

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

19/87

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

— «O» —

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبات —  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

— «O» —

## PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE D'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

SUJET

**Etude theorique et expérimentale  
du ressaut hydraulique dans les  
conduites circulaires fermées**

Proposé par :

Mr B. BAHIDJ

Étudié par :

M. BESSENASSE

R. GHEZALI

Dirigé par :

Mr B. BAHIDJ

Mr A. THUMA

PROMOTION : JUIN 1987



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

— «O» —

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

— «O» —

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE D'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

### SUJET

**Etude theorique et expérimentale  
du ressaut hydraulique dans les  
conduites circulaires fermées**

Proposé par :

Mr B. BAHIDJ

Etudié par :

M. BESSENASSE

R. GHEZALI

Dirigé par :

Mr B. BAHIDJ

Mr A. THUMA

PROMOTION : JUIN 1987

## ERRATUM.

• page 1: ligne 16; ... nous distinguons deux types  
(non pas deux variables)

• page 8: Il ya une flèche entre (permanent)  $\rightarrow$  (non-uniform  
" " " (uniforme)  $\rightarrow$  (turbulent).

• page 12: fig II.4; il ya  $(\alpha \frac{v_2^2}{2g})$  (côté droit)

• page 19: ligne 6; -- La partie commune A'B'CD (non pas A'B'c)

• page 26: ligne 1;  $A = \frac{D^2}{8} (1 - \sin \theta)$ .

$A = \Omega$  (section mouillée)

• page 33

Ligne 2:  $F_1 + \frac{G}{w} \sin i = F_2$

Ligne 7:  $\theta_1 \longrightarrow \frac{\theta_1}{2}$  (juste)

Ligne 8:  $\theta_1 \longrightarrow \frac{\theta_1}{2}$

• page 34:

Ligne 4; ... résolue que par la méthode ...

## DEDICACES

Je dedie ce modeste travail :

- A mes parents
- A mes frères et soeurs
- A mon petit frère AISSAM
- A tous qui me sont chers

M. BESSENASSE

Je dedie ce travail :

- A la mémoire de mon père et mon frère
- A ma mère , mes frères et soeurs
- A toute ma famille
- A tous mes amis

R. GHEZALI

## REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier notre promoteur  
M<sup>r</sup> BAHIDJ qui nous a été d'une aide  
appréciable, nous remercions également  
M<sup>r</sup> THUMA notre co-promoteur pour ces  
précieux conseils, ainsi que tous ceux  
qui ont participé de près ou de loin à  
l'élaboration de ce modeste travail.

# • ○ ⊗ TABLE DE MATIERES ⊗ ○ •

I - Introduction	
II Localisation du problème	Page
I-1 - Localisation du Probleme	1
I-2 - but du travail	3
II - Aspect THEORIQUE	
II-1 - GENERALITES	6
II-1.1 - écoulement en charge	7
II-1.2 - Nombres de REYNOLDS et FROUDE	9
II-1.3 - Regime uniforme	10
II-1.4 - Regime permanent varié	14
II-1.4.1 - Différentes types de mouvement	14
II-1.4.2 - pertes de charges	15
II-1.4.3 - équations de base	16
A - quantité de mouvement	16
B - Théorème d'EULER	18
II-2 - GENERALITES SUR Le ressaut	
II-2.1 - Définition	21
II-2.2 - Théorème d'EULER	22
II-3 - RESSAUT dans les conduites circulaires	25
II-3.1 - pente nulle	26
II-3.2 - pente non nulle	28
II-4 - passage de l'écoulement à surface libre à l'écoulement en charge.	32
III. Résolution Numérique	
III-1 - Résolution de l'équation. $F_1 - F_2 = f(\theta_1, \theta_2, k)$	34
III-2 - Organigramme	35
IV MODÉLISATION	
IV-1 - Analyse dimensionnelle	40

IV-1.1 - generalités	-----	
IV-1.2. La methode	-----	41
IV-1.3- Application	-----	43
IV-2. similitude		
IV-2.1 - Definition	-----	46
IV-2.2 - Condition	-----	46
IV-2.3 - Lois de similitude	-----	47
IV-2.4 - Analyse des forces	-----	48
IV-2.5. similitude de REECH-FROUDE	-----	50
IV-2.6. similitude de REYNOLDS	-----	52
IV-2.6.1 - Definition	-----	52
IV-2.6.2 - e chelles	-----	52
IV-2.7 - INcompatibilité des deux similitudes	-----	53
IV-2.8 - seuil de REYNOLDS	-----	54
IV-2.9. interet de la similitude	-----	56
IV-3. Modelisation.	-----	57
IV-3.1 - Conception du modele	-----	57
IV-3.2 - Dimensionnement	-----	57
V- Aspect experimental		
V-1- fonctionnement du modele	-----	59
V-2. Mesures et precisions	-----	60
V-2.1. Etalonnage du deversoir triangulaire	-----	60
V-2.3 Determination du coefficient du debit	-----	63
V-2.4. Calcul d'erreur	-----	64
V-2.5. TABLEAUX DE MESURES	-----	66
V-2.5-1. pente nulle	-----	66
V-2.5-2 - pente non nulle	-----	67
V-3. exploitation:		
V-3.1 - pente nulle ( $i=0$ )	-----	70
V-3.1.1- $K=f(H/d)$ etude de la variation	-----	70
V-3.1.2 - etude de la variation: $\frac{dK}{dH} = f(K)$	-----	72
V-3.2 - pente non nulle ( $i \neq 0$ )	-----	74
conclusion	-----	



## INTRODUCTION

Le ressaut hydraulique des canaux rectangulaires à pente ( $i=0$ ) est assez bien connu et sa théorie a été largement développée. Mais concernant le ressaut dans les conduites circulaires fermées, il n'existe malheureusement que quelques travaux dont un fait à l'E.N.P (1983) par M<sup>r</sup> G. LAPRAY pour une pente  $i=0$ .

Pour cela, nous avons jugé utile de nous pencher sur ce problème, particulièrement important pour les galeries des évacuateurs de crues en fuite, suivant les considérations suivantes en partant de l'équation de MANNING-STRICKLER, et de l'équation de quantité de mouvement, nous devons arriver à écrire l'équation générale du ressaut. Dans le cas de pente  $i=0$  et  $i \neq 0$  de même que pour un ressaut libre et en charge, en faisant ressortir non pas un nombre adimensionnel classique tel que Froude ( $Fr$ ) qui demande à être explicité soit pour la tranche torrentielle ou pour la tranche fluviatile mais suivant un nombre adimensionnel  $K = \frac{Q^2}{gD^5}$  qui dépend uniquement du débit  $Q$  et du diamètre  $D$  de la galerie. Tout ceci pour arriver à la proposition d'abaques de validité générale pour la détermination des hauteurs conjuguées du ressaut.

◦ ◦ CHAPITRE 1 ◦ ◦

LOCALISATION DU PROBLEME

## LOCALISATION DU PROBLEME

Un évacuateur de crues, comme son nom l'indique a pour objet de laisser passer les débits exceptionnels dans les meilleures conditions.

La première de ces conditions étant de s'assurer que le passage de la crue n'entraîne pas de submersion de l'ouvrage de retenue surtout si celui-ci est en terre.

Capacité d'évacuation et sécurité de l'ouvrage sont donc les deux questions essentielles que pose l'étude d'un évacuateur de crues, étude qui va être nuancée par le type de l'évacuateur.

Les très nombreux ouvrages d'évacuation réalisés peuvent se classer en deux types principaux selon qu'ils sont munis d'un déversoir de surface ou d'une prise d'eau à grande profondeur.

Parmi les évacuateurs de surface, nous distinguons deux variables :

- Déversoir rectiligne : généralement le long du couronnement du barrage

- Déversoir circulaire : suivi d'un puits et d'une galerie placée aux abords du barrage.

Pour le second type de déversoir, il ya ceux qui ont à l'entrée la forme circulaire et ceux qui ont la forme d'un bec de canard.

Notre évacuateur en question se décompose en quatre parties :

1. le déversoir .
2. Le puits .
3. Le coude .
4. La galerie ( Voir fig. 1.1)

Tous nous intéressons qu'à l'étude de l'écoulement dans la galerie qui se différencie d'un barrage à un autre par les critères suivants .

- Le diamètre  $D$  . ;
- La longueur ;
- la pente
- le débit d'évacuation et enfin les régimes et les conditions d'écoulement .

Généralement, la dissipation d'énergie se fait par le ressaut dans le bassin de dissipation mais parfois pour certaines raisons, la charge dans le bassin augmente et le ressaut se déplace à l'intérieur de la galerie .

Dans ce cas, il peut y avoir un ressaut à surface libre dans la galerie ou un ressaut en charge, dans le cas où la charge monte et dépasse le diamètre de la galerie, on a un ressaut forcé. (voir fig. 1.2).

## BUT DU TRAVAIL

Notre travail, consiste en

- L'étude théorique du ressaut hydraulique libre dans les conduites circulaires fermées  
premierement, avec une pente nulle.

Deuxièmement, avec des pentes non nulles (on a fait l'étude sur trois pentes:  $i_1 = 1\%$ ,  $i_2 = 1.7\%$  et  $i_3 = 3\%$ ).

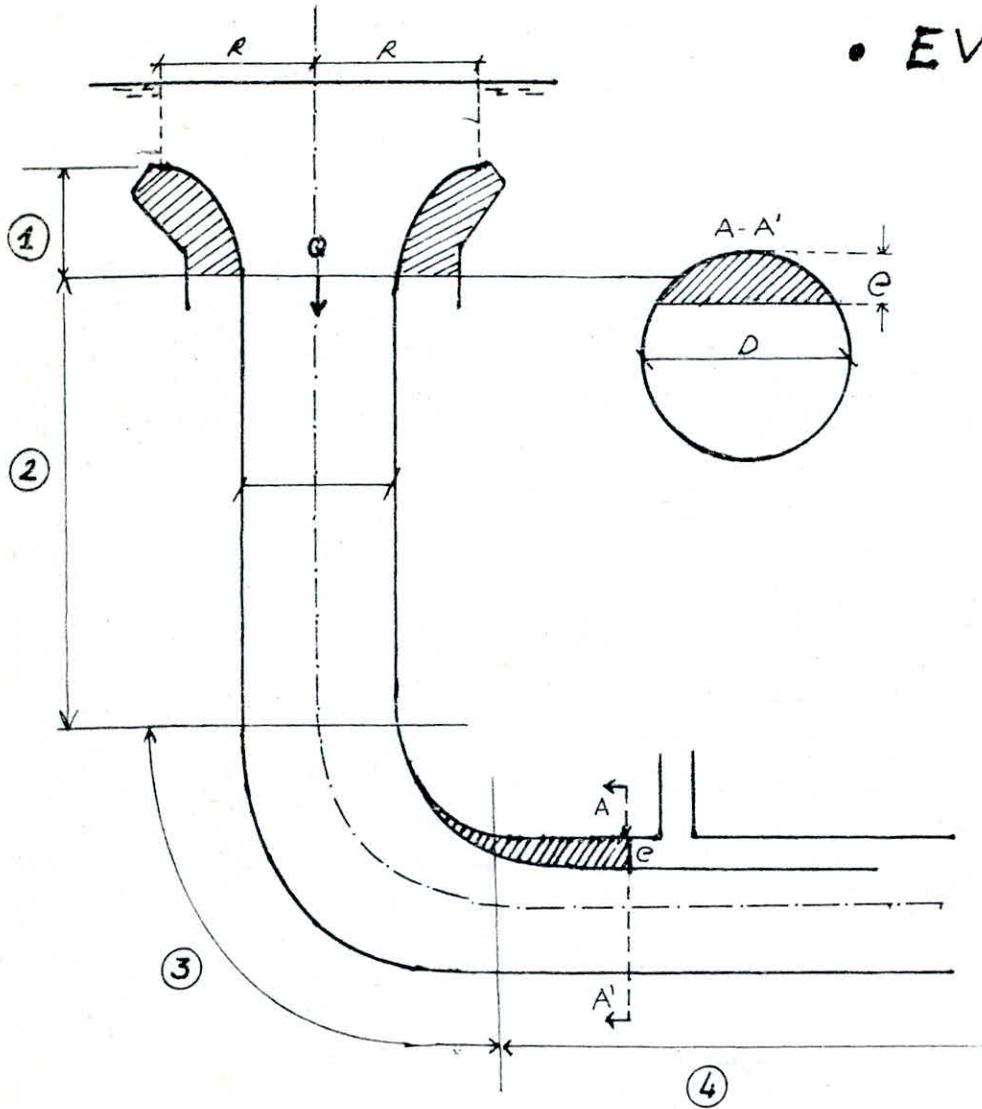
On a proposé une solution informatisée en utilisant la méthode de WEGSTEIN, à partir de laquelle, on propose des abaques de validité générale.

Après ça, l'étude du passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge.

- Conception et réalisation d'un modèle physique réduit pour la vérification expérimentale de la théorie dans le cas des galeries d'évacuateurs de crues de barrages.

# • EVACUATEUR DE CRUES

## EN DEVERSOIR CIRCULAIRE



### LEGENDE

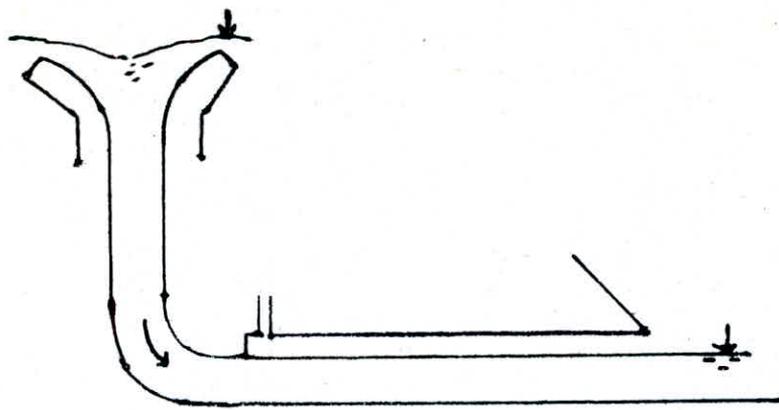
① ..... DEVERSOIR

② ..... PUIITS

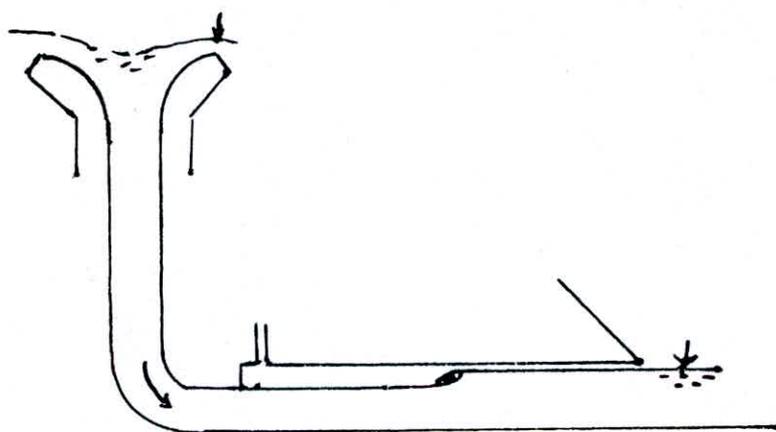
③ ..... COUDE

④ ..... GALERIE

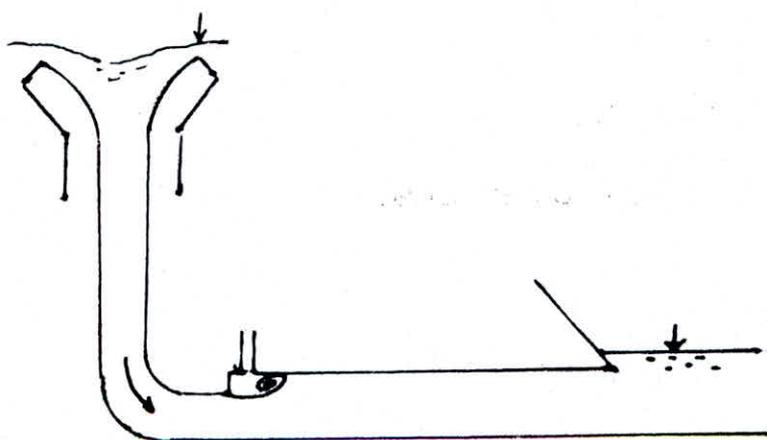
fig I. 1



*sans ressaut*



*avec ressaut libre*



*avec ressaut en charge*

*fig. I-2*

◦ ◦ CHAPITRE 2 ◦ ◦

ASPECT THEORIQUE



## II. ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

### II-1. GENERALITÉS:

Ces écoulements présentent la particularité de comporter une surface libre en contact avec l'air, généralement soumise à la pression atmosphérique et dont la forme peut varier.

On peut donner en général les différents modes d'écoulement qu'on peut rencontrer.

1- Si un liquide s'écoule au contact de l'atmosphère, on a affaire à un écoulement à surface libre.

2- si le liquide n'est pas en contact avec l'atmosphère, il s'agit d'un écoulement en charge.

3- Si le liquide s'écoule à travers un milieu poreux l'écoulement n'est en rigueur ni à surface libre ni en charge, on l'appelle alors écoulement de filtration.

On peut utiliser autres variables pour différencier d'autres types d'écoulement

par rapport à la variable temps, on appelle mouvements non permanents ou variables les écoulements dont les caractéristiques hydrauliques varient dans chaque section avec le temps. Les mouvements permanents sont des écoulements dont les caractéristiques hydrauliques sont constantes (indépendantes du temps) dans chaque section, mais peuvent cependant varier de section en section le long de l'écoulement

(régime varié). Les mouvements uniformes sont des mouvements permanents dont les caractéristiques hydrauliques ne varient pas de section en section, demeurant constantes tout au long de l'écoulement.

### II-1-1 écoulement en charge:

C'est grâce à OSBORNE REYNOLDS qui a dégagé le critère permettant de différencier plusieurs régimes.

Le nombre de REYNOLDS :  $Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$

$v$ : la vitesse ;  $D$  = le diamètre

$\nu$ : coefficient de viscosité cinématique.

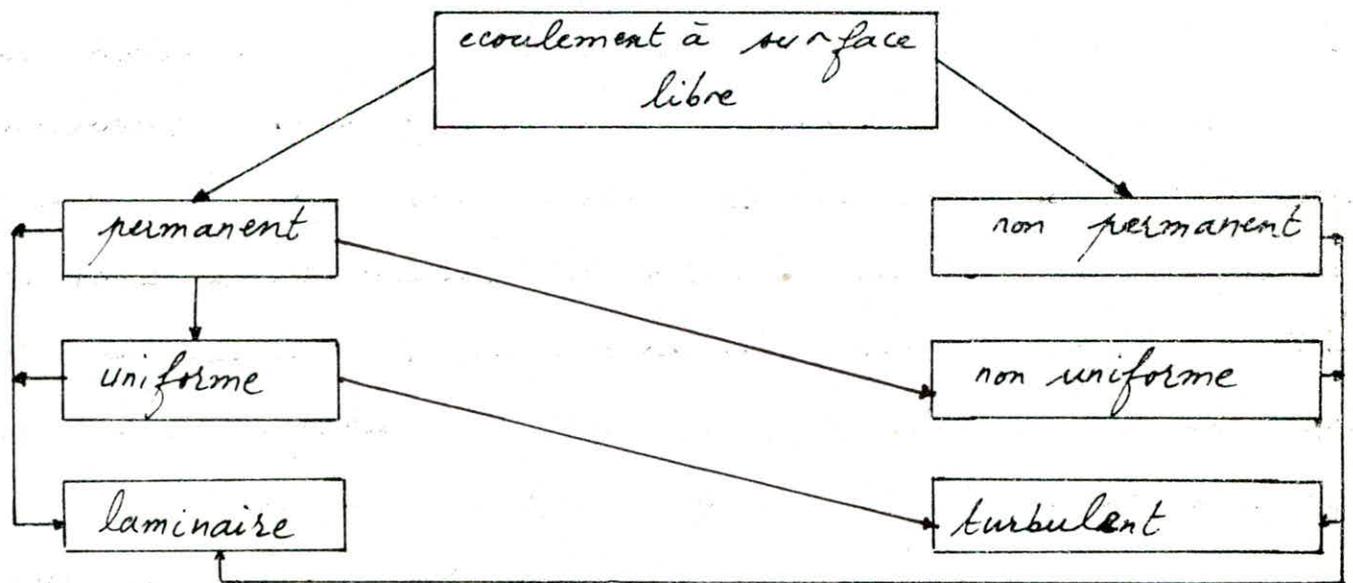
Pour  $Re < 2000$ , les particules fluides se déplacent en suivant des filets parallèles, qui ne se mélangent pas tout au long de l'écoulement. Ce type d'écoulement est appelé laminaire ou visqueux.

Quand le nombre de REYNOLDS augmente (pour un diamètre donné, il suffit d'augmenter le débit), on constate que les trajectoires des particules ne sont plus régulières et rectilignes, il se établit dans l'écoulement une turbulence qui se traduit par des mouvements transversaux des particules liquides. En un point, la vitesse est animée de fluctuations aléatoires autour d'une valeur moyenne. Dans chaque couche de l'écoulement, à la vitesse moyenne de transport se superposent des composantes (fluctuations de vitesse) normales à la couche.

Ce type de mouvement est turbulent.

Outre les forces de viscosité dues au mouvement longitudinal, les frottements dus aux échanges transversaux de quantité de mouvement s'opposent aussi à l'écoulement. Il en résulte des pertes d'énergie plus importantes (la turbulence peut donner naissance à des tensions tangentielles de l'ordre 200 fois celle qui existeraient si le mouvement était laminaire). Entre le régime laminaire et le régime turbulent, il existe une zone de transition, dont les caractéristiques sont variables avec la rugosité des parois.

L'écoulement à surface libre peut être placé de la manière suivante :



Les écoulements à surface libre en régime permanent peuvent présenter deux aspects :

1. si la pente longitudinale (dans le sens de l'écoulement)

et la section transversale sont constantes tout le long de la masse liquide, le régime est uniforme

2. Dans le cas contraire, le régime est varié.

Avant d'entamer l'étude de ces deux cas, on définira deux nombres adimensionnels importants pour notre étude.

### II.1.2 NOMBRE de REYNOLDS et NOMBRE de FROUDE :

Les écoulements à surface libre, comme les écoulements en charge sont encore caractérisés par le nombre de REYNOLDS qui caractérise l'importance relative des forces de viscosité. Ils sont aussi fonction du paramètre sans dimension qui traduit l'influence de la pesanteur et qui s'appelle nombre de FROUDE

• Le nombre de REYNOLDS pour les écoulements à surface libre s'écrit :  $Re = \frac{U \cdot R}{\nu}$

$U$ : vitesse moyenne

$R$ : rayon hydraulique

$\nu$ : Coefficient de viscosité cinématique

• Le nombre de FROUDE pour les écoulements à surface libre s'écrit :  $Fr = \frac{U^2}{g \cdot h}$

$h$ : profondeur d'eau.

Cette expression est appelée aussi coefficient cinétique et représente le double du rapport énergie cinétique / énergie potentielle. Autrement dit, le nombre de FROUDE est le double

du rapport de la charge cinétique ( $\frac{u^2}{2g}$ ) à la charge potentielle représentée par la profondeur d'eau  $h$ .

