

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المعرض الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

LES INFILTRATIONS A TRAVERS LES BARRAGES  
EN TERRE HOMOGENE ET ISOTROPE REPOSANT  
SUR UNE ASSISE IMPERMEABLE

Proposé Par :  
MR ABDERRAHIM

Etudié par :  
MR O.OUKKAL  
MR NE RAI

Dirigé par :  
MR ABDERRAHIM

PROMOTION : JANVIER 87

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

S U J E T

LES INFILTRATIONS A TRAVERS LES BARRAGES  
EN TERRE HOMOGENE ET ISOTROPE REPOSANT  
SUR UNE ASSISE IMPERMEABLE

Proposé Par :

MR ABDERRAHIM

Etudié par :

MR O.OUKKAL  
MR NE RAI

Dirigé par :

MR ABDERRAHIM

PROMOTION : JANVIER 87

R E M E R C I E M E N T S  
-----

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Nous tenons à remercier notre promoteur Mr ABDERRAHIM pour le sujet qu'il nous a proposé et toute la documentation qu'il mit à notre portée, Documentation qui a été d'un appot considérable pour la réalisation de ce modeste travail.

Nous remercions également les responsables du département mise en particulier Mr SAADA pour avoir mis à notre disposition leur laboratoire et nous avoir permis de procéder aux opérations de tamisage et passage à l'étuve de tout le sable dont nous avons besoin.

Nous remercions aussi tout le personnel de la bibliothèque pour leur compréhension et leur bon accueil.

La phase "Centre de Calcul" c'est déroulée dans de très bonne condition que le personnel en soit remercie.

Nous n'oublierons pas le personnel de la B.U. bibliothèque universitaire d'Alger, pour nous avoir permis de consulter certains ouvrages relatifs à notre sujet.

INTRODUCTION :

CHAPITRE\_I : ECOULEMENT EN MILIEU POREUX SATURE

1. Définition
2. Loi de DARCY
  21. Expérience de DARCY
  22. Interprétation de la loi de DARCY
  23. Limite de validité
  24. Généralisation de la loi de DARCY
3. Equation générale de l'écoulement en milieu saturé
  31. Equation de LAPLACE
  32. Cohérence de la loi de DARCY avec la loi de l'hydrodynamique
  33. Conditions aux limites

CHAPITRE\_II : METHODES DE RESOLUTION AVANTAGES ET INCONVENIENTS

- A. Théorie de DUPUIT
- B. Méthode analytique (Semi-empirique de KOZENY)
- C. Méthode numériques
  1. Méthode des éléments finis (MEF)
  2. Méthode de relaxation
- D. Méthodes expérimentale
  1. Modèle hydraulique : modèle perméable
  2. Modèle analogique :
    21. Analogies hydraulique
    22. Analogies rhéoélectriques
      221. Introduction
      222. Cuve rhéoélectrique
      223. Papier conducteur
      224. Réseaux de résistance
- E. Avantages et Inconvénients

CHAPITRE\_III : COMPARAISON DES METHODES

CHAPITRE\_IV : APPLICATION CALCUL DE STABILITE

CONCLUSION :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

I N T R O D U C T I O N

Un barrage forme avec ses assises une barrière qui, créée, entre le plan d'eau de la réserve et l'aval, une charge hydraulique. Dans le cas d'un barrage en terre formé de matériaux plus ou moins perméables, l'eau de la retenue aura tendance à s'infiltrer dans le massif pour venir resurgir à l'aval. Les infiltrations qui peuvent se produire doivent être étudiées sous deux angles différents :

- D'une part, elles ont pour conséquence des pertes d'eau dont il faudra réduire le volume à une valeur déterminée dépendant de l'économie générale du projet.
- D'autre, elles peuvent mettre en jeu la sécurité de l'ouvrage et compromettre sa stabilité.

Les infiltrations, responsables du plus grand pourcentage des accidents survenus aux barrages en terre, doivent être particulièrement bien connues.

Le but de ce thème est la détermination de la ligne de saturation dans un barrage en terre homogène et isotrope reposant sur une assise impénétrable.

La ligne de saturation sera déterminée à partir des méthodes théoriques (DUPUIT), semi empirique (KOZENY) et expérimentale (modèle perméable).

Plusieurs autres méthodes seront citées ainsi que les avantages et les inconvénients de chacune.

Un chapitre (le quatrième) sera consacré à la comparaison des résultats obtenus par les méthodes employées.

Pour mettre en évidence l'intérêt pratique de la détermination de la ligne de saturation, un exemple de calcul de stabilité sera fait à partir de la méthode de BISHOP (chapitre cinq).

CHAPITRE I  
ECOULEMENT EN MILIEU  
POREUX SATURE

## 1 - DEFINITION D'UN SOL HOMOGENE ET ISOTROPE

### DEFINITION :

Dire qu'un terrain perméable est homogène équivaut à dire qu'il présente en tout point, dans une direction donnée, la même résistance à un écoulement de filtration. Si de plus cette résistance est la même quelque soit la direction, le terrain est isotrope.

## 2 - LOI DE DARCY

### 21. EXPERIENCE DE DARCY :

Le mouvement de l'eau dans le sol n'a pu être étudié sur des bases scientifiques qu'à partir du moment où H.DARCY a établi par voie expérimentale la relation existant entre le débit  $Q$  à travers une couche de sable et la différence  $DH$  des niveaux piezométriques entre deux points de la trajectoire d'un filet liquide.

En plaçant un échantillon de sol prélevé en un point M parallèlement à une direction donnée n dans le perméamètre schématisé. On constate qu'en régime permanent :

$$Q = KS \frac{H_1 - H_2}{L}$$

soit en posant  $V = \frac{Q}{S}$  : Vitesse apparente de filtration.

$$I = \frac{H_2 - H_1}{L} : \text{Gradient hydraulique}$$

K est la perméabilité ou vitesse de filtration par unité de gradient hydraulique

$$V = - K I$$

## 22. INTERPRETATION DE LA LOI DE DARCY

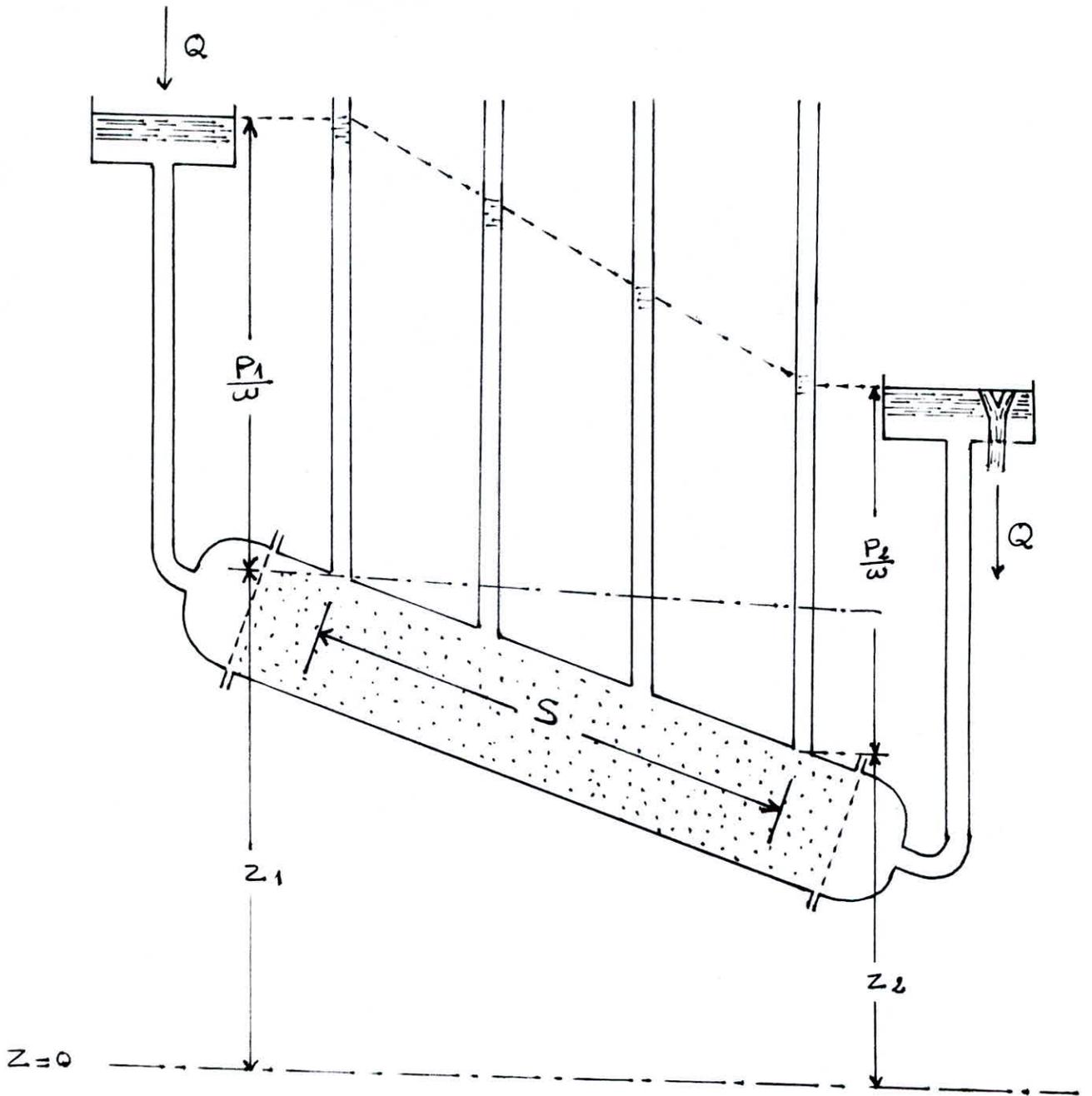
Les conditions hydrauliques imposées par le dispositif expérimental, peuvent être présentées en utilisant en charge hydraulique, dont l'expression générale est :

$$\emptyset = Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V}{2g} =$$

Les vitesses réelles de filtration sont généralement faibles (1 cm/s correspond à un écoulement souterrain rapide).

Le terme d'énergie cinétique est tout à fait négligeable et on peut écrire :

$$\emptyset = Z + \frac{P}{\rho g}$$



# EXPERIENCE DE DARCY

Le gradient  $I$  apparait comme une perte de charge unitaire.

On peut considérer que la loi de DARCY est la loi de perte de charge des écoulements dans les milieux poreux saturés.

23 limite et validité de la loi de DARCY.

Conditions de validité de la loi de DARCY :

La loi de DARCY impose un écoulement en régime laminaire, un milieu homogène et isotrope et un substratum impérméable horizontal.

Le régime laminaire est lié à une vitesse critique déterminée par le nombre de reynolds. Cette vitesse critique  $V_c$ , égale à  $V = Re. \nu / d$  est proportionnelle en outre à la viscosité cinématique et inversement proportionnelle au diamètre  $d$ .

La viscosité cinématique pour l'eau diminue rapidement lorsque la température s'élève.

Le diamètre  $d$  est, dans un matériau aquifère, le diamètre utiles des vides, donc en relation étroite avec la porosité.

La vitesse d'écoulement est, d'autre part, régie dans les milieux perméables, par la perméabilité  $K$  et le gradient hydraulique  $I$ .

Ainsi les limites d'application de la loi de DARCY sont déterminées par deux groupes de facteurs qui s'influencent réciproquement.

Les uns relatifs à l'écoulement : vitesse, *gradient*  
et nombre de Reynolds.

Les autres concernant les caractéristiques des terrains  
aquifères (complexes solide - eau) : température, *porosité* et  
perméabilité.

Limite de validité :

La loi de DARCY est rigoureuse pour des nombres de Reynolds  
inférieurs au nombre de Reynolds limite dont la valeur varie  
entre un et dix sur le milieu poreux considéré. Au delà de  
cette valeur, la loi de DARCY cesse d'être valable.

#### 2.4. GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY

L'expression :  $V = - K I$

peut s'exprimer comme suit :

$V$  : vitesse apparente de filtration suivant la direction  
 $n$  soit :

$$V = V n = \frac{dQ}{ds} \quad ( ds \perp \vec{n} )$$

Si la vitesse apparente est un vecteur  $\vec{V}$  (M) on aura :

$$V = v_n = \vec{V}(M) \cdot \vec{n}$$

$K$  est la perméabilité en M suivant la direction  $\vec{n}$  :

$$K = K(M, \vec{n})$$

I représente le gradient hydraulique en M suivant la direction  $\vec{n}$  :

$$I = \overrightarrow{\text{grad}} H \cdot \vec{n}$$

avec ces notations, la loi de DARCY prend la forme :

$$\vec{V}(M) \cdot \vec{n} = -K(M) \cdot \vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} H \cdot \vec{n}$$

ou encore :

$$\vec{V}(M) = -\bar{K}(M) \cdot \overrightarrow{\text{grad}} H$$

$\bar{K}(M)$  est le tenseur perméabilité en M. Il possède trois directions principales par rapport auxquelles la matrice de ses composantes est diagonale.

$$\begin{vmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{vmatrix}$$

Dans le cas général (anisotropie)  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  sont différents. En hydraulique souterraine, on considère souvent un milieu caractérisé par une perméabilité verticale  $K_v$  et une perméabilité horizontale  $K_h$ , ayant pour matrice de perméabilité :

$$\begin{vmatrix} K_h & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_v \end{vmatrix}$$

Pour un sol isotrope on aura :  $K_1 = K_2 = K_3 = K$

D'où la formule employée en hydraulique souterraine

$$\vec{V} = -k \overrightarrow{\text{grad}} \phi$$

### 3- EQUATION GENERALE DE L'ECOULEMENT EN MILIEU SATURE

#### 3.1. EQUATION DE LAPLACE

de l'expression  $\vec{V} = -k(M) \overrightarrow{\text{grad}} \phi$

L'équation de continuité pour un liquide incompressible peut s'écrire :  $\text{Div } \vec{V} = 0$

Dans le cas de l'isotropie  $K_x = K_y = K_z = K$  d'où  
 $\text{Div } V = 0 \Rightarrow \text{Div } (-K \overrightarrow{\text{grad}} \phi) = 0$  ou  $K \text{Div } (\overrightarrow{\text{grad}} \phi) = 0$   
mais  $\text{Div } (\overrightarrow{\text{grad}} \phi) = \Delta \phi$  (laplacien de  $\phi$ )  $K$  étant différent  
de zéro reste alors :

$$\Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

C'est l'équation de LAPLACE.

3.2. Coherence de la loi de Darcy avec la loi de l'hydrodynamique équation de NAVIER STOCKES.

- La dynamique des fluides visqueux est régie par la loi de NAVIER STOCKES:

$$\frac{1}{\rho} \text{grad } P = F - \vec{\gamma} + \nu \Delta \vec{V}$$

où  $\frac{1}{\rho} \text{grad } P$  = force de pression

- F = force extérieure
- $\vec{\gamma}$  = force d'inertie résultant du mouvement
- $\nu$  = force de viscosité.

Dans le cas d'un écoulement en milieu poreux

$$F = [0, 0, -g]$$

en posant  $P^* = gz + P = \text{const}$  : pression effective l'équation devient :

$$\frac{1}{\rho} \text{grad } P^* = \nu \Delta \vec{V}$$

On applique aux deux membres de cette équation l'opérateur divergence et en tenant compte de l'équation de continuité

$$\text{Div } \vec{V} = 0 \Rightarrow \Delta P^* = 0$$

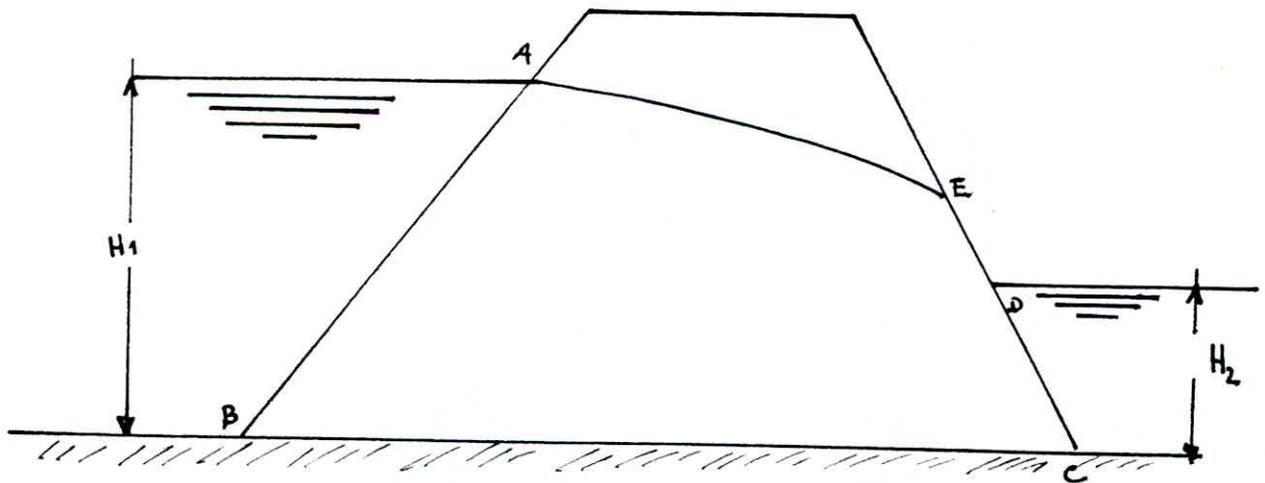
### 3.3. Conditions aux limites de l'écoulement

Un écoulement a potentiel des vitesses ne peut être calculé que si les conditions aux limites sont connues. Du point de vue mathématique les conditions aux limites des écoulements souterrains appartiennent à l'une des deux catégories suivantes :

\*Condition de DIRICHLET : on connaît le potentiel  $\phi$  sur une des limites du domaine.

