14/86
1 EX

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE HYDRAULIQUE

BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE D'UN ECOULEMENT DANS UN CANAL BIDIMENSIONNEL

8 PLANCHES

Proposé par : Y. MOULOUDI

Etudié par : M. MOKHTARI, A. OULARBI

Dirigé par : Y. MOULOUDI

PROMOTION : FEVRIER 1936

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi – EL-HARRACH – ALGER

ERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
NATIONALE POLYTECHNIQUE

وزارة التعليم العالي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ement: Hydraulique

eur: Mr MILOUDI

Ingénieur: OULARBI et MOKHTARI

صلحة ..
و جه
لمهندس

- الموضوع : دراسة خطوط السطوح المائية على نموذج مصغر

- الملخص : موضوع هذه الأطروحة هو دراسة الجيريان عبر قناة مصغرة مستطيلة ال
مصنوعة من الزجاج الوقائي ،
الهدف من هذه الدراسة هو مقارنة خطوط سطح الماء بالطريقة الكلاسيكية
الهيدرو ديناميكية البيانية ،

et: Etude des courbes de Remous dans un modéle réduit

ué: La présente thése a pour but l'étude d'un ecoulement bidimensionnel dans un canal
modéle réduit à section rectangulaire réalisé en plexiglas.
bjet de cette étude est la comparaison des courbes de Remous par les méthodes,
assique et hydrodynamique graphique.

ject: The study of surfaces water cuves on small model.

tract: The subject of this project is the study of the similarity of the flow trough
plexiglass model of rectangular channel.
is project contains a comparizen study of surfaces water curves by classical method
d the graphical - hydrodynamical methods.

()+()+()+() E D I C A C E S ()+()+()+()

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

En signe de respect et de reconaissance,je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de mon pére pour son sacrifice à mon égard.

A ma mére pour sa profonde tendresse.

A mes fréres, Sœur unique.

A mon cher oncle, Cousins et cousines.

A mes amis exeptionnellement RACHID ...!

_=_=_= M O H A M E D _=_=_=
OOOOOOOOOOOOO

()+()+()+() /7/ E D I C A C E S ()+()+()+()

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste mémoire au signe de reconaissance et de respect.

A mes chers parents,Oncles et tantes.

A mes fréres et sœurs, Cousins et cousines.

A tous mes amis

_±_=_= A L I _=_=_=
OOOOOOOOOO

REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Nous tenons à remercier humblement ,notre promotteur
MOULOUDI pour la collaboration qu'il nous a apporté et du
ement dont il nous a fait preuve.
y joignons aussi nos remerciements à Mr UTRYSKU professeur
E N P, pour son précieux concours,ainsi qu'à Mr KHETTAB chef
partement Hydraulique à L'E N P.

Enfin nos remerciementsvont équalement à tous les
sseurs qui ont contribué à notre formation.

TABLE DES MATIERES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

A - INTRODUCTION

- Notions et définitions des écoulements dans les caneaux à ciel ouvert.

B - GENERALITES

- Différents types de mouvements
- Distribution des pressions (pression hydraustatique)
- Pertes de charges en régime graduellement varié
- Energie Spécifique
  - courbe h (Q)
  - courbe E (h)
- Regime critique
  - définition de la hauteur critique
  - définition de la vitesse critique
  - définition de la pente critique

C - ETUDE GENERALE DES MOUVEMENTS GRADUELLEMENTS VARIES

D - EQUATION DIFFERENTIELLE DES MOUVEMENTS GRADUELLEMENT VARIES

E - CLASSIFICATION ET INTERPRETATION DES COURBES DE REMOUS

F - DIFFERENTES METHODES DE CALCUL DES COURBES DE REMOUS

- Méthode de graphique.
  - méthode tronçon par tronçon
  - méthode
- Méthode classique
  (méthode de bress)

G - [illegible] (SIMILITUDE)

H - [illegible] (CANAUX [illegible])

G - INTRODUCTION AUX ESSAIS SUR MODELES REDUITS (SIMILITUDE)

H - DEBIMETRE A SEGMENT (CALCUL DES DEBITS)

I - TABLEAUX DE CALCULS

J - CONCLUSION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOULEMENTS DANS LES CANAUX.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION :

On appelle canal un conduit allongé dans lequel l'eau circule en presentant une surface libre, c'est à dire une surface en contact avec l'atmosphère. Un canal est découvert lorsque ses parois ne se rejoignent pas au dessus du liquide, il en est ainsi pour les canaux artificiels construits au ras du sol et pour les cours d'eau naturels, dans le cas contraire un canal est ouvert ou fermé; conduits souterrains partiellement pleins; tels les aqueducs, les drains, les égouts sont des canaux ouverts.

Un canal est uniforme lorsque son lit conserve même nature physique et géometrique d'une section à une autre. Dans ce cas, direction, section transversale, pente longitudinale et rugosité du lit gardent une même valeur le long de l'ouvrage. Toute modification subie par l'un des parametres précedemment cités constitue une singularité et rend le canal non uniforme.

Un des traits essentiels de l'hydraulique des canaux lié à la présence d'une surface libre à la partie supérieure du liquide est la déformabilité de celle-çi la section transversale du courant en un point n'est pas necessairement invariable, mais dépend des conditions de l'écoulement. La forme de cette surface libre est à priori inconnue et son étude constitue l'un des problèmes principaux posés par les canaux et fera l'objet de notre thèse de fin d'études.

Le probleme du mouvement d'un liquide dans les canaux découverts est en éffet beaucoup plus complexe que celui de l'écoulement en charge. Si dans une conduite en charge la section occupée par le courant est parfaitement définie en tout point par les dimensions de l'ouvrage, il n'en est pas de même pour les canaux, où la ligne d'eau évolue d'une manière inconnue et dont les calculs dans diverses circonstances du mouvement varié, deviennent parfois particulièrement délicats. Cette déformation de la surface libre peut d'ailleurs donner naissance à des phénomènes tels que; ressaut ou chute brusque dont on ne trouve pas l'équivalent dans les conduites

GENERALITES :

Les différents types de mouvements.

- Mouvement permanent : Un mouvement est dit permanent lorsque les caractéristiques hydrauliques telles que: hauteur, section mouillée, préssion, débit etc..., ainsi que la vitesse ne varient pas dans le temps. Tous ces paramètres peuvent dépendre des coordonnées du point ou de la section considérée, mais ils sont indépendants du temps. Les chemins parcourus par les particules liquides sont alors des trajectoires fixes. Dans ce cas, le débit conserve la même valeur, on dit qu'il y a continuité du débit.

- Mouvement non-permanent : Un mouvement est dit non permanent lorsque la vitesse en un point donné varie avec le temps, il en est de même pour le débit et les divers paramètres caractéristiques du mouvement dépendant à la fois des coordonnées du point considéré et du temps.

- Mouvement uniforme : Un mouvement est dit uniforme lorsque les vitesses sont paralèlles entre elles et constantes le long d'une même trajectoire. Elles peuvent cependant différer d'une trajectoire à une autre. Les trajectoires sont rectilignes et paralèlles à la ligne d'eau qui reste paralèlle au lit. Aussi la pente de la surface libre est égale à la pente du lit. La profondeur reste invariable pour un débit considéré et tous les élements caractérisant l'écoulement : préssion, section, pente, débit,et vitesse restent identiques d'une section à une autre. Quand le

Quand les trajectoires ne sont plus paralelles entre elles, on dit que le mouvement devient varié. Ce dernier est caractérisé par une différence entre la pente de la surface libre et celle du fond, ainsi que les caractéristiques de l'écoulement qui différent d'une section à une autre.

On distingue dans le mouvement varié deux types :

- Mouvement graduellement varié : Il est caractérisé par un changement progressif de la vitesse et des caractéristiques hydrauliques d'une section à une autre.

- Mouvement brusquement varié : Il est caractérisé par une évolution rapide et parfois discontinue des caractéristiques du mouvement. Ce type de mouvement se manifeste principalement au voisinage d'une singularité telle que : barrage, vanne de fond, ressaut, chute brusque, contraction. Il occupe en général une zone relativement courte, par contre les mouvements graduellement variés s'étendent sur des distances importantes et conduisent aux formes de la surface libre.

Pression hydrostatique :

La répartition des préssions dans un liquide est dite hydrostatiqu lorsque la différence des préssions entre deux points de ce liquide est égale au poids d'une colonne liquide verticale ayant pour section droite limité de surface et pour hauteur la différence des côtes verticales des deux points. C'est notamment le cas pour un liquide homogene au repos.

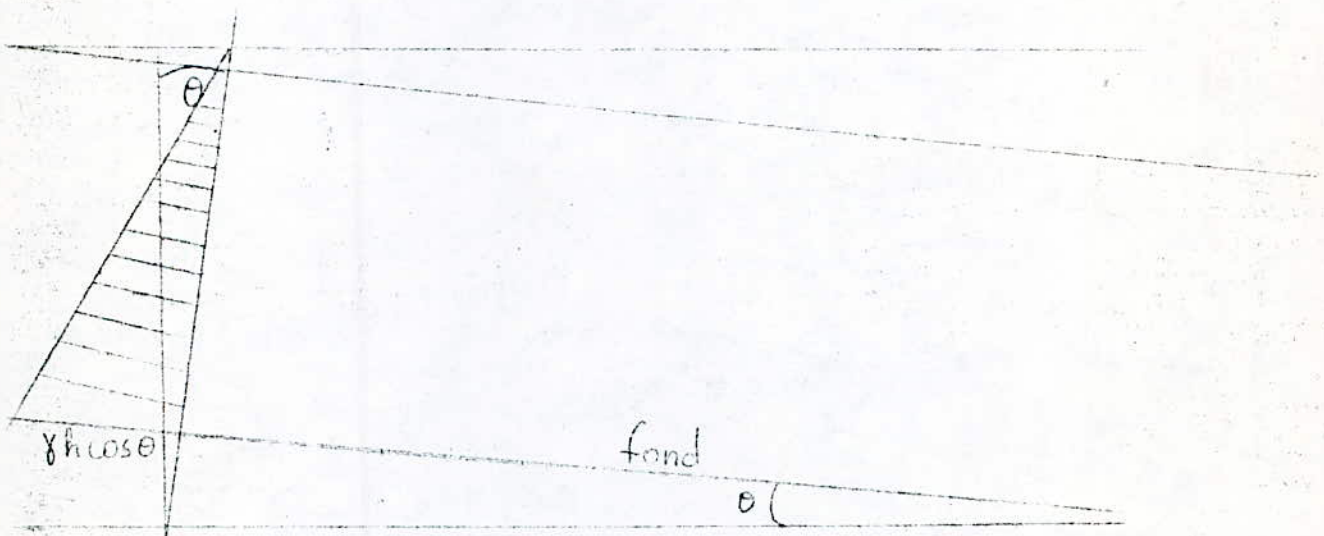
Distribution des préssions : En regime uniforme la pression à la profondeur h s'écrit : $p = \varpi . h . \cos\theta$

θ angle du fond du canal avec l'horizontal.

Pour $h = o$ $p = o$ ce qui correspond à la coincidence de la ligne piezometrique relative avec la surface libre.

En général $\theta \simeq 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$ on obtient $p = \varpi . h$ expression generalement utilisée.

Si le fond est concave ou convexe, le régime n'est plus uniforme un accroissement ou une diminution des préssions ce fait observer par suite de la force centrifuge provoquée par les courbure des filets liquides.



$I = \sin\theta = tg\theta$ pente du fond

i : pente d'energie par unité de poids et par unité de longueur

J = pente de la Surface libre

En Regime uniforme $I = J = i$

- Pertes de charge en regime graduellement varié :

Soit un canal uniforme tres long descendant véhiculant un débit Q , sauf aux extrémités le régime est partout uniforme. La profondeur y est normale hn , et la surface libre occupe le niveau normal distant de hn du fond et paralelle à celui-çi. Enfin la perte de charge unitaire J est partout égale à la pente du fond I, dans ce cas les formules de Manning $V = \frac{R^{2/3} \times I^{1/2}}{n}$ et $Q = V \times S$ associées donnent

$$Q = \frac{1}{n} \times Rn^{2/3} \times Sn \times I^{1/2}$$

Rn : rayon hydraulique

Sn : section mouillée

Rn et Sn correspondant au régime uniforme ou normal.

Supposons que l'on rende le régime graduellement varié en disposant au loin d'un barrage ou vanne de fond, en maintenant le débit, ce qui est possible par un réglage. La surface libre occupe une position différente de celle initiale et la perte de charge J varie d'une section à une autre, en différant de la pente du fond I .

Dans ce courant graduellement varié considérons une section mouillée quelconque S de profondeur h et conparons la perte de charge J de cette section là la pente du fond. Nous admettons que J est assimilable à la perte de charge que donnerait dans la section considérée un régime uniforme de même profondeur h et de même vitesse (ou du même débit Q)

$$U = C\sqrt{R.J} \quad \text{avec} \quad C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

$$Q = \frac{1}{n} R^{1/6} R^{1/2} J^{1/2} S = \frac{1}{n} R^{n\,1/6}$$

$$Q = \frac{1}{n} . R^{1/6} . R^{1/2} . J^{1/2} . S = \frac{1}{n} . R^{2/3} . J^{1/2} . S$$

R : rayon moyen, S : section mouillée (pour h considérée)

Cette dernière relation permet de calculée la perte de charge unitaire d'un régime graduellement varié de débit Q dans une section quelconque de rayon moyen R et de section S

$$J = \frac{n^2 \times Q^2}{R^{4/3} \times S^2}$$

Comparons avec $Q = \frac{1}{n} . Rn^{2/3} . I^{\frac{1}{2}} . Sn$

$$\frac{J}{I} = \left(\frac{Rn}{R}\right)^{4/3} \cdot \left(\frac{Sn}{S}\right)^2$$

Le rapport entre J et I dépend éssentiellement du rapport entre les profondeurs normale du régime uniforme et celle du régime graduellement varié de même débit dans la section considérée. Comme le rayon moyen et la section mouillée sont des fonctions croissantes de la profondeur (au moins pour les sections rectangulaires ou évasées vers le haut), elle permet d'écrire :

Régime graduellement varié : Si $h > hn \Rightarrow J < I$

Si $h < hn \Rightarrow J > I$

Régime uniforme : $h = hn$ $J = I$

Ces résultats montrent que le regime uniforme fictif de profondeur hn et de niveau normal Nn auquel on assimile le régime graduellement varié en vue du calcul de sa perte de charge unitaire differe du régime uniforme qui existerait dans le canal pour le débit Q considéré, et dont la profondeur serait hn. Ce régime fictif est celui qui existerait pour ce débit si la pente du canal I = J

Energie spécifique et régime critique :

Deux notions jouent un rôle fondamental dans l'étude des écoulements variés en canal découvert.

Ces deux notions sont l'énérgie spécifique et le régime critique. Elles permettent en effet de classér les types de mouvements liquides, d'analyser leurs mécanismes et de déterminer l'allure generale de la ligne d'eau ainsi que celle de la ligne d'énérgie. Ellesseront établies pour une section quelconque. Nous resonnerons pour un courant rectiligne et paralelle ou quasi-tel avec un écoulement en bloc.

L'énergie spécifique (ou énergie interne) dans une section mouillée de forme quelconque est la valeur moyenne de l'énergie des particules de cette section par unité de poids liquide rapporté à l'axe horizontalx passant par le point le plus bas de celle-çi. Cette énergie est donc, la charge du liquide que l'on refère à un axe horizontal dont la côte varie d'une section à une autre, au lieu de rapporter à un plan horizontal fixe et commun à toutes les sections.

Il est constaté que le mode opératoire introduit dans l'étude des mouvements varies de remarquables sinplifications; on designera par E l'énergie spécifique comme la charge et sera exprimée en hauteur de liquide.

Considérons une section transversale S, et désigons par U la vitesse moyen dans cette section, h hauteur maximale, $I = tg i$ pente du fond du canal.

Par définition l'énergie spécifique dans la section sera :

$E = h\cos i + \alpha \frac{U^2}{2g}$

La pente est faible donc $\cos i = 1$ aussi on fera l'approximation $\alpha = 1$, l'expression approchée de l'énergie spécifique :

$E = h + \frac{U^2}{2.g}$ avec $U = \frac{Q}{S}$

$$E = h + \frac{Q^2}{S^2 \times 2g}$$

Zf côte du point le plus bas de la section considérée

H l'énergie totale dans cette section

$$H = E + Zf$$

L'énergie spécifique représente donc la distance verticale de la ligne d'énergie au point le plus bas de la section

S est fonction de h

$$f(E,h,Q) = 0$$

On remarque que la hauteur représentant l'énergie spécifique mesure la distance verticale qui sépare le fond du canal et la ligne d'énergie. Si le contaunrde la section est donnée

$$S = f(h), \qquad E = f(Q,h)$$

Entre ces trois grandeurs fondamentales E, Q, h la relation est donnée $E = f(Q,h)$. Elle nous permet d'étudier l'effet sur la profondeur des variations de Q ou de E en examinant :

1) Comment varie h avec Q et E étant constant
2) Comment varie h avec E et Q étant constant.

Cette étude sera faite en projetant les lignes de niveau $E = f(Q,h)$ sur les plans de coordonnées. Nous la limiterons aux sections de formes rectangulaires. Ses conclusions sont indépendantes de la pente et de la nature du lit, une fois données deux des trois grandeurs Q,E,h

- Courbes des débits ou d'égales énergie spécifique.

tracer la loi h (Q) pour E constante.

La courbe représentative des valeurs positives à un sommet en C2, lersque E varie on obtient une famille de courbes s'emboitant les unes dans les autres de manière à ce que le sommet C1 s'éloigne de l'origine.

La courbe tracée montre qu'il y a deux profondeurs ha et hb correspondant à la même énergie pour un débit donné, si ce débit augmente les profondeurs tendent l'une vers l'autre et pour un debit Q =Qmax elles se confondent au point hc.

Si ce débit est supérieur à Qmax il n'y à plus de solution et l'on conclut que le mouvement n'est plus possible pour l'énergie spécifique considérée.

L'équation $E = h + \frac{Q^2}{2gS^2}$ s'écrit

$(E - h)\ 2gS^2 = Q^2$

ce qui montre que Q est nul pour $S = o$ c'est à dire que $h = o$ et $h = E$.

La valeur maximale du debit Q s'obtiendra en annulant la dérivée de $\frac{Q^2}{2g}$ par rapport à la hauteur h.

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{Q^2}{2g}\right) = \frac{d}{dh}\left(S^2(E-h)\right) = 0$$

$$2S\frac{dS}{dh}(E-h) - S^2 = 0$$

par ailleurs $\frac{dS}{dh} = L$ largeur du plan d'eau ou enfin $\frac{Q^2 L}{gS^3} = 1$

Courbe E (h) pour debit Q constant :

l'expression $E = h + \frac{Q^2}{2gS^2}$ montre que pour le debit Q constant la courbe E (h) présente deux branches asymptotiques :

- à la première bissectrice E = h (pour $h \to 0, S \to \infty, E \to h$)
- à l'axe des ordonnées E (pour $h \to 0, S \to 0, E \to \infty$)

la courbe présente un minimum au point C qui correspond à :

$$\frac{dE}{dh} = \frac{dh}{dh} + \frac{d}{dh}\left(\frac{Q^2}{S^2 2g}\right) = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{d}{dh}\left(\frac{1}{S^2}\right)\right]$$

$$\frac{d}{dh}\left(\frac{1}{S^2}\right) = -\frac{2S}{S^4}\frac{dS}{dh} = -\frac{2}{S^3}\frac{dS}{dh} \quad \text{par ailleurs} \quad \frac{dS}{dh} = L$$

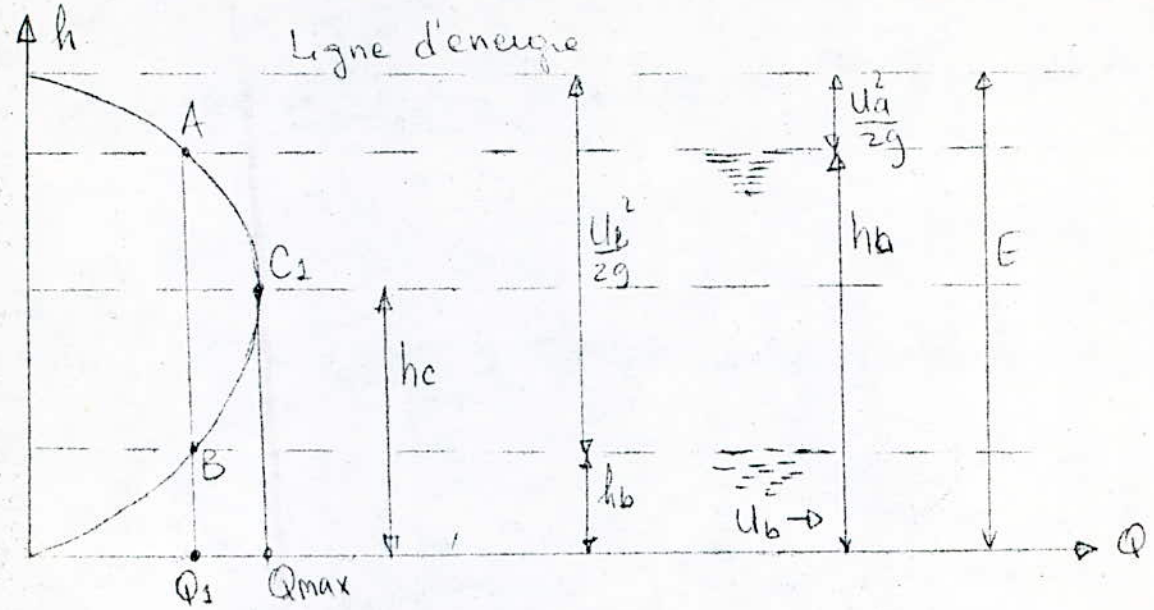
$$\frac{dS}{dh} = 1 - \frac{2}{S^3}\frac{Q^2}{2g}\frac{dS}{dh} = 0$$

$$1 - \frac{2}{S^3}\cdot\frac{Q^2}{2g}L = 0 \Rightarrow \frac{Q^2 L}{gS^3} = 1$$

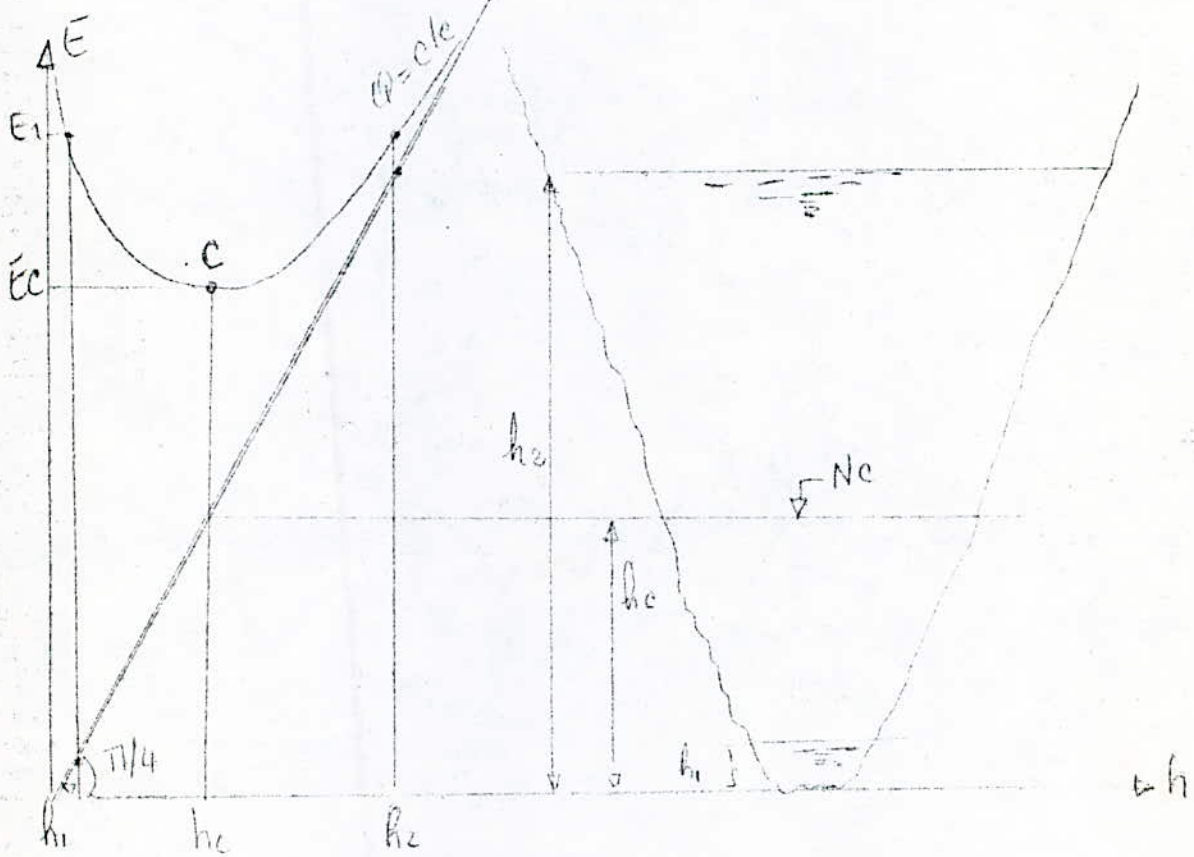
Cette expression est la condition de criticité.

L'abcisse du point C est donc la profondeur critique hc.

La courbe E (h) montre que pour une énergie spécifique E1 il éxiste deux profondeurs h1 et h2 correspondant au même debit. Si E1 décroit ces hauteurs tendent l'une vers l'autre et deviennent égales à h. Lorsque l'énergie spécifique prend sa valeur minimale pour le debit considéré, cette énergie spécifique devient critique et notée Ec.



Courbe h(Q) pour E = Cte



Courbe E(h) à debit Q Constant

Régime et élements critiques :

- Hauteur critique : la profondeur critique d'un canal désignée par hc est la profondeur pour laquelle :
  - le debit est maximum pour une energie spécifique donnée.
  - l'energie spécifique est minimum pour un débit donné.

  A cette profondeur correspond un régime critique dans lequel la surface libre occupe un niveau critique Nc.

- Vitesse critique : désignée par Vc, c'est la vitesse dans la section lorsque la profondeur est critique. Autrement dit c'est la vitesse de propagation d'une onde dans une eau au repos de profondeur hc. Au régime critique la différence de l'energie spécifique est nulle. Cette energie est minimale.

$$dE = dh + \frac{du^2}{2g} = 0$$

Au voisinage du niveau critique la variation de l'energie cinetique est égale en valeur absolue à la variation de la profondeur, il y a donc compensation entres ces deux grandeurs.
On ne doit pas confondre ce régime critique qui caractérise un état de compensation entre l'energie de pression et l'energie de la vitesse dans la section considérée avec le nombre de Reynolds limite qui marque la transition entre le régime turbulent et le régime laminaire.

formule de régime critique : Pour une formeiquelconque, la relation caractéristique du régime critique à été établie pour un débit maximale et une énergie donnée ou E est minimum pour Q donné :

$$\frac{Q^2 \cdot L}{g S^3} = 1$$

Dans un canal donné de forme donnée la hauteur critique ne dépend que du débit:

$$Q = \sqrt{\frac{g S^3}{L}}$$

Si on remplace dans l'expression $\frac{Q^2 L}{S^3 g}$

Q par $S.Uc$ et S/L par hmc (hauteur moyenne critique)

il vient $h_{mc} S^2 = \frac{Uc^2 S^2}{g} \Rightarrow h_{mc} = \frac{Uc^2}{g}$

cette expression montre qu'au regime critique l'energie cinetique $\frac{Uc^2}{2g}$ est égale à la moitié de la hauteur moyenne.

Reprenons l'expression $E = h + \frac{U^2}{2g}$

sa valeur Ec lorsque le regime critique est atteint est l'energie spécifique critique.

