

وزارة التعليم والبحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement  
et de la Recherche Scientifique

2ex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : **HYDRAULIQUE**

المركز الوطني للتقنيات  
BIBLIOTHEQUE  
المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

**CALCULS DES BARRAGES  
POIDS PAR LA METHODE  
DES ELEMENTS FINIS**

Proposé par :

Melle ZERFA

Etudié par :

HENICHE M.

CHOUAKI A.

Dirigé par :

Melle ZERFA

Promotion : Juin 1990



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

*à nos familles*

*femmes*

*et amis.*

D'une plume sincère nous témoignons  
notre profonde gratitude à M<sup>lle</sup> Zerfa pour la con-  
fiance placéé en nous, au personnel de l'Informatique  
et à M<sup>r</sup> Mokrane pour leur dévouement, à MM Berrah  
et Tikhonine pour leurs précieux conseils et à tout ceux  
qui nous ont apporté leur soutien.

Nous rendons hommage à nos proches qui ont dû  
supporter nos humeurs et surtout à Annissa qui a  
accepté volontier d'effectuer la page du présent mémoire.



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

وزارة التعليم العالي  
المدرسة الوطنية  
المتعددة التقنيات

Departement : HYDRAULIQUE  
Promoteur : Melle ZERFA  
Elève Ingénieur : Mr. CHOUAKI ABDELMADJID  
Mr. HENICHE MOURAD

دائرة : الري  
الموجه : الانسة زارفة  
تلميذ مهندس : شواكي عبد المجيد  
حنيش مراد

الموضوع : " حساب السدود الثقيلة بطريقة العناصر المنتهية "  
الملخص : إن برنامج الحاسب الآلي الذي نحن بصدد إعداده يتمثل في دراسة  
الاستقرار الداخلي في المجال الشبه الساكن وفي الطور المرن للسدود  
الثقيلة لاربعة حالات من التحميل . ولقد درس الاستقرار بطريقة العناصر  
المنتهية ، حيث كان العنصر المرجع هو الرباعي المتساوي العوامل بأربعة  
عقد . أعد البرنامج بلغة الفورتران IV على جهاز فاكس 11/750 و 11/785  
والذي يعطي الاجهادات والتشوهات لمختلف نقاط السد .

AZWEL : " Laḥsab yeənan uggugen s webrid n iferdasen ifuken "  
ASENTEL :

Ayan n tḥnadi a tid n sban di cəal agi , d ayan yaənan t utfa  
n uggugen di t aswiət i waəren felassen .  
Lxadma yagi , i waken a t nesali , n sawel i yiwen a tawil  
yevnan af yiwet n t macint vax 11/750 awk 11/785 , i waken a  
d yefk asaəwaj di koul amkan n aggug .

TITRE : " Calculs des barrages poids par la méthode des éléments finis "  
RESUME :

Le programme devant etre élaboré consiste à étudier la stabilité  
interne , dans le domaine pseudo-statique et en phase élastique  
( déformations planes ) des barrages poids pour quatre cas de  
chargements .  
La stabilité est étudiée par éléments finis , l'élément de  
référence étant le quadrilatère à quatre neuds isoparamétrique .  
Le programme est réalisé en langage FORTRAN IV sur systèmes  
VAX 11/750 et 11/785 , et doit fournir les valeurs des  
contraintes et des déformations en tout point du barrage .

SUBJECT : " Gravity dams computation by finite elements method "  
BSTRACT:

The programm to be worked out aims at studying the internal  
stability of gravity dams in the pseudo-static fields and elastic  
phasis ( plane deformation ) .  
Four load cases were considered . The stability is studied by the  
finite element method . The reference element being four nodal  
isoparametric quadrilateral . FORTRAN IV language on VAX 11/750  
and 11/785 computers has been used to write this programm which  
should provide stress and deformations values at any points of  
the dam .

## S O M M A I R E

### Pages

INTRODUCTION .....	1
I. LES BARRAGES POIDS.....	2
I.1 Historique.....	2
I.2 Profil des barrages poids.....	2
I.3 Sol de fondation.....	3
II. FORCES ET ACTIONS QUI ENTRENT EN JEU:.....	3
II.1 Poids propre.....	4
II.2 Poussée de l'eau.....	4
III. MOYENS DE REDUIRE LA SOUS PRESSION.....	7
III.1 Renforcement artificiel de l'étanchéité amont.....	7
III.2 Drains noyés dans le béton .....	8
Forages drainants dans le rocher.	
III.3 Puits verticaux dans le béton.....	9
IV. EFFET DE LA TEMPERATURE.....	10
V. TREMBLEMENT DE TERRE.....	11
V.1 Force d'inertie du barrage.....	11
V.2 Force d'inertie de l'eau. Surpression.....	11
hydrostatique.	
V.3 Augmentation de la sous-pression.....	13
VI. STABILITE INTERNE.....	13
VI.1 Calcul des contraintes par la méthode.....	13
de la résistance des matériaux.	
VI.2 Calcul des contraintes par la méthode.....	19
de l'élasticité (méthode de Pigeaud).	
VII. METHODE DES ELEMENTS FINIS POUR UN MILIEU.....	29
CONTINU ELASTIQUE.	
VII.1 Introduction.....	29

VII.2	Présentation des équations différentielles.....	30
	de base de l'élasticité linéaire.	
VII.3	Principe de la méthode des éléments finis.....	34
VII.4	Elément de référence.....	34
VII.5	Matrice jacobienne.....	36
VII.6	Formulation directe des caractéristiques.....	37
	d'un élément fini.	
VII.7	Assemblage.....	41
VII.8	Conditions aux limites.....	41
VIII.	PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL DES BARRAGES.....	42
	POIDS PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	
VIII.1	But du programme.....	42
VIII.2	Hypothèses.....	42
VIII.3	Choix de l'élément.....	42
VIII.4	Modélisation.....	44
VIII.5	Formulation du problème.....	45
VIII.6	Méthodes de calculs numériques utilisées.....	47
VIII.7	Organigrammes.....	48
IX.	APPLICATIONS.....	53
IX.1	Barrage fictif.....	53
IX.2	Barrage réel.....	58
	CONCLUSION GENERALE.....	62
	BIBLIOGRAPHIE.....	63



## I N T R O D U C T I O N

L'extension rapide des villes , le développement accéléré de l'industrie , l'intensification de l'agriculture dus à un accroissement de la population se traduisent par une consommation d'eau de plus en plus importante . Les raisons évoquées, mettent en évidence la nécessité de multiplier les bassins de retenue.

Les sites les plus propices à l'implantation des barrages sont pour la plupart déjà utilisés . Les sites potentiels, quant à eux , présentent des insuffisances , dans le domaine géologique notamment . Par conséquent , la construction de nouveaux barrages impose une étude de plus en plus rigoureuse dans le domaine de la stabilité des ouvrages.

Actuellement , il existe deux méthodes classiques de calculs des barrages poids , l'une s'appuyant sur la théorie de la résistance des matériaux , la seconde sur celle de l'élasticité.

Cependant, il semblerait que la méthode , plus récente , des éléments finis s'avère beaucoup plus rigoureuse . Afin de nous prononcer sur son efficacité, nous nous proposons , dans cette étude , de la mettre à l'épreuve en confrontant les résultats qu'elle nous fournira avec ceux obtenus par les deux méthodes classiques.

## I LES BARRAGES POIDS:

Les barrages poids, appelés également barrages gravité s'opposent à la pression de l'eau par leur seul poids. Du fait de leur grande capacité de résistance à la poussée de l'eau, on opte pour ce type d'ouvrage, si toutefois le sol de fondation le permet, lorsque la nécessité oblige d'évacuer de très grands débits au dessus ou au travers du corps du barrage.

### I.1 HISTORIQUE:

Les premiers barrages en maçonnerie sont Espagnols et datent du XVI<sup>e</sup> et XVII<sup>e</sup> siècles.

Avec une vingtaine de mètres ils présentaient un profil de parement amont vertical, avec parfois un parement aval en gradins:

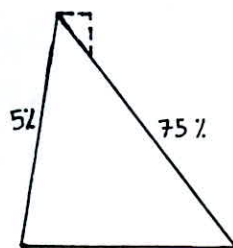
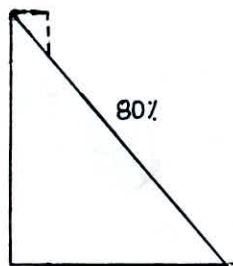
Barrages d'Alicante (1500), Puentes (1790), NIJAR (1850).

Vers 1855, les recherches de SAZILLY et DECLORE ont conduit à l'établissement d'un profil triangulaire rationnel. La théorie était basée sur l'équilibre du profil au renversement autour de l'arête aval, sur l'équilibre au glissement sur la base ou une assise quelconque et, pour la détermination des taux de travail, sur la loi du trapèze.

Actuellement, après les barrages en terre, les barrages poids sont les plus répandus. Les plus grands se trouvent en Suisse (La Grande Dixence, 285 mètres) et aux Etats Unis (Boulder Dam, 220 mètres).

### I.2 Profil des barrages poids:

Le profil des barrages poids est compris entre les deux limites suivantes:



Pour des barrages allant jusqu'à 100 mètres de hauteur on opte pour le chiffre de 80% .  
Au delà de 100 mètres il serait plus prudent d'épaissir le profil.

Les barrages poids sont plus sensibles à une surélévation du plan d'eau .Le couronnement qui est épaissi et débordant largement du profil triangulaire assure une plus grande stabilité de la structure sur toute une tranche allant jusqu'à 25 mètres de profondeur.

On opte pour une implantation curviligne si la vallée s'y prête réduisant ainsi le profil de 70% ,65% et même 50% ; on convergerait alors vers un profil poids-voûte bien plus économique.

### I.3 Sol de fondation :

Les barrages poids ,étant donné l'importance de leur poids, ne conviennent que sur des sols rocheux de très bonne qualité autrement dit de bonne résistance mécanique et suffisamment étanches.En effet ,sur un sol douteux , susceptible de se tasser ces énormes ouvrages ne peuvent suivre les déformations du sol sans se fracturer dans tous les sens.

De plus,si le sol est peu étanche,la ruine de l'ouvrage est certaine puisqu'il est vulnérable aux sous-pressions.

L'étude géologique doit donc déterminer la nature du sol de fondation avec une bonne précision d'autant plus ,que les barrages poids sont difficiles à visiter et ont le grave défaut de masquer le sol sur de grandes étendues.

Remarque: Une fondation rocheuse ayant un module d'élasticité  $E$  de  $10^8 \text{ Kg/m}^2$  est excellente , par contre avec un module  $E$  de  $2 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2$  elle est considérée comme médiocre.

## II FORCES ET ACTIONS QUI ENTRENT EN JEU:

Lorsqu'on étudie la stabilité et la sécurité d'un barrage poids ,on est d'abords amené à considérer les charges appliquées (ou susceptibles d'être appliquées ) sur l'ouvrage.



### II.1 Poids propre:

Le poids propre du béton dépend de sa compacité, du poids spécifique de la pierre utilisée et de la dimension maximum des agrégats.

### II.2 Poussée de l'eau:

#### II.2.1 Eau propre:

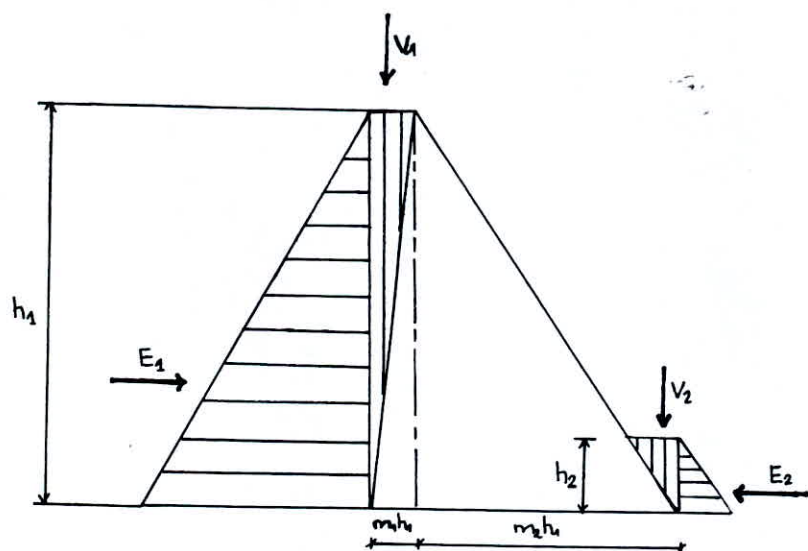
L'action de l'eau se manifeste par la pression qu'elle exerce directement sur le parement de l'ouvrage.

Le poids spécifique de l'eau propre est:  $\gamma = 1 \text{ t/m}^3$

Poussées horizontales :  $E_1 = 1/2 \gamma h_1^2$

Poussées verticales :  $V_1 = 1/2 \gamma m_1 h_1^2$  où  $m_1 = \text{tg} \varphi_1$

La poussée résultante s'exerce au tiers inférieur de la hauteur H de la retenue, la pression étant répartie selon un diagramme triangulaire.



$$m_1 = \text{tg} \varphi_1$$



### II.2.2 Poussée des sédiments .Eau boueuse:

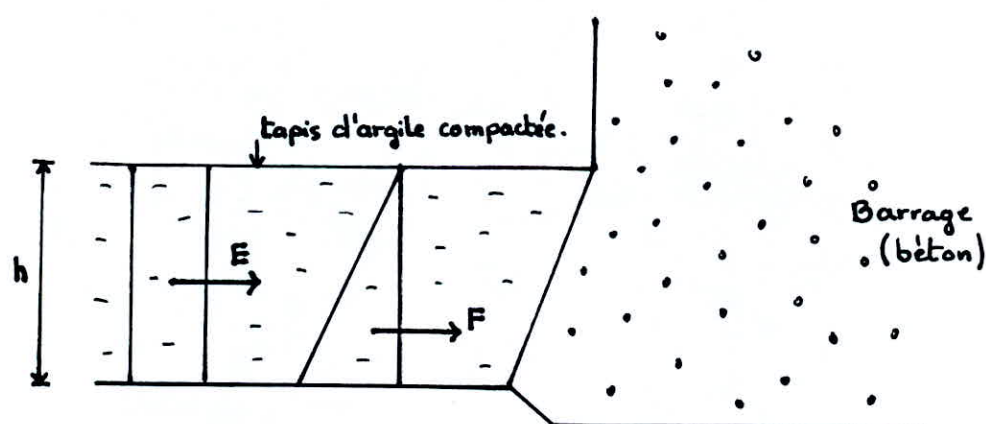
Dans le cas où un engravement ou un envasement sont à craindre , il convient d'en tenir compte:

-Soit en augmentant le poids spécifique de l'eau

$$\gamma = 1,05 \text{ à } 1,1 \text{ t/m}^3.$$

-Soit en ajoutant à la poussée de l'eau une poussée des terres (matériaux accumulés au fond du lac)

#### Poussée du tapis argileux:



F: est la poussée exercée par le tapis argileux.

E: est la force supplémentaire résultant de la pression de gonflement du tapis argileux.

A sec : 
$$F = 0,5 K_o \gamma_a h^2 \quad \text{où } K_o = 1 - \sin \phi$$

$\phi$  : angle de frottement interne.

$\gamma_a$  : poids spécifique de l'argile.

A l'état immergé : 
$$F = 0,5 K_o (\gamma_a - \gamma_e) h^2$$

$\gamma_e$  : poids spécifique de l'eau.

### II.2.3 Sous pression:

Quelle que soit la qualité du rocher de fondation l'eau y pénètre progressivement, ce phénomène étant dû à la porosité, à la fissuration ou à la fracturation de la roche.

Ces interstices de la fondation sont occupés par de l'eau qui exerce une pression sur les parois; cette pression joue un rôle important pour la stabilité de l'ouvrage à la surface de contact béton-rocher.

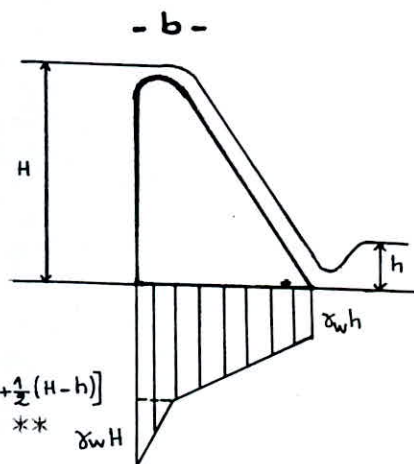
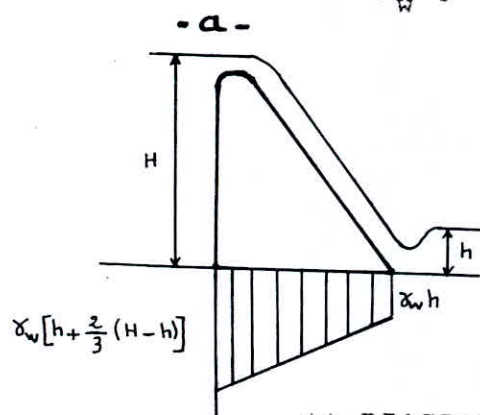
### II.2.4 FORCES EXERCEES PAR LA SOUS PRESSION:

La prise en compte des sous-pressions se fera en choisissant l'un des diagrammes ci-dessous correspondant à l'une des hypothèses suivantes:

Diagramme a: Les fondations homogènes sont étanchées par un rideau d'injection. Les sous-pressions décroissent linéairement d'une valeur amont  $\gamma_w [h + \lambda(H-h)]$  à une valeur aval  $\gamma_w h$ . On admet en général  $\lambda = 2/3$ .

Diagramme b: Les fondations homogènes et étanches sont drainées à l'aval de l'organe d'étanchéité. On admet en général que le drainage est efficace à 50% et, que, au niveau du drain la sous pression tombe à la valeur:

$$\gamma_w [h + \lambda(H-h)] = 0,5 \gamma_w (H+h)$$



**\*\* DIAGRAMME DES SOUS PRESSION \*\***

Afin d'éviter une augmentation progressive de la sous-pression suite au léger soulèvement du barrage à l'amont (ce qui est inadmissible pour un barrage poids) sous l'effet de la poussée de l'eau de la retenue E, et malgré l'effet stabilisant du poids propre P, on est tenu de vérifier la règle de Levy.

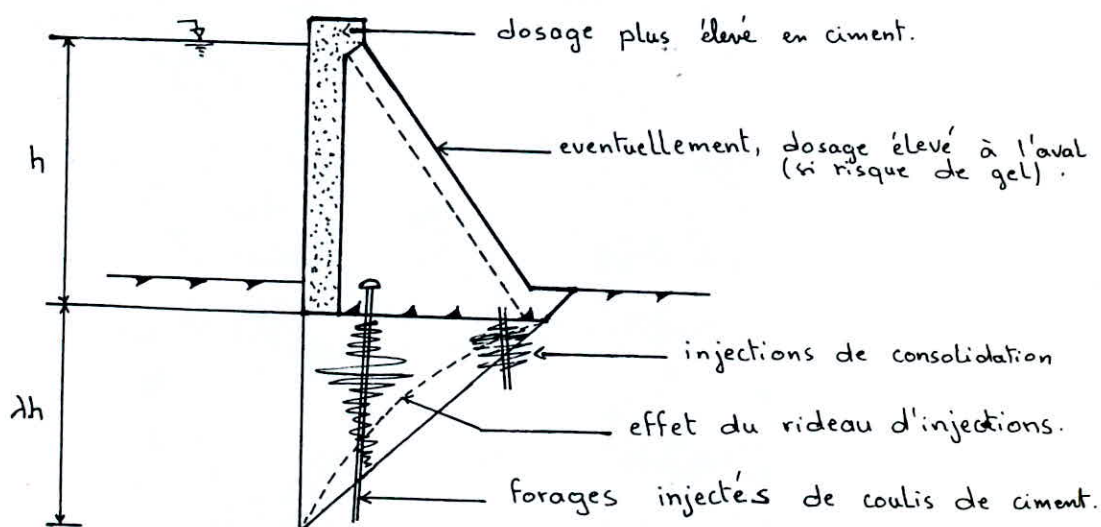
Cette règle postule qu'en aucun point du parement amont, les contraintes résultant du poids propre et de la poussée de la retenue E ne doivent être inférieures à la pression hydrostatique en ce point.

### III MOYENS DE REDUIRE LA SOUS PRESSION:

#### III.1. Renforcement artificiel de l'étanchéité amont:

On étanchéise l'amont du barrage par une couche de béton de haute qualité, sur quelques mètres d'épaisseur, par exemple avec un béton au ciment portland dosé à 250 Kg/m<sup>3</sup> associé à un adjuvant. Quand au rocher on l'imperméabilise à l'amont par un rideau continu d'injections de ciment (coulis de ciment et d'eau, les forages sont espacés de 3 à 6 mètres suivant la nature du terrain).

On effectue également des injections à l'aval, mais leur but est de consolider le rocher, et non pas de le rendre étanche.