Le nombre de FROUDÉ ainsi défini est par conséquent une mesure de la "cineticité" du courant, c'est à dire de sa rapidité (ou tranquillité) et c'est pourquoi on l'appelle par fois "facteur cinétique"

Remarque:

Dans les écoulements à surface libre, le régime visqueux a lieu pour les valeurs du nombre de REYNOLDS inférieures à cinq cents ( $< 500$ ) et pour  $Re > 500$ , on a un régime turbulent.

### II-13. REGIME UNIFORME :

Si la section transversale et la pente restent constantes, une section transversale ne diffère en rien des autres, la vitesse reste constante tout le long d'un filet liquide et le mouvement permanent est uniforme (permanent dans le temps et uniforme dans l'espace).

Le débit et la vitesse moyenne étant constantes, la surface libre est un plan parallèle au fond du canal.

La surface libre et le fond ont donc la même pente

surface libre Piezométrique

fig. II-1

Fond

### • DISTRIBUTION DES PRESSIONS ET DES VITESSES:

La distribution des vitesses est très variable avec la forme de la section. Ordinairement, dans les canaux artificiels de forme régulière, la distribution des vitesses obéit à une loi à peu près parabolique, la valeur de la vitesse diminuant avec la profondeur.

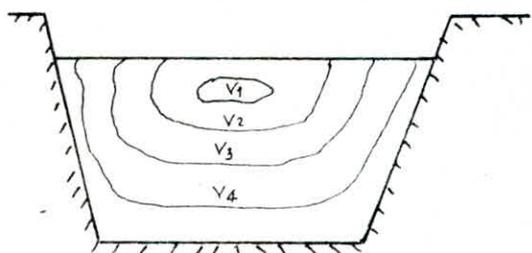


fig. II-3

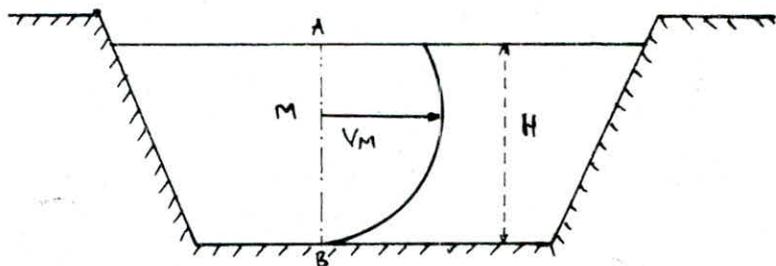


fig. II.2

La pression augmente en descendant une profondeur.

La vitesse maximale  $V_m$  est obtenue en un point  $M$  très proche de la surface libre ( $AM \leq H/3$ ) (voir fig. II.2)

Les courbes joignant dans une section transversale, les points de même vitesse, sont appelées isodromes ou isotaches (voir fig. II.3). Au voisinage des parois (fond et talus), il existe une couche limite à fort gradient de vitesse, la vitesse au contact immédiat de la paroi étant évidemment nulle.

### • pertes de charge:

En régime uniforme, les pertes de charge par rapport à un plan horizontal sont exactement compensées par la pente du fond.

La charge spécifique :

$$H = \alpha \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\bar{\omega}}$$

(voir fig. II-4)

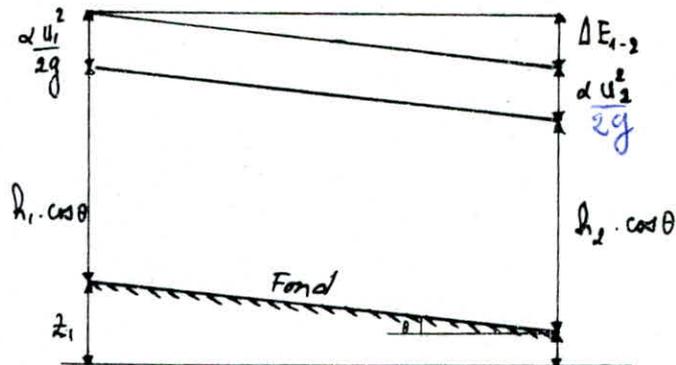


fig. II-4

- si l'écoulement est laminaire, ce qui est rare en hydraulique les lois de POISEVILLE sont valables à condition de considérer l'écoulement à surface libre comme la moitié inférieure d'un tuyau admettant la surface libre comme plan horizontal de symétrie
- quand l'écoulement est turbulent, ce qui est le cas le plus courant en hydraulique, les formules employées d'habitude sont essentiellement la formule de CHEZY et de STRICKLER

2. formules du type CHEZY :

$$U = C \sqrt{Ri}$$

$$Q = C S \sqrt{Ri}$$

$$i = \frac{U^2}{C^2 R} = b \frac{U^2}{R}$$

U : vitesse moyenne

R : rayon hydraulique

i : perte de charge / unité de longueur.

pour le coefficient C qui a pour dimension  $[L^{1/2} T^{-1}]$ .

On a deux formules pour le coefficient  $C$

$$\text{BAZIN : } C = \frac{87 \sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}}$$

$\gamma, \eta$  sont en fonction  
de la rugosité

$$\text{KUTTER : } C = \frac{100 \sqrt{R}}{\eta + \sqrt{R}}$$

b- formules monômes MANNING - STRICKLER :

$$U = K_s \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} \quad (\text{vitesse})$$

$$Q = K_s \cdot S \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2} \quad (\text{Debit})$$

Par rapport à la formule de CHEZY, la formule de STRICKLER a l'avantage d'être monôme et par conséquent plus adaptable aux calculs.

Remarque :

Les pertes par frottement dans le régime uniforme sont entièrement compensées par la pente du fond.



## II.1.4 REGIME PERMANENT VARIE

Definition :

Lorsque les trajectoires des différents filets liquides s'écoulant dans un canal ne sont plus parallèles entre elles on a affaire à un mouvement (ou régime) varié ; la surface libre et le fond du canal ne sont plus parallèles.

La présence d'une singularité (rétrécissement, élargissement) provoque non seulement une perte localisée d'énergie, comme dans les écoulements en charge, mais aussi une modification de la surface libre, c'est le régime varié.

Quand les vitesses croissent dans le sens de l'écoulement, celui-ci est dit accéléré, quand elles diminuent, l'écoulement est retardé.

### II.1.4.1 Différents types de mouvements :

On a deux types de mouvements

#### 1. graduellement variés :

Dont les caractéristiques ou les paramètres ne changent que très lentement d'une section à l'autre (Remous d'exhaussement ou d'abaissement). Les écoulements graduellement variés se produisent parfois sur des distances importantes et conduisent aux formes de la surface libre appelées courbes de Remous.

#### 2. brusquement variés :

Où l'on constate une évolution rapide, parfois discontinue.

des caractéristiques du mouvement.

Les mouvements rapidement variés occupent en général une zone relativement courte. Les plus importants sont le ressau hydraulique, la chute brusque et les contractions

#### II. 1.4.2 pertes de charges:

Comme on l'a vu précédemment (en régime uniforme) la valeur  $(i)$  est constante. Mais dans le cas du régime varié c'est tout à fait le contraire; pourquoi?

Comme le rayon hydraulique varie de section en section la perte de charge linéaire  $i$  varie aussi.

#### • En régime graduellement varié:

On admet que dans un tronçon assez court du canal, la valeur de  $(i)$  est égale à celle qui correspondrait à un régime uniforme ou le même débit s'écoulerait sous le tirant d'eau de la section moyenne du tronçon.

#### • En régime brusquement varié:

L'inclinaison des trajectoires des différentes particules, rend l'écoulement si éloigné du régime uniforme que l'application de ces formules n'est plus possible. Il faut alors calculer la perte de charge totale entre les deux sections extrêmes. Le résultat ainsi établi pour un régime graduellement varié n'est plus valable en régime brusquement varié.

Dans ce dernier cas, en effet, l'inclinaison mutuelle des trajectoires des filets liquides rend inapplicable la formule de CHEZY et on ne peut plus calculer la perte de charge unitaire (i) par cette méthode. Il faut alors évaluer la perte de charge globale entre deux sections transversales limitant le phénomène étudié en utilisant non plus le théorème de BERNOULLI mais le théorème d'EULER.

### II.1.4.3. EQUATIONS DE BASE

• (A) La quantité élémentaire de mouvement de la masse liquide qui pendant l'intervalle de temps  $dt$  traverse l'élément  $d\omega$  de la surface  $\Omega$  avec la vitesse  $v$ , est :

$$\rho d\omega \cdot dt \cdot v = \rho \cdot v^2 \cdot d\omega \cdot dt$$

et la quantité de mouvement de la masse liquide que traverse toute la section  $\Omega$  pendant le temps  $dt$  est :

$$\int \rho \cdot v^2 \cdot d\omega \cdot dt = \rho \cdot dt \int_{\Omega} v^2 d\omega$$

La quantité de mouvement fictive serait pour toute la section :

$$\rho \cdot G \cdot dt \cdot U$$

$$\text{Or ; } G = \Omega \cdot U \quad \Rightarrow \quad \rho \cdot dt \cdot U^2 \cdot \Omega$$

Nous avons à comparer les deux expressions suivantes

$\int v^2 d\omega$  pour la valeur réelle

et  $U^2 \Omega$  pour la valeur fictive.

Designons par  $v$  l'excès, positif, négatif ou nul, de la vraie  $v$  de la vitesse d'un filet traversant la section  $\Omega$

sur la valeur moyenne  $U$ , on a donc :  $V = U + v$

et, en élevant au carré

$$V^2 = U^2 + v^2 + 2U.v$$

Multiplications les deux membres par  $du$  et intégrons dans toute la section :

$$\int_{\Omega} v^2 \cdot du = U^2 \Omega + 2U \int_{\Omega} v \cdot du + \int_{\Omega} v^2 \cdot du$$

Mais, par définition de la vitesse moyenne, la somme des écarts doit être nulle, soit.  $\int_{\Omega} v \cdot du = 0$

Donc ;

$$\int_{\Omega} v^2 \cdot du = U^2 \Omega + \int_{\Omega} v^2 \cdot du$$

ou, en divisant par  $U^2 \Omega$

$$\frac{\int_{\Omega} v^2 \cdot du}{U^2 \Omega} = 1 + \frac{\int_{\Omega} v^2 \cdot du}{U^2 \Omega}$$

Et  $v, v^2$  est positif, donc ;  $\int_{\Omega} v^2 \cdot du > 0$

posons :  $\frac{\int_{\Omega} v^2 \cdot du}{U^2 \Omega} = \eta \quad \eta > 0$

On a :  $\frac{\int_{\Omega} v^2 \cdot du}{U^2 \Omega} = 1 + \eta$

On pose  $1 + \eta = \beta$  ; le coefficient  $\beta$ , supérieur à l'unité est appelé " coefficient de quantité de mouvement " ou " coefficient de BOUSSINESQ "

La quantité de mouvement réelle du courant est donc :

$$\rho \int_{\Omega} v^2 \cdot du = \beta \cdot \rho \cdot U^2 \Omega$$

C'est à dire :

quantité de mouvement réelle =  $\beta \times$  quantité de mouvement fictive

Remarque :

Dans la mécanique rationnelle du point et du système matériel deux théorèmes jouent un rôle fondamental et ont chacun leur homologue en mécanique des liquides. Le théorème de l'énergie cinétique auquel correspond en hydraulique le théorème de BERNOULLI.

Le théorème des quantités de mouvement auquel correspond le théorème d'EULER.

### ⓑ. Théorème d'EULER :

Considérons au temps  $t$ , dans une masse liquide en mouvement permanent un fillet liquide ABCD limité à ses deux sections terminales  $AB = d\Omega_1$  et  $CD = d\Omega_2$ .

Le théorème des quantités de mouvement appliqué à la masse liquide contenue à l'intérieur de ce fillet exprime que la dérivée par rapport au temps de la somme des quantités de mouvement de cette masse liquide est égale à la somme des forces extérieures qui lui sont appliquées ; soit :

$$\frac{d}{dt} \sum m \vec{v} = \sum \vec{F}_e$$

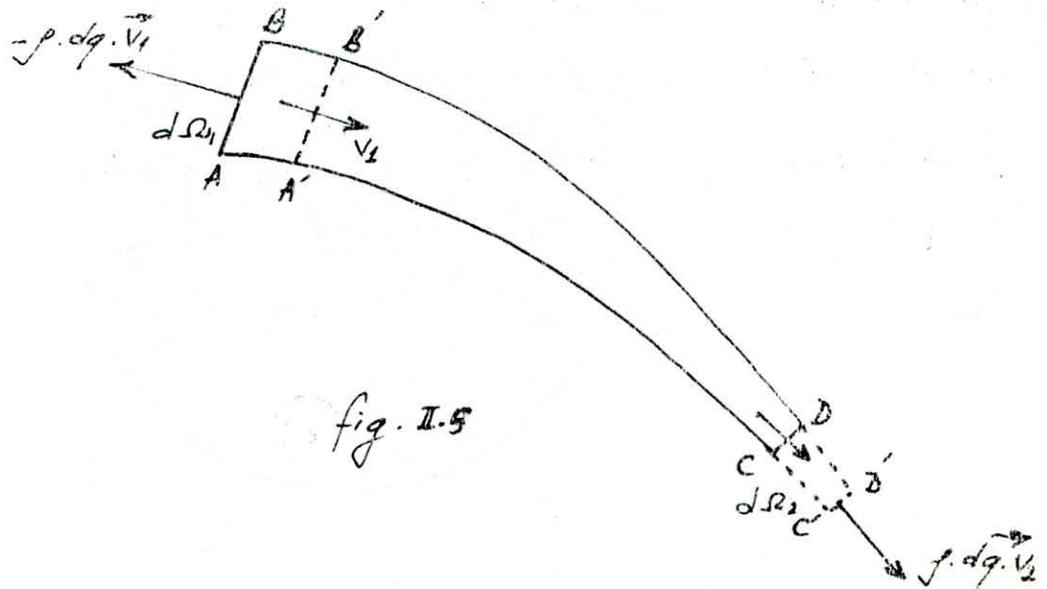
$d\sum m \vec{v}$  est la variation infiniment petite de la quantité de mouvement de la masse liquide ABCD pendant l'intervalle de temps  $dt$  qui suit le temps  $t$ . Pendant cet intervalle de temps  $dt$ , la masse ABCD est venue en A'B'C'D'

telle que :

$$\text{Vol. } ABA'B' = \text{Vol. } CDC'D' = dq \cdot dt$$

$dq$  : designant le debit du filet liquide

$dq$  c'est constant (regime permanent)



Le mouvement etant permanent, la quantité de mouvement de la partie commune  $A'B'C'D'$  n'a pas change et la variation de la quantité de mouvement de la masse fluide considerable est egale à la difference des quantités de mouvement de la masse liquide  $CDC'D'$  (soit  $-\rho dq \vec{v}_2 dt$ ) et de la masse liquide  $ABA'B'$  (soit  $\rho dq \vec{v}_1 dt$ ). On a donc :

$$d \Sigma m \vec{v} = \rho \cdot dq \cdot dt (\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$$

$$\frac{d \Sigma (m \vec{v})}{dt} = \rho \cdot dq (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \dots$$

Le theoreme s'ecrira donc, pour le filet liquide considere.

$$\rho \cdot dq (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \Sigma F_e$$

Généralement, on étend ce résultat à un courant de dimensions transversales finies en faisant intervenir les vitesses moyennes  $U_1$  et  $U_2$  dans les sections transversales limitant la masse fluide considérée. Dans ce cas, pour tenir compte de l'inégale répartition des vitesses dans ces sections on doit, en toute rigueur introduire le coefficient  $\beta$ . On écrira donc le théorème sous la forme suivante :

$$\beta_2 \frac{\bar{w}}{g} Q \cdot \vec{U}_2 - \beta_1 \frac{\bar{w}}{g} Q \cdot \vec{U}_1 = \sum F_e$$

Comme pour le théorème des quantités de mouvement, les forces intérieures n'interviennent pas dans l'expression du théorème d'EULER qui ne préjuge donc pas de la nature de l'écoulement entre les sections AB et CD ; c'est ce qui rend son utilisation particulièrement commode dans le cas où, du fait d'une singularité par exemple. Le plus souvent enfin, le théorème est appliqué en projection sur un axe de direction déterminée ; on choisit généralement cette direction de manière que la projection des forces inconnues non négligeables y soit nulle.

## II-2 GENERALITES SUR LE RESSAUT

Le phénomène du ressaut hydraulique a fait l'objet de nombreuses études depuis qu'il fut introduit, pour la première fois, par BIDONE en 1818 puis par BELANGER en 1828.

Le ressaut hydraulique qui représente une brusque décélération d'un écoulement liquide - part d'un état rapide à un état tranquille - peut, de façon évidente, être défini comme un phénomène turbulent.

### II.2.1 DEFINITION:

On peut citer la définition du ressaut hydraulique donnée par ELEVATORSKI.

« Le ressaut hydraulique est le passage brutal et turbulent d'un écoulement de liquide à partir d'un bas niveau situé au dessous de la « hauteur critique » à un haut niveau situé au dessus de la « hauteur critique » et pendant lequel la vitesse d'écoulement passe d'un état supercritique à un état subcritique ».

Ce passage est caractérisé par une brusque discontinuité de la surface libre et la formation d'un "rouleau" qui a pour résultats la création de fortes intensités de turbulence, l'entraînement d'air et la dissipation de l'énergie cinétique.



II.2.2

**Théorème d'EULER :**

Considérons un tronçon de canal limité entre deux sections transversales  $(s_1)$  et  $(s_2)$  (voir fig. II-5)

Nous supposons que le régime est permanent et brusquement varié entre ces deux sections mais que dans chacune de ces sections le régime est uniforme ou graduellement varié.

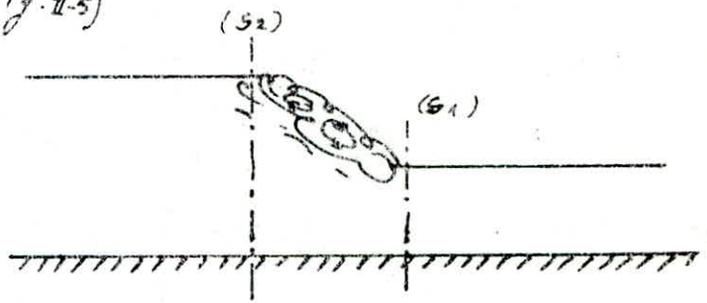


fig. II.5

Appliquons à la masse liquide comprise entre  $(s_1)$  et  $(s_2)$  le théorème d'EULER :

$$\beta_2 \cdot \frac{\bar{w}}{g} Q \vec{u}_2 - \beta_1 \cdot \frac{\bar{w}}{g} Q \cdot \vec{u}_1 = \sum F_e = \vec{F}$$

$\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  : vitesses moyennes dans les sections  $(s_1)$  et  $(s_2)$  affectées des coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  pour tenir compte de l'inégale répartition des vitesses dans chacune de ces sections.  
 $\vec{F}$  : la résultante de toutes les forces extérieures appliquées à la masse liquide comprise entre  $(s_1)$  et  $(s_2)$  et qui sont quatre à voir.

1. Le poids de la masse liquide considérée
2. Les pressions totales sur les sections  $(s_1)$  et  $(s_2)$
3. Les réactions des parois et du fond du canal entre ces deux sections.
4. La résistance de l'air sur la surface libre (généralement négligeable).

Or, on sait que l'application du théorème d'EULER se fait en projection sur un axe (en général).

projetons l'équation sur l'axe longitudinal du canal supposé horizontal, faisons, en outre, l'approximation  $p_1 = p_2$ .

$$\text{On aura : } \frac{\bar{w}}{g} Q (u_2 - u_1) = f$$

Dans notre cas,  $f$  représente :

- Les pressions totales  $P_1$  et  $P_2$  sur les sections  $(s_1)$  et  $(s_2)$
- La somme des composantes tangentielles des réactions des parois et du fond du canal, soit  $R'$

$$\text{On a : } \frac{\bar{w}}{g} Q (u_2 - u_1) = P_1 - P_2 + R'$$

$$\text{posons : } M_1 = \frac{\bar{w}}{g} Q u_1 \quad ; \quad M_2 = \frac{\bar{w}}{g} Q u_2$$

$M = \frac{\bar{w}}{g} Q \cdot u$  ; représente donc la quantité de mouvement de la masse liquide écoulée par unité de temps.

$$\text{Il vient alors : } M_2 - M_1 = P_1 - P_2 + R'$$

$$\text{ou : } R' = (M_2 + P_2) - (M_1 + P_1)$$

$R'$  est égale et opposée à la projection  $R''$  de l'action du liquide sur les parois et le fond du canal ; Donc :

$$R'' = (M_1 + P_1) - (M_2 + P_2)$$

posons  $F = \frac{M + P}{\bar{w}}$  ; La fonction  $F$  s'appelle l'impulsion totale.

Dans le cas d'un canal de pente négligeable ( $\theta = 0$ ), on désigne par :  $Q$  : le débit ;  $u$  : la vitesse moyenne.

$\Omega$ : la section mouillée ;  $a$ : profondeur du centre de gravité de la section.

$$\text{On a: } M = \frac{w}{g} Q \cdot U = \frac{\bar{w}}{g} \cdot \frac{Q^2}{U}$$

$$I = \bar{w} \cdot a \cdot \Omega$$

$$\text{Il vient: } F = \frac{Q^2}{g \Omega} + a \cdot \Omega$$

$$\text{Dimension de } F: [F] = L^3$$

$$\text{On a: } R'' = \bar{w} (F_1 - F_2)$$

Le produit du poids volumique du liquide par la diminution de l'impulsion totale du courant entre les deux sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) est donc égal à la poussée exercée par la masse liquide comprise entre ces deux sections sur les parois et le fond du canal.

si on peut négliger les frottements des parois et du fond du canal entre les deux sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ), on a:

$$R' = R'' = 0 \quad \text{et} \quad F = \text{cte}$$

on aura la relation suivante:

$$\frac{Q^2}{g \Omega_1} + a_1 \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \Omega_2} + a_2 \Omega_2$$

## II-3 RESSAUT DANS LES CONDUITES CIRCULAIRES

Dans cette partie, nous donnerons les caractéristiques importantes (géométriques) d'un écoulement dans une conduite circulaire.

• flèche et surface:

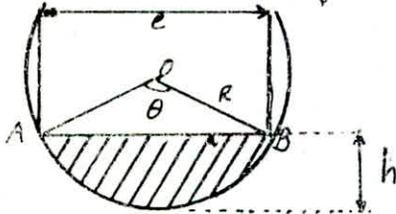


fig. II-6

A: l'aire du segment hachuré  
 $A_1$ : l'aire du secteur circulaire  
 $A_2$ : l'aire du triangle AOB  
 $\theta$ : l'angle au centre

On a:  $A = A_1 - A_2$  ;  $A_1 = \frac{1}{2} \theta R^2$  ;  $A_2 = \frac{1}{2} e (R - h)$

$e = 2R \cdot \sin \frac{\theta}{2}$  ;  $h = R (1 - \cos \frac{\theta}{2})$ .