$Ec = hc + \frac{Uc^2}{2g}$ $\qquad Ec = hc + \frac{hmc}{2}$

Pour une section rectangulaire où $S = Lxh$ et $h = hm$, q debit unitaire $= \frac{Q}{L}$

La relation $\frac{Q^2 \times L}{g \cdot S^3} = 1$ devient

$q^2 \times L^2 = \frac{gxL^3 \times hc^3}{L} \Rightarrow q^2 = g \times hc^3$

$hc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$

de la relation $hmc = \frac{Uc^2}{g}$ on aura $hc = \frac{Uc^2}{g}$

et de la relation $Ec = hc + \frac{hmc}{2}$ on aura $Ec = \frac{3}{2} hc$

Si $h < hc$ la vitesse moyenne $U > Uc$ vitesse critique soit $U > gxhc > \sqrt{g \cdot h}$ par consequent le nombre de Froude $\frac{U}{\sqrt{gh}}$ est superieur à 1. Les ondes superficielles dont la vitesse $\sqrt{gh}$ est inferieure à la vitesse U ne peuvent remonter vers l'amont donc $\frac{\partial E}{\partial h} < 0$ le régime d'écoulement considéré est dit torrentiel.

Si $h > hc \rightarrow U < Uc$ soit $U < \sqrt{ghc} < \sqrt{gh}$ le nombre de Froude est inférieur à 1

$\frac{\partial E}{\partial h} > 0$ le régime d'écoulement est dit fluvial.

Si $h = hc$ on est au cas limite ou :

$U = Uc = \sqrt{g \times hc}$ et $Fr = \frac{Uc}{\sqrt{gxhc}} = 1$

Le regime établi est dit critique.

Pente critique :

Considerons un canal de section constante et de pente variable véhiculant un débit constant.

hc est constante puisqu'elle ne depend que du debit, mais la hauteur normale hn qui correspond à un regime uniforme pour le debit Q considéré ne dépenara que de la pente et du débit va varier inversement à la pente du fond I . Pour une valeur de hn égale à hc la valeur de pente I qui y correspond est appelée pente critique pour un debit considerè Q : $I > Ic$ on a $hn < hc$

$I < Ic$ on a $hn > hc$

La pente critique d'un canal uniforme pour un debit donné est donc la pente que devrait prendre ce canal pour que la profondeur normale du courant soit égale à la profondeur critique, c'est à dire pour

que le regime y soit a la fois uniforme et critique.
Pour calculer Ic on associera la relation du regime uniforme

$$Q = U.S = S\,C\sqrt{RI}$$

et celle du regime critique. $\frac{Q^2 L}{g S^3} = 1$

En éliminant Q entre ces deux relations on obtiendra la hauteur :

- Section quelconque :

$$Q^2 = S^2 C^2 R I \quad \text{et} \quad Q^2 = \frac{g S^3}{L} \Rightarrow$$

$$S^2 C^2 R I = \frac{g . S^3}{L} \quad \text{et} \quad C^2 R . I = \frac{g S}{L}$$

$$Ic = \frac{g S}{L C^2 R} = \frac{b\ S . g}{L R} = \frac{b\ hm . g}{R} \quad \text{avec} \quad b = \frac{1}{C^2}$$

$$\text{et} \quad hm = \frac{S}{L}$$

Les elements figurant dans l'équation : b, C, R, S, hm sont critiques du canal, c'est à dire calculéss à partir de la hauteur critique hc.

- Section rectangulaire :

$$S = L \times h \qquad Ic = \frac{b x g x h}{R}$$

au cas ou L tres grande par rapport à h on aura $R = \frac{S}{B} = \frac{Lxh}{L+2h} = h$

donc $Ic = b x g$

Ic peut s'exprimer en fonction du debit et de la rugosité.
calculons C par la formule de Manning :

$$C = \frac{R}{n} \quad \text{avec} \quad R = h = hc$$

$$\text{donc} \quad Ic = \frac{g x hc}{C x R} = \frac{g x n^2}{R^{1/3}} = \frac{g x n^2}{hc^{1/3}} = g^{\frac{10}{3}} \frac{n^2}{q^{2/3}} = 12{,}65 \frac{n^2}{q^{2/3}}$$

La pente critique d'un tel canal est fonction croissante de la rugosité n et du debit q

Le nombre de Froude

C'est un parametre sans dimension qui traduit l'influence de la pesanteur.

$Fr = \frac{U^2}{gxh}$ expression appelée coefficient cinetique et represente le double du rapport : $\frac{\text{Energie cinetique}}{\text{Energie potentielle}}$ de l'écoulement, soit de la double du rapport de la charge cinetique $\frac{U}{2.g}$ et la charge potentielle h. Il traduit une mesure de la rapidité ou tranquillité.

La charge spécifique par rapport au fond s'écrit :

$$H = h\ (1 + \frac{Fr}{2})$$

Dans un canal réctangulaire le régime critique est défini par :

$Fr = 1$ ce qui donne $Hc = 1,5\ hc$.

En régime fluvial Fr est inférieur à 1 est l'ont à H inférieur à 1,5 h

En régime torrentiel Fr est supérieur à 1 est H supérieur à 1,5 h

Si on remplace la profondeur h par la profondeur moyenne hm on aura $Fr = \frac{U^2}{g.hm}$

Quelque soit la forme du canal on peut généraliser les considérations précédantes :

Si Fr supérieur à 1 le régime est torrentiel

Si Fr est inférieur à 1 le régime étant fluvial.

Si Fr est égal à 1 le régime étant critique.

de generale des mouvements graduellement vériés.

mouvement graduellement varié est par définition un mouvement les paramètres hydrauliques varient progréssivement le long du courant. La courbe représentant la ligne d'eau d'un tel mouvement appelée courbe de remous. Le remous en un point est la différence h - hn entre la profondeur du courant et la profondeur normale régime uniforme pour le débit considéré.

la hauteur h croit dans le sens de l'écoulement $\frac{\partial h}{\partial s} > 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial s} < 0$ à affaire a un écoulement graduellement retarder et un remous xhaussement.

la hauteur h décroit dans le sens de l'écoulement $\frac{\partial h}{\partial s} < 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial s} > 0$ à affaire a un écoulement graduellement accéléré et un remous baissement.

pothèses :

anal suffisamment long pour que le mouvement graduellement varié uisse s'y établir.

ous nous limitons au cas où l'axe du canal se projette sur le lan horizontal suivant une droite.

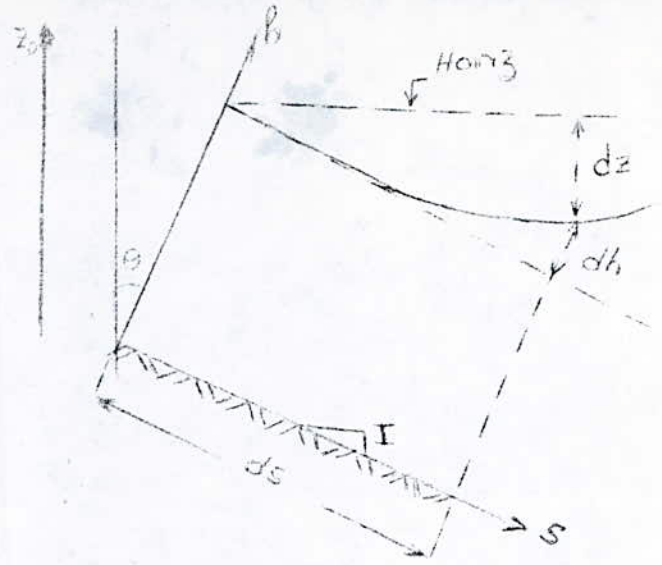
ourant rectiligne et paralèlle, les composantes verticales des itesses sont négligeables par rapport à la composante horizontales e liquide s'écoule en bloc, c'est à dire que dans n'importe quelle ection toutes les vitesses sont supposées égales à la vitesse oyenne U dans cette section.

a pente du lit (I = tgi) suffisamment faible pour admettre osi = I et sini = tgi = I

ation différentielle du mouvement graduellement varié.

étude de la ligne d'eau du mouvement graduellement varié se fera partir de l'équation différentielle de cette ligne, équation qu'il nviendra d'abord établi.

quation de la ligne d'eau sera établie pour un canal de pente I nnée et de debit Q donné, à partir de cette équation on étu- era l'évolution de la forme de la ligne d'eau lorsque I varie et restant constant; enfin on examinera l'influence simultannée de I de Q sur le caractère de l'écoulement. Nous aborderons par la ite les méthodes de calculx de cette surface.



Sur le trajet ds, z varie de dz et h de dh, la pente de la surfac libre rapportée à l'horizontal est comptée positive si la surface libre descend dans le sens du courant

$i = -\frac{dz}{ds}$ la pente du fond étant supposée faible :

$dz = -Ids + dh = -ids$ (1)

L'équation de Bernoulli appliquée entre deux sections 1 et 2

$\frac{U_1^2}{2g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + z_2 + \int_1^2 J\,ds$ sa différentielle donne

$d\left(\frac{U^2}{2g}\right) + dz + J\,ds = 0 \Rightarrow -dz = d\left(\frac{U^2}{2g}\right) + J\,ds$ (2)

de (1) et (2) $\Rightarrow I\,ds - dh = J\,ds + d\left(\frac{Q^2}{2g\,S^2}\right)$

$I\,ds - J\,ds = dh + d\left(\frac{Q^2}{2g}\cdot\frac{1}{S^2}\right)$

$(I-J)\frac{ds}{dh} = 1 + \frac{d}{dh}\left(\frac{Q^2}{2g\,S^2}\right)$

$(I-J)\frac{ds}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\frac{d}{dh}\left(\frac{1}{S^2}\right)$; $\frac{d}{dh}\left(\frac{1}{S^2}\right) = -\frac{2}{S^3}\frac{dS}{dh}$

$\frac{dS}{dh} = L$ largeur superficielle de l'eau

$(I-J)\frac{ds}{dh_c} = 1 - \frac{Q^2}{2g}\cdot\frac{2L}{S^2} \Rightarrow$

$\frac{dh}{ds} = \frac{I-J}{1-\frac{Q^2L}{gS^3}} = I\cdot\frac{1-J/I}{1-\frac{Q^2L}{gS^3}}$

Dans cette expréssion $\frac{dh}{ds}$ est la pente de la surface libre rapportée au fond elle est positive si h croit est négative dans le cas contraire, h étant compteé positive vers le haut.

I et Q sont constantes, S, L, J, dépendent de h

$$J = \frac{bu^2}{R} = \frac{b}{R}\,\frac{Q^2}{S^2}$$

L'équation est donc l'équation différentielles ds = f (h) dh de la ligne d'eau en mouvement graduellement varié pour un écoulement en régime permanent à filets paralelles se déplaçant en bloc en canal uniforme de faible pente.

Dans le second membre le numérateur s'annule pour I = J où h = hn c'est à dire en régime uniforme, il est positif pour I superieur à J, et négatif pour I inferieur à J.

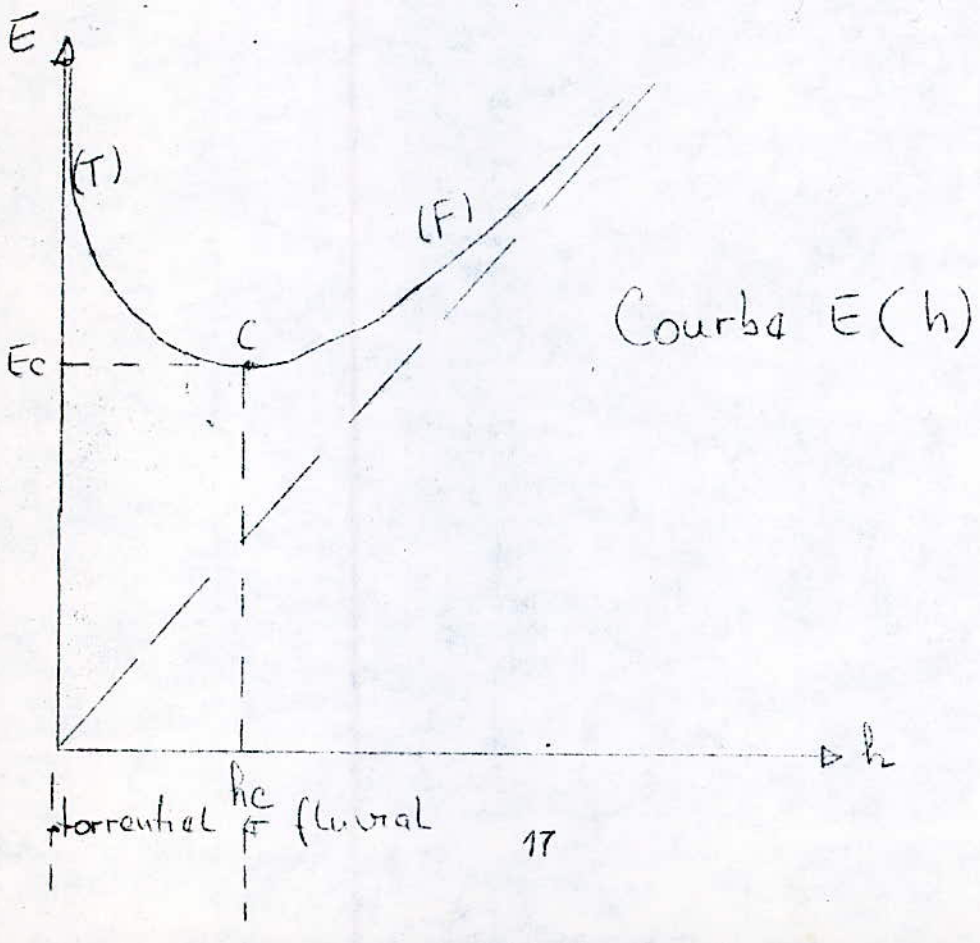
Le dénominateur n'est autre que : $\frac{\partial E}{\partial h} = 1 - \frac{Q^2 L}{S^2 g}$

$\frac{\partial E}{\partial h} = 0$ pour h = hc en régime critique

pour

$\frac{\partial E}{\partial h} > 0$ pour h > hc en régime fluvial

$\frac{\partial E}{\partial h} < 0$ pour h < hc en régime torrentiel.



Classification des courbes de remous.

Canal descendant $I > 0$ { F pour $I < Ic$ cours d'eau est un fleuve
T Pour $I > Ic$ le cours d'eau est un torrent
C pour $I = Ic$

Canal horizontal $I = 0$ classe de type H
Canal ascendant $I < 0$ classe de type A

A l'intérieur de chaque classe en distinguera trois zones, la région susceptible d'être occupée par la ligne d'eau allant de la surface désignée par (1) vers le fond désignée par (3).
La région 1 sera celle située au dessus du niveau normale Nn et du niveau critique Nc, la région(2) située entre Nc et Nn, la région (3) au dessous .
En somme la classe de ligne d'eau (F,T,C,A,H) dépend du caractère du cours d'eau et la zone dépend des grandeur H,hc et hn c'est à dire du régime.
Cette étude est une application du problème clasique du tracé de la courbe représentative d'une fonction connaissant le signe de sa dérivée et les conditions aux limites.
1er Cas. Canal descendant $I > 0$
L'alluré générale de la ligne d'eau est fonction des valeurs de I et Ic du canal pour le débit considéré.

I/ $I < Ic$ classe F

En partant du fond on trouve le niveau critique Nc puis le niveau normale Nn. Ic $\not>$ I entraine hc $<$ hn on peut distinguer trois cas.

a) $h > hn > hc$ region 1, $I > J$; $\frac{dh}{ds} > 0$

lorsque $h \longrightarrow hn$; $I \longrightarrow J$ et $\frac{dh}{ds} > 0$

Cela signifie que la courbe F1 se raccorde asymptotiquement à l'amont du niveau normal.
Lorsque $h \longrightarrow \infty \Rightarrow \frac{dh}{ds} \longrightarrow I$ ce qui signifie que la ligne d'eau tend vers l'horizontale lorsque la profondeur croit indefiniment :
comme $\frac{\partial E}{\partial h} > 0$ et $\frac{\partial h}{\partial s} > 0$ donc $\frac{\partial E}{\partial s} = \frac{\partial E}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} > 0$
la ligne d'énergie s'eleve par rapport au fond et tend à se

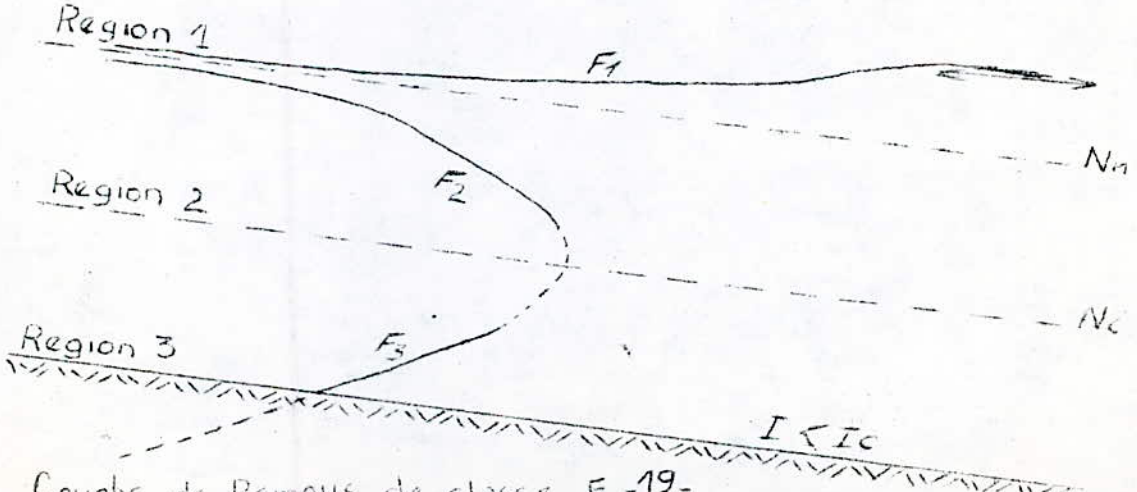
confondre avec la ligne d'eau horizontale lorsque $h \longrightarrow \infty$
la courbe F2 est une courbe de remous d'éxhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé qu'on rencontre à l'amont d'un barrage ou de piles de pont.

b) $hn > h > hc$ (région 2) ; $I < J$ $\quad \frac{dh}{ds} < 0$

lorsque $h \longrightarrow hn$; $I \longrightarrow J$ et $\frac{dh}{ds} \longrightarrow 0$ la courbe F2 se raccorde asymptotiquement à l'amont du niveau normal.
lorsque $h \longrightarrow hc$; $\frac{dh}{ds} \longrightarrow -\infty$ la ligne d'eau franchit le niveau critique suivant une direction perpendiculaire au fond. Dans cette région, les vitesses ne sont plus // entre elles et les hypothèses simplificatrices de bases sont en défaut.
$\frac{\partial E}{\partial h} > 0$ et $\frac{\partial h}{\partial s} < 0$ donc $\frac{\partial E}{\partial s} < 0$ la ligne d'énergie s'abaisse par rapport au fond l'énergie spécifique est minimale dans la section critique la courbe F2 est une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.

c) $hn > hc > h$; region 3 ; $I < J$ $\quad \frac{dh}{ds} > 0$ classe F

lorsque $h \longrightarrow hc$ $\frac{dh}{ds} \longrightarrow \infty$ franchissement du niveau critique
lorsque $h \longrightarrow 0$
lorsque $h \longrightarrow 0$ $\frac{dh}{ds} \longrightarrow \frac{-\infty}{-\infty}$ in ramene ; $\frac{dh}{ds}$ aux parties principales. $\frac{dh}{ds} = \frac{J}{\frac{Q^2 L}{g S^3}} = \frac{\frac{bu^2}{R}}{\frac{Q^2 L}{g S^3}} = \frac{b \partial B}{L} > 0$ la ligne d'eau coupe le fond du canal sous un angle fini. Dans cette region l'hypothèse du parallelisme des vitesses n'est plus valable.
Cette courbe F3 est une courbe de remous d'éxhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé.



. Courbe de Remous de classe F

I) $I > I_c$ classe T En partant du fond on trouve Nn , puis Nc $I > Ic$ entraine $hn < hc$

1er Cas : $h > hc > hn$ region 1 $I > J$, $\frac{dh}{ds} > o$

pour $h \to \infty \Rightarrow \frac{dh}{ds} \to I$ et pour $h \to hc$ $\frac{dh}{ds} \to \infty$

pour $h \to \infty$, $\frac{dh}{ds} \to I$ A son extrémité aval la ligne d'eau possède une

possede une asymptote horizontale lorsque h croit indéfiniment la ligne d'eau franchit le Nc quasi verticalement en ce qui concerne la limite $h \to hc$.

T1 est une courbe de remous d'éhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé. Ce type est rencontré dans les cours d'eau où la pente est supérieure à la pente critique, aussi qu'à l'amont des barrages ou des piles de pont.

Elle est souvent précedée d'un ressant.

b) $hn > h > hc$ region 2

$\frac{dh}{ds} < o$ numerateur positif, et dénominateur négatif.

Lorsque $h \to hc$; $\frac{dh}{ds} \to -\infty$

$h \to hn$; $\frac{dh}{ds} \to o$

T2 : c'est une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un mouvement graduellement accelerè?

On la rencontre dans les cours d'eau dont la pente est supérieure à la pente critique pat éxemple à l'aval d'une augmentation brusque de pente.

c) $hn > hc > h$ region 3.

$\frac{dh}{ds} > o$ numerateur et denominateur supérieur à o.

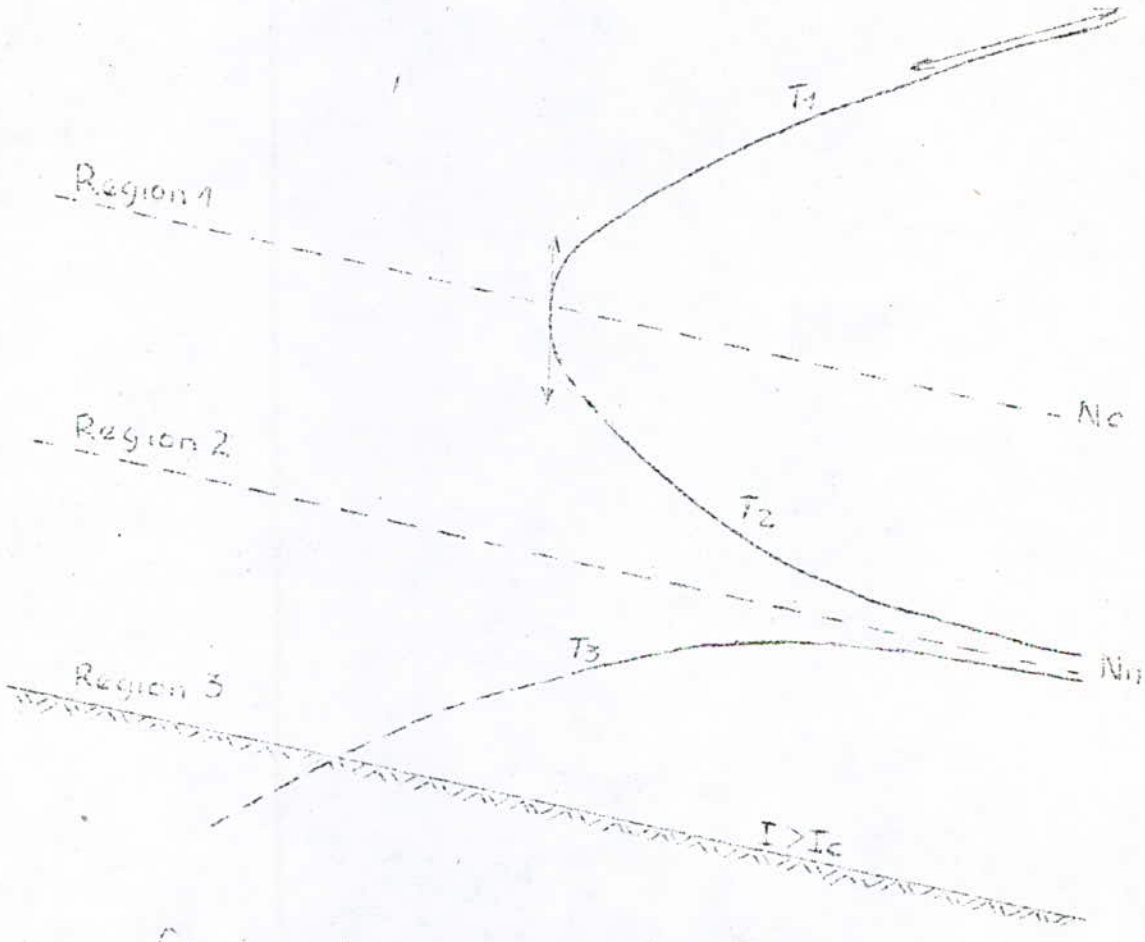
$h \to hn$; $\frac{dh}{ds} \to o$

pour $h \to o$ $\frac{dh}{ds} > o$ o

La ligne d'eau coupe le fond horizontal sous un angle non nul.

La ligne d'eau est représentée par T3. C'est une courbe de remous d'éxhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé.

On rencontre ce type en aval des vannes de fond denoyées dont la hauteur de levée a est inférieure à hn.



-Courbes de remous de la classe T

III - I = Ic classe C

Cette classe représente la limite commune des classes F et T avec disparition de la zone 2 puisque hn = hc il reste 2 cas à étudier.

a) h > hc = hn - region 1 -

$\frac{dh}{ds} = I$ la ligne d'eau est horizontale (courbe C1)

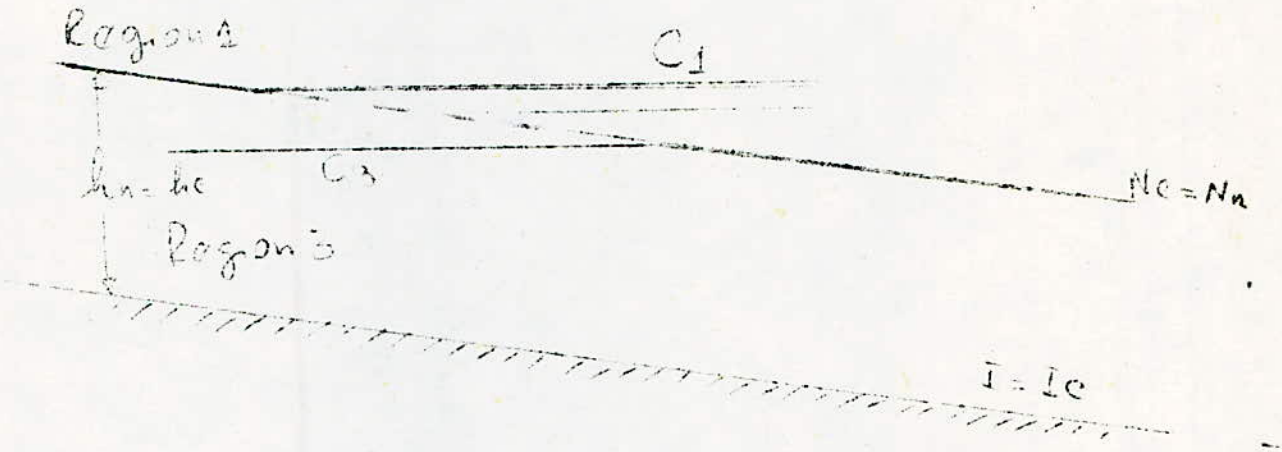
Ce remous d'éxhaussement se rencontre au raccordement d'un canal de pente critique et d'un bassin.

b) h < hc = hn - region 3 -

fréquent comme C1, dans le cas ou la largeur du cours d'eau est trés grande / à sa profondeur.

$\frac{dh}{ds} = I$ correspond à une droite horizontale C3.

le remous d'éxhaussement particulier se rencontre lors d'une réduction de pente aboutissant à la pente critique.



Courbes de remous de la Classe C

Canal horizontalx I = o classe 4

Dans ce cas hn = ∞ ; la profondeur critique ne dépend que du débit et est independante de la pente et reste toujours définie par la relation caractéristique du régime critique.

$\frac{Q^2 L}{g S^3} = 1$ il ne subsiste que les regions 2 et 3

a) h > hc - region 2 -

la courbe correspondante H2 est la limite de F2 lorsque I → o .