**\*\*REDUCTION DE LA SOUS-PRESSION PAR DES INJECTIONS DE CIMENT\*\***

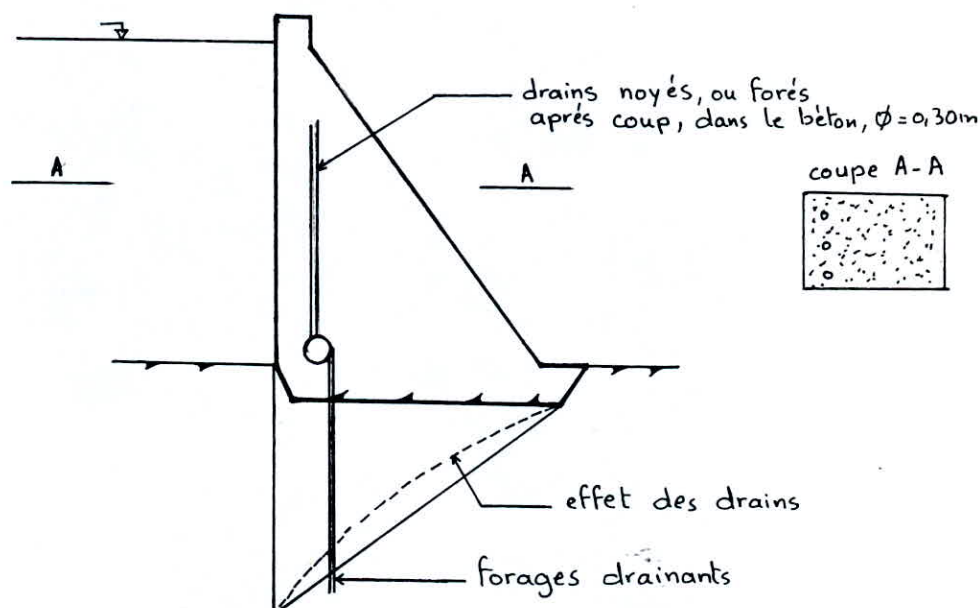


### III.2.Drains noyés ou forés dans le béton.Forages drainants dans le rocher.

L'effet est le même que dans le cas précédent.Dans le rocher , on peut combiner les deux procédés:

Injection puis forage de drains.

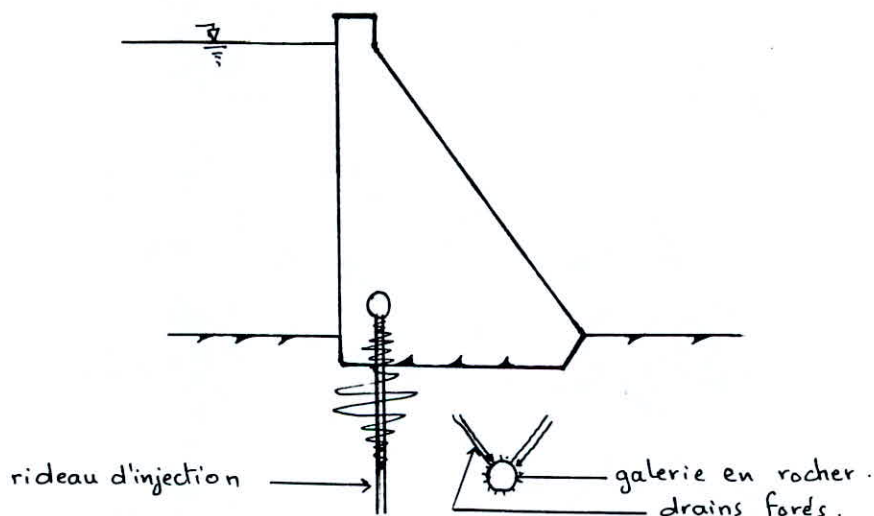
Les drains sont alors posés ou forés à l'aval du béton fortement dosé ,ou forés à l'aval du rideau d'injection du rocher.



#### \* REDUCTION DE LA SOUS PRESSION PAR DES DRAINS \*

Le forage des drains est indispensable dans certaines roches de qualité médiocre.Ils ont alors non seulement pour but de diminuer la sous-pression , mais aussi d'"assecher" en quelque sorte le terrain pour améliorer les qualités géotechniques , par exemple pour augmenter la résistance au glissement.

Dans ce dernier cas,on fore volontier les drains à partir de la galerie située sous le barrage.Si nécessaire, les infiltrations sont évacuées par pompage.

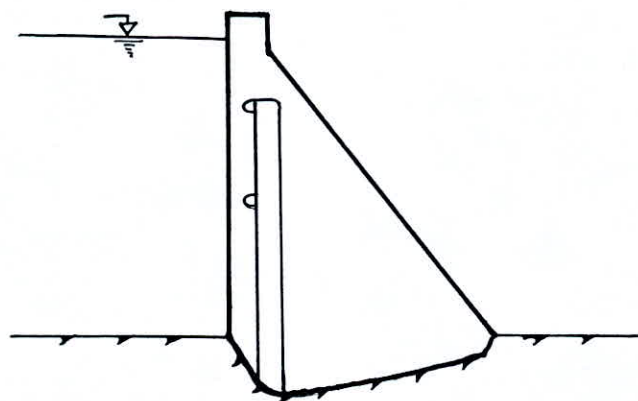


\* DRAINAGE DU ROCHER DE FONDATION A PARTIR DE LA GALERIE \*

III.3. Puits verticaux dans le béton:

Pour remplacer les drains, incommodes, dans le béton on peut construire un puits accessible ( $\phi$  0,50 à 1 mètre) au droit des joints verticaux. Placé contre le coffrage du joint, ce puits ne rend pas le bétonnage plus difficile.

En revanche, comme il n'y a qu'un trou tous les 12, 14, ou 16 mètres, son efficacité est un peu moins étendue que celle de drains plus nombreux (tranchée drainante). Ce puits est très efficace le long du joint et beaucoup moins dans l'axe du plot. On le combine avec des forages drainants dans le rocher.



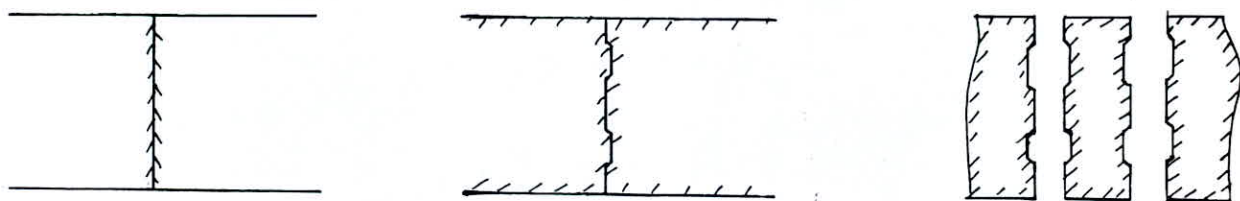
\* DRAINAGE PAR PUITS VERTICAUX \*

#### IV EFFET DE LA TEMPERATURE:

Durant sa prise ,le ciment dégage de la chaleur.Le refroidissement naturel d'un barrage massif est en revanche très lent.Il s'effectue essentiellement par les deux parements , par les faces latérales ,et par la face supérieure.Il exige plus d'un an , et si le massif est épais ,plusieurs années, voir plusieurs siècles !

Si le barrage était coulé d'un seul bloc,les contraintes de traction résultant d'un tel refroidissement , alors que le béton est de moins en moins déformable , provoquerait à coup sûr une fissuration inadmissible.

On doit donc parer à cet inconvénient en découpant le barrage en plots,séparés par des joints de contractions distants d'environ 15 à 20 mètres.



Joints de contraction

Toutefois,il reste nécessaire d'accélérer le refroidissement du béton ,afin qu'il ait lieu pendant que le béton est jeune , c'est à dire pendant qu'il peut encore se déformer sans se fissurer.

Afin d'assurer le refroidissement du béton pendant son durcissement , on utilise un procédé artificiel qui consiste à noyer dans le béton des tuyaux métalliques (serpentins) dans lesquels on fait circuler de l'eau froide.

Ce procédé permet aussi,par temps froid ,d'accélérer la prise du béton , d'où décoffrage plus rapide ,en y faisant circuler temporairement de l'eau tiède.

On a donc intérêt à utiliser un ciment qui dégage sa chaleur le plus tôt possible,pour qu'on puisse le refroidir (artificiellement) pendant qu'il est jeune et déformable. Les ciments de laitier sont à priori les plus indiqués.

Il est aussi nécessaire de fabriquer un béton qui ne se détériore pas au gel ,le long des parements.



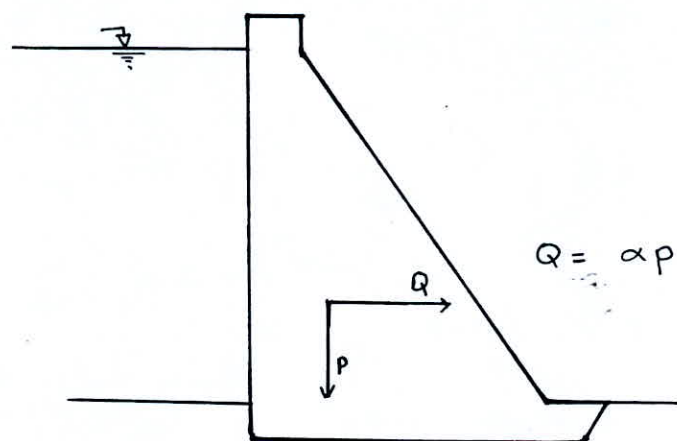
## V TREMBLEMENTS DE TERRE:

Les tremblements de terre provoquent des accélérations qui engendrent dans les ouvrages des efforts supplémentaires, consécutifs aux forces d'inertie. Ces accélérations peuvent se développer dans toutes les directions, mais ce sont évidemment les horizontales qui sont les plus dangereuses pour les barrages.

### V.1 Force d'inertie du barrage:

On suppose que cette force agit horizontalement dans la direction la plus défavorable.

Dans l'hypothèse d'une accélération du sol dirigée vers l'amont la force d'inertie  $Q$  est donc dirigée vers l'aval, et s'ajoute à la poussée de l'eau.



$\alpha$  : coefficient de seismicité.

### V.2 Force d'inertie de l'eau. Surpression hydrosismique:

Il vient s'ajouter aussi une réaction due à l'eau de la retenue contre laquelle le barrage bute dans son déplacement vers l'amont.



Selon Westergaard , cette surpression hydrosismique à une profondeur Z est définie par:

$$\Delta E = ( 7 \gamma_w \alpha (HZ)^{1/2} ) / 8g$$

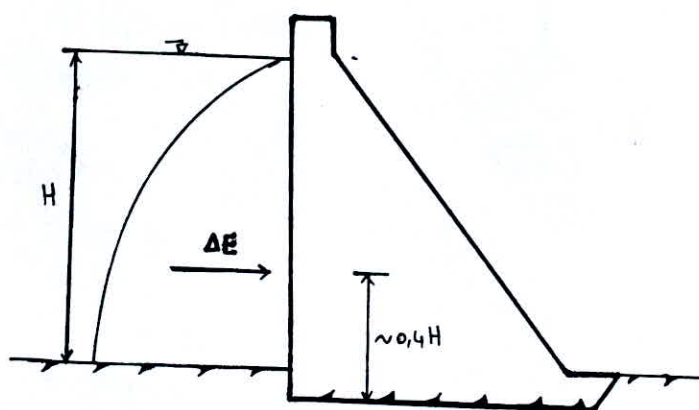
Z: hauteur d'eau mesurée entre le niveau de l'eau et un point submergé donné.

H: hauteur d'eau de la retenue.

$\alpha$ : accélération sismique/accélération pesanteur  $\alpha = a/g$

$\gamma_w$ : poids volumique de l'eau.

$\Delta E$ : surpression hydrosismique.



Pour un parement incliné, la surpression précédemment indiquée doit être multipliée par le cosinus de l'angle que fait le parement amont avec la verticale (il n'y a pas lieu de faire appel à des formules compliquées vu l'incertitude qui règne sur le choix de  $\alpha$  ).

### V.3 Augmentation de la sous-pression:

Lors du tremblement de terre il faut s'attendre à une fissuration du rocher, et peut être du béton (par exemple le long des arrêts de bétonnage).

La sous-pression peut alors s'exercer sur la totalité de la surface, et il convient de choisir un coefficient de sous-pression  $\lambda$  égal à 1 (tandis qu'on l'admettait égal à 2/3 pour les cas de charges permanentes).

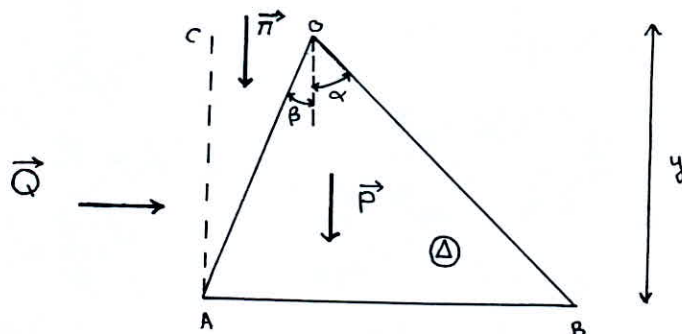
## VI. STABILITE INTERNE:

La théorie du calcul de la stabilité interne des barrages poids repose sur:

-L'application de la condition de non extension permettant de réduire à des normes acceptables tout effort de traction.

-L'application de la règle de Maurice Levy (ou du Tiers Central ) à savoir que la sollicitation élastique sur un point horizontal doit rester supérieure à la pression hydrostatique de façon à refermer toute fissure.

### VI.1 Calcul des contraintes par la méthode de la résistance des matériaux:



$\Delta$  : poids volumique du béton  
 $\delta$  : poids volumique de l'eau  
 $m = \tan \alpha$  : fruit du talus aval  
 $n = \tan \beta$  : fruit du talus amont

### VI.1.1 Bilan des forces:

- Poids propre du barrage appliqué au centre de gravité du massif, en supposant le massif homogène.

$$P = \Delta [0, 5(m+n)y^2]$$

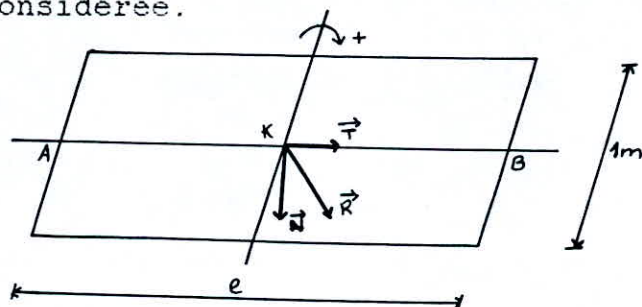
- Poussée horizontale de la retenue appliquée au tiers (1/3) inférieur de y.

$$Q = (\delta/2)y^2.$$

- Poussée verticale de la retenue appliquée au centre de gravité du triangle ACO

$$\Pi = 0,5 \delta n y^2$$

Considérons une section de largeur unité à la base de l'ouvrage et réduisons le système des forces extérieures au centre de gravité de la section considérée.



- Effort normal:

$$N = P + \Pi = \Delta [0,5 (m+n)y^2] + 0,5\delta y^2 = 0,5y^2[\Delta(m+n) + \delta n]$$

- Effort tranchant:  $T = Q = 0,5\delta y^2$

- Moment fléchissant :  $M$  (axe perpendiculaire OAB)

$$M = (-12)^{-1} \Delta y^3 (m^2 - n^2) + (6)^{-1} \delta y^3 - (12)^{-1} \delta y^3 n (3m+n)$$

- Composante normale des contraintes agissant de part et d'autre de k

$$n = (N/S) \pm (M/I)h \quad h \text{ varie de } (-e/2) \text{ à } (e/2)$$

$$S \text{ (surface)} = e \cdot 1 = e = (m+n)y \quad \text{en } m^2$$

$$I \text{ (moment d'inertie de la surface S)} = e^3/12 = [(m+n)^3 y^3]/12 \text{ en } m^4$$

$$n = 0,5y[\Delta + \delta n/(m+n)] + [[\delta(2-3mn-n^2) - \Delta(m^2-n^2)]/(m+n)^3]h$$

$$\text{Au pied amont en A} \quad h = -e/2 = -0,5y(m+n)$$

$$\begin{aligned} n_a &= 0,5y[\Delta + \delta n/(m+n)] + [[\delta(2-3mn-n^2) - \Delta(m^2-n^2)]/(m+n)^3](-0,5(m+n))y \\ &= 0,5y[\Delta - \delta n/(m+n) - \delta[(2-3mn-n^2)/(m+n)^2] + \Delta[(m^2-n^2)/(m+n)^2]] \end{aligned}$$

$$\text{Au pied aval en B} \quad h = +e/2 = 0,5y(m+n)$$

$$n_b = 0,5y[\Delta - \delta n/(m+n) + \delta[(2-3mn-n^2)/(m+n)^2] - \Delta[(m^2-n^2)/(m+n)^2]]$$

Le fruit n étant toujours très faible on pourra en général se contenter de considérer un profil à parement amont vertical. Ainsi le fruit amont  $n=0$  et les contraintes s'écrivent:

$$n = 0,5y\Delta + [(2\delta - m^2\Delta)/m^3]h$$

$$n_a = y[\Delta - \delta/m^2]$$

$$n_b = y\delta/m^2$$

$$\text{Pour un barrage vide } \delta=0 \text{ donc: } n_a = \Delta y$$

$$n_b = 0$$

Les contraintes étant proportionnelles à la hauteur, c'est dans la partie basse que nous aurons les contraintes les plus élevées. A barrage vide, le point A est le plus sollicité. La contrainte  $n_a$  à ne pas dépasser est donnée par  $sR$ .

s: coefficient de sécurité ( $s=0,1$  à  $0,125$ )

R: résistance minimale à l'écrasement du béton à 90 jours

Il nous est possible alors d'obtenir la hauteur limite de l'ouvrage puisque, tel que nous l'avons vérifié précédemment, les



contraintes sont proportionnelles à la hauteur.

### VI.1.2 Condition de non extension:

Les bétons sont sensibles aux efforts de traction. Il est donc indispensable de veiller à ce qu'en tout point du barrage la condition de non extension soit vérifiée; notamment au pied amont du barrage où les risques sont les plus probables.

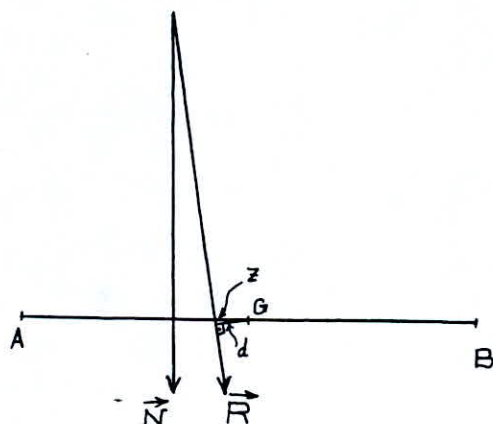
$$y(\Delta - \delta/m^2) \geq \delta y \quad \text{soit} \quad m \geq (\delta/\Delta - \delta)^{1/2}$$

Le respect de la règle de Maurice Levy s'avère trop onéreuse du fait de la grande valeur de  $m$ . Cependant on y satisfait partiellement en introduisant un coefficient correcteur  $r$  compris entre 0 et 1 ( $0 < r < 1$ ) tel que:

$$n_a = y(\Delta - \delta/m^2) \geq r\delta y \quad \text{soit} \quad m \geq (\delta/\Delta - r\delta)^{1/2}$$

### VI.1.3 Règle du Tiers Central: (seconde formulation plus rigoureuse de la condition de non extension)

Pour qu'il n'apparaisse aucun effort de traction sur les fibres de la section il suffit que la résultante ne sorte pas du tiers central de la section.



$$n = N/S \pm Mh/I = N/S \pm R_d h/I = N/S \pm ZNh/I = N/e \pm 12NZh/e^3$$

$$n = N/e (1 \pm 12Zh/e^2)$$

$$n_a = N/e (1 - 6Z/e) \geq 0 \quad \text{soit } 1 - 6Z/e \geq 0 \quad \text{donc } |Z| \leq e/6$$

#### VI.1.4 Compressions principales suivant les parements:

L'inconvénient de la méthode de la RDM est son incapacité de fournir la possibilité de déterminer les valeurs des contraintes principales agissant en un point M quelconque de la structure. Néanmoins, il nous est possible tout de même, de le faire au niveau des pieds amont et aval.

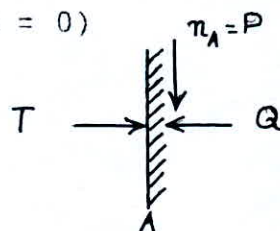
Le champs des contraintes est défini par les formules suivantes:

$$n = (P+Q)/2 + [(P-Q)/2] \cos(w) \quad (\text{contrainte de traction/compression}).$$

$$\tau = [(P-Q)/2] \sin(2\omega) \quad (\text{contrainte de cisaillement}).$$

$\omega$  : angle formé par la normale à l'élément de surface avec la contrainte maximale.

\*\* Sur le parement amont ( $\omega = 0$ )

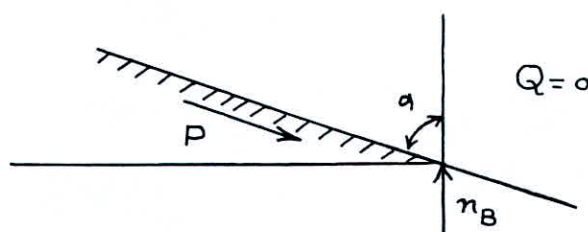


$$n_a = (P+Q)/2 + [(P-Q)/2] \cos(w) = y (\Delta - \delta/m^2)$$

$$Q = T = \delta y \quad \text{et} \quad P = y (\Delta - \delta/m^2)$$

T est la contrainte principale.

\*\* Sur le parement aval ( $\omega = 2\alpha$ )



$$n_b = P/2 + (P/2)\cos 2\alpha = P \cos^2 \alpha$$

$$Q = 0$$

$$P = n_b(1 + \tan^2 \alpha) = \delta y / m^2 \cos^2 \alpha = \delta y / \sin^2 \alpha$$

#### VI.1.5 Approximations faites:

La démarche des calculs précédents a reposé sur la supposition d'un profil triangulaire. En réalité, au profil théorique, il faut additionner un couronnement. Le poids de ce dernier intervient positivement puisqu'il confère un effet de stabilisation à l'ouvrage.

Le danger des sous-pression a également été ignoré volontairement au cours des calculs. En effet, le profil de l'ouvrage ne peut subir aucune transformation en vue de limiter le phénomène destabilisateur des sous-pressions; une augmentation des pentes des talus n'aurait apporté aucune solution fiable.