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2R \sin \frac{\theta}{2} (R - R (1 - \cos \frac{\theta}{2})) = \frac{D}{2} \sin \frac{\theta}{2} (\frac{D}{2} - \frac{D}{2} (1 - \cos \frac{\theta}{2}))$

$A_2 = \frac{D^2}{4} \cdot \sin \frac{\theta}{2} (1 - (1 - \cos \frac{\theta}{2})) = \frac{D^2}{4} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$

$A = A_1 - A_2 = \frac{D^2}{4} \cdot \frac{\theta}{2} - \frac{D^2}{4} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}$

$A = \frac{D^2}{8} \cdot \theta - \frac{D^2}{4} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} = \frac{D^2}{8} \cdot \theta - \frac{D^2}{8} \cdot \sin \theta = \frac{D^2}{8} \cdot (\theta - \sin \theta)$

• Détermination du centre de gravité:

On écrit  $y_G$  (position de G / O)  
 est égale au moment statique  
 divisé par l'aire du segment (voir fig. II-7)

$y_G = \frac{\int y \cdot dA}{A}$  ;  $y = R \cdot \cos \alpha_0$

$dA = 2R \cdot \sin \alpha_0 \cdot dy$  ;  $dy = R \cdot \sin \alpha_0 \cdot d\alpha_0$

$dA = 2R \cdot \sin \alpha_0 \cdot R \cdot \sin \alpha_0 \cdot d\alpha_0 = 2R^2 \sin^2 \alpha_0 \cdot d\alpha_0$

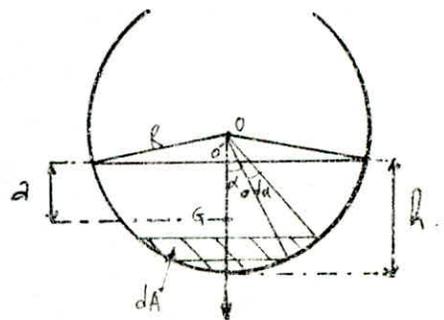


fig. II-7

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta) \quad ; \quad y_G = \frac{\int 2R^3 \cdot \cos\alpha \cdot \sin^2\alpha \cdot d\alpha}{A}$$

$$y_G = \frac{2}{3A} \cdot R^3 \cdot (\sin^3\alpha) \Big|_0^{\theta/2} = \frac{2}{3A} \cdot R^3 \cdot \sin^3\frac{\theta}{2} = \frac{D^3}{12A} \cdot \sin^3\frac{\theta}{2}$$

Donc, la distance  $a$  est:

$$\begin{aligned} a = y_G - OO' &= y_G - R \cdot \cos\frac{\theta}{2} = \frac{D^3}{12A} \cdot \sin^3\frac{\theta}{2} - R \cdot \cos\frac{\theta}{2} \\ &= \frac{D^3}{12A} \cdot \sin^3\frac{\theta}{2} - \frac{D}{2} \cdot \cos\frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

L'essentiel est :

$$\Omega = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta) \quad ; \quad a = \frac{D^3}{12A} \cdot \sin^3\frac{\theta}{2} - \frac{D}{2} \cdot \cos\frac{\theta}{2}$$

II-3-1 : pente nulle :

La fonction impulsion peut s'écrire :

$$F = \frac{Q^2}{g \cdot \Omega} + a \cdot \Omega$$

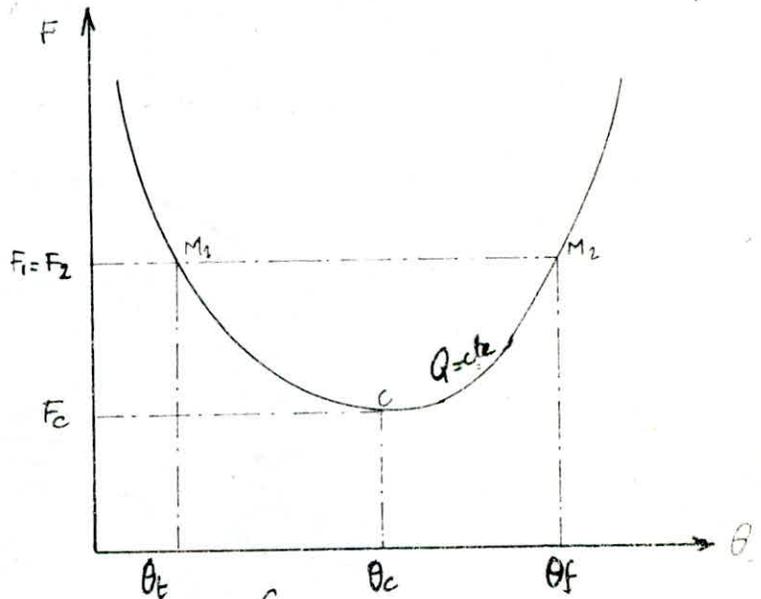
si on remplace  $\Omega$  et  $a$  par leurs expressions trouvées précédemment, on aura :

$$\begin{aligned} F &= \frac{Q^2}{g \cdot \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta)} + \left[ \frac{D^3}{12 \cdot A} \cdot \sin^3\frac{\theta}{2} - \frac{D}{2} \cdot \cos\frac{\theta}{2} \right] \cdot \left[ \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta) \right] \\ &= \frac{Q^2}{g \cdot \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta)} + \underbrace{\frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta)}_A \cdot \frac{D^3 \cdot \sin^3\frac{\theta}{2}}{12 \cdot A} - \frac{D}{2} \cdot \cos\frac{\theta}{2} \cdot \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta) \\ &= \frac{Q^2}{g \cdot \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta)} + \frac{D^3}{12} \cdot \frac{\sin^3\frac{\theta}{2}}{2} - \frac{D^3}{16} \cdot \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{2} \cdot (\theta - \sin\theta) \\ &= \frac{D^3}{8} \left[ \frac{2}{3} \frac{\sin^3\frac{\theta}{2}}{2} - \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{2} \cdot \frac{(\theta - \sin\theta)}{2} \right] + \frac{Q^2}{g \cdot \frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta)} \end{aligned}$$

L'expression finale de l'impulsion est :

$$F = \frac{D^3}{8} \left[ \frac{Q^2 \cdot 64}{g \cdot D^5 \cdot (\theta - \sin \theta)} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin^3 \theta}{2} - 0,5 \cdot \frac{\cos \theta}{2} \cdot (\theta - \sin \theta) \right] = \text{cte}$$

La courbe représentative de la variation de l'impulsion  $F$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour un débit considéré a une allure parabolique qui traduit le fait qu'une sécante parallèle à l'axe des angles coupe la courbe en deux points dont les abscisses mesurent les angles définissant les profondeurs conjuguées. (voir fig. II-8)



Dérivons l'équation  $F$  et posons la égale à zéro

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$$

On a :

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{D^3}{8} \left[ \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{2} - \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{2} - \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{2} \cdot (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{1}{2} (\theta - \sin \theta) + \frac{Q^2}{g D^5} \frac{64 (1 - \cos \theta)}{(\theta - \sin \theta)^2} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{D^3}{8} \left[ \frac{\sin^2 \theta}{2} \cdot \frac{\cos \theta}{2} - \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{2} \cdot 2 \frac{\sin^2 \theta}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{1}{2} (\theta - \sin \theta) + \frac{Q^2 \cdot 64}{g D^5} \frac{2 \sin \theta / 2}{(\theta - \sin \theta)^2} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{D^3}{8} \left[ \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{\cos \theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{\cos \theta}{2} + \frac{1}{4} (\theta - \sin \theta) + \frac{64 \cdot Q^2}{g D^5} \cdot \frac{2 \sin \theta / 2}{(\theta - \sin \theta)^2} \right]$$

fig. II.8

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{\gamma^3}{8} \left[ \frac{1}{4} (\theta - \sin \theta) + \frac{12B \cdot Q^2}{g D^5} \cdot \frac{\sin \theta/2}{(\theta - \sin \theta)^2} \right]$$

posons maintenant :  $\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$

$$\frac{\gamma^3}{8} \left[ \frac{1}{4} (\theta - \sin \theta) + \frac{12B \cdot Q^2}{g D^5} \cdot \frac{\sin \theta/2}{(\theta - \sin \theta)^2} \right] = 0 \quad \text{d'où}$$

$$\frac{Q^2}{g D^5} = \frac{(\theta_c - \sin \theta_c)^3}{512 \cdot \sin \frac{\theta_c}{2}}$$

$\theta_c$  : angle critique correspondant à la profondeur critique où les profondeurs conjuguées se superposent

On pose :  $\frac{Q^2}{g D^5} = k$  (un nombre adimensionnel).

### II.3.2. pente non nulle :

Dans ce cas, on a deux paramètres à voir leurs projections les axes.

1. pesanteur :

soit  $i$  l'angle de  $ox$  avec l'horizontale, d'où les composantes de la pesanteur par unité de masse sont : (voir fig II-9)

$$ox : g \cdot \sin i$$

$$oy : 0$$

$$oz : g \cdot \cos i$$

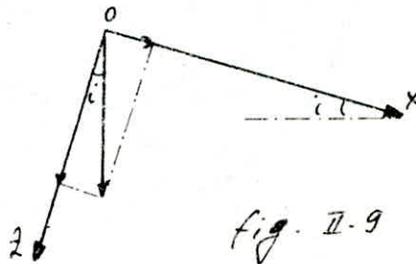


fig. II-9

2. pression :

$$P - P_0 = \bar{w} \cdot z \cdot \cos i = \bar{w} \cdot h$$

(voir fig. II-10)

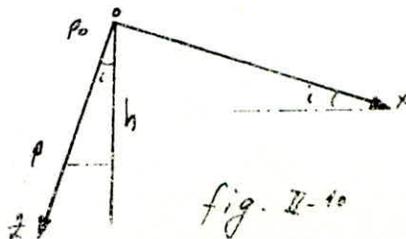


fig. II-10

Le théorème d'EULER appliqué à la masse liquide comprise entre les sections  $(S_1)$  et  $(S_2)$  prend la forme suivante :

$$\frac{\bar{w}}{g} \cdot Q (U_2 - U_1) = P_1 - P_2 + R' + G \cdot \sin i$$

$G$ : poids de la masse liquide comprise entre les deux sections  $(S_1)$  et  $(S_2)$

$i$ : pente du canal circulaire (voir fig II-11)

$G \cdot \sin i$ : la composante du poids dirigée dans le sens d'écoulement.  
posons comme précédemment :

$$M_1 = \frac{\bar{w}}{g} \cdot Q \cdot U_1 \quad ; \quad M_2 = \frac{\bar{w}}{g} \cdot Q \cdot U_2$$

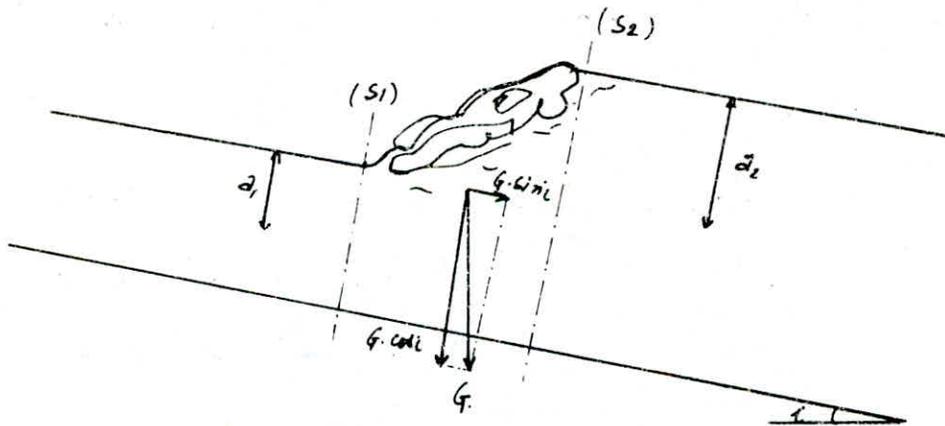


fig. II-11

$$M_2 - M_1 = P_2 - P_1 + R' + G \cdot \sin i$$

$$(M_2 + P_2) - (M_1 + P_1) = R' + G \cdot \sin i$$

$$F = \frac{M+P}{\bar{w}} \quad , \quad \text{on sait que : } F = \frac{Q^2}{g\Omega} + d \cdot \Omega$$

$$\frac{Q^2}{g\Omega_1} + d_1 \cdot \Omega_1 \cdot \cos i + \frac{G}{\bar{w}} \cdot \sin i = \frac{Q^2}{g\Omega_2} + d_2 \cdot \Omega_2 \cdot \cos i$$



on remplace les paramètres  $(\Omega)$  et  $(\alpha)$  par leurs expressions dans l'équation.

$$\frac{Q^2}{g D^2 (\theta_1 - \sin \theta_1)} + \frac{D^2 (\theta_1 - \sin \theta_1) \cdot \frac{D}{2} \left( \frac{4}{3} \frac{\sin^3 \frac{\theta_1}{2}}{(\theta_1 - \sin \theta_1)} - \cos \frac{\theta_1}{2} \right) \cdot \cos i + \frac{G}{\omega} \cdot \sin i}{}$$

ça représente le premier membre de l'égalité

$$\frac{Q^2}{g \frac{D^2}{8} (\theta_2 - \sin \theta_2)} + \frac{D^2 (\theta_2 - \sin \theta_2) \cdot \frac{D}{2} \cdot \left( \frac{4}{3} \frac{\sin^3 \frac{\theta_2}{2}}{(\theta_2 - \sin \theta_2)} - \cos \frac{\theta_2}{2} \right) \cdot \cos i}{}$$

et ça, c'est le deuxième membre.

faisons les mêmes transformations faites dans le cas  $(i=0)$

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \frac{D^3}{8} \left[ \left( \frac{2}{3} \sin^3 \frac{\theta_1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} (\theta_1 - \sin \theta_1) \right) \cos i + \frac{Q^2}{g D^5} \frac{64}{(\theta_1 - \sin \theta_1)} + \frac{G}{D^3} \frac{G \cdot \sin i}{\omega} \right] \\ & = \frac{D^3}{8} \left[ \left( \frac{2}{3} \sin^3 \frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} (\theta_2 - \sin \theta_2) \right) \cos i + \frac{Q^2}{g D^5} \frac{64}{(\theta_2 - \sin \theta_2)} \right] \end{aligned}$$

Le poids  $G$  se détermine en assimilant la forme du ressaut à un trapèze. (voir fig II.12)

$L_r$ : longueur du ressaut

$h_1$ : hauteur torrentielle

$h_2$ : hauteur fluviale.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_2 - h_1}{L_r} = \frac{h}{x}$$

$$x = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{D}{2} (1 - \cos \frac{\theta}{2})$$

$$dv = s(\theta) \cdot dx ; \quad V = \int_0^x s(\theta) \cdot dx = \int_0^{\theta} \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta) \cdot \frac{1}{4} \frac{D}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \sin \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$V = \frac{D^3}{32 \operatorname{tg} \alpha} \left[ \int_0^{\theta} \theta \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot d\theta - \int_0^{\theta} \sin \theta \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot d\theta \right]$$

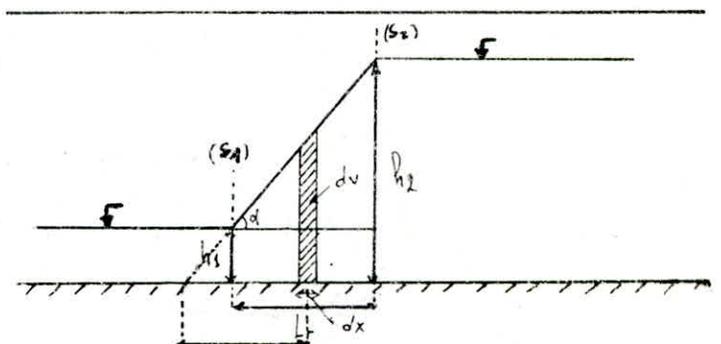


fig. II.12

$$I = \int_0^{\theta} \theta \cdot \sin \frac{\theta}{2} d\theta = 2 \int_0^{\theta} \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$I = 4 \left[ \sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right]$$

$$\begin{aligned} II &= \int_0^{\theta} \sin \theta \cdot \sin \frac{\theta}{2} d\theta = \int_0^{\theta} 2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot d\theta \\ &= \left[ \frac{4}{3} \sin^3 \frac{\theta}{2} \right]_0^{\theta} = \frac{4}{3} \cdot \sin^3 \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

L'expression de  $V$  est:

$$V = \frac{D^3}{32 \lg \alpha} \left[ 4 \left( \sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) - \frac{4}{3} \cdot \sin^3 \frac{\theta}{2} \right]$$

Le volume limité entre les deux sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) a pour expression:

$$V = V_2 - V_1 = \frac{4D^3}{32 \lg \alpha} \left[ \left( \left( \sin \frac{\theta_2}{2} - \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \right) - \frac{1}{3} \sin^3 \frac{\theta_2}{2} \right) - \left( \left( \sin \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{1}{3} \sin^3 \frac{\theta_1}{2} \right) \right]$$

$$\text{avec } \lg \alpha = \frac{h_2 - h_1}{L_r} = \frac{\frac{D}{2} (\cos \theta_1/2 - \cos \theta_2/2)}{L_r}$$

Le volume d'une façon générale s'écrit:

$$V = \frac{D^3 \cdot L_r}{8 \cdot \frac{D}{2} (\cos \theta_1/2 - \cos \theta_2/2)} \left[ \left( \left( \sin \frac{\theta_2}{2} - \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \right) - \frac{\sin^3 \theta_2}{2} \right) - \left( \left( \sin \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{\sin^3 \theta_1}{2} \right) \right]$$

Donc, le poids cherché s'écrit

$$G = V \cdot \bar{w}$$

## II.4. passage de l'écoulement à surface libre à l'écoulement en charge.

Dans ce cas, il se trouve que l'écoulement à l'aval du ressaut est en charge. Mais, on a deux cas à étudier.

•  $i=0$  (pente nulle).

écrivons les équations de l'impulsion pour les sections (1) et (2). (voir fig. II-13)

pour la section (1) :

$$F_1 = \frac{Q^2}{g \Omega_1} + \alpha_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \frac{D^2}{8} (\theta_1 - \sin \theta_1)} + \frac{D}{2} \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{\sin^3 \theta_1/2}{\theta_1 - \sin \theta_1} - \frac{\cos \theta_1}{2} \right) \frac{D^2}{8} (\theta_1 - \sin \theta_1)$$

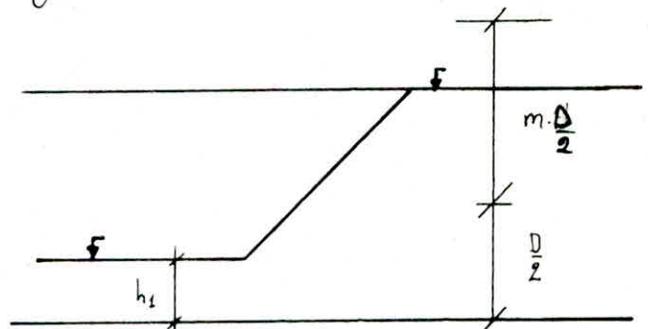
on pose  $\theta_1 = \theta$

pour la section (2) :

$$F_2 = \frac{Q^2}{g \cdot \frac{\pi D^2}{4}} + m \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} = \frac{D^3}{8} \left[ \frac{Q^2}{g D^5} - \frac{32}{\pi} + 2m \cdot \pi \right]$$

On sait que  $F_1 = F_2$

$$\frac{D^3}{8} \left[ \frac{2}{3} \frac{\sin^3 \theta}{2} - \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{2} (\theta - \sin \theta) + \frac{Q^2}{g \cdot D^5} \cdot \frac{64}{\theta - \sin \theta} \right] = \frac{D^3}{8} \left[ \frac{Q^2}{g D^5} \cdot \frac{32}{\pi} + 2m \cdot \pi \right]$$



ressaut forcé ( $i=0$ )

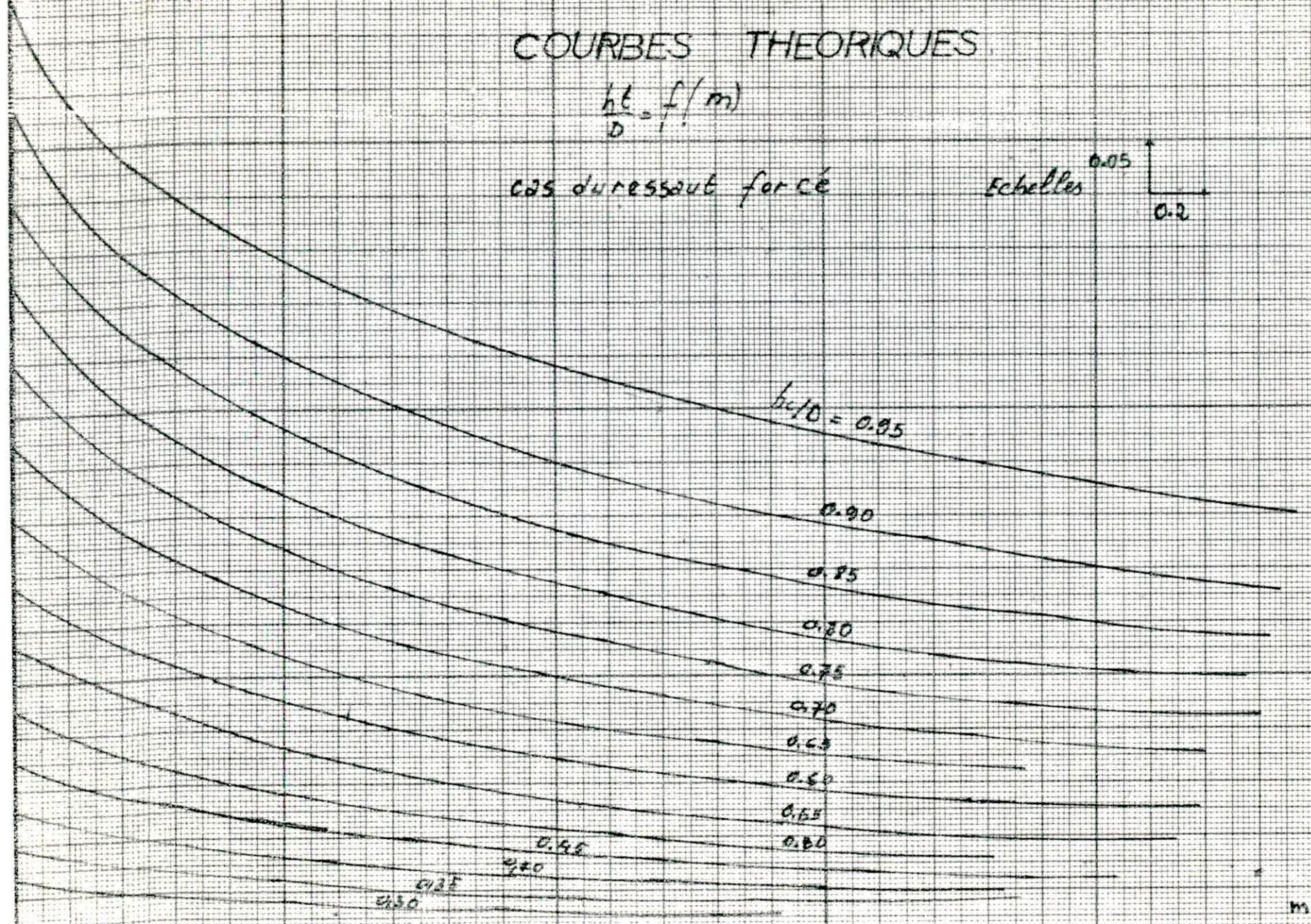
fig. II.13

# COURBES THEORIQUES

$$\frac{h_t}{D} = f(m)$$

cas du saut forcé

Echelles  $\begin{matrix} 0.05 \\ \uparrow \\ 0.2 \end{matrix}$

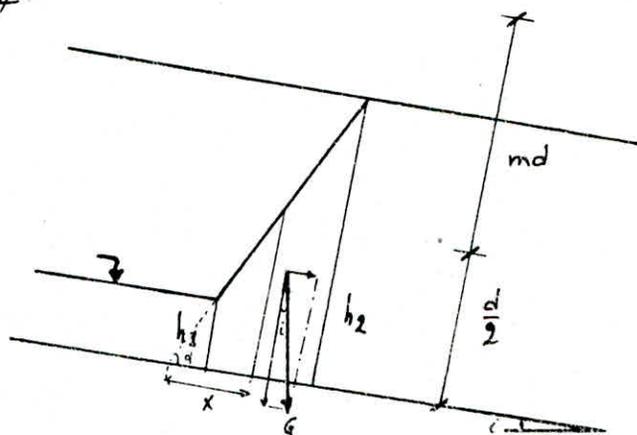


•  $I \neq 0$

on cherche les impulsions  $F_1$  et  $F_2$ .

$$F_1 = \frac{D^3}{8} \left[ \left( \frac{2}{3} \sin^3 \theta_1 - \frac{1}{2} \cos \theta_1 \cdot (\theta_1 - \sin \theta_1) \right) \cos i + \frac{Q^2}{g D^5} \frac{64}{(\theta_1 - \sin \theta_1)} + \frac{\theta}{D^3} \cdot \frac{G}{\bar{\omega}} \sin i \right]$$

$$= \frac{Q^2}{g \cdot \frac{\pi D^2}{4}} + m D \frac{\pi D^2}{4} \cos i$$



ressaut forcé ( $i \neq 0$ )

fig. II-14

On reprend le volume (c'est à dire sa formule) trouvée précédemment, mais on remplace :  $\theta_2 = 2\pi$

$$V = \frac{4 D^3}{32 \tan \alpha} \left[ \left( -\frac{2\pi \cdot \cos 2\pi}{2} \right) - \left( \sin \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{1}{3} \sin^3 \frac{\theta_1}{2} \right]$$

$$V = \frac{D^3}{8 \tan \alpha} \left[ +\pi - \left( \sin \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) - \frac{1}{3} \sin^3 \frac{\theta_1}{2} \right]$$

le poids peut s'écrire :

$$G = V \cdot \bar{\omega}$$

◦ ◦ CHAPITRE 3 ◦ ◦

RESOLUTION NUMERIQUE

### III.1 RESOLUTION DE L'EQUATION $F_1 - F_2 = f(\theta_1, \theta_2, k)$ .

À raison de la complexité de l'équation :  $F_1 - F_2 = f(\theta_1, \theta_2, k)$  qui ne permet pas une résolution directe.

