

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE HYDRAULIQUE

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

POUR L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

S U J E T

**Calcul Hydraulique
d'une Roue Mobile
d'une Pompe Centrifuge**

3 PLANCHES

Proposé par :
Dr. A. THUMA

Etudié par :
REGUIEG ; N
HAOUARI : Med

Dirigé par :
Dr. A. THUMA

PROMOTION : JUIN 1986

ement: HYDRAULIQUE

teur: ..Dr. A. THUMA

Ingénieur: HAOUARI MOHAMED

REGUIEG MACER. EDDINE



معلمة: السرى

و. د. أ. توما

مهندس: هواري محمد

رفيق نصر الدين

- الموضوع: الحساب الهيدروليكي لعجلة متحركة لضخمة طاردة مركبة
الملغص: تهدف هذه الدراسة الى حساب وانجاز عجلة متحركة لضخمة طاردة مركبة اعتمادا على
طريقتين عدديتين: ستيفانوف (الابعاد الاساسية) وفليديرير (الشفرات). الطريقتين تد
برمجتهما بطريقة الاعلام الآلي على آلة فاكس.

البرنامج المنجز يمكن من حساب اي عجلة تتراوح سرعتها النوعية من 15 - 45.

objet: Calcul Hydraulique d'une roue mobile d'une pompe centrifuge

de
résomé: Le but de ce travail est de calculer et construire une roue mobile d'une pompe
centrifuge en se basant sur deux methodes : Stepanoff (dimensions principales)
et Fleiderer (Aubage).

Celles-ci étant informatisées en langage fortran sur Vax.

Le programme établi nous permet de calculer toute roue ayant une vitesse
spécifique variable de 15 à 45.

subject: The Hydraulic design of the Impeller Blade of a centrifugal pump

abstract: The aim of this project is the hydraulic design of the impeller blade of a
centrifugal pump according to two methods :

Stepanoff method (for the main dimensions) and fleiderer method.

the design had been don by computer programing. By this programme the
hydraulic design can be done for blades with specific velocity between
15 an 45.

R E M E R C I E M E N T S

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-



Nous tenons à remercier :

Le Dr A.THUMA ,notre promoteur , pour ses précieux conseils
et son chaleureux accueil.

Messieurs les professeurs ayant contribué à notre formation.

Messieurs les membres du jury ,qui auront l'honneur d'apprécier
ce modeste travail.

M . H A O U A R I et N . R E G U I E G

=o

D E D I C A C E S

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

- A mon père
- A ma mère
- A mes frères et soeurs
- A tous les amis

M . H A O U A R I

-
- A mon père
 - A ma mère
 - A mes frères et soeurs
 - A tous les amis

N . R E G U I E G

S O M M A I R E
-o-o-ooOoo-o-o-

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION .

PARTIE I . THEORIE ET GENERALITES.

I. POMPES CENTRIFUGES

- 1) DEFINITION ET TERMINOLOGIE
- 2) CARACTERISTIQUES DES POMPES
- 3) VITESSES SPECIFIQUES

II. THEORIE DES ROUES DES POMPES CENTRIFUGES

- 1) LES VITESSES ET LES ANGLES DE LA MACHINE
- 2) HAUTEUR THEORIQUE D'UNE POMPE CENTRIFUGE
- 3) COURBE CARCTERISTIQUE THEORIQUE
- 4) PERTES ET RENDEMENTS
- 5) ECOULEMENT DANS LA ROUE

III. CONSTANTES DE TRACE

- 1) CHOIX DE LA VITESSE
- 2) CONCEPTION D'UNE NOUVELLE ROUE
- 3) ANGLES DE SORTIE DES AUBES
- 4) CONSTANCE DE VITESSE
- 5) CONSTANCE DE DEBIT
- 6) COEFFICIENT DE DEBIT
- 7) VITESSE D'ENTREE

PARTIE II.. CALCUL HYDRAULIQUE DE LA ROUE.

I. CALCUL DES DIMENSIONS PRINSIPALES DE LA ROUE

- 1) PARAMETRES DE SORTIE
- 2) PARAMETRES D'ENTREE

II. CALCUL ET CONSTRUCTION DE LA COUPE MERIDIENNE

III. CALCUL ET CONSTRUCTION DE L'AUBAGE

IV. ORGANIGRAMME

V. TABLEAU DE NOTATIONS

VI. RESULTATS DE CALCUL

VII: ANNEXES/ (PROGRAMMES INFORMATIQUES)

CONCLUSION .

BIBLIOGRAPHIE .

I N T R O D U C T I O N

-o-o-o-o-o-o-oOo-o-o-o-o-o-

Vu leur importance et leur utilisation fréquente dans presque tous les domaines ,un grand soin est accordé à la construction des pompes centrifuges .Généralement les constructeurs opèrent en se basant sur : la quantité d'eau que la pompe doit débiter ,la hauteur à laquelle celle-ci est élevée et ,sa vitesse de rotation.

On pourra néanmoins ,utiliser une autre méthode qui est plus pratique ;elle consiste à construire ,pour une pompe déjà existante ,son organe principal qui est la roue.

En effet ,avec cette méthode on évitera le maximum de pannes couramment rencontrées au niveau des stations de pompages et des centrales hydrauliques .Cette dernière méthode vise à calculer le débit et la hauteur nécessaires **au** fonctionnement de la pompe ainsi que , tous les paramètres de constructions de la roue à partir du diamètre extérieur de celle-ci ,sa vitesse de rotation et sa vitesse spécifique. Le calcul se fait ,en se donnant au préalable , une valeur arbitraire au débit et ,qu'on corrigera à l'aide d'itération jusqu'à trouver la valeur conclue.

I. POMPES CENTRIFUGES

1) Définition et Terminologie

Avec leur fonction bien précise ,élever un débit Q à une hauteur H , les pompes centrifuges sont indispensables .Ainsi dans le liquide véhiculé à travers celles-ci ,on distingue une énergie sous différentes formes :

- L'énergie de pression nécessaire au passage théorique du liquide de la pression nulle à la pression réelle et elle vaut : $\frac{P}{\rho g}$.

- L'énergie cinétique permettant le passage de la vitesse nulle à la vitesse v du liquide et qui est égale à $\frac{v^2}{2g}$.

- L'énergie potentielle e qui n'est définie qu'à une constante près ,est due aux forces de pesanteur ,on la désigne par : h .

Finalement l'énergie totale du liquide sera définie comme une hauteur dont la valeur est la somme des énergies précédentes :

$$E_{m_i} = H = \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h$$
$$H = H_{i_2} = \left[\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h \right]_1^2$$

Une pompe centrifuge est constituée de deux éléments principaux :

- Un organe mobile appelé Roue dans lequel s'opère la transformation de l'énergie et qui impose au liquide un mouvement de rotation. Elle est munie d'aubes entre lesquelles circule l'eau et est caractérisée par les angles de ses aubes ,ses diamètres ,sa largeur , et la vitesse de sa rotation .Son fonctionnement est subordonné à la présence d'une certaine énergie,

- Le corps de pompe qui dirige le liquide vers la roue et l'en éloigne à nouveau sous une plus haute pression .Il comprend une tubulure d'aspiration et une tubulure de refoulement ainsi que ,des presses étoupes au passage de l'arbre sur lequel est montée la roue et ce ,afin d'éviter des fuites vers l'extérieur.

Des bagues d'étanchéité sont montées sur la roue et sur le corps de pompe afin ,de diminuer la fuite du liquide à haute pression vers l'aspiration de la pompe.

Le liquide est dirigé vers l'oeillard de la roue par la tubulure d'aspiration et ,est mis en rotation par l'aubage de la roue.

Une roue est dite radiale ,si ses parois latérales(flasques) sont normales à l'axe de rotation et ,ne sont recourbées que légèrement vers l'arrière .Toutes les pompes centrifuges peuvent être montées :soit avec un axe vertical ,soit avec un axe horizontal et cela selon son utilisation et le type de son entraînement. (Un schéma général d'une pompe centrifuge est représenté par la figure N° 01).

2) Caractéristiques des pompes:

Les pompes centrifuges sont caractérisées par deux grandeurs principales ,à savoir le débit du liquide pompé Q et la hauteur H à laquelle celui-ci doit être élevé par cette pompe .Par contre lorsqu'on veut déterminer le degré de perfection hydraulique ou mécanique d'une pompe ,on a recours à la recherche de son rendement qui est défini par le rapport de la puissance fournie par la pompe à la puissance absorbée sur l'arbre.

Il existe plusieurs sortes de rendements partiels ne contenant qu'un aspect particulier du fonctionnement de la pompe :hydraulique , mécanique et ,volumétrique ;mais qui ont une grande importance dans l'étude du fonctionnement de la pompe.

3) Vitesse spécifique:

C'est une grandeur utilisée pour l'illustration d'un groupe de pompes semblables entres elles. Elle est définie comme le nombre de tours à la minute d'une pompe centrifuge débitant 1 m³/s à 1 m de hauteur .En plus de son critère de similitude ,elle est calculée au point de rendement maximal de la pompe et ,permet la classification des constantes de son tracé ,on la note n_q tel que : $n_q = n \cdot Q^{\frac{1}{2}} \cdot H^{-\frac{3}{4}}$

- (n : vitesse de rotation de la roue : trs/mn)
- (Q : Débit : m³/s)
- (H : Hauteur : m)

II. THEORIE DES ROUES DES POMPES CENTRIFUGES

1) Les vitesses et les angles de la machine:

A l'intérieur d'une roue ,l'énergie du fluide pourra être

constante ,si les frottements et d'autres causes de pertes sont très faibles .On définit alors des vitesses moyennes à travers la roue et qu'on note

- C : vitesse absolue de l'écoulement mesurée par rapport à un repère fixe.
- w : vitesse relative à l'écoulement ,mesurée par rapport à la roue.
- u : vitesse d'entraînement ou vitesse propre à la roue et qui vaut : $\frac{\pi D n}{60}$. ----

Ces trois vitesses sont liées géométriquement par la relation:

$$\vec{C} = \vec{u} + \vec{w}$$

En désignant l'entrée et la sortie de la roue par les indices 1 et 2 respectivement on aura alors les vitesses à l'entrée : C_1, u_1, w_1 et celles à la sortie : C_2, u_2, w_2 .

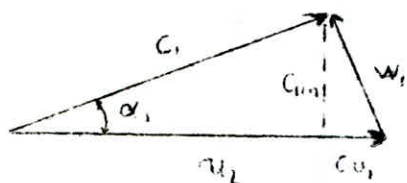
Afin que l'écoulement se fait sans heurt, w_1 et w_2 doivent être tangents à l'aubage.

A l'entrée ,l'eau pénètre radialement et sa vitesse absolue C_1 formera avec u_1 un angle α_1 très voisin de 90° et dont l'homologue à la sortie est α_2 .

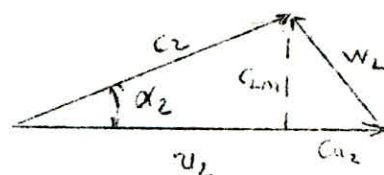
En vue de la construction de l'aubage ,un plus d'attention est porté sur le tracé des composantes de ces vitesses et qui forment ce que l'on appelle : les triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie ,et qui sont en fonction des angles de sortie et d'entrée de la roue β_2 et β_1 .

L'indice m caractérise la vitesse méridienne qui représente la vitesse absolue C perpendiculairement à la vitesse d'entraînement ; alors que l'indice u est utilisé dans la notation des composantes tangentielles des vitesses relative et absolue .

Triangle des vitesses à l'entrée



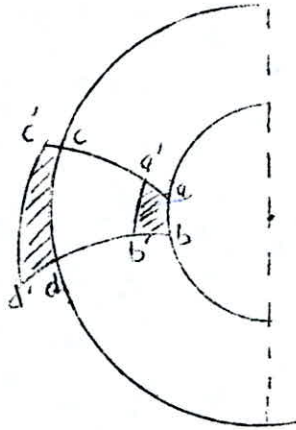
Triangle des vitesses à la sortie



2) Hauteur théorique d'une pompe centrifuge :

La hauteur théorique d'une pompe centrifuge est obtenue en appliquant au mouvement du liquide entre deux aubes, le théorème du moment de quantité de mouvement par rapport à l'axe de la pompe.

Ainsi, à l'instant t , la masse du liquide remplissant l'espace entre les deux aubes, est limitée par la section ($a b c d$) alors qu'à l'instant $t + dt$, cette masse sera limitée par la section ($a' b' c' d'$).



Entre les deux périodes, la variation des moments représente la différence des moments de la masse liquide à la sortie et à l'entrée pendant le temps dt .

cette différence n'est autre ^{que} le moment des forces extérieures appliquées au liquide et qui représente le couple moteur.

Etant donné que la surface de référence définit un domaine intérieur avec le liquide et que la roue tourne horizontalement et par conséquent les forces de pesanteurs n'interviennent pas, on aura :

$$\int_{\vec{F}} \vec{r} \wedge \vec{C} (p \vec{C} d\vec{F}) = - \int_{\vec{F}} \vec{r} \wedge p d\vec{F} \quad \text{avec } d\vec{F} = d\vec{m} \vec{v}$$

où dF représente la section que traverse la tranche liquide dm .

le débit en masse étant : $-\frac{dm}{dt} = 2\pi r_1 b_1 c_1 \rho$

avec r_1 , rayon de la roue à l'entrée, b_1 sa largeur, c_1 la vitesse et ρ la densité du liquide. On pourra alors écrire :

$$-\frac{dm}{dt} = 2\pi r_1 b_1 c_1 \rho = 2\pi r_2 b_2 c_2 \rho$$

ayant en vue que la quantité de liquide entrante est identique à celle sortante, d'où :

$$\left| \int_{\vec{r}} \vec{r} \wedge \vec{C} (p \vec{C} d\vec{F}) \right| = \left| - \int_{\vec{r}} \vec{r} \wedge p d\vec{F} \right|$$

avec $\left| - \int_{\vec{r}} \vec{r} \wedge p d\vec{F} \right|$ qui représente le couple moteur qui est aussi

le moment des forces extérieures :

$$M_{ext} = \frac{dM}{dt} (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u})$$

en considérant la totalité des aubes, alors la tranche $\frac{dm}{dt}$ représentera tout le débit Q, qui traverse la zone tel que :

$$\frac{dM}{dt} = Q \cdot \rho$$

$$M_{ext} = Q \cdot \rho (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u})$$

on définit la puissance fournit au liquide par les aubes comme le produit du couple moteur et la vitesse angulaire de la roue :

$$P_{th} = M_{ext} \cdot \omega$$

$$P_{th} = \omega \rho \omega (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u})$$

Or la même puissance absorbée par une pompe refoulant un débit Q à une hauteur théorique H_{th} sans aucune perte est exprimée par :

$$P_{th} = \rho g Q H_{th}$$

en égalisant les deux expressions de la puissance :

$$\rho g Q H_{th} = \omega \rho \omega (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u})$$

$$H_{th} = \frac{\omega r_2 C_{2u} - \omega r_1 C_{1u}}{g}$$

avec la vitesse périphérique $U_2 = \omega r_2, U_1 = \omega r_1$, on trouve une nouvelle expression de la hauteur théorique d'une pompe

$$H_{th} = \frac{U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}}{g}$$

plus connue sous le nom d'hauteur d'EULER.