Par contre, les dispositions à prendre sont les suivantes:

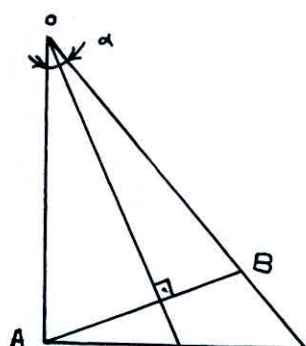
- Application d'un voile d'étanchéité (voile d'injection) de façon à réduire le gradient hydraulique au dessous du gradient hydraulique admissible.
- Elaboration d'un réseau de drainage efficace.

Une des hypothèses les plus importantes de la RDM, à savoir qu'une section plane reste plane après déformation (en phase élastique) ne peut être respectée vu les dimensions des barrages. (Voir les résultats obtenus par le programme MAES, fig...)

Les calculs par la RDM nécessitent que la base AB soit orthogonale à la bissectrice de l'angle  $\alpha$ . De plus on ne tient pas compte



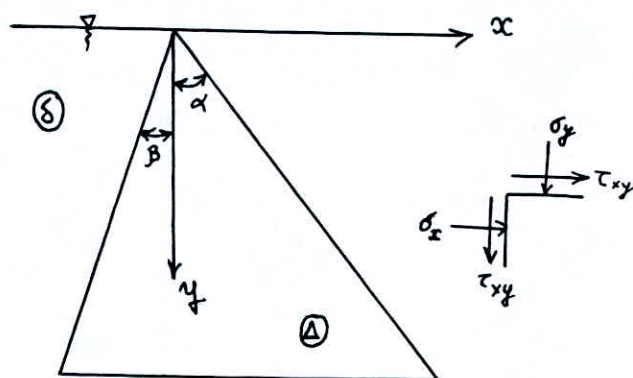
de la transmission des efforts d'interactions béton / rocher de fondation.  
 Mais malgré toutes ces restrictions , les calculs les plus précis conduisent à des résultats peu différents de ceux obtenus par la RDM.



## VI.2 Calcul des contraintes par la méthode de l'élasticité: (Méthode de Pigeaud)

En appliquant la théorie de l'élasticité au triangle théorique on peut, mieux que par la résistance des matériaux déterminer les contraintes dans des plans autres que les horizontaux.

La supposition d'une répartition linéaire des contraintes pour la section triangulaire permet d'éviter de prendre en considération les conditions d'encastrement , les différences entre l'élasticité du sol de fondation et celle du béton du barrage qui sont à l'origine des écarts importants observés dans la répartition classique des contraintes.



$\Delta$  : Poids volumique du béton.

$\delta$  : Poids volumique de l'eau.

$\sigma_x$  et  $\tau_{xy}$  composantes des efforts élastiques s'exerçant sur un élément plan horizontal passant par un point P.

$\sigma_y$  et  $\tau_{xy}$  composantes des efforts élastiques s'exerçant sur un élément plan vertical passant par un point P.

Les contraintes  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau_{xy}$  s'expriment linéairement en x et y:

$$\sigma_x = a_1x + b_1y$$

$$\sigma_y = a_2x + b_2y$$

$$\tau_{xy} = cx + dy$$

A partir des équations d'équilibre élastique, il nous sera possible d'obtenir les expressions des coefficients  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$ , c et d.

#### VI.2.1 Equations d'équilibre élastique:

$$\partial\sigma_x / \partial x + \partial\tau_{xy} / \partial y = 0$$

$$\partial\tau_{xy} / \partial x + \partial\sigma_y / \partial y = \Delta$$

En remplaçant les expressions des dérivées par leurs expressions analytiques on obtient le système suivant:

$$a_1 + d = 0$$

$$c + b_2 = \Delta$$

### VI.2.2 Contraintes sur les parements:

Sur le parement amont:

Composantes de la poussée de l'eau:

$$X = y\delta \cos\beta$$

$$Y = y\delta \sin\beta$$

Equations d'équilibre:

$$X = \sigma_x \cos\beta + \tau_{xy} \sin\beta = y\delta \cos\beta$$

$$\sigma_x + n\tau_{xy} = y\delta$$

$$Y = \tau_{xy} \cos\beta + \sigma_y \sin\beta = y\delta \sin\beta$$

impliquent

$$\tau_{xy} + n\sigma_y = y\delta n$$

n étant le fruit du talus amont

Sur le parement aval:

$$X = 0 \quad Y = 0$$

Equations d'équilibre:

$$- \sigma_x \cos\alpha + \tau_{xy} \sin\alpha = 0$$

$$\sigma_x - \tau_{xy}^m = 0$$

$$- \tau_{xy} \cos\alpha + \sigma_y \sin\alpha = 0$$

impliquent

$$\tau_{xy} - \sigma_y^m = 0$$

m étant le fruit du talus aval.

Ainsi nous avons un système de six équations à six inconnues:

$$\sigma_x + n\tau_{xy} = y\delta$$

$$\tau_{xy} + n\sigma_y = y\delta n$$

$$\sigma_x - \tau_{xy}^m = 0$$

$$\tau_{xy} - \sigma_y^m = 0$$

$$a_1 + d = 0$$

$$c + b_2 = \Delta$$

On remplace  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau_{xy}$  par leurs expressions en x et y .  
La résolution du système nous donne les résultats suivants:

$$a_1 = [\Delta mn (m-n)/(m+n)^2] - [\delta mn (2-mn+m^2)/(m+n)^3]$$

$$b_1 = [2\Delta m^2 n^2/(m+n)^2] + [\delta m^2 (m+3n-2mn^2)/(m+n)^3]$$

$$a_2 = [-\Delta (m-n)/(m+n)^2] + [\delta (2-3mn-n^2)/(m+n)^2]$$

$$b_2 = [\Delta (m^2+n^2)/(m+n)^2] - [\delta (m-n-2m^2n)/(m+n)^3]$$

$$c = \Delta - b_2$$

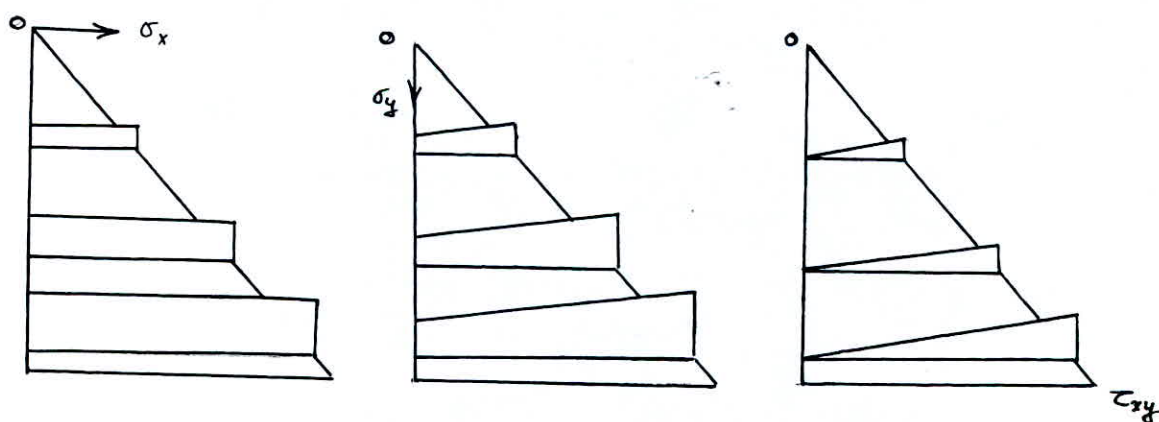
$$d = -a_1$$

Finalement les contraintes sont mises sous la forme ci dessous dans le cas d'une retenue pleine.

$$\sigma_x = \delta y$$

$$\sigma_y = [-(\Delta - 2\delta/m^2)x/m] + (\Delta - \delta/m^2)y$$

$$\tau_{xy} = \delta x/m^2$$



Dans le cas de la retenue vide  $\delta = 0$  donc:

$$\sigma_x = 0$$

$$\sigma_y = \Delta(y-x/m)$$

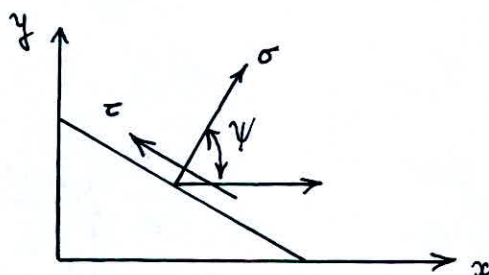
$$\tau_{xy} = 0$$

### VI.2.3 Contraintes principales:

Autour du point M , il existe deux contraintes principales dans le plan oxy.  
L'angle  $\psi$  correspondant à ces contraintes est tel que:

$$\partial\sigma/\partial\psi = 0 \quad \text{et} \quad \tau = 0$$

- Equilibre du tétraèdre élémentaire:



$$\sigma = X\cos\psi + Y\sin\psi$$

$$\tau = -X\sin\psi + Y\cos\psi$$

- Equilibre élastique

$$X = \sigma_x \cos\psi + \tau_{xy} \sin\psi$$

$$Y = \tau_{xy} \cos\psi + \sigma_y \sin\psi$$

On déduit alors l'angle  $\psi$  par :  $\text{tg}2\psi = 2\tau_{xy} / (\sigma_x - \sigma_y)$

Les angles correspondant à l'équation ci dessus sont  $2\psi$  et  $2\psi + \pi/2$ .

Les contraintes principales agissent sur deux plans perpendiculaires .Finalement elles s'écrivent:



$$A = (\sigma_x - \sigma_y)/2 + 0,5 [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2]^{1/2}$$

$$B = (\sigma_x + \sigma_y)/2 - 0,5 [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2]^{1/2}$$

#### VI.2.4 Cisaillement effectif maximum:

En un point M la tension a pour composante tangentielle  $\tau$ .

$$\tau = (\sigma_x - \sigma_y)/2 \sin 2\xi + \tau_{xy} \cos 2\xi$$

$$\tau \text{ est maximum pour } \partial\tau/\partial\xi = 0 \quad \text{soit } \operatorname{tg}^2 \xi = (\sigma_x - \sigma_y)/2\tau_{xy}$$

$$\text{Donc } 2\xi = 2\psi \mp \pi/2 \quad \text{soit } \xi = \psi \mp \pi/4$$

$$\tau_{\max} = (A-B)/2 = 0,5 [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2]^{1/2}$$

En fait il faut tenir compte de la force de frottement  $\sigma \operatorname{tg} \varphi$  et de la cohésion C du béton. On appelle cisaillement effectif:

$$\tau_{\text{eff}} = \tau - \sigma \operatorname{tg} \varphi = [0,5(A-B) \sin (2\omega - \varphi) / \cos \varphi] - 0,5(A+B) \operatorname{tg} \varphi$$

Le cisaillement effectif est maximum lorsqu'il s'exerce sur des éléments plans faisant avec la direction de la compression maximale des angles égaux à  $\mp [\pi/4 - \varphi/2]$

#### VI.2.5 Condition de non extension:

La condition de M.Levy impose qu'en tout point du parement amont la contrainte  $\sigma_y$  soit supérieure à  $\delta y$ .

#### VI.2.6 Sécurité et condition de stabilité du barrage:

En tout point du barrage ,et dans les conditions normales d'exploitation , la contrainte de compression maximale doit demeurer inférieure à la résistance à l'écrasement soit 1/7 à 1/10 de la limite de rupture.En cas de charge exceptionnelle (seisme) on augmente la limite admissible.

Pour un cisaillement ,  $\tau_{eff}$  maximum doit demeurer quand à lui au moins quatre (04) fois inférieur à la cohésion C du béton. De plus, il faut s'assurer qu'il ne se développe pas , ou du moins dans des limites acceptables , veiller à ce qu'il n'apparaisse pas de contrainte de traction.

La stabilité du barrage est assurée si les contraintes obtenues sont:

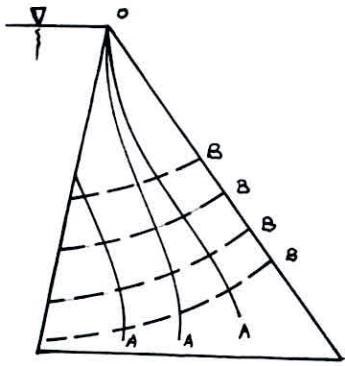
- Des contraintes de compression.
- Inférieures au taux de travail admissible de compression .
- Dans le cas du calcul élastique on peut vérifier les conditions de rupture par le cercle de Mohr.

#### VI.2.7 Lignes caractéristiques:

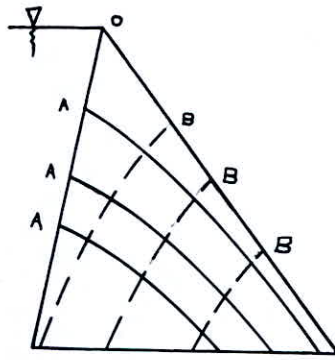
##### 1-Lignes isostatiques:

Elles forment un réseau de courbes orthogonales qui sont soit normales , soit tangentes ,suivant les conditions de M.Levy ,aux deux parements. Chaque courbe représente une ligne d'égale compresssion.

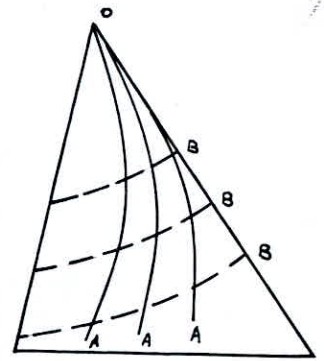




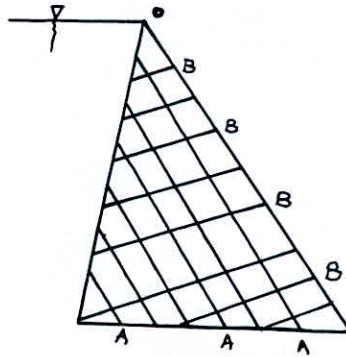
Réserve pleine  
condition de  
M. Levy satisfaite



Réserve pleine  
condition de  
M. Levy non satisfaite



Réserve vide



Réserve pleine condition de Maurice Levy rigoureuxent satisfaite  
La condition rigoureuse de Maurice Levy impose:

$$\Delta m (m+n) - \delta (1+m^2) \geq 0$$

Dans le cas où la condition de Maurice Levy est rigoureusement satisfaite, l'équation différentielle des isostatiques est donnée, pour le cas d'un parement amont vertical, par:

$$dy/dx = (-(\sigma_x - \sigma_y) \mp [(\sigma_x - \sigma_y)^2 - 4\tau_{xy}^2]^{1/2}) / 2\tau_{xy}$$

Pour  $n = 0$  la condition de Levy s'écrit:

$$\Delta m^2 - \delta(1+m^2) = 0 \quad \text{et} \quad \Delta = \delta(1+m^2)/m^2$$

De plus les contraintes s'expriment par:

$$\sigma_x = \delta y$$

$$\sigma_y = -(\Delta - 2\delta/m^2)x/m + (\Delta - \delta/m^2)y$$

$$\tau_{xy} = \delta x/m^2$$

En éliminant  $\Delta$  le système s'écrit comme suit:

$$\sigma_x = \delta y$$

$$\sigma_y = (1-m^2)/m^3 \delta x + \delta y$$

$$\tau_{xy} = \delta x/m^2$$

En remplaçant les expressions de  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau_{xy}$  par leurs expressions en  $x$  et  $y$  dans l'équation différentielle des isostatiques il est possible de déterminer l'expression analytique des isostatiques.

$$dy/dx = 0,5 m^2 [(1-m^2)/m^3 \mp [(1-m^2)^2/m^6 + 4/m^4]^{1/2}]$$

$$dy/dx = [1-m^2 \mp (1+m^2)]/2m$$

- Le réseau de droites parallèles au parement aval a pour pente  $1/m$

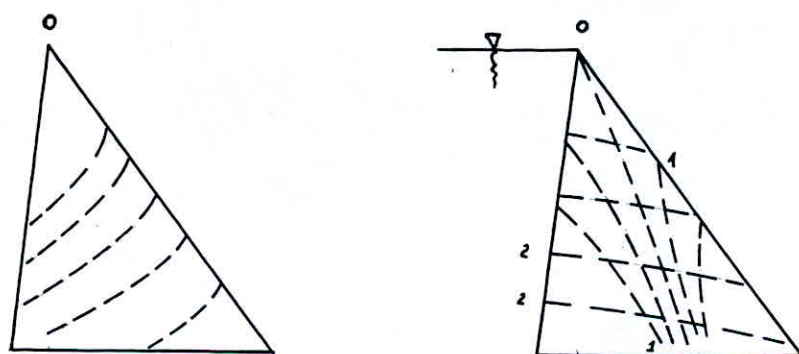
$$y_1' = 1/m \quad \text{et après intégration} \quad y_1 = x/m + A$$

- Le réseau de droites perpendiculaires au parement aval a pour pente  $-m$

$$y_2' = -m \quad \text{et après intégration} \quad y_2 = -mx + B$$

## 2-Lignes de glissement:

Les deux réseaux des courbes de glissement forment un angle de  $\pi/4 - \phi/2$  par rapport au réseau des lignes isostatiques de première espèce. Ces lignes ont l'allure suivante:



Les courbes d'égale compression maximum, retenue pleine et retenue vide, sont d'un intérêt certain puisqu'on en tient compte lors de la construction des barrages. Effectivement elles nous permettent de situer les zones sensibles de l'ouvrage nécessitant des traitements particuliers (lignes de séparation des différentes sortes de bétons, zones nécessitant un sur-dosage, un soin de la granulométrie, une vibration du béton)

Les courbes de glissement de première espèce sensiblement verticales ne présentent pas de danger sauf si le sol de

fondation est susceptible de tasser.

Les courbes de glissement de seconde espèce légèrement inclinées vers l'aval ,imposent d'éviter de faire des reprises de bétonnage suivant cette direction.De même qu'il serait souhaitable d'éviter d'installer des conduites suivant le plan de glissement.

#### VI.2.8 Calculs concernant un barrage réel:

Les hypothèses de calculs effectués préalablement ignorent certains phénomènes ayant leur importance.

Le couronnement , les sous-pressions, les effets capillaires, les variations thermiques ,l'hydrodynamique , et dans certains pays la poussée des glaces interviennent également et engendre un supplément de contrainte non négligeable.

Un autre phénomène considérable a également été négligé malheureusement la théorie faisant défaut , celui de l'interaction béton/rocher de fondation influant sur la répartition théorique des contraintes à la base de l'ouvrage.

### VII.METHODE DES ELEMENTS FINIS POUR UN MILIEU CONTINU ELASTIQUE:

#### VII.1 Introduction:

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre les problèmes physiques.Elle consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues , pour transformer les équations aux dérivées partielles régissant le problème en équations algébriques.



La méthode des éléments finis fait appel aux trois domaines suivants:

Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.

Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.

Programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur ordinateur.

## VII.2 Présentation des équations différentielles de base de l'élasticité linéaire:

La formulation des équations de comportement des éléments peut se faire en combinant les trois systèmes d'équations suivants:

Equations d'équilibre.

Equations déformation - déplacement.

Lois de comportement du matériau (dans notre cas élastique).

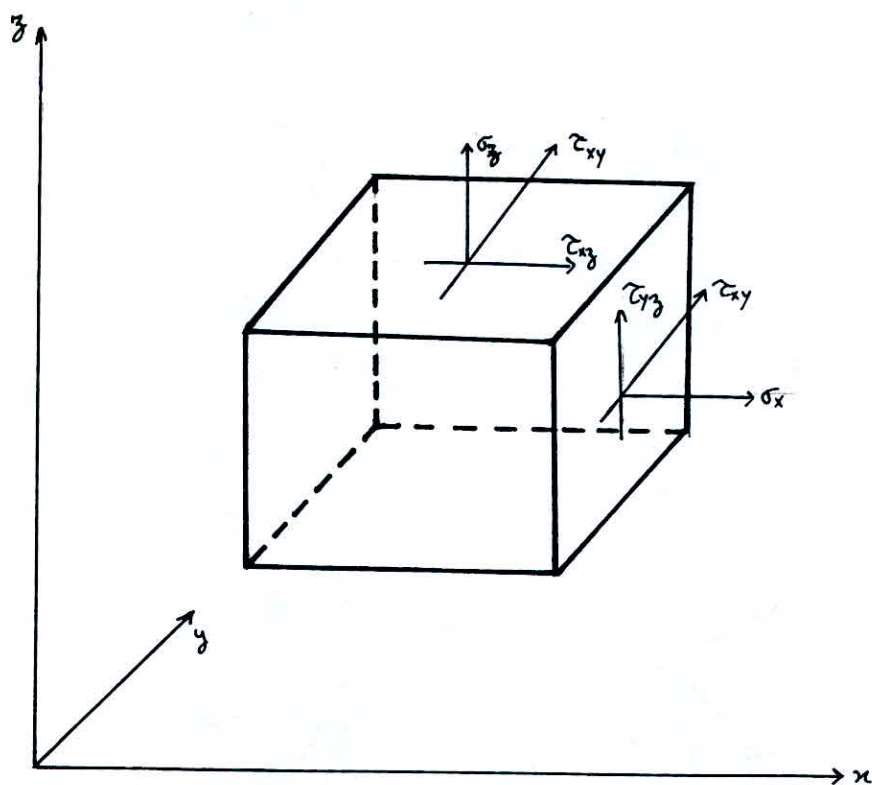
La théorie de l'élasticité linéaire a pour objet l'étude des contraintes et des déformations qui en résultent en supposant que:

-Les déformations sont petites.

-Lois de comportement reliant les contraintes aux déformations sont linéaires.

