

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Nationale Polytechnique



Département d'Automatique

King Abdullah University of Science and Technology

Mémoire de projet de fin d'études
en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Automatique

Analyse de performance, détection et localisation du "fouling" dans les systèmes DCMD à base d'observateurs

Yasmine MARANI et Tania Camelia TOUATI

Sous la direction de **Dr. Messaoud CHAKIR**
et **Pr. Taous Meriem LALEG-KIRATI**

Présenté et soutenu publiquement le 02/07/2020 devant le jury composé de :

Président	D. BOUKHETALA	Professeur	ENP
Examineur	O. STIHI	MAA	ENP
Promoteur	M. CHAKIR	MCA	ENP
Co-promoteur	T.M. LALEG-KIRATI	Professeur	KAUST

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Nationale Polytechnique



Département d'Automatique

King Abdullah University of Science and Technology

Mémoire de projet de fin d'études
en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Automatique

Analyse de performance, détection et localisation du "fouling" dans les systèmes DCMD à base d'observateurs

Yasmine MARANI et Tania Camelia TOUATI

Sous la direction de **Dr. Messaoud CHAKIR**
et **Pr. Taous Meriem LALEG-KIRATI**

Présenté et soutenu publiquement le 02/07/2020 devant le jury composé de :

Président	D. BOUKHETALA	Professeur	ENP
Examineur	O. STIHI	MAA	ENP
Promoteur	M. CHAKIR	MCA	ENP
Co-promoteur	T.M. LALEG-KIRATI	Professeur	KAUST

ملخص

مثل العديد من عمليات التقطير الغشائية ، فإن DCMD عرضة لتلوث الأغشية، وهو تراكم أنواع مختلفة من المواد على سطح الغشاء أو داخل مساماته. قد لا يؤثر تلوث الأغشية على جودة المياه المنتجة و يؤدي إلى تدهور أداء الغشاء و حسب، بل يؤدي أيضًا إلى تكاليف تشغيل وصيانة معتبرة إذا لم يتم اكتشافه في مراحل مبكرة. نظرًا لكون دمج المستشعرات في العملية أمرًا صعبًا ومكلفًا للغاية ، فإن مراقبة تطور التلوث باستخدام أدوات رياضية يعد أكثر ملاءمة لهذا التطبيق. يتضمن هذا العمل تطوير تقدير جديد لتلوث الأغشية يعتمد على المراقبات وتعميم النتائج لتشمل توطين التلوث. تم اقتراح طريقتين: الأولى تستخدم مراقب تلاؤمي مرن والثانية قائمة على البيانات ومرتكزة على التعلم الآلي.

كلمات دالة: تقطير غشائي ، تلوث الأغشية ، مراقب متعلم ، مراقب غير خطي تلاؤمي مرن، تقدير، كشف ، توطين.

Abstract

Like many membrane distillation processes, the DCMD is prone to membrane fouling, which is the accumulation of different types of substances on the membrane surface or within its pores. Membrane fouling affects the produced water quality and deteriorates the membrane performances, but also induces huge operation and maintenance costs if not detected in early stages. Because incorporating sensors into the process can be very challenging and expensive, monitoring the evolution of fouling using mathematical tools is more suitable for this application. This work consists on developing a new observer-based fouling estimation and generalizing the results to include fouling localization. Two approaches are proposed : the first involving an adaptive resilient observer and the second based on data and focused on machine learning.

Keywords : Membrane distillation, membrane fouling, learning observer, nonlinear adaptive resilient observer, estimation, detection, localization.

Résumé

Comme de nombreux procédés de distillation membranaire, la DCMD est sujette au "fouling", qui est l'accumulation de différents types de substances à la surface de la membrane ou dans ses pores. Le "fouling" affecte la qualité de l'eau produite et détériore les performances des membranes, mais induit aussi d'énormes coûts de fonctionnement et de maintenance s'il n'est pas détecté à un stade précoce. Parce que l'incorporation de capteurs dans le processus peut être très difficile et coûteuse, la surveillance de l'évolution du "fouling" à l'aide d'outils mathématiques est plus adaptée à cette application. Ce travail consiste à développer une nouvelle estimation du "fouling" basée sur des observateurs et à généraliser les résultats pour inclure la localisation du "fouling". Deux méthodes sont proposées : la première mettant en jeu un observateur adaptatif résilient et la seconde basée sur les données et axée sur l'apprentissage automatique.

Mots clés : Distillation membranaire, fouling des membranes, learning observer, observateur non linéaire adaptatif résilient, estimation, détection, localisation.

Dédicaces

A mes très chers parents pour leur amour inconditionnel, leur présence dans le meilleur comme le pire et leur soutien indéfectible dans tout ce que j'entreprends.

A Samy et Maya mes frère et sœur adorés et tous les membres de ma famille.

A Madame Laleg-Kirati qui, au-delà de notre relation de travail, a réussi à me marquer par sa remarquable bonté et son inestimable gentillesse.

A ma coéquipière de choc Yasmine avec qui j'ai beaucoup appris.

A Ania, Rania et Hichem pour leur agréable compagnie au cours de ces longs derniers mois passés à KAUST.

A toutes les personnes qui ont croisé mon chemin et positivement impacté ma vie de quelque façon que ce soit.

Je dédie ce mémoire.

Tania Camelia TOUATI

Dédicaces

Je dédie ce travail

A mes très chers parents à qui je dois la personne que je suis aujourd'hui. Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour qu'ils me portent et des sacrifices qu'ils ont fait pour que je puisse bénéficier d'une éducation et enseignement de qualité.

A ma bien-aimée soeur jumelle Nesrine, qui a toujours été ma source de force pour affronter les différents obstacles.

A mon cher grand père maternel et ma tante 'Mima'. Que ce mémoire soit l'expression des vœux que vous ne cessez de formuler dans vos prières. Que dieu vous procure bonne santé et longue vie.

A madame Laleg-Kirati qui m'a non seulement appris à avoir confiance en moi-même mais aussi à devenir une meilleure personne.

A ma binôme et soeur de coeur Tania avec qui j'ai appris énormément de choses.

A mes enseignants M. Mohammed et M. Mohammed-El Madani Aît Issa, qui ont fortement contribué à toutes mes décisions professionnelles.

A mon premier enseignant de physique M.Treman à qui je dois mon profil scientifique.

Yasmine MARANI

Remerciements

Avant toute chose, nous louons Allah, le Tout-Puissant de nous avoir donné cette opportunité et accordé la capacité et la patience pour mener à bien ce travail.

Parce qu'aucun travail n'est le fruit d'un effort individuel, et parce que ce qui reste à la fin de chaque projet est la mémoire des gens qui croisent notre chemin, nous tenons à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.

