



Ecole Nationale Polytechnique

Département Hydraulique

Laboratoire de Recherches des sciences de l'eau



“LRS-EAU”

Thèse de doctorat en sciences en Hydraulique

**Etude du Passage d'un Ecoulement à Surface Libre à un Ecoulement
En Charge en
Tenant Compte du Dépôt**

Mme Wahiba MOKRANE

Sous la direction de M. Ahmed KETTAB Professeur

Présentée et Soutenue publiquement le 21/02/2021

Composition du Jury:

Présidente	Mme Saadia BENMAMAR	Professeur	ENP/Alger
Rapporteur/Promoteur	M. Ahmed KETTAB	Professeur	ENP/Alger
Examineurs	M. Abdelkader NAAMANE	Professeur	ENP/Alger
	M. Boualem REMINI	Professeur	Univ/ Blida1
	M. Ali BERREKSI	Maître de Conférences A	Univ/Bejaia
	M. Mohamed BESSENASSE	Professeur	Univ/ Blida1



Ecole Nationale Polytechnique

Département Hydraulique

Laboratoire de Recherches des sciences de l'eau



“LRS-EAU”

Thèse de doctorat en sciences en Hydraulique

**Etude du Passage d'un Ecoulement à Surface Libre à un Ecoulement
En Charge en
Tenant Compte du Dépôt**

Mme Wahiba MOKRANE

Sous la direction de M. Ahmed KETTAB Professeur

Présentée et Soutenue publiquement le 20/02/2021

Composition du Jury:

Présidente	Mme Saadia BENMAMAR	Professeur	ENP/Alger
Rapporteur/Promoteur	M. Ahmed KETTAB	Professeur	ENP/Alger
Examineurs	M. Abdelkader NAAMANE	Professeur	ENP/Alger
	M. Boualem REMINI	Professeur	Univ/ Blida1
	M. Ali BERREKSI	Maître de Conférences A	Univ/Bejaia
	M. Mohamed BESSENASSE	Professeur	Univ/ Blida1

ملخص

الانتقال من التدفق ذي السطح الحر الى تدفق تحت الضغط يمثل تحولا نحاول دراسته كانتقاع بيني في قناة مياه مغلقة معتبريه تدفقا مختلطا. نحن نطبق معادلات " سان فنان" لمحاكاة نوعي التدفق؛ على اساس اشكالية رييمان؛ باستعمال مخططات عددية مختلفة لحلها. الاخذ بعين الاعتبار الترسيب يكون بتقدير تغير الخشونة و بالتالي بالاحتكاك في مصطلح المصدر في النموذج الرياضي. نحن نقترح ثلاث مناهج لأجل الانتقاع البيني؛ الاول يكون القفزة الهيدروليكية في انبوب مغلق و التي تبين من دراستها التجريبية انه من الممكن اعتبار ظاهرة التجويف ايضا لشرح هذا التحول و نظرا لأهمية الجانب الهوائي في تركيب هذا التحول التدفقي قمنا بدراسة تجريبية على انبوب فينتوري في هذا الاطار و بالمثل لمنهج " لفال سات" لوصف الفقاعات الهوائية التي من الممكن تواجدها كجزء في منطقة التحول من التدفق السطحي الحر الى ما هو تحت الضغط. اضافة الى اعتبار الانتقاع من خلال تغير صياغة الضغط و الاحتكاك كمنهج تقاربي ثالث و اعتمادا على شروط "رانكين هيغونيو" استطعنا وصف انتشار الانتقاع.

الكلمات الرئيسية: التحول؛ الانتقال؛ الانتقاع؛ سان فنان؛ مخططات عددية؛ رانكين هيغونيو؛ ترسيب؛ خشونة؛ القفزة الهيدروليكية؛ التجويف؛ لفال سات؛ فقاعات هوائية.

Abstract

The passage from free surface flow to pressurized one constitutes a transition which we study as an interfacial discontinuity, in a closed pipe, considering a mixed flow. We apply the Barré Saint Venant equations to simulate the two types of flow, based on the Riemann problem and with using different numerical schemes for the solutions. Taking in account of the solid deposit is done by considering the roughness effect and therefore friction in the source term of the mathematical model. We propose three approaches for the interfacial discontinuity; the first one is of a hydraulic jump in a closed conduit, for which the experimental study has revealed that cavitation's phenomena will be considered, too, to explain this transition and in view of the importance of air phase, in composing of the flow transition; we have established an experimental study in a venture tube in order to explain the cavitation's' approach. Also, the level set approach is used for the description of air bubbles taking part through the transition from a surface flow to pressurized. Additionally, the discontinuity is considered by both pressure and friction formulation change as a third approach and by mean of the Rankine Huguniot jump conditions , we have described the discontinuity propagation.

Key words: Transition, Discontinuity, Saint Venant, Numerical schemes, Rankine Huguniot Deposit, Roughness, Hydraulic jump, Cavitation, Level set, Air bubbles.

Résumé

Le passage de l'écoulement à surface libre à celui en charge constitue une transition que nous étudions en tant qu'une discontinuité interfaciale dans une conduite fermée et en considérant un écoulement mixte. Nous appliquons les équations de Barré Saint Venant pour simuler les deux types d'écoulements, basées sur le problème de Riemann et en utilisant différent schémas numériques de résolution. La prise en compte du dépôt est faite à travers l'effet de la rugosité et donc du frottement dans le terme source du modèle mathématique. Nous proposons trois approches pour la discontinuité; le premier est celui du ressaut hydraulique en conduite fermée dont l'étude expérimentale a montré que le phénomène de cavitation peut lui aussi être considéré pour expliquer cette transition et vu l'importance de la phase air dans la composition de cette transition d'écoulement, nous avons réalisé une étude expérimentale sur un tube venturi pour expliquer l'approche cavitationnel et de même pour l'approche level set pour la description des bulles d'air pouvant faire partie de la transition d'un écoulement à surface libre à celui sous pression. Ajoutons que la discontinuité est considérée par le changement de la formulation de la pression et du frottement comme troisième approche et ce sont les conditions de saut de Rankine Huguniot qui nous ont permis de décrire la propagation de la discontinuité.

Mots clés : Transition, Discontinuité, Saint Venant, Schémas numériques, Rankine Huguniot Dépôt, Ressaut hydraulique, Cavitation, Level set, Bulles d'air.

Dédicaces

Je dédie cette Thèse

À la mémoire de mon père

À la mémoire de ma mère

À la mémoire de mon neveu Mohieddine

À mon oncle Salah

À mes Professeurs Mr Guermi Fateh et Mme Bousnane Zohra

À mes enfants et mon mari

À mes frères, mes sœurs et leurs enfants

À toute ma famille

À mes amies

*À tous ceux et celles qui m'ont soutenu lors des moments difficiles. Ne
serait-ce que par leurs cœurs.*

Wahiba Mokrane

Remerciements

Je veux exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à Monsieur KETTAB Ahmed Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger et Directeur de ma thèse pour ses précieux conseils, ses orientations, son soutien et sa confiance.

Mes remerciements et respects les plus distingués et les plus vifs vont vers Mme Benmamar Saadia 'Professeur à L'ENP d'Alger', pour avoir accepté d'honorer la soutenance de ma Thèse en présidant le Jury.

Mes plus vifs et sincères remerciements vont également vers les Professeurs Naamane Abdelkader, Remini Boualem, Bessenasse Mohamed et Berreksi Ali Maître de Conférences 'A', pour avoir bien voulu accepter d'examiner mon modeste travail et me consacrer leur temps précieux.

Je tiens à exprimer aussi mes sincères remerciements à l'ensemble des enseignants du Département d'Hydraulique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger ainsi qu'à M. Sebaa de la faculté d'Aéronautique, Mme Ben Zitouni de la faculté de Mathématiques de l'Université de Blida et Mr Abbas de la faculté des mathématiques de l'USTHB.

Mes remerciements et respects les plus sincères vont vers Mr. Kebir et Mr. Le Professeur Khodjet de l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique de Blida pour m'avoir permis le libre accès au Laboratoire de pompes et station de pompage pour y mener mes essais expérimentaux.

En plus j'exprime mes sincères considérations au personnel du service 'SNDL' et à ceux qui m'ont aidé de loin les professeurs José Vasconcelos et S.Gerbi en répondant à mes écrits.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGGURES

LISTE DES SYMBOLES

	page
INTRODUCTION GENERALE	15
CHAPITRE 1. Synthèse Bibliographique sur l'écoulement mixte	18
1.1. Régime transitoire.....	19
1.2. Ecoulement à surface libre	19
1.2.1. L'équation de continuité	20
1.2.2. L'équation dynamique du mouvement.....	21
1.3. Théorie du ressaut hydraulique.....	22
1.4. Cas d'un écoulement bi phasique.....	28
1.5. Ecoulement en charge.....	29
1.5.1. L'équation de continuité.....	29
1.5.2. L'équation des moments.....	30
1.5.3. Mise en équation du coup de Bélier	32
1.5.4. Mise en équation des oscillations en masse	32
1.6. Aperçu bibliographique.....	32
1.7. Problématique.....	38
CHAPITRE 2. Effet de la rugosité et du dépôt sur l'écoulement	40
2.1. Rugosité.....	41
2.1.1. Coefficient de frottement d'un écoulement.....	43
2.1.2. Répartition des régimes d'écoulement.....	45
2.2. Dépôt.....	48
2.2.1. Conduites d'assainissement.....	48
2.2.2. Conduite d'eau pluviale.....	50
2.3. Modélisation du dépôt.....	51
2.4. Applications.....	54
2.5. Relation rugosité-dépôt.....	57

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 3. Méthodes de résolution du système de Saint Venant	59
3.1. Résolution numérique	60
3.2. Méthodes de discrétisation	61
3.3. Les schémas à capture de choc	63
3.4. Propriétés des schémas numériques	64
3.5. Problème bien posé.....	65
3.6. Le théorème de Lax	65
3.7. Le théorème de Lax-Wendroff	66
3.8. Considération du terme source	66
3.9. Problème de Cauchy.....	66
3.10. Problème de Riemann.....	66
3.11. Hyperbolicité et condition entropique.....	66
3.12. Le schéma de Godunov appliqué au problème de Riemann	67
3.13. Les schémas TVD à Variation Totale Décroissante.....	69
3.14. Discrétisation du terme Source	75
3.15. Schémas numériques à trois pas d'espace.....	75
3.16. Traitement du terme source.....	76
3.17. Traitement de l'interface 'méthode LS'.....	76
3.18. Méthode 'CLSVOF'.....	76
CHAPITRE 4. Interface air eau dans un écoulement mixte	78
4.1. Cavitation	79
4.1.1. Types de cavitation.....	79
4.1.2. Formes de cavitation.....	80
4.2. Vue macroscopique	80
4.3. Vue d'une bulle d'air.....	83
4.4. Approche level set.....	86
4.5. Etude expérimentale.....	87

TABLE DES MATIERES

4.6. Analyse des résultats expérimentaux.....	91
CHAPITRE 5. Approche du ressaut hydraulique	94
5.1. Installation expérimentale.....	95
5.2. Résultats expérimentaux.....	96
5.3. Interprétation des résultats expérimentaux.....	100
CHAPITRE 6. Modélisation de la mise en charge d'une conduite	102
6.1. Méthode du stockage	103
6.2. Méthode de la translation simple	103
6.3. Méthode de l'INSA.....	104
6.4. Méthode de la fente piézométrique de Preissmann	105
6.5. Méthode tenant compte de la phase air.....	106
6.6. Méthode des deux composantes de pression.....	106
6.7. Méthode de la dualité.....	107
6.8. Modélisation de la mise en charge d'une conduite initialement à surface libre.....	108
6.8.1. Modèle mathématique	108
6.8.2. Prise en compte de la modification du fond.....	114
6.8.3. Prise en compte de la phase air.....	118
6.8.4. Modélisation de l'écoulement biphasique.....	118
CHAPITRE 7. Essais numériques	120
7.1. Comparaison des schémas numériques.....	121
7.2. Méthode Volume finis couplée à Level set(CLSVOF).....	126
7.3. Approche du ressaut mobile.....	127
CONCLUSION GENERALE	
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	
ANNEXES	

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Signification	Unité
A	Section transversale de l'écoulement	[L ²]
B	Largeur de la section d'écoulement	[L]
Bs	Nombre de Boussinesq	[-]
C	Coefficient de Chezy	[L ^{1/2} T ⁻¹]
C _s	Concentration volumique moyenne maintenue	[ML ⁻³]
D	Diamètre de la conduite	[L]
F _r	Nombre de Froude	[-]
F(U)	Flux numérique	[-]
K	Coefficient parabolique	[-]
P	Pression	[LCE]
P _v	Pression de vapeur	[LCE]
Q	Débit d'écoulement	[L ³ T ⁻¹]
R _e	Nombre de Reynolds	[-]
R _h	Rayon hydraulique	[L]
S	Terme source	[-]
S ₀	Pente du fond	[-]
S _f	Pente de frottement	[-]
S(U)	Terme source	[-]
U	vecteur variables	[-]
U _i ⁿ	valeur discrète de U	[-]
Y ₁	Hauteur relative à l'amont du ressaut	[-]
Y ₂	Hauteur relative à l'aval du ressaut	[-]
a	Vitesse de propagation des ondes	[LT ⁻¹]
c	Célérité des ondes	[LT ⁻¹]
d	Diamètre des grains	[L]
f	Coefficient de frottement	[-]

LISTE DES SYMBOLES

g	Accélération de la pesanteur	$[LT^{-2}]$
h	Hauteur d'écoulement	[L]
h_1	Première hauteur conjuguée	[L]
h_2	Seconde hauteur conjuguée	[L]
i	Indice spatial	[-]
k	Rugosité équivalente	[L]
p	Porosité	[-]
n	Indice temporel	[-]
n_m	Coefficient de Manning	$[L^{-1/3}T^{-1}]$
r	Rayon de la bulle d'air	[L]
q_s	Débit solide	$[MT^{-1}]$
t	Pas de temps	[T]
u	vitesse moyenne de l'écoulement	$[LT^{-1}]$
u_f	vitesse de frottement	$[LT^{-1}]$
x	pas d'espace	[L]
y	Rapport des hauteurs conjuguées	[-]
y_b	Rapport des hauteurs conjuguées de Belanger	[-]
y_1	Première fonction issue des conditions du saut	[-]
y_2	Seconde fonction issue des conditions du saut	[-]
Z	Variable Niveau Verticale	[L]
ρ_s	masse volumique solide	$[ML^{-3}]$
ρ	masse volumique de l'eau	$[ML^{-3}]$
τ	force de frottement	$[MLT^{-2}]$
θ	Angle mouillé	[-]
ω	Vitesse de propagation du ressaut	$[LT^{-1}]$
cl	Conditions aux limites	[-]
cfl	Nombre de Courant	[-]

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Titre	page
Tableau n°2.1 :	Effet de la rugosité sur la classification de l'écoulement turbulent	45
Tableau n°3.1 :	Coefficients de pondération des schémas aux différences finis	61
Tableau n°3.2 :	Différents types des bons flux	70
Tableau n°3.3 :	Les limiteurs OPL et TPL	71

LISTE DES FIGURES

Figure	Titre	Page
Fig. 1.1	Ecoulement non permanent	19
Fig. 1.2	Ecoulement à surface libre transitoire	20
Fig. 1.3	Volume de contrôle avec débit latéral	22
Fig. 1.4	Ecoulements fluvial et torrentiel	23
Fig. 1.5	Les caractéristiques du ressaut hydraulique	23
Fig. 1.6	Types de ressaut	23
Fig. 1.7	Profil d'un canal trapézoïdal	25
Fig. 1.8	Hauteurs conjugués pour un canal trapézoïdal en fonction de F1 et M	25
Fig. 1.9	Hauteurs conjuguées pour le profil circulaire dans le cas $h_1 \leq h_2 \leq D$	26
Fig. 1.10	Hauteurs conjuguées pour le profil circulaire dans le cas $h_1 \leq D \leq h_2$	26
Fig. 1.11	l'interface air eau dans un ressaut hydraulique	27
Fig. 1.12	Mécanisme de formation de gouttes dans un ressaut hydraulique	27
Fig. 1.13	Ecoulement par bulles (a), écoulement à poches (b), écoulement stratifié(c)	28
Fig. 1.14	Interfaces air eau en conduite horizontale	29
Fig. 1.15	Ecoulement en charge	29
Fig.1.16	Variation du rapport du nombre de Froude à celui de Boussinesq..	33
Fig. 2.1	Types de rugosité	42
Fig. 2.2	Bilan des forces agissant sur le volume de contrôle	43
Fig. 2.3	Classification théorique de Crabtree des dépôts	50
Fig. 2.4	Encrassement d'une conduite	51
Fig. 2.5	Modification du fond pour une 1heure (conduite gravitaire)	54
Fig. 2.6	Modification du fond pour 3jours (conduite gravitaire)	55
Fig. 2.7	Modification du fond pour une heure (refoulement)	55
Fig. 2.8	Modification du fond pour 1 minute (conduite expérimentale)	55
Fig. 2.9	Modification du fond pour 1 heure (conduite expérimentale)	56
Fig. 2.10	Solution numérique:modification du fond pour 1minute(conduit gravitaire)	56

Fig. 2.11	Solutions numériques: modification du fond pour 1 minute (conduite de refoulement)	56
Fig. 2.12	Solutions numériques: modification du fond pour 1 minute (conduite expérimentale)	57
Fig. 3.1	Schémas à capture de choc	64
Fig. 3.2	Consistance, stabilité et convergence	65
Fig. 3.3	Délimitation d'un volume de contrôle	67
Fig. 3.4	Discrétisation de la conduite	68
Fig. 4.1	Formes de cavitation	80
Fig. 4.2	Variation de la concentration d'air en fonction de la position	81
Fig. 4.3	Concentration et distribution de l'air à travers la section circulaire discrétisée en éléments finis	82
Fig. 4.4	Distribution de l'air à travers la section circulaire de la conduite	82
Fig. 4.5	Interface eau-air	83
Fig. 4.6	Paramètres de l'interface	83
Fig. 4.7	Evolution du champs de pression : $0,02 \leq (R0/R) \leq 1$	85
Fig. 4.8	Evolution du champs de pression : $1 \leq (R0/R) \leq 1$	85
Fig. 4.9a	Prévision de bulles d'air ($r0 = 0,1$)	86
Fig. 4.9b	Prévision de bulles d'air ($r0 = 0,25$)	86
Fig.4.10a	Système venturi	88
Fig.4.10b	Installation expérimentale de cavitation	88
Fig. 4.11	Variation de la pression en fonction du débit	89
Fig. 4.12	Evolution de l'interface air en fonction de la pression	91
Fig. 4.13	Evolution de la zone cavitante en fonction du nombre Reynolds	92
Fig. 4.14	Evolution du coefficient de cavitation avec le nombre Reynolds	92
Fig. 4.15	Evolution de la phase liquide pour différents débits et pressions	93
Fig. 5.1	Installation expérimentale	95
Fig. 5.2	Sections de mesure ($Q = 2,67\text{m}^3/\text{h}$)	97
Fig. 5.3	Caractéristiques de la zone des bulles d'air	97

Fig. 5.4	Evolution de h_2/h_1 en fonction du F_r	98
Fig. 5.5	(débit de 2,67m ³ /h) a-Evolution de F_r avec la hauteur. b-Evolution de la hauteur avec la position. c et d-Variation des hauteurs conjugués en fonction du temps	98
Fig. 5.6	Corrélation de h_2/h_1 et la relation de Belanger	99
Fig. 5.7	Evolution du nombre de Boussinesq avec les hauteurs conjuguées	99
Fig. 5.8	Hauteur relative h_1/D , h_2/D en fonction du débit relatif	100
Fig. 6.1	Schéma de principe du modèle INSA pour une conduite en charge et partiellement à surface libre	104
Fig. 6.2	Schéma de principe de la fente de Priessman avec le cas de dépression	105
Fig. 6.3	Mise en charge de la conduite	108
Fig. 6.4	Cas de la hauteur d'eau et du rayon de la conduite	111
Fig. 6.5	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 0$	116
Fig. 6.6	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$	116
Fig. 6.7	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 2$	116
Fig. 6.8	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 10$	116
Fig. 6.9	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 35$	116
Fig. 6.10	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 35,01$	116
Fig. 6.11	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 38$	117
Fig.6.12	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 38,7$	117
Fig. 6.13	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 40$	117
Fig. 6.14	Vitesses de propagation pour: $\theta_s = 100$	117
Fig. 7.1	Comparaison des schémas (cfl = 0,9)	122
Fig. 7.2	Comparaison des schémas (cl périodiques cfl = 0,9)	122
Fig. 7.3	Comparaison des schémas (cfl = 1)	122
Fig. 7.4	Comparaison des schémas (cl périodiques, c ₁ = 1,0)	123
Fig. 7.5	Comparaison des schémas (cfl = 0,5)	123
Fig. 7.6	Comparaison des schémas (cl périodiques, cfl = 0,5)	123

Fig. 7.7	Comparaison des schémas (cfl = 0,1)	124
Fig. 7.8	Comparaison des schémas (cl périodiques, cfl = 0,1)	124
Fig. 7.9	Comparaison des schémas (cfl = 2,0)	124
Fig. 7.10	Comparaison des schémas (cl périodiques, cfl = 2,0)	124
Fig. 7.11	Comparaison des schémas (cfl = 0,5) avec terme source	125
Fig. 7.12	Comparaison des schémas (cfl = 0,9) avec terme source	125
Fig. 7.13	Comparaison des schémas (cfl = 1,5) avec terme source	125
Fig. 7.14	Comparaison des schémas (cfl = 1,5) avec terme source	125
Fig. 7.15	Résultat de la methode des volumes fnis	126
Fig. 7.16	Résultat de la methode CLSVOF	126
Fig. 7.17	Correlation entre les résultats 'VOF' et ceux 'CLSVOF'	126
Fig. 7.18	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 0,25$	128
Fig. 7.19	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 0,50$	128
Fig. 7.20	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 0,80$	128
Fig. 7.21	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 1,00$	128
Fig. 7.22	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 1,25$	129
Fig. 7.23	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 1,50$	129
Fig. 7.24	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 2,00$	129
Fig. 7.25	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 3,50$	129
Fig. 7.26	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 5,00$	130
Fig. 7.27	Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 10,00$	130

Introduction générale

Introduction générale

Maitriser la connaissance des phénomènes physiques implique impérativement la maîtrise de leur contrôle et par conséquent la réduction de leurs risques. C'est dans ce contexte qu'intervient l'objectif de la présente étude visant la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge dans une conduite fermée suite à des variations des conditions de fonctionnement dans les systèmes hydrauliques tels que les ouvrages des aménagements hydroélectriques (Mokrane et Kettab, 2005), les conduites d'assainissement et les conduites de transfert d'eau. Ceci en impliquant la modélisation mécaniste et en considérant les phénomènes sous-jacents aux observations lors du passage d'un écoulement, où règne la pression atmosphérique, sur la surface du plan d'eau, à un écoulement soumis à une pression différente de la pression atmosphérique référentielle.

Du point de vue mathématique il s'agit d'une discontinuité de la solution représentée par le problème de Riemann. L'écoulement, ainsi composé, est partiellement à surface libre et partiellement en charge, il est dit mixte et les équations qui le régissent, en considérant un domaine unidimensionnel, sont celles du système de Barré De Saint Venant, un système d'équations aux dérivées partielles et hyperbolique.

Pour la résolution de ce système nous utilisons les schéma explicites de : 'Lax Friedrich', 'Lax Wendroff' et 'Godunov' que nous allons comparer pour différentes valeurs du coefficient de Courant Fridirichs Levy. Le terme source composé de la pente du fond, représentant une donnée constante, et celle du frottement dépendant de la rugosité et du dépôt, est pris en compte par un ajustement de la solution. Les équations de B. Saint Venant n'étant pas valables à travers la discontinuité nous incite à proposer trois techniques d'approche ; celles du ressaut hydraulique et de la cavitation à l'échelle macroscopique en plus de la discontinuité mathématique avec reformulation des termes du flux et de source. D'autre part, la considération d'un domaine tridimensionnel et le couplage de la méthode des volumes finis à l'approche level set ; méthode récente de suivi d'interface; qui est apparue depuis une dizaine d'années et qui est basée sur les changements topologiques.

L'approche du ressaut hydraulique, avec les observations prévues pour sa création, à travers une conduite transparente et auxquelles nous associons les conditions de saut de Rankine Huguniot va nous permettre d'étudier l'interface du passage de l'écoulement à surface libre à celui en charge, sans omettre l'aspect bi phasique de ces écoulements car nous devons donner un intérêt particulier à la phase air sous forme de bulles, en étudiant son développement au sein de l'écoulement à travers un tube venturi. Les dépressions, apparaissant lors de la mise en charge, peuvent aussi provoquer la cavitation nuisant ainsi au contenant or les modèles existants tel que la fente piézométrique de priessman et qui sont utilisés dans la majorité des codes de calcul négligent ce phénomène.

Le passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge, dont le domaine d'applicabilité est très vaste, comprend les transferts d'eau et leur évacuation ainsi que la production de l'énergie hydroélectrique dont l'intérêt demeure une caractéristique primordiale de tout développement de société.

Ainsi, dans le but de cerner, de la façon la plus globale possible, ce problème de transition d'un type d'écoulement à un autre, nous devons faire appel à l'outil expérimental ainsi qu'à l'outil numérique simultanément et afin d'aboutir à notre objectif, nous avons visé le traitement de plusieurs parties; théoriques, expérimentales et numériques en les organisant sous forme de sept chapitres :

Nous consacrons le premier chapitre à une synthèse bibliographique sur l'écoulement mixte que nous faisons suivre d'un second chapitre à travers lequel nous évoquons l'effet de la rugosité et du dépôt sur l'écoulement vu la relation qui les relie et leur importance dans l'expression du frottement.

Nous présentons, dans le troisième chapitre les différentes méthodes de résolution du système d'équation régissant les deux types d'écoulement, à savoir à surface libre et sous pression.

L'interface air eau, étant une partie intégrante de notre sujet de la présente étude, nous l'abordons dans le quatrième chapitre.

Le cinquième chapitre a pour but l'étude du ressaut hydraulique, que nous présentons comme l'approche représentatif de l'écoulement à l'intérieur d'une conduite fermée.

Dans le sixième chapitre, nous donnons un aperçu sur les modèles existants du passage d'un écoulement à surface libre à celui en charge tout en adoptant notre propre vision pour l'étude de ce phénomène hydraulique particulier.

La résolution du modèle mathématique ainsi que la simulation par la modélisation de la turbulence se font à travers des essais numériques que nous présentons dans le dernier chapitre. Et enfin, nous achevons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre 01
Synthèse bibliographique sur
l'écoulement mixte

Synthese bibliographique sur l'écoulement mixte

Introduction

L'écoulement dans une conduite fermée initialement à surface libre peut devenir partiellement en charge, autrement dit mixte, suite à une variation du débit qui se traduit par celle de la pression.

Les causes de ce couplage d'écoulement peuvent être comme suit :

- Fermeture de la vanne à l'amont de l'ouvrage d'amenée d'un barrage.
- Fermeture du distributeur d'une turbine alimentée par une galerie à surface libre.
- Remplissage ou vidange d'une conduite fermée.
- Orage impliquant la variation du débit dans un collecteur d'assainissement.
- Transfert d'eau.
- Raccordement de deux rivières.
- Evacuation des eaux turbinées à travers une galerie de fuite.

L'écoulement mixte peut être traduit par l'existence simultanée, en régime transitoire, de l'écoulement à surface libre et celui en charge. Ainsi, nous consacrons ce chapitre pour des généralités sur le régime transitoire et pour les travaux antérieurs effectués dans ce domaine.

1.1. Régime transitoire

Un écoulement en régime transitoire est caractérisé par une variation des paramètres hydrauliques dans le temps et dans l'espace, qui peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert, soit dans une conduite fermée (figure 1.1).

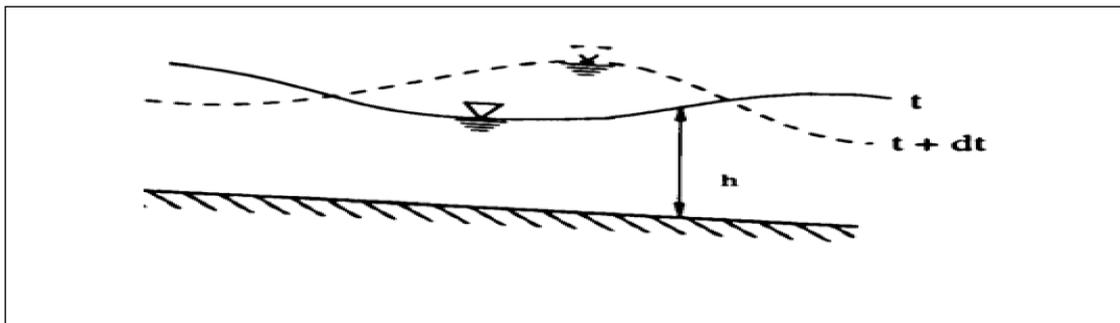


Fig.1.1. Ecoulement non permanent(Graf et Altinakar,1993)

L'étude de ce régime doit permettre, à partir d'un débit d'apport donné à des temps successifs : $t, 2t, \dots, jt, \dots, nt$, de connaître dans les mêmes positions les différents états de l'écoulement.

1.2. Ecoulement à surface libre

Ce type d'écoulement, en régime transitoire, peut se définir par un état non permanent et non uniforme.

En admettant une pente du fond fixe et faible, (figure 1.2, ci-après), et que le fluide est incompressible.

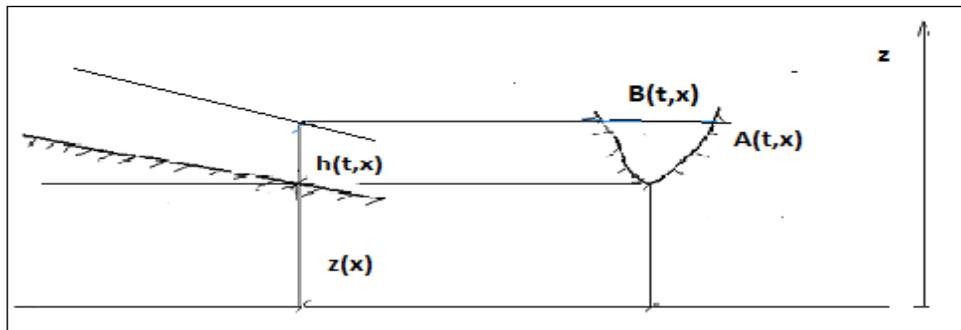


Fig.1.2. Écoulement à surface libre transitoire(Graf et Altinakar,1993)

Cet écoulement est régi par le système établi par Barré De Saint Venant, en 1871, constitué de deux équations celle de la continuité et celle de la conservation de la quantité de mouvement, en considérant les hypothèses suivantes (Benayada,1994) :

- Le mouvement du fluide est graduellement varié, ce qui correspond à une distribution hydrostatique de la pression et une accélération verticale négligeable.
- La distribution des vitesses, sur une section transversale, est uniforme.
- La masse volumique du fluide est constante (fluide incompressible).
- La pente du fond est suffisamment faible.
- L'échelle verticale est très petite devant l'échelle horizontale.

Enfin l'écoulement transitoire à surface libre peut être représenté par le système d'équations suivant :

1.2. 1. L'équation de continuité

Le bilan massique est traduit par :

$m(t + dt) - m(t) = F(x) - F(x + dx)$, avec $m(t)$; la masse contenue dans le volume de contrôle à l'instant 't' et $F(x)$ est le flux défini à la position 'x' entre le temps 't' et 't+dt'.

Nous avons aussi:

$m(t) = \rho A(t)dx$ et $F(x) = \rho Q(x)dt$ et ainsi nous obtenons :

$$\rho[A(t + dt) - \rho A(t)]dx = [\rho Q(x) - \rho Q(x + dx)]dt .$$

Sachant que :

$$A(t + dt) - A(t) = \frac{\partial A}{\partial t} dt \text{ et } Q(x) - Q(x + dx) = \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

Nous avons :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{1.1}$$

1.2.2. L'équation dynamique du mouvement

L'application de la seconde loi de Newton du mouvement permet d'écrire (Novak et al., 2010) :

$$M(t + dt) - M(t) = F(x) - F(x + dx) + Sdt$$

Où, $M(t)$ représente le moment du fluide contenu dans l'élément de volume de longueur dx , $F(x)$ est le flux transporté au cours d'un intervalle de temps dt et S représente les forces extérieures appliquées sur le volume de contrôle.

$$m(t) = \rho A u dx = \rho Q dx \text{ et } F(x) = \rho \frac{Q^2}{A}$$

Pour une distribution uniforme de la vitesse et dans le cas contraire nous avons :

$$F(x) = \beta \rho \frac{Q^2}{A} \quad \text{où } \beta \text{ indique le coefficient de distribution de vitesse.}$$

Les forces extérieures agissant sur le volume de contrôle sont :

La forces de pression :

$$P(x) - P(x + dx) = \frac{\partial P}{\partial x} dx$$

La force de gravité est :

$$R(x) = mg S_0 dx$$

La force de frottement est :

$$F_f = \rho g A S_f dx$$

Nous substituons chaque terme de force, de moment ou de flux dans la première équation, nous obtenons :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + \frac{P}{\rho} \right) = (S_0 - S_f) g A \quad (1.2)$$

L'expression , $\left(\frac{Q^2}{A} + \frac{P}{\rho} \right)$, est dite impulsion.

En considérant les paramètres montrés par la figure 1.3, ci-dessous, Les equations de continuité et de la dynamique peuvent s'écrire sous la forme suivante (Chaudhry, 2008 ; Chaudhry, 2014) :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + \frac{P}{\rho} \right) = (S_0 - S_f) g A + V_x q \quad (1.4)$$

Avec, V_x la composante selon l'axe 'x' et qui est due au débit 'q'.

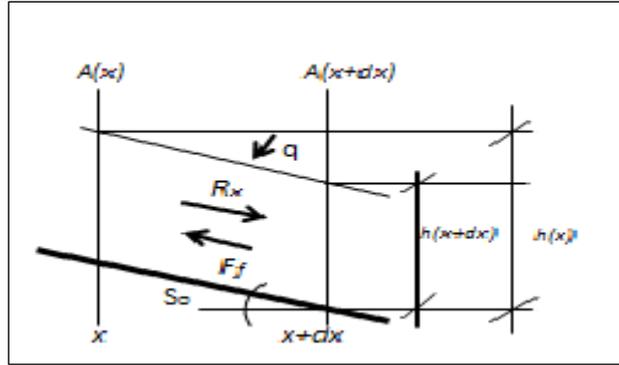


Fig.1.3. Volume de contrôle avec débit latéral

En absence du débit q et en considérant les variables vitesse ‘ u ’ et hauteur ‘ h ’, le système d’équation (de continuité et des moments) dit de Saint venant va être écrit sous la forme suivante :

$$A \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = (S_0 - S_f) \quad \text{ou} \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (S_0 - S_f) g A \quad (1.6)$$

Ce système d’équations est un système aux dérivées partielles du premier ordre. Nous pouvons écrire :

$$dt \frac{\partial u}{\partial t} + dx \frac{\partial u}{\partial x} = du \quad (1.7)$$

$$dt \frac{\partial h}{\partial t} + dx \frac{\partial h}{\partial x} = dh \quad (1.8)$$

Ce système constitué de quatre équations doit être linéairement dépendant, pour que les inconnues ; $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial t}$ et $\frac{\partial h}{\partial x}$ soient définies de manière unique (Nougier, 1993), d’où le déterminant doit être nul :

$$\frac{-B}{g} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(A - \frac{Bu}{g} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right) + u = 0 \quad (1.9)$$

Calculons le déterminant de cette équation :

$$\left[A - \frac{Bu}{g} \right]^2 + 4 \frac{B}{g} u = \Delta > 0 \quad (1.10)$$

Comme le déterminant du système d’équations, qui régit l’écoulement transitoire à surface libre, est positif le système est dit hyperbolique.

1.3. Théorie du ressaut hydraulique

Un ressaut s’observe lorsque l’écoulement passe d’un régime torrentiel à un régime fluvial. Il se caractérise par une surélévation brusque de la Surface libre et s’accompagne de pertes de charge importantes.

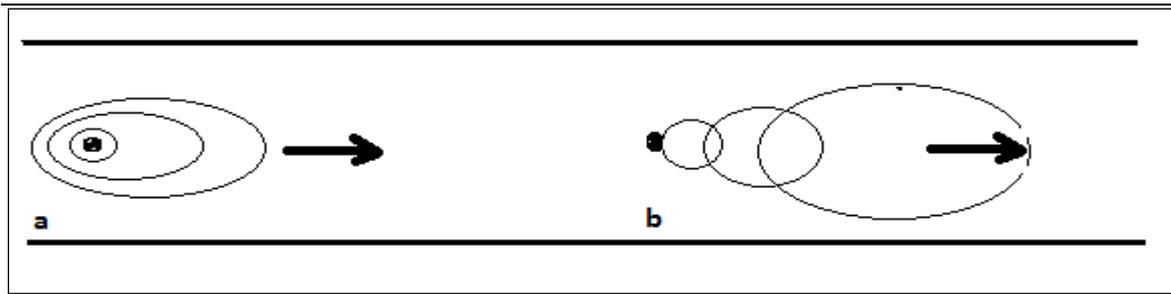


Fig. 1.4. Ecoulement fluvial (a) et torrentiel (b)

Le ressaut hydraulique se caractérise par ses hauteurs conjuguées h_1 et h_2 , sa longueur $l = L_2 - L_1$ et sa hauteur $H = h_2 - h_1$ comme le montre la figure ci-dessous.

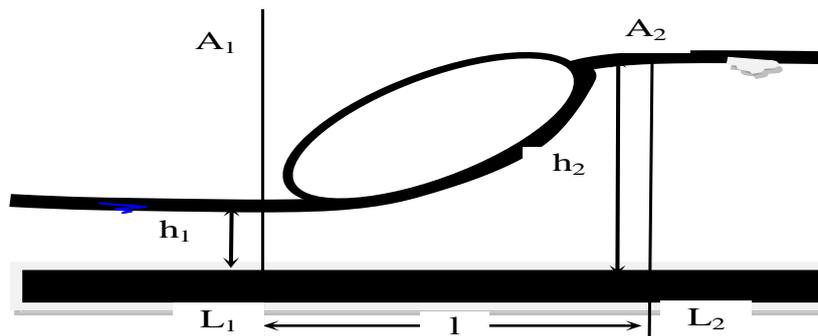


Fig.1.5. Les caractéristiques du ressaut hydraulique

• **Types de ressaut**

Selon la valeur du nombre de Froude amont, F_1 , un ressaut peut correspondre à différents types d'écoulement. La figure ci-dessous permet d'établir une classification selon l'allure générale de la surface libre.



$1 < F_1 < 1,7$: ressaut ondulé



$1,7 < F_1 < 2,5$: ressaut faible



$2,5 < F_1 < 4,5$: ressaut oscillant



$9 < F_1$: ressaut fort

Fig.1.6. Types de ressaut (Hager et Schleiss, 2009)

Pour $1 < F_1 < 1,7$ un ressaut ondulé apparaît. La transition entre l'écoulement torrentiel et l'écoulement fluvial est graduellement variée, les pertes de charge étant essentiellement dues

au frottement sur les parois du canal.

Pour $1,7 < F_1 < 2,5$, l'apparition du ressaut est encore ondulé, mais avec des zones de séparation à la surface. La dissipation d'énergie est encore faible et c'est la raison pour laquelle le domaine $1 < F_1 < 2,5$ est normalement exclu pour les ressauts hydrauliques proprement dits.

Pour $F_1 > 2,5$, le ressaut hydraulique se présente sous la forme typique. Pourtant le domaine d'application du ressaut dans les constructions hydrauliques se situe entre $3,5 < F_1 < 9$. Pour $F_1 > 9$, le ressaut est si fort qu'il devient presque impossible de protéger le dissipateur contre les forces libérées. De plus, l'écoulement prend plutôt l'allure de mousse que d'eau, tant l'entraînement d'air est important. Finalement une forte ondulation de la surface se manifeste à l'aval du ressaut (Hager et Schleiss, 2009).

- **Longueur du ressaut**

Elle peut être facilement déterminée grâce à des observations expérimentales. Plusieurs formules empiriques ont été proposées permettant de déterminer la longueur du ressaut. Parmi lesquelles nous citons :

Pour un canal rectangulaire, la formule de Smetana : $L = 6(h_2 - h_1)$, ou éventuellement celle de Safranez : $L = 4,5h_2$

- **Hauteur du ressaut**

La hauteur du ressaut est définie comme étant égale à : $H = h_2 - h_1$

- **Hauteurs conjuguées dans un canal trapézoïdal**

En se basant sur les hypothèses suivantes :

- ✓ Le canal a une pente suffisamment faible pour que la projection suivant l'axe des vitesses du poids du volume d'eau compris entre S_1 et S_2 , soit négligeable.
- ✓ Les pertes de charge par frottement entre A_1 et A_2 sont négligeables devant celles dues à l'augmentation de la turbulence.
- ✓ En A_1 et A_2 , les vitesses sont parallèles au radier.

A l'amont du ressaut, l'écoulement est caractérisé par une hauteur h_1 et une charge h_2 .

$$H_1 = h_1 + \frac{Q^2}{2gA_1}$$

Et à l'aval du ressaut hydraulique de longueur 'L', l'écoulement devient de nouveau parallèle au fond, à hauteur d'eau h_2 et charge H_2

$$H_2 = h_2 + \frac{Q^2}{2gA_2}$$

L'application du théorème de la quantité de mouvement à un écoulement sur fond horizontal donne, pour le profil trapézoïdal prismatique, la relation suivante :

$$\frac{bh_1^3}{2} + \frac{mh_1^3}{3} + \frac{Q^2}{gA_2} = \frac{bh_2^3}{2} + \frac{mh_2^3}{3} + \frac{Q^2}{gA_2}$$

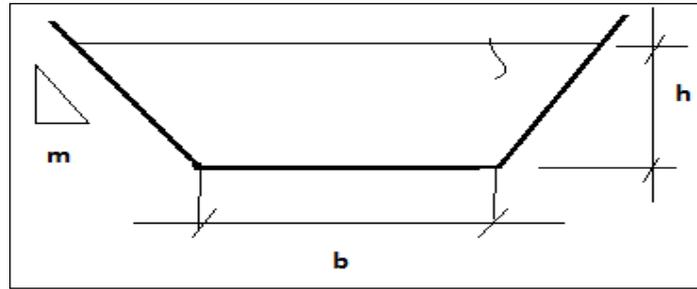


Fig. 1.7. Profil d'un canal trapézoïdal

Avec, m : la tangente de la pente des parois Latérales, b : la largeur de fond et h : la lame d'eau.

La section mouillée et le nombre de Froude sont donnés par :

$$A = bh + mh^2 \text{ et } F^2 = \frac{Q^2 (b + 2mh)}{g (bh + mh^2)}$$

Avec, les paramètres adimensionnels suivants :

$$Y = \frac{h_2}{h_1} \text{ et } M = m$$

La formule classique de Belanger (Ead et Ghamry, 2002) permet de donner la relation entre les hauteurs conjuguées :

$$Y = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + F_1^2} - 1 \right]$$

Et la figure 1.8, ci-après, montre le rapport des deux hauteurs conjuguées, $Y = h_2/h_1$ en fonction de M et F_1 . Pour F_1 fixé, Y décroît lorsque M croît.

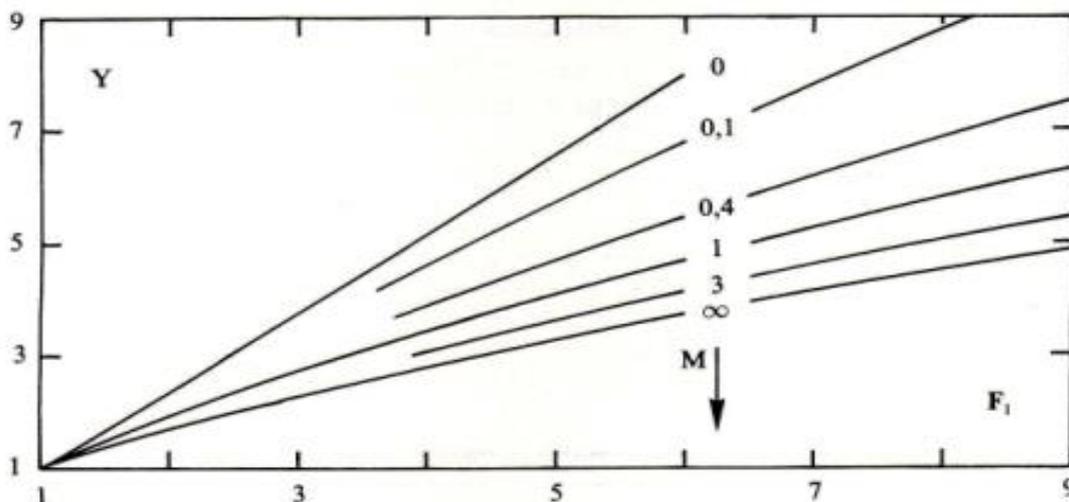


Fig.1.8 : Hauteurs conjuguées pour le profil trapézoïdal en fonction de F_1 et M

(Sinniger et Hager, 1989)

Dans le cas : $M = 0$, c'est le cas d'un profil rectangulaire.

Et si : $M \rightarrow \infty$, c'est le cas d'un profil triangulaire.

• **Hauteurs conjuguées dans un canal circulaire**

Pour le cas d'un profil circulaire, les hauteurs conjuguées h_1/D et h_2/D sont représentées en fonction de $Q/(gD^5)^{1/2}$ pour $h_1 \leq h_2 \leq D$ (figure 1.9).

Et dans le cas $h_1 < D < h_2$, donc l'écoulement à l'aval et en charge sont représentées en fonction de $Q/(gD^5)^{1/2}$ (figure 1.10).

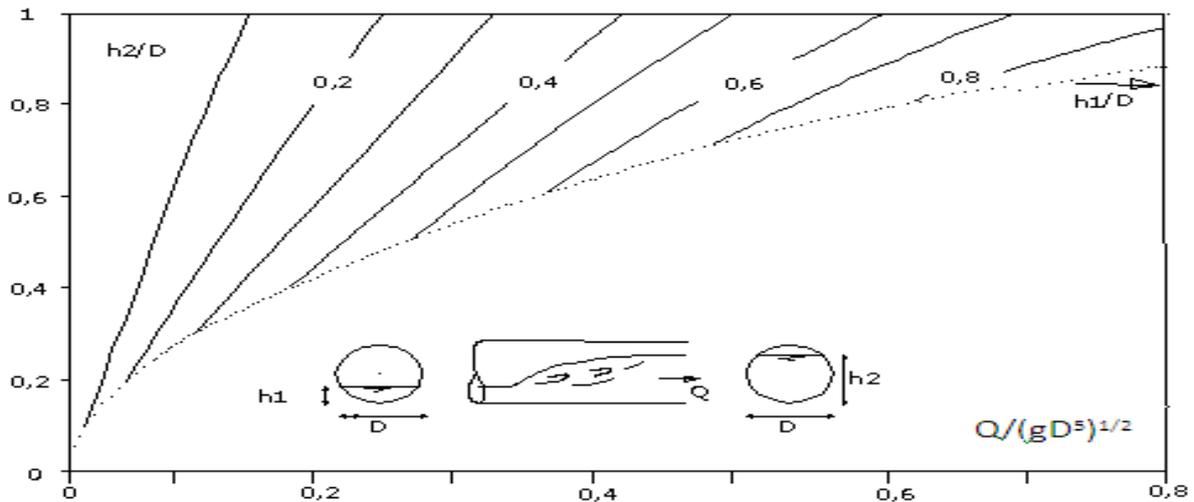


Fig.1.9. Hauteurs conjuguées pour un profil circulaire dans le cas $h_1 \leq h_2 \leq D$
(Hager et Schleiss, 2009)

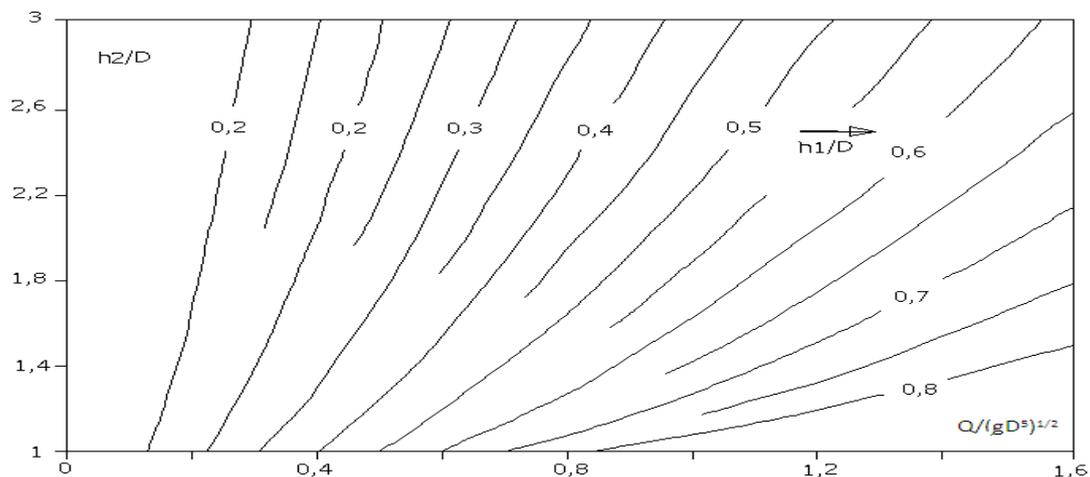


Fig. 1.10. Hauteurs conjuguées pour un profil circulaire dans le cas $h_1 < D < h_2$
(Sinniger et Hager, 1989)

• **Bulles d'air dans un ressaut hydraulique**

Examinons la structure d' un ressaut dans un canal à ciel ouvert en se basant sur le schéma de la figure suivante :

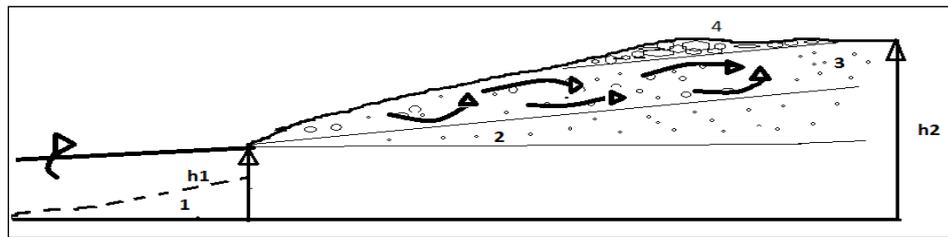


Fig. 1.11. Interface air eau dans un ressaut hydraulique

Il s'agit d'un développement de couche limite laminaire à turbulente ; le ressaut étant le passage d'un écoulement torrentiel au fluvial. D'après Chanson (1995) le ressaut peut être réparti sur quatre zones :

- Zone 1 : couche limite
- Zone 2 : région turbulente cisailée,
- Zone 3 : région d'ébullition
- Zone 4 : région mousseuse

• **Entrainement d'air dans un ressaut hydraulique**

Dans le cas de composantes latérales importantes du vecteur vitesse de l'écoulement, les forces de tension superficielles et de gravité peuvent être surmontées provoquant une éjection de gouttes dans l'air et une ouverture de la surface causant l'emprisonnement de l'air.

La figure suivante nous permet de suivre ce mécanisme :

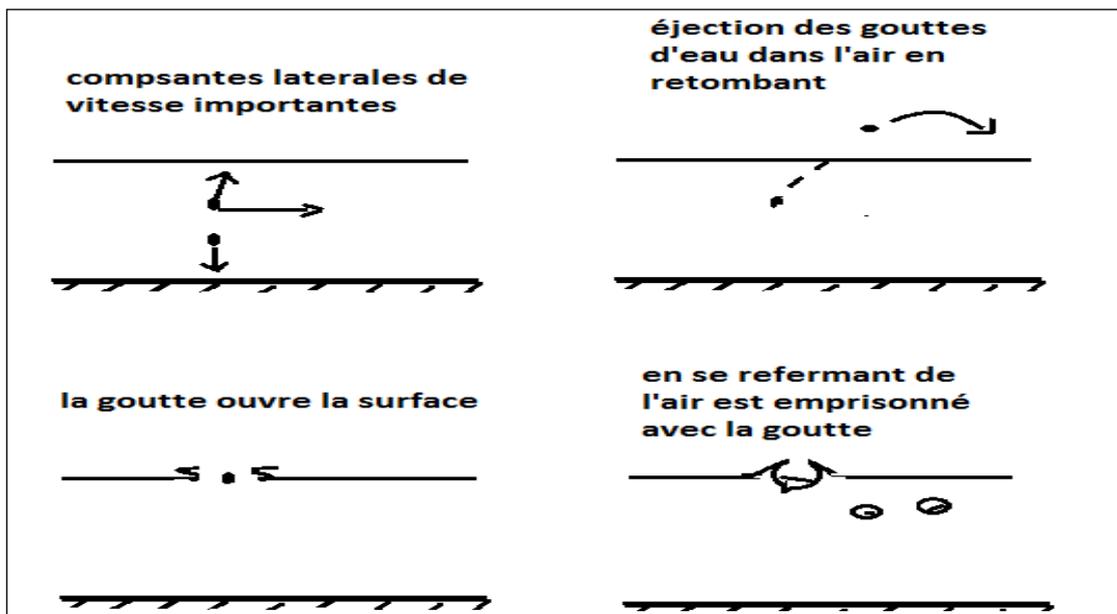


Fig.1.12. Mécanisme de formation de goutte dans un ressaut hydraulique

(Sinniger et Hager, 1989)

Il peut être conclu que la goutte peut être maintenue en lévitation par l'intermédiaire d'un film

de vapeur (leidenfrost).

• Propagation du ressaut

Le ressaut peut être mobile et se propage avec une vitesse différente de celle de l'écoulement.