D'après les triangles des vitesses : $C_{1u} = C_1 \cos \alpha_1$ et comme α_1 est pratiquement égale à 90°, alors la valeur de C_{1u} est toujours nulle d'où une forme plus simple de la hauteur théorique : $H_{th} = \frac{U_2 C_{2u}}{g}$

On pourra lier géométriquement les vitesses entre elles à partir du triangle des vitesses à la sortie par la relation :

$$w_2^2 = U_2^2 + C_2^2 - 2 U_2 C_2 \cos \alpha_2$$

$$\text{et } H_{th} = \frac{U_2 C_2 \cos \alpha_2}{g} = \frac{U_2 + C_2^2 - w_2^2}{g} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{C_1^2 + U_2^2 - w_2^2}{2g}$$

De là on voit que le 1er terme représente une augmentation de l'énergie cinétique, défini par $-\frac{c^2}{2g}$ et l'on note :

$$H_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

Afin de savoir la nature du second terme de l'expression de H_{th} , on applique le théorème de BERNOULLI au mouvement du liquide dans la pompe ; et le travail de la force centrifuge sera :

$$\int_{r_1}^{r_2} m \omega^2 r dr = -\frac{m \omega^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) = -\frac{m}{2} (u_2^2 - u_1^2)$$

et le théorème de BERNOULLI devient :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2 - u_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{w_2^2 - u_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{w_1^2 - u_1^2 - w_2^2 + u_2^2}{2g} = \frac{(u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2)}{2g}$$

Comme on a à l'entrée de la roue : $w_1^2 = u_1^2 + c_1^2$

alors :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{u_2^2 - u_1^2 + u_1^2 + c_1^2 - w_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{u_2^2 + c_1^2 - w_2^2}{2g}$$

qui représente bien une augmentation de l'énergie potentielle définie par : $-\frac{P}{\rho g}$; ainsi $H_p = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{u_2^2 + c_1^2 - w_2^2}{2g}$

finalement la hauteur théorique d'une pompe centrifuge est la somme de deux termes :

- le premier représentant une augmentation d'énergie cinétique $H_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$, due à l'augmentation de la vitesse .

- le second $H_p = \frac{c_1^2 + u_2^2 - w_2^2}{2g}$, représentant une augmenta-

tion de l'énergie potentielle caractérisée par un accroissement de pression :

$$H_{th} = H_p + H_c$$

C'est alors que ~~que~~ les triangles des vitesses et la hauteur théorique, ainsi définis et sur lesquels est basé le fonctionnement d'une roue, sont souvent appelés : triangles des vitesses d'EULER et Hauteur d'EULER.

3) Courbe caractéristique théorique :

La forme la plus simple de l'équation d'EULER sera :

$$H_{th} = \frac{U_2 C_{2u}}{g}, \text{ correspondant au point de rendement maximal pour le-}$$

quel $C_{2u} = 0$.(liquide arrive sans prérotation). Celle-ci pourra être exprimée en fonction du débit . Et ^{au} vu ~~que~~ des Triangles des vitesses on a :

$$C_{2u} = U_2 - \frac{C_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$\text{d'où } H_{th} = \frac{U_2}{g} \left(U_2 - \frac{C_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 C_{2m}}{g \operatorname{tg} \beta_2}$$

Comme le débit est proportionnel à la vitesse méridienne à la sortie C_{2m} , on peut voir que cette équation représente une droite $H = f(Q)$ coupant l'axe des hauteurs au point $\frac{U_2^2}{g}$ et , celui de débit au point $U_2 \operatorname{tg} \beta_2$ et , dont la pente dépend essentiellement de l'angle de sortie β_2

4) Pertes - Rendements :

La roue produit toute la hauteur d'une pompe centrifuge par contre , les autres parties en provoquent des pertes inévitables.

Parmi celles-ci on pourra définir :

- les pertes hydrauliques ou manométriques , dues généralement aux frottements des parois le long du filet liquide .
- les pertes mécaniques ou par choc , qui sont dues aux variations brusques des directions des vitesses ou des sections.
- les pertes par frottements de disque qui se forment sur la paroi passive de la roue.

Chaque type de ces pertes , diminue alors ce que l'on appelle le rendement de la pompe. Ainsi aux pertes hydrauliques correspond un rendement hydraulique , dû a une diminution de la hauteur de la pompe et défini comme le rapport de deux hauteurs :

$$\eta_h = \frac{H}{H_i} = \frac{H_i - \text{pertes hydrauliques}}{H_i}$$

Alors que les pertes mécaniques sont caractérisées par une certaine

puissance , qu'on doit ajouter à la puissance nécessaire à l'arbre afin de déterminer le rendement mécanique de la pompe (défini par le rapport de la puissance nécessaire sur l'arbre à cette même puissance augmentée de la puissance d'ue aux pertes).

$$\eta_m = \frac{P}{P + P_d}$$

Vu la présence de jeu entre les différentes pièces fixes de la machine on pourra remarquer la présence d'une certaine fuite de débit causant ainsi une diminution du débit initial et auquel correspond les pertes par fuite Q_f .

Le rendement volumétrique est défini par le rapport des débits tel que :

$$\eta_v = \frac{Q - Q_f}{Q}$$

On conclue , en définitive que le rendement global de la machine est le rapport entre l'énergie utile de l'eau et l'énergie mécanique dépensée et ceci est exprimé par le produit des trois rendements :

$$\eta = \eta_m \eta_h \eta_v$$

5) Ecoulement dans la roue :

A l'intérieur d'une roue , le liquide n'est soumis qu'à un seul ~~exces~~ de pression qui pourra le véhiculer et par conséquent les aubes ne peuvent pas lui appliquer la puissance nécessaire pour produire la hauteur d'EULER et ce pour plusieurs raisons ; :

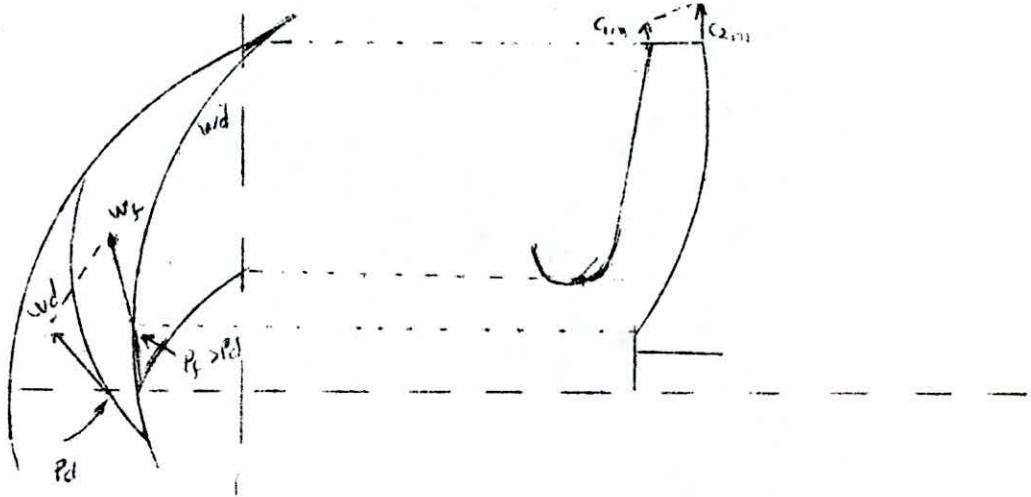
- Répartition de pression

Afin de transmettre de la puissance au liquide , toute force appliquée par l'aube au liquide est équilibrée par une réaction égale et opposée du liquide et , celà ne peut exister que sous forme d'une différence de pression entre les deux cotés des aubes de la roue , tel que la pression P_f sur la face avant de l'aube doit être supérieur à la pression P_d sur la face arrière de l'aube. En conséquence , les vitesses près de P_d seront plus élevées que celles au voisinage de P_f ; d'où la dimension de la hauteur interne pour un angle d'aube donné et ce , lorsque les vitesses méridiennes augmentent.

- répartition des vitesses

Parmi les causes des inégalités de vitesses : la présence des

changements de direction à l'arrivée dans la roue et dans le profil méridien de celle-ci (ce changement de direction de près de 90° étant soumis à l'action de l'aube d'où la réduction de la hauteur maximum possible.

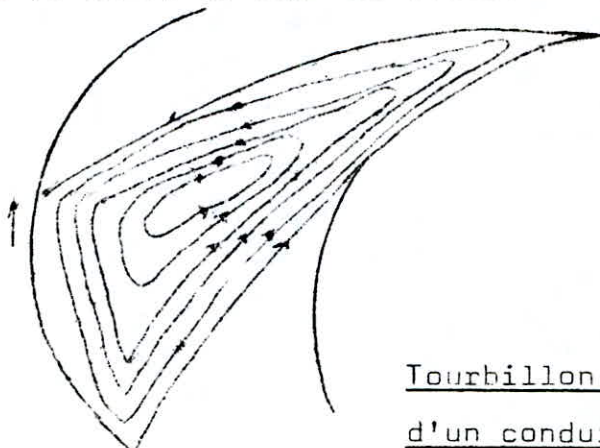


répartition des vitesses dans un conduit de roue

- circulation relative

La répartition des vitesses relatives dans une roue est influencée par la circulation relative du liquide, celà est dûe à l'effet de l'inertie des particules liquides sans frottement ~~qui~~ qui gardent leur orientation dans l'espace. Ceci provoque un mouvement de rotation par rapport à la roue, d'où l'augmentation des vitesses à l'arrière et de la diminution à l'avant de l'Aube.

Il en résulte alors une composante tangentielle opposée à C_{2u} à la sortie et, une autre composante supplémentaire dans le sens de C_{2u} à l'entrée, d'où on définit la réduction de la hauteur interne.

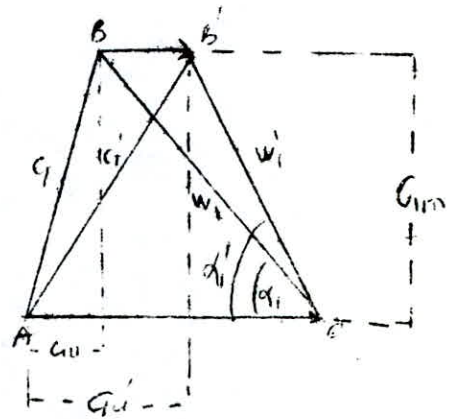
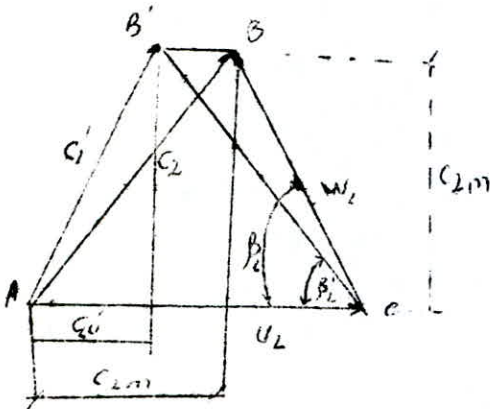


Tourbillon relative à l'intérieur d'un conduit de roue

Composantes résultantes :

Tangentielle à la sortie

supplémentaire à l'entrée



- angle de sortie réel

De ces deux figures, on peut en déduire que la circulation relative du liquide entre les aubes de la roue, permet de diminuer l'angle de sortie du liquide de β_2 de l'angle de l'aubage à β'_2 , alors que l'angle d'entrée β_1 est augmenté à β'_1 et par conséquent le liquide serait en retard par rapport à l'aube.

III . CONSTANTES DE TRACE /

Le tracé d'une roue de pompe nécessite les étapes suivantes:

1) - Choix de la vitesse

Afin de remplir les conditions données (Hauteur-Débit), on doit alors choisir la vitesse de rotation, ce qui détermine le nombre de tours spécifiques et par le même, le type de la roue.

ce choix est soumis à de nombreuses considérations:

- Le type du moteur envisagé pour la pompe.
- Des vitesses spécifiques plus grandes permettent l'utilisation de petites pompes et des moteurs moins chers.
- La variation du rendement total avec la vitesse spécifique.

Une fois la vitesse spécifique établie ,on choisira un prototype convenable parmi les roues existantes et ayant les caractéristiques hydaruliques satisfaisantes.

2) - conception d'une nouvelle roue

Le tracé d'une nouvelle roue dont il n'existe aucun modèle , est basé sur des constantes dites : "Constantes de Tracé" ,établies expérimentalement et donnant des relations directes entre la hauteur d'élèvation totale de la roue ,son débit au point nominal et plusieurs éléments des triangles des vitesses d'EULER.

Le degré de perfection d'un tracé n'est mesuré que par la seule valeur du rendement hydraulique de la pompe.

Finalement le tracé de la roue et des aubes n'est possible que si l'on connaît:

- Les vitesses méridiennes à l'entrée et à la sortie
- Le diamètre extérieur de la roue
- Les angles d'entrée et de sortie des aubes

3) - angle de sortie des aubes

Il représente l'élément le plus important parmi ceux du tracé. Toutes les constantes du tracé dépendent de la valeur désignée par β_2 .

Pour le point nominal ,la hauteur et le débit augmentent avec β_2 ,sinon il est choisi pour un rendement optimum selon un tracé normal et ,pour lequel on prendra une valeur moyenne de $22,5^\circ$ pour toutes les vitesses spécifiques. Il peut atteindre $27,5^\circ$ pour une grande puissance et ne peut descendre en dessous de $17,5^\circ$ qui est une valeur compatible avec une bonne réalisation.

4) - constantes de vitesse

Elle représente le rapport de U_2 à la vitesse du jet libre sous la chute H ,elle augmente pour les faibles valeurs de β_2 et pour des valeurs très grandes du rapport D_1/D_2 ,comme elle est influencée par le nombre d'aubes qui dépend de la dimension de la pompe et de sa hauteur d'élèvation totale.

5) - constante de débit

On la définit par :
$$K_{2m} = \frac{C_{2m}}{\sqrt{2gH'}} .$$

Celle-ci est caractérisée par la vitesse méridienne à la sortie et elle est fonction de la vitesse spécifique.

6) - coefficient de débit

Utilisé comme constante de tracé, il caractérise le débit et est défini par :
$$\varphi = \frac{C_{2m}}{U_2}$$

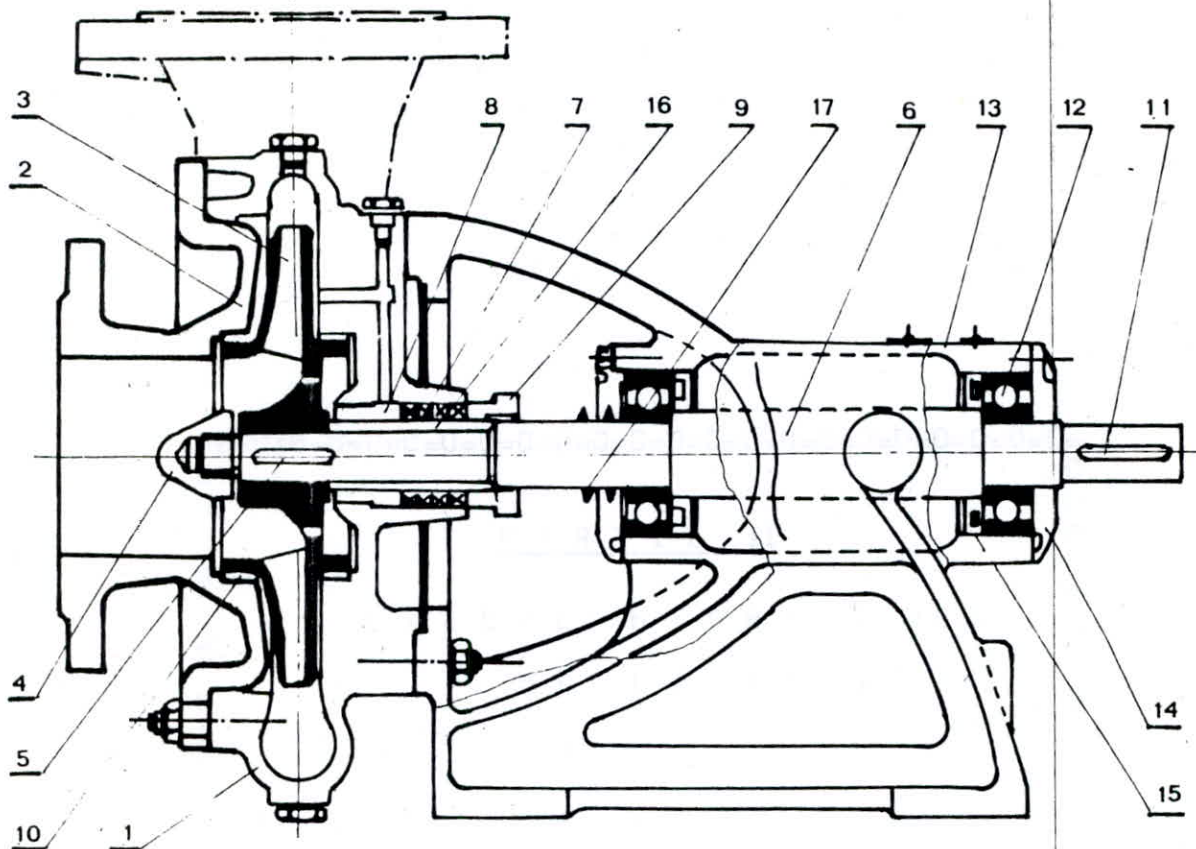
Il augmente avec η_v pour des valeurs constantes de β_2 .

