

15/87

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DYNAMIQUE
D'UN BARRAGE EN TERRE
PAR LA METHODE DES
ELEMENTS FINIS

Proposé Par :
Melle ZERFA

Etudié par :
ZOURDANI . M
MOURZAGH . B

Dirigé par :
Melle ZERFA
Mr FERKAS

PROMOTION : JANV 87

فَلْيَسِّرْ لِي سُبُلَ
وَمِنْ مَسَارِي
رَبِّ الْعَالَمِينَ

- صَدَقَ اللهُ الْعَظِيمُ -

الدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

DEDICACES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

- Je dedie ce modeste travail
- A mes parents
 - A mes frères et soeurs
 - A tous mes amis (es)

B. MOURZAGH

الى كل من رضي بالله ربا وبمحمد رسولا وبالاسلام ديننا

- A mon père
- A ma mère
- A mes frères et soeurs (Zkura)
- A tous mes amis (es)

Je dedie ce modeste travail

M. ZOURDANI

REMERCIEMENTS

C'est avec plaisir que nous témoignons notre profonde gratitude et reconnaissance à tous ceux qui, de près comme de loin, se sont intéressés à cette étude et en particulier :

- Monsieur BELBACHIR pour son aide précieuse
- Monsieur BARAKA pour ses conseils précieux qui ont été un encouragement permanent.

On tient également à remercier M^{lle} ZERFA et M^{re} FERKAS pour leurs conseils judicieux.

- Enfin on voudrait exprimer notre reconnaissance
- à tous nos professeurs
 - à tous nos amis

وزارة التعليم العالي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Matériau: ...Hydraulique.....
Maître: Melle.ZERTI.F.Z.....
Ingénieur: MOURZAGH.B.et.....
ZOURDANI.M

مصلحة: الري
وجه: 1. زرق
تلميذ مهندس: 1. مرزاق
3. زورداني

1- موضوع الملخص
دراسة الحركة الدينامية السد من التربة بطريقة العنا صر النهائية
الغرض من هذه الدراسة يتمثل في تكوين برنامج آلي مستعملا طريقة العنا صر النهائية
هذا البرنامج يمكننا من حساب من اجل سد من التربة تحت تأثير هزات
ارضية شكلها جيبي ،
1- انبساط الحركة 2- التنقلات العقدية 3- الاجهادات
فرضيات الدراسة :
1- البعد الثاني 2- عناصر بارامترية 3- مرونة خطية 4- تشوه مستوي

Subject: Etude dynamique d'un barrage en terre par la méthode des éléments finis.....
Résumé: L'objet de cette étude consiste en l'élaboration d'un programme de calcul utilisant
la méthode des éléments finis.
Ce programme nous permet d'estimer pour un barrage en terre soumis à une excitation
sismique de la forme sinusoidale.
1- Les pulsations propres 2- Les déplacements nodaux 3- Les contraintes
Les hypothèses prises en compte sont les suivantes:
1- Calcul bidimensionnel 2- Eléments isoparamétriques
3- Elasticité linéaire 4- Déformation plane .

Subject: Dynamic analysis of earthdam with finite élém. method.....
Abstract: The aim of this subject is to elaborate calculating program using finite
élément method.
With this program we can estimate for an earthdam, under a earthquake excitation:
1- Proper pulsations 2- Nodal displacements 3- Stresses
Considération analysis:
1- Two dimensional 2- Isoparmetric elements
3- Linear elastic 4- Plain deformation.

SOMMAIRE

	pages
1 - Introduction	1
2 - Éléments de sismologie	2
3 - Comportement dynamique des barrages en terre	12
4 - Présentation de la méthode des éléments finis	17
5 - Équations de base de la mécanique des milieux continus	29
6 - Formulation des équations du mouvement	33
7 - Calcul des matrices élémentaires	36
8 - Résolution numérique du problème	40
9 - Organigramme de résolution	47
10 - Présentation du programme M.E.F	57
11 - Application	71
12 - Conclusions	78
Bibliographie	82

1 - INTRODUCTION

Les ouvrages en général, et les ouvrages Hydrauliques (les barrages) en particulier doivent être étudiés de façon à ce que les seismes ne provoquent pas de dégâts catastrophiques.

L'établissement des projets de la construction des barrages en terre (en matériaux locaux) dans les zones sismiques nécessitent le calcul de la réponse de l'ensemble structure - fondation à l'action d'un seisme représentatif pour l'emplacement étudié. Pour résoudre ce problème extrêmement complexe de l'estimation de la réponse sismique dans les barrages en terre, l'emploi de la méthode des éléments finis s'est éprouvée d'être un instrument de calcul très efficace.

L'étude dynamique des barrages par la méthode des éléments finis a pour but d'élaborer des projets à la fois économiques et sûrs.

2 - ELEMENTS DE SISMOLOGIE

1 - Origine des tremblements de terre:

Les tremblements de terre sont les conséquences d'une libération d'énergie dans la croûte terrestre et qui peut être provoquée par :

- Des glissements le long de failles géologiques
- Changement de phase dans les roches (changement de volume dûs à des changements de pression)
- Des activités volcaniques produisant des séismes d'intensité relativement faible, au voisinage immédiat du volcan.
- D'autres raisons, comme des explosions ou la sismicité induite par certains grands réservoirs.

Les séismes les plus importants sont ceux provoqués par les mouvements aux frontières des plaques tectoniques comme par exemple le cas de l'Algérie.

2 - Mécanisme général de production des séismes

Les séismes tectoniques apparaissent comme des conséquences des lentes déformations qui affectent les régions supérieures du globe terrestre et au cours desquelles des quantités considérables d'énergie s'accumulent dans les matériaux constitutifs sous forme d'énergie de déformation. Lorsqu'en un point moins résistant ou plus sollicité que les autres, un équilibre limite est dépassé, il se produit une rupture qui s'étend très rapidement de proche en proche aux régions voisines. Elles s'accompagnent de la brusque libération de

l'énergie potentielle accumulée dans la déformation et donnent naissance à un ébranlement qui se propage au loin sous la forme d'ondes sismiques, que l'on classifie selon la façon dont elles se propagent à travers la terre :

a) Ondes internes :

- Ondes P : produisant des déplacements dans le sens de la propagation du train d'ondes.
- Ondes S : produisant des déplacements dans deux directions perpendiculaires au sens de propagation des ondes.

b) Ondes de surface : qui se propagent le long de la frontière entre deux milieux et à la surface de la terre (ondes de Rayleigh).

3 - Caractéristiques des tremblements de terre

1) Magnitude M :

La magnitude M d'un tremblement de terre se détermine à partir d'un sismogramme selon la définition donnée par Richter qui représente une mesure indirecte de l'énergie libérée par le séisme. Entre l'énergie libérée et la magnitude a été établie la relation suivante

$$E = 10^{1,8 + 1,5M} \quad (\text{K joules})$$

2) Intensité I :

L'intensité I d'un séisme est une mesure de son pouvoir destructeur en un site donné.

Un tremblement de terre aura donc une seule magnitude alors que son intensité pourra varier d'un site à un autre.

3) Foyer ou Centre :

C'est l'endroit où se produit la perturbation qui provoque le mouvement.

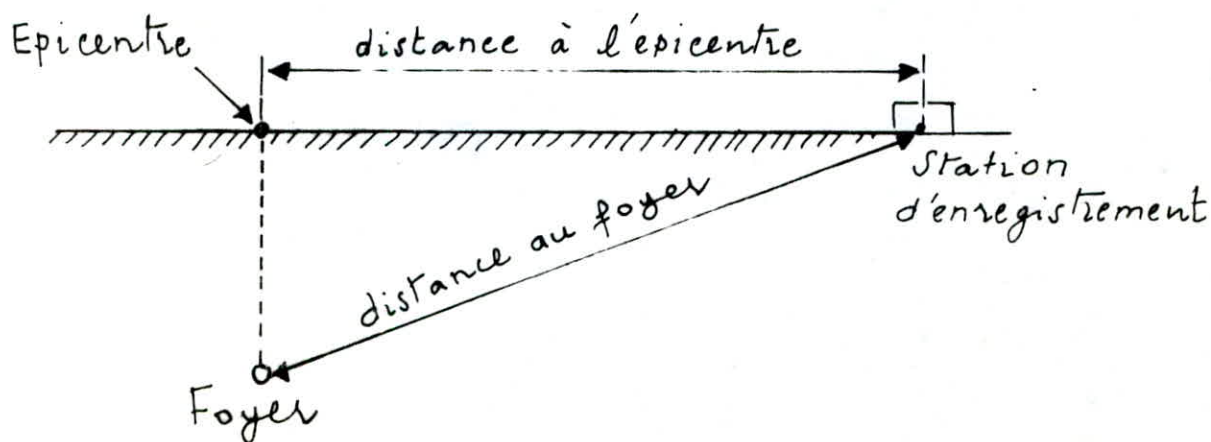
Sa détermination s'effectue par recoupement des différents enregistrements de sismographes

4) Épicentre :

C'est la projection verticale du centre sur la surface du globe terrestre.

5) Distances focales, distances à l'épicentre

Ce sont les distances de la station d'enregistrement respectivement au foyer et à l'épicentre.



6) Relation d'atténuation :

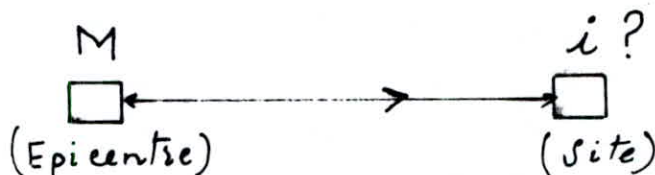
Entre la magnitude à la source et l'intensité en un site donné, il existe certaines relations empiriques, fonction de la distance à l'épicentre comme par exemple :

$$i = 2,95 + 1,6M - 1,87 \ln(D + 15)$$

D : Distance à l'épicentre

M : Magnitude

i : Intensité au niveau du site.



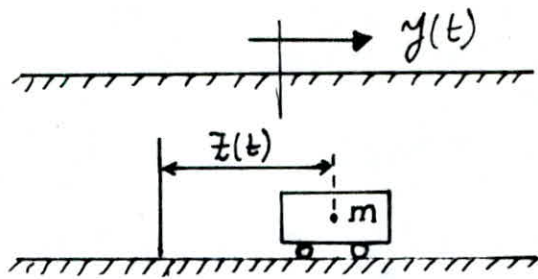
Bien entendu, ces relations peuvent être modifiées par des effets particuliers au site.

4 - Etude des tremblements de terre

L'appareil de base qui mesure les mouvements de la terre est le sismographe

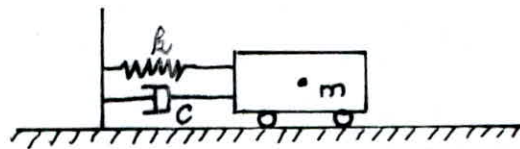
1 - Sismographe :

pour pouvoir mesurer le déplacement $y(t)$ au sol alors que tout bouge, on utilise une masse et un point fixe par rapport au sol.



$z(t)$ est le déplacement relatif (c'est ce qu'on mesure)

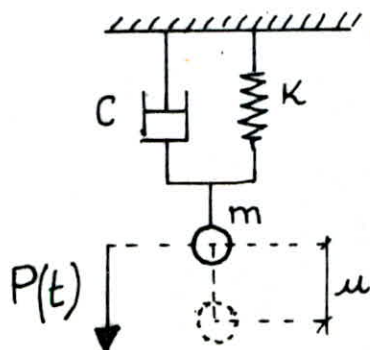
Pour éviter le déplacement trop grand de la masse par rapport au sol, on ajoute un ressort, et un amortisseur pour éviter les vibrations libres du système, on forme ainsi un oscillateur simple.



Rappel sur les oscillateurs

- Oscillateur simple :

constitué d'une masse m , relié à un point fixe par un ressort et un amortisseur.



position d'équilibre statique

Equation du mouvement :

La loi fondamentale de la dynamique s'écrit

$$F_1 + F_2 + P(t) = m \ddot{u}$$

$F_1 = -K u$: force du rappel du ressort

$F_2 = -C \dot{u}$: force due à l'amortisseur

$P(t)$: force extérieure appliquée

u : déplacement

\dot{u} : vitesse

\ddot{u} : accélération

d'où $m \ddot{u} + C \dot{u} + K u = P(t)$

$$\ddot{u} + \frac{C}{m} \dot{u} + \frac{K}{m} u = \frac{P(t)}{m}$$

$$\omega^2 = \frac{K}{m}$$

le coefficient ω est appelé pulsation
et se mesure en radian par seconde

1 - Oscillateur libre :

Si à un instant t quelconque, la force extérieure $P(t)$ est nulle, la masse oscille librement.

l'équation du mouvement s'écrit :

$$\ddot{u} + \frac{C}{m} \dot{u} + \frac{K}{m} u = 0$$

a) Oscillateur libre non amorti :

Dans ce cas le coefficient C est nul et l'équation du mouvement

$$ii + \frac{k}{m} u = 0$$

a une solution de la forme

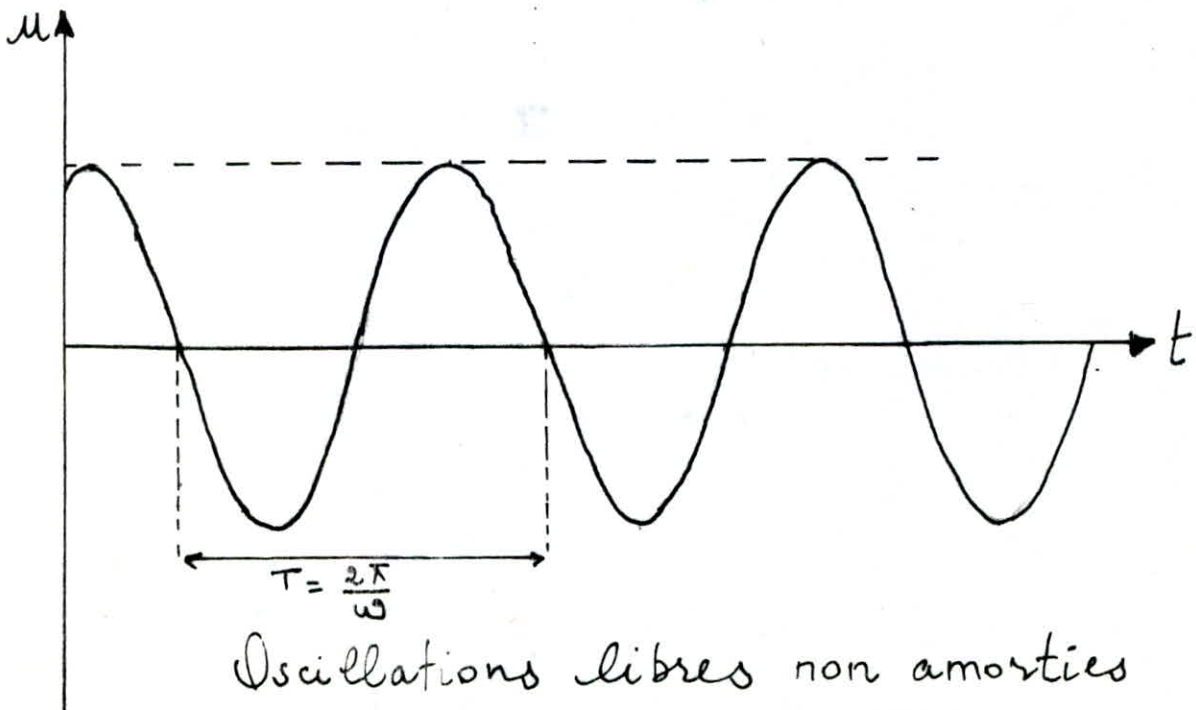
$$u(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{avec } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Les coefficients A et φ sont des constantes que l'on détermine par des conditions aux limites

Le mouvement est sinusoïdal, de période T mesurée en secondes.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



b) Oscillateur libre amorti :

Dans ce cas le coefficient C n'est pas nul et l'équation du mouvement s'écrit

$$m \ddot{u} + \frac{C}{m} \dot{u} + \frac{K}{m} u = 0$$

$$\ddot{u} + \frac{C}{m} \dot{u} + \omega^2 u = 0$$

Si on pose $\xi = \frac{C}{2m\omega}$

On distingue 3 cas :

1) Amortissement critique : si $\xi = 1$

La solution de l'équation est de la forme

$$u(t) = (A + Bt) e^{-\omega t}$$

Les constantes A et B sont des constantes que l'on détermine par des conditions aux limites

2) Oscillateur sur amorti : si $\xi > 1$

La solution de l'équation est de la forme

$$u(t) = (A e^{\omega_0 t} + B e^{-\omega_0 t}) e^{-\xi \omega t}$$

avec $\omega_0 = \omega \sqrt{\xi^2 - 1}$

3) Oscillateur sous-amorti : si $\boxed{\zeta < 1}$

C'est le seul cas intéressant en pratique pour le calcul dynamique des structures, celles-ci ayant toujours un amortissement inférieur à l'amortissement critique.

La solution de l'équation est de la forme

$$u(t) = (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) e^{-\zeta \omega t}$$

$$\text{-avec } \omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Les constantes A et B sont des constantes que l'on détermine par les conditions aux limites.

2. Oscillateur forcé :

Cas particulier : excitation harmonique

Une excitation est harmonique si la force $P(t)$ est une fonction sinusoidale du temps

$$P(t) = P_0 \sin \alpha t$$

L'équation du mouvement s'écrit

$$m \ddot{u} + C \dot{u} + K u = P_0 \sin \alpha t$$

$$\ddot{u} + \frac{C}{m} \dot{u} + \frac{K}{m} u = \frac{P_0}{m} \sin \alpha t$$

$$\ddot{u} + 2 \zeta \omega \dot{u} + \omega^2 u = \frac{P_0}{m} \sin \alpha t$$

$$\text{-avec } \zeta = \frac{C}{2m\omega} \quad \omega^2 = \frac{K}{m}$$

Dans le cas d'un oscillateur sous-amorti ($\xi < 1$)
la solution est de la forme

$$u(t) = (A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t) e^{-\xi \omega t} + \frac{P_0}{k} \lambda \sin(\alpha t - \theta)$$

$$\text{Si on pose } \beta = \frac{\alpha}{\omega} \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

$$\omega_0 = \omega \sqrt{1-\xi^2} \quad \theta = \text{Arctg} \frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}$$

Les constantes A et B sont des constantes que l'on détermine par les conditions aux limites.

Cas général :

Si la force $P(t)$ est de forme quelconque la solution de l'équation du mouvement s'écrit sous la forme de l'expression de l'intégrale de DUHAMEL

$$u(t) = \frac{1}{m \omega_0} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi \omega (t-\tau)} \sin[\omega_0 (t-\tau)] d\tau$$

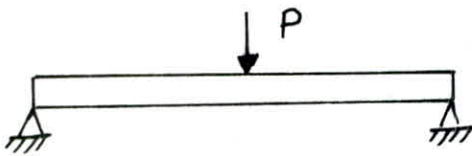
3 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES BARRAGES EN TERRE

GÉNÉRALITÉS SUR LE CALCUL DYNAMIQUE DES STRUCTURES

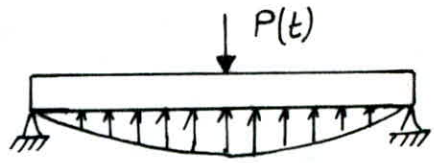
Un problème de dynamique des structures se distingue du problème statique correspondant par deux caractéristiques :

- La nature évolutive du problème dynamique dans le temps (la charge et la réponse varient avec le temps)
- Les déplacements correspondent à des accélérations qui produisent des forces d'inerties opposées à ces mêmes accélérations.

Exemple :



Chargement statique
(-a)



Chargement dynamique
(b)

cas (-a) : La barre est soumise à une charge statique, P le moment flechissant M et l'effort tranchant T et la déformée dépendent directement de la charge donnée.
 M, T se calculent en fonction de P à partir de l'équilibre des forces.

cas (b) : La barre est soumise à une charge dynamique
 M, T doivent équilibrer non seulement la force $P(t)$ mais aussi les forces d'inerties.