### VII.2.1 Equations différentielles de l'équilibre:

Pour un élément de volume  $dx dy dz$ , les trois conditions d'équilibres sont les suivantes:



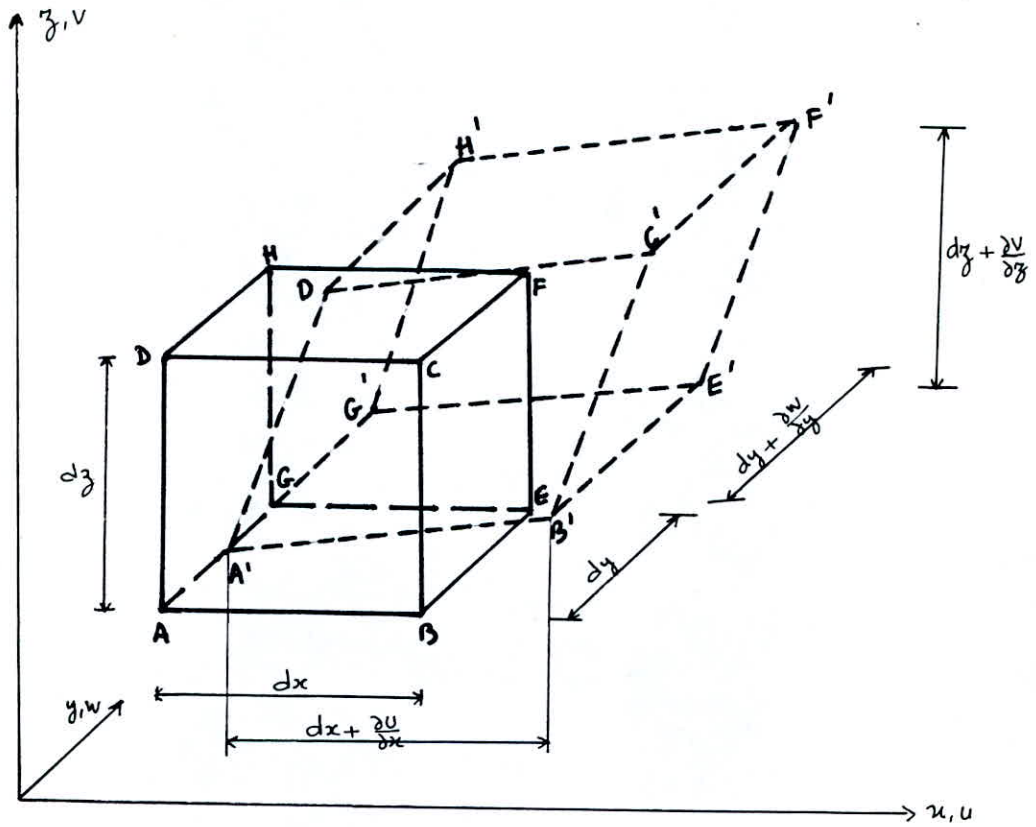
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + Z = 0$$

ou  $F(X,Y,Z)$  est la force de volume par unité de volume.

## VII.2.2 Equations déformations-déplacements



Déformations:  $\epsilon_x = \partial U / \partial x$

$$\gamma_{xy} = \partial U / \partial y + \partial W / \partial x$$

$$\epsilon_y = \partial W / \partial y$$

$$\gamma_{xz} = \partial V / \partial x + \partial U / \partial z$$

$$\epsilon_z = \partial V / \partial z$$

$$\gamma_{yz} = \partial V / \partial y + \partial W / \partial z$$

$\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{yz}$  : déformation tangentielle définie comme étant la déformation d'un angle qui est droit avant déformation.

### VII.2.3 Equations du comportement élastique des matériaux.

Elles caractérisent les propriétés mécaniques d'un matériau donné. Pour un problème à trois dimensions, les tenseurs de contraintes et déformations sont reliés entre eux par la loi de Hooke s'écrivant matriciellement dans ce cas comme suit.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de LAME tels que:

$$\lambda = \nu E / (1-2\nu)(1+\nu)$$

$$\mu = E / 2(1+\nu)$$

$E$  : module de Young

$\nu$  : coefficient de Poisson

Pour un milieu à deux dimensions :

- Dans un état de déformation plane:  $\gamma_{xz} = 0$

$$\gamma_{yz} = 0$$

$$\epsilon_z = 0$$



$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = E/(1+\nu)(1-2\nu) \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0,5(1-2\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

### VII.3. Principe de la méthode des éléments finis:

La méthode des éléments finis repose sur la discrétisation du domaine à étudier.

L'idée de base est la représentation analytique d'un milieu continu par un ensemble de sous-domaines (éléments) relativement petits, de formes géométriques simples, reliés par un nombre fini de points nodaux situés sur leurs frontières.

Notons que dans le domaine de la mécanique des structures, chacun de ces éléments possède ses propres fonctions pour décrire l'état des contraintes et des déplacements.

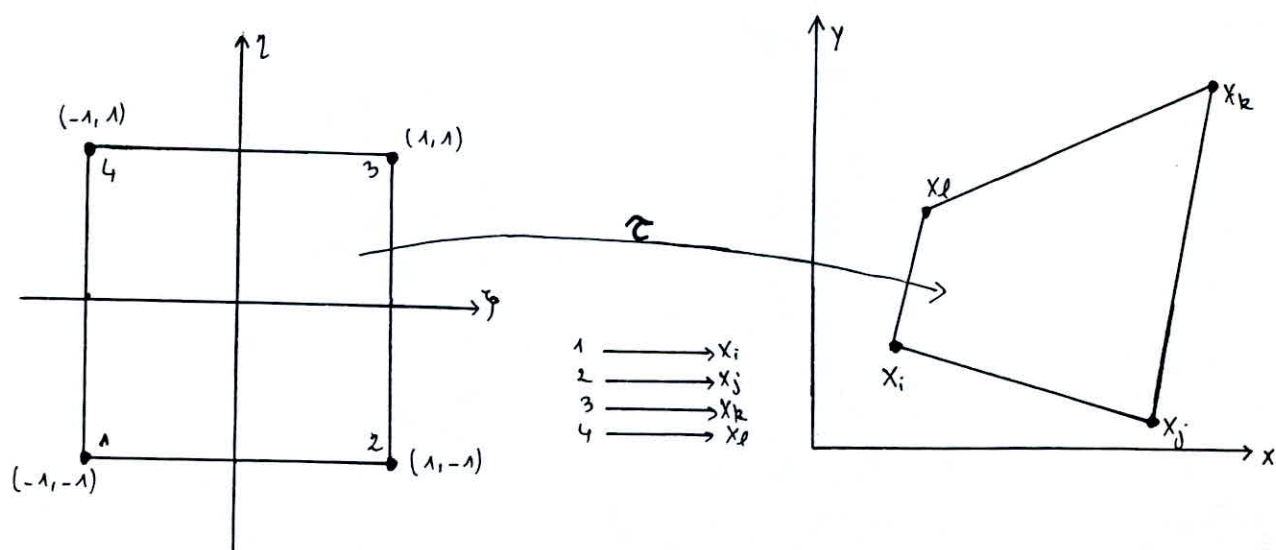
Il est impératif que ces fonctions assurent la continuité du comportement dans l'ensemble du milieu.

L'assemblage correct de tous les sous-domaines en un domaine unique confirme les hypothèses du milieu continu.

### VII.4 Element de référence:

Dans le but de simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe, on introduit la notion d'élément de référence simple situé dans un espace de référence.

L'élément de référence peut être transformé en élément quelconque par une transformation géométrique bijective. Par exemple dans le cas d'un élément quadrilatéral à quatre (04) noeuds:



$\xi = \langle \xi, \eta \rangle$   
élément de référence

$X = \langle x, y \rangle$   
élément réel

La transformation  $\tau$  définit les coordonnées  $X$  de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées  $\xi$  du point correspondant de l'élément de référence.

$$\tau : \quad \xi \longrightarrow X(\xi) = [\bar{N}(\xi)]\{X_n\}$$

$\{X_n\}$  sont les coordonnées des noeuds géométriques de l'élément réel.

La fonction  $\bar{N}$  est appelée fonction de transformation géométrique.

Chaque transformation  $\tau$  doit être choisie de manière à vérifier les conditions suivantes:

- Bijective en tout point  $\xi$  situé sur l'élément de référence. C'est à dire, à tout point de l'élément de référence correspond un point de l'élément réel et un seul, et inversement.
- Les noeuds géométriques de l'élément de référence correspondent aux noeuds géométriques de l'élément réel.
- Chaque portion de frontière de l'élément de référence correspond à une portion de frontière de l'élément réel.

## VII.5 Matrice jacobienne:

L'existence de deux repères différents , l'un de référence , l'autre réel nécessite une matrice jacobienne pour le passage d'un repère à l'autre. Toutes les expressions qui impliquent des dérivées en  $x,y,z$  sont transformées en  $\xi ,\eta ,\zeta$  grâce à la matrice jacobienne.

$$\{\partial_{\xi}\} = [J]\{\partial_x\}$$

De la même manière , les dérivées en  $x,y,z$  d'une fonction s'obtiennent à partir des dérivées en  $\xi ,\eta ,\zeta$ .

$$\{\partial_x\} = [j] \{\partial_{\xi}\} \quad \text{avec } [j] = [J]^{-1}$$

La matrice jacobienne sera calculée par le produit de deux matrices; l'une contenant les dérivées en  $\xi$  des fonctions de transformations géométriques , et l'autre les coordonnées des  $n^e$  noeuds géométriques de l'élément.

$$[J] = \begin{bmatrix} \langle \bar{N}, \xi \rangle \\ \langle \bar{N}, \eta \rangle \\ \langle \bar{N}, \zeta \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{X_n\} & \{Y_n\} & \{Z_n\} \end{bmatrix}$$

$(3 * n^e) \qquad (n^e * 3)$

## VII.6 Formulation directe des caractéristiques d'un élément fini:

### VII.6.1 Fonction de déplacement:

Soit un élément fini défini par ses  $n^e$  noeuds et par ses frontières. Les déplacements en tout point intérieur à l'élément sont définis sous la forme d'un vecteur colonne  $\{f(x,y)\}$ :

$$\{f\} = \langle N \rangle \{\delta\}^e = \langle N_1 \ N_2 \ N_3 \dots \rangle \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ . \\ \delta_{n^e} \end{bmatrix}$$

Où les compantes  $\langle N \rangle$ , désignées sous le nom de fonctions d'interpolation, sont des fonctions des positions, et où  $\{\delta^e\}$  est constitué par des déplacements nodaux de l'élément considéré.

Les fonctions  $N_1, N_2, N_3, \dots$  doivent être choisies de telle manière que l'on obtienne les déplacements nodaux convenables lorsque l'on reporte les coordonnées des noeuds appropriés dans l'équation.

Remarque: Si les fonctions de transformation géométrique  $\bar{N}$  sont identiques aux fonctions d'interpolation  $N$ , alors l'élément est dit isoparamétrique. Ceci implique que les noeuds géométriques soient confondus avec les noeuds d'interpolation.

### VII.6.2 Déformation:

Le fait de connaître les déplacements en tout point intérieur à l'élément, rend possible la détermination des déformations en un point quelconque.



Cela se traduit par une relation qui peut être écrite en notation matricielle sous la forme:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}^e$$

Dans le cas des déformations planes à deux dimensions, les déformations sont définies en fonction des déplacements par les relations suivantes.

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial W / \partial y \\ \partial U / \partial y + \partial W / \partial x \end{bmatrix}$$

La matrice [B] reliant les déformations de l'élément à ses déplacements nodaux est donnée par:

$$[B] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & \dots & N_{ne,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & \dots & 0 & N_{ne,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & \dots & N_{ne,y} & N_{ne,x} \end{bmatrix}$$

Les dérivées par rapport à x et y des fonctions d'interpolation s'obtiennent à partir des dérivées de ces fonctions par rapport à  $\xi$  et à  $\eta$ .

$$N_{i,x} = j_{11}N_{i,\xi} + j_{12}N_{i,\eta} \qquad N_{i,y} = j_{21}N_{i,\xi} + j_{22}N_{i,\eta}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n^e$$

$n^e$ : nombre de noeuds par élément.

[j]: inverse de la matrice jacobienne.

### VII.6.3 Contraintes:

En supposant un comportement élastique du matériau, la relation entre les contraintes et déformations est linéaire et peut être mise sous la forme :

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}$$

- dans laquelle  $[D]$  est une matrice d'élasticité où entrent les propriétés du matériau.
- $\{\varepsilon_0\}$  désigne les déformations initiales pouvant être provoquées par des changements de température, le retrait  $\{\sigma_0\}$
- $\{\sigma_0\}$  étant les contraintes initiales résiduelles.

Dans le cas de déformation plane dans un matériau isotrope, si un élément de coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  est soumis à une élévation de température  $\theta^e$ , les déformations initiales sont fonction des constantes élastiques du matériau :

$$\{\varepsilon_0\} = (1+\nu) \begin{bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{bmatrix}$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson.

Dans le cas particulier des déformations planes à deux dimensions, on considère trois composantes de contraintes:

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

La matrice [D] s'exprime sous la forme :

$$[D] = E/(1+\nu)(1-2\nu) \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix}$$

#### VII.6.4 Matrice de rigidité élémentaire :

La matrice de rigidité d'un élément, défini par ses  $n^e$  noeuds et le nombre de degré de liberté  $n_{de}$ , s'exprime, si l'on utilise une intégration sur l'élément de référence  $V^r$  sous la forme :

$$[K]^e = \int_{V^r} [B]^T [D] [B] \det(J) d\xi d\eta$$

$$(n_d * n_d) \quad n_d = n^e * n_{de}$$

$n_e$  : nombre de noeuds par élément

$n_{de}$  : nombre de degré de liberté par noeud.

#### VII.6.5 Forces nodales équivalentes :

L'expression des forces nodales statiquement équivalentes aux contraintes qui s'exercent aux limites et aux charges réparties appliquées à l'élément s'écrit, si l'on utilise une intégration sur l'élément de référence  $V^r$  :

$$\{F\}^e = \int_{V^r} \{N\} f_v \det(J) d\xi d\eta d\zeta + \int_{S_f^r} \{N\} f_s J_s dS_1 dS_2$$

où  $f_v$  : force par unité de volume.

$f_s$  : force de surface appliquée sur  $S_f^r$  par unité de surface

$$J_s = (x_{,s}^2 + y_{,s}^2 + z_{,s}^2)^{1/2}$$

$x_{,s} + y_{,s} + z_{,s}$  sont les dérivées par rapport à  $s$ .

#### VII.7 Assemblage :

L'assemblage est l'opération qui consiste à construire la matrice globale  $[K]$  et le vecteur global des sollicitations  $\{F\}$  à partir des matrices  $[K]^e$  et des vecteurs  $\{f\}^e$  élémentaires tout en respectant la numérotation des noeuds.

#### VII.8 Conditions aux limites :

Initialement, la matrice de rigidité globale est singulière puisque l'énergie de déformation est nulle. Afin de communiquer une énergie de déformation, il est nécessaire d'introduire "des conditions aux limites". Autrement dit, il est impératif de ramener à zéro le degré de liberté d'au moins un point du milieu à étudier; bien évidemment le choix du point (ou groupe de points) à bloquer devant répondre à des considérations physiques évidentes.



## VIII. PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL DES BARRAGES POIDS PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS:

### VIII.1 But du programme:

Le programme a été élaboré en langage Fortran sur vax 750 et 785, et permet de faire le calcul pseudo statique des barrages poids avec leurs fondations.

### VIII.2 Hypothèses :

On adopte le cas d'un comportement élastique linéaire et bidimensionnel dans un état de déformation plane (ce qui est vrai surtout dans le cas des larges vallées  $L/H > 5$  à  $6$ )

Le barrage et sa fondation sont considérés comme des milieux continus (isotropes et homogènes).

Dans les calculs on ne tient pas compte des déformations et contraintes initiales.

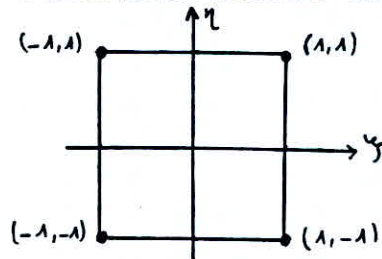
### VIII.3 Choix de l'élément :

Le choix de l'élément est dicté par des conditions précises, à savoir la géométrie de la structure, le comportement du matériau et la précision désirée.

Dans le cas d'un barrage poids, la forme de l'ouvrage étant simple et les matériaux élastiques, il serait judicieux d'opter pour un élément linéaire isoparamétrique.

a) Elément de référence :

L'élément de référence choisi est un élément carré linéaire à quatre noeuds.



b) Opérations de construction des fonctions d'interpolation :

- Choix de la base polynomiale :

$$\langle P(\xi) \rangle = \langle 1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi * \eta \rangle$$

- Evaluation de la matrice nodale  $[P_n]$

$$[P_n] = \begin{bmatrix} \langle P(\xi_1) \rangle \\ \langle P(\xi_2) \rangle \\ \langle P(\xi_3) \rangle \\ \langle P(\xi_4) \rangle \end{bmatrix}$$

$$\{\xi_n\} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\{\eta_n\} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Donc :

$$[P_n] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

-Expression de  $\langle N \rangle$  :

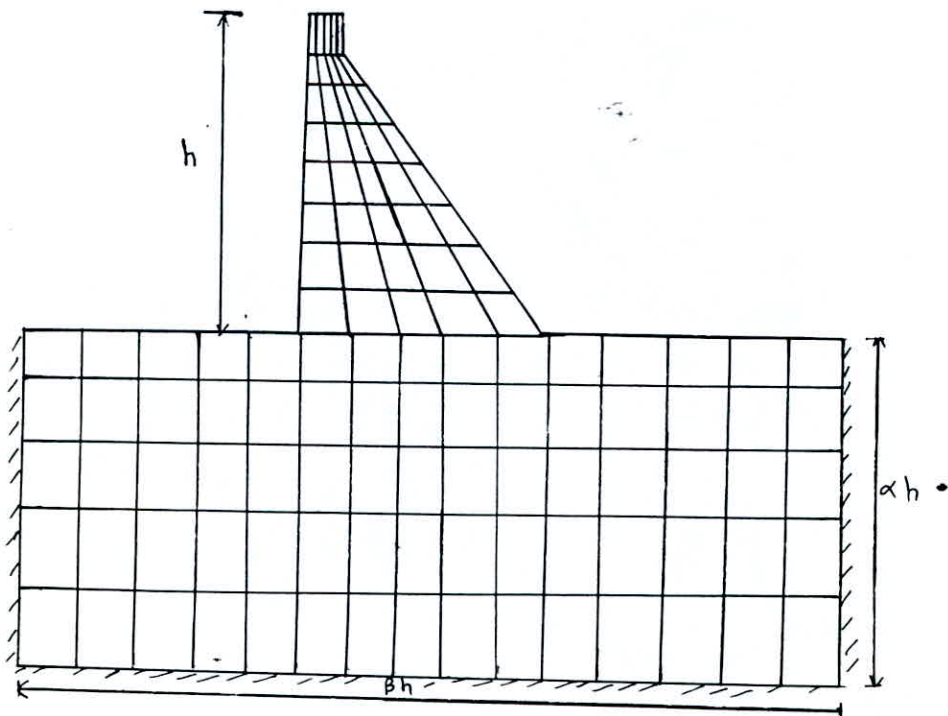
$$\langle N(\xi) \rangle = \langle N_1(\xi_1) , N_2(\xi_2) , N_3(\xi_3) , N_4(\xi_4) \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1}$$

$$\langle N(\xi) \rangle = 1/4 \langle (1-\xi)(1-\eta) ; (1+\xi)(1-\eta) ; (1+\xi)(1+\eta) ; (1-\xi)(1+\eta) \rangle$$

#### VIII.4 Modélisation :

La prise en compte de l'interaction de l'ouvrage avec le sol de fondation a été faite en représentant dans le modèle une partie importante de la fondation.

Le barrage et sa fondation sont discrétisés en des éléments quadrilatéraux isoparamétriques à quatre noeuds ayant deux degrés de liberté chacun.



#### VIII.4.1. Conditions aux limites:

Le contour du maillage à hauteur de la fondation joue le rôle de support rigide. Les noeuds situés sur ce contour sont donc bloqués.

#### VIII.5. Formulation du problème :

En concentrant aux noeuds les forces statiquement équivalentes, les conditions d'équilibre ne sont satisfaites que globalement.

Cela se traduit par une relation écrite en notation matricielle sous la forme :

$$[K]\{U\} = \{F\}$$

où  $[K]$  est une matrice caractérisant le système (matrice de rigidité globale), symétrique et définie positive.

$\{U\}$  sont les variables inconnues (déplacements).

$\{F\}$  sont les sollicitations connues.

Le vecteur sollicitation  $\{F\}$  est obtenu assemblant les vecteurs forces élémentaires de volume  $\{F_v\}^e$  (dus au poids propre) et de surface  $\{F_s\}^e$  (dus aux poussées de l'eau et des terres) qui sont donnés par:

$$\{F_v\}^e = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} [N]^T \begin{bmatrix} f_{vx} \\ f_{vy} \end{bmatrix} \det(J) d\xi d\eta$$

(8\*1)



$$\{F_s\}^e = \int_{-1}^1 [N(s)]^T \begin{bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \end{bmatrix} J_s ds$$

(8\*1)

où

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}$$

$f_{vx}$ ,  $f_{vy}$  : sont les forces par unité de volume dans les directions x et y (poids volumique du matériau).

$f_{sx}$ ,  $f_{sy}$  : sont les forces de surface appliquées sur  $S_f^e$  par unité surface (pressions appliquées).

$$J_s = (X_{,s}^2 + Y_{,s}^2)^{1/2}$$

où  $X_{,s} = \langle N_{,s} \rangle \{X_n\}$

$Y_{,s} = \langle N_{,s} \rangle \{Y_n\}$

$N_{,s}$  désigne la dérivée de  $\langle N \rangle$  par rapport à s.  
 $\{X_n\}$  et  $\{Y_n\}$ , sont les coordonnées géométriques des noeuds de l'élément.

Dans notre cas on considère quatre cas de chargements :

a)-Chargement permanent:

- Avec retenue vide : on ne tient compte que du poids propre du barrage.
- Avec retenue pleine : les forces intervenant sont le poids propre du barrage, la poussée de l'eau et les sous-pressions.

b)-Chargement exceptionnel:

- Avec retenue vide : en plus du poids propre du barrage il vient s'ajouter une force d'inertie de masse (due au séisme).
- Avec retenue pleine : en plus des forces intervenant dans le cas du chargement permanent, il vient s'ajouter la force d'inertie de masse et la surpression hydrosismique (déterminée par Westergaard).