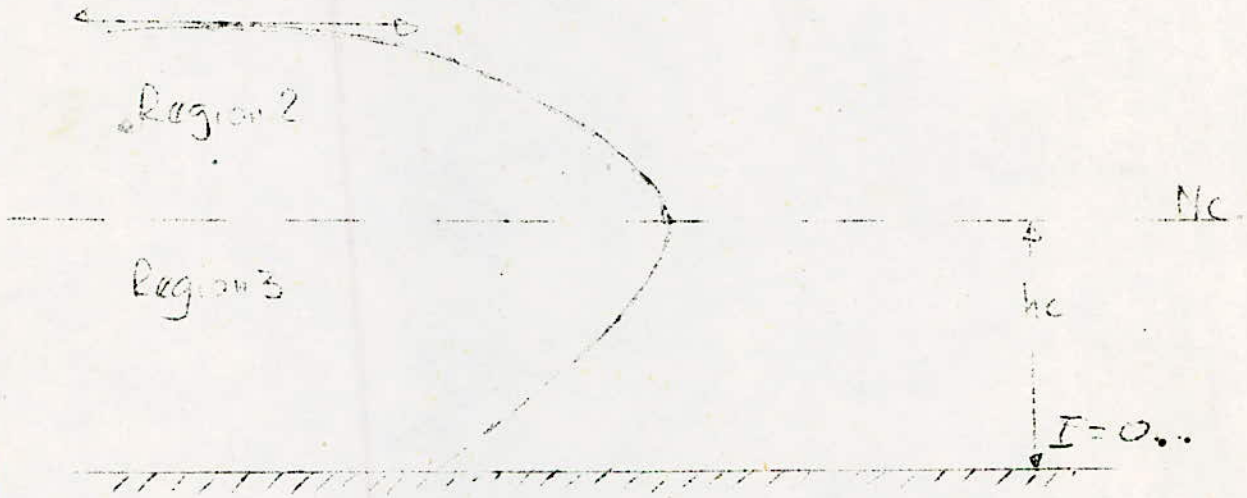
pour I = o $\frac{dh}{ds} = \frac{I - J}{\quad} = -\frac{J}{\quad}$ 22

$h \to \infty$; $J \to 0$ et $S \to \infty$ donc $\frac{dh}{ds} \to 0$

lorsque la profondeur augmente indéfiniment à l'amont la courbe admet une asymptote horizontale.
H2, est un remous d'abaissement correspondant à un mouvement graduellement accéléré, qu'on rencontre dans les canaux horizontaux.

b) $h < hc$ - region 3 -

la courbe H3 est la limite de F3 lorsque $I \to 0$.
Cette courbe de remous d'exhaussement correspond à un regime graduellement retardé.



Courbes de remous Classe H

Canal ascendant $I < 0$ classe A

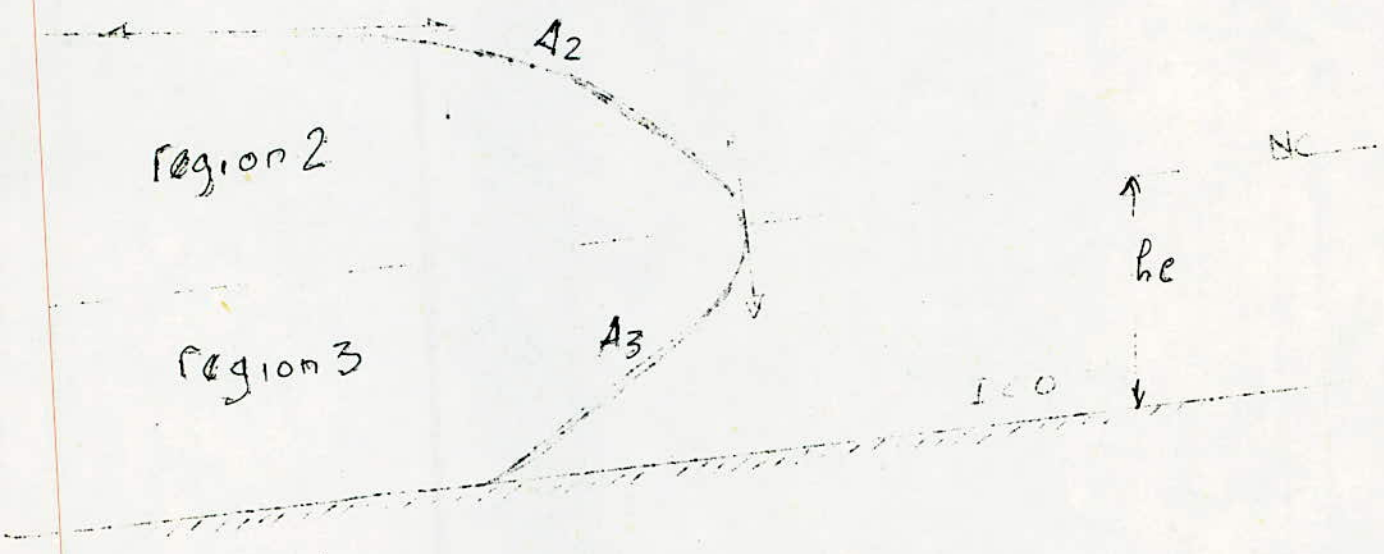
la hauteur normale n'éxiste pas mais hc reste définie par $\frac{Q^2 L}{g S^3} = 1$ Les régions qu'on distingue sont 2 et 3

a) $h > hc$ - région 2 -

A2 est une courbe d'abaissement correspondant à un régime graduellement accéléré.
lorsque h croit indéfiniment, elle est asymptotique à l'amont et coupe le niveau critique verticalement.

b) $h < hc$ - région 3 -

A3 traduit un remous d'éxhaussement correspondant à un régime graduellement retardé.



Courbes de remous classe A

Propriétés des courbes.

1- Quelque soit la pente du lit le regime est toujours retardé dans les régions 1 et 3 ($\frac{dh}{ds}$ o remous d'éxhaussement F1, F3, T1, T3, C1, C3, H3 et A3) et toujours accéléré dans la region 2 ($\frac{dh}{ds}$ o remous d'abaissement F2, T2, H2 et A2).

///)//) ETHODE DE GESA LAPRAY
(COURBES DE REMOUS)

NTRODUCTION .

Nous consacrons une partie de notre thèse pour 'étude des courbes de Remous par la méthode de la théorie de la ongueur flurodynamique dont Mr Geza LAPRAY est l'auteur.

De ce fait,nous allons devoir renvoyer et ce à lusieurs reprises le lecteur à l'exposé de Mr Geza LAPRAY sur la héorie de la longueur flurodynamique.

Cette théorie applicable aussi bien aux conduites ous pression qu'aux écoulements à surface libre.Par cette même héorie Mr LAPRAY a donné une analyse aussi complète que possible ux écoulements graduellements non uniforme,bidimensionnels et un anal rectangulaire.

Nous donnerons dans cette présente étude un aperçu ur les grandeurs,coefficients,et les paramètres bidimensionnels e conception de cette théorie tels que: λ , λ , a_0, Q_{ko}, h_f, h_x, M, W, L . Les avantages de cette méthode résident:

De l'utilisation des formules précises.

Par l'élimination de toute tentative et donne directement les ésultats moyennant les abaques de validité.

APPEL SUR LA THEORIE DE LA LONGUEUR FLURODYNAMIQUE.

Dans un écoulement permanent d'un fluide, passant par une conduite à profil constant, les éléments à considérer sont :

- Q : le débit volumique .
- JJ : Gradient de perte de charge .
- ε : la rugosité absolue de la conduite .
- a : une dimension linéaire arbitrairement choisie.

Ainsi on a respectivement :

$\xi = H/D$; $\xi = h/e$; I ÷ et

Paramètres de forme des sections

ξ - P . f . S . Circulaire

ξ - P . F . S . Parabollique

η - P . F . Trapèzoidale

ν - viscosité cinentique du fluide géliculé

I - cotg α

Les éléments énumérés ci dessus ne sont pas indépendants les uns des autres, ils sont liés entre eux par des relations régies par une loi physique qui peut être rapproché par des formules théoriques et empiriques usuels (DARCY - WEISSBACH - CHEZY -NIKURADSI)

Les formules de Darcy et de Chezy avec le diagramme de Mody permettent la détermination de chacune des autres variables comme Q, a et paramètre de forme. Seulement possible par tatonnement ou approximations successives.

Dans le but de trouver une solution directe et rapide, la théorie de la longueur flurodynamique démontre que chacune des dimensions linéaires du profil du fluide en écoulement incompressible ou pouvant être considéré comme tel en raison d'un faible gradient de pression peut-être ramené comme le produit de 3 facteurs: Λ, a, λ ...

- Le premier facteur "a" la dimension d'une longueur, appellée longueur flurodynamique

$$\Lambda = f\left(\frac{Q}{J} ; \varepsilon , g\right)$$

Q, J, ε étant respectivement le débit géliculé, la perte de charge par unité de longueur, la rugosité absolue selon Nikuradsi?

... / ...

... / ...

- Le second facteur appelé dimensionnel est un paramètre sans dimension qui ne dépend que de la forme du profil.

Pour les profils circulaires $a_0 = h_0 = f_D(\xi)$

Pour les profils parabolliques $a_0 = e_0 = f_e(\xi)$

pour les profils trapézoidales $a_0 = h_0 = f_h(\xi \text{ et } \eta)$

$a_0 = b_0 = f_b(\xi, \eta)$

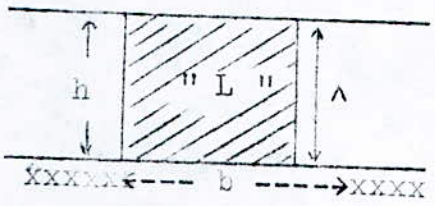
- Le troisième facteur sera appelé facteur de transition désigné par λ est un paramètre sans dimension, fonction de la rugosité relative ε/D_H et du nbr de reynols $\lambda = f(\varepsilon/D_H, R)$

Avec ces 3 hypothèses on aboutit à la théorie de la longueur flurodynamique $a = \lambda . \Lambda . a_0$

NOTA BENE : Pour les écoulements en régime T.R. caractérisé par $R \geqslant Rhi$ ou à $\lambda = 1$ et l'équation se réduit $a = \Lambda . a_0$

SIGNIFICATION PHYSIQUE DE LA THEORIE DE LA LONGUEUR FLURODYNAMIQUE.

8

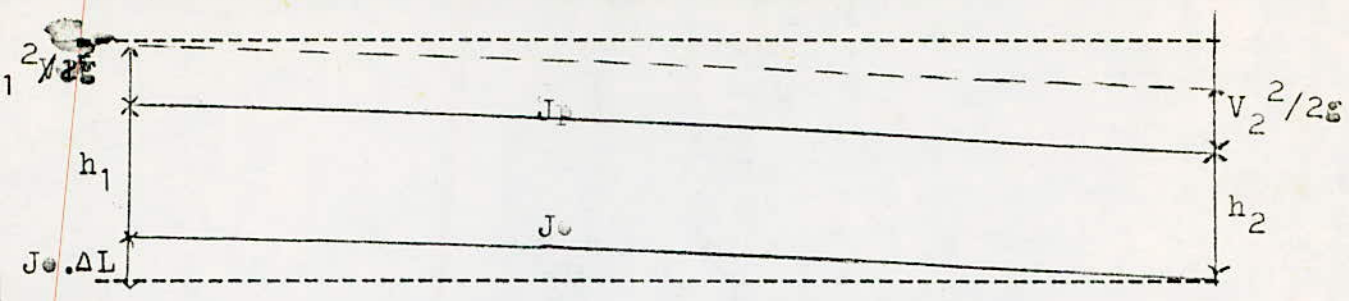


On considère un écoulement plan uniforme à surface libre, se produisant sur un plan incliné, indéfiniment large, véhiculant Q; sa pente J et sa rugosité ε. On découpe dans la section droite d'un tel courant une tranche carré ayant sa longueur b égale à sa profondeur h du liquide. On a $\Lambda = h = b$ et le débit unitaire $q = Q/\Lambda$

COULEMENT BIDIMENSIONNELS GRADUELLEMENT NON UNIFORME.

GENERALITES. Le but de cette étude d'écoulement est la détermination du profil en long de la surface libre des écoulements graduellement non uniforme. Il comporte donc d'accorder une attention toute particulière à ce type d'écoulement.

Ils constituent un cas spécial des écoulements permanents non uniformes. La profondeur du liquide, l'aire de la section mouillée, la pente du fond et le rayon moyen, varient graduellement le long du canal.



Jo - du fond de la conduite (pente géométrique)

Jp - de la surface libre du liquide (gradient piézon)

J - de la ligne des charges totale (gr. P.d.C.)

CARACTERISTIQUES D'UN ECOULEMENT GRADUELLEMENT NON UNIFORME.

Les éléments caractéristiques d'un écoulement graduellement non uniforme peuvent être déterminés par différentes méthodes de calcul parmis lesquels on distinguera:

- La méthode dit " Trançon par trançon"renduaaisé par l'application de la théorie de la longueur flurodynamique à chacune des trançons considérés.
- La méthode de l'intégration numérique rendu rationnelle par l'introduction du paramètre dimensionnel Qko du débit critique Qk trouvant sa signification de la théorie de la longueur flurodynamique
- La méthode directe baséeesur la théorie de la longueur flurodynamique applicable aux écoulements passant d'une part sur plan meliné ou horizontal large,ou par un système de conduite

I) Méthode dite " TRONCON PAR TRONCON "

On appliquons le théorème de Bernoulli aux sections (I) et (II) distantes de ΔL on débouche sur l'équation: $V_1^2/2g + J\Delta L + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + J\Delta L + h_2$

d'où on tire la longueur du trançon

$$\Delta L = \frac{(V_1^2 - V_2^2)/2g + (h_1 - h_2)}{J - J0} \qquad (129)$$

où les éléments indicés 1 et 2 correspondent respectivement aux sections (I) et (II).Ainsi connaissant les conditions dans l'une des sections,par éxemple dans la section (I),on peut déduire la profondeur h_2 dans la section (2) situé à une distance Δ L de (I) aprés une série de tentations succéssives utilisant le procédé suivant :

1°) On choisit à priori une profondeur h_2 et on calcul la valeur y correspondant a Δ_2 et V_2 .

... / ...

2°) On calcul la moyenne arithmétique $h = \frac{h_1 + h_2}{2}$ et les valeurs y correspondant de Λ, A et de V et on lit sur la règle "L" la valeur y correspondant de J

3°) On substitue les dites valeurs en (1(29) pour calculer ΔL

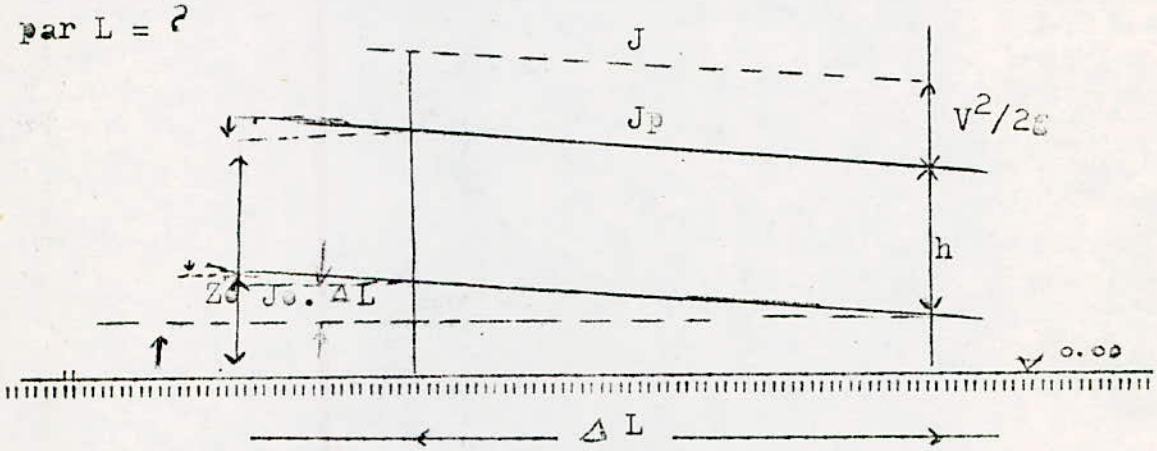
Si la valeur de ΔL ainsi obtenue ne correspond pas à la réalité, on modifie h_2 et on recommence toute la séquence précédente.

II) Méthode par INTEGRATION NUMERIQUE.

Elle est rationalisée par l'introduction du paramètre dimensionnel Qko dans l'application de la longueur flurodynamique applicable qu'aux écoulements passants par des cannaux à profil sec constant et à pente géométrique variable.

$$J = \frac{d}{dL}(V^2 / 2g + Zo - JoL + h) \qquad (130)$$

Zo désignant la côte du fond du canal dans la section déterminée par L = ?



En éxécutant la dérivation l'équation (130) devient

$$J = \frac{-V}{g} \frac{dv}{dL} + Jo - \frac{dh}{dL} \qquad (131)$$

En application de l'équation de continuité on a pour un écoulement permanent : VA = Q = CSM

En dérivant cettedernière suivant L on tire

$$\frac{dV.A}{dL} + V. \frac{dA}{dL} = 0$$

En posant dA = edh
e désignant la largeur du plan d'eau on a $Q = VA \Rightarrow A \pm \frac{C}{A}$

$$\frac{dV}{dL} = - \frac{V.e.}{A} . \frac{dh}{L} = - \frac{Q \cdot e \cdot dh}{A^2 \cdot dL.}$$

... / ...

En éliminant $\frac{\partial v}{\partial L}$ entre cette dernière équation et (131) et en exprimant V par l'équation de continuité on tire

$$\frac{Q^2}{g\,A^2}\,e\,.\frac{dh}{dL} + Jo - \frac{dh}{dL} = J$$

En exprimant dL de cette dernière équation on tire

$$dL = \frac{1 - Q^2\,.\,e\,./g\,.\,A^3}{Jo - J}\,dh \qquad (132)$$

En considérant que :

$e = eo\cdot\Lambda$; $A = Ao.\Lambda^2$ et $Qko = \sqrt{A^3o\ e}$

l'équation (132) devient:

$$dL = \frac{1 - Q^2/g.\ \Lambda^5\ .\ Qko^2}{Jo - J}\,dh$$

En intégrant on obtient:

$$L = \int_{h_1}^{h_2} \frac{1 - Q^2/g\ .\ \Lambda^5\ .\ Qko^2}{Jo - J}\,dh$$

L désignant la distance entre les 2 sections ayant les profondeurs d'eau h_1 et h_2 lorsque le numérateur de la fonction à intégrer et O l'écoulement devient critique et il ne peut y avoir de variation graduellement de la profondeur lors du passage du régime torrentiel en fluvial.

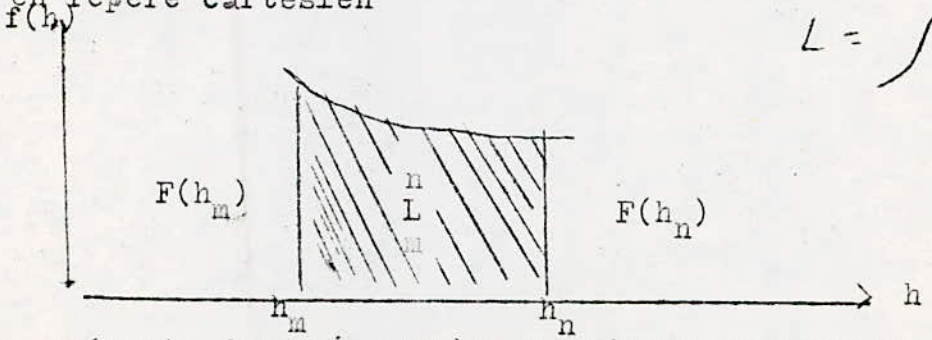
Lorsque J = Jo le régime devient uniforme.

Pour un canal à section droite et constante et a pente géométriquement invariable la fonction à intégrer ne dépend que de h . Ainsi on peut écrire:

$$F(h) = \frac{1 - Q^2/g\ \Lambda^5\ .\ Qko^2}{J - Jo}$$

et en repère cartésien

$$L = \int_{h_m}^{h_n} F(h)\,dh$$



On représente dans un système cartésien de coordonnées par une courbe ayant pour abscisse les valeurs de h et pour ordonnées les valeurs de F (h)?

B(9)

$$\frac{Q^2 / e}{A^3 g} = 1$$

Formule générale, exprimant la condition du régime critique d'un écoulement permanent uniforme à surface libre.

ECOULEMENTS BIDIMENSIONNELS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES.

Partons de l'équation :

$$dL = \frac{1 - Q^2 e / g A^3}{Jo - J} dh \qquad (30)$$

Appliquons à cette équation un écoulement bidimensionnel, passant sur un fond constitué par un plan incliné large on a :

$$q = \frac{Q}{b} \qquad A = h \qquad P = 1 \qquad R_m = h$$

L'équation (30) devient:

$$dL = \frac{1 - q^2 / g h^3}{Jo - J} dh \qquad (31)$$

En éliminant q^2/g entre (31) et on sait que $\sqrt[3]{q^2 / g} = k$

$$dL = \frac{1 - K^3 / h^3}{Jo - J} dh \qquad (32)$$

En posons $h_t = \frac{h}{k}$ et $L_t = \frac{L}{K}$

L'équation (32) devient :

$$dL_t = \frac{1 - h_t^{-3}}{Jo - J} dh_t \qquad (33)$$

Pour un écoulement bidimensionnel

$$V = \frac{q}{h} = \mathcal{K} \cdot h^{0,65} \cdot J^{0,5} \qquad (S4) \qquad (25)$$

$$\Rightarrow J = \frac{q^2}{\mathcal{K}^2 \cdot H_t^{3,3}} \qquad (35)$$

En éliminant q et h entre (33) et (35) et $\sqrt{q^2/g} = K$ on tire

$$J = \frac{g}{\mathcal{K}^2 . h_t^{3,3} \; K^{0,3}} \qquad (36)$$

En éliminant J entre(34) et (36) on tire

$$dL_t = \frac{1 - h_t^{-3}}{Jo - g/\mathcal{K}^2 \cdot h_t^{3,3} \; K^{0,33}} dh_t \qquad (37)$$

... / ...

En multipliant et le dénominateur et le numérateur par $\chi^2 . K^{0,3} . h_t^{3,3}$ (37) devient

$$dL_t = \frac{(1 - h_t^3)\,\chi^2 . K^{0,3} . h_t^{3,3}}{Jo.\chi^2.K^{0,3}.h_t^{3,3} - g}\, dh_t \qquad (38)$$

en posant $M = \frac{\chi^2 - K^{0,3}}{g}$ (39)

on tire

$$dL_t = \frac{M\, h_t^{3,3} - h_t^{0,3}}{Jo\, M\, h_t^{3,3} - 1}\, dh_t \qquad (40)$$

En passant $f(h_t, Jo\, M) = \frac{h_t^{3,3} - h_t^{0,3}}{JoMh_t^{3,3} - 1}$ (41)

(40) devient

$$dL_t = M\, f(ht, JoM)\, dh_t \qquad (42)$$

en integrant on tire

$$L_t^{h_{2t}}_{h_{1t}} = M \int_{h_{1t}}^{h_{2t}} f(h_t, Jo\ M)\, dh_t =$$

$$= M \int_{h_{1t}}^{h_{2t}} \frac{h_t^{3,3} - h_t^{0,3}}{M\, Jo.h_t^{3,3} - 1}\, dh \qquad (43)$$

Le facteur M défini par (39) ainsi que tous les termes des équations (40),(41),(42) et (43) sont bidimensionnels en posant

$$\alpha_{h_{1t}}^{h_{2t}}(h_t, JoM) = \int_{h_{1t}}^{h_{2t}} f(h_t, JoM)\, dh_t$$

$$= \int_{h_{1t}}^{h_{2t}} \frac{h_t^{3,3} - h_t^{0,3}}{Jo.M\, h_t^{3,3} - 1}\, dh_t \qquad (44)$$

... / ...

... / ...

On a $\int_{h_1}^{h_2} = K \setminus M \int_{h_1}^{h_2} (h_t, Jo \setminus M)$ (45)

Ainsi cette méthode permet la solution directe de tous les problèmes d'écoulement bidimensionnel graduellement uniforme.

$ZZ = M \cdot Jo$ Produit descriminatoire

CLASSEMENT DES PROFILS EN LONG A SURFACE LIBRE.

ZZ - Produit descriminatoire

$ZZ = 50 \setminus M$

D'aprés des équations étudiés qu'on va ennuméré par la suite on constate plusieurs types de profil en long des écoulements bidimensionnels graduellemeht non uniforme ayant chacun des caractéristiques bien déterminées.

+ La profondeur du liquide en écoulement peut être supérieure, égale ou inférieur à la profondeur dite " normale " h_o correspondant à l'écoulement uniforme(normal).

+ Ce point de vue d'écoulement peut être classé respectivement comme supernormal,normal ou subnormal.Le régime peut être torrentiel,critique ou fluvial.

+ La pente géométrique Jo peut être classé comme prononcée (forte) critique,suave,horizontal ou adueres suivant le caractère du régime de l'écoulement normal y correspondant.

METHODE CLASSIQUE

(Methode [illegible])

Pour un canal rectangulaire, l'étude étant commode et le raisonnement se fait pour une section droite de largeur unité. Le débit dans celle-çi est le débit unitaire ou par unité de largeur de canq et l'on peut écrire pour cette section unitaire.

$q = \frac{Q}{B}$ où B étant la largeur du canal qui est constante, il vient alors, $q = v\ h$ et $S = h\ B$

S : section

v : vitesse

h : hauteur.

$$hc^3 = \frac{q^2}{g}$$

Si ce canal a en outre, une largeur très grande par rapport à sa profondeur on sait qu'on a approximativement $Rh = h$ où Rh rayon hydraulique $Rh = \frac{S}{p} = \frac{B\ h}{B+2h}$ divisons par B le numerateur et le dénominateur $Rh = \frac{h}{1+2\frac{h}{B}}$; $\frac{h}{B}$ o donc $Rh = h$.

Pour calculer J, faisons l'hypothèse que cette perte de charge unitaire est celle que produirait dans la section considérée le courant uniforme de même profondeur h et de même débit Q , c'est à dire que J sera donnée par la formule de chez y :

$$v = C\sqrt{RJ} \qquad J = \frac{v^2}{C^2.R}$$

$$J = \frac{b\ v^2}{R} = \frac{b\ q^2}{h^2\ R} = \frac{b\ q^2}{h^3}$$

Pour calculer I on utilise la formule de chez y en supposant l'écoulement uniforme donc de profondeur hn , profondeur normal correspondant au débit considéré.

$$v = Cn\sqrt{RnJ} \qquad J = \frac{v^2}{Cn^2\ Rn} = \frac{bnq^2}{hn^2\ Rn} = \frac{bnq^2}{hn^3}$$

bh étant le coefficient correspond à la hauteur normale hn ; si supposons que la profondeur reelle h le long de la courbe de . differe peu de la profondeur normale hn nous pouvons admettre q b est constant tout le long de cette courbe et il vient :

$$\frac{J}{I} = \frac{\frac{bq^2}{h^3}}{\frac{bnq^2}{hn^3}} \qquad \frac{bq^2}{h^3}\ \frac{hn^3}{bnq^2} = \frac{hn^3}{h^3} = \left(\frac{hn}{h}\right)^3$$

Quant à $\frac{Q^2L}{gS^3}$ il vient compte tenu des hypothèses :

$$\frac{Q^2B}{gS^3} = \frac{q^2\ B^2\ B}{g\ h^3\ B^3} = \frac{q^2\ B^3}{g\ h3\ B3} = \frac{hc^3}{h^3} = \left(\frac{hc}{h}\right)^3$$

Revenons à l'équation différentielle du mouvement graduellement varie en canal uniforme :

$$\frac{dh}{dl} = I\ \frac{1 - \frac{J}{I}}{1 - \frac{Q^2\ B}{g\ S^3}}$$

et remplaçons $\frac{J}{I}$ par $\left(\frac{hn}{h}\right)^3$ et $\frac{Q^2\ B}{g\ S^3}$ par $\left(\frac{hc}{h}\right)^3$

$$\frac{dh}{dl} = I\ \frac{1 - \left(\frac{hn}{h}\right)^3}{1 - \left(\frac{hc}{h}\right)^3} \Rightarrow I\ dl = \frac{1 - \left(\frac{hc}{h}\right)^3}{1 - \left(\frac{hc}{h}\right)^3}\ dh$$

$$Idl = \frac{1 - \frac{hc^3}{h^3}}{1 - \frac{hn^3}{h3}}\ dh = \frac{\frac{h^3 - hc^3}{h^3}}{\frac{h^3 - hn^3}{h3}}\ dh = \frac{h^3 - hc^3}{h^3 - hn^3}\ dh$$

Ajoutons et retranchons hn^3 au numerateur :

$$Idl = \frac{h^3 + hn^3 - hn^3 - hc^3}{h^3 - hn^3}\ dh = \left[\left(\frac{h^3 - hn^3}{h^3 - hn^3}\right) + \frac{hn^3 - hn^3}{h^3 - hn^3}\right] dh$$

$$Idl = \left[1 + \frac{hn^3 - hc^3}{h^3 - hn^3}\right] dh = dh + \frac{hn^3 - hc^3}{h^3 - hn^3}\, dh$$

divisons numerateur et denominateur par hn^3 :

$$Idl = dh + \frac{1 - hc^3/hn^3}{\frac{h^3}{hn^3} - 1}\, dh$$

$$Idl = dh + \left[1 - \frac{hc^3}{hn^3}\right] \cdot \frac{dh}{\frac{h^3}{hn^3} - 1} = dh + 1 - \left(\frac{hc}{hn}\right)^3$$

$$Idl = dh + \left[1 - \left(\frac{hc}{hn}\right)^3\right] \frac{dh}{\left(\frac{h}{hn}\right)^3 - 1}$$

posons : $\eta = \frac{h}{hn}$ $\qquad h = hn\,\eta$.

