

UNIVERSITE D'ALGER

8/74

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT G. HYDRAULIQUE

26x

## PROJET DE FIN D'ETUDES

**ETUDE HYDRODYNAMIQUE  
D'UNE POMPE CENTRIFUGE**

المدرسة لوطنية للعلوم الهندسية  
— المكتبة —  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHÈQUE

Proposé par :

Mr. D. TASÇA

Etudié par :

Mr. A. HARFOUCHE

PROMOTION 1974



UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT G. HYDRAULIQUE

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**ETUDE HYDRODYNAMIQUE  
D'UNE POMPE CENTRIFUGE**



Proposé par :

**Mr. D. T A S Ç A**

Etudié par :

**Mr. A. HARFOUCHE**

**PROMOTION 1974**





A mes parents .

A . H

## Remerciements.

La réalisation de ce projet a été facilitée grâce à la collaboration franche et directe de M<sup>r</sup> D. TAȘCĂ que je tiens à remercier tout particulièrement.

Mes remerciements vont également à M<sup>r</sup> G. LAPRAY Chef du département G. Hydraulique pour la rare qualité de son Cours d'Hydraulique générale.

En outre, je remercie tous mes anciens Professeurs ainsi que le personnel de la S.O.N.A.T.R.O.

A. HARFOUCHE.

## PLAN D'ETUDE

<u>Chapitres:</u>	<u>Pages:</u>
I Introduction.	1
II Généralités.	2
III Calcul des dimensions principales.	5
IV Etude de la forme du rotor en plan méridien par la méthode du mouvement irrotationnel à symétrie axiale autour des carènes ouvertes.	8
V Etude de l'aube en plan parallèle.	20
VI Recherche du nombre d'aube.	24
VII Epure et Calcul des vitesses au régime nominal.	29
VIII Etude de la bâche spirale et Construction.	32
IX Performances et analyse aux différents régimes.	36
1. Régime de marche à vide.	
2. Régime Subnominal.	
3. Régime nominal.	
4. Régime surnominal.	
5. Régime de débit maximum.	
6. Tracé des courbes caractéristique.	49
X Conclusion.	50



## I. INTRODUCTION

La pompe centrifuge est une machine hydraulique de travail servant à transformer le travail mécanique en une hausse de l'énergie hydraulique. Elle transforme donc le travail mécanique de son moteur d'entraînement en énergie hydraulique qui transmise au courant liquide permet: l'élévation d'une certaine quantité de liquide dans un temps donné à une certaine hauteur, l'accroissement de la pression ou bien la vitesse du courant liquide.

De part sa simplicité même, son encombrement et son poids relativement réduits, elle trouve un emploi de plus en plus étendu dans tous les genres d'industries. C'est ainsi qu'on l'a vu s'introduire dans les centrales pour les services d'alimentation de chaudières et de condensation, pour les services portuaires et de canaux. Elle est également employée pour la distribution des eaux dans les villes, les usines, les services d'incendie, l'irrigation, l'industrie extractive et l'épuisement des mines où elle généralement préférée aux autres classes de pompes.

Son emploi dans l'industrie algérienne est très recherché; Cependant, les usines de production de turbopompes sont tributaires de licences étrangères. Afin d'introduire dans notre pays des méthodes modernes de conception et de construction de quelques prototypes de turbopompes, on se propose de faire l'étude hydrodynamique d'une pompe centrifuge. Le but principal de cette présente étude est justement l'introduction de quelques méthodes scientifiques dont la prétention est d'obtenir un prototype de pompe perfectionnée et de haut rendement.

## II. GENERALITES

### METHODE DES MOUVEMENTS IRROTATIONNELS A SYMETRIE AXIALE AUTOUR DES CARENES OUVERTES.

Un écoulement autour d'un corps de révolution est dit à symétrie axiale si son mouvement dans un plan méridien se reproduit identiquement dans tous les plans méridiens.

Dans ces conditions, si  $(z, r, \Lambda)$  sont les coordonnées cylindriques d'un point quelconque, toutes les dérivées partielles par rapport à  $\Lambda$  seront identiquement nulles, autrement dit :

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial \Lambda} \equiv 0$$

Les grandeurs physiques que l'on dérive sont des vitesses, des pressions etc... L'étude se poursuivra donc à deux dimensions  $(z, r)$ . Si l'écoulement est sans tourbillons, il sera irrotationnel car le vecteur tourbillon sera nul :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \bar{v} = 0$$

D'autre part, en vertu du théorème de LAGRANGE, chaque mouvement irrotationnel est à potentiel de vitesses :

$$\bar{v} = \overline{\text{grad}} \varphi = \nabla \varphi$$

Les mouvements irrotationnels à symétrie axiale comprennent :

- Des écoulements généraux, tels que la translation uniforme ou l'écoulement devant un plan parallèle.
- Des singularités, telles que les sources ponctuelles ou bien linéaires, dipôles, multipôles etc ...

L'équation différentielle des lignes de courant d'écoulements en plan méridien :

$$\frac{dz}{v_z} = \frac{dr}{v_r}$$

admet comme solution une fonction de courant de la forme :

$$\psi(z, r)$$



en posant  $\psi(z, r) = C$  ( $C$  étant une constante) on obtient l'équation d'une famille de lignes de courant dont le paramètre est  $C$ . Pour  $C = 0$ , la ligne de courant particulière sera la frontière intérieure de la Carène. Si l'on veut limiter le domaine de l'écoulement par une frontière extérieure, on choisira pour la Cte  $C$  la valeur  $\frac{V}{2\pi}$ , où  $V$  sera le débit qui s'écoule entre les deux frontières. La Carène sera close (la frontière intérieure sera une courbe fermée) si la somme algébrique des débits de toutes les sources est nulle. Par contre si cette même somme n'est pas nulle, la Carène sera ouverte.

Chaque système d'écoulement général où l'on superpose des sources conduit à une forme bien déterminée des frontières, donc à des conditions aux limites (quant aux équations aux dérivées partielles) imposées d'avance.

Dans le cas d'une pompe centrifuge faisant d'ailleurs l'objet de cette étude, l'écoulement général sera un mouvement devant un plan parallèle ayant pour fonction de courant :

$$\psi_1 = -Bzr^2 = B|z|r^2$$

que l'on superposera à l'écoulement dû à une source linéaire ayant pour fonction de courant :

$$\psi_2 = \frac{V_s}{4\pi} \left( \frac{R-R'}{|l|} - 1 \right)$$

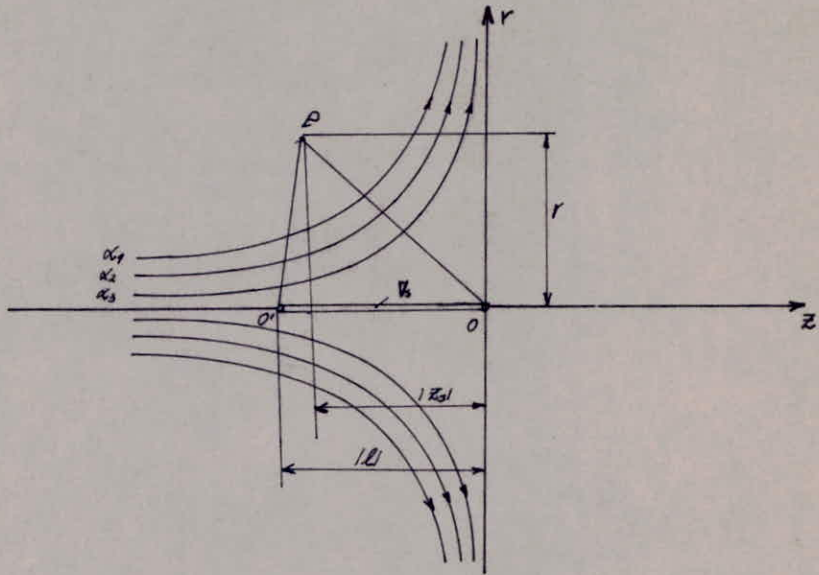
Le mouvement résultant correspondra à la fonction de courant résultante :  $\psi = \psi_1 + \psi_2$

Dans le cas de cette étude l'équation sera :

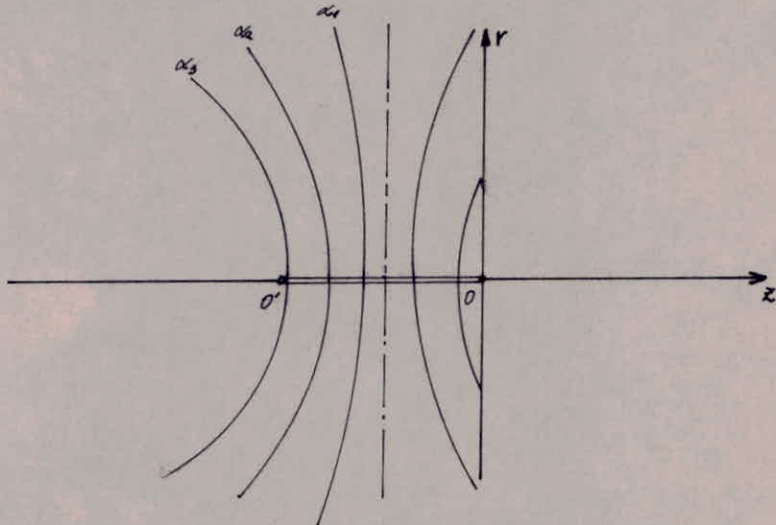
$$\psi = B|z|r^2 + \frac{V_s}{4\pi} \left( \frac{R-R'}{|l|} - 1 \right)$$

Les deux spectres de lignes de courant à superposer sont donnés par les deux figures suivantes :

a) Les lignes de courant de l'écoulement général sont représentées par une famille d'hyperboles cubiques dont l'allure est:



b) Les lignes de courant de la source linéaire sont représentées par une famille d'hyperboles homofocales dont l'allure est:



Ainsi se trouvent alors précisées certaines grandeurs figurant dans l'expression de  $\psi$ .



### III. CALCUL DES DIMENSIONS PRINCIPALES

Les caractéristiques nominales de la pompe sont:

$$V_n = 180 \text{ m}^3/\text{h} \quad (\text{débit nominal})$$

$$H_n = 40 \text{ m} \quad (\text{charge nominale})$$

$$n_n = 2900 \text{ tr/mn.} \quad (\text{vitesse de rotation nominale})$$

#### 1. Etude de la rapidité et Calcul des dimensions principales.

##### 1.1 Calcul de la rapidité.

Le critère le plus exact sur lequel on se base le plus souvent en vue de classer ou de déterminer les dimensions caractéristiques des turbomachines géométriquement semblables est celui de la rapidité ou vitesse spécifique ( $n_s$ ) et de la vitesse caractéristique de rotation ( $n'_s$ ) définies par CAMERER en 1921.

$$n_s = 3,65 \frac{n_n}{\sqrt{H_n}} \sqrt{\frac{V_n}{H_n}} = 3,65 \frac{n_n \sqrt{V_n}}{H_n^{3/4}}$$

$$n_s = 3,65 \cdot 2900 \frac{\sqrt{0,05}}{40^{3/4}} = 14,9$$

$$\underline{n_s = 14,9} \quad (\text{en unités de } n_s)$$

##### 1.2 Calcul de la vitesse caractéristique de rotation.

$$n'_s = n_n \frac{\sqrt{V_n}}{H^{3/4}} = \frac{n_s}{3,65} = \frac{14,9}{3,65}$$

$$\underline{n'_s = 40,8} \quad (\text{en unités de } n'_s)$$

Selon Kovats et Desmur, pour  $100 < n_s < 200$ , on a une série de roues (rotors) de moyenne pression.

Remarque: le calcul des dimensions principales se fera par l'intermédiaire de formules statistiques. Pour la commodité de la notation, on affectera les indices 1 et 2 respectivement à l'entrée et la sortie du rotor.



1.3 Calcul de la vitesse d'entraînement à la sortie du rotor.

$$U_2 = \left( 0,963 + 0,0032 \cdot n's - \frac{0,474}{n's} \right) \sqrt{2gH_n}$$

$$U_2 = \left( 0,963 + 0,0032 \cdot 40,8 - \frac{0,474}{40,8} \right) \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 40}$$

$$\underline{U_2 = 30,296 \text{ m/s.}}$$

1.4 Calcul du diamètre extérieur du rotor.

$$D_2 = \left( 0,28 + \frac{81,5}{n's} - \frac{40}{n's^2} \right) \sqrt{\frac{V_n}{H_n}}$$

$$= \left( 0,28 + \frac{81,5}{40,8} - \frac{40}{40,8^2} \right) \sqrt{\frac{3,05}{40}}$$

$$\underline{D_2 = 0,200 \text{ m.}}$$

1.5 Calcul du diamètre intérieur défini par la ligne moyenne de l'oube.

Pour  $100 < n_s < 300$  on a habituellement  $0,5 < \frac{D_1}{D_2} < 0,5$   
on prendra  $\frac{D_1}{D_2} = 0,35$

$$D_1 = 0,35 \cdot D_2 = 0,35 \cdot 0,200$$

$$\underline{D_1 = 0,070 \text{ m.}}$$

1.6 Calcul du diamètre à l'entrée du rotor.

En prenant  $\frac{D_2}{D_0} = 1,9$

$$D_0 = \frac{D_2}{1,9} = \frac{0,200}{1,900} = 0,105$$

$$\underline{D_0 = 0,105 \text{ m.}}$$

Remarque : Les dimensions  $b_1$  et  $b_2$  qui sont respectivement les largeurs d'entrée et de sortie du rotor seront déterminées dans

l'étude du rotor en plan méridien par la méthode du mouvement irrotationnel à symétrie axiale autour des carènes ouvertes. on aurait pu les déterminer par des formules statistiques; mais celles-ci donnent des résultats approchés et même avec des erreurs inacceptables et c'est pour cette raison qu'on leur préférera une méthode de calcul indirecte mais plus exacte.



#### IV ETUDE DE LA FORME DU ROTOR EN PLAN MERIDIEN PAR LA METHODE DU MOUVEMENT IRROTATIONNEL A SYMETRIE AXIALE AUTOUR DES CARENES OUVERTES.

— Le rotor est l'organe actif de la pompe, il est appelé aussi roue. C'est par lui que s'effectue la transformation du travail mécanique du moteur d'entraînement de la pompe en énergie hydraulique. Il réalisera cette transformation de la meilleure façon si l'on tient compte de quelques conditions hydrodynamiques :

— a) La forme des voûtes postérieure et antérieure en plan méridien. Si l'on adopte la condition que le mouvement projeté sur un plan méridien est irrotationnel et nécessairement à symétrie axiale, on est déjà arrivé à écrire les équations de ces voûtes (TASCA en 1964). Cette hypothèse a permis de hausser le rendement des turbomachines tout en annulant les dissipations tourbillonnaires.

— b) la forme des aubes en plan parallèle : Les aubes sont des surfaces cylindriques dont la courbe directrice est tracée en plan parallèle ; cette courbe directrice est une ligne de courant en mouvement relatif. La condition hydrodynamique imposée à cet écoulement relatif sera l'augmentation rationnelle de l'énergie hydraulique le long de l'aube.

En somme le but de cette méthode est la recherche d'une forme hydrodynamique du rotor.

##### 1. Recherche des équations des voûtes.

On considère l'équation suivante définie plus haut :

$$\psi = B|z|r^2 + \frac{V_s}{4\pi} \left( \frac{R-R'}{|l|} - 1 \right)$$

On pose  $\psi = \frac{V_p}{2\pi} = \text{cte.}$  (avec  $V_p$  le débit partiel d'un tube de courant correspondant à une ligne de courant).

$$V_p = 2\pi B|z|r^2 + \frac{V_s}{2\pi} \left( \frac{R-R'}{|l|} - 1 \right)$$

Afin de faciliter l'étude de cette fonction, on fait intervenir des paramètres adimensionnels.