Nous aimerions remercier nos encadreurs, Pr. Laleg-Kirati et Dr. Chakir, d'abord pour leur soutien continu tout au long de notre projet de fin d'études, pour leurs directives et leurs conseils avisés, et pour leurs encouragements chaleureux, même pendant les moments de doute. Notre gratitude s'étend à tous les enseignants du département d'Automatique et de l'Ecole Nationale Polytechnique de façon générale pour tout ce qu'ils nous ont enseigné durant ces cinq années d'études. Une pensée particulière au Pr. Abdelouel qui nous a quittés trop tôt mais dont les valeurs resteront à jamais gravées dans nos esprits.

Nos vifs remerciements s'adressent également aux membres du jury qui nous font l'honneur d'évaluer notre travail.

Nous tenons à remercier tout particulièrement les membres du groupe EMANG à KAUST, qui n'est pas seulement un groupe d'échange intellectuel mais une vraie famille. Merci pour toutes les discussions stimulantes, les bons conseils et les remarques constructives. Nous avons eu le plaisir d'échanger avec Abderrazak Chahid qui nous a beaucoup aidées lors de la génération des données et envers qui nous exprimons notre immense reconnaissance.

Enfin, nous témoignons notre profonde gratitude à nos chers parents et familles respectives, puisse Dieu les bénir, pour leur soutien continu, leurs encouragements et appui inconditionnel tout au long de la réalisation de ce projet de fin d'études.

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des abréviations

Liste des symboles

Introduction générale	14
1 Distillation membranaire	19
1.1 Introduction	20
1.2 Définition de la distillation membranaire	20
1.3 Avantages et inconvénients de la MD	20
1.4 Configurations de la distillation membranaire (MD)	21
1.4.1 Distillation membranaire à contact direct (DCMD)	21
1.4.2 Distillation membranaire avec entrefer (AGMD)	21
1.4.3 Distillation membranaire à balayage de gaz (SGMD)	22
1.4.4 Distillation membranaire à vide (VMD)	23
1.5 Analyse comparative des différentes configurations MD	24
1.6 Mécanismes de transfert dans la DCMD	25
1.6.1 Transfert de masse	25
1.6.2 Transfert de chaleur	28
1.7 Conclusion	30
2 Modélisation dynamique de la DCMD	31
2.1 Introduction	32
2.2 Choix du modèle	32
2.3 Transfert de chaleur dans la DCMD	33
2.4 Construction du réseau électrique thermique équivalent du DCMD	34
2.4.1 Modélisation de l'entrée et de la sortie du réseau	35
2.4.2 Impédances de couplage	36
2.5 Équations du réseau électrique équivalent	37
2.6 Représentation du modèle du DCMD	39
2.7 Conclusion	42
3 Simulation et validation du modèle à ordre réduit de la DCMD	43
3.1 Introduction	44
3.2 Implémentation MATLAB	44
3.3 Validation expérimentale du modèle	44
3.3.1 Validation statique	45

3.3.2	Validation dynamique	46
3.4	Analyse du processus de la DCMD	48
3.4.1	Réponse indicielle	48
3.4.2	Distribution de la température le long du module	49
3.4.3	Effet de la longueur du module sur le flux	50
3.4.4	Étude de l'effet de la vitesse	51
3.4.5	Maximisation du rendement de la DCMD	53
3.5	Conclusion	54
4	Modélisation du fouling et analyse de performance	55
4.1	Introduction	56
4.2	Notions générales sur le fouling	56
4.3	Modélisation du fouling	58
4.4	Analyse de la performance du système en présence du fouling	62
4.5	Conclusion	63
5	Détection et localisation du fouling par un observateur adaptatif ré-	
	silient	64
5.1	Introduction	65
5.2	Motivation	65
5.3	Synthèse d'observateur adaptatif pour les systèmes singuliers non linéaires	66
5.4	Estimation et localisation du fouling	66
5.5	Simulation	70
5.5.1	Fouling en escalier	71
5.5.2	Fouling progressif	73
5.6	Conclusion	75
6	Détection et localisation du fouling avec un learning observeur	76
6.1	Introduction	77
6.2	Motivation	77
6.3	Architecture du learning observer	77
6.3.1	Identification des modèles linéaires locaux	78
6.3.2	Synthèse des observateurs	80
6.3.3	Augmentation et compression des données	80
6.3.4	Choix du prédicteur	82
6.4	Simulation	83
6.4.1	Cas 1 : Résistances de fouling identiques le long de la membrane . .	83
6.4.2	Cas 2 : Différentes résistances de fouling pour chaque cellule	86
6.5	Conclusion	88
	Bibliographie	91
	A Observabilité des systèmes singuliers	95
	B Lemmes utiles	96

Liste des tableaux

1.1	Analyse comparative des configurations MD [2]	24
2.1	Éléments du circuit électrique équivalent	35
3.1	Paramètres du module de la DCMD	45
4.1	Modélisation des types de blocage dans le cas d'une filtration tangentielle [35]	57
5.1	Paramètres de la membrane	71

Table des figures

1	Classification des techniques de dessalement en fonction du produit extrait du flux d'alimentation [27]	16
2	Classification des techniques de dessalement basée sur le processus de séparation adopté [27]	16
3	Classification des techniques de dessalement en fonction du type d'énergie utilisée [27]	17
1.1	Configuration DCMD [20]	21
1.2	Configuration AGMD [20]	22
1.3	Configuration SGMD [20]	22
1.4	Configuration VMD [20]	23
1.5	Mécanismes de transfert dans la DCMD [31]	25
1.6	Mécanismes de diffusion dans la MD [2]	27
1.7	Résistances de transfert de masse des mécanismes de transport [38]	27
2.1	Schéma du module de la DCMD [17]	33
2.2	Schéma de la n -ième cellule du DCMD [17]	33
2.3	Circuit électrique équivalent de la n -ième cellule du DCMD[17]	35
2.4	Circuit analogue du côté alimentation du DCMD[17]	36
2.5	Réseau thermique équivalent du DCMD[17]	37
3.1	Schéma de l'installation expérimentale du WDRC [15]	45
3.2	Flux de vapeur en régime permanent à différentes températures d'entrée d'alimentation.	46
3.3	Température de sortie de l'alimentation pour une température d'entrée d'alimentation en rampe de 30°C à 68°C	47
3.4	Flux de vapeur pour une température d'entrée d'alimentation en rampe de 30°C à 68°C	47
3.5	Réponses indicielles des températures au niveau de la cellule terminale	48
3.6	Réponse indicielle du flux d'eau distillée	48
3.7	T_{bf} le long du module à différents instants	49
3.8	Distribution de la température le long de l'alimentation et du perméat	50
3.9	Flux moyen de vapeur en fonction de la longueur pour différentes vitesses	50
3.10	Flux d'eau distillée en fonction de la vitesse pour différentes températures d'entrée d'alimentation	51
3.11	Températures de sortie en fonction de la vitesse	52
3.12	Coefficient de polarisation de température en fonction de la vitesse pour différentes températures d'entrée	52
3.13	Rendement de conversion thermique en fonction du temps de séjour pour différentes vitesses d'entrée	53
3.14	Vitesse optimale en fonction de la longueur du module	54