\*Condition de NEUMANN : on connaît le gradient de potentiel  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$  dans une direction donnée  $N$  sur une des limites du domaine.

Les conditions aux limites possibles sont schématisées sur l'exemple de l'écoulement suivant :



1- Surface imperméable (AC)

Ce sont <sup>soit</sup> des assises de terrains imperméables soit des parois étanches. L'imperméabilité se traduit par le fait qu'aucun débit ne traverse la limite.

Pour un milieu isotrope, on peut écrire :

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = V \cdot n = -K \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$$

La composante de la vitesse de filtration selon la normale  $n$  à la surface imperméable est nulle. La condition à la limite valable sur une surface imperméable sera donc :

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$$

C'est une "condition de NEUMANN". Elle implique que les surfaces équipotentielles  $\theta = Cte$  recoupent les surfaces à angles droit.

2- Surfaces filtrantes (AB et CD)

Par ces surfaces, l'écoulement souterrain est en contact avec une masse d'eau libre. Dans cette masse, les pertes de charge sont négligeables de sorte que la charge hydraulique  $y$  est constante.

La condition à la limite y est donc :

$$\phi = \text{Cte}$$

C'est une condition de DIRICHLET. Les surfaces équipotentiellles s'identifient avec des surfaces équipotentiellles.

$$\phi = \frac{\rho_i}{\omega} + z = H$$

Pertes de charge négligeables  $\phi = \text{Cte}$

Sur AB :  $\phi = H = H_1 = \text{Cte}$

BC :  $\phi = H = H_2 = \text{Cte}$

3- Surface Libre (AE)

La ligne de saturation de l'écoulement dans notre cas est une surface libre. En régime permanent, la surface libre est une ligne de courant. La permanence implique l'immobilité de cette surface qui n'est possible que si aucun débit ne la traverse. La condition

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ est donc valable sur la surface libre.}$$

Par ailleurs la surface libre est soumise à la pression atmosphérique on a donc une seconde condition

$$P = 0$$

$$\phi = Z$$

#### 4- Surface de Suintement (ED)

L'eau soit à l'air libre à travers une telle surface.  
La pression qui y règne est donc la pression atmosphérique  
et la condition à la limite correspondante

$$\phi = Z$$

CHAPITRE II  
METHODES DE RESOLUTION  
ET  
AVANTAGES ET INCONVENIENTS

## INTRODUCTION

Il existe plusieurs méthodes de résolution pour la détermination de la ligne de saturation. Nous citerons les suivantes :

A- Théorie de Dupuit

B- Méthode analytique (Aemi empirique de KOZENY)

C- Méthodes numériques

D- Méthodes expérimentales.

Nous citerons dans la dernière partie de ce chapitre les avantages et les inconvénients de ces différentes méthodes.

A - THEORIE DE DUPUIT



On admet donc que l'écoulement se produit par tranches ou anneaux verticaux supposés animés sur toute leur hauteur de la vitesse horizontale  $V$  si on considère le filet liquide superficiel traversant en  $M$  et  $M'$  deux tranches infiniment voisines  $MN$  et  $M'N'$ , la perte de charge unitaire entre  $M$  et  $M'$  a pour expression exacte d'après DARCY si  $MM' = dl$  :

$$I = \frac{dy}{dl} = \sin X \quad (\text{au signe près})$$

l'hypothèse de DUPUIT suppose que cette perte de charge a pour expression :

$$I = \frac{Dy}{Dx} = TgX$$

en fait cette hypothèse reste valable tant que  $x$  est petit c'est à dire la courbure de la surface libre est suffisamment faible.

Cette hypothèse est en défaut lorsque se trouve près de l'extrémité aval car la pente de la courbe atteint des valeurs assez grandes

$$Q = V S = V.L.Y$$

$$V = K \frac{dy}{dx}$$

$$Q = KLY \frac{dy}{dx} = Qdx = KLYdy$$

Nous obtenons par intégration :

$$Qx = \frac{1}{2} KL y^2 + cte$$

En faisant intervenir les conditions aux limites on détermine la constante :

$$Cte = -\frac{1}{2} KL H_2^2$$

En introduisant l'expression de la constante dans l'équation on aboutit à :

$$Q = \frac{1}{2} \frac{KL}{X} (Y^2 - H_2^2)$$

L'équation de la courbe de Dupuit est donnée par :

$$Y^2 = (H_1^2 - H_2^2) \frac{x}{X} + H_2^2$$

où  $H_1$ , hauteur Amont,  $H_2$  : hauteur Aval,  $X$  largeur de la digue.

Remarquons l'absence du coefficient de perméabilité dans l'expression de Y, ceci montre que la courbe pour un même matériel ne dépend pas de la perméabilité mais signalons que cette forme est toujours du second degré mais change d'allure quand on passe d'un type de matériel à un autre c'est à dire d'une perméabilité à une autre.

B - METHODE SEMI-EMPIRIQUE  
DE KOZENY

Pour un barrage en terre constitué de matériaux homogènes assis sur une fondation imperméable, la ligne de saturation coupe la face aval du massif.

Cette position n'est pas influencée par la perméabilité du matériaux composant le massif. Elle ne dépend que de la forme géométrique du massif. Ceci bien entendu dans le cas de l'isotropie.

A partir du potentiel complexe :  $w = \phi + i\psi = \sqrt{2ez}$

Kozeny a montré que, pour les conditions énoncées ci-dessus, la ligne de saturation, s'il n'y avait pas d'influence à l'entrée et à la sortie du massif serait une courbe parabolique, de foyer A et d'axe Ax représentée en tirets sur le schéma et d'équation.

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2$$

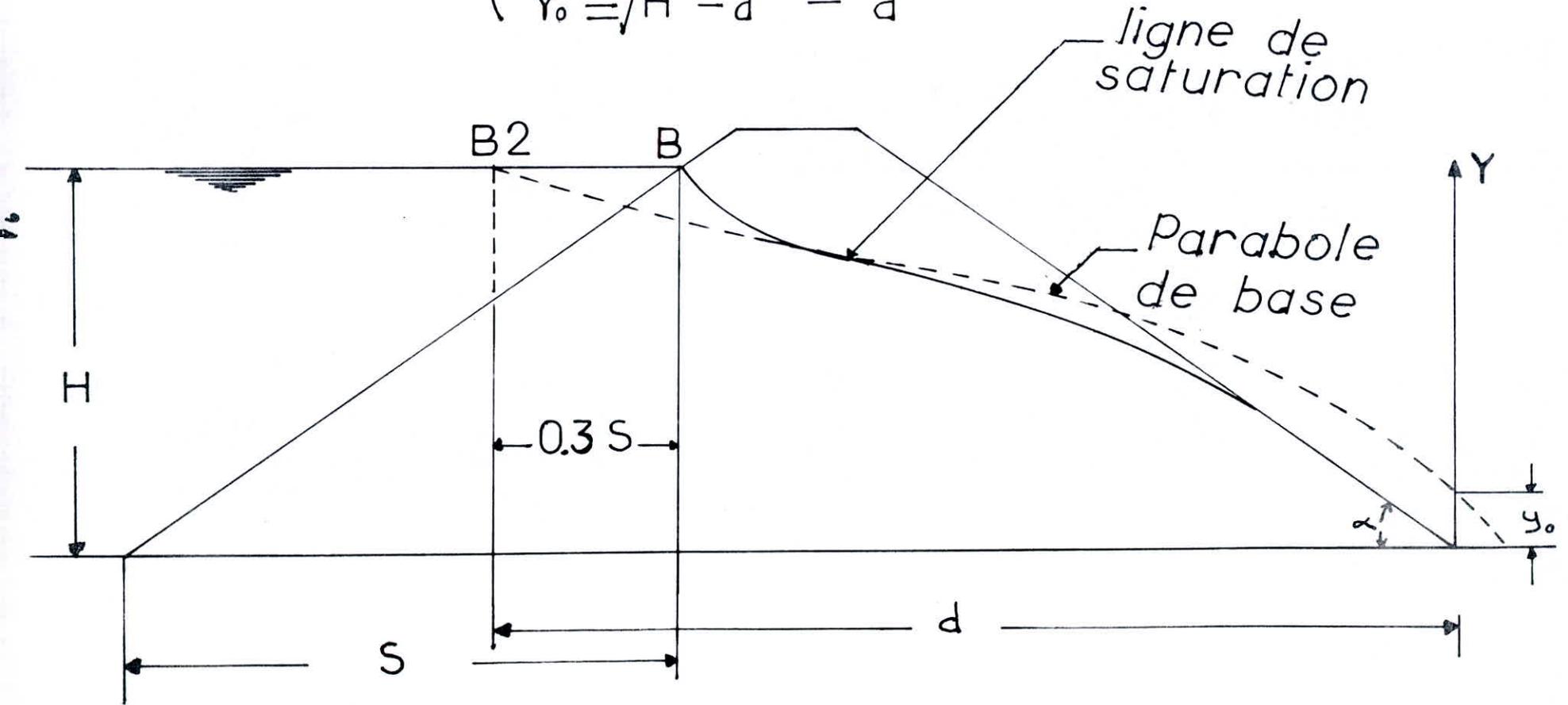
Pour des valeurs données de Y, les paraboles coupent la ligne délimitant le plan d'eau de la retenue en des points tels que B de coordonnées  $y = H$  et  $Z = D$ .

En supposant que l'infiltration dans les massifs de barrage en terre se comporte comme l'écoulement d'un fluide incompressible en mouvement plan permanent dans un milieu homogène et obéisse à la loi de DARCY qui met en relief la proportionnalité des pertes de charges aux vitesses d'écoulement, CASAGRANDE a montré que celle de ces paraboles qui passe par le point B2 tel que BB2 soit égal au 3/10 de la projection horizontale S de la portion de la face amont du massif en contact avec l'eau de la retenue se confond sensiblement avec la ligne de saturation.

la ligne de saturation d'après kozeny

Parabole  
de base

$$\begin{cases} X = \frac{Y^2 - Y_0^2}{2 \cdot Y_0} \\ Y_0 = \sqrt{H^2 - d^2} - d \end{cases}$$



Dans ces conditions, en faisant  $Y = H$  et  $x = d$  dans l'équation (1) et en remarquant que  $d$  doit être pris égal à la largeur du massif à son embase diminué de  $0,7s$ , nous tirons la valeur de  $Y$ .

$$Y_0 = \sqrt{H^2 + d^2} - d$$

#### . CAS ANISOTROPE

En fait, le massif du barrage ne forme pas un ensemble isotrope et les perméabilités sont différentes. Ceci est dû au compactage par couches successives qui entraîne en général une anisotropie du remblai.

Dans ces conditions, la méthode de détermination de la ligne de saturation que nous venons d'exposer et qui supposait les matériaux parfaitement homogènes et isotrope se trouve en défaut.

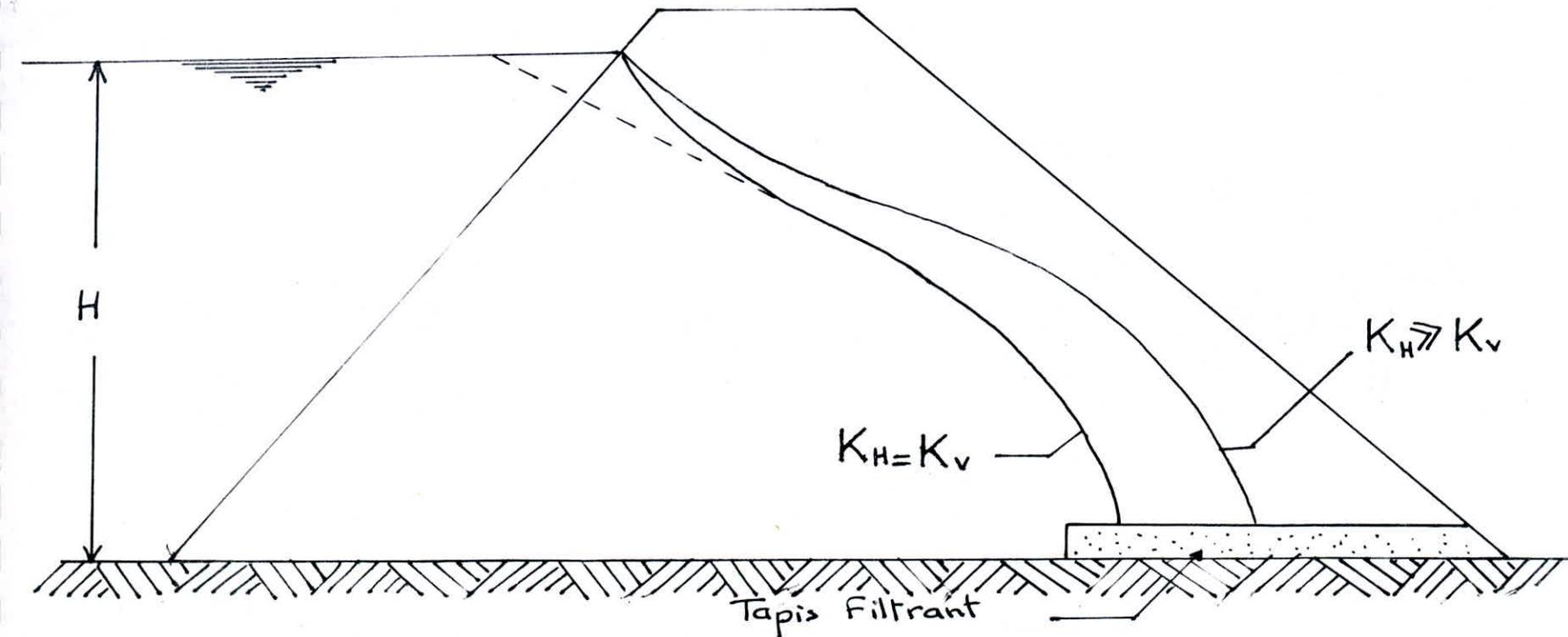
Il sera cependant, possible de l'appliquer en opérant une transformation au profil de l'ouvrage.

Si l'on désigne par  $K_v$  et  $K_h$  les perméabilités dans les directions verticales et horizontales, cette transformation se fera en multipliant les dimensions horizontales par  $\sqrt{\frac{K_v}{K_h}}$

Les ordonnées de la ligne phréatique ainsi obtenues sont reportées sur la section non réduite de l'ouvrage aux points d'abscisses correspondantes.

# EFFET DE L'ANISOTROPIE SUR LA LIGNE DE SATURATION

23



C - METHODES NUMERIQUES

## Présentation de la méthode des éléments finis.

La méthode des éléments finis (M.E.F) permet de résoudre des problèmes de mécanique des milieux continus en discrétisant le milieu à étudier. C'est à dire en le considérant composé d'un grand nombre de petites parties dites ELEMENTS FINIS possédant chacune ses propres fonctions et dont l'assemblage représente au mieux le milieu réel. On choisit ces fonctions de façon qu'elles assurent la continuité du comportement dans l'ensemble du milieu.

Sur le plan pratique, la mise en oeuvre de la méthode est effectuée de la façon suivante :

1 - On se fixe la forme géométrique des éléments.

Cette forme est définie par un certain nombre  $n$  de noeuds.

2 - Dans chaque élément on choisit une fonction d'interpolation du potentiel. Cette fonction s'appuie sur les valeurs nodales  $\phi_i, \phi_j, \dots, \phi_n$  que prend la fonction de potentiel  $\phi$  en chacun des  $n$  noeuds de l'élément par exemple :

$$\phi = \phi_i N_i + \phi_j N_j + \dots + \phi_n N_n$$

ou les  $N_i, N_j, \dots, N_n$  sont des fonctions de  $X_i, Y_i, Z_i, \dots$  et des coordonnées du point courant  $x, y, z$  qui déterminent le type d'interpolation choisi.

Après développement, on aboutit à la relation matricielle :

$$[A] \cdot [\theta] = [B]$$

Dans laquelle  $A$  est la matrice carré d'ordre  $M$  (si  $M$  est le nombre total de l'ensemble des éléments) obtenus à l'issu du processus.  $\theta$  est la matrice colonne qui contient l'ensemble des  $M$  valeurs nodales de la fonction et  $B$  la matrice second membre qui prend en compte les diverses conditions aux limites.

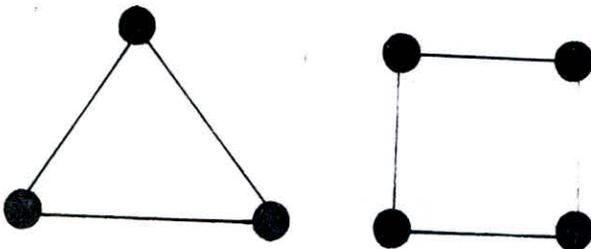
La résolution du système linéaire permet de calculer l'ensemble des valeurs nodales de la fonction potentielle.