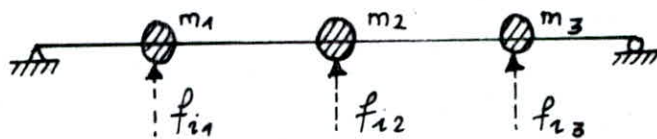
METHODES DE DISCRETISATION

Pour discrétiser le problème dynamique, 3 méthodes peuvent être appliquées, selon le cas :

1. Concentration des masses

Si le système le permet, cette méthode considère que la masse de la poutre est concentrée en un certain nombre de points séparés (ou discrets).

Le problème se trouve grandement simplifié car les forces d'inertie ne peuvent alors apparaître en aucun autre point.



2. Déplacements généralisés

Lorsque la masse est répartie partout de manière un peu près uniforme.

On considère que la déformée peut être exprimée comme une combinaison linéaire de certains motifs de déplacements.

Ces motifs jouent le rôle de coordonnées dans lesquelles on exprime le déplacement de la structure.

3. Notion d'élément fini

Il existe une troisième méthode d'expression des déplacements d'une structure donnée à l'aide d'un nombre fini de coordonnées discrètes de déplacements.

Elle combine certaines caractéristiques des procédés de concentration des masses et des coordonnées généralisées.

Cette approche constitue la base de la méthode générale d'analyse des milieux continus par éléments finis.

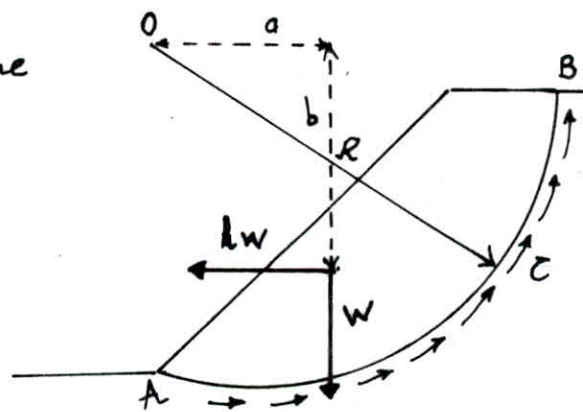
METHODES PRATIQUES D'ANALYSE DU COMPORTEMENT DES BARRAGES EN TERRE SOUS SOLLICITATIONS DYNAMIQUES

Les méthodes classiques d'analyse les plus généralement utilisées dans les études sismiques, remplacent les forces d'origine sismiques par des forces sismiques statiques équivalentes obtenues par multiplication de la masse de l'ouvrage par le coefficient sismique.

C'est pourquoi une structure conçue conformément à ces forces équivalentes risque de dépasser la limite de résistance de la structure lors d'une sollicitation dynamique plus importante.

1- Méthode "pseudo-statique" (TERZAGHI 1950)

k : Coefficient sismique
 kW : force sismique
 W : poids.



Cette méthode consiste à tracer un cercle de centre O et de rayon R, afin de déterminer le coefficient de sécurité vis-à-vis du risque de glissement.

$$F_s = \frac{\Sigma \text{moments résistants} / O}{\Sigma \text{moments moteurs} / O} = \frac{\int_{AB} \tau \, dl}{aW + kbW}$$

Le coefficient k est évalué empiriquement selon l'intensité du séisme.

Les barrages anciens ont été calculés ainsi, même avec des coefficients sismiques corrects, et des facteurs de sécurité calculés supérieurs à 1, on a observé dans certains cas des ruptures des barrages.

2 - Méthode NEWMARK (1965) (avec analyse des déformations)

L'idée de cette méthode consiste à effectuer

— Un calcul de façon à déterminer, quelle est l'accélération de fluage $k_y g$ pour laquelle la masse du sol commence à bouger

— En comparant l'accélération de fluage $k_y g$ avec l'accélérogramme du séisme, on détermine les temps pendant lesquels l'accélération du sol est supérieure à $k_y g$.

Par double intégration, on peut en déduire les déplacements cumulés de la masse du sol, et voir s'ils sont acceptables pour le barrage.

3 - Méthode de SEED et MARTIN (1966) (avec analyse des déformations)

Cette méthode consiste en une première approche "rigoureuse" dans la mesure où elle tente d'intégrer de façon rationnelle

— l'analyse dynamique du barrage visco-élastique

— le comportement du matériau du barrage sous sollicitations dynamiques.

Les étapes sont les suivantes :

— On détermine le coefficient sismique dynamique que représente l'histoire complète des forces latérales agissant sur le barrage pendant le séisme.

- On effectue ensuite un calcul de stabilité des pentes, mais en définissant la résistance du sol en fonction des déformations développées en laboratoire au cours d'essais cycliques sur le matériau du barrage

4- Méthode simplifiée de MAKDISSI et SEED (1978)

(Dans le cas d'ouvrages pas trop hauts, en sol cohérent assez compact)

L'utilisation de plusieurs méthodes d'analyse a permis à MAKDISSI et SEED de proposer, dans le cas de barrages pas trop hauts (hauteur comprise entre 30 et 60 m) une méthode d'utilisation simplifiée.

- a) On détermine un seuil d'accélération, à partir duquel une surface potentielle de glissement aura un facteur de sécurité de 1. (Calcul pseudo-statique à l'envers). Les valeurs de ce seuil d'accélération sont fonction de la géométrie du barrage, de la résistance drainée du sol, et de la position de la surface potentielle de glissement.
- b) On détermine les accélérations induites par le séisme dans le barrage par une analyse de réponse dynamique. On obtient ainsi l'histoire des accélérations moyennes pour différentes masses de glissement potentielles.
- c) Pour une ligne de glissement potentielle donnée, on détermine les déplacements pour un simple procédé de double intégration

4- PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

1- INTRODUCTION :

Ces dernières années, la méthode des éléments finis a été progressivement considérée par tous les ingénieurs comme une méthode d'étude d'une grande valeur.

Elle a permis d'obtenir des solutions satisfaisantes pour un nombre de problèmes jusque là considérés comme insolubles.

2- HISTORIQUE

- Depuis une cinquantaine d'années (1940), la mécanique des structures permet l'analyse des assemblages de barres et de poutres
Le comportement de chaque élément est représenté par une matrice de rigidité élémentaire grâce aux hypothèses de la R.D.M.
- L'apparition des ordinateurs a entraîné un développement rapide de la mécanique des structures entre 1950 et 1960
- Le concept d'élément fini est introduit par TURNER, GLOUGH, MARTIN et TOPP en 1956
- Des 1960, la méthode des éléments finis, subit un essor rapide dans plusieurs directions.

3. PRINCIPE

La méthode des éléments finis permet de résoudre les problèmes de mécanique des milieux continus en discretisant le milieu à étudier, c'est à dire en le considérant composé d'un grand nombre de petites parties dites éléments finis, possédant chacune ses propres fonctions, pour décrire contraintes et déformations et dont l'assemblage représente au mieux le milieu continu. On choisit ces fonctions de façon qu'elles assurent la continuité du comportement dans l'ensemble du milieu. Les sciences de l'ingénieur permettent de décrire le comportement de systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre effectivement ces équations, elle nécessite l'utilisation intensive de l'ordinateur.

Elle s'applique aux problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions.

Elle fait appel aux trois domaines suivants :

- a) Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- b) Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- c) Programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur ordinateur.

4 - APPLICATIONS

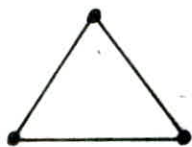
La méthode des éléments finis présente un éventail très large d'applications dans diverses disciplines en raison de son caractère assez général d'analyse de milieux.

Cette méthode peut être utilisée aussi bien en structures qu'en Hydraulique (mécanique des fluides) qu'en aéronautique ou pour des problèmes de thermiques etc....

5 - FORMES D'ÉLEMENTS CLASSIQUES

Éléments à deux dimensions

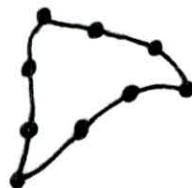
a) Éléments triangulaires



linéaire (3)

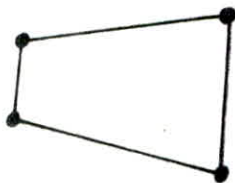


quadratique (6)

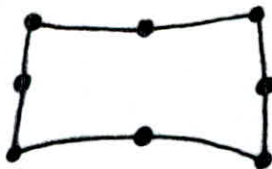


cubique (9)

b) Éléments quadrilatéraux



linéaire (4)



quadratique (8)



cubique (12)

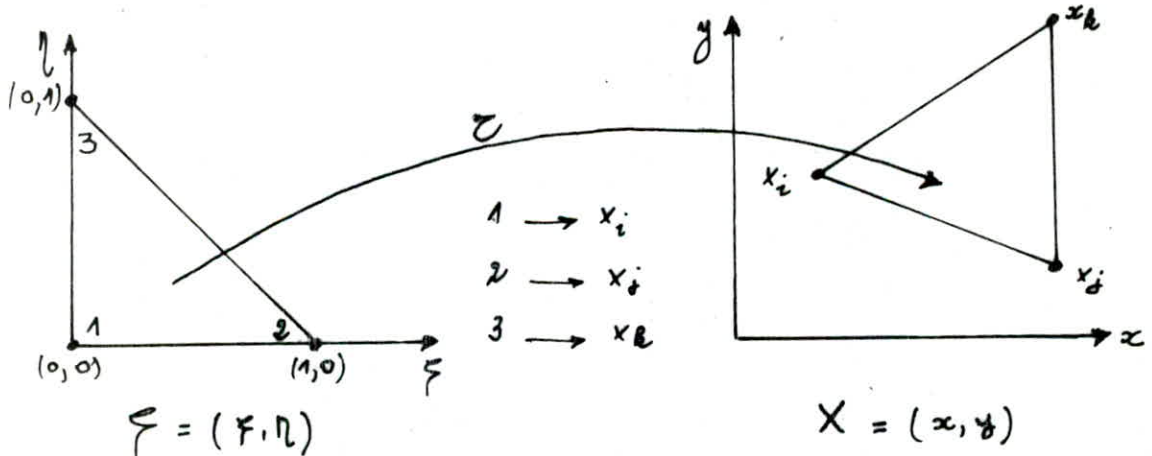
METHODE DE CONSTRUCTION DES FONCTIONS D'INTERPOLATION

Le programme MEF utilise pour la construction des fonctions d'interpolation la méthode dite PN inverse.

Avant de détailler cette méthode passons en revue une notion essentielle.

ELEMENT DE REFERENCE :

Dans le but de simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe et dans le but de formuler un élément fini réel de manière intrinsèque indépendant de l'orientation des axes, on introduit la notion d'élément de référence qui est un élément très simple repéré dans un espace de référence qui peut être transformé en chaque élément réel par une transformation géométrique bijective. Par exemple dans le cas d'un triangle.



Elément de référence

Element réel

La transformation τ définit les coordonnées X de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées ξ du point correspondant de l'élément de référence.

$$\tau : \xi \longrightarrow X = X(\xi)$$

$$X = X(\xi, x_i, x_i, x_e, \dots)$$

x_i, x_j, x_k, \dots sont les coordonnées des nœuds géométriques qui appartiennent à l'élément.

Chaque transformation τ doit être choisie de manière à présenter les propriétés suivantes :

- Bijective en tout point ξ situé sur l'élément de référence
- Les nœuds géométriques de l'élément de référence correspondent aux nœuds géométriques de l'élément réel.
- Chaque portion de frontière de l'élément de référence correspond à une portion de frontière de l'élément réel.

$$\tau : \xi \longrightarrow x(\xi) = [N(\xi)] \{x_n\}$$

$\{x_n\}$: coordonnées des nœuds géométriques de l'élément réel

$N(\xi)$: fonctions de transformation géométriques

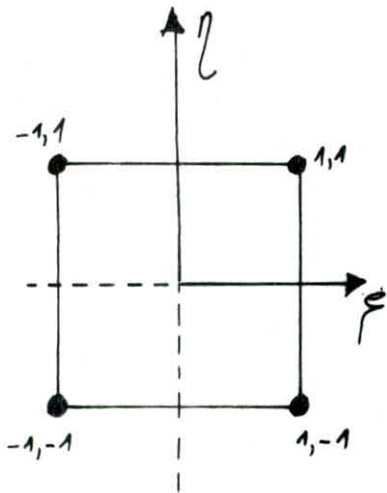
Remarques :

- Les éléments de référence sont parfois appelés éléments parents
- La transformation géométrique τ peut être interprétée comme un simple changement de variables $x \longrightarrow \xi$
- ξ peut être considérée comme un système de coordonnées locales lié à chaque élément.

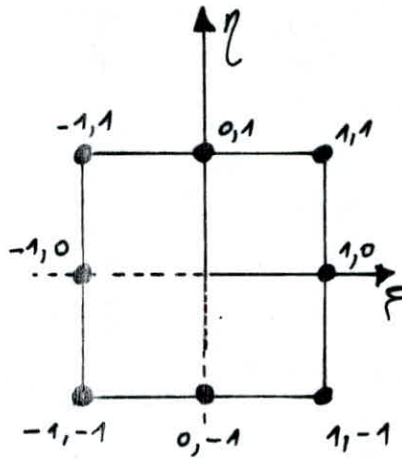
EXEMPLES D'ÉLÉMENTS DE RÉFÉRENCE

Éléments à deux dimensions :

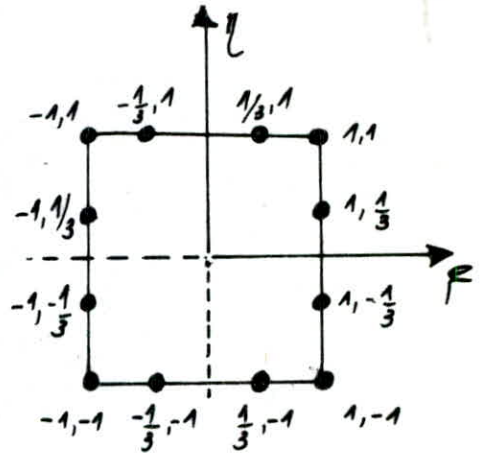
Éléments Carrés



linéaire (4)



quadratique (8)



Cubique (12)

$$V^2 \begin{cases} -1 \leq \xi \leq 1 \\ -1 \leq \eta \leq 1 \end{cases}$$

MATRICE JACOBIENNE

L'existence de deux repères différents l'un de référence, l'autre réel nécessite une matrice jacobienne pour le passage d'un repère à l'autre.

Toutes les expressions qui impliquent des dérivées en x, y, z vont transformées en ξ, η, ζ grâce à la matrice jacobienne

$$\begin{Bmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \\ \partial/\partial \zeta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{Bmatrix}$$

$$\{\delta \xi\} = [J] \{\delta x\} \quad (1)$$

où $[J]$ est la matrice jacobienne de la transformation géométrique.

De la même manière, les dérivées en x d'une fonction s'obtiennent à partir des dérivées en ξ :

$$\begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \\ \partial/\partial \zeta \end{Bmatrix}$$

$$\{\delta x\} = [j] \{\delta \xi\} \quad (2)$$

En portant (2) dans (1) nous obtenons

$$[j] = [J]^{-1}$$

C'est la matrice $[j]$ qui est utilisée en pratique, puisque nous devons exprimer les dérivées de u en x, y, z à partir des dérivées de u en ξ, η, ζ .

APPROXIMATION SUR UN ÉLÉMENT DE RÉFÉRENCE

Nous choisissons sur le domaine V un ensemble de n noeuds d'interpolation de coordonnées x_i .

Sur chaque élément V^e nous utilisons une approximation nodale de la fonction exacte $u_{ex}(x)$.

$$u_{ex}(x) \approx u(x) = \langle N_1(x) \ N_2(x) \ \dots \ N_n(x) \rangle \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \langle N(x) \rangle \{u_n\}$$

ou : x appartient à V^e

u_1, u_2, \dots, u_n sont les variables nodales

$N(x)$ sont les fonctions d'interpolation sur l'élément réel.

$u(x)$ est la fonction approchée.

Remplaçons l'approximation sur l'élément réel par l'approximation correspondante sur l'élément de référence

$$u_{ex}(\xi) \approx u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{u_n\}$$

$$\tau : \xi \rightarrow x(\xi) = [N(\xi)] \{x_n\}$$

$\langle N(\xi) \rangle$ sont les fonctions d'interpolation sur l'élément de référence.

REMARQUES :

- Les fonctions $N(x)$ dépendent des coordonnées des noeuds de l'élément et sont différentes pour chaque élément.
- Les fonctions $N(\xi)$ sont indépendantes de la géométrie de l'élément réel.

CONSTRUCTION DES FONCTIONS $N(\xi)$ et $\bar{N}(\xi)$

a) Choix de la base polynomiale:

La fonction $u(\xi)$ sur l'élément de référence peut s'exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions connues indépendantes $P_1(\xi), P_2(\xi), \dots$ qui sont le plus souvent des monômes indépendants.

$$u(\xi) = \langle P_1(\xi) \ P_2(\xi) \ \dots \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} = \langle P(\xi) \rangle \{a\}$$

L'ensemble des fonctions $P(\xi)$ constitue la base polynomiale de l'approximation.

- Les coefficients $\{a\}$ sont appelés variables généralisées de l'élément par opposition aux variables nodales $\{u_n\}$.
- La relation $u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle \{a\}$ définit l'approximation généralisée par opposition à l'approximation nodale $u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{u_n\}$.

b) Relations entre variables généralisées et variables nodales

$$\{u_n\} = [P_n] \{a\}$$

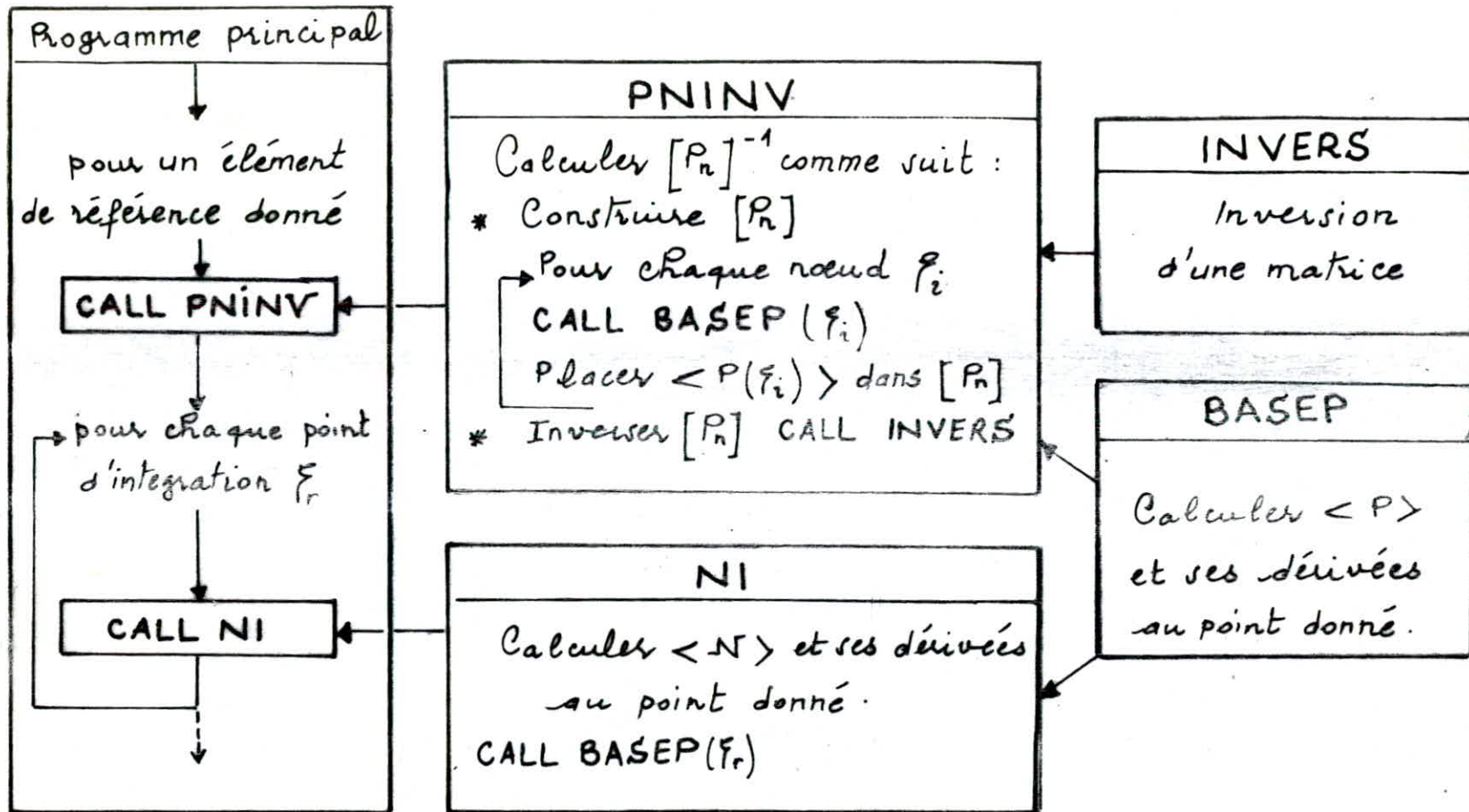
En inversant la matrice nodale $[P_n]$

$$\{a\} = [P_n]^{-1} \{u_n\}$$

c) Expressions des fonctions N et \bar{N}

$$\langle N(\xi) \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1}$$

$$\langle \bar{N}(\xi) \rangle = \langle \bar{P}(\xi) \rangle [\bar{P}_n]^{-1}$$



Enchaînement des sous-programmes de calcul des fonctions N

INTEGRATION NUMERIQUE

Le programme M.E.F utilise l'intégration numérique par la méthode de Gauss.