7) - vitesse d'entrée

Pour terminer le profil de la roue, la connaissance de la vitesse méridienne à l'entrée est nécessaire. On la définit à l'aide de l'expression suivante :

$$C_{1m} = K_{1m} \sqrt{2gH'}$$

Cette vitesse est calculée pour la section passant par le bord d'attaque de l'aube, on la considère comme la vitesse juste à l'amont de l'aube, en négligeant l'épaisseur des aubes.



- 1 - Corps de pompe
- 2 - Couvercle d'aspiration
- 3 - Roue centrifuge
- 4 - Ecrou de roue centrifuge
- 5 - Clavette de roue centrifuge
- 6 - Arbre
- 7 - Garniture de presse-étoupe
- 8 - Douille
- 9 - Couvercle de presse-étoupe

- 10 - Bague d'étanchéité
- 11 - Clavette d'accouplement
- 12 - Roulement à billes
- 13 - Corps du chevalet
- 14 - Couvercle de palier
- 15 - Tôle de recouvrement
- 16 - Douille de protection
- 17 - Racleur

I. CALCUL DES DIMENSIONS PRINCIPALES DE LA ROUE

Données de départ:

- Diamètre extérieur de la roue : $D_2 = 400$ mm
- Vitesse de rotation de la roue : $n = 1450$ trs/mn
- Vitesse spécifique de la roue : $nq = 25$
- Epaisseur d'aube : $S = 5$ mm

La vitesse spécifique étant définie pour un point de rendement maximal où le débit et la hauteur sont supposés connus, et par conséquent tous les paramètres de la roue ne dépendent que de nq et ne seront calculés qu'à la base de cette formule :

$$nq = n Q^{1/2} H^{-3/4}$$

Et cela en donnant une première valeur estimée du débit :

1) Paramètres de sortie:

a - Diamètre d'entrée

La réalisation d'une pompe centrifuge est subordonnée à la sortie du liquide de la roue mobile par un rayon R_2 supérieur au rayon d'entrée R_1 . Ainsi les deux diamètres sont liés par une relation basée sur des expériences établies par STEPANOFF sous forme d'un rapport des deux diamètres en fonction de nq et représenté dans l'abaque N° 1 :

$$\frac{D_1}{D_2} = 0,25 + 0,00853 nq - 0,000541 nq^2 + 2,39 \cdot 10^{-7} nq^3 - 4,48 \cdot 10^{-10} nq^4$$

b - L'aubage

Il est fonction de deux grandeurs :

- Le nombre d'aube N qui ne dépend généralement que de la vitesse spécifique. Selon STEPANOFF, on doit prendre empiriquement les valeurs

5, 7, ou 9. Mais dans notre cas, on le prend égal à 7 (abaque n°2)

- L'angle de l'aubage, caractérisant la forme de celui-ci à la sortie de la roue, est donné par la formule:

$$\beta_{2\infty} = 17,84 \left(\frac{N_2}{10} \right)^{0,258} \quad (\text{représentée par l'abaque n°3})$$

c - Coefficient de défaut de puissance

Il est caractérisé, selon PFLEIDERER, par le nombre d'aubes et par la nature de l'écoulement :

$$\lambda = \frac{N}{N + e} \quad \text{avec} \quad e = \psi' a.$$

$$\psi' = 0,6 + 0,6 \sin \beta_{2\infty} \quad a = \frac{2}{1 - \left(\frac{D_{1e}}{D_2} \right)^2}$$

λ : Coefficient de défaut de puissance

N : Nombre d'aube

e : Caractéristique de l'écoulement

d - Coefficient de vitesse à la sortie

Il caractérise la vitesse méridienne à la sortie (C_{2m}), qui est proportionnelle au débit. Il est fonction de nq . On le note:

$$K_{2m} = 0,02 nq^{5/9} \quad \text{Il est représenté dans une abaque de STEPANOFF. (abaque n°4)}$$

e - Pas de l'aubage

Il représente la longueur d'arc, le long de laquelle s'étend l'aubage :

$$t_2 = \frac{D_2 \cdot \pi}{N}$$

- t_2 : pas de l'aubage

- N : Nombre d'aube

- D_2 : Diamètre extérieur de la roue

f - Coefficient de retrécissement à la sortie

Caractérisant la forme de l'aubage à la sortie et dépendant du pas de celui-ci , de son épaisseur et , de ses angles , il est donné par la formule :

$$\psi_2 = \frac{t_2 - \frac{s}{\sin \beta_2}}{t_2}$$

s : Epaisseur d'aube

β_2 : Angle de sortie d'écoulement

t₂ : Pas de l'aubage

Une fois ces paramètres calculés , on se donne une première valeur arbitraire de Q⁽ⁱ⁾ soit : 0,1 m³/s , qui sera itérée par la suite en fonction d'autres paramètres.

g - Le rendement standard

C'est une caractéristique de fonctionnement de l'engin du point de vue de la puissance . Il est représenté expérimentalement en fonction de n , nq et Q⁽ⁱ⁾ par une abaque de HADJU et , selon la formule suivante :

$$\eta_{st} = 50,5 + 3,18 \frac{n}{60} \cdot Q^i + 0,06 \cdot nq + (110 + 16,4nq - 71,9 \cdot \frac{n}{60} \cdot Q^i)^{\frac{1}{2}}$$

avec η_{st} : (%) ; n : (trs/mn) ; Q⁽ⁱ⁾ : (m³/s)

h - Le rendement hydraulique

Il est défini comme le rapport de la hauteur nette à la hauteur engendrée . C'est une caractéristique de fonctionnement de la pompe , du point de vue hauteur d'élévation . Néanmoins et pour plus de précision , il a été estimé en fonction du rendement standard par CZIBERE , d'après la formule :

$$\eta_H = \sqrt{\eta_{st}}$$

en (%)

i - Le rendement volumétrique

Grandeur physique, caractérisant le débit dont il est fonction : on le note :

$$\eta_v = 1 - \left(0,4 + \frac{0,3}{\sqrt[3]{Q^{(1)}}} \right) \frac{0,02}{\frac{\eta_g}{52,93}} \quad \text{en (\%)}$$

j - Coefficient de débit et de la pression

Toutes les vitesses moyennes illustrées sont définies par rapport à la vitesse d'entraînement U_2 . Le rapport de la vitesse méridienne de sortie et de la vitesse U_2 est appelé alors coefficient de débit. On le note :

$$C_{th} = \frac{C_{2m}}{U_2}$$

Avec $C_{2m} = K_{2m} \sqrt{2gH'}$, on pourra ainsi définir ce coefficient d'une façon plus détaillée. Ce qui nous donne :

$$C_{th} = \frac{C_{2m}}{U_2} = \frac{K_{2m}}{U_2} \sqrt{2gH'} \Rightarrow C_{th} = \frac{K_{2m}}{U_2} \sqrt{2gH}$$

La hauteur théorique d'élévation défini d'après le théorème d'EULER, peut être écrite sous une autre forme et, ce en introduisant le coefficient de défaut de puissance λ et en considérant un nombre infini d'aubes auquel correspond une hauteur théorique infinie ($H_{th\infty}$)

Tel que : $H_{th} = \lambda \cdot H_{th\infty}$

La hauteur réelle par contre ne peut être considérée qu'en tenant compte du rendement hydraulique, d'où $H = \eta_h H_{th}$

En introduisant les deux expressions de H et H_{th} dans la formule de C_{th} . On obtient :

$$C_{th} = \frac{K_{2m}}{U_2} \sqrt{2g \eta_h H_{th}} = \frac{K_{2m}}{U_2} \sqrt{2g \eta_h \lambda H_{th\infty}}$$

$$C_{th} = K_{2m} \sqrt{\eta_B \lambda \frac{2g H_{th\infty}}{U_2^2}}$$

On pose $\psi_{th\infty} = \frac{2g H_{th\infty}}{U_2^2}$, qui définit le coefficient de pression et, on aura une nouvelle expression de C_{th} :

$$C_{th\infty} = K_{2m} \sqrt{\eta_B \lambda \psi_{th\infty}}$$

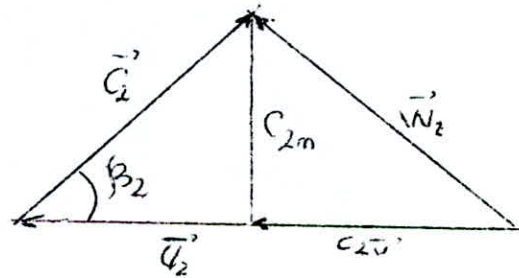
caractérisant l'écoulement pour un aubage infini. Des triangles de vitesses à la sortie, on pourra déduire géométriquement que :

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{C_{2m}}{U_2 - C_{2u}} = \frac{\frac{C_{2m}}{U_2}}{\frac{U_2 - C_{2u}}{U_2}} = \frac{C_{th}}{1 - \frac{C_{2u}}{U_2}}$$

$$\text{avec } H_{th} = \frac{C_{2u} U_2}{g}$$

$$\frac{C_{2u}}{U_2} = \frac{g H_{th}}{U_2^2}$$

$$\frac{C_{2u}}{U_2} = \frac{\psi_{th}}{2}$$



$$\text{d'où } \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{C_{th}}{1 - \frac{\psi_{th}}{2}} \Rightarrow \psi_{th} = 2 \left(1 - \frac{C_{th}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)$$

avec cette dernière valeur de ψ_{th} , l'expression de C_{th} sera :

$$C_{th} = K_{2m} \sqrt{\eta_B \lambda 2 \left(1 - \frac{C_{th}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)}$$

$$C_{th}^2 = K_{2m}^2 \eta_B \lambda 2 \left(1 - \frac{C_{th}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 C_{th}^2 + K_{2m}^2 \lambda 2 \eta_B C_{th} - K_{2m}^2 \eta_B \lambda 2 \operatorname{tg} \beta_2 = 0$$

$$\text{on pose } A = 2 \lambda K_{2m}^2 \eta_B$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 C_{th}^2 + A C_{th} - A \operatorname{tg} \beta_2 = 0$$

l'équation obtenue est du second degré par rapport à E_{th} , dont les racines sont les valeurs de E_{th} , parmi lesquelles on ne prend que la valeur positive, tel que :

$$E_{th} = \frac{1}{2} \left[\frac{-A}{\gamma \beta_2} + \sqrt{\left(\frac{A}{\gamma \beta_2} \right)^2 + 4A} \right]$$

avec cette valeur, on pourra alors calculer le coefficient de pression (ψ_{th}).

Pour un nombre fini d'aube, le coefficient de défaut de puissance λ , relie les deux coefficients de pressions extrêmes ; à savoir : $\psi_{th} = \lambda \psi_{th\infty} =$

Or pour le fonctionnement réel de la machine, le rendement hydraulique est très important ; et le coefficient réel relatif à ce rendement sera :

$$\psi = \eta_h \psi_{th}$$

et par analogie, le coefficient de débit sera :

$$Q = \eta_v Q_{th}$$

k - Largeur de la roue à la sortie

Avec les deux coefficients calculés précédemment, on calcule la largeur à la sortie et qu'on désigne par b_2 :

$$Q = \eta_v \cdot Q_{th} = \eta_v \cdot \frac{C_{2u}}{U_2} = \frac{Q}{\pi \eta_2 b_2 \psi_2 U_2}$$

$$Q = \psi \pi D_2 b_2 \psi_2 U_2$$

$$\psi = \eta_h \cdot \psi_{th} = \eta_h \cdot 2 \frac{C_{2u}}{U_2} = 2\eta_h \frac{g H H}{U_2^2} = \frac{2g H}{U_2^2}$$

$$H = \frac{\psi U_2^2}{2g}$$

Avec les expressions de Q et H ainsi trouvées, on les introduit dans la formule de la vitesse spécifique :

$$nq = n \cdot Q^{\frac{1}{2}} \cdot H^{-3/4}$$

$$nq = n (\pi D_2 b_2 \psi_2 U_2)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\psi U_2^2}{2g} \right)^{\frac{3}{4}}$$

ce qui fait qu'avec la vitesse d'entraînement $(U_2 = \frac{\pi D_2 n}{60})$

$$\text{on aura : } nq = n \cdot (\pi D_2 b_2 \psi_2 \frac{\pi D_2 n}{60})^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\psi \frac{\pi^2 D_2^2 n^2}{60^2 \cdot 2g} \right)^{\frac{3}{4}}$$

$$nq = 315,5 \psi_2^{\frac{1}{2}} \psi_2^{\frac{3}{4}} b_2^{\frac{1}{2}} \psi^{-\frac{3}{4}} D_2^{-\frac{1}{2}}$$

en élevant au carré les deux membres, on obtient

$$nq^2 = (315,5)^2 \psi_2 b_2 \psi^{-1,5} D_2^{-1}$$

d'où :

$$b_2 = \frac{nq^2 D_2 \psi^{1,5}}{315,5^2 \psi_2}$$

1 - Hauteur d'élévation

L'hauteur, à laquelle la pompe devra élever le débit Q défini par EULER, est donné par la formule :

$$H = \psi \frac{U_2^2}{2g}$$

Tous ces paramètres : $(\eta_{st}, \eta_h, \eta_v, \epsilon_{1h}, \psi_{1h}, \psi_{1h}, \psi, \epsilon, b_2, \text{et } H)$.

sont les résultats de la première itération à partir desquels on calcule la nouvelle valeur du débit . D'où :

$$Q^{i+1} = \epsilon D_2 \pi b_2 \psi_2 U_2$$

On compare cette valeur avec celle prise arbitrairement d'une façon que l'erreur relative entre elles soit inférieure à 1 %

Dans le cas contraire , on prend $Q^{(i)} = Q^{(i+1)}$ et on recalcule de nouveau ces paramètres jusqu'à ce que l'erreur soit admise.

m - Puissance totale de la roue

C'est la puissance arrivant à l'arbre et devant assurer la puissance utile qui doit sortir l'eau . Elle dépend du liquide de son débit et de sa hauteur d'élévation :

$$P_e = \frac{\rho g Q H}{\eta_{st}} \quad [W]$$

n - Angle de sortie réel de l'aubage

Une fois les paramètres vérifiant la caractéristique hauteur-débit , nécessaire à la construction de la roue et des triangles de vitesses ^{connus} , on calcule l'angle réel de l'aubage tel que

$$\tan \beta_2 = \frac{\epsilon_{1h}}{1 - \frac{\psi_{1h}}{2}} \quad \rightarrow \quad \beta_2 = \arctan \left(\frac{\epsilon_{1h}}{1 - \frac{\psi_{1h}}{2}} \right)$$

o - Vitesse méridienne à la sortie

Tout comme l'angle de l'aubage , la vitesse méridienne à la sortie est calculée d'après la valeur réelle de la hauteur :

$$C_{2,m} = K_{2,m} \sqrt{2gH}$$

2) Paramètres d'entrée

Calcul du point de vue résistance

a - Diamètre de l'arbre

Dans un premier temps , on considère que la puissance totale P_t est une charge unique et on aura :

$$d_{a_0} = 12 \sqrt[3]{\frac{P_t}{n}}$$

- P_t : (ch)

- n : (trs/mn)

- d_{a_0} : (cm)

Ce diamètre pourra être variable en fonction , de la nature du matériau utilisé dans la construction de la roue , et on obtient :

$d'a = a d_{a_0}$, où a étant le coefficient du matériau ; pour de l'acier normal , il est pris égal à 1 et $d'a = d_{a_0}$.