Cette équation ne peut être résolue que la méthode des substitutions successives appliquées aux équations non linéaires, l'une de ces méthodes est celle du promoteur de Convergence de WEGSTEIN.

• principe de la méthode :

Soit à résoudre l'équation non linéaire  $f(x) = 0$

Dans la méthode des substitutions successives, on peut l'équation équivalente.  $x = F(x)$

La solution exacte est  $x^*$

$x^{(0)}$  une estimée de la solution exacte alors le processus se fait comme suit.

$$x^{(1)} = F(x^{(0)})$$

$$x^{(2)} = F(x^{(1)})$$

$$x^{(3)} = F(x^{(2)})$$

⋮

$$x^{(n)} = F(x^{(n-1)})$$

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \Delta x$$

$$\text{avec } \Delta x = F(x^{(n)}) - x^{(n)}$$

WEGSTEIN suggère de modifier l'équation comme suit

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \alpha \cdot \Delta x$$

nous évaluons un facteur  $\alpha$  optimal pour la Convergence

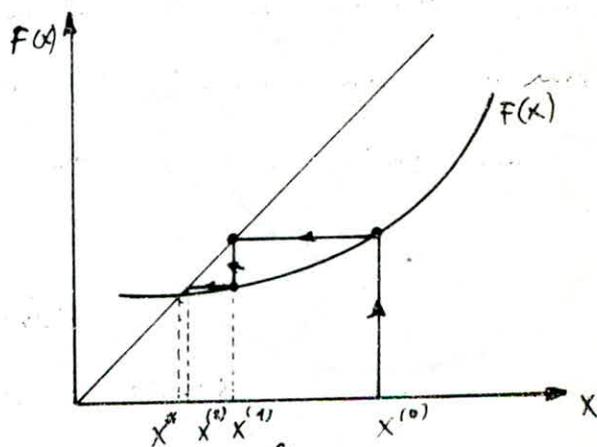


fig. III.1

La distance entre  $F(x^{(n)})$  et  $x^*$ .  
 $F(x^{(n)}) - x^* = (\alpha - 1) \Delta x$   
 puisque :  $F(x^{(n)}) - F(x^*) = (\alpha - 1) \Delta x$

$$\text{alors } \operatorname{tg} \theta = \frac{(\alpha - 1) \Delta x}{\alpha \cdot \Delta x}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\alpha - 1}{\alpha} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F(x^*) - F(x^{(n)})}{x^* - x^{(n)}}$$

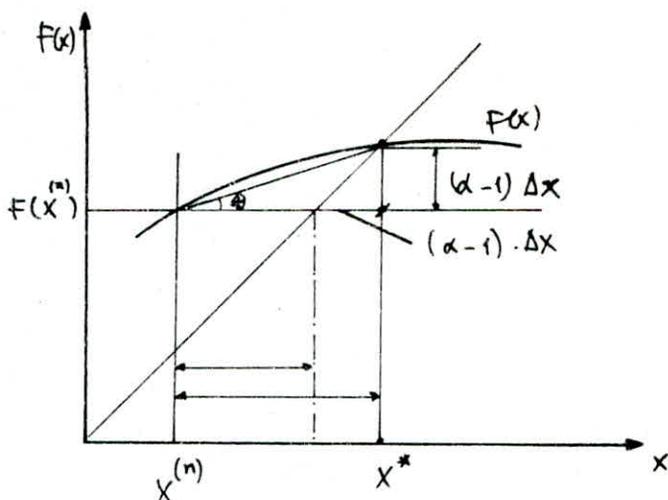


fig. III.2

Le théorème de la valeur moyenne donne :

$$\operatorname{tg} \theta = F'(e) \quad \text{ou } e \in (x^{(n)}, x^*) \quad (2)$$

De (1) et (2), on obtient :  $\alpha = \frac{1}{1 - F'(e)}$

$$\text{D'où } F'(e) = \frac{F(x^{(n)}) - F(x^{(n-1)})}{x^{(n)} - x^{(n-1)}}$$

$$F'(e) = \frac{F(x^{(n)}) - x^{(n)}}{x^{(n)} - x^{(n-1)}}$$

La méthode de WEGSTEIN consiste donc à calculer à partir de  $x^{(n-1)}$ .

$$1. \quad x^{(n)} = F(x^{(n-1)})$$

$$3. \quad \alpha = \frac{1}{1 - \Delta}$$

$$2. \quad \Delta = \frac{F(x^{(n)}) - x^{(n)}}{x^{(n)} - x^{(n-1)}}$$

$$4. \quad x^{(n+1)} = x^{(n)} + \alpha (F(x^{(n)}) - x^{(n)})$$

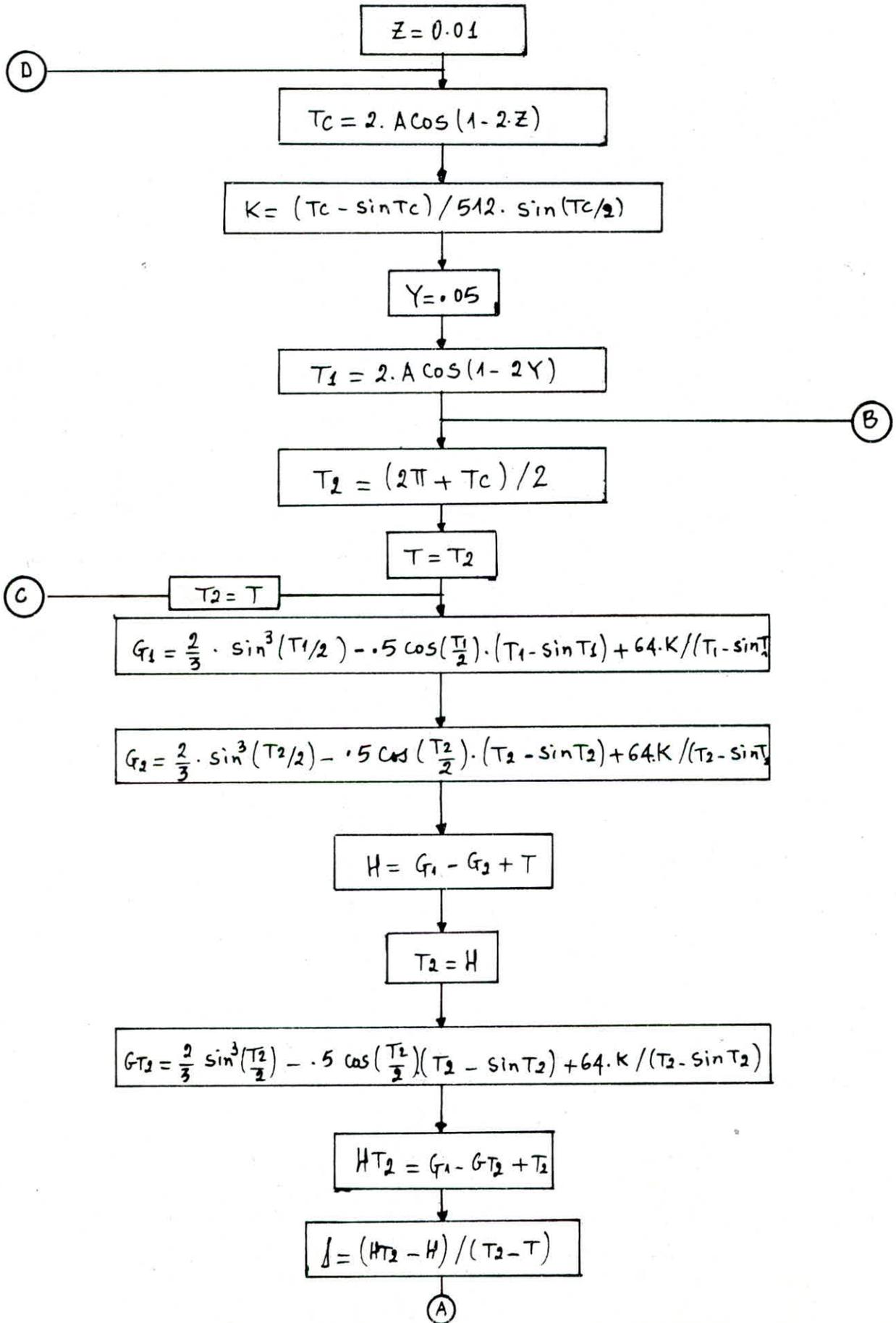
5. test : si  $\left| \frac{x^{(n)} - x^{(n-1)}}{x^{(n)}} \right| < \epsilon$ , on arrête

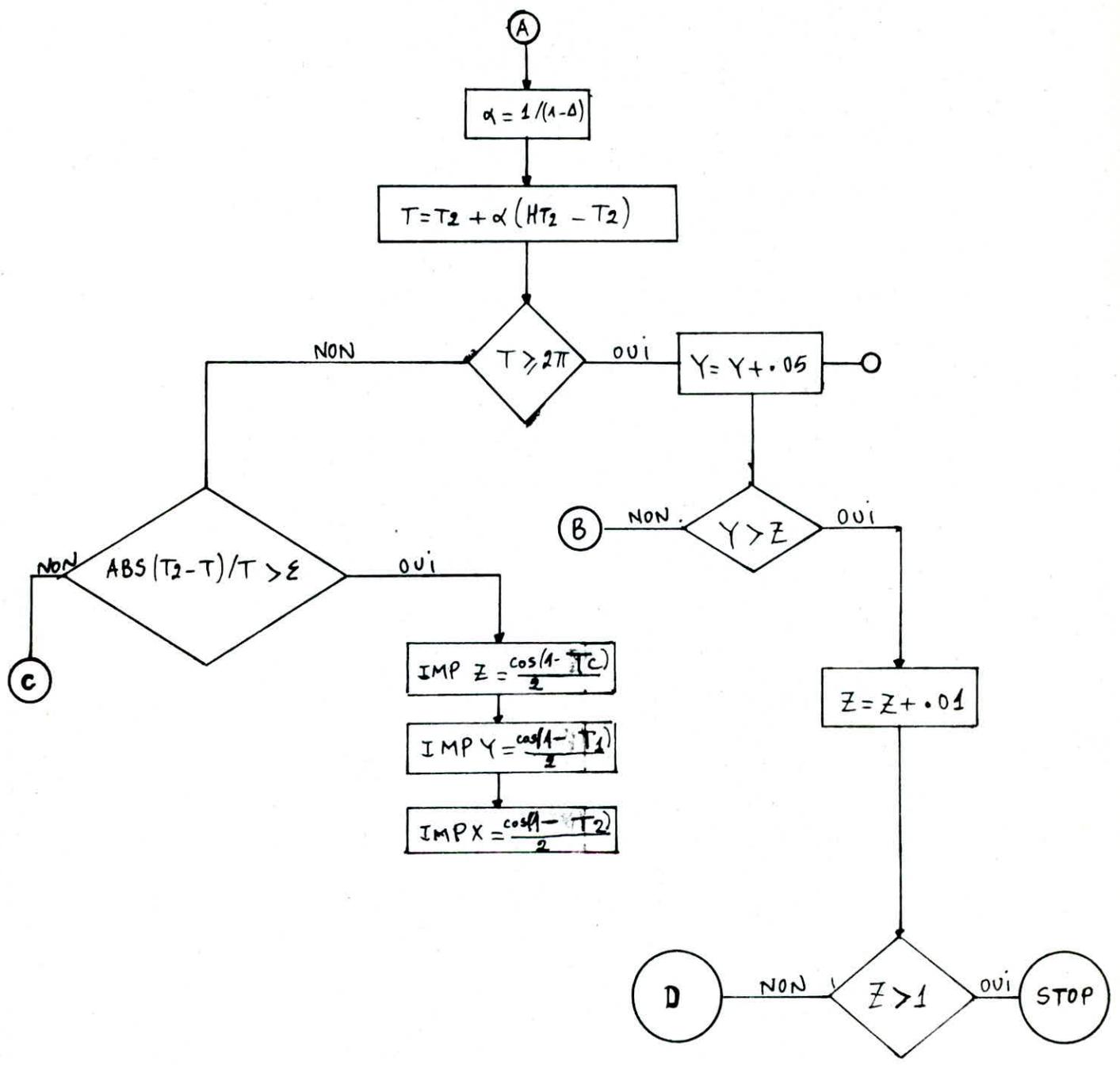
### III.2 Organigramme :

À partir de cet organigramme, on présente les différentes étapes et parties du programme fait pour la solution



theorique à notre sujet.





```

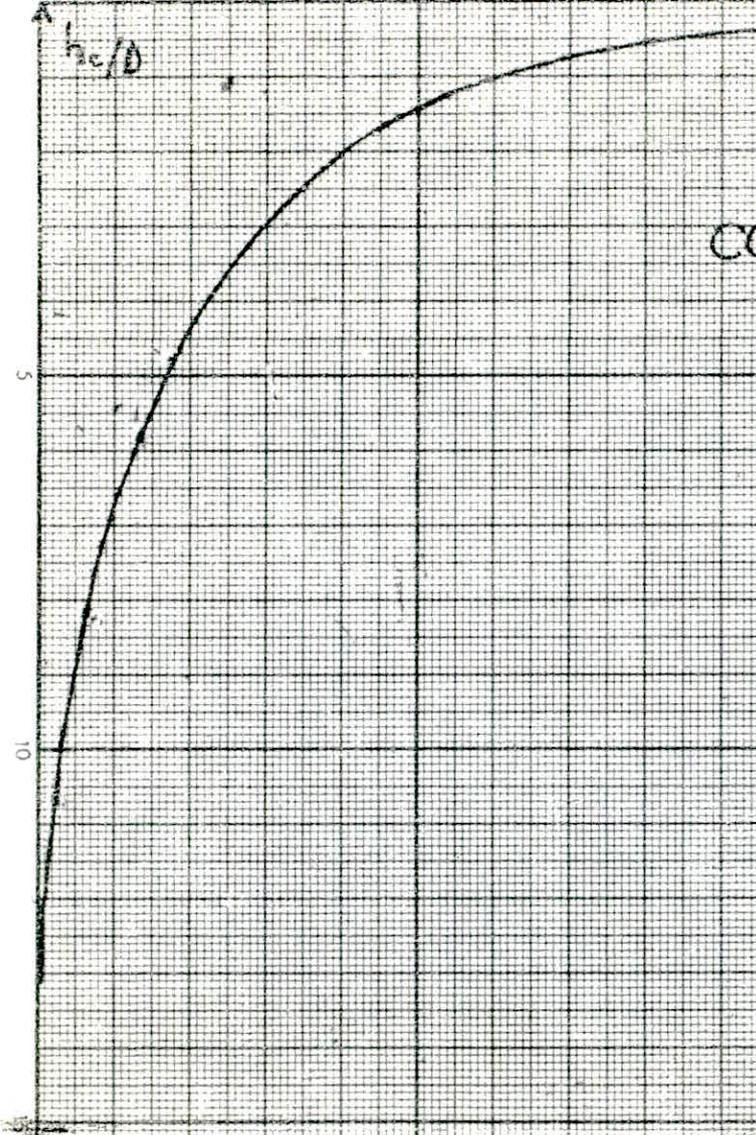
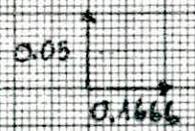
B#="#.####":CLS:J=0
PRINT " =====", " ===== "; " ===== "; " ====="
PRINT "      k      hc/d      ht/d      hf/d "
PRINT " *x*x*x*x*x*x*x", " *x*x*x*x*x "; " *x*x*x*x*x "; " *x*x*x*x*x"
REM i=0
EPS=.0005
'D=.1
PI=3.1416:J=0
' FNG(T)=2/3 *SIN(T/2)^3-.5*COS(T/2)*(T-SIN(T))+Q^2/(9.810001*D^5)*64/(T-S
))
FOR Z=.01 TO 1 STEP .01
TC=2*(1.570796-ATN((1-2*Z)/SQR(1-(1-2*Z)*(1-2*Z))))
' q= D^2.5 *SQR(9.810001*(TC-SIN(TC))^3)/SQR(512*SIN(TC/2))
K=(TC-SIN(TC))^3/(512*SIN(TC/2))
T2=(2*PI+TC)/2
REM tc angle critique
' q= D^2.5 *SQR(9.810001*(TC-SIN(TC))^3)/SQR(512*SIN(TC/2))
REM t1 angle torrentiel
FOR Y =.005 TO Z STEP .005
' T2=(2*PI+TC)/2
T1=2*(1.570796-ATN((1-2*Y)/SQR(1-(1-2*Y)*(1-2*Y))))
LET T=T2
G1 =2/3 *SIN(T1/2)^3-.5*COS(T1/2)*(T1-SIN(T1))+K*64/(T1-SIN(T1))
G2 =2/3 *SIN(T2/2)^3-.5*COS(T2/2)*(T2-SIN(T2))+K*64/(T2-SIN(T2))
H=G1-G2+T
T2=H
GT2=2/3 *SIN(T2/2)^3-.5*COS(T2/2)*(T2-SIN(T2))+K*64/(T2-SIN(T2))
HT2 =G1-GT2+T2
DER=(HT2-H)/(T2-T)
ALPHA=1/(1-DER)
T=T2+ALPHA*(HT2-T2)
IF T>2*PI GOTO 240
IF ABS((T2-T)/T)> EPS GOTO 130 ELSE J=J+1
' Y =.5*(1-COS(T1/2)) : ' Z=.5*(1-COS(TC/2))
X=.5*(1-COS(T2/2))
B#="#.####":IF J=40 GOTO 258
'PRINT "nombre ad","rapport ht/d=","rapport hf/d="
PRINT ;K;
PRINT " ";:PRINT USING B# ;Z ;
PRINT " ";:PRINT USING B# ;Y;
PRINT " ";:PRINT USING B# ;X
T2=(2*PI+TC)/2:NEXT Y
PRINT " ====="; " T1=";T1;"=====
NEXT Z
PRINT " -----"; " tc=";TC;"-----"
PRINT "n ad="USING B#;K,"ht/d=";Y,"hf/d=";X
PRINT "
PRINT" #####
PRINT"
PRINT" t1="T1,"tc=";TC
PRINT " #####":END

```

COURBES THEORIQUES

$$\frac{h_c}{\sigma} = f\left(\frac{\sigma^2}{\sigma_{0.05}}\right)$$

Echelle

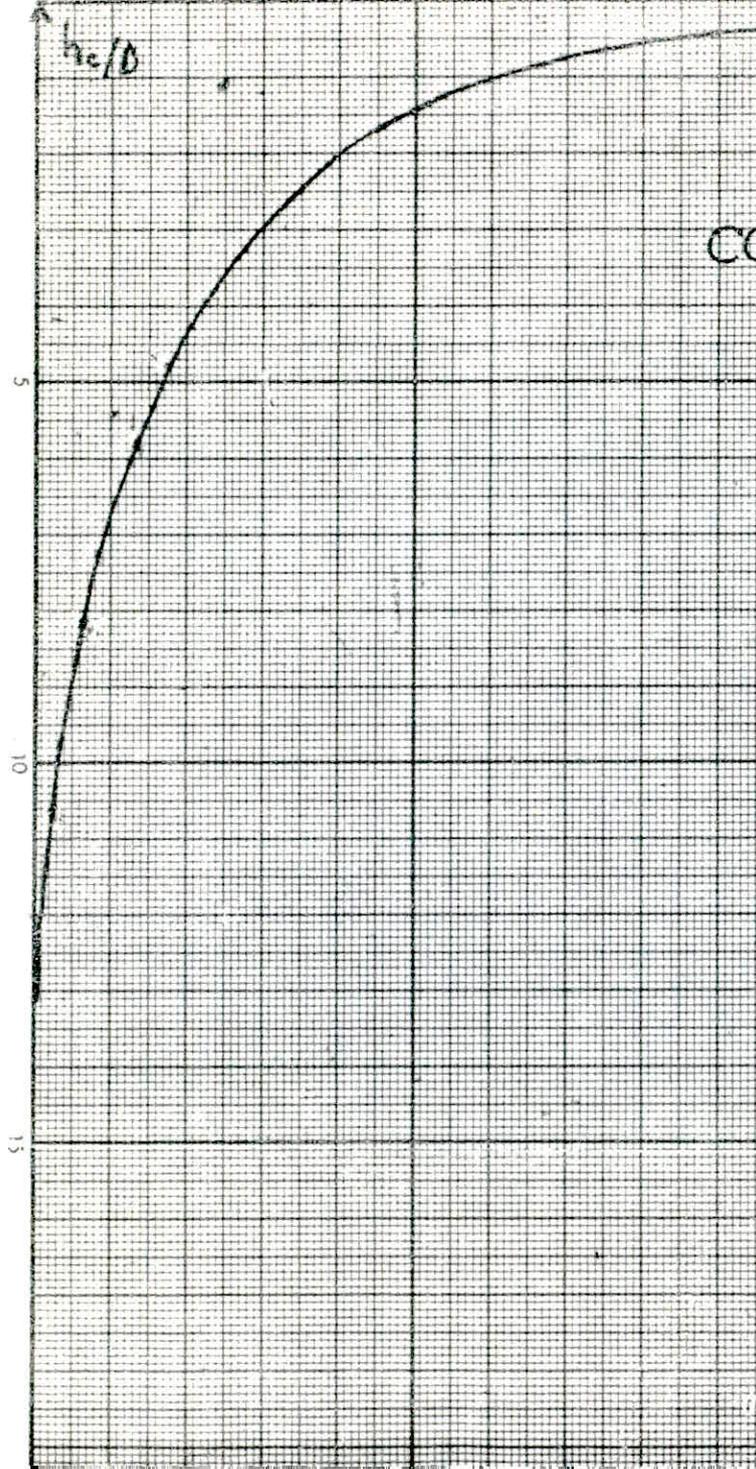
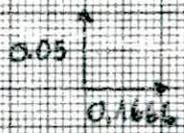


