11.315	0.013	0.000
3	11.231	11.231	0.013	0.000
4	11.218	11.218	0.017	0.000
5	11.234	11.234	0.008	0.000
6	11.312	11.312	0.008	0.000
7	11.314	11.314	0.013	0.000
8	11.231	11.231	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	30.61	110.	0.97
1 7	0.200	200.	30.62	110.	0.98
1 6	0.200	350.	22.65	110.	0.72
2 3	0.200	30.	16.86	110.	0.54
3 4	0.200	30.	6.10	110.	0.19
4 8	0.200	30.	-6.01	110.	-0.19
7 8	0.200	30.	16.82	110.	0.54
6 7	0.200	130.	-1.02	110.	-0.03
2 6	0.200	130.	1.20	110.	0.04
5 6	0.200	30.	-18.23	110.	-0.52
5 8	0.200	80.	1.74	110.	0.06
3 5	0.200	80.	-1.64	110.	-0.05
4 5	0.200	60.	-4.70	110.	-0.16

COUT DES CONDUITES = 28201.636
 COUT DE LA POMPE = 58716.32
 COUT TOTAL DU RESEAU = 86917.96

 RESULTATS DES ITERATIONS

ITERATION N°:	1	2	3	4
HR	12	17	20	20
D 1-2	0.200	0.183	0.183	0.183
D 1-7	0.200	0.183	0.183	0.183
D 1-6	0.200	0.133	0.124	0.124
D 2-3	0.200	0.145	0.145	0.145
D 3-4	0.124	0.094	0.093	0.094
D 4-8	0.124	0.094	0.093	0.094
D 7-8	0.200	0.145	0.145	0.145
D 6-7	0.000	0.000	0.000	0.000
D 2-6	0.000	0.000	0.000	0.000
D 5-6	0.178	0.098	0.085	0.084
D 5-8	0.000	0.000	0.000	0.000
D 3-5	0.000	0.000	0.000	0.000
D 4-5	0.101	0.040	0.034	0.038
COUT POMPE	56728	66656	72590	72590
COUT CONDUITES	18242	16004	15773	15782

 RESULTATS COMMERCIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	12.783	12.783	0.013	0.000
3	12.222	12.222	0.013	0.000
4	10.393	10.393	0.017	0.000
5	11.234	11.234	0.008	0.000
6	12.622	12.622	0.008	0.000
7	12.783	12.783	0.013	0.000
8	12.222	12.222	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 7	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 6	0.150	350.	12.79	110.	0.72
2 3	0.150	30.	22.11	110.	1.25
3 4	0.075	30.	6.78	110.	1.53
4 8	0.075	30.	-6.78	110.	-1.53
7 8	0.150	30.	22.11	110.	1.25
6 7	0.075	130.	-0.83	110.	-0.19
2 6	0.075	130.	0.83	110.	0.19
5 6	0.075	30.	-5.82	110.	-1.32
5 8	0.075	80.	-2.85	110.	-0.85
3 5	0.075	80.	2.85	110.	0.85
4 5	0.075	60.	-3.05	110.	-0.89

COUT DES CONDUITES = 22505.824
 COUT DE LA POMPE = 62887.20
 COUT TOTAL DU RESEAU = 85392.83

GAINS OBTENUS SUR LES COUTS (EN X)

SUR LES CONDUITES : 20.1 X
 SUR LA POMPE : -----
 SUR LE RESEAU : 2.0 X

 RESULTATS INITIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m3/s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	14.942	14.942	0.013	0.000
3	14.940	14.940	0.013	0.000
4	14.939	14.939	0.017	0.000
5	14.940	14.940	0.008	0.000
6	14.942	14.942	0.008	0.000
7	14.942	14.942	0.013	0.000
8	14.940	14.940	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.400	200.	30.60	110.	0.24
1 7	0.400	200.	30.60	110.	0.24
1 6	0.400	350.	22.84	110.	0.18
2 3	0.400	30.	17.00	110.	0.14
3 4	0.400	30.	6.08	110.	0.05
4 8	0.400	30.	-6.08	110.	-0.05
7 8	0.400	30.	17.00	110.	0.14
6 7	0.400	130.	-1.05	110.	-0.01
2 6	0.400	130.	1.05	110.	0.01
5 6	0.400	30.	-16.43	110.	-0.13
5 8	0.400	80.	1.87	110.	0.01
3 5	0.400	80.	-1.87	110.	-0.01
4 5	0.400	60.	-4.89	110.	-0.04