$dh = hn\,d\eta$

$$Idl = dh + \left[1 - \left(\frac{hc}{hn}\right)^3\right] \frac{dh}{\eta^3 - 1}$$

$$Idl = hn\,d\eta + \left[1 - \left(\frac{hc}{hn}\right)^3\right] \frac{hn\,d\eta}{\eta^3 - 1}$$

$$\frac{Idl}{hn} = d\eta + \left[1 - \left(\frac{hc}{hn}\right)^3\right] \frac{d\eta}{\eta^3 - 1}$$

L'equation à laquelle on a aboutit est l'équation de Bakhmet'ef approchée avec :

$$J = \left(\frac{hc}{hn}\right)^3 \quad \text{et} \quad \alpha = 3$$

Entre les sections 1 et 2 d'un canal

$$\frac{l2 - l1}{hn} = \frac{h2 - h1}{hn} + \left[1 - \left(\frac{hc}{hn}\right)^3\right]\left[\phi(\eta_2) - \phi(\eta_1)\right]$$

$\phi(\eta_1)$ et $\phi(\eta_2)$ appellés integrade de Bress ou ϕ Bres

$$\phi \text{ Bresse} = -\int \frac{dn}{\eta^3 - 1}$$

Les valeurs de la fonction de Bresse $\phi(\eta)$ sont données par une table dressée par lui même. Ces valeurs sont données en fonction de

$$\eta = \frac{h}{hn}$$

- Calcul pratique d'une courbe de remous par la méthode de Bresse

- On connait le débit Q donc $q = \frac{Q}{B}$ la pente I du canal sa rugosité n on cherche le profil de la surface libre c'est-à-dire la profondeur h dans une section quelconque d'abcisse . On calcule d'abord hc et hn dont la comparaison précise le type de courbe de remous auquel on a affaire :

$$hc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad ; \quad hn^3 = \frac{b\,q^2}{I}$$

Si on utilise la formule de Manning

$$b = \frac{1}{C^2} = \frac{n^2}{R^{1/3}} = \frac{n^2}{hn^{1/3}}$$

$$hn^{10/3} = \frac{n^2\,q^2}{I}$$

Connaissant hc et hn, on peut déduire la classe de la remous, pour préciser son type c'est-à-dire le numéro d'o... region dans laquelle elle est située il faut comparer la p... ho du point de repere Po à hn et hc, ho s'obtient à ... des formules classiques relatives à la singularité consid...

- Connaissant le type et la classe de remous on procède à ... calcul proprement dit. Dans la section de repère on a : yo = h...

la table de Bresse donne la valeur correspondante à (yo). donne alors une hauteur h la table de Bresse donne ( ) portant ces valeurs dans l'équation précedamment trouvée on obti... So - S1 , c'est-à-dire l'abcisse compte à partir de la ... repère, de la section de profondeur h1 . On recommence les ... à partir de S1.

La précision abtenue est d'autant meilleure que les abc... So et S1 sont plus rapprochées c'est-à-dire ho - h1 ... faible;

courbe de remous en regime fluvial se calcule de l'a... de contrôle) vers l'amont, alors qu'en regime torrentiel l... est conduit de l'amont (section de contrôle) vers l'aval.

- Cas d'un canal horizontal.
- dans ce cas (I = o) on a hn = et on ne peut plus ... la hauteur normale hn pour définir la valeur auxill... On rapporte alors la profondeur réelle à la profondeur ... et on procède comme suit :

- On calcule la profondeur critique hc
- On définit les paramètres

$$S_1 = \frac{I^1c}{Ic} \quad \text{et} \quad \frac{h}{hc} \quad \text{avec :}$$

I^1c : pente critique pour la profondeur hc $Ic = \frac{bg...}{Pc...}$

Ic : pente critique pour la profondeur h $Ic = \frac{bgS}{R.L}$

- On calcule :

$S1 = \frac{I^1c}{Ic^1}$ et $\tau_1^1 = \frac{h_1^1}{hc}$ correspondant à h_1^1

$S2 = \frac{I^1c}{Ic^2}$ et $\tau_2^2 = \frac{h_2^2}{hc}$ correspondant à h_2^2

$$S^{1,2} = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2}$$

La distance entre les sections S^1 de profondeur h^1 et S^2 de profondeur h^2 est donnée par l'éxpression :

$$S^2 - S^1 = \frac{hc}{I\,c}\left[S_{1-2}^{1\,2}\,(\tau_2 - \tau_1) - \frac{\tau_2^{n+1} - \tau_1^{n+1}}{n+1}\right]$$

INTRODUCTION AUX ESSAIS SUR MODELES REDUITS.

Nulle part plus qu'en hydraulique les formules théoriques utilisées pour fixer les dimensions des ouvrages ou les conditions d'écoulement ne sont susceptibles d'extrapolation, en raison des hypothèses approximatives (presque toujours appuyées sur l'expérience) sur lesquelles elles reposent et des simplifications préalables qui ont présidé à leur établissement.

Lorsqu'un Ingénieur étudie le projet d'un ouvrage hydraulique (prise d'eau, évacuateur de crue, siphon, etc.), il commence par préciser l'ordre de grandeur de ses dimensions en se basant sur celles des ouvrages analogues existants et en tenant compte de l'application à l'écoulement considéré des formules théoriques ou empiriques de l'hydraulique classique. Mais généralement les résultats qu'il obtient ainsi ne peuvent le satisfaire complètement en raison, d'une part, de l'approximation très grossière des formules utilisées et, d'autre part de la nécessité de schématiser le phénomène considéré ou de négliger certains paramètres pour pouvoir lui appliquer la ou les formules utilisées.

L'idée vient tout naturellement d'essayer de voir "en petit" comment cela se passe en grand. C'est ce qui constitue le principe des essais sur modèles réduits qui ont pris un développement considérable non seulement en hydraulique mais dans d'autres branches de la mécanique, notamment en aérodynamique.

La faveur dont bénéficient ces essais s'explique par les facilités qu'offrent les mesures effectuées au laboratoire, la plus grande précision qu'autorisent les appareils de mesure utilisés ; en outre, les modèles réduits permettent d'effectuer aisément de nombreuses expériences, de les répéter en cas de nécessité en faisant varier dans tel ou tel sens tel ou tel paramètre du problème (étude systématique du comportement de l'écoulement pour différents débits, différents tirants d'eau, différentes pressions, différentes formes de telle ou telle partie de l'ouvrage, etc.). Enfin les dépenses nécessitées par les essais sur modèle représentent une fraction toujours faible du montant total des dépenses et les résultats fournis par le modèle permettent souvent de réaliser des économies de temps et d'argent très importantes pour l'exécution de l'ouvrage.

Mais un problème essentiel se pose alors : dans quelle mesure et suivant quelles lois les résultats obtenus sur le modèle peuvent-ils être transposés dans l'écoulement naturel en vraie grandeur (qu'on appelle le prototype)? Autrement dit, si le modèle est géométriquement semblable au prototype, les dimensions linéaires homologues du modèle et du prototype étant dans le rapport λ (échelle du modèle) et si, en outre, dans le modèle les caractéristiques de l'écoulement qui intéressent l'ingénieur (vitesses, débits, pressions, etc.) sont réduites par rapport à celles du prototype suivant des rapports différents (λ_v , λ_q , λ_ρ , etc.) pour que les résultats obtenus sur le modèle soient transposables dans la réalité, il faut d'abord que les rapports susvisés (λ_v , λ_q , λ_ρ , etc.) soient bien déterminés et constants, qu'ils ne changent pas, par exemple, quand on modifie les conditions d'écoulement (débit, pression, tirant d'eau, etc.) ; ensuite, il faut que ces rapports soient connus en fonction de l'échell l'échelle λ . Si ces conditions sont réalisées on a dans le modèle un écoulement semblable à l'écoulement réel dans le prototype.

La réalisation de ces conditions résulte de l'application des lois de similitude.

- Similitude géométrique :

Nous l'avons déjà définie en introduisant l'échelle du modèlle qui est le rapport des dimensions linéaires homologues du modèle(L2) et du prototype (L1), c'est-à-dire $\lambda = \frac{L2}{L1}$

- Similitude cinématique :

La similitude cinématique exige que les vitesses et les accélérations soient dans un rapport défini et constant en tous les points correspondants des deux écoulements.

Soient
t_1 le temps mis à parcourir une distance L_1 dans le prototype,
t_2 le temps mis à parcourir la distance L_2 homologue de L_1 dans le modèle,

l'échelle du modèle : $\lambda = \frac{L_2}{L_1}$

l'échelles des temps : $\lambda_t = \frac{t_2}{t_1}$

l'échelle des vitesses : $\lambda_v = \frac{V_2}{V_1}$

l'échelle des accélérations: $\lambda_\gamma \frac{\gamma 2}{\gamma 1}$

On peut écrire facilement les relations suivantes :

$$V_1 = \frac{L_1}{t_1} \quad ; \quad V_2 = \frac{L_2}{t_2}$$

en divisant membre à membre :

$$\frac{V_2}{V_1} \equiv \lambda_v = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{t_1}{t_2} = \frac{\lambda}{\lambda t}$$

De même pour les accélérations :

$$\gamma_1 = \frac{L_1}{t_1^2} \quad ; \quad \gamma_2 = \frac{L_2}{t_2^2}$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{L_2}{L_1} \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$$

On voit donc que le choix de l'échelle des temps impose celle des vitesses $\lambda_v = \lambda / \lambda t$ et des accélérations $\lambda_\gamma = \lambda / \lambda_t^2$.

- <u>Similitude dynamique</u> :

Les mouvements du liquide dans le prototype et dans le modèle sont provoqués par des forces. Pour que les deux systèmes (modèle et prototype) soient dynamiquement semblables, il est donc nécessaire que toutes les forces agissant en des points homologues du modèle et du prototype soient dans le même rapport.

- **ANALYSE DES FORCES** -

Les principales forces qui interviennent en hydraulique sont les suivantes :

- les forces d'inertie,
- les forces de turbulance,
- les forces de pesanteur,
- les forces de viscosité,
- les forces de capillarité.

Les forces de capillarité n'interviennent que pour l'étude de problèmes trés particuliers qui sortent du domaine habituel de l'hydraulique traditionnelle. Nous ne considérerons donc que les quatre premières catégories de forces.

Pour chacune de ces catégories exprimons le rapport de similitude des forces correspondantes aux points homologues du modèle et du prototype.

- Forces d'inertie :

La force d'inertie agissant sur la particule de masse m animée d'une vitesse V sur sa trajectoire dont le rayon de courbure est r, a pour expression :

$$F = m \frac{V^2}{r}$$

Dans le prototype on aura donc : $F_1 = m_1 \frac{V_1^2}{r_1}$

Au point homologue du modèle ; $F_2 = m_2 \frac{V_2^2}{r_2}$

d'où : $$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \frac{r_1}{r_2}$$

Posons :

$$\frac{F_2}{F_1} = \lambda_{fi} = \text{rapport des forces d'inertie}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \lambda_m = \text{rapport des masses}$$

il vient :

$$\lambda_{fi} = \frac{\lambda_m \lambda_V^2}{\lambda} = \lambda_m \lambda \lambda_t^{-2}$$

Mais le rapport des masses est égal au rapport des masses volumiqu (λ_p) multiplié par le rapport des volumes (λ^3) ; on a donc, en définitive :

$$\lambda_{fi} = \lambda_p \lambda^4 \lambda_t^{-2}$$

- Forces de turbulence :

Comme nous l'avons démontré au la force tangentielle résultant de la turbulence d'un écoulement peut s'exprimer comme suit

$$f_t = \rho S \overline{uv}' \overline{v}'$$

ρ étant la masse volumique du liquide,
S représentant la surface à travers laquelle se produit l'échange latéral de quantités de mouvement résultant de l'échange des particules liquides.

$\overline{u'v'}$ étant la moyenne du produit des fluctuations de la vitesse instantanée dans le sens longitudinal (u') et dans le sens transversal (v').

Le rapport des forces de turbulence sera donc :

$$\lambda_{ft} = \lambda_\rho \cdot \lambda^2 \cdot \lambda_v^2$$
$$\lambda_{ft} = \lambda_\rho \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2} = \lambda_{fi}$$

On constate donc que le rapport de similitude des forces de turbulence est le même que celui des forces d'inertie ce qui traduit le fait que ces deux catégories de forces sont de même nature.

Forces de pesanteur :

La force de pesanteur agissant sur la particule liquide de masse m est F = mg.

Le rapport des forces de pesanteur sera donc :

$$\lambda_{fp} = \lambda_m \cdot \lambda_g$$
$$\lambda_{fp} = \lambda_\rho \cdot \lambda^3 \cdot \lambda_g$$

Forces de viscosité :

La force de viscosité agissant sur l'élément de surface dS est donnée par la formule de Newton :

$$dF = \mu \cdot dS \frac{dV}{dn}$$

dV/dn représentant le gradient de vitesse dans la direction normale à dS.

Le rapport des forces de viscosité sera donc :

$$\lambda_{fv} = \lambda_\mu \cdot \lambda^2 \cdot \lambda_v \cdot \lambda^{-1}$$
$$\lambda_{fv} = \lambda_\mu \cdot \lambda^2 \cdot \lambda_t^{-1}$$

LOIS DE SIMILITUDE DYNAMIQUE.

Suivant la nature de l'écoulement considéré ces diverses catégories de forces interviennent d'une manière plus ou moins importante

Si les forces d'inertie ne peuvent jamais être négligées puisqu'il y a toujours une masse liquide en mouvement, les conditions du problème étudié permettrons souvent, pour les autres catégories de forces d'en négliger certaines par rapport à d'autres.

Cette remarque permet d'établir les distinctions fondamentales suivantes en ce qui concerne la similitude dynamique.

- Les forces de viscosité sont négligeables par rapport aux forces d'inertie, de turbulence et de pesanteur : Similitude de Reech-Froude.

Les forces d'inertie, de turbulence et de pesanteur sont donc pratiquement seules à intervenir et la condition de similitude des forces impose que les trois rapport λ_{f_i}, λ_{f_t} et λ_{f_p} soient les mêmes ; compte tenu de ce que $\lambda_{f_i} = \lambda_{f_t}$ la condition se résume à :

$$\lambda_{f_i} = \lambda_{f_p} .$$

ou, en tenant compte de

$$\lambda_\rho \cdot \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2} = \lambda_\rho \cdot \lambda^3 \cdot \lambda_g$$

Il est pratiquement impossible de faire varier g entre le prototype et le modèle, donc $\lambda_g = 1$ et la condition s'écrit :

$$\lambda_\rho \cdot \lambda^4 \cdot \lambda_t^{-2} = \lambda_\rho \cdot \lambda^3$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_t^2} = 1$$

$$\frac{\lambda^2}{\lambda_t^2} = \lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda_v = \sqrt{\lambda}$$

Le rapport des vitesses est donc égal à la racine carrée du rapport des longueurs. Cette relation très importante est connue sous le nom de " loi de similitude de Reech-Froude " ; elle fut découverte par l'alsacien Ferdinand Reech en 1832 (1), rendue publique par lui en 1852 et tombée par la suite dans l'oubli ; elle a été retrouvée et remise en honneur par l'anglais William Froude vingt ans plus tard : 1872.

Cette loi de similitude de Reech-Froude peut s'exprimer d'une autre manière. La relation peut en effet s'écrire :

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{V_2}{\sqrt{g L_2}} = \frac{V_1}{\sqrt{g L_1}} = \text{Fr}$$

La condition de similitude imposée revient donc à réaliser un écoulement possédant le même nombre de Froude aux points homologues du modèle et du prototype.

En combinant les similitudes géométrique, cinématique et dynamique, il est facile d'établir les rapports de toutes les grandeurs physiques caractérisant l'écoulement dans le modèle et le prototype, ce qui permet de passer des résultats observés sur le premier à ceux escomptés sur le second :

- temps : $\lambda t = \sqrt{\lambda}$
- vitesses : $\lambda v = \sqrt{\lambda}$
- débits : $\lambda q = \lambda v . \lambda^2 = \lambda^{5/2}$
- accelérations : $\lambda \gamma = \frac{\lambda}{\lambda t^2} = 1$
- forces : $\lambda f = \lambda m . \lambda \gamma = \lambda \rho . \lambda^3$
- pressions : $\lambda p = \frac{\lambda f . \lambda}{\lambda^2} = \lambda \rho . \lambda$
- puissances : $\lambda p = \frac{\lambda f . \lambda}{\lambda t} = \lambda \rho . \lambda^{7/2}$
- **pentes :** $\lambda i = \frac{\lambda}{\lambda} = 1$

On utilise souvent le même liquide dans le modèle et dans le prototype ; il suffit alors de faire $\lambda_p = 1$, dans ces diverses relations.

Notons que le rapport de similitude des pressions $\lambda p = \lambda \rho . \lambda$ permet d'écrire :

$$\lambda p = \frac{p_2}{p_1} = \lambda \rho . \lambda \quad ; \quad p_1 = \frac{p_2}{\lambda \rho \lambda}$$

Si dans le modèle la pression p_2 devient en certains points de l'écoulement inférieure à la pression atmosphérique c'est-à-dire négative et si le rapport de similitude géométrique est suffisamment petit, la pression p_1 dans le prototype pourra devenir inférieure à la tension de vapeur du liquide à la température considérée ; l'absence de continuité qui en résulte dans la masse liquide du prototype constitue alors une limite à l'utilisation de similitude ; c'est ce qui constitue un "effet d'échelle" nuisible ; nous en trouverons d'autres exemples plus loin.

La similitude de Reech-Froude est très fréquemment utilisée dans les études sur modèles réduits. Elle intervient notamment pour la plupart des écoulements à surface libre qu'il s'agisse d'écoulements non turbulents sur des ouvrages courts (déversoir, seuil, chute, ressaut ressaut...) dans lesquels le frottement visqueux à la paroi ne joue qu'un rôle très faible par rapport à la pesanteur, la pression et l'inertie ou d'écoulements très turbulents dans lesquels les forces de viscosité sont également négligeables par rapport aux forces d'inertie, de turbulence et de pesanteur.

- Les forces de pesanteur sont négligeables par rapport aux forces d'inertie, de turbulence et de viscosité : Similitude de Reynolds.

Les forces d'inertie, de turbulence et de viscosité sont donc pratiquement seules à intervenir et la condition de similitude des forces impose que les trois rapports λ_{fi}, λ_{ft}, et λ_{fv} soient les mêmes ; compte-tenu de ce que $\lambda_{fi} = \lambda_{ft}$ la condition se résume à :

$$\lambda_{fi} = \lambda_{fv}$$

ou, en tenant compte de :

$$\lambda_\rho \, \lambda^4 \, \lambda_t^{-2} = \lambda_\mu \cdot \lambda^2 \, \lambda_t^{-1}$$

$$\frac{\lambda_\mu}{\lambda_\rho} = \lambda^2 \, \lambda_t^{-1} = \lambda \, \lambda_v .$$

Mais $\lambda_\mu / \lambda_\rho = \lambda_\nu$ rapport des coefficients de viscosité cinématique.

En définitive : $\dfrac{\lambda \cdot \lambda_v}{\lambda} = 1$

ou encore : $\dfrac{L_2}{L_1} \cdot \dfrac{v_2}{v_1} \cdot \dfrac{\nu_1}{\nu_2} = 1$, $\dfrac{L_2 v_2}{\nu_2} = \dfrac{L_1 v_1}{\nu_1} = R = cst$

ce qui revient à dire que le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement doit être le même aux points homologues du modèle et du prototype.

C'est ce qui constitue la similitude de Reynolds.

Rappelons que le nombre de Reynolds exprime précisément le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité.

La loi de similitude de Reynolds est fréquemment employée en hydraulique, en particulier dans les écoulements en charge dans lesquels la pesanteur n'intervient pas ni les phénomènes de tension superficielle, sauf toutefois dans le cas d'écoulements très rapides dans lesquels la turbulence et les phénomènes d'inertie deviennent prépondérants ; dans ce cas on doit se libérer de la similitude de Reynolds, nous verrons plus loins comment.

La loi de similitude de Reynolds est également utilisée pour l'étude de la résistance opposée à un écoulement par un corps entièrement immergé ; dans ce cas en effet les forces de pesanteur sont négligeables par rapport aux forces d'inertie et de viscosité.

- Incompatibilité des similitudes de Reech-Froude et de Reynolds.

Ces deux similitudes étant les plus fréquemment employées, on peut se poser la question de savoir s'il est possible de réaliser un modèle dont la similitude avec le prototype puisse satisfaire simultanément aux conditions de similitude de Reech-Froude et de Reynolds.

La condition de Reech-Froude impose :

$$\lambda_v = \sqrt{\lambda}$$

En remplaçant dans la condition de Reynolds, il vient :

$$\lambda^{3/2} = \lambda_v$$

Or, dans la pratique, il est très difficile de faire varier v entre le prototype et le modèle ; cela nécessiterait l'utilisation de liquides spéciaux très onéreux ; le plus souvent on utilise l'eau sur le modèle et sur le prototype c'est-à-dire $\lambda_v = 1$

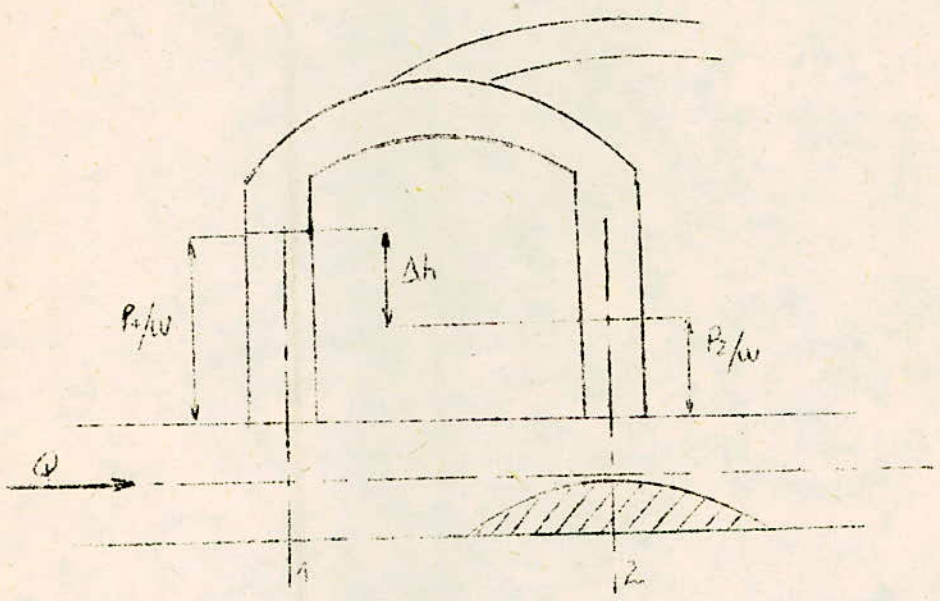
D'où il résulte $\lambda = 1$; autrement dit le modèle est identique au prototype ; il est donc pratiquement impossible de réaliser des essais en modèle réduit permettant de satisfaire simultanément aux conditions de Reech-Froude et de Reynolds.

Cette impossibilité n'a pas, comme nous le verrons plus loins, de conséquences fâcheuses pour la plupart des modèles d'écoulement à surface libre, à conditions de se placer dans des conditions telles que les forces de viscosité soient négligeables sur le modèle et le

prototype (ce qui permet d'utiliser seulement la similitude de Reech-Froude). Toutefois, dans l'étude des problèmes où on a affaire à des action dynamiques de l'eau sur des obstacles, ni les forces de viscosité, ni les forces de pesanteur ne peuvent être négligées et l'impossibilité de réaliser une similitude totale ne peut être tournée que par l'utilisation de divers artifices dans le détail desquels nous ne pouvons entrer. C'est le cas, notamment, de l'étude de la résistance d'avancement des navires au bassin des carènes ; en effet la résistance à l'avancement d'un navire résulte de deux causes : le frottement visqueux de l'eau contre la coque (similitude de Reynolds) et la resistance des vagues produites par le mouvement du navire, or les vagues sont des ondes de gravité régies par la similitude de Reech-Froude.

Le debimètre à segment

C'est un appareil deprimogène, il nous permet de determiner le débit dans la conduite par la mesure d'une depression provoquée par un retrecissement en forme de segment.



la conduite circulaire a une section A1 ; le retrecissement a une section A2.

En appliquant le th le théorème de BERNOULLI aux section 1 et 2 , tout en négligeant les pertes de charges entre ces dernières, on peut écrire :

$$Z1 + \frac{P1}{w} + \frac{V_1^2}{2g} = Z2 + \frac{P2}{w} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{w} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

En vertu de l'équotion de continuité ou

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \qquad V_1^2 = \left(\frac{A2}{A1}\right) V_2^2$$

$$\text{donc : } \frac{P_1 - P_2}{w} = \frac{V_2^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{A2}{A1}\right)^2 \right]$$

sachant que : $\frac{P_1 - P_2}{w} = D\,h$

et le débit vehiculé par la conduite est

$$Q = A_2\ V_2 \ldots\ldots \quad (1)$$

On peut ecrire alors :

$$Dh = \frac{V_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}^2\right)\right]$$

d'où $V_2 = \sqrt{2g}\ \sqrt{Dh} \Big/ 1 - \left(\frac{A_2}{A_1}^2\right)$

le debit sera égal à : $Q = \frac{A_2\ \sqrt{2g}\ \sqrt{Dh}}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} = \frac{\sqrt{2g}\ \sqrt{Dh}}{\sqrt{\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}}}$

En posant $Cd = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}}}$

la relation (1) devient

$$Q = Cd \cdot Dh^{0,5}$$

Cd - appelé coefficient du débit
h - différence des hauteurs piezométriques

ETALONNAGE DU DEBI-METRE A SEGMENT

L'etalonnage a été effectué en faisant passer différents débits que nous avons determinés par mesure volumétrique, le débit est donné par le quotient du volume d'eau receuilli dans une capacité jaugée par le temps de remplissage $Q = \frac{V}{t}$ (l/s)

Chaque débit qui passe dans l'appareil correspond à une différence de hauteur piezométrique Dh .

Disposons ainsi d'une serie de mesure de débit Q et de Dh y correspondant nous traçons la courbe d'étalonnage.

La courbe du débit Q en fonction de Dh a pour équation :

$$Q = a \cdot Dh^{b}$$

avec $$a = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}}} \qquad b = 0{,}5$$

Ayant les valeurs numériques des section (1) et (2) le coefficient a serait alors determiné.

Dans la pratique, les mesures que l'on effectue sont inevitablement affectées d'érreurs, par voies de consequence les coefficient rencontré dans les formules théoriques sont eux aussi affectés d'érreurs.

On dispose alors d'un ensemble de points :

(Dhi , Qi) i = 1, ... n , determinés expérimentalement, il s'agit de trouver l'équotion de la courbe representant le débit en fonction de Dh, et qui satisfait le mieux les points trouvés. Cela revient à effectuer un ajustement puissance puisque la fonction $Q = a\ Dh^{b}$ et une fonction puissance.

Cependant il serait commode de lineariser cette fonction en introduisant le logarithme.

On ecrit alors : Log Q = b log Dh log a

les coefficients a et b dits de regression sont donnés par les formules ci-dessous obtenues en appliquant la methode des moindres carrés.