#### TYPES D'ELEMENTS :

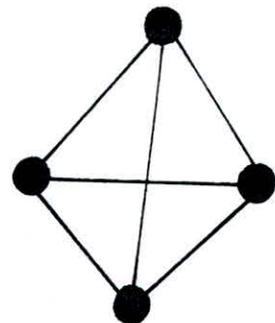
Eléments plans à trois ou quatre degré de liberté.

Eléments tridimensionnels.

Eléments plans



Elément tridimensionnel.



## Méthode de Relaxation

C'est une méthode dont la précision peut être poussée très loin, mais qui, comme toutes les méthodes numériques est laborieuse.

Principe :

Soit une fonction :  $\theta(x, y)$

Soit  $\theta_0$  la valeur de cette fonction à l'origine. Nous pouvons développer  $\theta$  en série de part et d'autre du point

$\theta(x=0, y=0)$ , soit sur la ligne  $y=0$

$$\theta = \theta_0 + \frac{(\partial\theta)}{\partial x} \frac{x}{1!} + \frac{(\partial^2\theta)}{\partial x^2} \frac{x^2}{2!} + \frac{(\partial^3\theta)}{\partial x^3} \frac{x^3}{3!} + \frac{(\partial^4\theta)}{\partial x^4} \frac{x^4}{4!}$$

Soit sur une ligne  $x=0$

$$\theta = \theta_0 + \frac{(\partial\theta)}{\partial y} \frac{y}{1!} + \frac{(\partial^2\theta)}{\partial y^2} \frac{y^2}{2!} + \frac{(\partial^3\theta)}{\partial y^3} \frac{y^3}{3!} + \frac{(\partial^4\theta)}{\partial y^4} \frac{y^4}{4!}$$

Considérons quatre points numérotés 1, 2, 3, 4 disposés autour de l'origine (comme montré sur la figure). Les coordonnées de ces points sont :

$$1(2, 0) ; 2(0, a) ; 3(-a, 0) ; 4(0, -a)$$

Les valeurs de  $\theta$  en ces quatre points seront :

$$\theta_1^1 = \theta_0 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) \frac{a}{1!} + \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}\right) \frac{a^2}{2!} + \left(\frac{\partial^3 \theta}{\partial x^3}\right) \frac{a^3}{3!} + \left(\frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4}\right) \frac{a^4}{4!} + \dots$$

$$\theta_3^1 = \theta_0 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) \frac{a}{1!} + \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right) \frac{a^2}{2!} + \left(\frac{\partial^3 \theta}{\partial y^3}\right) \frac{a^3}{3!} + \left(\frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4}\right) \frac{a^4}{4!} + \dots$$

Calculons la somme :

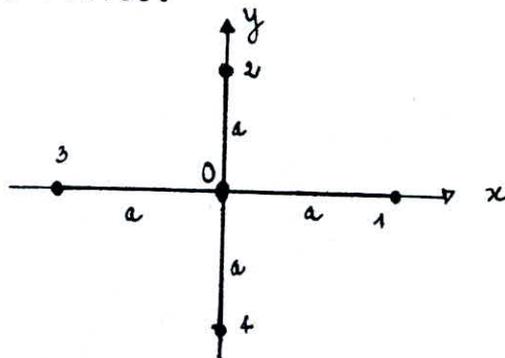
$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \sum_{i=1}^4 \theta_i$$

$$\sum_{i=1}^4 \theta_i = 4\theta_0 + 2 \frac{a^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right) + \frac{2a^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4}\right) + \dots$$

On voit qu'en posant  $\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right) = \Delta \theta \neq \frac{1}{a^2} \left(\sum_{i=1}^4 \theta_i - 4\theta_0\right)$

On ne commet qu'une faible erreur si  $a$  est petit. En effet, le premier terme négligé est de l'ordre  $2 \frac{a^4}{4!} = \frac{a^4}{12}$

L'équation :  $\theta_i - \theta = 0$  est l'équation de Laplace exprimée en différences finies.



27

28

Pour résoudre cette équation dans un domaine  $D$ , on considère dans ce domaine un certain nombre de points situés au sommet d'un réseau régulier (réseau de relaxation) dont la maille élémentaire correspond au schéma précédent. Sur les bords équipotentiels du domaine, on connaît la valeur  $\theta$ . Sur les limites imperméables, la condition  $\partial\theta/\partial n = 0$  traduite en différences finies donnera les relations composées aux valeurs  $\theta$  de points voisins.

On part d'une première approximation de  $\theta$  en chaque point (première approximation tentative de la solution). On calcule ensuite pour chaque point les valeurs

$$\sum_{i=1}^4 \theta_i - 4\theta_0 = F$$

Que l'on s'efforce ensuite d'annuler par approximations successives.

Ces approximations constituent le processus de relaxation.

D - METHODES EXPERIMENTALES

1 MODELE HYDRAULIQUE

2 MODELES ANALOGIQUES

Méthode des modèles hydrauliques

On dit qu'il y a similitude entre deux écoulements lorsque :

1 - Il existe une similitude géométrique ou une affinité permettant de faire correspondre deux par deux tous les points de ces écoulements.

2 - Les valeurs d'une grandeur physique caractérisant l'un et l'autre en un point donné ont un rapport constant quelque soit ce point :

L'un de ces écoulements s'appelle prototype c'est l'écoulement à étudier. L'autre est le modèle réalisé au laboratoire d'hydraulique.

Les différents rapports des grandeurs physiques caractérisant respectivement le modèle et le prototype sont les rapports de SIMILITUDE.

Les lois physiques auxquelles sont soumis les écoulements considérés établissent certaines relations entre ces rapports.

Ce sont les CONDITIONS DE SIMILITUDE. Il faut remarquer ici que dans le cas de la similitude, les phénomènes physiques qui se manifestent dans le modèle et le prototype sont de même nature.

La similitude des écoulements de filtration est basée sur la loi de DARCY.

Il faut donc que le nombre de Reynolds reste en <sup>déça</sup> de la limite de validité de cette loi aussi bien pour le prototype que pour le modèle.

## 2 MODELES ANALOGIQUES

Les méthodes analogiques d'études de problèmes d'hydraulique souterraines ont connu un important développement de 1950 à 1965 , notamment par les travaux de HUARD DE LA MARRG.

L'idée de base est d'établir une analogie entre les écoulements souterraines et des phénomènes physiques ayant même expression mathématique et plus facile à mesurer.

Nous mentionnerons :

21 ANALOGIES HYDRAULIQUES

22 ANALOGIES RHEOELECTRIQUES

## 2.1. Analogie hydraulique : Modèle Hélé Show

La plus importante de ces méthodes est celles des plaques rapprochées. Elle utilise le fait que l'écoulement d'un liquide visqueux entre deux plans de faible écartement suit une loi analogue à la loi de DARCY.

Les équations générales d'un tel écoulement ont été établies par NWLER en partant par la loi de NEWTON :  $F = \mu \frac{dv}{dy} ds$

$ds$  : élément de surface perpendiculaire au plan sur lequel agit  $F$

$\mu$  : viscosité dynamique

$v$  : vitesse

Dans le cas où le mouvement est assez lent pour que l'on puisse négliger les forces d'inertie - ce que nous supposons ici - on peut écrire ces équations pour un liquide incompressible.

$$\bar{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial (x, y, z)} = \mu \Delta(u, v, w)$$

W : Poids spécifique

$\phi$  : Charge hydraulique

$\mu$  : Viscosité dynamique

U, V, W : Composantes de la vitesse.

En tout point la vitesse est parallèle au plan des parois de sorte que la composante W est nulle, il résulte alors de (1) que

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ la charge } \phi \text{ sera constante le long de OZ}$$

étant donné la faible distance entre les parois, les variations de vitesse selon OZ seront infiniment plus importantes que selon OX et OY. Nous pouvons donc, dans l'expression des LAPLACIENS du second membre de (1) négliger  $\frac{\partial}{\partial x^2}$  et  $\frac{\partial}{\partial y^2}$

Les équations générales se réduisent alors à :

$$\begin{aligned} W \frac{\partial \phi}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \\ W \frac{\partial \phi}{\partial y} &= \mu \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \end{aligned}$$

Comme  $\phi$  est constant le long de OZ, nous pouvons intégrer deux fois par rapport à Z. Une première intégration donne :

$$\bar{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial(x,y)} z = \mu \frac{\partial u}{\partial z} + C_1$$

La seconde intégration donne :

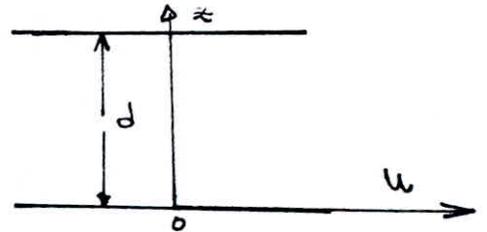
$$\bar{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial(x,y)} \frac{z^2}{2} = \mu(u,v) + C_1 z + C_2 \quad (2)$$

Pour  $Z=0$ , ces conditions aux limites (adhérence du fluide sur une face) imposent  $U = V = 0$  d'où  $C_2 = 0$

pour  $Z=d$  nous sommes sur l'autre face  $U$  et  $V$  sont encore nulles

$$\bar{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial(x,y)} \frac{d^2}{2} = C_1 d$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{d}{2} \bar{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial(x,y)}$$



En introduisant les valeurs de  $C_1$  et  $C_2$  dans l'équation (2) nous obtenons

$$(u,v) = - \frac{\omega}{2\mu} \frac{\partial \phi}{\partial(x,y)} (d-z)z$$

On a donc une répartition parabolique des vitesses les quantités :

$$q_x = \int_0^d u dz \quad \text{et} \quad q_y = \int_0^d v dz$$

Sont les débits unitaires suivant les axes x et y on trouve facilement

$$q_x = - \frac{\omega d^3}{12\mu} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad ; \quad q_y = - \frac{\bar{\omega} d^3}{12\mu} \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Vectoriellement on peut écrire :

$$\vec{q} = - C_q \vec{\text{grad}} \phi$$

$q$  est le débit spécifique

$C_q = \frac{gd^3}{12\nu}$  : coefficient de débit

$d$  : écartement entre les deux plans

$\nu$  : viscosité cinématique

## 2.2 Analogies Rhéoélectriques

### 2.2.1. Introduction

Le principe de cette méthode repose sur l'analogie existante entre les expressions mathématiques de deux phénomènes physiques (circulation de l'eau dans les milieux poreux et du courant électrique dans un milieu conducteur).

La comparaison des équations, données dans le tableau ci-dessous

LOIS HYDRAULIQUES	LOIS ELECTRIQUES
$\vec{V} = -K \vec{\text{grad}} \phi$	$\vec{I} = \frac{l}{s} \vec{\text{grad}} u$
$\Delta \phi = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{regime} \\ \text{Permanent} \end{array} \right.$	$\Delta u = 0$
$\Delta \phi = \frac{S}{T} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{regime} \\ \text{non} \\ \text{Permanent} \end{array} \right.$	$\Delta u = RC \frac{\partial u}{\partial t}$

Permet de dégager les relations d'équivalence qui autorisent une étude d'hydrodynamique des eaux souterraines dans une échelle réduite de temps et d'espace, sur un modèle électrique "Analogue" au prototype.

Les relations d'équivalence sont données dans le tableau suivant :

EXPRESSIONS HYDRAULIQUES	EXPRESSIONS ELECTRIQUES
Potentiel hydraulique $\phi = h$	Potentiel électrique $U$
Débit hydraulique $Q$	Intensité électrique $I$
Vitesse d'écoulement $v$	Densité de courant $i$
Volume hydraulique $V$	Charge électrique $q$
Perméabilité $K$	Conductivité électrique
Temps réel $t_r$	Temps électrique $t_e$

Il suffit donc de construire un modèle électrique de dimensions géométriques semblables à celles du domaine considéré de l'écoulement de filtration et d'y imposer des conditions aux limites électriques correspondantes pour résoudre le problème d'hydraulique. Ces conditions sont du même type que celles rencontrées dans le cas de milieux poreux.

a- Le potentiel est connu sur les limites du domaine (imposition des potentiels) c'est la condition de DIRICHLET.

b- Le terme  $\frac{\partial u}{\partial n}$  (électriquement cela correspond à un potentiel) est connu sur la frontière c'est la condition de NEUMANN.

On remarque, après expérimentation, que les grandeurs électriques mesurées sur le modèle analogique fournissent une solution expérimentale du problème hydraulique.

## 222 cuve rhéoélectrique

Parmi les techniques utilisées par l'analogie rhéoélectrique la plus ancienne est celle de la cuve rhéoélectrique.

Le conducteur utilisé est de l'eau contenue dans une cuve à parois isolantes.

Selon le problème à résoudre, on utilise des cuves de formes différentes.

Pour l'étude de problèmes à deux dimensions, on utilise une cuve à fond horizontal et plan, que l'on remplit d'eau sur une faible hauteur (quelques centimètres).

L'opération essentielle de l'essai est le relevé du champ, c'est à dire le tracé des lignes équipotentiels. On opère de la façon suivante :

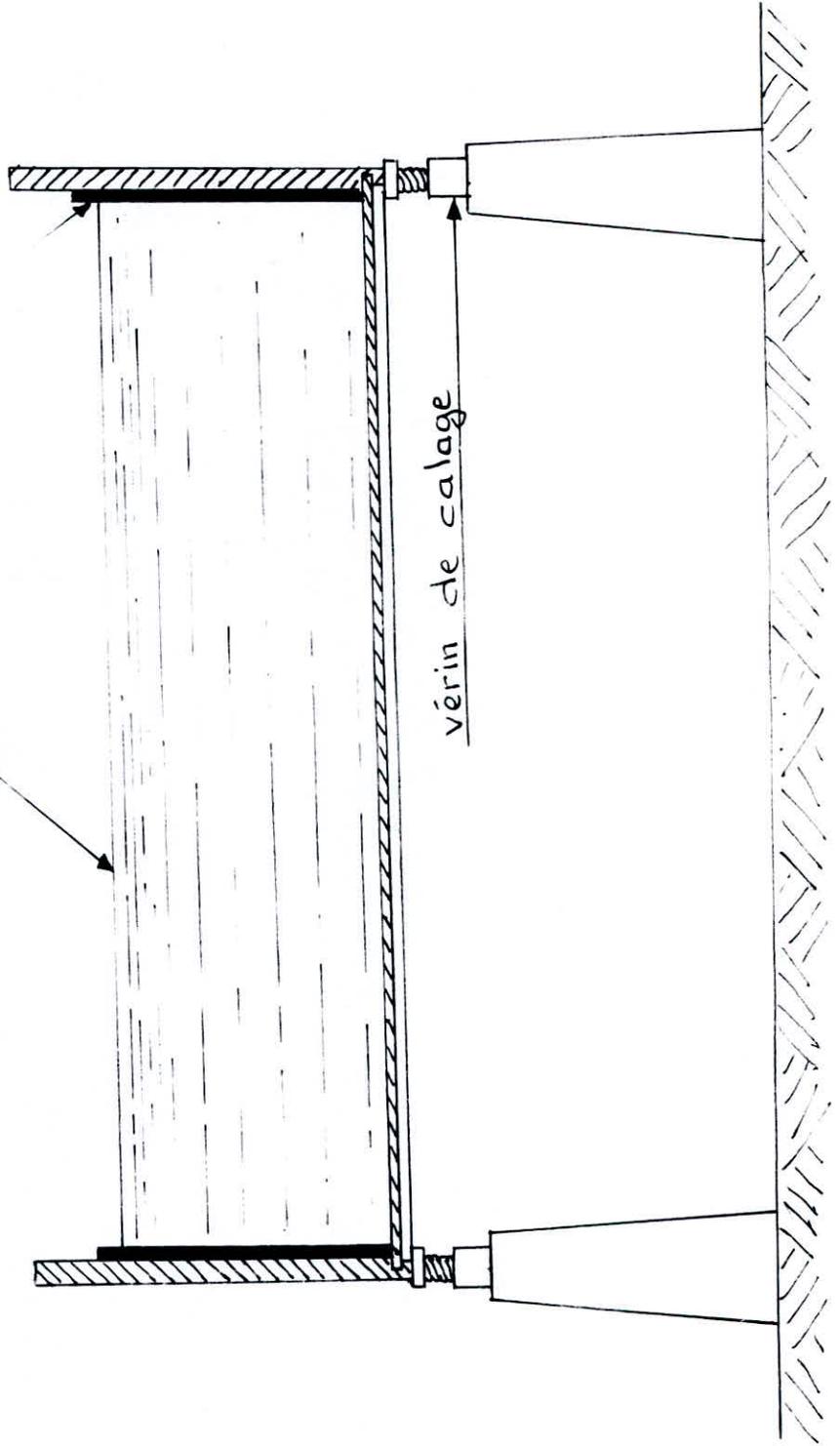
Le potentiel de mesure étant gradué généralement de zéro (0) à cent (100), on le règle par exemple à la valeur dix (10). On promène ensuite la sonde de relevé de potentiel dans le champ à explorer (son extrémité conductrice étant trempée dans l'eau du modèle à la profondeur voulue). Lorsque l'oscilloscope indique une différence de potentiel nulle, la sonde se trouve sur l'équipotentielle  $U = 10 \%$ . On reporte ce point et on recommence l'opération.