Au cours de la construction , la roue étant soumise a une force axiale et une autre radiale et de ce fait la charge P_t sera augmentée de 20 à 30 % et la valeur définitive du diamètre de l'arbre sera :

$$d_a = 1,25 d'a$$

b - Diamètre du moyeu

Afin de laisser un certain espace au clavier , on augmente le diamètre de l'arbre de 20 à 40 % , et on aura ce que l'on appelle diamètre du moyeu du point de vue de la résistance :

$$d_m = 1,3 d_a$$

Calcul du point de vue hydraulique

a - Coefficient de vitesse d'entrée

Il dépend selon les expériences , du meilleur rendement et du meilleur point de fonctionnement du point de vue cavitation ; mais on calcule au début une première valeur approximative tel que :

$$\epsilon = 0,015 n q^{\frac{2}{3}}$$

à laquelle correspond une vitesse
et un diamètre d'entrée :

$$C_b = \varepsilon \sqrt{2gH}$$

$$D_b = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_b \eta_v} + K_{db}^2}$$

où K_{db} étant un diamètre utilisé pour les pompes multicellulaires ,
dans notre cas : $K_{db} = 0$, et on aura :

$$D_b = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_b \eta_v}}$$

Après celà on définit les deux coefficients :

$$\varepsilon_{\eta} = \frac{1}{36.7} \left[\frac{K_1^2}{K_0} \left(1 - \frac{K_0}{2} \right) \right]^{1/3} \eta^{2/3} \quad (\text{du point de vue rendement})$$

$$\varepsilon_{\sigma} = \frac{1}{36.8} \left[\frac{1}{K_0 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)} \right]^{1/3} \eta^{2/3} \quad \begin{matrix} (\text{du point de vue fonction-}) \\ (\text{nement-du point de vue}) \\ (\text{cavitation}) \end{matrix}$$

où $\lambda_1 = 0,3$ et $\lambda_2 = 1,2$

$$K = 1 - \left(\frac{d_b}{D_b} \right)^2, \quad (\text{coefficient caractérisant la nature de la pompe})$$

$d_b = 0 \qquad K = 1$

Le coefficient de la vitesse méridienne à l'entrée est défini par :

$$K_{1m} = K_{2m} + 0,0476 \text{ et } \text{duquel correspond la vitesse :}$$

$$C_{1m} = K_{1m} \sqrt{2gH}$$

$$K_1 = \frac{C_b}{C_{1m}} = \frac{\varepsilon}{K_{1m}} \quad (\text{rapport entre la vitesse à l'entrée et la vitesse}) \\ (\text{méridienne à l'entrée})$$

d'où la valeur définitive du coefficient de vitesse ainsi définie:

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{\eta} + \varepsilon_{\sigma}}{2}$$

Si l'erreur relative entre (ε_c) et (ε) est inférieure à 1 % Alors
cette dernière sera la vraie valeur du coefficient. Dans le cas con-
traire on a: $\varepsilon = (\varepsilon_c - \varepsilon) - 0,2 + \varepsilon$ et on recalcule C_b et D_b .

Calcul des paramètres relatifs à l'aubage

On se fixe un coefficient de retrécissement arbitraire $\psi_1 = 0,8$ et on prend comme angle d'entrée $\beta_1 = \beta_{2v}$.

L'angle d'inclinaison à l'entrée dans la coupe méridienne (α) est calculé en fonction de la vitesse spécifique par :

$$\alpha = \left(\frac{\lg \frac{1}{2} - 15}{2} \right) + 45$$

La surface d'entrée est considérée comme une section conique ayant pour côté

$$b_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{D_{1K} - D_{1b}}{2}$$

où :
 - b_1 est la largeur de la roue à l'entrée
 - D_{1K} et D_{1b} , les diamètres extérieur et intérieur à l'entrée de la roue.

Le débit qui pourra passer par cette section sera alors :

$$Q_i = \frac{D_{1K} + D_{1b}}{2} \pi b_1 C_{1m} \psi_1$$

$$Q_i = \frac{D_{1K} + D_{1b}}{2} \pi \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{D_{1K} - D_{1b}}{2} \right) \cdot C_{1m} \psi_1$$

$$Q_i = \frac{D_{1K}^2 - D_{1b}^2}{4} \pi \frac{C_{1m} \psi_1}{\sin \alpha}$$

D'après CZIBÉRI, le meilleur rapport entre les deux diamètres, est donné par : $\frac{D_{1b}}{D_{1K}} = 0,4$ === $D_{1b} = 0,4 D_{1K}$, en introduisant ce

rapport dans l'expression du débit, on aura :

$$D_{1K} = \sqrt{\frac{4 Q \sin \alpha}{\psi_1 C_{1m} \pi \eta_v 0,84}}$$

et on pourra calculer le diamètre d'entrée de la roue (défini comme la moyenne des deux diamètres (D_{1K} et D_{1b}) :

$$D_1 = \frac{D_{1K} + D_{1b}}{2}$$

Angle d'entrée de l'aubage

Pour une première approximation, on prend $\beta_1 = \beta_{200}$ et on calcule un nouveau coefficient de retrécissement à l'entrée:

$$\psi_1 = \left(\frac{D1\pi}{N} - \frac{5}{\sin \beta_1} \right) \frac{N}{D1\pi}$$

La vitesse périphérique à l'entrée sera définie par $U_1 = \frac{\pi D_1 n}{60}$

d'où la dernière forme donnant l'angle d'entrée de l'aubage :

$$\beta_1 = \arctg \left[\left(1,25 - 0,25 \left(\frac{n_1 - 10}{90} \right) \right) \frac{C_{111}}{U_1} \right]$$

Afin d'améliorer les résultats, on recalcule D1K et D1b avec les nouvelles valeurs de ψ_1 et β_1 .

Largeur de la roue à l'entrée

$$b1 = \frac{D1K - D1b}{2 \cdot \sin \alpha} \quad \text{définissant la surface conique à l'entrée de la roue}$$

Diamètre du moyeu

Du point de vue hydraulique, ce diamètre représente la différence entre le drain d'entrée et la largeur d'entrée :

$$dm1 = D1 - b1$$

car le rayon moyen $\frac{b1}{2}$ doit être égale à $\frac{D1}{2}$

Afin de s'assurer de l'équilibre de la roue, du point de vue résistance et hydraulique, on compare les deux valeurs du moyeu.

Si $dm1 > dm$, les résultats calculés, d'après CZIBERE, sont considérés comme bons. Dans le cas contraire, on doit diminuer la section d'entrée, et la relation de CZIBERE ne pourra être utilisée et le diamètre interne à l'entrée de la roue aura une nouvelle valeur :

$$D1b = dm + b1 - b1 \cdot \sin \alpha$$

qui permettra de recalculer : D1K, b1, D1, D1b.

A chacun des deux diamètres D_{1K} et D_{1b} , correspond une vitesse et un angle tel que :

$$U_{1K} = \frac{D_{1K} \pi n}{60} \quad , \quad \beta_{1K} = \arctg \left[\left(1,25 - 0,25 \left(\frac{n_2 - 10}{90} \right) \right) \frac{C_{1m}}{U_{1K}} \right]$$

$$U_{1b} = \frac{D_{1b} \pi n}{60} \quad , \quad \beta_{1b} = \arctg \left[\left(1,25 - 0,25 \left(\frac{n_2 - 10}{90} \right) \right) \frac{C_{1m}}{U_{1b}} \right]$$

II . CALCUL ET CONSTRUCTION DE LA COUPE MERIDIENNE

Afin de réaliser la coupe méridienne ,on doit dessiner le profil de la roue montrant :

- Le tracé des flasques avant et arrière.
- Et les angles d'entrée et de sortie des aubes.

et ce par plusieurs plans perpendiculaires à l'axe.

Le profil de la roue est tracé pour les vitesses méridiennes ,calculées respectivement à l'entrée et à la sortie,d'une façon que le passage de C_{1m} à C_{2m} se fait graduellement. On aura alors une vitesse graduelle définie par :

$$C_m = \frac{C_{2m} - C_{1m}}{r_2 - r_1} (r - r_1) + C_{1m}$$

où r_1 et r_2 sont les rayons à la sortie et à l'entrée de la roue tel que :

$$r_2 = \frac{D_2}{2} \quad \text{et} \quad r_1 = \frac{D_1}{2}$$

Alors que r désigne la position de l'aubage en chaque point de la ligne de courant médiane à travers la roue :

$$r = \frac{(r_2 - r_1)}{10} i + r_1$$

où i est le nombre de points le long de la coupe. Chaque point de la coupe définit un cercle de rayon K_s variable linéairement avec r , il est fonction du pas de l'aubage, de son épaisseur, et du coefficient de retrécissement en chaque point et qui sont définis respectivement par : t , G , et P

avec : $t = \frac{2\pi r}{N}$, $G = S/A$

$$A = \sin \left[\frac{G_{\infty} - \beta_1}{10} i + \beta_1 \right] \quad \begin{array}{l} \text{(coefficient caractérisant)} \\ \text{(l'aube en chaque point } i \text{)} \end{array}$$

$$\psi = \frac{t - G}{t}$$

On aura en définitif :

$$K_s = \frac{Q}{4 \pi v C_{DT} R \pi \psi}$$

auquel correspond une largeur d'entrée graduellement notée comme suit :

$$b = 2 K_s$$

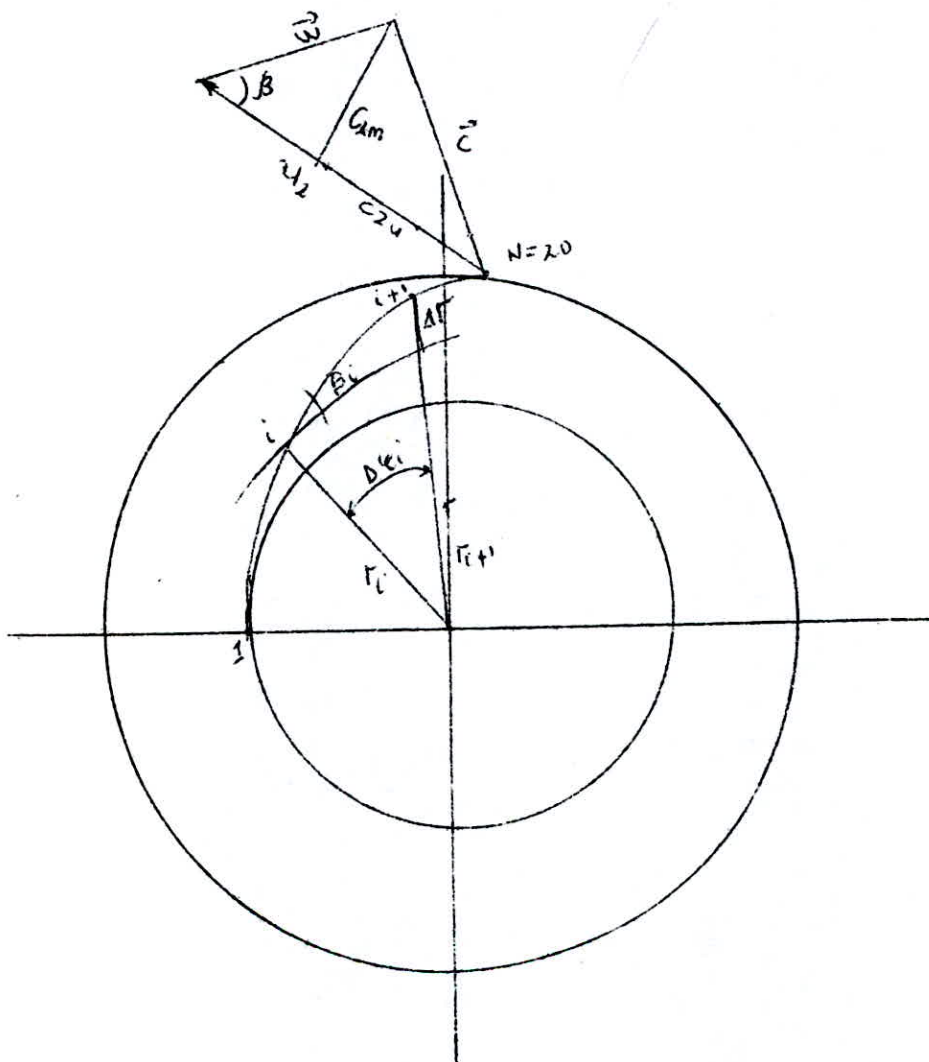
N.B/ Calcul voir programme . Construction planche n°1.

III . CALCUL ET CONSTRUCTION DE L'AUBAGE

Avec les diamètres D_1 et D_2 ,on définit les deux points extrêmes de l'aube : le Premier se trouvant sur la circonférence de rayon r_1 ,le second sur celle de rayon r_2 .

Entre ces deux points ,se trouve une multitude de points qui forment l'aube.

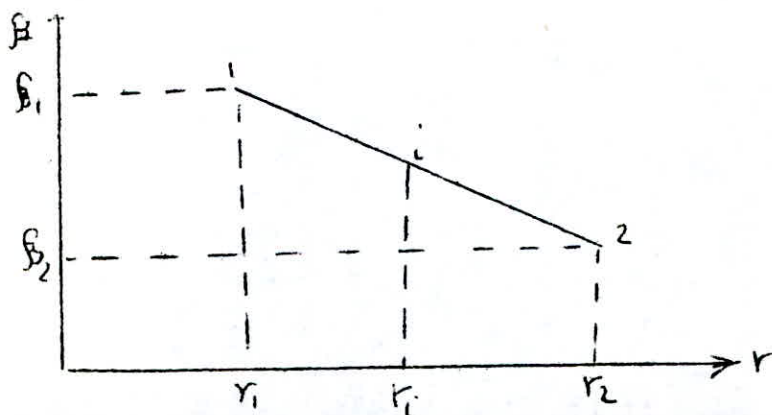
Chacun de ces points i est défini par un angle (θ_i) et un rayon (r_i) qui représentent les coordonnées polaires.



d'après le triangle de vitesse on a : $\text{tg } \beta = \frac{C_m}{U - C_u}$

ce qui nous montre que β varie linéairement avec le rayon r .