On pose alors:

$$\beta = \frac{4\pi B r_2^2}{V_s}, \quad \lambda = \frac{l}{r_2}, \quad \delta = 2 \frac{V_p}{V_s}. \quad (\text{paramètres})$$

ainsi que des coordonnées adimensionnelles.

On pose:

$$\xi = \frac{z}{r_2}, \quad \rho = \frac{r}{r_2}, \quad \mu = \frac{R}{r_2}, \quad \mu' = \frac{R'}{r_2} \quad (\text{coordonnées})$$

$$\text{On a alors: } 2V_p = 4\pi B |z| r^2 + V_s \left( \frac{R-R'}{|l|} - 1 \right)$$

$$\frac{2V_p}{V_s} = \frac{4\pi B |z| r^2}{V_s} + \left( \frac{R-R'}{|l|} - 1 \right)$$

$$\text{Soit } \delta = \frac{\beta}{r_2^3} |z| r^2 + \frac{\mu-\mu'}{|l|} - 1$$

Ainsi l'équation adimensionnelle des lignes de courant s'écrira:

$$\boxed{\delta = \beta |\xi| \rho^2 + \frac{\mu-\mu'}{|l|} - 1} \quad \textcircled{1}$$

#### 1.1 Equation de la frontière intérieure (Ci) du rotor.

On pose  $\delta = 0$  dans l'équation  $\textcircled{1}$  ce qui permet d'écrire l'égalité suivante:

$$\beta |\xi| \rho^2 = 1 - \frac{\mu-\mu'}{|l|}$$

Soit en faisant intervenir un paramètre dit éphémère  $\alpha$ .

$$\boxed{\beta |\xi| \rho^2 = 1 - \frac{\mu-\mu'}{|l|} = \frac{2\alpha}{|l|}} \quad \textcircled{2} \text{ équation de Ci.}$$

Par intersection il est aisé d'éliminer  $\alpha$  dans la première égalité composant l'expression  $\textcircled{2}$ , c'est pour cela qu'il est dit éphémère.



1-2 Tracé de la frontière intérieure (Ci) par la méthode des intersections.

0) On considère l'équation (2), on la décompose en deux égalités.

$$p - p' = 2\alpha \quad (2.1)$$

$$1 - \beta|\lambda|p^2 = \frac{2\alpha}{|\lambda|} \quad (2.2)$$

Dans un repère orthonormé  $(x, z, y)$  on trace les familles de courbes correspondant à ces deux équations pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Les intersections des deux familles de courbes permettent de tracer la frontière intérieure. (voir figures 1, 2 et 3)

Remarque:

Le tracé des frontières intérieure et extérieure reste subordonné à la détermination des paramètres  $\beta$  et  $\lambda$  qui ont fait l'objet de plusieurs essais, qui ont donné des formes plus ou moins convenables. N'ayant pas la possibilité de rapporter ici toutes les formes obtenues avec les différents essais, je me borne à ne citer que les deux valeurs de  $\beta$  et  $\lambda$  qui m'ont paru les plus justifiées pour avoir conduit à une forme des voûtes, continue et du point de vue hydrodynamique très convenable.

Les valeurs retenues sont:

$$\beta = 100$$

$$\lambda = 0,3$$

La forme adoptée est donnée par la superposition des figures 1 et 2, leur résultat est donné par la figure 3.

Pour tracer la frontière intérieure, on donne :

$$\frac{2\alpha_i}{|\lambda|} = 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9$$

on pose alors :

$$p - p' = 2\alpha_i$$
$$\alpha_i = \frac{1}{\beta} \left( 1 - \frac{2\alpha_i}{|\lambda|} \right)$$

b) Tableaux de Calculs relatifs au tracé de Ci.

$\frac{2\alpha_i}{ \Delta }$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\alpha_i$	0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090	0,105	0,120	0,135
$\alpha'_i$	$9 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$

On pose de nouveau :

$$\alpha'_i = \frac{1}{\beta} \left( 1 - \frac{2\alpha_i}{|\Delta|} \right)$$

$$\beta'_i = \frac{\alpha'_i}{\rho_i^2}$$

$\rho_i$	$\beta_i^2 \beta'_i$	$9 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
0,040	$1,600 \cdot 10^{-3}$									
0,050	2,500 "								0,800	0,625
0,0750	5,625 "						0,711	0,533	0,356	0,400
0,1000	10,000 "			0,700	0,600	0,500	0,400	0,300	0,200	0,178
0,125	15,625 "		0,512	0,448	0,384	0,320	0,266	0,192	0,128	0,100
0,150	22,500 "	0,400	0,356	0,310	0,267	0,240	0,178	0,133		
0,175	30,625 "	0,296	0,261	0,228	0,196	0,163	0,130			
0,200	40,000 "	0,225	0,200	0,175	0,150	0,125				
0,225	50,625 "	0,177	0,158	0,138						
0,250	65,500 "	0,137	0,128							
0,300	$9,000 \cdot 10^{-2}$	0,100	0,089							
0,400	16 "	0,056	0,050							
0,500	25 "	0,036	0,032							
0,600	36 "	0,025	0,022							
0,700	49 "	0,018	0,016							
0,800	64 "	0,014	0,013							
0,900	81 "	0,011	0,010							
1,000	$100 \cdot 10^{-3}$	0,009	0,008							



1-3 Equation de la frontière extérieure (Ce).

a) On reprend l'équation (1), dans laquelle on pose:

$$\delta = \delta_e = 2 \frac{V_n}{V_s} \quad (V_n = \text{débit nominal de la pompe})$$

on a alors :

$$\delta_e = \beta |S| p^2 + \frac{\mu - \mu'}{|A|} - 1$$

En procédant de la même manière que pour l'équation de (Ci), on aboutit à l'équation de (Ce):

$$\boxed{\frac{\mu - \mu'}{|A|} = 1 + \delta_e - \beta |S| p^2 = \frac{2\alpha}{|A|}} \quad (3)$$

On décompose (3) en deux égalités.

Soit:  $\frac{\mu - \mu'}{|A|} = \frac{2\alpha}{|A|}$  on retrouve ainsi l'égalité (2.1) qui reste valable pour le tracé de (Ce).

et

$$|S| p^2 = \frac{1}{\beta} \left( 1 + \delta_e - \frac{2\alpha}{|A|} \right) \quad (3.1)$$

Les égalités (2.1) et (3.1) permettant le tracé de (Ce), par la méthode des intersections, (voir figures: 1, 2 et 3)

Remarque:

on gardera inchangées les valeurs de  $\lambda$ ,  $\beta$  et  $\frac{2\alpha}{|A|}$  pour le tracé de (Ce)

b) détermination de  $\delta_e$ .

On soit que  $r_0 = 0,0525$  m. on suppose que la frontière extérieure passe par un point P tel que:

$$P \begin{cases} r_1 = 0,450 \\ r_2 = 0,525 \end{cases}$$

Ce qui permet de mesurer alors directement sur la figure 2 les valeurs de  $\mu_1$  et  $\mu_2$

$$\text{on trouve : } \begin{cases} \mu_1 = 0,6925 \\ \mu_2 = 0,5450 \end{cases}$$

d'autre part on sait que:

$$\delta e = \beta |S_1| \rho_i^2 + \frac{M_i - M_i'}{|N|} - 1 \quad \text{dont l'application numérique donne}$$

$$\delta e = 100 \cdot 0,45 \cdot (0,525)^2 + \frac{0,6926 - 0,5450}{0,3} - 1$$

$$\delta e = 11,90$$

c) Tableaux de calculs relatifs au tracé de (Ce)

On pose  $\alpha''_i = \frac{1}{\beta} \left( 1 + \delta e - \frac{2\alpha_i}{|N|} \right)$  et  $\zeta''_i = \frac{\alpha''_i}{\rho_i^2}$

$\frac{2\alpha_i}{ N }$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\alpha_i$	0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090	0,105	0,120	0,135
$\alpha''_i$	$12,8 \cdot 10^{-2}$	$12,7 \cdot 10^{-2}$	$12,6 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$	$12,4 \cdot 10^{-2}$	$12,3 \cdot 10^{-2}$	$12,2 \cdot 10^{-2}$	$12,1 \cdot 10^{-2}$	$12,0 \cdot 10^{-2}$

$\rho_i$	$\frac{\rho_i^2}{\zeta''_i}$	$12,8 \cdot 10^{-2}$	$12,7 \cdot 10^{-2}$	$12,6 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$	$12,4 \cdot 10^{-2}$	$12,3 \cdot 10^{-2}$	$12,2 \cdot 10^{-2}$	$12,1 \cdot 10^{-2}$	$12,0 \cdot 10^{-2}$
0,4	0,16	0,800	0,794	0,788	0,781	0,775	0,769	0,763	0,757	0,750
0,5	0,25	0,512	0,508	0,504	0,500	0,496	0,492	0,488	0,484	0,480
0,6	0,36	0,356	0,353	0,350	0,348	0,345	0,342	0,339	0,336	0,334
0,7	0,49	0,261	0,259	0,257	0,255	0,253	0,251	0,249	0,247	0,245
0,8	0,64	0,200	0,199	0,197	0,195	0,194	0,178	0,191	0,189	0,188
0,9	0,81	0,156	0,157	0,156	0,154	0,153	0,152	0,151	0,150	0,148
1,0	1,00	0,128	0,127	0,126	0,125	0,124	0,123	0,122	0,121	0,120

1.4 Détermination de  $b_1$  et  $b_2$ .

$$b_2 = r_2 (\zeta''_{i(p=1)} - \zeta'_{i(p=1)}) = 0,1 (0,128 - 0,008)$$

$$\underline{b_2 = 0,012 \text{ m}}$$

quant à  $b_1$  il sera mesuré directement sur la figure 3.

$$\underline{b_1 = 0,041 \text{ m}}$$



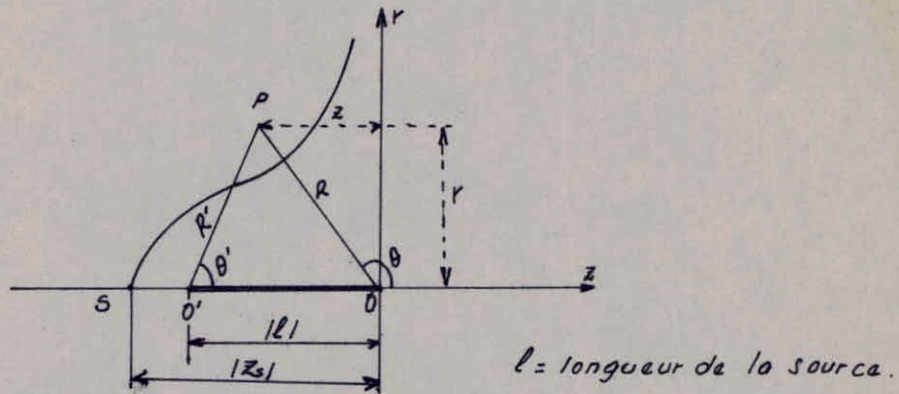
2. Détermination du point d'arrêt du rotor.

- Ce point sera donné par l'intersection de la frontière intérieure du rotor avec une hyperbole dégénérée en droite et qui se confond avec l'axe des  $z$ .

On sait qu'en ce point la vitesse  $V_z$  est nulle et connaissant l'équation:

$$\psi = -Bzr^2 + \frac{V_s}{4\pi} \frac{R-R'}{l} + C$$

$$\text{On a } V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 2B|z| + \frac{V_s}{4\pi l} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right)$$



$$\text{On pose } V_z = 2B|z| + \frac{V_s}{4\pi l} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) = 0$$

Or Comme on travaille en coordonnées adimensionnelles cette équation prend la forme suivante :

$$\boxed{\zeta_s^2 (|\zeta_s| - |l|) = \frac{1}{2\beta}} \quad (4)$$

On décompose l'équation (4) en deux parties que l'on écrira de la manière suivante:

$$\eta_1 = \zeta_s^2 \quad (4.1)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2\beta} \cdot \frac{1}{|\zeta_s| - |l|} \quad (4.2)$$

on pose dans l'équation (4.2)  $\xi'_s = |\xi_s - 1|$

$$\text{d'où } \eta_2 = \frac{1}{2\beta|\xi'_s|}$$

On construit les courbes  $\eta_1$  et  $\eta_2$  (voir figure 4),  
L'intersection de ces deux courbes donne l'abscisse du point  
qui représente le point d'étanchement du rotor.

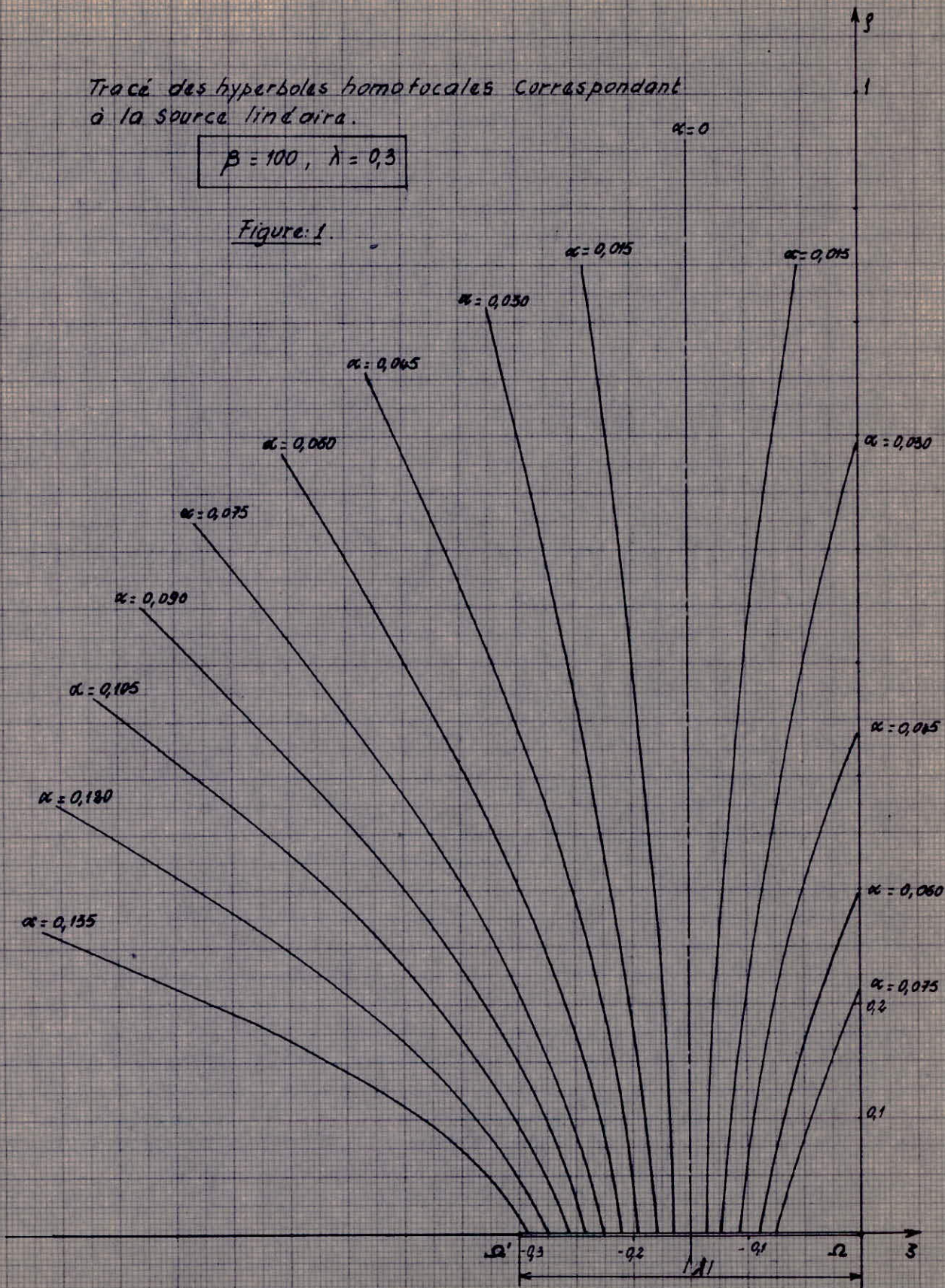
Sur la figure 4,  $\eta_1$  et  $\eta_2$  se coupent au point  $\pi$ .