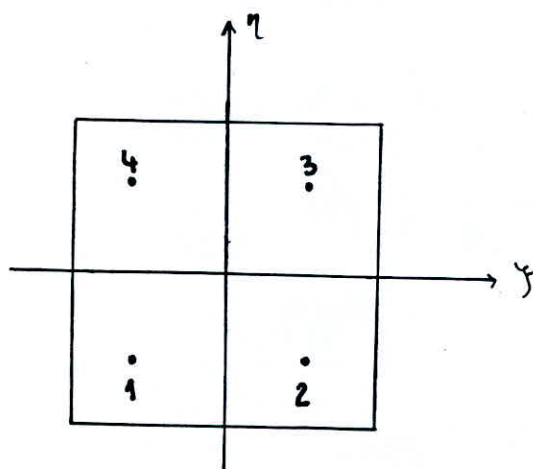
VIII.6.Méthodes de calculs numériques utilisés:

VIII.6.1 Intégration numérique à deux dimensions:

La méthode utilisée pour l'intégration numérique est la méthode de Gauss. Elle consiste à utiliser dans chaque direction  $\xi$  et  $\eta$  une intégration numérique à deux dimensions:

Nous utilisons deux points dans le sens  $\xi$  et deux points dans le sens  $\eta$  : c'est la méthode produit de Gauss à  $r=2*2$  points

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 W_i W_j f(\xi_i, \eta_j)$$



$$\xi_i = \mp 1/(3)^{1/2}$$

$$W_j = W_i = 1$$

$$\eta_i = \mp 1/(3)^{1/2}$$

ou les  $W_i$  sont les poids des points de Gauss.

#### VIII.6.2 Résolution du système:

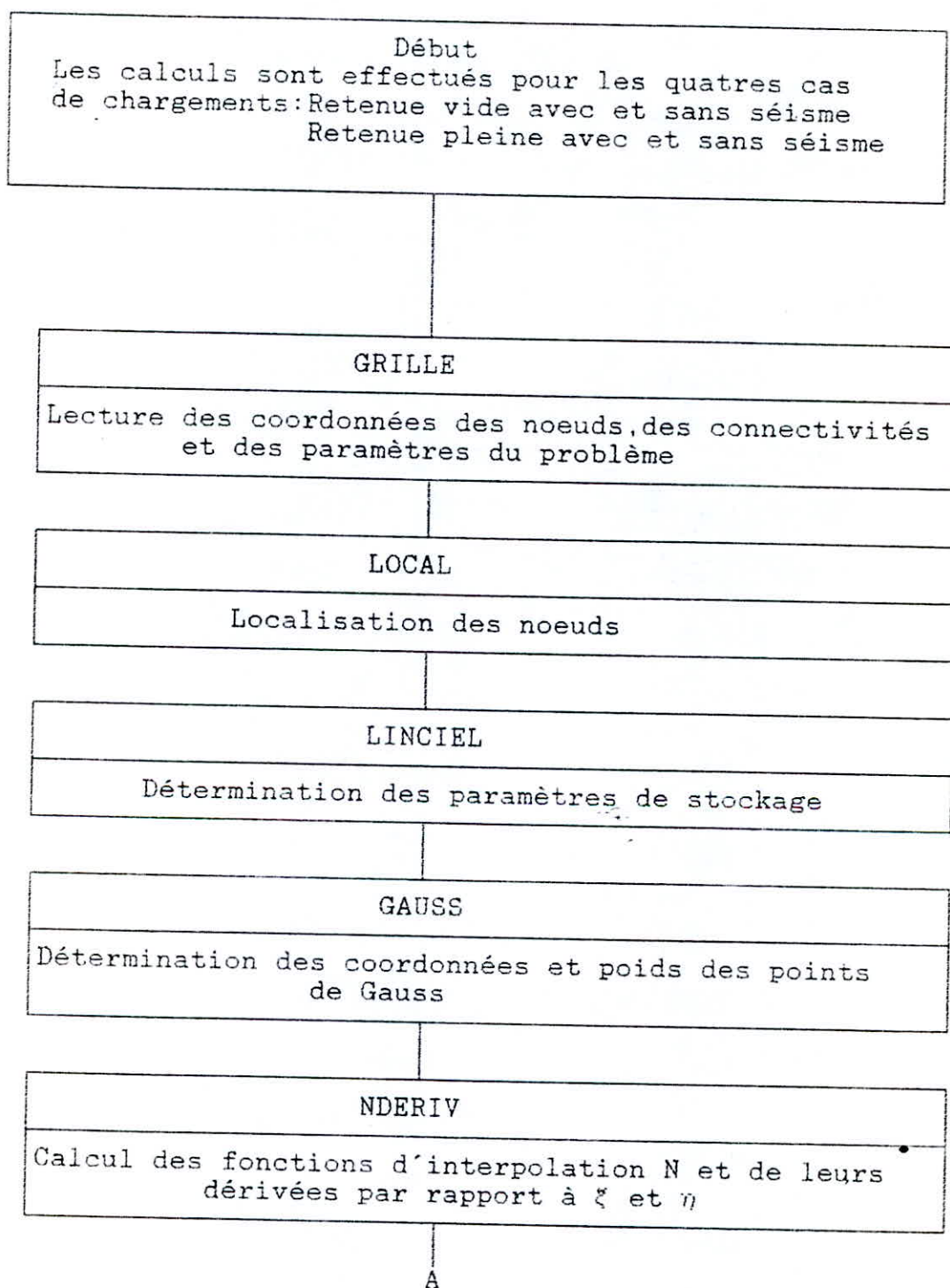
Le système d'équations  $[K]\{U_n\} = \{F\}$  est linéaire puisque  $[K]$  ne dépend pas de  $\{U_n\}$ .

Le nombre d'inconnues  $U_n$  est proportionnel au nombre total de noeuds d'interpolation et au nombre de degré de liberté par noeuds (deux).

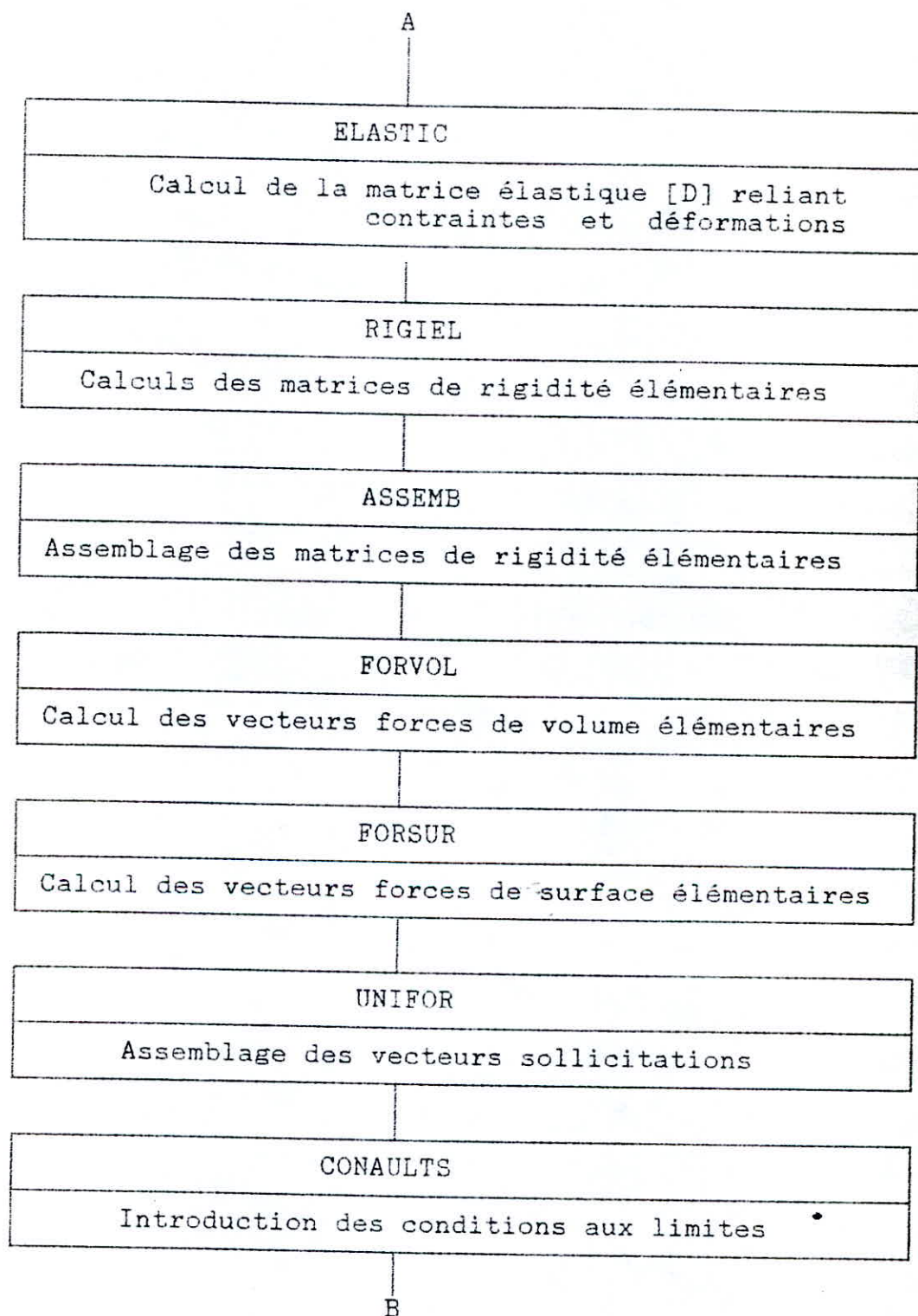
Pour la résolution du système, nous avons utilisé la méthode de Gauss symétrique directe et compétitive en raison du petit nombre d'opérations qu'elle nécessite  $N^3/3$  additions,  $N^3/3$  multiplications pour un système de dimension  $N \times N$ .

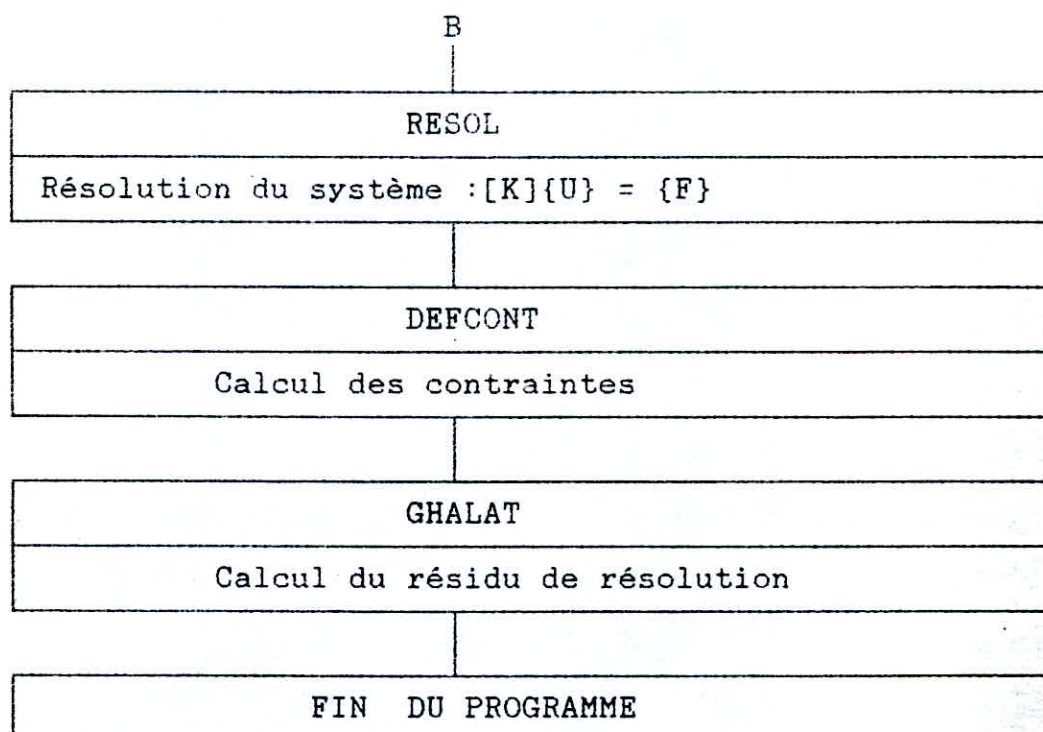
#### VIII.7 Organigrammes:

## ORGANIGRAMME DU PROGRAMME PRINCIPAL

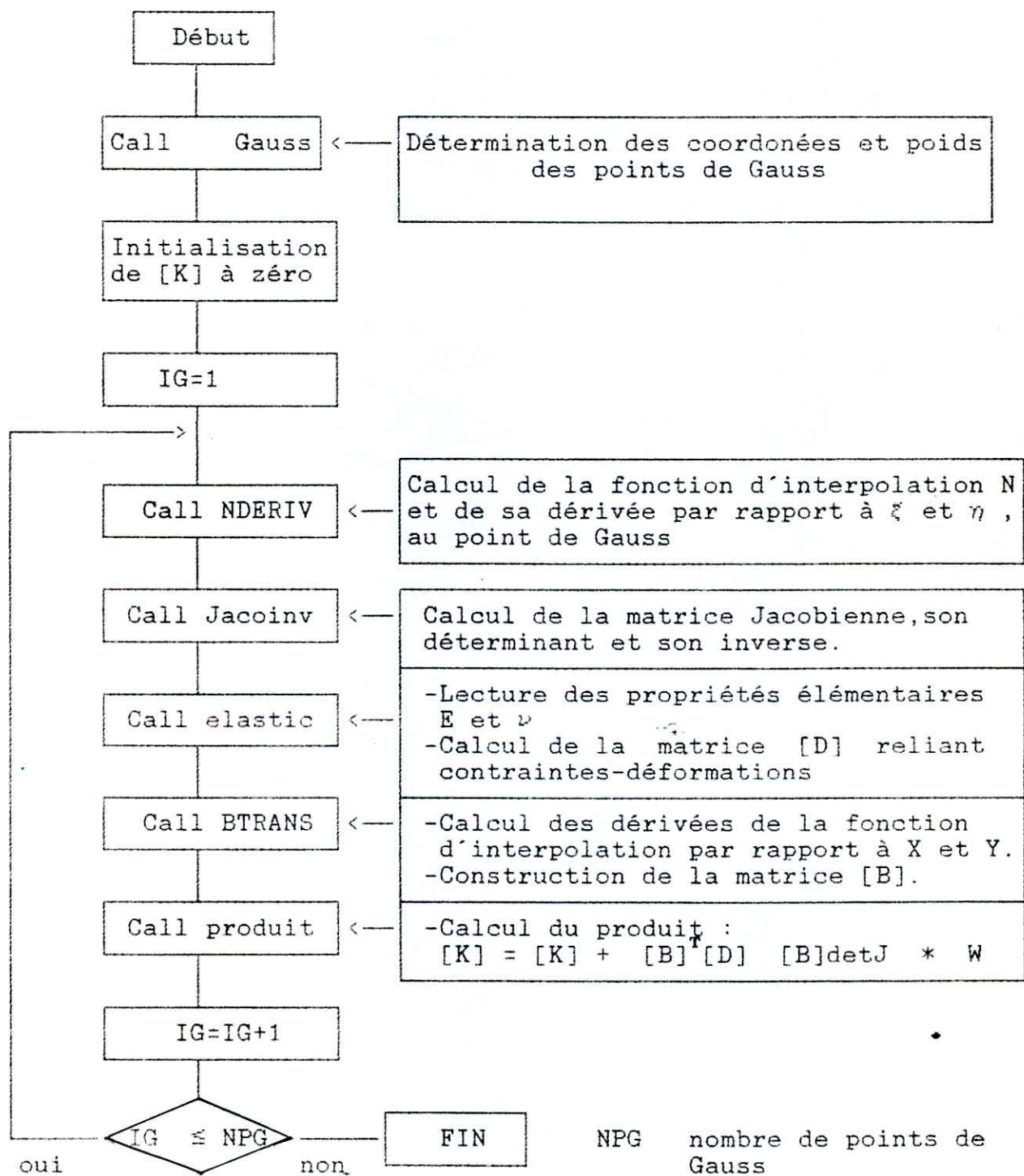








# ORGANIGRAMME DE CALCUL DE LA MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE



## IX APPLICATION:

### IX.1. Barrage fictif:

Afin de vérifier la validité de la méthode des éléments finis on procède à l'étude d'un barrage fictif implanté sur un excellent rocher de fondation. Les résultats seront confrontés à ceux obtenus par la R.D.M et l'élasticité (méthode Pigeaud).

#### IX 1.1 Présentation du barrage poids ( fig IX.1)

Hauteur du barrage : 48 m  
Hauteur du niveau d'eau : 46,25 m  
Largeur en crête : 5 m  
Empattement : 37 m  
Inclinaison du parement amont :  $n = 0$   
Inclinaison du parement aval :  $m = 0,8$

#### \* Caractéristiques du béton:

-Masse volumique  $\Delta = 2300 \text{ kg/m}^3$   
-Module de Young :  $E = 0,3 \cdot 10^{10} \text{ kg/m}^2$   
-Coefficient du Poisson :  $\nu = 0,167$

#### \* Caractéristiques du sol de fondation:

-Masse volumique  $\gamma_{\text{sol}} = 2700 \text{ kg/m}^3$   
-Module de Young :  $E : 0,1 \cdot 10^{10} \text{ kg/m}^2$   
-Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,3$

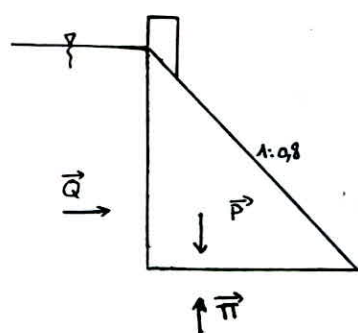
\* Masse volumique de l'eau :  $\delta = 1100 \text{ kg/m}^3$   
(eau boueuse)



### IX.1.2 Maillage: (fig IX.2)

- Nombre d'éléments dans le corps du barrage : 35
- Nombre d'éléments dans le sol de fondation : 79
- Nombre de noeuds total : 114

### IX.1.3 Répartition des contraintes $\sigma_y$ suivant une section horizontale du barrage. (fig IX.3)



Forces en jeu:

- Poids propre de l'eau
- Poussée horizontale de la retenue
- Sous-pression (répartition triangulaire (pessiniste) avec un coefficient de réduction  $\lambda=2/3$ )

#### IX 1.3.1 Application de la R.D.M:

\* Barrage plein:

D'après les formules des contraintes établies par la R.D.M pour un profil triangulaire sollicité par une charge  $\sigma_y$  s'exprime comme suit :

$$\sigma_y^{(1)} = y\Delta/2 + h[-\Delta/m + 2\delta/m^3]$$

$h$  : abscisse du point considéré par rapport au centre de gravité de la section

Le supplément de contrainte due à la sous-pression est donné par :

$$\sigma_{y_{s.p}} = -y\lambda\delta/2 + h\lambda\delta/m = \delta\lambda (h/m - y/2)$$

La contrainte totale  $\sigma_y$  s'écrit finalement :

$$\sigma_y = \sigma_y^{(1)} + \sigma_{y_{s.p}} = y\Delta/2 + h[-\Delta/m + 2\delta/m^3] + \delta\lambda (h/m - y/2)$$

$$\sigma_y = y/2 [\Delta - \delta\lambda] + h[-\Delta/m + \lambda\delta/m + 2\delta/m^3]$$

$$\sigma_y = (783,33 y + 2338,54 h)/10^4 \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

Pour  $y = \text{constante}$  (correspond à une surface horizontale) la distribution de  $\sigma_y$  est linéaire.

\* Barrage vide :

Barrage vide  $\sigma_{y_{s.p}} = 0$  et  $\delta = 0$ , d'où :

$$\sigma_y = y\Delta/2 - h\Delta/m$$

$$\sigma_y = (-2875x + 2300y)/10^4 \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

### IX 1.3.2 Application de l'élasticité (méthode Pigeaud)

\* Barrage plein:

L'expression de  $\sigma_y^{(1)}$  est donnée par :

$$\sigma_y^{(1)} = -(\Delta - 2\delta/m^2)x/m + (\Delta - \delta/m^2)y$$

Expression de la contrainte supplémentaire due à la sous-pression :

$$\pi = \lambda \delta y^2 m/2$$

$$\sigma_{y_{s.p}} = \lambda \delta m^2 y^2 h/m^3 y^2 = \lambda \delta/m (x - my/2) = \lambda \delta x/m - \lambda \delta y/2$$

$$\sigma_y = \sigma_y^{(1)} + \sigma_{y_{s.p}} = -(\Delta - 2\delta/m^2)x/m + (\Delta - \delta/m^2)y + \lambda \delta x/m - \lambda \delta y/2$$

$$\sigma_y = -(\Delta - 2\delta/m^2 - \lambda \delta)x/m + (\Delta - \delta/m^2 - \lambda \delta/2)y$$

$$\sigma_y = (2338,54x + 947,92y)/10^4 \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

pour  $y=\text{constante}$   $\sigma_y$  est linéaire.

\* Barrage vide:  $\sigma_{y_{s.p}} = 0$  et  $\delta = 0$

$$\sigma_y = -\Delta x/m + \Delta y = \Delta(y - x/m)$$

$$\sigma_y = (-2875x + 2300y)/10^4 \quad (\text{Kg/cm}^2)$$

On remarque d'après les courbes tracées que la distribution de  $\sigma_y$ , par la R.D.M et l'élasticité, est linéaire suivant une section horizontale.

Par contre, il n'en est pas de même par la M.E.F, cela étant dû au fait qu'elle tient compte de l'effet stabilisateur du couronnement et surtout de l'élasticité du sol de fondation.