Considérons une variation linéaire de β avec le rayon r .



d'où on pourra écrire par interpolation :

$$\beta(r_i) = \frac{\beta_2 - \beta_1}{r_2 - r_1} (r_i - r_1) + \beta_1$$

avec $\beta_2 = \beta_{2\infty}$, car β_2 caractérise l'écoulement et $\beta_{2\infty}$ l'aubage

L'écart de rayon est défini par :
$$\Delta r = \frac{r_2 - r_1}{N-1}$$

où N est le nombre des points servants au tracé de l'aube qui pourra prendre les valeurs 10 , 20 ou 30 .

D'où la relation entre les rayons de deux points consécutifs

$$r_{i+1} = r_i + \Delta r$$

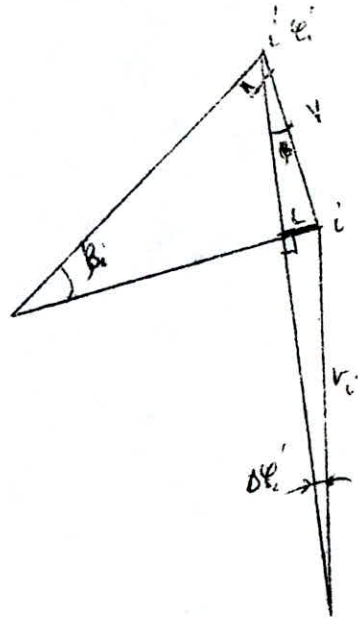
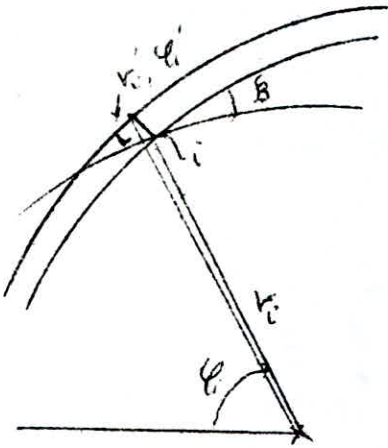
L'angle relatif à chacun de ces points est défini par: φ_i

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{\Delta r}{r_i \Delta \varphi} \quad \implies \quad \Delta \varphi = \frac{\Delta r}{r_i \operatorname{tg} \beta_i}$$

et on aura : $\varphi_{i+1} = \varphi_i + \Delta \varphi$

où r_i et φ_i sont les coordonnées polaires de chaque point.

Comme l'aube a une épaisseur , r_i et φ_i définissent les points de la partie inférieure ; ceux de la partie supérieure pourront être définis par r'_i et φ'_i , de tel façon que l'on ai les schémas suivants :



On géométriquement en déduit que :

$$L = S \sin B_i ; \delta e_i = -\frac{L}{r_i} ; e_i' = e_i - \delta e_i ; r_i' = r_i + V \cos B_i$$

Afin de faciliter la construction de l'aubage, on transforme les coordonnées polaires de chaque point en coordonnées cartésiennes tel que:

$$X = r_i' \cos \alpha_i' - r_i \cos \alpha_i$$

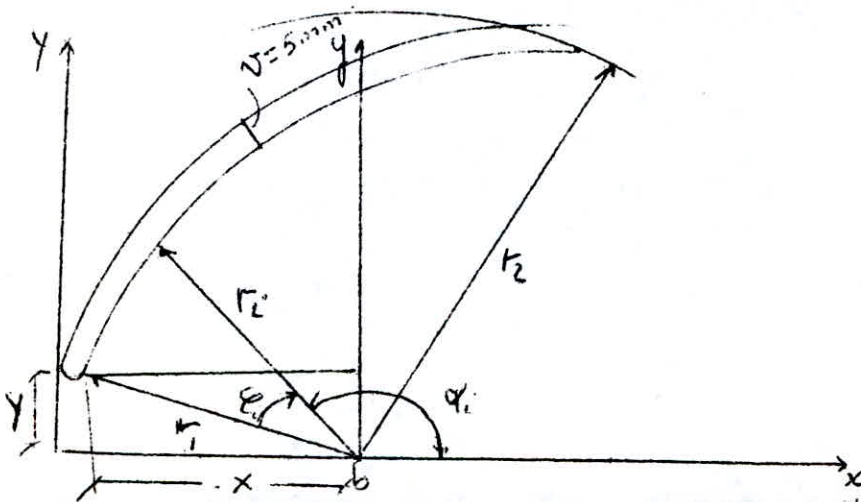
$$Y = r_i' \sin \alpha_i' - r_i \sin \alpha_i$$

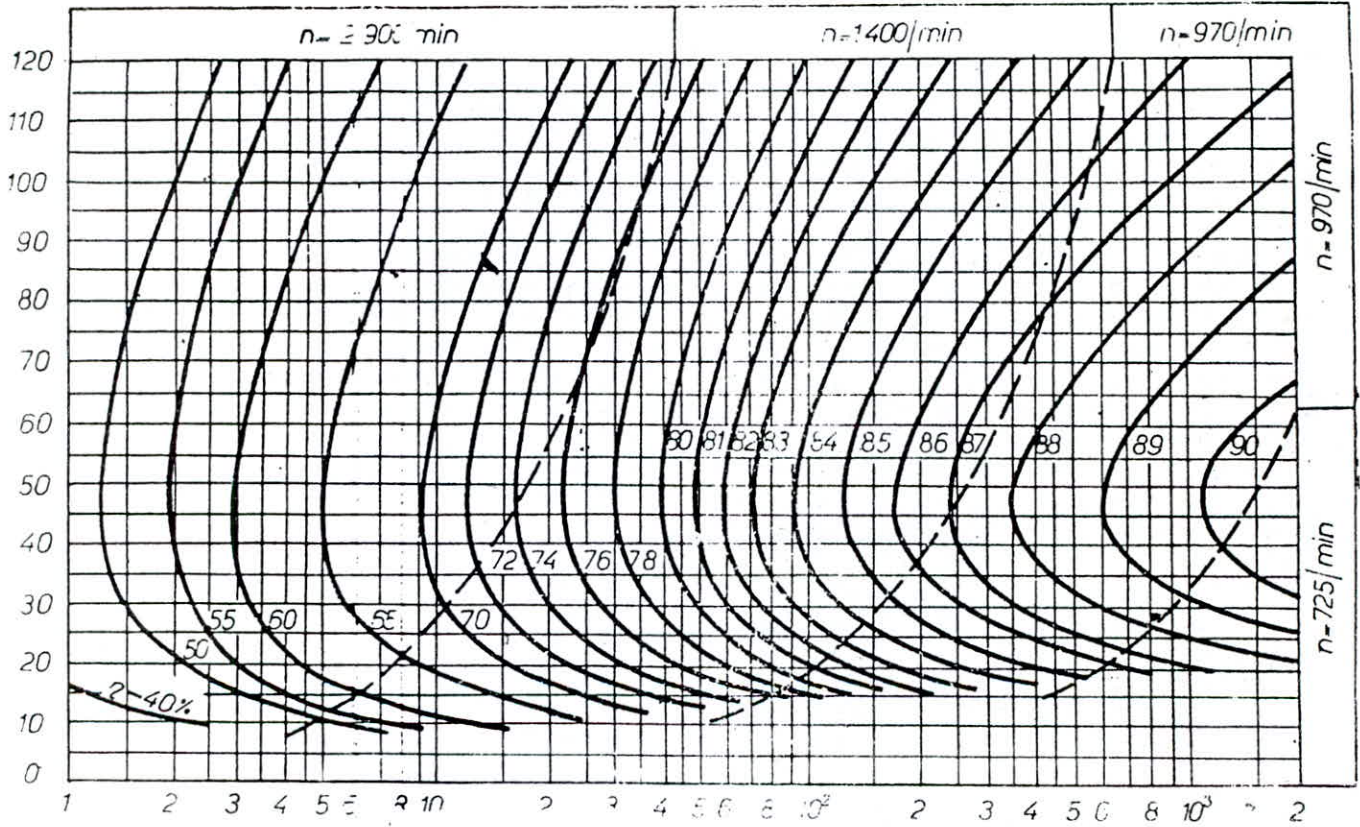
$$X' = r_i' \cos \alpha_i' - r_i \cos \alpha_i$$

$$Y' = r_i' \sin \alpha_i'$$

avec : $\alpha_i = \pi - e_i$; $\alpha_i' = \pi - e_i'$

N.B/ Pour le calcul voir programme- pour construction planche n°2 .





Debit : $\frac{1}{s}$ →

abaque de HADJU

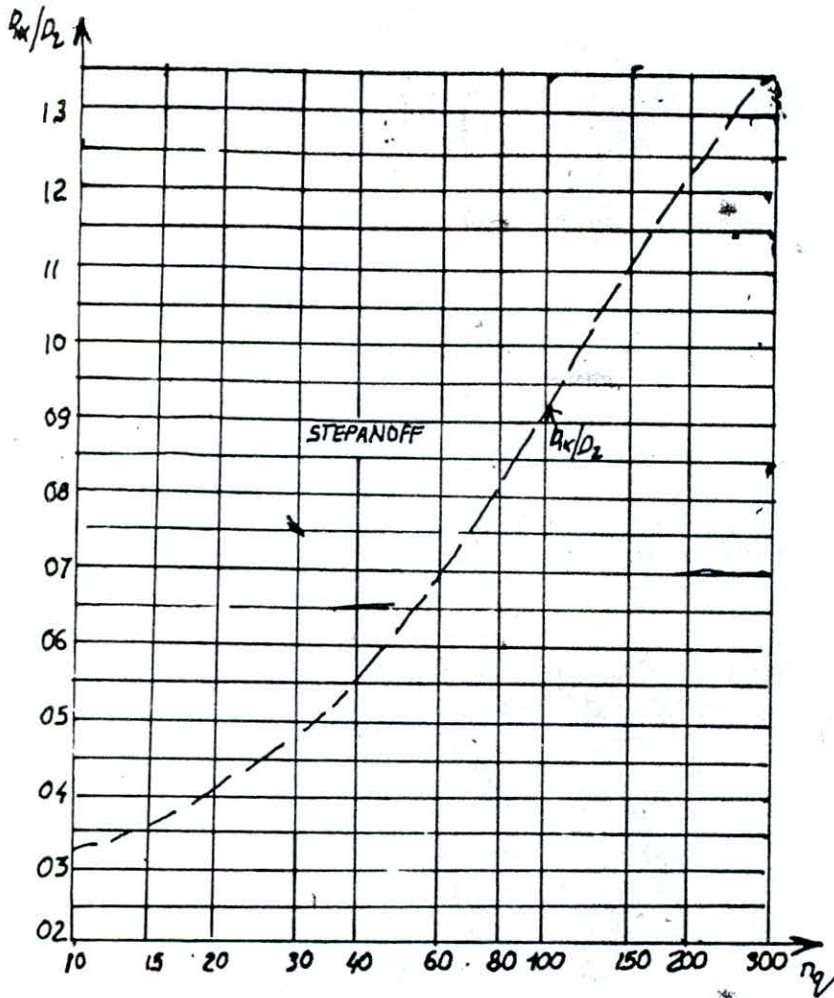


Fig. (abaque N° 1)

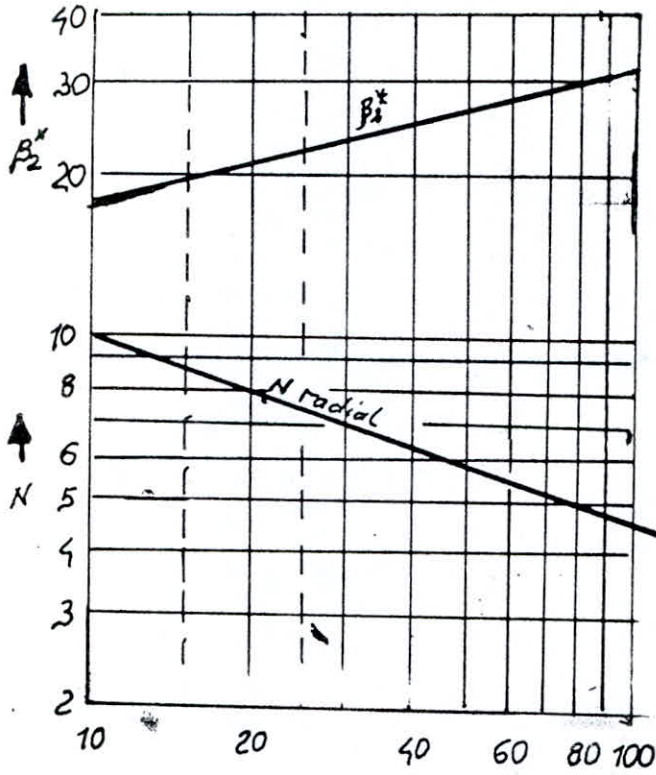


Fig: (abaque N° 3)