DETERMINATION DES DEBITS

Tableau d'étalonnage

VOLUME	TEMPS	LECTURE MANOMETRIQUE		PRESSION DIFFERENTIEL.	DEBIT CORRESPOND	DEBIT MOYEN
(l)	(s)	h_1 (cm)	h_2 (cm)		l/s	l/s
27,88	50				0,5576	
27,9	50	123	121,2	1,8	0,558	0,5565
27,7	50				0,554	
27,92	45				0,62	
28,30	45	126,4	124,2	2,2	0,63	0,6243
28,05	45				0,623	
27,1	38				0,732	
27,54	38	132	128,9	3,1	0,725	0,729
27,75	38				0,73	
27,42	33				0,831	
29,05	35	138,2	134,2	4	0,830	0,824
29,2	36				0,811	
28,74	25				1,4196	
28,5	24	138	131	7	1,1875	1,1617
28,7	25				1,148	

Determination de la correlation.

$y = a x^b$

$\log y = \log a + b \log x$

$x_i = \Delta h_i$ et $y_i = Q_i$

$$b = \frac{\Sigma (\log x_i)(\log y_i) - \frac{\Sigma (\log x_i)(\Sigma \log y_i)}{n}}{\Sigma (\log x_i)^2 - \frac{(\Sigma \log x_i)^2}{n}}$$

$$a = \exp\left[\frac{\Sigma \log y_i}{n} - b \frac{\Sigma \log y_i}{n}\right]$$

$$r^2 = \frac{\left[\Sigma (\log x_i)(\log y_i) - (\Sigma \log x_i)(\Sigma \log y_i)\right]^2}{\left[\Sigma (\log x_i)^2 - \left(\frac{\Sigma \log x_i}{n}\right)^2\right]\left[\Sigma (\log y_i)^2 - \left(\frac{\Sigma \log y_i}{n}\right)^2\right]}$$

$y = a x^b$

$Q = a \Delta h^b$

r = coefficient de correlation.

$r = 0.999$

Les paramètres a et b ont été déterminés sur mini-ordinateur de type TI 66

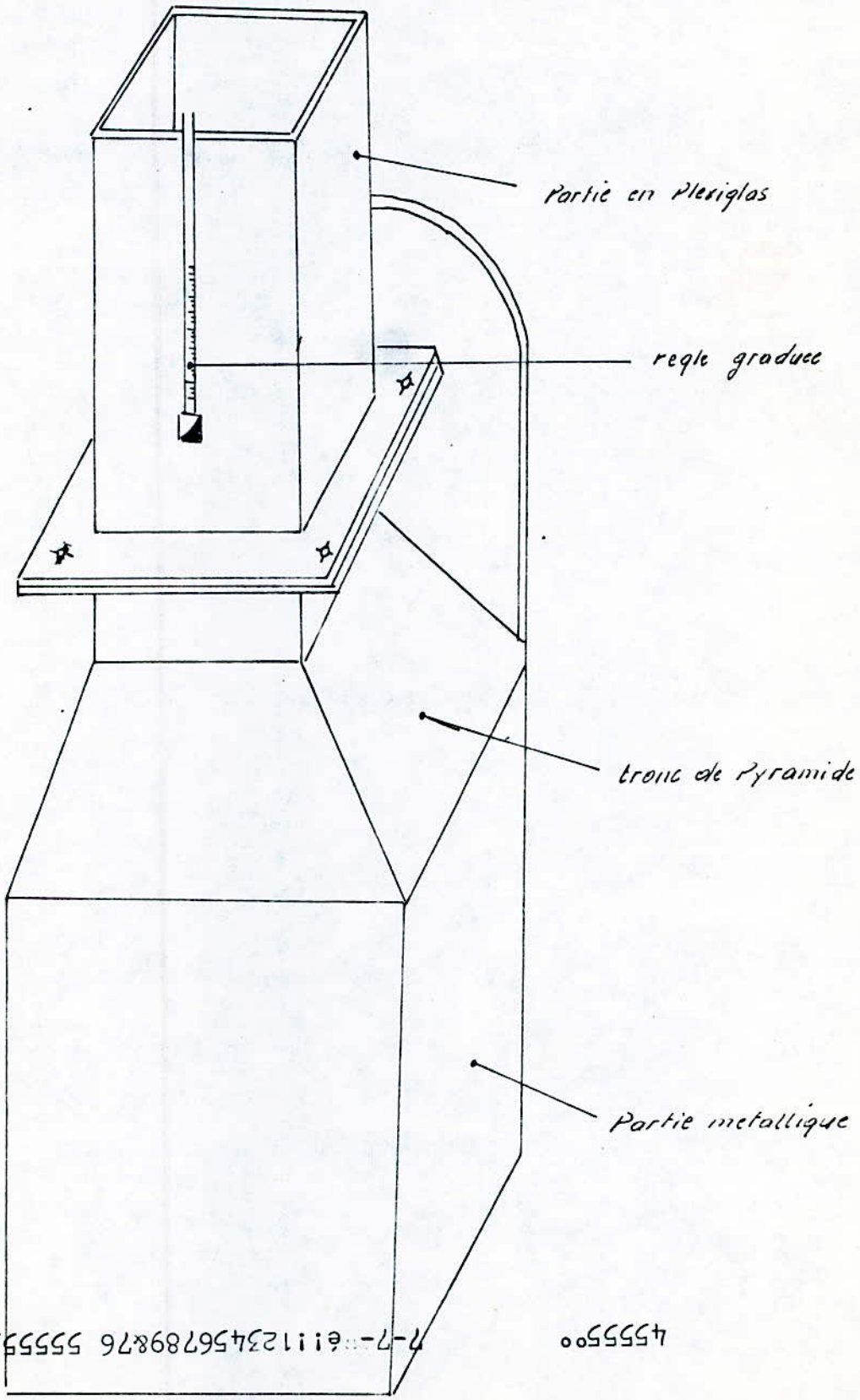
a= 0.4032

b= 0.5339

L' ajustement puissance a donné :

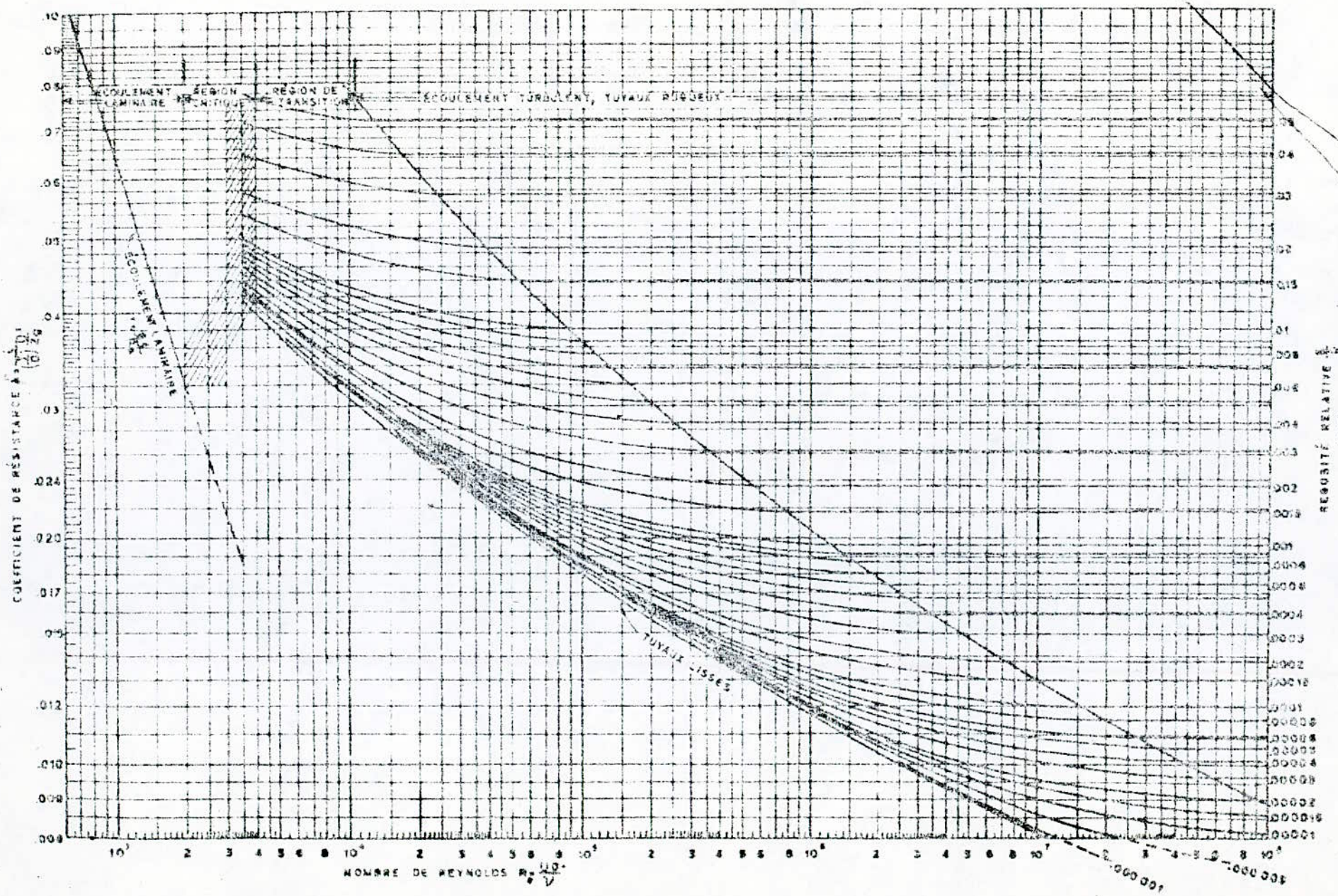
$$q = 0.4032 \ \Delta h^{0.5339} .$$

DESSIN D'ENSEMBLE DE LA JAUGE



46 - Diagramme de Moody

Pour déterminer R_e, voir l'abaque 43 et 45 ; pour déterminer $\frac{\varepsilon}{D}$, voir la table 41 et l'abaque 42.



Exemple : $R_e = 3 \times 10^5$; $\frac{\varepsilon}{D} = 0{,}0002$; $\lambda = 0{,}0164$

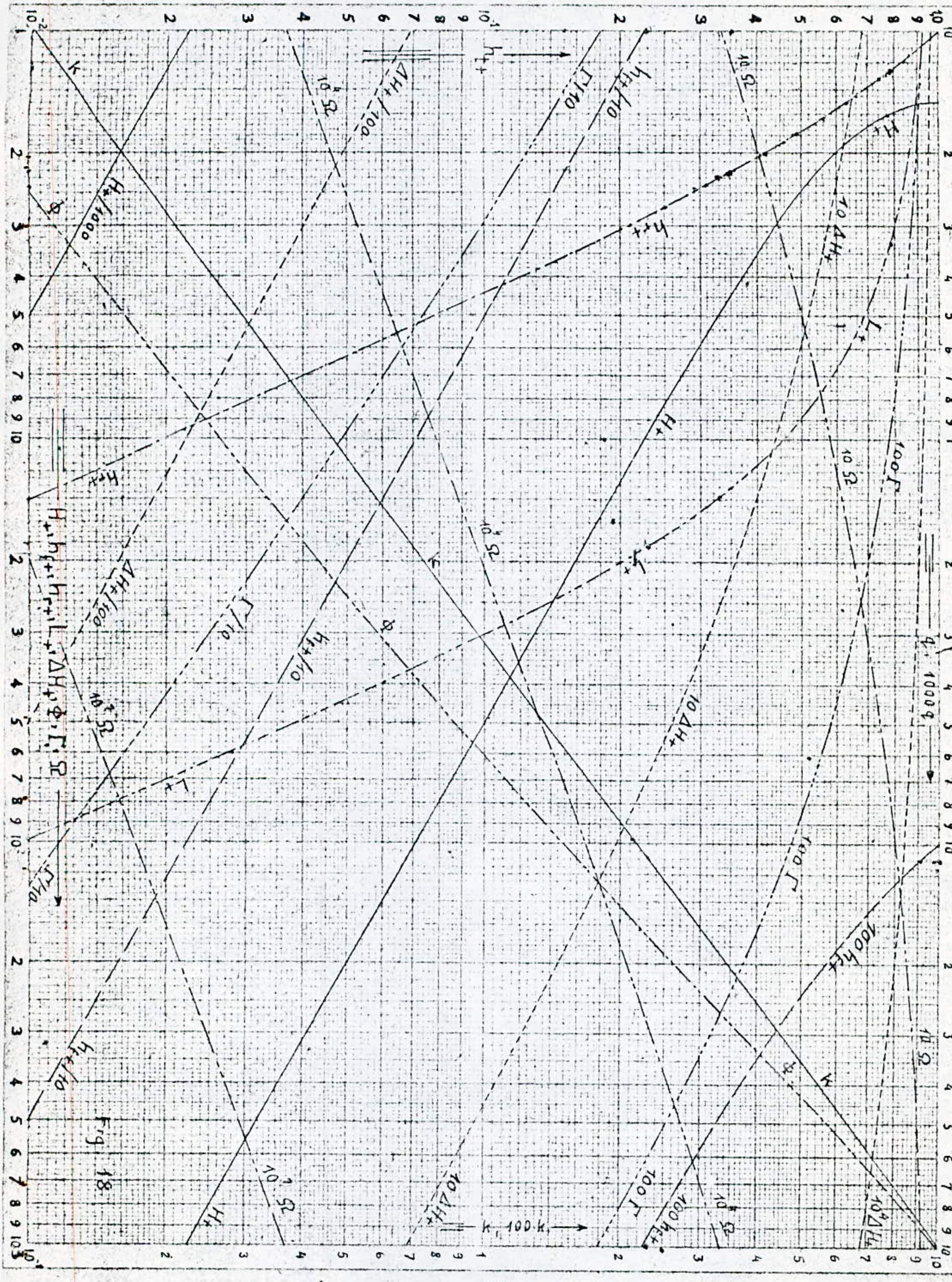
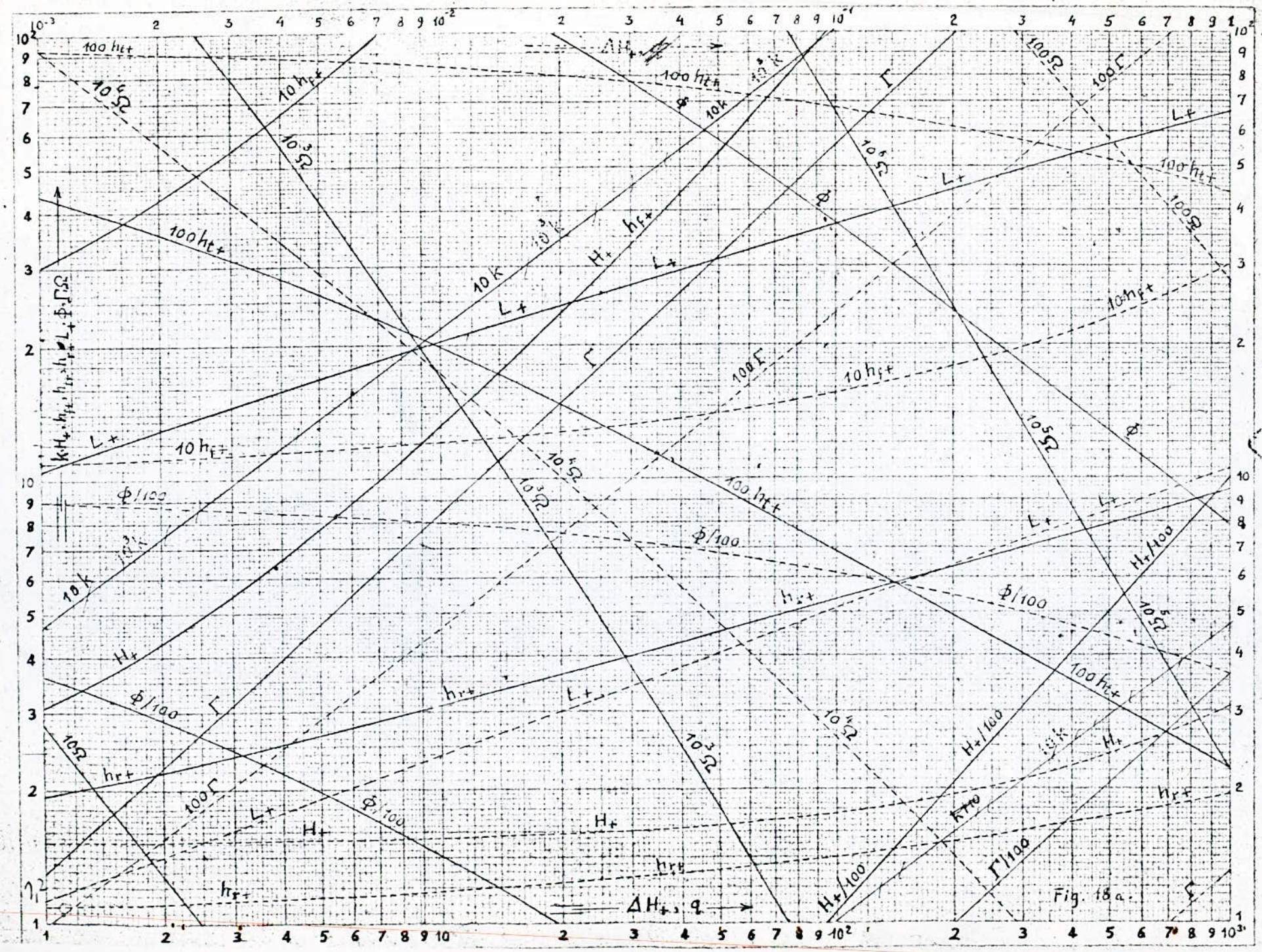


Fig. 18


ΔH+, q
Fig. 18a.

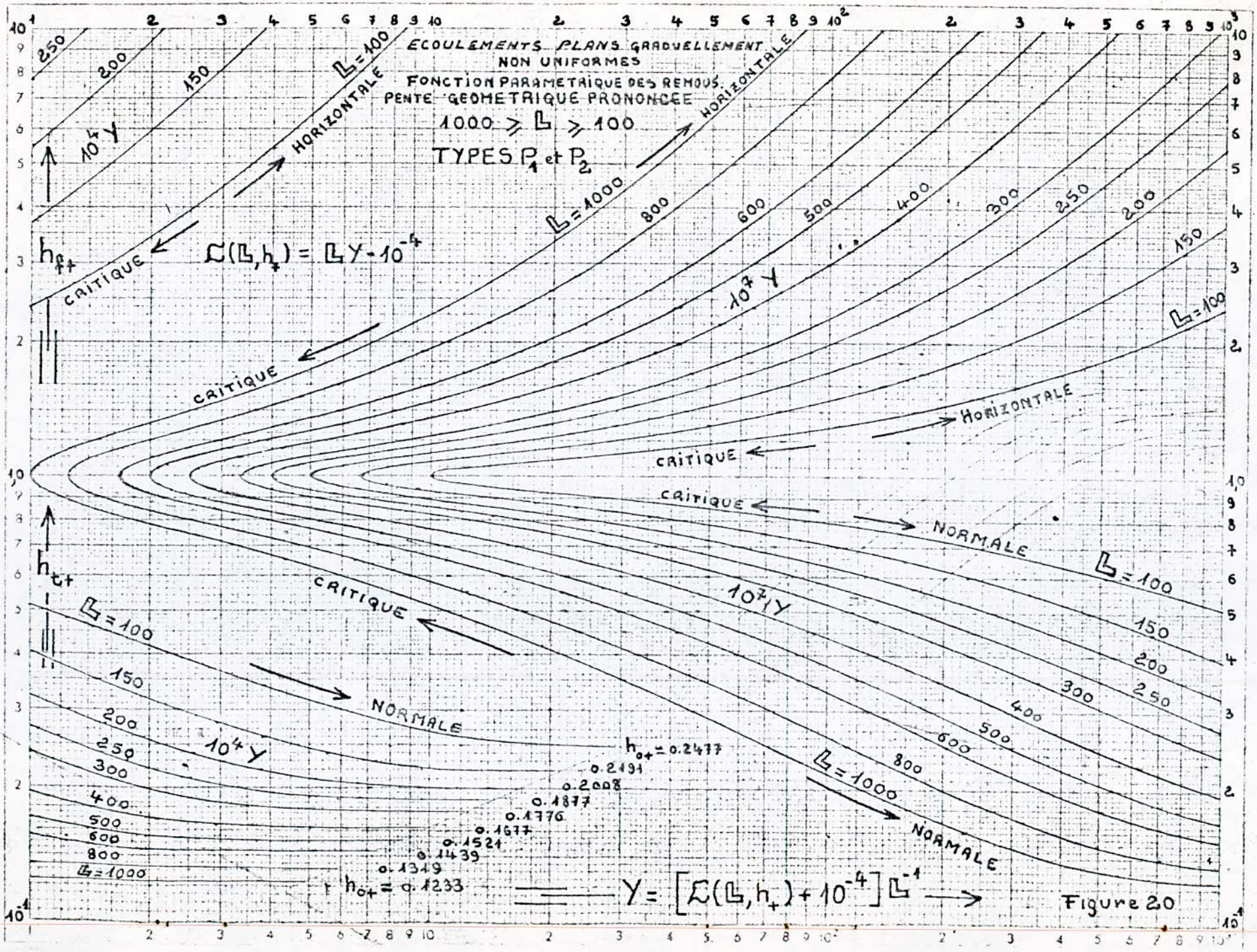

ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DES REMOUS.
PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE
1000 ≥ L ≥ 100
TYPES P1 et P2
HORIZONTALE
CRITIQUE
NORMALE
L=100
150
200
250
300
400
500
600
800
L=1000
10⁴ Y
10⁷ Y
h0+ = 0.2477
0.2491
0.2008
0.1877
0.1776
0.1677
0.1521
0.1439
0.1319
h0+ = 0.1233
Y = [Σ(L, h+) + 10⁻⁴] L⁻¹

Figure 20

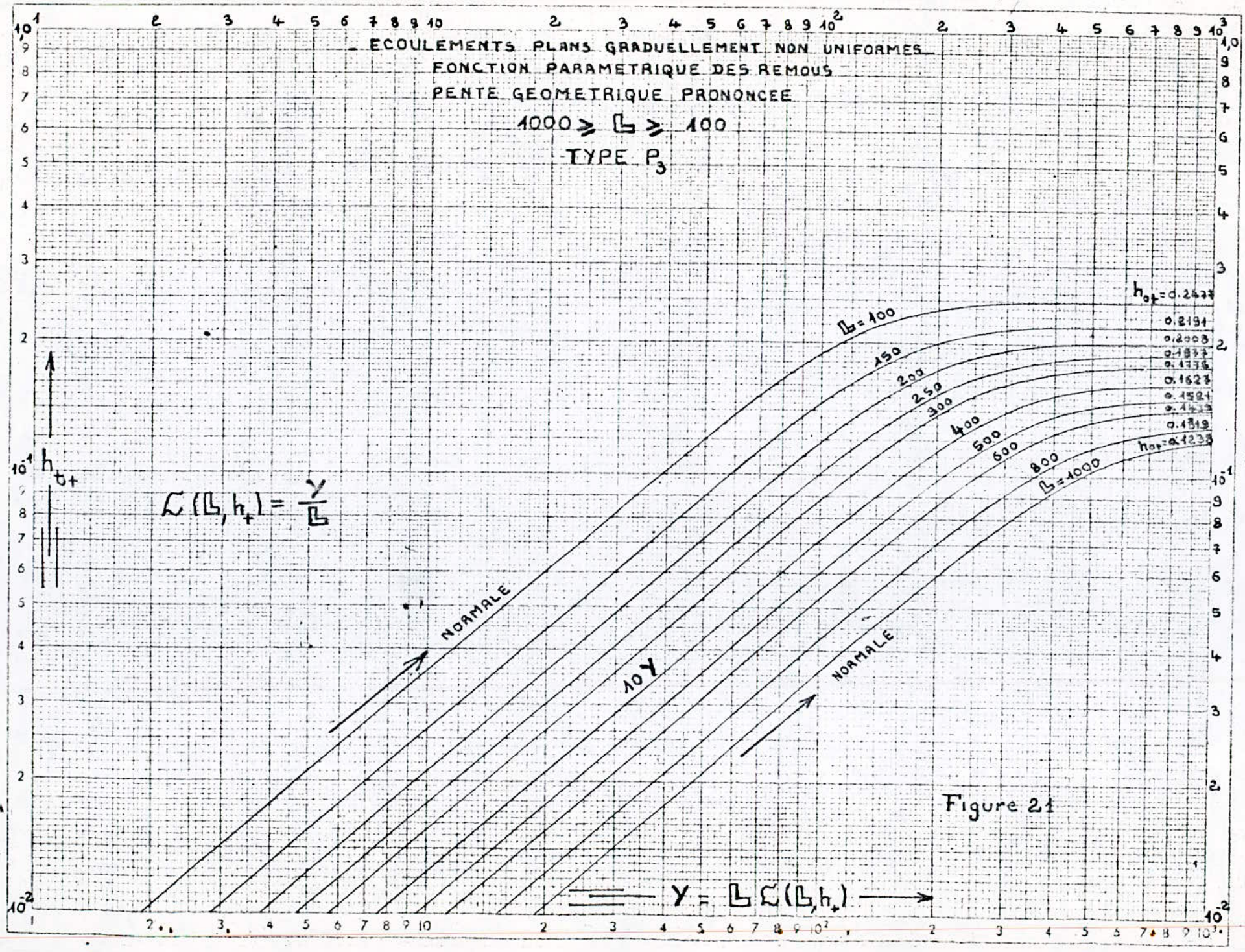

ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DES REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE
1000 ≥ L ≥ 100
TYPE P3
h_{t+}
$\mathcal{L}(L, h_+) = \frac{Y}{L}$
L = 100
150
200
250
300
400
500
600
800
L = 1000
h_{0+} = 0.2477
0.2191
0.2008
0.1877
0.1776
0.1627
0.1521
0.1439
0.1319
h_{0+} = 0.1238
NORMALE
10 Y
NORMALE
$Y = L\,\mathcal{L}(L, h_+)$