Le calcul des matrices de rigidité par intégration explicite ne peut être effectué que pour les éléments les plus simples. Par ailleurs, l'intégration exacte peut soulever de sérieuses difficultés pour certains types de problèmes, c'est le cas d'éléments d'ordre élevé, ou isoparamétriques courbes où l'intégration numérique doit être utilisée.

METHODE DE GAUSS :

Dans cette méthode, on ne se donne pas a priori la position des points d'intégration mais on détermine cette position de façon à minimiser l'erreur.

Intégration numérique à 2 dimensions :

Elle consiste à utiliser dans chaque direction ξ et η une intégration numérique à une dimension.

$$\iint_{V_r} f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^r w_i f(\xi_i, \eta_i)$$

(ξ, η) : coordonnées d'un point de l'élément de référence

(ξ_i, η_i) : coordonnées d'un point d'intégration numérique

$f(\xi, \eta)$: fonction à intégrer numériquement

w_i : Poids de Gauss

r : nombres de points d'intégration.

CLASSIFICATION DES SYSTÈMES PHYSIQUES

Un système physique est caractérisé par un ensemble de variables qui peuvent dépendre des coordonnées d'espace $X = (x, y, z)$ et du temps.

Système discret: Un système est discret s'il possède un nombre de degré de liberté fini.

Système continu: Un système est continu s'il possède un nombre de degré de liberté infini.

Système stationnaire: Le système est dit stationnaire si ses variables ne dépendent pas du temps.

Système non stationnaire: Le système est dit non stationnaire si ses variables dépendent du temps.

Système linéaire: Un système est linéaire, si les paramètres $[M]$, $[C]$, $[K]$ et $\{F\}$ sont indépendants de $\{u\}$ et de ses dérivées.

Système non linéaire: Un système non linéaire, si les paramètres $[M]$, $[C]$, $[K]$ et $\{F\}$ dépendent de $\{u\}$ et de ses dérivées.

5_ EQUATIONS DE BASE DE LA MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS

INTRODUCTION :

La théorie technique appelée résistance des matériaux suffit pour analyser le comportement des poutres ou de structures formées de poutres, alors que la mécanique des milieux continus, c'est à dire la théorie de l'élasticité, plasticité et visco-élasticité sont indispensables pour analyser le comportement des structures dans le cas général.

THEORIE DE L'ÉLASTICITÉ

Quand on applique des forces à la surface d'un corps, la dimension et la forme de ce dernier changent, les forces internes s'opposent à ce changement, le corps tend à revenir dans son état initial, lorsque les forces externes sont annulées.

Cette propriété s'appelle élasticité.

Nous dirons qu'un corps est élastique s'il retrouve son état initial après avoir cessé de lui appliquer la sollicitation sous laquelle il s'est déformé.

Equations différentielles de base de l'élasticité linéaire

En élasticité linéaire, on fait appel à l'hypothèse suivante.

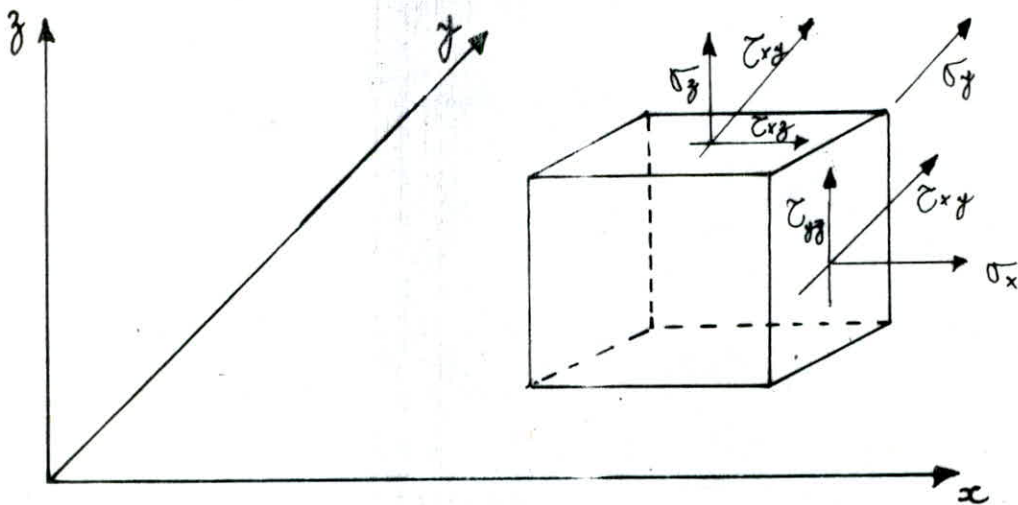
Les déformations sont très petites pour pouvoir avoir des lois de comportement contraintes-déformations linéaires.

La théorie de l'élasticité peut se résumer en trois ensembles d'équations.

- 1 - Equations différentielles de l'équilibre
- 2 - Equations différentielles de déformations - déplacements
- 3 - Lois du comportement des matériaux.

1 - Equations différentielles de l'équilibre

pour un élément de volume $dx dy dz$



$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F(x) = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F(y) = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + F(z) = 0$$

ou $F(F(x), F(y), F(z))$ est la force de volume par unité de volume.

2 - Equations deformations - déplacements

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

En tridimensionnel, il suffit de compléter par les équations suivantes

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

3 - Equations du comportement élastique des matériaux

Ces équations caractérisent les propriétés mécaniques du matériau. Dans l'essai de traction simple d'une éprouvette cylindrique, la partie linéaire du diagramme contrainte - déformation s'exprime algébriquement par la loi de HOOKE $\sigma_x = E \cdot \epsilon_x$

D'une manière générale pour un problème à 3 dimensions les tenseurs contraintes et déformations sont reliés entre eux par la loi de HOOKE s'écrivant matriciellement dans ce cas comme suit.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix}$$

λ et μ sont les coefficients de LAME

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad , \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

E : module de Young

ν : Coefficient de Poisson.

Pour un milieu à 2 dimensions

— En contrainte plane : ($\tau_{xy} = 0$, $\tau_{yz} = 0$, $\sigma_z = 0$)

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

— En déformation plane : ($\gamma_{xz} = 0$, $\gamma_{yz} = 0$, $\varepsilon_z = 0$)

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

6. FORMULATION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT

La loi fondamentale de la dynamique, reliant les forces aux accélérations s'écrit :

$$\sum \text{forces appliquées} = M \cdot \vec{a}$$

Les forces appliquées sont :

F_1 : force de rigidité élastique interne s'opposant aux déplacements

$$F_1 = -K u$$

F_2 : force d'amortissement s'opposant aux vitesses

$$F_2 = -C \dot{u}$$

F_3 : force extérieure (du séisme)

$$F_3 = F(t)$$

L'équation du mouvement s'écrit

$$F_1 + F_2 + F_3 = M \ddot{u}$$

$$-K u - C \dot{u} + F(t) = M \ddot{u}$$

d'où

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = F(t)$$

\ddot{u} : accélération

\dot{u} : vitesse

u : déplacement de la masse

NOTION D'ÉLÉMENT FINI

C'est l'idéalisation pratique d'un système avec un nombre fini de coordonnées discrètes du déplacement.

Les déplacements des points nodaux sont dans ce cas pris comme coordonnées généralisées de la structure.

FORMULATION MATRICIELLE

Tout système de forces internes ou externes peut s'exprimer comme la somme vectorielle de ces composantes suivant les coordonnées généralisées choisies.

- Si on impose une déformation généralisée unitaire, cette déformation provoquera des forces dans toutes les coordonnées, soit $-K_{ij}$ la composante de cette force suivant la $j^{\text{ème}}$ coordonnée, on définit ainsi une matrice $[K]$ matrice de rigidité
- Si on impose une vitesse de déformation unitaire en i , elle provoquera les forces d'amortissements dans toutes les coordonnées, du type $-C_{ij}$ suivant la coordonnée j . On définit donc $[C]$ matrice d'amortissement
- Si enfin on impose une accélération unitaire suivant la coordonnée généralisée i , il apparaîtra en j une force d'inertie $-M_{ij}$.
La matrice $[M]$ des termes M_{ij} est appelée matrice d'inertie (matrice masse)

Les trois matrices $[K]$, $[C]$, $[M]$ sont carrées et symétriques

Enfin l'équation peut s'écrire sous la forme matricielle

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F(t)\}$$

$[M]$: matrice masse

$[C]$: matrice d'amortissement

$[K]$: matrice de rigidité

$\{u\}$: vecteur global des déplacements nodaux

$\{\dot{u}\}$: vecteur global de la première dérivée de u par rapport au temps

$\{\ddot{u}\}$: vecteur global de la seconde dérivée de u par rapport au temps

$\{F(t)\}$: vecteur global des sollicitations (seisme)

7 - CALCUL DES MATRICES ELEMENTAIRES

(Element quadratique à 8 nœuds)

Calcul de la matrice rigidité

Pour un matériau isotrope en état de déformation plane, la loi du comportement s'écrit

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}$$

En milieu élastique

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Donc $[D]$ est la matrice qui relie les contraintes et les déformations.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{u_n\}$$

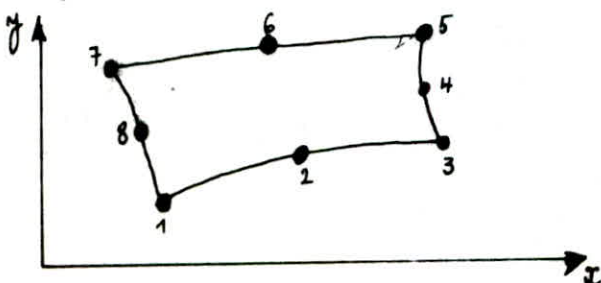
$$\begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{Bmatrix} = [N] \{\delta u_n\}$$

(u, v) sont les déplacements d'un point

$\{u_n\}$ sont les variables nodales d'un élément

$\{\delta u, \delta v\}$ sont les variations des déplacements

$\{\delta u_n\}$ sont les variations des variables nodales d'un élément



$\left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ Nœuds} \\ 16 \text{ degrés de liberté} \\ 2 \text{ degrés de liberté par nœud} \end{array} \right.$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_8 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_8 \end{bmatrix}$$

où $N_1 \dots N_8$ sont les fonctions d'interpolation

$$\{u_n\} = \{u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ \dots \ u_8 \ v_8\}$$

$$\{\delta u_n\} = \{\delta u_1 \ \delta v_1 \ \delta u_2 \ \delta v_2 \ \delta u_3 \ \delta v_3 \ \dots \ \delta u_8 \ \delta v_8\}$$

$$[K]_{16 \times 16} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det(J) d\xi d\eta$$

$$\text{où } [B] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & \dots & N_{8,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & \dots & 0 & N_{8,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & \dots & N_{8,y} & N_{8,x} \end{bmatrix}$$

$$N_{i,x} = \delta_{11} N_{i,\xi} + \delta_{12} N_{i,\eta}$$

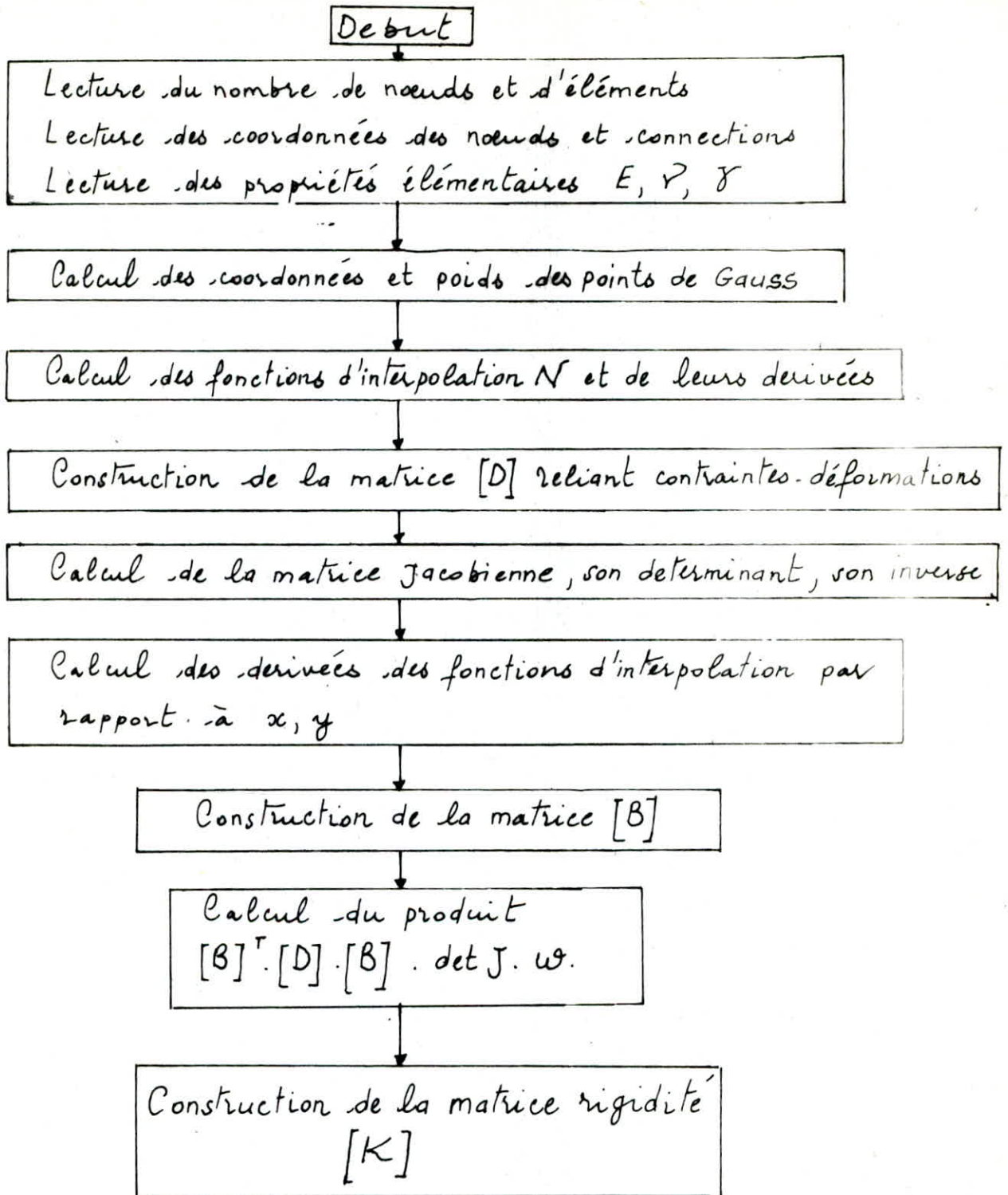
$$j = 1, 2, \dots, 8$$

$$N_{i,y} = \delta_{21} N_{i,\xi} + \delta_{22} N_{i,\eta}$$

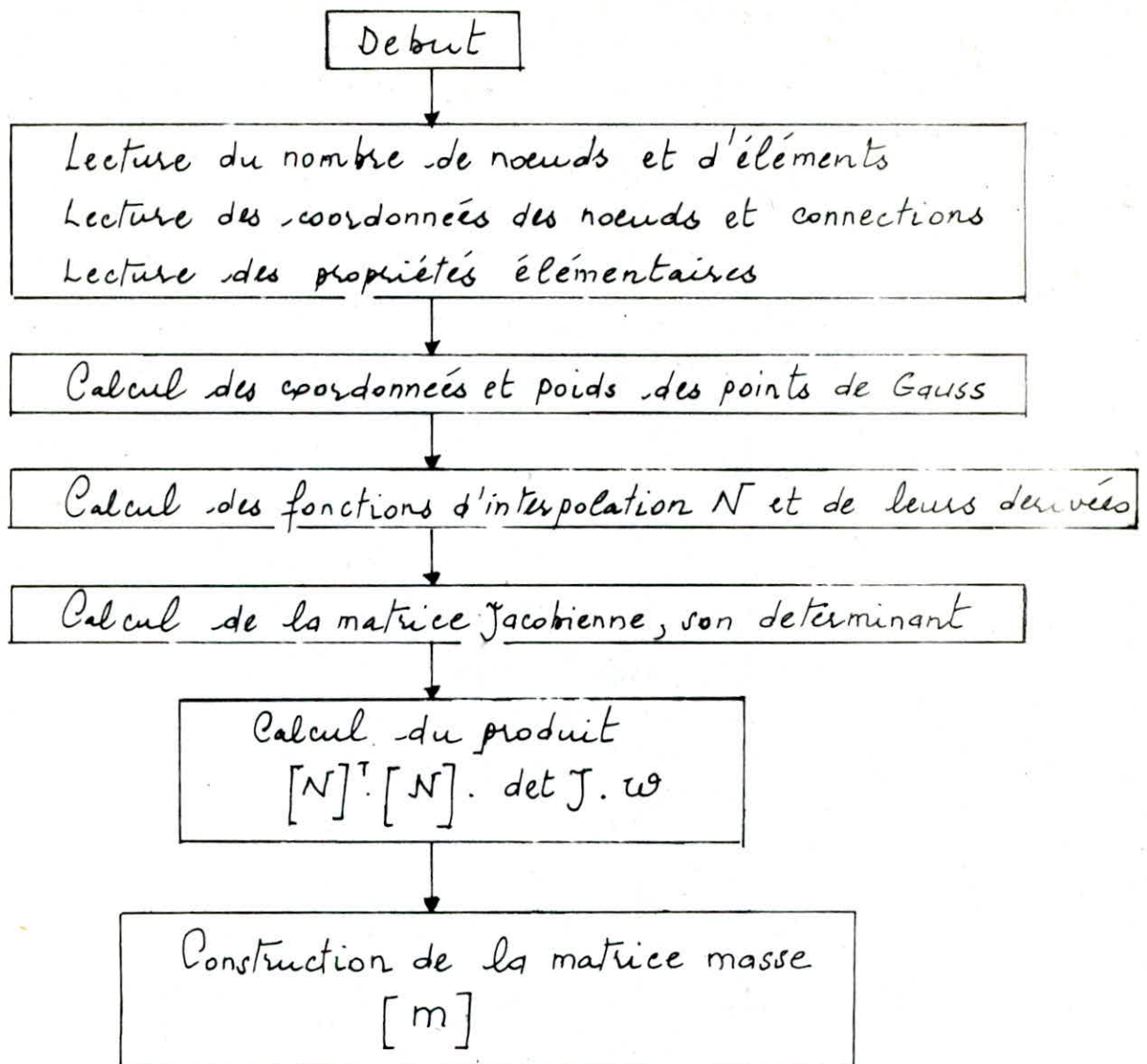
Calcul de la matrice masse

La matrice masse s'écrit :

$$[m] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T [N] \det(J) d\xi d\eta$$



Organigramme de calcul de la matrice rigidité élémentaire



Organigramme de calcul de la matrice masse élémentaire

8 - RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME

Compte tenu de la nature aléatoire, de l'excitation $F(t)$ provoquée par le seisme, l'étude de la réponse du barrage en fonction du temps exige une intégration numérique des équations du mouvement.