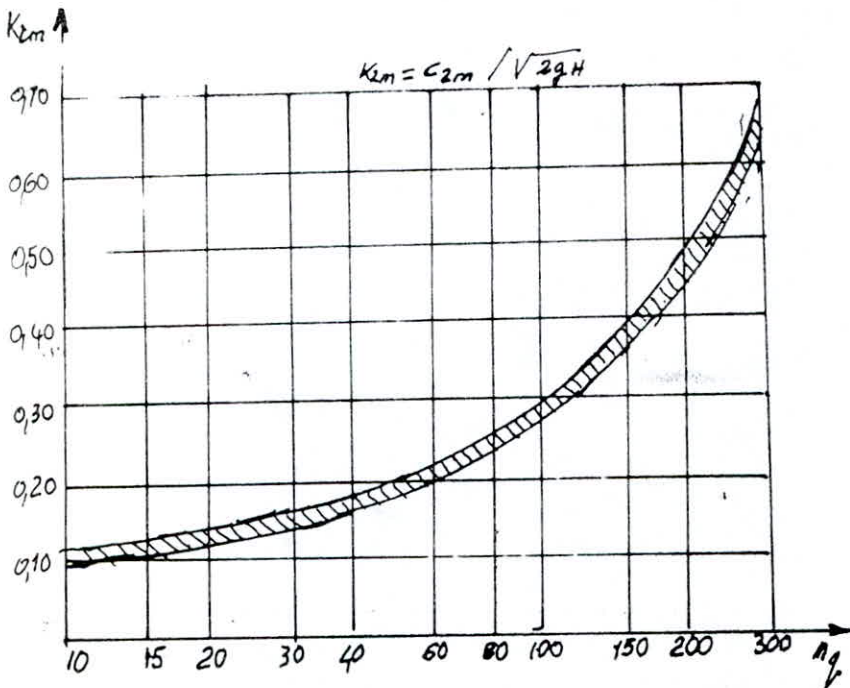
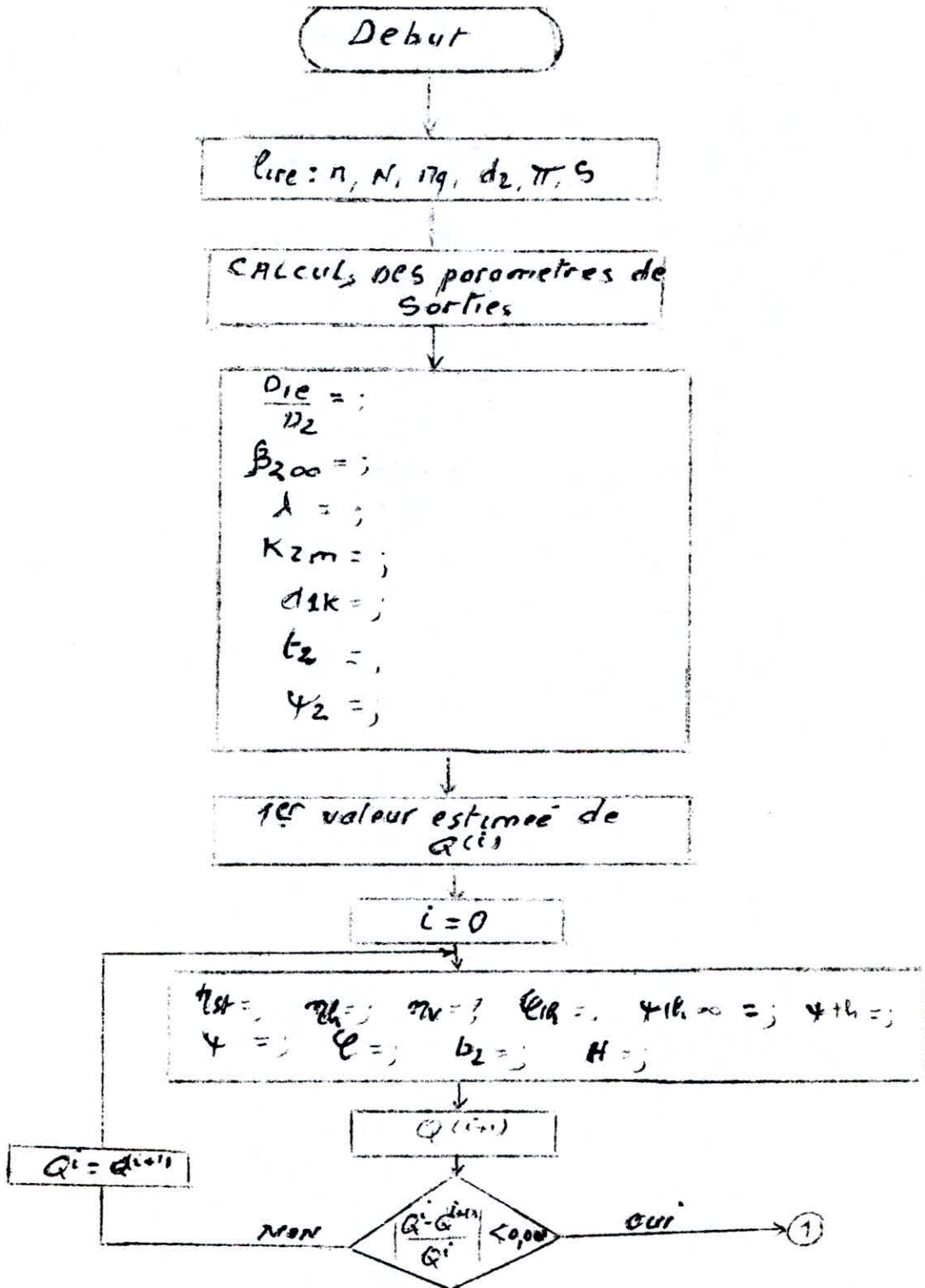


Fig (abaque N° 4)

IV . ORGANIGRAMME .



1

$P_1 = ;$
 $\beta_2 = ;$
 C_{2m}

IMPRIMER : $\beta_{200} ; \lambda ; K_{2m} ; \eta_k ;$
 $\eta_v ; m_{st} ; E_{1k} ; \gamma_{1k,00} ; \gamma_{1k}$
 $\gamma ; E ; b_2 ; H ; Q ;$
 $P_1 ; \beta_2 ; C_{2m} ;$

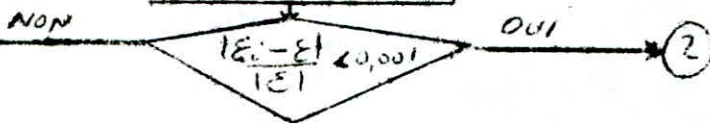
CALCUL DES PARAMETRES
D'ENTREES

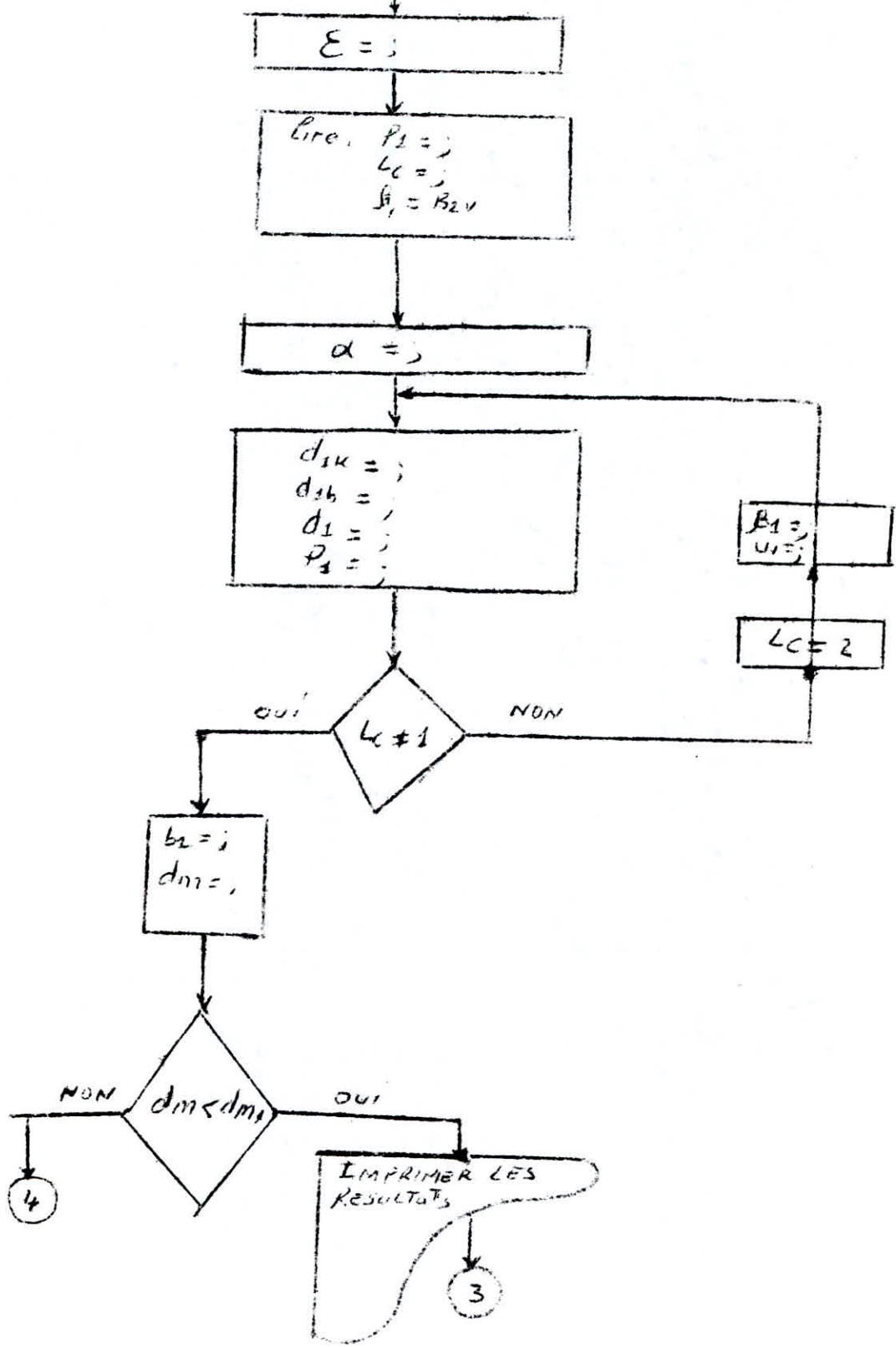
$d_{a0} = ;$
 $d_{a1} = ;$
 $d_a = ;$
 $d_m = ;$
 $\epsilon = ;$

$cb = ;$

$d_b = ;$
 $K_{2m} = ;$
 $C_{2m} = ;$
 $K_1 = ;$
 $E_1 = ;$
 $E_2 = ;$
 $E_3 = ;$

$\epsilon = ;$





$d_{1b} = ;$
 $d_{1k} = ;$
 $d_2 = ;$
 $b_1 = ;$
 $u_{1b} = ;$
 $\beta_{1b} = ;$
 $u_{1k} = ;$
 $\beta_{1k} = ;$
 $\beta_{2k} = ;$

IMPRIMER: $C_b, d_b, R_{am}, C_m,$
 $E, \alpha; D_{1k}, D_{1b}, d_2, d_0,$
 $d_m, b_1, b_2, u_1,$
 $\beta_2, u_{1b}, u_{1k},$
 β_{1b}, β_{1k}

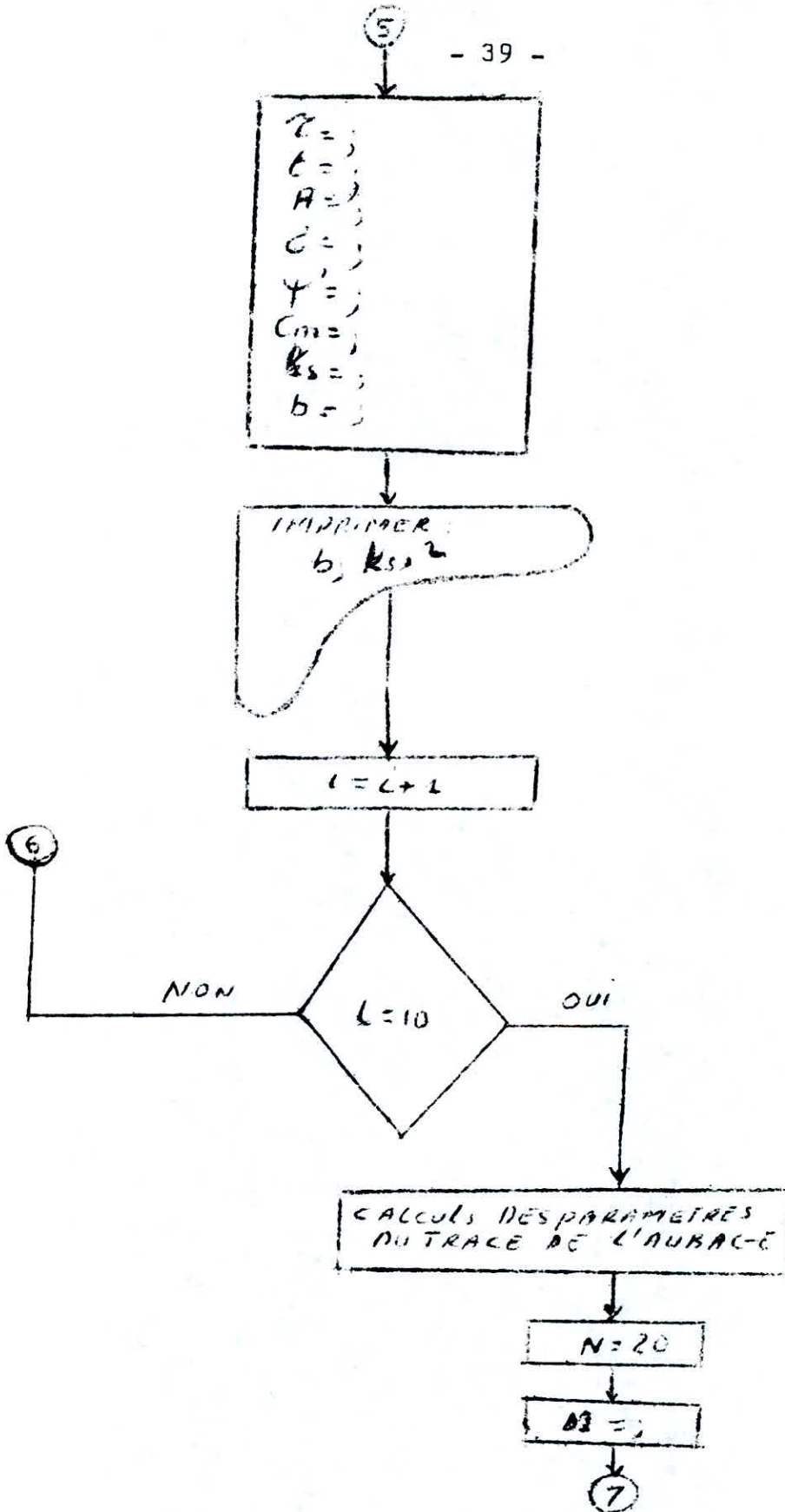
PARAMETRES DU TRACE
DE LA
COUPE MERIDIENNE

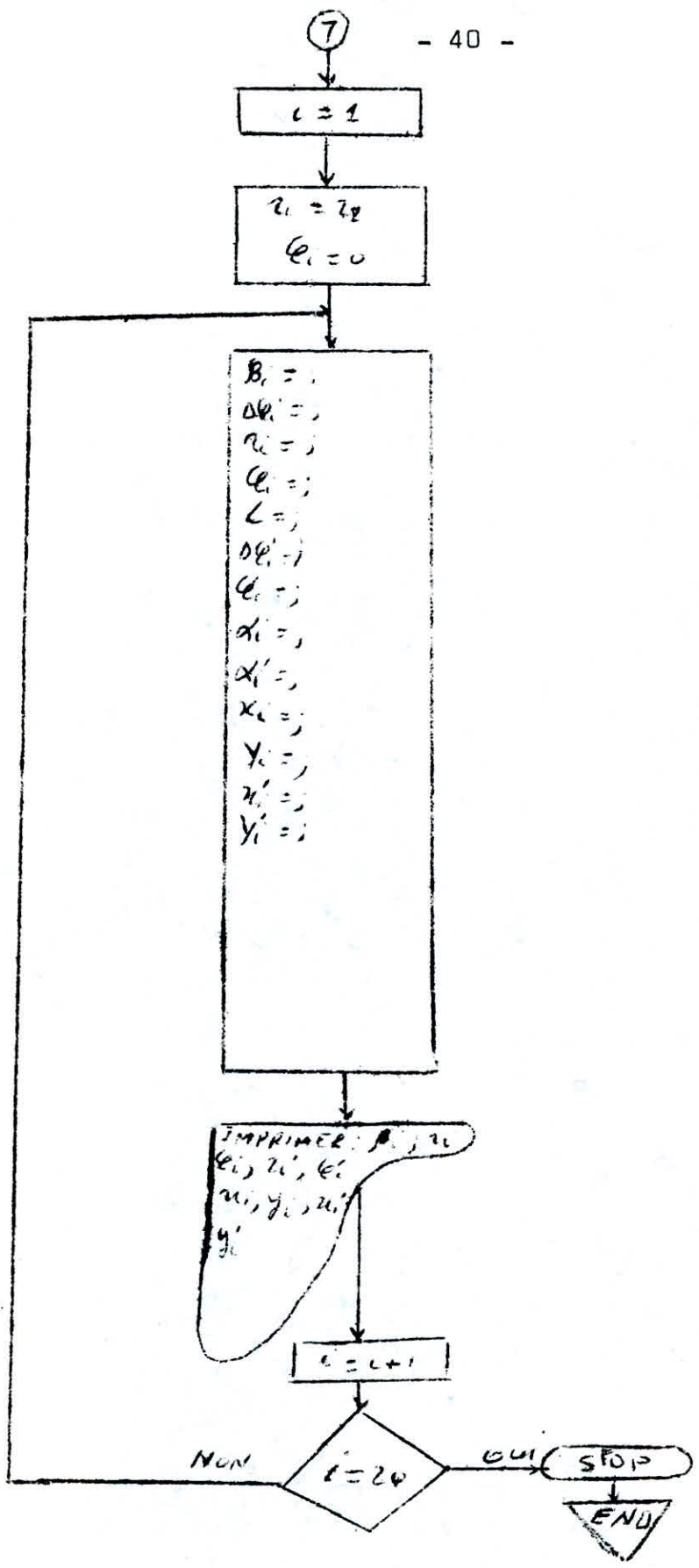
$r_1 = ;$
 $r_2 = ;$

$i = 0$

6

5





V. TABLEAU DE NOTATION
 -oooooooooooooooooooo00oooooooooooooooooooo-

!Symbo-!Symboles uti! !les !lisés pour ! ! réels!informatique!		Significations	Unités
$\beta_{2\omega}$	BETA2V	Angle de l'aubage infini	rad
λ	LA	Coefficient de défaut de puis- sance	/
K_{2m}	K2M	Coefficient de la vitesse méri- dienne à la sortie	/
η_{st}	ETA0	Rendement standard	%
η_H	ETAH	Rendement hydraulique	%
η_v	ETAV	Rendement volumétrique	%
C_{th}	FIE	Coefficient du débit théorique	/
ψ_{th}	PSIEV	Coefficient de pression théori- que infini	/
ψ_H	PSIE	" " " " "	/
ψ	PSI	" " " " "	/
φ	FI	Coefficient de débit	/
b_2	B2	Largeur de la roue à la sortie	mm