Cette vitesse peut être obtenue par (Ancy, 2016) :

$$w(h_2 - h_1) = -uh_1$$

$$\text{et } w(-uh_1) = g \frac{h_2^2}{2} - \left(h_1 u^2 + g \frac{h_1^2}{2} \right)$$

Nous posons : $x = \frac{h_1}{h_2}$ et nous introduisons l'expression du nombre de Froude, pour obtenir la relation suivante :

$$(1 + x)(1 - x)^2 = 2xF_r^2 \quad (1.11)$$

1.4. Cas d'un écoulement biphasique

C'est un écoulement qui présente deux phases non miscibles ayant des caractéristiques dynamiques non identiques tel qu'un écoulement d'eau contenant de l'air dont la configuration peut être obtenue soit par vision si l'écoulement est lent soit par photographie dans le cas contraire. C'est le cas d'un écoulement dans une conduite fermée partiellement remplie.

1.4.1. Configurations

Nous distinguons:

a. Écoulement à bulles

Les bulles se déplacent à la partie supérieure à la même vitesse que le liquide.

b. Écoulement à poches

Des poches de liquide et de gaz se déplacent alternativement à la partie supérieure.

c. Écoulement stratifié

Le liquide s'écoule à la partie inférieure du tube et le gaz au-dessus.

d. Écoulement à vagues

C'est le même que le précédent mais avec une interface perturbée.

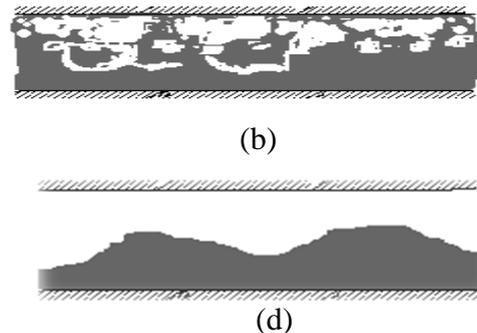
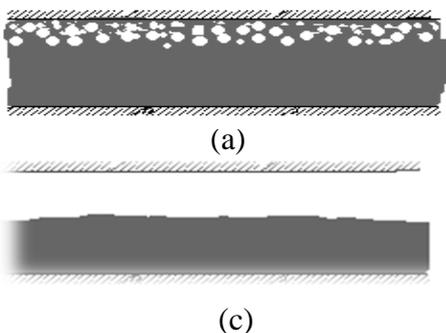


Fig.1.13. Écoulement par bulles (a), écoulement à oches (b), écoulement stratifié (c) et écoulement à vagues (d) (Hug, 1975) et (Dupont, 2007)

Pour une pente nulle, nous distinguons :

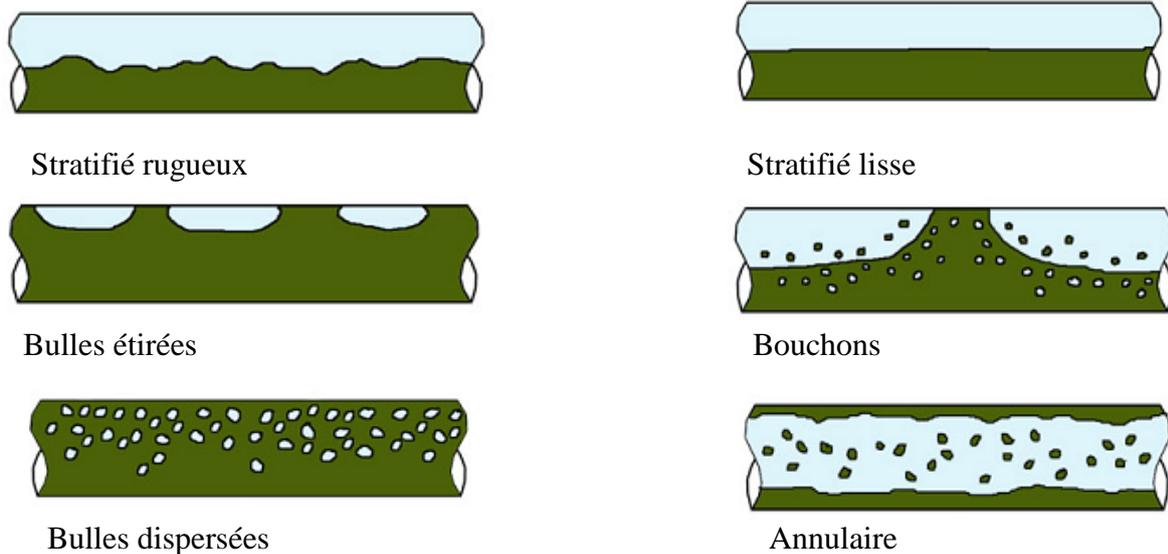


Fig.1.14. Interfaces air eau en conduite horizontale (Hug, 1975)

1.5. Écoulement en charge

Le phénomène transitoire peut apparaître dans une conduite, suite à la manipulation d'une vanne de contrôle ou bien suite à des anomalies se produisant dans les organes reliés à la tuyauterie.

En considérant les hypothèses suivantes (Novak et al., 2010) :

1. Le fluide est compressible et la conduite est élastique.
2. La pression P est supposée constante sur une section transversale.
3. Nous admettons que : $d(AP) = AdP$ et $d(\rho Q) = \rho dQ$
4. Le débit instantané est négligeable devant la pression dans l'équation dynamique.
5. La loi de Darcy Weisbach est valable pour l'évaluation du frottement pour le régime transitoire.

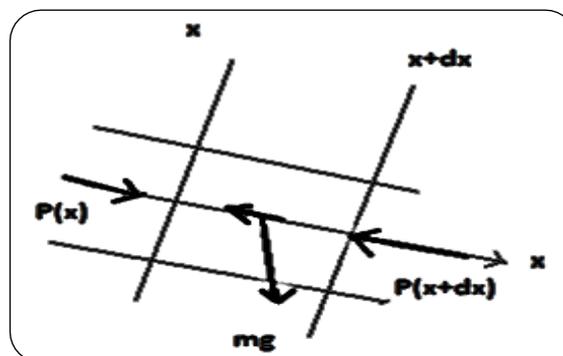


Fig. 1.15. Écoulement en charge

1.5.1. L'équation de continuité

En considérant le volume de contrôle de la figure 1.15, nous avons :

$$\rho A(dx)(t + dt) - \rho A(dx)(t) = \rho Q dt(x) - \rho Q dt(x + dx) \Leftrightarrow \frac{\partial(\rho A dx)}{\partial x} dt = - \frac{\partial(\rho Q dt)}{\partial x} dx$$

d'où :

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} = 0 \quad (1.12)$$

1.5.2. L'équation des moments

Pour le même volume de contrôle précédent, la loi de Newton permet d'écrire :

$$\frac{\partial M_m}{\partial t} = Q_m(x) - Q_m(x + dx) + F$$

Sachant que F représente la résultante des forces extérieures appliquées sur le volume de contrôle projetée sur l'axe des x, M_m est le moment du fluide contenu dans le volume de contrôle et Q_m est le moment du débit.

$$F = P(x) - P(x + dx) + mg(\sin\alpha) - R_x$$

Avec :

$$M_m = \rho Q dx$$

$$Q_m = \rho Q u = \rho A u^2 = \rho \frac{Q^2}{A}$$

$$mg = \rho A g dx$$

$$R_x = \rho A g S_f dx$$

D'où :

$$\frac{\partial(\rho Q dx)}{\partial t} = \left(\frac{\rho Q^2}{A}\right)(x) - \left(\frac{\rho Q^2}{A}\right)(x + dx) + (AP)(x) - (AP)(x + dx) + \rho A g(\sin\alpha - S_f) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho Q^2}{A} + AP \right) = (S_0 - S_f) \rho g A \quad (1.13)$$

En utilisant la quatrième hypothèse, l'équation précédente devient :

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial(AP)}{\partial x} = (S_0 - S_f) \rho g A$$

Considérons les variables 'P' et 'u', l'équation (1.9) devient :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho c \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (1.14)$$

Sachant que « c » est la célérité des ondes acoustiques dans la conduite, elle est exprimée par la relation suivante (Hug, 1975) :

$$\frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dP} \right) \text{ et } \rho c^2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{E_w} + \frac{D}{E \cdot e} \right)}$$

Car une veine liquide, sous l'action des différences de pressions, se comporte selon la loi de mécanique suivante :

$$\frac{dA}{A} = \frac{D}{E \cdot e} dP$$

E étant le module d'élasticité du matériau constitutif, e l'épaisseur de l'enveloppe de la conduite et D son diamètre.

Il a été tenu compte aussi des variations de ρ et P selon la relation linéaire :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{E_w}$$

Avec, E_w est le module d'élasticité de l'eau.

L'équation des moments ou de la conservation de la quantité de mouvement devient (Hug, 1975) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (1.15)$$

Ajoutons les équations des différentielles exactes de u et P :

$$dt \frac{\partial u}{\partial t} + dx \frac{\partial u}{\partial x} = du \quad (1.16)$$

$$dt \frac{\partial P}{\partial t} + dx \frac{\partial P}{\partial x} = dP \quad (1.17)$$

Les équations (1.11), (1.12), (1.13) et (1.14) forment un système aux dérivées partielles du premier ordre dont les inconnues sont :

$$\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial P}{\partial x}$$

Et qui ne peuvent être déterminées de manière unique que si ce système est linéairement dépendant (Nougier, 1993).

D'où le déterminant doit être nul:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - 2u \left(\frac{dx}{dt} \right) + (u^2 - c^2) = 0$$

$$\Delta = 4u^2 - 4(u^2 - c^2)$$

$$\Delta = c^2 \Rightarrow \Delta > 0$$

Donc le système est hyperbolique et admet deux racines distinctes.

Suivant l'importance de la variation des paramètres hydrauliques lors d'un régime transitoire nous pouvons distinguer deux types de mouvements :

- a) Si la variation du débit et de la pression est rapide, la déformation de l'enveloppe de la conduite et la compressibilité de l'eau sont à considérer, elles varient en un instant donné. c'est un mouvement d'ondes dit le coup de Belier.
- b) Si la variation du débit et de la pression est lente alors le débit, la vitesse et l'accélération sont constantes en un instant donné le long de toute la conduite, en supposant que le fluide est incompressible et que la conduite est élastique. C'est le mouvement dit en masse. La colonne liquide est assimilée à un solide monobloc.

1.5.3. Mise en équation du coup de Belier

Les équations dites d'Allievi représentent ce phénomène, en considérant que :

$$\frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial P}{\partial x} \ll \frac{\partial P}{\partial t}$$

Nous arrivons aux équations classiques des cordes vibrantes (Hug, 1975) :

$$(h - h_0) = F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (1.18a)$$

$$(u - u_0) = \frac{1}{\rho c} \left[F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \quad (1.18b)$$

Où h_0 et u_0 représentent la hauteur piézoélectrique et la vitesse à un instant donné dans une section donnée de la conduite, alors que F et f sont des fonctions qui dépendent des conditions aux limites.

1.5.4. Mise en équation des oscillations en masse

Entre deux sections A et B d'une conduite les hauteurs piézométriques sont liées instantanément par la relation suivante (Hug, 1975) :

$$h_A = h_b + \frac{L}{g} \frac{du}{dt} + i\Delta H \quad (1.19)$$

Où, L : distance entre les sections A et B ; ΔH : perte de charge entre les sections A et B ;

- i : +1 si le mouvement s'effectue de A à B,
- i : -1 si le mouvement s'effectue de B vers A.

1.6. Aperçu bibliographique

Les conséquences du passage d'un écoulement à surface libre à celui en charge peuvent être néfastes aux systèmes hydrauliques tels que l'éclatement des conduites ou le débordement des regards. Ce qui a attiré l'attention de plusieurs chercheurs depuis les années soixante.

En 1964 (Cunge et Wegner, 1964), une simulation numérique de l'écoulement dans une galerie tantôt en charge tantôt à surface libre a été établie en résolvant les équations de Barré Saint venant par l'utilisation d'un schéma implicite de différences finies, en considérant une fente de très faible largeur à la partie supérieure qui joue le rôle d'un piézomètre et en évaluant le frottement par le coefficient de Strickler.

D'après Volkart (Sinniger et Hager, 1989), l'étude de l'écoulement dans une conduite partiellement rempli dépend non pas du nombre de Froude mais du nombre Boussinesq :

$$B_e = \frac{V_e}{\sqrt{gR_{he}}}$$

Avec, V_e et R_{he} la vitesse et le nombre de Reynolds de l'eau pure.

Les figures suivantes représentent, en fonction de la hauteur relative, le nombre de Froude ainsi que le rapport de ce dernier au nombre de Boussinesq.

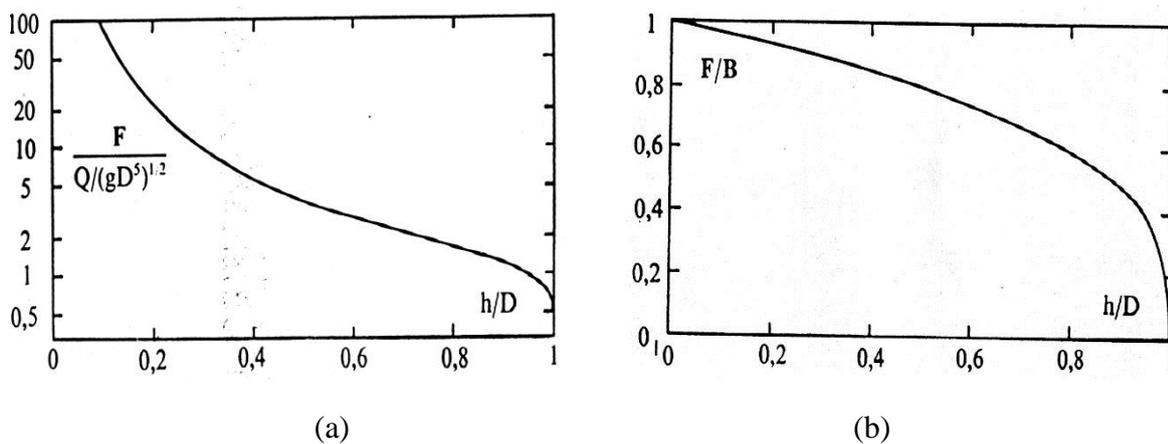


Fig. 1.16. Variation du nombre de Froude en fonction de la hauteur relative(a) et relation entre le nombre de Froude et celui de Boussinesq(b) (Hager et Schleiss, 2009)

La concentration moyenne d'air d'un écoulement biphasique est donnée par :

$$\bar{C} = 1 - \frac{1}{0,02(B_e - 6)^{\frac{3}{2}} + 1}$$

Nguyen Trieu Dong en 1990 a constaté que le raisonnement de Cunge et Wegner par la supposition d'une fente piézométrique permet de simuler deux types d'écoulements mais ne permet pas de calculer les phénomènes à forte variation d'inertie. De plus que lors du passage d'un écoulement en charge à celui à surface libre il peut y avoir bien des indéterminations nécessitant des itérations successives pour déterminer le niveau de la surface libre.

Pour remédier à cela, il a pris en considération en plus des équations de continuité et du mouvement deux autres ; celle de la compressibilité du fluide et celle de l'élasticité de la conduite.

$$\rho = \rho_0(1 + \beta) \text{ et } \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{2} S_m \omega_0 \frac{D}{eE} \left[\frac{\partial \left(\frac{P_1}{w_a} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{P_2}{w_a} \right)}{\partial t} \right]$$

Sachant que A représente l'aire moyenne définie comme le quotient du volume V par la longueur du tronçon Δx , S_m la moyenne arithmétique de la section initiale et la section finale du tronçon, w_a le poids spécifique de l'eau égal à $\rho_a g$ et P_1 , P_2 les pressions au début et à la fin du tronçon considéré.

En 1999, Trajkovic a classé les études établies de la transition d'un régime d'écoulement à surface libre à un écoulement sous pression ou vis versa en deux groupes :

Le premier s'est intéressé à la recherche des instabilités pouvant se produire lors de la transition et qui sont la conséquence de :

- a. La relation non unique débit hauteur lorsque la conduite est presque remplie.
- b. L'insuffisance de l'air de la ventilation.
- c. La géométrie de la section transversale.
- d. Des conditions de l'écoulement à l'entrée et à la sortie.

Dans ce groupe nous pouvons citer Hammam et Mcquorquodale (1981), Zech et al. (1984) et Haberland et Zech (1990).

Le second groupe a basé ses recherches sur la vérification des modèles numériques parmi ce groupe nous trouvons Sakawa et Yamaguchi (1988), Cardle et Song (1989), Yasukawa et al. (1996) et Capart et al. (1997).

La recherche de Trajkovic entre dans le second groupe avec la prise en compte de la présence d'air emmagasiné par le ressaut hydraulique lors de son mouvement vers l'amont de la conduite. Il a utilisé un modèle numérique basé sur la capture du choc en utilisant le schéma explicite de McComark. La célérité du mouvement a été bien reproduite mais des oscillations numériques ont été observées. La largeur de la fente piézométrique de Priessman a été prise égale au $1/10$ du diamètre de la conduite d'essai.

Stahl et Hager (Stahl et Hager, 1999) ont attiré l'attention sur la différence qui existe entre les ressauts pouvant se former dans des conduites fermées à surface libre avec des hauteurs d'eau inférieure ou supérieure à 30% au diamètre de la conduite.

Gomez et Achiaga, en 1999, ont étudié l'écoulement mixte au laboratoire et l'ont reproduit en utilisant les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Ils ont utilisé la méthode des caractéristiques pour l'intégration du système d'équations aux dérivées partielles. La célérité de l'onde a été choisie comme le paramètre de calibrage du modèle numérique. Deux valeurs ont été utilisées, l'une avant la combinaison de l'onde venant vers l'amont avec celle venant vers l'aval et l'autre après, en supposant que l'air contenu dans l'onde est de 1%.

En 2000, Keh Han et al. ont utilisé les conditions d'un écoulement sous pression pour la description de l'écoulement mixte et ont utilisé la méthode des caractéristiques pour la résolution des équations de la continuité et celle de la quantité de mouvement.

Zhou et al. en 2001, en utilisant : le modèle de la colonne rigide, l'expression de Darcy Weisbach pour le frottement et l'expression suivante :

$$\frac{dV_{\text{air}}}{dt} = -A_i U_i$$

,pour l'évaluation de la variation du volume d'air, à la ieme section d'un système de remplissage rapide ; constitué d'une conduite horizontale avec une autre verticale à l'aval.

Sachant que V_{air} représente le volume d'air en avant de la colonne d'eau, que , A_i , la section transversale de la conduite et U_i la vitesse de l'écoulement donnée par le modèle de la colonne rigide.

Suivant les résultats obtenus, Zhou a proposé certaines recommandations pour l'atténuation des poches d'air induisant d'importantes ondes de pression lors d'un remplissage rapide, parmi les quelles nous citons :

Pour réduire l'échappement d'air dans la conduite, il faut prévoir une ventilation au sommet de la conduite.

Pour réduire la pression de l'échappement, la chambre d'air doit être placée à l'amont de la localisation des ondes et la dimension de la vanne d'échappement d'air doit être déterminée en évitant l'intervalle : $0,15 < d/D < 0,3$.

Sachant que d est le diamètre de l'orifice d'air pouvant se trouver au sommet du regard d'aval de la conduite et D le diamètre du collecteur.

Plusieurs modes de calcul de l'écoulement mixte ont été développés tels que Mouse, Hydrowork et Canoe, qui sont tous à la base du modèle de Preissman, qui néglige l'onde dynamique et donc l'influence de la zone forcée sur l'écoulement (Fuamba, 2002).

En 2002, Fuamba a modélisé le phénomène de la transition d'un écoulement à surface libre à celui en charge ou vis versa par trois modèles :

1^{er} modèle : la transition commence par un écoulement libre puis la hauteur d'eau augmente et l'écoulement devient forcé, il est représenté par :

$$L \frac{dV_1}{dt} = g(h_0 - h_1) + gL(S_0 - S) = 0$$

La technique de Runge Kutta est appliquée. Sachant que L est la longueur totale à partir de l'amont ou la hauteur de pression (h_0) est connue(position 0) à la position 1 immédiatement après, V la vitesse moyenne de l'écoulement à la position 1, S_0 la pente du fond et S la pente du frottement .

2^{eme} modèle : l'écoulement à surface libre est le résultat, en utilisant le schéma des caractéristiques avec intégration du premier ordre, satisfaisant la condition de courant :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{|V| + c}$$

Les équations nécessaires sont celle de la continuité, celle des moments et celle de la propagation de l'onde frontale. Les inconnues à l'interface sont déterminées en utilisant l'interpolation linéaire.

3^{ème} modèle : en considérant le fluide compressible l'équation de continuité, celle des moments, celle de l'onde frontale et celle de la caractéristique de la zone sous pression. Si le front d'onde se dirige vers l'aval alors un ressaut hydraulique doit se produire.

Deux exemples numériques ont été étudiés, le premier est un cas expérimental où la vanne est ouverte graduellement, l'amont de la conduite est submergé initialement, un front d'ondes est formé et commence à se propager vers l'aval en formant derrière lui l'écoulement sous pression.

Le second exemple est constitué de trois collecteurs d'assainissement avec un débit d'orage de 111l/s se produisant en 15min qui correspond à un nombre de Courant de 0,9, $\Delta x = 5m$, $\Delta t = 8s$, une pente du fond = 0,0013 et $a = 628m/s$.

Le frottement pour les trois modèles a été représenté par :

$$\frac{1}{f^{1,5}} = -2 \log_{10} \left[\frac{2,51}{R_e \cdot f^{1,5}} + \frac{3 \cdot 10^{-3}}{10,7 \cdot D} \right]$$

Fuamba a donc utilisé un modèle global dynamique pour l'écoulement à surface libre et celui en charge qu'il a développé en trois variantes. Le modèle 3 peut être utilisé pour les collecteurs des eaux pluviales et il a été constaté qu'il n'améliore pas les modèles 1 et 2.

En 2002, Ead et Ghamry ont étudié par voie expérimentale la création d'un ressaut hydraulique à l'intérieur d'une conduite circulaire fermée, la variation du rapport des hauteurs conjuguées pour des nombres de Froude amont compris entre 1,29 et 6,43 .

En 2003, Wright et al. ont abordé le problème de l'influence de la pente de la conduite sur les ondes de remplissage dans un collecteur d'eau pluviale.

Negm (2003) a mené une étude expérimentale sur la formation d'un ressaut hydraulique à l'intérieur d'un canal rectangulaire fermé et a pu établir en utilisant une régression multiple une relation entre le rapport des hauteurs conjuguées, le nombre de Froude, la pente du canal et le rapport de la hauteur à la section amont du ressaut au diamètre de la conduite :

$$\frac{h_1}{h_2} = 7,2286 - 3,840F_1 + 1,59595F_1^{1,5} + 63,5819S_0 + 489,9137S_0^2 + 0,76652 \frac{h_1}{D}$$

Pour un nombre de Froude variant entre 4 et 6, une pente du fond entre -0,02 et 0,02 et une hauteur amont relative entre 0,21 et 0,35.

D'après Wright et Vasconcelos (2004), il est nécessaire de tenir compte de la phase air dans l'étude de la transition d'un écoulement à surface libre à celui sous pression, en supposant que ce dernier peut être décrit par l'approche de la colonne rigide et que pour la partie libre la

méthode des caractéristiques peut être utilisée, la force de pression causée par l'air devant être prise en considération dans l'équation dynamique. Cette force est donnée par :

$$F_{\text{air}} = gA_{\text{conduite}} H_{\text{air}}$$

H_{air} représente la hauteur de la phase air, C_d le coefficient de contraction et A_{orifice} la section de l'orifice de l'échappement d'air.

L'étude expérimentale des auteurs a montré que pour le cas d'un remplissage rapide d'une conduite circulaire l'interface d'eau avance en un front vertical et ne peut pas être décrite par un transfert d'écoulement stratifié et que pour le cas d'une vidange l'intrusion d'air peut être décrite par la solution de Benjamin(1968).

En 2006, les mêmes chercheurs ont attiré l'attention sur l'importance du choix de la vitesse de propagation du ressaut hydraulique en mouvement dit le mascaret pour la simulation de l'écoulement dans un collecteur d'eaux pluviales ,en plus du choix des variables ;débit et section ou bien vitesse et hauteur ou la simulation du mascaret peut impliquer une vitesse de propagation incorrecte.ils ont constaté que lors de la mise en charge des collecteurs des eaux pluviales la présence de poches d'air peut affecter l'écoulement dans le cas d'un remplissage rapide.

Vasconcelos et Wright (Vasconcelos et Wright, 2003) ont montré que l'hydrogramme d'entrée et la pente des collecteurs ont une influence importante sur la magnitude des ondes qui se propagent dans le système.

Pour une conduite circulaire Duviella et al., en 2006, ont montré d'après Kovacs, 1988, qu'une galerie circulaire est un système à surface libre tant que la hauteur d'eau dans cette galerie pour son débit de fonctionnement maximum est inférieur à 1,87fois son rayon et l'application de son approche de multimodélisation des écoulements à surface libre à une conduite circulaire montre qu'elle devient moins fiable lorsque le débit est tel que la hauteur d'eau dépasse le rayon, les hypothèses de Saint Venant étant non totalement satisfaites et induisant une imprécision sur la fonction permettant de déterminer le coefficient de célérité de l'onde diffusante.

D'après Vasconcelos (Vasconcelos et Wright, 2006A), la description monodimensionnelle de la formation des poches d'air lors de la transition d'un écoulement à un autre car la géométrie du système hydraulique et le débit entrant sont les facteurs clés de ce mécanisme.

Dans la même année (Vasconcelos et Wright, 2006B), les auteurs ont représenté la transition d'un écoulement à surface libre à celui en charge en en se basant sur la notion du mascaret, (Vasconcelos et al., 2006C), une simulation de la transition a été établie en utilisant l'approche de la double composante de la pression et en résolvant les équations de la masse et celle des moments par la méthode des volumes finis avec l'application du schéma Roe du 1^{er} ordre.

Gerbi et Bourdarias, en 2006, ont utilisé un couplage de l'écoulement à surface libre et de l'écoulement sous pression pour la modélisation de la transition en traitant les points de cette dernière comme des limites libres associés à des discontinuités, le frottement a été représenté

par la relation de Manning Strickler et ils ont utilisé la méthode des volumes finis avec le schéma Roe du 1^{er} ordre.

L'échelle de modélisation, elle aussi intervient dans la modélisation des écoulements par le système de Barré De Saint Venant car en dehors des branches de conduites et en particulier en jonction c'est l'approche bidimensionnel qui est utilisé vu le rapport dimension verticale et horizontale (Ghostine, 2009). Sans omettre, l'intérêt particulier, pour la représentation du frottement en un régime transitoire, qui a été proposé (Saikia, 2006), en considérant qu'elle est variable à chaque pas de temps, en réalité, une combinaison de l'équation de Poiseuille avec celle de Colebrook White permet d'avoir une relation valable pour tous les régimes, du laminaire au turbulent, lorsque l'écoulement est sous pression. Elle est donnée par :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left[\frac{5,02 \log_{10} \left(R_e / 4,518 \log_{10} \left(\frac{R_e}{7} \right) \right)}{R_e \left((1 + R_e^{0,52}) / 29 \left(\frac{D}{K} \right)^{0,7} \right)} + \frac{1}{3,7 \left(\frac{D}{K} \right)} \right]$$

En faisant appel à une modélisation globale, ce sont les équations de Navier Stokes qui sont considéré, parmi les travaux établi dans ce contexte, citons ceux de Jonathan Wertel. il a affronté les résultats expérimentaux, obtenus par des mesures au velocimetre acoustique Doppler, à ceux obtenus par simulation numérique utilisant la methode des volumes finis d'un écoulement dans une conduite d'assainissement (Wertel, 2010)

1.7. Problématique

Le passage d'un écoulement à surface libre à celui sous pression est une transition, qui est définie par une discontinuité mathématique, où les équations de Barré De Saint Venant perdent leur validité. La résolution de ce problème a impliqué les chercheurs par la proposition de divers approches en faisant appel à des outils mathématiques et des observations expérimentales. Mais, vu la particularité de chaque domaine d'apparition de ce phénomène ainsi que la diversité de ses conséquences incitent à mener d'autres recherches en essayant un rapprochement des divers domaines dans une seule modélisation qui tient compte du maximum de facteurs d'influence sur une telle transition. Par exemple une réduction de section due à un dépôt peut induire une mise en charge d'une conduite d'assainissement comme un simple remplissage d'une conduite de transfert d'eau par pompage peut causer l'existence d'un écoulement à surface libre qui se transforme en un écoulement sous pressions avec toutes les complications qui peuvent le suivre. La phase air elle aussi est un facteur déterminant dans ce cas et mélangée à la phase liquide elle devient elle aussi une source de complication pour la description, la connaissance et le contrôle de la transition d'un écoulement à surface libre à celui en charge. Même l'évaluation du frottement demeure une manière diversifiée par les auteurs.

L'amélioration du traitement de ce phénomène discontinu nous oblige à tenir compte de plus en plus des facteurs d'influences, qu'ils soient mathématiques ou physiques, et cela n'est possible qu'en combinant l'étude expérimentale physique à l'étude mathématique dans le cadre d'une modélisation mécaniste.

Conclusion

Le régime transitoire dans une conduite sous pression ou dans un canal à surface libre est régi par les équations dites de Barré de Saint Venant, un système hyperbolique à quatre inconnues. Une brusque variation de la dimension verticale d'un écoulement à surface libre engendre un ressaut hydraulique de différents types. Pour l'écoulement sous pression, nous distinguons deux mouvements différents ; le coup de Bélier et les oscillations en masse.

D'après l'aperçu bibliographique sur la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge, nous constatons que les chercheurs ont abordé ce problème depuis les années soixante, en utilisant le modèle de la fente piézométrique de Preissman ce qui a été suivi par l'introduction de la présence d'air et la représentation de la transition par le phénomène du mascaret ainsi que l'utilisation du modèle de la colonne rigide. La résolution des équations de l'écoulement a été faite, en général, par les méthodes des différences finies, celle des caractéristiques et celle des volumes finis. Le frottement a été représenté par la formule de Manning Strickler, dans la majorité des études menées. L'effet de la pente a été étudié expérimentalement par Vasconcelos et Wright. Cependant ce phénomène demeure un espace ouvert pour la recherche.

Chapitre 02
Effet de la rugosité
et du dépôt sur l'écoulement

Effet de la rugosité et du dépôt sur l'écoulement

Introduction

La dissipation de l'énergie à travers un écoulement de fluide est due au frottement de ce dernier sur la paroi. Cette perte d'énergie ou de charge doit être impérativement compensée pour permettre au fluide de suivre son écoulement et c'est du théorème de Bernoulli généralisé, entre les points(1) et (2) qu'il est question dans ce cas :

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{u_2^2}{2g} + \Delta h \quad (2.1)$$

Où, Δh représente l'énergie dissipée par frottement et qui est directement liée à l'état de surface d'une paroi et donc à sa rugosité.

2.1. Rugosité

La rugosité est une modification micro géométrique présente sur une surface de paroi ;sous forme de pics ou de creux. C'est un élément de contrôle important qui dépend étroitement des modes de traitement ou de revêtement de surface(peinture ,métallisation, chromage...) . Nous distinguons (Mehal, 2014):

a. Rugosité aléatoire

C'est une rugosité générée de façon imprévisible .le matériau est lisse ou rugueux selon l'usage auquel il a été conçu.il s'agit donc d'une rugosité relative.

b. Rugosité organisée

C'est l'ensemble des déformations présentes sur une surface et qui ont été créés par faute d'opérations d'usinage par une machine outil.

c. Caractéristiques

Les caractéristiques d'une rugosité organisée sont comme suit :

❖ Strie d'usinage

Elle est composée d'une saillie et des deux demi creux. Elle est caractérisée par sa longueur et sa profondeur de creux amont et aval.

❖ Ligne de creux

C'est la ligne parallèle passant par le creux le plus profond.

❖ Profondeur moyenne R

C'est la moyenne des profondeurs.

❖ Profondeur maximale des stries R_{max}

C'est la profondeur maximale.

❖ **Hauteur de crête**

C'est l'épaisseur résiduelle laissée par le passage de l'outil d'usinage sur une surface. Elle représente le critère déterminant de la qualité d'un un matériau.

Enfin, L'organigramme de la figure ci-après représente une classification généralisée de la rugosité.

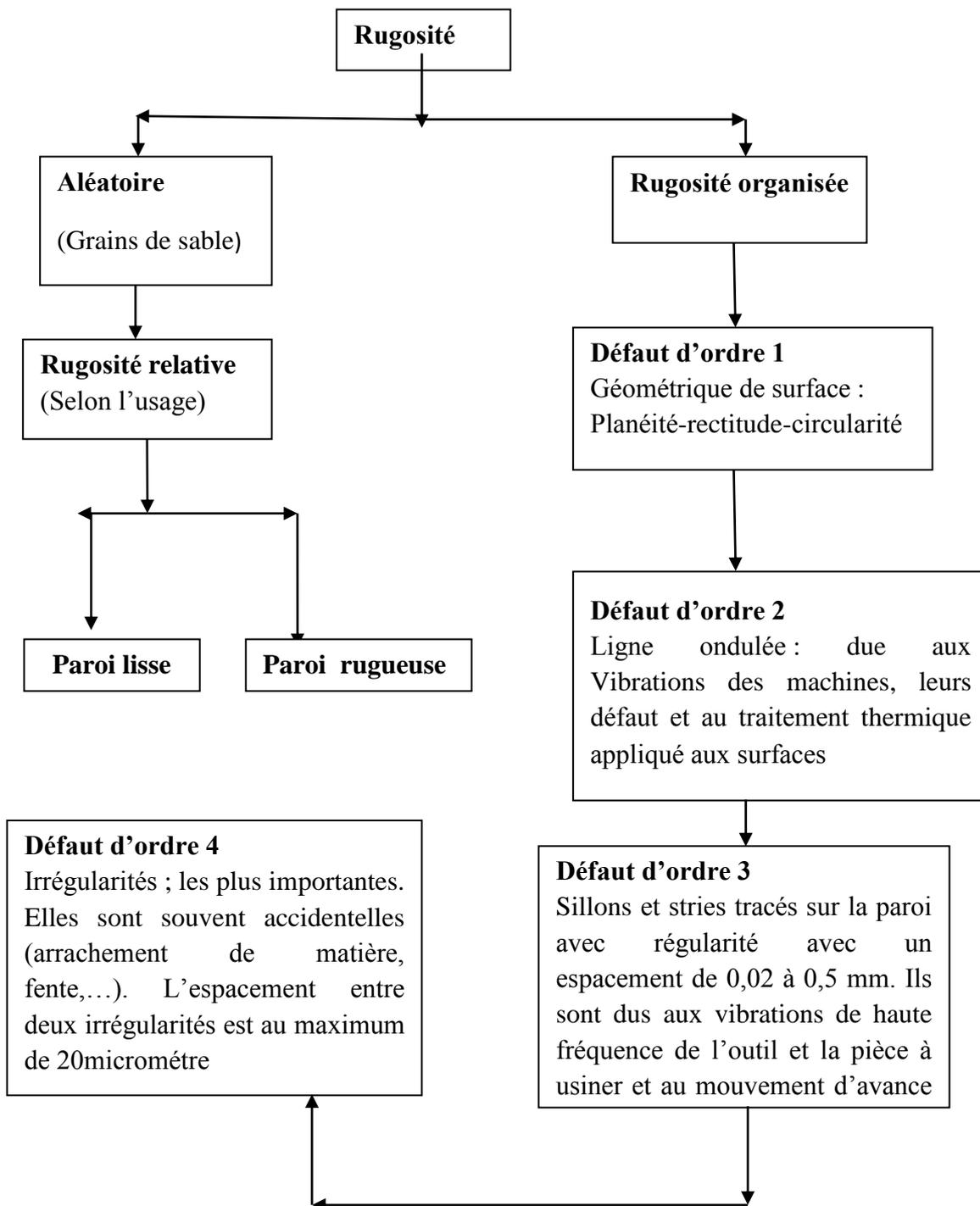


Fig.2.1. Types de rugosité

2.1.1 Coefficient de frottement d'un écoulement

a. Définition

Faisons le bilan des forces agissant sur le volume de contrôle sur un pas d'espace Δx , comme le montre la figure ci-dessous.

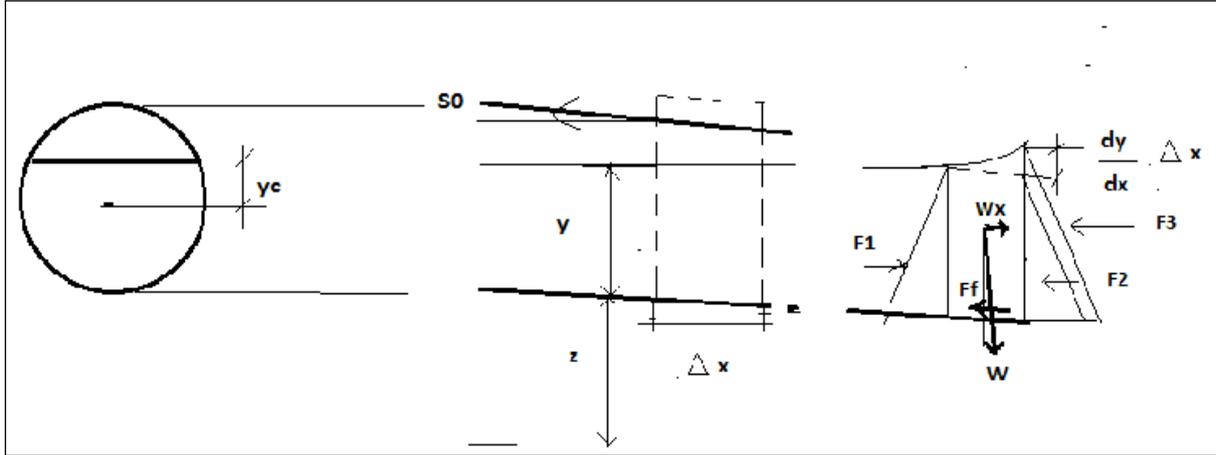


Fig.2.2 Bilan des forces agissant sur le volume de contrôle.

$$\text{Avec: } \begin{cases} F_1 = F_2 = \rho g A y_c \\ F_3 = \rho g A \frac{dy}{dx} \Delta x \\ W_x = \rho g A \frac{dz}{dx} \Delta x \\ F_f = \tau_p P_m \Delta x \end{cases} \quad \text{d'ou } \sum F = -\rho g A \Delta x \left(\frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{\tau_p P_m}{\rho g A} \right) \quad (2.2)$$

Nous avons aussi :

$$\sum F = \rho A \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho A \Delta x \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} \right)$$

D'où; $\sum F = \rho A \Delta x u \frac{du}{dx}$; en négligeant la variation temporelle devant celle en espace.

En égalisant les deux expressions, nous obtenons :

$$\frac{u}{g} \frac{du}{dx} = - \left(\frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{\tau_p P_m}{\rho g A} \right)$$

Sachant que, $R_h = \frac{A}{P_m}$, nous déduisons :

$$\tau_p = -\rho g R_h \left(\frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{u}{g} \frac{du}{dx} \right) \Leftrightarrow \tau_p = -\rho g R_h \frac{d}{dx} \left(y + z + \frac{u^2}{2g} \right)$$

Avec, $H = y + z + \frac{u^2}{2g}$, l'énergie mécanique totale

et sachant que : $S_f = -\frac{dH}{dx}$, nous arrivons à l'expression de τ_p :

$$\tau_p = \rho g R_h S_f \quad (2.3)$$

Le coefficient de frottement étant le rapport de la contrainte tangentielle de cisaillement, τ_p , à la paroi avec l'énergie cinétique. Il est donné par (Cousteix, 1989) :

$$C_f = \frac{\tau_p}{\left(\frac{\rho u^2}{2}\right)}, \text{ avec : } \tau_p = \rho u_f^2 \text{ et } u_f = (gR_h S_f)^{\frac{1}{2}}$$

En pratique, C_f , est remplacé par un autre coefficient, f , dit de frottement :

$$C_f = \frac{f}{4} \text{ d' où } \frac{u}{u_f} = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (2.4)$$

b. Expression du coefficient de frottement

Nous distinguons :

❖ Pour un régime en charge et permanent

Si l'écoulement est turbulent hydrauliquement lisse, $\frac{ku_f}{v} < 5$, f est donné par la loi de Prandtl Von Karman (Hug,1975)(Novak et al, 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10}(R_e \sqrt{f}) - 0,8 \text{ ou } \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} \left(\frac{R_e \sqrt{f}}{2,51} \right) \quad (2.5)$$

Si l'écoulement est turbulent de transition; $5 < \frac{ku_f}{v} < 70$, f est donné par la loi de Colebrook (Hug,1975):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k}{3,71D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right] \quad (2.6)$$

Cette formule a été ajustée sur les résultats expérimentaux de Nikuradse et Colebrook. Elle est valable pour des fluides quelconques. Elle est représentée par l'abaque de Moody.

En 1983, Haaland (Viollet et al.,1998) a proposé une formule, qui ne diffère de la précédente de pas plus de 2%, avec l'avantage d'être explicite :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log_{10} \left[\frac{6,9}{R_e} + \left(\frac{k}{3,7D} \right)^{1,11} \right] \quad (2.7)$$

Si l'écoulement est turbulent rugueux ; $\frac{ku_f}{v} > 70$, f est donné par la loi de Nikuradse(Hug,1975) (Novak et al., 2010):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \log_{10} \left(\frac{k}{D} \right) \text{ ou } \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} \left(\frac{3,71}{k} \right) \quad (2.8)$$

❖ Pour un écoulement permanent à surface libre

Depuis le dix-huitième siècle, le frottement dans les canaux découverts a été représenté par le coefficient de Chezy, exprimé par des formules diverses basées sur le choix du coefficient

caractéristique d'un état de rugosité; qui est souvent très délicat; vu la disproportion qui existe entre le nombre de coefficient proposé et la variété considérable des types de parois. Ceci peut induire à des erreurs appréciables; d'où l'idée d'appliquer la méthodologie suivie en écoulement en charge dans le but d'uniformiser la formulation de la vitesse pour les canaux découverts; tentée par Zegjda (Krmetski,1980) et suivie par des recherches systématiques entreprises ; par Keulegan (Cousteix, 1989) , Graf (Graf,1993) et (Wang,1991).

En 1775, Chezy a établi, l'expression de la vitesse ; dans le cas d'un écoulement uniforme (Crausse,1951) :

$$u = C(R_h S_0)^{\frac{1}{2}} \tag{2.9}$$

Sachant que : $C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$; une variété de formules, exprimant le coefficient, C, dit de Chezy ont été proposé. Nous retiendrons :

- La formule de Bazin :

$$C = 87 / \left[1 + \left(\frac{\gamma}{R_h^{1/2}} \right) \right] \tag{2.10}$$

- La formule de Ganguillet Kutter :

$$C = \left[23 + \left(\frac{0,000155}{n_m} \right) + \left(\frac{1}{n_m} \right) \right] / \left[1 + n_m \left(23 + \left(\frac{0,000155}{n_m} \right) \right) \right] \tag{2.11}$$

- La formule de Manning :

$$C = \frac{1}{n_m} [R_h]^{\frac{1}{6}} \tag{2.12}$$

2.1.2. Répartition des régimes d'écoulement

D'après Hubert Chanson et selon le nombre de Reynolds de frottement le zonage l'écoulement turbulent est montré dans le tableau suivant :

Tableau n°2.1 : effet de la rugosité sur la classification de l'écoulement turbulent

Etat de l'écoulement	Canal à surface libre	Conduite fermée
Hydrauliquement lisse	$\frac{ku_f}{v} < 4$	$\frac{ku_f}{v} < 5$
De transition	$4 < \frac{ku_f}{v} < 100$	$5 < \frac{ku_f}{v} < 75$
Complètement rugueux	$100 < \frac{ku_f}{v}$	$75 < \frac{ku_f}{v}$

Si l'écoulement est turbulent hydrauliquement lisse, f est donné par la loi :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \left(\frac{1}{K}\right) \ln \left[\frac{R_h u_f}{\nu} \right] + \beta \quad (2.13)$$

Keulegan en 1938, a pris pour la valeur de, β , la moyenne obtenue par plusieurs expériences et qui est égale à 3,5, par contre Graf (Graf,1993), donne un coefficient de 5,1 et d'après notre étude expérimentale (Mokrane,1996), les résultats des essais expérimentaux, effectués, ont permis de constater que dans :

Le canal rectangulaire (régime hydrauliquement lisse et torrentiel) : f , se comporte suivant l'équation précédente.

Les valeurs des constantes K et β sont déterminés par un ajustement linéaire, pour les trois cas de rugosité comme suit :

Cas du plexiglas : $K= 0,39$ et $\beta = 5,11$

Cas du P220 : $K = 0,38$ et $\beta = 4,97$

Cas du P80 : $K = 0,39$ et $\beta = 5,96$

Les différentes valeurs de K sont proches de la valeur universelle de Von Karman, qui est d'environ 0,4 (Cousteix, 1989) et pour les valeurs de β , nous remarquons qu'elles sont proches de celle trouvée par Graf (Graf,1990) qui est de 5,1 mais elle diffère de celle destinée aux conduites forcées qui est de 3,5

Si l'écoulement est turbulent de transition, f est donné par (Graf et Altinakar,1993) :

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k/R_h}{a_f} + \frac{b_f}{R_e \sqrt{f}} \right] \quad (2.14)$$

Avec : $12 < a_f < 15$ et $0 < b_f < 6$

Dans la zone de transition, qui apparaît lors des essais effectués dans le cas du papier abrasif désigné par P80 (Mokrane,1996), le comportement du coefficient de frottement est régi par l'expression ci avant avec, $a_f = 14,1$ et $b_f = 0,725$

Dans le cas d'une rugosité uniforme de forme ondulatoire ces coefficients sont :

$a_f = 12,66$ et $b_f = 1,54$

et d'après Henderson (Henderson,1966) : $a_f = 12$ et $b_f = 2,5$

Une autre formulation a été utilisée pour l'évaluation du frottement (Fuamba, 2003) :

$$\frac{1}{f^{1,5}} = -2 \log_{10} \left[\frac{2,51}{R_e f^{1,5}} + \frac{3 * 10^{-3}}{10,7D} \right] \quad (2.15)$$

Si l'écoulement est turbulent rugueux, f est donné par la loi de distribution de la vitesse est donnée par (Kironoto et Graf, 1995) :

$$\frac{u}{u_f} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{h}{k}\right) + \beta_r \quad (2.16)$$

Où: $\beta_r = 8,5 \pm 15\%$

En tenant compte du paramètre du sillage de Coles (Labioud, 2005), le frottement est exprimé par :

Pour un écoulement turbulent lisse:

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = \frac{1}{K} \ln\left(R_e \sqrt{\frac{C_f}{2}}\right) + C(k^+) - \frac{1}{K}(1 - \Pi) \quad (2.17)$$

Avec:

$$K = 0,4, ; k^+ = \frac{ku_f}{\nu}; C = 5,1 \text{ et } R_e = \frac{uh}{\nu}$$

Et pour un écoulement complètement rugueux:

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = \frac{1}{K} \ln\left(R_e \sqrt{\frac{C_f}{2}}\right) + \beta_r(k^+) - \frac{1}{K}(1 - \Pi) \quad (2.18)$$

Avec, $\beta_r = 8,5$ et Π n'est pas une constante universelle mais dépend du nombre de Reynolds, de la configuration de l'écoulement de paroi et de la rugosité.

Pour des écoulements à surface libre sa valeur maximale est de 0,2 et dans le cas de rugosité importante, il peut avoir des valeurs négatives ce qui peut traduire la présence d'écoulements secondaires.

Dans la zone intermédiaire l'expression du frottement dépend de la rugosité relative et du nombre de Reynolds

❖ Expression générale de la loi de frottement

Le coefficient de frottement ' S_f ' désigne les effets du frottement et de la turbulence. son expression est donnée par (Aldrighetti, 2007) :

$$S_f = \frac{Q|Q|}{K_d}$$

Où, K_d représente la débitance.

Une forme puissance est donnée à l'expression de la débitance :

$$K_d = \frac{A^{k_1}}{n_m P^{k_2}}$$

k_1 et k_2 sont des constantes, n_m représente la rugosité des parois et P_m est exprimé par :

$$P_m = B(x, 0) + \int_0^H \sqrt{(4 + B^S)} d\eta, \quad H = h + \eta \text{ et } B^S: \text{Largeur au miroir}$$

Où, η représente le niveau d'élévation du fond et h la hauteur du tirant d'eau.

L'expression du frottement représentée par S_f diffère selon l'état de l'écoulement :

$$S_f = N_m(A)u|u|$$

L'utilisation de la formule de Manning permet d'écrire :

Pour un écoulement à surface libre ou à pleine section, nous avons :

$$N_m(A, E) = \frac{n_m^2}{R_h(A)^{\frac{4}{3}}} \quad (2.19)$$

et pour un écoulement sous pression ou en dépression, nous avons :

$$N_m(A, E) = \frac{n_m^2}{R_h(Ac)^{\frac{4}{3}}} \quad (2.20)$$

❖ Effet de la rugosité sur le ressaut hydraulique

Des essais expérimentaux effectués sur un canal en U pour deux états de rugosité ont montré l'influence de la rugosité sur l'évaluation de la hauteur relative à l'aval du ressaut désignée par Y_2 , elle est donnée par (Debabeche et al., 2005) :

$$Y_2 = \delta Y_1^\theta S^\sigma$$

Avec : $Y_1 = h_1/D$ et s/h_1 , h_1 : profondeur de l'écoulement incident, h_2 : la hauteur maximale du ressaut et s la hauteur du seuil. δ et θ sont des constantes qui dépendent de la rugosité relative ainsi que σ qui est une fonction de Y_1 .

❖ Effet de la rugosité sur la cavitation

L'état d'une surface représentée par sa rugosité influe sur le comportement du coefficient de frottement et par la suite sur la quantification de la perte de charge. La cavitation, phénomène hydraulique particulier, lui aussi est affecté par l'état de surface. Plusieurs recherches ont été menées dans le cadre de l'influence de la rugosité sur les instabilités de la cavitations, parmi lesquelles nous citons celle de Mehal (2014). Cette dernière montre que la profondeur des aspérités (crêtes) est le facteur déterminant dans la création de poches ou de nuages de cavitation.

2.2. Dépôt

Conséquence de la sédimentation et de l'accumulation des matières en suspension, le dépôt constitue un problème auquel sont affrontés les services d'exploitation de tout type de conduites. Associé au réentraînement des particules, il définit le phénomène d'encrassement des conduites. D'autre part lorsque les particules sont en contact avec la paroi ce sont les forces physicochimiques à l'interface (interaction entre particules et frottement) qui déterminent le maintien d'une particule à la surface.

2.2.1. Conduites d'assainissement

En considérant un réseau unitaire, nous distinguons :

- Canalisations nonvisitables de tête.
- Collecteurs visitables amont de diamètres plus importants que ceux de la tête.
- Collecteurs visitables aval alimentés par les précédents.
- Emissaires ou intercepteurs qui joignent la station d'épuration.

❖ Causes du dépôt

- ✓ Défauts de conception dans les têtes sous influence aval, changement de pente ou de géométrie, de zones de faibles pentes et des zones proches des singularités (confluences ou défluences). Dans le dernier cas, la formation du dépôt est régulière dans le temps et l'espace.
- ✓ Introductions d'obstacles imprévus à l'écoulement à l'entrée ou à l'aval. la formation du dépôt est ainsi aléatoire
- ✓ Tracé non rectiligne entre regards.

❖ Formation du dépôt

En considérant les périodes de pluies, nous pouvons distinguer :

✓ Dépôt par temps sec

- En surface, des particules solides s'accumulent et se stabilisent pendant une dizaine de jours (Chocat, 1997)
- Dépôts bien localisés et un peu aléatoires se formant au niveau de parties pentues, des discontinuités et des obstacles.
- En collecteurs d'amont, des dépôts dont l'origine peut être les eaux usées ou les intrusions par les bouches et les avaloires, en particulier à proximité des confluences.
- Dans les collecteurs aval le dépôt est modéré.

✓ Dépôt par temps de pluie

- Pour les collecteurs aval, à débit faible, il se forme une quantité importante de dépôt.
- Avant une confluence, c'est le phénomène d'érosion qui est observé et après cette discontinuité, c'est le dépôt.
- En têtes des collecteurs, l'érosion et le dépôt sont présents.
- En collecteurs d'aval, c'est la présence du dépôt.

✓ Granulométrie des dépôts

le long d'un même collecteur, un tri granulométrique en fonction de la distance est observé (Chocat, 1997). Voir annexe 1.

❖ Classification du dépôt

La figure ci après montre la classification théorique des dépôts dans un collecteur d'assainissement. les caractéristiques de chaque classe sont données en annexe 1.

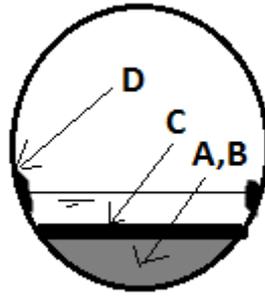


Fig.2.3. Classification théorique de Crabtree des dépôts (Chocat,1997)

- Type A: sédiments grossiers noncohésifs.
- Type B: dépôt 'type A' mais consolidé.
- Type C: couche fine de sédiment.
- Type D: biofilm sur les parois.

2.2.2. Conduite d'eau pluviale

C'est le cas d'un réseau séparatif pluvial or le dépôt est semblable au cas du réseau unitaire avec une différence dans le pourcentage et la dimension des particules.

❖ Caractéristiques

Nous avons les caractéristiques suivantes :

✓ Granulométrie

- Les particules en suspension ont un diamètre médian d_{50} de l'ordre de 30 à 40 μm
- 70 à 80% de la masse des particules ont un diamètre inférieur à 100 μm .
- Le pourcentage des particules ayant une dimension supérieure à 100 μm est moins important que pour le cas d'un réseau unitaire.(Chocat et al., 2007)

✓ Masse volumique

la masse volumique des particules dans un collecteur d'eau pluviale est moins importante que pour le réseau unitaire. Ceci est du à la teneur en matière organique dans ce dernier.