# CUVE À FOND HORIZONTAL

électrode périphérique

Plan d'eau

vérin de calage



a - utilisation et caractéristiques.

Ce type de simulateur est d'un usage plus commode que les autres simulateurs à milieu continu, en raison de sa mise en oeuvre plus facile et de son prix de revient moins élevé.

Cette technique est bien adoptée aux études hydrogéologiques et en particulier pour les problèmes de génie civil (infiltration à travers les barrages en terre, recherche combinée de la surface libre et de suintement épuisement des fouilles etc...). De plus sa simplicité d'emploi permet d'expérimenter rapidement plusieurs hypothèses de travail ou de dégrossir certains problèmes complexes et de guider les phases ultérieures plus élaborées d'une étude.

La mise en oeuvre du modèle est simple dans son principe mais parfois délicate dans son application du fait des caractéristiques du papier et des conditions de manipulation.

## b - Détermination de la surface libre.

Ne connaissant pas à priori la position de la surface libre, il nous faut la déterminer par approximations successives.

Lors de la confection du modèle analogique on prend soins de laisser du papier en excès au dessus de la surface libre. On recherche alors une ligne sur le modèle où, en chaque point, le potentiel est proportionnel à la cote de ce point. On coupe suivant cette ligne (ou plus exactement, par précaution, un peu avant cette ligne). Le champ électrique est alors modifié, et l'on recherche la nouvelle ligne ayant la propriété énoncée plus haut.

On recoupe de nouveau et ainsi de suite. Les itérations au nombre d'une demie douzaine convergent rapidement. On opère en traçant sur le modèle des horizontales équidistantes. Sur chacune de ces droites on recherche le point où le potentiel a la valeur correspondant à la cote de l'horizontale considérée.

## c - tracé des équipotentiellles.

La détermination du champ des équipotentiellles est très facile. Elle se fait à l'aide de la sonde que l'on porte à un potentiel déterminé.

On pose verticalement la pointe sur le papier et on la promène jusqu'à ce que l'intensité qui la traverse soit nulle. Le point de contact du modèle est alors au même potentiel que la sonde. Une légère pression laisse une marque visible sur le papier, et l'on peut tracer ainsi directement sur le modèle une équipotentielle en pointillés.

En vue d'apprécier la méthode, il était intéressant d'expérimenter des cas théoriques, dont la solution analytique était complètement déterminée.

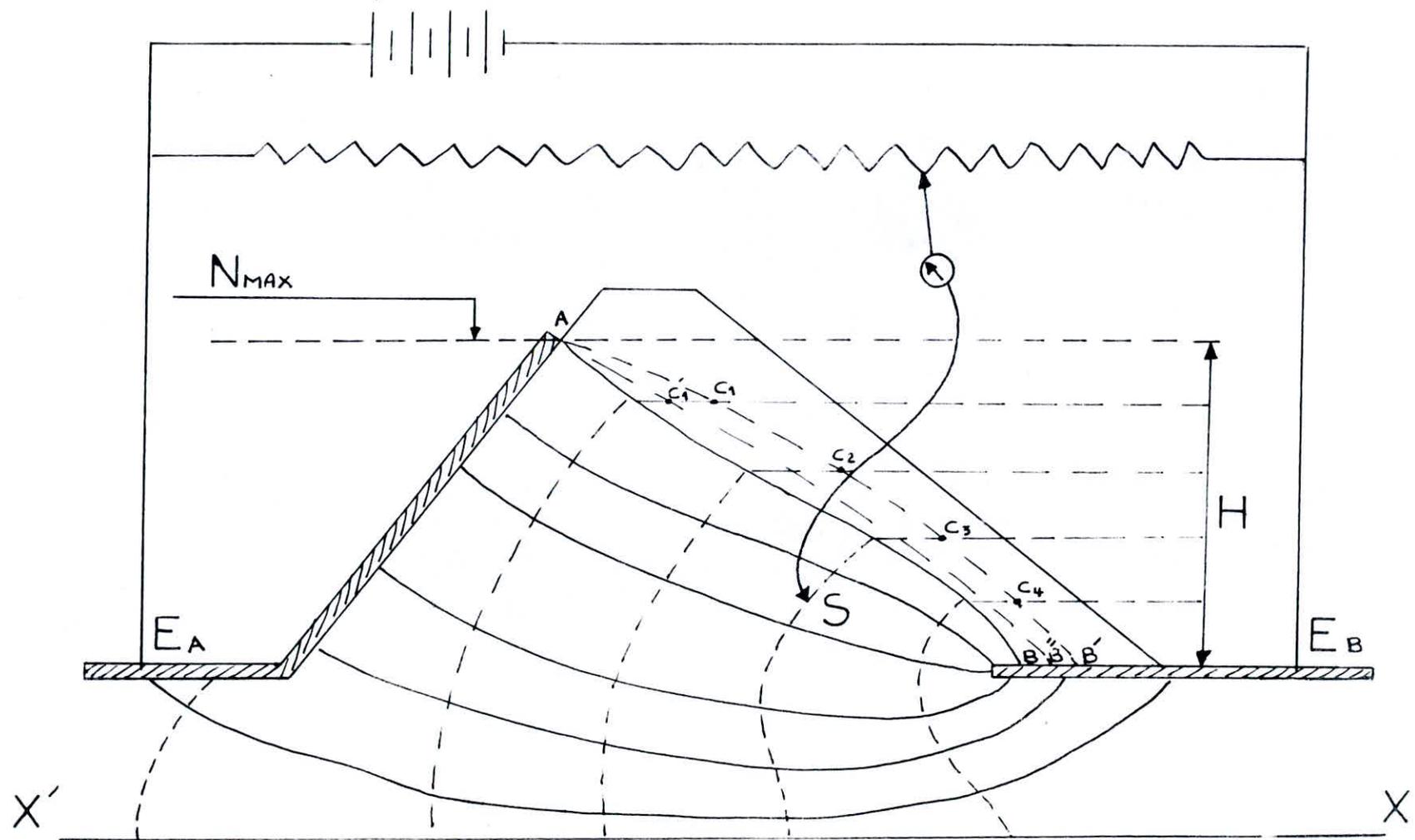
Les écarts maximums entre les hauteurs de suintement déterminées expérimentalement, et celles calculées, sont de l'ordre de un pour cent (1 %) de la hauteur de la charge.

Les débits mesurés expérimentalement ont été comparés aux valeurs données par la formule  $Q = \frac{[H_1^2 - H_2^2]}{2L} K$  où  $H_1$  et  $H_2$  sont les hauteurs d'eau des bassins amont et aval,  $L$  la largeur de la digue et  $Q$  le débit par unité d'épaisseur de digue. Les écarts relatifs varient entre un et cinq pour cent.

On voit que la précision de cette méthode suffit largement pour résoudre les problèmes d'infiltration.

De plus la simplicité permet une expérimentation rapide de nombreux cas.

# PAPIER CONDUCTEUR



427

## 224 Réseaux de résistances.

La technique des réseaux de résistance est certainement la plus fertile des méthodes de l'analogie électrique. Elle permet, en effet, de représenter facilement des écoulements à travers des zones de perméabilités différentes et anisotropes.

Le principe du réseau est simple, il est constitué de résistances miniatures de précisions.

En général, on les loge dans des fiches de prises de courant que l'on pourra disposer à volonté sur des panneaux comportants les connexions des noeuds du réseau.

E - AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Avantages et inconvénients des différentes méthodes.

## INTRODUCTION

S'il y a une tâche qui peut paraître complexe c'est bien la comparaison de ces différentes méthodes exposées tellement les conditions dans lesquelles on travail sont favorables à l'une (ou aux unes) et non aux autres.

Chacune a ses mérites qui sont parfois subjectifs.

Une expérience analogique qui ne présente aucune difficulté si l'on dispose des installations peut poser de sérieux problèmes dans le cas contraire.

Pour faire une comparaison de toutes les méthodes il faut qu'on soit doté de moyens matériels qui permettent un tel travail.

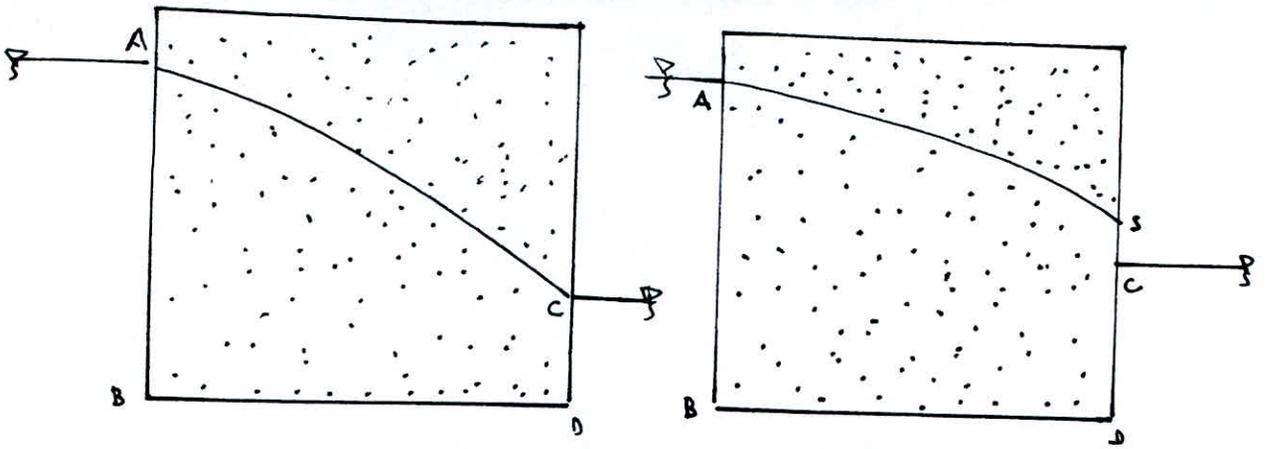
Nous nous contenterons d'exposer les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes.

## Critique de la théorie de DUPUIT.

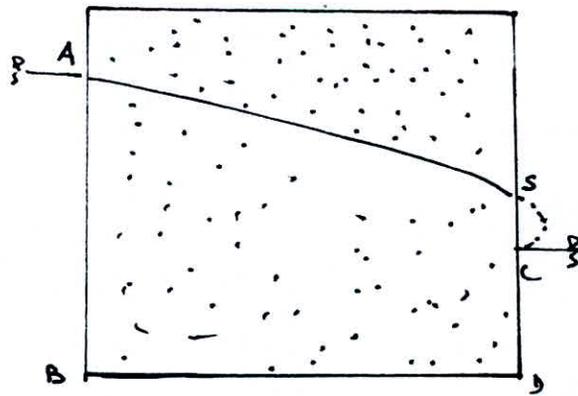
Les formules de DUPUIT ont été établies en supposant que la hauteur d'eau dans la partie aval de l'ouvrage et égale à la hauteur d'eau libre dans cette partie or des expériences sur modèles réduits ont montré que la courbe de dépression au contact de la paroi ne se raccorde pas au plan d'eau libre dans l'ouvrage mais se situe toujours au dessus.

Un décrochement le long de la paroi sépare la surface libre dans l'ouvrage du plan d'eau libre . Ce décrochement est appelé zone suintement ou zone de résurgence.

Ainsi la courbe de dépression réelle se situe partant au dessus de celle définie par les formules de DUPUIT et surtout à l'aval de l'ouvrage.



La ligne d'eau ne peut aboutir au point C que si elle a l'allure ci-dessous. Une telle configuration n'a évidemment aucun sens physique.



## Méthode de KOZENY

Quand il s'agit de déterminer la position de la ligne de la surface libre, cette méthode est amplement satisfaisante vu sa simplicité .

D'une manière générale, les méthodes semiempiriques permettent de déterminer la ligne de saturation quand on n'a pas les moyens perfectionnés (ordinateurs, analogie électrique ...).

Elles peuvent donner une première idée de la position de cette ligne de saturation dans le cas d'utilisation des méthodes perfectionnées où on a besoin de connaître les conditions aux limites.

## Méthode des éléments finis.

L'avantage évident de cette méthode est de permettre l'introduction de nombreux paramètres :

Hétérogénéité, Anisotropie, Conditions aux limites et pouvoir mener des études comparées, très rapidement sur une même maillage

Le prix de revient d'une telle étude est très faible :

Le calcul en régime permanent d'un modèle de cinq cents points nécessite environ quinze secondes.

Sur l'ordinateur CDC 6600, la recherche de la surface libre d'un barrage représenté par un maillage de cinq cents points peut se faire en soixante secondes.

Ces programmes occupent peu de place en mémoire bien que le nombre de points n'est pas limité, en pratique, pour les gros ordinateurs.

La méthode des éléments finis permet donc une étude extrêmement rapide et peu coûteuse des réseaux d'écoulement. D'autre part, elle offre l'avantage de pouvoir faire varier très facilement les paramètres introduites dans le modèle.

Toutefois, il ne faut voir dans les modèles mathématiques que des outils mis à notre disposition dont l'utilisation sera d'autant plus profitable qu'elle aura été précédée d'un travail de réflexion et de synthèse au stade de la préparation de l'étude.

## Méthodes expérimentales.

### 1 - Modèle hydraulique.

Il doit être réservé à des cas très spéciaux, son véritable rôle est celui d'un instrument de recherche.

La méthode des modèles hydrauliques est beaucoup moins rapide et plus coûteuses que celle des analogies électriques. En outre, elle est incontestablement moins précise théoriquement (difficulté d'un remplissage homogène, capillarité) ; toutefois les modèles ont des avantages : les phénomènes sont les mêmes sur le modèle et sur le prototype. Les surfaces libres s'établissent d'elles mêmes, les concentrations de gradients dangereux donnent lieu à des renards sur le modèle comme sur le prototype.

### 2 - Modèles analogiques.

#### 21 - Analogie hydraulique : modèle Hélé-Shan.

La surface libre s'établit d'elle même et l'ascention capillaire est infiniment moins marquée que dans les modèles en sable.

Le modèle en verre ou en plexiglas permet la visualisation de l'écoulement.

## 22. Analogies rhéoélectriques.

### 221. CUVE RHEOELECTRIQUE.

La cuve est peu utilisée quand il s'agit d'écoulement comportant une surface libre, pour la raison suivante :

La surface libre est une frontière ligne de courant, de forme quelconque, que l'on doit matérialiser par une paroi isolante de même forme (en paraffine par exemple) comme on ne connaît pas sa position exacte à priori, on est amené à réaliser un certain nombre d'approximations successives de cette surface avec toutes les opérations intermédiaires nécessaires c'est à dire vidange de la cuve, nettoyage, étanchéité, remplissage etc ...

### 222 PAPIER CONDUCTEUR .

Il présente l'avantage d'être sans erreur en raison de la représentation continue de l'espace poreux.

Il est d'un usage plus commode que les autres simulateurs en raison de sa facilité de mise en oeuvre et de son prix de revient peu coûteux.

Son inconvénient est qu'il ne peut simuler que des écoulements bi-dimensionnels et généralement permanents.

On peut, aussi, fausser notablement les résultats en posant par négligence le coude ou l'avant bras sur une partie du modèle ou même en éclairant particulièrement celui-ci avec une lampe de bureau trop rapprochée.

## 229 RESEAUX DE RESISTANCES.

Dans les cas compliqués comme les fortes hétérogénéités on a recours aux réseaux de résistances.