0.1666

COURBES THEORIQUES

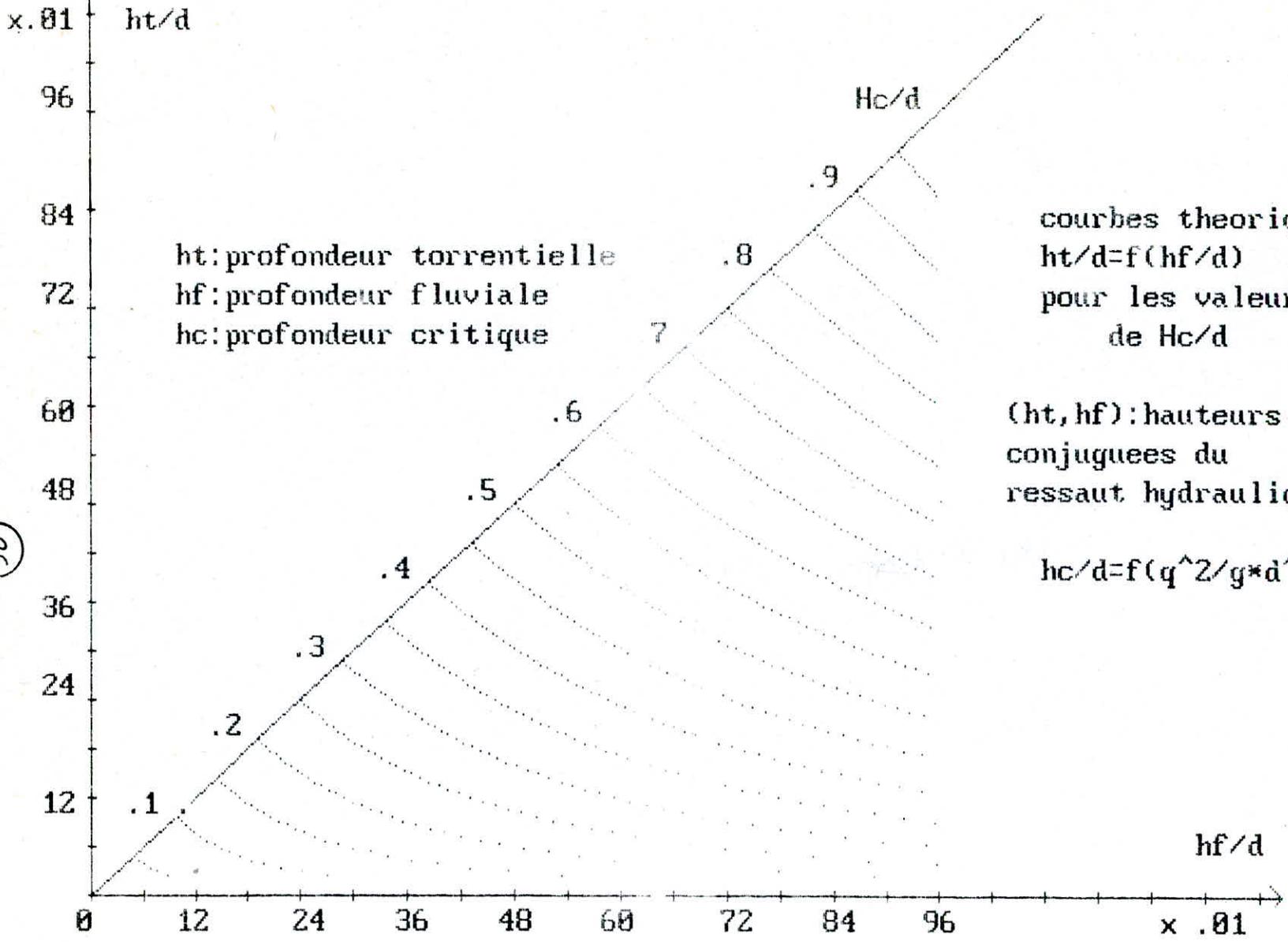
$$\frac{h_c}{D} = f\left(\frac{D^3}{g \nu^3}\right)$$

Echelle



01/03/05

(30)



ht: profondeur torrentielle  
 hf: profondeur fluviale  
 hc: profondeur critique

courbes theoriques  
 $ht/d=f(hf/d)$   
 pour les valeurs  
 de  $Hc/d$

$(ht, hf)$ : hauteurs  
 conjuguees du  
 ressaut hydraulique

$hc/d=f(q^2/g*d^5)$

° ° CHAPITRE 4 ° °

MODELISATION

## IV ANALYSE DIMENSIONNELLE

### IV.1. GENERALITÉS :

Une loi physique concrétisée par une relation entre un certain nombre de grandeurs (longueurs, vitesses, ... etc) est indépendante des unités employées pour exprimer les valeurs numériques des diverses grandeurs qui interviennent dans la dite relation. La théorie de l'analyse dimensionnelle permet précisément de déterminer la forme la plus simple que peut revêtir une loi reliant un certain nombre de grandeurs physiques.

Le théorème fondamental de l'analyse dimensionnelle est le théorème des  $\Pi$  ou théorème de VASCHY-BUCKINGHAM (Ce théorème a été énoncé par VASCHY en 1890 puis, de manière plus précise, par BUCKINGHAM en 1915).

• Théorème de  $\Pi$  de VASCHY-BUCKINGHAM (énoncé).

Si  $n$  est le nombre des grandeurs physiques caractérisant le phénomène étudié et  $r$  le nombre des grandeurs fondamentales intervenant dans la définition de ces  $n$  grandeurs, la plus simple de la relation qui existe entre ces  $n$  grandeurs est une relation entre les  $(n-r)$  produits indépendants et sans dimension. Ces  $(n-r)$  produits sont constitués par des groupements monômes contenant deux ou plusieurs des  $n$  grandeurs caractérisant le phénomène étudié. Ils doivent être indépendants en ce sens que l'un d'eux ne doit pas être le résultat de la combinaison de deux ou plusieurs autres.



## IV.2. La méthode :

Soient  $(G_1, G_2, \dots, G_n)$  les grandeurs intervenant aux phénomènes, soit  $r$  le nombre des dimensions fondamentales qui sont au maximum trois (M, L, T) (masse, longueur, temps).

Donc, il doit exister entre les dites paramètres une relation fonctionnelle qui peut être écrite symboliquement

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-r}) = 0$$

Les paramètres  $\pi_i$  sont formés par des expressions de forme suivante :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= G_1^{x_1} \cdot G_2^{y_1} \cdot G_3^{z_1} \cdot G_4 \\ &\vdots \\ \pi_{n-r} &= G_1^{x_{n-r}} \cdot G_2^{y_{n-r}} \cdot G_3^{z_{n-r}} \cdot G_n \end{aligned}$$

Dans ces équations, les exposants  $x_i, y_i$ , et  $z_i$  doivent être tels que chaque  $\pi$  soit adimensionnel en substituant à chacun des grandeurs  $G_1, G_2, \dots, G_{n-r}$ , c'est à dire la somme algébrique des exposants de chacune des dimensions fondamentales (M, L, T) résultant de la substitution est égale à zéro.

D'une façon générale, on a quatre étapes à passer

1. Établir toutes les variables indépendantes qui interviennent sur le phénomène étudié
2. Décrire les dimensions de ces variables à l'aide des unités fondamentales (M, L, T).
3. Combiner ces variables dans une relation dimensionnelle en admettant qu'il s'agit d'un produit de puissance

4. Déterminer l'exposant dans le produit précédent en égalisant les exposants des grandeurs.

Après ça, on a un certain nombre de produits sans dimensions dont la plupart ont reçu de l'auteur qui les a, le premier introduit dans la littérature hydraulique, on peut présenter six nombres.

1. Nombre d'EULER ou nombre de NEWTON :

$$E = \frac{\rho}{\rho v^2} ; \quad \text{qui représente le rapport des forces de pression aux forces d'inertie}$$

2. Nombre de REYNOLDS :

$$R = \frac{v \cdot D}{\nu} ; \quad \text{qui représente le rapport des forces d'inertie et de turbulence aux forces de viscosité}$$

3. Nombre de FROUDE :

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}} ; \quad \text{qui représente le rapport des forces d'inertie aux forces de pesanteur.}$$

4. Nombre de MACH :

$$M = \frac{v}{\sqrt{k/\rho}} ; \quad \text{qui représente le rapport de la vitesse du fluide à la vitesse du son dans ce fluide}$$

5. Nombre de CAUCHY :

$$Ca = \frac{\rho \cdot v^2}{k} ; \quad \text{qui représente le rapport des forces d'inertie aux forces de compressibilité, il est égal au carré}$$

du nombre de MACH.

6. Nombre de WEBER :

$We = \rho v^2 (D/A)$  ou  $A$  est la tension superficielle  
il représente donc le rapport des forces d'inertie aux  
forces de capillarité.

Après avoir explicité la théorie de l'analyse dimensionnelle  
nous passerons à l'application de cette théorie sur notre  
cas.

IV.3. Application :

Les paramètres qui peuvent intervenir dans le phénomène  
qu'on étudie (le ressaut) sur modèle sont :

Grandeurs	symboles	Dimensions
longueur de la conduite	$L$	$L$
diamètre de la conduite	$D$	$L$
accélération de la pesanteur	$g$	$L \cdot T^{-2}$
Debit	$Q$	$L^3 T^{-1}$
viscosité cinématique	$\nu$	$L^2 T^{-1}$
hauteurs (avale, amont)	$H$	$L$

D'où la relation fonctionnelle :

$$f(L, D, g, Q, \nu, H) = 0$$

avec  $n = 6$ ,  $m = 2$

$$n - m = 6 - 2 = 4$$

On a quatre nombres adimensionnels :  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  et  $\pi_4$

puisque  $m=2$ , on a deux variables répétées à mettre en évidence et il faut qu'ils soient indépendants entre eux.

On prend le débit et le diamètre.

$$\text{On a: } \pi_1 = Q^{x_1} D^{y_1} L = (L^3 T^{-1})^{x_1} (L)^{y_1} \cdot L = L^0 T^0$$

$$\pi_2 = Q^{x_2} D^{y_2} g = (L^3 T^{-1})^{x_2} (L)^{y_2} \cdot L T^{-2} = L^0 T^0$$

$$\pi_3 = Q^{x_3} D^{y_3} v = (L^3 T^{-1})^{x_3} (L)^{y_3} \cdot L^2 T^{-1} = L^0 T^0$$

$$\pi_4 = Q^{x_4} D^{y_4} H = (L^3 T^{-1})^{x_4} (L)^{y_4} \cdot L = L^0 T^0$$

\* pour  $\pi_1$ :

pour L :

$$3x_1 + y_1 + 1 = 0$$

pour T :

$$-x_1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x_1 + y_1 + 1 = 0 \\ -x_1 = 0 \end{array} \right\} x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = -1$$

$$\text{D'où } \pi_1 = \frac{L}{D}$$

\* pour  $\pi_2$ :

pour L :

$$3x_2 + y_2 + 1 = 0$$

pour T :

$$-x_2 - 2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x_2 + y_2 + 1 = 0 \\ -x_2 - 2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y_2 = -1 - 3x_2 \quad (x_2 = -2) \\ y_2 = +5 \end{array}$$

$$\text{D'où } \pi_2 = Q^{-2} D^5 g = \frac{g \cdot D^5}{Q^2}$$

\* pour  $\pi_3$ :

pour L :

$$3x_3 + y_3 + 2 = 0$$

pour T :

$$-x_3 - 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x_3 + y_3 + 2 = 0 \\ -x_3 - 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_3 = -1 \\ y_3 = -2 - 3x_3 = 1 \end{array}$$

$$\text{D'où } \pi_3 = Q^{-1} D \cdot v = \frac{D \cdot v}{Q}$$

\* pour  $\pi_4$ :

pour L :

$$3x_4 + y_4 + 1 = 0$$

pour T :

$$-x_4 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x_4 + y_4 + 1 = 0 \\ -x_4 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_4 = 0 \\ y_4 = -1 \end{array}$$

Donc  $\pi_4 = Q \cdot D^{-1} \cdot H = \frac{H}{D}$

$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = 0$  peut s'écrire

$f\left(\frac{L}{D}, \frac{g D^5}{Q^2}, \frac{v \cdot D}{Q}, \frac{H}{D}\right) = 0$

pour  $\left(\frac{L}{D}\right)$  et  $\left(\frac{H}{D}\right)$  sont adimensionnels.

pour  $\left(\frac{v \cdot D}{Q}\right)$

on a:  $Q = v \cdot S$

la surface (S) est équivalente à  $(D^2)$

$S \sim D^2$

$Q = v \cdot D^2$

$\frac{v \cdot D}{Q} = \frac{v \cdot D}{v \cdot D^2} = \frac{v}{v \cdot D}$  (C'est l'inverse du nombre de REYNOLDS).

$\frac{g D^5}{Q^2}$  représente l'inverse du nombre de FROUDE

## IV. 2. SIMILITUDE

## IV.2.1 Définition:

L'idée générale de la similitude vient tout simplement d'essayer de voir "en petit" comment cela se passe en grand.

C'est ce qui constitue le principe des essais sur modèles réduits qui ont connu un développement important non seulement en hydraulique mais dans d'autres branches de la mécanique, surtout en aérodynamique.

## Le problème:

Mais un problème essentiel se pose alors: Dans quelle et suivant quelles lois les résultats obtenus sur le modèle peuvent-ils être transposés dans l'écoulement naturel en vraie grandeur (prototype)?

Autrement dit, si le modèle est géométriquement semblable au prototype, les dimensions linéaires homologues du modèle et du prototype étant dans le rapport  $\lambda$  qui est l'échelle de modèle

## IV.2.2. Conditions:

Pour que les résultats obtenus sur le modèle soient transposables dans la réalité, il faut que:

1. Les rapports ( $\lambda_t, \dots, \lambda_F$ ) (rapport des temps, des forces ...) soient bien déterminés et constants
2. Les rapports soient connus en fonction de l'échelle  $\lambda$ .

si ces deux conditions sont vérifiées, on a dans le modèle u

écoulement semblable à l'écoulement réel dans le prototype.  
Maintenant, nous donnons les lois de similitude

#### IV.2.3. Lois de similitude:

##### a- similitude géométrique:

soient  $(L_m)$  et  $(L_p)$  les dimensions linéaires homologues respectivement du modèle et du prototype, on définit l'échelle du modèle  $\lambda$  par:

$$\lambda = \frac{L_m}{L_p}$$

##### b. similitude cinématique:

Cette similitude exige que les vitesses et les accélérations soient dans un rapport défini et constant en tous les points correspondants des deux écoulements.

soient:

$t_p$ : le temps mis à parcourir une distance  $L_p$  dans le prototype.

$t_m$ : le temps mis à parcourir une distance  $L_m$  dans le modèle.

On définit les échelles suivantes:

l'échelle du modèle:  $\lambda = \frac{L_m}{L_p}$

l'échelle des temps:  $\lambda_t = \frac{t_m}{t_p}$

l'échelle des vitesses:  $\lambda_v = \frac{v_m}{v_p}$

l'échelle des accélérations:  $\lambda_a = \frac{a_m}{a_p}$

On peut écrire facilement les relations suivantes :

$$V_p = \frac{L_p}{t_p} \quad ; \quad V_m = \frac{L_m}{t_m}$$

$$\lambda_v = \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m}{L_p} \times \frac{t_p}{t_m} = \frac{\lambda}{\lambda_t}$$

De même pour les accélérations :

$$\gamma_p = \frac{L_p}{t_p^2} \quad ; \quad \gamma_m = \frac{L_m}{t_m^2} \quad ; \quad \frac{\gamma_m}{\gamma_p} = \frac{L_m}{L_p} \left( \frac{t_p}{t_m} \right)^2 = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$$

On résume :  $\lambda_v = \frac{\lambda}{\lambda_t}$  et  $\lambda_\gamma = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$

### C. similitude dynamique :

Les mouvements du liquide dans le prototype et dans le modèle sont provoqués par des forces. Pour que les deux systèmes (modèle et prototype) soient dynamiquement semblables, il est donc nécessaire que toutes les forces agissant en des points homologues du modèle et du prototype soient dans le même rapport.

#### IV. 2.4 Analyse des forces :

Les principales forces sont :

1. Les forces d'inertie
2. Les forces de turbulence
3. Les forces de pesanteur
4. Les forces de viscosité.

#### 1- Forces d'INERTIE

La force d'inertie agissant sur la particule de masse ( $m$ ) animée d'une vitesse ( $v$ ) sur sa trajectoire dont le rayon de courbure est  $r$ , a pour expression :  $F = m \frac{v^2}{r}$

on a dans le prototype :  $F_p = m_p \frac{v_p^2}{r_p}$

dans le modèle :  $F_m = m_m \frac{v_m^2}{r_m}$



D'où :  $\frac{F_m}{F_p} = \frac{m_m}{m_p} \left( \frac{v_m}{v_p} \right)^2 \frac{r_p}{r_m}$  posons :  $\frac{F_m}{F_p} = \lambda f_i$  ;  $\frac{m_m}{m_p} = \lambda_m$

$\lambda f_i = \frac{\lambda_m \cdot \lambda_v^2}{\lambda} = \frac{\lambda_m}{\lambda} \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda_t} \right)^2 = \frac{\lambda_m \cdot \lambda^2}{\lambda \cdot \lambda_t^2} = \lambda_m \cdot \lambda \cdot \lambda_t^{-2}$

Or ;  $m = \rho v \Rightarrow \lambda_m = \lambda_p \cdot \lambda^3$

enfin ;  $\lambda f_i = \lambda_p \cdot \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2}$

**2. FORCES DE TURBULANCE :**

La force tangentielle résultant de la turbulence d'un écoulement.  $F_t = \rho \cdot s \cdot \overline{u'v'}$

$\rho$  : masse volumique du liquide

$s$  : surface à travers laquelle se produit l'échange latéral des quantités de mouvement.

$\overline{u'v'}$  : la moyenne du produit des fluctuations de la vitesse instantanée dans le sens longitudinal ( $u'$ ) et dans le sens transversal ( $v'$ ).  $\lambda_{f_t} = \lambda_p \cdot \lambda^2 \cdot \lambda_v^2 = \lambda_p \cdot \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2} = \lambda f_i$

**3. FORCES DE PESANTEUR :**

$F = m \cdot g$  , le rapport des forces de pesanteur sera donc

$\lambda_{f_p} = \lambda_m \cdot \lambda g = \lambda g \cdot \lambda^3 \cdot \lambda_p$

**4. FORCES DE VISCOSITÉ :**

La force de viscosité agissant sur l'élément de surface  $ds$  est donnée par la formule de NEWTON :

$dF = \mu \cdot ds \cdot \frac{dv}{dn}$  ;  $\frac{dv}{dn}$  ; représentant le gradient

de vitesse dans la direction normale à  $ds$

Le rapport des forces de viscosité sera donc

$$\lambda_{fv} = \lambda_{\mu} \cdot \lambda^2 \Delta v \cdot \lambda^{-1} = \lambda_{\mu} \cdot \lambda \cdot \lambda_t^{-1}$$

• Remarque :

Les forces d'inertie ne peuvent jamais être négligées puis qu'il ya toujours une masse liquide en mouvement, les conditions du problème étudié permettront souvent, pour les autres catégories des forces, d'en négliger certaines par rapport à d'autres.

IV.2.5 SIMILITUDE de REECH-FROUDE

Dans cette similitude, les forces de viscosité sont négligées par rapport aux forces d'inertie, de turbulence et de pesanteur. La condition de similitude des forces impose que les trois rapports  $\lambda_{fi}$ ,  $\lambda_{ft}$  et  $\lambda_{fp}$  soient les mêmes.

$$\lambda_{fi} = \lambda_{fp} = \lambda_{ft} \quad (\text{or } \lambda_{ft} = \lambda_{fi})$$

on a :  $\lambda_{fi} = \lambda_{fp} \implies \lambda_{\rho} \cdot \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2} = \lambda_{\rho} \cdot \lambda^3 \cdot \lambda g$

avec  $\lambda g = 1$  ;  $\lambda_{\rho} \cdot \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2} = \lambda_{\rho} \cdot \lambda^3$

$$\lambda \cdot \lambda_t^{-2} = 1 \implies \frac{\lambda}{\lambda_t^2} = 1$$

On multiplie par  $\lambda$  de part et d'autre de l'égalité

$$\frac{\lambda^2}{\lambda_t^2} = \lambda \implies \left(\frac{\lambda}{\lambda_t}\right)^2 = \lambda \implies \lambda_v^2 = \lambda$$

enfin,  $\lambda_v = \sqrt{\lambda}$

Cette relation est connue sous le nom de "loi de similitude"

de REECH-FROUDE", on peut l'exprimer d'une autre façon

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad ; \quad \frac{v_2}{\sqrt{gL_2}} = \frac{v_1}{\sqrt{gL_1}} \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1$$

On peut établir les rapports de toutes les grandeurs physiques caractérisant l'écoulement dans le modèle et le prototype.

temps :  $\lambda_t = \sqrt{\lambda}$       vitesse :  $\lambda_v = \frac{\lambda}{\lambda_t} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\lambda}$

Debits :  $\lambda_Q = \lambda_v \cdot \lambda^2 = \lambda^{1/2} \cdot \lambda^2 = \lambda^{5/2}$

accélération :  $\lambda_g = \frac{\lambda}{\lambda_t^2} = 1$       forces :  $\lambda_f = \lambda_m \cdot \lambda_g = \lambda_f \cdot \lambda^3$

pressions :  $\lambda_p = \frac{\lambda_f}{\lambda^2} = \lambda_f \cdot \lambda$

puissances :  $\lambda_P = \frac{\lambda_f \cdot \lambda}{\lambda_t} = \lambda_f \cdot \lambda^3 \cdot \lambda_v = \lambda_f \cdot \lambda^3 \cdot \lambda^{1/2} = \lambda_f \cdot \lambda^{7/2}$

### UTILISATION :

La similitude de REECH-FROUDE est très fréquemment utilisée dans les études sur modèles réduits. Elle intervient notamment pour la plupart des écoulements à surface libre qu'il s'agisse d'écoulements non turbulents sur des ouvrages courts (Deversoir, seuil, chute, ressaut...) de lesquels le frottement visqueux à la paroi ne joue qu'un rôle très faible par rapport à la pesanteur, la pression et l'inertie ou d'écoulements très turbulents dans lesquels les forces de viscosité sont également négligeables par rapport aux forces d'inertie, de turbulence et de pesanteur.