COUT DES CONDUITES = 38524.57
 COUT DE LA POMPE = 62887.20
 COUT TOTAL DU RESEAU = 101211.78

 RESULTATS DES ITERATIONS

ITERATION N°:	1	2	3
HR :	12	20	20
D 1-2	0.279	0.181	0.181
D 1-7	0.279	0.181	0.181
D 1-6	0.202	0.128	0.128
D 2-3	0.208	0.143	0.143
D 3-4	0.124	0.091	0.091
D 4-8	0.124	0.091	0.091
D 7-8	0.208	0.143	0.143
D 6-7	0.000	0.000	0.000
D 2-6	0.000	0.000	0.000
D 5-6	0.139	0.091	0.091
D 5-8	0.000	0.000	0.000
D 3-5	0.000	0.000	0.000
D 4-5	0.000	0.000	0.000
COUT POMPE :	56728	72590	72590
COUT CONDUITES :	18272	15105	15108

 RESULTATS COMMERCIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélve [m3/s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	12.783	12.783	0.013	0.000
3	12.221	12.221	0.013	0.000
4	10.392	10.392	0.017	0.000
5	11.235	11.235	0.008	0.000
6	12.622	12.622	0.008	0.000
7	12.783	12.783	0.013	0.000
8	12.221	12.221	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 7	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 6	0.150	350.	12.79	110.	0.72
2 3	0.150	30.	22.11	110.	1.25
3 4	0.075	30.	6.76	110.	1.53
4 8	0.075	30.	-6.76	110.	-1.53
7 8	0.150	30.	22.11	110.	1.25
6 7	0.075	130.	-0.82	110.	-0.19
2 6	0.075	130.	0.82	110.	0.19
5 6	0.075	30.	-5.82	110.	-1.32
5 8	0.075	80.	-2.85	110.	-0.85
3 5	0.075	80.	2.85	110.	0.85
4 5	0.075	60.	-3.06	110.	-0.69

COUT DES CONDUITES = 22505.624
 COUT DE LA POMPE = 82887.20
 COUT TOTAL DU RESEAU = 85192.83

GAINS OBTENUS SUR LES COUTS (EN %)

SUR LES CONDUITES : 41.5 %
 SUR LA POMPE : -----
 SUR LE RESEAU : 15.8 %

 RESULTATS INITIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m3/s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	12.835	12.835	0.013	0.000
3	12.333	12.333	0.013	0.000
4	11.813	11.813	0.017	0.000
5	12.206	12.206	0.008	0.000
6	12.303	12.303	0.008	0.000
7	12.835	12.835	0.013	0.000
8	12.333	12.333	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	35.05	110.	1.12
1 7	0.200	200.	35.05	110.	1.12
1 6	0.150	350.	13.69	110.	0.78
2 3	0.150	30.	20.81	110.	1.18
3 4	0.100	30.	7.30	110.	0.93
4 8	0.100	30.	-7.30	110.	-0.93
7 8	0.150	30.	20.81	110.	1.18
6 7	0.075	130.	-1.57	110.	-0.36
2 6	0.075	130.	1.57	110.	0.36
5 6	0.150	30.	-8.58	110.	-0.49
5 8	0.075	80.	-0.94	110.	-0.21
3 5	0.075	80.	0.94	110.	0.21
4 5	0.075	60.	-2.02	110.	-0.46

COUT DES CONDUITES = 22886.848
 COUT DE LA POMPE = 62687.20
 COUT TOTAL DU RESEAU = 85573.85

 RESULTATS DES ITERATIONS

ITERATION N°:	1	2	3
HR :	14	20	20
D 1-2	0.200	0.181	0.181
D 1-7	0.200	0.181	0.181
D 1-6	0.150	0.128	0.128
D 2-3	0.150	0.143	0.143
D 3-4	0.100	0.091	0.091
D 4-8	0.100	0.091	0.091
D 7-8	0.150	0.143	0.143
D 6-7	0.000	0.000	0.000
D 2-6	0.000	0.000	0.000
D 5-6	0.142	0.091	0.091
D 5-8	0.000	0.000	0.000
D 3-5	0.000	0.000	0.000
D 4-5	0.000	0.000	0.000
COUT POMPE :	62687	62687	62687
COUT CONDUITES :	15996	15108	15108