H	H	Hauteur d'élévation	m
Q	Q	Débit	m ³ /s
P _T	POSZ	Puissance totale	W
β ₂	BETA2	Angle de sortie de l'écoulement	rd
C _b	CB	Vitesse d'entrée	m/s
D _b	DBA	Diamètre d'entrée	mm
C _{1m}	C1M	Vitesse méridienne à l'entrée	m/s
E	EPS	Coefficient de vitesse d'entrée	/
α	ALPHA	Angle d'inclinaison à l'entrée dans la coupe méridienne	rd
D _{1K}	D1K	Diamètre externe à l'entrée de l'aubage	mm
D _{1b}	D1B	Diamètre interne à l'entrée de l'aubage	mm
d _a	DA	Diamètre de l'arbre qui entraîne la roue	mm
d _m	DM	Diamètre du moyeu	mm
b ₁	B1	Largeur de la roue à l'entrée	mm .../...

U_1	U1	Vitesse périphérique à l'entrée	m/s
D_1	D1	Diamètre d'entrée de la roue	mm
K_{1m}	K1M	Coefficient de la vitesse méridienne à l'entrée	/
β_1	BETA1	Angle de l'aubage à l'entrée	rad
U_{1b}	U1B	Vitesses relatives à l'aubage	m/s
U_{1k}	U1K		
β_{1b}	BETA1B	Angles relatifs à l'aubage	rad
β_{1k}	BETA1K		
C_{2m}	C2M	Vitesse méridienne à la sortie	m/s
K_{DB}	KDB	Diamètre caractérisant les pompes multicellulaire	mm
K_0	K0	Coefficient caractérisant la nature de la pompe	/
K_L	K1	Rapport entre les vitesses	/
ψ_1	P1	Coefficient de retrécissement à l'entrée	/
Q_1	Q1	Débit itéré	m ³ /s
d_{uo}	DAO	Diamètre initial de l'arbre	mm

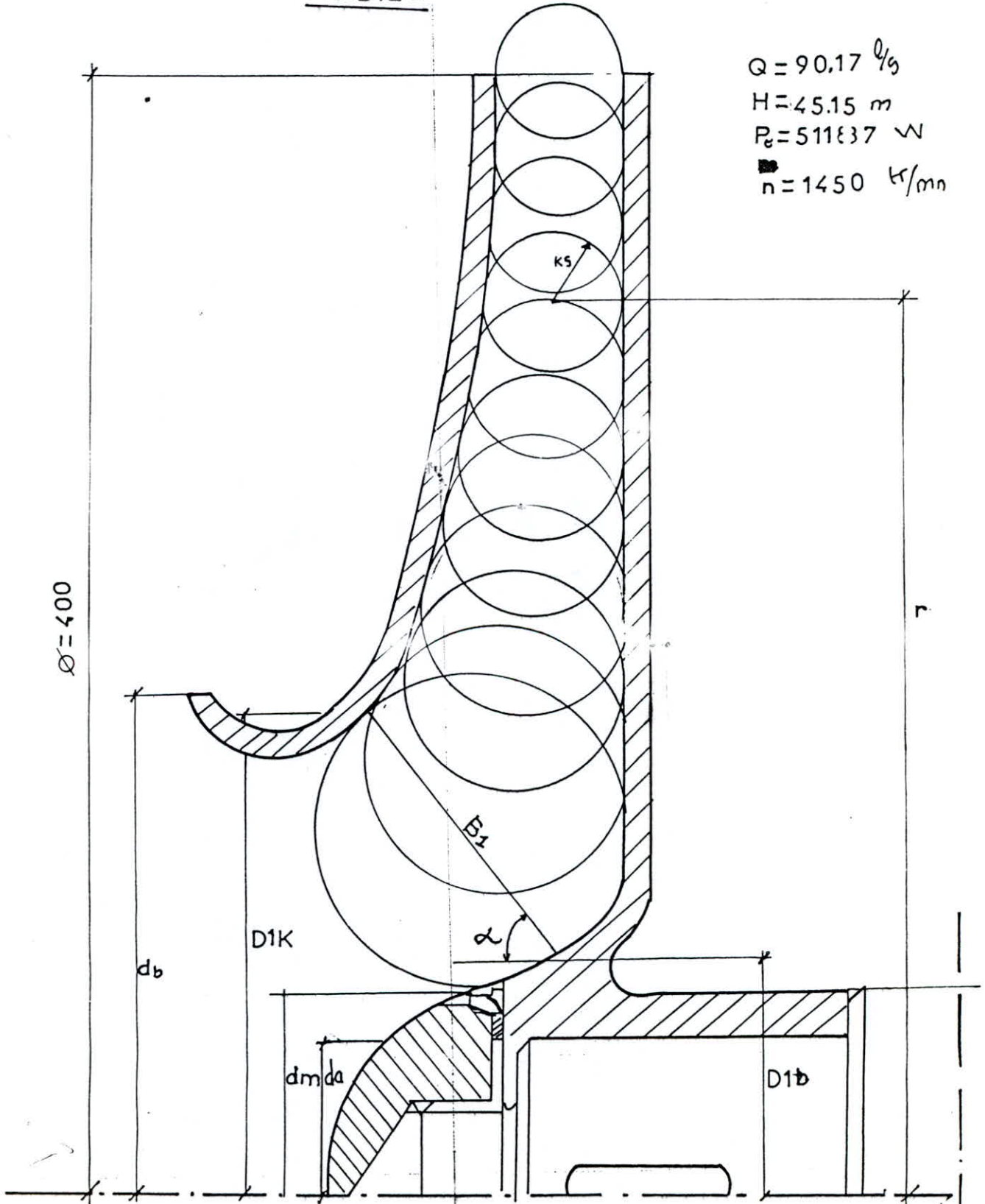
.../...

n_g	NQ	Nombres de tours spécifiques	/
n	N	Vitesse de rotation	trs/mn
D_2	D2	Diamètre de sortie de la roue	mm
S	V	Épaisseur d'aube	mm
N	LSZ	Nombre d'aube	/
D_1/D_2	D1D2	Rapport des deux diamètres	/
ψ	P	Coefficient intervenant dans le calcul de λ	/
e	E	" " " "	/
t_2	T2	Pas de l'aubage	mm
ψ_2	M1	Coefficient de rétrécissement à la sortie	/
f	T	Pas de l'aubage relatif à chaque rayon	mm
c	S	Épaisseur de l'aubage relative à chaque rayon	mm
C_m	CM	Vitesse méridienne moyenne	m/s
R_s	KS	Rayons des cercles définissant la coupe méridienne	mm

l	B	Largeur d'entrée relative à chaque rayon	mm
π	PI	Réel : 3,14	/
Δr	DR	Rayon moyen en deux points consécutifs de l'aubage	mm
θ_i	FIS(I)		rad
β_i	BETA(I)		rad
$\Delta \theta_i$	DFIS(I)	Coordonnées polaires définissant les différents points de l'aubage	rad
r_i	RK(I)		mm
r'_i	RP(I)		mm
$\Delta \theta'_i$	DFISP(I)		rad
θ'_i	FISP(I)		rad
α_i	ALF(I)	Transformations des coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes	rad
α'_i	ALFP(I)		rad
x_i	X(I)		mm
y_i	Y(I)		mm
x'_i	XP(I)	Coordonnées cartésiennes définissant les différents points de l'aubage	mm
y'_i	YP(I)		mm
E_{σ}	EPS1	Coefficient du meilleur rendement	/
E_{σ}	EPS2	Coefficient du meilleur fonctionnement du point de vue cavitation	/

COUPE MERIDIENNE DE LA ROUE
MOBILE

$Q = 90,17 \frac{Q}{s}$
 $H = 45,15 \text{ m}$
 $P_g = 511\text{E}37 \text{ W}$
 $n = 1450 \text{ tr/mn}$



Echelle : 1/1

V. RESULTATS DE CALCUL

Tableau : n°1

PARAMETRES DE SORTIE		
BETA2V		0.37234
LA		0.77655
K2M		0.11958
ETA0		0.77991
ETAH		0.88312
ETAV		0.95473
FIE		0.11717
PSIEV		1.39998
PSIE		1.08716
PSI		0.96009
FI		0.11187
B2 (m)		0.02287
H (m)		45.13021
Q (m ³ /s)		0.09017
POSZ (w)	51187.551	
BETA2		0.25129
C2M (m/s)		3.55833

Tableau : n°2

PARAMETRES D'ENTREE		
CB (m/s)	3.81623	
DBA (m)	0.17751	
K1M	0.16718	
C1M (m/s)	4.97475	
EPS	0.12825	
ALFA	0.87266	
D1K (m)	0.17220	
D1B (m)	0.08672	
D1 (m)	0.12946	
DA (m)	0.05452	
DM (m)	0.07087	
B1 (m)	0.05579	
U1 (m/s)	9.82919	
BETA1	0.54888	
U1B (m/s)	6.58429	
U1K (m/s)	13.07409	
BETA1B	0.73993	
BETA1K	0.43095	

Tableau : n°3

PARAMETRES DE LA COUPE MERIDIENNE						
n°	!	R (m)	!	B (m)	!	KS (m)
d'ordre	!		!		!	
0	!	0.0647	!	0.0559	!	0.0279
	!		!		!	
	!		!		!	
1	!	0.0783	!	0.0462	!	0.0231
	!		!		!	
	!		!		!	
2	!	0.0918	!	0.0398	!	0.0199
	!		!		!	
	!		!		!	
3	!	0.1053	!	0.0353	!	0.0176
	!		!		!	
	!		!		!	
4	!	0.1188	!	0.0319	!	0.0160
	!		!		!	
	!		!		!	
5	!	0.1324	!	0.0294	!	0.0147
	!		!		!	
	!		!		!	
6	!	0.1459	!	0.0274	!	0.0137
	!		!		!	
	!		!		!	
7	!	0.1594	!	0.0259	!	0.0129
	!		!		!	
	!		!		!	
8	!	0.1729	!	0.0246	!	0.0123
	!		!		!	
	!		!		!	
9	!	0.1865	!	0.0236	!	0.0118
	!		!		!	
	!		!		!	
10	!	0.2000	!	0.0229	!	0.0114
	!		!		!	
	!		!		!	

Tableau : n° 1

PARAMETRES DE L'AUBAGE EN COORDONNEES POLAIRES			
n° d'ordre.	BETA (rad)	FIS (rad)	RK (m)
01	0.5489	0.0000	0.0647
02	0.5396	0.1798	0.0719
03	0.5303	0.3453	0.0790
04	0.5210	0.4990	0.0861
05	0.5117	0.6431	0.0932
06	0.5024	0.7791	0.1003
07	0.4931	0.9083	0.1074
08	0.4838	1.0316	0.1146
09	0.4745	1.1498	0.1217
10	0.4653	1.2637	0.1288
11	0.4560	1.3738	0.1359
12	0.4467	1.4806	0.1430
13	0.4374	1.5845	0.1502
14	0.4281	1.6859	0.1573
15	0.4188	1.7851	0.1644
16	0.4095	1.8824	0.1715
17	0.4002	1.9780	0.1786
18	0.3909	2.0723	0.1858
19	0.3816	2.1652	0.1929
20	0.3723	2.2572	0.2000

PARAMETRES DE L'AUBAGE EN COORDONNEES POLAIRES (SUITE)				
n° d'ordre	!	RP (m)	!	FISP (rad)
01	!	0.0690	!	- 0.0403
02	!	0.0761	!	0.1441
03	!	0.0833	!	0.3133
04	!	0.0904	!	0.4701
05	!	0.0976	!	0.6169
06	!	0.1047	!	0.7551
07	!	0.1119	!	0.8863
08	!	0.1190	!	1.0113
09	!	0.1261	!	1.1311
10	!	0.1333	!	1.2463
11	!	0.1404	!	1.3576
12	!	0.1476	!	1.4655
13	!	0.1547	!	1.5704
14	!	0.1618	!	1.6727
15	!	0.1690	!	1.7728
16	!	0.1761	!	1.8708
17	!	0.1832	!	1.9671
18	!	0.1904	!	2.0620
19	!	0.1975	!	2.1556
20	!	0.2047	!	2.2481

Tableau : n°3

LES MEMES PARAMETRES EN COORDONNEES CARTESIENNES					
n° d'ordre	X (mm)	Y (mm)	XP (mm)	YP (mm)	
01	0.0000	0.0002	-4.2095	-2.7796	
02	-5.9606	12.8522	-10.6199	10.9330	
03	-9.5776	26.7294	-14.4987	25.6657	
04	-10.8582	41.2023	-15.8836	40.9647	
05	-9.8552	55.8996	-14.8536	56.4433	
06	-6.6529	70.4988	-11.5149	71.7690	
07	-1.3579	84.7186	-5.9928	86.6544	
08	5.9069	98.3125	1.5740	100.8493	
09	15.0071	111.0638	11.0374	114.1351	
10	25.7991	122.7816	22.2422	126.3203	
11	38.1327	133.2978	35.0276	137.2371	
12	51.8521	142.4641	49.2288	146.7379	
13	66.7968	150.1504	64.6774	154.6939	
14	82.8024	156.2424	81.2019	160.9925	
15	99.7012	160.6412	98.6282	165.5365	
16	117.3220	163.2615	116.7791	168.2426	
17	135.4908	164.0313	135.4751	169.0410	
18	154.0284	162.8910	154.5336	167.8744	
19	172.7556	159.7933	173.7695	164.6980	
20	191.4877	154.7032	192.9943	159.4789	

C O N C L U S I O N

-o-o-o-oo0oo-o-o-o-

Suite aux résultats obtenus ,la roue ainsi calculée et construites ,pourra être utilisée pour une pompe centrifuge débitant 90 l/s ,qu'elle élèvera à une hauteur de 45 m.

D'autre part ,la mise en évidence des points de vues de différents chercheurs ,tels STEPANOFF, PFLIDERER ou CZIBERE ,a rendue les résultats de ce calcul très conformes aux normes des constructeurs.

En outre ,et comme tout autre engin construit , l'utilisation de cette roue ne pourra être définitive qu'une fois celle-ci est soumise à des essais concluants.