Figure 21

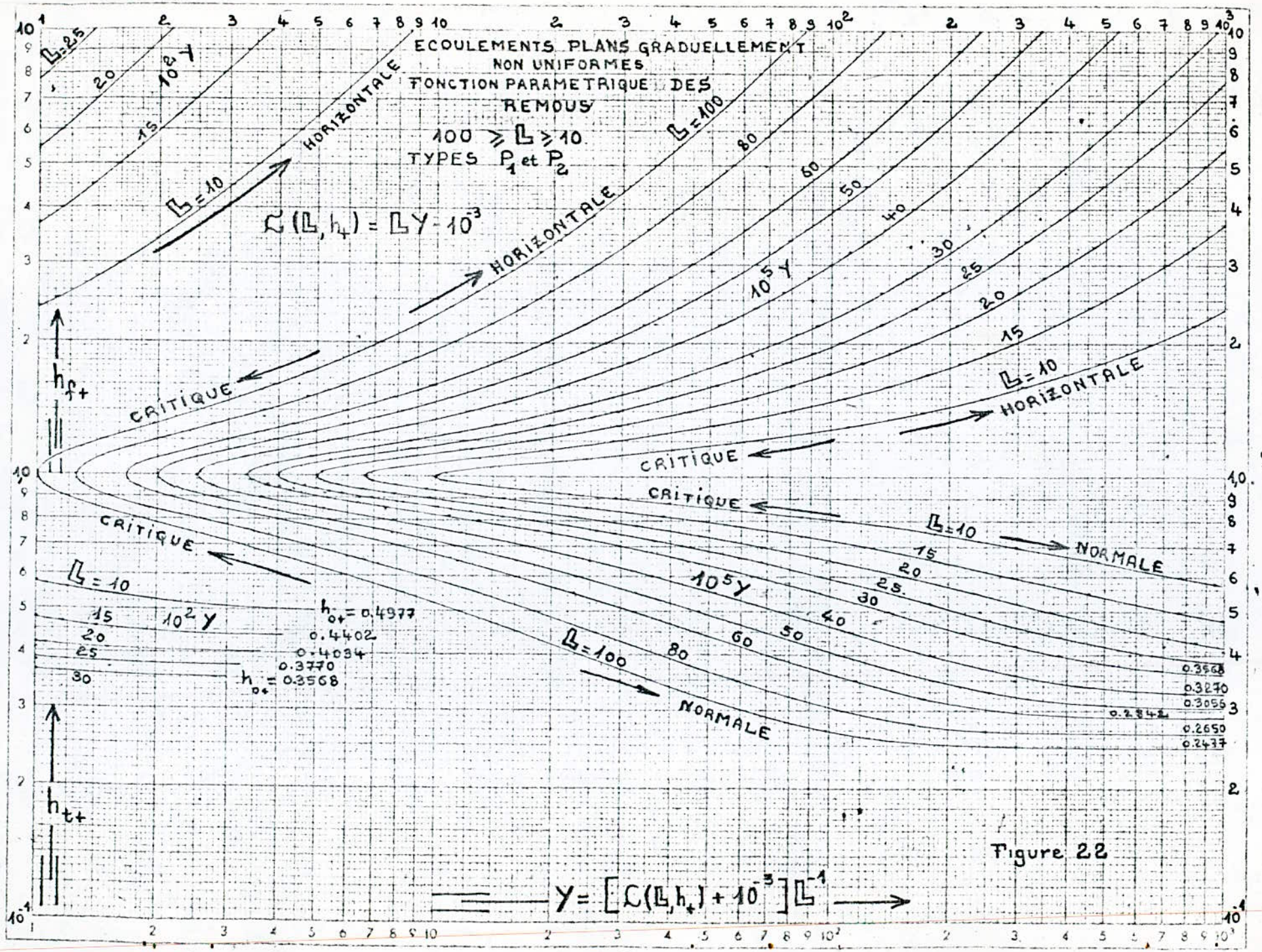


Figure 22

N° 2017

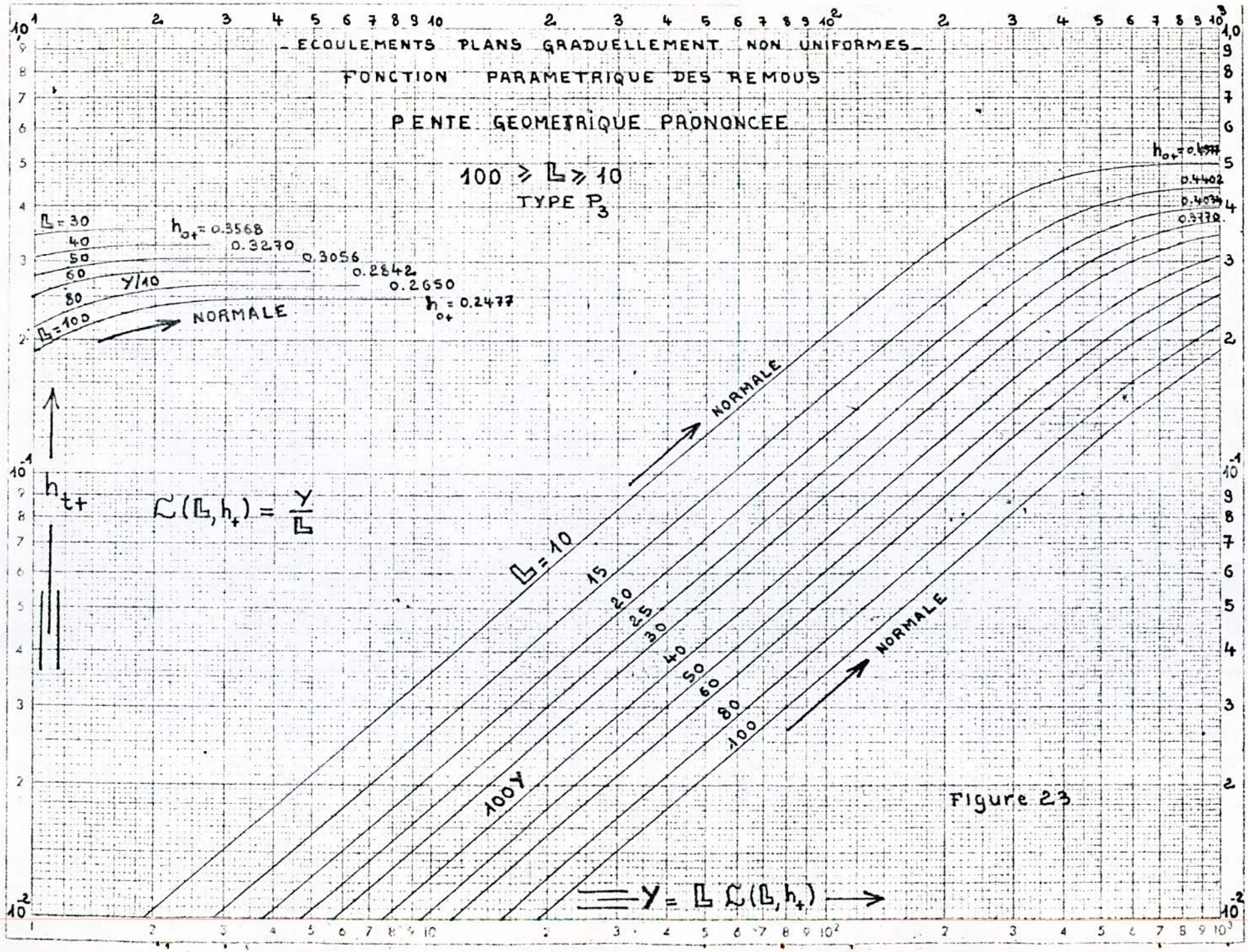

- ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES -
FONCTION PARAMETRIQUE DES REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE
100 ≥ L ≥ 10
TYPE P3
L = 30
40
50
60
80
L = 100
Y/10
NORMALE
h0+ = 0.3568
0.3270
0.3056
0.2842
0.2650
h0+ = 0.2477
h0+ = 0.4777
0.4402
0.4034
0.3770
NORMALE
L = 10
15
20
25
30
40
50
60
80
100
100Y
NORMALE
ht+
ζ(L, ht+) = Y/L
Y = L ζ(L, ht+)

Figure 23

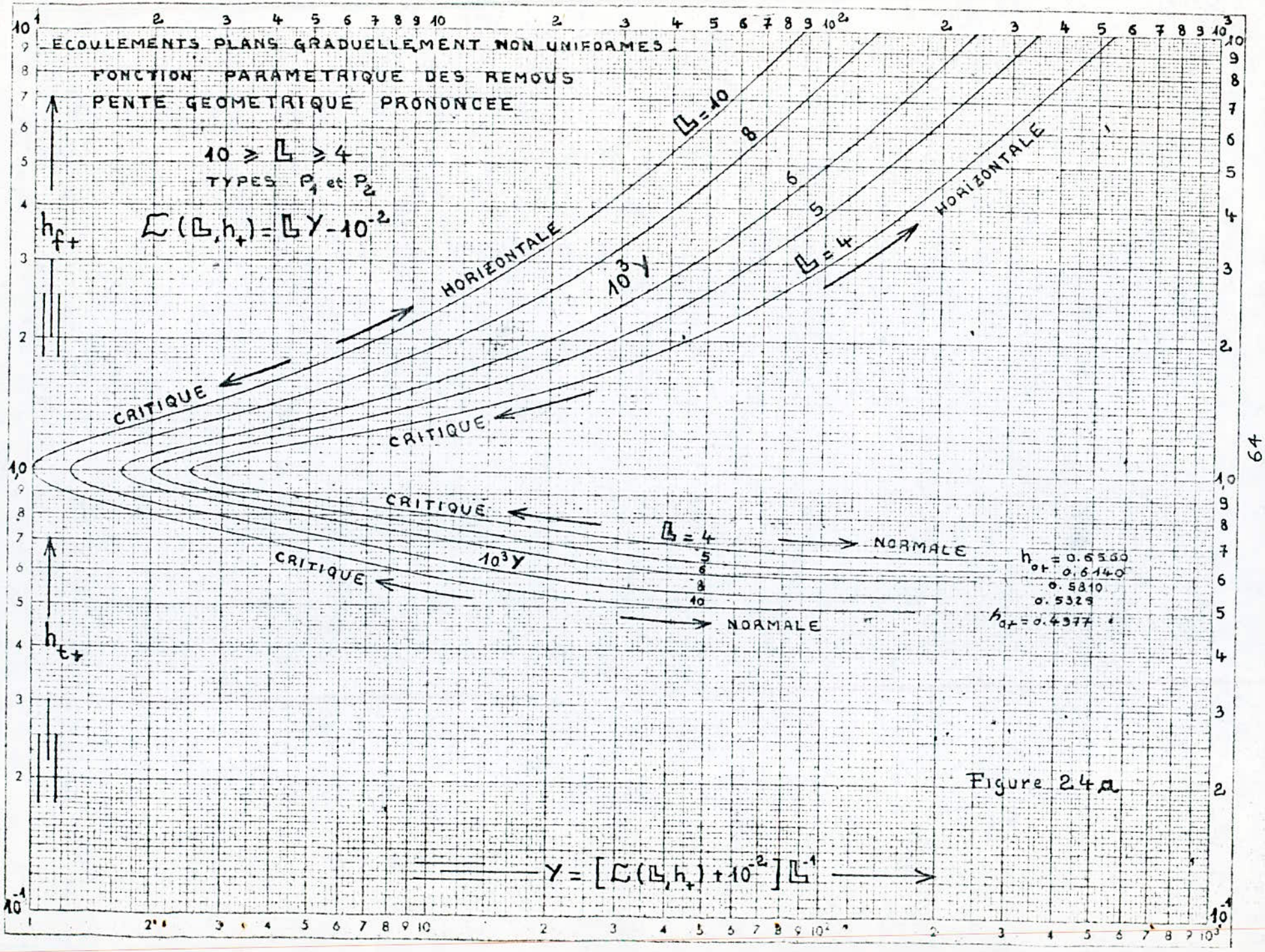

ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DES REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE
10 ≥ L ≥ 4
TYPES P1 et P2
Σ(L, h+) = LY - 10^-2
h_f+
h_t+
L = 10
8
6
5
L = 4
HORIZONTALE
HORIZONTALE
10^3 Y
CRITIQUE
CRITIQUE
CRITIQUE
CRITIQUE
L = 4
5
6
8
10
NORMALE
NORMALE
h_0+ = 0.6560
0.6140
0.5810
0.5329
h_a+ = 0.4377
Y = [Σ(L, h+) + 10^-2] L^-1

Figure 24a

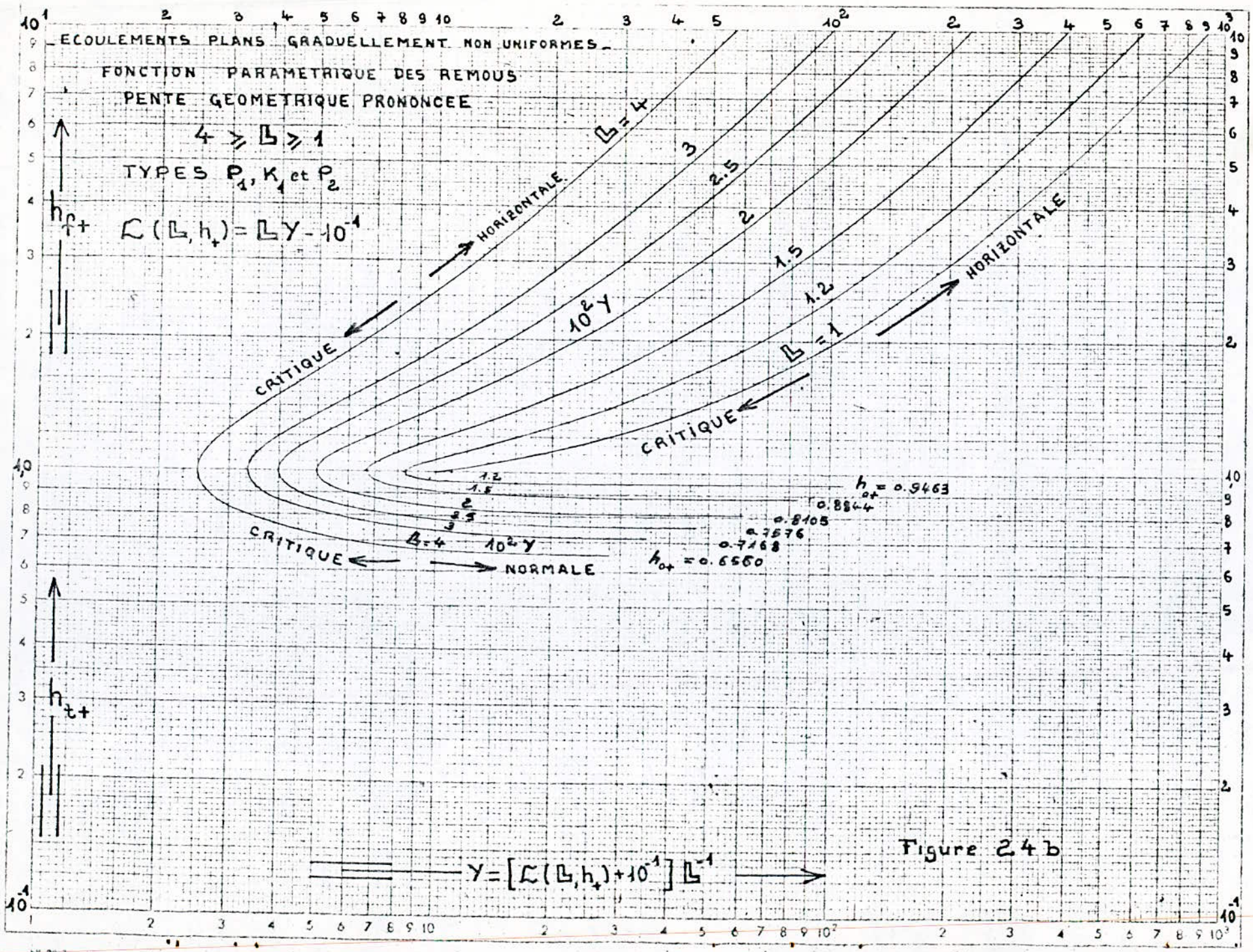

ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DES REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE
4 ≥ 𝔹 ≥ 1
TYPES P1, K1 et P2
ℒ(𝔹, h+) = 𝔹Y - 10^-1
hf+
ht+
𝔹 = 4
3
2.5
2
1.5
1.2
𝔹 = 1
10^2 Y
HORIZONTALE
CRITIQUE
NORMALE
h0+ = 0.9463
0.8844
0.8105
0.7576
0.7168
h0+ = 0.6560
Y = [ℒ(𝔹, h+) + 10^-1] 𝔹^-1

Figure 24 b

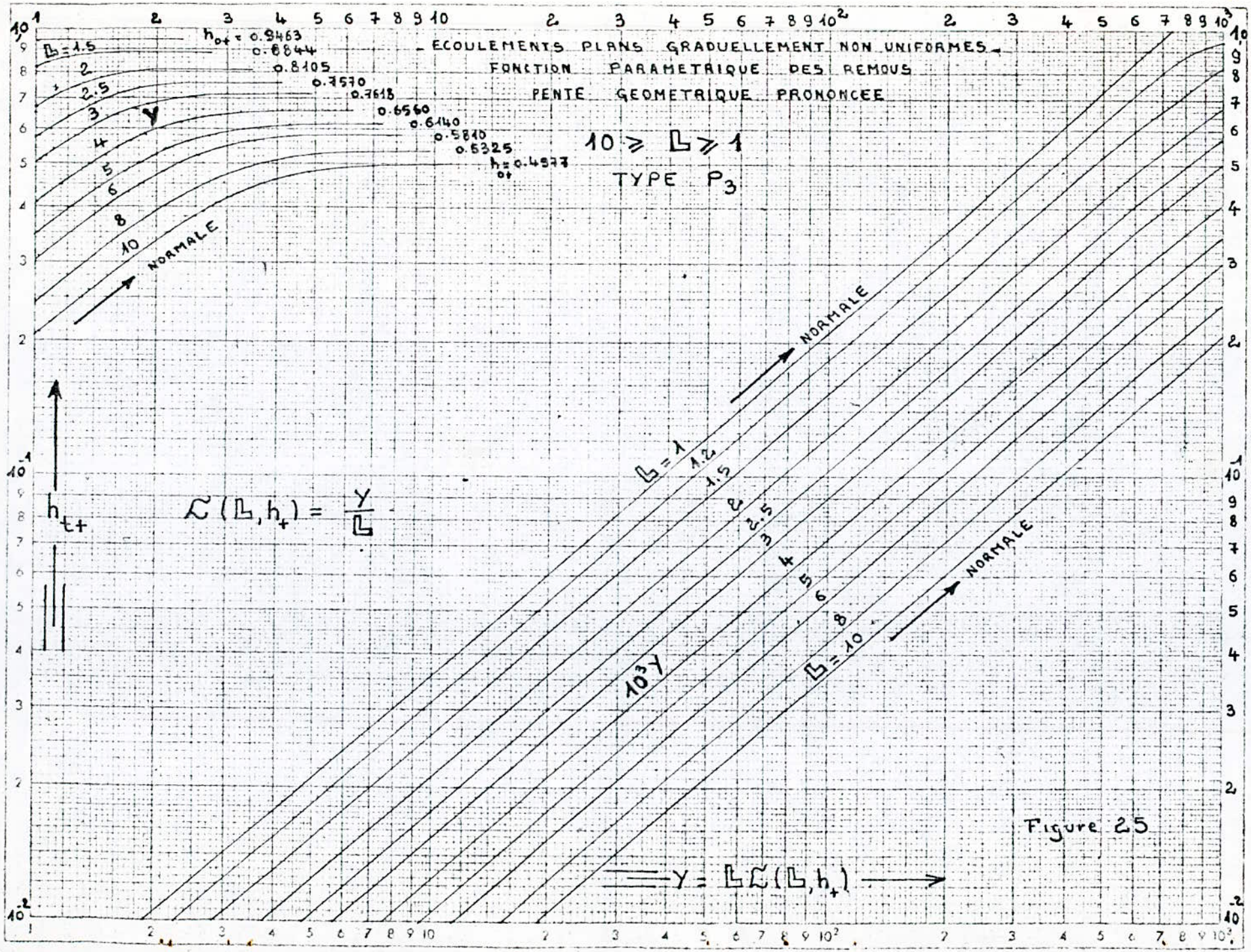
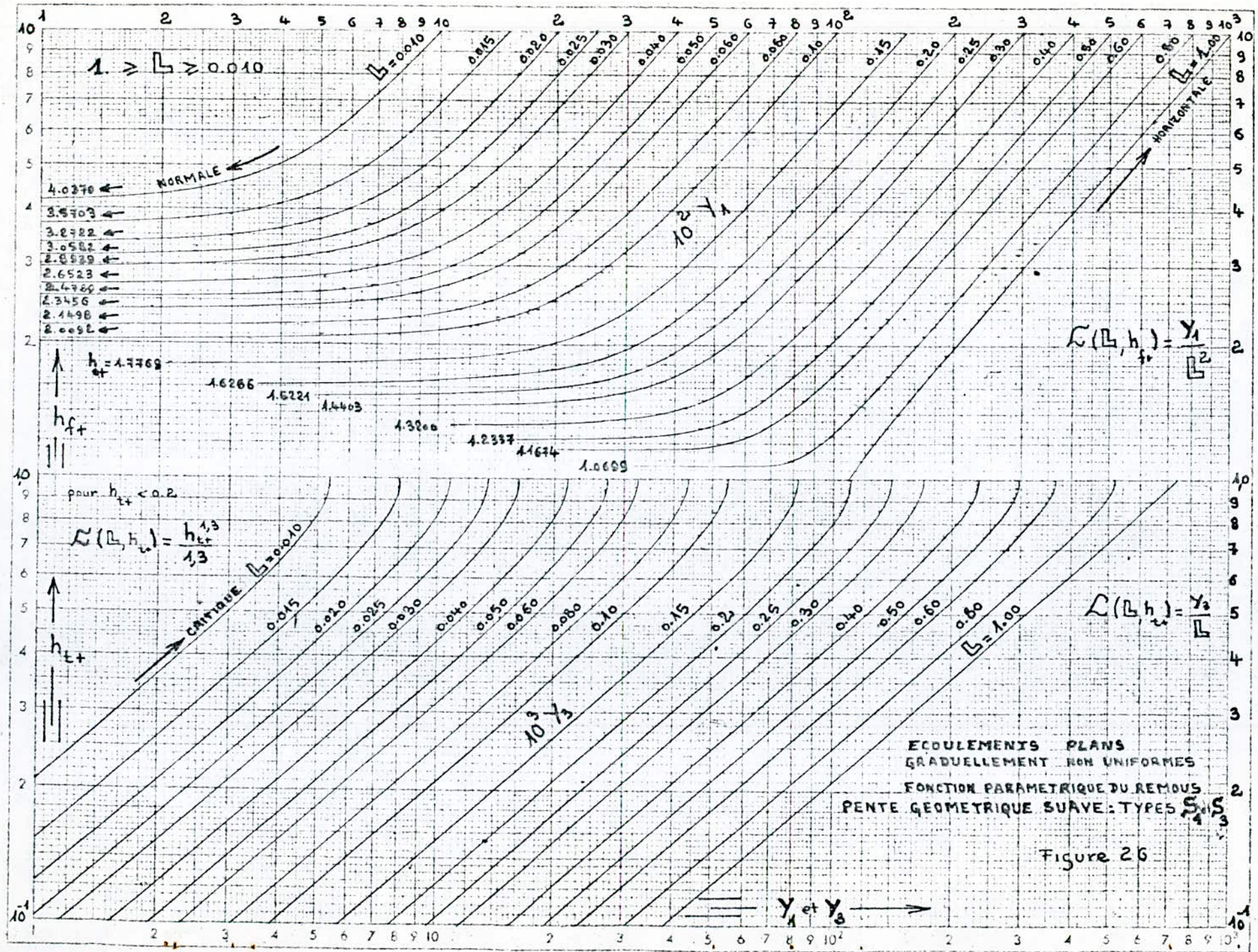

ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DES REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE PRONONCEE
10 ≥ L ≥ 1
TYPE P3
L=1.5
2
2.5
3
4
5
6
8
10
Y
NORMALE
h0+ = 0.8463
0.8844
0.8105
0.7570
0.7618
0.6560
0.6140
0.5810
0.5325
h0+ = 0.4977
L=1
1.2
1.5
2
2.5
3
4
5
6
8
10
10³Y
ht+
ζ(L,h+) = Y/L
Y = Lζ(L,h+)

Figure 25



ECOULEMENTS PLANS
GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE SUAVE: TYPES S_1 à S_3

Figure 26

N° 2017

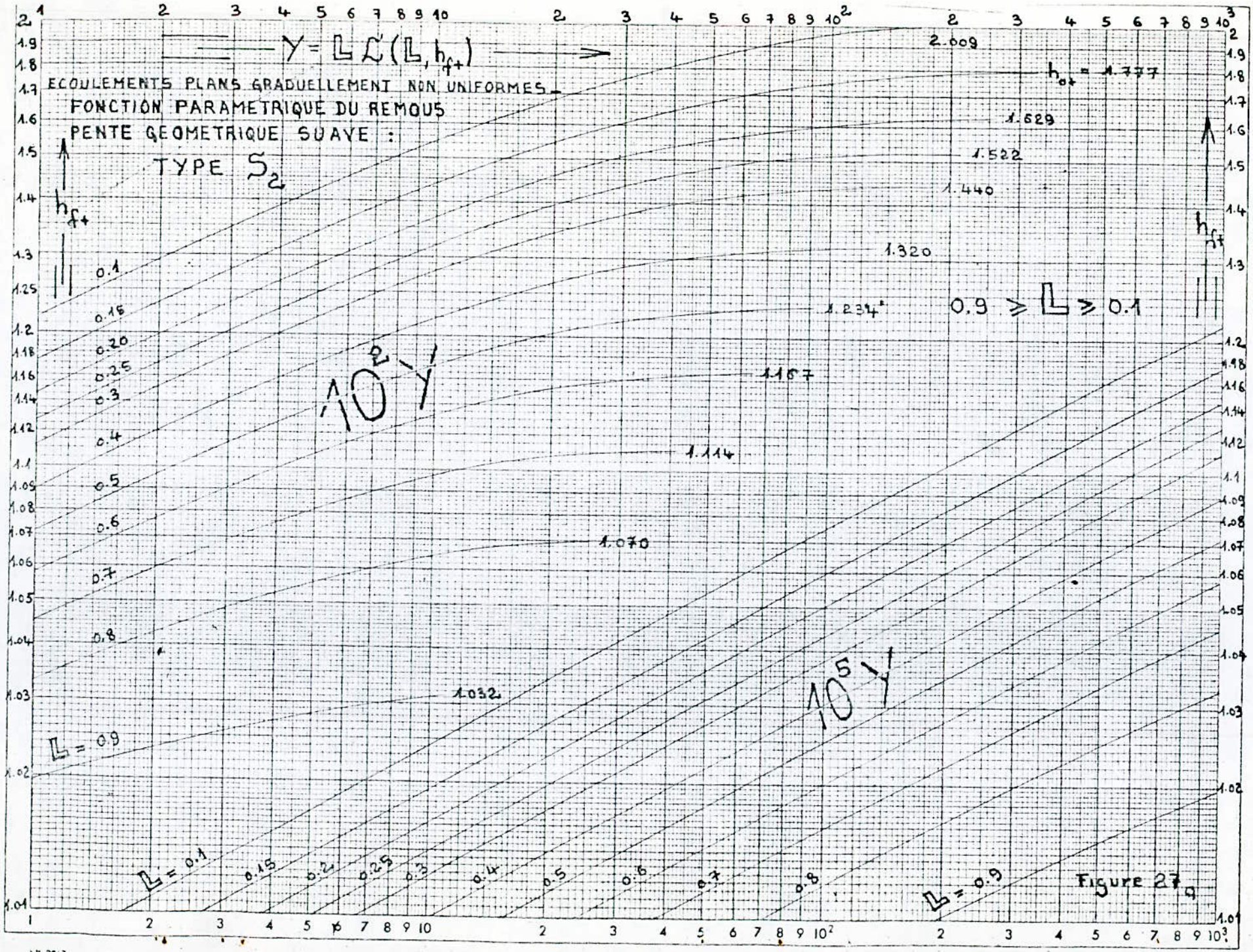


Figure 27 a

N° 2017

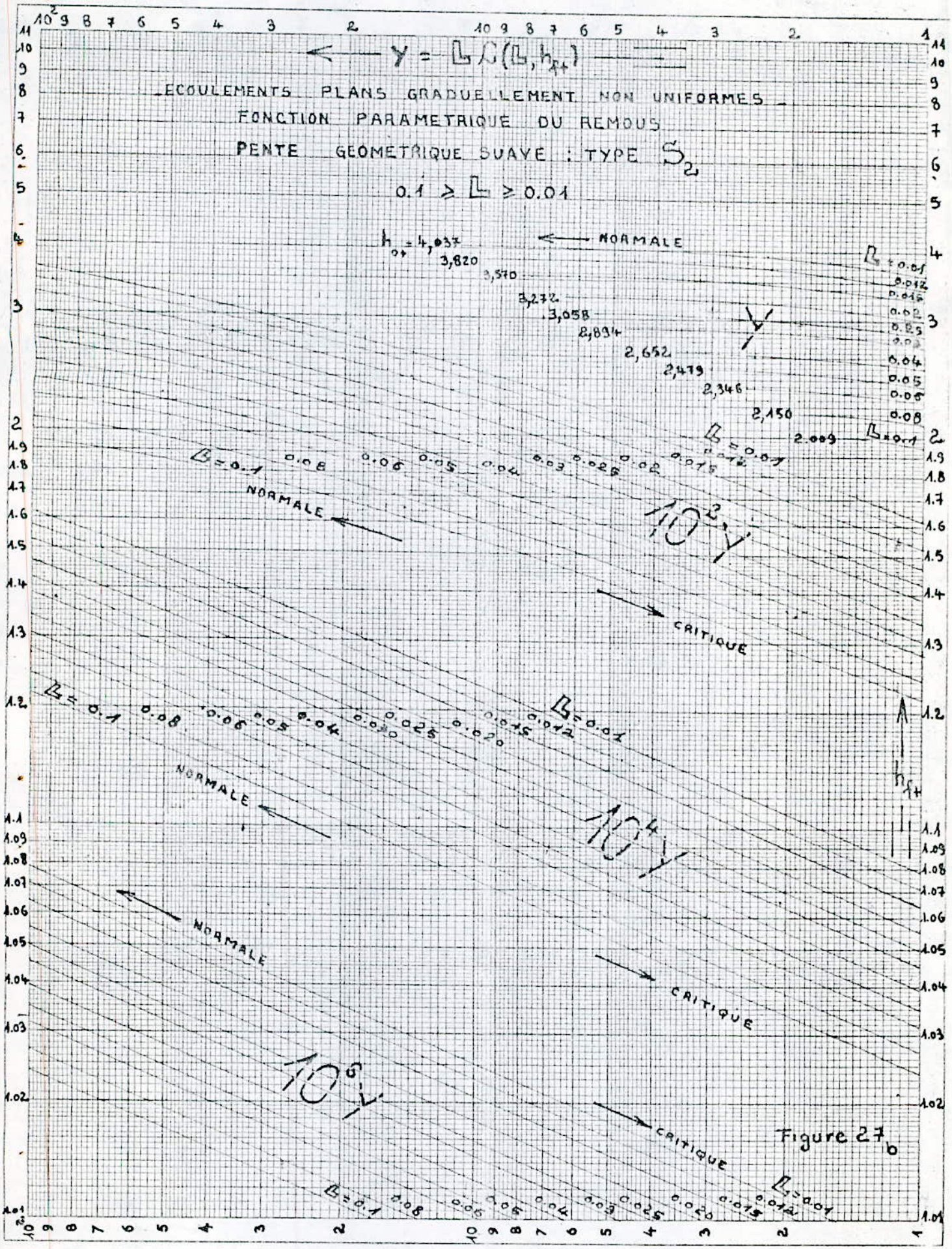

Y = L f(L, h1+)
ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE SUAVE : TYPE S2
0.1 ≥ L ≥ 0.01
h0+ = 4,037
3,820
3,570
3,272
3,058
2,894
2,652
2,479
2,346
2,150
2.009
NORMALE
CRITIQUE
10² Y
10³ Y
10⁴ Y
10⁵ Y
h1+