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m ³ /s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	12.783	12.783	0.013	0.000
3	12.221	12.221	0.013	0.000
4	10.392	10.392	0.017	0.000
5	11.235	11.235	0.008	0.000
6	12.822	12.822	0.008	0.000
7	12.783	12.783	0.013	0.000
8	12.221	12.221	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 7	0.200	200.	35.50	110.	1.13
1 6	0.150	350.	12.79	110.	0.72
2 3	0.150	30.	22.11	110.	1.25
3 4	0.075	30.	6.76	110.	1.53
4 8	0.075	30.	-6.76	110.	-1.53
7 8	0.150	30.	22.11	110.	1.25
6 7	0.075	130.	-0.82	110.	-0.19
2 6	0.075	130.	0.82	110.	0.19
5 6	0.075	30.	-5.82	110.	-1.32
5 8	0.075	80.	-2.85	110.	-0.85
3 5	0.075	80.	2.85	110.	0.85
4 5	0.075	80.	-3.06	110.	-0.89

COUT DES CONDUITES = 22505.624
 COUT DE LA POMPE = 62687.20
 COUT TOTAL DU RESEAU = 85192.83

GAINS OBTENUS SUR LES COUTS (EN %)

SUR LES CONDUITES : 1.6 %
 SUR LA POMPE : -----
 SUR LE RESEAU : 0.4 %

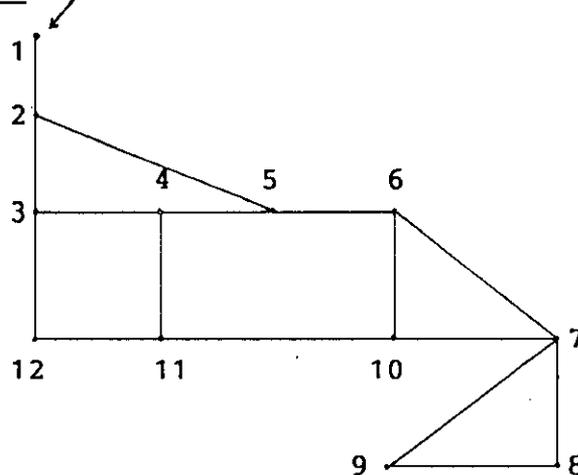
c) Commentaires :

On remarque que :

- . Quelles que soient les données(ZG,D), on a pratiquement 3 à 4 itérations pour arriver aux résultats optimaux.
- . Le temps de calcul est de l'ordre de 1 minute, ce qui représente un très bon temps de calcul.
- . Quelles que soient les données(ZG,D), on arrive toujours vers les mêmes résultats, ce qui confirme l'unicité de la solution.
- . Les données (ZG,D) influent beaucoup sur les gains obtenus sur les coûts.
- . La solution optimale avant l'arrondissement aux diamètres commerciaux les plus proches contient plusieurs conduites(5) de diamètres nulles ce qui confirme la notion d'ossature du réseau cité dans la méthode de Lebdi et traitée par plusieurs auteurs.

III.D.2 Applications sur un réseau réel (Testour - Tunisie) :

a) Données :



On a pris les données réelles du réseau en ce qui concerne la géométrie, les diamètres et la consommation au niveau du réseau. Pour les données relatifs aux fonctions coûts, on les a prise de l'article.

On a $u = 25$ ans ; $Q_p = 0,07$ m³/s.

Les pompes fonctionnent seulement la nuit pendant 8 heures, on a donc $T = 8 \times 365 = 2920$ H/an.