De plus, à barrage plein :

$$\sigma_{y_{RDM}} < \sigma_{y_{MEF}} < \sigma_{y_{ELAS}}$$

$$\sigma_{y_{MEF}} = \sigma_{y_{RDM}} \text{ à l'aval et } \sigma_{y_{MEF}} = \sigma_{y_{ELAS}} \text{ à l'amont}$$

A barrage vide:

$$\sigma_{y_{RDM}} = \sigma_{y_{ELAS}} < \sigma_{y_{MEF}} \text{ à l'amont et à l'aval}$$

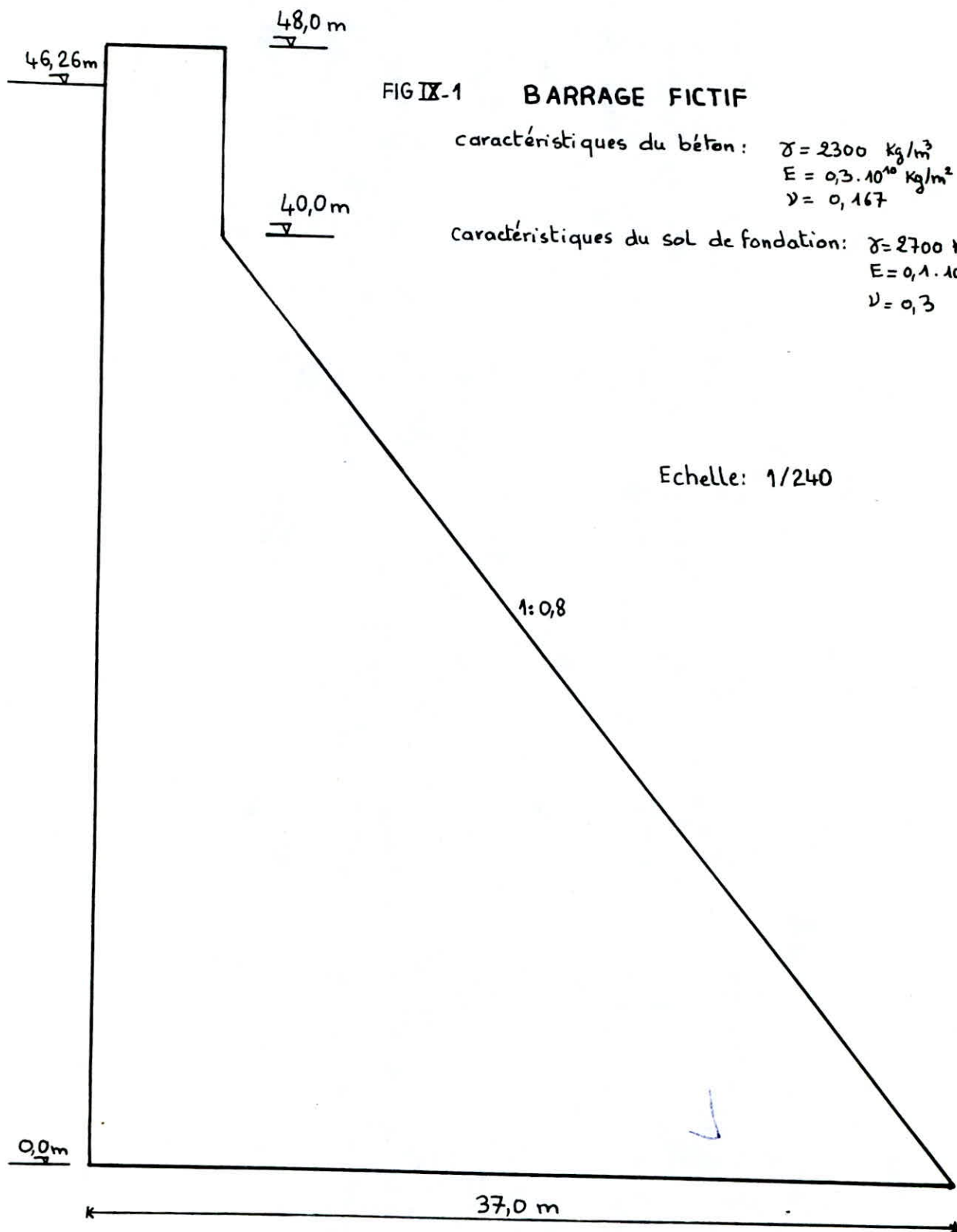
Cette condition n'est pas vérifiée au milieu de la section à proximité de la base de l'ouvrage

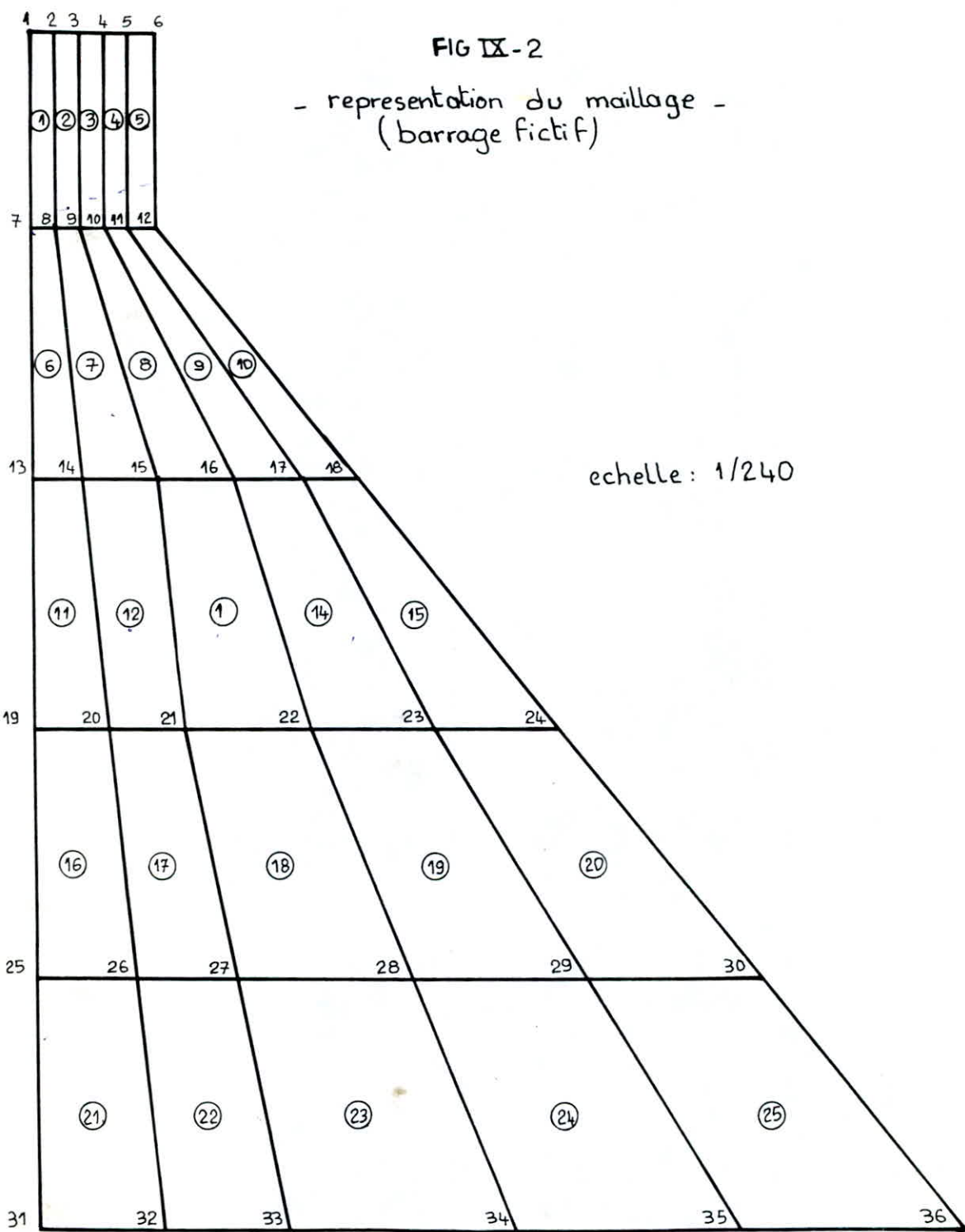
Enfin, d'après les résultats du MAFS, il ne se développe pas de contrainte de traction au pied aval, à barrage vide, tandis que la RDM et l'élasticité donnent à cet endroit des contraintes nulles.

#### X.1.4 Déformation (fig IX.4)

Selon la théorie de la R.D.M une section plane reste plane après déformation. Les résultats du programme MAFS infirment cette théorie. Ce résultat est logique en raison de l'importance des dimensions de l'ouvrage.







# REPARTITION DES CONTRAINTES $\sigma_y$ SUIVANT DES SECTIONS HORIZONTALES

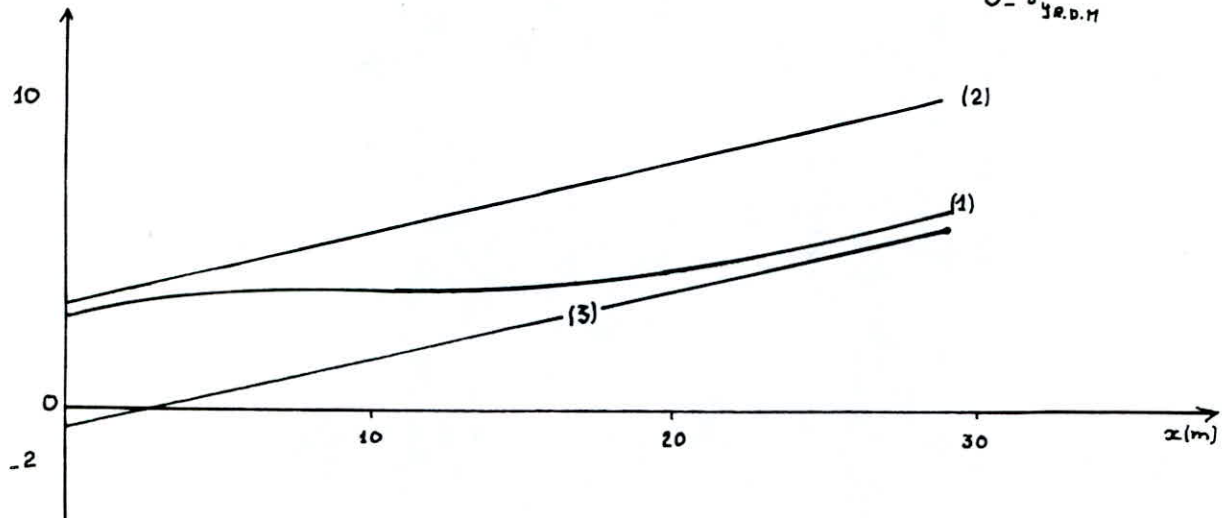
$y = 36,25 \text{ m}$

$\sigma_y (\text{kg/cm}^2)$

1 -  $\sigma_{y \text{ MEF}}$

2 -  $\sigma_{y \text{ ELAS}}$

3 -  $\sigma_{y \text{ R.D.M}}$



$y = 46,25 \text{ m}$

$\sigma_y (\text{kg/cm}^2)$

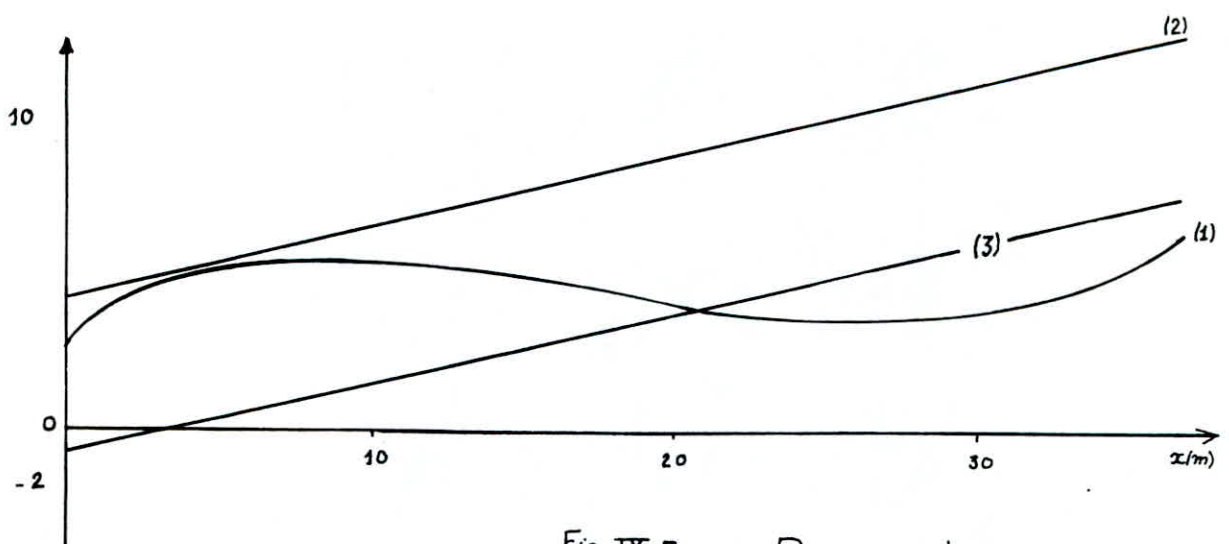


Fig IX.3.a - Barrage plein-

# REPARTITION DES CONTRAINTES $\sigma_y$ SUIVANT DES SECTIONS HORIZONTALES

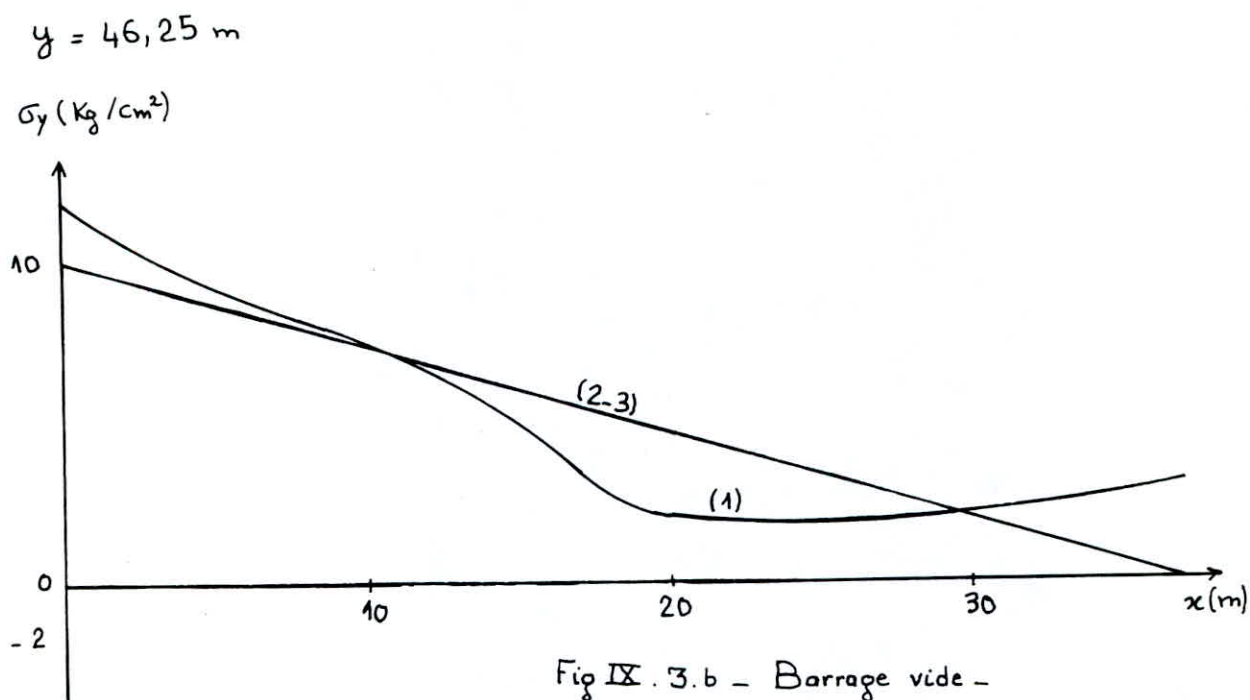
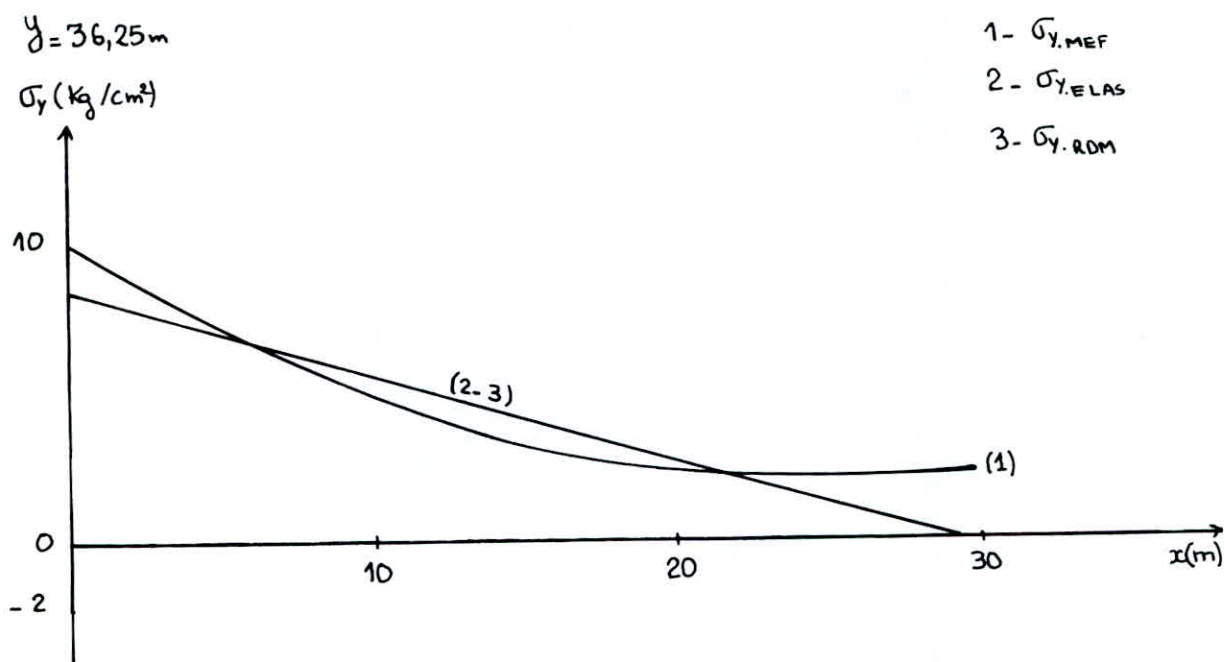


Fig IX. 3.b - Barrage vide -



FIG IX-4-a

- déformée de la section horizontale à la hauteur  $y = 10,0 \text{ m}$  -  
(dans les conditions d'exploitation normales)

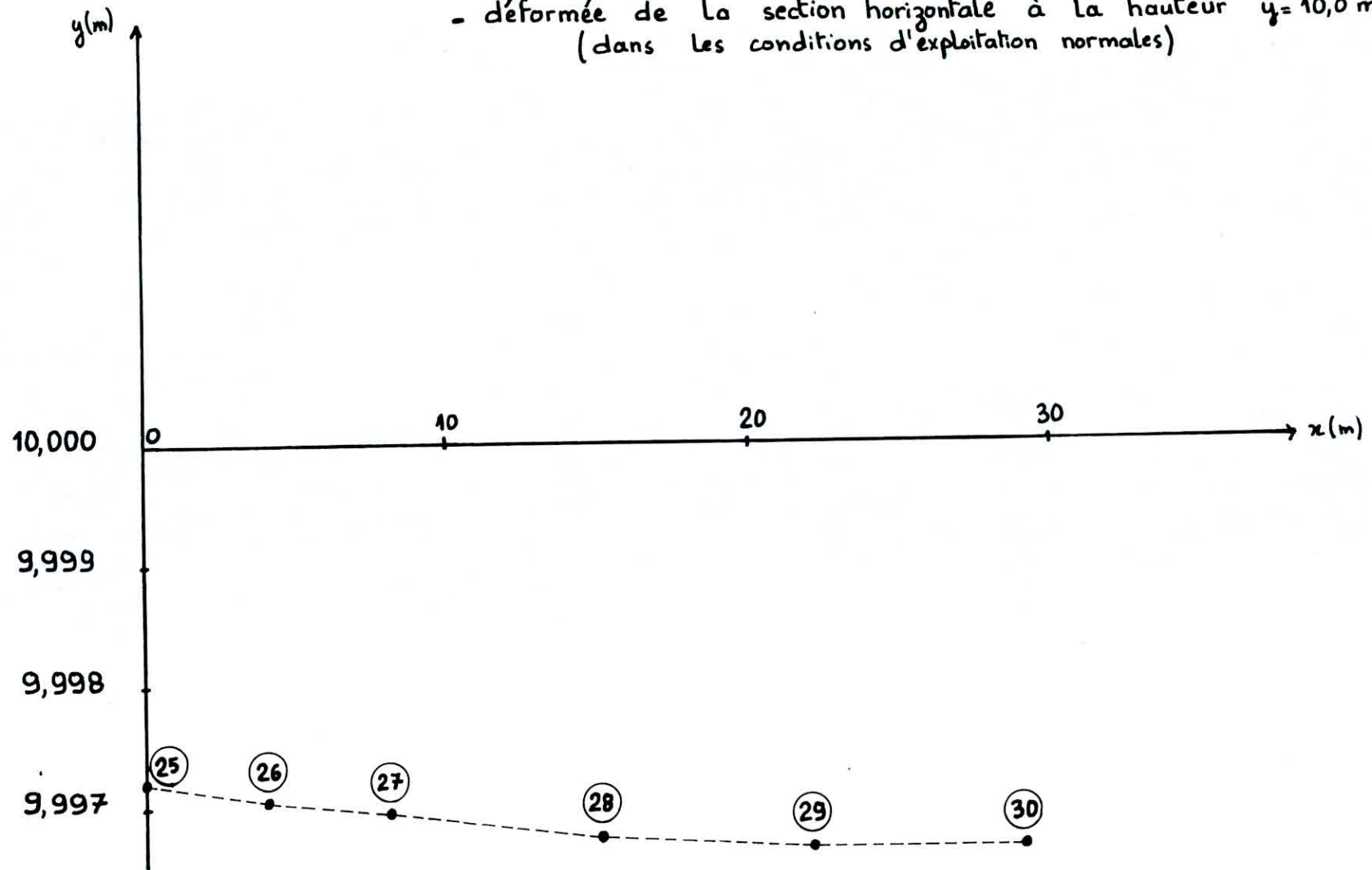


FIG IX-4-b

- déformée de la section horizontale à la hauteur  $y = 20,0 \text{ m}$  -  
(dans les conditions d'exploitation normales).