CHAPITRE ~~III~~

- PARTIE EXPERIMENTALE
- COMPARAISON DES  
METHODES

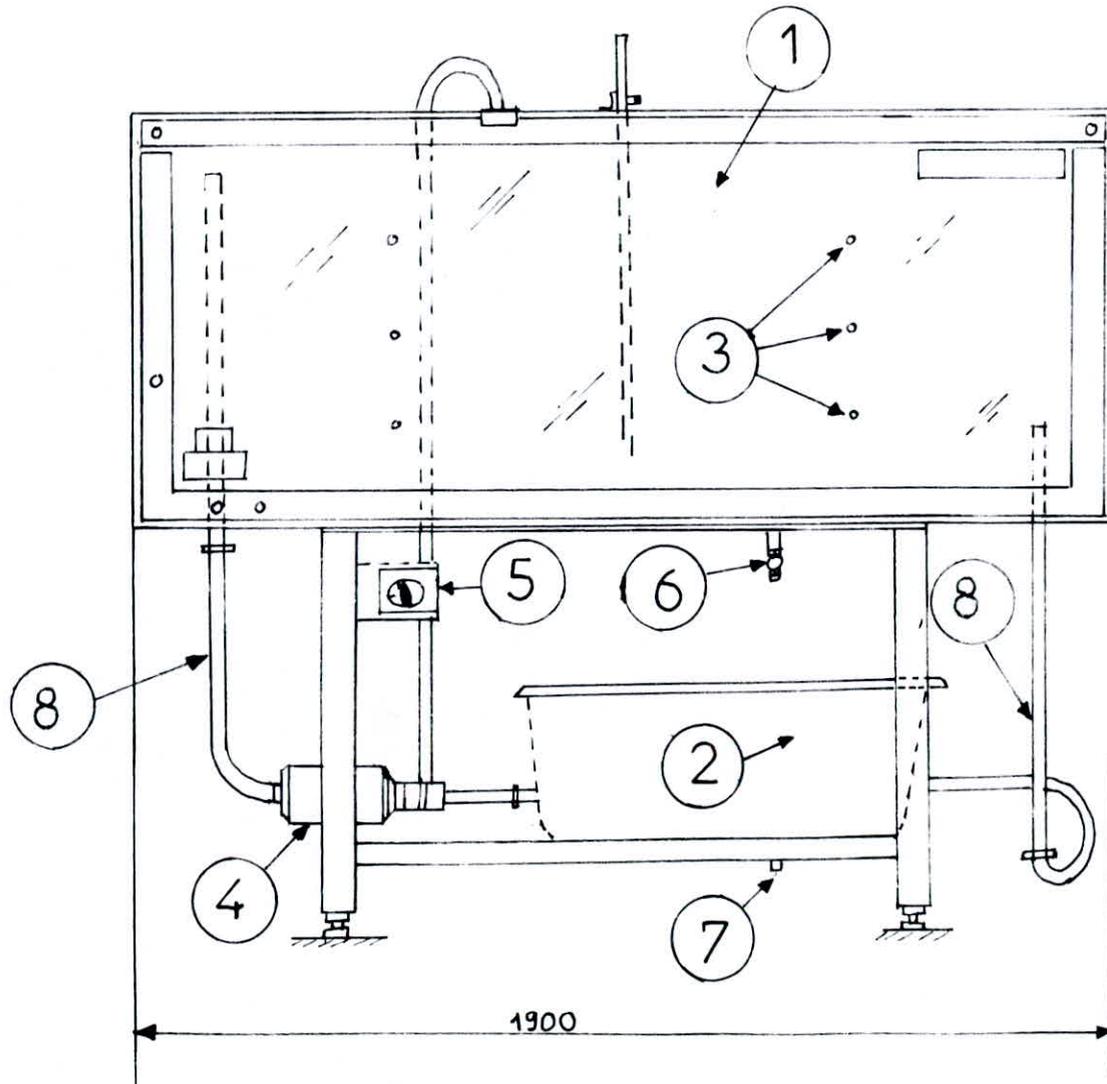
\* Description de l'appareil.

Le modèle utilisé est un perméamètre. Il est composé d'un réservoir ayant une paroi en verre qui permet de visualiser l'écoulement. L'arrière du bassin possède 6 Prises de pressions. Ces prises peuvent être reliées à des tubes piézométriques permettant de mesurer les pressions. Ces prises peuvent être utilisées pour l'injection d'un colorant afin de pouvoir suivre la ligne de courant.

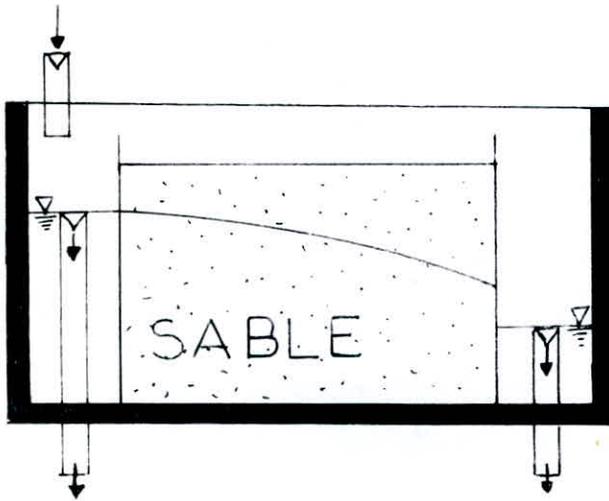
Le milieu perméable est délimité par deux grilles amovibles en acier formant deux compartiments aux extrémités du bassin ; Ces compartiments sont équipés de tuyaux, l'un servant à l'alimentation, l'autre à l'évacuation, ils servent à faire varier le niveau de l'eau à chaque extrémité de la maquette. Le dessus du bassin est ouvert pour permettre le remplissage et l'installation des structures de maquettes.

Une pompe assure la continuité de l'alimentation en eau et une vanne réglable permet de régler le débit.

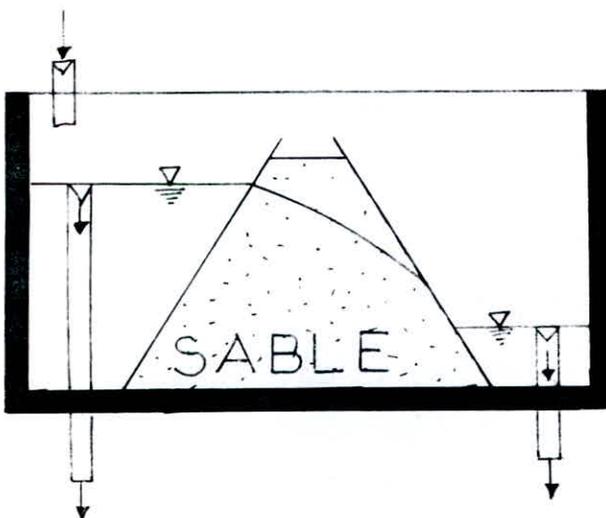
# LE MODELE PERMEABLE



- ① Paroi en verre
- ② Reservoir d'eau
- ③ Prises de pressions
- ④ Pompe
- ⑤ Bouton de mise en marche de la pompe
- ⑥ Vanne de vidange
- ⑦ Vidange de fond
- ⑧ Tube de réglage de niveau



PAREMENTS  
VERTICAUX



PAREMENTS  
INCLINÉS

Le sable est de nouveau mélangé afin d'avoir une répartition la plus homogène possible.

Cette opération achevée, le sable est introduit dans le perméamètre et disposé à l'intérieur selon la géométrie désirée.

La pompe permettra l'arrivée continue du fluide (de l'eau dans notre cas).

La vanne disposée à proximité de la pompe permettra la régularisation du débit et l'assurance d'un régime permanent dans un temps suffisamment long.

La première expérience a été faite pour des parements verticaux. La seconde pour des parements inclinés de pentes égales.

Dans cette seconde partie deux essais ont été réalisés, l'un pour un angle de  $30^\circ$ .

Pour chacune des formes de parement, il a été procédé à la variation de niveau d'eau amont et ce afin de voir comment la ligne de saturation avec la hauteur d'eau

La partie expérimentale consiste en des essais sur modèle réduit, réalisé à l'aide du perméamètre, et comparaison des résultats obtenus à partir des essais avec ceux donnés par les formules de DUPUIT et de KOZENY.

Le matériau choisi est du sable dont la granulométrie varie entre 0,5 mm et 1,5 mm. Le choix de cette plage de valeurs est conseillé par le constructeur du modèle et ce, afin de réduire les phénomènes de capillarité qui influent énormément sur la visualisation de la ligne de saturation.

La première opération est de laver le sable ensuite le faire passer à l'étuve afin de l'asse-<sup>cher et enfin le faire passer à l'étuve pour</sup> sélectionner les grains répondant à la condition.

$$0.5 \text{ mm} < \emptyset < 1.5 \text{ mm}$$

La répartition en poids obtenue est la suivante :

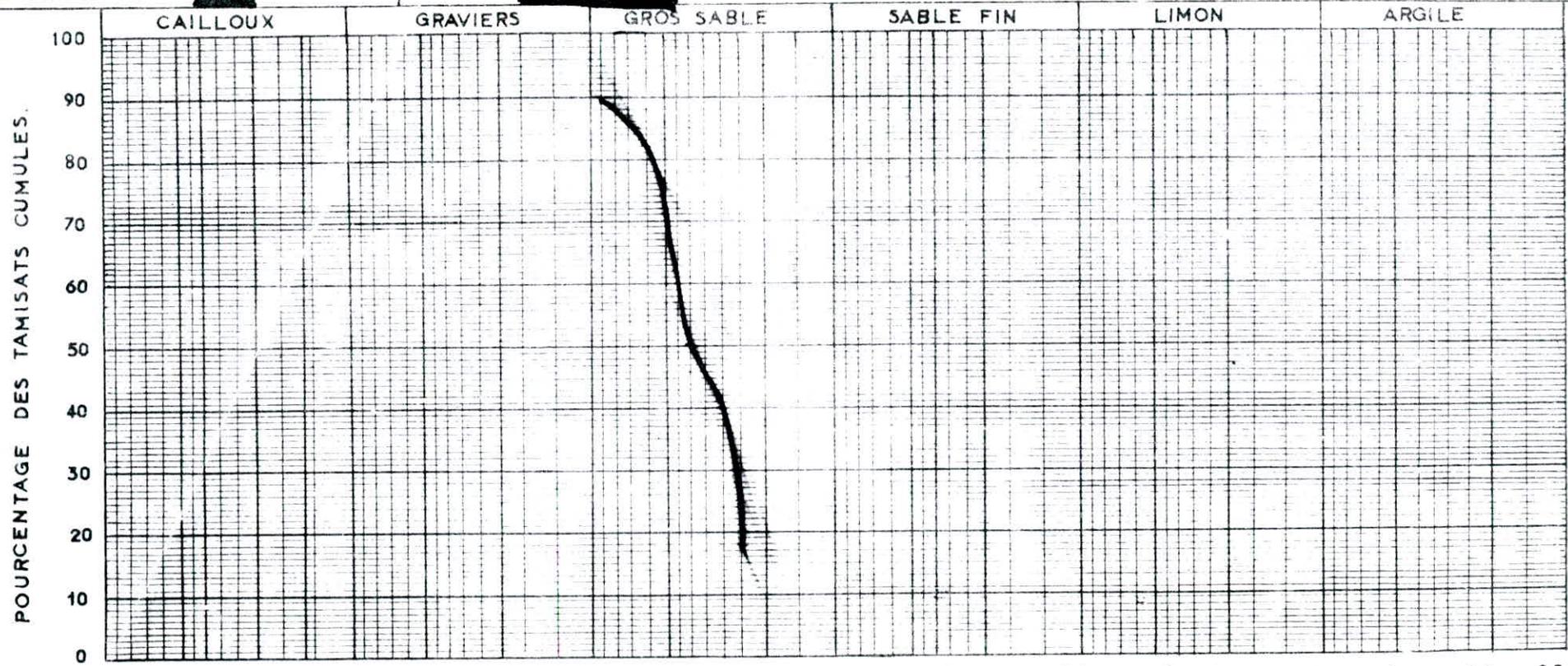
0.5 mm	— — — — —	12 KG
0.6 mm	— — — — —	21.67 KG
0.8 mm	— — — — —	13 KG
1.0 mm	— — — — —	12 KG
1.25 mm	— — — — —	10 KG

DOSSIER :



ANALYSE GRANULOMETRIQUE

79



	200	100	80	50	20	10	5	2	1	0,4	0,2	0,1	0,08	0,05	0,02	0,01	5 $\mu$	2 $\mu$	1 $\mu$	0,5 $\mu$	0,2 $\mu$	
☐																						
⊗		100	63	40	25	12,5	6,3	2,5	1,25	0,5												
MODULE		50	48	46	44	41	38	34	31	27	24	21	20	18								

← Diamètre équivalent (Sédimentométrie) →

58

Y (cm)

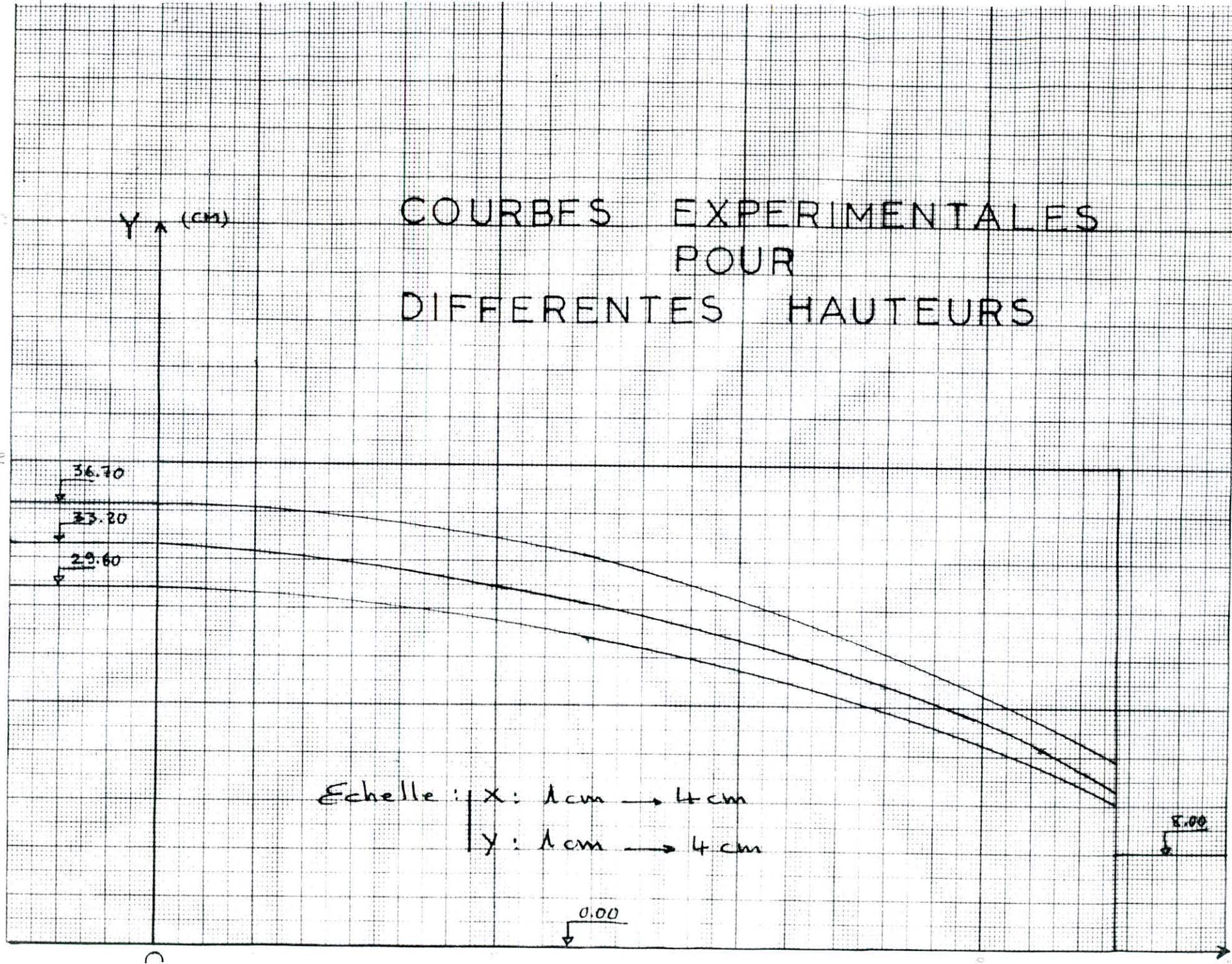
# COURBES EXPERIMENTALES POUR DIFFERENTES HAUTEURS