Pour mieux comparer nos résultats à la solution réelle et aux solutions d'autres auteurs ayant travaillé sur le même réseau, on a préféré garder la charge du réservoir constante lors du processus itératif.

b) Résultats :

RESULTATS INITIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit préleve [m ³ /s]	altitude [m]
1	141.000	.000	-.068	141.000
2	139.956	12.956	.008	127.000
3	136.856	21.856	.006	115.000
4	136.423	27.423	.005	109.000
5	135.438	32.938	.007	102.500
6	134.069	39.069	.005	95.000
7	132.817	44.117	.008	88.500
8	125.693	47.693	.008	78.000
9	131.494	51.494	.005	80.000
10	133.063	36.063	.008	96.200
11	134.158	37.858	.007	86.200
12	134.288	44.988	.004	89.300

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	.300	200.	68.66	110.	.97
2 3	.200	350.	31.45	110.	1.00
2 5	.200	610.	28.55	110.	.91
3 4	.200	100.	21.37	110.	.68
4 5	.080	230.	1.91	110.	.38
5 6	.200	280.	23.74	110.	.78
6 7	.200	480.	17.61	110.	.56
7 8	.080	660.	3.10	110.	.62
9 8	.080	770.	2.59	110.	.52
7 9	.150	420.	7.73	110.	.44
10 7	.080	300.	1.08	110.	.21
8 10	.080	390.	1.45	110.	.29
11 10	.150	400.	7.03	110.	.44
4 11	.150	280.	14.05	110.	.80
12 11	.080	400.	.47	110.	.09
3 12	.100	400.	4.27	110.	.54

 RESULTATS DES ITERATIONS

ITERATION N°:	1	2	3	4	5
HR :	141	141	141	141	141
D 1-2	0.300	0.260	0.259	0.259	0.259
D 2-3	0.200	0.172	0.172	0.172	0.172
D 2-5	0.200	0.172	0.172	0.172	0.172
D 3-4	0.200	0.141	0.141	0.141	0.141
D 4-5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 5-8	0.200	0.152	0.152	0.152	0.152
D 6-7	0.200	0.138	0.138	0.138	0.138
D 7-8	0.080	0.071	0.078	0.075	0.075
D 9-8	0.080	0.044	0.000	0.000	0.000
D 7-9	0.130	0.083	0.075	0.071	0.071
D 10-7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 6-10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 11-10	0.137	0.090	0.090	0.090	0.090
D 4-11	0.150	0.121	0.121	0.121	0.121
D 12-11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 3-12	0.098	0.081	0.081	0.081	0.081
COUT CONDUITES :	83336	55174	50145	50029	50029

 RESULTATS COMMERCIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m3/s]	altitude [m]
1	141.000	.000	-.088	141.000
2	138.510	11.510	.008	127.000
3	128.536	11.536	.008	115.000
4	124.980	15.980	.005	109.000
5	120.114	17.814	.007	102.500
6	113.188	18.188	.005	95.000
7	108.859	18.159	.008	88.500
8	90.595	12.595	.006	78.000
9	81.541	11.541	.005	80.000
10	108.724	10.524	.008	98.200
11	115.861	19.661	.007	98.200
12	118.330	27.030	.004	88.300

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	.250	200.	87.97	110.	1.39
2 3	.150	350.	30.81	110.	1.73
2 5	.150	810.	28.80	110.	1.62
3 4	.150	100.	20.15	110.	1.14
4 5	.080	230.	4.51	110.	.90
5 6	.150	280.	28.75	110.	1.51
6 7	.150	480.	18.80	110.	1.05
7 8	.080	680.	4.88	110.	.97
9 8	.080	770.	.97	110.	.19
7 9	.080	420.	6.02	110.	1.20
10 7	.080	300.	.38	110.	.08
6 10	.080	390.	3.96	110.	.79
11 10	.080	400.	4.71	110.	.94
4 11	.100	280.	10.25	110.	1.31
12 11	.080	400.	.95	110.	.19
3 12	.080	400.	5.00	110.	1.00

COUT DES CONDUITES = 70328.8800000

GAINS OBTENUS SUR LES COUTS (EN %)