## IV.2.6 SIMILITUDE DE REYNOLDS

### IV.2.6.1: Definition:

Dans cette similitude, les forces de pesanteur sont négligeables par rapport aux forces d'inertie, de turbulence et de viscosité. La condition se résume à :

$$\lambda f_i = \lambda f_v$$

$$\text{on a : } \lambda \rho \cdot \lambda^4 \cdot \lambda t^{-2} = \lambda \mu \cdot \lambda^2 \cdot \lambda t^{-1}$$

$$\frac{\lambda \mu}{\lambda \rho} = \lambda^2 \cdot \lambda t^{-1} = \lambda \cdot \lambda v \quad (1)$$

$$\text{au même temps ; } \frac{\lambda \mu}{\lambda \rho} = \lambda v$$

Donc, on a :

$$\frac{\lambda \cdot \lambda v}{\lambda \rho} = 1$$

$$\frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{v_m}{v_p} \cdot \frac{\rho_p}{\rho_m} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{L_m \cdot v_m}{\rho_m} = \frac{L_p \cdot v_p}{\rho_p} = R = \text{cte}$$

### IV.2.6.2. échelles:

On a :  $R_2 = R_1$  (modèle et prototype)

l'indice 1 pour le prototype

l'indice 2 pour le modèle.

• échelle des longueurs:

$$\lambda = \frac{D_2}{D_1} = \frac{v_2 \cdot v_1}{v_1 \cdot v_2} \quad \text{Or ; } v = \frac{\mu}{f}$$

$$v_2 = \frac{\mu_2}{f_2} \quad \text{et} \quad v_1 = \frac{\mu_1}{f_1}$$

$$\text{Donc, on a : } \lambda = \frac{\mu_2 \cdot v_1 \cdot f_1}{\mu_1 \cdot v_2 \cdot f_2} = \lambda \mu \cdot \lambda v^{-1} \cdot \lambda f^{-1}$$

• échelle des vitesses :

$$\lambda_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\mu_2 \cdot D_1 \cdot f_1}{\mu_1 \cdot D_2 \cdot f_2} = \lambda_\mu \cdot \lambda^{-1} \cdot \lambda_f^{-1}$$

• échelle des temps :

$$\lambda_t = \frac{\lambda}{\lambda_v} ; \text{ de (1), on tire :}$$

$$\lambda_t = \lambda^2 \cdot \lambda_\mu^{-1} \cdot \lambda_f$$

• échelle des forces :

$$\lambda_F = \lambda_\mu \cdot \lambda^2 \cdot \lambda_t^{-1}$$

on remplace ( $\lambda_t$ ) par son expression; on aura :

$$\lambda_F = \frac{\lambda_\mu \cdot \lambda^2}{\lambda^2 \cdot \lambda_\mu^{-1} \cdot \lambda_f} = \lambda_\mu^2 \cdot \lambda_f^{-1}$$

• échelle des débits : ( $Q = v \cdot S$ )

$$\lambda_Q = \lambda_v \cdot \lambda^2 = (\lambda_\mu \cdot \lambda^{-1} \cdot \lambda_f^{-1}) \cdot \lambda^2 = \lambda \cdot \lambda_\mu \cdot \lambda_f^{-1}$$

• échelle des accélérations :

$$\lambda_a = \lambda \cdot \lambda_t^{-2}$$

• échelle des pressions :

$$\lambda_p = \frac{\lambda_F}{\lambda^2} = \lambda_\mu^2 \cdot \lambda_f^{-1} \cdot \lambda^{-2}$$

• échelle des puissances :

$$\begin{aligned} \lambda_{pui} &= \lambda_F \cdot \lambda_v = (\lambda_\mu^2 \cdot \lambda_f^{-1}) (\lambda_\mu \cdot \lambda^{-1} \cdot \lambda_f^{-1}) \\ &= \lambda_\mu^3 \cdot \lambda^{-2} \cdot \lambda_f^{-1} \end{aligned}$$

#### IV.2.7. INCOMPATIBILITÉ DES SIMILITUDES REACH-FROND ET DE REYNOLDS :

Le problème est le suivant :

est-il possible de réaliser un modèle dont la similitude avec le prototype puisse satisfaire simultanément aux

Conditions de similitude de REECH-FROUDE et de REYNOLDS

La similitude de REECH-FROUDE impose :  $\lambda v = \sqrt{\lambda}$

La similitude de REYNOLDS impose :  $\frac{\lambda \cdot \lambda v}{\lambda v} = 1$

si on combine entre les deux conditions

$\lambda v = \frac{\lambda v}{\lambda}$  et  $\lambda v = \sqrt{\lambda}$

Donc ;  $\frac{\lambda v}{\lambda} = \sqrt{\lambda}$

ou  $\lambda v = \lambda^{3/2}$

Or, le plus souvent, on utilise le même liquide (en general!)

ce qui implique que :  $\lambda v = 1$

Donc  $\lambda v = 1 \implies \lambda^{3/2} = 1 \implies \lambda = 1$

$\lambda = 1$ , ce qui veut dire que les dimensions du prototype et du modèle sont les mêmes, ce qui nous intéresse pas.

Donc, il est pratiquement impossible de réaliser une similitude totale englobant les deux similitudes précédentes.

IV.2.8 seuil de REYNOLDS:

La perte de charge dans un ouvrage quelconque s'exprimait

$\Delta H = \frac{\lambda \cdot l}{D} \frac{v^2}{2g}$  ;  $\lambda = f(R, \epsilon/D)$

$\frac{\epsilon}{D}$  : rugosité relative des parois de l'ouvrage

$\epsilon$  : hauteur moyenne des rugosités des parois.

La similitude des deux écoulements exige donc que  $\lambda^*$  soit le même dans le modèle et dans le prototype.

Dans le diagramme de MOODY, on remarque que pour chaque valeur de  $(\epsilon/D_r)$  à partir d'une certaine valeur de R,  $\lambda$  reste

constante, quand  $R$  varie. Ce nombre est appelé « seuil de REYNOLDS » (voir fig. IV.1)

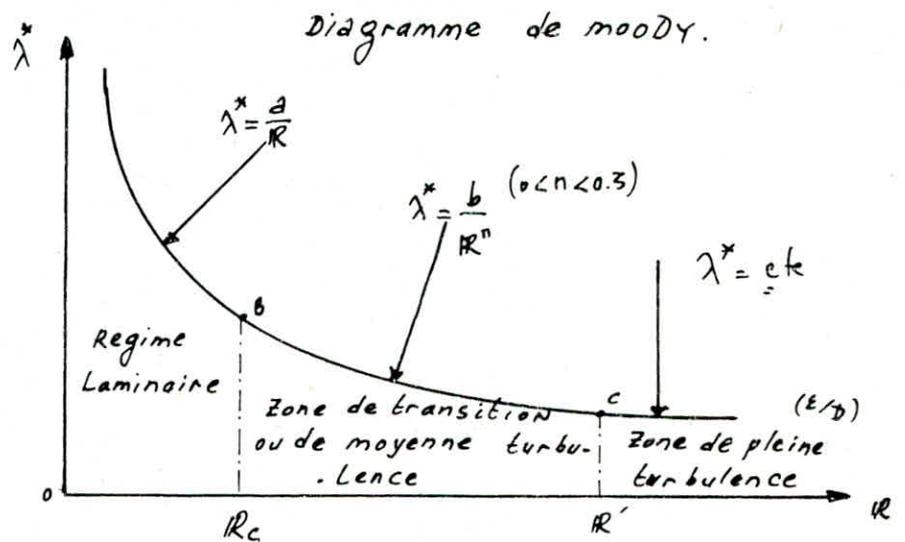


fig. IV.1

si dont l'écoulement dans le prototype et dans le modèle est tel que ce seuil soit dépassé, on est certain que, pour une même rugosité relative  $(\epsilon/d)$ , le coefficient  $\lambda^*$  sera le même dans l'un ou l'autre et l'essai sur modèle pourra être réalisé en adoptant la condition de similitude de REECH-FROUDE même si les nombres de REYNOLDS ne sont pas les mêmes dans le modèle et dans le prototype.

Remarque:

Il n'est pas autorisé d'utiliser d'échelle trop petite. La valeur de l'échelle limite  $\lambda_{min}$  imposée par le seuil de REYNOLDS est:

$$\lambda_{lim} = \left( \frac{R_{lim}}{R_1} \right)^{2/3}$$

$R_1$ : nombre de REYNOLDS dans la prototype.

$$R = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

$$R_{lim} = \frac{(\lambda_{min} \cdot \nu_1) \cdot (\lambda_{min} \cdot D_{h1})}{\nu} = \lambda_{min}^{3/2} \cdot R_1$$

## IV.2.9 INTERET DE LA SIMILITUDE :

La faveur dont bénéficient ces essais s'explique par les facilités qu'offrent les mesures effectuées au laboratoire, la plus grande précision qu'aurait les appareils de mesure utilisés en outre, les modèles permettent d'effectuer aisément de nombreuses expériences, de les répéter en cas de nécessité en faisant varier dans tel ou tel sens ou tel paramètre du problème.

Enfin, les dépenses nécessitées par les essais sur modèle représentent une fraction toujours faible du montant total des dépenses et les résultats fournis par le modèle permettent de réaliser des économies de temps et d'argent très importantes pour l'exécution de l'ouvrage.



(51)

## IV.3. MODELISATION

### IV.3.1 conception du modèle :

Le modèle est conçu en matière transparente : le flexiglas afin de pouvoir visualiser les phénomènes et de les corriger éventuellement qualitativement.

Comme nous l'avons dit précédemment (chapitre I, localisation du problème)

pour cela, nous avons conçu un modèle composé : (voir fig. IV.2)

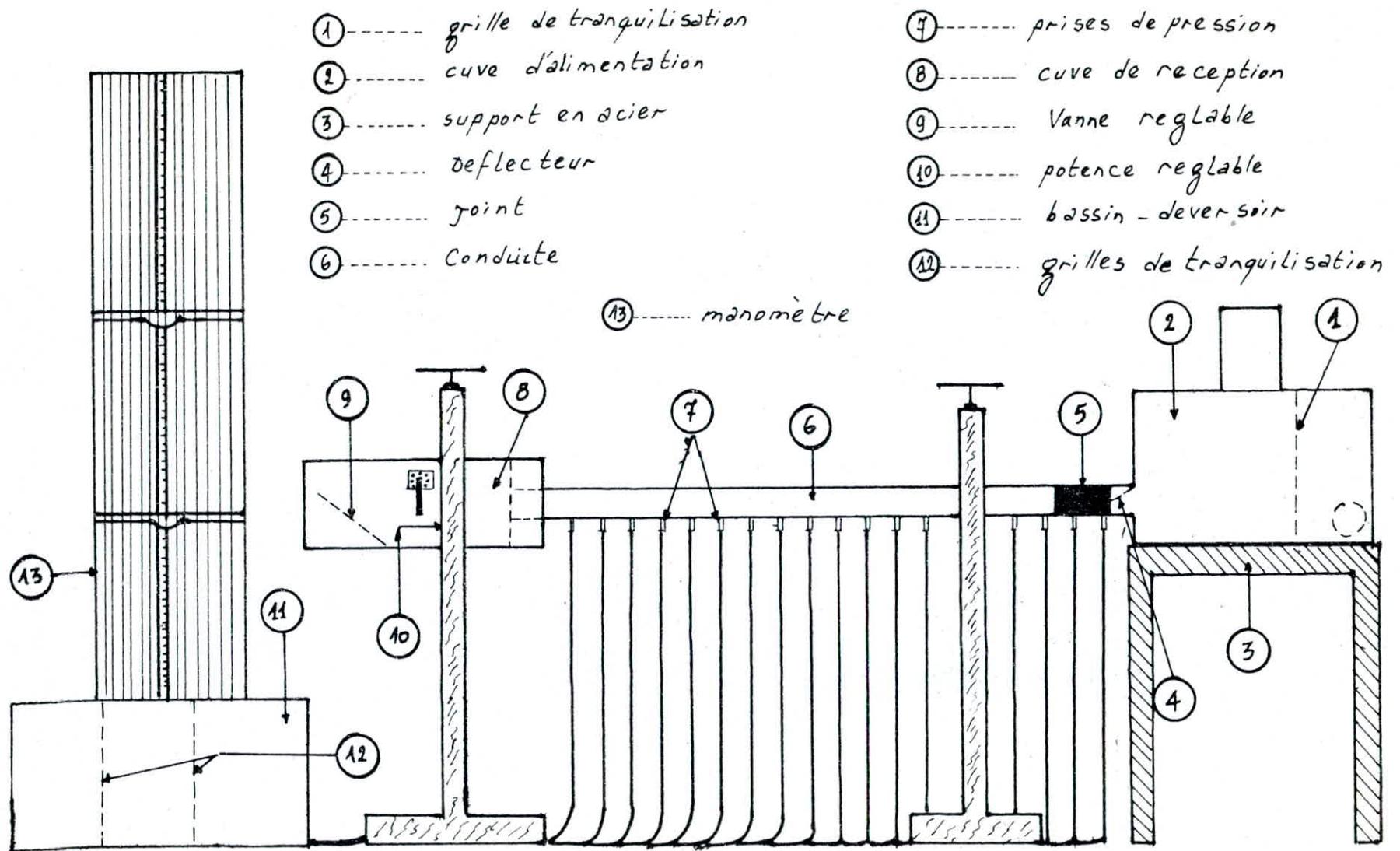
- .. Cuve d'alimentation tranquillisée
- .. Conduite simulant la galerie.
  - joint : pour pouvoir articuler la conduite et d'arr. plusieurs pentes
  - prises de pression : qui sont liées au manomètre dont on peut lire les hauteurs d'eau (conjugées)
  - Deflecteur : pour fixer la hauteur d'eau d'entrée ou plus exactement la hauteur torrentielle.
- .. Cuve de réception simulant le bassin de dissipation d'énergie munie d'une vanne pour le réglage de la charge.
- .. potence pour réglage de la pente.
- .. Deversoir pour mesurer les débits.

### IV.3.2. Dimensionnement :

Dans les prototypes, les longueurs des galeries varient de (100 ÷ 200) m avec des diamètres de (3 ÷ 8) m.

D'autre part, l'expérience montre que dans les études sur modèle, l'échelle varie de  $1 \div 1/200$  avec un grand pourcentage  $1/150$  et l'échelle conseillée pour un modèle hydraulique est  $1/30$ , pour cela nous pensons que le diamètre ( $D = 10 \text{ cm}$ ) choisi est convenable. De plus, nous ne faisons pas une étude pour un cas précis mais une étude générale.

Pour les autres éléments constituant le modèle, les dimensions ont été choisies à assurer une bonne capacité, une bonne tranquillisation afin d'éliminer tous phénomènes parasites pouvant apparaître ou gêner la manipulation.



SCHEMA DU MODÈLE

fig. IV.2

◦ ◦ CHAPITRE 5 ◦ ◦

ASPECT EXPERIMENTAL

## I-1. FONCTIONNEMENT DU MODÈLE

Le dispositif général est relié au château d'eau du laboratoire par une prise à niveau constant.

On ouvre la vanne qui relie le château d'eau à la cuve d'alimentation, on fixe une hauteur. L'écoulement passe dans la conduite heurtant le sabot au début, la hauteur torrentielle est fixée.

Le long de la conduite, on a placé (19) prises, dont on utilise simplement 8 ou 7, qui sont reliées au manomètre par des tuyaux. Sur le manomètre, on peut lire directement les hauteurs d'eau dans la conduite.

À l'aval de la conduite, on a placé des plaques rectangulaires qui constituent un seuil afin de fixer le ressaut. L'eau passe dans la cuve de réception et se déverse dans le bassin - deversoir.

Ce bassin est fermé de trois parties limitées par des grilles de tranquillisation, la troisième partie est dotée d'un deversoir triangulaire. Dans cette partie, un limnimètre est placé pour nous donner les hauteurs des lames dérivantes dont on peut tirer les débits correspondants.

On a utilisé six "sabots" ou deflecteurs, et pour chaque deflecteur, on a fait varier le débit tout en mesurant les hauteurs conjuguées.

## V.2. MESURES ET PRECISIONS

### V.2.1 ETALONNAGE DU DEVERSOIR TRIANGULAIRE:

La détermination du débit deversant à partir d'un deversoir triangulaire consiste à mettre en évidence la théorie approchée de la vitesse moyenne dans la tranche d'eau de largeur  $x$  et de hauteur  $dz$  située à une profondeur  $z$  au-dessous de la surface libre (voir fig. V.1)

$$V = \sqrt{2g \cdot z}$$

On désigne par  $\mu_1$  le coefficient de débit approprié.

Le débit élémentaire de cette tranche sera :

$$dQ = \mu_1 \cdot x \cdot dz \cdot \sqrt{2g \cdot z} = ds \cdot V \cdot \mu_1$$

Écrivons  $x$  sous la forme de  $f(z)$  en posant :

$$\frac{l}{h} = \frac{x}{(h-z)} \Rightarrow x = \frac{l}{h} (h-z)$$

$$dQ = \mu_1 \cdot \frac{l}{h} (h-z) \cdot \sqrt{2g \cdot z} \cdot dz$$

$$Q = \int_0^h \mu_1 \cdot \frac{l}{h} \cdot (h-z) \cdot \sqrt{2g \cdot z} \cdot dz$$

On suppose que  $\mu_1$  est constant

$$Q = \frac{4}{15} \cdot \mu_1 \cdot l \cdot h \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

on introduit l'angle  $\alpha$  de l'échancrure du fait que  $(l)$  est difficile à mesurer.

$$Q = \frac{8}{15} \cdot \mu_1 \cdot h^2 \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

La valeur de  $\mu$  varie en fonction du rapport  $(\frac{l}{h})$ .

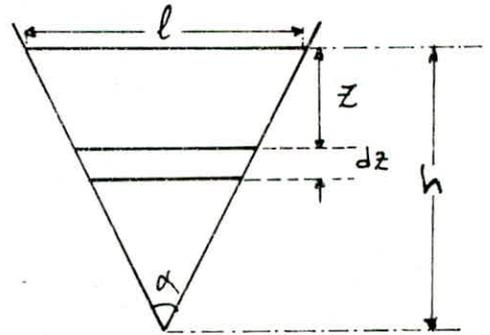


fig. V.1

Dans cette expérience, on a utilisé le venturi pour la mesure du débit, l'eau qui passe à travers le venturi. Son débit est mesuré à partir de l'application du théorème de BERNOULLI au filet liquide passant par les points A et B des sections (1) et (2) entre lesquelles la perte de charge est négligée :

$$\frac{P_1}{\rho} + h_1 + \alpha_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho} + h_2 + \frac{\alpha_2 U_2^2}{2g}, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = 1$$

$$U_1^2 = U_2^2 - 2g(h_1 - h_2).$$

$$S_1 \cdot U_1 = S_2 \cdot U_2 \quad \Rightarrow \quad U_2 = U_1 \cdot \frac{S_1}{S_2}$$

On remplace :

$$U_1 = \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

$$Q = \frac{S_1 \cdot S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \frac{S_1 \cdot S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h}$$

Dans le déversoir et en premier lieu, on laisse l'eau atteindre un niveau quelconque au-dessus de la crête et on arrête l'alimentation, quand il n'y aura plus d'écoulement à travers le déversoir, on repère le zéro à l'arrêt d'un limnimètre ensuite, on commence à faire l'alimentation d'une manière progressive en relevant à chaque fois la hauteur de la lame d'eau dans le déversoir après que le niveau soit stabilisé, et en parallèle on relève les dénivellées des menisques dans les deux piezomètres indiquant la différence des charges dans les sections considérées au venturi, ainsi on aura pour chaque hauteur (h) de la lame d'eau dans le déversoir une dénivellée ( $\Delta H$ ) correspondante des menisques dans les

piezomètres, par la suite un débit correspondant calculé par la formule - ci-dessous, ce qui nous permet de tracer une courbe d'étalonnage

L'équation a pour forme:  $Q = a \cdot h^b$

### V.2.2. Détermination de la courbe d'étalonnage:

On dresse un tableau de mesures portant les débits  $Q$  (l/s), les hauteurs  $h$  (cm) et leurs logarithmes décimaux correspondants.

$Q$ (l/s)	1.447	2.881	3.263	5.266	5.591	6.639	7.783
$h$ (cm)	9.00	11.96	12.46	15.15	15.82	16.70	17.81
$\log Q = Y$	0.160	0.459	0.513	0.721	0.747	0.822	0.891
$\log h = X$	0.954	1.077	1.095	1.180	1.199	1.222	1.250

Avant de procéder au calcul, on trace la droite

$\log Q = f(\log h)$ , on a remarqué qu'il y avait deux points aberrants, donc, il faut les négliger (voir fig. I-2)

ainsi, on pourrait avoir un ajustement plus correct.

Notre travail consiste à linéariser la fonction puissance  $Q = a h^b$

on écrit:  $\log Q = b \log h + \log a$ .