4.1	Types de fouling : (a) blocage complet, (b) blocage standard, (c) blocage intermédiaire, (d) couche gâteau [41]	56
4.2	Évolution du flux d'eau distillée pour différents types de blocages générés au niveau de la cellule 2	57
4.3	Schéma de la couche de fouling à la surface de la membrane [17]	58
4.4	Réseau thermique-électrique équivalent en présence de fouling [17]	58
4.5	Évolution des profils de température et du flux total d'eau distillée dans le cas d'un fouling généré au niveau de la cellule 2	62
4.6	Évolution des profils de température et du flux total d'eau distillée dans le cas d'un fouling généré au niveau des cellules 2 et 3	63
4.7	Évolution des profils de température et du flux total d'eau distillée dans le cas d'un fouling généré au niveau de toutes les cellules (le long de la membrane)	63
5.1	Résistances du fouling réelles et estimées pour un fouling en escalier	72
5.2	Répartition de la température réelle et estimée le long du module à t=100s pour un fouling en escalier	72
5.3	Flux d'eau distillée réel et estimé pour un fouling en escalier	73
5.4	Résistances du fouling réelles et estimées pour un fouling progressif	74
5.5	Répartition de la température réelle et estimée le long du module à t=100s pour un fouling progressif	74
5.6	Flux d'eau distillée réel et estimé pour un fouling progressif	75
6.1	Architecture globale du learning observer	82
6.2	Profils des entrées pour la simulation du learning observer dans le cas d'une résistance de fouling en escalier	84
6.3	Résistances de fouling sous forme de rampe réelle et estimée par le learning observer	84
6.4	Résistances de fouling en escalier réelle et estimée par le learning observer avec entrées constantes	85
6.5	Résistances de fouling en escalier réelle et estimée par le learning observer avec entrées variables	85
6.6	Résistances de fouling en escalier différentes réelles et estimées par le learning observer	86
6.7	Détection du fouling dans la 2 ème cellule avec le learning observer (LO) et l'observateur adaptatif résilient (ARO)	87
6.8	Résistances de fouling réelles et estimées par le learning observer, avec une résistances en rampe pour la 2 ème cellule	88

Liste des abréviations

AGMD	Distillation membranaire avec entrefer.
ANN	Réseau de neurones artificiel.
ARX	Modèle auto-régressif à entrées exogènes.
CP	Polarisation de concentration.
CPC	Coefficient de polarisation de concentration.
DAE	Équations algébro-différentielles.
DCMD	Distillation membranaire à contacte direct.
EDO	Équation différentielle ordinaire.
KAUST	King Abdullah University of Science and Technology.
LMI	Inégalités matricielles linéaires.
LTI	Modèle linéaire invariant dans le temps.
MFP	Chemin libre moyen.
MSE	Erreur quadratique moyenne.
SGMD	Distillation membranaire à balayage de gaz.
TCE	Rendement de conversion thermique.
TP	Polarisation de température.
TPC	Le coefficient de polarisation de température.
VMD	Distillation membranaire à vide.
WDRC	Water Desalination and Reuse Center.

Liste des symboles

Symboles Latins

A_m	La surface différentielle d'une cellule de la membrane (m^2)
B_D	Le coefficient de diffusion moléculaire ($kg/(m^2 s Pa)$)
B_{kn}	Le coefficient de Knudsen ($kg/(m^2 s Pa)$)
B_m	Le coefficient de transfert de masse de la membrane ($kg/(m^2 s Pa)$)
C	Capacité thermique ($J/^\circ C$)
c	Concentration du soluté (mol/L)
c_p	La chaleur spécifique de l'eau ($J/(kg ^\circ C)$)
G	Le taux de production (kg/h)
h	Coefficient de transfert de chaleur ($W/(m^2 ^\circ C)$)
$H_v[T]$	La chaleur latente de vaporisation à la température T (J/kg)
k	La conductivité thermique ($W/(m K)$)
k_B	La constante de Boltzman
L	Inductance thermique
L^2	L'ensemble des fonctions carrées intégrables
L^∞	L'ensemble de fonctions mesurables essentiellement bornées.
M	Débit massique (kg/s)
M_w	La masse molaire de l'eau (kg/mol)
P	La pression de vapeur (Pa)
Pr	Le nombre de Prandtl
Q	Le taux de transfert de chaleur (W)
R	Résistance thermique ($^\circ C/W$)

r	Rayon des pores de la membrane (m)
R_g	Constante des gaz parfait
R_{sc}	La résistance thermique du fouling ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$)
Re	Le nombre de Reynolds
T	La température (K ou $^{\circ}\text{C}$)
v	Vélocité (m/s)
x_{NaCl}	La fraction molaire du NaCl
Z	Impédance (Ω)

Symboles Grecs

δ	L'épaisseur de la membrane (m)
λ	Le chemin libre moyen des molécules de vapeur
τ	La tortuosité de la membrane
ε	La porosité de la membrane

Introduction générale

”Et nous avons fait de l'eau toute chose vivante”

Traduction rapprochée du verset 30, surat al-Anbya, le Coran.

Chaque jour, les êtres humains exercent une variété remarquable d'activités qui impliquent l'utilisation de l'eau, souvent en très grande quantité. L'eau est vitale et nécessaire à toutes les activités industrielles mais aussi à l'agriculture et aux fins domestiques.

La consommation par habitant peut varier considérablement en fonction de la zone géographique, avec des écarts évidents entre, par exemple, la région saharienne de l'Afrique et la région des Grands Lacs en Amérique du Nord.

La consommation moyenne d'eau atteint des valeurs de 400 litres par personne et par jour aux États-Unis, alors qu'elle peut chuter à 150 litres dans d'autres pays occidentaux, où des actions ont été mises en œuvre avec succès pour réduire la demande d'eau douce. En revanche, dans certains pays africains, où sévissent de graves pénuries d'eau, la consommation d'eau douce par habitant est de l'ordre de 20 litres par jour.

L'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) recommande une limite inférieure de survie de 15 à 20 litres par personne et par jour, qui ne peut garantir que les besoins de base tels que l'alimentation et l'hygiène personnelle. Cette limite doit être poussée de manière significative, jusqu'à 50 litres par personne et par jour, afin de garantir d'autres besoins tels que ceux relatifs aux infrastructures de base [27].

Plusieurs facteurs ont contribué à l'accroissement constant de la consommation mondiale d'eau douce, notamment la croissance démographique mondiale et l'amélioration de la qualité de vie à tous les niveaux, avec pour conséquence une augmentation de la demande d'eau douce pour une grande variété d'utilisations.

Sur la base de ce qui précède, il est prévu que d'ici 2040, la demande mondiale d'eau douce excédera la quantité disponible [27]. Un scénario comme celui-ci requiert bien évidemment la plus grande attention. À cet effet, des efforts considérables ont été consentis pour optimiser la gestion des ressources hydriques conventionnelles afin d'atteindre une efficacité optimale de l'utilisation de l'eau.