SUR LES CONDUITES : 9.6 %

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m3/s]	altitude [m]
1	141.000	0.000	-0.068	141.000
2	138.490	11.490	0.008	127.000
3	125.747	10.747	0.008	115.000
4	124.327	15.327	0.005	109.000
5	120.928	18.428	0.007	102.500
6	114.840	19.840	0.005	95.000
7	109.303	20.803	0.008	88.500
8	103.808	25.808	0.008	78.000
9	104.470	24.470	0.005	80.000
10	110.194	13.994	0.008	96.200
11	115.588	19.398	0.007	96.200
12	119.627	30.327	0.004	89.300

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]	
1	2	0.250	200.	68.27	110.	1.39
2	3	0.150	350.	31.66	110.	1.79
2	5	0.150	610.	27.89	110.	1.58
3	4	0.150	100.	19.04	110.	1.08
4	5	0.080	230.	3.72	110.	0.74
5	6	0.150	260.	24.95	110.	1.41
6	7	0.150	480.	17.02	110.	0.96
7	8	0.100	680.	4.91	110.	0.63
9	8	0.080	770.	0.80	110.	0.16
7	9	0.100	420.	5.85	110.	0.75
10	7	0.080	300.	1.57	110.	0.31
8	10	0.080	390.	3.32	110.	0.66
11	10	0.100	400.	6.38	110.	0.81
4	11	0.100	280.	10.02	110.	1.28
12	11	0.080	400.	3.03	110.	0.60
3	12	0.100	400.	6.83	110.	0.87

COUT DES CONDUITES = 72240.06

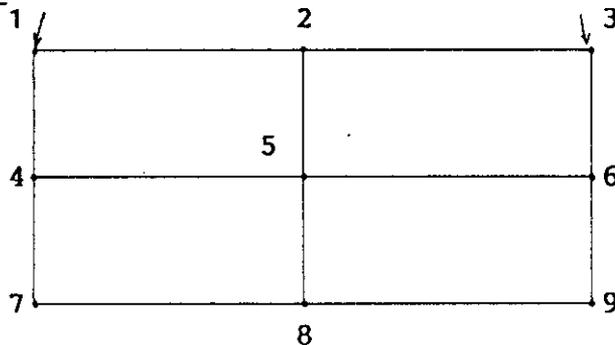
GAINS OBTENUS SUR LES COUTS PAR RAPPORT A LA SOLUTION
REELLE (EN %) : 7.1 %

c) Commentaires :

. Les résultats obtenus pour ce réseau sont assez bon pour un temps de calcul de l'ordre d'une minute, surtout si on les compare aux résultats obtenus par Mahjoub, sachant que son temps de calcul pour le même réseau est de l'ordre de 40 minutes.

III.D.3 Réseau à 2 reservoirs d'alimentation :

a) Données :



$u = 25$ ans ; $f = 0,050$; $rend P_1 = rend P_2 = 0,7$;
 $Q_{p1} = 0,04$ m³/s ; $Q_{p2} = 0,03$ m³/s.

En supposant les pompes fonctionnant 8 heures par jour,
on a T = 2920 Heures/an.

Remarque : les valeurs de Q_{p1} et Q_{p2} ont été obtenue après
avoir fait un équilibrage du réseau pour déduire la contribu-
tion de chaque reservoir dans l'alimentation du réseau.

b) Résultats :

RESULTATS INITIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélve [m3/s]	altitude [m]
1	84.969	34.969	-.036	50.000
2	84.650	24.650	.009	60.000
3	84.973	27.973	-.028	57.000
4	83.310	20.310	.004	63.000
5	81.570	29.570	.015	52.000
6	81.581	27.581	.008	54.000
7	81.041	21.041	.012	60.000
8	75.118	25.118	.007	50.000
9	74.877	19.877	.010	55.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	.200	200.	12.45	110.	.40
3 2	.200	225.	11.77	110.	.37
1 4	.200	300.	24.38	110.	.78
2 5	.150	325.	15.31	110.	.87
3 6	.150	325.	18.18	110.	.92
4 5	.100	280.	4.20	110.	.53
5 6	.080	220.	.16	110.	.03
4 7	.150	215.	18.22	110.	.92
5 8	.080	325.	4.37	110.	.87
6 9	.100	300.	8.36	110.	1.06
7 8	.080	315.	4.24	110.	.84
8 9	.100	225.	1.62	110.	.21