✓ Vitesse de chute

Des protocoles de mesures directes de cette vitesse sont recommandés par plusieurs chercheurs .(Chocat et al., 2007). Ceci est par raison de l'hétérogénéité de la forme et de la composition des particules.

a. Canal hydraulique

Le dépôt en canal est une conséquence du transport solide qui provoque une modification du fond par dépositions ou engravement sur une période considérable. Le facteur principal dans la quantification de cette variation du fond et par conséquent la hauteur d'eau est la granulométrie des particules.

b. Dépôt en conduite en charge

En écoulement, dans une conduite fermée en charge, les sédiments existent sous forme minérales (argiles) ou organique (algues) en fonction de leur tailles, de leurs forces d'adhésion et la vitesse de l'écoulement, ils se déposent sur les parois, se remettent en suspension, s'agglomèrent et se colmatent. Ces quatre processus définissent l'encrassement de la conduite.

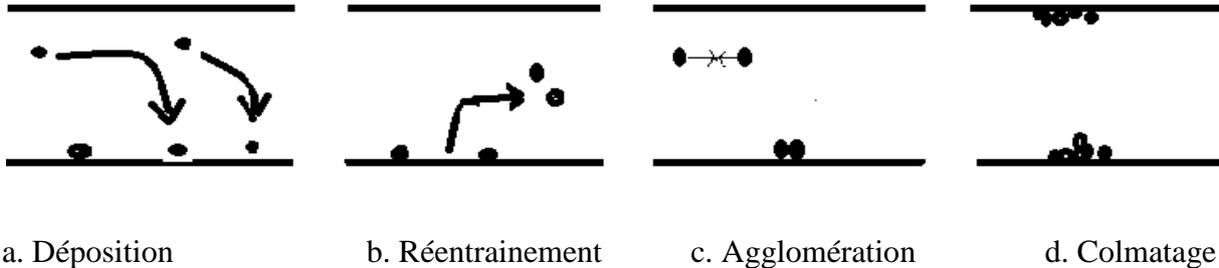


Fig.2.4. Encrassement d'une conduite

Selon la nature de ces matières nous distinguons trois sortes de dépôt :

❖ **Entartrage**

Composé de carbonates de calcium. Il peut être dur et poreux

❖ **Corrosion**

Altère les matériaux tels que les aciers non inoxydables. La présence de sels minéraux, d'oxygène et la température activent aussi cette altération. Ceci peut être détecté par une coloration rouge de l'eau due à la présence des oxydes ferreux

❖ **Embouage**

Ce phénomène est causé principalement par la présence de l'air en conduite. Les boues peuvent être de type métallique, minéral ou bactérien.

2.3. Modélisation du dépôt

Modéliser le dépôt consiste à chercher d'une manière ou d'une autre après le taux ou la vitesse de déposition. Ce phénomène étant un facteur de disfonctionnement des systèmes hydrauliques accélérant leur vieillissement, sa modélisation a fait l'objet de plusieurs études expérimentales (Recking, 2006); dans les cas de conduites fermées ou à surface libre. Les travaux expérimentaux de Liu Agrawal en constitue un exemple utilisant la formule de Sehmel donnée par :

$$K_p = \frac{Q}{\pi D_c L} \ln \frac{1}{P} \tag{2.21}$$

K_p désignant la vitesse de déposition, Q le débit d'écoulement, D_c le diamètre de la conduite et L sa longueur, alors que 'P' indique le pourcentage des particules déposées.

❖ **Modélisation mathématique**

Citons à cet effet le modèle de Langevin standard, un modèle dit par paliers successif selon les différentes phases de l'encrassement d'une conduite et un modèle proche paroi développé par Mathieu Guingo (Guingo, 2008). Ce modèle a été amélioré au PDF (Particle Deposition Flow) Langevin, par Minier, pour la déposition d'une particule d'un écoulement turbulent en conduite (Chibbaro et Minier, 2008).

L'effet des sédiments et par conséquent le dépôt peut être modélisé de manière plus simple par la dissipation de l'énergie (Benayada,1994). Ou bien, par le modèle Saint venant Exner qui regroupe les équations hydrodynamiques avec une description de la modification du fond par la variation de la cote de ce dernier (Orsay, 2010).

Un modèle parabolique représente le changement du fond en faisant l'hypothèse que l'écoulement est uniforme et permanent en début et en fin du processus du dépôt. (Graf et Altinakar,1995). Comme le dépôt évolue en une période considérable l'hypothèse d'un écoulement fluvial permanent et uniforme peut être admise. L'évolution du fond est alors représentée par :

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \tag{2.22}$$

La solution de cette équation est(Graf et Altinakar,1995):

$$z(x, t) = \Delta h(t) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Kt}}\right) \tag{2.23}$$

Avec:

$$\Delta h(t) = \frac{\Delta q_s \cdot \Delta t}{1,13(1 - p)\sqrt{K\Delta t}}$$

p étant la porosité, Δq_s l'augmentation du débit solide pendant un temps Δt et K est estimé par :

$$K = \frac{1}{3} b_s q_s \frac{1}{(1 - p)} \frac{1}{S_0}$$

Diverses relations ont été proposées, pour l'estimation du transport solide, parmi lesquelles, nous citons (Lin,1993) de:

✓ **Loi de Peter Meyer**

$$8(\tau_b^* - \tau_c^*)^{\frac{3}{2}} = \frac{q_s}{\sqrt{(s - 1)d_k^3}} \tag{2.24}$$

Avec :

$$\tau^* = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho)gd}$$

Les indices ‘b’ et ‘c’ indiquent respectivement une intensité de contrainte réelle et critique pour la mise en mouvement des solides, ‘0,036’ est une valeur critique de l’intensité adimensionnelle proposée.

✓ **Loi d’Ackers White**

La formulation est donnée comme suit (Graf et Altinakar, 1995) :

$$q_s = C_s U h \tag{2.25}$$

Avec :

$$\frac{C_s^* R_h}{s d_k} \left(\frac{U_*}{U} \right)^n = C_f \left(\frac{M}{A} - 1 \right)^m$$

Cette expression représente le paramètre de transport.

M, le paramètre de mobilité est donné par :

$$M = \frac{U_*^n}{\sqrt{g d (s - 1)}} \left(\frac{U}{\sqrt{32 \log \left(\frac{12h}{d} \right)}} \right)^{1-n}$$

Où, A, c_f, m et n sont définis comme suit :

Sachant que :

$$d_* = \left[\frac{g(s - 1)}{v^2} \right]^{\frac{1}{3}} d \quad \text{et} \quad s = \frac{\rho_s}{\rho}$$

- Pour $d_* > 60$ ($d > 2,5\text{mm}$), $n = 0$, $A = 0,17$; $c_f = 0,025$ et $m = 1,5$
- Pour $1 < d_* < 60$ ($0,04 < d < 2,5\text{mm}$), $n = 1 - 0,56 \log d_*$, $0,56 \log d_*$, $A = 0,14 + \left(\frac{0,23}{\sqrt{d_*}} \right)$ et :
 $\log c_f = 2,86 \log d_* - (\log d_*)^2 - 3,53$ et $m = 1,34 + \left(\frac{9,66}{d_*} \right)$

✓ **Loi de Graf et al.**

Valable pour les canaux et les conduites fermées, elle est donnée par (Graf et Altinakar, 1995):

$$\frac{C_s U R_h}{\sqrt{\left[\frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} \right] g d_{50}^3}} = 10,39 \left[\frac{[(\rho_s - \rho)/\rho] g d_{50}}{S_0 R_h} \right]^{2,52} \tag{2.26}$$

La relation ci-dessus permet de déterminer la valeur de $C_s U$ et de l’injecter dans l’expression (2.25).

✓ **Loi de Wang**

C’est la loi de Peter Meyer modifiée, elle est donnée par (Graf et Altinakar, 1995):

$$\frac{q_s}{\sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)gd_k^3}} = 8(\tau_{b,k}^* - \tau_{c,k}^*)^{3/2} \quad (2.27)$$

Avec :

$$\tau_{c,k}^* = \frac{\tau_{c,m}^*}{1,786(d_k/d_m)^{0,947}}, \text{ si } \frac{d_k}{d_m} < 0,4 \text{ et } \tau_{c,k}^* = \frac{\tau_{c,m}^*}{(d_k/d_m)^{0,314}}, \text{ si } \frac{d_k}{d_m} > 0$$

Les intensités adimensionnelles, respectivement de l'écoulement, critique correspondant à la proportion 'k' et celle correspondant à la moyenne sont désignées par : $\tau_{b,k}^*$, $\tau_{c,k}^*$ et $\tau_{c,m}^*$

Nous avons :

$$\tau_{b,k}^* = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho_1)gd_k} \quad (2.28)$$

avec, $\tau_b = \rho_1 g R_{hJ}$ [N/m²], la contrainte de cisaillement exercée par l'écoulement à la surface de dépôt et $\tau_{c,m}^* = 0,047$ (Bourrier, 2008).

Parmi ses formules, nous retenons pour une comparaison celle de Wang issue de la loi de Peter Meyer et celle de Graf, vu qu'elles sont applicables pour les conduites fermées et dans le cas où $d_k = d_m$.

2.4. Applications

Parmi ses formules, nous retenons pour une comparaison celle de Wang issue de la loi de Peter Meyer et celle de Graf, vu qu'elles sont applicables pour les canaux et les conduites fermées et dans le cas où $d_k = d_m$. Pour une augmentation du débit solide de 0,001m²/s, une porosité de 0,4, une masse volumique solide de 1500kg/m³ et une dimension médiane des grains de 0,0005m. Nous avons pris le cas d'une conduite gravitaire de 28m de longueur, d'une pente de 0,0074, d'une profondeur d'eau de 0,202m. Le débit solide étant calculé par les deux lois retenues a induit des modifications du fond insignifiantes pour des durées d'une heure et de sept jours (figures.2.5 et 2.6).

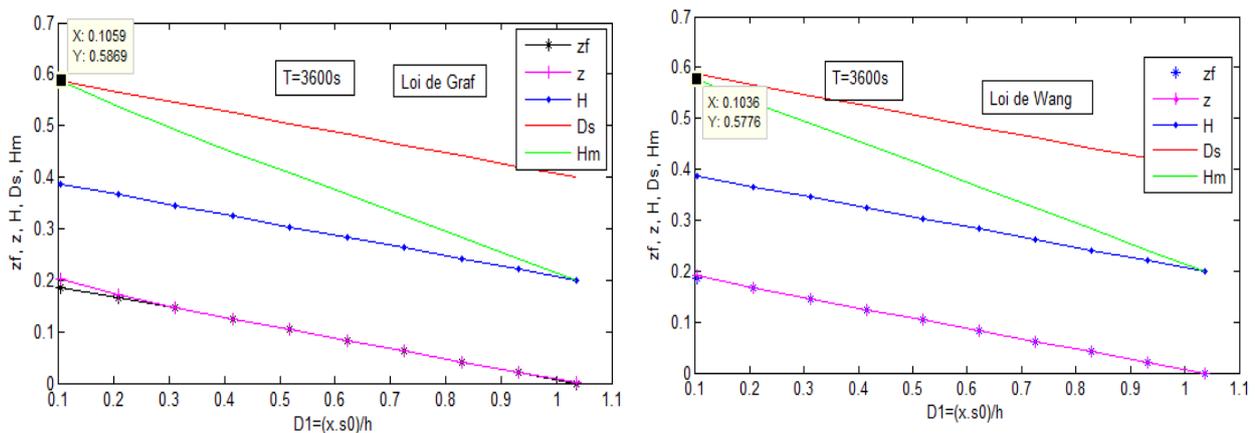


Fig.2.5. Modification du fond pour une 1heure (conduite gravitaire)

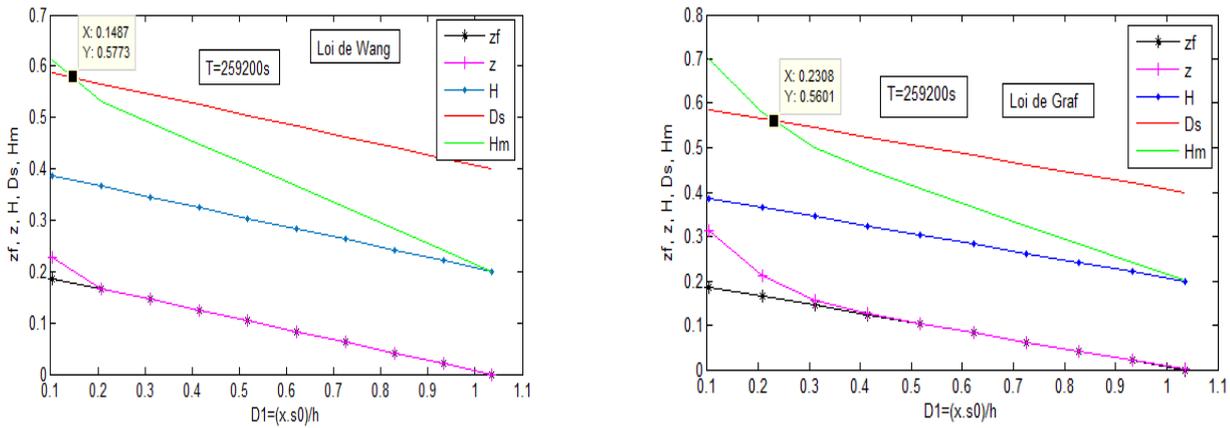


Fig.2.6. Modification du fond pour trois jours (conduite gravitaire)

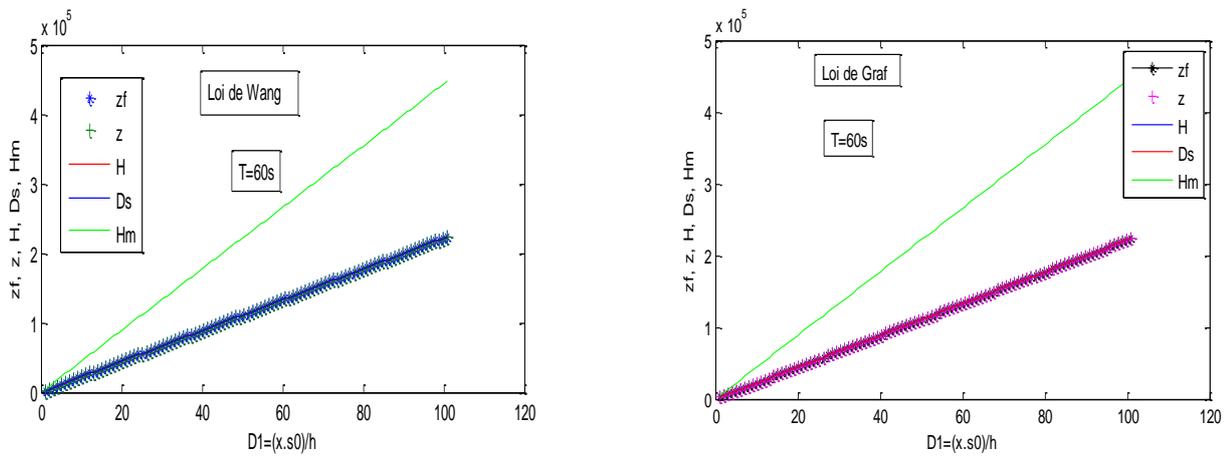


Fig.2.7. Modification du fond pour une heure (refoulement)

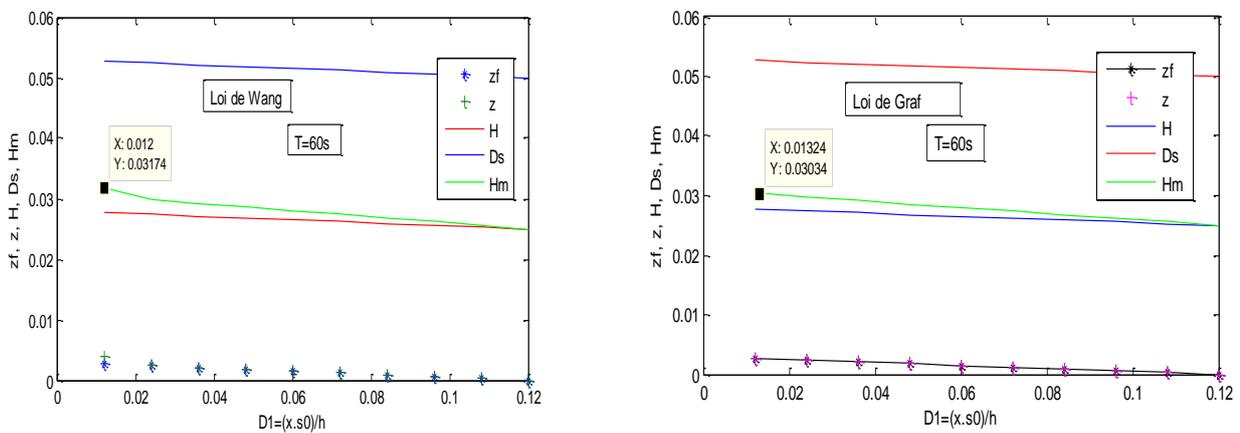


Fig.2.8. Modification du fond pour 1 minute (conduite expérimentale)

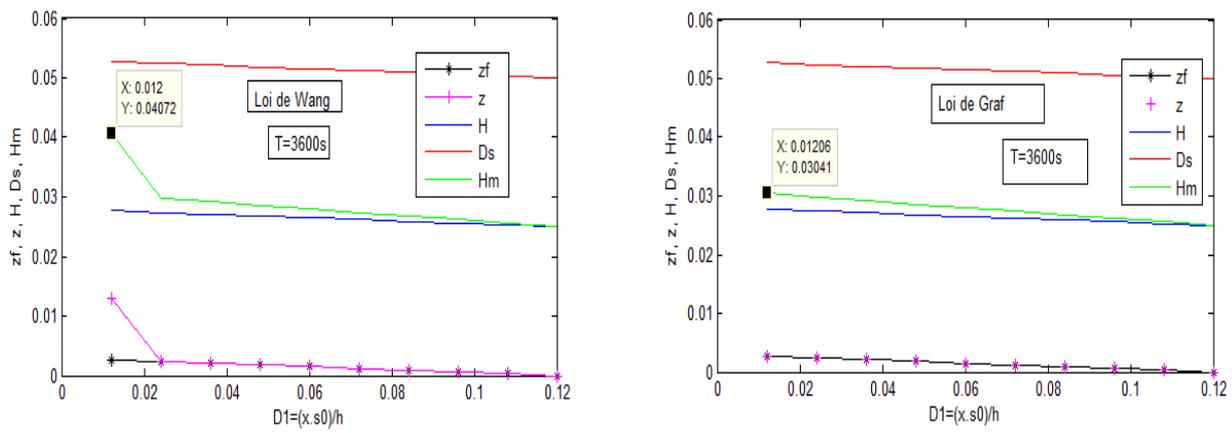


Fig.2.9. Modification du fond pour 1heure (conduite expérimentale)

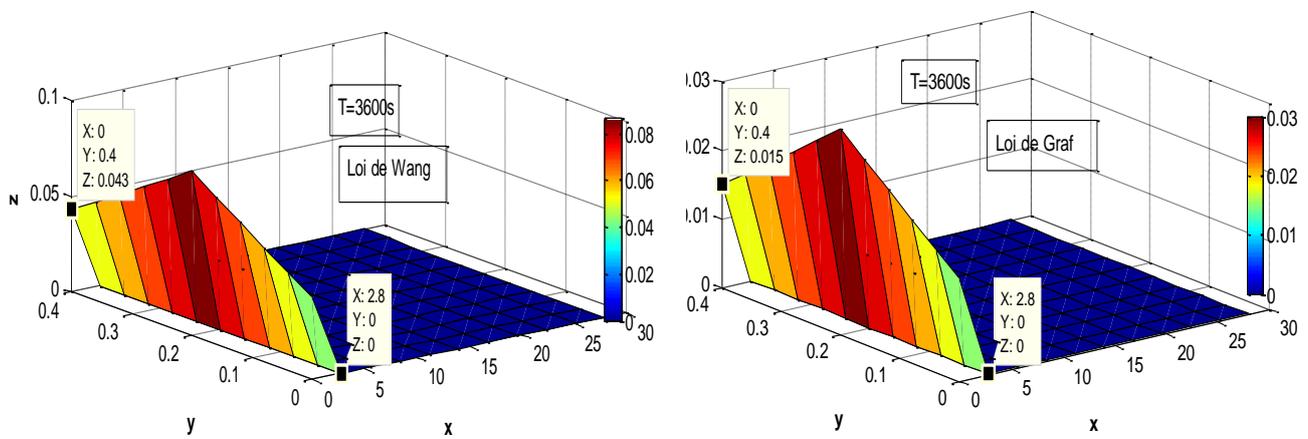


Fig.2.10. Solutions numériques : modification du fond pour 1 minute (conduite gravitaire)

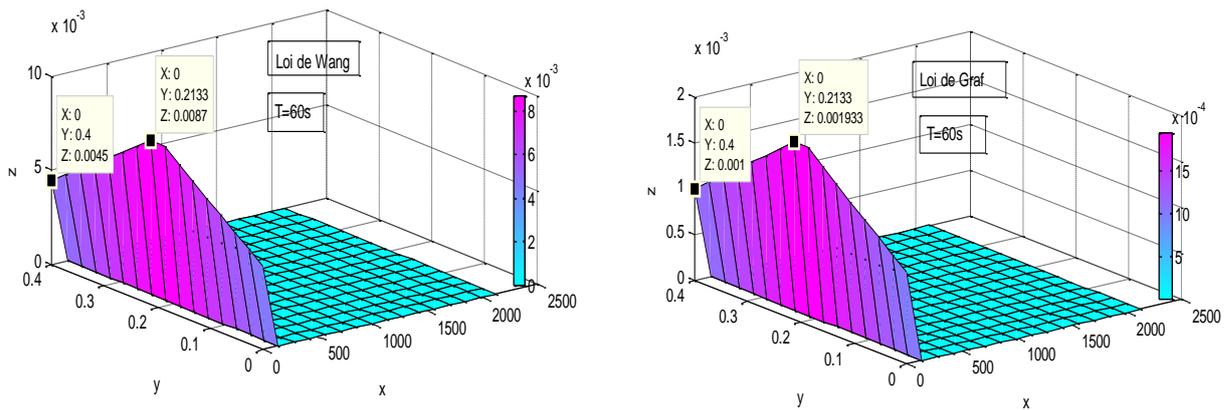


Fig.2.11. Solutions numériques: modification du fond pour 1 minute (conduite de refoulement)

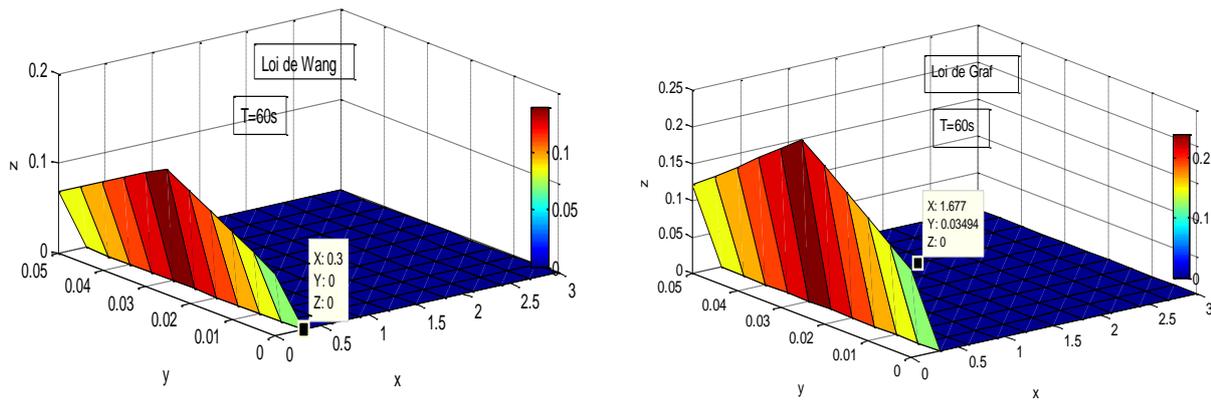


Fig.2.12. Solutions numériques: modification du fond pour 1 minute (conduite expérimentale)

La nécessité de pomper les eaux usées (Mokrane et Kettab, 2011) nous a incité à prendre comme exemple d’application d’une conduite d’assainissement de refoulement de 0,4m de diamètre, de 0,019 de pente et de 2126m de longueur et pour les mêmes conditions de dépôt imposées. La figure 2.6 montre pour les deux lois, une modification importante du fond en utilisant la solution analytique, que nous pouvons qualifier d’exagérée comparée aux solutions numérique de la figure 2.11, contrairement au cas de notre conduite expérimentale en préservant les conditions précédentes de dépôt.

Une modification plus importantes aurait pu être observée pour des temps plus importants ce qui est le plus proche de la réalité des réseaux d’égouts, d’alimentation en eau potable ou de transfert. Mais notre étude s’axe sur les conditions expérimentales et les temps considérés sont faibles et nous trouvons les memes solutions numériques pour un jour et trois jours en utilisant la loi de Graf.

Les solutions numériques montrées dans les figures 2.10 ÷ 2.12 correspondent à une application de la methode des elements finis au modele parabolique précédent moyennant la boite à outils de MATLAB Ra2014.

2.5. Relation rugosité-dépôt

Le dépôt est fortement lié à l’état de paroi comme les dimensions des particules déposées interviennent explicitement dans la quantification de la dimension de la rugosité et donc dans le coefficient de frottement. En considérant par exemple le coefficient de Manning Strickler, il peut être directement lié à la dimension des grains déposés comme le montre les formules respectives de Peter Meyer & Muler et de Jaggi :

$$\frac{1}{n_m} = \frac{26}{d_{90}^{1/6}} \text{ et } \frac{1}{n_m} = \frac{23.2}{d_{90}^{1/6}} \tag{2.29}$$

Dans les formules issues de la loi logarithmique de la paroi, la dimension du dépôt peut faire partie de la dimension relative de la rugosité.

Les études menées récemment par Gerbi (2006) et Vasoncelos et Wright, (2006), représentent le frottement pour un écoulement à surface libre, et même pour celui sous pression, par la formule de Manning Strickler. Alors que lors de la mise sous pression d'un écoulement initialement à surface libre, le frottement varie en fonction du temps (Sakia et Sarma, 2006). La possibilité d'apparition d'un ressaut hydraulique nécessite aussi la prise en compte de l'état de paroi du conduit.

Conclusion

L'expression du frottement, dans le cas des écoulements sous pression, est issue de la loi logarithmique de paroi dans les différentes zones de l'écoulement en fonction de la rugosité et du régime d'écoulement. Quant au dépôt, il peut être inclus dans la dimension de la rugosité.

Dans le cas des écoulements à surface libre le frottement est exprimé par les formules classiques de Bazin, Kutter et Manning qui ne sont destinées qu'à la zone d'écoulement turbulent rugueux et qui peuvent présenter une divergence entre elles dans l'estimation du coefficient de frottement. Dans la zone hydrauliquement lisse l'expression du frottement déduite de la loi logarithmique de paroi est la seule qui peut être utilisée et de même pour la zone intermédiaire. Dans la zone pleinement rugueuse, il a été constaté que la formule de Manning se rapproche considérablement de celle de Nikuradse, désignée aux conduites forcées, ce qui explique sa large utilisation par les chercheurs dans les études de la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge ou vis versa en considérant l'écoulement complètement turbulent rugueux.

Chapitre 03

Méthodes de résolution du système d'équations de Saint Venant

Méthodes de résolution du système d'équations de Saint Venant

Introduction

Le système de Saint Venant est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles unidimensionnelles de type non linéaires qui n'admet pas de solution analytique (Berreksi et al, 2008), sauf dans certains cas particuliers (Benayada,1994), d'où la nécessité de chercher après une solution numérique.

3.1. Résolution numérique

Un problème posé sur un domaine continu n'est pas résoluble tel quel car il ne peut être traité qu'un ombre fini d'inconnus. Il faut donc une discrétisation du domaine (espace/temps).une fois le problème discret obtenu, il faut se demander si sa solution est proche, et en quel sens du problème continu et s'il est nécessaire de mettre en œuvre une méthode itérative pour le traitement des non linéarités.

3.1.1. Discrétisation temporelle

L'intervalle d'étude en temps $[0, t_{\max}]$ est décomposé en intervalles plus réduits, en considérant :

$0 = t_0 < \dots < t_n < \dots < t_{N-1} < t_N = t_{\max}$ et $\forall n, \Delta t_n = t_{n+1} - t_n = \Delta t = \text{Constante}$, pour une discrétisation régulière (Dabbene et Paillere, 2003).

La dérivée partielle par rapport au temps est donnée par (Abdellah, 2005) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = v \frac{[f_i^{n+1} - f_{i+1}^n]}{\Delta t} + (1 - v) \frac{[f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n]}{\Delta t} \quad (3.1)$$

v , Étant un paramètre appartenant à l'intervalle $[0,1]$.

3.1.2. Discrétisation spatiale

Le domaine d'espace est divisé en un certains intervalles,appelés pas d'espace ,en considérant x_i la variable de l'espace pour $1 \leq i \leq N$.

Selon ce découpage du domaine espace/temps deux schémas sont possibles :

a. Schéma explicite

les variables, à un nouveau pas de temps, sont évaluées à chaque point du maillage , par des calculs directs, à partir des valeurs déjà connues .La différentielle, par rapport à x , en fonction des valeurs de $f(x,t)$, aux pas précédents.

b. Schéma implicite

les variables sont calculées, simultanément, à un nouveau pas de temps, par la résolution d'un système avec autant d'inconnues que de nœuds de maillage. La différentielle, de $f(x,t)$, est exprimée d'au moins deux valeurs de position d'espace de f , au pas de temps $(n + 1)\Delta t$. En approchant les dérivées en temps et en espace pour les points :

$(i, n), (i + 1, n), (i, n + 1)$ et $(i + 1, n + 1)$, un schéma dit de Preissmann a été conçu de manière à respecter le caractère conservatif des équations, il est donné par:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &\approx (1 - \psi) \frac{(U_i^{n+1} - U_i^n)}{\Delta t} + \psi \frac{(U_{i+1}^{n+1} - U_{i+1}^n)}{\Delta t} \\ \frac{\partial U}{\partial x} &\approx (1 - \theta) \frac{(U_{i+1}^n - U_i^n)}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} + \theta \frac{(U_{i+1}^{n+1} - U_i^n)}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Le choix de ψ et de θ influe sur la stabilité et la précision de la solution numérique. Il est conseillé de prendre $\psi = 1/2$ et $\theta \geq 1/2$ (Guinot et Cappelaere, 2006).

3.2. Méthodes de discrétisation

Les méthodes utilisées pour la discrétisation d'un système d'équations hyperboliques en sont comme suit :

3.2.1. Méthode des différences finies

Elle consiste à remplacer les dérivées partielles par des quotients différentiels de valeurs ponctuels de la fonction en un nombre fini de points discret.ou nœuds de maillage .elles sont basées sur les développements de Taylor.pour de faibles pas de temps et d'espace les développements limités sont proches des valeurs exactes.

Selon le développement limité nous distinguons trois shemas (Goncalves, 2005) :

- Schéma avant ou décentré avant ou upwind.
- Schéma arrière .
- Schéma centré (d'ordre 2).

L'expression la plus générale de la dérivée spatiale est donnée par l'équation (3.3) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} = \alpha_3 &\frac{\alpha_1 [f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}] + (1 - \alpha_1)[f_i^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}]}{\Delta x} \\ &+ (1 - \alpha_3) \frac{\alpha_2 [f_{i+1}^n - f_i^n] + (1 - \alpha_2)[f_i^n - f_{i-1}^n]}{\Delta x} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Nous avons (Krajewski, 2006) :

Tableau n°3.1: Coefficients de pondération des schémas aux différences finis

pondération		schéma
$\alpha_3 = 0$ $\alpha_3 = 0,5$ $\alpha_3 = 1$		Explicite
		Implicite centré dans le temps
		Totalement implicite
$\alpha_1 = 1$	$\alpha_2 = 1$	Progressif
$\alpha_1 = 0,5$	$\alpha_2 = 0,5$	Centré
$\alpha_1 = 0$	$\alpha_2 = 0$	Régressif
$\alpha_1 = 1$	$\alpha_2 = 0$	Mixte décentré

- **Avantage**

Simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

- **Inconvénients**

Limitation à des géométries simples et difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann.

3.2.2 Méthode des éléments finis

Pour résoudre, par les éléments finis, une équation aux dérivées partielles, il faut d'abord la transformer en une forme intégrale du type Galerkin (Nougier, 1993). Un problème écrit sous forme variationnelle dans un espace de dimensions infini est approché dans un sous espace de dimension finie.

Cette méthode consiste à diviser le domaine étudié en éléments par exemple triangulaires ou quadrilatéraux dans le cas 2D et en des segments dans le cas 1D, et de chercher la solution numérique approchée dans un espace fonctionnel choisi a priori. La solution est donc écrite à l'aide d'une base de fonctions dites fonctions d'interpolations (Abdellah, 2005).

- **Avantages :**

Traitement possible de géométrie complexe et nombreux résultats théoriques sur la convergence.

- **Inconvénients :**

Complexité de mise en œuvre et grand coût en temps de calcul et mémoire (Goncalves, 2005).

3.2.3 Méthode des volumes finis

Elle consiste à intégrer, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit, ainsi et de manière naturelle, des approximations discrètes conservatives et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en œuvre est simple avec des volumes élémentaires rectangles.

- **Avantages :**

Traitement des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann.

- **Inconvénients :**

Peu de résultats théorique de convergence.

3.2.4. Méthode spectrale

La solution, est approchée sous forme d'une famille de fonctions (Herbin, 2006) :

$$u = \sum_{i=1}^n \alpha_i(u) p_i \tag{3.4}$$

Cette méthode est couteuse mais précise. Elle est souvent utilisée comme aide à la compréhension des phénomènes physiques.

Des méthodes pseudo spectrales ont été mises au point par Orszag; les dérivées partielles, par rapport à la variable d'espace sont calculées grâce à une double transformée de Fourier. Ces méthodes sont utilisées dans les codes de simulation numériques de l'atmosphère au Centre Européen de Reading(Lesieur,1994).

3.2.5 Méthode des caractéristiques

Cette méthode est conçue pour les canaux de section rectangulaires ou les rivières à forte valeur du rapport B/h. Elle s'appuie sur la formulation de l'équation de convection (ou d'advection), donnée par(Guinot et Cappelaere, 2006) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (3.5)$$

qui est équivalente à:

$$\frac{Dy}{Dt} = 0 \text{ pour } \frac{dx}{dt} = \lambda$$

La quantité U constante le long de la trajectoire $\frac{dx}{dt} = \lambda$, cette trajectoire est représentée par une courbe, dite courbe caractéristique, de pente $1/\lambda$, dans le plan (x,t),appelé plan des hases.

Le principe est que si l'on veut déterminer la valeur de U en un point (i, n+1) dans l'espace des phases, il suffit de remonter la courbe caractéristique dans le temps jusqu'à une date où la valeur de U est connue.

3.3. Les schémas à capture de choc

Ces schémas sont destinés lors de la formation d'un choc représentant une discontinuité pouvant apparaitre dans certains types d'écoulements régis par un système d'équations hyperboliques. Ceci peut être expliqué aussi par l'intersection des caractéristiques issues des conditions initiales, ou deux solutions doivent être envisagées(Dabbene et Paillere, 2003).

La condition de Rankine-Hugoniot exprime la condition de saut au niveau de choc et donne la vitesse de propagation du choc :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{(f(U_g) - f(U_d))}{U_g - U_d} \quad (3.6)$$

L'organigramme suivant montre les différents schémas à capture de choc (Abdellah, 2005):

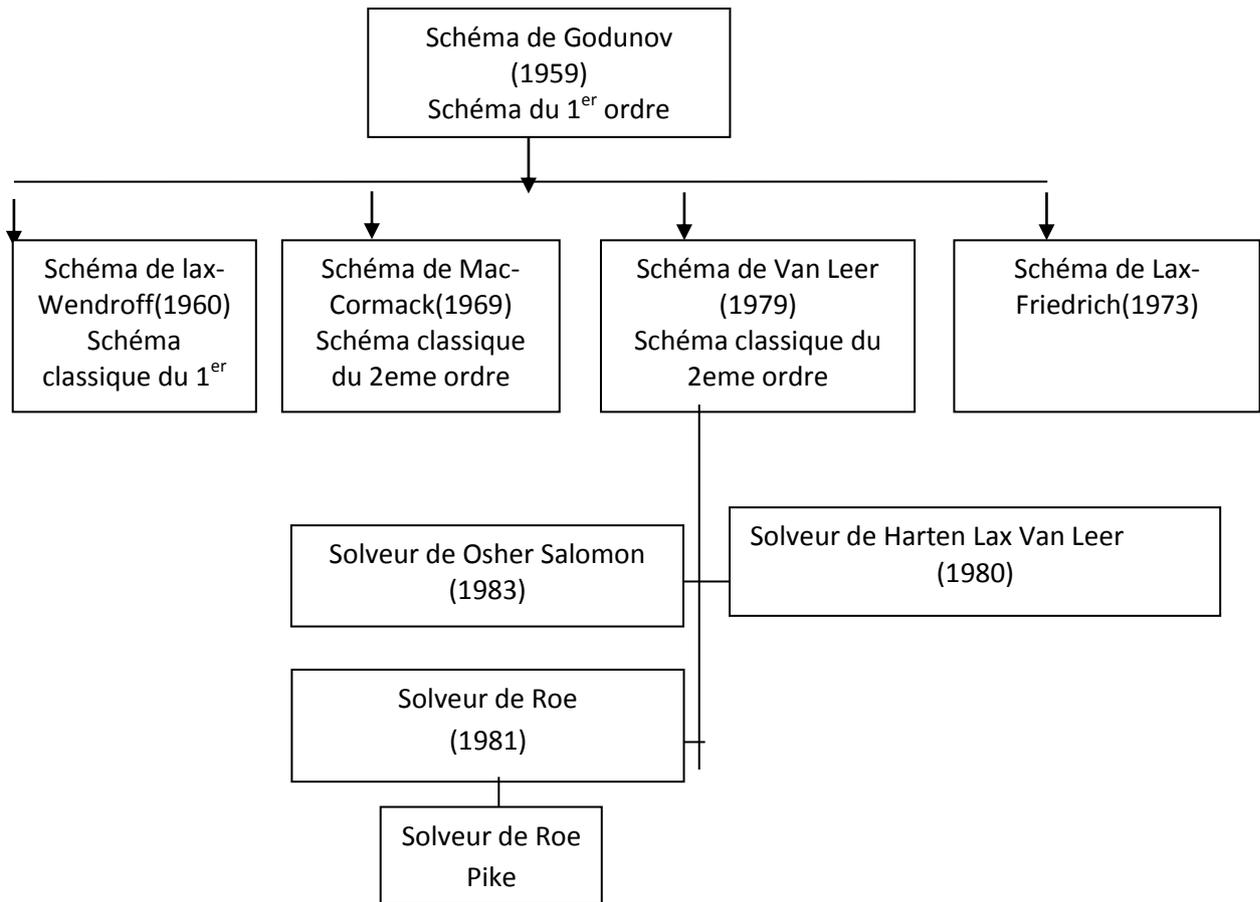


Fig. 3.1. Schémas à capture de choc

3.4. Propriétés des schémas numériques

3.4.1. La stabilité

C'est la propriété qui assure que la différence entre la solution numérique obtenue et la solution exacte des équations discrétisées est bornée. Pour certains schémas, la stabilité est vérifiée pour un pas de temps inférieure à une valeur critique fonction du pas d'espace. Cette inégalité représente la condition de Courant –Friedrichs-Lewy ou condition CFL. Nous rappelons que les schémas implicites sont inconditionnellement stables.

3.4.2. La consistance

Un schéma est dit consistant si lorsque les pas de temps et d'espace tendent vers zéro, les équations aux dérivées partielles sont retrouvées (Abdellah, 2005) :

$F_{i+\frac{1}{2}}(v, v, v, \dots) = F(v)$; les arguments de ' $F_{i+\frac{1}{2}}$ ' sont égaux à ' v ', alors le flux numérique

est le même que le flux physique en $U=v$.

3.4.3. La convergence

C'est la propriété qui assure que la solution numérique tend vers la solution exacte des équations continues.

3.4.4. L'ordre d'un schéma

En considérant l'erreur totale obtenue en retranchant la solution exacte du problème discrétisé et qui est fonction de Δt^q et Δx^p . L'ordre du schéma numérique est alors q dans le temps et p dans l'espace.

3.4.5. Relation entre la consistance, la stabilité et la convergence

La figure ci après montre cette relation.

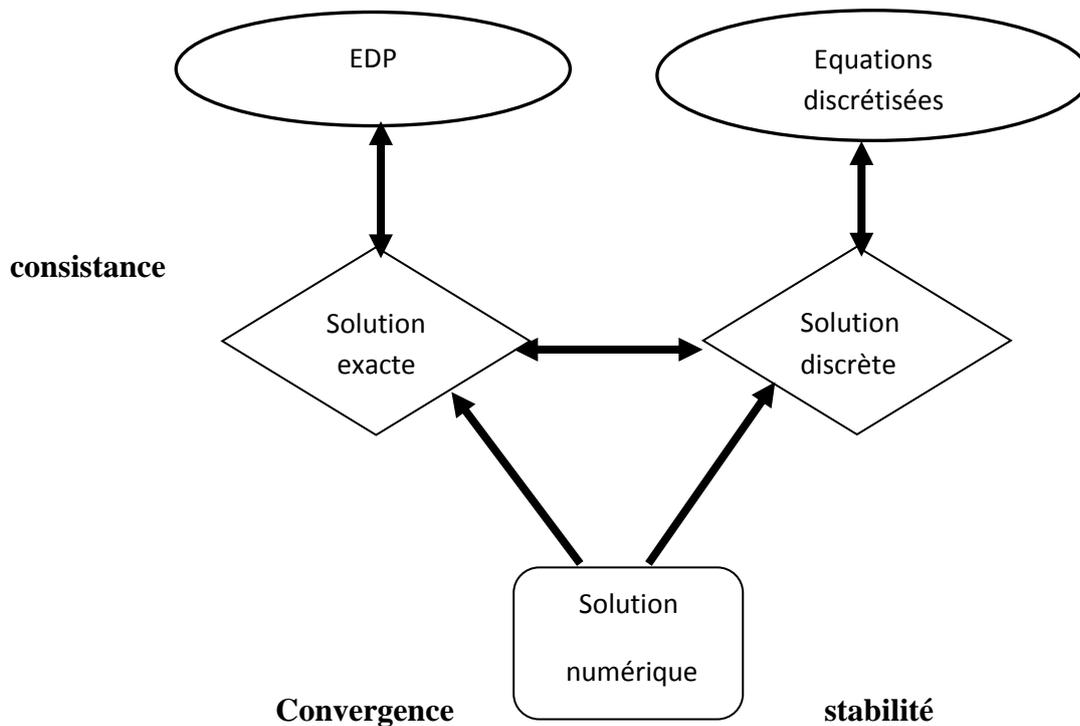


Fig. 3.2. Consistance, stabilité et convergence

3.5. Problème bien posé

Sur un domaine 'D', une équation aux dérivées partielles est dite bien posée si les conditions initiales et aux limites impliquent une solution stable et unique.

3.5.1 Solution unique

C'est une solution qui satisfait l'équation aux dérivées partielles associée à ses conditions initiales et aux limites.

3.5.2. Solution stable

C'est une solution qui ne dépend pas des conditions initiales et aux limites.

3.6. Le théorème de Lax

Dans un problème bien posé, et avec un schéma numérique consistant, la stabilité est une condition nécessaire et suffisante pour la convergence (Goncalves, 2005).

3.7. Le théorème de Lax-Wendroff

Si un schéma numérique consistant converge lorsque les pas de temps et d'espace tendent vers zéro, alors il converge vers une solution faible des équations.

3.8. Considération du terme source

Le système BSV contient un terme source représentant les frottements, la pente et la géométrie du conduit. la présence de ce second membre peut impliquer des oscillations numériques pouvant apparaître au voisinage des discontinuités.

3.8.1. L'oscillation numérique

la variation totale d'une fonction numérique réelle $f(x)$, définie et bornée sur un segment $[a, b]$, est définie à l'aide d'une partition finie et générale de $[a, b]$ en segments dont on fait tendre uniformément la longueur vers zéro.

Chaque subdivision fournit ce qu'on peut appeler une oscillation d'ordre n de $f(x)$ sur $[a, b]$ qui est la somme des oscillations de la fonction dans ces n segments, et la borne supérieure de ces oscillations d'ordre n est ce que nous nommons la variation d'ordre n de $f(x)$ sur $[a, b]$.

3.9. Problème de Cauchy

Il est formulé par le système suivant (Toumi, 1989) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = 0 \quad (3.6)$$

Avec : $U(x, 0) = U_0(x)$

- **Solution faible**

Une solution classique est une solution faible. Cette dernière est une solution continue et différentiable en dehors de la courbe de choc ($x = \xi(t)$), et vérifie la condition de saut de Rankine Hugoniot (Herbin, 2006).

3.10. Problème de Riemann

Il est défini comme étant le problème de la valeur initiale du système de B.Saint Venant homogène et non linéaire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = 0$$

Avec : $U(x, 0) = \begin{cases} U_g & \text{si } x < 0 \\ U_d & \text{si } x > 0 \end{cases}$ pour $x \in \mathbb{R}$ et $t \in \mathbb{R}$ avec $t > 0$ (3.7)

Sachant que : $U(x, 0) = U_0(x) = U_0(\lambda x)$ alors si $U(x, t)$ est une solution faible et entropique du système précédant ; $U(\lambda x, \lambda t)$ est aussi une solution faible et entropique.

3.11. Hyperbolicité et condition entropique

Un système EDP est dit hyperbolique si son déterminant est positif (Nougier, 1993). Autrement dit si sa matrice Jacobéenne admet des valeurs propres réelles et des vecteurs propres linéairement indépendants. Il est dit strictement hyperbolique si toutes ces valeurs propres sont distinctes. Son entropie mathématique est donnée par (Bourdarias et Gerbi, 2010) :

$$E(A, Q, Z) = \frac{Q^2}{A} + gAZ + c^2 \ln A \tag{3.8}$$

Cette entropie doit satisfaire pour des solutions régulières, l'inégalité :

$$\partial E + \partial_x [u(E + c^2 A)] \leq 0$$

En ne prenant pas compte des frottements ($S_f = 0$), nous avons :

$$Q = Au = C_1 \quad \text{et} \quad \frac{u^2}{2} + gz + c^2 \ln A = C_2$$

C_1 et C_2 sont des constantes arbitraires et l'expression ' $\frac{u^2}{2} + gz + c^2 \ln A$ ' représente la charge totale.

Remarque

Une solution perd tout sens physique; si une convergence vers une solution stationnaire n'est pas atteinte.

3.12. Le schéma de Godunov appliqué au problème de Riemann

Si $F \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ et $U_g, U_d \in \mathbb{R}$; Le problème de Riemann, problème de Cauchy dont la condition initiale est composée de deux états séparés, consiste à trouver la solution entropique de (Herbin, 2006) :

$$U_t = [F(U)]_x = 0 \tag{3.9}$$

Avec: $\begin{cases} U_g & \text{Si } x < 0 \\ U_d & \text{Si } x > 0 \end{cases}$

Le problème de Riemann (Abdellah, 2005), est un problème aux conditions initiales discontinues.

Ce schéma se base sur la notion de volume de contrôle ,figure suivante ,sur le quel sont intégrées les équations.

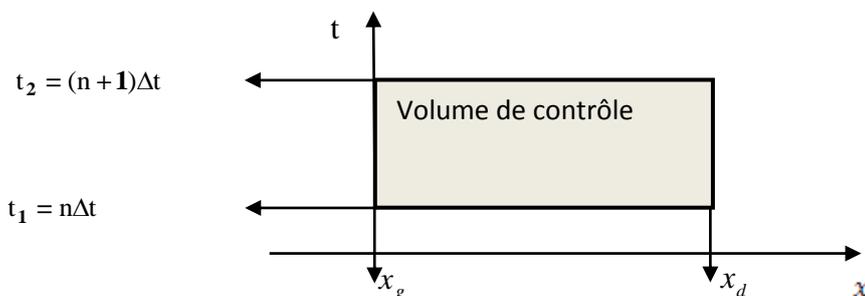


Fig. 3.3. Délimitation d'un volume de contrôle

En appliquant le théorème de Green (Buyer et al., 2005) :

$$\int (Udx - Udt)dt = 0 \tag{3.10}$$

, nous obtenons :

$$\int_{x_g}^{x_d} U(x, t_2)dx = \int_{x_g}^{x_d} U(x, t_1) dx + \int_{t_1}^{t_2} F(U(x_g, t)) dt - \int_{t_1}^{t_2} F(U(x_d, t))dt$$

En posant :

- $U_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} U(x, t)dx$
- $U_i^{n+1} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} U(x, t + \Delta t)dx$
- $F_{i-\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} F(U(x_g, t)) dt$
- $F_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} F(U(x_d, t)) dt$

Et en notant :

U_i^n : le vecteur écoulement dans la cellule i au pas de temps t .

$i-1/2$: (respectivement $i+1/2$), l'interface des cellules i et $i+1$ (respectivement $i-1$ et i)

$F_{i+\frac{1}{2}}$: (respectivement $F_{i-\frac{1}{2}}$, représente le flux à l'interface $i+1/2$ (respectivement $i-1/2$)

Avec :

$$i = \frac{x}{\Delta x} \text{ et } n = \frac{t}{\Delta t}$$

Les cellules de calcul de la conduite sont représentées par la figure suivante :

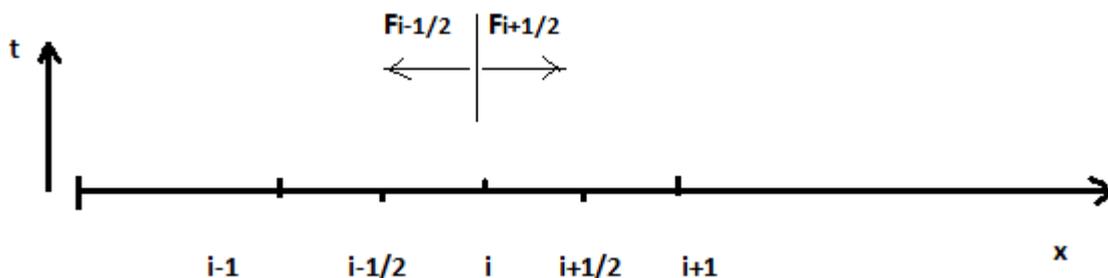


Fig.3.4. Discrétisation de la conduite

La forme du schéma numérique est obtenu comme suit :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \lambda \left[F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad (3.11)$$

Avec : $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}$; C'est un schéma explicite de type conservatif.

3.13. Les schémas TVD à Variation Totale Décroissante

Ce sont des schémas non oscillatoires et qui convergent. Le critère TVD est expliqué par l'existence d'une viscosité numérique minimale nécessaire dans ces schémas .le principe du schéma de Godunov est ainsi contourné de manière que les oscillations au niveau des zones à forts gradients soient éliminées ou au moins contrôlées. Ces schémas sont conçus dans le but de construire des schémas numériques d'ordre deux qui respectent le principe du maximum.

3.13.1. Variation Totale (Abdellah, 2005) :

Soit une fonction $U=U(x)$,la variation totale de U est définie par :

$$VT(U) = \limsup_{\delta \rightarrow \infty} \frac{1}{\delta} \int_{-\infty}^{+\infty} |U(x + \delta) - U(x)| dx \quad (3.12)$$

Si U est une fonction régulière , nous avons:

$$VT(U) = \int_{-\infty}^{+\infty} |U'(x)| dx$$

A un temps fixé ,nous avons :

$$VT(U^n) = \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} |U_{i+1}^n - U_i^n|$$

3.13.2. Les schémas TVD

Un schéma numérique est à diminution de variation totale TVD si $\forall n$:

$$VT(U^{n+1}) \leq VT(U^n) \text{ d'où } VT(U^n) \leq VT(U^{n-1}) \leq \dots \leq VT(U^0)$$

Avec $\{U_i^0\}$ est l'ensemble des conditions initiales du problème.

Le schéma TVD est en général représenté par (Despres, 2003):

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} + a \frac{U_{i+1/2}^n - U_{i-1/2}^n}{\Delta x} \quad (3.13)$$

En considérant une discrétisation temporelle explicite pour le schéma en volume finis qui est le plus adapté pour les systèmes non linéaires, les schémas TVD suivants sont donnés :

- **Les schémas TVD à limitation de flux.**
- **Les schémas TVD à limitation de pente.**

Sachant que le flux TVD est de la forme :

$$U_{i+\frac{1}{2}} = U_i + \lambda_i (U_{i+1} - U_i) \quad (3.14)$$

Avec:
$$\begin{cases} 0 < \lambda_i < 1 \\ r_{i+\frac{1}{2}} = \frac{U_i - U_{i-1}}{U_{i+1} - U_i} \end{cases}$$

Minmod est une fonction définie par (Despres, 2003) :

si $ab \leq 0$; $\text{minmod}(a,b) = 0$, si $ab > 0$ et $a > 0$; $\text{minmod}(a,b) = \min(a,b)$, si $ab > 0$ et $a < 0$; $\text{minmod}(a,b) = \max(a,b)$.