Nonobstant les améliorations apportées à cet égard, il est désormais évident que d'autres sources d'eau douce sont nécessaires pour répondre aux tendances actuelle et future de la

demande.

Dans le passé, l'eau douce était considérée comme une ressource naturellement disponible et non manufacturée. Ce n'est que récemment qu'elle a commencé à être considérée comme un produit pouvant être fabriqué, avec des normes de qualité en fonction de l'utilisation spécifique. En tant que tel, une voie non conventionnelle mais durable pour la production d'eau douce pourrait être celle offerte par le dessalement de l'eau de mer.

Les processus de dessalement produisent de l'eau douce à partir de la séparation du sel de l'eau de mer ou de l'eau saumâtre. L'eau de mer, en abondance, constitue une source fiable et durable d'eau douce, avec un potentiel élevé pour répondre à la demande croissante en eau douce à l'avenir.

L'eau est l'une des substances les plus abondantes présentes sur le globe terrestre ; elle recouvre 70% de sa surface. L'eau de mer représente environ 97,5% de l'eau totale disponible, tandis que les 2,5% restants sont constitués d'eaux souterraines et de surface, dont 80% sont gelées, de sorte que seul 0,5% de la quantité totale disponible se trouve dans les lacs, les rivières et les aquifères [27].

Afin de produire de l'eau douce à partir d'eau salée, un processus de séparation approprié doit être conçu. La tâche peut être accomplie de différentes manières, toutes basées sur le principe que l'eau et les sels ne se séparent pas spontanément et nécessitent donc une source d'énergie pour alimenter le processus. Historiquement, les premières unités de dessalement étaient basées sur l'évaporation de l'eau pure via des processus de séparation thermique. Ces dernières années, le développement des matériaux polymères modernes a conduit à la production de membranes permettant le passage sélectif de l'eau ou des ions, constituant ainsi la base des processus de dessalement membranaires.

En général, les techniques de dessalement peuvent être classées selon trois critères : (1) le type de produit extrait de l'eau de mer ; (2) le type de processus de séparation adopté ; (3) le type d'énergie utilisée. Ces trois classifications sont illustrées dans les figures 1, 2 et 3.

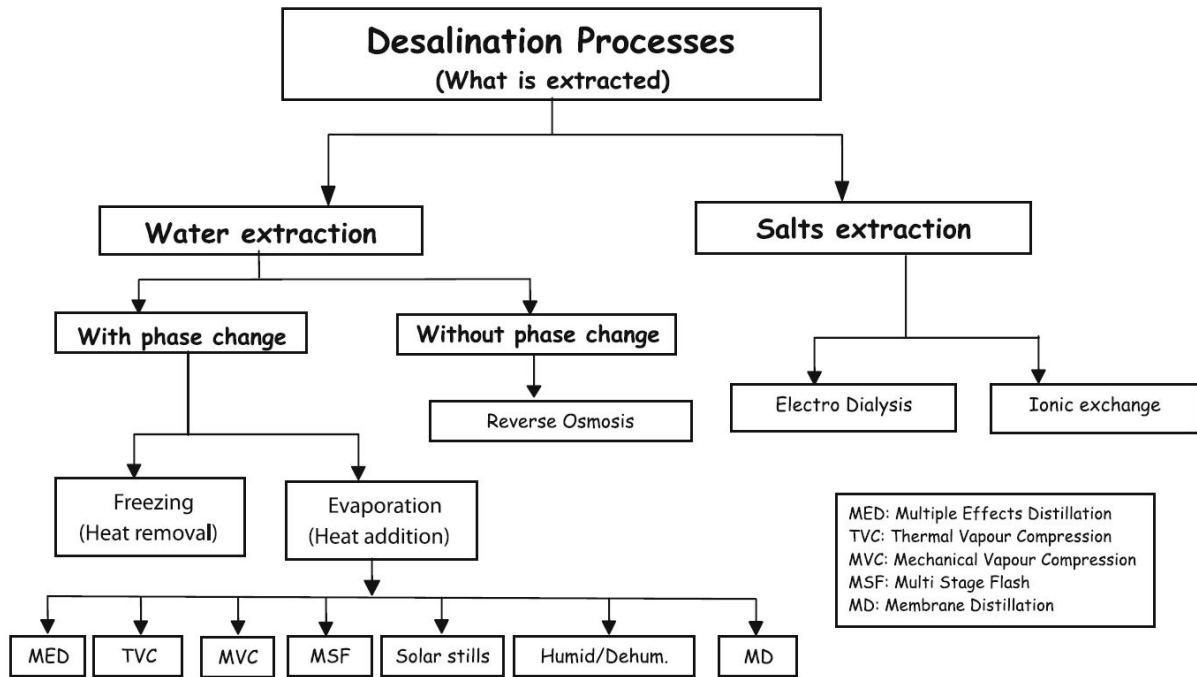


FIG. 1 : Classification des techniques de dessalement en fonction du produit extrait du flux d'alimentation [27]

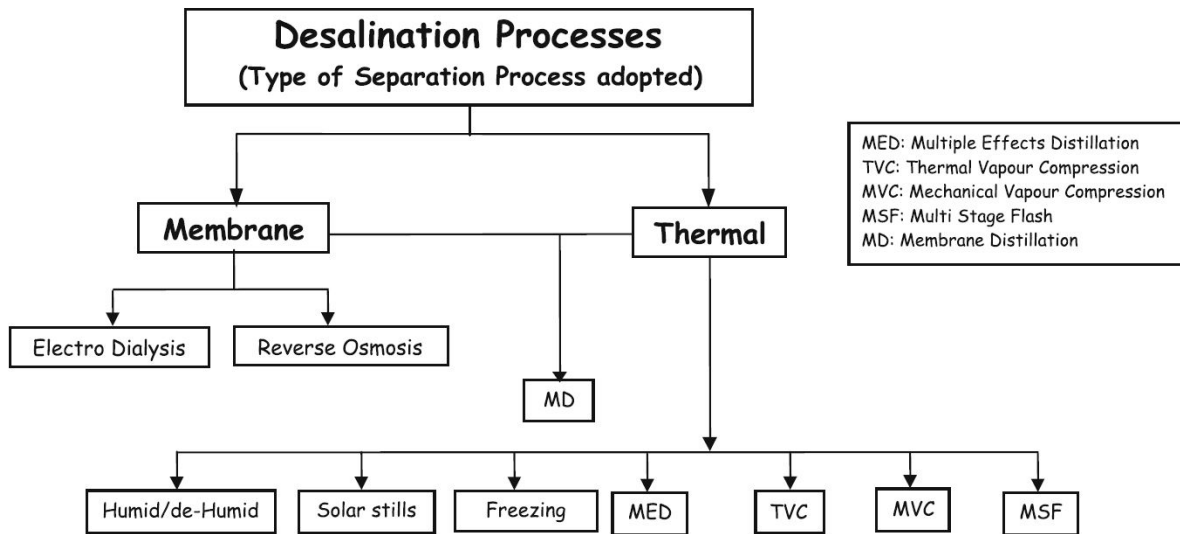


FIG. 2 : Classification des techniques de dessalement basée sur le processus de séparation adopté [27]