COUT DES CONDUITES = 44785.4500000

 RESULTATS DES ITERATIONS

ITERATION N°:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
HR1 :	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9
HR2 :	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9
D 1-2	0.178	0.138	0.149	0.154	0.158	0.158	0.155	0.154	0.154
D 3-2	0.142	0.088	0.089	0.051	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 1-4	0.200	0.152	0.148	0.147	0.148	0.150	0.151	0.151	0.151
D 2-5	0.150	0.123	0.128	0.127	0.128	0.124	0.122	0.122	0.122
D 3-6	0.150	0.134	0.134	0.134	0.133	0.133	0.134	0.134	0.134
D 4-5	0.100	0.063	0.048	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 5-6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
D 4-7	0.150	0.128	0.128	0.131	0.134	0.138	0.137	0.137	0.137
D 5-8	0.080	0.057	0.052	0.048	0.038	0.028	0.000	0.000	0.000
D 6-9	0.100	0.099	0.099	0.099	0.099	0.099	0.100	0.099	0.099
D 7-8	0.080	0.064	0.089	0.074	0.079	0.081	0.083	0.083	0.083
D 8-9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

COUT

CONDUITES :	38472	34445	34012	31233	28976	28727	28579	28573	28573
-------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

 RESULTATS COMMERCIAUX

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m3/s]	altitude [m]
1	84.985	34.985	-.040	50.000
2	82.933	22.933	.009	80.000
3	84.978	27.978	-.025	57.000
4	78.378	15.378	.004	83.000
5	73.749	21.749	.015	52.000
6	78.739	24.739	.008	54.000
7	78.052	16.052	.012	80.000
8	70.082	20.082	.007	50.000
9	70.015	15.015	.010	55.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	.150	200.	15.90	110.	.90
3 2	.080	225.	2.88	110.	.57
1 4	.150	300.	24.10	110.	1.36
2 5	.100	325.	9.51	110.	1.21
3 6	.150	325.	22.40	110.	1.27
4 5	.080	280.	3.96	110.	.79
5 6	.080	220.	-4.89	110.	-.93
4 7	.150	215.	18.44	110.	.93
5 8	.080	325.	3.23	110.	.64
6 9	.100	300.	9.65	110.	1.23
7 8	.080	315.	4.27	110.	.85
8 9	.080	225.	.37	110.	.07

COUT DES CONDUITES = 41001.1600000

GAINS OBTENUS SUR LES COUTS (EN %)

SUR LES CONDUITES : 8.4 %

c) Commentaires :

Le modèle n'a pas été influencé par le nombre de réservoir existant dans le réseau.

III.D.4 Simulation de rupture :

L'analyse des résultats optimaux obtenus pour le réseau académique a permis de constater les faibles vitesses dans les conduites 6-7 et 2-6.

Pour évaluer l'importance de ces conduites dans le réseau, on a essayé de simuler une rupture de conduite sur le tronçon 7-8, nous avons obtenu les résultats affichés sur le tableau ci-dessous.

On remarque dans ce tableau qu'il suffit d'avoir une rupture dans une conduite pour avoir des contraintes de vitesse et de pressions violées dans plusieurs conduites et nœuds dans le réseau.

Ceci nous a fait penser à la nécessité d'introduire dans d'éventuels travaux un modèle de simulation de rupture d'une, deux ou plusieurs conduites pour compléter notre modèle d'équilibrage et d'optimisation.

Ce modèle permettrait de calculer le réseau convenablement de façon à ce qu'il n'y est plus de violation des contraintes de vitesse et surtout de pression lorsqu'il y a rupture sur un ou plusieurs tronçons du réseau.