Figure 27 b

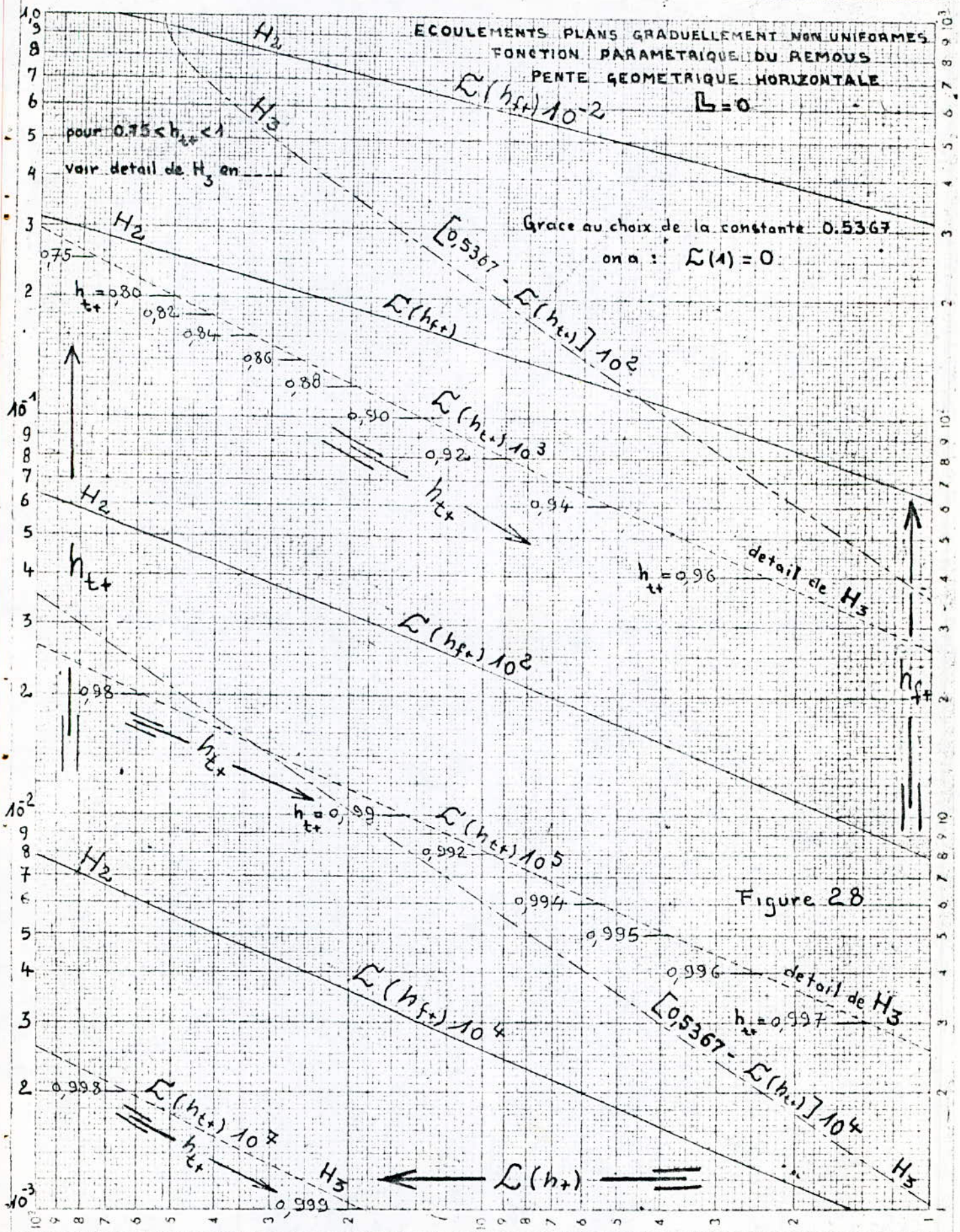

ECOULEMENTS PLANS GRADUELLEMENT NON UNIFORMES
FONCTION PARAMETRIQUE DU REMOUS
PENTE GEOMETRIQUE HORIZONTALE
i = 0
pour 0.75 < h_t+ < 1
voir detail de H3 en
Grace au choix de la constante 0.5367
on a : L(1) = 0
H2
H3
L(h_f+) 10^-2
L0,5367 - L(h_t+)] 10^2
L(h_t+) 10^3
L(h_f+) 10^2
L(h_t+) 10^5
L(h_f+) 10^4
L(h_t+) 10^7
L(h+)
h_t+
h_f+
0,75
0,80
0,82
0,84
0,86
0,88
0,90
0,92
0,94
0,96
0,98
0,99
0,992
0,994
0,995
0,996
0,997
0,998
0,999
detail de H3

Figure 28

Calcul des courbes de remous par la méthode graphique sur TI 59

*LBL A RCL 23 STO 03 0 STO 09 STO 19 RCL 01 x^2 ÷ 9.8 = INV y^x 3 = STO 1 (RCL 03 + RCL 07 ÷ 2) STO 10 4 × RCL 01 ÷ RCL 00 = STO 16 R/S

*LBL B (((RCL 02 ÷ 4 ÷ RCL 13) Ln x × 0.86 − 1.14) x^2 1/x RCL 01 x^2 ÷ 78.4 ÷ RCL 13 y^x 3) STO 28

(RCL 28 ÷ RCL 06) INV y^x 3.2 × RCL 13)) STO 13 (RCL 28 − RCL 06) *|x| *x≥t B RCL 13 R/S

*LBL $\sqrt{x}$ ((RCL 02 ÷ 4 ÷ RCL 10) Ln x×0.86 − 1.14) x^2 1/x STO 12 STO 14 (RCL 12 × RCL 01 x^2 ÷ 78.4 ÷ RCL 10 y^x 3) STO 08 INV SBR

*LBL C SBR $\sqrt{x}$ ((1−(RCL 11 ÷ RCL 10) y^x 3) ÷ (RCL 06 − RCL 08) × RCL 07) Sum 09 RCL 07 Sum 10 RCL 10 Sum 03 1 Sum 19 RCL 09 INV SBR

*LBL D C RCL 22 *|x| − RCL 09 *|x| = *x≥t D RCL 03 R/S

*LBL E SBR $\sqrt{x}$ ((2.51 ÷ RCL 16 ÷ RCL 12 $\sqrt{x}$ + RCL 02 ÷ 4 ÷ RCL 10 ÷ 3,7) Ln x , 0.86) x^2 1/x

STO 15 ((RCL 15 ÷ RCL 12) y^x 0.86 × RCL 12) STO 12 (RCL 15 − RCL 12) *|x| *x≥t 23B RCL 12 INV SBR

*LBL *A'E (RCL 12 ÷ RCL 14 × RCL 08) STO 18 ((1−(RCL 11 ÷ RCL 10) y^x 3) ÷ (RCL 06 − RCL 18) × RCL 07) Sum 09 RCL 07 Sum 10 RCL 07 Sum 03 1 Sum 19 RCL 09 INV SBR

*LBL *B' *A' RCL 22 *|x| − RCL 09 *|x| = *x≥t *B' RCL 03 R/S

Transition

A ⇒ R =

A *A' ⇒ L 1-i

RCL 03 ⇒ hi

Calcul des courbes de remous par la methode graphique sur TI 59 - Canal trapezoïdal

*LBL *A' RCL 08 + RCL 10 ÷ 2 = STO 31 STO 32 2 × (1 + RCL 05 x^2) $\sqrt{x}$ = STO 11 R/S

*LBL A ((RCL 04 + RCL 05 × RCL 31) × RCL 31) STO 33 (RCL 04 + RCL 11 × RCL 31)

STO 34 (4 × RCL 33 ÷ RCL 34) STO 35 (RCL 02 ÷ RCL 35) STO 40 (RCL 01 ÷ RCL 33 ×

RCL 35 ÷ RCL 00) STO 19 (RCL 40 Ln x × .86 - 1.14) x^2 1/x STO 36 STO 41 (RCL 04

+ 2 × RCL 05 × RCL 31) STO 42) (RCL 36 ÷ RCL 35 × RCL 01 x^2 ÷ RCL 33 x^2 ÷

19.6) STO 17 INV SBR

*LBL B A (1 - RCL 01 x^2 ÷ 9.8 × RCL 42 ÷ RCL 33 y^x 3) ÷ (RCL 03 - RCL 07) × RCL 10

= STO 38 RCL 10 SUM 31 1 SUM 23 RCL 10 SUM 18 RCL 38 SUM 39 RCL 39 INV SBR

*LBL C A ((2.51 ÷ RCL 19 ÷ RCL 36 $\sqrt{x}$ + RCL 40 ÷ 3.7) Ln x × 0.86) x^2 1/x STO 43

((RCL 43 ÷ RCL 36) y^x 0.86 × RCL 36) STO 36 (RCL 43 - RCL 36) *|x| * x ≥ t

209 (RCL 36 ÷ RCL 41 × RCL 17) STO 44 INV SBR

*LBL DC (1 - RCL 01 x^2 ÷ 9.8 × RCL 42 ÷ RCL 33 y^x 3) ÷ (RCL 03 - RCL 44) ×

RCL 10 = STO 38 RCL 10 SUM 31 1 SUM 23 RCL 10 SUM 18 RCL 38 SUM 39

RCL 39 INV SBR

*LBL E 0 STO 23 STO 39 RCL 08 STO 18 + RCL 10 ÷ 2 = STO 31 R/S

*LBL *B' B (RCL 49 *|x| - RCL 39 *|x|) * x ≥ t *B' RCL 18 R/S

*LBL *C B (RCL 48 - RCL 18) × RCL 10 = * x ≥ t *C' RCL 39 R/S

*LBL *D' D (RCL 49 *|x| - RCL 39 *|x|) * x ≥ t * D' RCL 18 R/S

*LBL *E' D (RCL 48 - RCL 18) × RCL 10 = * x ≥ t *E' RCL 39 R/S

Introduire → Q → 01 Z → 02 Ju → 03 b → 04

I → 05 J → 00 h1 → 08 → 18 dh → 10

hn → 48 Ln → 49 fix ⇄ xt

A' — x → 11 B RCL 19 → R

RCL 40 → E/Dh

Point par Point. D, D ... D

Programme de calcul des courbes de remous

par la methode classique en canal horizontal

```
input " q , H1 , H2 "; q , H1 , H2

hc = ( q * q / 9.81 ) ↑ (3)

Print " hc = " ; hc

X = [ ( B * hc / (B + 2 * hc) ) ↑ (4/3) ] / ( n * n x q )

Y = [ (B + 2 * hc) ↑ (4/3) ] / ( 2 * ( hc ↑ (1/3) ) )

Z = [ H1 ↑ (1/3) ] / ( ( B + 2 * H1 ) / (4/3) ) + ( H2 ↑ (1/3) ) / (B + 2 * H2) ↑ (4/3) )

V = ( H2 - H1 ) / Hc

W = ( H2 ↑ 4 - H1 ↑ 4 ) / ( 4 * ( hc ↑ 4 ) )

ΔL = X * [ Y * Z * V - W ]

Print " ΔL = " ; ΔL
```

Pente horizontale

Vanne ouverte.

$I = 0$

$q = 1.3.\ 10^{-2}\ m^2/s$

Sections		1	2	3	4	5	6	7
Longueurs [mm]		00	450	900	1350	1800	2250	289
hauteurs [mm]	Pratique	35.2	34.5	33.6	32.5	31.3	30.0	26.4
	graphique	35.9	35.2	34.3	33.4	32.3	30.9	25.4
	classique	33.8	33.0	32.1	31.1	30.0	28.7	25.

$hc = 25.8\ mm$

$hn \longrightarrow \infty$

$h > hc$

Courbe de remous

Type H_2

Planche N° 1

Pente horizontale

Ecoulement passant sous une vanne de fond

$I = 0$

$q = 10,87 \cdot 10^{-3} \, m^2/s$

$a = 11.5 \, mm$ (levée de la vanne)

Sections		V	1	2	3		5	6	T
Longueurs (mm)		00	450	900	1350		2250	2890	3340
hauteurs (mm)	Pratique	11.5	13.2	15.0	17.4	Ressaut.	28.4	27.2	23.8
	graphique	11.5	13.0	14.5	16.4		29.1	27.8	22.9
	classique	11.5	13.0	14.4	15.9		26.9	25.8	22.9.

$h_c = 22,9 \, mm$

$h_c > h \rightarrow$ Type H_3 $\qquad h_n \rightarrow \infty$

$h_c < h \rightarrow$ Type H_2

Courbe de remous

Types H_3. H_2

Planche N°2

Pente faible

Vanne ouverte.

$I = 3.08 . 10^{-4}$

$q = 3.68 . 10^{-3}\ m^2/s$

Sections		1	2	3	4	5	6	7
Longueurs [mm]		00	450	900	1350	1800	2250	2890
hauteurs [mm]	Pratique	17.1	16.5	16.0	15.5	15.0	14.4	11.7
	graphique	17.5	17.1	16.6	16.1	15.5	14.6	11.3
	classique	16.2	15.9	15.5	15.1	14.6	14.0	11.3

$hc = 11.3\ mm$

$hnc = 21.7\ mm$

$hng = 24.9\ mm$

$hn > h > hc$

Courbe de remous

Type F_2

Planche N° 3

Pente faible

Ecoulement passant sous une vanne de fond

$I = 3.08 . 10^{-4}$

$q = 9.74 . 10^{-3} m^2/s$

$a = 10 mm$. (levée de la vanne)

Sections		V	1	2	3	4	Ressaut	6	T
Longueurs [mm]		00	450	900	1350	1800		2890	3340
hauteurs [mm]	Pratique	10.0	11.5	13.0	14.8	17.2		26.5	22.00
	graphique	10.0	11.5	13.0	14.7	16.8		25.8	21.30
	classique	10.0	11.1	12.5	13.8	15.5		24.5	21.30

$hc = 21.3 mm$

$hnc = 38.9 mm$

$hng = 43.5 mm$

$hn > hc > h \rightarrow$ Type F_3

$hn > h > hc \rightarrow$ Type F_2

Courbes de remous

Type - F_3 . F_2

Planche N° 4

Pente forte

Vanne ouverte

$I = 0,056$

$q = 12,93 \cdot 10^{-3} m^2/s$

Sections		1	2	3	4	5	6	T
Longueurs [mm]		00	450	900	1350	1800	2250	2890
hauteurs [mm]	Pratique	21.0	14,1	12.1	11.1	10.5	10.3	10.0
	graphique	21.0	13.8	11.6	10.6	10.2	10.0	09.8
	classique	21.0	13.6	11.5	10.5	10.1	09.9	09.7

$hc = 2,573$ cm

$hnc = 9,68$ mm

$hng = 9,64$ mm

$hc > h > hn$

$I > Ic$

Courbe de remous

Type T_2

Planche N: 5

Pente forte

Ecoulement passant sous une vanne de fond

$I = 0.056$

$q = 10.39 . 10^{-3} m^2/s$

$a = 7.0 mm$ (Levée de la vanne)

Sections		V	1	2	3	4	5	6	7
Longueurs [mm]		00	450	900	1350	1800	2250	2890	3340
hauteurs [mm]	Pratique	7.0	7.58	7.98	8.24	8.42	8.54	8.60	8.66
	classique	7.0	7.54	7.90	8.14	8.30	8.34	8.40	8.50
	graphique	7.0	7.42	7.68	7.88	8.00	8.06	8.14	8.20

$hc = 22.24 mm$

$hnc = 8.5 mm$

$hng = 8.75 mm$

$hc > hn > h$

Courbe de remous

Type T_3

Planche N° 6

Pente ascendante

Vanne ouverte

$I = 0.028$

$Q = 1.988 . 10^{-3} m^3/s$

$I = \cot g\, 90° = 0$

Sections		1	2	3	4	5	6	7
Longueurs [mm]		00..	450	900	1350	1800	2250	2890
hauteurs [mm]	Pratique	111.0	98.0	85.0	72.0	59.0	45.0	20.0
	graphique	108.0	95.0	82.0	69.0	56.0	42.5	18.5
	classique	102.0	88.0	76.0	63.0	51.0	40.0	18.5

$hc = 18.5$ mm

$h > hc$

Courbe de remous

Type A_2

Planche N°7

Pente ascendante

Ecoulement passant sous une vanne de fond

$I = 0.028$

$Q = 2.178\ 10^{-3}\ m^3/s$

$a = 05\ mm$

Sections		V	1	2	3	4	5	/	7
Longueurs [mm]		00	450	900	1350	1800	2250	Ressaut	3340
hauteurs [mm]	Pratique	05	06.5	08.0	09.0	11.0	12.0		24.0
	graphique	05	06.0	07.0	07.5	08.5	09.5		21.4
	classique	05	06.0	06.5	07.0	07.5	08.0		21.4

$hc = 21.4\ mm$

$hc > h \rightarrow$ Type A_3

$hc < h \rightarrow$ Type A_2

Courbe de remous

Type A_2 . A_3

Planche N° 8

TABLE DE LA FONCTION DE BRESSE $\phi = -\int \frac{dy}{y^3 - 1}$

y	$\phi(y)$	y	$\phi(y)$	y	$\phi(y)$	y	$\phi(y)$
0.00	-0.605	0.84	0.435	1.06	0.838	1.60	0.218
0.10	-0.505	0.85	0.460	1.07	0.783	1.70	0.190
0.20	-0.404	0.86	0.487	1.08	0.749	1.80	0.166
0.30	-0.302	0.87	0.516	1.09	0.712	1.90	0.146
0.40	-0.198	0.88	0.546	1.10	0.676	2.00	0.132
0.45	-0.144	0.89	0.578	1.11	0.651	2.25	0.102
0.50	-0.088	0.90	0.614	1.12	0.626	2.50	0.082
0.55	-0.029	0.91	0.652	1.13	0.602	2.75	0.0674
0.60	+0.032	0.92	0.695	1.14	0.580	3.00	0.0564
0.65	0.099	0.93	0.743	1.15	0.561	3.25	0.0479
0.70	0.171	0.94	0.798	1.16	0.541	3.50	0.0412
0.72	0.202	0.95	0.862	1.17	0.525	4.00	0.0315
0.74	0.235	0.96	0.940	1.18	0.509	4.50	0.0248
0.75	0.252	0.97	1.040	1.19	0.493	5.00	0.0201
0.76	0.270	0.98	1.178	1.20	0.479	7.00	0.0102
0.77	0.288	0.99	1.412	1.22	0.454	10.0	0.0050
0.78	0.306	1.00	∞	1.25	0.420	15.0	0.0022
0.79	0.326	1.01	1.416	1.30	0.373	30.0	0.0006
0.80	0.346	1.02	1.196	1.35	0.335	50.0	0.0002
0.81	0.367	1.03	1.060	1.40	0.304	100.	0.0001
0.82	0.387	1.04	0.970	1.45	0.277	∞	0.0000
0.83	0.411	1.05	0.895	1.50	0.257		

MODE DE CALCULS

METHODE GRAPHIQUE.

-Pente horizontal $I=0$

- " faible $I > 0$

- " forte $I > 0$

Les cas si-dessous ont été calculés à partir du programme des écoulements plans établi par Mr GEZA LAPRAY.

- Pente ascendante.

Les calculs de ce type de courbe ont été faits à partir du programme pour les écoulements trapezoidal vu que la condition $b/h < 10$

avec $I = \cotg 90 = 0$

Calcul de la rugosité absolue. ε

Connaissant la fourche des valeurs de la rugosité du plexiglass qui est comprise entre 10^{-5} et 10^{-6} m.
On se donne des valeurs hypothétiques ,les hauteurs qui ont résultent sont comparées avec les valeurs pratiques.
La valeur prise de et celle qui donne des hauteurs coincidant avec celles de la pratique.

Calcul de la hauteur critique.

$$hc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Calcul de la hauteur normale.

$$f_n = (1,14 - 0,86 \operatorname{Log} \varepsilon/D)^{-2}$$

$$f_c^{-1/2} = -0,86 \operatorname{Log}\left(\varepsilon/Dh/3,7 + \frac{2,51}{R\sqrt{f_n}}\right)$$

$$\mathcal{K} = \frac{\sqrt{8g/f_c}}{(R_h)^{0,15}}$$

R_h - rayon hydraulique

$$V = \frac{\mathcal{K}^2 \cdot k^{0,3}}{9.81}$$

$$\square = V \cdot J_0$$

$$h_{c+} = \square^{-1/3,3}$$

$$h_0 = h_{c+} \; k$$

Conclusion :

Conformement au but de notre étude qui n'est autre de la comparaison des methodes hydrodynamique graphique et classique nous avons jugé utile de donner les points concluants de cette étude .

Les points essentiels et remarquables à enoncer seront les modes de calcul utilisés dans les deux méthodes ainsi que l'importance de la rugosité qui n'est pas à negliger.

La méthode hydrodynamique- graphique rendue aisée par la mise en oeuvre du programme de calcul élaboré à partir de la méthode d'integration numérique et qui permet d'obtenir la solution directe. simple et expeditive dans tous les cas étudiés où $\frac{b}{h}$ reste supérieur à 10, condition necessaire pour considérer l'écoulement bidimentionnel.

Exception faite pour le cas de canal ascendant où la pente est inférieure à zéro, et les hauteurs tellement importantes que la condition $\frac{b}{h} < 10$ ne reste plus valable ainsi que le programme en écoulement plan, par voie de conséquence les calculs seront faits en considérant le canal trapezoidal avec $\mathcal{I} = 0$

Le paramétre primordial et preponderant dans la méthode classique est la pente du canal.

Le passage d'une pente à une autre, a entrainé le changement de méthode.

Ce qui nous a contraint à utiliser trois méthodes différentes.

BIBLIOGRAPHIE.

- E . C R A U S S E.
(Hydraulique des cannaux découverts)
Edition Eyrolles.

-M . C A R L I E R.
(Hydraulique générale et appliquée)
Edition Erylles.

-A . L A N C A S T R E.
(Manuel d'Hydraulique générale)
Edition Eyrolles.

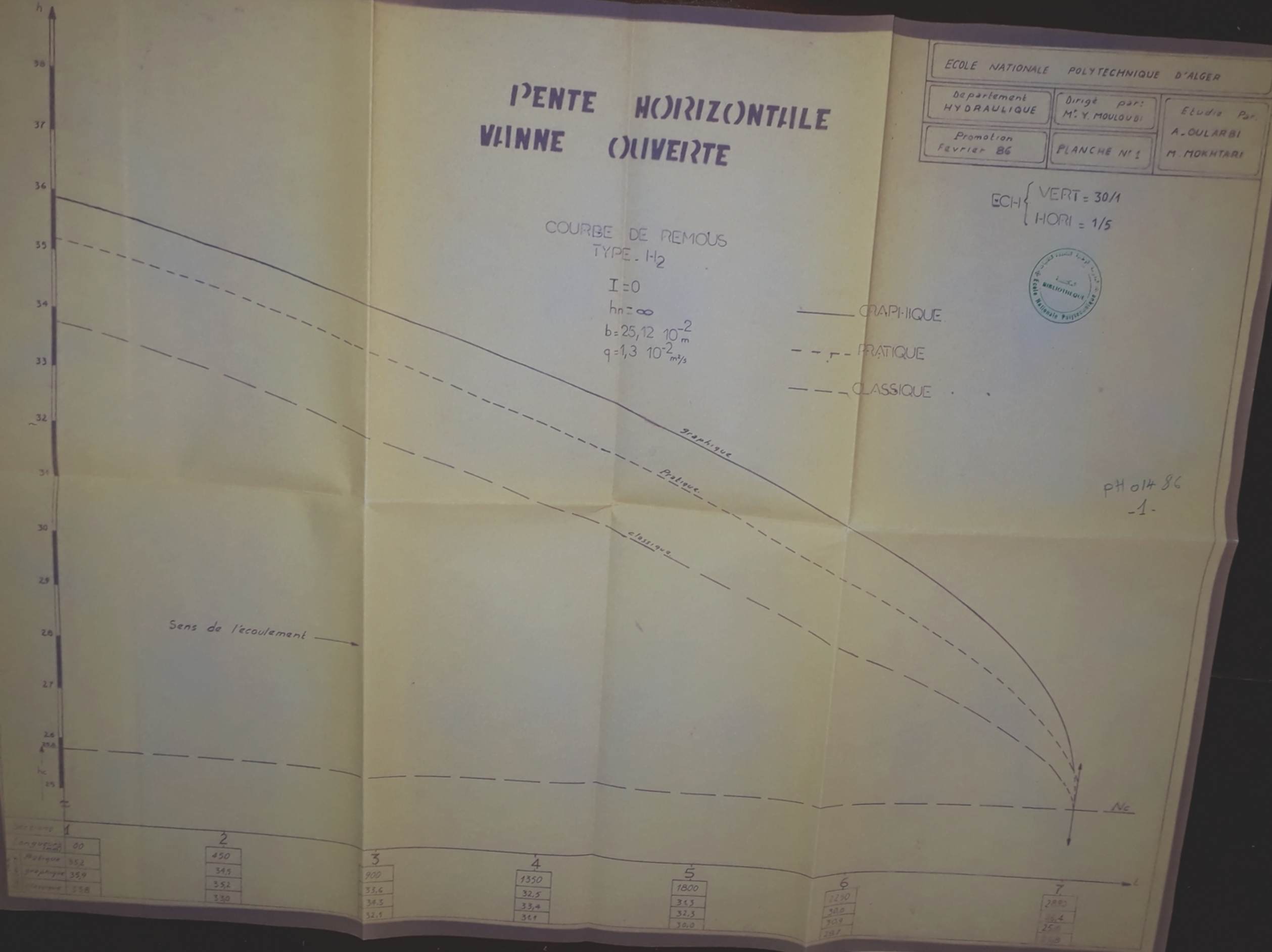
-G . L A P R A Y.
(Hydraudynamique graphique)

PENTE HORIZONTALE
VANNE OUVERTE

COURBE DE REMOUS
TYPE. $I_1 I_2$

$I = 0$
$h_n = \infty$
$b = 25,12\ 10^{-2}$ m
$q = 1,3\ 10^{-2}$ m²/s

——— GRAPHIQUE
– – – PRATIQUE
— — — CLASSIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER		
Département HYDRAULIQUE	Dirigé par: M^r. Y. MOULOUDI	Etudié Par A. OULARBI M. MOKHTARI
Promotion Février 86	PLANCHE N° 1	