Le tableau suivant donne les différents types des bons flux :

Tableau n°3.2 : Différents types des bons flux

Expression de λ_i	Schéma
$\lambda^{\text{upwind}} = 0$	Upwind
$\lambda^{\text{superbee}} = \frac{1}{2}(1 - \nu) \max\left(0, \min(1, 2r_{i+1/2}), \min(2, r_{i+1/2})\right)$	Superbee
$\lambda^{\text{minmod}} = \frac{1}{2}(1 - \nu) \text{min mod}(1, r_{i+1/2})$	Minmod
$\lambda^{\text{downwind}} = (1 - \nu) \text{min mod}\left(\frac{1}{1 - \nu}, \frac{r_{i+1/2}}{\nu}\right)$	Downwind

Sachant que : $\nu = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$ et que $0 < \nu = a \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$ (condition CFL (Despres et Lagouttière, 2001))

Remarque :

$$\lambda^{\text{upwind}} \leq \lambda^{\text{min mod}} \leq \lambda^{\text{suprbee}} \leq \lambda^{\text{downwind}}$$

a. Les schémas TVD à limitation de flux

Le solveur Roe permet d’exprimer les flux aux interfaces qui peuvent être limités par l’introduction d’un terme correctif comme suit (Abdallah,2005) :

$$\tilde{F}_{i\pm 1/2} = \frac{1}{2} \left[F_i + F_{i\pm 1} + R_{i\pm \frac{1}{2}} D_{i\pm \frac{1}{2}} \right] \tag{3.15}$$

Avec,

R: la matrice des vecteurs propres et D: le vecteur correctif

Les limiteurs les plus utilisés sont du type OPL(one parameter limiter),dépendant d’un seul parametre r,et les limiteurs TPL(two parameter limiter), qui dépendent de deux parametres r^- et r^+ . Les expressions de ces paramètres sont :

$$r_{i+1/2}^k = \frac{\alpha_{i+(1/2)-s}^k}{\alpha_{i+1/2}^k} \text{ avec } s = \text{sign}(\tilde{a}_{i+1/2}^k)$$

Et

$$(r_{i+1/2}^k)^- = \frac{\Delta_{i-1/2}U}{\Delta_{i+1/2}U} \text{ et } (r_{i+1/2}^k)^+ = \frac{\Delta_{i+3/2}U}{\Delta_{i+1/2}U}$$

Le tableau suivant donne les limiteurs OPL et TPL les plus utilisés :

Tableau N°3.3 :Les limiteurs OPL et TPL

Limiteur	Type OPL	Type TPL
Roe minmod	$\Phi(r) = \max(0, \min(r, 1))$	$\Phi(r^+, r^-) = \min(\minmod((1, r^+) + \minmod(1, r^-)) - 1)$
VanLeer MUSCL	$\Phi(r) = \max(0, \min(2r, 2), 0,5(1 + r))$	$\Phi(r^+, r) = \max(0, \min[2, 2r^+, 2r, 0,5(r^+ + r)])$
Roe Superbee	$\Phi(r) = \max(0, \min(2r, 1), \min(r, 2))$	
Van Leer Monotonique	$\Phi(r) = \frac{r + r }{1 + r }$	

b.Le schéma TVD symétrique

Le vecteur correctif est représenté par les éléments :

$$d_{i+1/2}^k = \lambda(\tilde{a}_{i+1/2}^k)^2 L_{i+1/2}^k - \Psi \left(a_{i+1/2}^k \right) \left[\alpha_{i+1/2}^k - L_{i+1/2}^k \right] \tag{3.16}$$

(Pour k = 1, 2)

La fonction $L_{i+1/2}^k$ contrôle les termes du second ordre pour assurer un résultat lisse et non oscillant :

$$L_{i+1/2}^k = \min \text{ mod}(\alpha_{i-1/2}^k, \alpha_{i+1/2}^k) + \min \text{ mod}(\alpha_{i+1/2}^k, \alpha_{i+3/2}^k) - \alpha_{i+1/2}^k$$

Avec : λ, Ψ, α ($\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}$, $\Psi = |a|$ si $|a| \leq \delta$ et $\Psi = \frac{a^2 + \delta^2}{2\delta}$; si $|a| > \delta$ et α)

; coefficients de pondération introduits par la projection du vecteur écoulement ‘U’ dans la base des vecteurs propres.

c. Le schéma TVD UPWIND(à flux modifié)

Ce schéma a été développé par Harten en 1984; les éléments du vecteur correctif sont données par :

$$d_{i+1/2}^k = \sigma(\tilde{a}_{i+1/2}^k)(L_{i+1}^k + L_i^k) - \Psi\left(\tilde{a}_{i+1/2}^k + \gamma_{i+1/2}^k\right)\alpha_{i+1/2}^k \quad (3.17)$$

pour $k = 1, 2$

Avec :

$$\sigma(a) = 1/2(\Psi(a) - \lambda a^2)$$

Et

$$\gamma_{i+1/2}^k = \frac{\sigma\left(\tilde{a}_{i+1/2}^k\right)\left(L_{i+1/2}^k - L_i^k\right)}{\alpha_{i+1/2}^k}, \quad \text{Si } \alpha_{i+1/2}^k \neq 0$$

$$\gamma_{i+1/2}^k = 0 \quad \text{Si } \alpha_{i+1/2}^k = 0$$

, L étant la fonction limiteur de flux et elle est donnée par :

$$L_i^k = \min \text{mod}(\alpha_{i+1/2}^k, \alpha_{i-1/2}^k)$$

d. Le schéma TVD de MacCormack :

C'est le schéma de MacCormack modifié par Garcia-Navaro et al (1992). Il est donnée par :

$$U_i^{n+1} = \frac{1}{2}(U_i^p + U_i^c) + \frac{\lambda}{2}\left[R_{i+1/2} D_{i+1/2} - R_{i-1/2} D_{i-1/2}\right] \quad (3.18)$$

Avec :

- $U_i^p = U_i^n - \lambda(F_{i+1}^n - F_i^n)$ (niveau de prédiction)
- $U_i^c = U_i^n - \lambda(F_i^p - F_{i-1}^p)$ (niveau de correction)
- $d_{i+1/2}^k = \Psi(\tilde{a}_{i+1/2}^k)[1 - \lambda|\tilde{a}_{i+1/2}^k|][1 - L_{i+1/2}^k]\alpha_{i+1/2}^k; k = 1, 2$

La fonction limiteur de flux est exprimée par :

$$L_{i+1/2}^k = \max\left(0, \min(1, r_{i+1/2}^k)\right)$$

Sachant que :

$$r_{i+1/2}^k = \frac{\alpha_{i+1/2-s}^k}{\alpha_{i+1/2}^k} \text{ et } s = \text{sign}(a_{i+1/2}^k)$$

e. Le schéma TVD de Lax-Wendroff

L'expression du flux corrigé est donné par :

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{i+1/2} = & \frac{1}{2}(F_i + F_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \left| \hat{a}_{i+1/2}^k \right| \tilde{\alpha}_{i+1/2}^k \tilde{e}_{i+1/2}^k \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \Phi(r_{i+1/2}^k) |a_{i+1/2}^k| \left[1 - \left(\lambda \left| \hat{a}_{i+1/2}^k \right| \right)^s \right] \tilde{\alpha}_{i+1/2}^k \tilde{e}_{i+1/2}^k\end{aligned}$$

La fonction limiteur de flux est celle de Van Leer Monotonique, voir tableau n°3.3 ci avant.

f. les schémas TVD à limitation de pente

Ces schémas considèrent les variables contenues dans les cellules de calcul comme linéaires par morceaux..

g. Le schéma MUSCL

U_{i+1} et U_i exprimant le vecteur flux numérique sont remplacés par U_{i+1}^d et U_{i+1}^g ; nous avons :

$$U_{i+1/2}^g = U_i + \frac{1}{4} \left[(1 - m) \Delta_{i-\frac{1}{2}}^+ + (1 + m) \Delta_{i+\frac{1}{2}}^- \right] \quad (3.19)$$

$$\text{Et } U_{i+1/2}^d = U_{i+1} + \frac{1}{4} \left[(1 - m) \Delta_{i+\frac{3}{2}}^+ + (1 + m) \Delta_{i+\frac{1}{2}}^- \right] \quad (3.20)$$

Avec :

$$\Delta_{i+1/2}^- = \Phi(\Delta_{i+1/2} U, \beta \Delta_{i-1/2} U)$$

$$\Delta_{i+1/2}^+ = \Phi(\Delta_{i+1/2} U, \beta \Delta_{i+3/2} U)$$

Φ est la fonction TPL MUSCL de Van Leer.

Et β est exprimé par :

$$1 < \beta < \frac{3 - m}{1 - m} \text{ où } m \neq 1$$

Pour $m = \frac{1}{3}$; une précision du troisième ordre est obtenue et le flux numérique du second ordre est donnée par :

$$\tilde{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left[F(U_{i+1/2}^g) + \hat{R}_{i+1/2} \hat{D}_{i+1/2} \right]$$

Les éléments du vecteur correctif sont :

$$\hat{d}_{i+1/2} = -\Psi(\hat{a}_{i+1/2}^k) \hat{\alpha}_{i+1/2}^k \text{ pour } k = 1, 2$$

h. Le schéma implicite de type conservatif

L'application d'une discretisation spatiale aux equations de Barré de Saint Venant aboutit à la forme générale du schéma implicite à paramètre θ :

$$\begin{aligned}
 U_i^{n+1} + \lambda\theta(\tilde{F}_{i+1/2}^{n+1} - \tilde{F}_{i-1/2}^{n+1}) - \theta\Delta t S_i^{n+1} \\
 = U_i^n - \lambda(1 - \theta)\left(\tilde{F}_{i+1/2}^n - \tilde{F}_{i-1/2}^n\right) + (1 - \theta)\Delta t S_i^n
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

3.14. Discrétisation du terme Source

La résolution du problème hyperbolique consiste à effectuer deux étapes :

En première étape ,le système d'équations est résolu sans terme source .

Nous avons :

$$\begin{aligned}
 U_t + F(U)_x = 0 &\Rightarrow U^{adv} \\
 U(x, t^n) = U^n &
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

L'équation différentielle ordinaire est ainsi :

$$\begin{aligned}
 \frac{dU}{dt} = S(U) &\Rightarrow U^{n+1} \\
 U(x, t^n) = U^{(adv)} &
 \end{aligned}$$

Les solutions obtenues pour les deux parties sont respectivement :

$$U_i^{adv} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F_{i+1/2} - F_{i-1/2} \right]
 \tag{3.23}$$

$$\text{Et } U_i^{n+1} = U_i^{(adv)} + \Delta t S\left(U_i^{(adv)}\right)$$

En fin le schéma numérique de résolution est :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F_{i+1/2} - F_{i-1/2} \right] + \Delta t S(U_i^n)
 \tag{3.24}$$

Le terme source peut être discrétisé selon trois méthodes :

- a. Discrétisation centrée
- b. Discrétisation moyenne
- c. Discrétisation upwind

3.15. Schémas numériques à trois pas d'espace

Nous optons pour des schémas conservatifs à un pas de temps et à trois pas d'espace, soit :

$U_i^{n+1} = H(U_{i-1}^n, U_i^n, U_{i+1}^n)$, et comme principe de base la méthode des volumes finis, en intégrant entre $x_{i-1/2}$ et $x_{i+1/2}$:

$$U_i(t) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} U(x, t) dx$$

D'où :

$$\frac{dU_i(t)}{dt} + \frac{1}{\Delta x} \left[F(U(x_{i+1/2}, t)) - F(U(x_{i-1/2}, t)) \right] = 0 \quad (3.25)$$

Avec : $F(U(x_{i+1/2}, t)) \approx G(U_i(t), U_{i+1}(t))$

Et $F(U(x_{i-1/2}, t)) \approx G(U_{i-1}(t), U_i(t))$

G étant le flux numérique du schéma explicite

❖ **Schéma de Lax friedricks**

C'est une technique basée sur une différentiation finie décentrée en temps et centré en espace, son schéma est donné par :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} F_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (F_{i+1}^n - F_i^n) - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (U_{i+1}^n - U_i^n) \\ F_{i-1/2}^n = \frac{1}{2} (F_i^n - F_{i-1}^n) - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (U_i^n - U_{i-1}^n) \end{cases} \quad (3.26)$$

❖ **Schéma de Lax Wendroff**

La solution numérique, au moyen de ce schéma, est calculée en deux étapes, comme suit (Ionut et al., 2006) :

$$U_{i+1/2}^{n+1} = \frac{U_i^n + U_{i+1}^n}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F(U_{i+1}^n) - F(U_i^n)) \quad (\text{Première étape}) \quad (3.27)$$

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F(U_{i+1/2}^n) - F(U_{i-1/2}^n) \right) \quad (\text{Seconde étape}) \quad (3.28)$$

❖ **Schéma de Godunov**

Ce schéma, dit aussi 'Flux Difference splitting' est un solveur de Riemann exact, en considérant la solution U_i^n constante sur l'intervalle $\left] x_{i-1/2}, x_{i+1/2} \right]$, de résoudre exactement le problème de Riemann à chaque interface et de calculer la solution U_i^{n+1} .

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F(U_{i+1/2}^n) - F(U_{i-1/2}^n) \right) \quad (3.29)$$

Avec : $U(x, t) = \sum_{k=1}^2 (x - \lambda_k t, 0) R_k$

et les flux interraciales sont :

$$\begin{cases} F_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} [F_{i+1}^n + F_i^n - |A_{jc}| (U_{i+1}^n - U_i^n)] \\ F_{i-1/2}^n = \frac{1}{2} [F_i^n + F_{i-1}^n - |A_{jc}| (U_i^n - U_{i-1}^n)] \end{cases} \quad (3.30)$$

A_{jc} , étant la matrice Jacobienne

❖ Condition CFL

Pour que les schémas numériques proposés cidessus soient stables, il faut qu'ils répondent à la condition de stabilité de Courant Friediricks Levy (Ionut et al., 2006) : $\max\{|\lambda_k|\} \leq 1$

En application numérique, nous utilisons la forme suivante :

$$\Delta t = cfl \frac{\Delta x}{\max\{|\lambda_k|\}} \quad (3.31)$$

Avec, $0 < cfl < 1$

3.16. Traitement du terme source

La considération du terme source est traduite par le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = S(U)$$

$$\text{Avec: } U(x, t_n) = U^n \quad \text{ou} \quad U^{\text{adv}} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n \right)$$

Nous avons l'équation différentielle ordinaire (Buyer, 2005)(Abdallah, 2005) :

$$\frac{dU}{dt} = S(U), \text{ avec: } U_i^{n+1} = U^{\text{adv}} + \Delta t S(U^{\text{adv}})$$

Et tout simplement :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n \right) + \Delta t S(U_i^n) \quad (3.32)$$

Nous pouvons déduire que le prise en considération du terme source se fait en additionnant ce terme à la solution de l'équation d'advection.

3.17. Traitement de l'interface 'methode LS'

La méthode LS dite Level set est caractérisée par une fonction distance continue ' ϕ ' représentée, comme suit :

$\phi < 0$; représente le gaz, $\phi = 0$; représente l'interface et $\phi > 0$, représente le liquide.

Alors que l'équation de transport est donnée par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + w \Delta \phi = 0 \quad (3.33)$$

Où ' w ' représente la vitesse de l'interface.

3.18. Méthode 'CLSVOF'

A fin d'améliorer les performances de la méthode des volumes finis, elle peut être couplée avec la méthode level set. Cette dernière décrit l'interface d'une façon plus précise et continue

que la méthode VOF dont la représentation de l'interface fait surgir des problèmes de courbure. Or, la méthode VOF est une méthode Eulerienne avec transport d'un champ scalaire et qui permet de suivre l'interface dans son mouvement en assurant une conservation de la masse. Ainsi, le couplage des deux méthodes permet une meilleure description de l'interface avec une minorisation de la perte de masse.

Conclusion

Le système d'équations de Barré de Saint Venant étant un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires et non homogènes, il nécessite une résolution numérique pouvant être effectuée en captant les chocs et les discontinuités. La méthode des volumes finis est la mieux adaptée dans ce cas en considérant un phénomène composé d'une série de problèmes de Riemann.

La notion de méthodes numériques TVD a été introduite récemment afin d'éviter les oscillations au voisinage des discontinuités.

La considération du terme source dont la discrétisation peut se faire selon trois formes permet d'avoir le schéma numérique complet.

Chapitre 04
Interface air eau dans un
écoulement mixte

Interface air eau dans un écoulement mixte

Introduction

Comme dans les écoulements à plan d'eau libre, dans les écoulements sous pression, il peut exister en cas de cavitation une interface air eau dont l'effet est néfaste. Ce phénomène peut se manifester même pour le premier cas lorsque la phase air est proche de la paroi.

Dans un écoulement mixte partiellement à surface libre et partiellement en charge, le développement de la phase air est plus complexe et la cavitation peut toucher les deux zones de l'écoulement.

4.1. Cavitation

Par effet de grandes vitesses ou de réduction de section d'un écoulement, une dépression apparaît, s'amplifie pour que la pression atteigne la pression de vapeur et des bulles d'air se forment par ébullition. Cette dernière est le résultat d'une baisse de pression à température constante .

4.1.1. Types de cavitation

Plusieurs classifications de ce phénomène ont été proposées, selon la source, nous distinguons la cavitation engendrée par la tension de surface et c'est le type hydrodynamique, celle provoquée par un apport énergétique local ou par une injection de particules dite cavitation particulaire (Geminez, 1984). Or la cavitation hydrodynamique dont la variation de pression est due à l'écoulement se manifeste par la génération de bulles de vapeur ou d'air d'où l'identification de trois types :

- Vapeur;
- Gazeuse;
- Cloud ou nuage.

Mais vu le fait qu'il est très difficile de distinguer entre le type vapeur et le type Gazeuse; nous considérons d'une manière générale le coloud ou nous considérons que la bulle est remplie de vapeur et de gaz.

4.1.2. Formes de cavitation

Ce phénomène se manifeste selon les formes suivantes :

- Bulles séparées (isolées).
- Poches ou cavités attachées.
- Tourbillons.

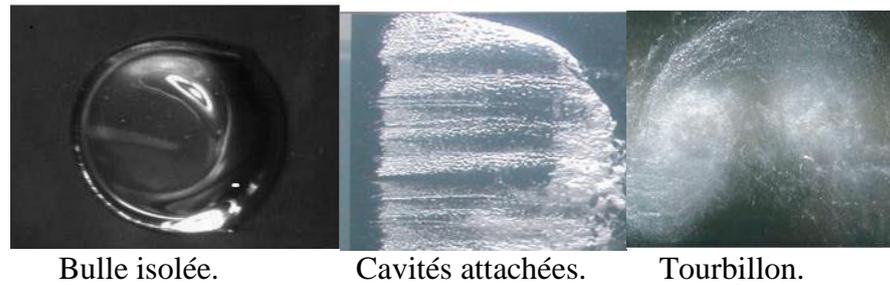


Fig.4.1. Formes de cavitation (Guennoun, 2006)

Les conséquences sont alors :

- Bruits.
- Erosion des parois.
- Affectation des performances.
- Aplatissement de la conduite et aspiration des joints

Mais comme la cavitation est nuisible pour les machines hydrauliques et les conduites, elle peut avoir un effet positif pour l'amélioration de l'imagerie en médecine, de même pour l'énergie marine et peut servir en outil de chasse par des crevettes en nature.

4.2. Vue macroscopique

A l'échelle macroscopique, la zone de cavitation peut être considéré comme un volume entouré d'une surface "A" et contenant un certain nombre de particules d'air. Le principe de conservation de matière permet de faire le bilan suivant :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = j(x, t)A - j(x + dx, t)A \quad (4.1)$$

Sachant que "c" représente la concentration particulaire alors que "j" désigne la densité de courant de particules. D'une autre manière, nous écrivons à l'échelle unidimensionnelle :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x} \quad (4.2)$$

Et d'après la loi de Fick :

$$j = -D \frac{\partial c}{\partial x} \quad (4.3)$$

Où "D" est le coefficient de diffusion exprimé en [m²/s]

Des équations précédentes nous avons :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (4.4)$$

La cavitation liquidienne consiste en un entrainement de bulles d'air dans l'écoulement. C'est un phénomène semblable à celui d'une diffusion de particules et comportant un caractère aléatoire. Sous l'effet du gradient de concentration de la phase air, les bulles d'air diffusent dans la conduite d'eau. Ce phénomène est régi par le modèle parabolique ci-dessus (Vokurka, 1986). La solution analytique de cette équation est donnée par :

$$c(x, t) = \frac{1}{A\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Dt}\right) \quad (4.5)$$

A représente la section de la conduite et c_0 la concentration initiale de l'air. Nous pouvons inclure la variable temporelle dans le terme : $T = 4Dt$.

D'autre part, moyennant la boîte à outil de résolution des équations aux dérivées partielles de MATLABR2014, nous aboutissons à la solution de la diffusion de la phase air dans la conduite circulaire. Ceci en passant par l'introduction des données et d'un choix adéquat des conditions aux limites. De même pour le maillage puisque c'est la méthode des éléments finis qui est utilisée. Une fois le domaine de calcul déterminé, nous passons à son maillage avec possibilité de son raffinement en augmentant le nombre d'éléments pour obtenir une meilleure approximation de la solution. Puis nous spécifions les conditions aux frontières et par la suite la visualisation de la solution.

Application

Contrairement au modèle précédent ; ce n'est pas le développement de la bulle de cavitation qui nous intéresse, mais la distribution de l'ensemble des bulles d'air. Alors, c'est le modèle de diffusion qui va nous permettre d'étudier cela. Nous commençons d'abord par représenter la solution analytique dans la figure ci-après.

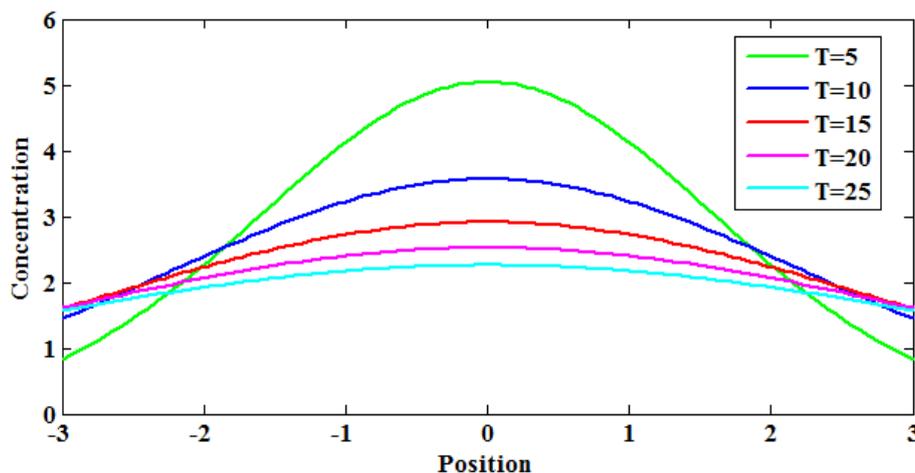


Fig.4. 2.Variation de la concentration d' air en fonction de la position

La figure ci-dessus montre l'allure du transport de matière ou de masse composée d'un certain nombre de particules qui sont les bulles d'air. Ceci se fait le long d'un écoulement d'eau dans une conduite fermée. Nous considérons une vitesse suffisamment faible pour approcher l'hypothèse du repos. Les solutions sont tracées pour des valeurs du temps allant de quelques heures à quelques jours. Elles correspondent à des valeurs de T de 5, 10, 15, 20 et 25. La conduite d'essai a un diamètre de 0,05m et une longueur de 3m. Nous prenons une valeur du coefficient de diffusivité D, de l'air dans l'eau, égale à $2,10^{-5}$ (Leducq et Wegner, 1985). D'après les courbes descriptives des solutions, nous remarquons que la phase air diffuse selon une allure Gaussienne ayant une forme de cloche et symétrique. Nous observons une valeur maximale de La concentration à l'origine des abscisses mais qui décroît avec le

temps. La solution numérique que nous obtenons en utilisant la résolution de l'équation de diffusion aux dérivées partielles est montrée dans les deux figures 3 et 4. C'est en moyennant la boîte à outil MATLABR2014a, que nous avons pu déterminer ces solutions. Nous avons spécifié notre domaine de calcul qui est un cercle de 0,05m de diamètre dans l'interface graphique d'utilisateur. Puis nous avons procédé au maillage de ce domaine que nous avons raffiné. Il est constitué de 557noeuds et de 1048 triangles. Nous avons spécifié aussi les paramètres du modèle en introduisant le coefficient de diffusivité et en adoptant des conditions aux frontières. Concernant le pas de temps de la solution, nous l'avons pris égal à 10 secondes. Ce dernier est relativement court par rapport à ceux que nous avons pris pour la solution analytique.

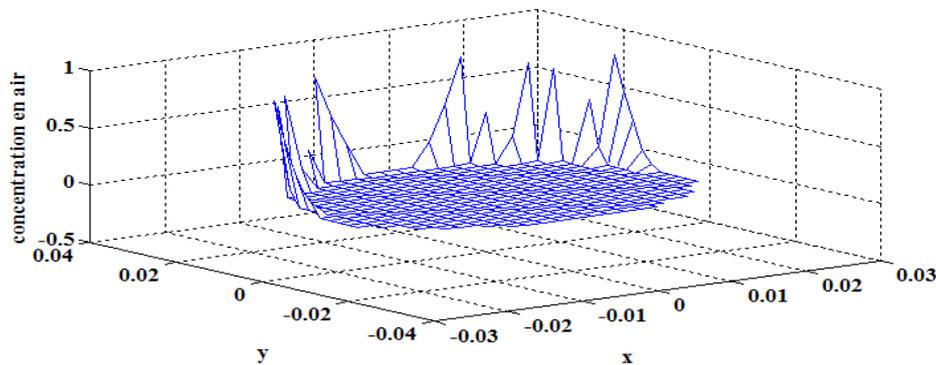


Fig.4.3. Concentration et distribution de l'air à travers la section circulaire discrétisée en éléments finis

Nous présentons la solution de l'équation de diffusion sous une autre forme dans la figure 4. Ce sont les couleurs de la barre qui nous permettent de distinguer les parties de regroupement des bulles d'air.

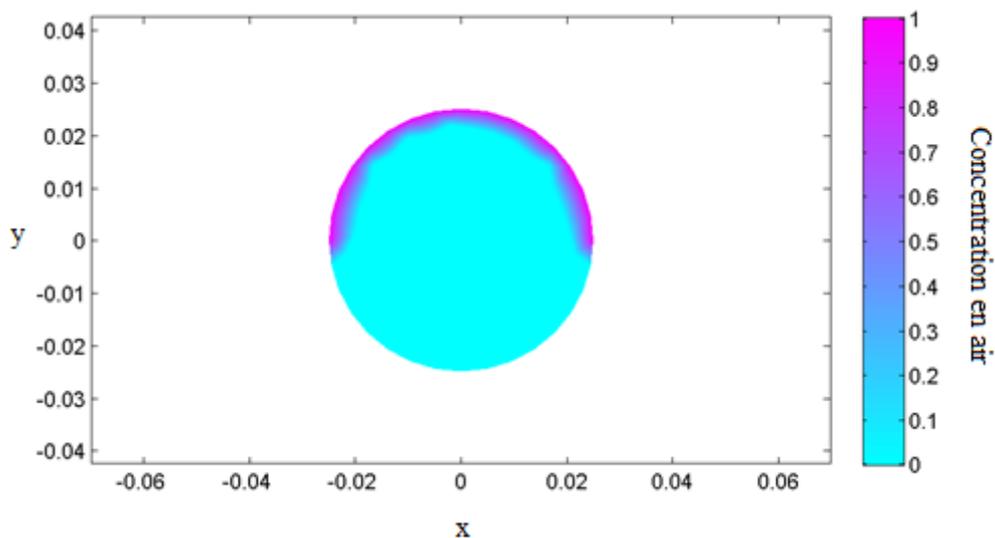


Fig.4. 4 . Distribution de l'air à travers la section circulaire de la conduite

La dégradation des couleurs, nous permet de détecter les zones à forte concentration en air. Nous considérons les faibles concentrations de 0 à 0,2, les moyennes de 0,2 à 0,5 et les plus

importantes de 0,5 à 1. Ainsi, l'air a tendance de se diriger et s'étaler sur la couronne et sur les côtés. La phase air est presque absente dans La partie basse de la conduite. Ce qui nous mène à conclure que cette simulation par éléments finis concrétise la réalité physique pour un pas de temps aussi court. Ceci est en concordance avec les résultats, de Yeoh et al, issus de l'application du modele des volumes finies du logiciel ansys fluent (Yeoh et al, 2012) .

4.3. Vue d'une bulle d'air

La conservation de la masse a travers l'interface donne (Franc et Michel, 2005) :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_l \left(V_{ln} - \frac{dn}{dt} \right) = \rho_v \left(V_{vn} - \frac{dn}{dt} \right) \quad (4.6)$$

En admettant que la masse se conserve, nous avons :

$\frac{dm}{dt} = 0$ et sous l'hypothese d'une forme sphérique pour la bulle d'air (figures 4.5 et 4.6), nous déduisons que : $V_{ln} = V_{vn} = \frac{dR}{dt}$

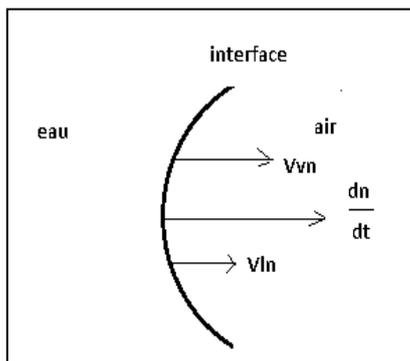


Fig.4.5. Interface eau-air

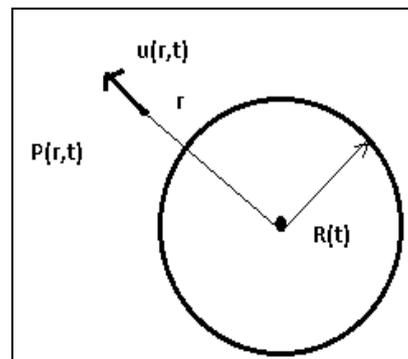


Fig.4.6. Paramètres infaciales

Où, R est une fonction qui dépend du temps et l'expression « $\frac{dn}{dt}$ » représente la vitesse de la normale à l'interface. Sachant que :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{\|\text{grad}f\|} \frac{\partial f}{\partial t} \text{ avec } f(x, y, z, t) = 0 ; \text{ l'équation de l'interface}$$

La variation du rayon de la bulle est exprimée par :

$$\frac{dR}{dt} = - \left[\left(\frac{2}{3} \left(\frac{P_v - p}{\rho_l} \right) \left(\frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right) \right) + \frac{2S}{\rho_l R_0} \frac{R_0^2}{R^2} \left(1 - \frac{R_0^2}{R^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.7)$$

La tension de surface est prise en compte lorsque :

$$R_0 < \frac{3S}{P - P_v}$$

Sinon (Brinckhrost et al., 2015), nous avons l'expression simplifiée suivante :

$$\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{P_v - P}{\rho_l} \right) \quad (4.8)$$

En se basant sur les hypothèses de la fameuse équation de Rayleigh Plesset, nous définissons :

- **La vitesse de l'interface**

Le domaine liquide étant défini par 'r' et le domaine air par $R(t)$, $u(r,t)$, vitesse de l'interface, elle donnée, en négligeant la tension de surface par (Franc et Michel, 2005) :

$$\frac{dR}{dt} = - \left[\frac{2}{3} \left(\frac{P_v - p}{\rho_l} \right) \left(\frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

- **Temps de Rayleigh**

C'est le temps caractéristique de l'effondrement d'une bulle, dit de Rayleigh :

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\rho}{P_0 - P_v}} \int_0^{R_0} \frac{dR}{\sqrt{\frac{R_0^3}{R^3} - 1}} \quad (4.10)$$

Cette relation peut être approximée, par (Franc et Michel, 2005) : $0,915 R_0 \sqrt{\frac{\rho}{P_0 - P_v}}$

- **Pression à l'interface**

En suivant Franc et Michel, le champ de pression est donné par :

$$\frac{P(r,t) - P_0}{P_0 - P_v} = \frac{R}{r} \left[\frac{R_0^3}{R^3} - 4 \right] - \frac{R^4}{r^4} \left[\frac{R_0^3}{R^3} - 1 \right] \quad (4.11)$$

Application

La dynamique de la bulle est essentiellement décrite par les caractéristiques précédentes de l'interface. Nous avons choisi après plusieurs essais de représenter le champ de pression pour différents rapport du rayon initial de la bulle au rayon final en se basant sur la formulation précédentes (deux figures ci-après).

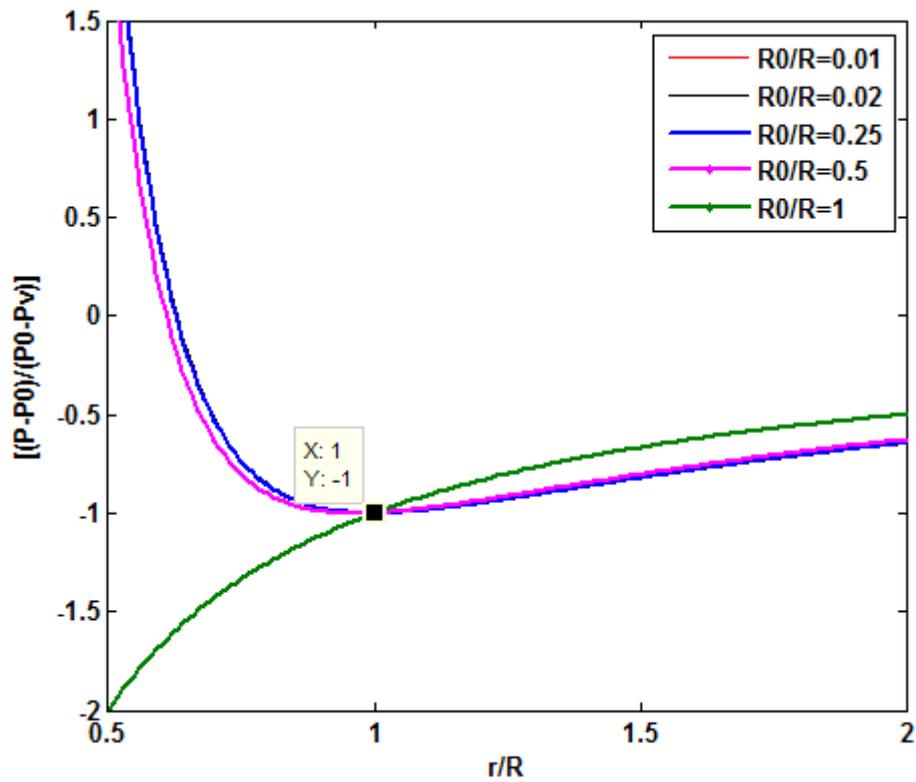


Fig.4.7. Evolution du champs de pression : $0,01 \leq (R_0/R) \leq 1$

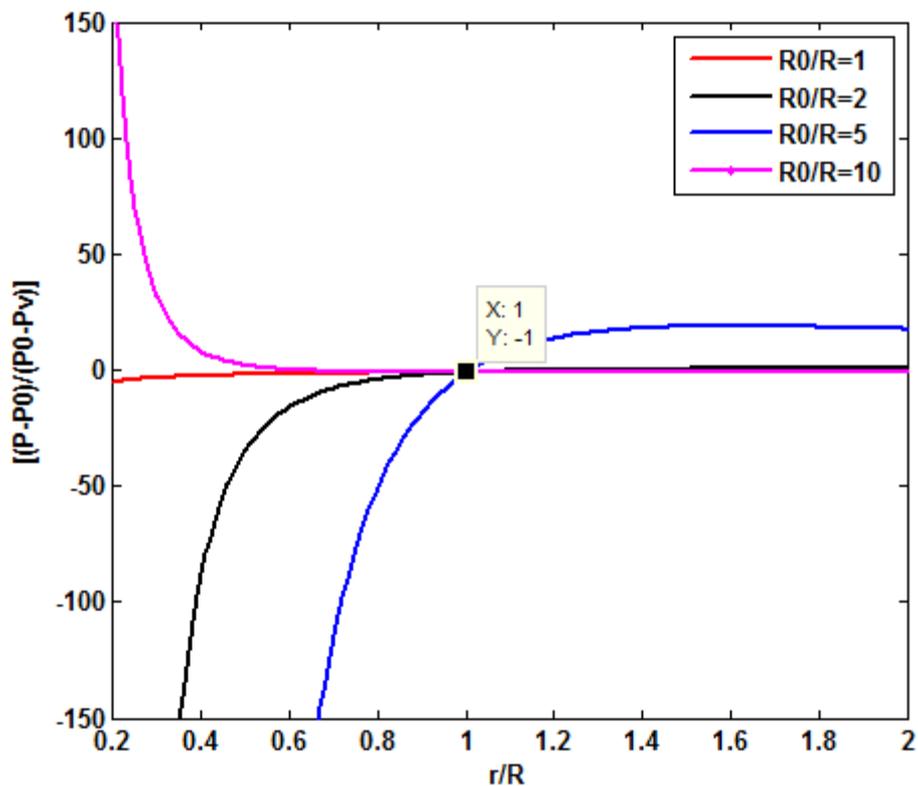


Fig. 4.8. Evolution du champs de pression : $1 \leq (R_0/R) \leq 10$

D'après les figures ci avant, nous remarquons que :

- Pour des rapports (r/R) égal à 1 le champs de pression est de (-1) , ce qui correspond à une égalité de la pression à la pression de vapeur.

- Lorsque (R_0/R) prend des valeurs, allant de 0,02 à 0,25 les courbes des champs de pression sont adjacentes et pour une valeur de 0,5 ; la courbe décroît en passant par le même minimum (-1), puis commence par se stabiliser pour $(r/R) >1$ parallèlement aux courbes précédentes. La même allure est observée pour une valeur de 0,01 de (R_0/R) par contre dans les cas respectifs de un et 5 les courbes croissent jusqu'au point (1, -1). Les valeurs maximales de pressions s'observent pour des rapports (r/R) inférieures à 1. En particulier pour (R_0/R) égal à 10.

4.4. Approche level set

Le principe de cette approche est d'utiliser une fonction interface dont la courbe de niveau est zéro et de résoudre l'équation de transport suivant :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + w \Delta \phi = 0 \tag{4.12}$$

Application

Vu que les bulles ont en général une forme circulaire en plan, la fonction level set choisie est (Nadim, 2013) : $\phi(x, t) = 0$

Où, x est le vecteur position, 't' le paramètre temps et pour une forme circulaire :

$$\phi(x, y) = r - a \quad \text{avec, } r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$$

En considérant des bulles avec des diamètres initiaux respectifs de 0,1 et de 0,25 et en utilisant la fonction random pour unir ces cercles nous avons simulé le groupement des bulles dans l'interface air. En utilisant un programme sous Matlab on obtient les figures, 4.9a et 4.9b, suivantes pour : $N = 200$, $\text{numc}=20$; (nombre de cerles initialement, $r_0= 0,25$); rayon initial de la bulle

$H = 2/(N-1)$; pas d'espace, $dt = 0,1 * h$; pas de temps, $t_{\text{fin}} = 2$; temps total de simulation, $n_{\text{it}} = t_{\text{fin}}/dt$; nombre de pas de temps et $x = [-1,5 ; +1,5]$

(De même pour $r_0 = 0,1$)

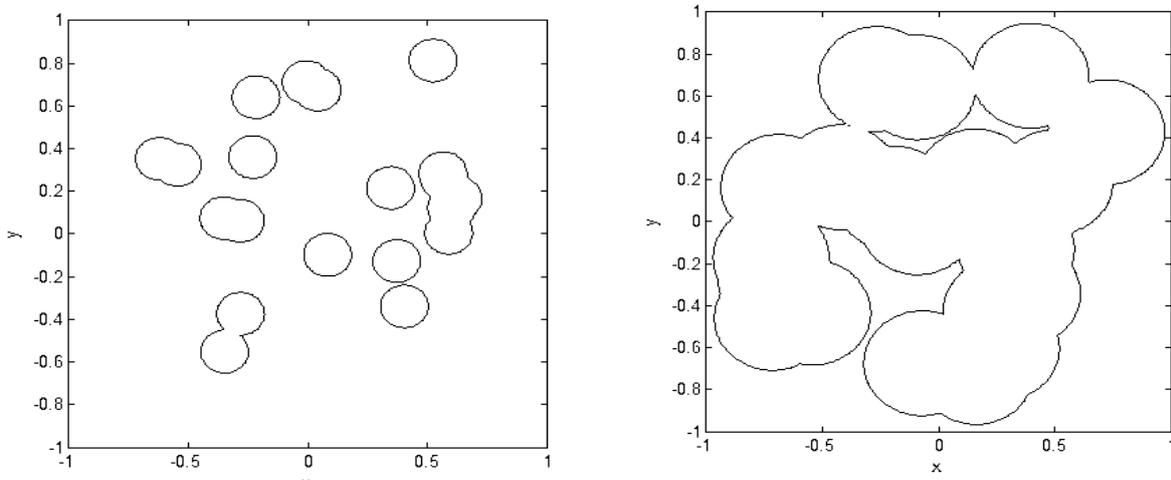


Fig.4.9a. Prévission de bulles d'air ($r_0 = 0,1$) Fig.4.9b. Prévission de bulles d'air($r_0= 0,25$)

4.5. Etude expérimentale

Notre écoulement étant composé de deux interfaces air et eau peut être décrit de manière similaire au phénomène de cavitation.

L'évolution de la phase air dépend du régime d'écoulement et du coefficient de Thoma désigné par sigma et donné ,pour différents cas,par(Mokrane et al., 2014) :

- **Cas d'une vanne**

$$\sigma = \frac{P_{\text{amont}} - P_v}{P_{\text{val}} - P_{\text{amont}}} \quad (4.13)$$

- **Cas d'une pompe**

$$\sigma = \frac{P - P_v}{\rho V_p^2} \quad (4.14)$$

Où, V_p est la vitesse périphérique de la roue.

- **Cas d'un venturi**

$$\sigma = \frac{P - P_v}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (4.15)$$

Avec, P et V les paramètres de référence.

4.5.1. Régimes de Cavitation

Le développement de la cavitation se fait selon deux régimes :

- Le premier est l'inception correspondant au début de cavitation.
- Le second est le développement total de cavitation.

a. Systeme venturi

Créé par le physicien Italian Giovanni Battista, le Venturi est un système hydraulique lié à un phénomène hydraulique dynamique de fluide base sur une augmentation de la vitesse face à une réduction de pression par raison d'existence d'un rétrécissement appelé col de la conduite.

Afin de suivre le développement de l'interface air dans un écoulement de liquide nous avons utilisé une conduite type tube venturi transparent référencié EH505 (British Standards BS1042) dont les dimensions sont montrées sur la figure suivante :

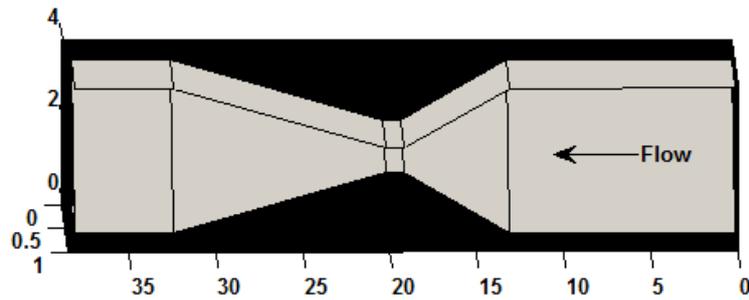


Fig.4.10a. Système venturi

L'installation **expérimentale de cavitation** (co British Standards BS1042 complète) est représentée dans la figure qui suit :

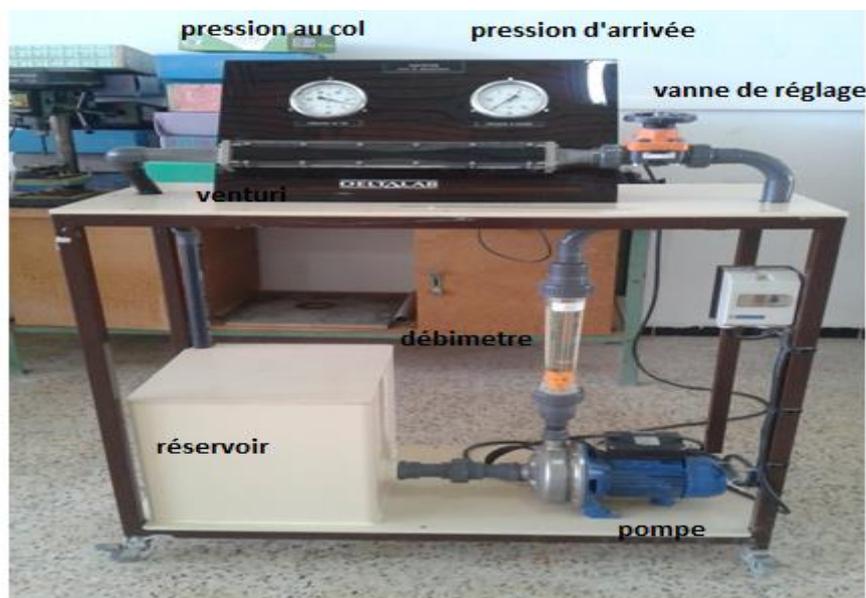


Fig.4.10b. Installation expérimentale de cavitation

4.5.2. Moyens de mesure

Un débitmètre à flotteur, dit aussi rotamètre, est utilisé pour la mesure du débit.

Deux appareils de mesure de pression sont utilisés : l'un est installé avant le col et l'autre est placé au niveau du col.

4.5.3 Essais et résultats expérimentaux

Ils sont menés en faisant varier le débit par la vanne de réglage et en prenant les lectures des pressions. Les résultats sont représentés dans la figure suivante :

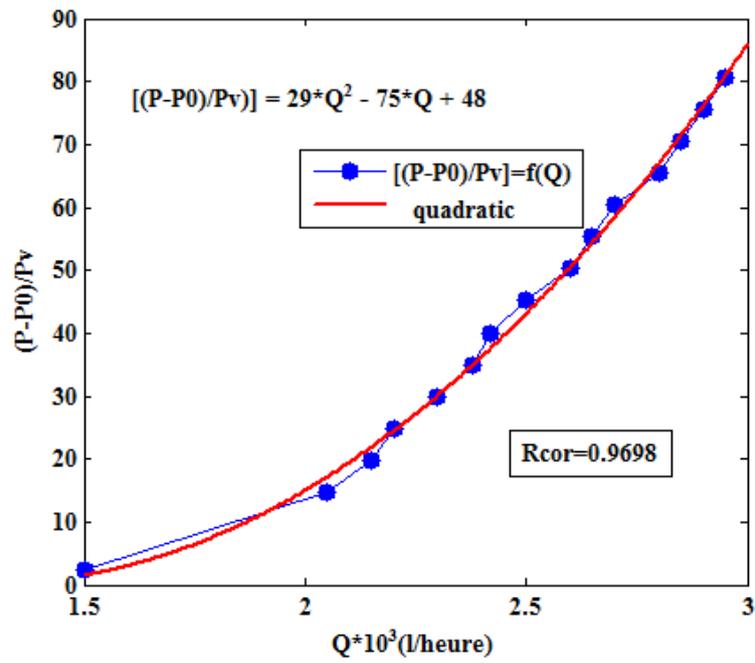
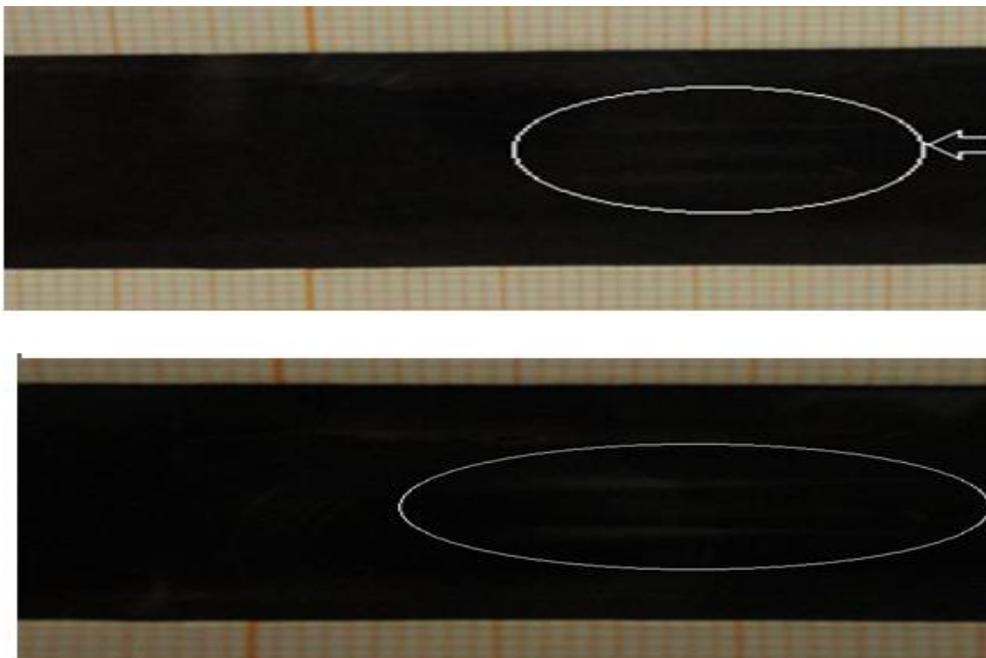
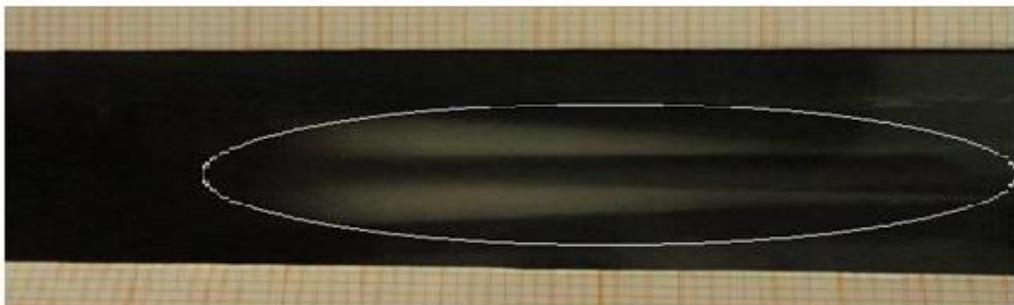
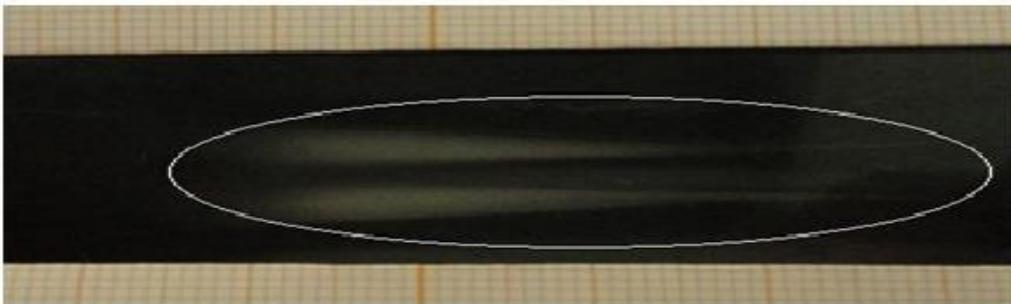
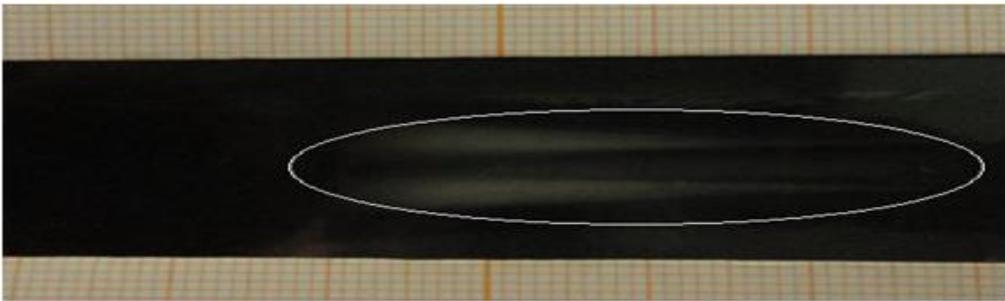
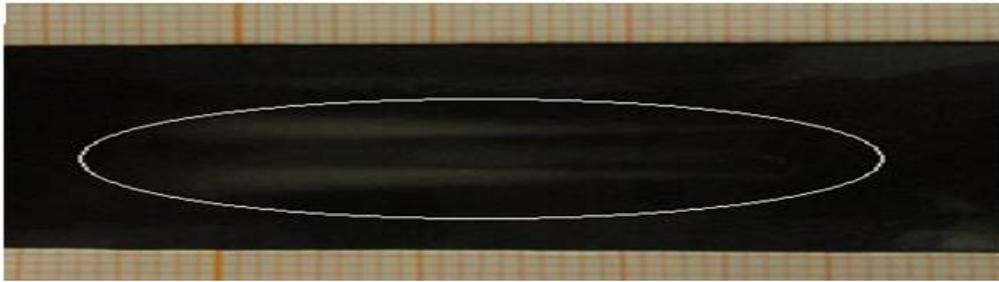
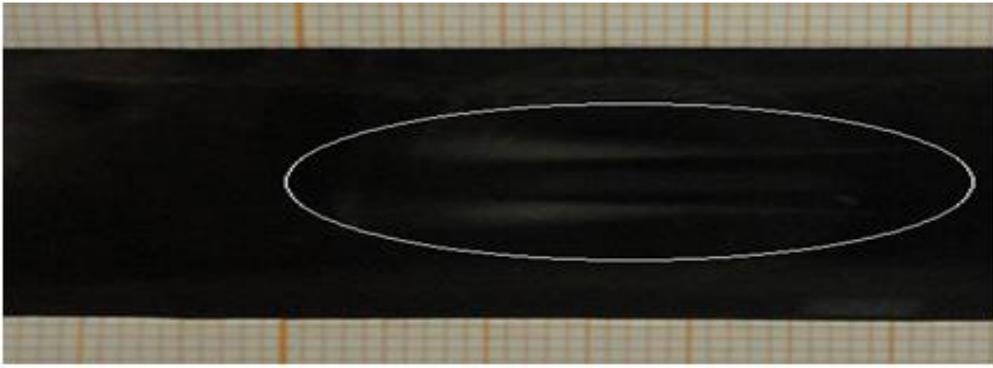


Fig.4.11. Variation de la pression en fonction du débit

La visualisation du développement de l'interface air en fonction des différents débits et de pression est illustrée par les images suivantes :





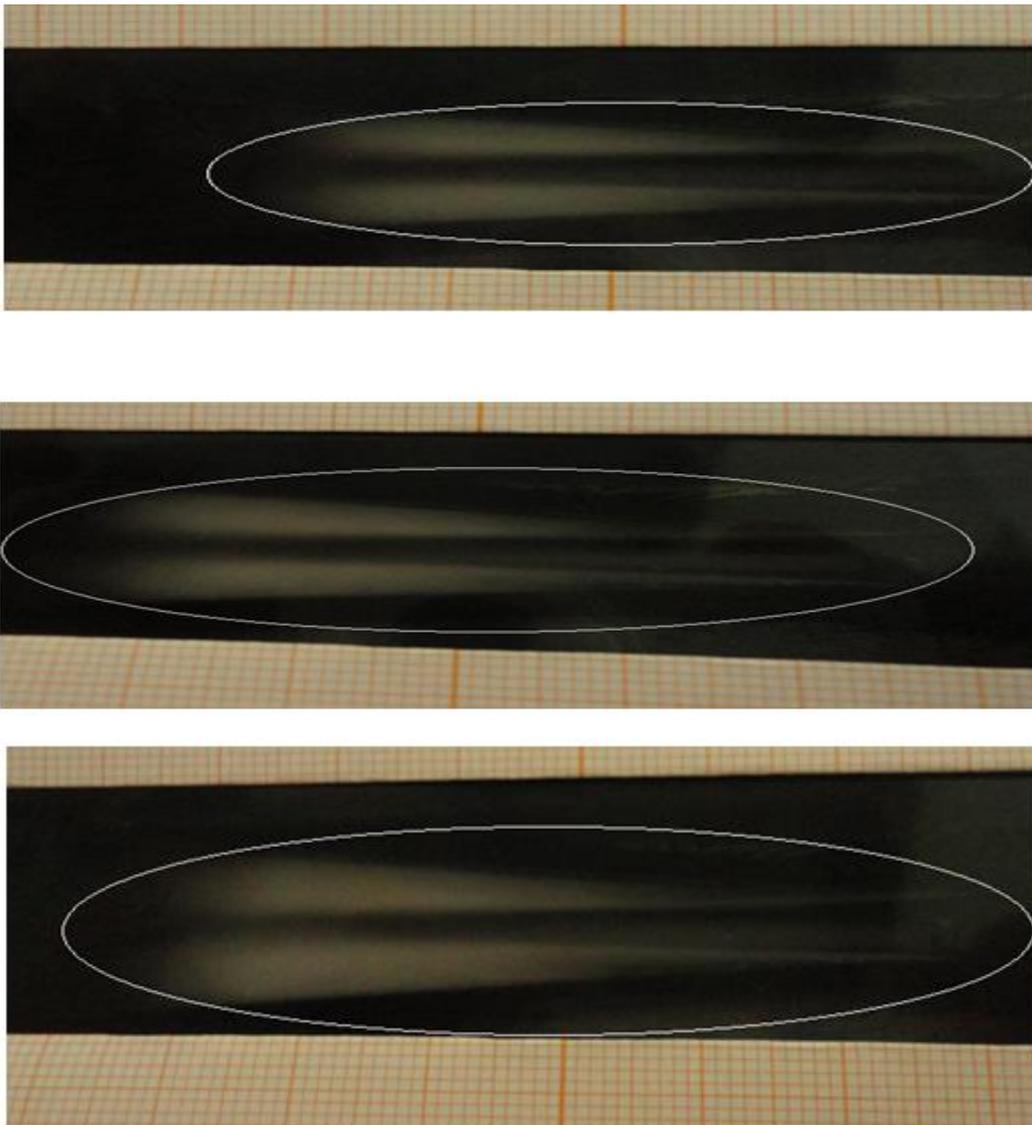


Fig.4.12. Evolution de l'interface air en fonction de la pression (Mokrane et al, 2014)

4.6. Analyse des résultats expérimentaux

Les valeurs des mesures montrent que le début de cavitation pour une pression d'arrivée inférieure à 0,1 bar, avec l'augmentation de la pression d'entrée du venturi la pression au col décroît et devient négative.