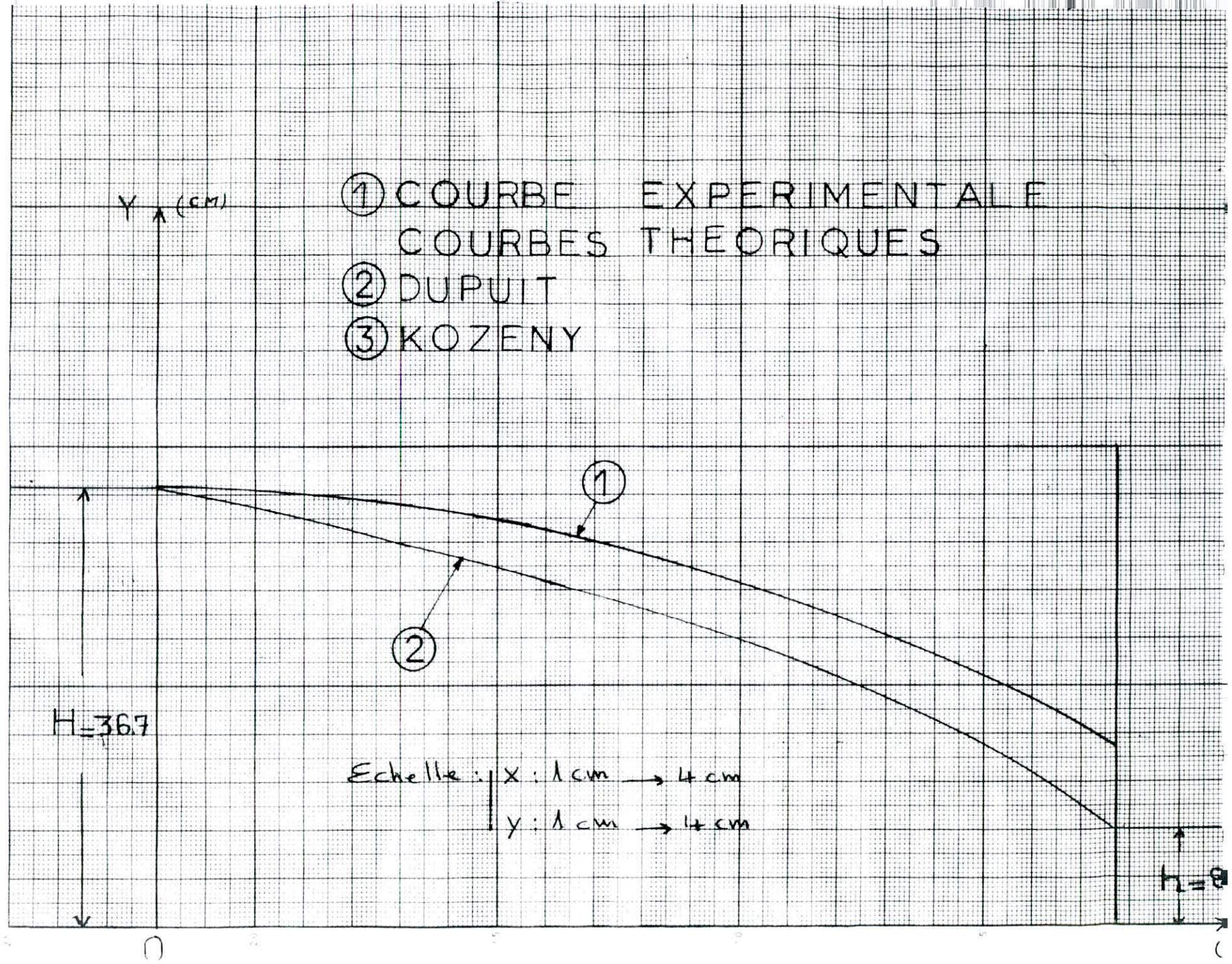
36.70  
33.20  
29.60

Echelle : X : 1 cm → 4 cm  
          Y : 1 cm → 4 cm

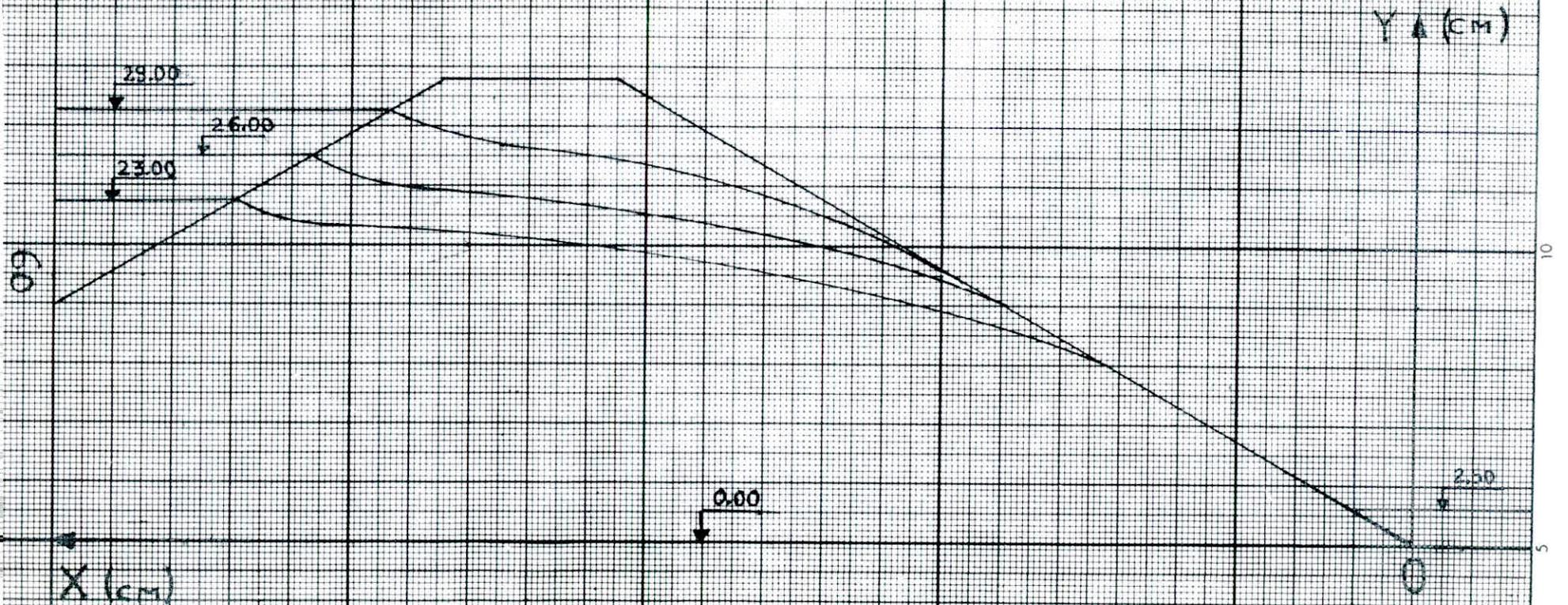
0.00

8.00



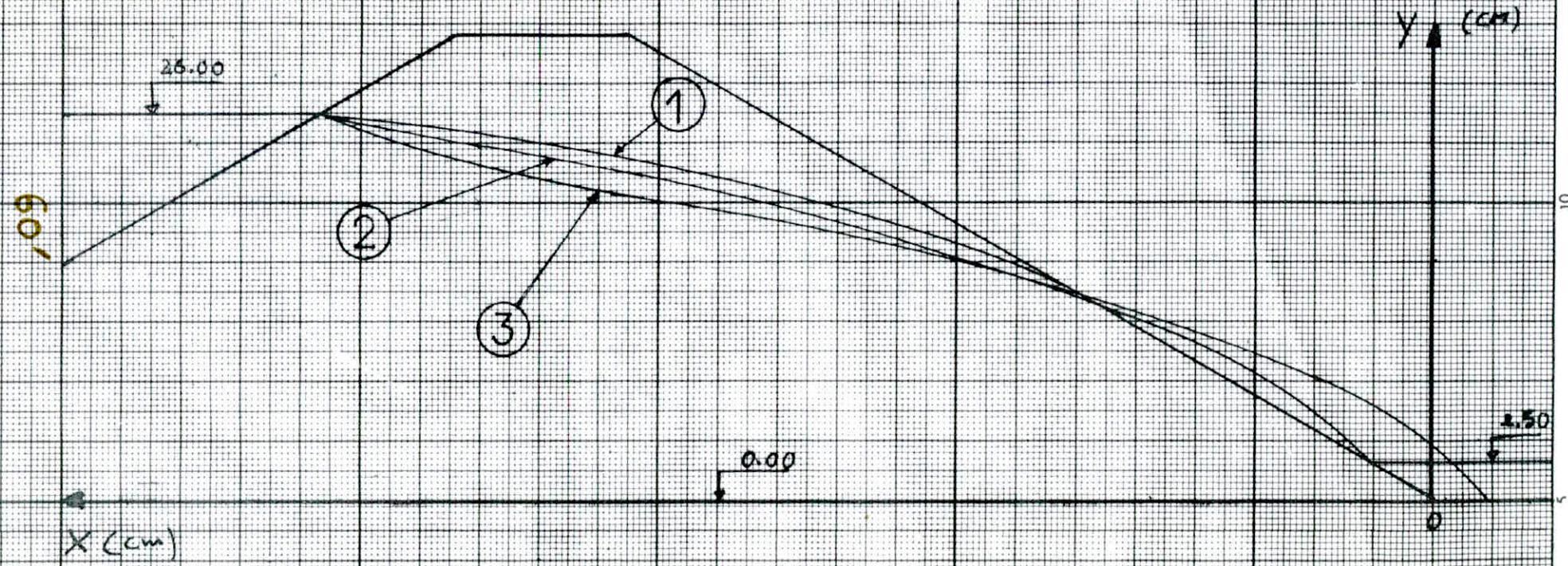


# COURBES EXPERIMENTALES POUR DIFFERENTES HAUTEURS

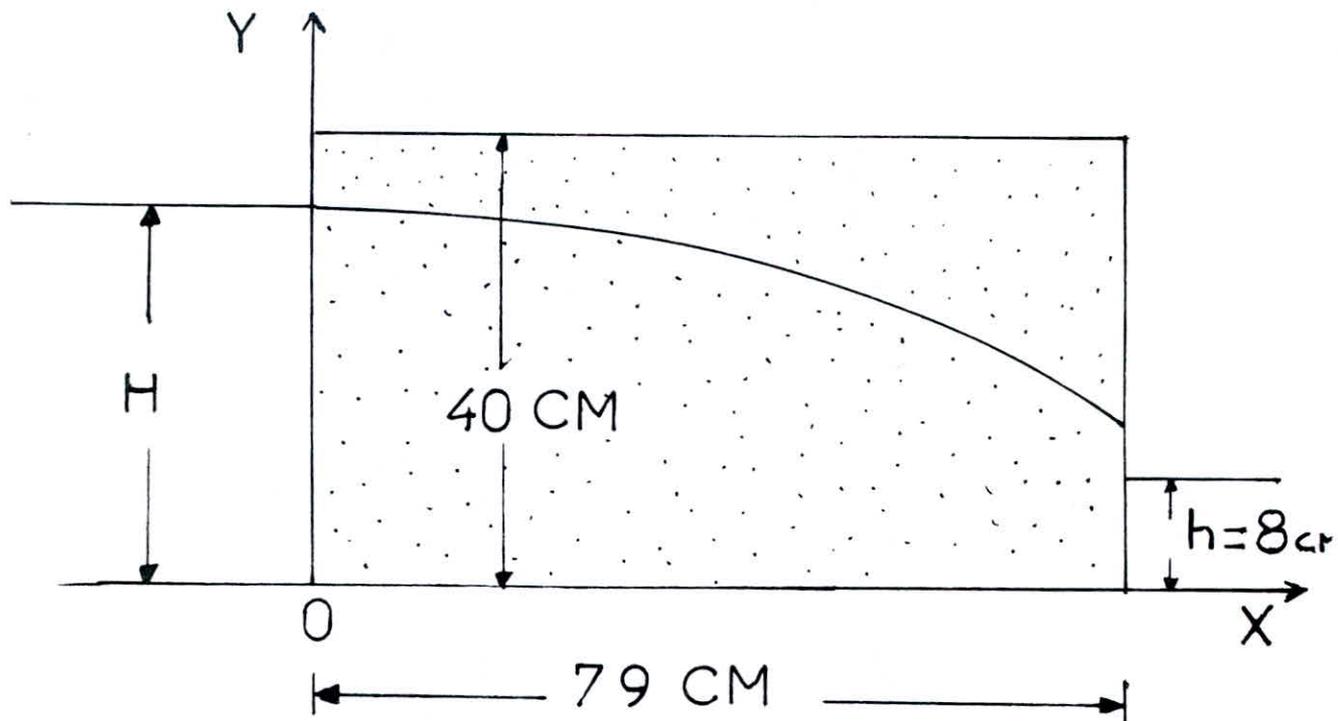


Echelle : | X : 1 cm → 4 cm  
 | Y : 1 cm → 4 cm

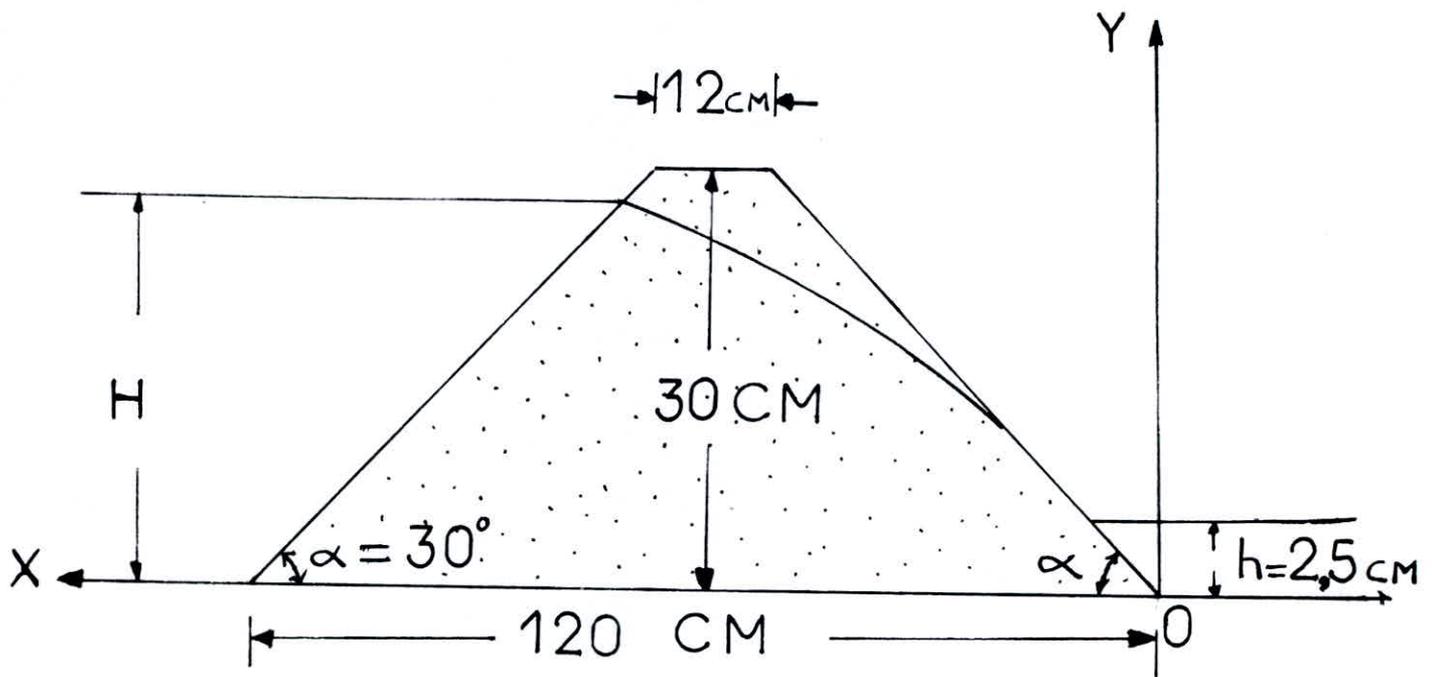
- ① COURBE EXPERIMENTALE
- ② COURBES THEORIQUES
- ② DUPUIT
- ③ KOZENY



Echelle :  $x : 1 \text{ cm} \rightarrow 4 \text{ cm}$   
 $y : 1 \text{ cm} \rightarrow 4 \text{ cm}$



X (CM)	0	10	20	30	40	50	60	70	79
$Y_1$ (CM)	36.7	36.4	35.3	33.7	31.2	27.7	24.5	20.3	15.5
$Y_2$ (CM)	33.2	32.5	31.5	29.0	27.2	24.5	21.5	18.0	13.0
$Y_3$ (CM)	29.6	29.0	27.7	26.4	24.2	22.5	20.4	16.2	12.1



$X \text{ (CM)}$	19	27.5	30	40	50	60	70	75	80
$Y_1 \text{ (CM)}$	11	14	15	17	19	21	22	22.5	23
$Y_2 \text{ (CM)}$	—	15.5	16.5	19.5	22	24	25	26	—
$Y_3 \text{ (CM)}$	—	—	17	21.5	26	28	29	—	—

Après avoir comparé les courbes obtenues par les méthodes il serait intéressant de comparer les débits.

Celui de l'expérience sera mesuré directement mais celui donné par les formules de DUPUIT et de KOZENY est lié aux caractéristiques géométriques du barrage et surtout de la perméabilité, c'est à dire du coefficient K.

Pour la détermination du coefficient K nous utiliserons la formule de HAZEN qui donne :

$$K = A d_{10}^2 \text{ ( CM/ )}.$$

où  $A = 45,8$  : pour les sables argileux  
 $A = 142$  : pour les sables non argileux.

En général, A est pris égal a 116 ou 100. Cette formule reste valable si le coefficient d'uniformité  $C_u$  est inférieur à 5 avec

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$

où  $d_{60}$  : Diamètre qui laisse passer seulement 60% du poids de l'échantillon.

Dans notre cas,  $D_{60}$  obtenu de la courbe granulométrique vaut 0,9.

$d_{10}$  : Diamètre efficace qui laisse passer 10% du poids de l'échantillon.