Tracé des hyperboles homofocales correspondant à la source linéaire.

$$\beta = 100, \lambda = 0,3$$

Figure: 1.

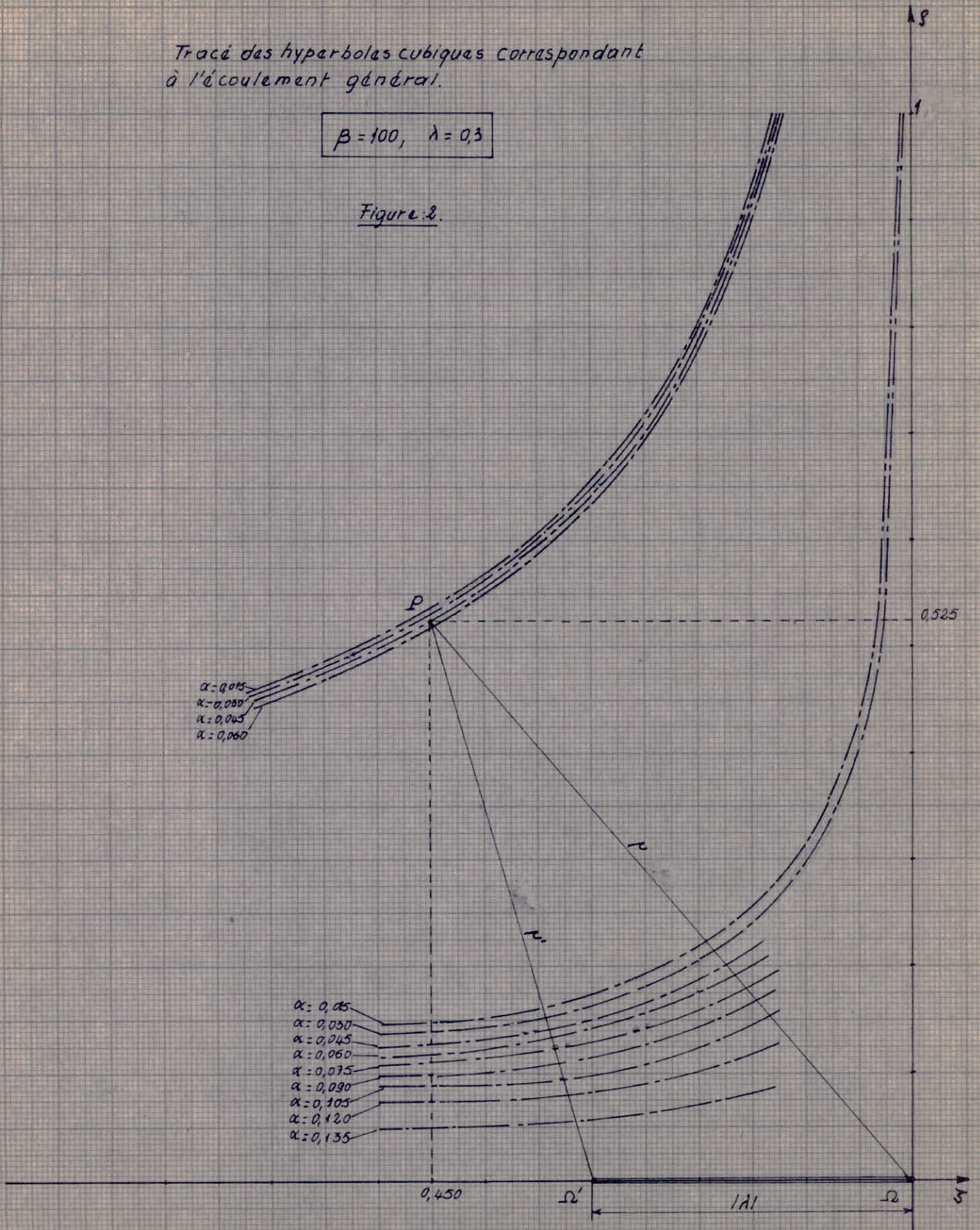




Tracé des hyperboles cubiques correspondant à l'écoulement général.

$\beta = 100, \lambda = 0,3$

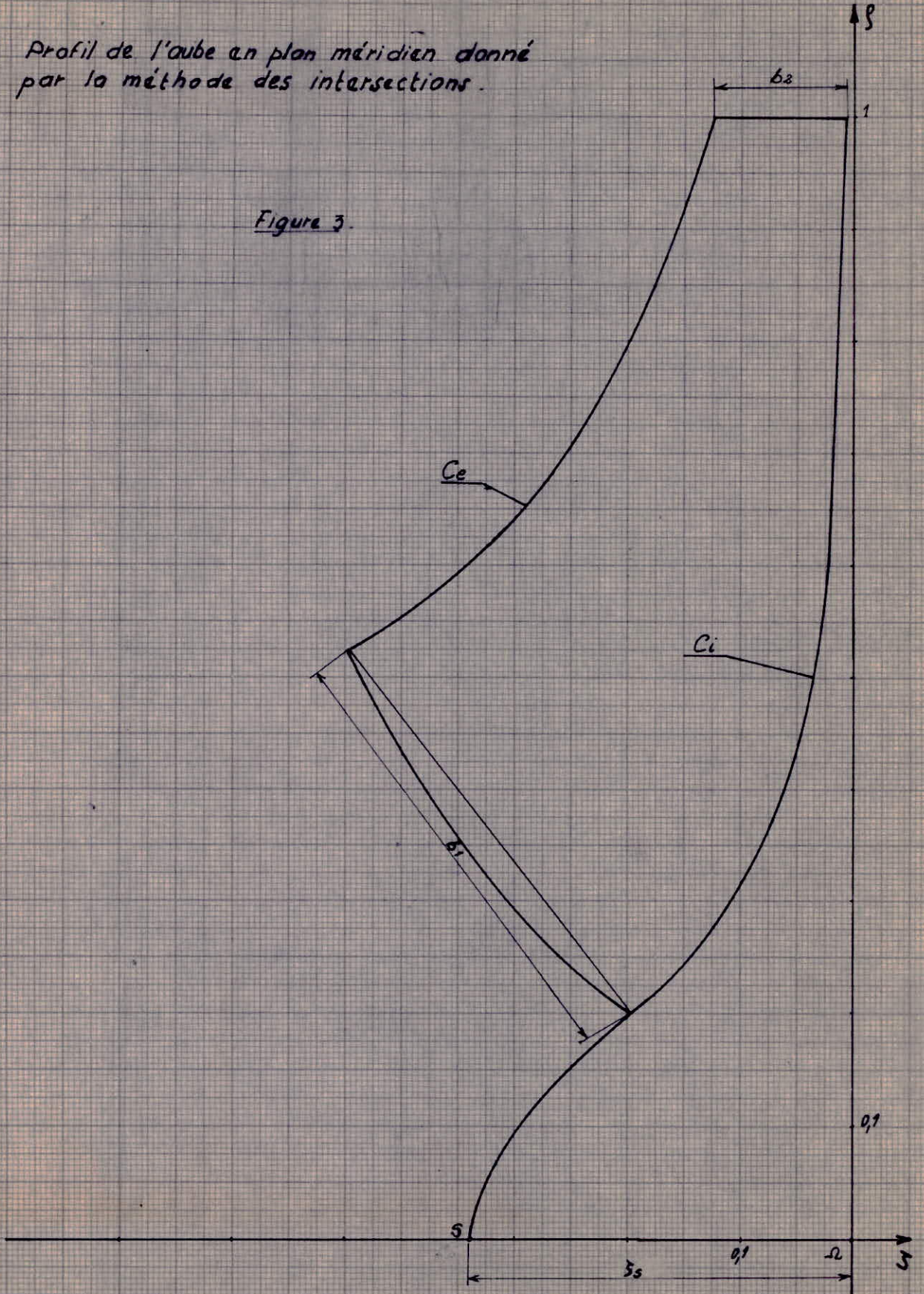
Figure 2.





Profil de l'aube en plan méridien donné  
par la méthode des intersections.

Figure 3.





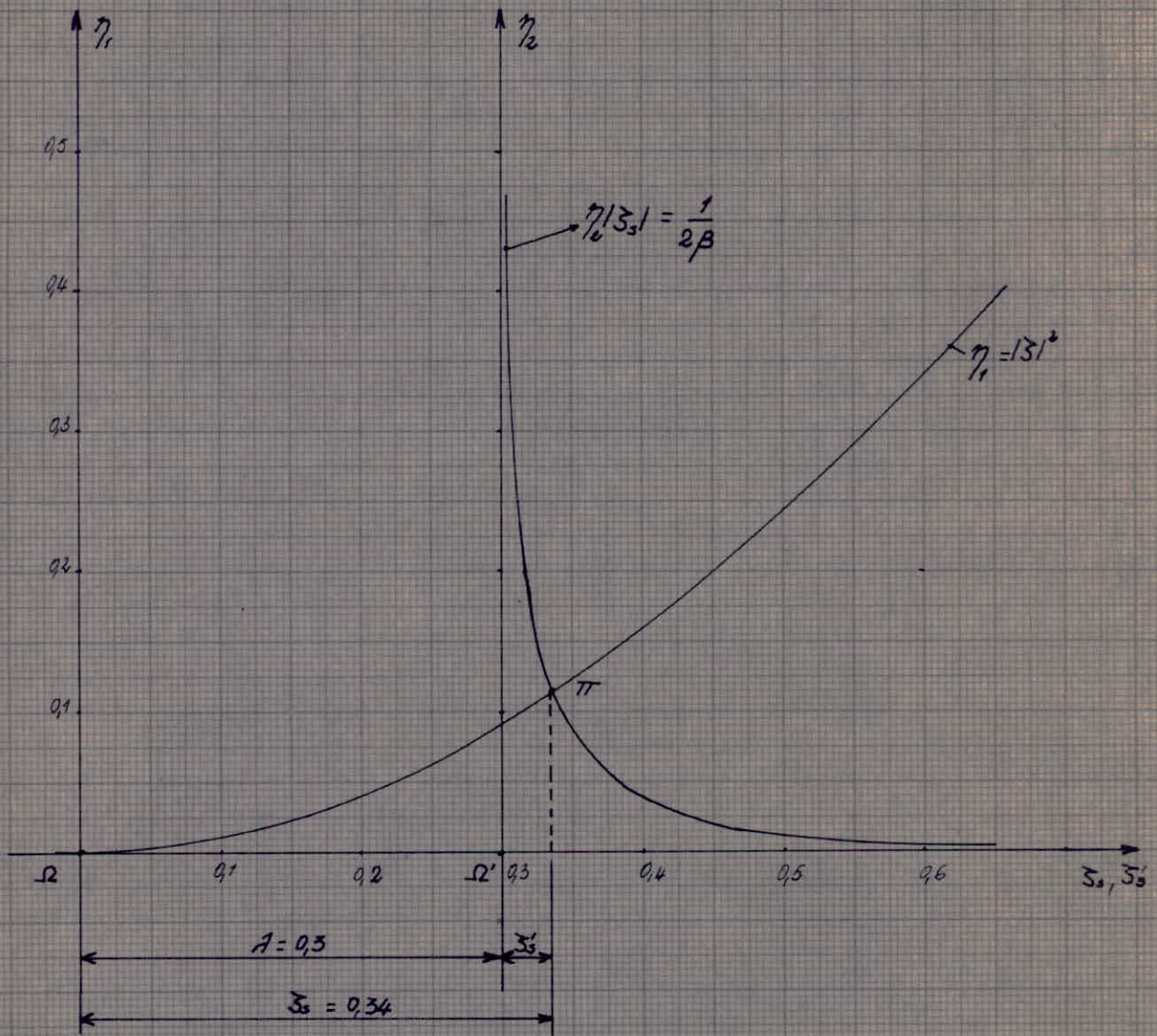


Figura 4

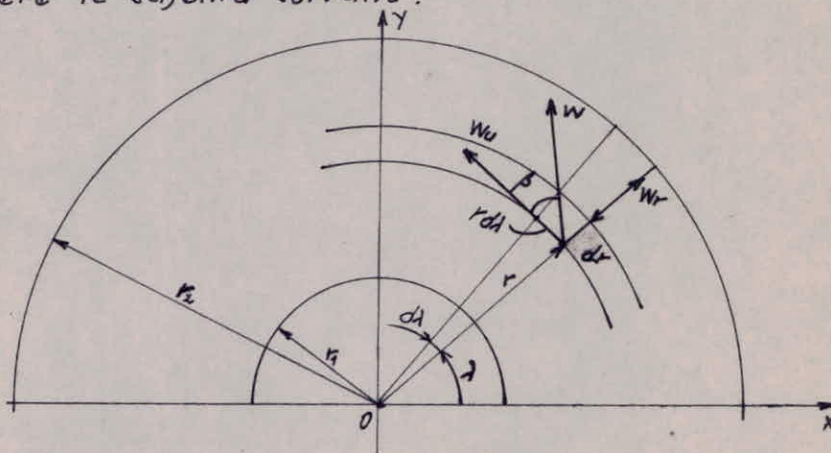
Détermination du point d'attachement.



## V ETUDE DE L'AUBE EN PLAN PARALLELE

1. On sait que l'aube est une surface cylindrique dont la courbe directrice est tracée en plan parallèle, cette courbe directrice est une ligne de courant en mouvement relatif.

On considère le schéma suivant :



L'équation différentielle des lignes de courant sera dans ce cas :

$$\frac{dr}{W_r} = \frac{r d\lambda}{W_u} \Rightarrow \frac{dr}{r d\lambda} = \frac{W_r}{W_u} = \operatorname{tg} \beta$$

Soit donc :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dr}{r d\lambda} \quad (5)$$

En vue d'intégrer cette équation différentielle, on aura beaucoup de possibilités dont l'une des plus simples et très convenable du point de vue hydrodynamique est basée sur la variation linéaire de  $\operatorname{tg} \beta$  en fonction de  $r$ .

On pose alors  $\operatorname{tg} \beta = A - Br$

L'équation différentielle  $\frac{dr}{r d\lambda} = A - Br$  est à variables séparables, on pourra donc l'écrire :

$$d\lambda = \frac{dr}{r(A - Br)} \Rightarrow \lambda = \int_{r_1}^r \frac{dr}{r(A - Br)}$$

Soit en posant  $\frac{1}{r(A - Br)} = \frac{1}{A} \left( \frac{1}{r} + B \frac{1}{A - Br} \right)$

$$\lambda = \frac{1}{A} \int_{r_1}^r \frac{dr}{r} - \frac{1}{A} \int_{r_1}^r \frac{B dr}{A - Br}$$

L'intégration donne :

$$\lambda = \frac{1}{A} \left[ \ln \frac{A - Br_1}{r_1} + \ln \frac{r}{A - Br} \right] \quad (6)$$

L'oube en plan parallèle sera construite par l'intermédiaire de cette équation.