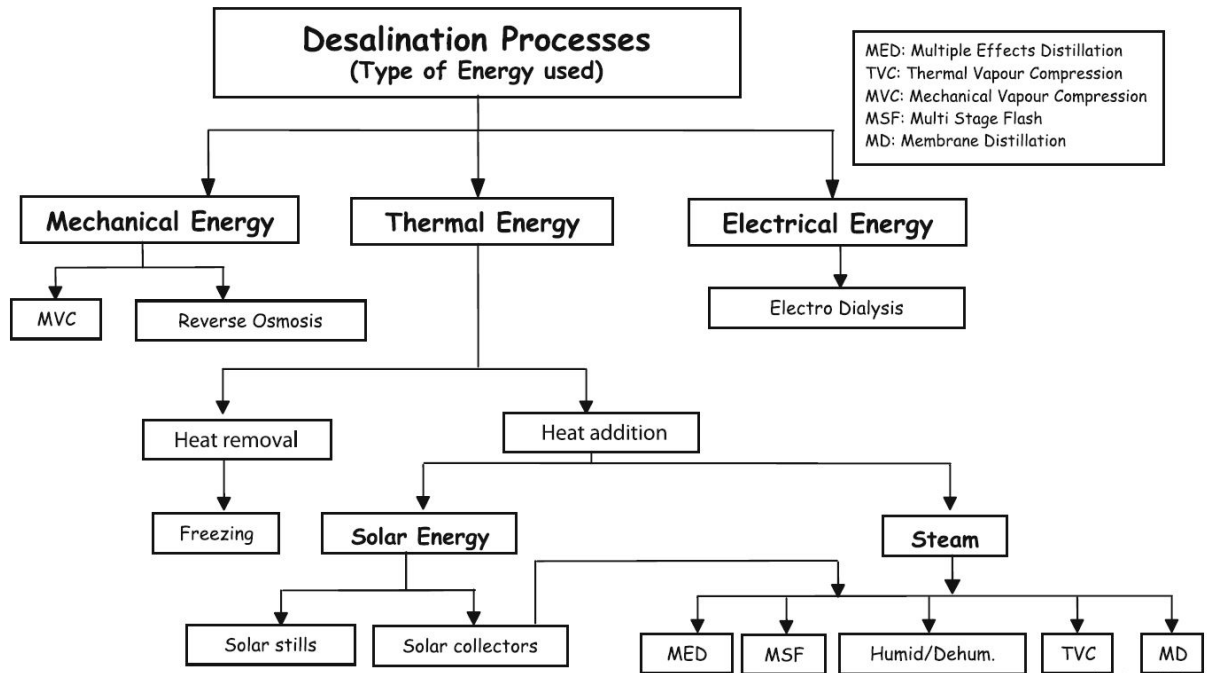


FIG. 3 : Classification des techniques de dessalement en fonction du type d'énergie utilisée [27]

Parmi toutes ces techniques, la distillation membranaire (MD) se présente comme une nouvelle méthode de dessalement durable, qui combine à la fois les techniques thermiques et membranaires. Dans ce processus, l'énergie thermique est utilisée pour le changement de phase de l'eau d'alimentation tandis qu'une membrane hydrophobe est utilisée pour séparer la vapeur d'eau de la solution d'alimentation.

La technologie MD a connu d'importantes avancées au cours des dernières décennies, en grande partie grâce au développement de nouvelles membranes et de configurations plus efficaces.

Contrairement à d'autres procédés, la MD fonctionne à une pression hydrostatique inférieure et des températures plus basses. Par conséquent, elle requiert beaucoup moins d'énergie, ce qui en fait une solution prometteuse pour le dessalement de l'eau.

La MD présente cependant plusieurs inconvénients, notamment les faibles taux de production, comparée aux techniques de dessalement conventionnelles. En outre, semblablement aux autres procédés membranaires, la MD est exposée au risque d'encrassement de sa membrane, dit fouling, qui résulte de l'accumulation progressive de particules déposées sur la surface de la membrane ou de ses pores.

Le fouling réduit considérablement la force motrice du transfert de masse, dégrade les performances du processus et peut, s'il n'est pas détecté à temps, entraîner l'arrêt du système. Il est donc primordial d'en détecter la présence à un stade précoce afin de pouvoir entreprendre des actions préventives, permettant des économies sur les coûts d'exploitation et de maintenance.

C'est dans ce cadre précis que s'inscrit notre projet de fin d'études, qui a pour objectif la détection et la localisation du fouling par le biais d'observateurs.

Ainsi, nous commençons par introduire dans le premier chapitre le processus de la distillation membranaire. Ses différentes configurations ainsi que ses avantages et inconvénients y seront présentés. Nous verrons également les deux mécanismes de transfert régissant la DCMD, à savoir les transferts de masse et de chaleur.

Dans le chapitre 2, après une très brève présentation de l'état de l'art qui servira à justifier le choix de notre modèle mathématique pour représenter la DCMD, nous reprendrons le développement des équations du modèle choisi.

Dans le chapitre 3, il sera question de simuler le modèle de la DCMD et de le valider en se basant sur des données expérimentales. Un intérêt particulier sera donné à l'analyse du processus, en particulier à l'effet des différents paramètres opérationnels sur le comportement du système.

Le chapitre 4 s'intéressera au phénomène du fouling auquel sont sujettes les membranes dans la DCMD. Quelques notions relatives au fouling seront définies, puis, le modèle mathématique proposé dans le chapitre 2 sera étendu pour prendre ce dernier en compte et une analyse sera conduite afin de mettre en exergue son impact sur les performances du système.

Suite à cela, nous proposerons dans les chapitres 5 et 6 deux approches pour la détection et la localisation du fouling.

Le chapitre 5 sera consacré à la première approche consistant en la synthèse d'un observateur adaptatif résilient. Nous fournirons la preuve de convergence de cet observateur et présenterons les résultats des simulations conduites pour l'évaluation de ses performances.

Enfin, le chapitre 6 présentera la seconde approche baptisée learning observer. Les différentes étapes de synthèse de cet observateur seront explicitées et les résultats de simulation exposés pour différents scénarios.

Une conclusion générale donnera une synthèse du travail effectué et résumera les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées.

Le document comprend également deux annexes qui rappellent certains théorèmes, définitions et lemmes utiles que nous utiliserons pour démontrer la convergence de l'observateur adaptatif résilient proposé dans le chapitre 5.

Chapitre **1**

Distillation membranaire

1.1 Introduction

Au cours des dernières décennies, la science et la technologie des membranes ont connu d'énormes progrès et différents procédés de séparation membranaire ont été développés. Ainsi, les processus membranaires sont devenus compétitifs par rapport aux méthodes de séparation conventionnelles dans une grande variété d'applications.