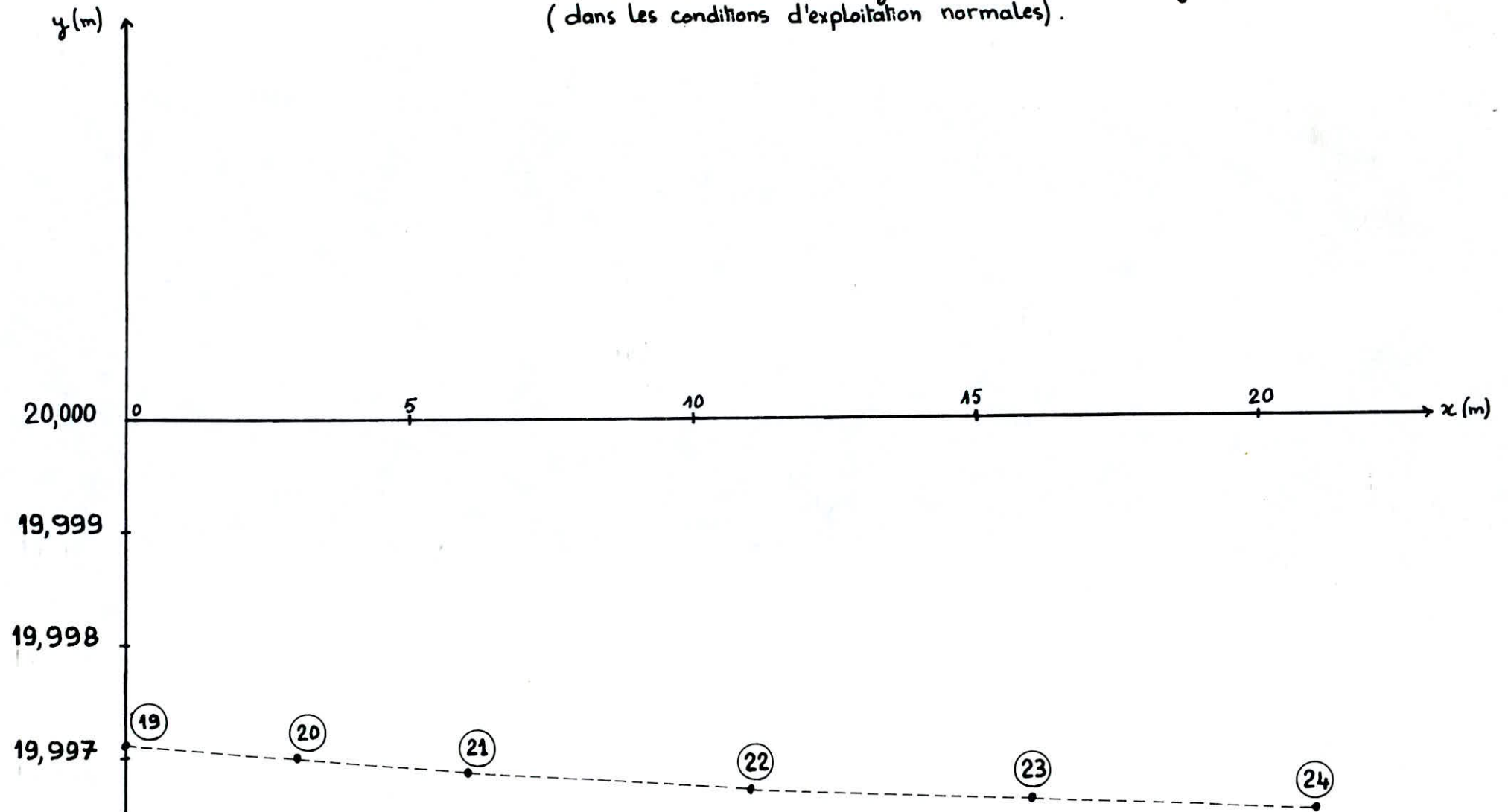


FIG IX.5.a CONTRAINTES DE COMPRESSION MAXIMALES

- CAS D'UNE RETENUE VIDE SANS SEISME -

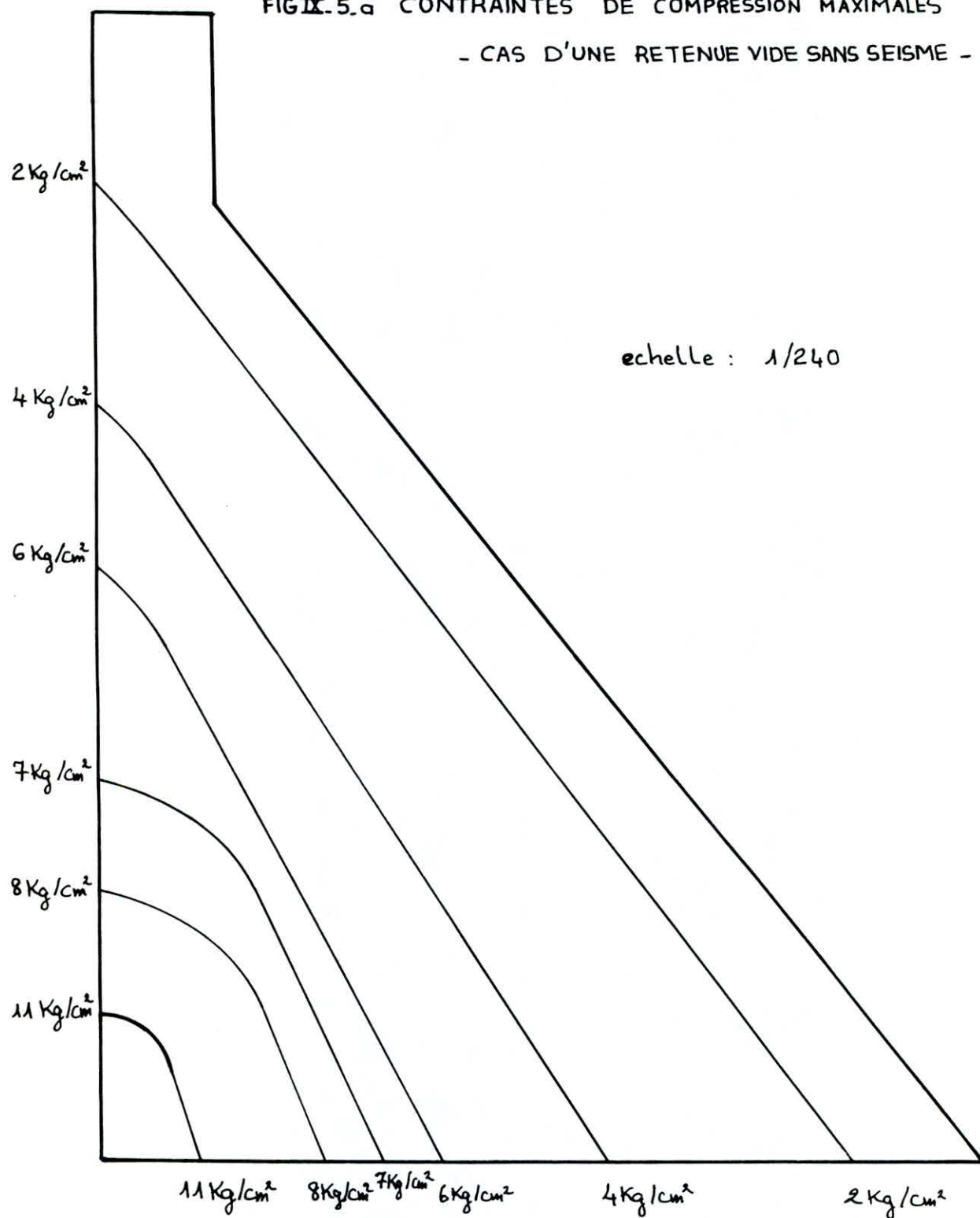


FIG. IX-5-b CONTRAINTES DE COMPRESSION MAXIMALES

- CAS DE RETENUE PLEINE SANS SEISME -

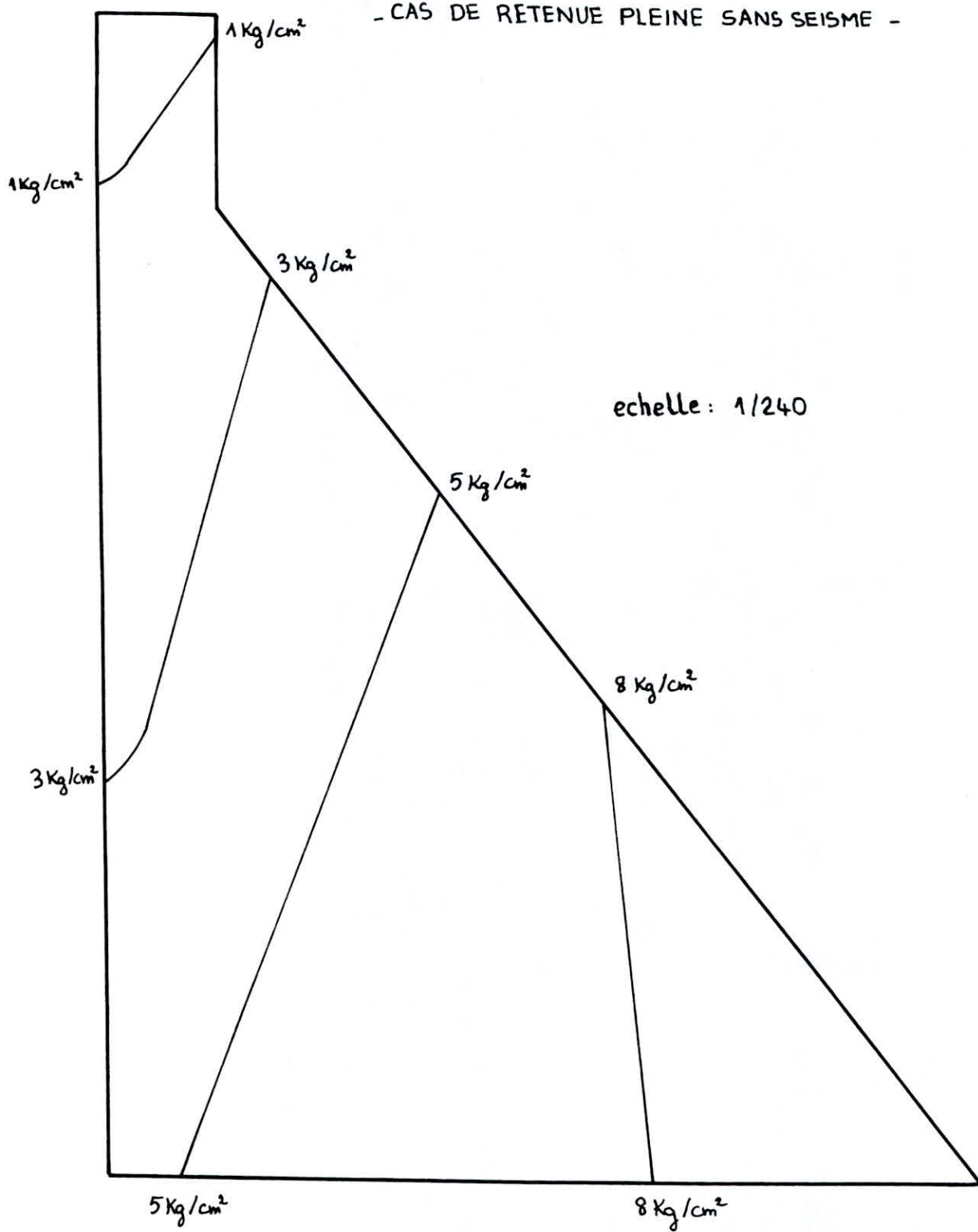




FIG IX-5-C CONTRAINTES DE CISAILLEMENT MAXIMALES  
- CAS D'UNE RETENUE VIDE SANS SEISME -

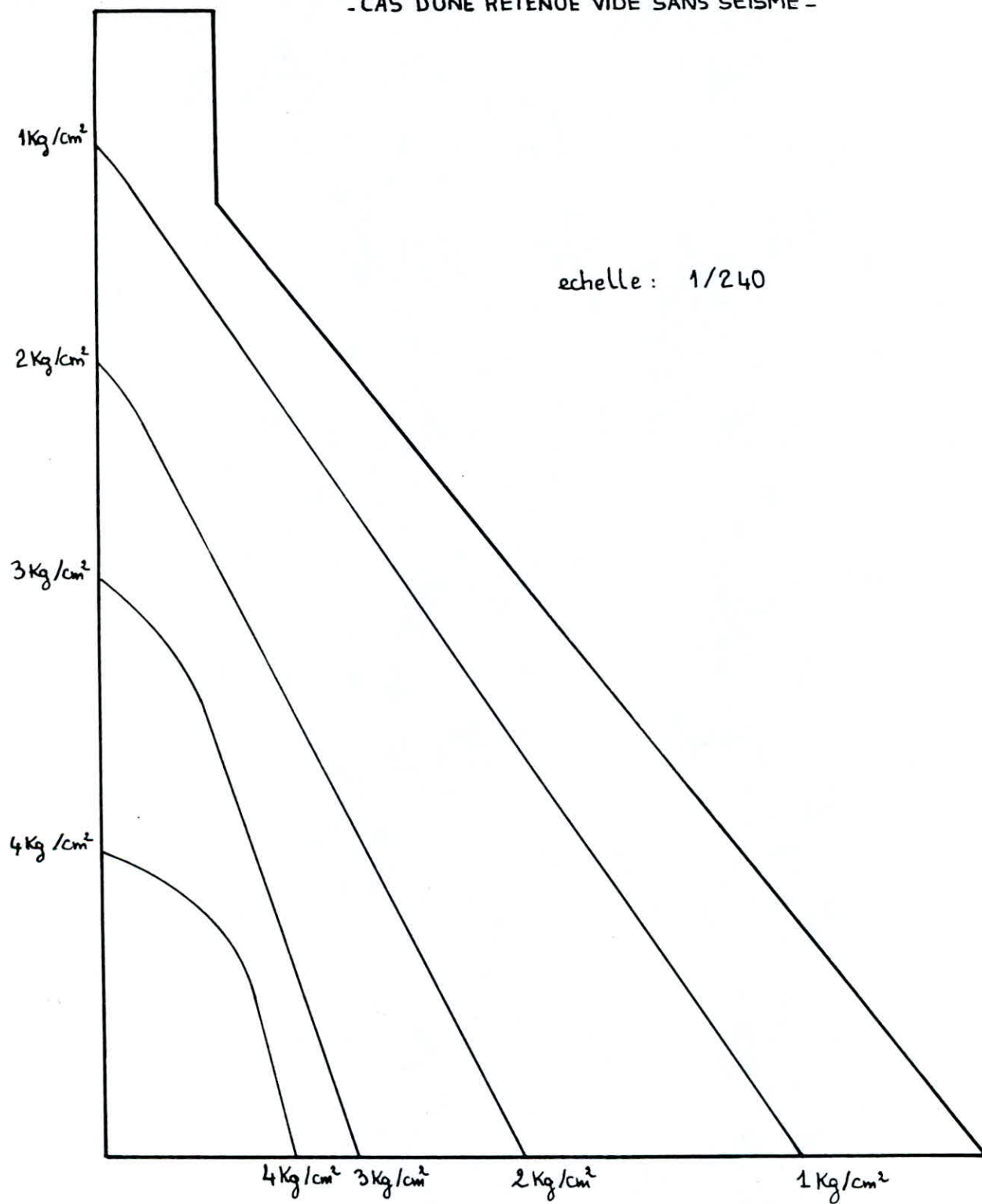
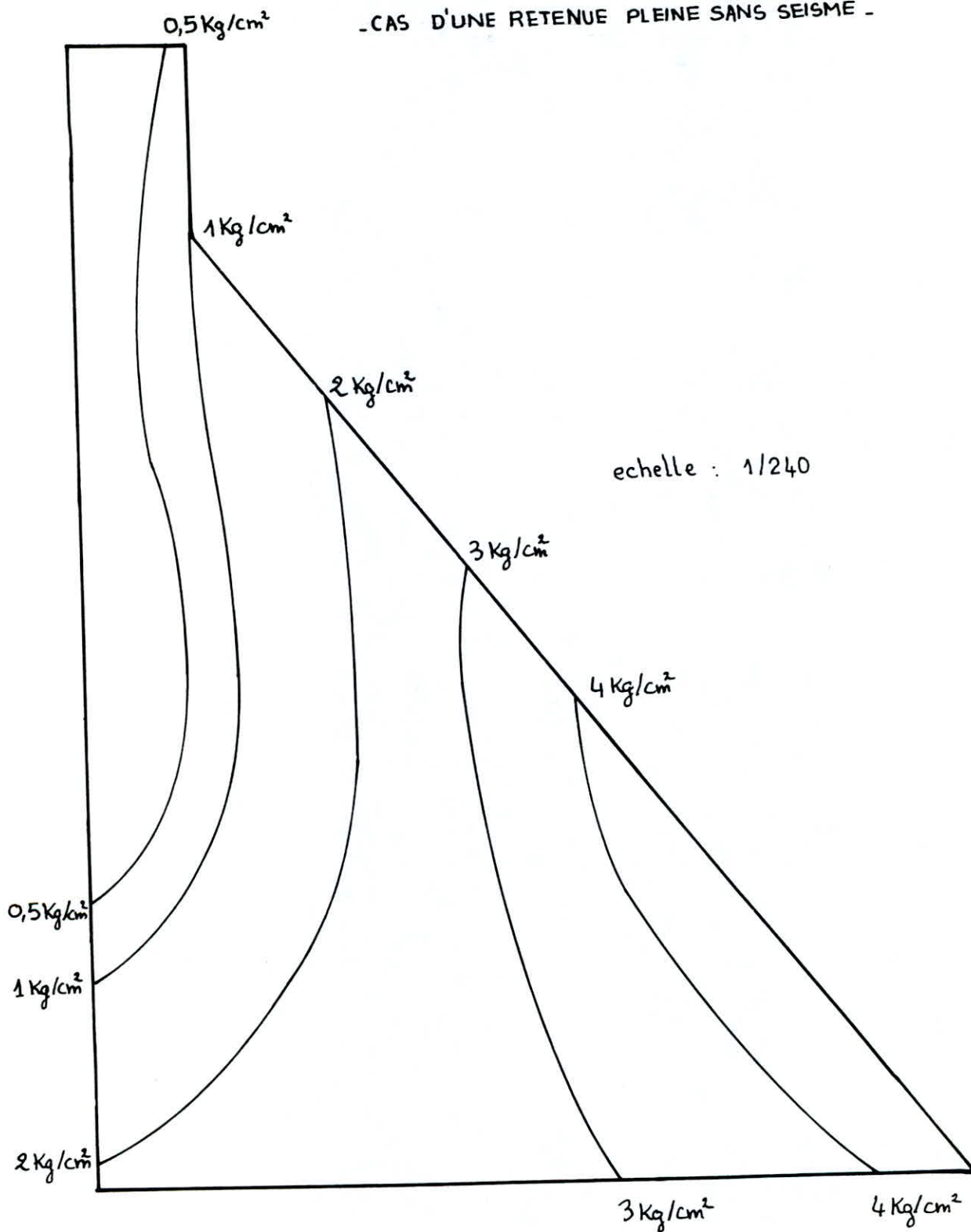


FIG IX-5-d. CONTRAINTES DE CISAILLEMENT MAXIMALES  
-CAS D'UNE RETENUE PLEINE SANS SEISME -



### IX 1.5 Lignes caractéristiques (fig IX 5)

L'analyse des contraintes principales et du cisaillement a permis d'établir les lignes de compression et de cisaillement maxima à barrage vide et plein. A quelques différences près, les lignes obtenues sont sensiblement identiques à celles obtenues par la méthode Pigeaud.

### IX 1.6 Conclusion:

La confrontation des méthodes classiques avec la MEF permet d'évaluer les performances du logiciel élaboré. Néanmoins et afin de se prononcer définitivement sur les qualités intrinsèques du MAFS il serait opportun d'établir la comparaison avec les études effectuées par auscultations lors de la mise en eau des ouvrages.

## IX.2 Barrage de cheurfas II:

### IX.2.1 Situation :

Le site du barrage de cheurfas II se trouve sur l'oued Mebtouh, environ 20 km à l'amont de la ville de SIG, Wilaya de Mascara immédiatement à l'amont du barrage existant (cheurfas).