2. Méthode de tracé et Construction de l'oube.

a) Calcul des constantes A, B et C

on prendra comme angles d'entrée et de sortie de l'oube :

$\beta_1 = 30^\circ$  et  $\beta_2 = 23^\circ$ , Ce sont des angles de construction que l'on choisit arbitrairement dans un certain intervalle de valeurs déterminées expérimentalement ou statistiquement.

On soit qu'habituellement:  $16 < \beta_1 < 30$  et  $\beta_2 < 24$

$$B = \frac{\operatorname{tg} \beta_1 - \operatorname{tg} \beta_2}{r_2 - r_1} = \frac{0,577 - 0,425}{0,1 - 0,035} = 1,923 \text{ m}^{-1}$$

$$A = \operatorname{tg} \beta_1 + Br_1 = 0,577 + 1,923 \cdot 0,035 = 0,644$$

$$C = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{r_1} = \frac{0,577}{0,035} = 16,485 \text{ m}^{-1}$$

b) Tableau de calculs pour la construction de l'oube.

r (m)	Br	A - Br	$\frac{r}{A - Br}$ (m)	$C \frac{r}{A - Br}$	$\ln C \frac{r}{A - Br}$	$\lambda [\text{rad}]$	$\lambda^\circ$
$3,5 \cdot 10^{-2}$	$6,37 \cdot 10^{-2}$	0,5767	0,0607	1,00063	0	0	0
4,8 "	9,23 "	0,5517	0,0870	1,43419	0,361	0,560	32,09
6,1 "	11,73 "	0,5267	0,1158	1,90896	0,646	1,003	57,47
7,4 "	14,23 "	0,5017	0,1474	2,42988	0,888	1,378	78,97
8,7 "	16,73 "	0,4767	0,1829	3,01510	1,103	1,712	98,11
$10,0 \cdot 10^{-2}$	19,23 "	0,4517	0,2211	3,64483	1,295	2,010	115,18

Le tracé de l'oube est donné par la figure 5.



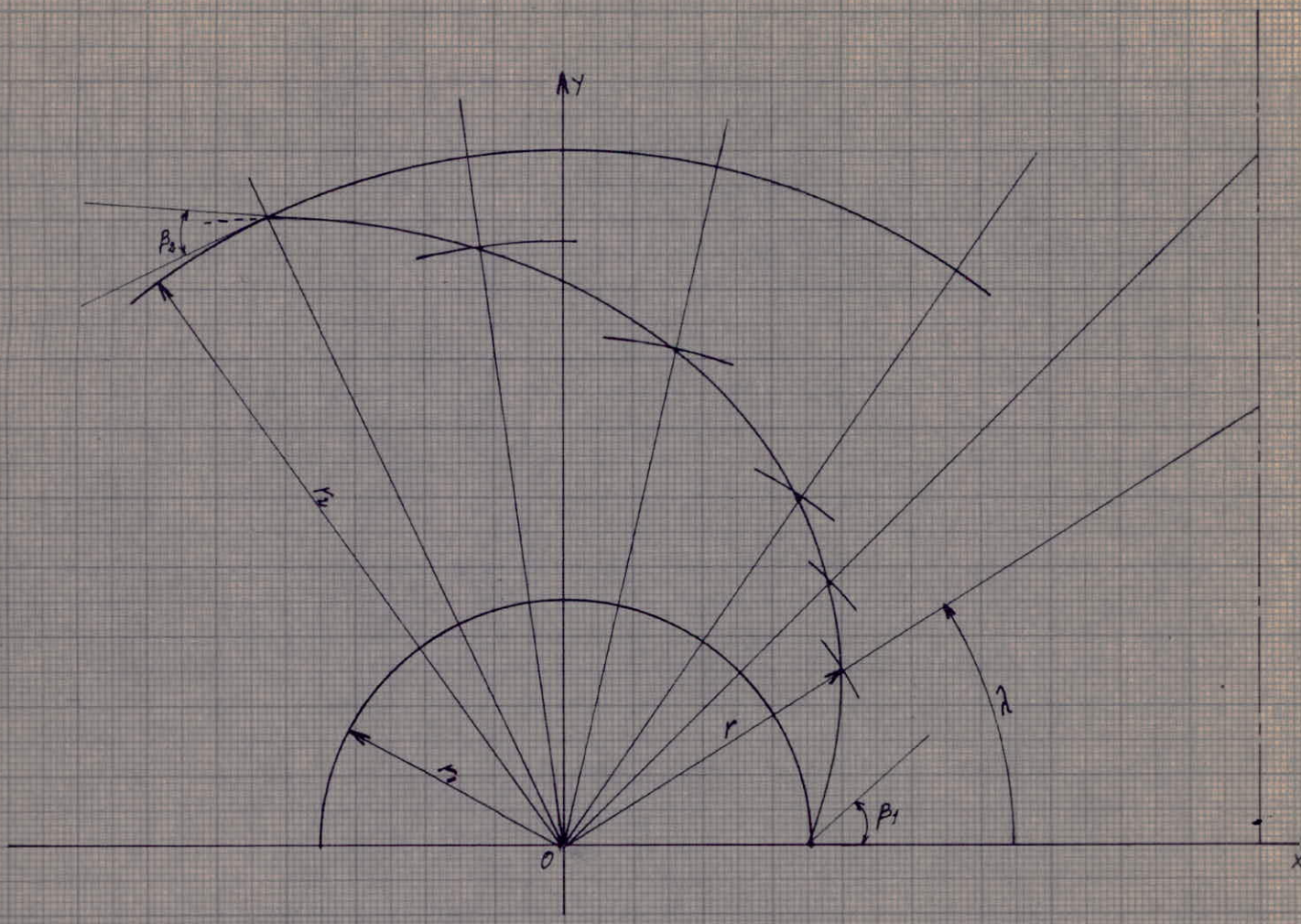


Figure 5

Construction de l'aube par la méthode exacte échelle:1



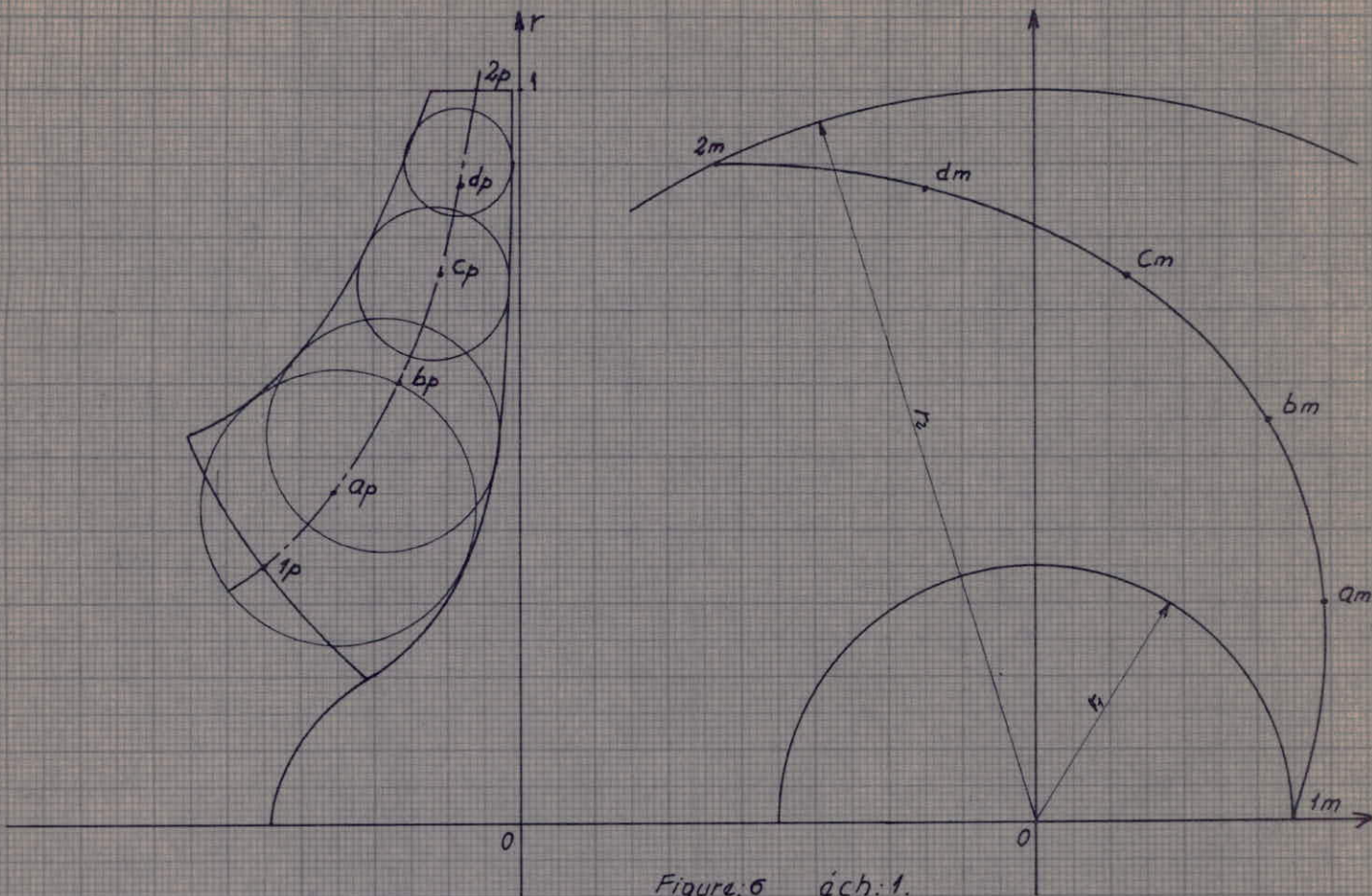


Figure: 6 à ch: 1.

Détermination de la longueur de l'aube  $l$ :

$$\begin{aligned} 1p a_p &= 14 \text{ mm} \\ a_p b_p &= 17 \text{ " } \\ b_p c_p &= 16 \text{ " } \\ c_p d_p &= 12 \text{ " } \\ d_p 2p &= 13 \text{ " } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1m a_m &= 30 \text{ mm} \\ a_m b_m &= 26 \text{ " } \\ b_m c_m &= 27 \text{ " } \\ c_m d_m &= 30 \text{ " } \\ d_m 2m &= 27 \text{ " } \end{aligned}$$

$$l = \sqrt{1p a_p^2 + 1m a_m^2} + \sqrt{a_p b_p^2 + a_m b_m^2} + \sqrt{b_p c_p^2 + b_m c_m^2} + \sqrt{c_p d_p^2 + c_m d_m^2} + \sqrt{d_p 2p^2 + d_m 2m^2}$$

$$l = 0,158 \text{ m}$$

$$l > r_2 - r_1 \Rightarrow l > 0,065 \text{ m.}$$



## VI RECHERCHE DU NOMBRE D'AUBES (Z).

### 1. Aspect physique :

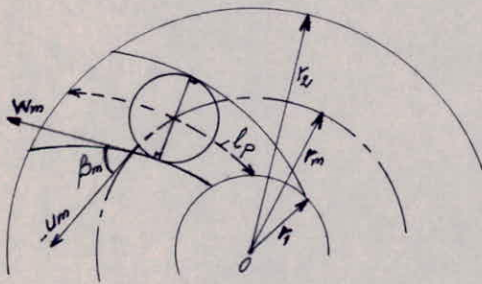
- Si le nombre d'aubes est important, cela aura pour conséquence, l'accroissement des pertes de charge linéaires; mais il n'y a pas de risque de décollement de la couche limite: Ce qui rend très petites les pertes de charge singulières. Par contre si le nombre d'aubes est petit, on réduit les pertes de charge linéaires; mais en revanche, on augmente les pertes de charge singulières.

Il serait donc très intéressant de chercher une solution optimale.

### 2. Calcul de la limite supérieure du nombre d'aubes.

- C. PFEIDERER propose une limite supérieure  $Z_s$  par une condition de similitude:  $\frac{l_p}{t_{mn}} = k = 2$ .

On considère le schéma suivant:



$l_p$  = longueur de l'aube

$t_{mn}$  = pas circulaire du cercle moyen projeté sur la normale commune à deux aubes consécutives.

$$t_{mn} = t_m \cdot \sin \beta_m = \frac{2\pi r_m}{Z} \sin \frac{\beta_{m1} \beta_{m2}}{2}$$

$$= \frac{\pi(r_1 + r_2)}{Z} \sin \frac{\beta_{m1} \beta_{m2}}{2}$$

on sait que  $l_p > r_2 - r_1$  or  $l_p = k \cdot t_{mn}$

$$\text{Soit } l_p = k \cdot t_{mn} = \frac{k\pi(r_1 + r_2)}{Z} \sin \frac{\beta_{m1} \beta_{m2}}{2} > r_2 - r_1$$

$$Z < \frac{k\pi(r_1 + r_2)}{r_2 - r_1} \sin \frac{\beta_{m1} \beta_{m2}}{2}$$

Application numérique :  $Z < \frac{2\pi(9,035 + 9,1)}{0,065} \sin(26,5)$

$$\underline{Z < 5,82}$$

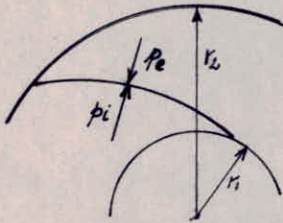
### 3. Calcul de la limite inférieure

— La Méthode de Calcul est proposée par A. BĂRGLĂZAN.

condition: il faut que:

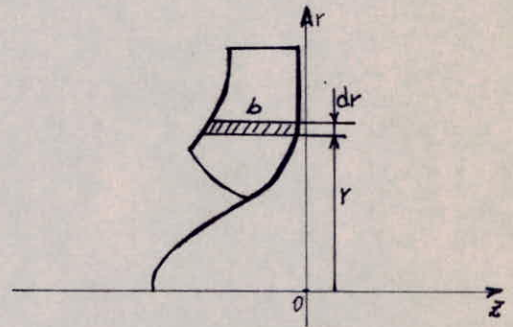
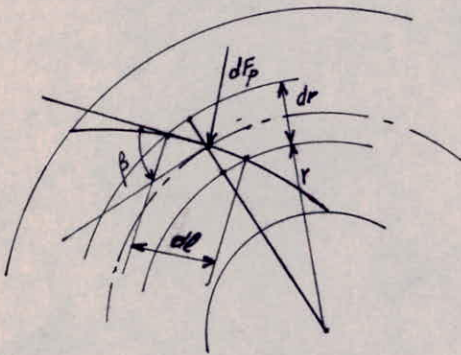
$$\delta p = p_e - p_i < \delta p_1$$

$\delta p_1$ : pression limite à la cavitation.



$$\delta p_1 = 5,7 \bar{\omega} \pi \text{ (valeur expérimentale)}$$

on considère les schémas suivants:



On a:  $dF_p = (p_e - p_i) b dl$  et  $d\bar{M} = \bar{r} n d\bar{F}_p$

Soit:  $dM = r dF_p \sin \beta = r \delta p b dl \sin \beta$  avec  $dr = dl \sin \beta$

$$dM = r \delta p b dr$$

le moment total s'obtient par intégration

$$M = z \int_{r_1}^{r_2} r \delta p b dr = z \delta p \int_{r_1}^{r_2} r b dr \text{ où on remarque que}$$

$\int_{r_1}^{r_2} r b dr$  est un moment statique  $S_{oz}$  soit alors  $M = z \delta p S_{oz}$

M est d'autre part donné par:  $M = \frac{P}{\omega} = \frac{\omega H V}{\eta_H \omega}$

d'où  $z \delta p S_{oz} = \frac{\omega H V}{\eta_H \omega} \Rightarrow \delta p = \frac{\omega H V}{\eta_H \omega z S_{oz}} < \delta p_1$  (on prend  $\eta_H = 0,85$ )

$$z > \frac{\omega H V}{\eta_H \omega S_{oz} \delta p_1} = \frac{\omega \pi D_1 b_1 V_{1mn} H}{\eta_H \omega S_{oz} \delta p_1} \text{ avec } \delta p_1 = 5,7 \bar{\omega} \pi$$

application numérique:  $z > \frac{10^5 \cdot \pi \cdot 0,07 \cdot 0,001 \cdot 6,452 \cdot 40}{0,85 \cdot 503,533 \cdot 1,112 \cdot 10^{-4} \cdot 17,898 \cdot 10^3}$