On peut procéder pour la résolution du système d'équations par plusieurs méthodes (différences finies centrales, pas à pas, superposition modale ..)

Vu la simplicité de cette dernière, on procède à la résolution de notre système d'équations (système linéaire, non stationnaire) par la méthode de superposition modale, qui nécessite le calcul des valeurs propres et vecteurs propres.

Calcul des valeurs propres et vecteurs propres

Résoudre un problème de valeurs propres, consiste à trouver des couples $\lambda_i, \{x_i\}$ qui satisfont la relation suivante :

$$[K] \{x_i\} = \lambda_i [M] \{x_i\} \quad (1)$$

Ce type de problème apparaît par exemple dans le cas de vibration d'une structure.

La détermination des modes propres de vibration conduit à la relation (1) dans laquelle :

$[K]$: est la matrice rigidité de la structure

$[M]$: est la matrice masse

$\{x_i\}$: est le vecteur des déplacements de la structure définissant le $i^{\text{ème}}$ mode propre de vibration.

$\lambda_i = \omega_i^2$: est le carré de la pulsation correspondante.

Valeurs propres :

Il existe n valeurs propres réelles λ_i , qui satisfont la relation.

$$([K] - \lambda[M]) \{x\} = 0 \quad (2)$$

Il n'existe des vecteurs $\{x\}$ non nuls satisfaisant la relation (2) que si $[K] - \lambda[M]$ est singulière.

$$\det([K] - \lambda[M]) = P(\lambda) = 0$$

Cette expression est un polynôme d'ordre n en λ .

La recherche des valeurs propres λ_i est donc identique à la recherche des racines d'un polynôme d'ordre n .

Il n'existe pas de méthode directe pour $n > 4$, donc il faut utiliser des méthodes itératives.

Vecteurs propres :

A chaque valeur λ_i correspond un vecteur propre

$\{x_i\}$ solution de

$$([K] - \lambda_i[M]) \{x_i\} = 0$$

Resolution du système par la méthode de superposition modale

Principe de la méthode :

La réponse totale de la structure est la somme des réponses des modes propres pris séparément.

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

Cette méthode transforme le système couplé supposé linéaire (1), en un système découplé grâce à la transformation $\{u(t)\} = [X] \{v(t)\}$

où la matrice de transformation $[X]$ est constituée par les n vecteurs propres $\{x_i\}$ définis par

$$([K] - \lambda_i [M]) \{x_i\} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$[X] = [\{x_1\} \{x_2\} \dots \{x_n\}]$$

La matrice $[X]$ satisfait les relations d'orthogonalité

$$\begin{aligned} [X]^T [M] [X] &= [I] \\ [X]^T [K] [X] &= [\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \dots & \lambda_2 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Après la transformation le système devient

$$\ddot{v}(t) + [X]^T [C] [X] \{\dot{v}(t)\} + [\lambda] \{v(t)\} = \{\bar{F}(t)\}$$

Ce système n'est découplé que dans l'une des hypothèses suivantes :

- La matrice d'amortissement $[C]$ est nulle.
- La matrice $[C]$ peut être définie comme une combinaison linéaire de $[M]$ et $[K]$

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

Alors $[X]^T [C] [X] = \alpha[I] + \beta[\lambda]$

La matrice $[X]^T [C] [X]$ peut être remplacée par une matrice diagonale de la forme :

$$\begin{bmatrix} 2 \xi_1 \omega_1 & & & 0 \\ & 2 \xi_2 \omega_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & 2 \xi_i \omega_i & \dots \\ 0 & & & & \dots \end{bmatrix} ; \omega_i = \sqrt{\lambda_i}$$

Le coefficient ξ_i étant le rapport de l'amortissement du mode i sur son amortissement critique $2\omega_i$.

$$\xi_i = \frac{[C]}{2[M]\omega_i} = \frac{\alpha[M] + \beta[K]}{2[M]\omega_i} = \frac{\alpha + \beta \frac{[K]}{[M]}}{2\omega_i}$$

$$\xi_i = \frac{\alpha + \beta \omega_i}{2\omega_i}$$

Lorsque les équations sont découplées elles s'écrivent :

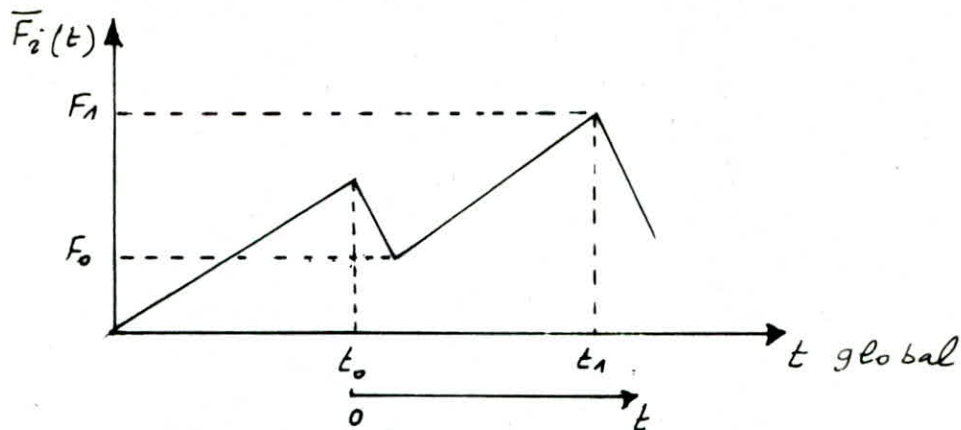
$$\ddot{V}_i(t) + 2\omega_i \xi_i \dot{V}_i(t) + \omega_i^2 V_i(t) = \bar{F}_i(t)$$

La solution générale s'exprime sous la forme de l'intégrale de DUHAMEL en supposant $t_0 = 0$

$$V_i(t) = e^{-\xi_i \omega_i t} (\alpha_1 \sin \bar{\omega}_i t + \alpha_2 \cos \bar{\omega}_i t) + \frac{1}{\omega_i} \int_0^t e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \sin \bar{\omega}_i (t-\tau) \cdot \bar{F}_i(\tau) d\tau$$

$$\bar{\omega}_i = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$$

Le vecteur $\{\bar{F}_i(t)\}$ est souvent défini dans la pratique sous une forme linéaire en t sur des intervalles.



$$\bar{F}_i(t) = F_0 + \frac{F_1 - F_0}{t_1 - t_0} t = a + b t \quad \text{pour } 0 \leq t \leq t_1 - t_0$$

Dans ce cas, la solution est

$$V_i(t_0 + t) = a_0 + a_1 t + e^{-\xi_i \omega_i t} (a_2 \cos \bar{\omega} t + a_3 \sin \bar{\omega} t)$$

$$a_0 = \frac{a}{\omega_i^2} - 2 \frac{\xi_i b}{\omega_i^3} \quad ; \quad a_1 = \frac{b}{\omega_i^2}$$

$$a_2 = V_i(t_0) - a_0 \quad ; \quad a_3 = \frac{1}{\bar{\omega}_i} (\dot{V}_i(t_0) + \xi_i \omega_i a_0 - a_1)$$

La solution s'obtient en superposant les modes de la façon suivante :

$$\{u\} = [X] \{V_i(t)\}$$

avec $[X]$: matrice des vecteurs propres

$\{V_i(t)\}$: matrice des coordonnées généralisées de déplacement pour chaque mode de vibration

On répète l'opération pour tous les modes naturels, de façon à obtenir l'histoire des déplacements en chaque point nodal.

Calcul des coefficients α et β

La matrice d'amortissement peut s'écrire suivant le modèle Rayleigh simplifié.

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

$$\begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_2} & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{1}{2\omega_1} \alpha + \frac{\omega_1}{2} \beta \\ \xi_2 = \frac{1}{2\omega_2} \alpha + \frac{\omega_2}{2} \beta \end{cases}$$

- avec ξ_i : fraction d'amortissement critique du matériau

ω_i : pulsation propre pour les différentes charges

Pour un barrage en terre $\xi_1 = \xi_2 \approx 0,15$ vs $0,20$

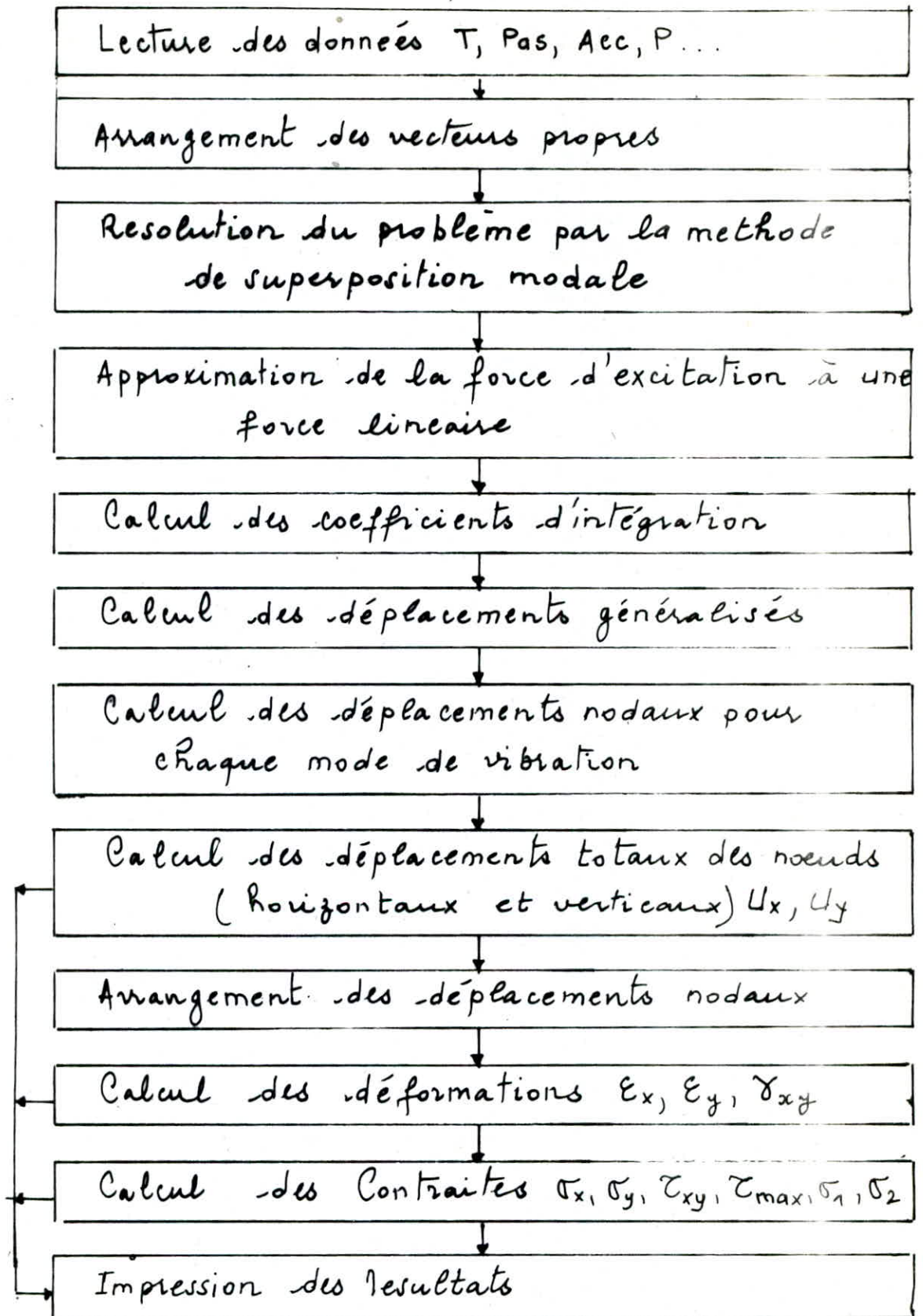
- La pulsation propre amont-aval $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$

- avec $T_1 \approx 0,50 \frac{H}{100}$ (OKAMOTO)

- La pulsation propre verticale $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$

- avec $T_2 \approx 0,36 \frac{H}{100}$

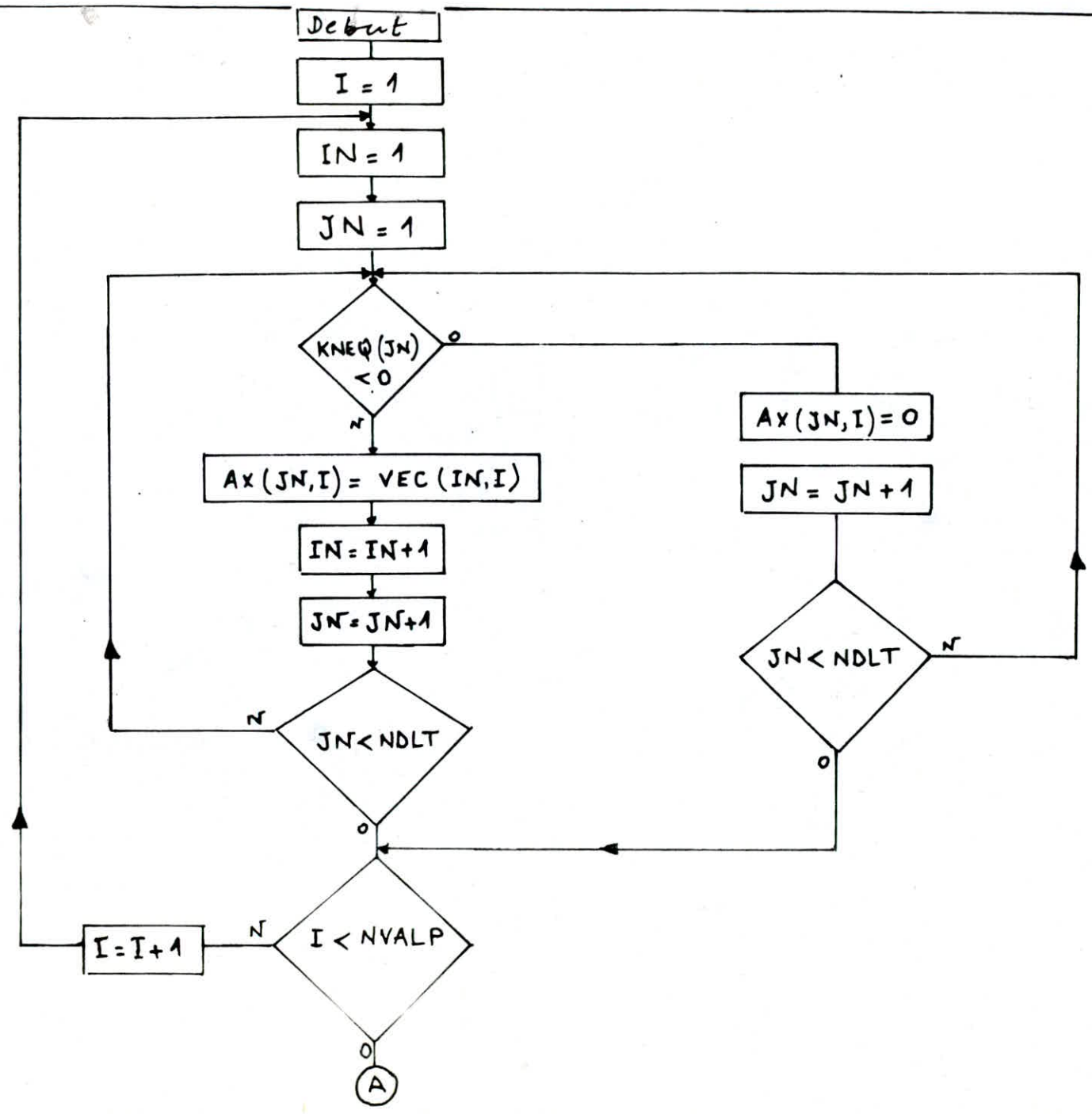
H : est la hauteur du barrage.