Pour le diamètre  $d_{10}$  nous prendrons celui qui est le dernier de la série c'est à dire 0,5 mm puisque celui qui laisse passer 17% du poids est le diamètre immédiatement supérieur (0,6 mm).

$$Cu = \frac{d_{60}}{d_{10}} = \frac{0,9}{0,5} = 1,8 < 5$$

Donc l'utilisation de la relation  $K = A d_{10}^2$  peut se justifier.  
Nous prendrons  $A = 100$

$$\begin{array}{l} A = 100 \\ d_{10} = 0,05 \text{ Cm} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} ) \\ ) \\ ) \end{array} \right\} K = A d_{10}^2 = 100 \times (0,05^2)$$

$$\boxed{K = 0,25 \text{ Cm/s}}$$

Calcul théorique du débit

1- Méthode de DUPUIT

$$Q = \frac{K}{2R} (H_1^2 - H_2^2) \cdot b \quad (\text{M}^3/\text{s})$$

où  $B = 10 \text{ Cm}$  (largeur du modèle)

2- Méthode de KOZENY

$$Q = K \left( \sqrt{H^2 + d^2} - d \right) b \quad (\text{M}^2/\text{s})$$

CALCUL EXPERIMENTAL  
DU DEBIT

H (CM)	V (L)	T (S)	$\Delta V$ (L)	$\Delta T$ (S)	Q (L/S)	$\Delta Q$ (L/S)
H=23	0.440	60	0.005	2.0	0.0073	0.0004
//	0.440	60	//	//	0.0073	0.0004
//	0.870	120	//	//	0.0072	0.0002
H=26	0.570	60	//	//	0.0095	0.0005
//	0.575	60	//	//	0.0096	0.0005
//	0.860	90	//	//	0.0096	0.0003
H=29	0.730	60	//	//	0.0122	0.0006
//	0.735	60	//	//	0.0123	0.0006
//	1.075	90	//	//	0.0120	0.0004

H (CM)	23	26	29
$Q_m$ (L/S)	0.0073	0.0096	0.0122
$\Delta Q_m$ (L/S)	0.0003	0.0004	0.0005

## COMPARAISON DES RESULTATS

69

	EXPERIENCE		DUPUIT	KOZENY
H (CM)	Q (L/S)	$\Delta Q$ (L/S)	Q (L/S)	Q (L/S)
H = 23	0.0073	0.0003	0.0085	0.0071
H = 26	0.0096	0.0004	0.0012	0.0094
H = 29	0.0122	0.0005	0.0158	0.0120

CHAPITRE IV

CALCUL DE STABILITE PAR

LA METHODE DE BISHOP

## INTRODUCTION

La connaissance de la ligne de saturation est importante, comme nous l'avons relaté dans le chapitre introduction, pour le calcul de stabilité se fera pour :

Talu aval : réservoir plein.

Talu amont : vidange rapide.

En effet, le comportement de la ligne de saturation varie selon le cas (réservoir plein, pendant la construction, vidange rapide) et il est donc indispensable de connaître dans chaque cas le rôle de la ligne de saturation dans la stabilité de l'ouvrage et d'établir les calculs conséquents afin d'être toujours du côté de la sécurité.

## METHODE DES TRANCHES FINIES.

Méthode des tranches ou méthodes suédoise, elle est dûe à PETERSON (1916), développée pour les ruptures circulaires par FELLENIUS en 1927, perfectionnée plus récemment par BISHOP en 1954 et étendue enfin aux ruptures non circulaires par NONVEILLER en 1965.

Cette méthode consiste à diviser la portion de terrain définie par le cercle de glissement en  $n$  tranches verticales. Chacune d'elle sera soumise à :

$W_i$  : Poids de la tranche considérée.  
 $R_i$  : Résultats de la contrainte normale  $T$  et de la contrainte tangentielle  $C$  sur la face inférieure de la tranche.

$V_i$  et  $H_i$ : Réactions verticale et horizontale sur les faces latérales de la tranche.

Sur ce système discret on va comptabiliser les inconnues et les équations, pour les  $n$  branches.

### \* LES EQUATIONS ET LES INCONNUES :

- Equations d'équilibre des forces
- $n$  résistances normales  $N_i$  à la base de chaque tranche.
- $n-1$  forces latérales horizontales  $H_i$
- $n-1$  forces latérales verticales  $V_i$
- 1 coefficient de sécurité.

TOTAL :  $3n - 1$  inconnues, en équations.

- Equations d'équilibre des moments.
- n coordonnées localisant les  $N_i$
- n-1 coordonnées localisant les  $T_i$

TOTAL:  $2n-1$  inconnues,  $n$  équations.

En sommant les deux totaux nous obtenons :

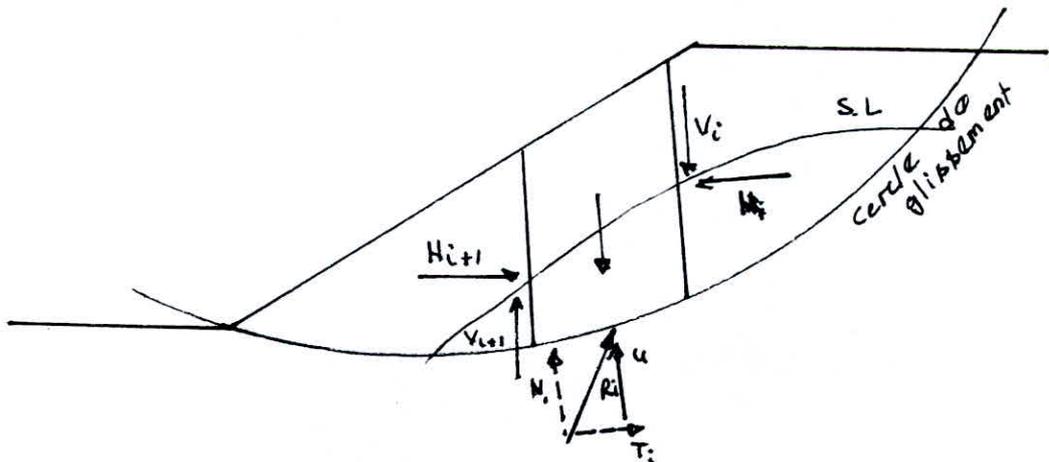
TOTAL :  $5n - 2$  inconnues,  $3n$  équations.

Pour résoudre ce problème ou ce système d'équations on doit faire des hypothèses simplificatrices, telle que :

$$V_{i+1} - V_i = 0 \quad \text{ou} \quad H_{i+1} - H_i = 0$$

$$R_i = \begin{cases} N_i = (\sigma - U) \cdot L_i \\ T_i = c L_i + (\sigma - U) L_i \cdot \text{tg } \theta_i \end{cases}$$

$$\tau = c + \sigma \text{tg } \theta$$



- Avec :
- U : Pression interstitielle au niveau de la surface de glissement.
  - C : Cohesion du sol le long de la courbe de glissement.
  - $\alpha$  : Angle de frottement interne le long de la courbe de glissement.
  - li : Largeur de la courbe de glissement recoupée par la tranche.
  - $\tau$  : Résistance au cisaillement.
  - $\sigma$  : Contrainte normale.

on aura donc :

avec écoulement 
$$\tau = \frac{c'}{F_s} + \frac{(\sigma - u)}{F_s} \cdot \tan \phi'$$

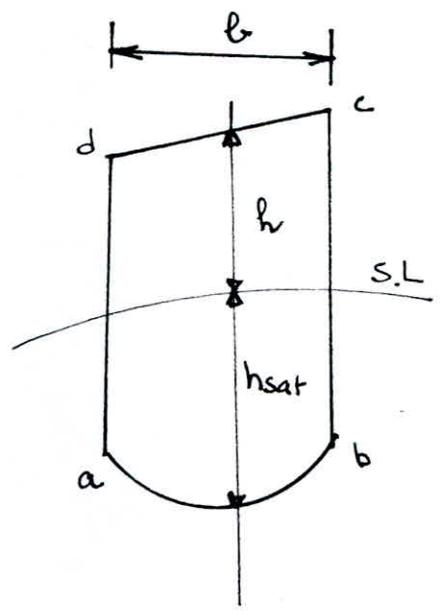
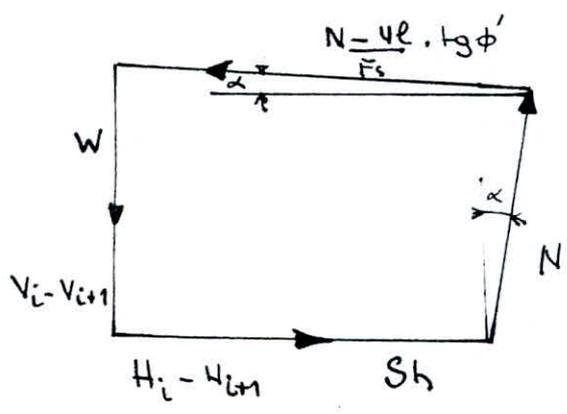
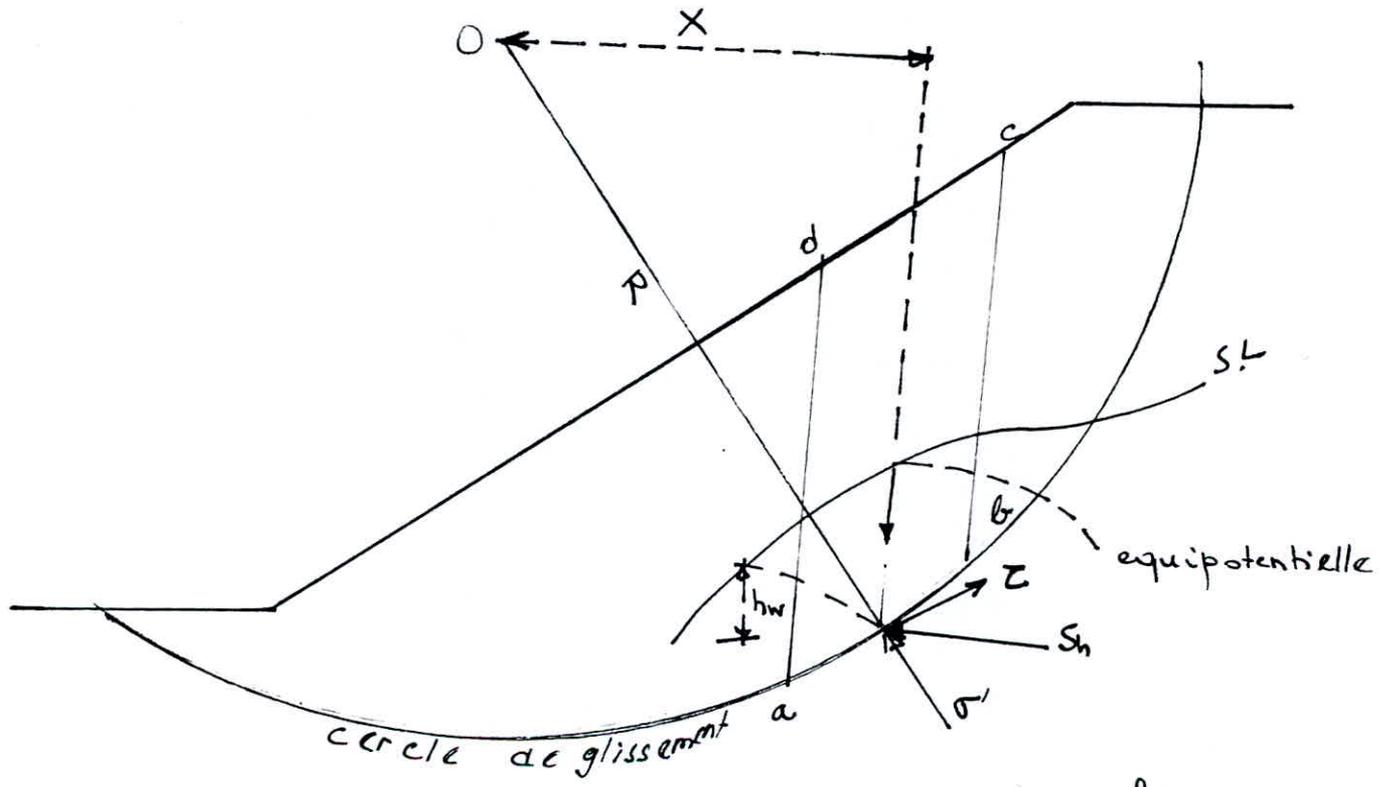
sans écoulement : 
$$\tau = \frac{c}{F_s} + \frac{\sigma}{F_s} \cdot \tan \phi$$

#### METHODE DE BISHOP ( CAS GENERAL )

Notations :

- W : Poids de la tranche.
- Vn et Hn : Réactions verticale et horizontale totales sur les faces latérales.
- N et N' : Réactions normales totale et effective sur la surface de glissement.
- U : Pression interstitielle au niveau de la surface de glissement.
- T : Résistance au cisaillement le long de la surface de glissement.

- Fs : Coefficient de sécurité.
- C : Cohesion effective du sol le long de la surface de glissement.
- Q : Angle de frottement interne effectif le long de la surface de glissement.
- Sh : Force sismique horizontale.



Le coefficient de sécurité, peut s'écrire comme étant le rapport des moments résistants et des moments moteurs.

$$F_s = \frac{R (\sum c'.l + (N - u.l) \operatorname{tg} \phi')}{Z W. X + Sh \cos \alpha . R.}$$

Avec :

$$X = R \sin \alpha$$

Il vient alors :

$$I \quad F_s = \frac{c'.l + (N - u.l)}{W \sin \alpha + Sh \cos \alpha}$$

D'après le polygme des forces, d'une tranche équilibrée, en projetant ces forces sur la vertical, on obtient :

$$\frac{(c'.l + \frac{N - u.l}{F_s} \operatorname{tg} \phi')}{F_s} \sin \alpha + N \cos \alpha = W + (V_i - V_{i+1})$$

$$N (\frac{\sin \alpha}{F_s} \operatorname{tg} \phi' + \cos \alpha) = W + (V_i - V_{i+1}) + u.l \sin \alpha \operatorname{tg} \phi' - \frac{c'.l}{F_s} \sin \alpha$$

$$d'où N = \frac{W + (V_i - V_{i+1}) + \frac{u.l}{F_s} \sin \alpha \operatorname{tg} \phi' - \frac{c'.l}{F_s} \sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{F_s} \operatorname{tg} \phi'}$$

En remplaçant N dans l'équation (I), on obtient après simplification :

$$F_s = \frac{1}{\sum^n W \sin \alpha + Sh \cos \alpha} \cdot \frac{\sum^n (W + (V_i - V_{i+1}) - u.l \cos \alpha) \operatorname{tg} \phi' + c.l \cos \alpha}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{F_s} \operatorname{tg} \phi'}$$

En posant  $V_i - V_{i+1} = 0$   
 $b = l \cos \alpha$

On obtient la formule de BISHOP simplifiée pour les deux cas :

\* Cas d'un séisme :

$$F_s = \frac{1}{\sum W \sin \alpha + S_h \cos \alpha} \cdot \frac{\sum (W - ub) \operatorname{tg} \phi' + c'b}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{F_s} \cdot \operatorname{tg} \phi}$$

\* Cas normal (sans séisme):

$$F_s = \frac{1}{\sum W \sin \alpha} \cdot \frac{\sum (W - ub) \operatorname{tg} \phi' + c'b}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{F_s} \cdot \operatorname{tg} \phi}$$

Avec :  $S_h = K_s \cdot W$

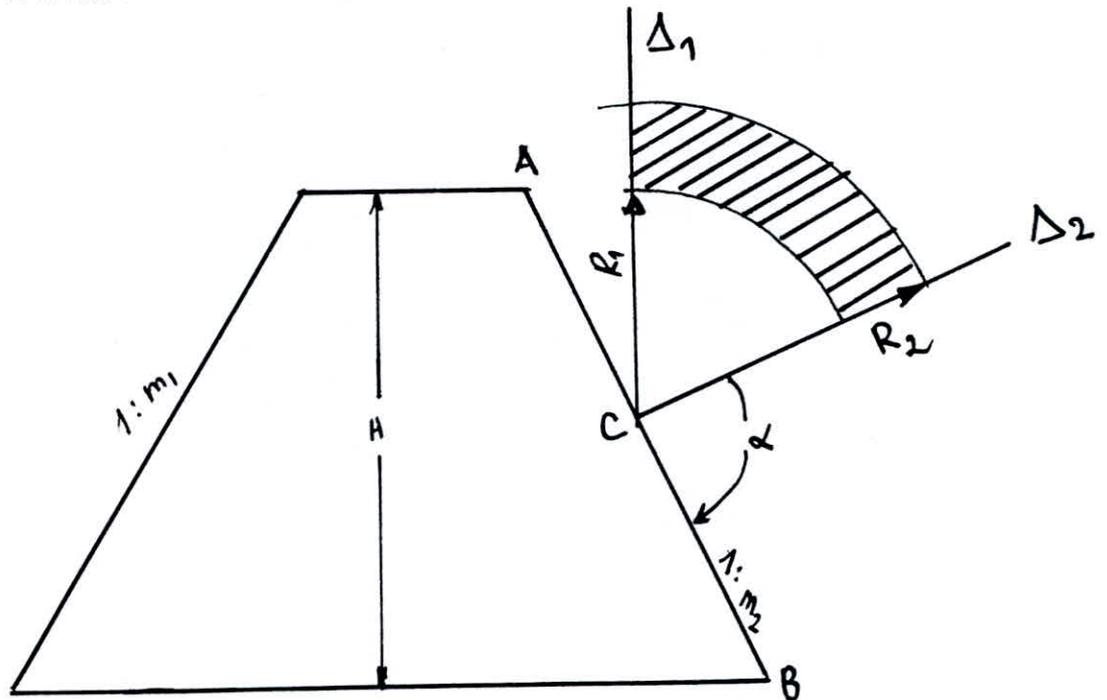
$W = \gamma_h + \gamma_{\text{sat}} \cdot h_{\text{sat}}$

$K_s$  : coefficient de sismieité

$U = \gamma_w \cdot h_w$

## Calcul du coefficient de sécurité $F_s$

. Détermination du centre du cercle de glissement



Du point C, milieu de AB, on trace deux droites, l'une verticale ( $s_1$ ) et l'autre faisant un angle  $\alpha = 85^\circ$  avec CB ( $s_2$ ). De ce même point C on trace deux arcs de cercles de rayons  $R_1$  et  $R_2$  sont donnés par le tableau ci-dessous.