$z > 4,52$



Calcul du Moment Statique Sloz  
 par la Méthode de Culmann en  
 appliquant le théorème de Varignon

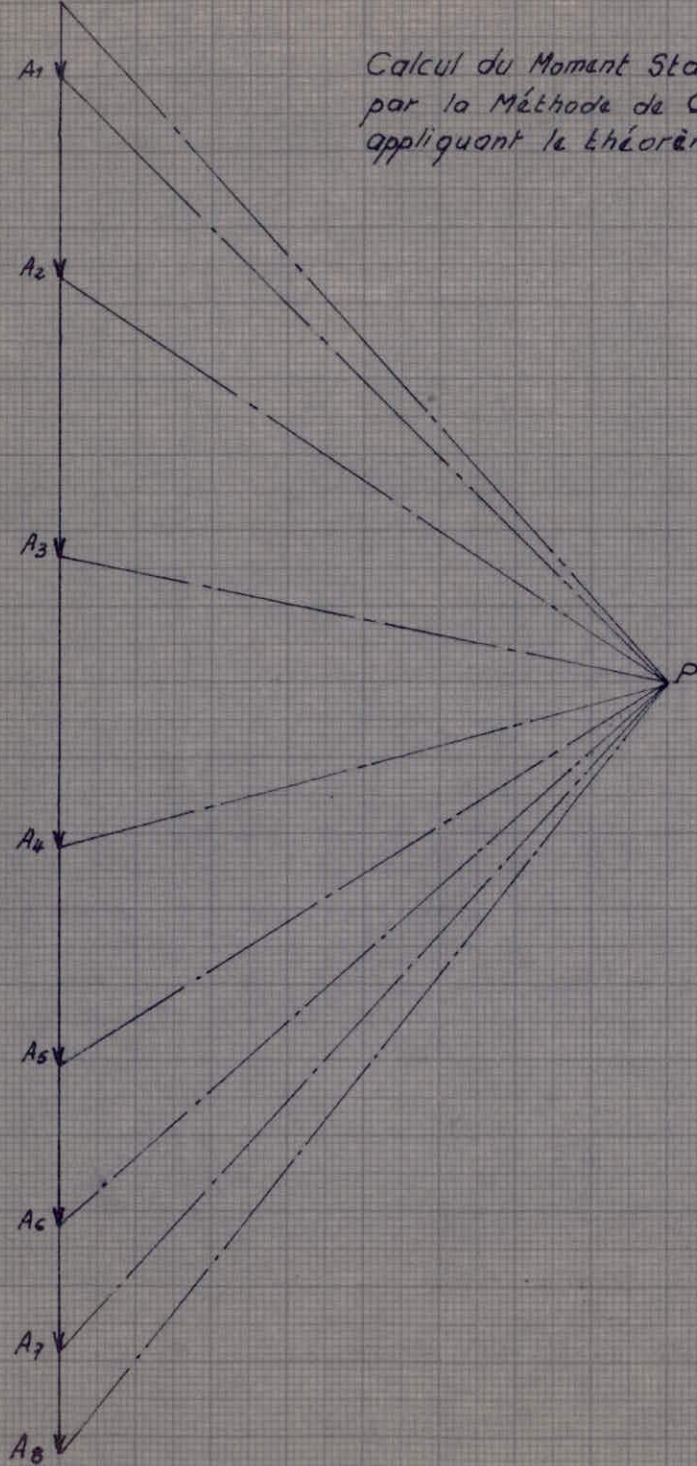
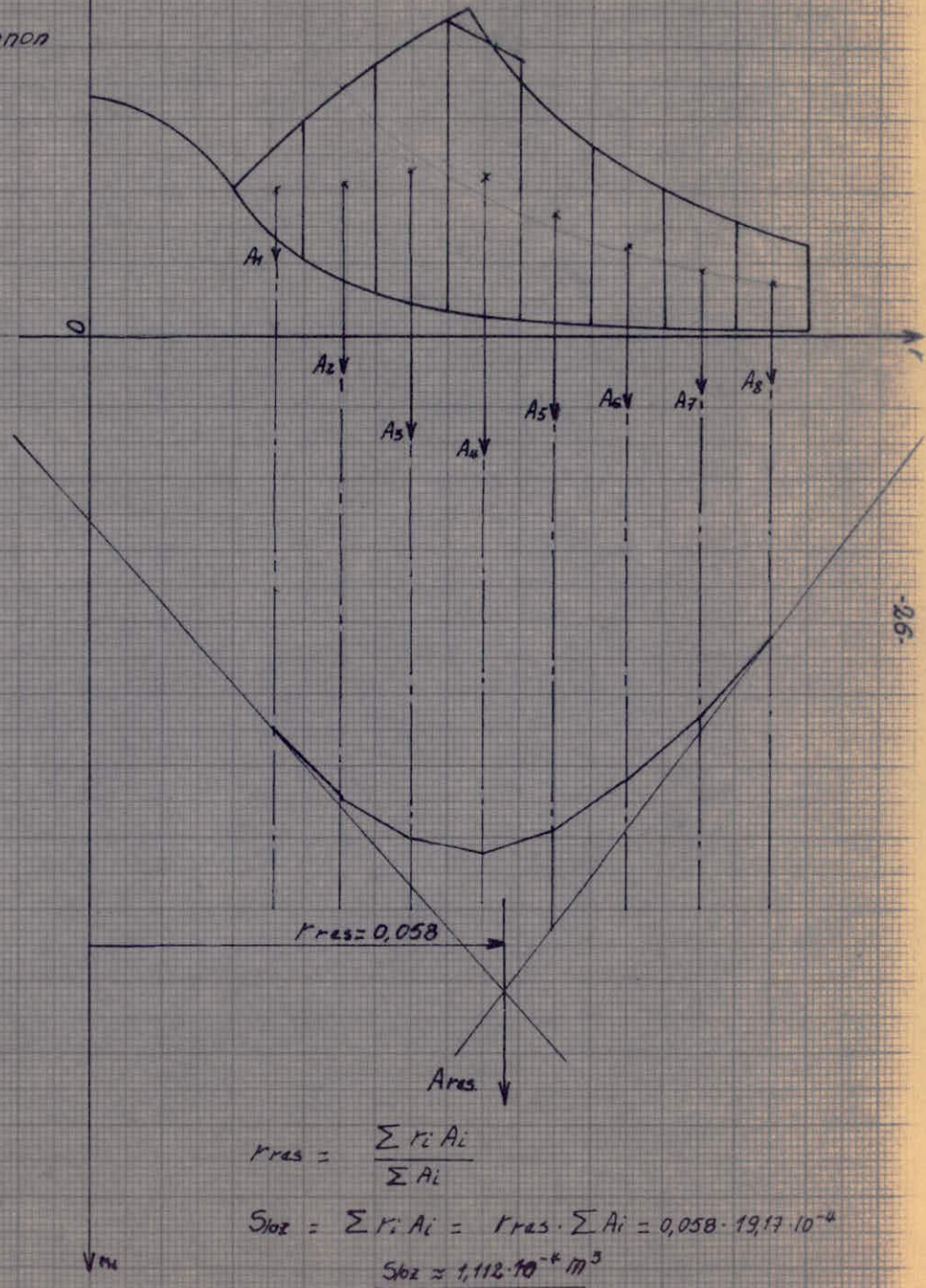


Fig. 7





4. Calcul du nombre optimal d'aubes.

a) On considère la formule de Darcy-Weissbach donnant les pertes de charge linéaires.

$$\text{Soit : } h_{lin} = \frac{V^2}{2g} f \frac{l}{D_{eq}} = \frac{V^2}{2g} f l \frac{P}{4A} = \frac{V_n^2}{A^3} \frac{f l P}{8g}$$

$$V = W n_{moy}$$

$$P = 2 \left( b_m + \frac{\pi D_m \sin \beta_m}{z} \right) \quad : \text{ (périmètre mouillé) }$$

$$A = b_m l_{mn} = \frac{\pi D_m b_m \sin \beta_m}{z} \quad : \text{ (section droite du tube de courant) }$$

$f$  : coefficient de pertes de charge.

$l$  : longueur de l'aube.

On écrit :

$$h_{lin} = \frac{V_n^2 f l \left( b_m + \pi \frac{D_m}{z} \sin \beta_m \right)}{4g \left( \pi \frac{D_m}{z} b_m \sin \beta_m \right)^3} = \frac{V_n^2 f l \left( b_m z + \pi D_m \sin \beta_m \right) z^2}{4g \left( \pi D_m b_m \sin \beta_m \right)^3}$$

et

$$h_{sing} = \frac{B \delta p}{\omega} = \frac{B V_n H}{\eta_n \omega z S_{1oz}} = \frac{C}{z}$$

$$h_{tot} = h_{lin} + h_{sing} = D (b_m z + E) z^2 + \frac{C}{z} = D b_m z^3 + D E z^2 + \frac{C}{z}$$

$$D = \frac{V_n^2 f l}{4g (\pi D_m b_m \sin \beta_m)^3}$$

$$C = \frac{B V_n H}{\eta_n \omega S_{1oz}}$$

on prendra :  $B = 1,08$  et  $\eta_n = 0,85$   
 puisque  $B = 1,05 \div 1,1$

$$E = \pi D_m \sin \beta_m$$

La condition d'optimisation s'écrit :

$$\frac{\partial (h_{tot})}{\partial z} = 3 D b_m z^2 + 2 D E z - \frac{C}{z^2} = 0 \Rightarrow 3 D b_m z^4 + 2 D E z^3 = C$$

$$\text{on pose : } \begin{cases} y_1 = 3 D b_m z^4 \\ y_2 = C - 2 D E z^3 \end{cases} \quad y_1 + y_2 = 0$$

L'intersection des deux courbes  $y_1$  et  $y_2$  construites dans un repère  $(z, oy)$  donne en abscisse le nombre  $z$  optimal d'aubes.

b) Etude des fonctions  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$

. Calcul des constantes  $D, C, E$ .

$$D = \frac{V_n^2 \cdot f \cdot l}{4g (\pi D_m b_m \sin \beta_m)^3} = \frac{(9,05)^2 \cdot 9,01 \cdot 0,158}{4 \cdot 9,8 (\pi \cdot 0,135 \cdot 0,0265 \cdot 0,446)^3}$$

$$D = 0,8 \text{ s}$$

$$C = \frac{B V_n H_n}{\eta_n \omega S_{0z}} = \frac{1,08 \cdot 9,05 \cdot 40}{0,85 \cdot 303,533 \cdot 1,112 \cdot 10^{-4}}$$

$$C = 71,112 \text{ m}$$

$$E = \pi D_m \sin \beta_m = \pi \cdot 0,135 \cdot 0,446$$

$$E = 0,2 \text{ m}$$

$$\gamma_1 = 3 D b_m Z^4 = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,0265 \cdot Z^4 = 0,0636 Z^4 = 0,064 Z^4$$

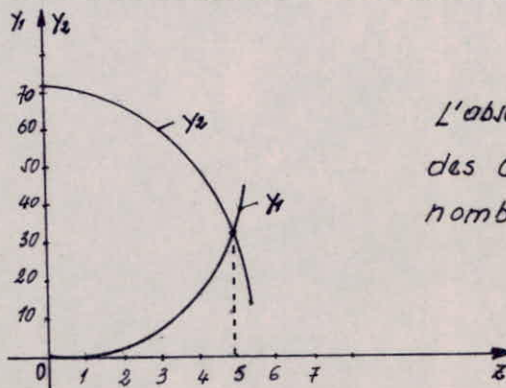
$$\gamma_2 = C - 2 \Delta E Z^3 = 71,112 - 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 71,112 - 0,32 Z^3$$

On a donc :

$$0,0636 Z^4 + 0,32 Z^3 - 71,112 = 0$$

Calcul de quelques valeurs.

$Z =$	0	1	2	3	4	5	6
$\gamma_1 =$	0	0,064	1,024	5,184	16,384	40	82,944
$\gamma_2 =$	71,112	70,792	68,552	62,472	49,632	31,112	1,992



L'abscisse du point d'intersection des courbes  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  donne le nombre optimal d'aubes.

$$\underline{Z_{opt} = 5}$$

on remarque que :  $Z_{opt} \in [4,52, 5,82]$ , résultat recherché.



VIII. EPURE ET CALCUL DES VITESSES AU RÉGIME NOMINAL

Rappel de quelques valeurs :

$$\beta_1 = 30^\circ, \quad \beta_2 = 23^\circ$$

en supposant une entrée orthogonale on a  $\alpha_1 = 90^\circ$ .

$z = 5$  et l'épaisseur de l'aube  $s = 0,003 \text{ m}$ .

1. Calcul de la vitesse à l'entrée.

$$V_0 = \frac{4V}{\pi D_0^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{\pi \cdot (0,105)^2} = 5,77 \text{ m/s}$$

$$\underline{V_0 = 5,77 \text{ m/s.}}$$

2. Calcul de la vitesse d'entraînement à l'entrée du rotor.

$$U_1 = \frac{\pi D_1 n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,07 \cdot 2900}{60} = 10,627 \text{ m/s}$$

$$\underline{U_1 = 10,627 \text{ m/s}}$$

3. Calcul des vitesses méridiennes à l'entrée et à la sortie.

a) L'équation de continuité donne.

$$V_n = \left( \pi D_1 - z \frac{s}{\sin \beta_{1n}} \right) b_1 V_{1m} = \left( \pi D_2 - z \frac{s}{\sin \beta_2} \right) b_2 V_{2m}$$

$$V_{1mn} = \frac{V_n}{\left( \pi D_1 - z \frac{s}{\sin \beta_{1n}} \right) b_1} = \frac{0,05}{\left( \pi \cdot 0,07 - 5 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,5} \right) \cdot 0,041}$$

$$\underline{V_{1m} = 6,452 \text{ m/s}}$$

$$b) \quad V_{2mn} = \frac{V_n}{\left( \pi D_2 - z \frac{s}{\sin \beta} \right) \cdot b_2} = \frac{0,05}{\left( \pi \cdot 0,2 - 5 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,390} \right) \cdot 0,012}$$

$$\underline{V_{2mn} = 7,060 \text{ m/s.}}$$



4. Calcul de la vitesse absolue à l'entrée.

$$\alpha_1 \text{ étant égal à } 90^\circ \quad V_1 = V_{1m} = 6,452 \text{ m/s}$$

$$\underline{V_{1n} = 6,452 \text{ m/s}}$$

5. Calcul de  $W_{2u}$  projection de  $W_2$  vitesse relative sur l'axe  $\vec{OU}$ .

$$W_{2un} = V_{2mn} \cotg \beta_2 = V_{2mn} \cdot \cotg 23^\circ = 7,06 \cdot 2,3559$$

$$\underline{W_{2un} = 16,632 \text{ m/s}}$$

6. Calcul de  $V_{2u}$ , projection de la vitesse absolue sur  $\vec{OU}$ .

$$V_{2un} = U_2 - W_{2un} = 30,296 - 16,632$$

$$\underline{V_{2un} = 13,664 \text{ m/s}}$$

7. Calcul de la vitesse relative à la sortie du rotor.

$$W_{2n} = \frac{V_{2mn}}{\sin \beta_2} = \frac{7,06}{0,39} = 18,070 \text{ m/s}$$

$$\underline{W_{2n} = 18,070 \text{ m/s}}$$

8. Calcul de la vitesse relative à l'entrée du rotor.

$$W_{1n} = \frac{V_{1mn}}{\sin \beta_{1n}} = \frac{6,452}{0,5}$$

$$\underline{W_1 = 12,904 \text{ m/s}}$$

9. Calcul de la vitesse absolue à la sortie du rotor.

$$V_{2n}^2 = V_{2m}^2 + V_{2un}^2 = (7,060)^2 + (13,664)^2 = 236,547$$

$$\underline{V_{2n} = 15,38 \text{ m/s}}$$

10. Calcul de l'angle  $\alpha_2$

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{V_{2mn}}{V_{2un}} = \frac{7,06}{13,664} = 0,516 \Rightarrow \underline{\alpha_2 = 27^\circ}$$



Plan méridien.