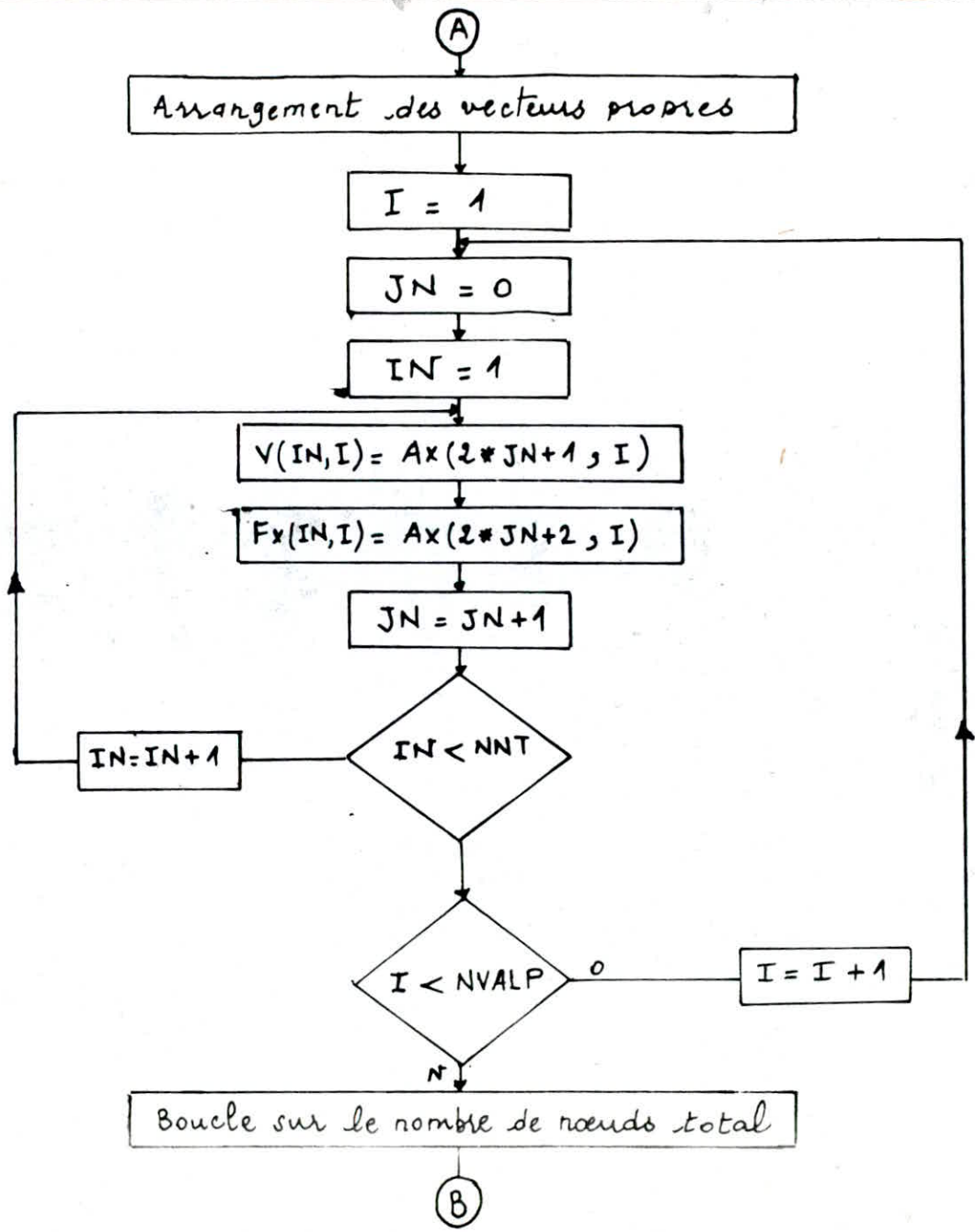
Etapes de resolution du problème

9 - ORGANIGRAMME
DE
RÉSOLUTION

-84-



-64-



ⓑ

Résolution du problème par la méthode de superposition modale

$IN = 1$

Initialisation des coefficients d'intégration

$I = 1$

$U_0(I) = 0$

$V_0(I) = 0$

$I < NVALP$

$I = I + 1$

Initialisation du temps

$T_0 = 0$

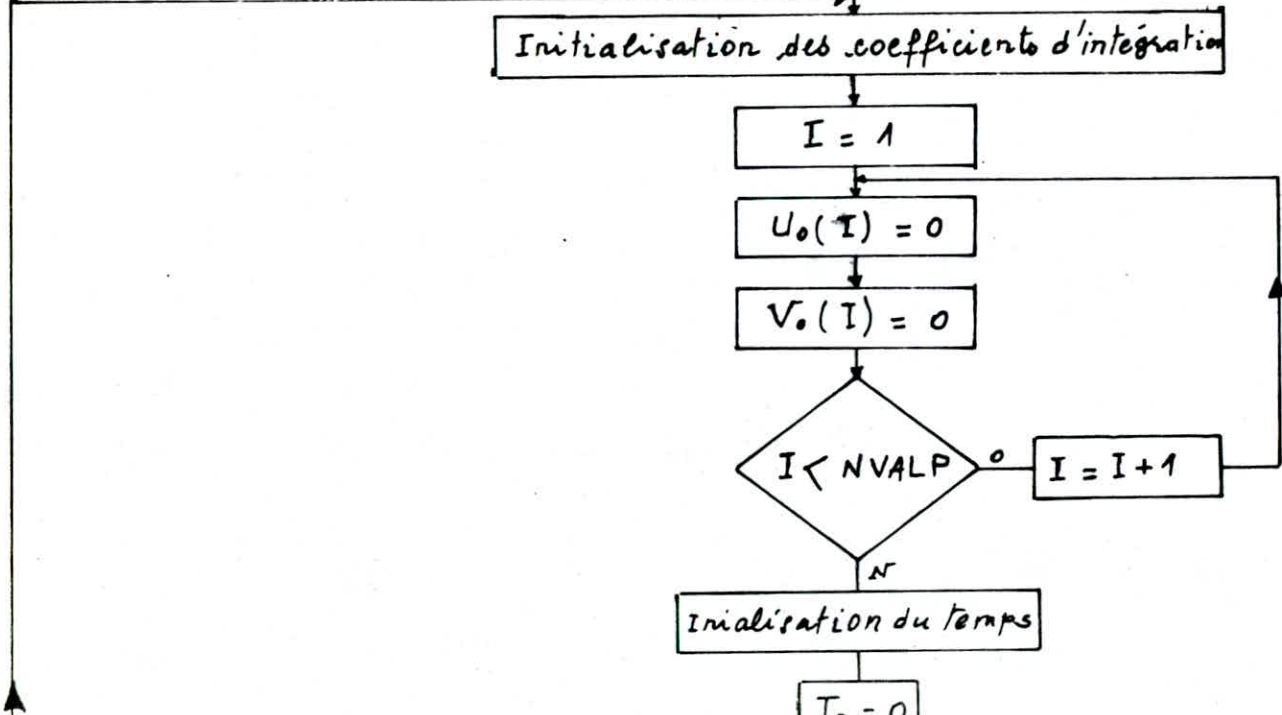
$T = P/4$

Approximation de la force d'excitation à une force linéaire

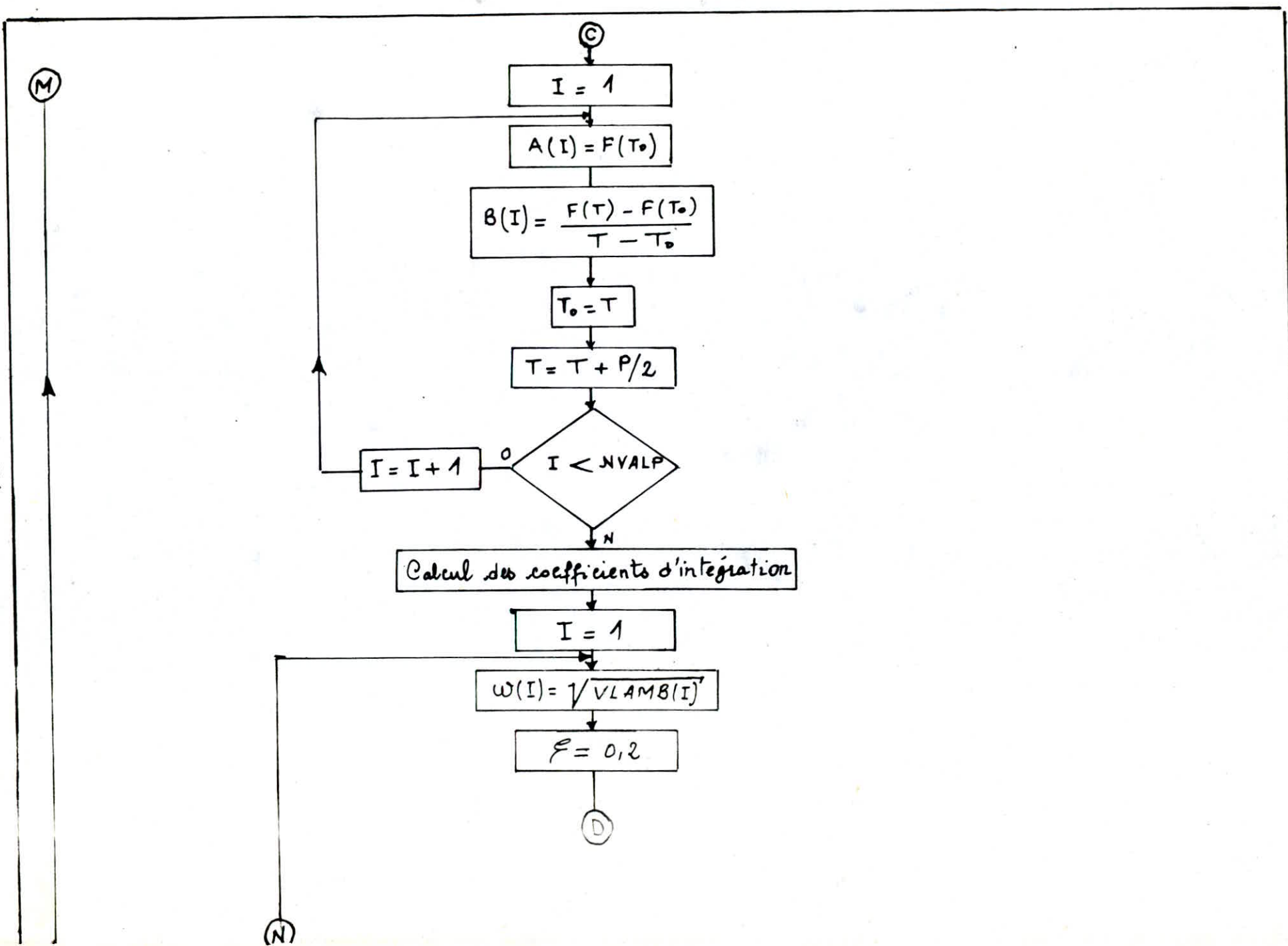
ⓒ

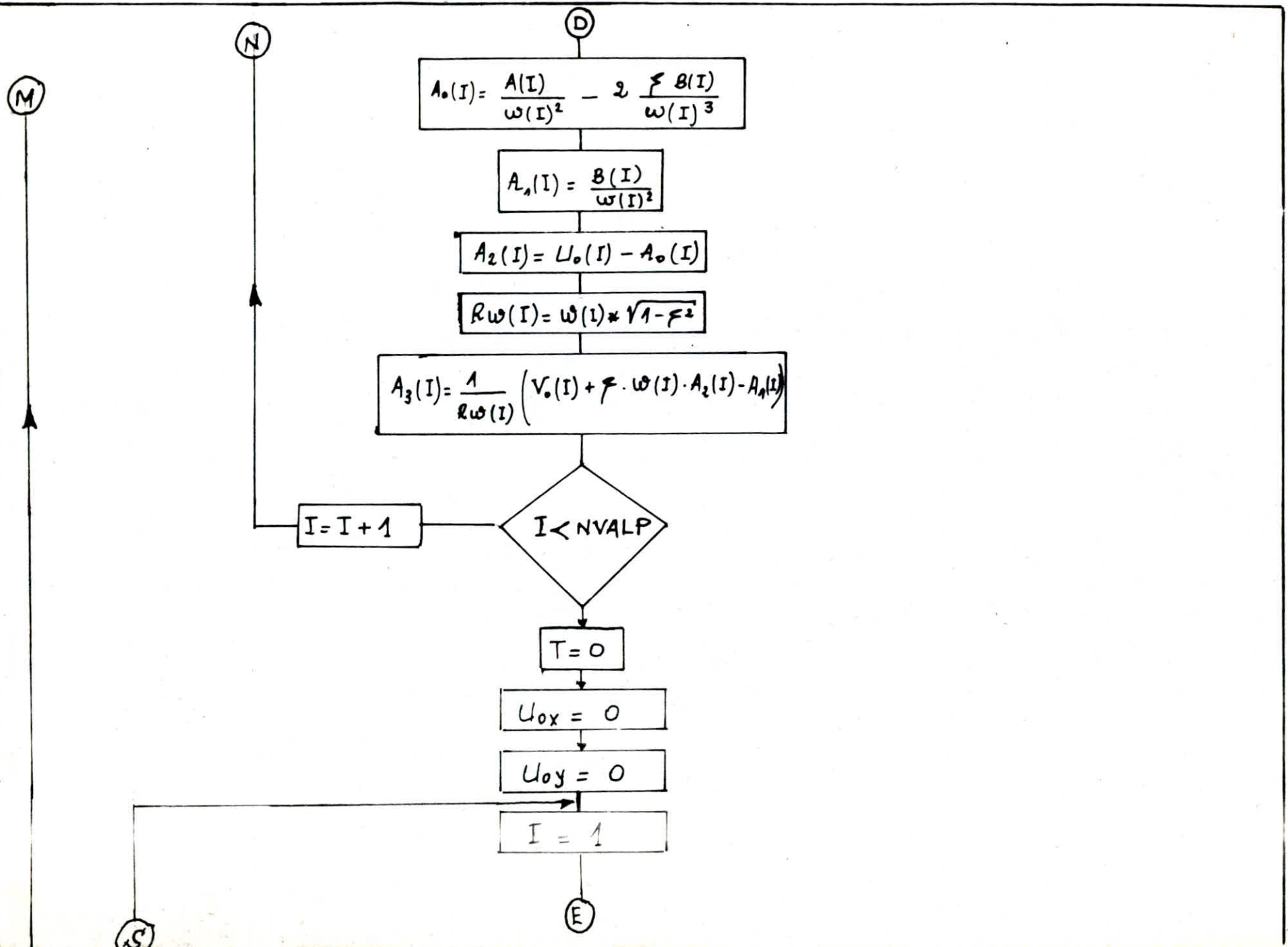
Ⓜ

-50-

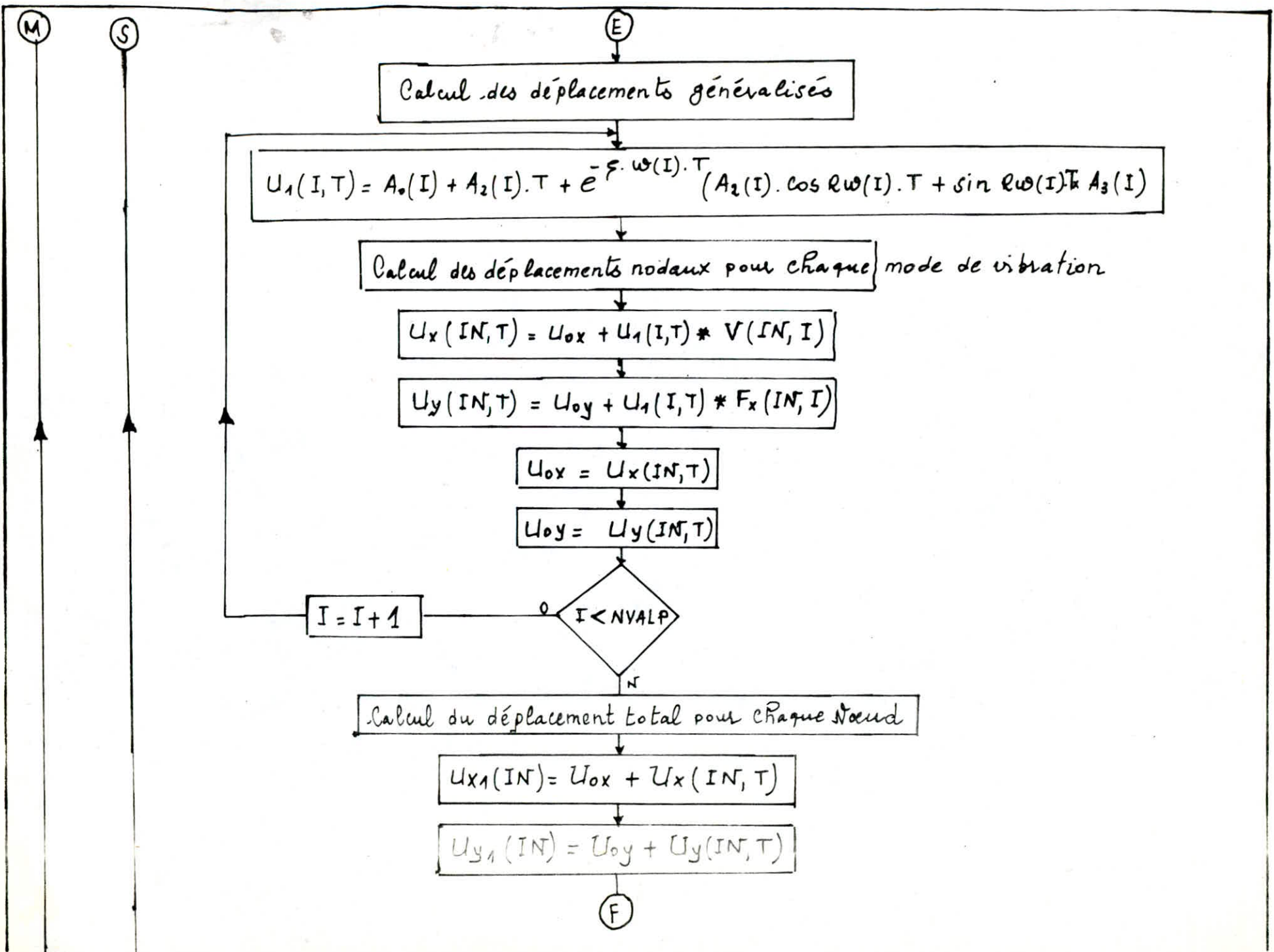


-51-





53-



Calcul des déplacements généralisés

$$U_1(I, T) = A_0(I) + A_2(I) \cdot T + e^{-\xi \omega(I) \cdot T} (A_2(I) \cdot \cos \omega(I) \cdot T + \sin \omega(I) \cdot T \cdot A_3(I))$$