En examinant les photos de la figure 4.12, nous pouvons déduire que l'évolution la phase air de la cavitation est expliquée par l'augmentation de la longueur de sa section, d'où, une formulation reliant ce paramètre au phénomène représenté par le nombre de cavitation 'sigma' doit être établie.

C'est dans ce sens que nous avons représenté nos données expérimentales par les graphiques suivants :

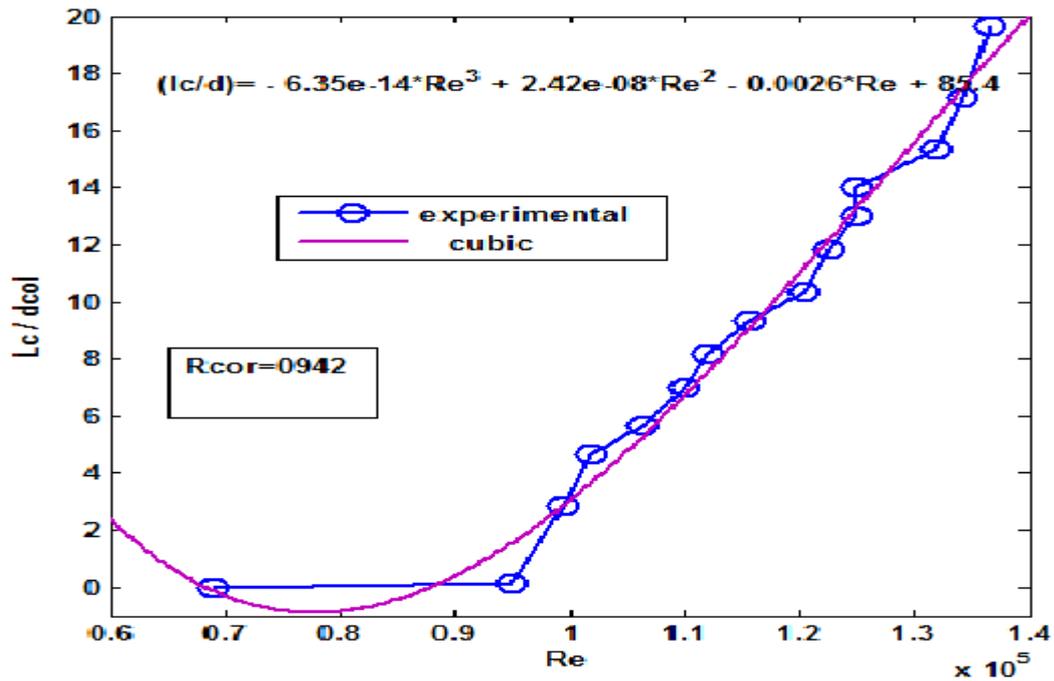


Fig.4.13. Evolution la zone cavitante en fonction du nombre de Reynolds

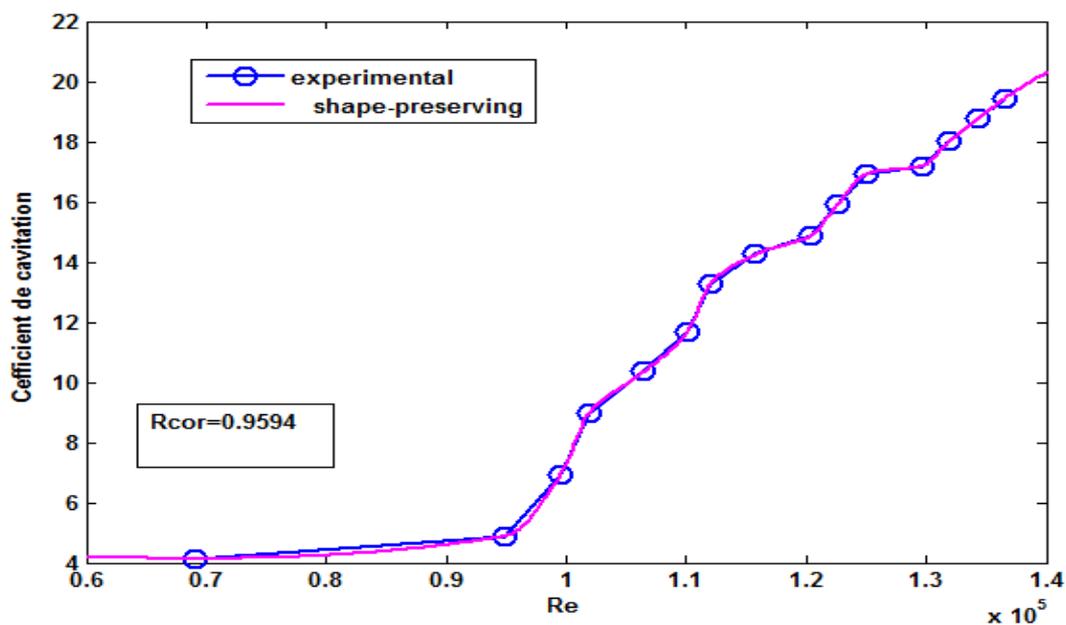


Fig.4.14. Evolution du coefficient de cavitation avec le nombre Reynolds

D'après une regression appliquée au données des courbes des graphiques des figures respectives 4.12 et 4.13, nous déduisons que :

- Le développement de la zone de cavitation représenté par sa longueur adimensionnel varie en une fonction cubique du nombre adimensionnel de Reynolds par la relation avec une forte corrélation et de même pour le coefficient de cavitation.
- Les valeurs de la longueur de cavitation adimensionnelle ' L_c/d_{col} ' sont significatives pour des nombres de Reynolds supérieures à 70000.

- D'autre part, il faut signaler que l'implosion des bulles se fait en circulaire, par pénétration de la phase liquide dans la phase air de la bulle sous l'effet du champ de pression (Mokrane et Kettab, 2019). Les résultats ci avant de la résolution de l'équation de Rayleigh Plesset nous ont permis d'arriver à la description de cette implosion par la figure suivante :

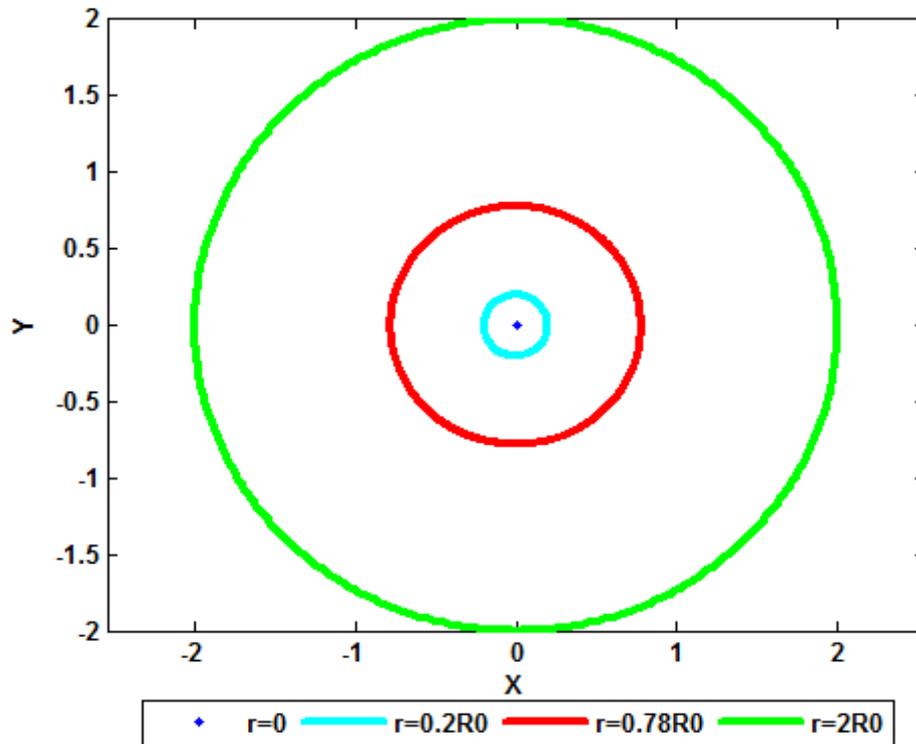


Fig.4.15. Evolution de la phase liquide pour différents débits et pressions.

Cette figure montre le cas où la phase liquide pénètre la phase air depuis ($r = 2R_0$) jusqu'à ($r = 0$), sous l'effet du débit et des champs de pression.

Conclusion

Une dépression correspondant à une chute de pression à une valeur de la pression de vapeur implique la formation de bulles d'air créant l'interface air - eau et dont la dimension varie dans le temps. En faisant l'hypothèse d'une forme sphérique pour ces bulles, nous avons étudié dans ce chapitre l'évolution de leurs dimensions avec les champs de pression en se basant sur l'équation de Rayleigh Plesset et en utilisant l'approche level set. Nous avons fait la prévision du comportement dans le temps de bulles d'air au nombre initial de 20 et de rayon 0,1 respectivement de 0,25. Notre étude expérimentale a été dédiée au phénomène de cavitation dans un venturi transparent dont l'examen des résultats expérimentaux a révélé une relation étroite entre le coefficient de Thomas et le nombre de Reynolds face à formulation cubique entre la longueur adimensionnelle de la section de cavitation et le coefficient de Thomas.

Chapitre 05
**Approche du ressaut
hydraulique**

Approche du ressaut hydraulique

Introduction

Le ressaut hydraulique permet de représenter la transition d'un écoulement à surface libre celui sous pression en considérant la conduite comme infiniment rigide et pour mettre en évidence cette approche nous avons mené des essais expérimentaux sur une conduite transparente constituée de plexiglass .

L'étude expérimentale de ce phénomène se base sur sa visualisation lors d'un changement du régime torrentiel au régime fluvial. Il peut être stationnaire comme il peut être instationnaire ; en se déplaçant le long de l'axe de la conduite.

5.1. Installation expérimentale

Nous avons effectué une étude expérimentale sur une conduite circulaire fermée, en plexiglas, de cinq centimètres de diamètre et de trois mètres de longueur sur laquelle nous avons mené une série d'essais pour différents débits et à pente faible et fixe. L'installation expérimentale, que nous avons montée au laboratoire de pompes et stations de pompage de l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique, est montrée par la figure ci-après.

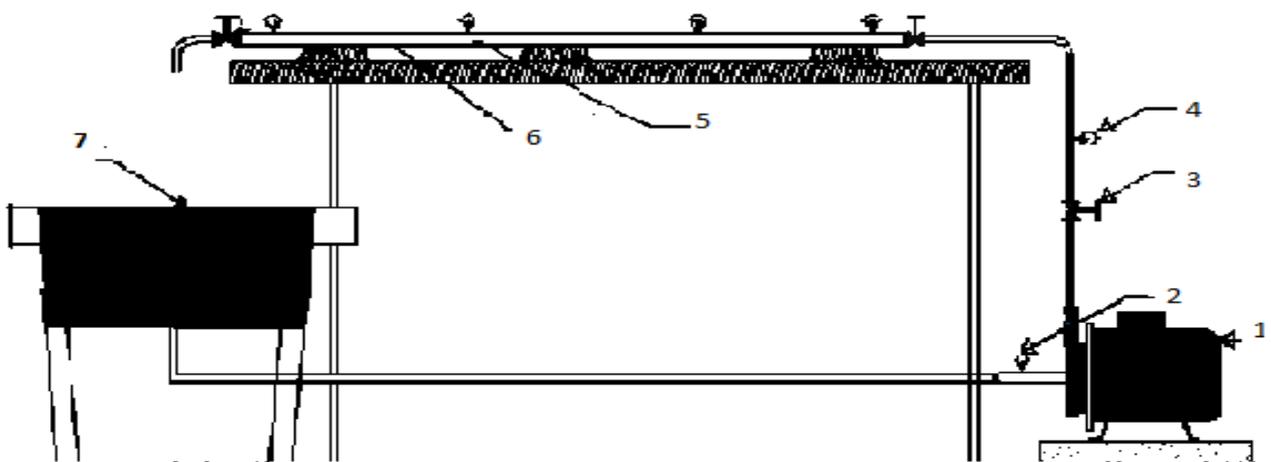


Fig.5.1. Installation expérimentale

Sachant que :

1 → pompe Mitidja32, 2 → manomètre, 3 → vanne, 4 → manomètre, 5 → conduite, 6 → règle et 7 → réservoir

Remarques :

- Les caractéristiques de la pompe sont donnés en annexe 1 .
- La mesure du débit a été faite par un débitmètre électromagnétique; voir annexe 1.

Paramètres à calcul :

- Le périmètre mouillé (P_m) :

$$P_m = \frac{\theta D}{2} \tag{5.1}$$

- L'aire de la section d'écoulement (A_m) :

$$A_m = \frac{1}{8} (\theta - \sin \theta) D^2 \tag{5.2}$$

- Le nombre de Froude (F_r)

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{g D_h}} \tag{5.3}$$

Avec,

V : vitesse l'écoulement (m/s)

D : diamètre de la conduite (m)

D_h : diamètre hydraulique (m)

g : accélération de la pesanteur en (m/s^2)

θ : angle mouillé ; en radian

5.2. Résultats expérimentaux

❖ Ressaut stationnaire

Pour mener les essais expérimentaux de cette partie nous suivons les étapes suivantes :

- mise en place du moto-pompe sur la table de fixation.
- remplir le réservoir avec l'eau.
- Amorcer la pompe.
- Ouvrir complètement le robinet vanne de refoulement.
- Mise en marche du groupe électropompe..
- Nous faisons varier le débit par le robinet vanne de refoulement.
- Nous créons le ressaut en manipulant les vannes amont et aval de la conduite

- Nous prenons des photos-numériques pour le ressaut hydraulique .

❖ **Ressaut instationnaire**

Le même canevas d’expérimentation, effectué sur le ressaut stationnaire, est suivi dans ce cas sauf que c’est la vanne de refoulement qui est manipulé seulement.

Nous avons effectué trois essais pour différents débits et les photos du ressaut hydrauliques ont été prises à des temps différents.

La figure ci-dessous montre les différents paramètres de mesure sur la conduite :



Fig.5.2. Sections de mesure ($Q = 2,67\text{m}^3/\text{h}$)

la manipulation et les paramètres de mesure sont les mêmes pour tout les essais .Ces derniers sont représentés par les photos des figures de l’annexe 2.

Les résultats des essais expérimentaux sont représentés par les graphiques des figures ci après.

Afin de comparer nos résultats à ceux trouvés pour le cas d’un canal rectangulaire(Sinniger et Hager, 1989), nous représentons le rapport des hauteurs conjugués en fonction du nombre de Froude(Mokrane et Kettab, 2013):

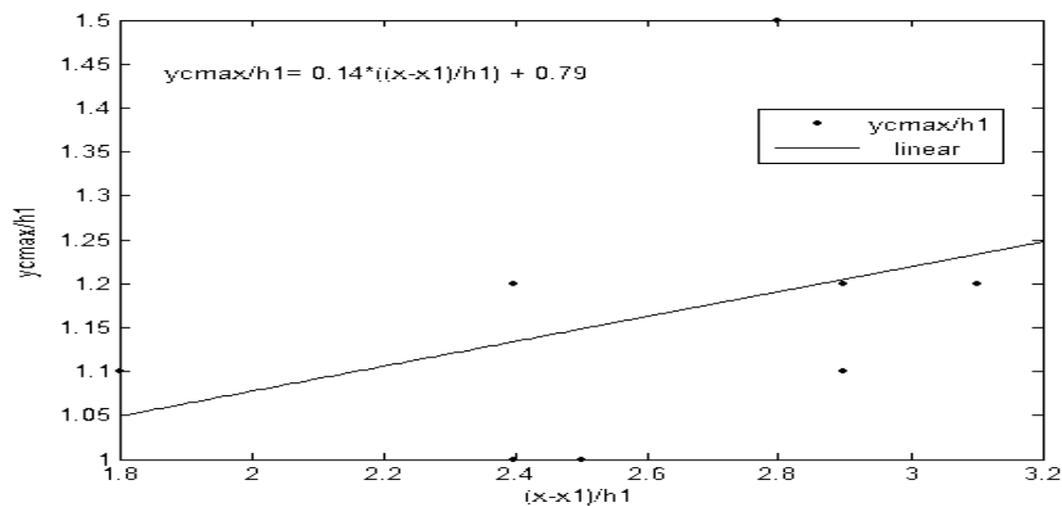


Fig.5.3. Caractéristiques de la zone des bulles d’air

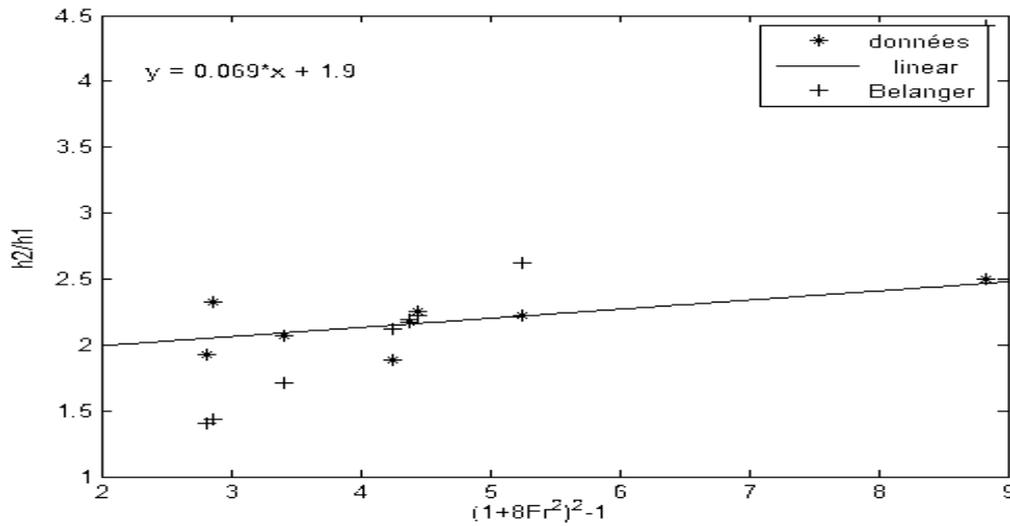


Fig.5.4. Evolution de h_2/h_1 en fonction du Fr

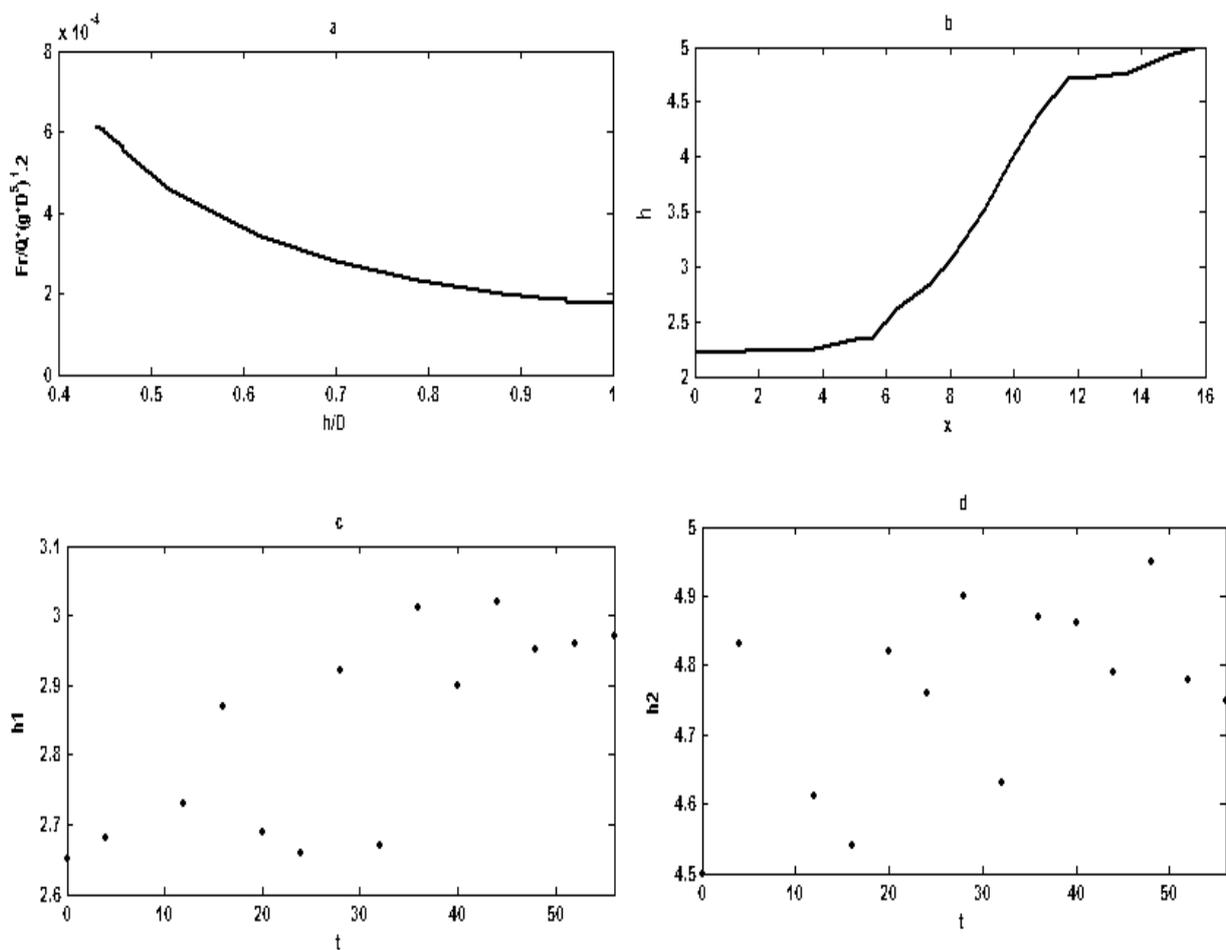


Fig.5.5. (Débit de $2,67m^3/h$) a-Evolution de Fr avec la hauteur. b-Evolution de la hauteur avec la position. c et d-Variation des hauteurs conjugués en fonction du temps.

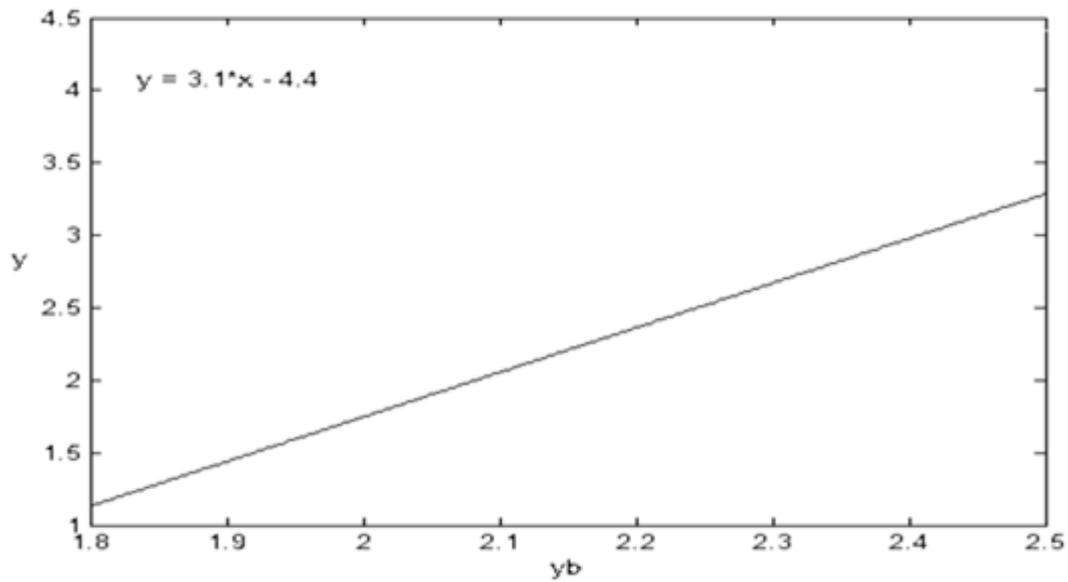


Fig.5.6. Corrélation de $y = h_2/h_1$ et la relation de Belanger

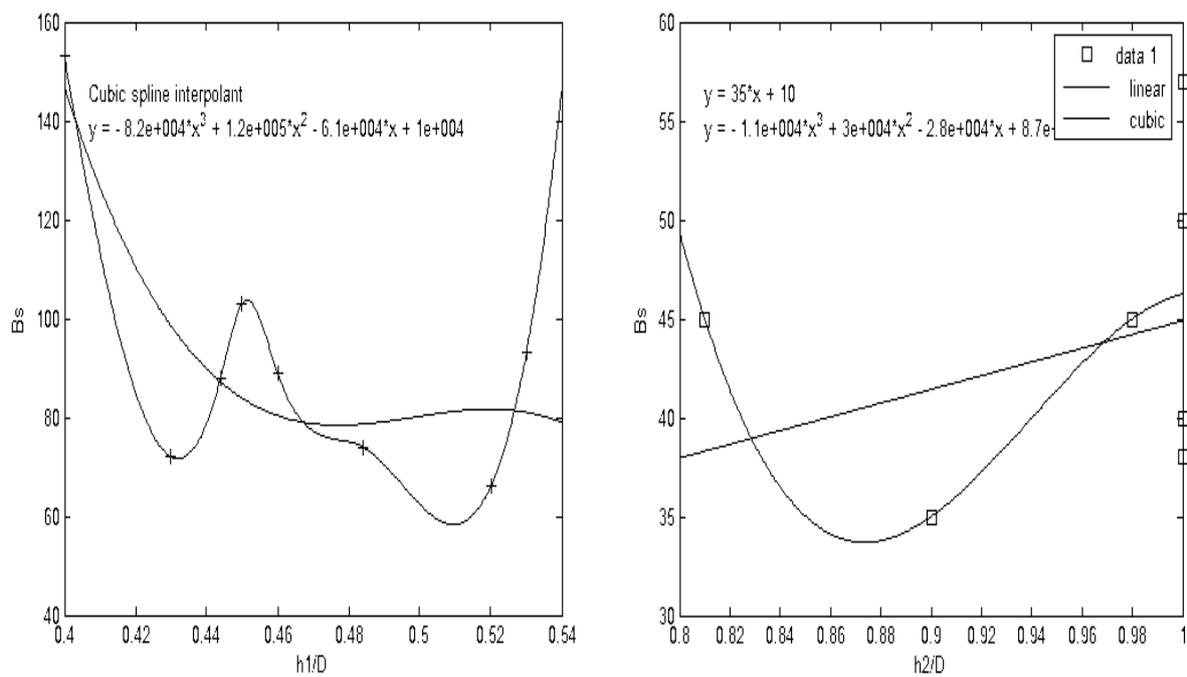


Fig.5.7. Evolution du nombre de Boussinesq avec les hauteurs conjuguées

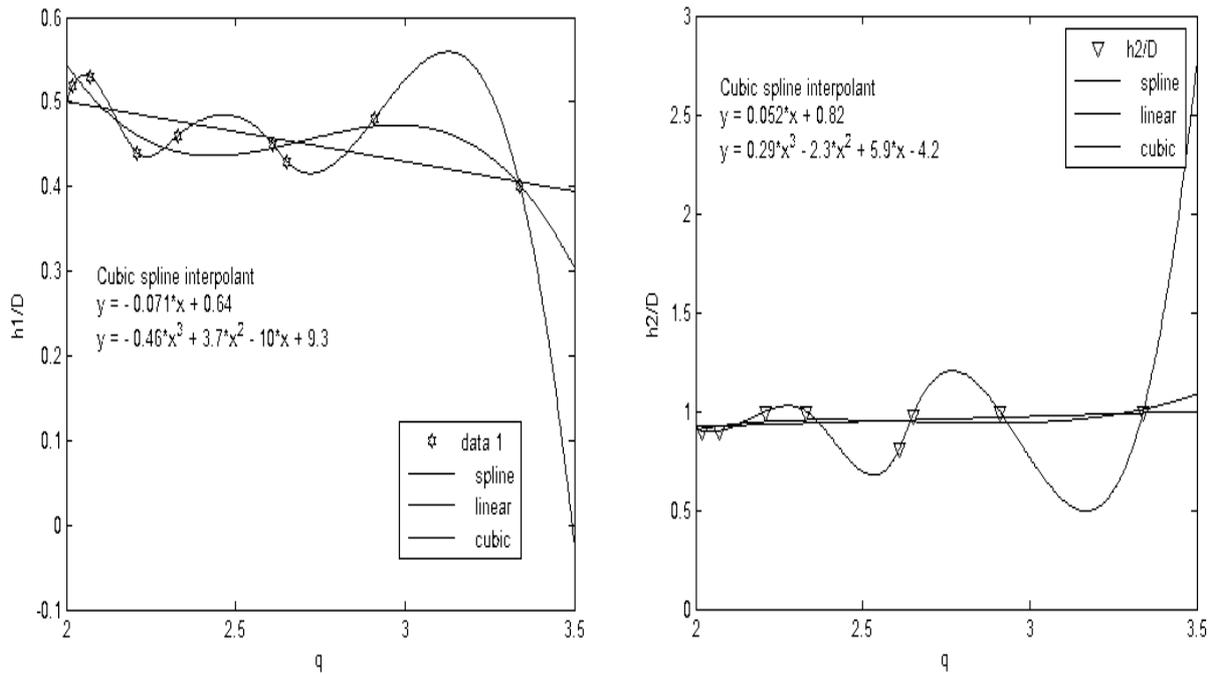


Fig.5.8. Hauteurs relative $h_1/D, h_2/D$ en fonction du débit relatif

5.3. Interprétation

Les caractéristiques de la zone du ressaut hydraulique représentant un écoulement comprenant une quantité de bulles d'air sont montrées par la figure 5.3. l'ajustement linéaire à nos données donne une équation :

$$\left(\frac{y_{cmax}}{h_1}\right) = 0,14 \left(\frac{x - x_1}{h_1}\right) + 0,79$$

Cette dernière est presque semblable à celle trouvée par Chanson (Muyzen et Chanson, 2009), avec une valeur de 0,11 contre 0,14 et 1 contre 0,79.

D'après les figures 5.4 et 5.6, nous constatons que l'équation de Belanger (Mokrane et Kettab, 2013) :

$$\frac{h_2}{h_1} = 0,5(\sqrt{1 + 8Fr^2} - 1)$$

,destinée pour une section rectangulaire de canal, peut représenter ce rapport pour notre conduite circulaire avec une évolution trois fois plus et avec un décalage d'environ quatre en arrière ; selon les relations:

$$y = \frac{h_2}{h_1} = 0,069(\sqrt{1 + 8Fr^2}) + 1,9 \text{ et } y = 3,1y_b - 4,4 ; \text{ sachant que } 'y'_b \text{ représente les résultats issus de l'application de la formule de Belanger.}$$

La figure 5.5-a montre que pour une hauteur d'eau adimensionnée variant entre 0,45 et 1 et pour un rapport du nombre de Froude au débit relatif $\frac{Fr}{Q / (gD^5)^{\frac{1}{2}}}$ qui varie de $6 \cdot 10^{-4}$ à $0,9 \cdot 10^{-4}$

Or Volkart (Sinninger et Hager, 1989) trouve pour $\frac{h}{D}$ variant de 0,2 à 1 des débits relatifs variant de 0,5 à 100 pour le cas d'un écoulement gravitaire à travers une conduite de grand diamètre à forte pente et il estime que l'écoulement ne dépend pas du nombre de Froude mais du nombre de Boussinesq qui tient compte du mélange air-eau.

La figure 5.5.b montre l'évolution de la ligne d'eau en fonction de la position qui est caractérisée par la brusque surélévation entre six et dix.

Les figures 5.5 .c et 5.5. d représentent la mobilité de ce ressaut par l'évolution de ses hauteurs conjuguées dans le temps.

La figure 5.7 ci-avant montre que pour nos conditions, le nombre de Boussinesq s'ajuste bien avec la fonction cubic spline interpolation et dépasse pour tous les essais la valeur de six (Bollat et Pfister, 2013), ce qui implique l'existence d'un écoulement bi phasique. La concentration moyenne de l'air peut ainsi être évaluée par la formule :

$$C = 1 - [1 + 0,02(Bs - 6)^2]^{-1}$$

La figure 5.8 montre que le débit relatif dépasse l'unité et par conséquent le débit dépasse le débit de pleine section pour des hauteurs de remplissage inférieure ou égale à l'unité et la condition de la capacité théorique maximale n'est plus garantie ce que nous pouvons argumenter par la faible dimension du diamètre de notre conduite ainsi que les conditions d'alimentation et l'écoulement non uniforme. D'après Hager un taux de remplissage dans notre cas de 0,74 implique le passage de l'écoulement à surface libre à l'écoulement en charge. L'analyse des valeurs du nombre de Froude et celui du choking (mise en charge, $C_{ch} = Fr * \frac{h_1}{D}$), révèlent que le passage de l'écoulement à surface libre à celui sous pression peut être observé pour $Q=4,04\text{m}^3/\text{h}$ et $2,5\text{m}^3/\text{h}$.

Conclusion

D'après l'étude expérimentale que nous avons menée , nous constatons que l'évolution des rapports des hauteurs conjuguées dans la conduite circulaire est analogue à la relation de Belanger (canal rectangulaire) mais avec des coefficients différents et que la phase air constitue une partie significative dans l'écoulement vu les valeurs du nombre de Boussinesq.

Chapitre 06

Modélisation de la mise en charge d'une conduite

Modélisation de la mise en charge d'une conduite

Introduction

Il s'agit de modéliser la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge en un point ou en plusieurs points et donc d'un écoulement mixte.

Les mises en charge peuvent être partielles ou complètes le long d'un tronçon de conduite, temporaire ou de longues durées stationnaires ou mobiles.

Le problème réside donc dans la représentation du passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge.

Basées sur l'approche mécaniste certaines méthodes ont été développées pour la simulation de ce phénomène.

6.1. Méthode du stockage

Le volume d'eau qui s'écoule en charge est stocké jusqu'à ce que l'écoulement devienne à surface libre. Ce volume est évacué vers l'aval, aux pas de temps futurs, par un modèle d'écoulement à surface libre (Bertrand et Krajewski, 2006), mais l'influence sur l'amont n'est pas prise en compte, ni la réalité de la transition. Cette méthode ralentit le transfert de débit, une application de ce principe a été faite dans l'étude de la galerie hydroélectrique de Wettingen en étant associé à l'artifice de calcul de la fente piézométrique (Cunge et Wegner, 1964)

6.2. Méthode de la translation simple

En utilisant la méthode du time-offset ; le débit est directement transféré de l'amont vers l'aval, sans considérer ni stockage, ni influence sur l'amont.

En considérant un tronçon de conduite, nous avons :

$$Q_s(t) = Q_e(t - t_p) \quad (6.1)$$

Avec, $Q_s(t)$: débit à l'amont d'un tronçon ; $Q_e(t)$: débit à l'aval t_p : temps moyen de propagation de l'onde en minutes A $t + \Delta t$, nous avons :

$$Q_s(t + \Delta t) = \frac{k_0}{\Delta t} Q_e(t) + \left(1 - \frac{k_0}{\Delta t}\right) Q_e(t + \Delta t) \quad (6.2)$$

$$\text{Avec, } k_0 = \frac{L}{60V} \text{ et } V = \frac{\sum_{i=1}^n V_i Q_i}{\sum_{i=1}^n Q_i}$$

où, V est la vitesse de l'écoulement et L , la longueur du tronçon considéré.

k_0 doit vérifier la condition suivante : $\frac{k_0}{\Delta t} \leq 1$

6.3. Méthode de l'INSA

Sous l'hypothèse d'un écoulement permanent à chaque pas de temps, deux modèles de calcul sont utilisés dans ce cas ; un modèle de propagation de l'amont vers l'aval et d'un modèle de mesure de charge qui se fait de l'aval vers l'amont.

Le schéma de principe de cet artifice de calcul est montré par la figure suivante :

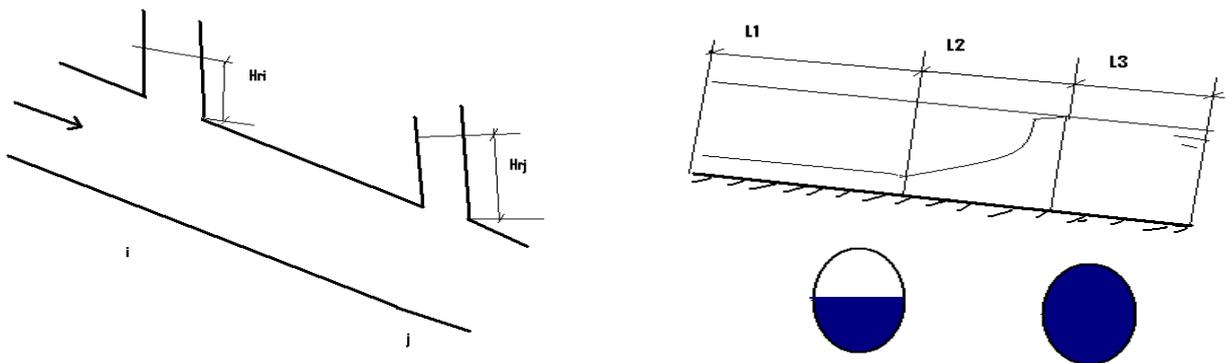


Fig.6.1. Schéma de principe du modèle INSA pour une conduite en charge et partiellement à surface libre

Nous avons :

$$H_{ri} = f(H_{rj}, C_c, \Delta H_{ij})$$

Avec, H_{ri} et H_{rj} : les hauteurs d'eau dans les regards i et j ; C_c : Caractéristique de la conduite et ΔH_{ij} : perte de charge entre les regards i et j

Le modèle de mesure de charge est basé sur l'équation de Bernoulli :

$$H = \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z$$

Où, Z : La position verticale (m) ; u : Vitesse d'écoulement (m/s) ; p : Pression absolue (m) ; ρ : Masse volumique de l'eau(kg/m^3) et g : Accélération de la pesanteur(m/s^2)

Le modèle de propagation est du type Muskingum non linéaire :

$$Q_s(t) = Q_e(t) + \frac{V_s(t - \Delta t)}{\Delta t} - \frac{V_s(t)}{\Delta t} \quad (6.3)$$

Avec,

$$V(t) = Q_e(t)T_p \quad (6.4)$$

T_p : le temps de parcours mesuré en fonction du débit entrant et qui dépend de l'état de l'écoulement (partiellement ou totalement en charge ou à surface libre), il est déterminé par les volumes respectifs ; $V_s(t) = L_b S_a$, pour une conduite à surface libre, par $V_s(t) = L_b S_c$, pour une conduite en charge et par $V_s(t) = L_1 S_a + \frac{1}{2} L_2 (S_a + S_c) + L_3 S_c$, pour une conduite partiellement en charge, avec : $l_b = L_1 + L_2 + L_3$

Alors que, le coefficient de frottement est déterminé en utilisant la formule de Colebrook White comme suit :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{k_r}{3,7D_h} + \frac{2,51\nu}{uD_h\sqrt{f}} \right] \quad (6.5)$$

Avec ; k_r la rugosité en[m], D_h le diamètre hydraulique en [m], et ν la viscosité cinématique de l'eau en [m²/s].

Le principe de ce modèle est de chercher le débit qui met en charge le tronçon. Les charges sont déterminées à l'amont et de même pour la zone influencée par la mise en charge et connaissant les zones partiellement ou totalement en charge, il faut recalculer le débit dans le tronçon j en utilisant le modèle de propagation tenant compte des mises en charge puis reprendre l'étape précédente jusqu'à ce qu'il y ait équilibre .

Cette méthode est basée sur des simplifications théoriques importantes or elle prend en compte de manière explicite les phénomènes de mise en charge.

6.4. Méthode de la fente piézométrique de Preissmann

La méthode de Preissmann consiste à considérer une fente rectangulaire en haut de la conduite d'une épaisseur faible et de supposer que l'écoulement est à surface libre à travers toute la longueur, en utilisant les équations de Barré De Saint Venant. Or le calcul ne prend en considération ni les dépressions pouvant apparaître lors d'un écoulement en charge ni l'influence de la mise en charge sur l'écoulement amont. La figure ci-dessous montre le principe de cet artifice de calcul.

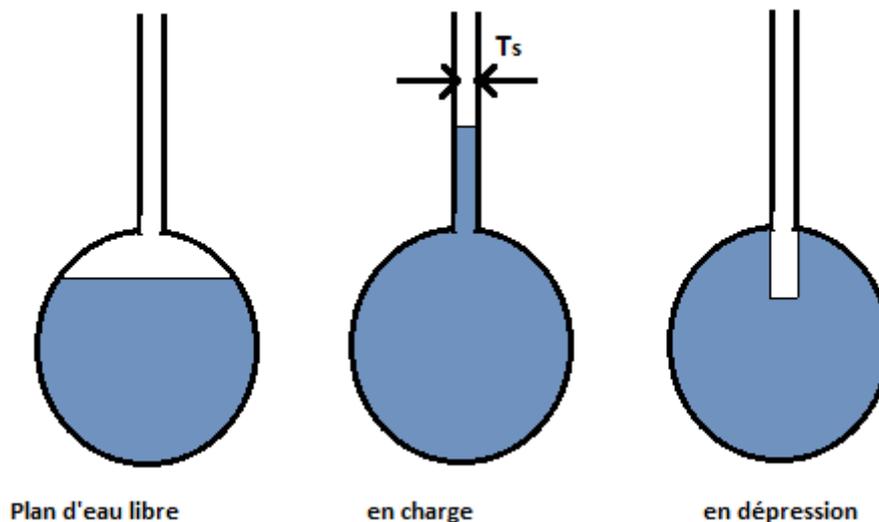


Fig.6.2. Schéma de principe de la fente de Priessman avec le cas de dépression

La fente fictive de Preissman est liée à la célérité des ondes ,donnée par(Kerger et al, 2011) :

$$T_s = g \frac{A}{c^2} \quad (6.6)$$

Cette approche implique l'hypothèse d'une fente très petite et constante en plus d'une transition du fond de la conduite à sa génératrice supérieure. la réalité ainsi n'est pas représentée.

6.5. Méthode tenant compte de la phase air

Cette méthode est illustrée par un modèle de calcul (Vasconcelos et Wright, juillet 2003) qui prend en considération la phase air dont le mécanisme a été étudié expérimentalement par Jose G. Vasconcelos et Steven J. Wright (Vasconcelos et Wright, mai 2006). Ce modèle consiste à décrire la partie écoulement à surface libre par le système de Barré De Saint Venant en utilisant la méthode des caractéristiques pour sa résolution ; la partie écoulement sous pression par le modèle de la colonne rigide et la partie phase air par les expressions du débit et de la hauteur d'air :

$$Q_{air} = C_d A_{orif} Y \sqrt{2g \frac{\rho_w}{\rho_{air}} (H^* - H_b^*)} \quad (6.7)$$

Avec, C_d est le coefficient de contraction de la section d'entrée d'air, H^* et H_b^* sont respectivement la pression absolue de l'air et la pression atmosphérique et Y est un facteur qui est fonction de H^* et H_b^* .

La hauteur de pression de l'air est donnée par :

$$H_{air} = \frac{1}{2g} \frac{\rho_w}{\rho_{air}} \left[\frac{V_{ressaut} (A_c - A_{fs})}{C_d A_{orif} Y} \right] \quad (6.8)$$

Où, A_{fs} est la section mouillée correspondant au centre de gravité à l'extrémité amont et le modèle mathématique s'écrit alors :

$$\partial \vec{U}_t + \partial F_x(\vec{U}) = S(\vec{U}) \quad (6.9)$$

Avec,

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}, \quad \vec{F}(\vec{U}) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gA(h_c) + gA_{cond}H_{air} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\vec{S}(\vec{U}) = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f) \end{bmatrix}$$

La pente du frottement étant déterminée par l'équation de Manning Strickler

6.6. Méthode des deux composantes de pression

En se basant sur la séparation des composantes de la pression (Vasconcelos et al, juin 2006) a été proposé pour améliorer la simulation de la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge. La pression est décomposée en deux termes l'un est du à la présence de l'eau (pression hydrostatique et l'autre apparaît lorsque l'écoulement est sous pression). Il est

donc à supposer que l'écoulement sous pression est incompressible et élastique . Dans ce modèle les équations de la masse et des moments s'écrivent sous forme vectorielle et pour une conduite circulaire:

$$\partial \vec{U}_t + \partial F_x(\vec{U}) = S(\vec{U})$$

Avec :

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}, \quad \vec{F}(\vec{U}) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gA(h_c + h_s) \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\vec{S}(\vec{U}) = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f) \end{bmatrix}$$

Sachant que, h_c , est la distance entre le centre de gravité de la section transversale, A , et le niveau de la surface libre, alors que, h_s , est la hauteur de pression correspondant à l'écoulement souspression. Elle est donnée par :

$$h_s = \frac{a^2 \Delta A}{g A_c} \quad (6.12)$$

Avec, $\Delta A = A - A_c$ où ; A_c est la surface de la section de la conduite et A est la surface de la section transversale de l'écoulement sous pression. La pente du frottement est déterminée par l'équation de Manning Strickler.

6.7. Méthode de la dualité

Un couple commun de variables conservatives dans le but d'unifier la formulation des deux types écoulement (Bourdarias et Gerbi, 2007). L'écoulement sous pression est considéré en premier et une section mouillée de l'écoulement à surface libre équivalente est définie par la relation :

$$M = \rho A_{\max} = \rho_0 A_{\text{eq}} \quad (6.13)$$

Un débit de l'écoulement à surface libre equivalent est défini par :

$$D = \rho Q = \rho_0 Q_{\text{eq}} \quad \text{où,} \quad Q_{\text{eq}} = A_{\text{eq}} u \quad (6.14)$$

D'où :

$$\partial_t A_{\text{eq}} + \partial_x Q_{\text{eq}} = 0$$

$$\partial_t Q_{\text{eq}} + \partial_x \left(\frac{Q_{\text{eq}}^2}{A_{\text{eq}}} + c^2 A_{\text{eq}} \right) = g A_{\text{eq}} \sin \alpha - gK \frac{Q_{\text{eq}} |Q_{\text{eq}}|}{A_{\text{eq}}} \quad (6.15)$$

En posant $A = A_{\text{eq}}$ et $Q = Q_{\text{eq}}$, le modèle de dualité s'écrit :

$$\partial_t A + \partial_x Q = 0$$

$$\partial_t Q + \partial_x \left(\frac{Q^2}{A} + p(x, A, E) \right) = g A_{\text{eq}} \sin \alpha - gK(A, E) \frac{Q_{\text{eq}} |Q_{\text{eq}}|}{A_{\text{eq}}} \quad (6.16)$$

Où, E définie l'état de l'écoulement à la position x ($E = 0$ pour un écoulement à surface libre et $E = 1$, pour un écoulement en charge)

6.8. Modélisation de la mise en charge d'une conduite initialement à surface libre

Pour une meilleure représentation du phénomène de transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge, on doit tenir compte :

- Du type d'écoulement (dépression en cas du régime en charge), contrairement au modèle de Preismann et celui de l'INSA.
- Du type de paroi, de sa rugosité et du dépôt.
- De l'influence de l'écoulement aval sur l'amont
- De la phase air en contact avec la phase liquide

Pour une description la plus proche de la réalité du phénomène de la transition d'un écoulement à un autre nous suggérons d'utiliser le modèle de Barré De Saint Venant en supposant que la transition se fait par la création d'un ressaut hydraulique dans la conduite. Ceci peut être illustré par la figure suivante :

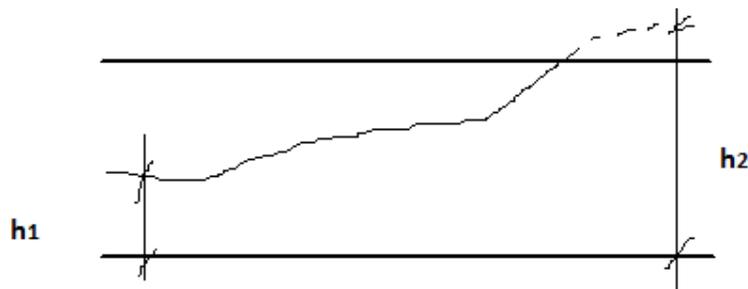


Fig. 6.3. Mise en charge de la conduite

Nous devons, ainsi, répartir l'écoulement en cinq phases E_m (m variant de 1 à 5) :

Première phase: Ecoulement à surface libre, désigné par **SL**

Deuxième phase: Ecoulement à surface libre à section pleine, désigné par **SLP**

Troisième phase: Transition de l'écoulement à surface libre à l'écoulement sous pression. Désigné par **TSP**

Quatrième phase: Ecoulement sous pression, désigné par **SP**.

Cinquième phase : Ecoulement en charge mais en dépression, désigné par **SPD**.

6.8.1. Modèle mathématique

En se basant sur le système d'équations aux dérivées partielles de S.Venant et en modifiant le terme du flux, à travers l'expression de la pression, ainsi que celui de la pente du frottement nous obtenons :

$$\partial \vec{U}_t + \partial F_x(\vec{U}) = S(\vec{U})$$

Sous forme vectorielle, il s'écrit :

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}, \quad \vec{F}(\vec{U}) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + p(x, A, E_m) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\vec{S}(\vec{U}) = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f(x, A, E_m)) \end{bmatrix}$$

a. Expression de la pente de frottement

En considérant la force de frottement (Salah, 2002), donnée par :

$$F_f = \rho g A S_f dx \quad (6.18)$$

$$\text{Avec : } \frac{dH}{dx} = S_f$$

Pour une conduite de longueur L, nous avons :

$$S_f = \frac{\Delta H}{L} = f \frac{1}{D} \frac{u|u|}{2g} \quad (6.19)$$

En considérant un régime d'écoulement turbulent rugueux, l'utilisation de la formule Manning Strickler est justifiée mais l'expression du frottement, représentée par S_f , diffère selon l'état de l'écoulement :

$$S_f = N_m(A) u|u| \quad (6.20)$$

Pour un écoulement à surface libre ou à pleine section, nous avons:

$$N_m(A, E) = \frac{n_m^2}{R_h(A)^{\frac{4}{3}}} \quad (6.21)$$

Et pour un écoulement sous pression ou en dépression :

$$N_m(A, E) = \frac{n_m^2}{R_h(A_c)^{\frac{4}{3}}} \quad (6.22)$$

Alors que, pour la transition le frottement n'est pas pris en considération.

b. Expression de la pression

Elle diffère selon le type d'écoulement. En considérant une faible pente pour la conduite, nous obtenons :

Première phase SL

$$P(x, A, E_1) = g A h_c \quad (6.23)$$

Deuxième phase SLP

$$P(x, A, E_2) = g A_c h_c \quad (6.24)$$

Troisième phase TSP

Dans cette phase la pression est discontinue et elle prend deux valeurs ; l'une correspondant à la côte libre de l'écoulement et l'autre à la côte sous pression

Quatrième phase SP

$$P(x, A, E_4) = gA_c h + c^2(A - A_c) \quad \text{Où,} \quad A > 0 \quad (6.25)$$

Cinquième phase SPD

$$P(x, A, E_4) = gA_c h + c^2(A - A_c) \quad \text{Où,} \quad A < 0 \quad (6.26)$$

c. Expression de la célérité des ondes

Elle est donnée comme suit :

Pour un écoulement à surface libre

$$A(h) = \int_0^h T(y) dy \quad \text{Où,} \quad \partial A(h) = T(h) \partial h \Rightarrow \frac{A \partial P}{\rho \partial A} = g \frac{A(h)}{T(h)} = c^2 \quad (6.27)$$

($\partial P = \rho g \partial h$) et c étant la célérité des ondes de l'écoulement.