Dans ce chapitre, nous définissons dans un premier temps la distillation membranaire, ses avantages et inconvénients et exposons ses différentes configurations, puis, nous nous intéressons aux deux mécanismes de transfert mis en jeu dans la DCMD, à savoir les transferts de masse et de chaleur.

1.2 Définition de la distillation membranaire

La distillation membranaire (MD) est un processus de séparation membranaire non isotherme. Il s'agit d'un transport de vapeur entraîné thermiquement à travers des membranes hydrophobes poreuses, la force motrice étant la différence de pression de vapeur entre les deux côtés de la membrane.

La solution du côté de l'alimentation doit être maintenue en contact direct avec un côté de la membrane sans pénétrer ses pores secs, à moins qu'une pression transmembranaire supérieure à la pression d'entrée du liquide de la membrane ne soit appliquée.

La MD est principalement adaptée aux applications dans lesquelles l'eau est le principal composant présent dans la solution d'alimentation [20].

1.3 Avantages et inconvénients de la MD

Les facteurs de rejet élevés des solutés présents dans l'eau, qui avoisinent les 100%, font de la MD une bonne candidate pour diverses applications. Le produit du perméat étant très pur, il convient à une utilisation dans les secteurs médical et pharmaceutique.

La MD est principalement utilisée dans le dessalement pour la production d'eau de haute pureté mais son champ d'application s'étend à l'assainissement des eaux usées, l'agro-alimentaire ou encore la biotechnologie.

De plus, la possibilité de récupérer la chaleur perdue et/ou d'utiliser des sources d'énergie alternatives, telles que l'énergie solaire, permet de combiner la MD avec d'autres processus dans des systèmes intégrés, ce qui en fait une technique de séparation plus prometteuse à l'échelle industrielle.

Par ailleurs, les basses températures de fonctionnement en comparaison avec la distillation conventionnelle ainsi que les pressions hydrostatiques plus faibles que dans les processus entraînés par la pression (à l'instar de l'osmose inverse (RO), la nanofiltration (NF), l'ultrafiltration (UF) ou encore la microfiltration (MF)) rendent le MD plus attrayant que tout autre procédé.

Cependant, en dépit du fait que la MD ait fait l'objet d'études dans le monde entier, elle n'a gagné que peu d'acceptation du point de vue commercial et doit encore être mise en œuvre dans l'industrie. Les principaux obstacles incluent la conception de la membrane et du module MD, le mouillage des pores de la membrane, le faible débit de perméat ainsi que les coûts énergétiques et économiques incertains [20].

1.4 Configurations de la distillation membranaire (MD)

Il existe quatre configurations possibles pour la distillation membranaire qui diffèrent suivant la technique employée pour le maintien de la force motrice ainsi que la méthode de condensation utilisée du côté perméat.

1.4.1 Distillation membranaire à contact direct (DCMD)

Une solution aqueuse plus froide que la solution d'alimentation est maintenue en contact direct avec le côté perméat de la membrane, donnant naissance à la configuration connue sous le nom de distillation membranaire à contact direct (DCMD).

Les solutions aqueuses d'alimentation et de perméat circulent toutes deux tangentielle-ment aux surfaces de la membrane au moyen de pompes de circulation ou sont agitées à l'intérieur de la cellule de la membrane au moyen d'un agitateur magnétique.

Dans ce cas, la différence de température transmembranaire induit une différence de pression de vapeur. Par conséquent, les molécules volatiles s'évaporent à l'interface liquide / vapeur chaude, traversent les pores de la membrane en phase vapeur et se condensent dans l'interface liquide/vapeur froide à l'intérieur du module membranaire.

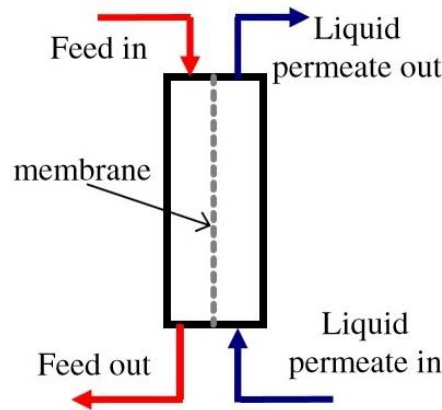


FIG. 1.1 : Configuration DCMD [20]

1.4.2 Distillation membranaire avec entrefer (AGMD)

Un espace d'air stagnant est interposé entre la membrane et une surface de condensation. Dans ce cas, les molécules volatiles évaporées traversent à la fois les pores de la membrane et l'entrefer pour finalement se condenser sur une surface de refroidissement à l'intérieur du module membranaire.

Cette configuration MD est appelée distillation membranaire avec entrefer (AGMD).

L'introduction de l'entrefer entre le côté perméat de la membrane et la surface de condensation réduit les pertes de chaleur par conduction ainsi que la polarisation de température, améliorant de ce fait la séparation. Cependant, le flux de perméat doit surmonter l'entrefer et, par conséquent, il est considérablement réduit en fonction de la largeur effective de l'entrefer.

D'autre part, étant donné que le perméat est condensé sur une surface froide plutôt que directement sur la surface de la membrane, l'AGMD peut être appliquée dans des domaines où la DCMD présente des limites, tels que l'élimination des composés organiques des solutions aqueuses.

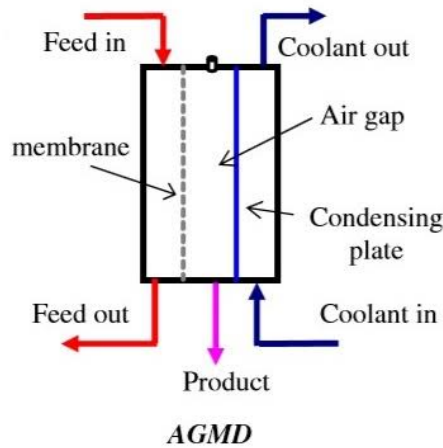


FIG. 1.2 : Configuration AGMD [20]

1.4.3 Distillation membranaire à balayage de gaz (SGMD)

Un gaz inerte froid balaie le côté du perméat de la membrane transportant les molécules de vapeur et la condensation se produit à l'extérieur du module de la membrane.

Ce type de configuration est appelé distillation membranaire à balayage de gaz (SGMD). Dans cette configuration, en raison de la chaleur transférée du côté alimentation à travers la membrane, la température du gaz de balayage du côté perméat augmente considérablement le long de la longueur du module de membrane.