Calcul des déplacements nodaux pour chaque mode de vibration

$$U_x(IN, T) = U_{0x} + U_1(I, T) * V(IN, I)$$

$$U_y(IN, T) = U_{0y} + U_1(I, T) * F_x(IN, I)$$

$$U_{0x} = U_x(IN, T)$$

$$U_{0y} = U_y(IN, T)$$

I = I + 1

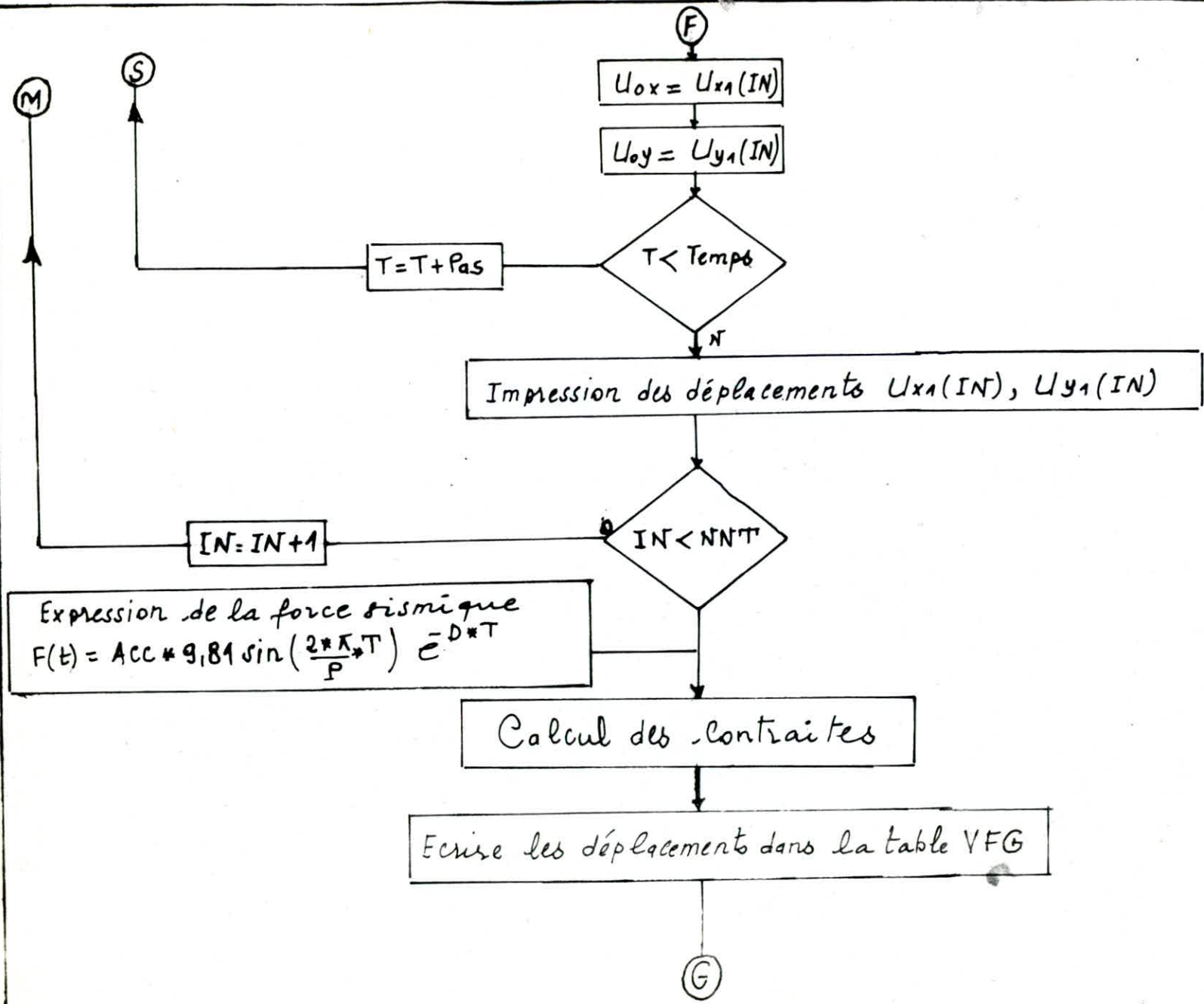
I < NVALP

Calcul du déplacement total pour chaque Noeud

$$U_{x1}(IN) = U_{0x} + U_x(IN, T)$$

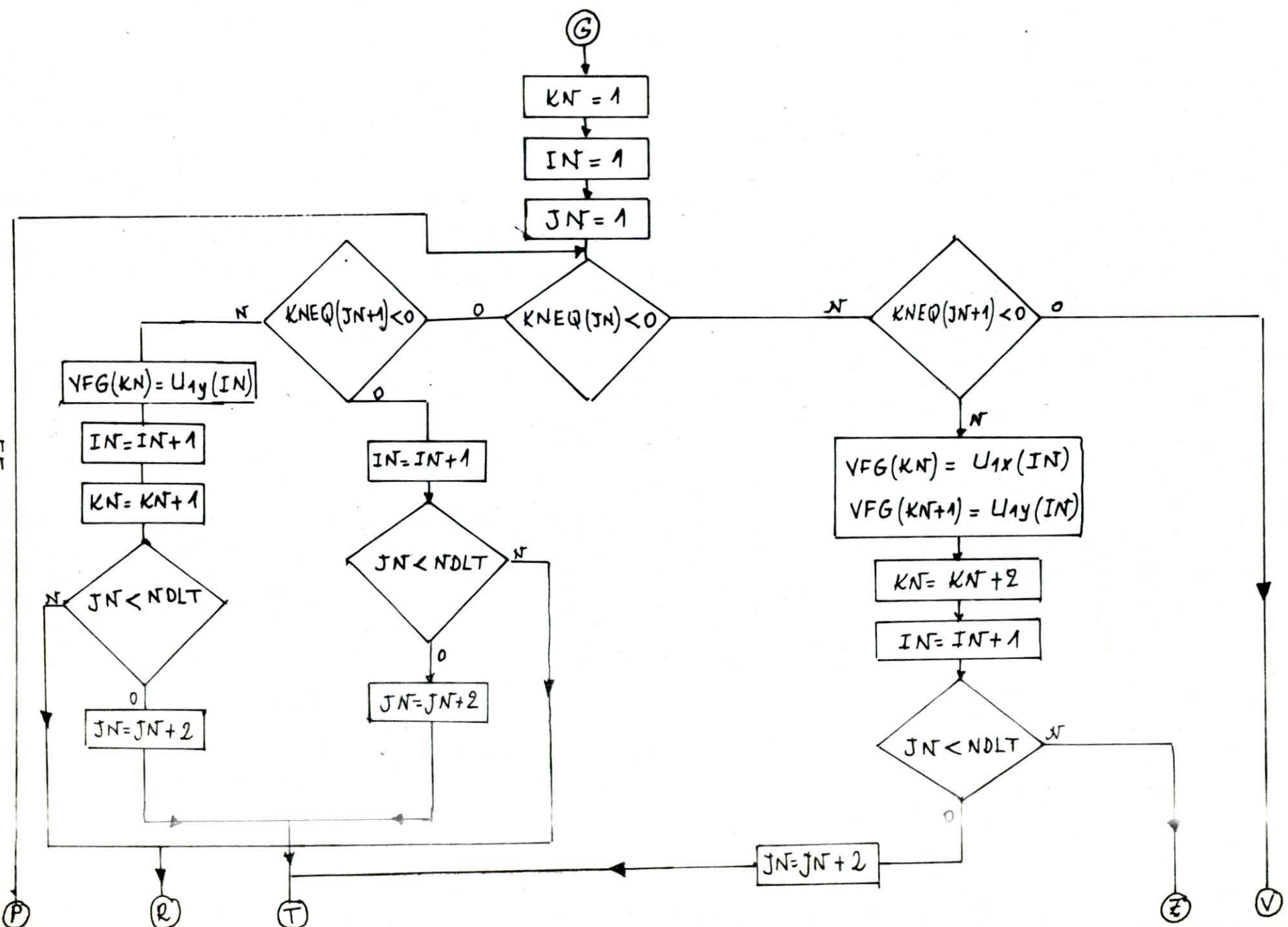
$$U_{y1}(IN) = U_{0y} + U_y(IN, T)$$

F

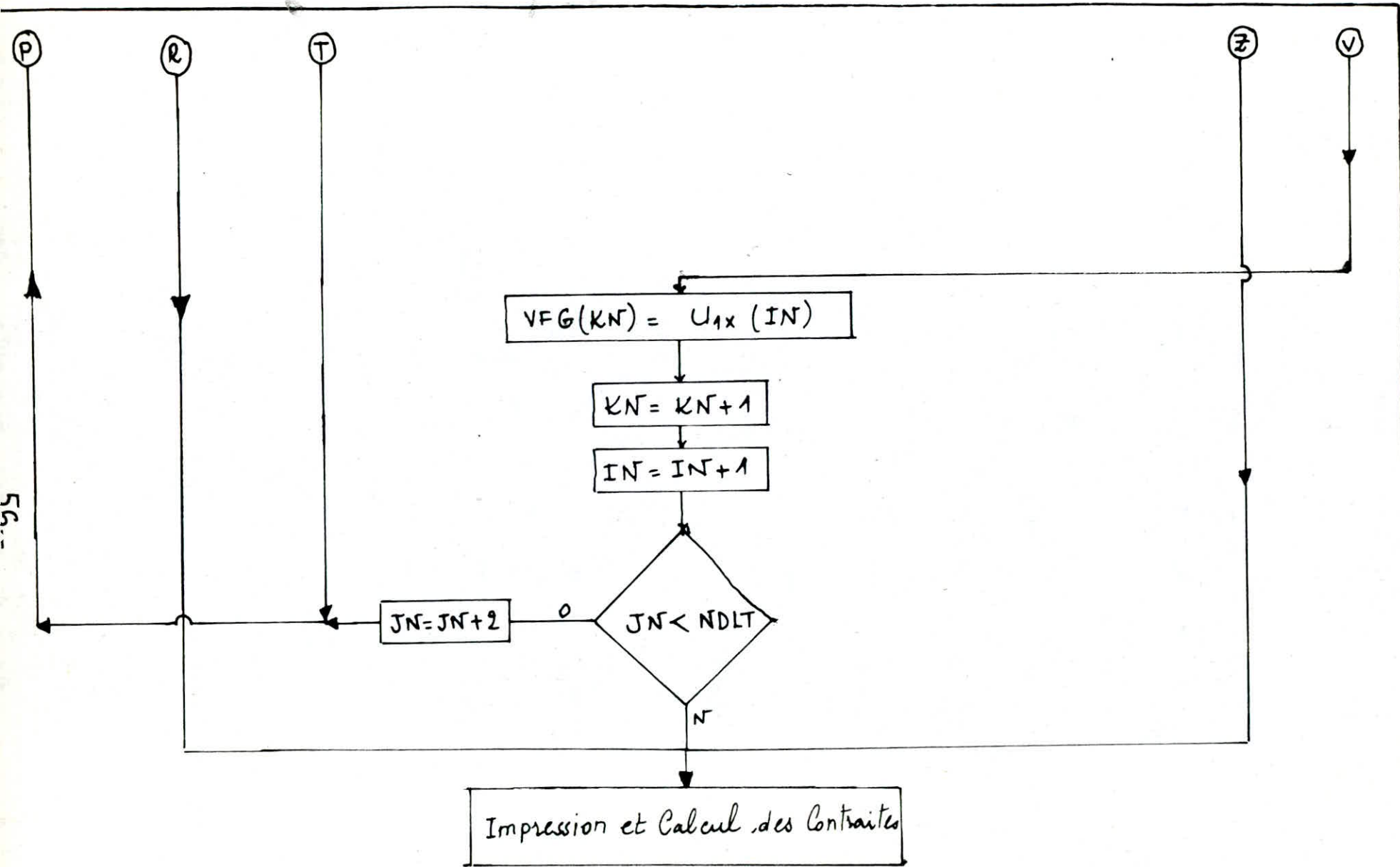


54-

-55-



55.



10 - PRESENTATION DU PROGRAMME M.E.F

Le programme M.E.F dans lequel nous avons développé la résolution de notre problème est un programme Franco-Canadien établi par Gouri DHATT et Gilbert TOUZOT écrit en langage FORTRAN.

Il traite des problèmes variés concernant des domaines différents (élasticité linéaire ou non, fluides, problèmes harmoniques...etc)

En outre, il inclue les possibilités suivantes

- Problèmes à une, deux ou trois dimensions.
- Nombre de degrés de liberté différent en chaque noeud
- Matrices élémentaires et globales symétriques ou non symétriques
- Problèmes linéaires ou non linéaires
- Problèmes stationnaires ou non stationnaires
- Problèmes de valeurs propres

En ce qui concerne les problèmes de taille importante, le programme crée des tables dans une mémoire secondaire (fichiers sur disque) et n'amène en mémoire centrale qu'une partie de chaque table à un instant donné.

Cette organisation des tables peut devenir très complexe et implique des techniques informatiques sophistiquées. Elle constitue la phase de structuration des données du programme d'éléments finis.

Le programme M.E.F est structuré de la manière modulaire suivante.

1 - ORGANISATION DES DONNÉES

- Création des tables de coordonnées et connectivités
- Création des tables contenant des paramètres connus liés à des éléments ou à des nœuds (propriétés élémentaires et propriétés nodales).
- Création des tables définissant les conditions aux limites

2 - OPÉRATIONS CORRESPONDANT A CHAQUE ÉLÉMENT

- Détermination des coordonnées et poids des points de Gauss (points d'intégration)
- Calcul des fonctions d'interpolation et de leurs dérivées.
- Calcul de la matrice jacobienne, de son inverse et de son déterminant.
- Construction des matrices et vecteurs élémentaires.

3 - OPÉRATIONS D'ASSEMBLAGE

- Assemblage d'un vecteur ou d'une matrice élémentaire dans un vecteur ou une matrice globale.

4 - RÉOLUTION

- Décomposition et résolution d'un système d'équations linéaires

5 - IMPRESSION DES RESULTATS

- Impression des variables nodales et des divers résultats additionnels : gradients, réactions, ... etc.

DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROGRAMME MEF

Le programme général est composé de deux parties :

1 - Blocs fonctionnels de lecture des données

Les blocs fonctionnels de MEF destinés à la lecture et à l'organisation des données sont

Nom	Fonction
IMAG	Impression de toutes les données
COMT	lecture et impression de commentaires
COOR	lecture des coordonnées des nœuds
DLPN	lecture des nombres de degrés de liberté par nœud
COND	lecture des conditions aux limites
PRND	lecture des propriétés nodales
PREL	lecture des propriétés élémentaires
ELEM	lecture des connectivités
SOLC	lecture des sollicitations concentrées

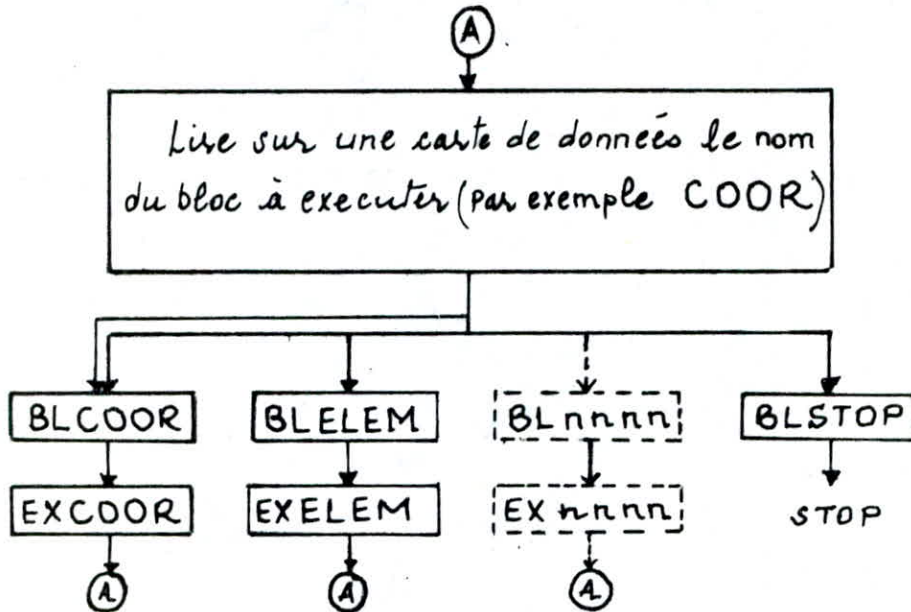
2 - Blocs fonctionnels d'exécution

Les blocs fonctionnels de MEF destinés à l'exécution sont :

Nom	Fonction
SOLR	Assemblage des sollicitations réparties
LINM	Résolution d'un problème linéaire avec matrice globale en mémoire centrale.
LIND	Résolution d'un problème linéaire avec matrice globale sur disque.
NLIN	Résolution d'un problème non linéaire stationnaire.
TEMP	Résolution d'un problème non stationnaire linéaire ou non.
VALP	Calcul des valeurs propres.

ENCHAINEMENT DES BLOCS FONCTIONNELS

Le programme principal enchaîne l'exécution des blocs fonctionnels sous le contrôle de l'utilisateur, en appelant les sous-programmes correspondant à chaque bloc.



Le sous programme BLnnnn exécute les opérations préliminaires suivantes du bloc 'nnnn' :

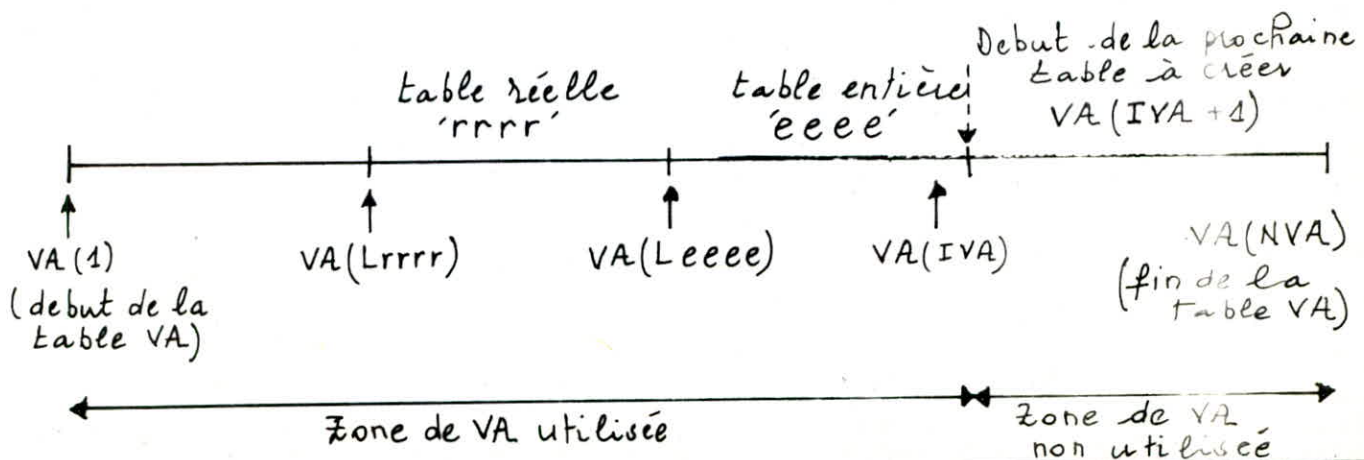
- Définition des numéros logiques des fichiers sur disque utilisés par le bloc
- Lecture des paramètres de contrôle nécessaires en particulier pour déterminer la taille des tables du bloc
- Création de nouvelles tables nécessaires en utilisant la technique d'allocation pseudo-dynamique.
- Appellation du sous-programme EXnnnn, qui exécute toutes les opérations que doit effectuer le bloc fonctionnel 'nnnn'

ALLOCATION PSEUDO-DYNAMIQUE DES TABLES

Le langage FORTRAN ne permet pas de définir dynamiquement la dimension des tables en cours d'exécution.

Pour éviter de changer les dimensions des tables lorsque la nature et la taille du problème varient, la technique suivante d'allocation pseudo-dynamique est utilisée.

- Les tables volumineuses sont dimensionnées comme des vecteurs et non pas comme des matrices.
- Toutes les tables entières ou réelles sont placées séquentiellement dans une table unique VA.
- Chaque table 'tttt' est repérée par la position 'Ltttt' de son premier terme dans VA.
- La dimension totale de l'ensemble des tables est limitée par la dimension VA qui est définie dans le programme principal sous la forme :
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{COMMON VA}(20000) \\ \text{NIVA} = 20000 \end{array} \right.$$
- Les pointeurs Ltttt de chacune des tables sont conservés dans le COMMON : COMMON/LOC/LCORG, LDLNC, ...
- La création d'une table est effectuée par le sous-programme ESPACE
- La suppression d'une table est effectuée par le sous-programme VIDE.



NORMES DE PROGRAMMATION

Lorsque on veut développer ou modifier un programme, il est nécessaire de suivre les normes de programmation. Dans le programme MEF, les règles adoptées sont les suivantes.

a) BLOCS FONCTIONNELS :

Chaque bloc fonctionnel a un nom de 4 caractères 'nnnn'.

Il lui correspond en général un sous-programme de préparation BLnnnn, un sous-programme d'exécution EXnnnn, et un COMMON/nnnn/.

b) TABLES

Une table a un nom, en général de 4 lettres : 'tttt'.

Son premier terme se trouve en VA (Ltttt)

Son nom dans les sous-programmes d'exécution est :

- Vtttt pour une table réelle (par ex: VCORG)
- Ktttt pour une table entière (par ex: KLOCE)

c) VARIABLES

La première lettre des noms des variables caractérise la nature des variables :

V.... Tables réelles

K.... Tables entières

L... Position du début d'une table dans VA

N... Paramètres caractéristiques du problème

Exemple : NNT nombre de noeuds total

NNEL nombre de noeuds maximum par élément

I..., J.... Paramètres variables du problème ou indices de boucle

Exemple : INEL nombre de noeuds d'un élément donné

ID, JD indices de boucle sur les degrés de liberté

IN, JN indices de boucles sur les noeuds.

ORGANISATION DES DONNÉES

Le programme MEF inclut des blocs fonctionnels spécialisés dans la lecture, la vérification et l'organisation des données par exemple :

- Le bloc 'COOR' lit les coordonnées des noeuds et le nombre de degrés de liberté de chaque noeud.
Après vérifications, il crée les tables :
VCORG (coordonnées des noeuds) et KDLNC (nombre de degrés de liberté de chaque noeud).
- Le bloc 'COND' lit les conditions aux limites et crée les tables KNEQ (numéro d'équation de chaque degré de liberté) et VDIMP (valeurs des degrés de liberté imposés)
- Le bloc 'ELEM' lit les connectivités et autres caractéristiques des éléments, puis il crée un fichier contenant toutes ces informations.
De plus ce bloc crée la table KLD (localisation des débuts de colonne de la matrice globale).
..... etc

DESCRIPTION DES TABLES PRINCIPALES

Les différentes tables construites par MEF sont classées en 3 groupes.

- a) Les tables globales sont utilisées par la majorité des blocs fonctionnels ; elles contiennent la description générale du problème et du système d'équations correspondant.
- b) Les tables élémentaires décrivent un élément donné ; elles sont utilisées par les sous-programmes de calcul des matrices et vecteurs élémentaires.
- c) Les tables locales sont utilisées par un bloc particulier.