Pour un écoulement en charge

En utilisant la loi de Boussinesq (Bourdarias et Gerbi, 2007) :

$$P = P_{at} + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \quad (6.28)$$

Et sachant que :

$$E_{els} = - \frac{dP}{DV/V} = \frac{dP}{d\rho/\rho} \quad (6.29)$$

β et E_{els} étant respectivement la compressibilité de l'eau et l'élasticité de la conduite. En considérant une conduite infiniment rigide, c est donnée par :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho_0}} \quad (6.30)$$

Mais la prise en compte de la compressibilité du liquide ne permet pas une similarité entre la célérité de l'écoulement sous pression et celle de l'écoulement à surface libre. Or, en faisant l'hypothèse d'une conduite élastique et d'un écoulement incompressible, l'expression générale de la célérité des ondes désignée comme la vitesse des ondes acoustiques est donnée par (Vasconcelos et al., juin 2006) :

$$c^2 = a^2 = \frac{\Delta P / \rho}{\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad (6.31)$$

En prenant :

$$\Delta\rho = 0 \Rightarrow c^2 = \frac{A \Delta P}{\rho \Delta A}, \quad \text{d'où :}$$

$$h_s = \frac{a^2 \Delta A}{g A_c} \quad (6.32)$$

Mais 'a' reste dépendante de facteurs complexes tel que la distribution de l'air. Kobori et al. et Pearsall (Salah, 2002), à travers leurs travaux de laboratoire ont montré que lorsque le rapport de mélange augmente, la célérité diminue pour une même pression statique. Pour un rapport de mélange passant de 20 à 60 %, à une pression statique de 0,324m, la célérité de l'onde chute de 450 à 260 m/s.

d. Centre de gravité et rayon hydraulique

Nous devons distinguer le cas d'une surface d'eau libre de celui où elle est sous pression et le centre de gravité, d'une section circulaire, n'est rien d'autre que le centre du cercle.

- **Cas d'un écoulement à surface libre**

En faisant l'hypothèse d'égalité entre le diamètre extérieure et intérieure de la conduite (Nédélec, 2005), nous distinguons deux cas différents comme le montre la figure suivante :

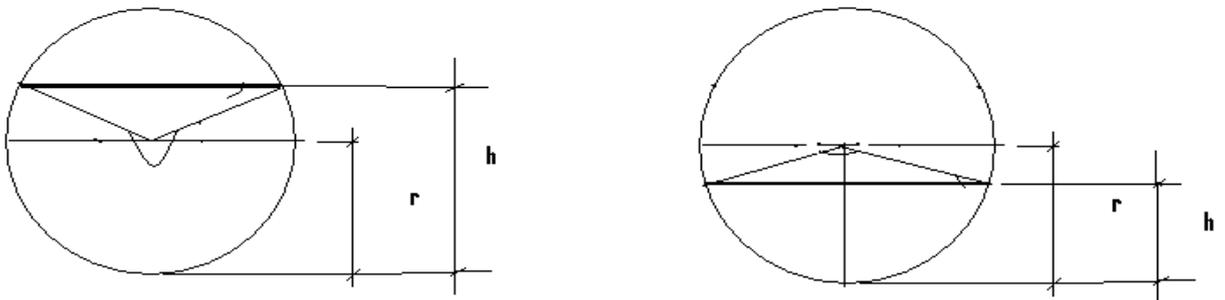


Fig. 6.4. Cas de la hauteur d'eau et du rayon de la conduite

1^{er} Cas : $h > r$

Soit l'angle mouill, θ , r , le rayon et h , la hauteur du tirant d'eau, nous avons (Crausse, 1951) :

$$A = \frac{r^2}{2}(\theta - \sin \theta) \quad \text{et} \quad P_m = r\theta \quad (6.33)$$

Avec, (Nédélec, 2005) :

$$\theta = 2 \left(\pi - 2 \arccos \sqrt{\frac{h}{2r}} \right) \quad (6.34)$$

Le rayon hydraulique est donné par :

$$R_h = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \quad (6.35)$$

Le diamètre hydraulique est alors :

$$D_h = 2r \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \quad (6.36)$$

Le centre de gravité est donné par :

$$y_G = \frac{3}{5} h \quad (6.37)$$

2^{eme} Cas : h < r

La section mouillée est donnée par (Duviella et al., 2006) :

$$A = \frac{r^2}{2} (\theta - \sin \theta) \quad (6.38)$$

Le périmètre mouillé est : $P_m = r\theta$ (6.39)

Avec, $\theta = 2 \arccos \left(\frac{r-h}{r} \right)$ (6.40)

Le rayon hydraulique est :

$$R_h = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \quad (6.41)$$

Le diamètre hydraulique est alors :

$$D_h = 2r \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) \quad (6.42)$$

Le centre de gravité est donné par l'équation (6.37).

e. Discrétisation du modèle mathématique

Vue l'hyperbolicité et la non linéarité du modèle mathématique, c'est la méthode des volumes finis qui est la plus recommandée.

Notre domaine d'étude est une conduite circulaire de longueur L que nous partageons en N mailles m_i (figure 4.4), d'où :

$$m_i = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}], \quad 1 < i < N, \quad \Delta t \text{ est le pas de temps tel que } t_{n+1} = t_n + \Delta t$$

et Δx est le pas d'espace tel que $x_{i+1} = x_i + \Delta x$

Les inconnues discrètes du problème sont donc : $U_i^n = \begin{pmatrix} A_i^n \\ Q_i^n \end{pmatrix}$

• Première étape

En première étape, nous nous intéressons à la résolution du système sans tenir compte du terme source :

$$\partial U_t + \partial_x F(x, U) = 0 \quad (6.44)$$

Il s'agit donc de résoudre le problème de Riemann, défini dans le chapitre 4, en utilisant un schéma explicite de type conservatif (aux volumes finis), qui s'écrit sous la forme :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \lambda (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n) \quad (6.45)$$

Avec, $\lambda = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ et sachant que: $A_{jc} = \frac{\partial F(U)}{\partial U}$ est la matrice Jacobéenne de F par rapport à U et que : $U_i \neq U_{i+1}$.

Rappelons que nous avons opté pour des schémas conservatifs à un pas de temps et à trois pas d'espace, soit :

❖ Schéma de Lax friedricks

son schéma est donné par :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n) \quad (6.46)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} F_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (F_{i+1}^n + F_i^n) - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (U_{i+1}^n - U_i^n) \\ F_{i-1/2}^n = \frac{1}{2} (F_i^n + F_{i-1}^n) - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (U_i^n - U_{i-1}^n) \end{cases}$$

❖ Schéma de Lax Wendroff

La solution numérique, au moyen de ce schéma, est calculée en deux étapes, comme suit (Ionut et al., 2006) :

$$U_{i+1/2}^{n+1} = \frac{U_i^n + U_{i+1}^n}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F(U_{i+1}^n) - F(U_i^n)) \quad (\text{Première étape}) \quad (6.47)$$

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F(U_{i+1/2}^{n+1}) - F(U_{i-1/2}^{n+1})) \quad (\text{Seconde étape}) \quad (6.48)$$

❖ Schéma de Godunov

Il est représenté par :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F(U_{i+1/2}^n) - F(U_{i-1/2}^n)) \quad (6.49)$$

Avec : $U(x, t) = \sum_{k=1}^2 (x - \lambda_k t, 0) R_k$ et les flux interfaciaux sont :

$$\begin{cases} F_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} [F_{i+1}^n + F_i^n - |A_{jc}| (U_{i+1}^n - U_i^n)] \\ F_{i-1/2}^n = \frac{1}{2} [F_i^n + F_{i-1}^n - |A_{jc}| (U_i^n - U_{i-1}^n)] \end{cases}, \quad A_{jc}, \text{ étant la matrice Jacobienne.}$$

• Deuxième étape : Prise en compte du terme source

Considérons le système :

$$\partial U_t + \partial_x F(x, U) = S(x, U) \quad (6.50)$$

La résolution du problème de Riemann correspond à celle de l'équation d'advection, nous avons donc :

$$U_i^{\text{adv}} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2} - F_{i-1/2}]$$

$$U_i^{n+1} = U_i^{\text{adv}} + \Delta t S(U_i^{\text{adv}}) \quad (6.51)$$

$$D'où : U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{F}_{i+1/2}^n - \tilde{F}_{i-1/2}^n] + \Delta t S(U_i^n) \quad (6.52)$$

6.8.2. Prise en compte de la modification du fond

Le système d'équation de Barré saint venant auquel nous associons la variation du fond par effet du dépôt est dit système de Barré saint venant Exner. Il est donné par le système précédent mais avec une modification dans le vecteur variables (Novak, 2010) :

$$U = \begin{bmatrix} y \\ q \\ z_f \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & c^2 \\ \frac{1}{(1-p)\rho_s} \frac{\partial q_s}{\partial y} & \frac{1}{(1-p)\rho_s} \frac{\partial q_s}{\partial q} & 0 \end{bmatrix} \text{ et } S(x, U) = \begin{bmatrix} 0 \\ -gyS_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

La solution générale du système, $\det(J - aI) = 0$, correspond à celle de l'équation :

$$\det(J - aI) = -a \begin{vmatrix} 2u - a & c^2 \\ \frac{1}{(1-p)\rho_s} \frac{\partial q_s}{\partial q} & -a \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c^2 - u^2 & c^2 \\ -u & -a \end{vmatrix} + 0$$

$$\Leftrightarrow a^3 - 2ua^2 + \left[u^2 - \left(1 + \frac{\theta_s}{1-p} \right) c^2 \right] a + \frac{\theta_s}{(1-p)} c^2 u = 0 \quad (6.54)$$

En divisant l'équation précédente par le cube de la célérité 'c' nous pourrions mettre en évidence la relation entre le nombre de Froude, le débit solide et la vitesse de propagation des ondes :

$$\left(\frac{a}{c} \right)^3 - 2F_r \left(\frac{a}{c} \right)^2 + \left[F_r^2 - \left(1 + \frac{\theta_s}{(1-p)} \right) \right] \left(\frac{a}{c} \right) + F_r \frac{\theta_s}{(1-p)} = 0 \quad (6.55)$$

$$\text{Avec : } \theta_s = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial q_s}{\partial q}$$

Pour $\theta_s = 0$, nous avons :

$$a^3 - 2ua^2 + [u^2 + c^2]a = 0 \Leftrightarrow a(a - (u - c))(a - (u + c)) = 0 \quad (6.56)$$

Alors, les solutions sont :

$$a_1 = 0, \quad a_2 = u - c \quad \text{et} \quad a_3 = u + c$$

$$\text{Ou,} \quad \left(\frac{a}{c} \right)^2 - 2F_r \left(\frac{a}{c} \right) + [F_r^2 - 1] \left(\frac{a}{c} \right) = 0 \quad (6.57)$$

et les solutions sont présentés dans la figure 6.5.

Or, pour des vitesses et des nombres de Froude importants, nous avons d'après (Novak, 2010) :

$$\theta_s \approx \frac{24}{\left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho}\right)} F_r^2 ;$$

$$\frac{a_1}{c} = \left[\frac{1}{2} - \left[1 + 4\theta_s \frac{1}{F_r^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right] F_r, \frac{a_2}{c} = F_r \text{ et } \frac{a_3}{c} = \left[\frac{1}{2} + 2 \left[1 + 4\theta_s \frac{1}{F_r^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right] F_r$$

Alors que, d'après Eng et al. (2015) l'équation à résoudre est :

$$a^3 - 2ua^2 + [(1 + \tilde{\beta})c^2 - u^2]a - c^2\tilde{\alpha} = 0 \quad (6.58)$$

Et les vitesses de propagation sont les solutions de la dérivée nulle du polynôme précédent :

$$a_1 = x_0 - 2\Omega \text{ et } a_2 = x_0 + 2\Omega$$

$$\text{Avec, } x_0 = \frac{2u}{3} \text{ et } \Omega = \frac{1}{3} \sqrt{u^2 + 3c^2(1 + \tilde{\beta})}$$

Les expressions de $\tilde{\beta}$ et de $\tilde{\alpha}$ sont :

$$\tilde{\beta} = \frac{\partial q_s}{\partial q} \text{ et } \tilde{\alpha} = \frac{\partial q_s}{\partial y}$$

Avec plus de simplifications, Ersoy (2010) propose de remplacer, dans le système de Saint Venant, le terme classique de pression $\frac{gh^2}{2}$ par $\frac{gh^2}{3}$.

Pour étudier l'effet du dépôt sur les écoulements à surface libre ou sous pression, nous allons examiner l'influence de ce phénomène (θ_s) et du nombre de Froude (F_r) sur les vitesses de propagation des ondes qui sont les solutions du polynôme caractéristique du système d'équation de Barré Saint Venant Exner .

Dans ce but, faisons varier la valeur représentant le débit solide :

$$\theta_s = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}, \text{ puis pour des valeurs plus importantes.}$$

Les figures suivantes montrent l'évolution des vitesses de propagations pour les différentes valeurs de θ_s , de F_r et pour une porosité fixe de 0,6 :

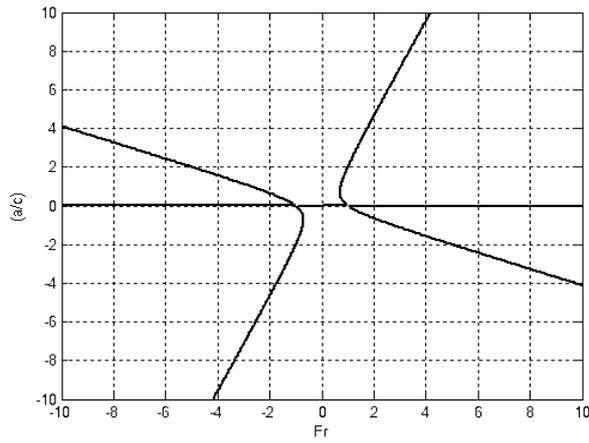


Fig. 6.5. Vitesse de propagation pour $\theta_s = 0$

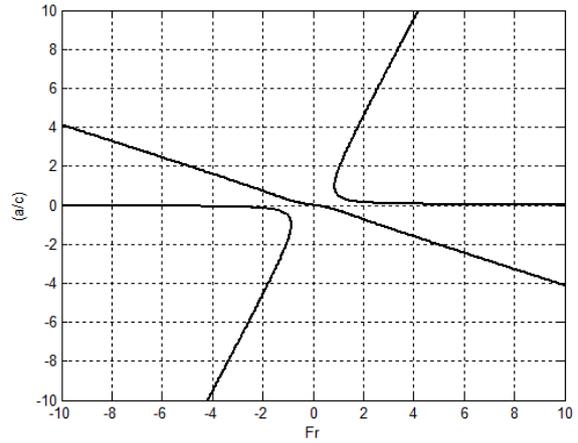


Fig. 6.6. Vitesse de propagation pour : $\theta_s = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}$

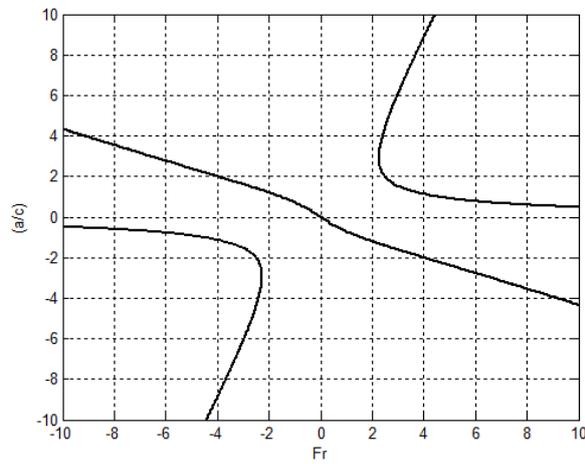


Fig. 6.7. Vitesse de propagation pour $\theta_s = 2$

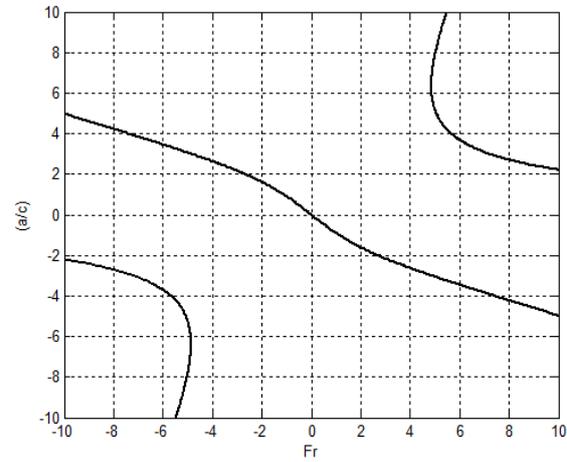


Fig.6.8. Vitesses de propagation pour $\theta_s = 10$

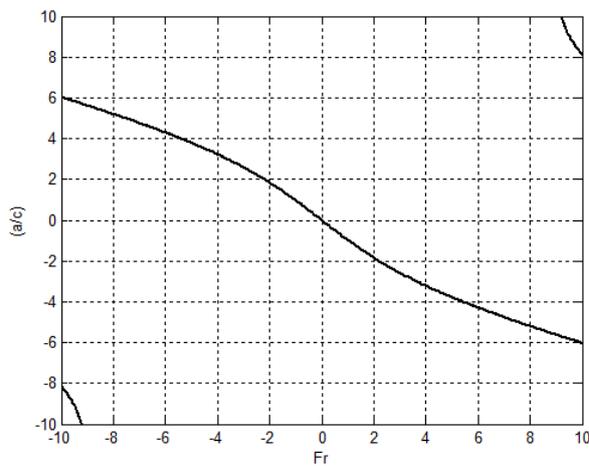


Fig. 6.9. Vitesse de propagation pour $\theta_s = 35$

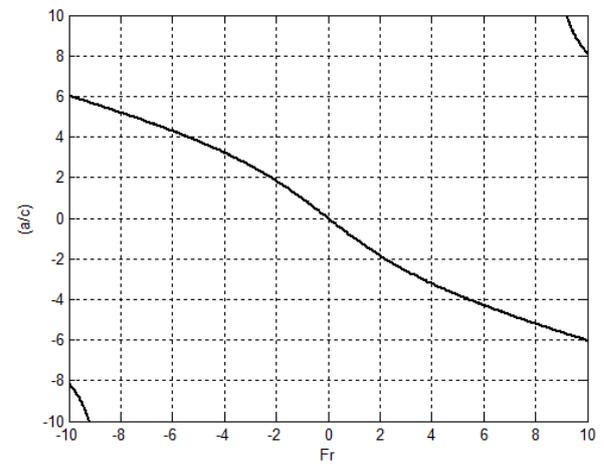


Fig.6.10. Vitesse de propagation pour $\theta_s = 35,01$

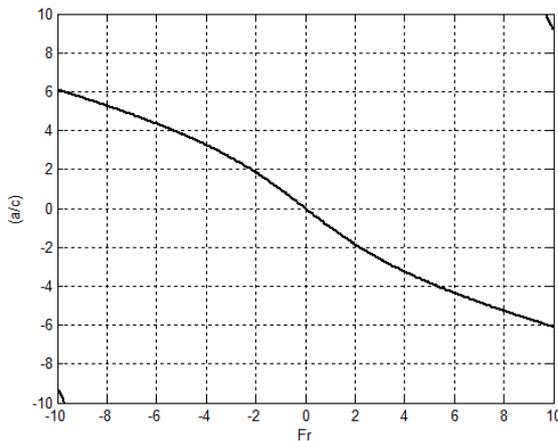


Fig.6.11.Vitesse de propagation pur $\theta_s = 38$

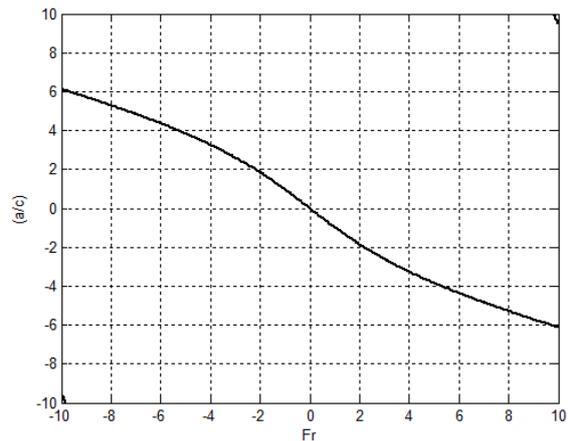


Fig.6.12.Vitesse de propagation pour $\theta_s = 38,7$

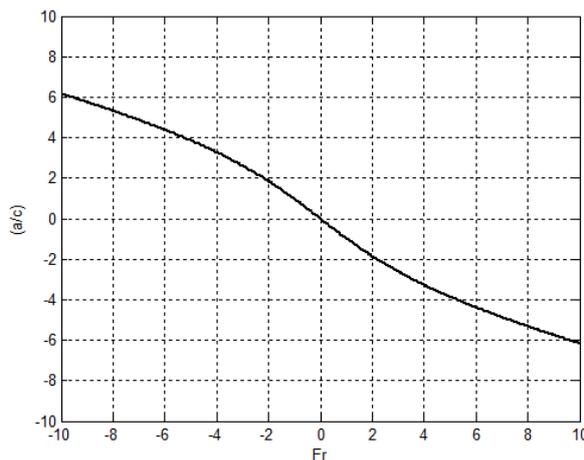


Fig.6.13.Vitesse de propagation pour $\theta_s = 40$

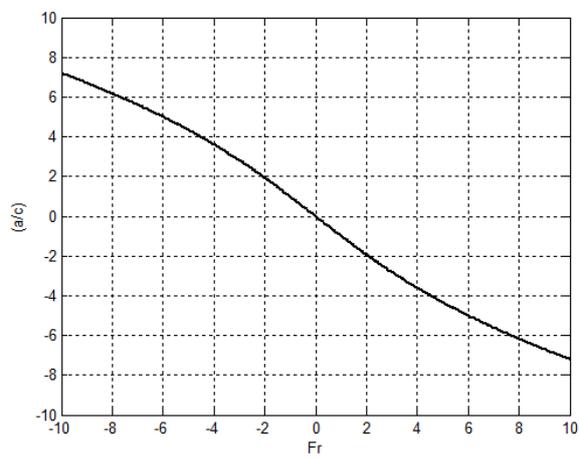


Fig.6.14.Vitesse de propagation pour $\theta_s = 100$

Interprétation

En comparant les expressions des vitesses de propagation des ondes du système d'équations de Barré Saint Venant Exner et celui de Barré Saint Venant ,dans le cas ou le nombre de Froude varie de '-10' à '+10', nous constatons que :

Pour des vitesses inférieures à la valeur seuil de Peter Meyer et Muller, ce qui correspond à $\theta_s \cong 0$, les vitesses de propagation des ondes sont similaires à celles issues du système de Barré Saint Venant (figure 6.5).

Lorsque les valeurs de « θ_s » sont comprises inférieures ou égales à « 1 », trois solutions apparaissent pour le polynôme caractéristique du système de Barré Saint Venant Exner, dans le cas d'un régime torrentiel et une seule solution pour le régime fluvial (figure 6.6)

Une seule solution est observée pour des nombres de Froude variant de -2 à 2 or trois solutions le sont hors cette intervalle pour une valeur de « θ_s » égale à '2' (figure 6.7).

Pour une valeur de 10 de θ_s , les trois vitesses de propagations sont observées pour des nombres de Froude en dehors de -5 et 5, alors qu'une seule existe dans ce domaine (figure 6.8).

Dans le cas où « θ_s » atteint la valeur de 35, une seule solution s'observe entre -9,5 et 9,5 des valeurs du nombre de Froude alors que trois solutions existent à l'extérieur de cette intervalle (figure 6.9).

La même observation est faite pour la valeur de 35,01 de « θ_s ». une légère différence dans l'intervalle du nombre de Froude apparait pour un « θ_s » de 38 (figures 6.10 et 6.11).

Dans le cas de la valeur de « θ_s » égale à 38,7, nous remarquons que les trois solutions existent pour les valeurs limites du nombre de Froude (figure 6.12).

Lorsque « θ_s » est égale à 40 et à 100 respectivement, alors il n'existe qu'une seule solution comme vitesse de propagation des ondes (figures 6.13 et 6.14).

6.8.3. Prise en compte de la phase air

La phase air constitue un élément important dans la compréhension du passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge en considérant soit la formation des bulles d'air entraînées par le ressaut hydraulique soit le phénomène de cavitation due à une dépression.

6.8.4. Modélisation de l'écoulement biphasique

a. Modele sstk- ω

Écoulement turbulent constitué d'une phase air et d'une phase eau, il est régi par les équations de Navier Stokes issues de l'équation de continuité et de l'équation dynamique. Comme pour la résolution de ce système d'équations, il existe plusieurs modèles, parmi lesquels nous allons retenir celui proposé par Menter ; dit k- ϵ Shear-Stress Transport (SST) (Konozy, 2019). Il s'agit d'un modèle turbulent visqueux à deux équations. C'est un modèle hybride combinant une fonction de mélange 'F1' qui considère le modèle Wilcox près de la paroi au modèle K- ϵ loin de la paroi. Les équations du modèle sstk- ω sont présentées comme suit :

Energie cinétique turbulente

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (6.59)$$

Taux de dissipation spécifique

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega v_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (6.60)$$

Avec :

La fonction de melange F_1 est exprimée comme suit:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta \cdot \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\}$$

Avec :

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right)$$

Et sachant que cette fonction est égale à l'unité dans la couche limite et qu'elle s'annule à l'extérieure de cette zone.

La viscosité turbulente, elle est exprimée par:

$$\nu_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}$$

La seconde fonction de melange F_2 est donnée par :

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right]$$

Le limiteur de production P_k est formulé par : $P_k = \min \left(\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k\omega \right)$

Le tenseur de vitesse de déformation est donné par : $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$

Et nous avons : $\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1)$, avec:

$$\alpha_1 = \frac{5}{9}, \alpha_2 = 0,44$$

$$\beta_1 = \frac{3}{40}, \beta_2 = 0,0828$$

$$\beta^* = \frac{9}{10}$$

$$\sigma_{k1} = 0,85, \sigma_{k2} = 1$$

$$\sigma_{w1} = 0,5, \sigma_{w2} = 0,856$$

(cfd-online.com/Wiki/SST_k-omega_model)

Conclusion

Le passage d'un écoulement à surface libre à celui sous pression peut être décrit par le système de Barré Saint Venant avec une modification dans le flux physiques et en utilisant des schémas type volumes finis à capture de choc en assimilant la transition d'un état à l'autre à un ressaut hydraulique contenant une phase air. L'influence du dépôt associée à une modification du fond est directement liée au nombre de Froude et prenant part dans le terme de la rugosité dans l'expression du terme source, alors que la considération de l'écoulement diphasique est abordée moyennant le modèle sstk- ω .

Chapitre 07

Essais numériques

Essais numériques

Introduction

Ce chapitre consiste à mettre en évidence les solutions obtenus en utilisant comme outil numérique les schémas de Lax Friedrichs, de Lax Wendroff et de Godunov que nous avons cité dans le sixième chapitre, en considérant un domaine unidimensionnel puis nous faisons appel au package du logiciel Fluent Ansys, pour un domaine tridimensionnel avec un modèle hybride de turbulence. Nous étudions aussi les solutions numériques moyennant l'approche du ressaut mobile.

7.1. Comparaison des schémas numériques

Nous comparons les solutions numériques $\begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}$ du système d'équations de Barré De Saint Venant régissant l'écoulement mixte, en utilisant les schémas explicites de Lax Wendroff, de Lax Friedrichs et de Godunov.

La prise en compte du terme source par les solveurs considérés avec des conditions aux limites discrètes est représentée par les figures 7.1 ÷ 7.4. Nous constatons que la différence, par rapport au cas ne prenant pas en compte le terme source, s'observe pour la solution débit. Les schémas de Lax Friedrichs et de Godunov donnent les mêmes résultats alors que celui de Lax Wendroff donne des valeurs très inférieures pour des valeurs du nombre de Courant de 0,5, 0,9 et 1,5.

Pour les figures 7.5, 7.7, 7.9, 7.11 et 7.13, avec des conditions aux limites discrètes et dans le cas des figures 7.6, 7.8, 7.10, 7.12 et 7.14 avec des conditions aux limites périodiques. Ceci pour différents nombres de Courant Friedrichs Levy : 0,9, 1,0, 0,5, 0,1 et 2. Nous remarquons que :

Avec des conditions limites discrètes les solutions numériques convergent vers la solution exacte pour des nombres de courant inférieurs ou égales à 1 c'est-à-dire 0,1, 0,5 et 0,9 et de même pour des valeurs de 1 et 2.

Avec des conditions aux limites périodiques fluctuant autour de la solution exacte avec des valeurs ΔA positives ou négatives représentant des mises en charge ou en dépression pour un nombre de Courant de 0,9 mais pour le débit c'est le schéma de Godunov qui donne des solutions dépassant la valeur initiale tantôt supérieure et tantôt inférieure. Le même scénario est observé pour un nombre de Courant de 0,1, 0,5, 1,0 et 2,0.

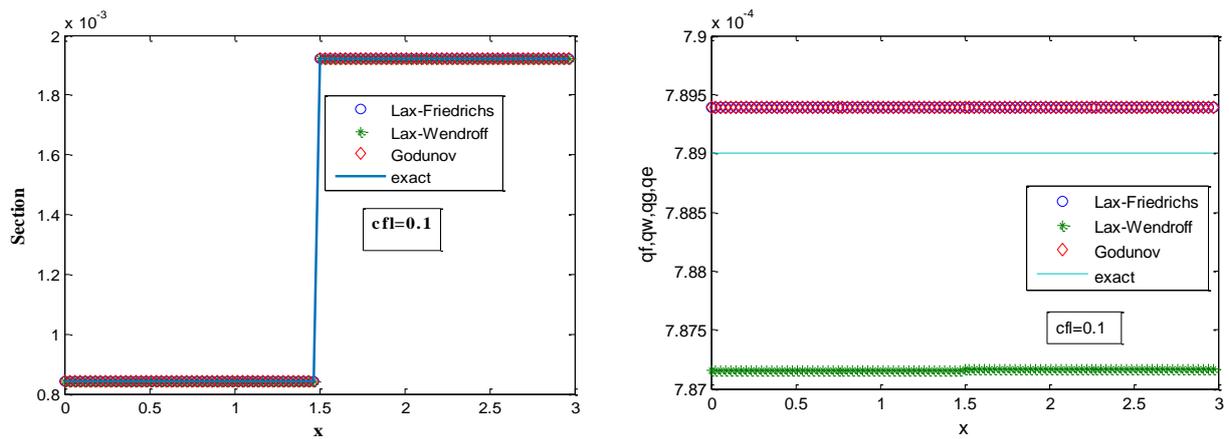


Fig.7.1. Comparaison des schémas (cfl = 0,1) avec terme source

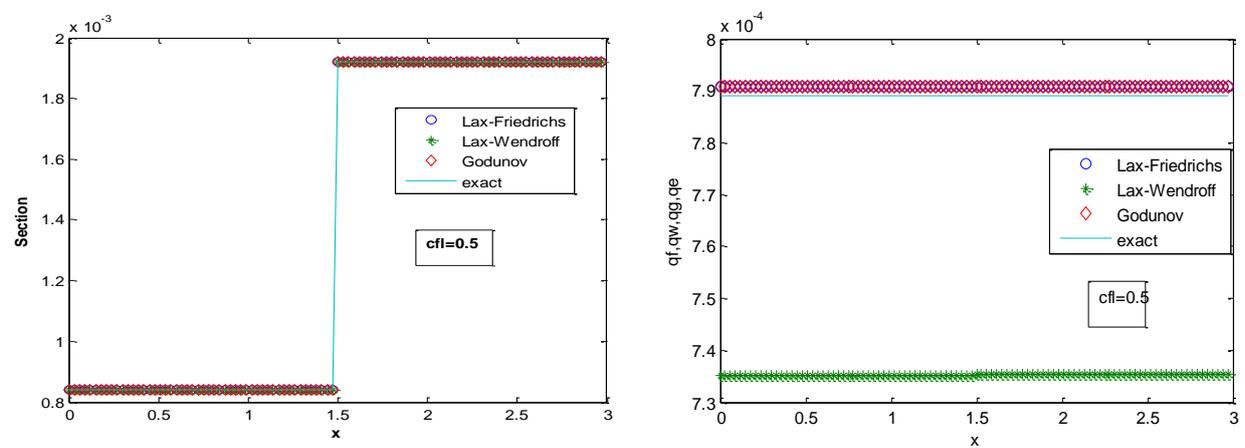


Fig.7.2. Comparaison des schémas (cfl = 0,5) avec terme source

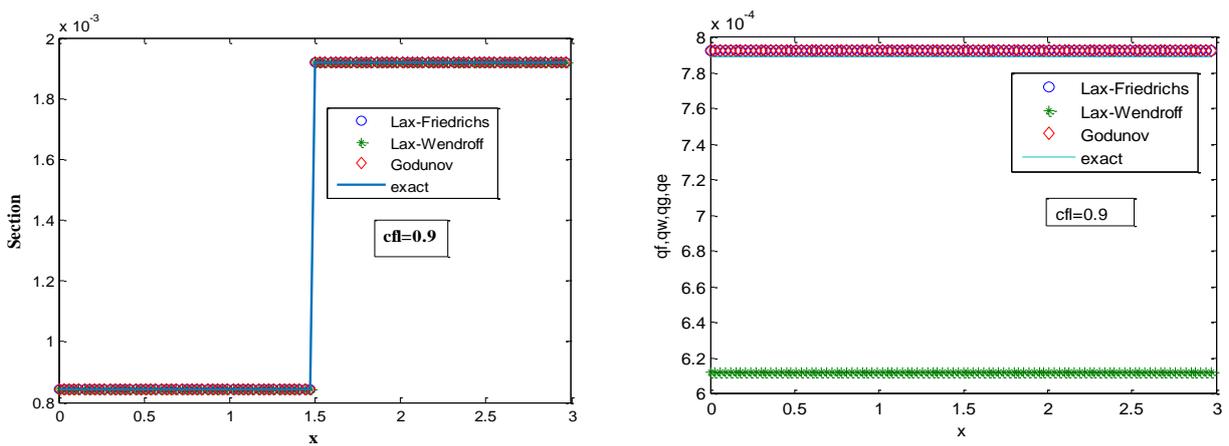


Fig.7.3. Comparaison des schémas (cfl = 0,9) avec terme source

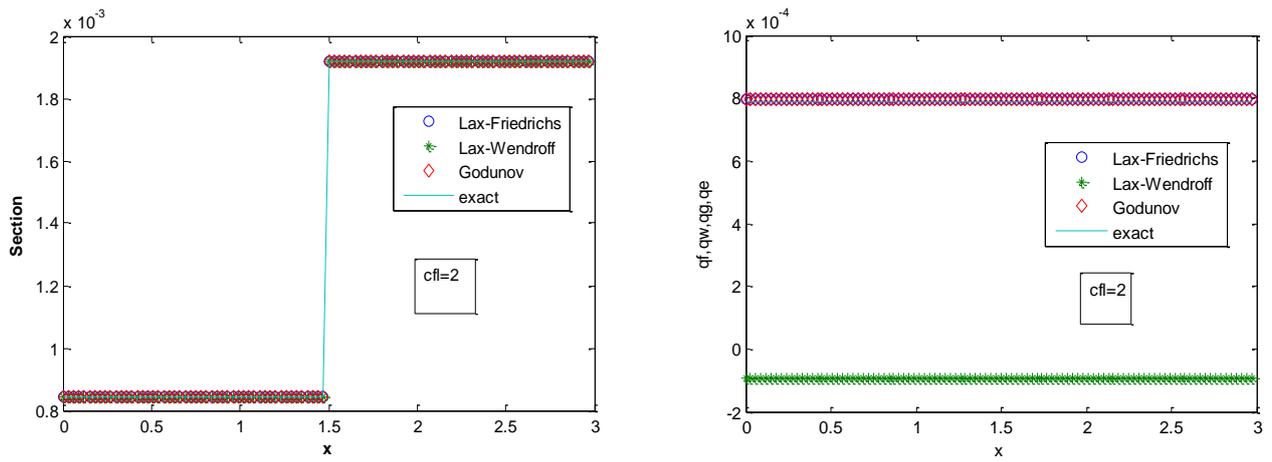


Fig.7.4. Comparaison des schémas (cfl = 2) avec terme source

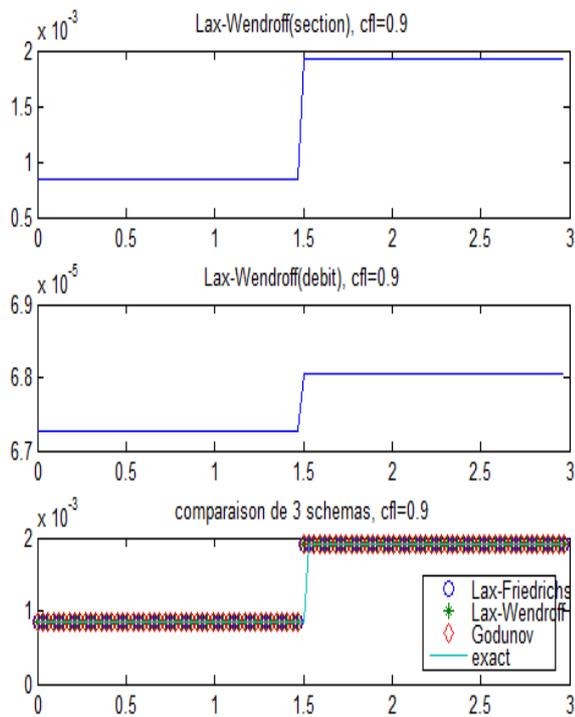


Fig.7.5. Comparaison des schémas (cfl = 0,9)

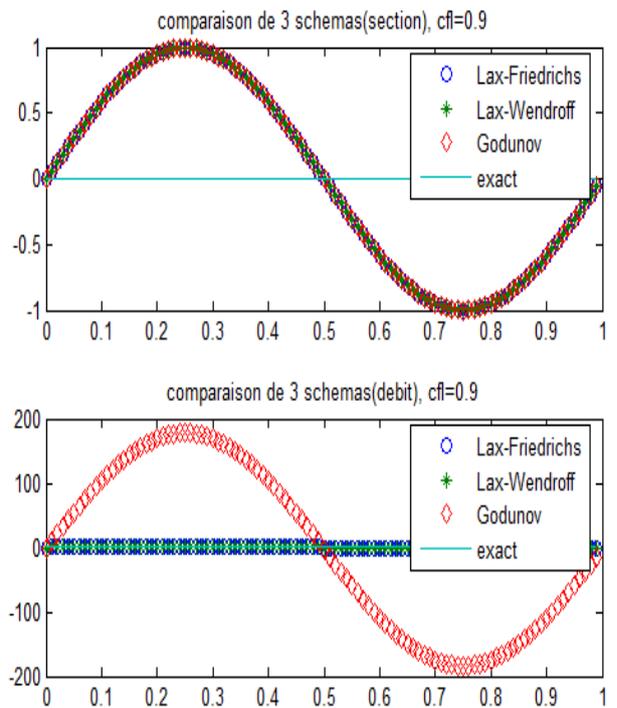


Fig.7.6. Comparaison des schémas (cfl periodiques (cfl = 0,9))

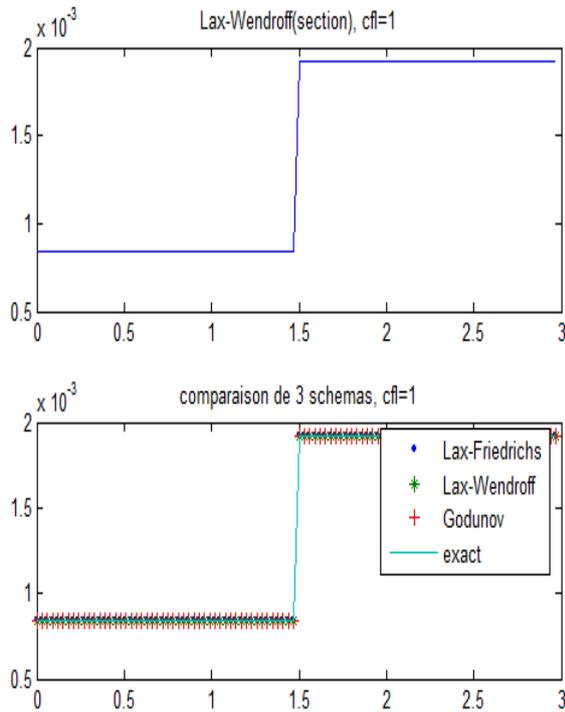


Fig.7.7. Comparaison des schémas (cfl = 1)

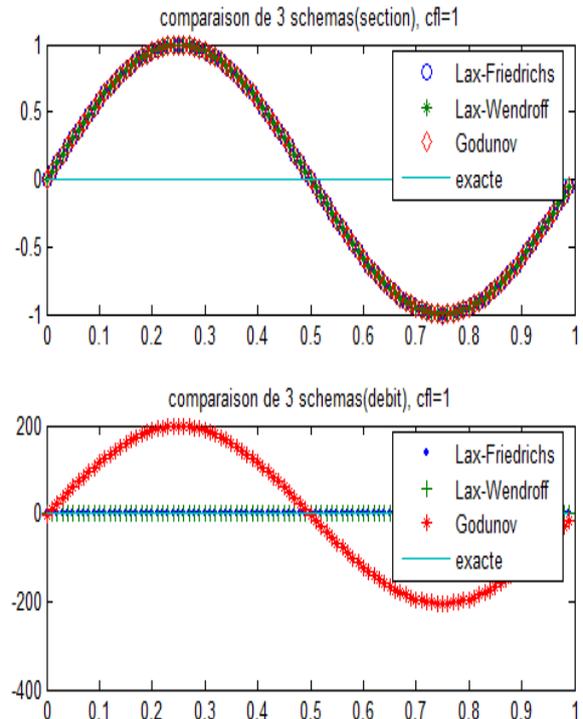


Fig.7.8. Comparaison des schémas (cl périodiques)(cfl = 1)

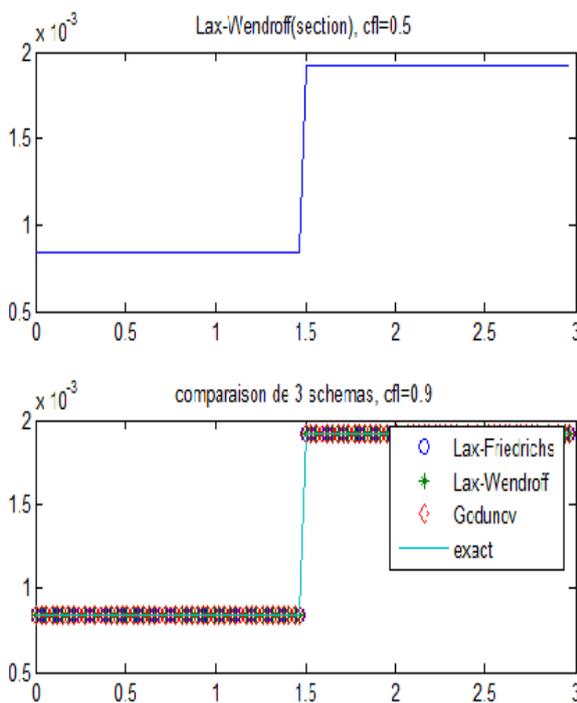


Fig.7.9. Comparaison des schémas (cfl = 0,5)

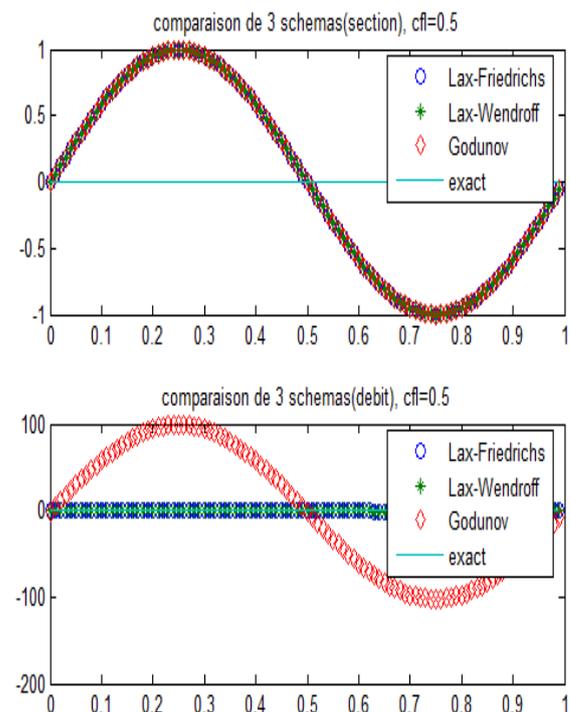


Fig.7.10. Comparaison des schémas (cl périodiques) (cfl = 0,5)

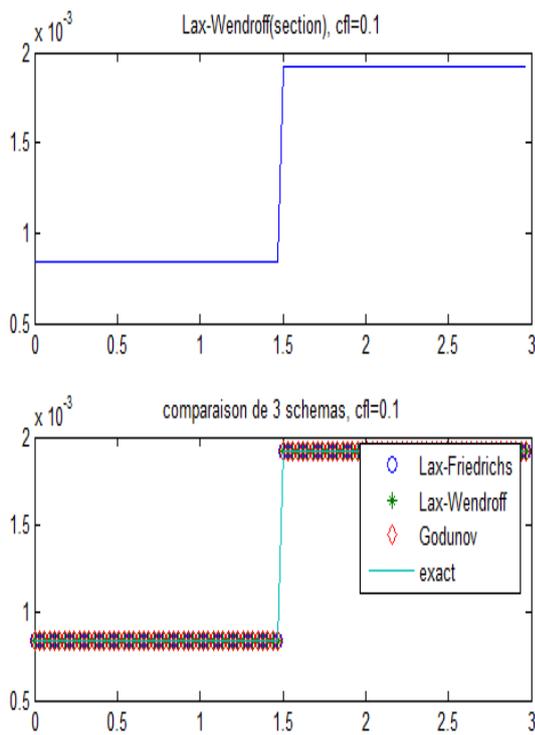


Fig.7.11. Comparaison des schémas (cfl = 0,1)

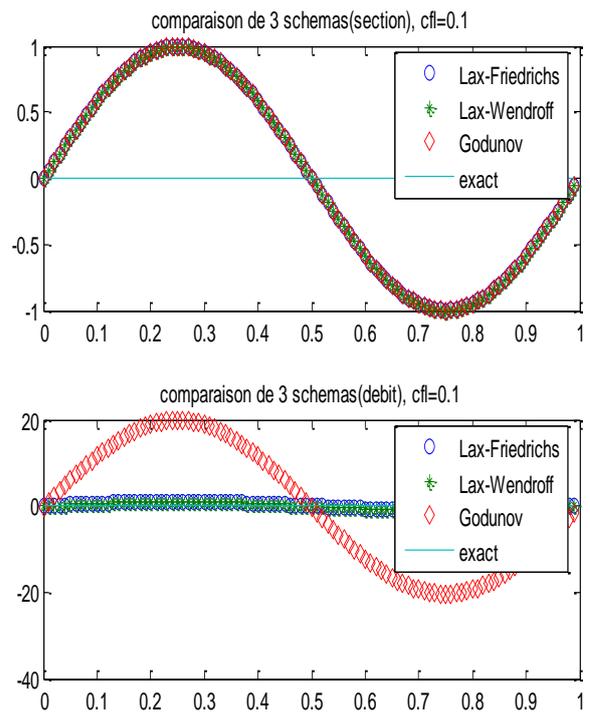


Fig.7.12. Comparaison des schémas (cl périodiques, cfl = 0,1)

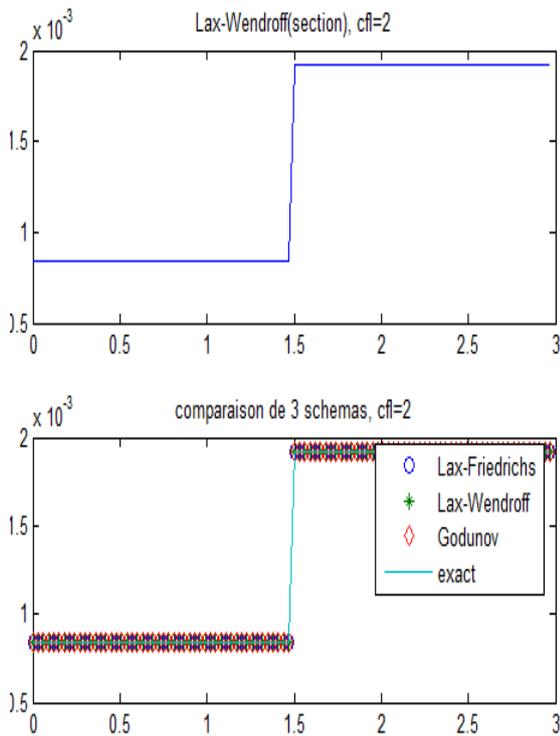


Fig.7.13. Comparaison des schémas (cfl = 2)

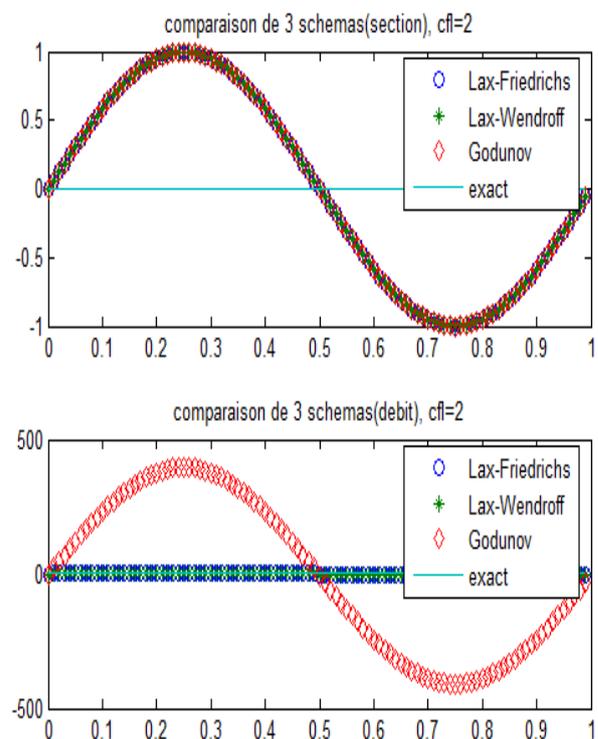


Fig.7.14 Comparaison des schémas (cl périodiques, cfl = 2)

7.2. Methode Volume finis couplé à Level set(CLSVOF)

En première étape nous appliquons le modèle hybride sst k- omega avec la methode volumes finis pour le calcul et en seconde étape nous lui associons la méthode leve set. Nous traçons la solution représenté par la pression statique de la première étape

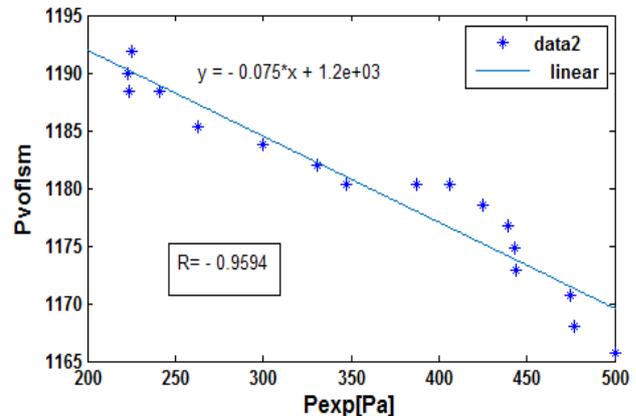
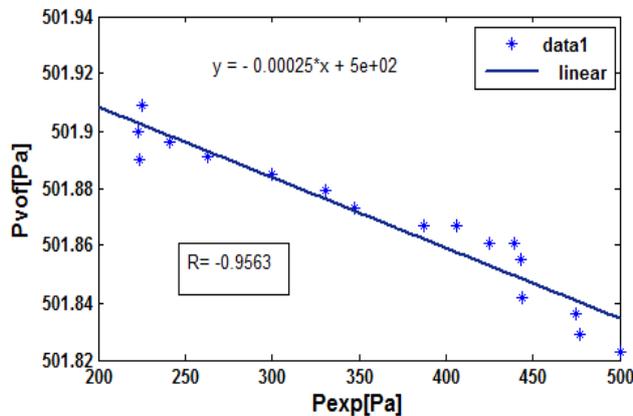


Fig.7.15.Résultat de la methode des volumes finis Fig.7.16.Résultat de la methode CLSVOF

Lorsque nous représentons les résultats ‘Pression statique ‘ obtenus en appliquant la methode volume finis en fonction des résultats expérimentaux, dans la figure 7.15, une corrélation négative est détectée, ce qui montre une relation linéaire monotonne entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux ,représentant la solution stationnaire, mais tendent à évoluer dans deux sens différent. Ceci est du au fait que la solution numérique est obtenue dans un intervalle de temps et le fait que ses valeurs dépassent 500 Pa montre que la conduite est totalement sous pression.