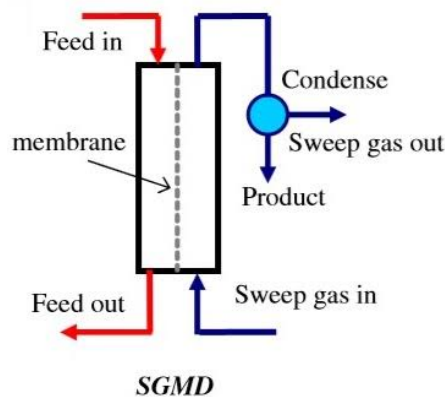


FIG. 1.3 : Configuration SGMD [20]

1.4.4 Distillation membranaire à vide (VMD)

Un vide est appliqué au niveau du perméat au moyen d'une pompe à vide. La pression du vide appliquée est inférieure à la pression d'équilibre des molécules volatiles à séparer de la solution d'alimentation, ce qui crée la force d'entraînement.

Dans ce cas, la condensation se produit à l'extérieur du module à membrane.

Cette configuration est appelée distillation membranaire sous vide (VMD).

De manière générale, dans la VMD, des membranes de pores plus petits que dans les autres configurations MD (c'est-à-dire inférieurs à 0,45 μm) sont utilisées car le risque de mouillage des pores induit par le vide appliqué est élevé.

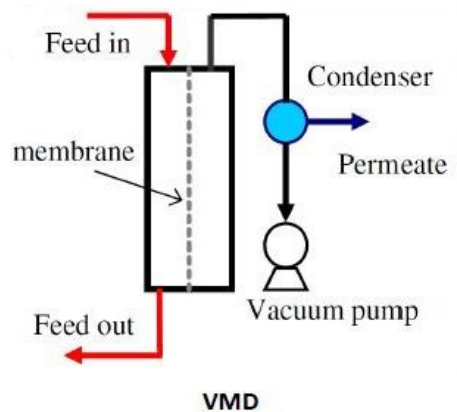


FIG. 1.4 : Configuration VMD [20]

1.5 Analyse comparative des différentes configurations MD

Chacune des quatre configurations de la MD se distingue de l'autre et présente des avantages et des inconvénients qui sont dressés dans le tableau 1.1.

Configuration	Avantages	Inconvénients
DCMD	<ul style="list-style-type: none"> - La plus simple à réaliser. - Flux de distillat plus stable. - Gain en sortie élevé. - La plus appropriée pour l'enlèvement des matières volatiles. 	<ul style="list-style-type: none"> - Polarisation thermique la plus élevée. - Flux relativement faible. - Flux de distillat plus sensible à la concentration de la solution d'alimentation. - Convient principalement aux solutions aqueuses. - Perte de chaleur par conduction très élevée.
AGMD	<ul style="list-style-type: none"> - Pertes thermiques les plus basses. - Aucun risque de mouillage sur le côté du distillat. - Risque restreint de fouling. 	<ul style="list-style-type: none"> - Résistance au transfert de masse causée par l'entrefer. - Modélisation et conception difficiles.
SGMD	<ul style="list-style-type: none"> - Polarisation thermique la plus faible. - Aucun risque de mouillage du côté du distillat. - Réduction de la résistance au transfert de masse grâce au gaz de balayage. 	<ul style="list-style-type: none"> - Nécessité de sécher et de nettoyer le flux du gaz de balayage. - Récupération de la chaleur difficile. - Flux de distillat faible. - Dilution de la vapeur (perméat) par le gaz de balayage, ce qui demande plus d'énergie et de capacité au niveau du condenseur.
VMD	<ul style="list-style-type: none"> - Possibilité de séparer divers mélanges aqueux avec composés volatils et aromatiques. - Aucun risque de mouillage. - Flux de distillat élevé. - Polarisation thermique faible. 	<ul style="list-style-type: none"> - Risque de mouillage des pores élevé. - Faible sélectivité pour les volatils. - Exige un condenseur externe et du vide dans le côté distillat. - Risque de fouling élevé.

TAB. 1.1 : Analyse comparative des configurations MD [2]

1.6 Mécanismes de transfert dans la DCMD

La distillation membranaire (MD) de façon générale est entraînée par deux mécanismes de transport : le transfert de masse et le transfert de chaleur. Le gradient de température à travers une membrane hydrophobe microporeuse entre la solution aqueuse chaude et le perméat froid implique un transfert de masse et de chaleur simultané à travers la membrane : l'évaporation de l'eau à l'interface chaude, le transport de la vapeur d'eau à travers les pores de la membrane et sa condensation à l'interface froide.

La combinaison de ces deux transferts conduit à deux phénomènes importants dans la MD impliquant le traitement de solutions aqueuses contenant plus d'un composant : la polarisation de concentration (CP) et la polarisation de température (TP).

La polarisation de concentration (CP) fait référence à l'accumulation des espèces présentes dans la solution aqueuse, tel que le sel, à la surface de la membrane. La polarisation de température (TP) quant à elle fait référence aux profils thermiques développés près de la surface de la membrane.

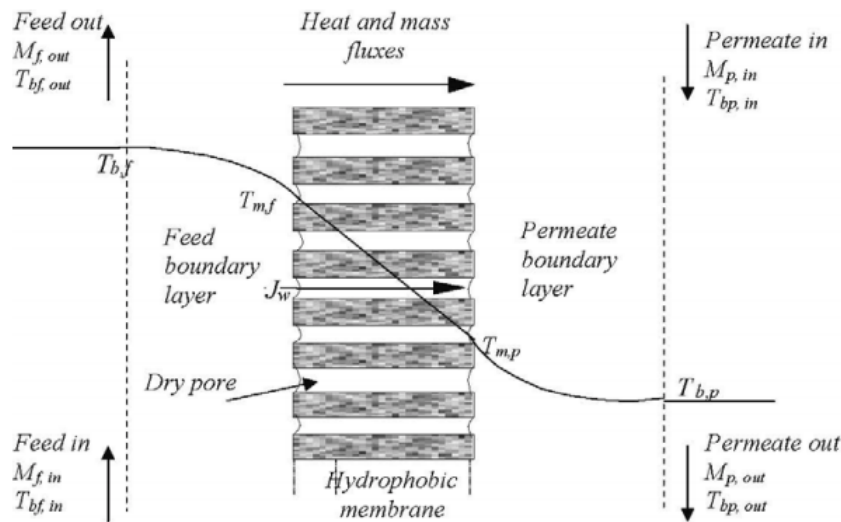


FIG. 1.5 : Mécanismes de transfert dans la DCMD [31]

1.6.1 Transfert de masse

Dans la distillation membranaire, le transport de masse se déroule en trois étapes selon trois régions : de la paroi d'alimentation à la paroi de la membrane, à travers les pores de la membrane (phase gazeuse) et de la paroi de la membrane à la paroi du perméat.

Transfert de masse à travers la couche limite d'alimentation

Comme mentionné précédemment, la membrane hydrophobe ne permet que le passage de la vapeur d'eau, ce qui conduit à l'accumulation de solutés non volatils à la surface de la membrane du côté de l'alimentation. La concentration du soluté non volatil à la surface de la membrane dépasse éventuellement celle du côté la paroi d'alimentation et conduit à une polarisation de la concentration (CP). La couche de polarisation de concentration

créée du côté de l'alimentation exerce une résistance au transfert de masse ce qui nuit aux performances du module MD.