ECH { VERT = 30/1
HORI = 1/5

BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

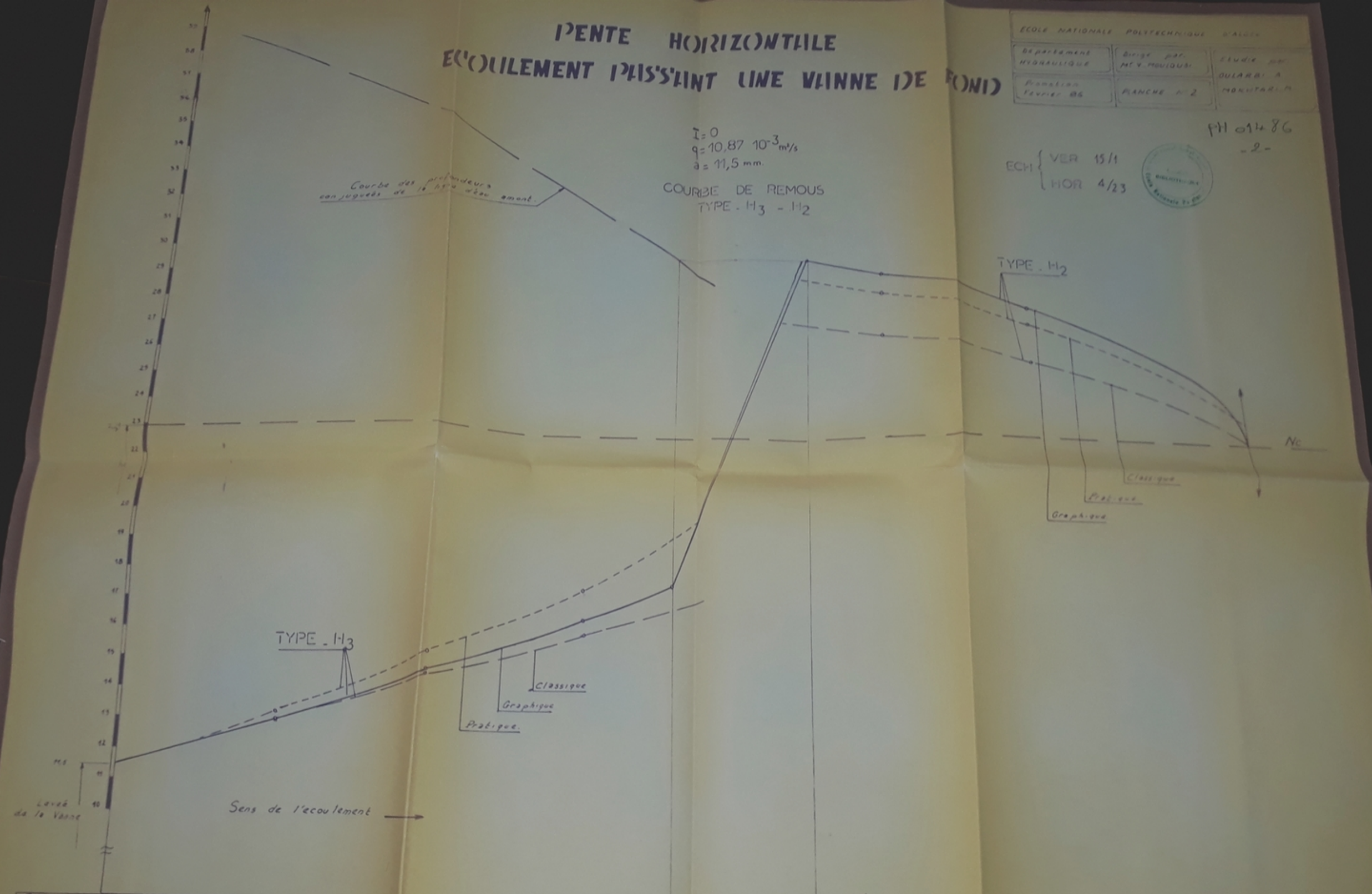
PH 014 86
-1-

PENTE HORIZONTALE
ECOULEMENT PASSANT UNE VANNE DE FOND

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER		
Département HYDRAULIQUE	Dirigé par Mr Y. MOULOUSI	Etudié par OULARBI A. MOKHTARI M.
Promotion Février 86	PLANCHE N° 2	

PH 01486
-2-

ECH { VER 15/1 / HOR 4/23



Sections	0	1	2	3	5	6	7
Longueurs (mm)	00	450	900	1350	2250	2890	3340
hauteurs (mm) Pratique	11,5	13,2	15,0	17,4	28,4	27,2	23,8
graphique	11,5	13,0	14,5	16,4	29,1	27,8	22,9
classique	11,5	13,0	11,4	15,9	26,9	25,8	22,9

RESSAUT
Longueur : 420,0
ht : 17,5
hr : 29,8

PENTE FAIBLE
VANNE OUVERTE

COURBE DE REMOUS
TYPE : F_2

$h_n > h > h_c$

$I = 3{,}08 \cdot 10^{-4}$
$b = 25{,}12 \cdot 10^{-2}$ m
$q = 3{,}68 \cdot 10^{-3}$ m³/s

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER		
Département HYDRAULIQUE	Dirigé par : Mr Y. MOUSSOUNI	Etudié par : A. OULARBI, M. MOKHTARI
Promotion Février 86	PLANCHE N° 3	

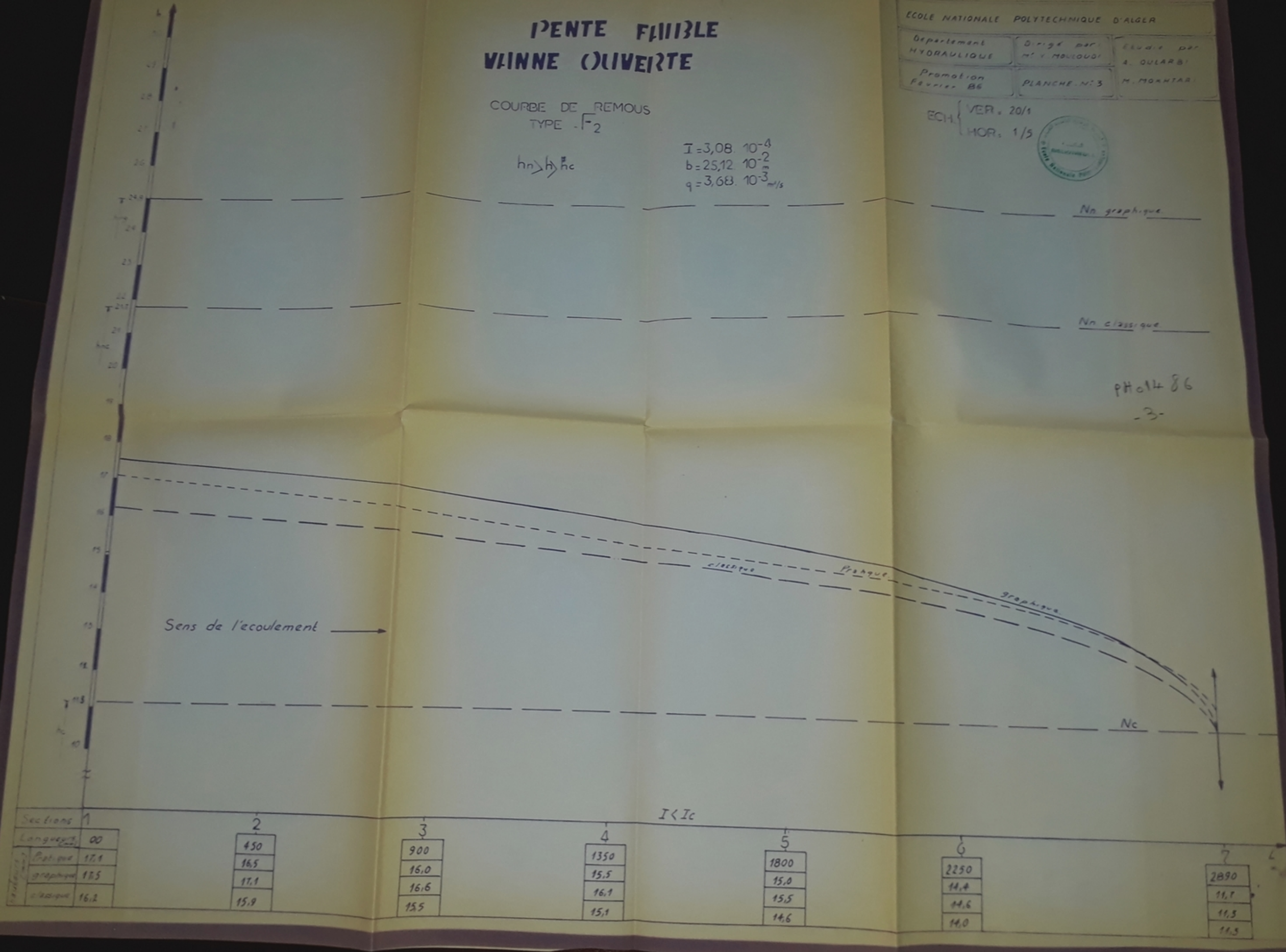
ECH : VER. 20/1, HOR. 1/5

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE BIBLIOTHEQUE

Nn graphique

Nn classique

PH 0146
-3-



Sections	1	2	3	4	5	6	7
Longueurs	00	450	900	1350	1800	2250	2890
Profondeurs pratique	17,1	16,5	16,0	15,5	15,0	14,4	11,7
Profondeurs graphique	17,5	17,1	16,6	16,1	15,5	14,6	11,3
Profondeurs classique	16,2	15,9	15,5	15,1	14,6	14,0	11,3

PENTE FAIBLE
ECOULEMENT PASSANT SOUS UNE VANNE DE FOND

$I = 3{,}08 \cdot 10^{-4}$
$q = 9{,}74 \cdot 10^{-3}\ m^2/s$
$a = 10\ mm.$

ECH VER. 1/1
HOR. 4/23

COURBE DE REMOUS
TYPE - F_3 - F_2

Courbe de profondeurs conjuguées de la ligne d'eau amont

TYPE - F_2

TYPE - F_3

Pratique
Graphique
Classique

Pratique
Graphique
Classique

Sens de l'écoulement →

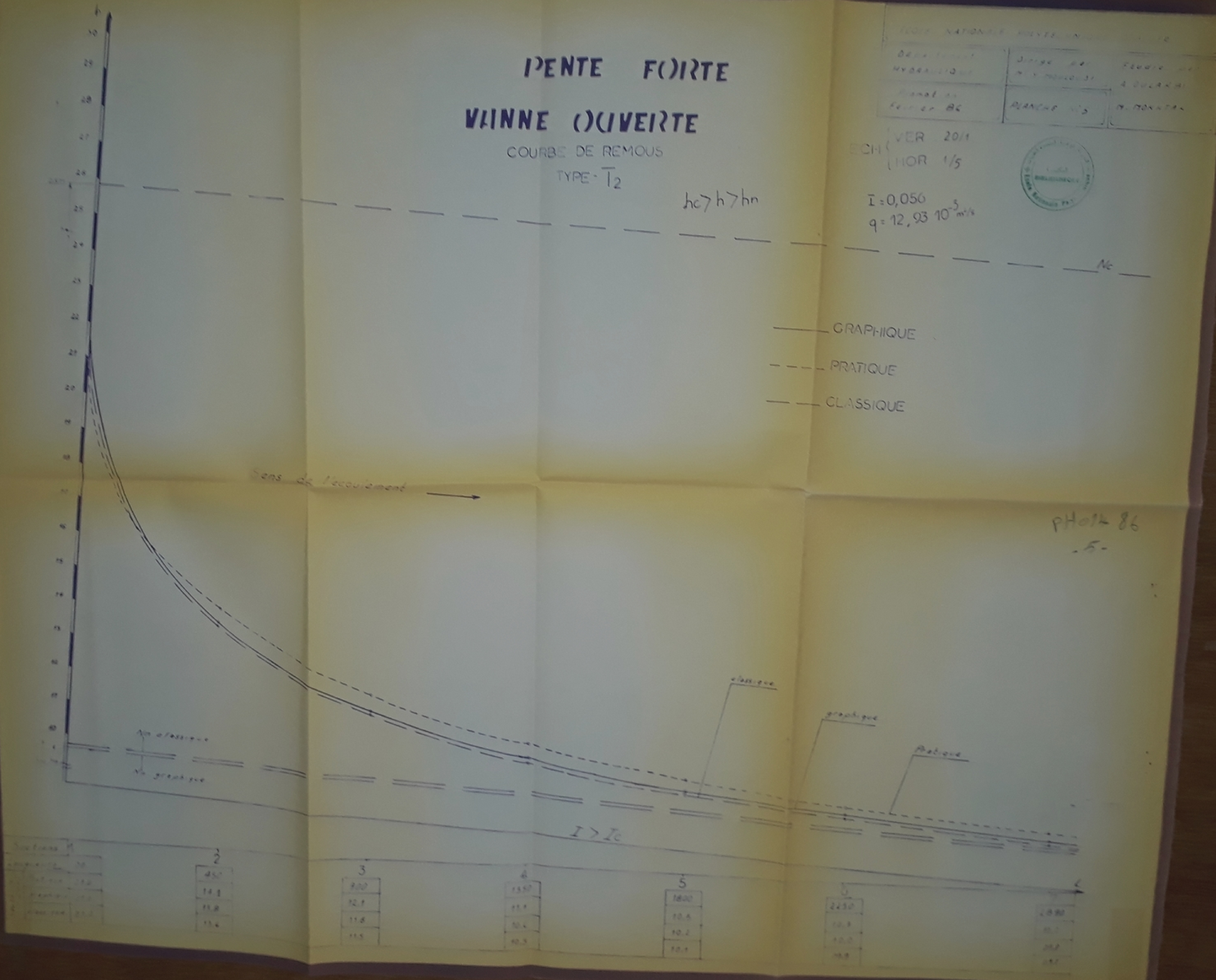
$I < I_c$

Sections	0	1	2	3	4	5	6	7
Longueurs (cm)	00	450	900	1350	1800	2250	2850	3340
Pratique	10.0	11.5	13.0	14.8	17.2	16.8	26.5	22.80
Graphique	10.0	11.5	13.0	14.7	16.8	25.8	25.8	21.30
Classique	10.0	11.5	13.0	13.8	15.9	24.5	24.5	21.30

RESSAUT
Longueur : 391.
h_t : 17.5
h_r : 26.5

PH 0 14 86
- 4 -

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER		
Département HYDRAULIQUE	Dirigé par Mr Y. MOULOUDJ	Etudié par A. OULAKBI M. MOKHTARI
Promotion Février 86	PLANCHE N° 4	



PENTE FORTE
VANNE OUVERTE
COURBE DE REMOUS
TYPE - T2
hc > h > hn
ECH VER 20/1
HOR 1/5
I = 0,056
q = 12,93 10-3 m²/s
GRAPHIQUE
PRATIQUE
CLASSIQUE
Sens de l'ecoulement
classique
graphique
pratique
I > Ic
Sections
2
3
4
5
6
1800
10.5
10.2
900
12.1
11.6
11.5
pHo1k 86
-5-

PENTE FORTE
ECOULEMENT PASSANT SOUS UNE VANNE DE FOND

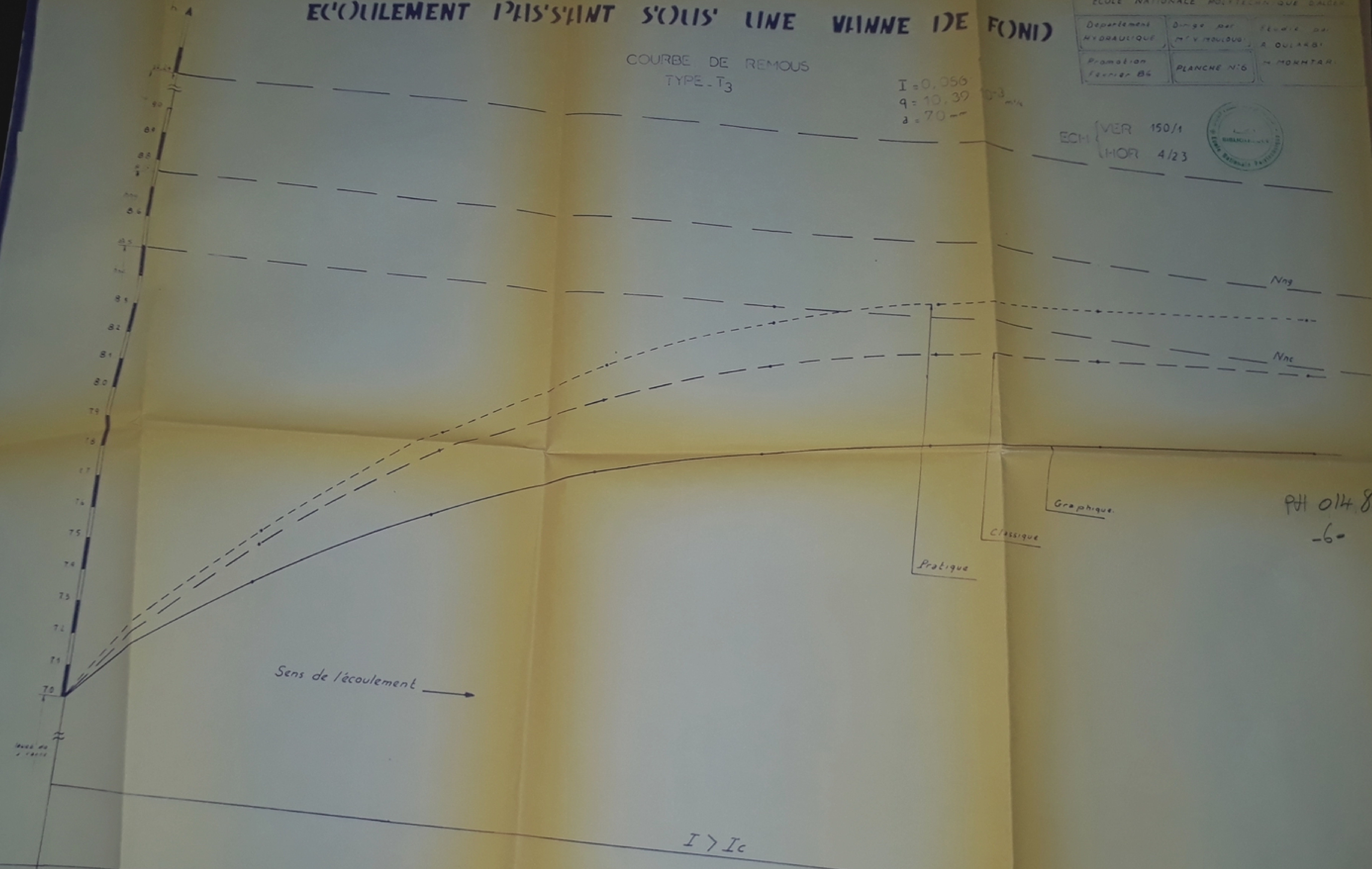
COURBE DE REMOUS
TYPE_T_3

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

Departement HYDRAULIQUE	Dirigé par Mr V. MOULOUGI	Etudié par A. OULARBI, M. MOKHTAR
Promotion Fevrier 86	PLANCHE N°6	

$I = 0,056$
$q = 10,39 \cdot 10^{-3}$ m²/s
$a = 70$ mm

ECH { VER 150/1 ; HOR 4/23



PH 014 86
-6-

Sections	0	1	2	3	4	5	6	7
Longueurs (mm)	00	450	900	1350	1800	2250	2890	3340
Hauteurs (cm) Pratique	7.00	7.58	7.98	8.24	8.42	8.54	8.60	8.66
Hauteurs (cm) classique	7.00	7.54	7.90	8.14	8.30	8.54	8.40	8.50
Hauteurs (cm) graphique	7.00	7.42	7.68	7.88	8.00	8.06	8.14	8.20

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

Département HYDRAULIQUE	Dirigé par Mr Y. MOULOUDI	Etudié par A. OULARBI M. MOKHTARI
Promotion Février 86	PLANCHE N: 7	

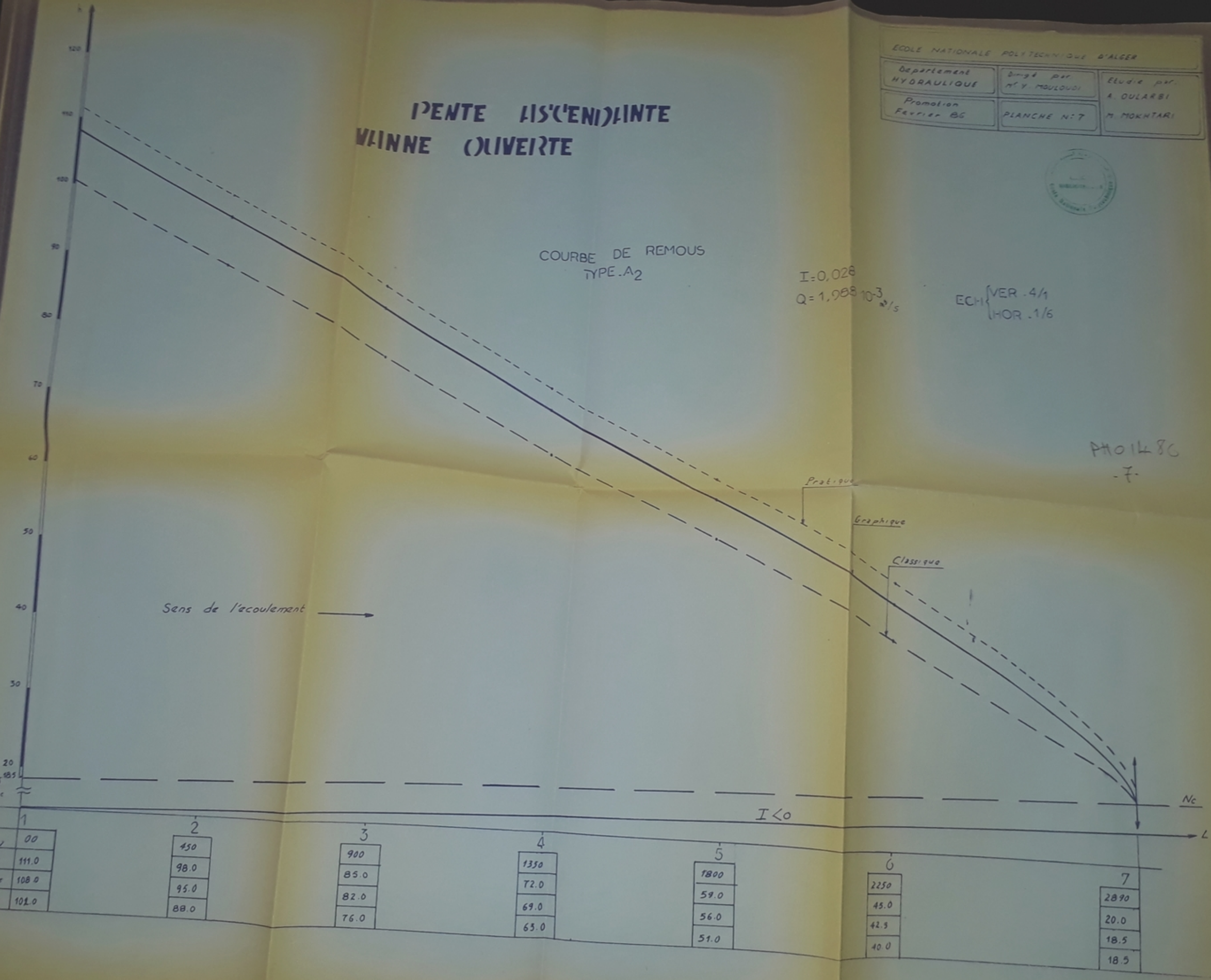
PENTE ASCENDANTE
VANNE OUVERTE

COURBE DE REMOUS
TYPE A_2

$I = 0,028$
$Q = 1,988\ 10^{-3}\ m^3/s$

ECH { VER . 4/1
HOR . 1/6

PM01486
-7-



Sections	1	2	3	4	5	6	7
Longueurs (mm)	00	450	900	1350	1800	2250	2890
Pratique	111.0	98.0	85.0	72.0	59.0	45.0	20.0
Graphique	108.0	95.0	82.0	69.0	56.0	42.5	18.5
Classique	101.0	88.0	76.0	65.0	51.0	40.0	18.5

PENTE DIVERSE

ECOULEMENT PASSANT SOUS UNE VANNE DE FOND

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER		
Département HYDRAULIQUE	Dirigé par: Mr Y. MOULOUDI	Etudié par: A. OULARBI M. MOKHTARI
Promotion Février 86	PLANCHE N°8	

BIBLIOTHEQUE Ecole Nationale Polytechnique

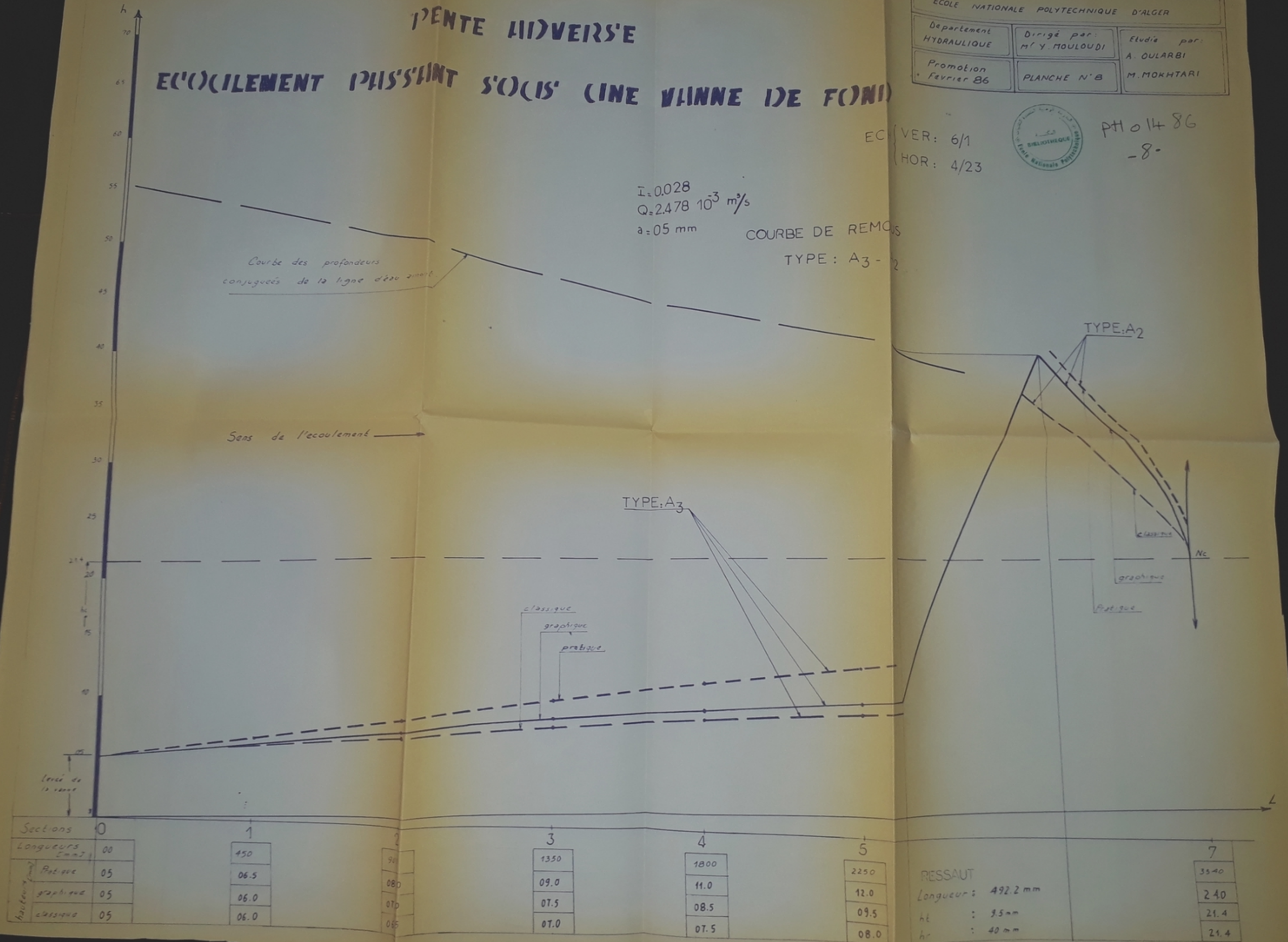
PH 0148 6
-8-

ECHELLES { VER: 6/1
HOR: 4/23

$I = 0.028$
$Q = 2.478\ 10^{-3}\ m^3/s$
$a = 05\ mm$

COURBE DE REMOUS

TYPE : A_3 - 2



Sections	0	1	2	3	4	5	7
Longueurs (mm)	00	450	90	1350	1800	2250	3340
hauteurs (mm) Pratique	05	06.5	080	09.0	11.0	12.0	2.40
graphique	05	06.0	070	07.5	08.5	09.5	21.4
classique	05	06.0	065	07.0	07.5	08.0	21.4

RESSAUT
Longueur : 492.2 mm
ht : 9.5 mm
hr : 40 mm