RESULTATS AVEC SIMULATION
DE RUPTURE SUR 7-8

CARACTERISTIQUES DES NOEUDS

N° Noeud	Charge [m]	Pression au sol [m]	Débit prélevé [m3/s]	altitude [m]
1	15.000	0.000	-0.083	15.000
2	10.929	10.929	0.013	0.000
3	9.545	9.545	0.013	0.000
4	0.572	0.572	0.017	0.000
5	3.851	3.851	0.008	0.000
6	10.834	10.834	0.008	0.000
7	14.424	14.424	0.013	0.000
8	-0.813	-0.813	0.013	0.000

CARACTERISTIQUES DES CONDUITES

N° conduite	Diam [m]	Long [m]	Débit [l/s]	chw	Vitesse [m/s]
1 2	0.200	200.	49.29	110.	1.57
1 7	0.200	200.	17.14	110.	0.55
1 6	0.150	350.	17.31	110.	0.98
2 3	0.150	30.	35.97	110.	2.04
3 4	0.075	30.	15.95	110.	3.61
4 8	0.075	30.	5.81	110.	1.32
7 8	0.000	30.	0.00	110.	0.00
6 7	0.075	130.	-4.41	110.	-1.00
2 6	0.075	130.	0.62	110.	0.14
5 6	0.075	30.	-13.93	110.	-3.15
5 8	0.075	80.	6.60	110.	1.49
3 5	0.075	80.	7.35	110.	1.66
4 5	0.075	80.	-8.37	110.	-1.44

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

La complexite du probleme d'optimisation des reseaux mailles de distribution d'eau a conduit plusieurs auteurs a la recherche d'hypotheses simplificatrices pour le resoudre.

Dans notre modele de calcul, nous avons impose au reseau d'avoir une perte de charge unitaire constante.

Son application sur des reseaux academiques et reels a permis de trouver de bons resultats, que ce soit en terme de gains sur les couts, ou en terme de temps de calcul.

En plus ce modele est non seulement applicable pour l'optimisation des reseaux mailles quelle que soit leur complexite, mais aussi pour les reseaux ramifies.

Il nous a permis en outre de trouver l'optimum de la cote du radier du reservoir d'alimentation.

On recommande l'amelioration de ce modele par l'introduction:

- De modele probabiliste permettant le calcul optimum des debits de pointe;
- De modele de simulation de rupture ;
- De solution commerciale avec panachage de deux troncons par conduite.

On recommande enfin de considerer le volume du reservoir et le debit nominal de la station de pompage comme etant des variables de decision.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ALPEROVITZ. E-SHAMIR. U Design of optimal water distribution systems-Water Reserch. Vol 13, N°6. (1977)
- [2] BONNIN. J Hydraulique Urbaine appliquee aux agglomerations de petite et moyenne importance-Ed Eyrolles(1977)
- [3] DEB. A. K-SARKAR. A. K Optimisation in design of hydraulic network-Jr Sanit Eng Div. Vol 97, N°2 Apr(1971), pp 141-159.
- [4] DUPONT Hydraulique Urbaine, tome II -Ed Eyrolles(1979)
- [5] FEATHERSTONE-EL JUMAILY Optimal diameter selection for pipe networks-Jr Hydr Div, Fevrier(1983)
- [6] GONDRAN. M-MINOUX. M Graphes et algorithmes, Ed Eyrolles(1979)
- [7] JACOBY S. L. S Design of optimal hydraulic networks-Jr Hydr Div-Vol 94, N°3, May(1968), pp 641-666.
- [8] LEBDI. F Recherche d'une methode d'optimisation des reseaux mailles sous pression- These de doctorat- INP Toulouse (1985)
- [9] MAHDJOUR. Z Contribution a l'etude de l'optimisation des reseaux mailles-These d'etat- INP Toulouse (1983)
- [10] MERABTENE. T Contribution a l'etude du dimensionnement des reseaux mailles de distribution d'eau potable- These de Magister- ENP (1990)
- [11] MINOUX. M Programmation mathematique ,theorie et algorithmes tome II ,Ed Eyrolles (1983)
- [12] RAMAN. V-RAMAN. S New method of solving distribution system networks based on equivalent pipe lenghts. Jr American Water Works Association, Vol 58 N°5-May (1966), pp 615-626
- [13] SAIDI. W Etude et dimensionnement des reseaux d'eau par la methode de Newton-Raphson modifiee- PFE-ENP Alger (1991).
- [14] TONG AL Analysis of distribution networks by balancing equivalent pipe lenghts-Jr American Water Works Association-Vol 53 N°2-Feb (1961), pp 192-210.