### IX.2.2 Destination :

Le barrage de Cheurfas II est destiné à :

- La régularisation des apports de l'oued MEBTOUH
- L'alimentation en eau d'irrigation de SIG

### IX.2.3 Présentation du barrage (fig IV 6)

Hauteur maximale au-dessus de la fondation : 69,0 m  
 Largeur du couronnement : 303 m  
 Empattement du barrage : 52,8 m  
 Epaisseur en crête : 5,0 m  
 Inclinaison du parement amont :  $n=0$   
 Inclinaison du parement aval :  $m=0,8$   
 Niveau du couronnement : 225,0 m  
 Niveau normal de retenue : 223,20 m  
 Niveau de la fondation : 156,0 m  
 Coefficient de seismicité de la région : 0,23

#### a) Caractéristiques du béton :

Masse volumique :  $\Delta = 2300 \text{ Kg/m}^3$   
 Module de Young :  $E = 0,30581 \cdot 10^{10} \text{ Kg/m}^2$   
 Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,167$

#### b) Caractéristiques du sol de fondation

Masse volumique :  $\gamma_{\text{sol}} = 2040 \text{ Kg/m}^3$   
 Module de Young :  $E = 0,173 \cdot 10^9 \text{ Kg/m}^2$   
 Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,3$

### IX.2.4 Discretisation de l'ouvrage en éléments finis (voir planche) :

Nombre d'éléments dans le corps du barrage : 121  
 Nombre d'éléments dans le sol de fondation : 279  
 Nombre de noeuds total : 453



### IX.2.5 Présentation des résultats obtenus par le "MAFS" :

L'analyse des résultats s'est effectuée pour les différents cas de chargements suivants :

- a : retenue vide sans seïsme
- b : retenue vide avec seïsme
- c : retenue pleine sans seïsme
- d : retenue pleine avec seïsme

#### IX 2.5.1 : Déplacements : (fig IX 7, fig IX 8)

Pour les différents cas de changements nous avons constaté que les déplacements maxima horizontaux sont ceux de la crête du barrage (noeuds : 1, 3, 6, 10) :

- a : - 7,744 mm (vers l'amont)
- b : 32,6 mm (vers l'aval)
- c : 35,75 mm
- d : 91,14 mm

Quant aux tassements maxima observés aux différents points de l'ouvrage, selon les quatres cas de chargement, sont les suivants :

- a : 27,03 mm (noeud 1)
- b : 3,626 mm (noeud 143)
- c : 29,82 mm (noeud 134)
- d : 18,34 mm (noeud 143)

Les déplacements obtenus ne traduisent pas le comportement normal d'un barrage poids stable. Effectivement l'importance des déplacements est inadmissible; elle entraine la ruine de l'ouvrage.

#### IX 2.5.2. Contraintes :

Pour le cas d'une retenue vide les contraintes maximales de compression sont constatées au pied amont du barrage, par contre pour le cas d'une retenue pleine, c'est au pied aval qu'elles le sont :

Les contraintes maximales de compression pour les différents cas de chargements sont les suivants :

a : 33,512 Kg/cm <sup>2</sup>	(élément 101)
b : 4,5326 Kg/cm <sup>2</sup>	(élément 101)
c : 81,101 Kg/cm <sup>2</sup>	(élément 110)
d : 101,62 Kg/cm <sup>2</sup>	(élément 110)

Cependant, des contraintes de traction apparaissent au parement amont dans le cas de chargement "d", dont la plus grande a pour valeur 14,191 Kg/cm<sup>2</sup> (élément 74).

#### IX.2.6. Conclusion :

L'étude du barrage de Cheurfas II nous aura permis de mesurer l'importance du rôle du sol de fondation sur la stabilité des barrages poids. En effet, le barrage de Cheurfas II repose sur un sol rocheux considéré comme de très mauvaise qualité. Nous avons constaté des déplacements inadmissibles pour un tel ouvrage (91,44 mm dans le cas de chargements "d").

Afin de compenser les insuffisances du sol de fondation une seconde variante a été proposée. Cette dernière suggère l'augmentation de la surface de contact béton-roche dans le but de diminuer les efforts appliqués au sol (voir fig IX-9). En revanche, il en résultera une consommation effrénée de béton, portant ainsi préjudice à l'aspect économique du projet. Par conséquent, pour un sol de fondation de mauvaise qualité il est souhaitable d'opter pour une digue souple.

FIG IX-6. COUPE TRANSVERSALE TYPE DU BARRAGE -  
CHEURFAS II

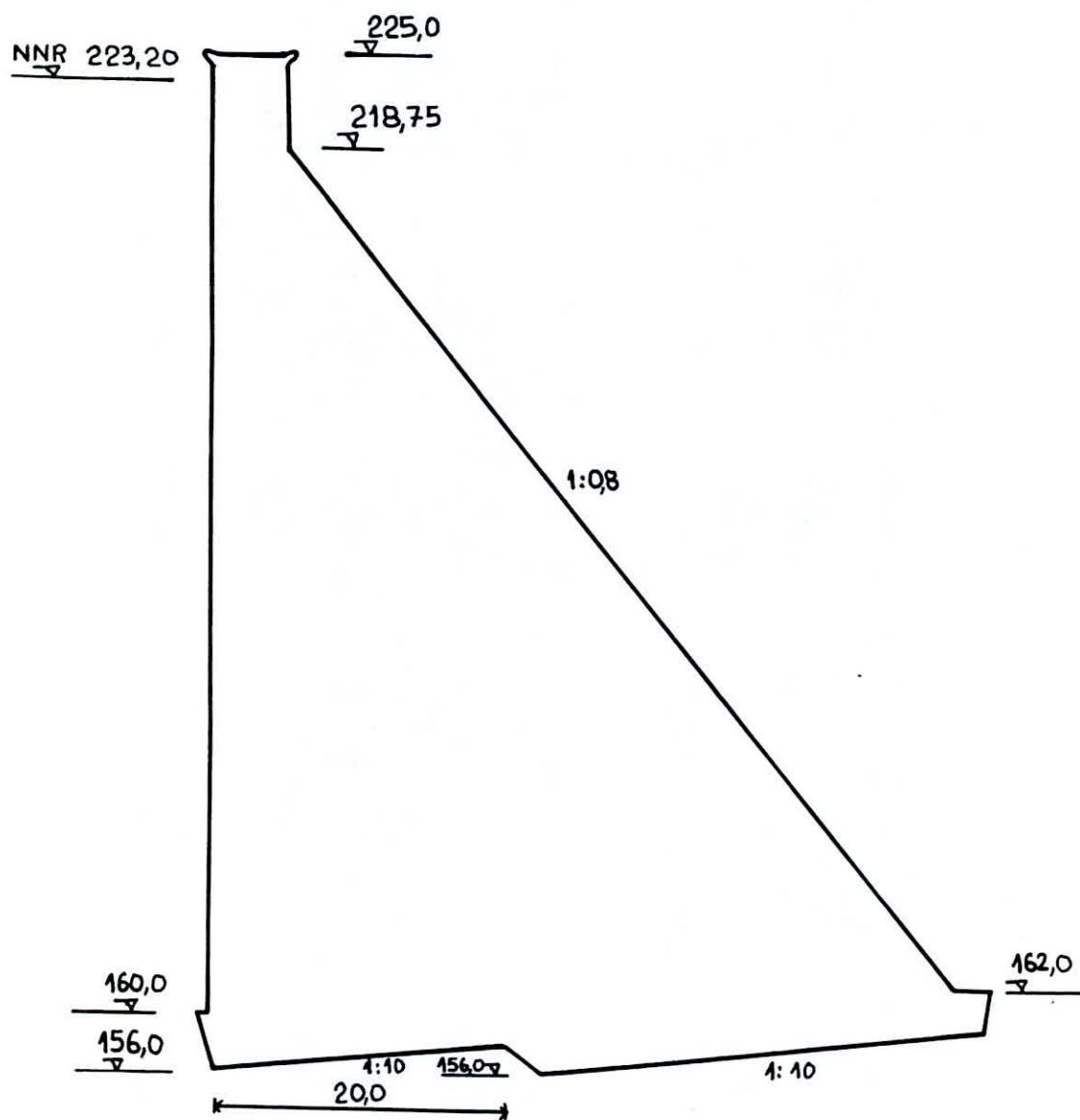
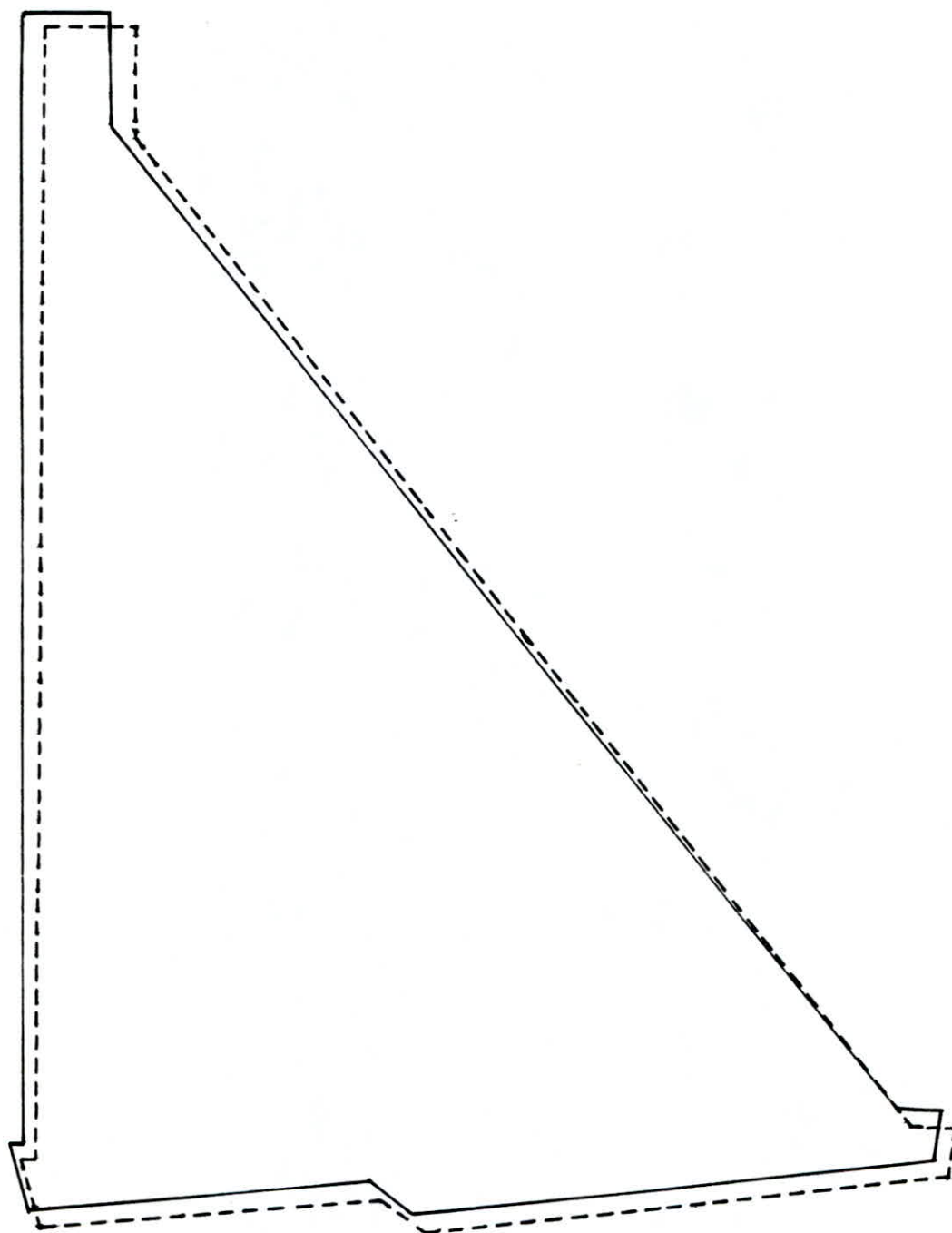


FIG. II.7- DÉFORMÉE DU BARRAGE DANS LE CAS DE  
RETENUE PLEINE  
SANS SEISME



0 2 4 6 8 10 20 m

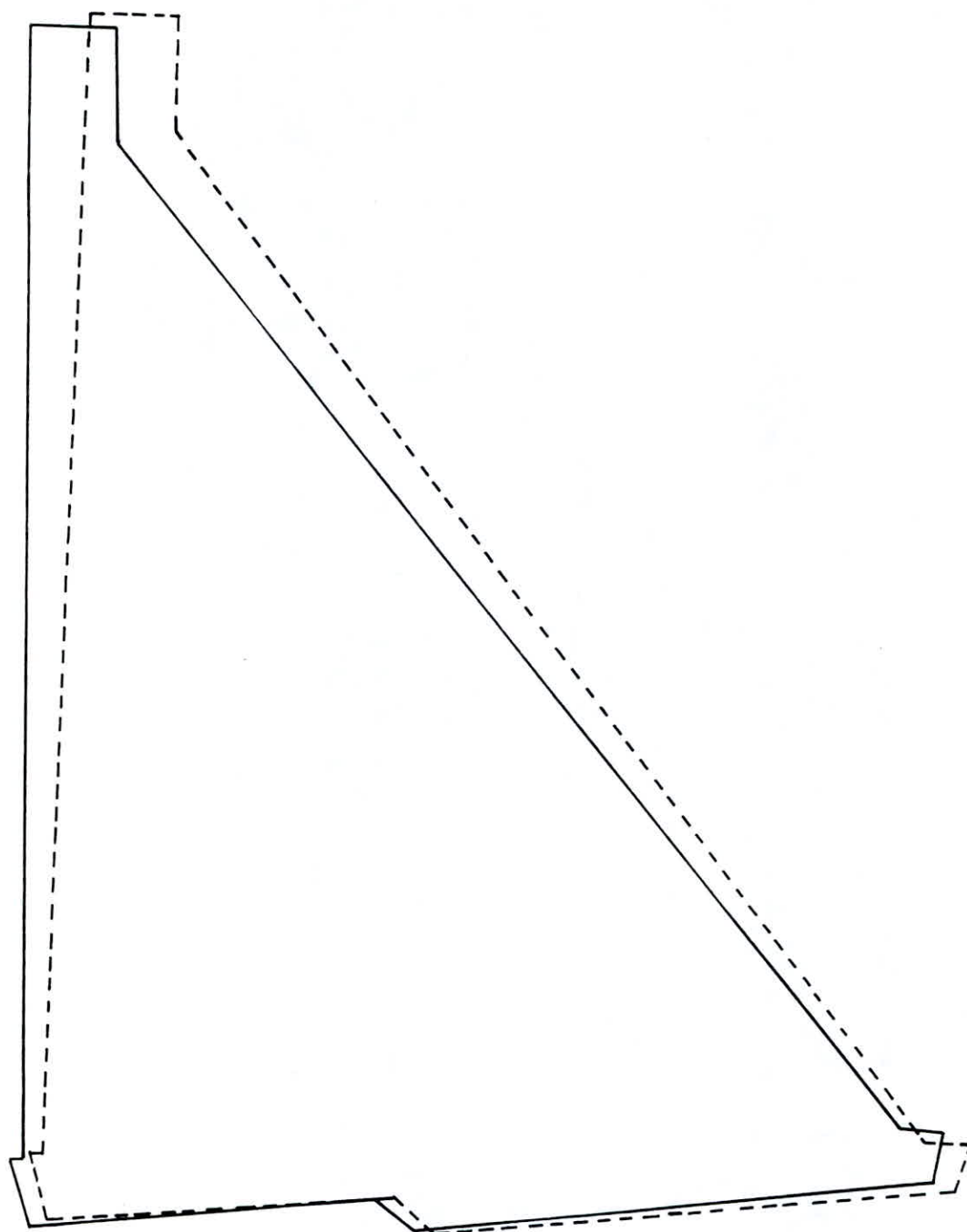
échelle du barrage.

0 5 10 15 30 cm

échelle des déplacements.



FIG. IX-8. DÉFORMÉE DU BARRAGE DANS LE CAS DE  
RETENUE PLEINE  
AVEC SEISME



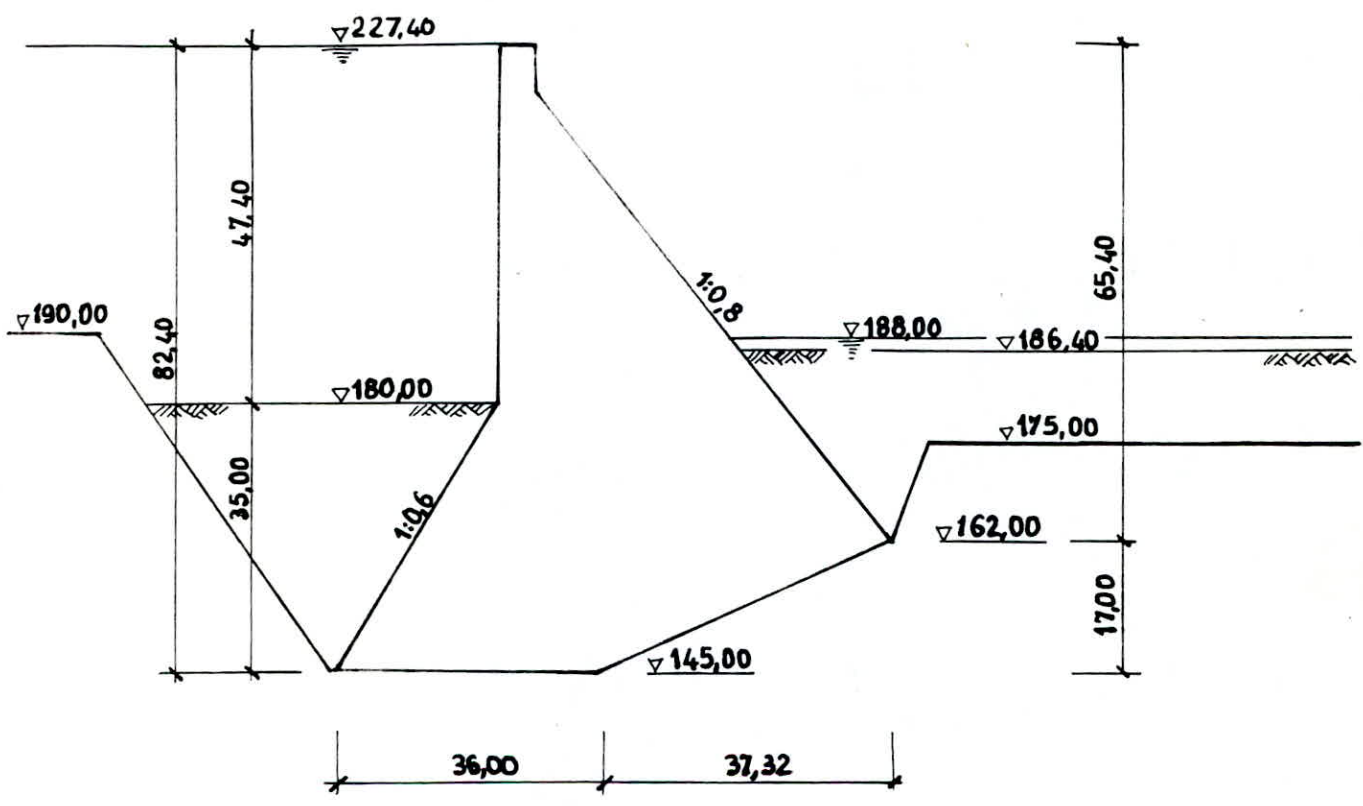
0 2 4 6 8 10 20 m

échelle du barrage

0 5 10 15 30 cm

échelle des déplacements.

FIG.IX.9 PROFIL DEFINITIF DE CHEURFAS II



## C O N C L U S I O N      G E N E R A L E

Le programme "MAFS" élaboré permet d'effectuer la calcul statique (par éléments finis) des barrages poids en phase élastique et en déformations planes.

La première étape de l'expérimentation du logiciel s'est portée sur le calcul d'un barrage fictif ; ce qui nous a permis d'apprécier la teneur des résultats obtenus comparativement à ceux que nous pouvons établir par les méthodes classiques.

La seconde étape a consisté à vérifier la stabilité du barrage poids (CHEURFAS II , wilaya de Mascara, Ouest Algérien ) reposant sur un sol de fondation de très mauvaise qualité .Ainsi l'interprétation des résultats obtenus nous a conduit à déduire que l'implantation d'un tel ouvrage sur ce type de sol est à proscrire , à plus forte raison lorsqu'une ville est située à l'aval.Effectivement , la particularité des barrages gravité est leur sensibilité à la qualité de la roche de fondation.

Ainsi donc , de par les deux exemples traités , nous sommes en mesure d'affirmer notre confiance en la méthode des éléments finis. /

Cependant , le programme "MAFS" peut être amélioré si on tenait compte des divers facteurs qui ne sont pas encore maîtrisés, tels que l'interaction béton / rocher de fondation , les effets des variations thermiques , l'estimation des pressions intersticielles , le vieillissement du béton , l'influence du transport des sédiments , et les effets des vagues... .

Afin d'obtenir une précision nettement proche de la réalité des faits , il est impératif de revoir l'hypothèse déjà établie concernant le sol de fondation ; en ce sens que l'on doit adopter un comportement inélastique du fait de l'anisotropie du massif rocheux.

Par ailleurs , une analyse dynamique nous permettrait d'évaluer la réponse de l'ouvrage à une secousse sismique (cette dernière étant simplifiée lors de l'analyse pseudo-statique).

## B I B L I O G R A P H I E

- 1- COYNE  
" Cours et leçons de grands barrages" 1933
- 2- BOURGIN  
" Cours de calcul de barrages", Eyrolles 1955
- 3- PRESS  
" Barrage de vallée", traduit par Schmitt ,Dunod 1958
- 4- BENBLIDIA  
" Cours de barrages et applications" 1973  
Ecole Nationale des Travaux Publics d'Alger.
- 5- ESTIENNE  
" Calcul et construction de barrages" 1980  
Institut National Polytechnique de Toulouse.
- 6- ZIENKIEWICZ  
" Méthode des éléments finis" 1973
- 7- DHATT ET TOUZOT  
" Une présentation de la méthode des éléments finis". Deuxième édition ,MALOINE S.A éditeur 1984
- 8- BERRAH ET BOUBENIDER  
"Developpement d'éléments et algorithmes dans la méthode des éléments finis" 1985  
Projet de fin d'études d'ingénieurs  
Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.
- 9- Commission Internationale des Grands Barrages. 1978  
"La méthode des éléments finis appliquées aux calculs et à la conception des barrages".
- 10- Commission Internationale des Grands Barrages. 1978  
"Calcul sismique des barrages"
- 11- Ministère de l'Agriculture (FRANCE)  
Direction de l'aménagement.  
Groupe de travail permanent pour les barrages en aménagement rural.  
"Technique des barrages en aménagement rural".