$m_2$	1	2	3	4	5	6
$R_1 / H$	0.75	0.75	1.00	1.050	2.70	3.00
$R_2 / H$	1.50	1.75	2.30	3.75	4.80	5.50

Le centre de cercle de glissement le plus probable se trouve dans le domaine hachuré compris entre  $(\Delta_1)$ ,  $(\Delta_2)$  et les deux arcs de cercles, de rayons  $R$  et  $R$ .

Remarque : généralement on prend l'angle  $\alpha = 90^\circ$

Les différentes vérification de stabilité.

Le coefficient de sécurité, dans le calcul de stabilité des barrages en terre, dépend de la géométrie de l'ouvrage des caractéristiques mécaniques du sol et des pressions interstitielles qui s'y développent.

Or, dans le cas d'un barrage en terre, les pressions interstitielles au sein de l'ouvrage évoluent de manière considérable au cours de la vie de celui-ci.

Il est donc nécessaire de vérifier la stabilité d'un tel ouvrage à différentes époques de son histoire :

- Pendant la construction et après la fin de la construction
- Après la mise en eau du barrage c'est-à-dire pendant l'exploitation (fonctionnement normal).
- Lors d'une vidange rapide de la retenue.

#### A. Stabilité du talus amont.

En phase d'exploitation la percolation de l'eau à travers la recharge amont engendre des forces d'écoulement stabilisatrices.

En revanche, la modification des conditions aux limites du régime hydraulique au moment d'une vidange rapide de la retenue entraîne immédiatement une modification de l'orientation des vitesses de percolation, donc des forces d'écoulement défavorables. Il est donc nécessaire d'étudier la stabilité du talus amont dans ce cas, le coefficient de sécurité adopté est en général égal à :

$$F_s = 1,3 \quad \text{vidange rapide.}$$

$$F_s = 1,3 \quad \text{fin de construction.}$$

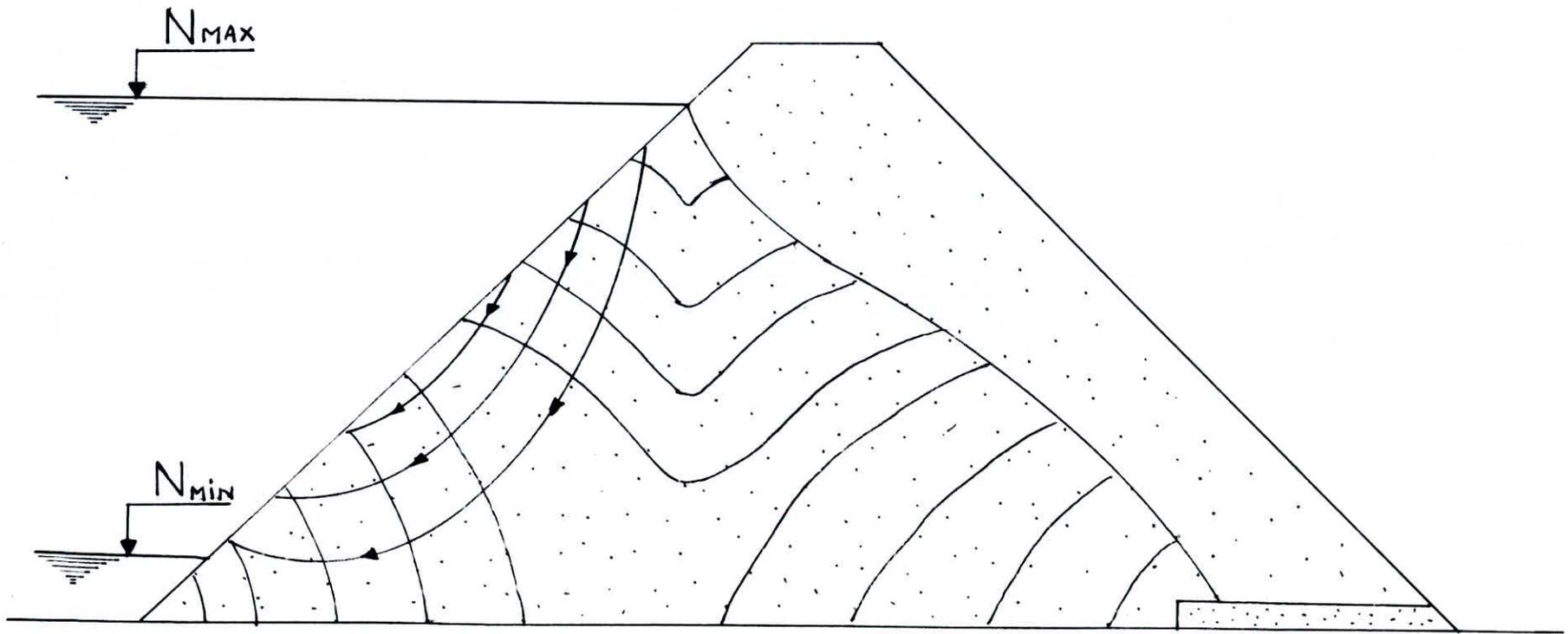
#### B. Stabilité du talus aval.

L'étude de la stabilité du talus aval s'effectue lors du régime permanent. Pour un barrage en terre homogène, si la surface libre du réseau d'écoulement en régime permanent recoupait le parement aval, il se produirait une surface de suintement au bas du talus aval et un écoulement défavorable à la stabilité locale du talus.

En phase d'exploitation, retenue pleine, régime permanent, on adopte en général un coefficient de sécurité égal à :

$$F_s = 1,5$$

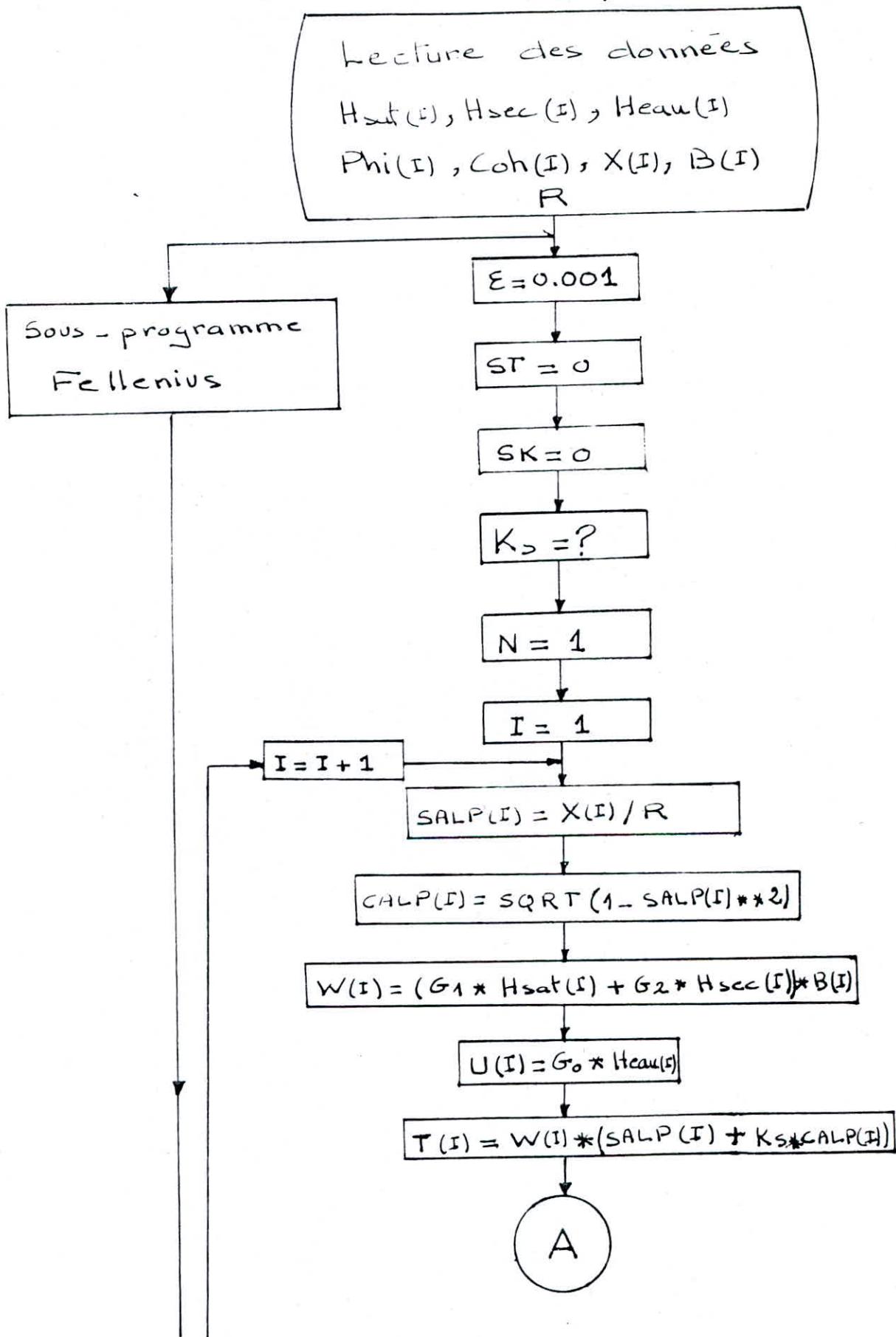
CAS D'UNE VIDANGE  
RAPIDE

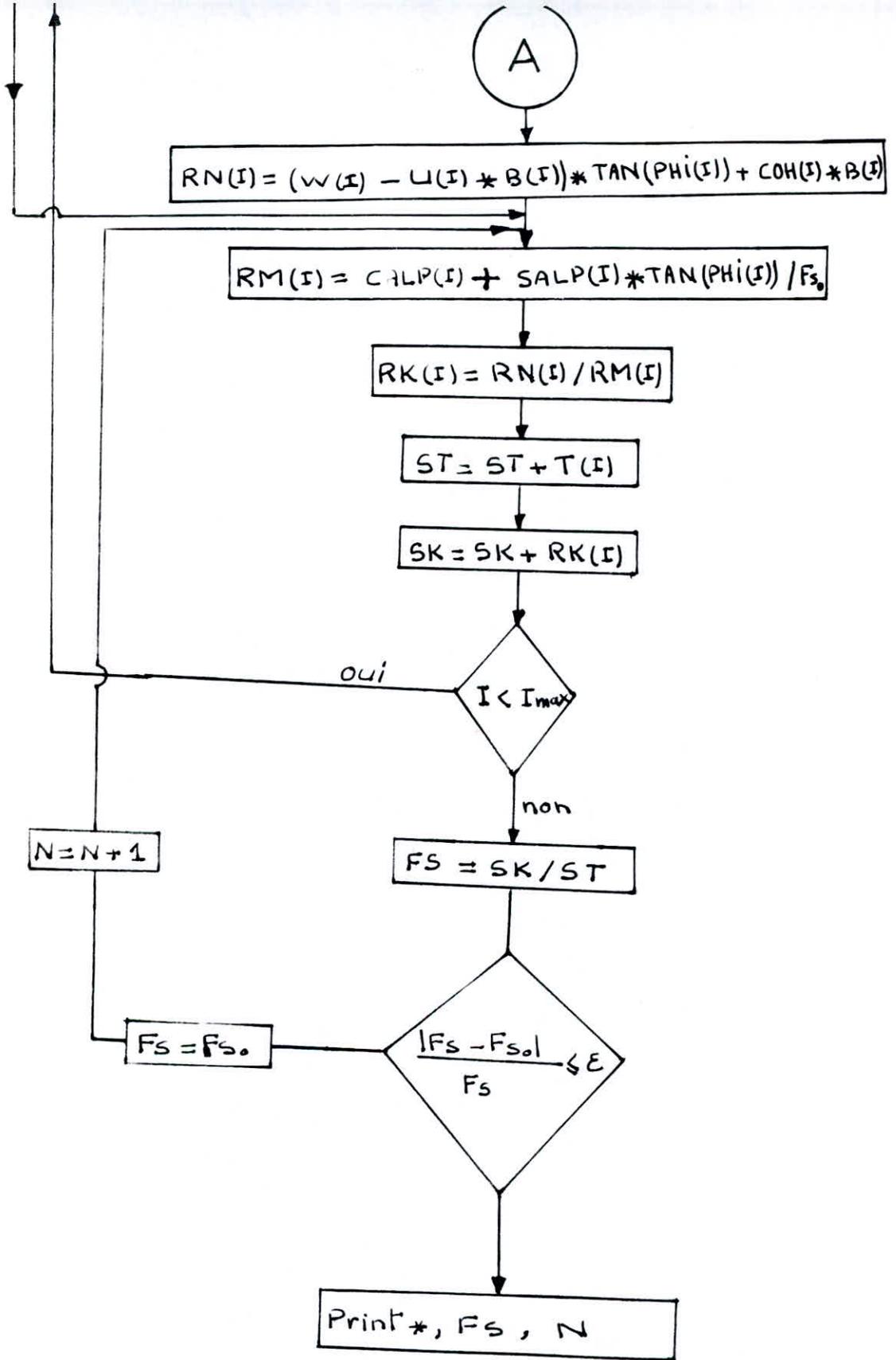


76

# ORGANIGRAMME

## Programme principal Bishop





CONCLUSION

Nous avons vu à travers ce modeste travail l'intérêt de la détermination de la ligne de saturation et les différentes méthodes permettant sa représentation. Bien sûr il en existe beaucoup d'autres que nous n'avons pu citer. Les moyens dont nous disposons et l'importance de l'étude seront les critères essentiels pour l'adoption de la méthode adéquate.

La partie expérimentale nous a permis de dégager deux remarques. La première est liée aux phénomènes de capillarité. En effet, l'influence de celle-ci ne se limite pas à la création de la frange capillaire mais se manifeste nettement par la perturbation de l'écoulement au voisinage de la ligne de saturation. La hauteur de remontée capillaire est d'autant plus grande que la granulométrie est petite. Pour cette raison, la courbe expérimentale se trouvait toujours au dessus des courbes de KOZENY et de DUPUIT.

Bien sûr, la courbe de DUPUIT se trouve la plus bas que les deux autres.

La seconde remarque est relative aux débits. Les calculs faits ont donné des résultats sans grands écarts, ceci confirme la théorie de DUPUIT pour le calcul du débit, et il est plus facile de comparer les débits que de comparer les lignes de saturation. Nous reviendrons sur ce problème de matériels, la disposition au laboratoire de papier conducteur, au moins, aurait permis de faire une analogie rhéoélectrique et d'enrichir l'étude comparative. Surtout que la réalisation de cet essai est très simple.

Nous conseillons, au cas où cette étude est poursuivie, de comparer les perméabilités obtenues à partir des formules de DUPUIT et KOZENY et la perméabilité obtenue à partir du débit expérimental. Car la perméabilité varie en fonction du tassement du milieu poreux et le colmatage. Le tassement est accompagné d'une réduction du volume des vides, le colmatage résulte du dépôt dans les interstices du milieu poreux de particules qui se trouveraient en suspension dans le liquide filtrant.

Nous conseillons de même, au cas où cette étude est poursuivie, de faire une étude comparative à partir du modèle perméable, modèle Hélé Show, papier conducteur et la courbe de KOZENY.

Pour le modèle perméable, le sable choisi par nous avait une granulométrie variant entre 0,5 mm et 1,5 mm. Bien que ça soit dans l'intervalle des diamètres conseillés, les résultats montreront l'existence de la frange capillaire. Nous pensons que pour réduire encore de son importance il faut opter pour une plage de diamètres compris entre 1,0 mm et 1,5 mm.

## BIBLIOGRAPHIE

- 1 CARLIER (Hydraulique générale et appliquée EYROLLES 2<sup>e</sup> édition 1980)
- 2 CASTANY (Traité pratique des eaux souterraines EYROLLES 1967)
- 3 GUELLEC (Rapport de recherche n°11-novembre 1970)
- 4 GUEVEL (A propos des infiltrations aux travers des digues 1960)
- 5 HUG (Mécanique des fluides appliquée. EYROLLES 1975)
- 6 HUARD DE LA MARRE (Résolution de problèmes d'infiltrations à surface libre au moyen d'analogies électriques thèse de doctorat d'état université de PARIS 1953)
- 7 LAGARDE (Utilisation des modèles mathématiques multidimensionnels pour les écoulements dans les digues et barrages en terre. HOUILLE BLANCHE N°5/6 1973)
- 8 MALLET et PACQUANT (Les barrages en terre EYROLLES)
- 9 NOURZAD (Aspects méthodologiques de la simulation d'écoulement en milieu poreux sur modèle analogique thèse de doctorat d'état en France 1971)
- 10 POST et LONDE (Les barrages en terre compactée-GAUTHIER-1953)
- 11 PHILIPPONNAT (Fondations et ouvrages en terre EYROLLES 1979)
- 12 SANGLERAT (Cours pratique de M.D.S DUNOD 1980)
- 13 SCHNEBEELI (Hydraulique souterraine EYROLLES 1978)