Enfin de compte ,nous souhaitons que cette méthode de calcul ,avec surtout son informatisation , servira de référence pour la construction de pompes centrifuges en Algérie.

=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=
0 0
0 0
0 0
0 B I B L I O G R A P H I E 0
0 0
0 0
0 0
=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=
0 0

B I B L I O G R A P H I E

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

1 . A . J . STEPANOFF

Pompes centrifuges et à hélices (DUNOD 1961)

2.. M . SEDILLE

Turbo-machine hydraulique et thermique (Tome II)

3 . A . DUPONT

Hydraulique urbaine (EYROLLES 1979) (Tome II)

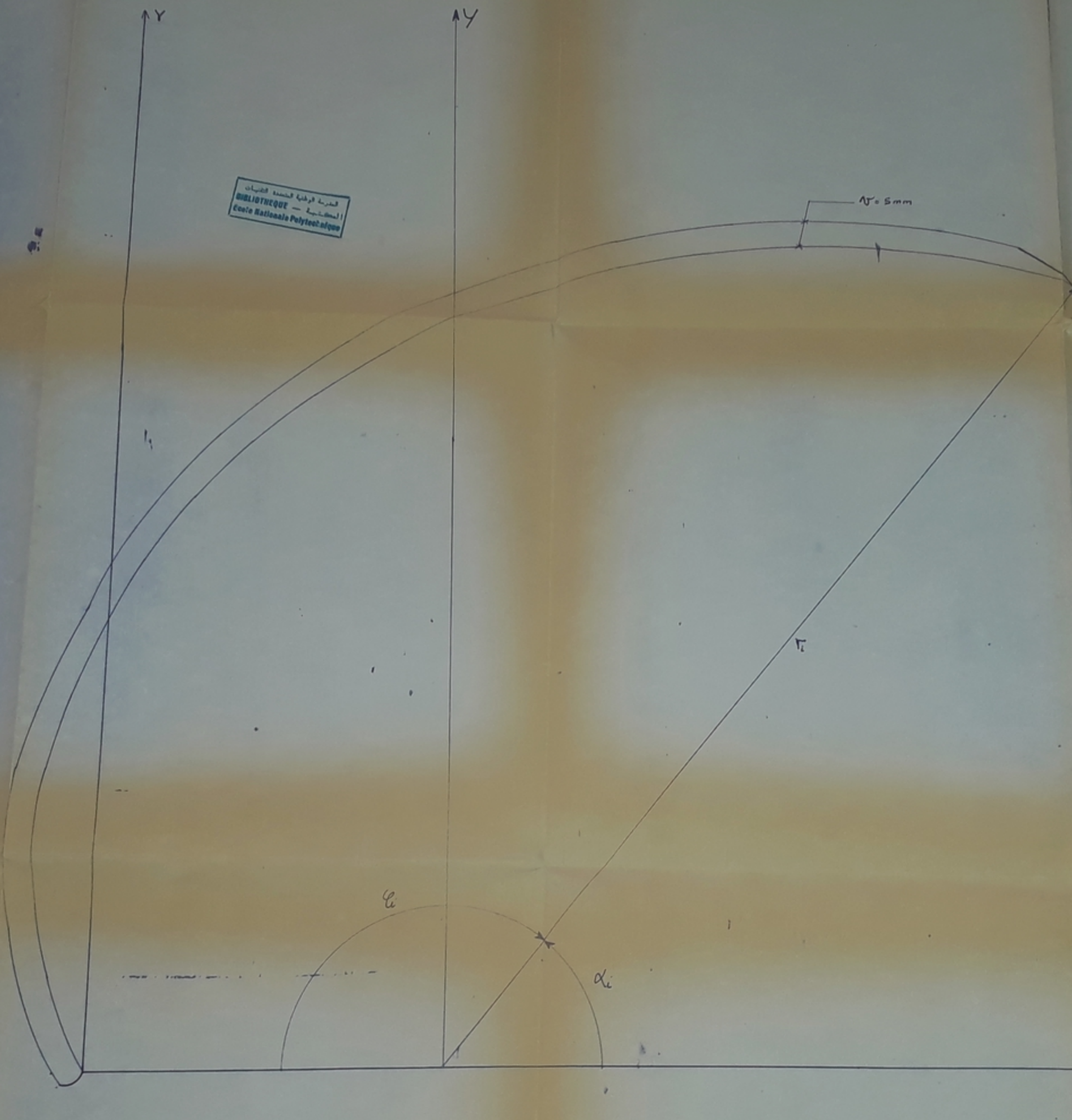
4 . J . BONIN

Hydraulique urbaine (EYROLLES 1977)

5 . J . VIGUES et M . LAPORTE

Théorie et pratique de la programmation FORTRAN

LA FORME D'UNE AUBE DE LA ROUE MOBILE



المركز الوطني للتقنية
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

المركز الوطني للتقنية
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

X (mm)	Y (mm)
0.000	0000
-9.57	2672
-10.15	4120
-6.65	70.49
5.90	91.31
25.79	122.71
51.15	142.46
82.10	156.24
117.32	163.26
154.02	162.19
191.41	154.70

المركز الوطني للتقنية
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PH04086
- 1 -

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE		
CALCUL HYDRAULIQUE D'UNE ROUE MOBILE D'UNE POMPE CENTRIFUGE		
LA FORME D'UNE AUBE DE LA ROUE MOBILE		ECH 2/1
ETABLI PAR	HAOUARI . M REGUIEG . N	PLANCHE N° 2
CONTROLE PAR	D ^B A THUMA	JUIN 86

VUE EN FACE DE L'AUBAGE DE LA ROUE MOBILE

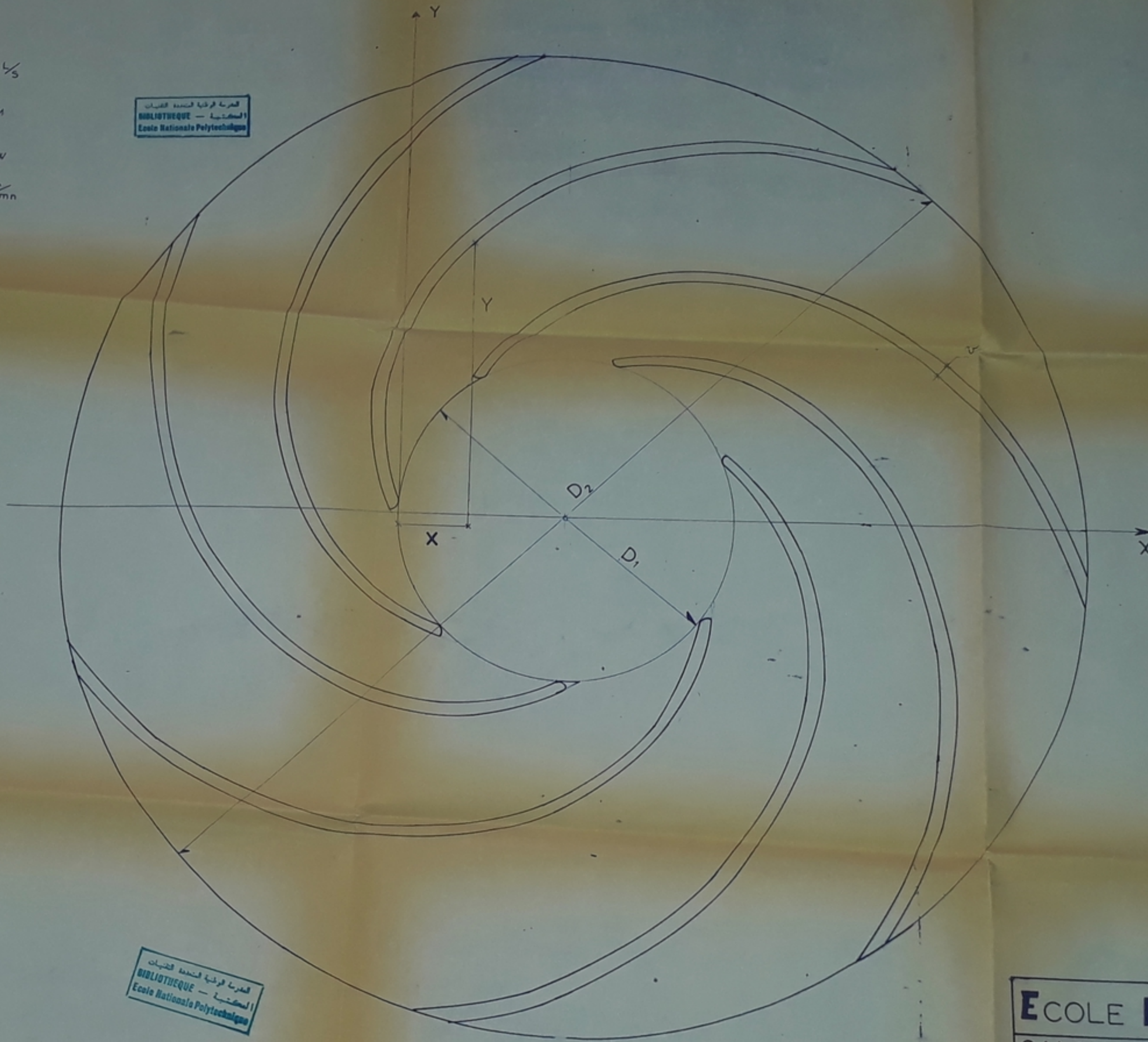
$$Q = 90.17 \frac{L^3}{s}$$

$$H = 45.13 \text{ m}$$

$$P_T = 51187 \text{ w}$$

$$n = 1450 \frac{r.p.}{mn}$$

المركز الوطنية لتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique



$$D_1 = 129.46 \text{ mm}$$

$$D_2 = 400 \text{ mm}$$

$$e = 5 \text{ mm}$$

المركز الوطنية لتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

المركز الوطنية لتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

المركز الوطنية لتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PH04086

-2-

E COLE N ATIONALE P OLYTECHNIQUE CALCUL HYDRAULIQUE D'UNE ROUE MOBILE D'UNE POMPE CENTRIFUGE		
VUE EN FACE DE L'AUBAGE DE LA ROUE MOBILE		ECHELLE 1/1
ETABLI PAR	HAOUARI MOHAMED REGUIEG NACER	PLANCHE N°3
CONTROLE PAR	D ^E A THUMA	JUIN 86

COUPE MERIDIENNE DE LA ROUE MOBILE

$$\varphi = 90.17 \frac{L}{S}$$

$$H = 45.13 \text{ M}$$

$$P_r = 51187 \text{ W}$$

$$n = 1450 \frac{\text{tr}}{\text{mn}}$$

$$d_b = 177.5 \text{ mm}$$

$$D_{1k} = 172.2 \text{ mm}$$

$$d_m = 70.85 \text{ mm}$$

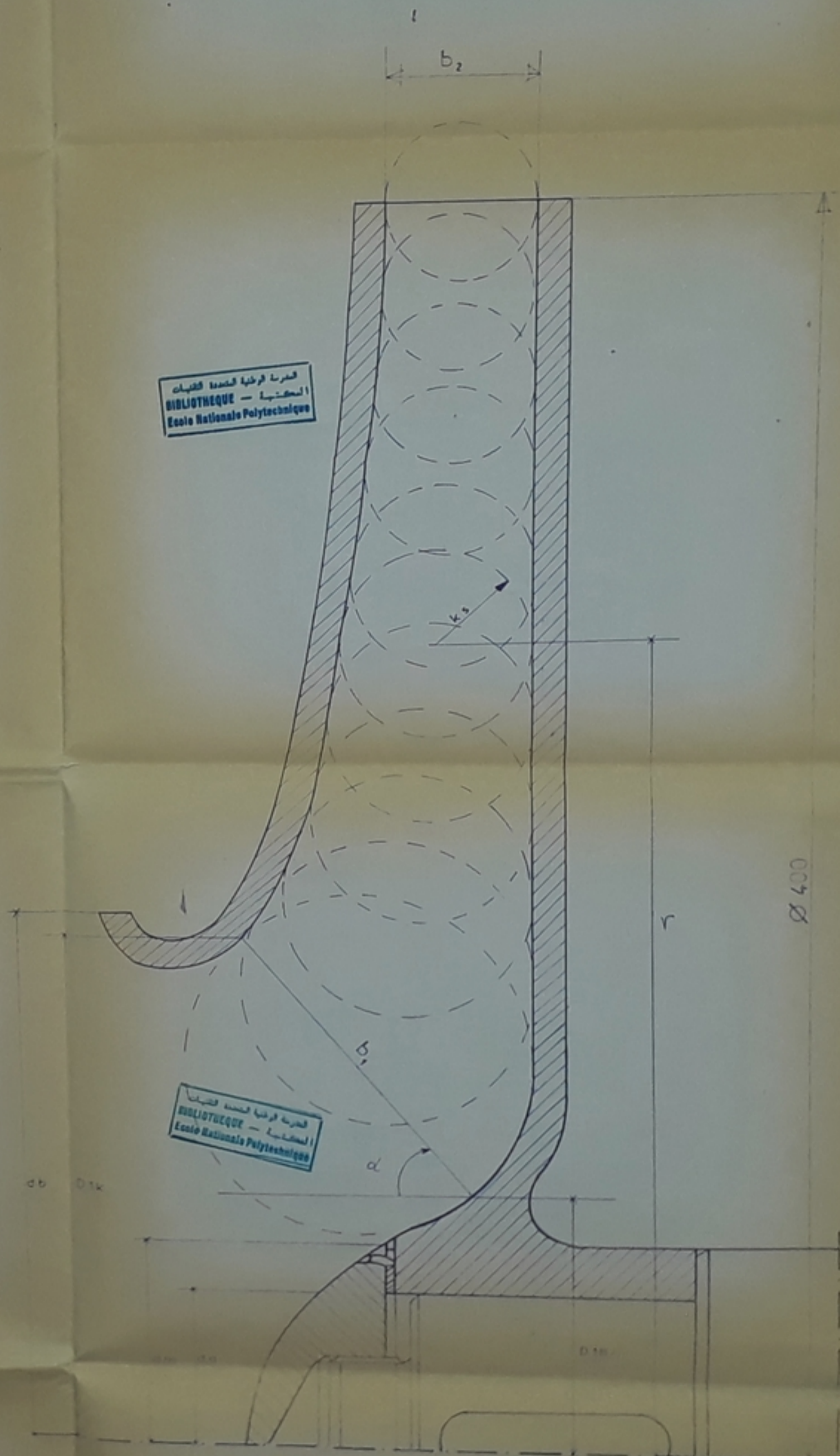
$$d_a = 54.52 \text{ mm}$$

$$D_{1b} = 136.72 \text{ mm}$$

$$b_1 = 55.79 \text{ mm}$$

$$b_2 = 22.87 \text{ mm}$$

$$\alpha = 50^\circ$$



	r [mm]	Ks [mm]
0	64.7	27.9
1	71.3	23.1
2	91.61	19.9
3	105.3	17.9
4	116.13	16.0
5	132.4	14.7
6	145.9	13.7
7	158.4	12.9
8	172.9	12.3
9	180.1	11.8
10	200.0	11.0

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE CALCUL HYDRAULIQUE D'ROUE MOBILE / POMPE CENTRIFUGE		
COUPE MERIDIENNE D'UNE ROUE MOBILE D'UNE POMPE CENTRIFUGE		ECH 2/1
ETABLI PAR	HAOUARI MOHAMED REGUIEC NACER EDDINE	PLANCHE N°1
CONTROLE	DR A THUMA	JUIN 86