On veut déterminer les coefficients  $a$  et  $b$  pour cela on utilise la méthode des moindres carrés

On pose:  $\log Q = Y$ ;  $\log h = X$

$\log a = B$  et  $b = A$



D'où  $Y = AX + B$

avec  $A = \frac{\sum (x - \bar{x})(Y - \bar{Y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$  et  $B = \bar{Y} - A\bar{x}$

On dresse le nouveau tableau après écartement des deux points habérants

h (cm)	Q (l/s)	log Q = Y	log h = X	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(Y - \bar{Y})$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(x - \bar{x})(Y - \bar{Y})$
9.00	1.447	0.160	0.954	-0.1826	0.0333	-0.4506	0.2030	0.0823
11.96	2.881	0.459	1.077	-0.0596	0.0035	-0.1516	0.023	0.0090
15.15	5.266	0.721	1.180	0.0434	0.0019	0.1104	0.0123	0.0048
16.7	6.639	0.822	1.222	0.0854	0.0073	0.2114	0.0447	0.0180
17.81	7.783	0.891	1.250	0.1134	0.0128	0.2804	0.0786	0.0318

on a :  $\bar{x} = 1.1366$  ;  $\bar{Y} = 0.6106$  ;  $\sum (x - \bar{x})(Y - \bar{Y}) = 0.1459$   
 $\sum (x - \bar{x})^2 = 0.0588$  ;  $\sum (Y - \bar{Y})^2 = 0.3616$

On calcule :

$$A = \frac{0.1459}{0.0588} = 2.481$$

$$B = 0.6106 - (2.481)(1.1366) = -2.2093$$

$$\log Q = (2.481) \cdot \log h - 2.2093$$

$$Q = 0.0062 \cdot h^{2.48} \quad [Q \text{ (l/s) et } h \text{ (cm)}].$$

$$Q = 0.565 \cdot h^{2.48} \quad [Q \text{ (m}^3\text{/s) et } h \text{ (cm)}].$$

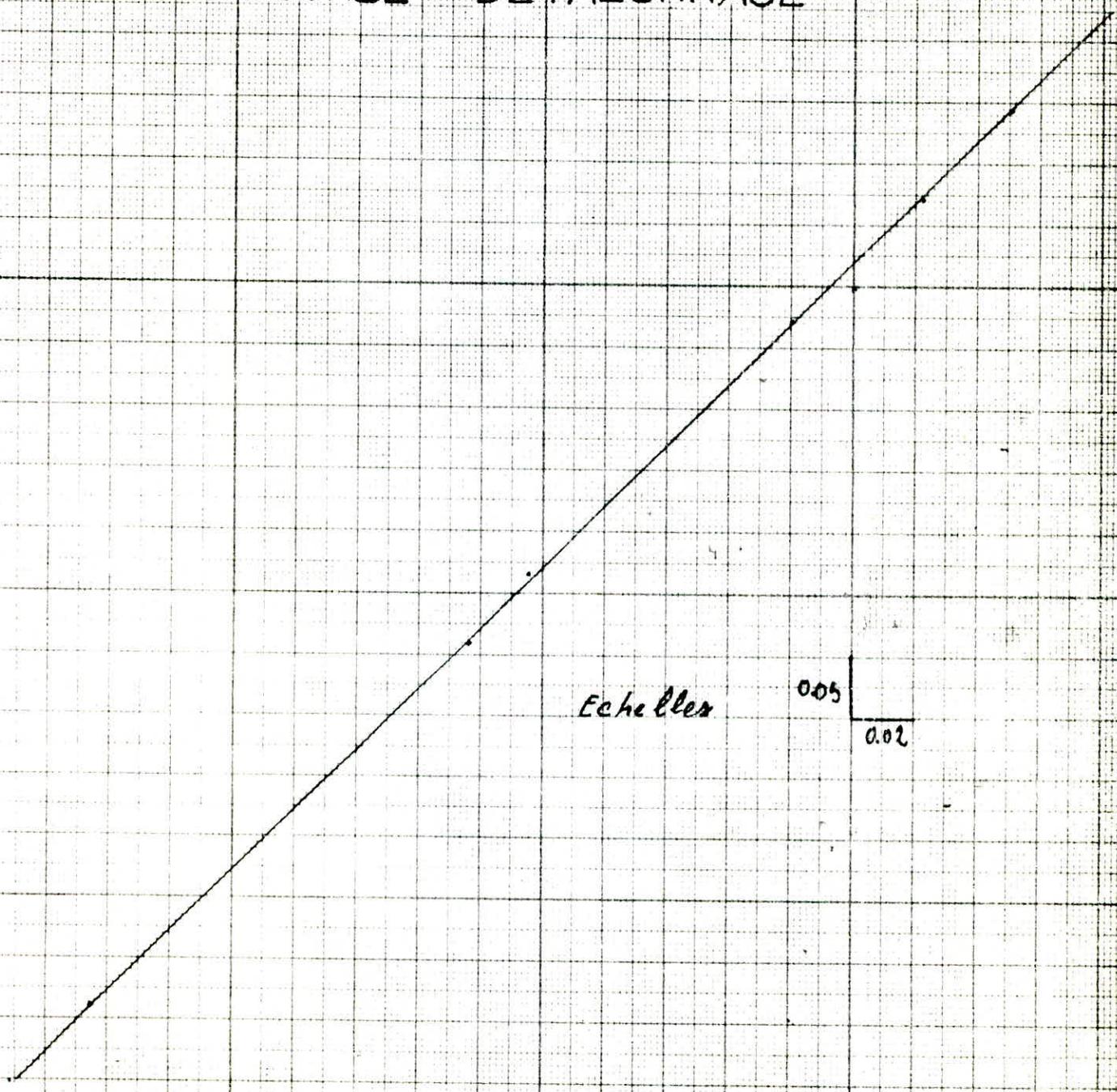
Le coefficient de corrélation  $r$  est donné par :

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (Y - \bar{Y})^2}} = \frac{0.1459}{\sqrt{0.0588 \times 0.3616}} \approx 1$$

V.2.3. Détermination du coefficient du débit  $\mu$  à partir de l'expérience.

207 Q

# COURBE D'ÉTALONNAGE



Echelles

0.05

0.02

Log h

On a :  $Q = a \cdot h^{2.48}$

$$Q = \mu \cdot \frac{B}{15} \cdot \lg \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2g} \cdot h^{2.48}$$

Donc : 
$$\mu = \frac{a}{\frac{B}{15} \cdot \lg \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2g}}$$

On dresse le tableau correspondant :

h (cm)	9.00	11.96	15.15	16.70	17.81
Q (l/s)	1.447	2.881	5.266	6.639	7.783
$\mu$	0.60	0.59	0.60	0.59	0.59

### II.2.4. Calcul d'erreur :

Nous avons : 
$$Q = \frac{s_1 \cdot s_2}{\sqrt{s_1^2 - s_2^2}} \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta H} = \frac{s_1 \cdot s_2}{\sqrt{s_1^2 - s_2^2}} \cdot \sqrt{2g} \cdot (\Delta H)^{1/2}$$

$$\log Q = \log \left[ s_1 s_2 \cdot \sqrt{\frac{2g}{s_1^2 - s_2^2}} \right] + \frac{1}{2} \log (\Delta H)$$

$$= \log s_1 + \log s_2 + \frac{1}{2} \log \left( \frac{2g}{s_1^2 - s_2^2} \right) + \frac{1}{2} \log \Delta H$$

$$= \log s_1 + \log s_2 + \frac{1}{2} \log (2g) - \frac{1}{2} \log (s_1^2 - s_2^2) + \frac{1}{2} \log \Delta H$$

$$d(\log Q) = \frac{dQ}{Q} = \frac{ds_1}{s_1} + \frac{ds_2}{s_2} + \frac{1}{2} \frac{d(\Delta H)}{\Delta H}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta s_1}{s_1} + \frac{\Delta s_2}{s_2} + \frac{1}{2} \frac{\Delta(\Delta H)}{\Delta H}$$

Or ;  $s = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow \frac{\Delta s}{s} = 2 \frac{\Delta D}{D}$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 2 \frac{\Delta D_1}{D_1} + 2 \frac{\Delta D_2}{D_2} + \frac{1}{2} \frac{\Delta(\Delta H)}{\Delta H}$$

La hauteur du ménisque dans les piezomètres du venturi est mesurée avec une erreur de (1mm) due à la lecture.

vibration du menisque, d'où :  $\Delta H = h_1 - h_2$

$$\frac{\partial (\Delta H)}{\partial H} = \frac{\partial (h_1 - h_2)}{(h_1 - h_2)} = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{(h_1 - h_2)} = \frac{2}{\Delta H}$$

pour les valeurs de  $(\Delta H)$  sont connues au début (mesurées)

$$\Delta H_1 = 0.057 \text{ m} ; \Delta H_2 = 0.226 \text{ m} ; \Delta H_3 = 0.755 \text{ m} ; \Delta H_4 = 1.111 \text{ m}$$

$$\Delta H_5 = 1.649 \text{ m}$$

$$\Delta D_1 = \Delta D_2 = 0.1 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 2 \cdot \frac{0.1}{800} + 2 \cdot \frac{0.1}{410} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\Delta H(\text{mm})} = 73,78 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{\Delta H(\text{mm})}$$

$$Q = 1.447 \text{ l/s} ; \frac{\Delta Q}{Q} = 73,78 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{57} = 0.018 = 1,8\%$$

$$Q = 2.881 \text{ l/s} ; \frac{\Delta Q}{Q} = 73,78 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{226} = 0.005 = 0,5\%$$

$$Q = 5.266 \text{ l/s} ; \frac{\Delta Q}{Q} = 73,78 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{755} = 0.002 = 0,2\%$$

$$Q = 6.639 \text{ l/s} ; \frac{\Delta Q}{Q} = 73,78 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{1199} = 0.157\%$$

$$Q = 7.783 \text{ l/s} ; \frac{\Delta Q}{Q} = 73,78 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{1649} = 0.13\%$$

• L'erreur sur  $h$ :

$h$ : hauteur de la lame d'eau déversante.

$$d \log h = \frac{\Delta h}{h}$$

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 = 2 \text{ mm}$$

$\Delta h_1$ : erreur du déversoir

$\Delta h_2$ : erreur de lecture

$\Delta h_3$ : erreur commise par l'influence de la tension superficielle.

-elle.

$$\frac{\Delta h_1}{h_1} = \frac{2}{90} = 0.022 ; \frac{\Delta h_2}{h_2} = \frac{2}{119,6} = 0.016 ; \frac{\Delta h_3}{h_3} = \frac{2}{158,2} = 0.013$$

$\frac{\Delta h_4}{h_4} = \frac{2}{167} = 0.0119$  ;  $\frac{\Delta h_5}{h_5} = \frac{2}{178.1} = 0.0112$

plus précisément :

$\frac{\Delta h_1}{h_1} = 2.2\%$  ;  $\frac{\Delta h_2}{h_2} = 1.6\%$  ;  $\frac{\Delta h_3}{h_3} = 1.3\%$  ;  $\frac{\Delta h_4}{h_4} = 1.19\%$  ;  $\frac{\Delta h_5}{h_5} = 1.12\%$

II-2.5. TABLEAUX DE MESURE :

On va dresser pour chaque sabot, un tableau de valeurs expérimentales. On a deux cas de série :

Une série pour la pente nulle (i=0)

Une série pour les pentes différentes de zéro.

II-2.5-1. pente nulle (TABLEAUX DE MESURE) :

. sabot n°1 :

ht(cm)	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
Q(l/s)	2.35	2.876	3.035	3.147	3.812	3.347	3.919
Rf(cm)	7.4	8.2	9.1	9.3	11.0	9.8	12.1
Lr(cm)	28	29	30	32	30	29	31

ht : hauteur torrentielle ; Rf : hauteur fluviale

Lr : longueur du ressaut approximative.

. sabot n°2 :

ht(cm)	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
Q(l/s)	3.047	3.147	3.797	4.421	4.827	5.289	6.025	6.194
Rf(cm)	7.2	7.6	9.35	10.3	11.05	12.8	13.5	15.1
Lr(cm)	32	27.5	26.5	27	28	30	29	29

sabot n=3 :  $h_t = 3.3 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	4.162	4.867	4.950	6.242	6.709	6.981
hf (cm)	7.5	9.2	9.4	11.8	13.15	14
Lr (cm)	30	26.75	22.5	22	22	23

sabot N=4 :  $h_t = 2.2 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.910	2.930	3.205	3.440	3.855	3.963	4.336	4.561	4.721	5.033
hf (cm)	6.3	7.5	8.3	8.5	9.2	10.5	11.6	11.8	12.3	13.3
Lr (cm)	22	31	27	25	21	27	23	23	25	25

sabot n=5 :  $h_t = 5 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	4.729	5.481	7.857	8.472
hf (cm)	6.4	7.3	10.8	11.3
Lr (cm)	15.5	7.3	10	12

sabot n=6 :  $h_t = 1.2 \text{ cm}$

Q (l/s)	1.506	1.895	2.063	2.266	2.585
hf (cm)	5.55	6.4	7.3	8.0	8.6
Lr (cm)	42	40	35	41	33

2.2.5.2 pente differente de zero :

∅. pente de 1% (i = 1%) :

sabot n=1 :  $h_t = 2.3 \text{ cm}$

Q (l/s)	1.96	1.84	2.430	2.948	3.347	3.685
hf (cm)	6.2	6.0	8.6	9.5	9.8	10.2

sabot n=2 :  $h_t = 3.7 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	2.371	3.090	4.530	5.428
hf (cm)	6.6	8.2	12.15	14.2

• sabot n°3 :  $h_t = 4.3 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.947	3.380	4.705	6.175	4.305
hf (cm)	6	7.1	9.9	12.6	9.5

• sabot n°4 :  $h_t = 3.2 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.700	2.302	3.420	4.374	4.617
hf (cm)	5.8	7.2	10.35	12.8	13.7

• sabot n°5 :  $h_t = 5.25 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	4.483	5.245	6.222	
hf (cm)	7.1	9.4	10.6	

• sabot n°6 :  $h_t = 2.2 \text{ cm}$

Q (l/s)	1.050	1.410	1.661	1.990	2.334
hf (cm)	5.4	5.95	6.8	8.15	9.75

• pente de 1.7% ( $i = 1.7\%$ ).

• sabot n°1 :  $h_t = 2.4 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.980	2.798	3.172	3.664
hf (cm)	6.85	8.8	9.8	10.45

• sabot n°2 :  $h_t = 3.9 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	2.024	2.722	4.320	5.498
---------	-------	-------	-------	-------

Q (l/s)	2.024	2.722	4.320	5.498
hf (cm)	6.7	8.06	12	14.1

• sabot n° 3 :  $h_t = 4.4 \text{ cm}$

Q (l/s)	1.618	3.109	4.184	4.991	5.849
hf (cm)	6.06	8.16	10.06	11.16	12.46

• sabot n° 4 :  $h_t = 3.0 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.504	1.995	2.485	3.467	4.459
hf (cm)	5.5	6.6	8.45	10.6	13.35

• sabot n° 5 :  $h_t = 5.3 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	4.506	5.445	6.551
hf (cm)	8.6	10.3	10.81

• sabot n° 6 :  $h_t = 2.11 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.036	1.597	1.985	2.128	2.409
hf (cm)	5.21	6.01	8.91	9.81	11.2

⊗ pente de 3% ( $i = 3\%$ ):

• sabot n° 1 :  $h_t = 2.0 \text{ cm}$

Q (l/s)	1.631	1.211	2.546	2.918	3.275	4.405
hf (cm)	6.4	5.7	9.85	11.1	12.5	14.2

• sabot n° 2 :  $h_t = 4.2 \text{ cm}$ .



(70)

Q (l/s)	2.118	2.930	3.650	4.154	4.892	5.587
hf (cm)	7.7	8.55	10.1	12.3	14.8	16.4

• sabot n°3 :  $h_t = 4.3 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.780	3.999	4.991	6.541
hf (cm)	6.9	11.1	12.8	15.8

• sabot n°4 :  $h_t = 3.2 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.584	2.580	3.554	4.028	4.514
hf (cm)	6.0	8.9	11.3	13.8	14.2

• sabot n°5 :  $h_t = 5.7 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	4.221	4.436	6.232	7.052
hf (cm)	10.9	11.6	12.6	13.9

• sabot n°6 :  $h_t = 2.35 \text{ cm}$ .

Q (l/s)	1.053	1.375	1.817	2.029	2.414
hf (cm)	5.35	6.95	8.95	10.1	11.95

### V-3. Exploitations :

#### V-3.1 . pente nulle (i=0)

##### V-3.1.1 : etude de la variation : $K = f(h_t/D)$

On rappelle que  $K = \frac{Q^2}{g \cdot D^5}$

on a fait cette etude rien que le ressaut libre, ou le rapport  $t$  ( $h_t/D$ ) ne depasse pas l'unité.

on dresse les tableaux correspondants.

• sabot n=1 :  $k_t/D = 0.18$

K	0.0562945	8.43366 · 10 <sup>-2</sup>	0.0938962	0.1009929	0.114229
$k_f/D$	0.74	0.82	0.91	0.93	0.98

• sabot n=2 :  $k_t/D = 0.25$

K (10 <sup>-2</sup> )	9.46576	10.09929	14.6964	16.0661	
$k_f/D$	0.72	0.76	0.935	0.94	

• sabot n=3 :  $k_t/D = 0.33$

K (10 <sup>-2</sup> )	17.6569	24.98115	24.14647
$k_f/D$	0.75	0.94	0.92

• sabot n=4 :  $k_t/D = 0.22$

K (10 <sup>-2</sup> )	3.71771	8.751	10.4702	12.064	15.147
$k_f/D$	0.63	0.75	0.83	0.85	0.95

• sabot n=5 :  $k_t/D = 0.5$

K (10 <sup>-2</sup> )	22.8009	30.6205
$k_f/D$	0.64	0.73

• sabot n=6 :  $k_t/D = 0.12$

K (10 <sup>-2</sup> )	23.126	3.66318	4.341	5.2347	6.8151
$k_f/D$	0.55	0.64	0.73	0.80	0.86

Ces variations sont représentées sur le graphe sur le tracé des courbes  $K=f(k_f/D)$ , On remarque qu'elles prennent à peu près la même allure que de celles de la théorie, Mais, il se trouve que il

80<sup>5</sup>

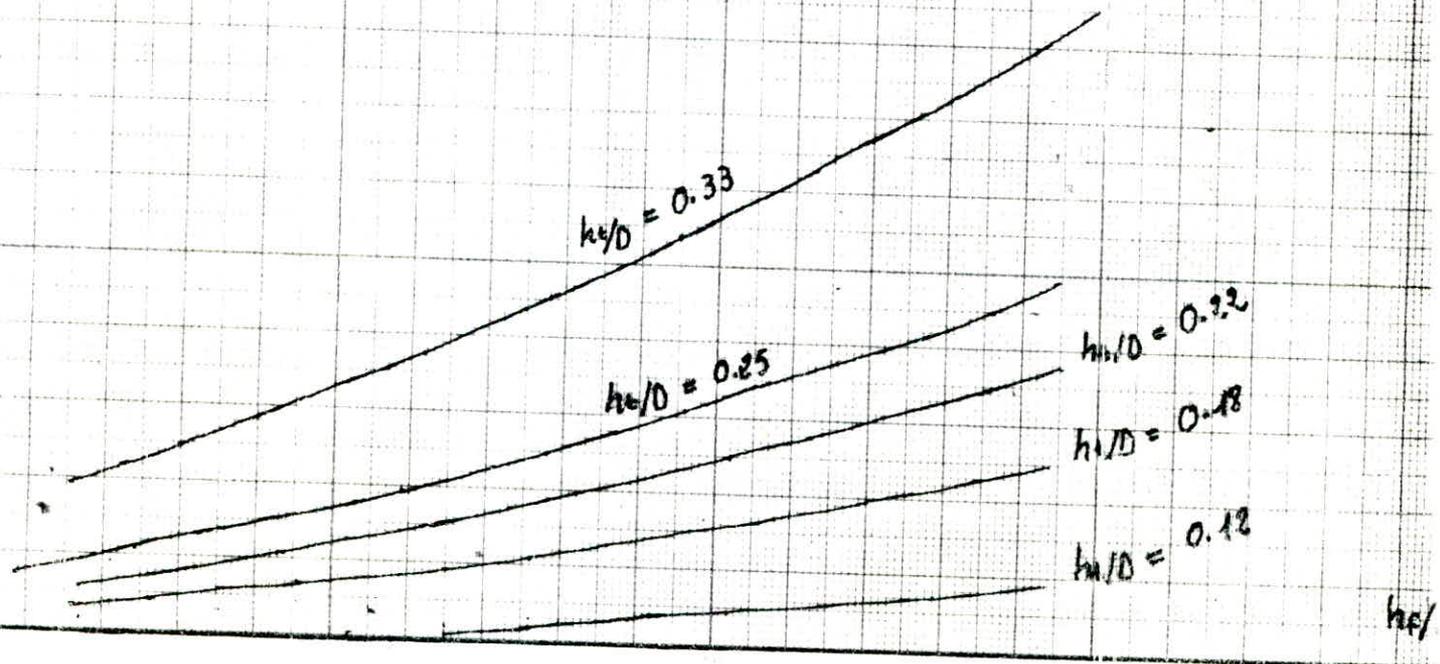
# COURBES THEORIQUES

Echelles

0.04225

0.0338

$$\frac{Q^2}{g D^5} = f\left(\frac{h_f}{D}, \frac{h_e}{D} = c \frac{h_f}{D}\right)$$

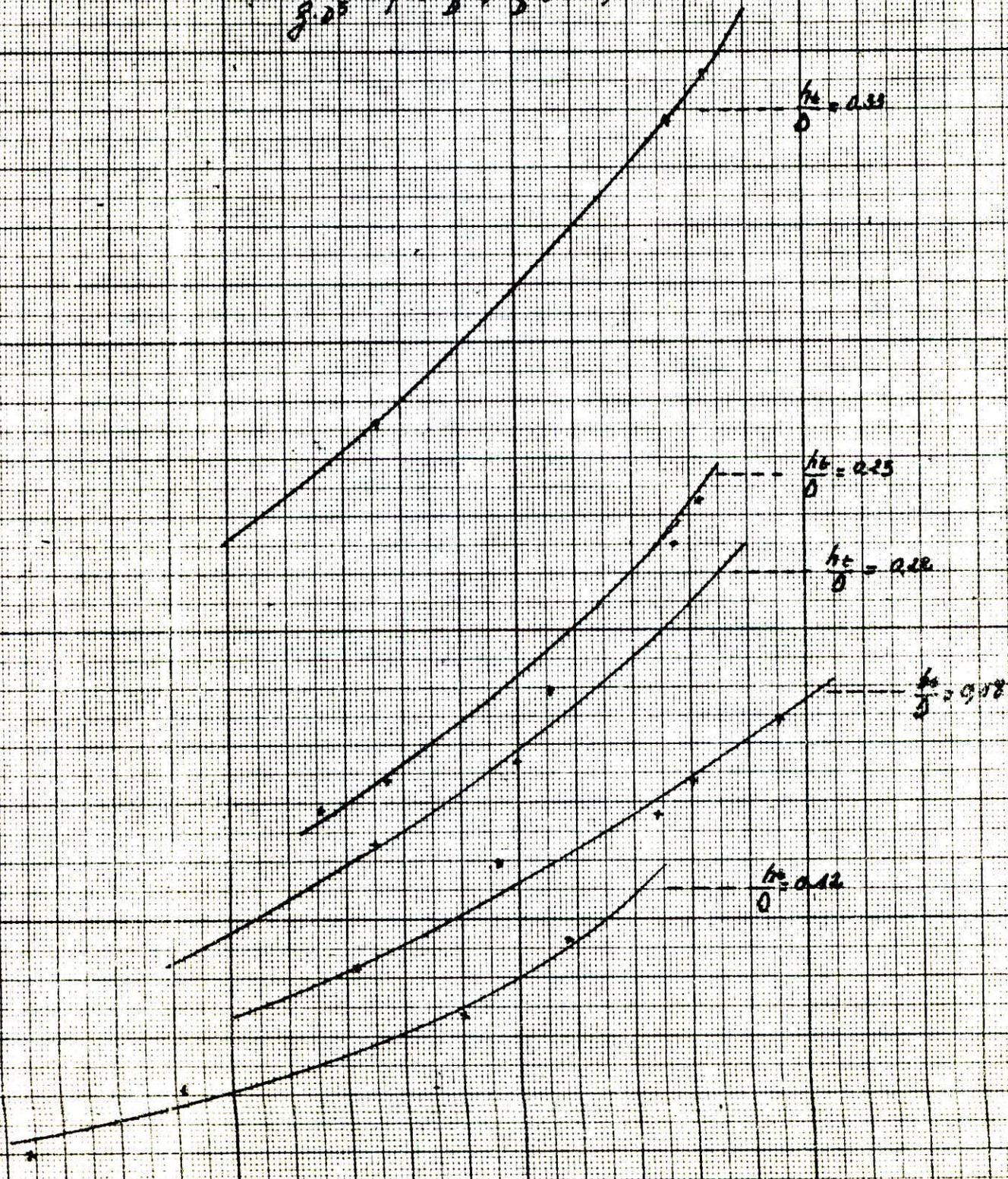


COURBES EXPERIMENTALES *caballes*

0.044

0.033

$$Q^2 = f\left(\frac{h_f}{D}, \frac{h_c}{D}, \dots\right)$$



$h_f/D$

existe un décalage entre celles-ci, c'est pour un débit donné, la profondeur fluviatile mesurée expérimentalement est toujours inférieure à celle de la théorie, généralement, la différence de ces deux hauteurs est constante. L'explication de cette dernière ne peut être due qu'aux pertes de charge occasionnées entre les deux sections du ressaut.