Plan parallèle.

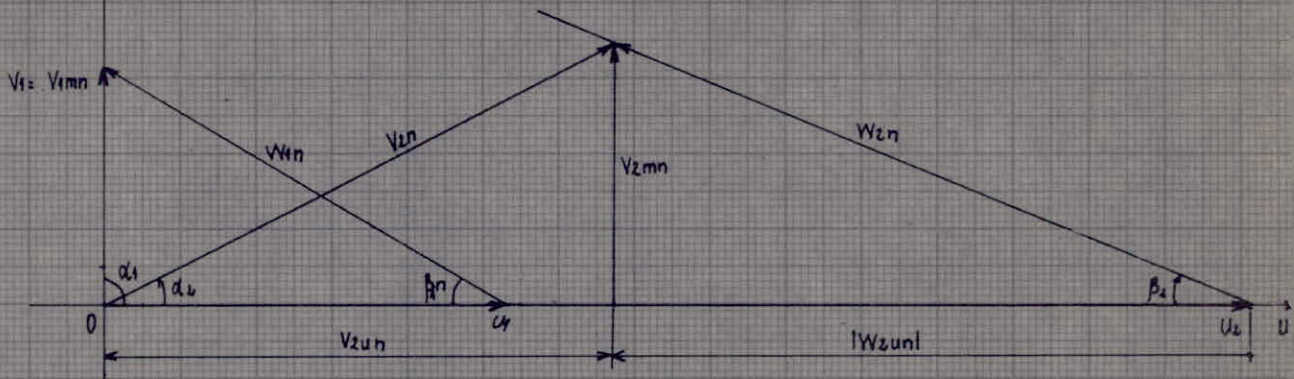
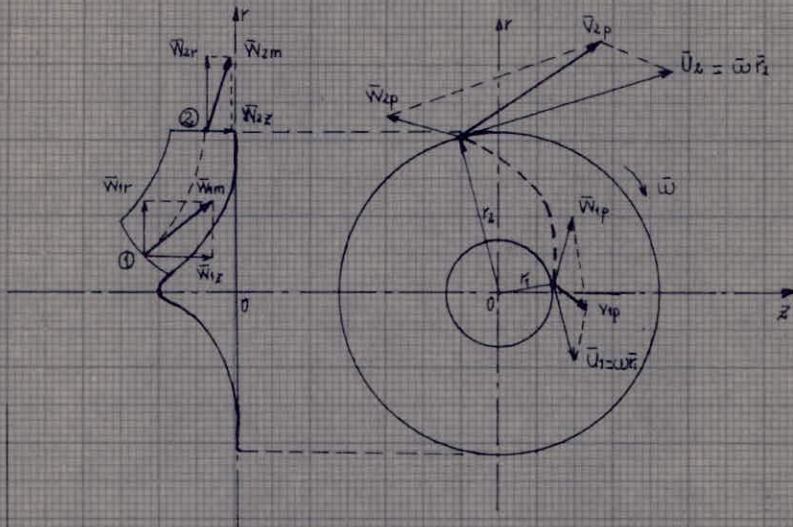


Fig. 8.

Epure des vitesses au régime nominal.



### VIII. ETUDE DE LA BACHE SPIRALE

#### 1. Description et équations.

La bache spirale est l'organe fixe de la pompe, elle recueille le liquide à la sortie du rotor et le dirige vers la conduite de refoulement.

Soit  $D_3 = 2r_3$  le diamètre de la section cylindrique d'accès du liquide dans la bache spirale et  $b_3$  la hauteur de ce même cylindre. Toutes les sections méridiennes de la bache spirale sont des cercles dont les diamètres  $r_2 \in [0, r_2]$ , avec  $D_r = 2r_2$  le diamètre maximum de l'une des sections et qui correspond au diamètre de la conduite de refoulement.

L'écoulement du liquide dans la bache doit satisfaire à deux conditions hydrodynamiques :

##### a) Condition de continuité.

Le débit sera :  $\dot{V} = \pi D_3 b_3 V_{3m}$ .

Pour une longueur  $\lambda$ , le débit qui traverse la section  $\pi r_2^2$  est

$$\pi D_3 b_3 V_{3m} \frac{\lambda}{2\pi} = \dot{V} \frac{\lambda}{2\pi} = \pi r_2^2 v_u$$

$$v_u = \pi r_2^2 v_u = \dot{V} \frac{\lambda}{2\pi} \quad (\text{débit partiel})$$

##### b) Condition énergétique.

La bache spirale en tant qu'organe fixe ne pourra jamais recueillir du travail utile. Elle transforme l'énergie cinétique en pression statique. On impose la condition que le travail soit nul. Ce travail équivaut au moment cinétique défini par Euler.

$$M = \rho \dot{V} (r_2 v_{2u} - r_1 v_{1u}) = 0$$

Pour différentes sections méridiennes, on peut écrire :

$$r_1 v_{1u} = r_2 v_{2u} = r v_u = C \quad \Rightarrow \quad v_u = \frac{C}{r}$$

Ce qui permet d'écrire encore :

$$\frac{C}{r} \pi r_2^2 = \dot{V} \frac{\lambda}{2\pi} \quad \text{équation en coordonnées polaires (r et } \lambda)$$

##### c. Recherche de l'équation de l'axe courbe de la bache spirale en vue de construire celle-ci :

Cette axe est une ligne de courant; on admet que  $v_u$  est



uniformément répartie dans la section d'aire  $\pi r_2^2$  où,  $r_2 = r - r_3$   
L'équation de l'axe courbe en coordonnées polaires sera :

$$\lambda = \frac{2\pi^2 C \cdot (r - r_3)^2}{V r}$$

En remarquant que :

$C = (r_3 + r_r) V_r = (r_3 + r_r) \frac{V}{\pi r_r^2}$  où  $(V_r)$  est la vitesse du liquide dans la conduite de refoulement. En substituant la valeur de  $C$  dans l'équation de l'axe courbe, on obtient facilement :

$$\lambda = C' \frac{(r - r_3)^2}{r}$$

Avec  $C'$  une constante :  $C' = \frac{2\pi}{r_r} \left( \frac{r_3}{r_r} + 1 \right) = \frac{2\pi^2 C}{V}$

Pour la construction de la bêche spirale on utilisera l'expression :

$$\lambda_{[rad]} = C' \frac{(r - r_3)^2}{r}$$

Calcul de  $C$ .

$$C = r_2 V_u = 0,1 \cdot 13,664 = 1,3664 \text{ m}^2/\text{s}$$

Calcul de  $C'$

$$C' = \frac{2\pi^2 C}{V_n} = \frac{2 \cdot (3,14)^2 \cdot 1,3664}{0,05} = 539,18 \text{ m}^{-1}$$

Remarque :

— Il existe aussi une méthode exacte (la méthode ci-dessus n'est qu'approchée) — où le débit partiel ( $V_n$ ) peut être calculé par intégration ; mais ce procédé est très laborieux et non justifié car la solution n'est pas meilleure du point de vue hydrodynamique. Par contre la méthode approchée donne aux frontières une forme qui correspond aux conditions aux limites favorables à la distribution uniforme de la vitesse ( $V_u$ ) dans une section méridienne de la bêche, ce qui est recommandé.



2. Construction de la bache spirale.

a) Afin de faciliter le tracé de l'axe courbe de la bache, on dresse un tableau de calculs.

Tableau de Calculs.

$r$ (m)	$r-r_3$ (m)	$(r-r_3)^2$ (m)	$\frac{(r-r_3)^2}{r}$ (m)	$\lambda$ (en rad)	$\lambda$ (en degrés)
0,100	0,000	0,00	0,00	0,0000	0,0000
0,105	0,005	$0,25 \cdot 10^{-4}$	$2,38 \cdot 10^{-4}$	0,1283	7,3523
0,110	0,010	$1,00 \cdot 10^{-4}$	$9,09 \cdot 10^{-4}$	0,4901	28,0856
0,115	0,015	$2,25 \cdot 10^{-4}$	$19,56 \cdot 10^{-4}$	1,0549	60,4520
0,120	0,020	$4,00 \cdot 10^{-4}$	$33,33 \cdot 10^{-4}$	1,7972	102,9903
0,125	0,025	$6,25 \cdot 10^{-4}$	$50,00 \cdot 10^{-4}$	2,6959	154,4912
0,130	0,030	$9,00 \cdot 10^{-4}$	$69,23 \cdot 10^{-4}$	3,7327	213,9061
0,135	0,035	$12,25 \cdot 10^{-4}$	$90,74 \cdot 10^{-4}$	4,8925	280,3696
0,140	0,040	$16,00 \cdot 10^{-4}$	$114,28 \cdot 10^{-4}$	6,1617	353,1023
0,1405	0,0405	$16,402 \cdot 10^{-4}$	$116,74 \cdot 10^{-4}$	6,29	360

D'après ce tableau, le rayon de la conduite de refoulement est:

$$r-r_3 = 0,0405 \text{ m.}$$

on prendra comme diamètre de cette même conduite.

$$\underline{D_r = 0,08 \text{ m}}$$

et on supposera que :

$$r_3 = r_2 \quad , \quad b_3 = b_2$$

b) construction de la bache: (voir figure 9 page 55.)



Construction de la bache spirale échelle:  $\frac{1}{2}$

$L = 0,738 \text{ m}$  : longueur de l'axe courbe.  $L < 2\pi(r_3 + r_r)$

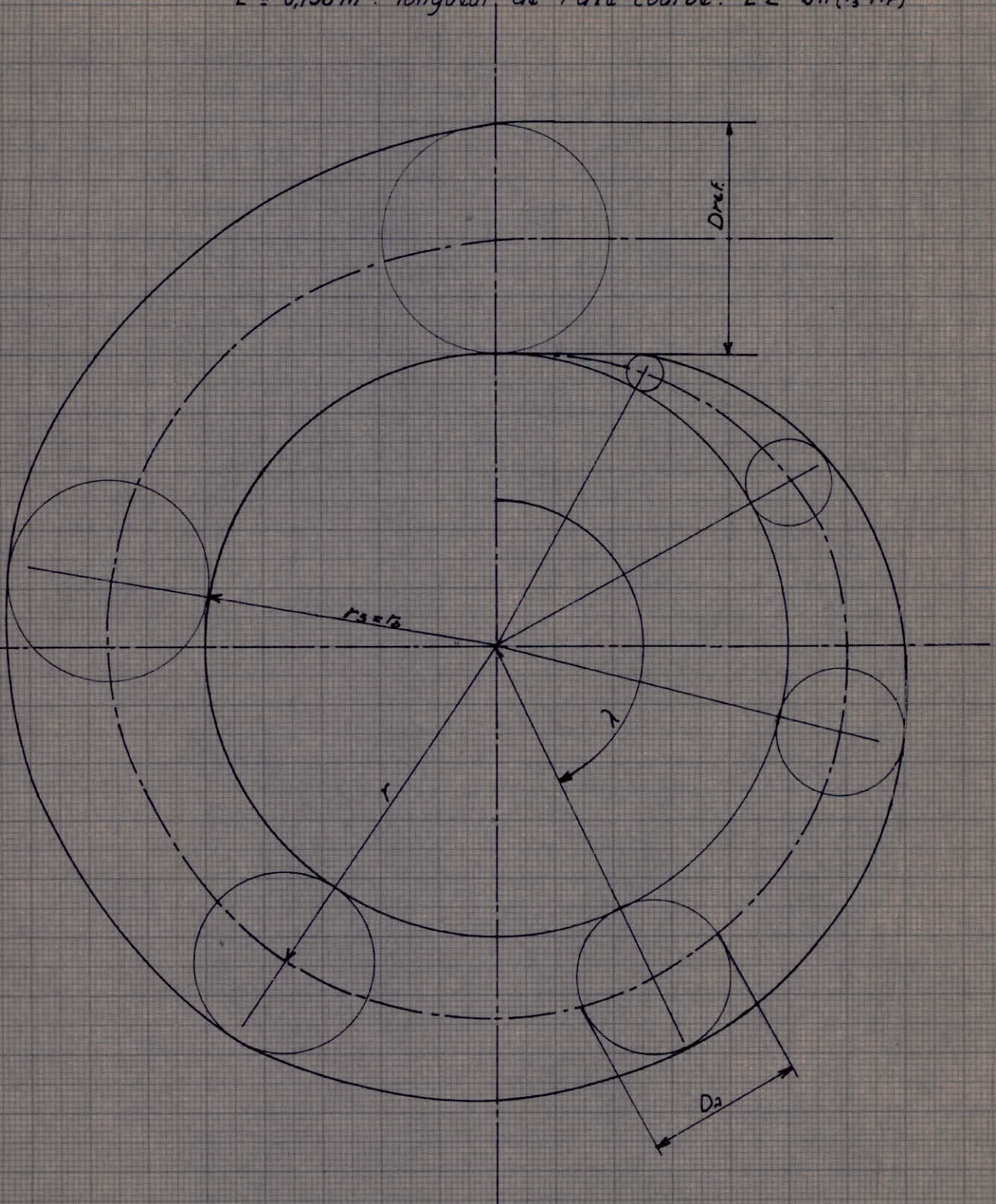


Figure 9.



## IX. PERFORMANCES ET ANALYSE AUX DIFFERENTS REGIMES

Dans ce chapitre on fera l'étude du comportement de la machine en régime variable.

Pour ce faire, on se base sur l'épure des vitesses au régime nominal, il serait toujours intéressant de savoir comment se comporterait la machine quand son régime de marche vient à s'écarter du régime nominal et quelles seraient les conséquences qui en découleraient du point de vue débits, vitesses, charges, rendements etc...

Les électromoteurs exigent des vitesses de rotation ( $n_n = cte$ ). on suppose une entrée orthogonale du liquide dans la pompe à tout régime, donc l'angle  $\alpha_1$  restera constant, de même l'angle ( $\beta_2$ ) sera vu comme une constante. Par contre l'angle ( $\beta_1$ ) à l'entrée que font les lignes de courant en mouvement relatif dans l'aube avec le vecteur vitesse ( $\vec{u}_1$ ) change suivant le régime de marche considéré.

on considère cinq régimes de marche particuliers.

1. Régime de marche à vide  $V = 0$
2. Régime de marche subnominal  $V < V_n$ .
3. Régime de marche nominal  $V = V_n$
4. Régime de marche surnominal  $V > V_n$
5. Régime de débit maximum:  $V_{max}$ .