CRÉATION D'UN NOUVEAU BLOC

Pour insérer dans le programme principal un nouveau bloc fonctionnel (comme notre cas) nommé par exemple 'PLUS' il faut :

- ajouter le nom PLUS dans la table BLOCS définie par ordre DATA
- identifier l'adresse correspondante dans l'instruction
- remplacer l'instruction inutile
X CONTINUE

par :

```
C ..... BLOC 'PLUS'  
X CALL BLPLUS  
GOTO 10
```

- Par ailleurs, on doit ajouter à MEF le sous-programme BLPLUS

PROGRAMME PRINCIPAL

Le programme principal est composé de deux parties

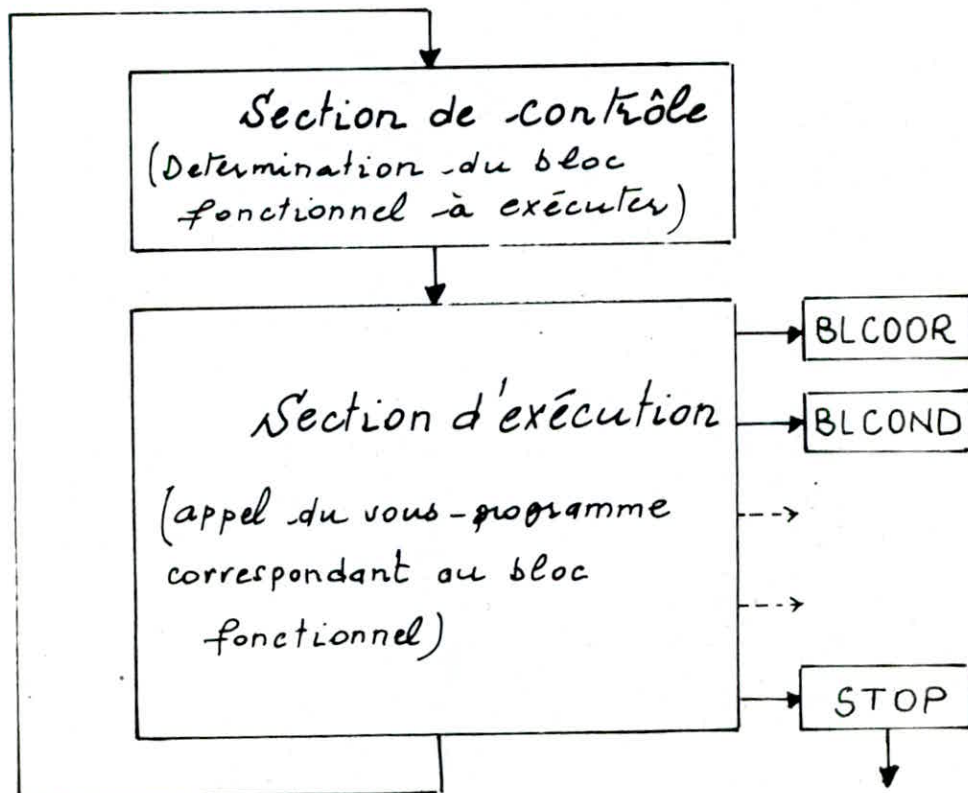
a) La section de contrôle de l'enchaînement des blocs lit une carte de données contenant :

- Le nom du bloc fonctionnel à exécuter BLOC
- Le niveau d'impression désiré : M
- Les numéros de 10 fichiers éventuellement utilisés par le bloc : MLUN(10)

Cette section transfère ensuite le contrôle à l'un des sous-programmes appelés dans la deuxième section

b) La section d'exécution consiste à l'appel des divers sous-programmes BLCOOR, BLCOND, ... etc, suivis du retour au début de la section de contrôle.

ORGANIGRAMME



Elaboration du programme de resolution

Le programme non stationnaire n'est traité dans le programme général M.E.F que pour des problèmes de fluides ne nécessitant pas de termes de matrice d'amortissement, pour cela l'élaboration d'un programme de resolution est nécessaire.

Creation d'un nouveau BLOC : EVOL

Pour inserer dans le programme principal le nouveau bloc EVOL (resolution du problème)

- On a ajouté le nom EVOL dans la table BLOCS,
- aussi le sous-programme BLEVOL à M.E.F

Notons que les normes de programmation ont été respectées.

- Données correspondant à chaque bloc utilisé

COMT

Ce bloc lit puis imprime des cartes de données contenant des commentaires

COOR

Ce bloc lit

- le nombre maximum de noeuds
- le nombre maximum de degré de liberté par noeud
- le nombre de dimension du problème (1, 2, 3)
- les coordonnées de chaque noeud
- génère les noeuds par interpolation

COND

Ce bloc lit et interprète les cartes de conditions aux limites.

PREL

Ce bloc lit et imprime

- le nombre de groupes de propriétés élémentaires
- le nombre de propriétés par groupe
- les valeurs des diverses propriétés
- le module de Young (E)
- le coefficient de Poisson (ν)
- le type de déformation
- le poids spécifique du matériau (γ)

ELEM

Ce bloc lit et imprime

- le nombre maximum d'éléments
- le nombre maximum de noeuds par élément
- le numéro du groupe d'élément
- la liste des numéros de noeuds de l'élément (connectivité)

VALP

Ce bloc lit et imprime

- le nombre de valeurs propres requises
- le nombre maximum d'itérations
- l'erreur admissible sur les valeurs propres

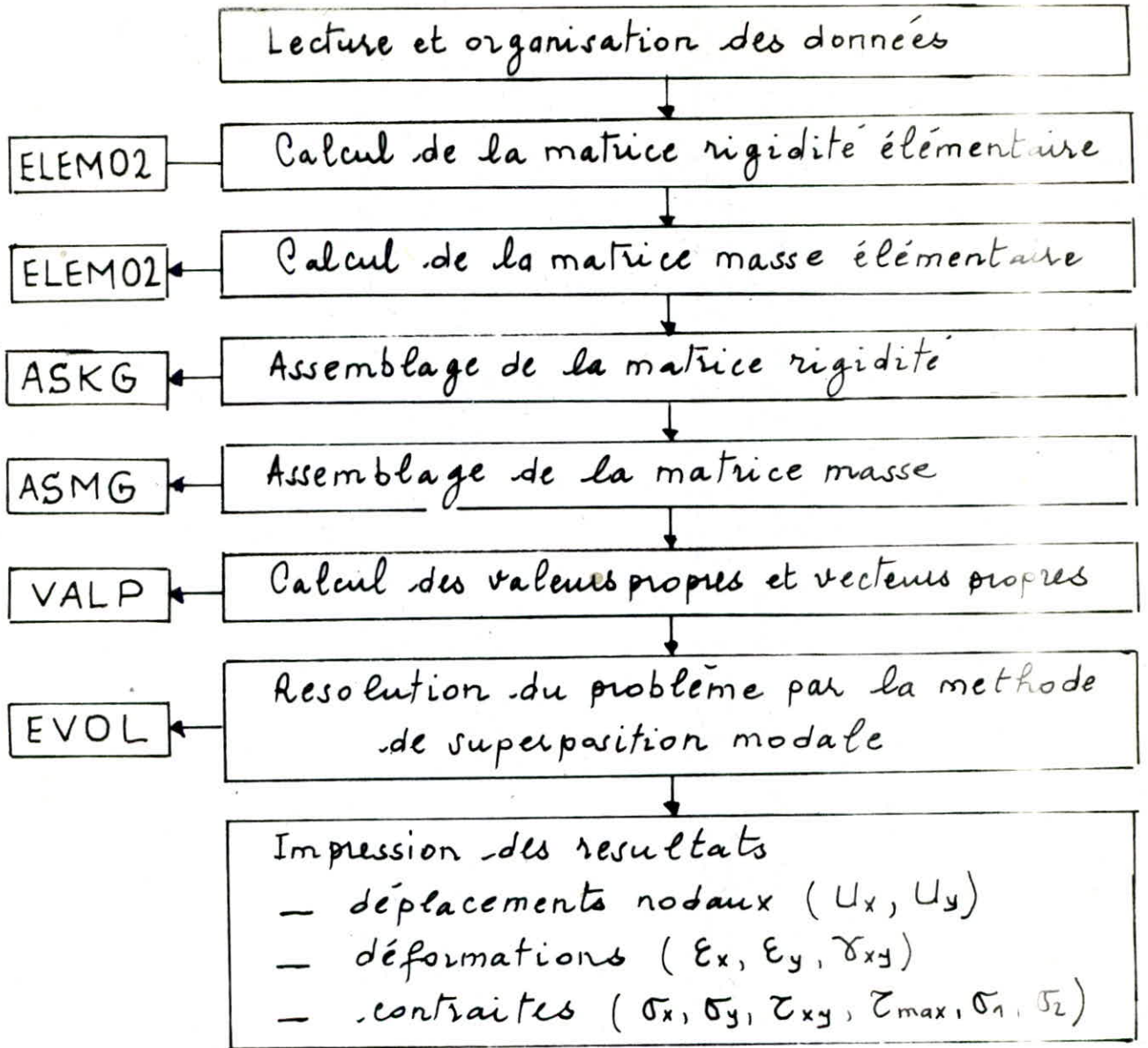
EVOL

Ce bloc lit et imprime

- le temps d'excitation total 'T'
- le pas d'intégration 'Pas'
- le coefficient d'accélération 'Acc'
- la période d'excitation 'P'
- la phase initiale 'φ'
- l'amortissement de la force d'excitation 'D'

BLOCS UTILISÉS	FONCTION
COMT	Lecture et impression des commentaires
COOR	Lecture des coordonnées des noeuds
COND	Lecture des conditions aux limites
PREL	Lecture des propriétés élémentaires
ELEM	Lecture des connectivités des éléments
VALP	Calcul des valeurs propres et vecteurs propres
EVOL	Résolution du problème par la méthode de superposition modale Calcul des déplacements nodaux et contraintes

Liste des blocs utilisés dans le programme
pour l'étude dynamique d'un barrage en tresse



Etapes de calcul utilisées dans le programme

M-APPLICATION

On a jugé utile d'appliquer ce programme de calcul dynamique sur un cas réel.

Le choix a été sur un barrage existant en ALGERIE, c'est le barrage de HARREZA (W. de AIN-DEFLA) qui se trouve dans une région sismique.

1) Données géométriques du barrage

- Hauteur du barrage $H = 37 \text{ m}$
- Largeur en crête $L = 11 \text{ m}$
- Pentes des talus : amont $1 : 3$
aval $1 : 2,5$

2) Données des propriétés mécaniques du matériau

- Module de Young $E = 1,2 \cdot 10^5 \text{ KN/m}^2$
- Coefficient de Poisson $\nu = 0,3$
- Poids spécifique $\gamma = 27 \text{ KN/m}^3$

3) Discrétisation du barrage en éléments finis

- Formes d'éléments : quadratiques à 8 nœuds
- Nombre d'éléments : 19
- Nombre de nœuds : 84

4) Hypothèses de calcul

- fin de construction
- barrage homogène
- Comportement linéaire - élastique du matériau
- déformation plane

5) Estimation de l'excitation sismique:

Le barrage est supposé soumis à une excitation sismique de la forme:

$$F(t) = Acc \times 9,81 \times \sin\left(\frac{2\pi}{P} t\right) \times e^{-Dt}$$

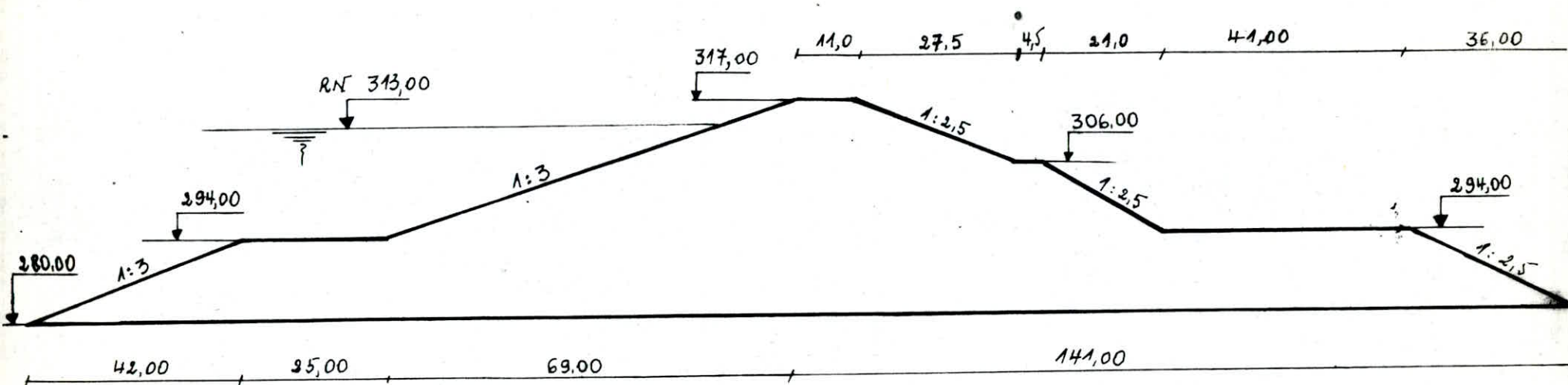
L'accélération maximale probable est de 0,3g
(IX Richter zone III).

Les paramètres ont été supposés:

- le coefficient d'accélération $Acc = 0,3$
- le temps d'excitation $T = 4\text{ s}$
- la période d'excitation $P = 0,2\text{ s}$
- l'amortissement $D = 0,25$

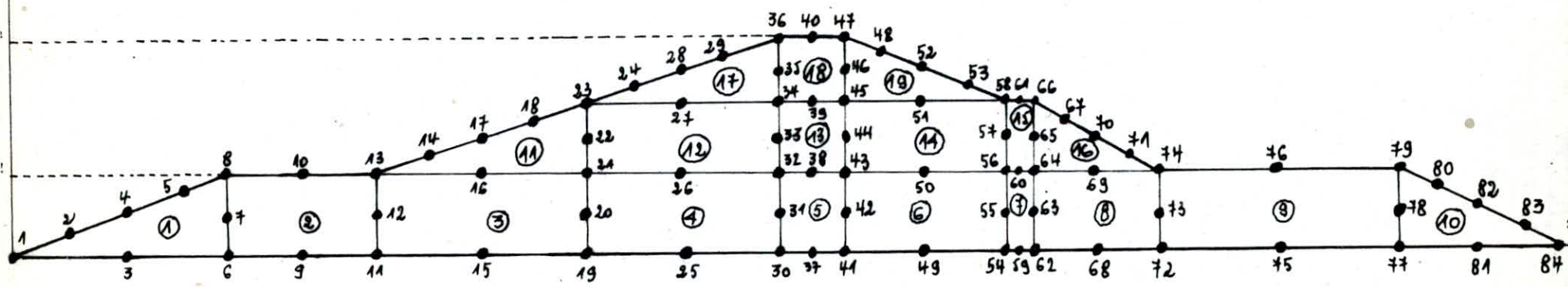
6) Calcul

- des pulsations propres (valeurs propres et vecteurs propres)
- des déplacements nodaux (horizontaux et verticaux)
- des contraintes ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \bar{\sigma}_{max}, \sigma_1, \sigma_2$)



Barrage de HARREZA

y (m)



DISCRÉTISATION DU BARRAGE EN ÉLÉMENTS FINIS

19 : Éléments

84 : Noeuds

77

RESULTATS OBTENUS

L'analyse des informations résultées de calcul dans les hypothèses mentionnées, conduit aux observations suivantes.

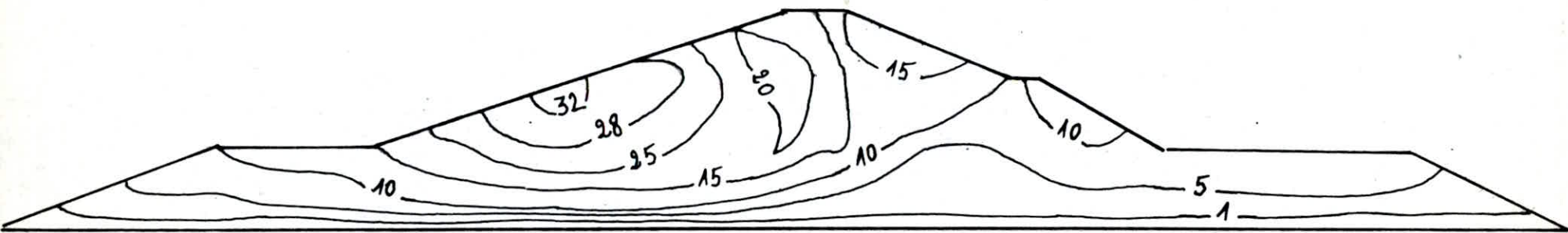
1) Distribution des déplacements

Les résultats obtenus concernant les déplacements des points nodaux donnent les remarques suivantes.

- Les valeurs maximales des déplacements horizontaux à la fin de construction s'obtiennent dans le premier amont du barrage $U_{x \max} = 32 \text{ cm}$
- Les valeurs maximales des déplacements verticaux s'obtiennent dans la zone centrale au niveau de la crête du barrage $U_{y \max} = 16 \text{ cm}$

2) Distribution des contraintes

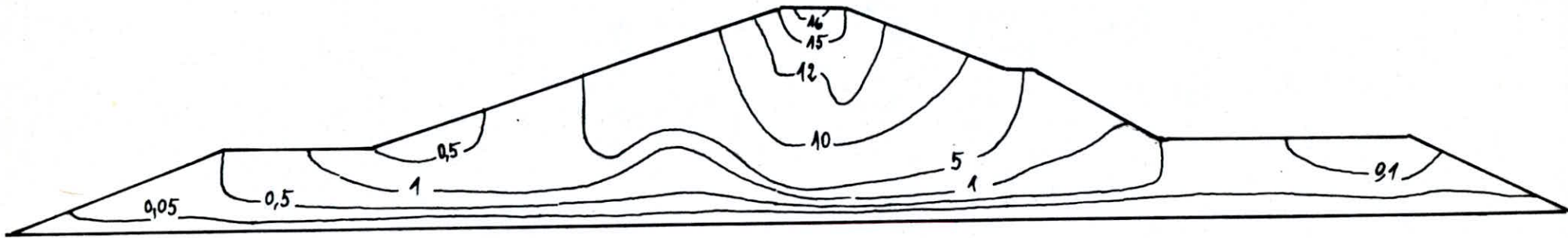
- Les contraintes maximales sur la direction horizontale σ_x s'obtiennent dans la zone centrale du barrage $\sigma_{x \max}$ (élément 14)
- Les contraintes maximales sur la direction verticale σ_y s'obtiennent dans la zone centrale du barrage $\sigma_{y \max}$ (élément 14)
- Les contraintes de cisaillement maximales τ_{\max} résultées du calcul s'obtiennent dans la zone centrale du barrage τ_{\max} (élément 14)
- Les contraintes principales maximales σ_1, σ_2 résultées du calcul s'obtiennent dans la zone centrale du barrage $\sigma_1(\max)$ (élément 14)
 $\sigma_2(\max)$ (élément 14)



Calcul dynamique

Déplacements sur la direction Horizontale
Courbes d'égale valeurs (cm)