Concernant les résultats issues de l’application de la méthode CLSVOF, en Fig 7.16 , ils révèlent une légère augmentation de la valeur de la corrélation. Or, ils peuvent etre interprétés de la meme manière que les précédents.

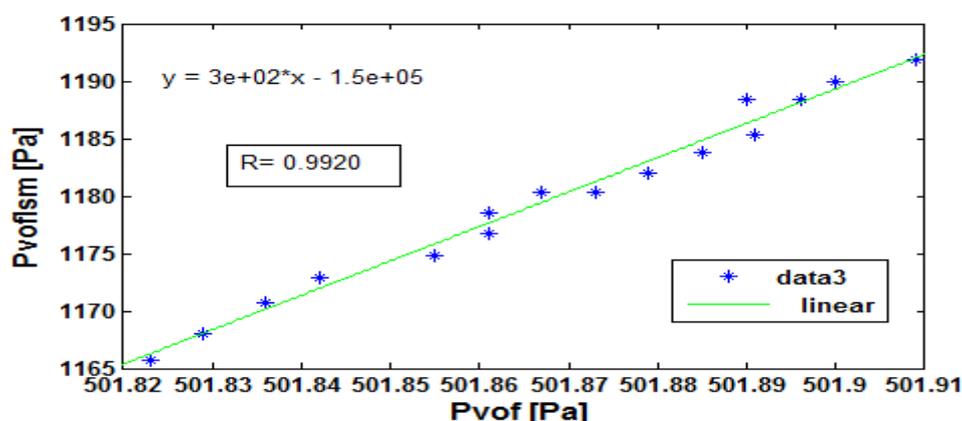


Fig.7.17. Corrélation entre les résultats ‘VOF’ et ceux ‘CLSVOF’

La figure ci-dessus montre une forte corrélation positive entre les résultats obtenus par la méthode VOF et ceux obtenus par celle de CLSVOF. Mais vu que cette dernière correspond à

une corrélation plus importante avec les résultats expérimentaux, il est clair que c'est la méthodologie la plus recommandée pour la représentation du passage d'un écoulement à surface libre à celui en charge lors du remplissage d'une conduite d'eau.

7.3. Approche du ressaut mobile

Cette approche est basée fondamentalement sur la condition de Rankine Hugoniot vu que le ressaut représente la discontinuité pouvant provoquer la mise sous pression de la conduite et qui doit être traitée en tant qu'un choc ponctuel où le terme source de frottement ne peut influencer la dynamique du ressaut. Ceci peut être représenté par l'équation suivante :

$$(1 + x)(1 - x)^2 = 2xF_r^2,$$

Où :

$$F_r = \frac{u}{\sqrt{gh_2}} \text{ et } x = \frac{h_1}{h_2}$$

L'interprétation des courbes 7.18 ÷ 7.27 nous permet de déduire que l'intersection des deux courbes : $y_1(x) = (1 + x)(1 - x)^2$ et $y_2 = 2xF_r^2$; permet d'obtenir la solution qui ; pour une valeur du nombre de Froude inférieure à 1 donne deux solutions. Celle que nous retenons correspond à $h_1 < h_2$, c'est-à-dire $x < 1$ qui diminue, lorsque F_r augmente jusqu'à l'unité, et atteint 0,312.

Pour des valeurs supérieures à 1 du nombre de Froude, nous observons une seule solution avec des valeurs de h_1 très inférieures à h_2 qui peut être expliquée par l'existence d'un seul régime torrentiel dans les cas respectifs de ressaut ondulé ($F_r = 1,25$ et $1,5$), faible, oscillant ($F_r = 2$) ou stationnaire ($F_r = 5$). Le cas du ressaut fort ($F_r = 10$) présente une valeur nulle ($h_1 = 0$) ce qui est insignifiant ou qui peut être expliqué par un volume d'air dans la section totale de la conduite.

Ainsi pour $F_r > 1$, la vitesse de propagation de l'intumescence « ω » est négative et la solution est une onde de détente précédée d'un ressaut mobile.

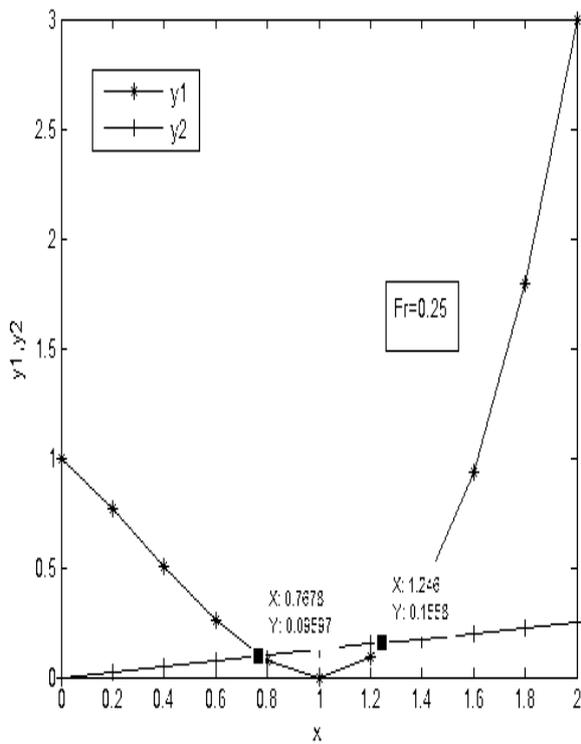


Fig. 7.18. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 0,25$

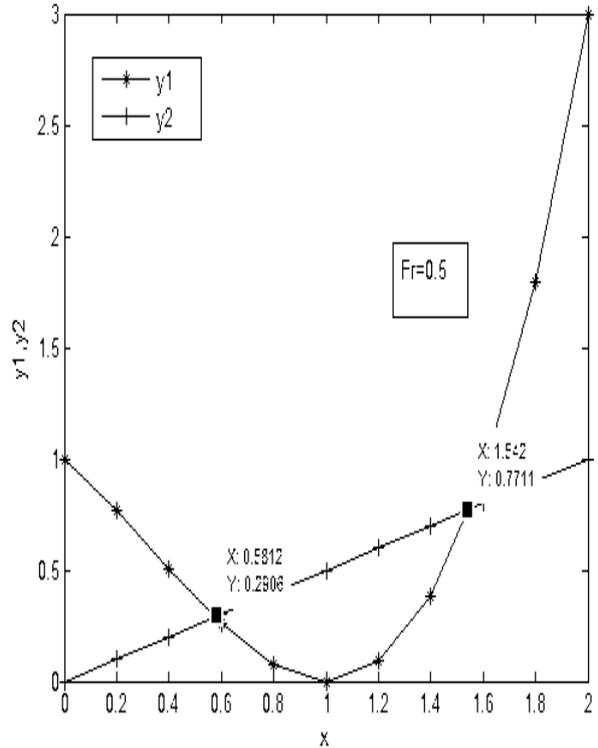


Fig. 7.19. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 0,5$

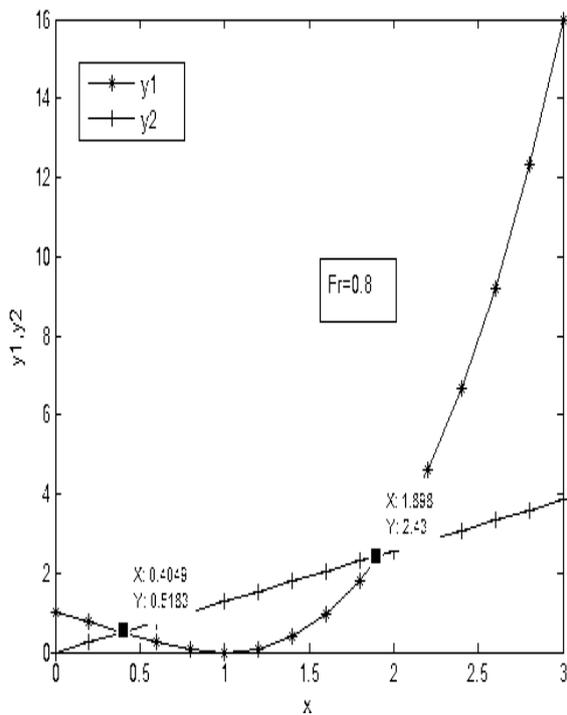


Fig. 7.20. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 0,8$

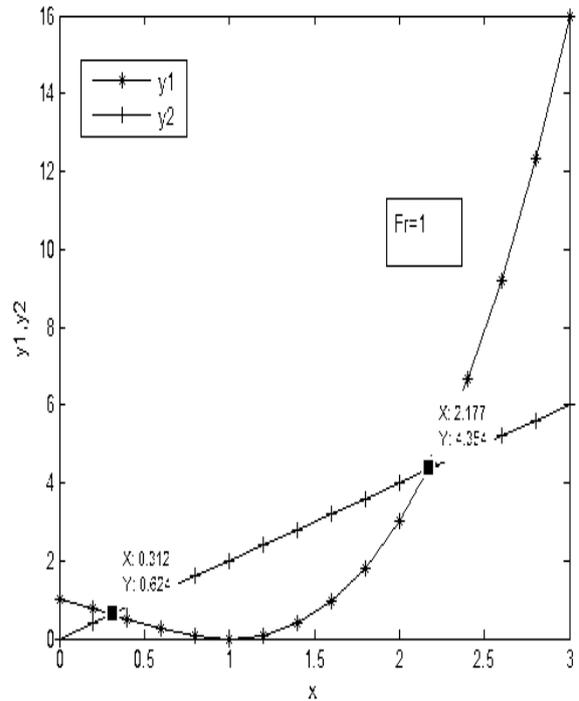


Fig. 7.21. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 1$

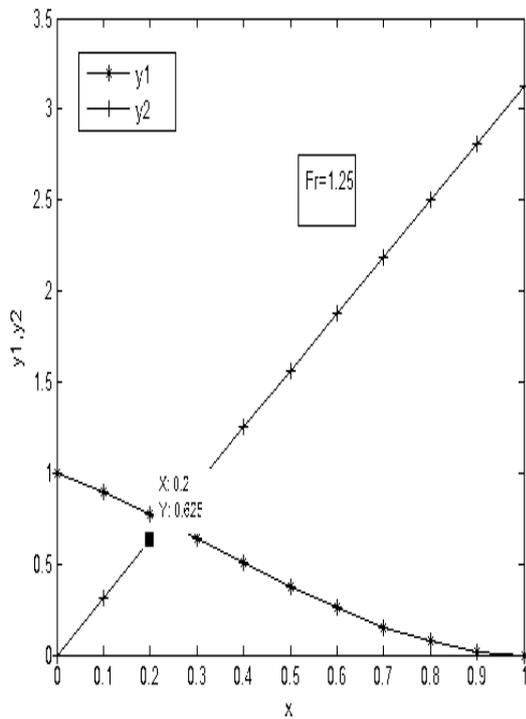


Fig. 7.22. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 1,25$

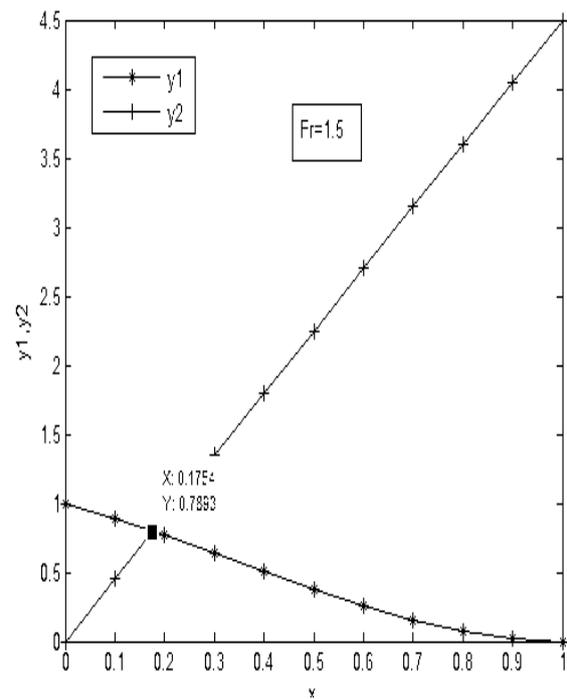


Fig. 7.23. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 1,5$

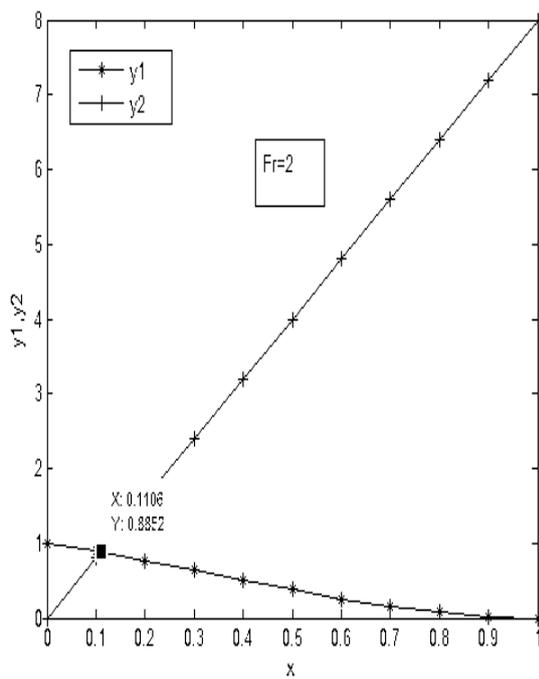


Fig. 7.24. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 2$

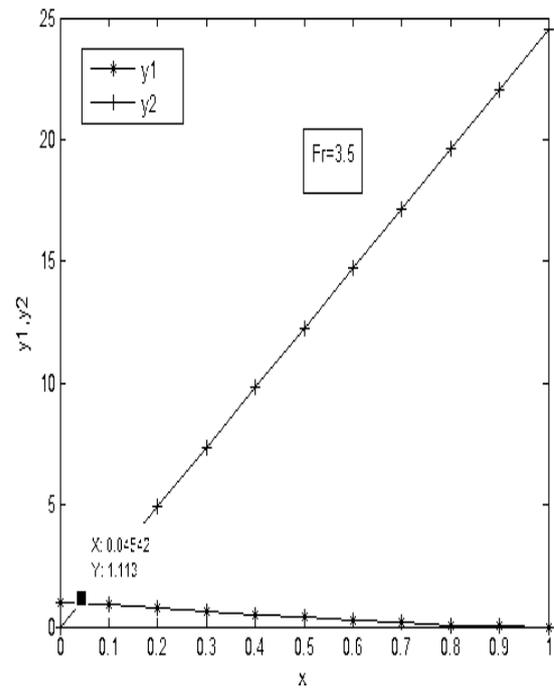


Fig. 7.25. Courbes y_1 et y_2 pour $Fr = 3,5$

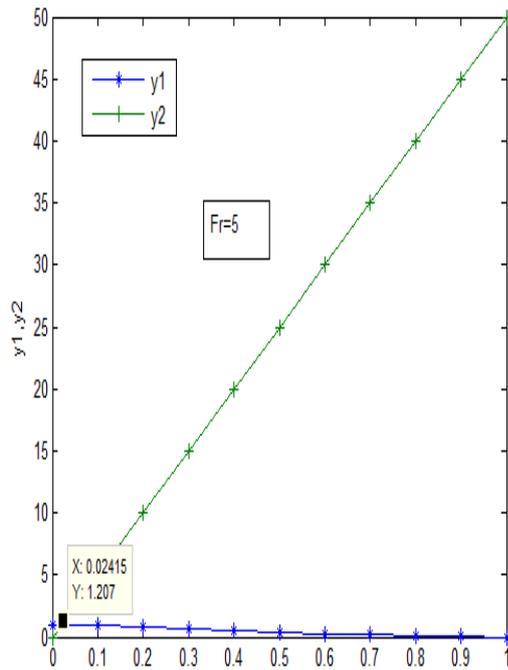


Fig. 7.26. Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 5$

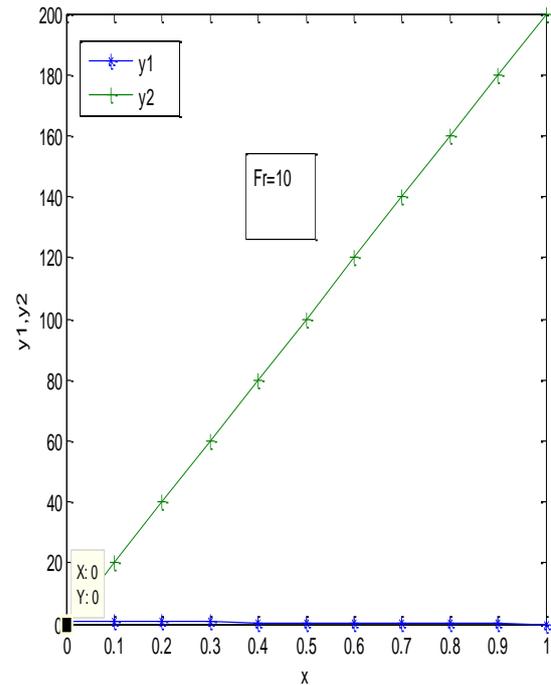


Fig. 7.27. Courbes y_1 et y_2 pour $F_r = 10$

Conclusion

Les solutions numériques du système d'équations (5.13), tenant compte de toutes les phases d'écoulement que nous avons cité et en considérant notre conduite infiniment rigide, convergent en général vers la solution exacte et que pour la simulation considérant le domaine tridimensionnel, la methode CLSVOF est la plus recommandée .

L'application de la théorie du ressaut mobile comme transition d'un écoulement à surface libre à celui en charge a montré que la solution représenté par le rapport des hauteurs conjuguées est étroitement liée au nombre de Froude.

Conclusion générale

Conclusion générale

La transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement sous pression surgit lorsque la pression à l'intérieure de la conduite fermée dépasse une valeur maximale du tirant d'eau et correspondant à un taux de remplissage de 0,85 fixé par la norme SIA 190 (Boillat et Pfister, 2013). Cette transition peut impliquer l'existence d'un ressaut hydraulique causant le chocking, un écoulement diphasique avec un dépôt causant la réduction de la section, une phase air créant obstacle ou une cavitation avec la formation de bulles d'air.

Cette transition que nous avons considérée comme écoulement mixte est modélisée par le système de Barré de Saint Venant avec une modification dans le terme du flux. Pour la résolution nous avons utilisé trois solveurs numériques explicites : Lax Friedricks, Lax Wendroff et Godunov. La comparaison de ses schémas pour différents nombres de Courant Fiedricks Levy, nous a révélé qu'ils convergent, en général, vers la solution exacte et sont représentatifs de la réalité de ce phénomène avec prise en compte ou non du terme source. Ce dernier étant évalué par l'utilisation du coefficient de Manning qui est directement lié à la dimension des grains déposés ou représentant l'état de surface d'une paroi. Vu que l'étude de l'influence du dépôt pour des temps d'une heure et de sept jours, par les modèles de Graf et Wang, a montré que la modification du fond n'est pas très remarquée par contre la prise en compte du dépôt est signifiante pour de grands nombres de Froude et s'observe dans la modification de la vitesse de propagation des ondes du système de Barré Saint Venant.

En se basant sur notre étude expérimentale du ressaut hydraulique nous avons constaté que l'évolution des hauteurs conjugués dans la conduite circulaire en plexiglas suit l'allure de l'équation de Belanger destinée aux sections rectangulaires et que les valeurs du nombre de Boussinesq correspondent à une forte concentration en air ce qui nous a incité à analyser les caractéristiques de zone des bulles d'air qui suivent une loi analogue à celle de Hubert Chanson.

L'utilisation de l'approche level set en incluant la fonction Random, vu le caractère aléatoire des bulles nous a permis de prévoir le développement de la forme de ces bulles dans un intervalle de temps.

Notre étude du suivi de l'interface air a ciblé l'évolution dans le temps des bulles caractérisées par leurs rayons. Ceci par des prévisions de leurs groupements en se basant sur des rayons initiaux respectifs de 0,1 et de 0,25 pour une vingtaine de bulles.

L'écoulement mixte impliquant la formation de bulles d'air et pouvant être représenté par le phénomène de cavitation, objet de notre seconde étude expérimentale moyennant une conduite transparente venturi, nous a révélé que la dimension de la zone de cavitation est directement liée au coefficient de Thoma et au nombre de Reynolds. L'étude du champs de pression à l'interface air-eau nous a montré que les valeurs

maximales de pression sont observées pour un rapport des dimensions des domaines eau-air inférieures à '1'. Pour des rapports égales à '1' le champs de pression est de (-1) , ce qui correspond à une égalité de la pression à la pression de vapeur.

La simulation considérant le domaine tridimensionnel moyennant le package de Fluent Ansys a révélé que la méthode Level set couplée à la méthode des volumes finis (CLSVOF), pour le traitement de l'interface air-eau en, est la plus recommandée .

En fin et malgré tout les aspects dont nous avons tenu compte pour l'étude du passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge appelé chocking, il reste bien d'autres et ce domaine peut être toujours ouvert aux investigations vu sa complexité et la variabilité des cas en réalité.

Néanmoins nous espérons avec ce modeste travail avoir contribué à l'étude de cette transition d'un type d'écoulement à un autre qui s'avère néfaste aux systèmes de transfert d'eau , d'aménagement hydroélectrique et des réseaux d'assainissement; pouvant induire leur dysfonctionnement hydraulique.

Perspectives

Au contraire des écoulements dans les canaux à surface libre, ceux en conduites fermées présentent un comportement non monotone de la débitante en fonction de la hauteur d'eau. Ceci est source d'instabilité de l'écoulement qui est étroitement liée à la profondeur d'eau et la dimension de la conduite d'où la nécessité d'aboutir à une représentation de la variation de cette dernière avec la capacité de la conduite de véhiculer le débit .

Nous pensons aussi que ce que nous avons étudié comme comportement de l'évolution de la hauteur d'eau à l'intérieur de la conduite fermée doit être suivi en abordant les cas de diamètres différents de dimensions moins ou plus importantes que celui qui a fait l'objet de notre étude.

Le passage d'un écoulement à surface libre à celui en charge s'accompagne d'un phénomène d'ondes dont la vitesse est un facteur descriptif des points de vue valeurs et sens de direction. Le milieu phasique que l'on soit en présence d'air ou de sédiments est très important dans l'évaluation de cette vitesse. C'est pourquoi nous tenons à faire suivre le travail que nous présentons sous le thème de « Etude du passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge en tenant compte du dépôt » par une étude comparative des vitesses de propagation des ondes dans les cas de diffusion de l'air ou de matières solides dans une conduite fermée .

Nous avons comparé la solution analytique basée sur des pas de temps très larges et qui est construite par la fonction erreur « ercf », nous avons vu que cette solution peut donner une représentation des modifications du fond insignifiantes pour des pas de temps de une heure que ce soit pour des conduites d'assainissement à surface libre ou en charge. C'est pourquoi nous allons essayer de chercher après des solutions numériques pour des pas de temps moins importants pour la gestion des opérations de curage et d'évacuation d'air ; pour une meilleure exploitation des systèmes hydrauliques.

Une comparaison entre d'autres schémas numériques que nous avons utilisé, comme outil de résolution du système d'équation régissant l'écoulement en conduites fermées, doit être faite avec plus de détails, statistiques; valeurs maximales et minimales, moyennes et écartype pour déterminer le schéma ayant une plus haute précision. Ceci en réduisant le terme classique de pression d'une certaine quantité dans le terme source comme cela a été proposé par Orsay (Voir chapitre 6), en plus de l'utilisation de la formule de Manning Strickler pour la prise en compte du dépôt qui peut être à lui seul la cause de la réduction de la section de l'écoulement et de la mise sous pression de la conduite en conséquence.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

1. ABDELLAH, Maher. Sur les methodes de discrétisation numériques de problèmes hyperboliques nonlinéaires appliquées aux equations de Barré de Saint Venant. Thèse de Doctorat : Sciences de l' de l'ingénieur. Strasbourg : Université Louis Pasteur Strasbourg1, 2005, 196 p.
2. ALDRIGHETTI, Elisa. Computational hydraulic techniques for the Saint Venant equations in arbitrary shaped geometry. These de Doctorat: Recherche en mathématiques. Toronto : Université Degli Studi , 2007, 101 p.
3. ANCEY, Christophe. Hydraulique à surface libre : Crues, vagues et rupture de barrage. Lausanne: Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2016.
4. BENAYADA, Lhouari. Construction d'une solution analytique et critique d'algorithmes numériques afférents aux équations de Saint Venant en vue d'application aux écoulements transitoires sur fond mobile. These de Doctorat : Mécanique des fluides. Toulouse : Institut nationale polytechnique, 1994, 167 p.
5. BERTRAND-KRAJWSKI, Jean Luc. Hydrologie urbaine: Modélisation des écoulements en réseau d'assainissement. Lyon : INSA, 2006, 46 p.
6. BERREKSI, Ali, KETTAB, Ahmed, REMINI, Boualem, BENMAMAR, Saadia, IKNI, Tahar. Analyse d'un écoulement torrential à travers un retrecissement de canal à pente variable. In: L'eau dans son environnement. Blida: Faculté des Sciences de l'ingénieur, 2008, pp. 43-47.
7. BOILLAT, Jean Luis , PFISTER, Michael. Le dimensionnement hydraulique. In : Hydraulique des canalisations. Lausanne: EPFL Scientific publications, 2013, pp. 53-72.
8. BOURDARIAS, Christian, GERBI, Stéphane. A finite volume scheme for a model coupling free surface and pressurised flows in pipes. Journal of computational and applied Mathematics. 2007, Vol 209, n°1, pp. 109-131.
9. BOURDARIAS, Christian, GERBI, Stéphane. A Kinitik sheme for unsteady pressurized flow in closed water pipes. Journal of computational and applied Mathematics. 2010, Vol 234, pp. 2098-2105.
10. BOURRIER, Régis. Réseaux d'assainissement. Livre 5eme édition. Paris : Lavoisier Tec et doc. 2008, 1013p. ISBN 9782743010515
11. BRIERE, François. Distribution et collecte des eaux. 2eme édition. Québec: Presses internationales Polytechniques. 2000, 400 p. ISBN 2-553-00775-2
12. BRINCKHROST, Steven, LAVANTE, Von, WENDT, Gudrun. Numerical investigation of cavitating Herschel venture-tubes applied to flow metering. Flow measurement and instrumentation. 2015, Vol 43, pp 23-33.

13. BUYER, Marc, VASQUEZ, José, BREMOND, Bernard. Modélisation du comportement hydraulique des déversoirs d'orage latéraux en régime transcritique. *Revue des sciences de l'eau*. 2005, Vol 18, n°1, pp 25-46.
14. CHANSON, Hubert. Air entrainment in two dimensional turbulent hear flows with partially developed inflow conditions. *International Journal of Multiphase flow*. 1995, Vol 21, n°6, pp1107-1121.
15. CHAUDHRY, Hanif. *Open Channel Flow*. 2^{ème} édition. New York: Springer, 2008, 523 p. ISBN 978-0-387-30174-7.
16. CHAUDHRY, Hanif. *Applied hydraulic transients*. 3^{ème} édition. New York: Springer, 2014, 583 p. ISBN 978-1-4614-8537-7.
17. CHIBBARO, Sergio, MINIER, Jean-Pierre. Langevin PDF simulation of particle déposition in a turbulent pipe flow. *Journal of Aerosol Science*. 2008, Vol 39, n°7, pp 555-571.
18. CHOCAT, Bernard. Etat des connaissances sur les dépôts. In : *Encyclopedie de de l'hydrologie urbaine et de l'assainissement*. Paris : Tec et doc Lavoisier, 1997, pp 380-385.
19. CRAUSSE, Etienne. *Hydraulique des canaux découverts en régime permanent*. 1^{ère} édition. Paris : Eyrolles, 1951, 255 p.
20. COUSTEIX, Jean. *Turbulence et couche limite*. Paris: Cepaduès, 1989, 656 p. ISBN 978-2-85428-210-8.
21. CUNGE, Jean, WEGNER, Martin. Integration numérique des équation de Barré Saint venant par un schéma implicite de différences finies. *Houille blanche*. 1964, n°1, pp 33-39.
22. DABBENE, Frediric, PAILLERE, Henri. *Initiation à la simulation numérique en mécanique des fluides : MF307*. Paris : Ecole Nationale des Techniques Avancées, 2003, 69 p.
23. DEBABECHE, Mahmoud, GHAMRI, Ahmed, ISMAIL, Khellaf . Effet de la rugosité sur le ressaut hydraulique dans un canal profile U. *Larhyss journal*. 2005, n°4, pp 107-118.
24. DESPRES, Bruno ,LAGOUTIERE, Frédéric. Contact discontinuity capturing schemes for linear advection and compressible gaz dynamics. *Journal of scientific computing*. 2001, Vol 16, n°4, pp 479-524.
25. DESPRES, Bruno. Lax Theorem and finite volume schemes. *Mathematics of Computation*. 2003, Vol 73, n°247, pp1203-1234.
26. DONG, Trieu. Sur une methode numérique de calcul des écoulements nonpermanents soit à surface libre ,soit en charge ,soit partiellement à surface libre et partiellement en charge. *Houille blanche*. 1990, n°2, pp.149-158.

27. DUPONT, Baptiste. Etude des écoulements diphasiques dans les mini-canaux d'une pile combustible. Thèse de Doctorat : Dynamique des fluides. Toulouse : Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007, 217 p.
28. DUVELLA, Eric, CHIRON, Pascale, CHARBONNAUD, Phillipe. Multimodélisation des systèmes hydrauliques à surface libre. In : 6^{ème} Conférence Francophone de Modélisation et Simulation. Rabat: Tech et doc, Avril 3-5 2006. ISBN 2-7430-0893-8.
29. EAD, Samir. et GHAMRY, Haitham. Hydraulic jumps in circular conduits. In: 30th CSCE Annual Conference Society for Civil Engineering. Montréal, Québec, Canada. June 5-8 2002, pp 176-185. ISBN 978-1-60423-314-8.
30. ERSOY, Mehmet. Modélisation, analyse mathématique et numérique de divers écoulements compressibles ou incompressibles en couche mince. Thèse Doctorat : Mathématiques appliquées. Savoie : Université de Savoie, 2010. 231 p.
31. FRANC, Jean Pierre, MICHEL, Jean Marie. Fundamentals of Cavitation. Dordrecht: Kluwer academic publishers, 2005, 300 p. ISBN 1-4020-2232-8.
32. FORESTIER, Alain, HERARD, Marc, LOUIS, Xavier. Solveur de type Godunov pour simuler les écoulements turbulents compressibles. Académie des Sciences/Elsevier. 1997, Vol 234, n°8, pp 919-926.
33. FUAMBA, Musandji. Contribution on transient flow modeling in storm sewers. Journal of hydraulic research. 2002, Vol 40, n°6, pp 685-693.
34. GEMINEZ, Gérard . Essais de synthèse des recherches sur la cavitation. Houille Blanche. 1984, n°5, pp 323-337.
35. GHOSTINE, Rabih. Contribution à la résolution numérique des équations de Barré Saint Venant bidimensionnelles par une méthode type éléments finis discontinus. Thèse de Doctorat : Mécanique des fluides. Strasbourg : Université de Strasbourg, 2009, 212 p.
36. GOMEZ, Manuel, ACHIAGA, Victor. Mixed flow modeling by pressure fronts from upstream and downstream extremes. In: Urban drainage modeling. Specialty Symposium on urban drainage modeling at the world water and environmental resources congress 2001 United states: ASCE, 2012, pp 461-470. ISBN 9780784405833.
37. GONCALVES, Eric. Résolution numérique, discrétisation des EDP et EDO : Cours EDP et EDO. Grenoble : Institut national polytechnique de Grenoble. septembre, 2005
38. GUENNOUN, Faïçal. Etude physique de l'apparition et de développement de la cavitation sur une aube isolée. Thèse de Doctorat en sciences: Génie Mécanique. Lausanne : Faculté Sciences et Techniques de l'ingénieur, 2006, 153 p.
39. GUNGO, Mathieu. Modélisation stochastique du dépôt et du réentraînement de particules dans un écoulement turbulent. Thèse de Doctorat: Mécanique et énergétique. Nancy: Université Henri Poincaré Nancy 1, 2008, 120 p.

40. GUINOT, Vincent, CAPPELAERE, Bernard. Résolution numérique des équations différentielles de l'ingénieur: Methodes numériques appliquées. Montpellier, Polytech Montpellier ST2, 2006, 70 p.
41. GRAF, Walter, ALTINAKAR, Mustapha. Hydraulique fluviale.Tome1. 2^{ème} édition. Lauzane : Presses polytechniques et universitaires Romandes,1993, 260 p. ISBN 1212SDFXL8B.
42. GRAF, Walter, ALTINAKAR, Mustapha. Hydraulique fluviale (Tome 2, Vol 16). 2^{ème} édition. Lauzane : Presses polytechniques et universitaires Romandes, 2008, 378 p.
43. GRAF, Walter, ALTINAKAR, Mustapha. Hydraulique fluviale, programmes et animations (Tome 2, Vol 16). 2^{ème} édition. Lauzane : Presses polytechniques et universitaires Romandes, 2008, 102 p.
44. HAGER, Willi; SCHLEISS, Anton J. Constructions hydrauliques. Lausanne: Presses Polytechniques Et Universitaires Romandes, 2009, 597 p. ISBN 978-2-88074-746-6.
45. HENDERSON, Francis Martin. Open channel flow. New York: MacMillan, 1966, 522 p. LCCN 66-10695.
46. HERBIN, Raphaële. Analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Marseille: Université Aix Marseille1, 2006, 221 p.
47. HUG, Michel. Mécanique des fluides appliquée. France : Eyrolles, 1975, 1195 p.
48. DANAILA, Ionut, JOLY, Pascal, KABER, Sidi Mahmoud, POSTEL, Marie. An Introduction to Scientific Computing. New York : Springer, 2007, 294 p. ISBN 978-0-38730889-0.
49. KERGER, François, ARCHAMBEAU, Pierre, ERPICUM, Sébastien, PIROTON, Michel. Simulation numérique des écoulements mixtes hautement transitoires dans les conduites d'évacuation des eaux. Houille blanche. 2009, n°5, pp. 01-08.
50. KERGER, François, ARCHAMBEAU, Pierre, ERPICUM, Sébastien, DEWALS, Benjamin, PIROTON, Michel. An exact Riemann solver and a Godunov scheme for simulating highly transient mixed flows. Journal of computational and applied mathematics. 2011, n°235, pp. 2030-2040.
51. KIRONOTO, Bambang Agus, GRAF, Walter. Turbulence characteristics in rough non uniform open channel flow. Proceeding of institution of civil engineering.water,maritime and energy. 1995, Vol 112 n°4, pp. 336-348. ISSN 0965-0946
52. KONOZSY, Laszlo. A new hypothesis on the anisotropic Reynolds stress tensor for turbulent flows. 1ere édition. Germany : Springer, 2019, 141 p. ISBN978-3-030-13543-0.
53. LABIOD, Chouaib. Ecoulement à surface libre sur fond de rugosité inhomogene.These de Doctorat: Sciences de la terre et de l'environnement. Toulouse : Institut National Polytechnique, 2005. 150 p.
54. LEDUCQ, Daniel, WEGNER, Martin. Methodes d'approche du bruit de cavitation. Houille Blanche. 1985, n°8, pp. 697-708.

55. LESIEUR, Marcel. La Turbulence. 1^{ère} édition. Grenoble : EDP Sciences, 1994, 262 p. ISBN 9782868834485.
56. LIN, Husheng. Le transport solide en collecteur unitaire d'assainissement. Thèse de Doctorat : Sciences et techniques de l'environnement. Paris : Ecole Nationale des ponts et chaussées, 1993. 225 p.
57. MEHAL, Jean Elie. Analyse de l'influence de rugosités organisés sur les écoulements cavitants instationnaires. These de Doctorat : Mécanique. Paris : Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2014. 136 p.
58. MOKRANE, Wahiba, KETTAB, Ahmed, ZIANE, Takieddine. Experimental study of the air phase development in a venturi. International journal of research in engineering and technology. 2011, Vol 3, n° 11, pp. 41-48. ISSN 2347-4599.
59. MOKRANE, Wahiba. Etude du comportement du coefficient de frottement dans des canaux lisses et rugueux. These Magister : Hydraulique. Alger : Ecole Nationale Polytechnique, 1996. 106 p.
60. MOKRANE, Wahiba, KETTAB, Ahmed. Les aménagements hydroélectriques en Algérie. Algerian journal of technology. 2005, Special number, pp. 01-07. ISSN 1111-357X.
61. MOKRANE, Wahiba, KETTAB, Ahmed. Necessity of pumping waste water . In: Sustainable production and consumption of mineral resources. Poland: MEERI Publishing house, 2011, pp. 214-225. ISBN97866-83-60195-84-0.
62. MOKRANE, Wahiba, KETTAB, Ahmed. Evolution of the water head in a closed circular pipe. International journal of curent engineering and technology. 2013, vol. 3, n°3, pp . 763-765. ISSN2277-4106.
63. MOKRANE, Wahiba, KETTAB, Ahmed. Flow behavior analysis through e venture designed for industrial and environmental processes. Euro- Mediterranean Journal for Environmental integration. 2019, vol. 4, n° 18, pp. 01-08.
64. MOKRANE, Wahiba, KETTAB, Ahmed. Modélisation du phenomene de cavitation dans les conduits fermées. Journal International Sciences et Technique de l'Eau et de l'Environnement. 2018, vol. °3, n° 1, pp. 161-163. ISSN 1737-6688.
65. MURZYN, Frédéric, CHANSON, Hubert. Two phase flow measurements in turbulent hydraulic jumps. Chemical engineering research and design. 2009, pp. 789-797.
66. NADIM, Ali. Interface capturing schemes for free surface flows. In: Encyclopedia of microfluidics and nanofluidics. Boston: Springer, 2008, pp. 841-849.
67. ABDELAZIM, Negm. Analysis and formulation of hydraulic jumps in sloping rectangular closed conduits. In : Seventh International Water Technology Conference. Egypt : Université Zagazig, 2003, 120 p.
68. NEDELEC, Yves. Interactions en crue entre drainage souterrain et assainissement agricole. These de Doctorat : Sciences de l'eau. Paris : Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forets. Paris, 2005. 450 p.

69. NOUGIER, Jean Pierre. Méthodes de calcul numérique. 3^{ème} édition. Paris : Masson, 1993,325 p. ISBN 2-225-81086-9.
70. NOVAK, Pavel, GUINOT, Vincent, JEFFREY, Alan, REEV, Dominic Reeve. Hydraulic modelling. New York: Spon press, 2010, 599 p. ISBN 978-0-419-25020-3.
71. OURAGH, Youcef. Ecoulements forcés en hydraulique. Alger : OPU, 1990, 233 p. Office des publications universitaires .(1990)
72. RECKING, Alain. Etude Expérimentale de l'influence du tri granulométrique sur le transport solide par charriage.These de Doctorat : Mécanique des fluides. Lyon :.Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2006. 263 p.
73. SALAH, Boualem. Etude du regime transitoire dans un réseau d'eau sous pression enterré.These de Doctorat d'Etat : Hydraulique. Alger .Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2002. 205 p.
74. SINNIGER, Richard, HAGER, Willi. Constructions hydrauliques (Volume 15). Lauzane : Presses polytechniques et universitaires Romandes,1989, 439 p. ISBN 2-88074-163-7.
75. STAHL, Helmut, HAGER, Willi. Hydraulic jump in circular pipes. Canadian Journal of civil engineering. 1999, vol. 26, n°3, pp. 368-373.
76. TOUMI, Imad. Etude du problème de Riemann et construction de schémas numériques types Godunov multidimensionnels pour des modèles des écoulements diphasiques. Thèse de Doctorat : Mathématiques. Paris : Université de Paris, 1989. 364 p.
77. TRAJKOVIC, Branislav, IVETIC, Marco, CALOMINO, Francisco, D'IPPOLITO, Adelchi. Investigation of transition from free surface to pressurized flow in a circular pipe. Water Science Technology. 1999, vol 39, n°9, pp. 105-112.
78. TUAL, Olivier. Sciences de l'eau et environnement : MEC567, Intumescences et ressauts. Toulouse : ENSEEIHT, 2010.
79. UNG, Phillipe, AUDUSSE , Emmanuel, CHALONS, Christophe. How to treat the coupling issue of the Saint Venant Exner Equations. In : Egrin Modélisation et simulations numériques. 1er Juin 2015, 33 p. France : Centre d'étude et d'expertise sur les risques. Disponible sur : <http://gdr-egrin.math.cnrs.fr/Confs/EGRIN3/Ung-Presentation.pdf>
80. VASCONCELOS, José, WRIGHT, Steven. Surges associated with air expulsion in near-horizontal pipelines. In:Proceedings of FEDSM'03,4thASME_JSME joint fluids engineering conference.New York: American Society of Mechanical Engineers,2003, pp. 01-09. ISBN 0791836967.
81. VASCONCELOS, José, WRIGHT, Steven, ROE, Philip. Current issues on modeling extreme inflows in stormwater systems. Journal of water management modelling. 2006, pp. 441-462. doi: 10.14796/JWMM.R225-19. ISBN 0-9736716-2-9

82. VASCONCELOS, José, WRIGHT, Steven. Mechanisms for air pocket entrapment instormwater storage tunnels. In : World Environmental and Water Resources Congress, Omaha Nebraska. W York : American Society of Mechanical Engineers, Mai 2006.
83. Vasconcelos, José et al. Improved simulation of flow regime transition in sewers pressure approach. Journal of hydraulic engineering. Juin 2006, vol. 132, n°6, pp.553-562.
84. VOKURKA, Karel . Comparison of Rayleigh's, Herring's and Gilmore's Gaz bubble models. Acta acustica united with acustica. 1986, vol. 59, n°3, pp. 214-219.
85. VUMUKA-KI-NANGA, César, MATANGILA, Musadila. Guide pratique de la recherche et de la rédaction scientifique. Paris : L'HARMATTAN, 2013, 101 p. ISBN 978-2-343-00199-9.
86. WERTEL, Jonathan, VAZQUEZ, José, HOARAU, Yannick. Modélisation des écoulements turbulents en conduite d'assainissement. Almagne: Editions Universitaires Européennes, 2010, 161 p. ISBN 978-613-1-53294-8.
87. YEOH, Guan Heng, SHERMAN, Cheung, TU, Jiyuan. On the prediction of the phase distribution of bubbly flow ina horizontal pipe. Chemical Engineering Research and Design. 2012, vol. 90, n°1, pp. 40-51.
88. Annaux des Mathématiques Francophones. 25 mars 2001. Disponible à l'adresse: <https://cursus.edu/articles/10011/lanneau-des-mathematiques-francophones-par-stephane-cordier>
89. Modélisation et simulations numériques. Disponible à l'adresse : <http://gdr-egrin.math.cnrs.fr/>
90. CFD online. Disponible à l'adresse : http://www.cfd-online.com/Wiki/SST_k-omega_model

Annexes

Caractéristiques du dépôt

Tableau n°1 : Caractéristiques des solides en dépôt à quatre niveaux dans un réseau unitaire. (Chocat, 1997)

Répartition granulométrique (d en mm)	Type de sédiment	A	C	D	E
	d < 0,063	06%	45%	32%	22%
	00,063 < d < 2	61%	55%	62%	69%
	D > 2	33%	00%	06%	09%
Charge polluante(g/kg sédiment sec)	DCO	23	76	193	48
	DBO ₅	4,2	20	103	13
% matière organique		07%	50%	61%	22%

Tableau n°2:Variation des vitesses de chute médianes (m/heure)de trois classes granulométriques provenant des dépôt d'un réseau d'assainissement unitaire (Chocat, 1997)

Classes granulométriques	< 50 µm	50 < < 400 µm	400 < < 1600 µm
Canalisation amont	3,5 - 5,1	41,2	-
Collec amont	3,6-3,8	118-141	378-489
Collec aval	7,3-7,5	100-130	264-405
emissaire	8,2-9,6	104-153	376-426

Tableau n°3 : Classification des dépôts (Chocat, 1997)

Caractéristiques	D ₅₀ (mm)		% < 100µm		P _s (g/cm ³)		MVS/MES (%)	
	moy	σ	moy	σ	moy	σ	moy	σ
Canalisations	2,4	3,6	42,4	24	2,25	0,24	18,6	9,2
Collec amont	5,0		5,0	2,9	2,62	0,03	2,1	0,6
Collec aval	3,0	1,8	3,8	3,5	2,74	0,20	7,7	5,8
Emissaire	4,2	3,9	4,5	2,5	2,63	0,06	5,0	

Caractéristiques de l'équipement expérimental

1. Caractéristique du débitmètre électromagnétique

La tension est linéairement proportionnelle à la vitesse de passage du liquide : $U_m = \gamma \cdot B \cdot D \cdot \bar{V}$

Où, γ : Le facteur de proportionnalité du capteur, B : L'intensité du champ magnétique, D : Le diamètre du tube et \bar{V} : La vitesse débitante de l'écoulement dans le tube.

La tension ainsi générée est recueillie par les deux électrodes du débitmètre qui la transmettent à un convertisseur approprié. L'intensité du champ magnétique et la distance entre les électrodes étant constantes, la tension induite est donc fonction de la vitesse du liquide seulement et indépendante des variations de température (viscosité), de pression ou de Conductivité. Si on considère un conducteur ab se déplaçant dans un champ magnétique uniforme B , on peut alors relier linéairement la tension U_m à la vitesse débitante \bar{V} .

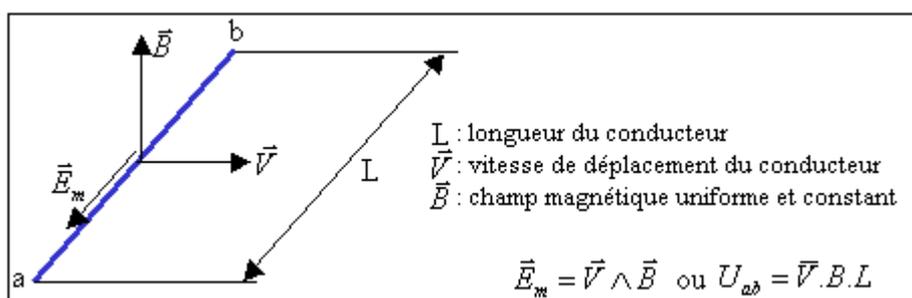


Fig. Annexe 2.1: Principe de fonctionnement du débitmètre électromagnétique

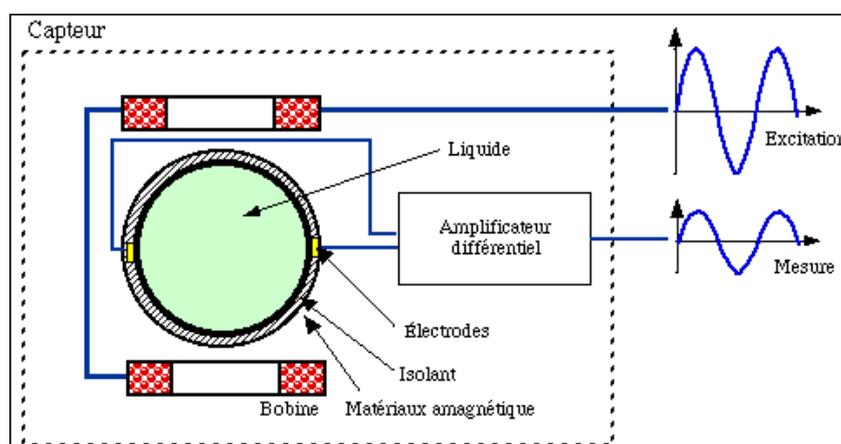


Fig. Annexe 2.2 : Schéma électrique du capteur du débitmètre électromagnétique

L'induction magnétique, de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-2} T, est produite par deux bobines placées de part et d'autre de la conduite de mesure. La conduite est en matériaux magnétique et est revêtue sur sa surface intérieure d'une couche isolante. Deux électrodes de mesure sont placées aux extrémités du diamètre perpendiculaire au champ B . Les bobines sont alimentées par une tension alternative (30 Hz par exemple), afin d'éviter une polarisation des électrodes.

Le débitmètre est conçu pour mesurer le débit volumique d'un fluide conducteur chargé, dans une conduite. Les signaux d'entrée et de sortie de l'amplificateur sont galvaniquement séparés, pour empêcher l'influence des tensions parasites. Le courant I délivré par le débitmètre est proportionnel au débit. Ce débit volumique (en litre par minute) peut être donné par la relation

$$\text{suivante : } Q_v = \frac{y_0 \cdot (I - 4) \cdot K}{16}$$

y_0 : échelle affichée par le débitmètre représentant la gamme de travail, I : courant délivré par le capteur du débitmètre (en mA), K : constante caractérisant le débitmètre (donnée par le constructeur).

Caractéristiques métrologiques

Les liquides doivent avoir une conductivité minimale de l'ordre de quelque $s.cm^{-1}$, pour que la résistance interne du générateur soit inférieure à la résistance d'entrée de l'appareillage électronique. À titre d'exemples, on peut citer les liquides conducteurs suivants :

- acides, bases, pâtes, bouillies, pulpes ;
- eau potable, eaux usées, boue de clarification ;
- lait, eau minérale, yaourt, mûlasse.

2. Les principaux éléments de la pompe

- Corps d'aspiration et corps de refoulement **Fonte**.
- Roue équilibrée hydrauliquement : **Fonte**.
- Diffuseur amovible : **Fonte**.
- Corps d'étage : **Fonte**.
- Corps de pallier : **Fonte**.
- Arbre en acier à haute résistance, supporté par deux roulement (A et B) lubrifiés à la graisse.
- Étanchéité réalisé par garniture à tresse et joints toriques.

❖ **Sens de rotation** : Sens des aiguilles d'une montre en regardant le bout d'arbre pompe.

❖ **Entraînement**

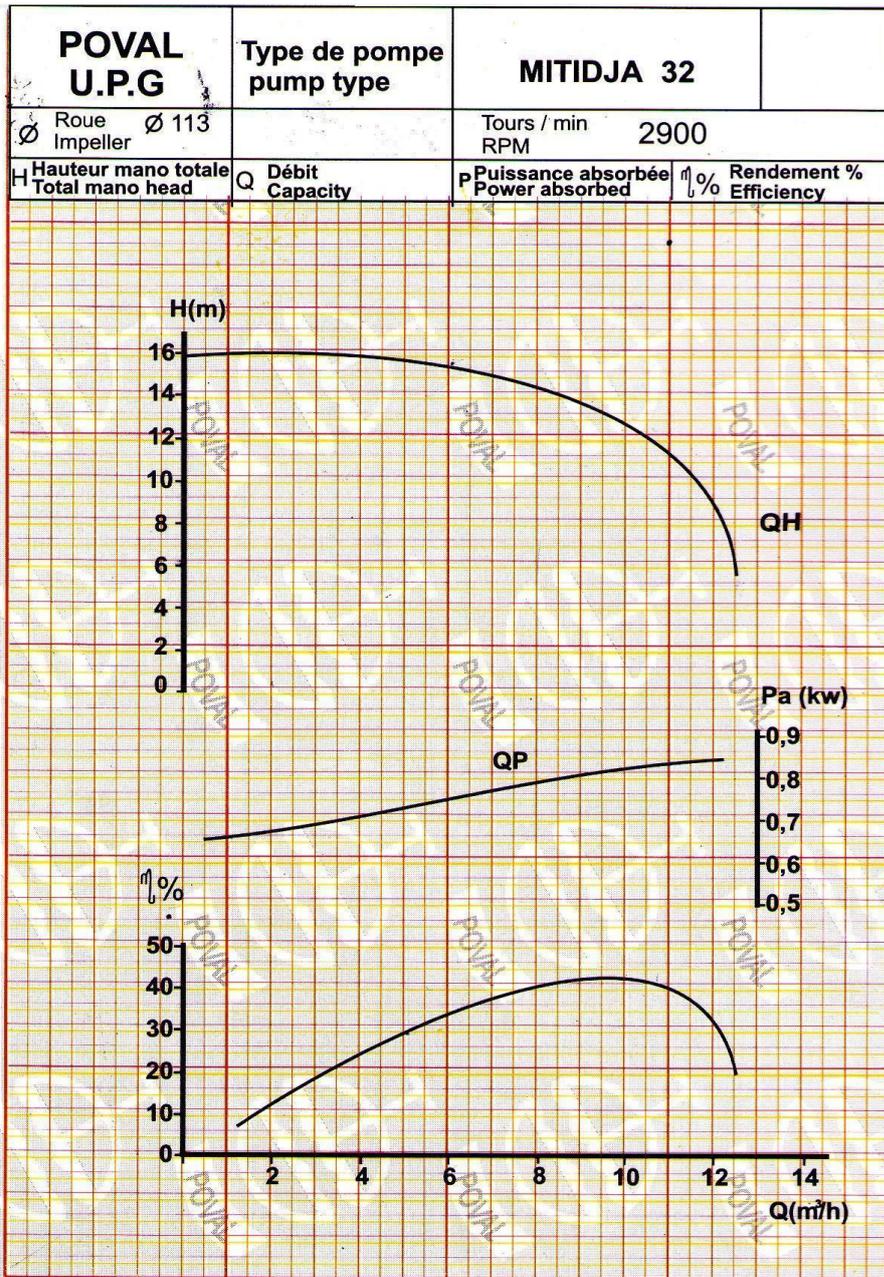
Électrique	Monophasé 220V - 50 Hz
Thermique	Essence Diesel (PSM 80 seulement)

❖ **Avantages**

- Se distingue par sa conception simple et légère
- Maintenance aisée
- Sur demande, peut être montée sur des socles mécano soudés ou sur des socles moulés permettant une bonne absorption des vibrations ou bien sur chariot.