1. Régime de marche à vide  $V_0 = 0$

1.1 Calcul des vitesses

Les vitesses à considérer dans ce cas sont :

$$W_{rdév.0} = U_1 = 10,627 \text{ m/s}$$

$$V_{eu0} = U_2 = 30,296 \text{ m/s}$$

1.2 Calcul des dissipations Hydrauliques:

$$\Delta H_1 = 0$$

$$\Delta H_2 = 0$$

$$\Delta H_3 = k_3 \frac{U_1^2}{2g} \left(1 - \frac{V}{V_n}\right) = k_3 \cdot \frac{U_1^2}{2g}$$

$k_3$  est un coefficient de correction des pertes de charge dues à la déviation à l'entrée du rotor. on prendra  $k_3 = 5$ .

$$\Delta H_3 = 5 \cdot \frac{(10,627)^2}{2 \cdot 9,8} = 28,809 \text{ m}$$

$$\Delta H_4 = 0$$

1.3 Calcul de la charge théorique  $H_t$

$$H_t = \frac{U_2 V_{eu0}}{g} = \frac{U_2^2}{g} = \frac{(30,296)^2}{9,8} = 93,657 \text{ m.}$$

$$H = H_t - \Sigma \Delta H = 93,657 - 28,809 = 64,848 \text{ m.}$$



2. Régime subnominal  $V_{sub} < V_n$ .2.1 Calcul des vitesses.2.1.1 On suppose  $V_{msub} < V_{mn}$  soit  $V_{msub} = 4$  m/s

$$\operatorname{tg} \beta_{sub} = \frac{V_{msub}}{U_1} = \frac{4}{10,627} = 0,376$$

$$\sin \beta_{sub} = 0,350 \Rightarrow \beta_{sub} = 20^\circ 30'$$

2.1.2 Calcul de  $W_{sub}$ .

$$W_{sub} = \frac{V_{msub}}{\sin \beta_{sub}} = \frac{4}{0,35} = 11,428 \text{ m/s}$$

2.1.3 Calcul de  $V_{2msub}$  (équation) de continuité)

$$V_{2msub} = \frac{\left( \pi D_1 - z \frac{S}{\sin \beta_{sub}} \right) \cdot b_1 \cdot V_{msub}}{\left( \pi D_2 - z \frac{S}{\sin \beta_2} \right) \cdot b_2}$$

$$V_{2msub} = \frac{\left( \pi \cdot 0,07 - 5 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,350} \right) \cdot 0,041 \cdot 4}{\left( \pi \cdot 0,2 - 5 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,39} \right) \cdot 0,012} = 4,068 \text{ m/s}$$

2.1.4 Calcul de  $W_{2sub}$ .

$$W_{2sub} = \frac{V_{2msub}}{\sin \beta} = \frac{4}{0,39} = 10,256 \text{ w/s}$$

2.1.5 Calcul du débit  $V_{sub}$ .

$$V_{sub} = \left( \pi D_1 - z \frac{S}{\sin \beta_{sub}} \right) \cdot b_1 \cdot V_{msub}$$

$$V_{sub} = \left( \pi \cdot 0,07 - 5 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,350} \right) \cdot 0,041 \cdot 4 = 0,029 \text{ m}^3/\text{s}$$

2.1.6. Calcul de  $W_{dév.sub.}$  (voir épure)

$$W_{dév.sub.} = U_1 \left( 1 - \frac{V_{msub}}{V_{mn}} \right) = 10,627 (1 - 0,619) = 4,049 \text{ m/s}$$

2.17 Calcul de  $V_{zsub}$ .

$$V_{zsub} = U_2 - W_{zsub} = U_2 - V_{msub} \cdot \cotg \beta_2$$

$$V_{zsub} = 30,296 - 4,068 \cdot 2,3559 = 20,712 \text{ m/s}$$

2.18 Calcul de la charge  $H_t$ .

$$H_t = \frac{U_2 V_{zsub}}{g} = \frac{30,296 \cdot 20,712}{9,8} = 64,029 \text{ m}$$

2.2 Calcul des dissipations hydrauliques.

2.21. Calcul de  $\Delta H_1$  perte de charge linéaire dans le tube de courant compris entre deux aubes consécutives.

$$\Delta H_1 = \frac{W_{sub, moy.}^2}{2g} \cdot f_r \cdot \frac{l}{D_H}$$

On fixe:  $f_r = 0,01$  coef. des p.d.c dans le rotor.

$l = 0,158$  (longueur de l'aube)

$$D_H = \frac{4A}{P} = 4R_m = \frac{4b_m \cdot t_{mn}}{2(b_m + t_{mn})}$$

$$b_m = \frac{b_1 + b_2}{2} = \frac{0,041 + 0,012}{2} = 0,027 \text{ m}$$

$$t_{mn} = \frac{\pi(r_1 + r_2)}{Z} \sin \frac{\beta_{1sub} + \beta_2}{2} = \frac{\pi(0,035 + 0,1)}{5} \sin \frac{20 + 23}{2} = 0,030 \text{ m}$$

$$D_H = \frac{2 \cdot 0,027 \cdot 0,030}{0,027 + 0,030} = 0,028 \text{ m.}$$

$$\Delta H_1 = \frac{1}{2g} \cdot \frac{(W_{1sub} + W_{2sub})^2}{4} \cdot f_r \cdot \frac{l}{D_H} = \frac{1}{19,6} \cdot \frac{(11,428 + 10,256)^2}{4} \cdot 0,01 \cdot \frac{0,158}{0,028}$$

$$\Delta H_1 = 0,338 \text{ m}$$

2.22. Calcul de  $\Delta H_2$  p.d.c due à la courbure et à l'élargissement progressif du canal compris entre deux aubes consécutives.

$$\Delta H_2 = k_2 \frac{(W_{1sub} - W_{2sub})^2}{2g} \quad \text{on prendra } k_2 = 0,3.$$

$$\Delta H_2 = 0,3 \cdot \frac{(11,428 - 10,256)^2}{19,6} = 0,021 \text{ m.}$$

$$\Delta H_2 = 0,021 \text{ m.}$$



2.23. Calcul des p.d.c dues à la déviation brusque à l'entrée du rotor.

$$\Delta H_3 = \Delta H_{\text{dénub}} = k_3 \cdot \frac{W_{\text{dénub}}^2}{2g} = \frac{5 \cdot (4,049)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$\Delta H_3 = \underline{4,182 \text{ m}} \quad (\text{on a pris } k_3 = 5)$$

2.24. Calcul des p.d.c dans la bache.

$$\Delta H_4 = \frac{V_{\text{moy}}^2}{2g} \left( r + f_b \cdot \frac{L}{D_{\text{moy}}} \right)$$

$r = 0,1$ , coéf. des p.d.c singulières.

$f_b = 0,006$ , coéf. des p.d.c linéaires dans la bache.

$L = 0,738 \text{ m}$ , longueur de l'axe courbe de la bache.

$$D_{\text{moy}} = \frac{D_r}{2} = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ m}$$

$$V_{\text{moy}} = \frac{V_{\text{sub}}}{2\pi r \cdot \frac{2}{\pi} \text{rad}} = \frac{0,028}{2\pi \cdot (2,7)^2 \cdot 10^{-4}} = 6,116 \text{ m/s}$$

$$\Delta H_4 = \frac{(6,116)^2}{2 \cdot 9,8} \cdot \left( 0,1 + 0,006 \cdot \frac{0,738}{0,04} \right) = 0,402 \text{ m}$$

$$\Delta H_4 = \underline{0,402 \text{ m.}}$$

2.25. Calcul du rendement  $\eta_H$ .

$$\eta_H = \frac{1}{1 + \frac{\sum \Delta H}{H}} = \frac{1}{1 + \frac{0,338 + 0,021 + 4,182 + 0,402}{64,029 - 4,943}} = 0,928$$

$$\eta_H = \underline{0,928}$$

3. Régime nominal  $V = V_n$ 3.2 Calcul des dissipations.3.2.1 Calcul de  $\Delta H_1$ 

$$\Delta H_1 = \frac{W_{n\text{ moy}}^2}{2g} \cdot f_r \cdot \frac{l}{D_n} = \frac{(12,904 + 18,070)^2}{2g \cdot 4} \cdot 0,01 \cdot \frac{0,158}{0,037}$$

$$\Delta H_1 = 0,526 \text{ m}$$

3.2.2 Calcul de  $\Delta H_2$ 

$$\Delta H_2 = k_v \cdot \frac{(W_{in} - W_{en})^2}{2g} = 0,3 \cdot \frac{(12,904 - 18,070)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$\Delta H_2 = 0,408 \text{ m}$$

3.2.3 Calcul de  $\Delta H_3$ 

au régime nominal  $W_{dév} = 0 \Rightarrow \Delta H_3 = 0$

$$\Delta H_3 = 0 \text{ m}$$

3.2.4 Calcul de  $\Delta H_4$ 

$$\Delta H_4 = \frac{V_{\text{moy}}^2}{2g} \cdot \left( r + f_b \cdot \frac{L}{D_{\text{moy}}} \right) = \frac{(10,921)^2}{2 \cdot 9,8} \cdot \left( 0,1 + 0,006 \cdot \frac{0,738}{0,04} \right)$$

$$\Delta H_4 = 1,282 \text{ m}$$

3.2.5 Calcul de  $H_t$ 

$$H_t = \frac{U_2 V_{e2} \eta}{g} = \frac{30,296 \cdot 13,664}{9,8} = 42,241 \text{ m}$$

$$H_t = 42,241 \text{ m}$$

2.26 Calcul de  $H$ 

$$H = H_t - \sum \Delta H = 42,241 - 2,216 = 40,025 = H_n$$

2.27 Calcul du rendement  $\eta_H$ 

$$\eta_H = \frac{1}{1 + \frac{\sum \Delta H}{H}} = \frac{1}{1,056} = 0,947$$



4. Régime Surnominal  $V > V_n$

4.1 Calcul des Vitesses

4.11 On suppose  $V_{msur} > V_{mn}$ , soit  $V_{msur} = 8 \text{ m/s}$

$$\tan \beta_{msur} = \frac{V_{msur}}{u_1} = \frac{8}{10,627} = 0,752$$

$$\sin \beta_{msur} = 0,601 \Rightarrow \beta_{msur} = 37^\circ$$

4.12 Calcul de  $V_{2msur}$ .

$$V_{2msur} = \frac{(\pi \cdot D_1 - z \cdot \frac{s}{\sin \beta_{msur}}) \cdot b_1 \cdot V_{msur}}{(\pi \cdot D_2 - z \cdot \frac{s}{\sin \beta_2}) \cdot b_2}$$

$$V_{2msur} = \frac{(\pi \cdot 0,07 - 5 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,601}) \cdot 0,041 \cdot 8}{(\pi \cdot 0,2 - 5 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,39}) \cdot 0,012} = 9,04 \text{ m/s}$$

4.13 Calcul de  $W_{1sur}$  et  $W_{2sur}$ .

$$W_{1sur} = \frac{V_{msur}}{\sin \beta_{msur}} = \frac{8}{0,601} = 13,333 \text{ m/s}$$

$$W_{2sur} = \frac{V_{2msur}}{\sin \beta_2} = \frac{9,04}{0,39} = 23,179 \text{ m/s}$$

4.14 Calcul de  $W_{dér.sur}$ .

$$W_{dér.sur} = u_1 \left( 1 - \frac{V_{mn}}{V_{msur}} \right) = 10,627 (1 - 0,806) = 2,062 \text{ m/s}$$

4.15 Calcul du débit surnominal  $V_{sur}$ .

$$V_{sur} = \left( \pi D_2 - z \cdot \frac{s}{\sin \beta_2} \right) \cdot b_2 \cdot V_{2msur}$$

$$V_{sur} = \left( \pi \cdot 0,2 - 5 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,39} \right) \cdot 0,012 \cdot 9,04 = 0,064 \text{ m}^3/\text{s}$$

4.2. Calcul des dissipations hydrauliques.4.21 Calcul de  $\Delta H_1$ .

$$\Delta H_1 = \frac{W_{\text{sur moy}}^2}{2 \cdot g} \cdot f_r \cdot \frac{l}{D_H} = \frac{(13,333 + 23,179)^2}{2 \cdot 4 \cdot 9,8} \cdot 0,01 \cdot \frac{0,158}{0,033}$$

$$\Delta H_1 = 0,814 \text{ m}$$

4.22. Calcul de  $\Delta H_2$ 

$$\Delta H_2 = k_2 \cdot \frac{(W_{1\text{sur}} - W_{2\text{sur}})^2}{2 \cdot g} = 0,3 \cdot \frac{(13,333 - 23,179)^2}{2 \cdot 9,8} = 1,484 \text{ m}$$

$$\Delta H_2 = 1,484 \text{ m}$$

4.23. Calcul de  $\Delta H_3$ .

$$\Delta H_3 = k_3 \cdot \frac{W_{\text{dév. sur}}^2}{2 \cdot g} = 5 \cdot \frac{(2,062)^2}{2 \cdot 9,8} = 1,084 \text{ m}$$

$$\Delta H_3 = 1,084 \text{ m}$$

4.24. Calcul de  $\Delta H_4$ .

$$\Delta H_4 = \frac{1}{2g} \cdot \left( \frac{V_{\text{sur}}}{2\pi r_{\text{rad}}^2} \right)^2 \cdot \left( 1 + f_b \cdot \frac{L}{D_{\text{moy}}} \right)$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 9,8} \cdot \left( \frac{0,064}{2 \cdot \pi \cdot (2,7)^2 \cdot 10^{-4}} \right)^2 \cdot \left( 0,1 + 0,006 \cdot \frac{9,738}{0,04} \right) = 2,100 \text{ m}$$

$$\Delta H_4 = 2,100 \text{ m}$$

4.25. Calcul de  $H_L$ .

$$H_L = \frac{U_2 \cdot V_{\text{sur}}}{g}$$

$$V_{\text{sur}} = U_2 - W_{\text{sur}} = U_2 - V_{\text{msur}} \cdot \cos \beta_2 = 30,296 - 9,042 \cdot 3,56$$

$$V_{\text{sur}} = 8,998 \text{ m/s}$$

$$H_L = \frac{30,296 \cdot 8,998}{9,8} = 27,816 \text{ m}$$

4.26. Calcul du rendement  $\eta_H$ .

$$\eta_H = \frac{1}{1 + \frac{\sum \Delta H}{H}} = \frac{1}{1 + \frac{0,814 + 1,484 + 1,084 + 2,100}{27,816 - 5,473}}$$

$$\eta_H = 0,835$$



5. Régime de débit maximum:  $V = V_{max}$ .

5.1 Calcul des vitesses.

5.11 Calcul de  $V_{2max}$ .

$$V_{2max} = U_2 \cdot \tan \beta_2 = 30,296 \cdot 0,425 = 12,876 \text{ m/s.}$$

5.12. Calcul de  $V_{1max}$ .

$V_{1max}$  est calculée par approximation.

On soit que par continuité on a:

$$V_{max} = \left( \pi D_2 - z \frac{s}{\sin \beta_2} \right) b_2 \cdot V_{2max} = \left( \pi D_1 - z \frac{s}{\sin \beta_{1max}} \right) b_1 \cdot V_{1max}$$

$$V_{max} = \left( \pi \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,39} \right) 0,012 \cdot 12,876 = 0,0911 \text{ m}^3/\text{s.}$$

$$V_{max} = \left( \pi D_1 - z \frac{s}{\sin \beta_{1max}} \right) b_1 \cdot V_{1max} \quad (\sin \beta_{1max} \text{ et } V_{1max} \text{ sont inconnus})$$

on trouve:  $V_{1max} = 11,25 \text{ m/s} \Rightarrow \tan \beta_{1max} = \frac{11,25}{10,627} = 1,06$   
 $\Rightarrow \beta_{1max} = 43^\circ$ .

la valeur de  $V_{1max}$  vérifie l'équation de continuité.