ECH : 1 : 1000

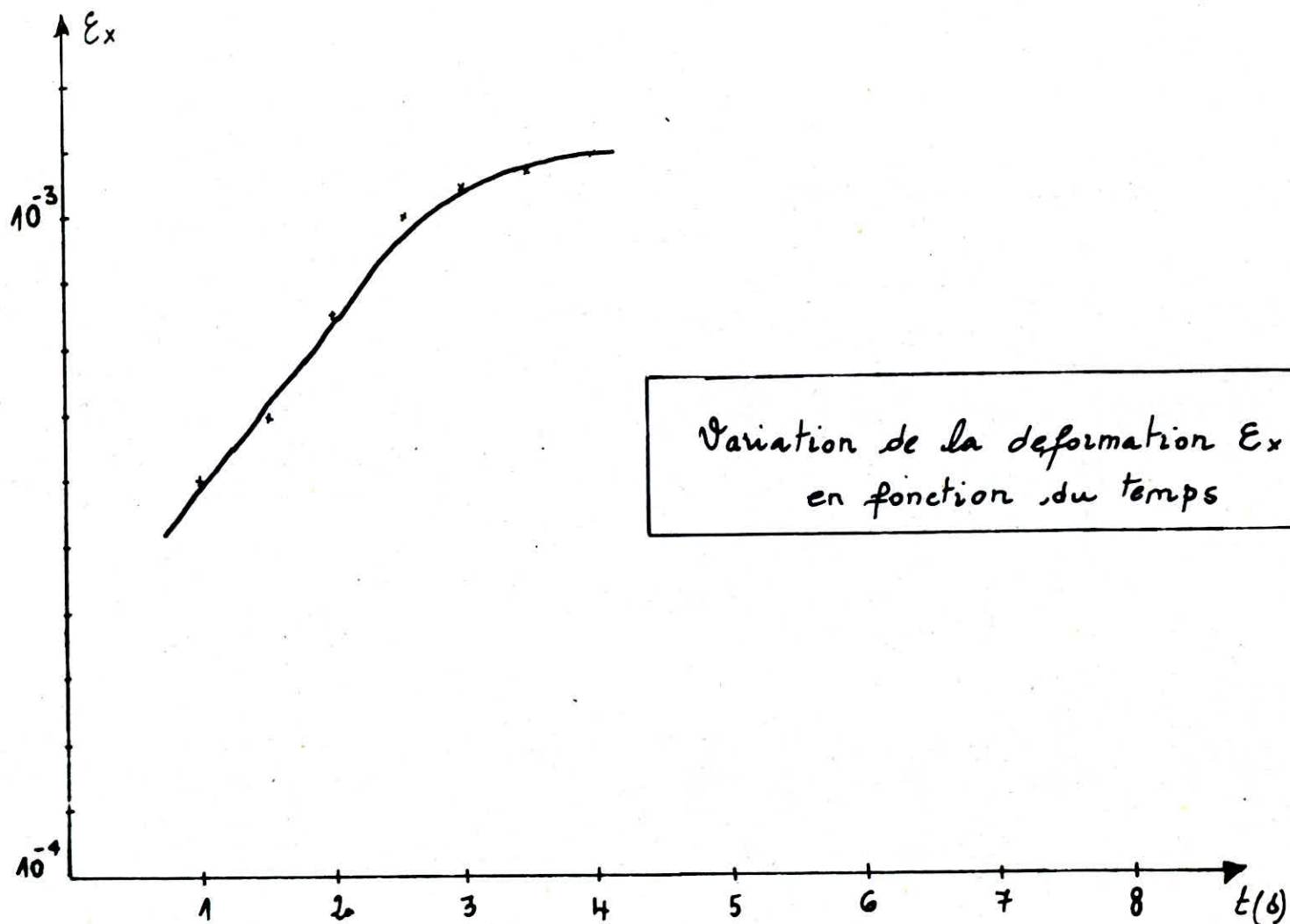


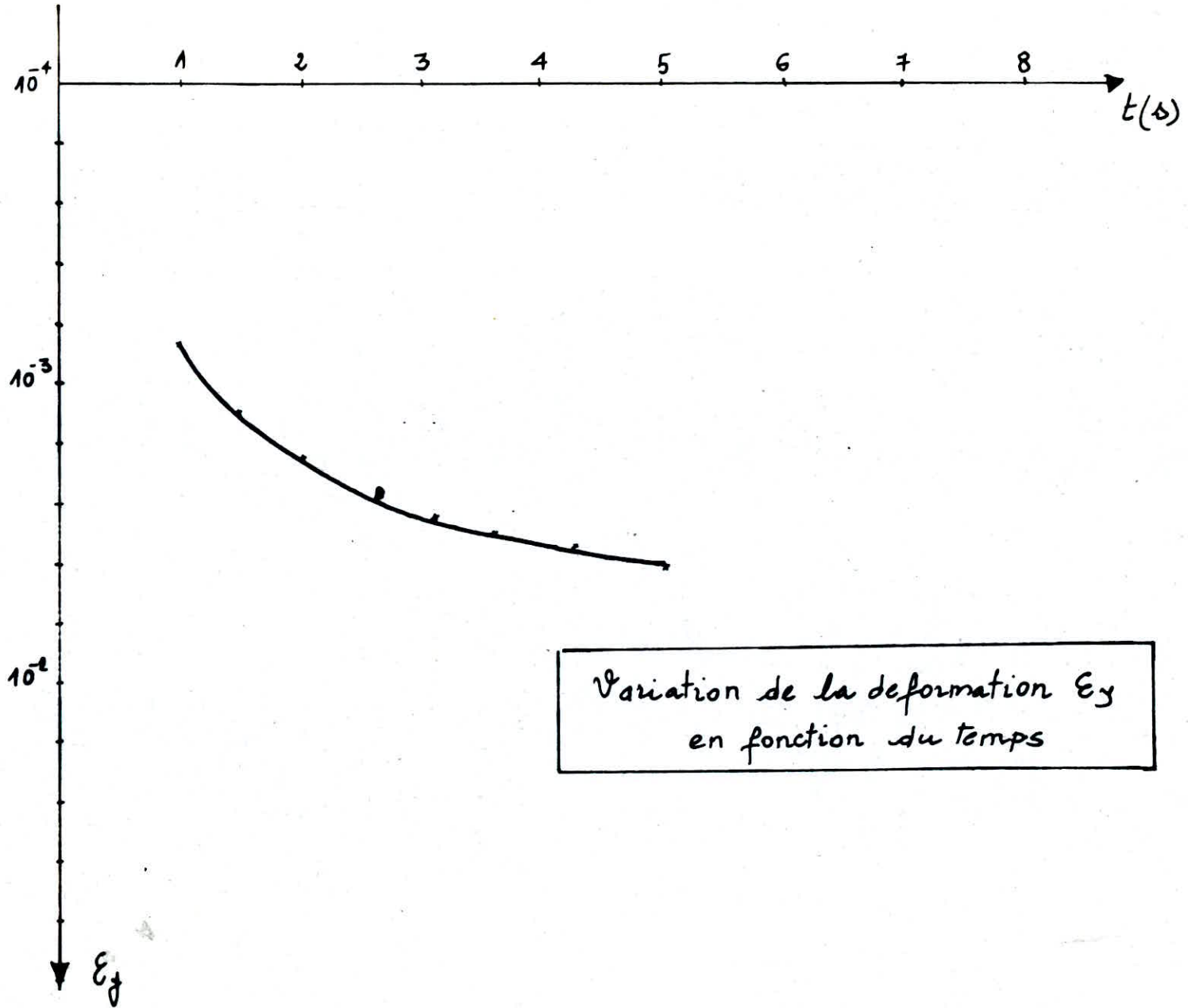
Calcul dynamique

Déplacements sur la direction verticale
Courbes d'égal valeurs (cm)

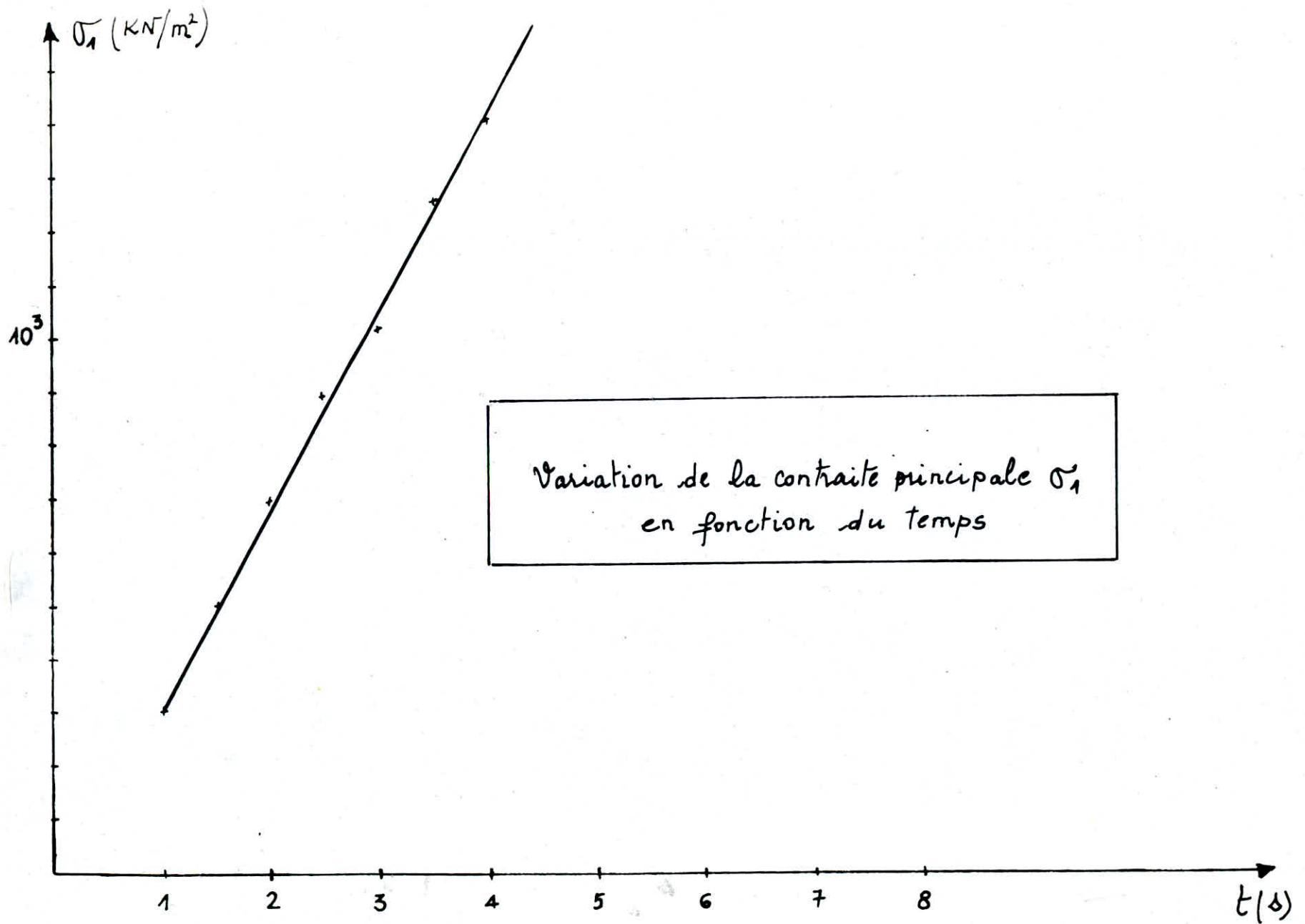
ECH : 1 : 1000

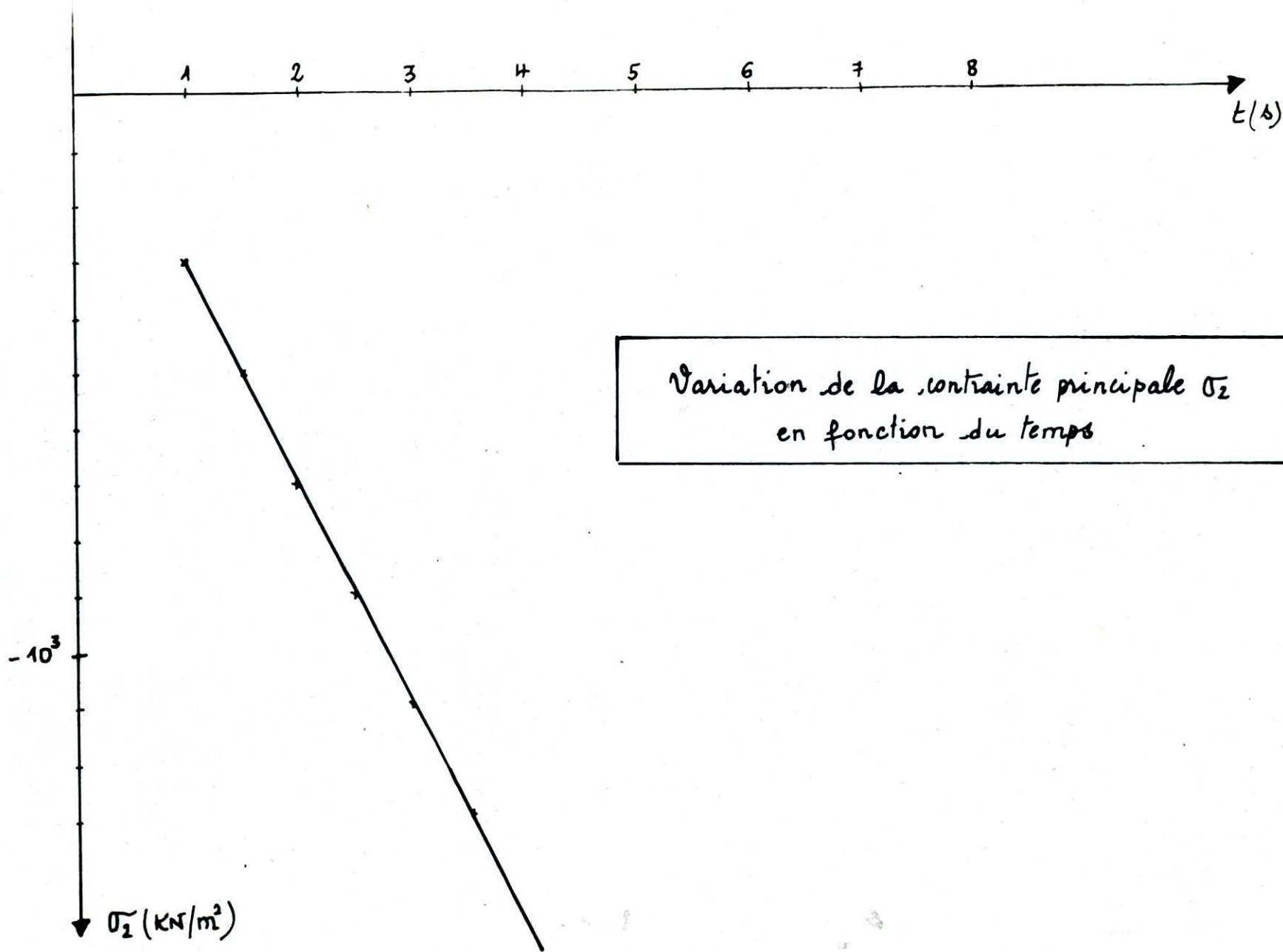
77





Variation de la deformation ϵ_y
en fonction du temps





Variation de la contrainte principale σ_2
en fonction du temps

12 - CONCLUSIONS

- Notre travail nous a permis d'apprécier la puissance de la méthode des éléments finis.
Par ailleurs, le programme MEF général, de part sa structure modulaire, présente des facilités de développement très variées.
- La distribution des contraintes et des déplacements de la structure du barrage 'HARREZA' établies par le calcul dynamique en éléments finis, permet de localiser les zones du barrage les plus sollicitées et d'étudier leurs stabilité selon les différents critères donnés par la mécanique des sols.
- Les résultats obtenus par le programme ne sont pas précis vu les hypothèses et les approximations faites.
 - 1) Approximation par la méthode des éléments finis
 - 2) Approximation du comportement du matériau
 - 3) Modélisation du barrage en éléments finis
(absence de renseignements sur les conditions de fondation)
 - 4) Approximation de la charge sismique appliquée
(on doit faire une étude statistique pour évaluer la charge sismique exacte)
 - 5) Calcul fait en fin de construction

Pour cela on a jugé utile de donner quelques recommandations pour avoir une appréciation plus sûre sur le calcul dynamique.

RECOMMANDATIONS

La méthode d'estimation du comportement sismique des barrages est très importante, non seulement pour les projets de barrages à construire dans les régions sismiques, mais aussi pour l'appréciation des conditions de sécurité des barrages existant dans les régions de séismes fréquents.

Pour avoir un calcul dynamique permettant une estimation bien plus sûre du comportement de ces ouvrages.

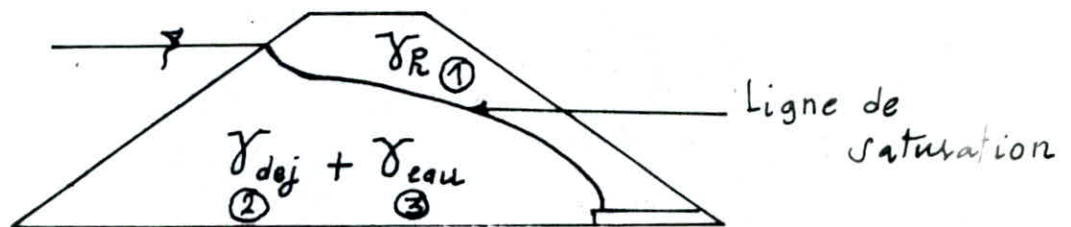
Nous proposons une amélioration de l'étude qui comporte les cas suivants

- 1) Un calcul non élastique en vue d'aboutir à des résultats plus précis
- 2) Avoir une précision sur la charge sismique appliquée
Estimation de l'excitation sismique maximale, soit à l'aide d'un spectre, soit par l'évolution du séisme en fonction du temps
- 3) Améliorer la représentation par éléments finis dans la fondation, pour tenir compte du phénomène interaction Barrage - fondation que l'on doit inclure dans le maillage une grande tranche de fondation
- 4) Tenir compte de l'effet hydrodynamique, en cas de séisme l'eau du réservoir oscille, et donne lieu à une pression hydrodynamique sur le barrage.
Une étude rigoureuse devrait donc inclure l'analyse du système barrage - réservoir
- 5) Mettre au point un calcul permettant d'étudier le comportement dynamique Barrage - réservoir - fondation.
- 6) Présenter les résultats graphiquement
- 7) Un calcul en tri-dimensionnel

8) Tenir compte des pressions interstitielles

Le calcul des pressions interstitielles peut se faire par 2 méthodes

- ① - On trace la ligne de saturation pour distinguer les deux types de matériaux l'un humide et l'autre saturé.
 - Le matériau saturé = matériau de jaugé + eau
$$\gamma_{sat} = \gamma_{dej} + \gamma_w$$
 - On laisse le programme tel qu'il est, et on suppose que l'eau est le 3^{ème} matériau en considérant les propriétés élémentaires de l'eau.



- ② - Elle consiste à modifier le sous-programme ELEM02.
 - Au niveau du programme D02 il faut rajouter aux termes diagonaux de la matrice $[D]$ reliant contrainte - déformation le terme K_w
 - l'appel du sous-programme CALL D02 se fait par un code
 - Au niveau du ELEM02, il faut rajouter l'impression de la pression interstitielle
$$P_w = K_w (E_x + E_y)$$

HYPOTHÈSES CONTESTABLES DU CALCUL DYNAMIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS

1) Application du seisme à l'ouvrage

Les efforts dynamiques ne sont pas appliqués directement à l'ouvrage. En effet, les points de support (base) de l'ouvrage sont soumis aux mouvements provoqués par les ondes sismiques qui passent par la fondation.

Ainsi, les forces appliquées en ce point de support ne sont qu'une conséquence secondaire des mouvements sismiques.

2) Interaction ouvrage - fondation

Le plus grand problème relatif à la définition du seisme appliqué concernant le phénomène d'interaction ouvrage-fondation, c'est à dire, la fondation tout en participant à la réponse dynamique du barrage, peut modifier la nature des ondes sismiques qui la parcourent.

3) Interaction hydrodynamique

La technique de WESTERGAARD (masse ajoutée) permettant la prise en compte de l'action de l'eau stockée lors d'un seisme repose sur deux hypothèses qui ne confirment pas à la réalité : le barrage est supposé rigide, et l'eau est supposée incompressible, quoi que les conditions de validité de cette hypothèse ne sont pas déterminées.

4) Interaction barrage - eau - fondation

Jusque là l'interaction du barrage et sa fondation est traitée séparément d'une part, et d'autre part barrage - eau. Donc il faut mettre au point des techniques de calcul de l'ensemble barrage - eau - fondation permettant d'étudier le comportement dynamique global.

5) Réponse dynamique non linéaire

L'hypothèse supposant l'ouvrage parfaitement élastique linéaire comporte une sérieuse limitation.

Pour déterminer la réponse dynamique d'un barrage, on doit effectuer un calcul non élastique (visco-plastique) tenant compte du comportement réel du sol sous l'effet d'un chargement sismique.

Ce chargement étant le cas de charge le plus sévère pour les barrages et la rupture dans ce cas doit être interdite, il est évident que la mise d'une méthode convenable et complète de calcul visco-plastique constitue une importante indication à la prédiction du comportement sismique des barrages.

BIBLIOGRAPHIE

G. DHATT, G. TOUZOT : Une présentation de la méthode des éléments finis (1984)

P. FORAY : - Éléments de sismologie
- Comportement dynamique des barrages en terre et en enrochements (1984)

R.W. GLOUGH, J. PENZIEN : Dynamique des structures (1980)

DAVIDOVICI : Calcul dynamique des structures en zone sismique

O.C. ZIENKIEWICZ : La méthode des éléments finis appliquée à l'art de l'ingénieur (1977)

Commission internationale : Les méthodes des éléments finis des grands barrages appliquées aux calculs et à la conception des barrages (1978)

CH. MASSONNET, G. FONDER : Calcul des structures sur ordinateurs TOME 1,2 (1972)