En effet, dans l'écriture de l'équation de quantité de mouvement entre les deux sections limites du ressaut, on a négligé les forces de frottement (donc les pertes de charge qu'elles occasionnent), mais malheureusement dans le modèle, ces pertes de charges n'étaient pas négligeables surtout dans la tranche du ressaut et de ce fait on a toujours :

$$h_{exp} < h_{theor} \text{ (pour un même débit).}$$

IV-3.1.2. étude de la variation:  $\frac{\Delta H}{H_t} = f(k)$

par la figure (fig. I), on a:

$$\Delta H = H_t - H_f = \left( h_t + \frac{v_t^2}{2g} \right) - \left( h_f + \frac{v_f^2}{2g} \right)$$

$$v_t = \frac{Q}{S_t} \text{ et } v_f = \frac{Q}{S_f}$$

$$\text{Or, on a: } k = \frac{D}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\text{On tire } \theta; \theta = 2 \arccos \left( 1 - \frac{2k}{D} \right)$$

et on connaît :

$$S = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta) \text{ [voir chap. II page. 26]}$$

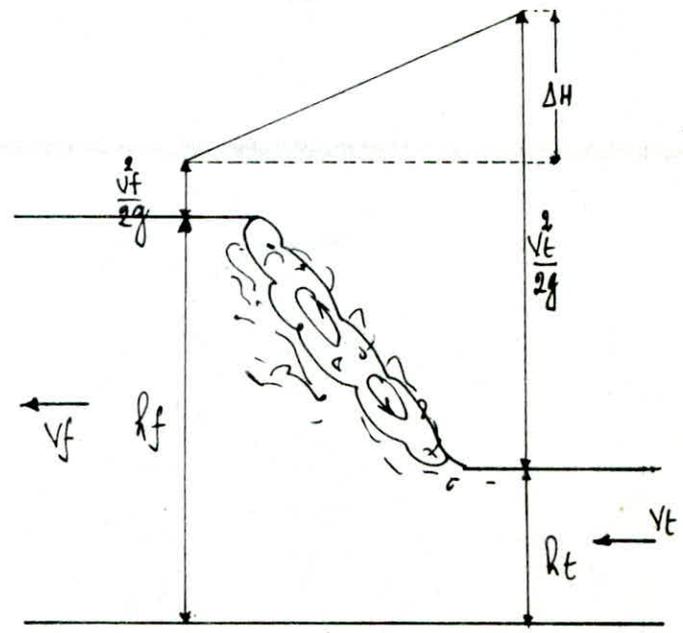


fig. I

$h_f/D$	$Q$ (l/s)	$1 - 2 \cdot h_f/D$	$\theta$ (rad)	$\theta - \sin \theta$	$S$ (cm <sup>2</sup> )	$\frac{Q^2}{2g \cdot s_t^2}$	$\frac{Q^2}{2g \cdot s_f^2}$	$H_t$ (cm)	$H_f$ (cm)	$\Delta H$ (cm)
• sabot N°1 : $\frac{h_t}{D} = 0.18$ ; $(1 - \frac{2h_t}{D}) = 0.64$ ; $\theta_t = 1.752596$ (rad) ; $s_t = 9.613$ cm <sup>2</sup> .										
0.74	2.350	-0.48	4.1429	4.9850	62.31	30.4592	0.7249	32.2592	8.1249	24.134
0.82	2.876	-0.64	4.5305	5.51400	68.925	45.620	0.8874	47.42	9.0874	38.3326
0.91	3.035	-0.82	5.0644	6.0030	75.0375	50.8043	0.83379	52.6043	9.9337	42.6705
0.93	3.147	-0.86	5.21213	6.0898	76.1225	54.6231	0.87110	56.423	10.1711	46.252
0.98	3.347	-0.96	5.71559	6.25319	78.1648	61.7866	0.93452	63.586	10.7345	52.852
• sabot N°2 : $\frac{h_t}{D} = 0.25$ ; $(1 - \frac{2h_t}{D}) = 0.5$ ; $\theta_t = 2.094$ (rad) ; $s_t = 15.354$ cm <sup>2</sup> .										
0.72	3.047	-0.44	4.05279	4.84302	60.53775	20.0725	1.29119	22.572	8.4911	14.0813
0.76	3.147	-0.52	4.23529	5.12362	64.0452	21.4117	1.2306	23.9117	8.8306	15.0811
0.935	3.797	-0.87	5.25199	6.10990	76.3737	31.1701	1.25977	33.670	10.6097	23.0602
0.940	3.970	-0.88	5.29331	6.12926	76.6157	34.0752	1.3685	36.575	10.7685	25.8067
• sabot N°3 : $\frac{h_t}{D} = 0.33$ ; $(1 - \frac{2h_t}{D}) = 0.34$ ; $\theta_t = 2.44775$ (rad) ; $s_t = 22.6033$ cm <sup>2</sup> .										
0.75	4.162	-0.5	4.18879	5.054815	63.1851	17.2807	2.2114	20.580	9.7119	10.8686
0.92	4.867	-0.84	5.13615	6.04769	75.5961	23.6308	2.11263	26.9308	11.3126	15.6181
0.94	4.950	-0.88	5.2933	6.12926	76.6157	24.4437	2.12752	27.743	11.527	16.2155

$Rf/D$	$Q(l/s)$	$1 - 2Rf/D$	$\theta(rad)$	$\theta - \sin\theta$	$S(cm^2)$	$\frac{Q^2}{2g \cdot S_t^2}$ (cm)	$\frac{Q^2}{2g \cdot S_f^2}$ (cm)	$H_t(cm)$	$H_f(cm)$	$\Delta H(cm)$
• sabot N=4 : $\frac{Rf}{D} = 0.22$ ; $1 - \frac{2Rf}{D} = 0.56$ ; $\theta_t = 1.95282 (rad)$ ; $S_t = 12.81136 cm^2$										
0.63	1.910	-0.26	3.6676	4.16968	52.121	11.3286	0.6844	13.5286	6.9844	6.5442
0.75	2.930	-0.5	4.18879	5.0548	63.185	26.6591	1.09599	28.8591	8.59599	20.263
0.83	3.205	-0.66	4.5832	5.57486	69.6857	31.8982	1.07812	34.0982	9.37812	24.7200
0.85	3.440	-0.7	4.6923	5.69209	71.1511	36.7474	1.19139	38.9474	9.69139	29.2560
0.92	3.855	-0.84	5.13615	6.0476	75.595	46.1486	1.32545	48.3486	10.5254	37.8231
• sabot N=5 : $\frac{Rf}{D} = 0.50$ ; $1 - \frac{2Rf}{D} = 0$ ; $\theta_t = 3.1415 (rad)$ ; $S_t = 39.269 cm^2$										
0.64	4.729	-0.28	3.70918	4.24677	53.0846	7.3697	4.03288	11.3697	10.4328	0.93682
0.73	5.481	-0.46	4.0975	4.91433	61.4291	9.92935	4.05762	13.9293	11.35762	2.57173
• sabot N=6 : $\frac{Rf}{D} = 0.12$ ; $1 - \frac{2Rf}{D} = 0.76$ ; $\theta_t = 1.41496 (rad)$ ; $S_t = 5.3385 cm^2$										
0.55	1.506	-0.1	3.3419	3.5408	44.26	40.5613	0.5901	41.7613	6.0901	35.6712
0.64	1.895	-0.28	3.70918	4.24677	53.0846	64.2215	0.6495	65.42157	7.0495	58.3720
0.73	2.063	-0.46	4.0975	4.91433	61.4291	76.11337	0.57484	77.31337	7.8748	69.4385
0.8	2.266	-0.6	4.4285	5.38847	67.3558	91.8295	0.57686	93.0295	8.57686	84.452
0.86	2.585	-0.72	4.74919	5.7485	71.85625	19.5043	0.65961	120.7043	9.25961	111.444

(73)

Maintenant, on peut donner les valeurs du rendement de la dissipation d'énergie et les valeurs de  $(K)$  correspondantes pour chaque sabot.

• sabot  $n=1$ :

$K (10^{-2})$	5.629459	8.43366	9.38963	10.09929	11.42299
$\frac{\Delta H}{H_E} (\%)$	74.81	80.83	81.11	81.97	83.11

• sabot  $n=2$ :

$K (10^{-2})$	9.46576	10.09929	14.69644	16.0673
$\frac{\Delta H}{H_E} (\%)$	62.38	63.07	68.48	70.55

• sabot  $n=3$ :

$K (10^{-2})$	17.6569	24.146	24.98115
$\frac{\Delta H}{H_E} (\%)$	52.81	57.99	58.44

• sabot  $n=4$ :

$K (10^{-2})$	3.7177	8.751	10.4702	12.064	15.147
$\frac{\Delta H}{H_E} (\%)$	48.37	70.21	72.49	75.116	78.22

• sabot  $n=5$ :

$K (10^{-2})$	2.3126	3.66317	4.341	5.2347	6.8151
$\frac{\Delta H}{H_E} (\%)$	85.41	89.22	89.81	90.77	92.32

Dans le tracé des courbes du rendement de la dissipation d'énergie en fonction du terme adimensionnel ( $K = Q^2 / g D^5$ )

On peut tirer deux remarques:

1. Le rendement devient important à chaque fois

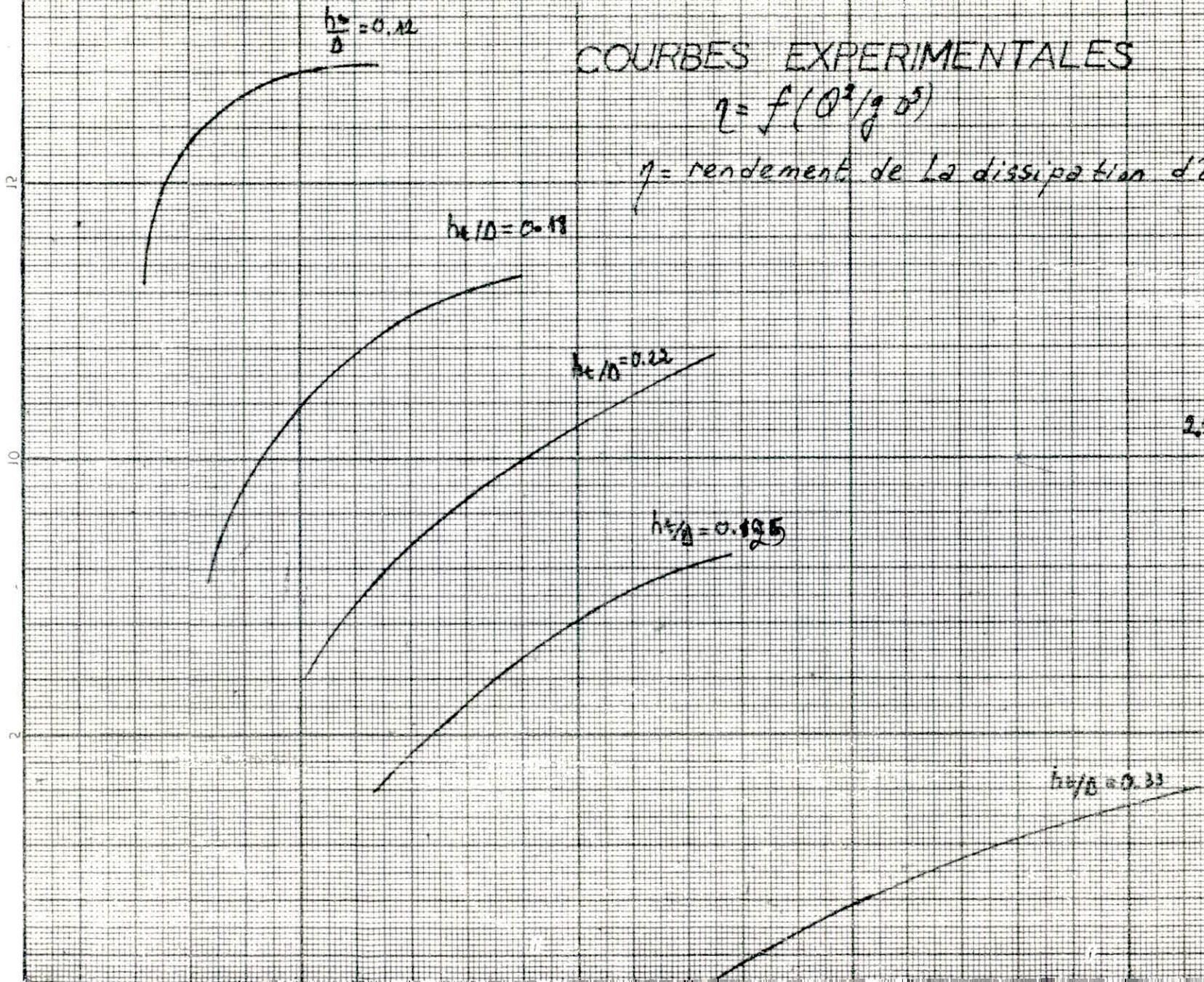


$$\eta = \frac{\Delta H}{H_E} (\%)$$

### COURBES EXPERIMENTALES

$$\eta = f\left(\frac{Q^2}{g D^5}\right)$$

$\eta$  = rendement de la dissipation d'ÉNERGIE



Echelles



$\frac{Q^2}{g D^5}$

que le débit augmente ; mais à partir d'une certaine limite cette variation devient faible et la courbe progresse d'une façon asymptotique avec l'axe des  $K$

2. Le rendement ( $\frac{\Delta H}{H_t} = \eta$ ) augmente avec la diminution de la profondeur torrentielle, ce qui revient à dire que si pour une profondeur torrentielle définie, on se trouve dans la tranche ou la courbe  $\eta = f(K)$  devient asymptotique avec l'axe de  $K$  et si on veut que le rendement soit plus important, on a qu'à diminuer la profondeur torrentielle et ceci en augmentant l'étranglement situé après le coude.

### V-3.2. pente non nulle ( $i \neq 0$ ):

Dans cette partie, on dresse des tableaux portant les valeurs les valeurs de  $(h_t/D)$  et  $(K = Q^2/gD^5)$  Correspondants pour le cas de la mise en charge ( $\frac{h_f}{D} = 1$ ). Puisqu'on a pas des valeurs de  $(h_t/D)$  égales à l'unité exacte, mais des valeurs approchées par excès ou défaut, et à cause de ça, on fait une double interpolation pour tirer la valeur de  $(K)$  Correspondante à  $(\frac{h_f}{D} = 1)$ .

On donne un exemple:

$$i = 1\% \quad ; \quad h_t = 2.3 \text{ cm.}$$

$$Q = 3.347 \text{ (l/s)} \quad \longrightarrow \quad h_f = 9.8 \text{ cm}$$

$$Q = 3.685 \text{ (l/s)} \quad \longrightarrow \quad h_f = 10.2 \text{ cm}$$

$$\Delta Q \quad \longrightarrow \quad \Delta h_f \quad ; \quad 0.338 \quad \longrightarrow \quad 0.4$$

$$x = 3.347 \quad \longrightarrow \quad (10 - 9.8) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{(10 - 9.8) \cdot 0.338}{0.4} + 3.347 = 3.516 \text{ (l/s)}$$

Donc  $K = \frac{Q^2}{g \cdot D^5} = \frac{(3.516 \times 10^{-3})^2}{(9.81)(0.1)^5} = 0.1260$

Donc,  $K = 0.1260$  Correspond à la mise en charge.

• pente  $i = 0$  :

$h_t$ (cm)	1.8	2.2	2.5	3.3	5.0
K	0.1142	0.1568	0.1800	0.2800	0.5453

• pente  $i = 1\%$  :

$h_t$ (cm)	2.3	3.2	3.7	4.3	5.25
K	0.126000	0.113037	0.140458	0.236330	0.344810

• pente  $i = 1.7\%$  :

$h_t$ (cm)	2.4	3	3.9	4.4	5.3
K	0.11256	0.10392	0.12551	0.17556	0.28423

• pente  $i = 3\%$  :

$h_t$ (cm)	2.0	4.3	3.2	5.7	4.2
K	0.06840	0.11487	0.09334	0.15904	0.13232

Sur le tracé des courbes de  $\frac{h_t}{D} = f(K)$  pour différentes pentes, on constate que la mise en charge devient plus rapide en passant d'une pente à une autre plus importante ce qui explique l'influence de la composante du poids (dans le sens longitudinal) dans le cas de la pente non nulle.

$h_c/D$

fig. V

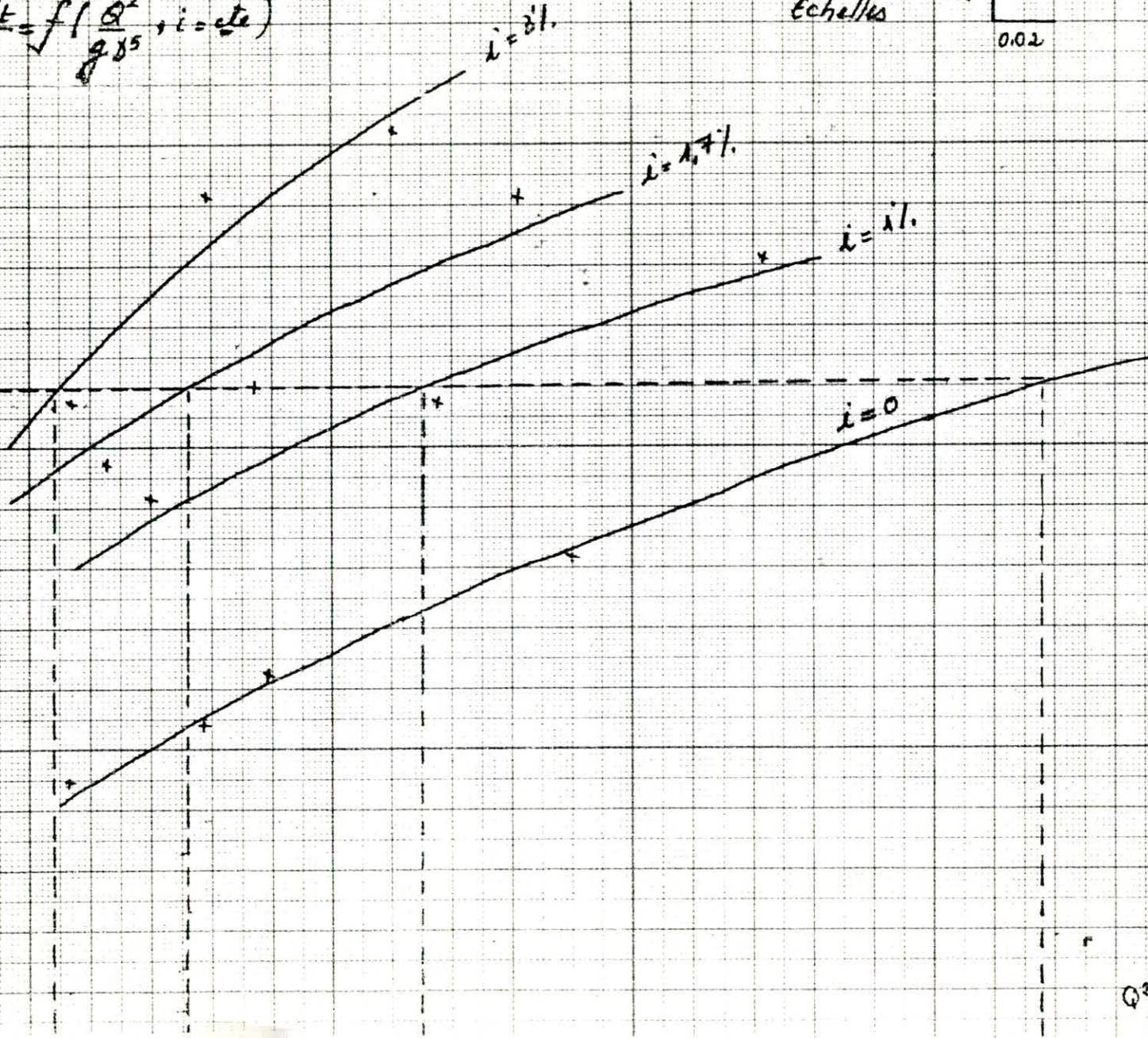
# COURBES EXPERIMENTALES

$$\frac{h_c}{D} = f\left(\frac{Q^2}{g \cdot D^5}, i = \text{cte}\right)$$

Echelles

0.04

0.02



$Q^2/g \cdot D^5$

## CONCLUSION

Nous Commencerons notre Conclusion par un constat: Concernant des modèles réduits, en effet dans l'écriture des équations théoriques, on a négligé les forces de frottement dans la tranche du ressaut (ce qui est normale pour un prototype), Mais le modèle expérimental lui il ne les a pas négligé, Car un modèle expérimental prend en Considération tous les phénomènes de manière implicite sans qu'on y lui donne l'instruction, tandis que un modèle mathématique ne pourrait les prendre (phénomènes) en Considération que s'ils sont explicités analytiquement et mis en équation, Chose qui a été impossible pour notre Cas (estimation des forces de frottement théoriques dans la tranche du ressaut).

De plus, même si ces phénomènes ont été pris en Considération analytiquement, les conditions hydrauliques dans le modèle sont différentes du prototype de façon à donner des pertes de charges plus grandes.

Malgré cette différence, on constate qu'il existe les Courbes de Comparaison (théoriques et expérimentales) qui présentent la même allure et se situent dans le même ordre.

Pour ce qui est du rendement du ressaut, on constate que le rendement augmente avec  $K$  et qu'il présente un meilleur résultat pour des hauteurs torrentielles faibles.

o o o o BIELOGRAPHIE o o o o

M. CARLIER ..... HYDRAULIQUE generale et appliquee  
EDITION EYROLLES - Paris - 1972

A. LENCASTRE ..... MANUEL D'HYDRAULIQUE generale  
EDITION EYROLLES - Paris - 1982

F. J. RESCH  
H. J. LEUTHEUSSER ..... ETUDE DE LA STRUCTURE CINEMATIQUE  
ET DYNAMIQUE du ressaut hydraulique  
M. COANTIC ..... - Journal de recherches hydrauliques -  
1976

ANDRÉ GARDEL ..... LES EVACUATEURS DE CRUES en DEVER.  
- soirs circulaires (BULLETIN TECHNIQUE)  
SUISSE - 1949

F. J. RESCH et  
H. J. LEUTHEUSSER ..... Le ressaut hydraulique  
La houille Blanche (1/1971).

ACHOUR (B) ..... verification experimentale de la theorie du  
MEZIANE (M) ..... ressaut hydraulique, canal circulaire  
THESE de fin d'etudes - E.N.R. - 1981