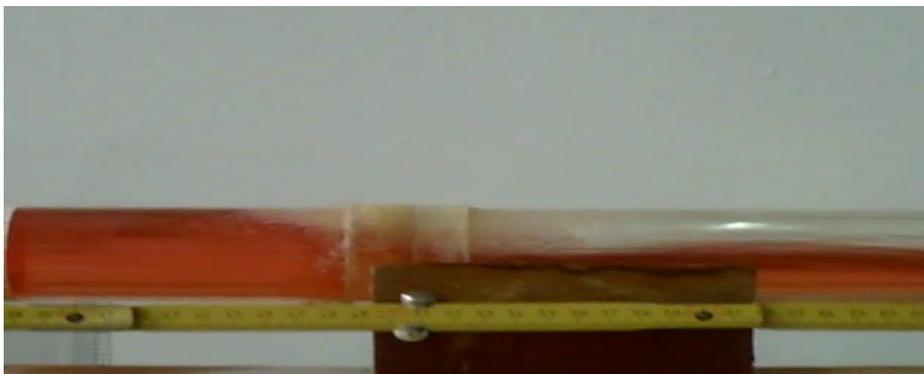
Fig. Annexe 2.3. Photo de la Pompe ‘MITIDJA 32’



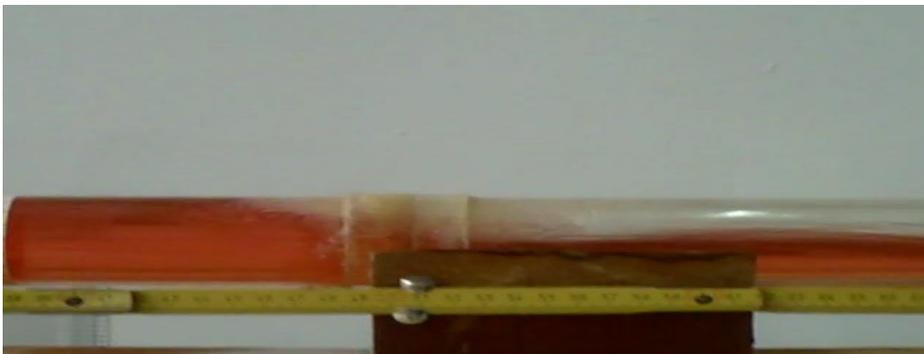
Photographies des essais sur le ressaut hydraulique



Essai1. photo 1



Essai1. Photo2



Essai1. Photo3



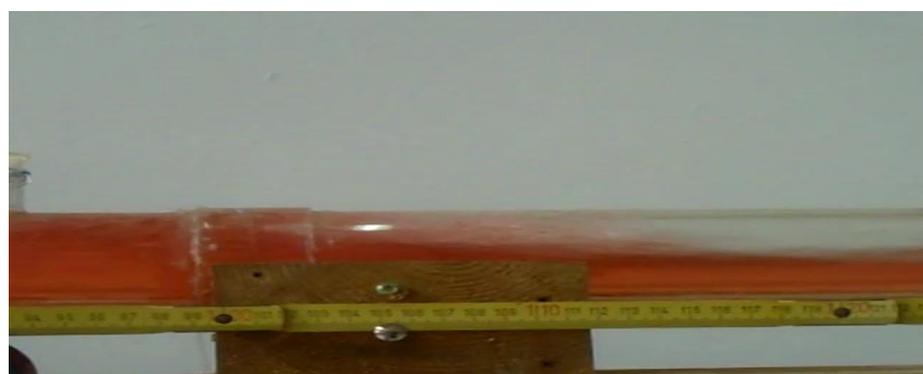
Essai1. Photo4



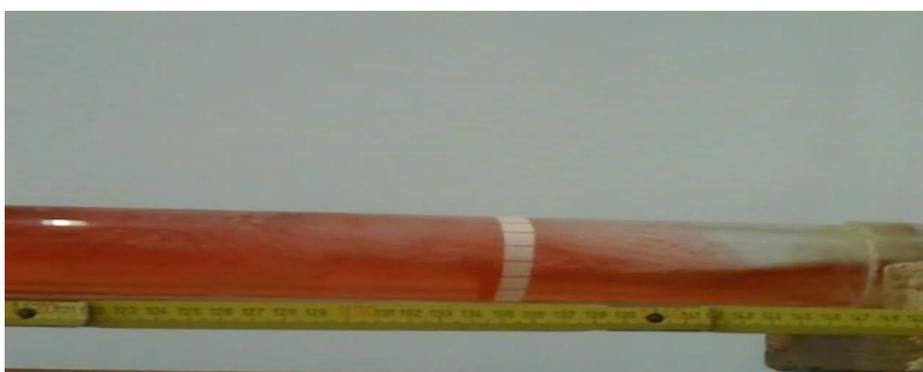
Essai1. Photo5



Essai1. Photo6



Essai1. Photo7



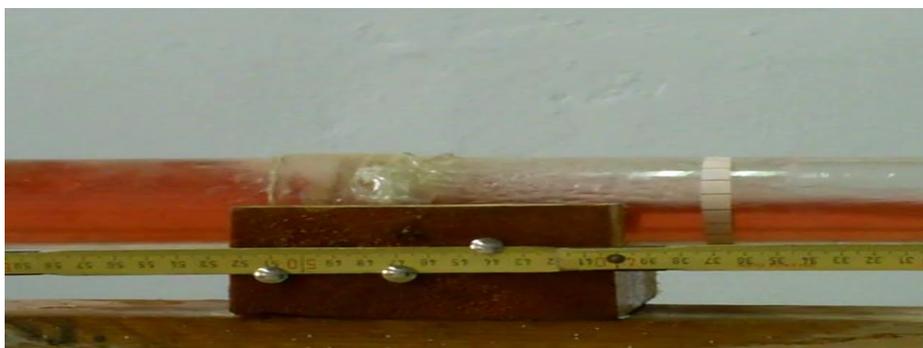
Essai1. Photo8



Essai2. Photo2



Essai2. Photo3



Essai2. Photo4



Essai 2. Photo 5



Essai 2. Photo 6



Essai 2. Photo7



Essai 3. Photo1



Essai3 Photo2



Essai3. Photo3



Essai3. Photo4



Essai3. Photo5



Essai3. Photo6

Résultats expérimentaux

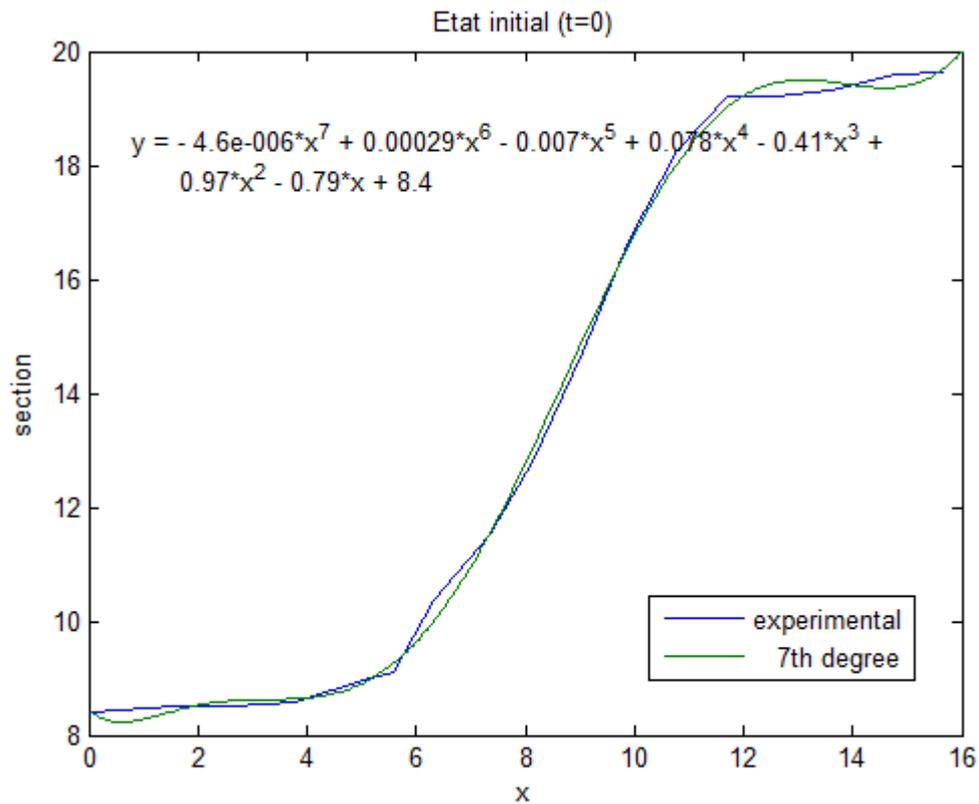


Fig. Annexe 4.1. Etat initial

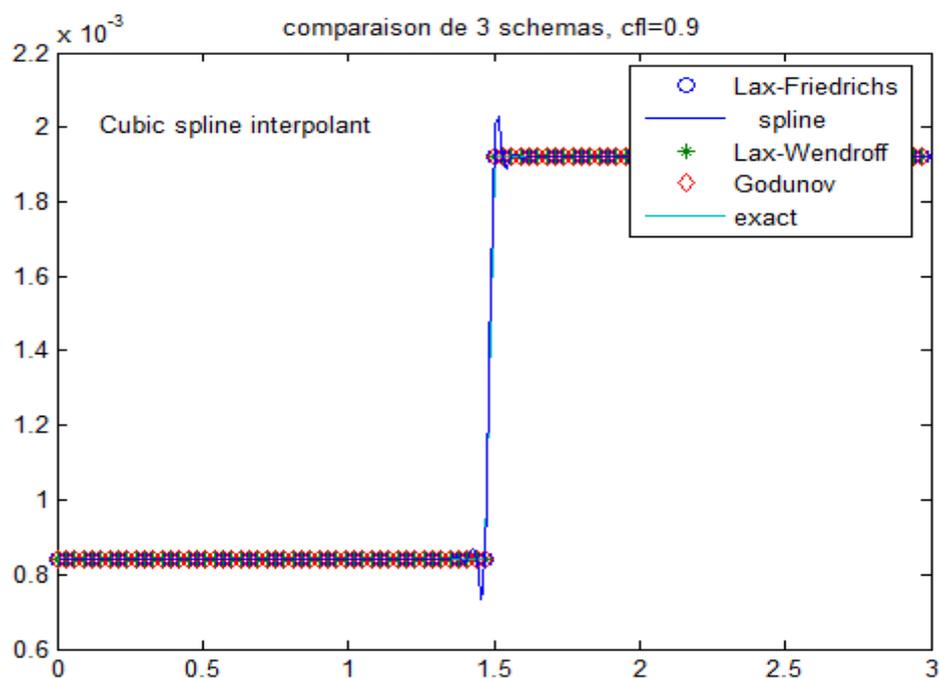


Fig. Annexe 4.2. Comparaison des trois schémas limites discrètes avec spline

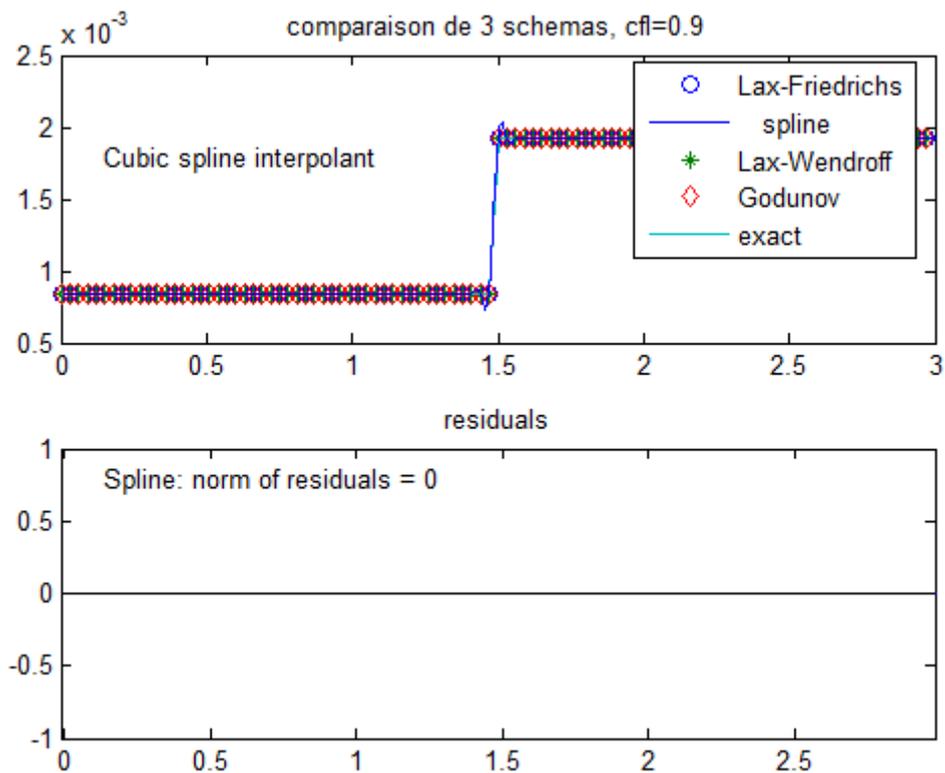


Fig. Annexe 4.3. Comparaison des trois schémas limites discretés avec spline et résidus

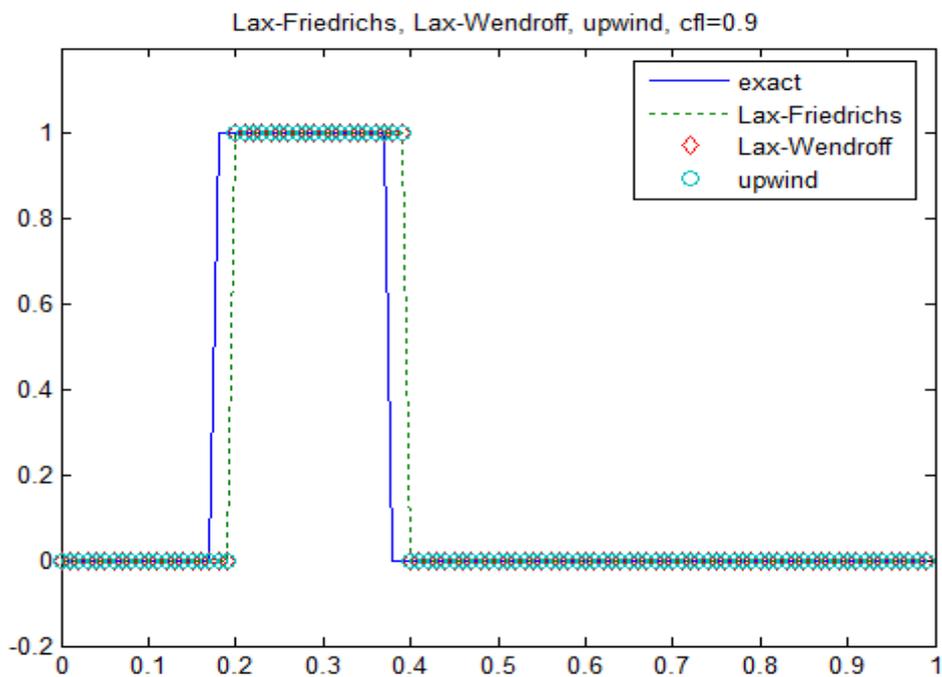


Fig. Annexe 4.4. comparaison avec le schéma upwind (cfl=0,9)

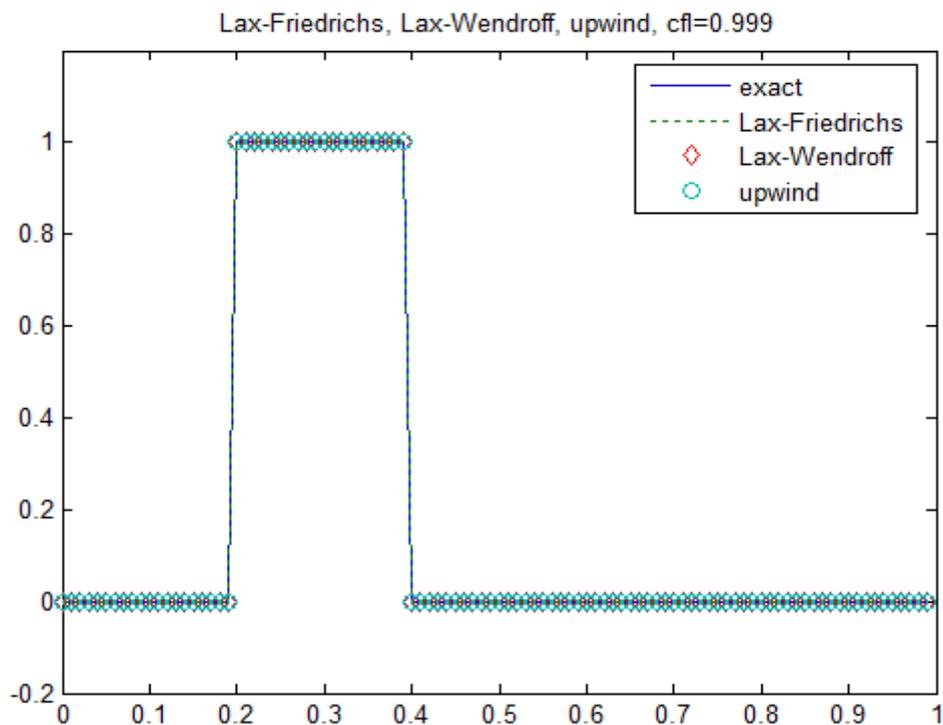


Fig. Annexe 4.5. Comparaison avec le schema upwind(cfl=0,999)

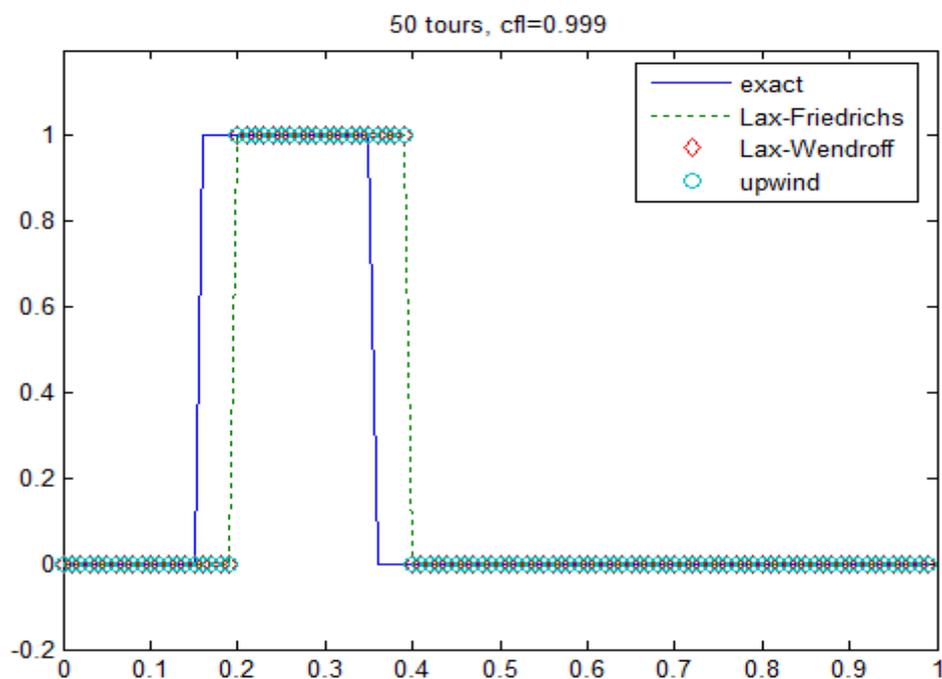


Fig. Annexe 4.6. Comparaison avec le schema upwind (cfl = 0,999 pour 50 tours)

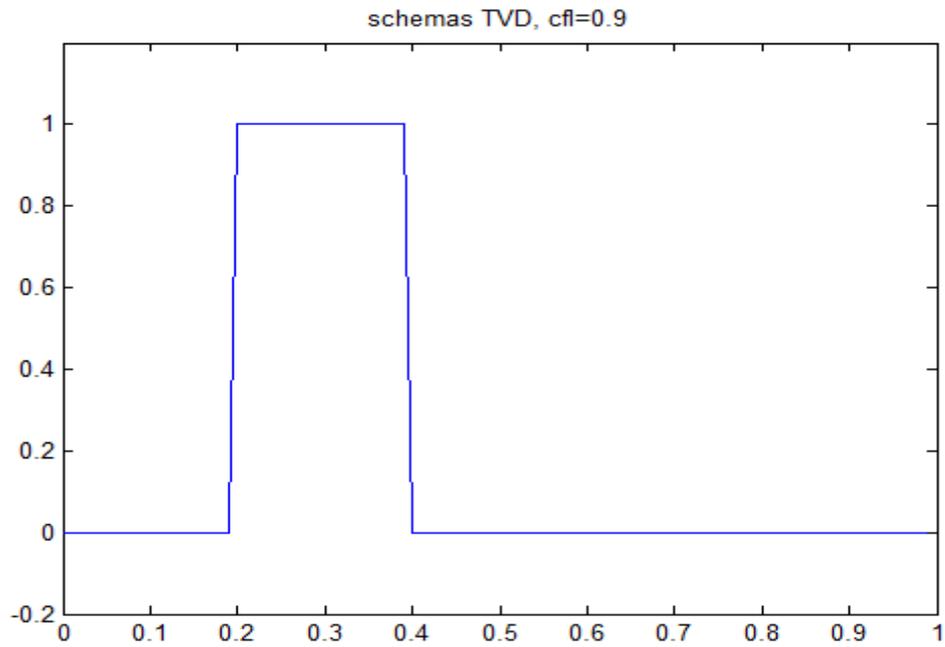


Fig. Annexe 4.7. Schema TVD(cfl = 0,9)

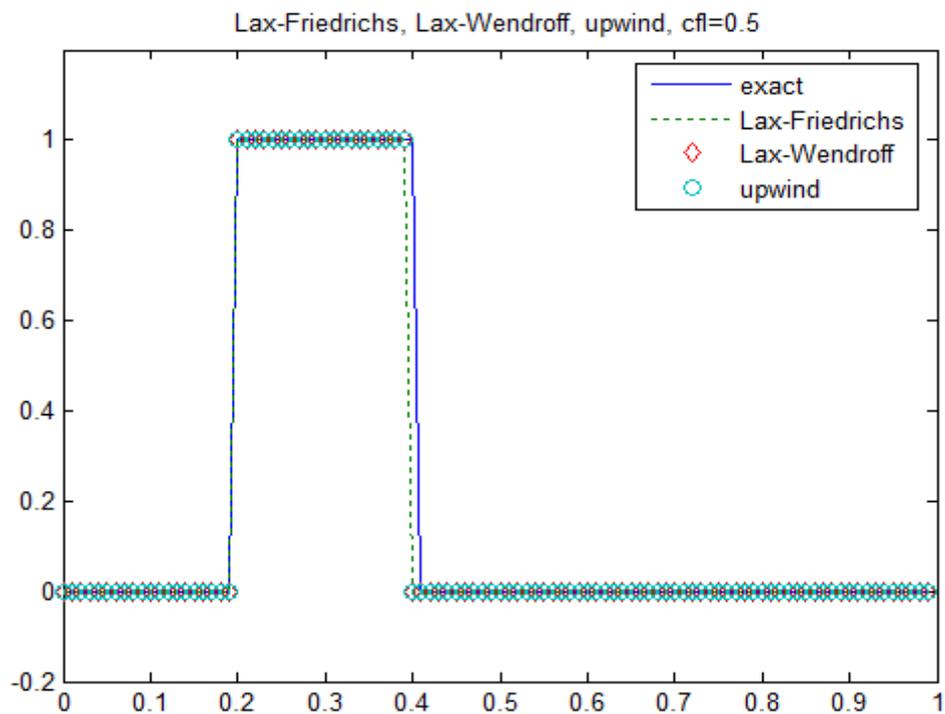
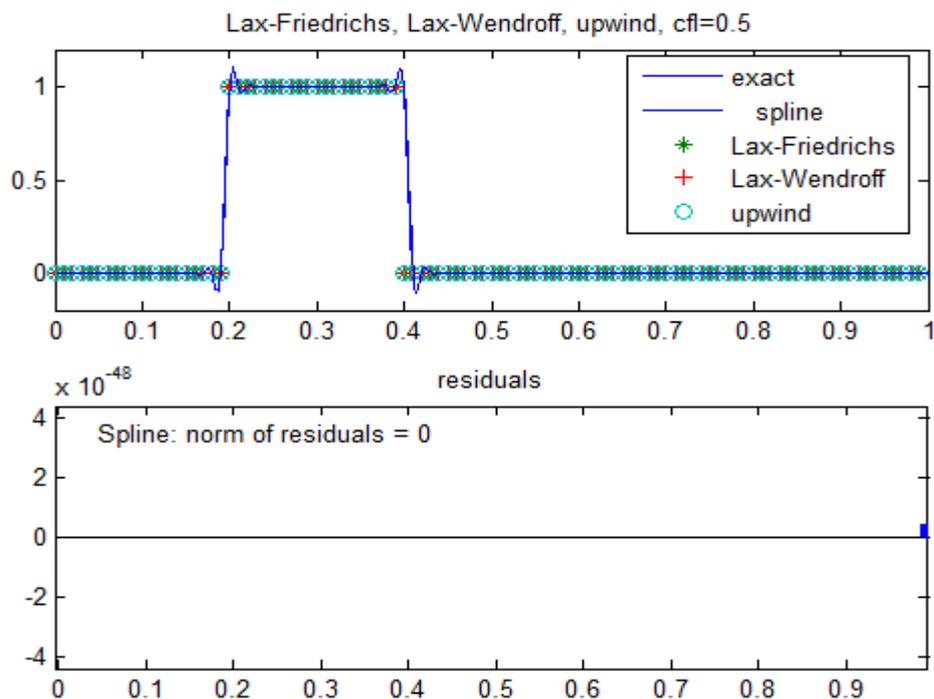


Fig. Annexe 4.8. Comparaison des schémas (cfl = 0,5)



Statistiques des solutions(cfl=0,5) :

schéma	max	min	moy	Ecart type
exact	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,21)	(0,2901; 0,4094)
Lax-Friedrichs	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,20)	(0,2901; 0,402)
Lax-Wendroff	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,20)	(0,2901; 0,402)
Upwind	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,20)	(0,2901; 0,402)

Fig. Annexe 4.9. Comparaison des schémas (cfl = 0,5)

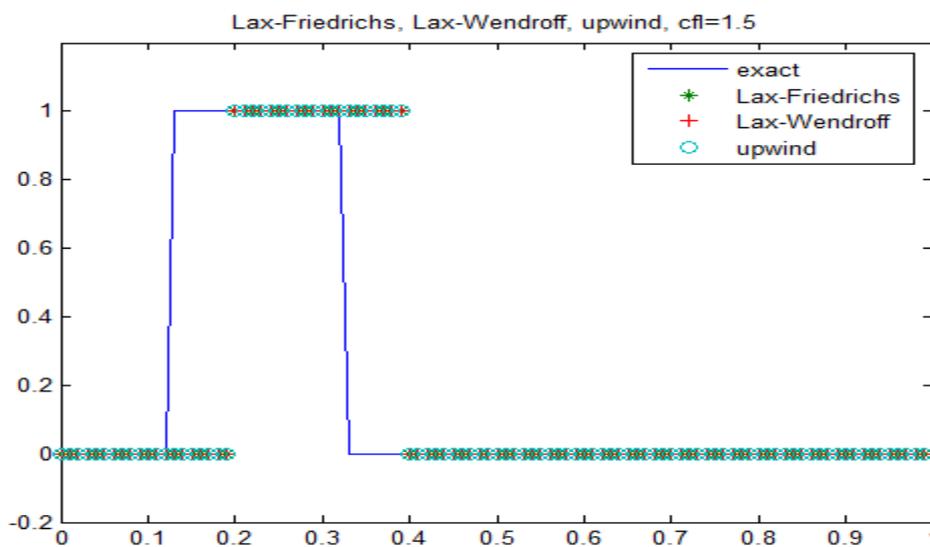
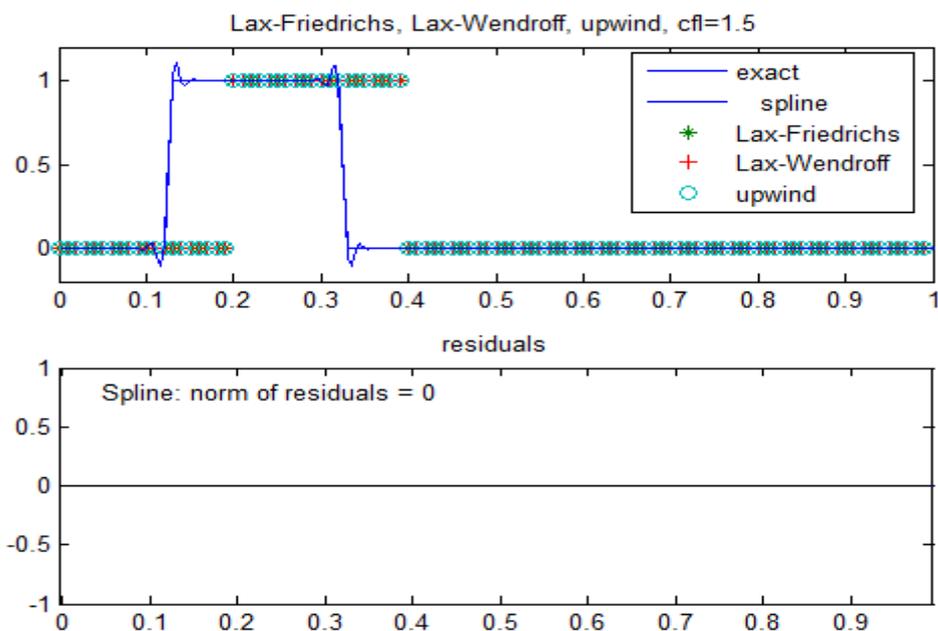


Fig. Annexe 4.10. Comparaison des schémas (cfl = 1,5)



Statistiques des solutions (cfl = 1,5) :

schéma	max	min	moy	Ecart type
exact	(0,99; 1)	(0,0)	(0,49 ; 0,2)	(0,2901; 0,402)
Lax-Friedrichs	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,2)	(0,2901; 0,402)
Lax-Wendroff	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,2)	(0,2901; 0,402)
Upwind	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,2)	(0,2901; 0,402)

Fig. Annexe 4.11. Comparaison des schémas (cfl=1,5)

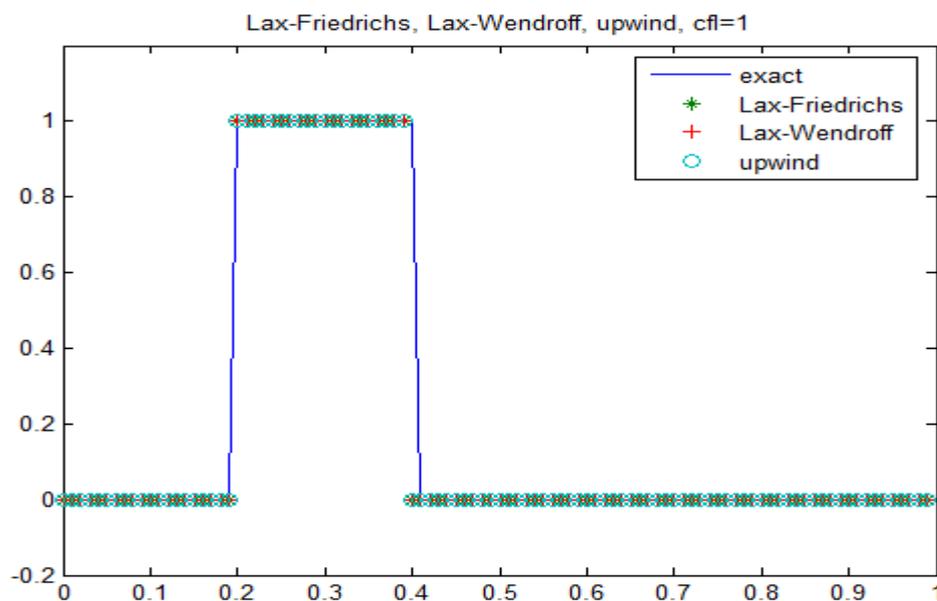
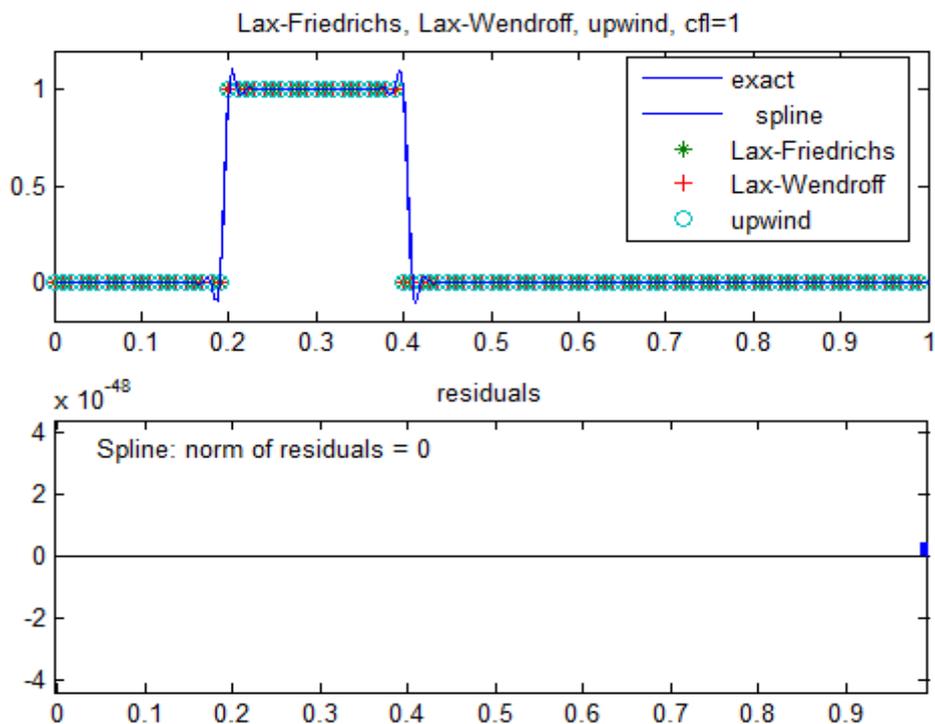


Fig. Annexe 4.12. Comparaison des schémas(cfl = 1)



Statistiques des solutions(cfl = 1) :

Schéma	max	min	moy	Ecart type
Exact	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,21)	(0,2901; 0,4094)
Lax-Friedrichs	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,2)	(0,2901; 0,402)
Lax-Wendroff	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,2)	(0,2901; 0,402)
Upwind	(0,99; 1)	(0,0)	(0,495; 0,2)	(0,2901; 0,402)

Fig. Annexe 4.12bis. Comparaison des schémas (cfl = 1)

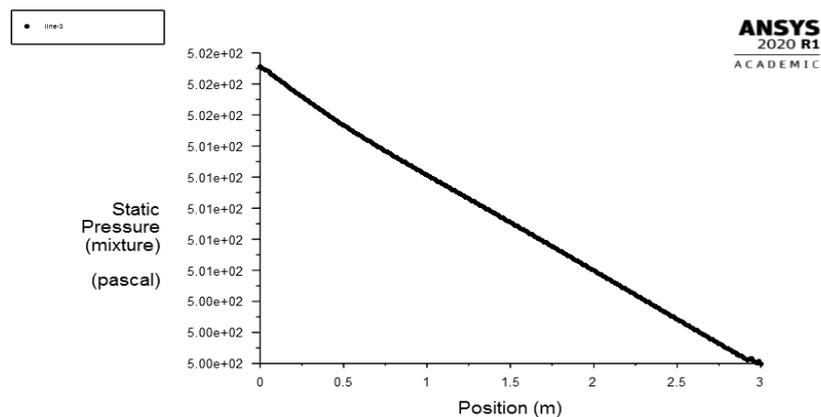


Fig.13. Pression statique en cas du modèle VOF et du modèle sst k-omega de turbulence

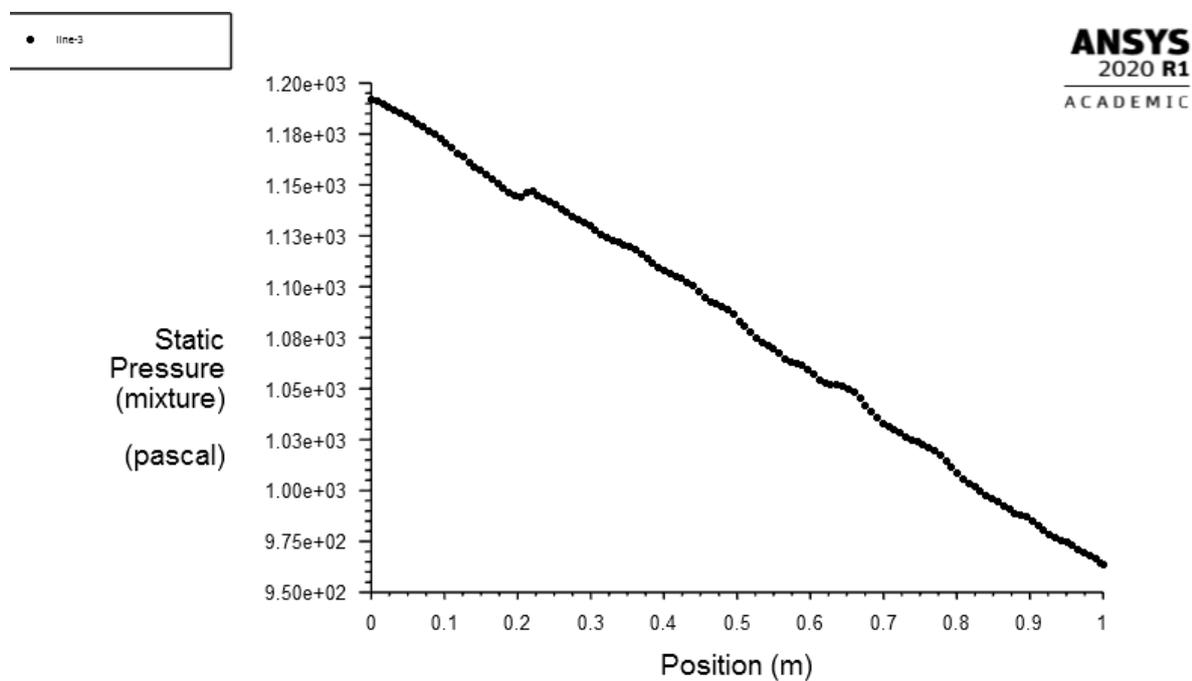
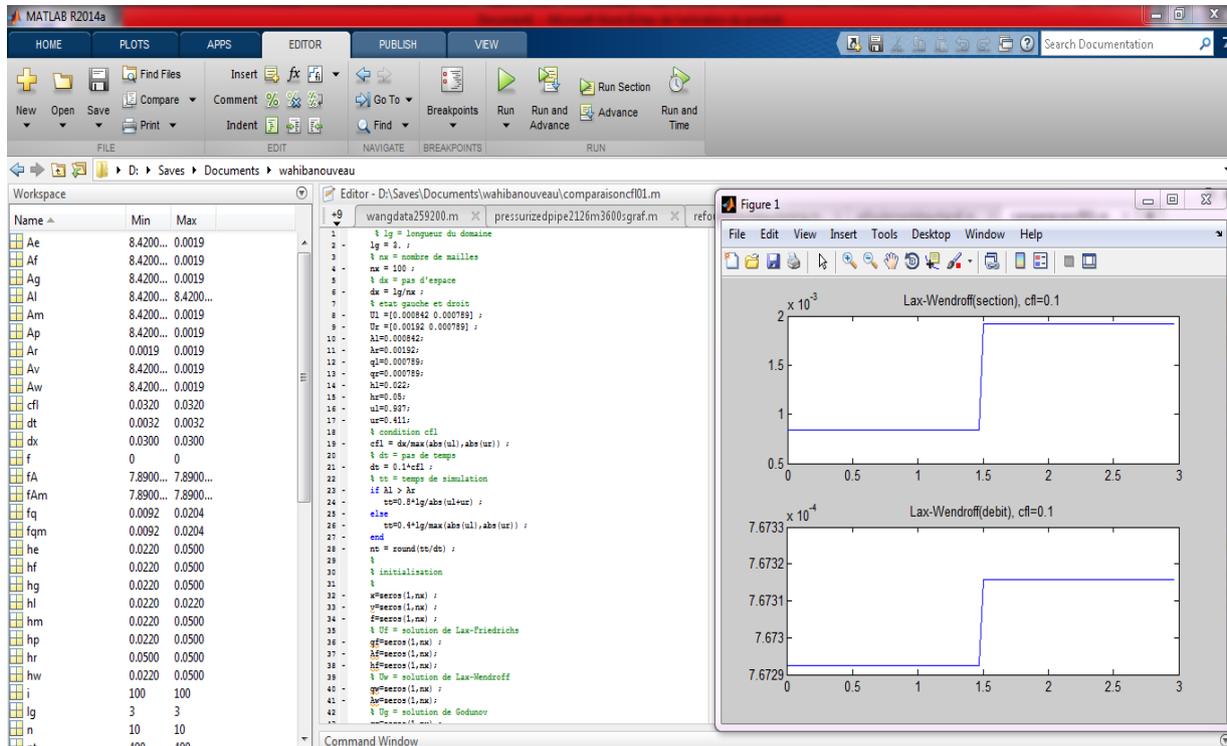


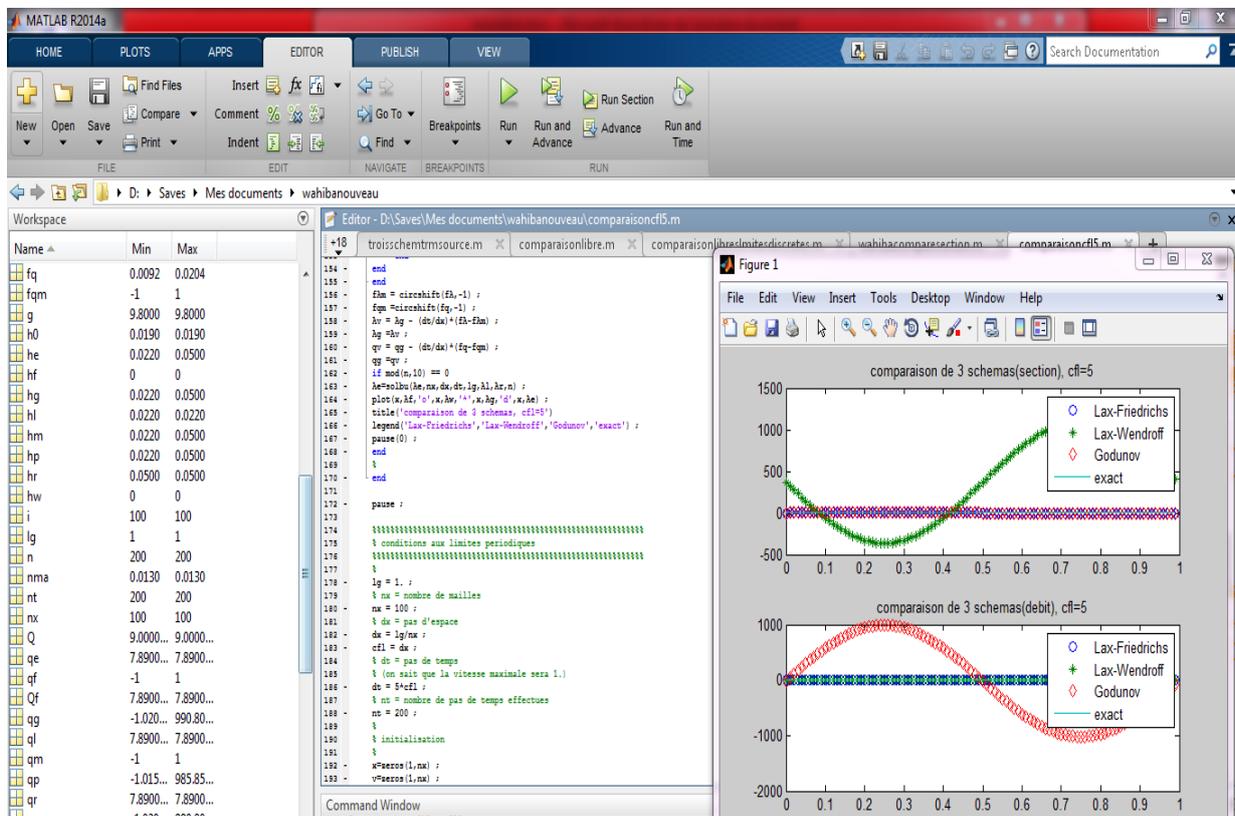
Fig.14. Pression statique en cas du modèle VOF (CLSVOF) et du modèle sst k-omega de turbulence

Implémentations sous MATLAB

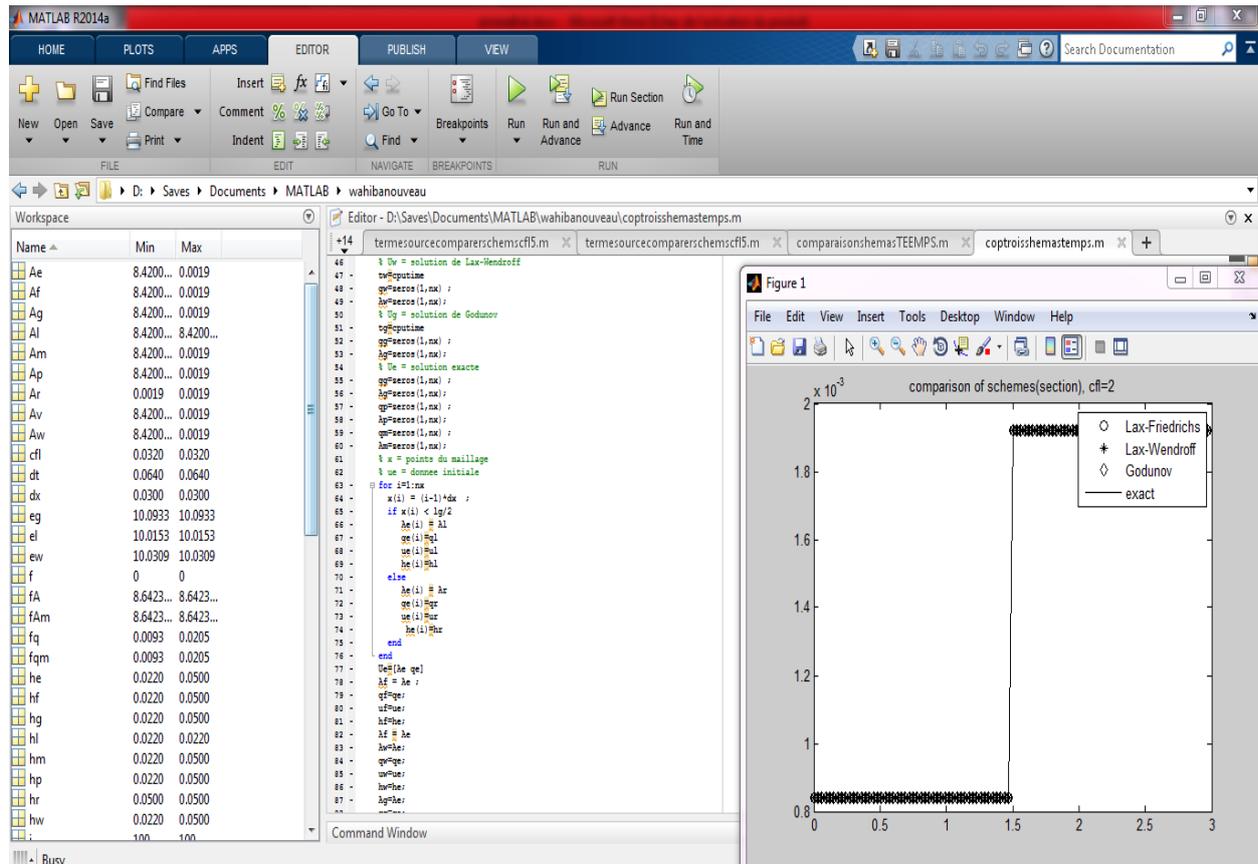
- Comparaison des schémas numériques(sans tenir compte du terme source)



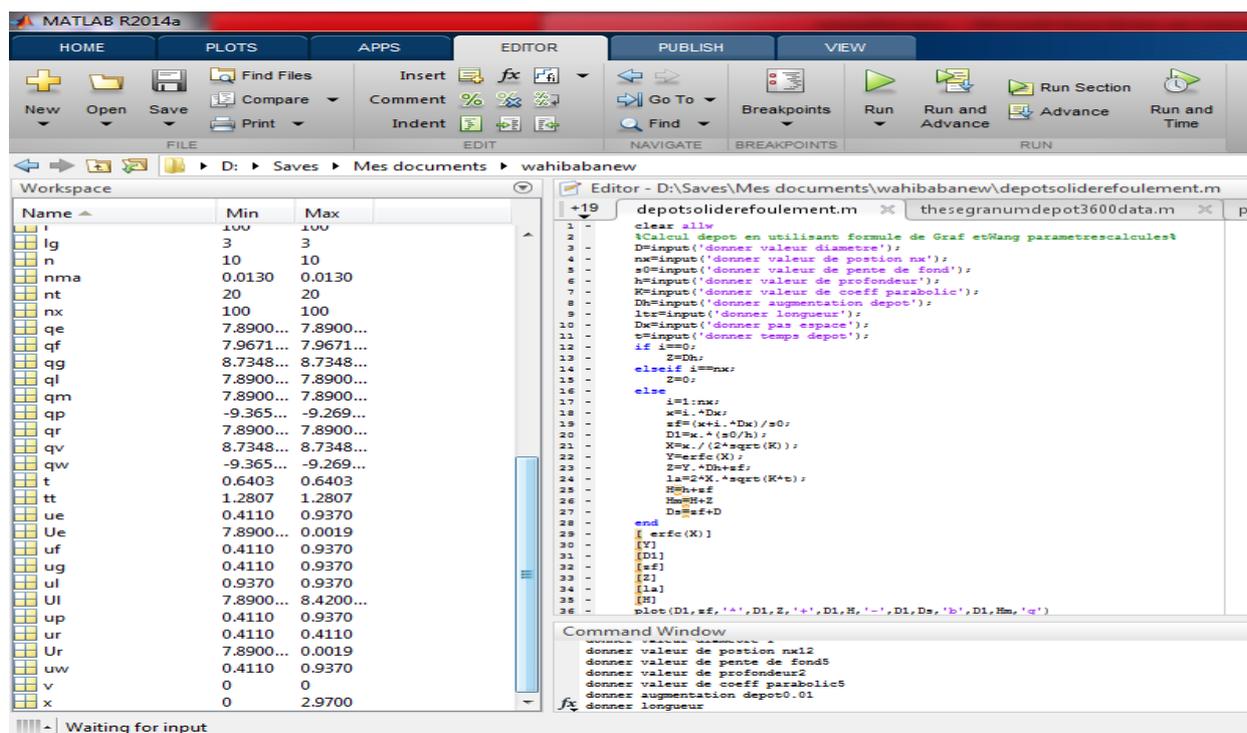
- Comparaison des schémas numériques(tenant compte du terme source)



- Comparaison des schémas numériques(tenant compte du terme source pour des conditions aux limites periodiques)



- Cas de dépôt solide (refoulement)



- Comportement des bulles d'air (avec la methode level set)

MATLAB R2014a

HOME PLOTS APPS EDITOR PUBLISH VIEW

Find Files Insert fx
New Open Save Compare Comment %
Print Indent Go To Breakpoints Run Run and Advance Run and Time

FILE EDIT NAVIGATE BREAKPOINTS RUN

D:\Saves\Documents\wahibabanew

Workspace

Name	Min	Max
l	1.0900...	1.0900...
fq	0.0092	0.0204
fqm	0.0092	0.0204
h	0.0101	0.0101
he	0.0220	0.0500
hf	0.0220	0.0500
hg	0.0220	0.0500
hl	0.0220	0.0220
hm	0.0220	0.0500
hpc	0.0220	0.0500
hr	0.0500	0.0500
hw	0.0220	0.0500
i	2	2
im	0	0
ip	2	2
iter	1	1
j	1	1
k	19	19
K	5	5
lg	3	3
ltr		
n	10	10
N	200	200
nit	1.9900...	1.9900...
nma	0.0130	0.0130
nt	20	20
numc	20	20
nx	12	12
phi	-0.2486	1.1835

Editor - D:\Saves\Documents\wahibabanew\wahibatransitionlevelsetgodunov.m

```

1 - N=200;
2 - numc=20; % nombre de cerles initialement
3 - Rl=25; % rayon de la bulle initial
4 - h=2/(N-1); % pas d'espace
5 - dt=1/h; % pas e temps
6 - tfin=2; % temps total de simulation
7 - nit=N*dt/dt; % nombre de pas de temps
8 - x=-1.5:h:1.5;
9 - y=x;
10 - [X,Y]=meshgrid(x);
11
12 % utiliser la fonction random pour unir les bulles
13 - a1=2*(1-Rl-h)*rand-(1-Rl-h);
14 - b1=2*(1-Rl-h)*rand-(1-Rl-h);
15 - phi=(X-a1).*(X-a1)+(Y-b1).*(Y-b1).^-.5-Rl;
16 - for i=1:numc-1
17 - a1=2*(1-Rl-h)*rand-(1-Rl-h);
18 - b1=2*(1-Rl-h)*rand-(1-Rl-h);
19 - phi1=(X-a1).*(X-a1)+(Y-b1).*(Y-b1).^-.5-Rl;
20 - phi=min(phi,phi1);
21 - end
22 - figure(1)
23 - contour(X,Y,phi,[0,0],'r');
24 - axis([-1 1 -1 1])
25 - axis('square')
26
27 % initialisation de la vitesse
28 - u=h/dt;
29 - v=h/dt;
30
31 - for i=1:N
32 - ip(i)=1+i;
33 - im(i)=1-i;
34
35
36 %
37 % begin simulation loop
38 - for iter=1:nit
39 - for j=1:N
40 - for p=1:N

```

Command Window

Figure 1

Solutions du polynome caractéristique « B.S.V.EXNER »**Vitesses de propagation**

Instruction MATLAB pour déterminer les solutions du polynôme caractéristiques de Saint Venant Exner

```
ezplot('y^3-2*x*(y^2)-((x^2)-1.1)*y+x*0.1')
```

```
ezplot('y^3-2*x*(y^2)-((x^2)-1.2)*y+x*0.2')
```