5.13 Calcul de  $W_{2max}$ .

$$W_{2max} = \frac{V_{2max}}{\sin \beta_2} = \frac{12,876}{0,39} = 33,015 \text{ m/s}$$

5.14 Calcul de  $W_{1max}$ .

$$W_{1max} = \frac{V_{1max}}{\sin \beta_{1max}} = \frac{11,25}{0,73} = 15,41 \text{ m/s}$$

5.15 Calcul de  $W_{2u max}$  et  $V_{2u max}$

on remarque sur l'épure que.

$$W_{2u max} = U_2 = 30,296 \text{ m/s}$$

$$V_{2u max} = U_2 - W_{2u max} = 0.$$

donc  $H_t = \frac{U_2 \cdot V_{2u max}}{g} = 0$

et  $H + \sum \Delta H = 0$

5.16 Calcul de  $W_{1dév. max}$ .

$$W_{1dév. max} = U_1 \cdot \left( 1 - \frac{V_{1mn}}{V_{1max}} \right) = 10,627 \left( 1 - \frac{6,452}{11,25} \right) = 4,538 \text{ m/s}$$

5.2. Calcul des dissipations5.21. Calcul de  $\Delta H_1$ .

$$\Delta H_1 = \frac{W_{\text{max.moy.}}}{2 \cdot g} \cdot f_r \cdot \frac{l}{D_n} = \frac{(15,41 + 33,015)^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 4} \cdot 0,01 \cdot \frac{9,158}{9,034}$$

$$\Delta H_1 = 1,390 \text{ m.}$$

5.22. Calcul de  $\Delta H_2$ .

$$\Delta H_2 = k_2 \cdot \frac{(W_{\text{max}} - W_{2 \text{ max}})^2}{2 \cdot g} = 0,3 \cdot \frac{(15,41 - 33,015)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$\Delta H_2 = 4,744 \text{ m.}$$

5.23. Calcul de  $\Delta H_3$ .

$$\Delta H_3 = k_3 \cdot \frac{W_{\text{dér.max.}}^2}{2 \cdot g} = 5 \cdot \frac{(4,539)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$\Delta H_3 = 5,253 \text{ m.}$$

5.24. Calcul de  $\Delta H_4$ .

$$\Delta H_4 = \frac{1}{2 \cdot g} \left( \frac{V_{\text{max}}}{2 \pi \cdot r_2^2 \cdot \pi \text{rad}} \right)^2 \cdot \left( 1 + f_b \cdot \frac{L}{D_{\text{moy}}} \right)$$

$$\Delta H_4 = \frac{1}{2 \cdot 9,8} \cdot \left( \frac{0,0911}{2 \cdot \pi \cdot (2,7)^2 \cdot 10^{-4}} \right)^2 \cdot \left( 0,1 + 0,006 \cdot \frac{9,758}{0,04} \right)$$

$$\Delta H_4 = 4,257 \text{ m.}$$

5.25. Calcul de  $H_t$ .

$$H_t = \frac{U_2 \cdot V_{2 \text{ max}}}{g} = 0$$

$$\Sigma \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 = 1,390 + 4,744 + 5,253 + 4,257 = 15,644 \text{ m.}$$

N.B. L'épure des vitesses aux différents régimes traités dans ce chapitre figure à la page 46. (fig. 10)



Epure des vitesses aux différents régimes.

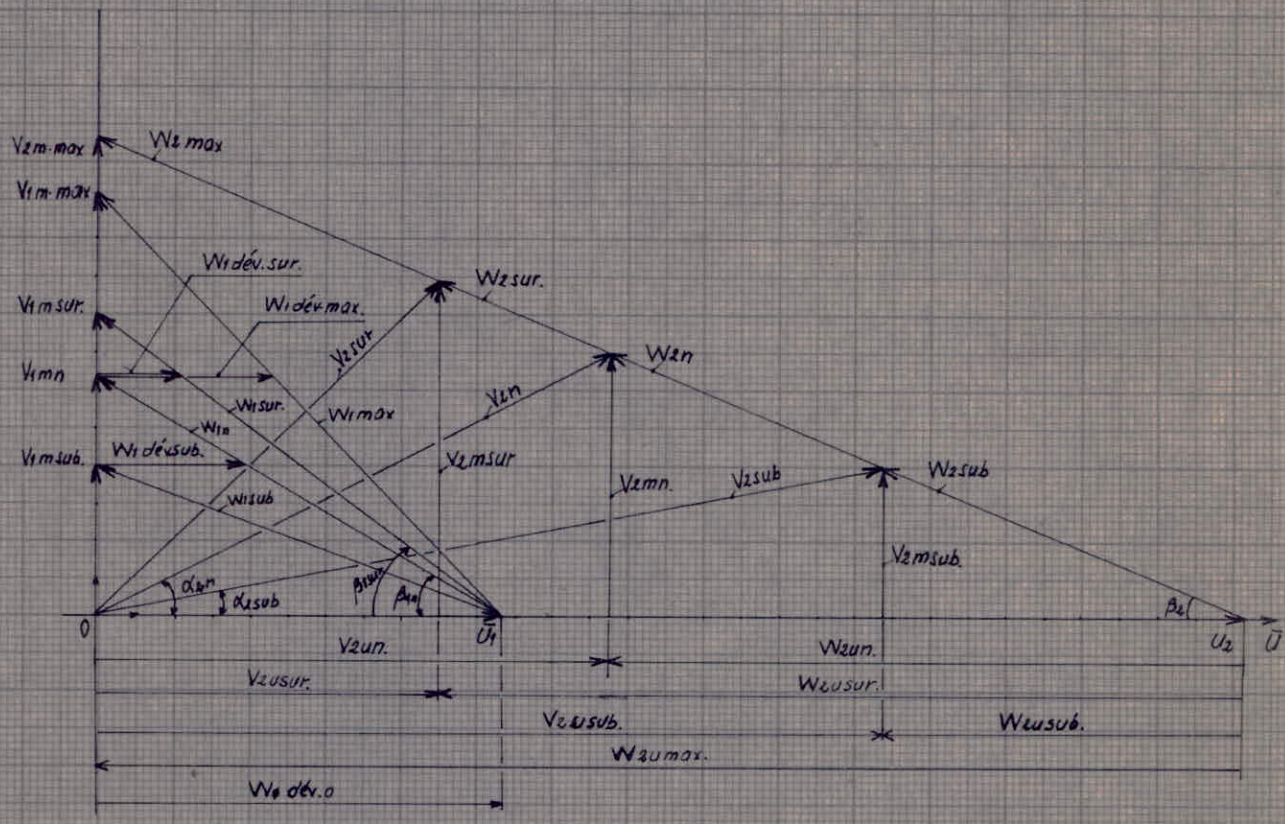


Figure:10.



## 6. Tracé des Courbes Caractéristiques.

### 6.1. Caractéristique de charges théoriques $H_t (V)$

Rappel des résultats obtenus:

$H_{t0} = 93,657 \text{ m}$	$V_0 = 0 \text{ m}^3/\text{s}$
$H_{t\text{sub}} = 64,029 \text{ m}$	$V_{\text{sub}} = 0,028 \text{ m}^3/\text{s}$
$H_{tn} = 42,241 \text{ m}$	$V_n = 0,050 \text{ m}^3/\text{s}$
$H_{t\text{sur}} = 35,390 \text{ m}$	$V_{\text{sur}} = 0,064 \text{ m}^3/\text{s}$
$(H_t)_{V_{\text{max}}} = 0 \text{ m}$	$V_{\text{max}} = 0,0911 \text{ m}^3/\text{s}$

On a ainsi 5 points qui permettent le tracé de  $H_t (V)$

### 6.2. Caractéristique des pertes de charge $\Sigma \Delta H (V)$

$\Sigma \Delta H_0 = 28,809 \text{ m}$
$\Sigma \Delta H_{\text{sub}} = 4,943 \text{ m}$
$\Sigma \Delta H_n = 2,216 \text{ m}$
$\Sigma \Delta H_{\text{sur}} = 5,479 \text{ m}$
$(\Sigma \Delta H)_{V_{\text{max}}} = 15,644 \text{ m}$

### 6.3. Caractéristique de charges effectives.

$H_0 = 64,848 \text{ m}$
$H_{\text{sub}} = 59,086 \text{ m}$
$H_n = 40,025 \text{ m}$
$H_{\text{sur}} = 22,337 \text{ m}$
$(H)_{V_{\text{max}}} = 9 \text{ m}$

### 6.4. Caractéristique rendement total

on fixe les rendements mécaniques et volumiques.  
on prendra :

$$\eta_m = 0,98$$

$$\eta_v = 0,95$$



Le rendement total est par définition :

$$\eta = \frac{\rho g V H}{P} \quad (P \text{ étant la puissance mécanique})$$

$$\text{On a : } P = \frac{P_d}{\eta_m} = \frac{\rho g V_t H_t}{\eta_m}$$

$$\eta = \eta_m \cdot \frac{\rho g V H}{\rho g V_t H_t} = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_H$$

$$\underline{\eta = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_H}$$

On rappelle que.

$$\eta_{H_0} = 0$$

$$\eta_{H_{sub}} = 0,928$$

$$\eta_{H_{max}} = 0,947$$

$$\eta_{H_{sur}} = 0,835$$

$$(\eta_H)_{\dot{V}_{max}} = 0$$

$$\eta_0 = 0$$

$$\eta_{sub} = 0,864$$

$$\eta_{max} = 0,882$$

$$\eta_{sur} = 0,777$$

$$(\eta)_{\dot{V}_{max}} = 0$$

on donnera aussi la valeur de la puissance mécanique au régime nominal.

$$P_n = \frac{\rho g H_n V_n}{\eta_{max}} = \frac{\bar{\omega} V_n H_n}{\eta_{max}} = \frac{10^3 \cdot 905 \cdot 40}{0,882} = 2267 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$P_n = \frac{2267}{102}$$

$$\underline{P_n = 22,225 \text{ kW}}$$

N.B. le résumé de toutes ces caractéristiques est donné en page 49, Fig.11.

Remarque: On a trouvé  $\eta_{max} = 0,882$ , c'est un rendement très haut qu'on n'atteindra pas sur le prototype. On espère toutefois que l'effet de l'échelle et les valeurs admises des coefficients des pertes de charge (vérifiées d'ailleurs au régime nominal) ne puissent diminuer de plus de 3% la valeur de  $\eta_{max}$  calculée. On peut donc compter sur une valeur nominale du rendement maximum de quelques 85%.



Tracé des Caractéristiques :

- . charge théorique :  $H_e (V)$ .
- . charge effective :  $H (V)$ .
- . p.d.c :  $\Sigma \Delta H (V)$ .
- . rendement total :  $\eta (V)$ .

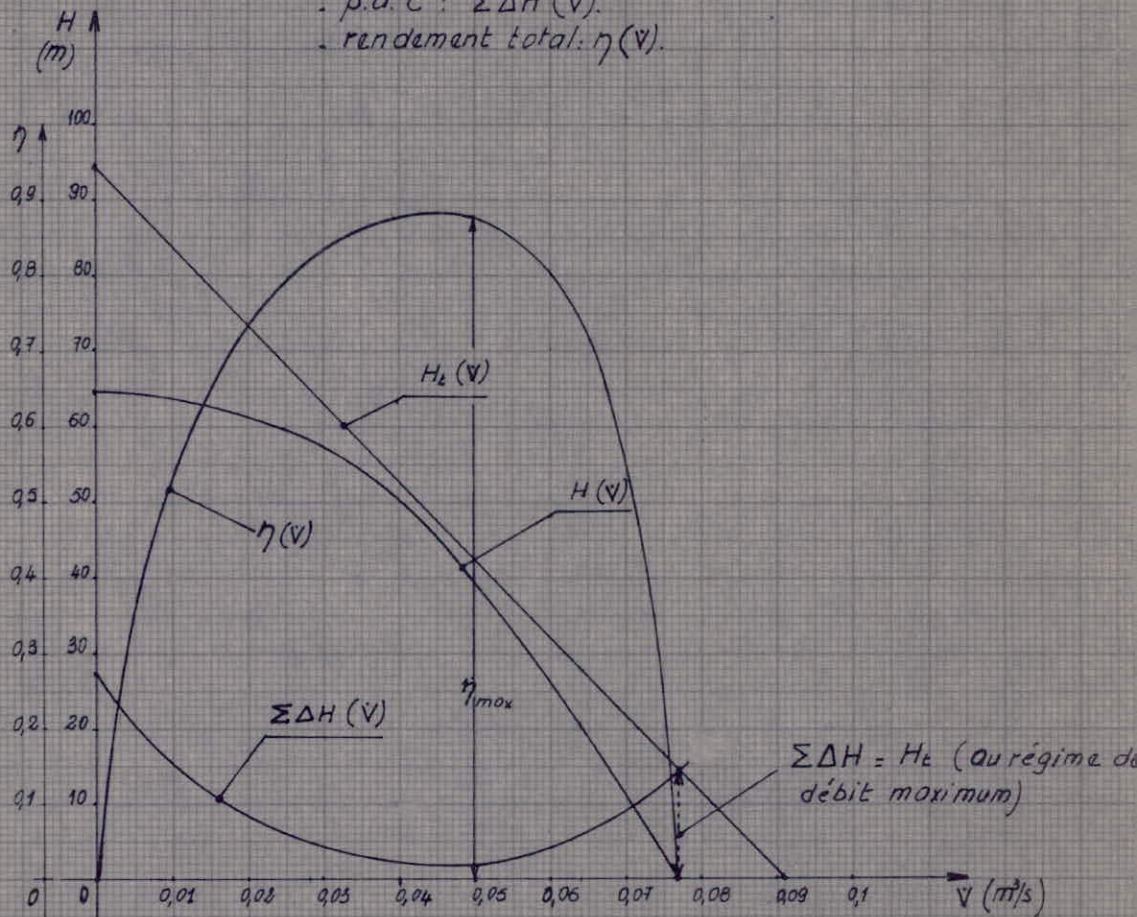


Figure: 11.

On lit sur ce graphe la valeur du débit maximum effectif

$$V_{max.eff} = 0,077 m^3/s$$

obtenu graphiquement



## X. CONCLUSION

Les résultats obtenus dans cette étude sont très satisfaisants dans l'ensemble, surtout si l'on oublie que ce sont des résultats d'ébauche car on n'ignore pas qu'ils demeurent tributaires de la décision du banc d'essai.

En effet, les dimensions principales du modèle s'encadrent bien dans les intervalles de construction couramment utilisés. D'autre part la forme du rotor est très prometteuse du point de vue hydrodynamique. On peut donc considérer que les valeurs des paramètres adimensionnels  $\beta$  et  $\lambda$  sont convenablement choisies. Cette forme dont dépend essentiellement la valeur du rendement diffère sensiblement de celles données par les méthodes de construction classiques.

On a obtenu un très haut rendement qu'on n'atteindra pas en pratique; mais on peut espérer un rendement légèrement inférieur mais certainement meilleur que ceux obtenus jusqu'à présent dans la construction de pompes centrifuges puisque les dissipations tourbillonnaires sont nulles.

Avec ces résultats le but de cet ouvrage est atteint, et, l'emploi de méthodes nouvelles non encore utilisées auparavant font toute son originalité. On ose espérer ainsi l'ouverture d'une nouvelle voie dans l'étude des turbopompes centrifuges.

## BIBLIOGRAPHIE

Lapray, G.

.Cours d'Hydraulique générale, ENP, ALGER 1972-74

Teșcă, D.

.Contribution à la Similitude des Turbomachines.  
bulletin I.P, Bucarest 1957.

Teșcă, D.

.Etude analytique en plan parallèle des aubes du rotor  
des turbomachines centrifuges. I.P. Bucarest 1960.

Teșcă, D.

.Mouvements irrotationnels à symétrie axiale autour des  
cônes ouverts, bull. I.P. Bucarest 1964 et thèse 1967.

Teșcă, D. et Băcanu, J.

.Recueil de Problèmes d'Hydraulique technique, 2<sup>e</sup> édition,  
E.T. Bucarest 1966.

A. Kováts et G. Desmur.

.Pompes, Ventilateurs et Compresseurs.