Le coefficient de polarisation de concentration (CPC) est donné par la formule suivante :

$$CPC = \frac{c_{mf}}{c_{bf}}. \quad (1.1)$$

Où c_{mf} et c_{bf} représentent respectivement la concentration du soluté à la surface de la membrane et aux parois du côté chaud.

Transfert de masse à travers les pores de la membrane

La différence de température entre l'interface membranaire du côté alimentation (T_{mf}) et l'interface membranaire de côté perméat (T_{mp}) induit une différence de pression de vapeur saturante (ΔP), appelée aussi gradient de pression de vapeur transmembranaire [43].

Le flux (J) dans la DCMD est proportionnel au gradient de pression et est donné par [17] :

$$J = B_m \Delta P = B_m (P_{mf} - P_{mp}). \quad (1.2)$$

Où B_m , P_{mf} et P_{mp} représentent respectivement le coefficient de transfert de masse de la membrane, la pression de saturation du côté alimentation et la pression de saturation du côté perméat de la membrane. Les pressions de saturation sont obtenues par l'équation d'Antoine [43]

$$P^{sat}(T) = \exp \left(23.20 - \frac{3816.44}{T - 46.13} \right). \quad (1.3)$$

Avec T est la température en Kelvin .

Le sel dissous dans le courant d'alimentation réduit la pression de vapeur saturée. Pour compenser cela, la relation suivante a été proposée dans [33]

$$P_{mf} = (1 - x_{NaCl})(1 - 0.5x_{NaCl} - 10x_{NaCl}^2)P^{sat}(T_{mf}). \quad (1.4)$$

Où x_{NaCl} est la fraction molaire du NaCl dans la solution aqueuse d'alimentation.

Le coefficient de transfert de masse de la membrane dépend des caractéristiques de la membrane et du mécanisme de transfert des molécules de la vapeur d'eau à travers les pores. Le transport de vapeur à travers les pores est principalement contrôlé par trois mécanismes de transfert de masse comme le montre la figure 1.6 : la diffusion de Knudsen (collision molécule-paroi des pores), la diffusion moléculaire (collision entre molécules) et la diffusion de Poiseuille (écoulement visqueux) [38]. Il existe un quatrième mécanisme de diffusion appelé *diffusion superficielle* mais il est négligé en raison de la nature hydrophobe de la membrane [38].

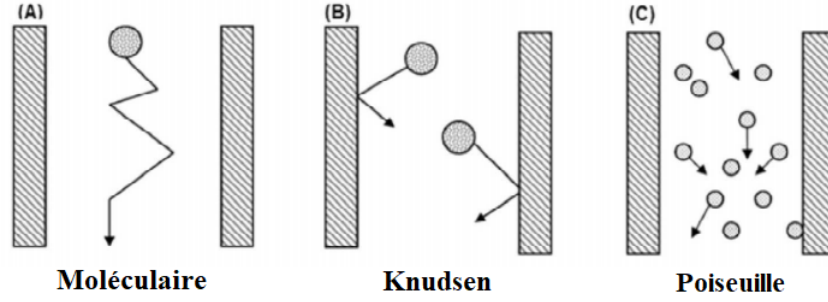


FIG. 1.6 : Mécanismes de diffusion dans la MD [2]

Les mécanismes qui dominent le transfert de masse à travers les pores de la membrane dépendent du rayon des pores r et du chemin libre moyen MFP (Mean Free Path en anglais) des molécules de vapeur noté λ , il est donné par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2\varpi} P d_e} \quad (1.5)$$

Avec :

k_B : constante de Boltzman

T : température en Kelvin

P : pression moyenne au sein des pores

d_e : diamètre de collision (2,641 Å pour la vapeur d'eau)

Pour décrire la résistance de transfert de masse de chaque mécanisme de transport, une analogie électrique peut être utilisée comme le montre la figure 1.7, où la résistance de transfert de masse représente l'inverse du coefficient de transfert de masse.

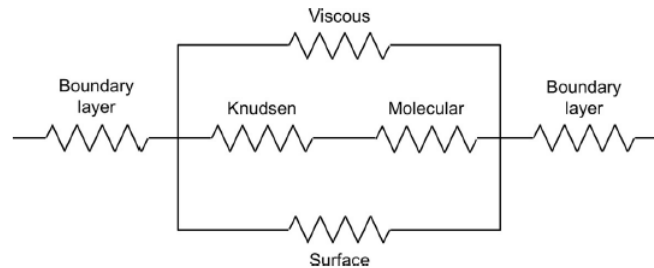


FIG. 1.7 : Résistances de transfert de masse des mécanismes de transport [38]

Étant donné que dans la DCMD, l'alimentation chaude et le perméat froid sont en contact avec la membrane sous pression atmosphérique, la pression totale est donc constante à environ 1 atm, résultant en un écoulement visqueux négligeable [31]. Trois cas de figures sont donc envisageables pour le transport de masse dans la DCMD en fonction du rayon des pores et du MFP :

1. $r < 0.5\lambda$:

La diffusion qui domine est celle de Knudsen, le coefficient de transfert de masse de

la membrane B_m est donné par :

$$B_m = B_{kn} = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon r}{\tau \delta} \left(\frac{8M_w}{\pi R_g T} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.6)$$

Où ε , τ et δ sont la porosité, la tortuosité des pores et l'épaisseur de la membrane, respectivement.

M est la masse moléculaire de l'eau, R la constante des gaz parfaits et T la température absolue.

2. $r > 50\lambda$:

La diffusion moléculaire est la plus dominante et le coefficient de transfert de masse de la membrane est donné par :

$$B_m = B_D = \frac{\varepsilon r}{\tau \delta} \frac{PD}{P_a} \frac{M_w}{R_g T}. \quad (1.7)$$

Où P_a est la pression atmosphérique, P est la pression totale à l'intérieur du pore et D est le coefficient de diffusion de l'eau.

La valeur de PD (Pa.m²/s) pour l'eau et l'air est calculé à partir de l'expression suivante[31] :

$$PD = 1.89510^{-5} T^{2.072}. \quad (1.8)$$

3. $0.5\lambda < r < 50\lambda$:

Dans ce cas, le transport de masse a lieu via la combinaison de deux mécanismes de diffusion Knudsen et moléculaire.

Le coefficient de transfert de masse de la membrane B_m est alors exprimé comme une combinaison parallèle des coefficients de la diffusion de Knudsen (B_{Kn}) et de la diffusion moléculaire (B_D) comme suit :

$$B_m = \frac{1}{\frac{1}{B_{Kn}} + \frac{1}{B_D}}. \quad (1.9)$$

1.6.2 Transfert de chaleur

Le transfert de chaleur dans le module DCMD est réparti selon 3 régions [31] :

1. Côté alimentation :

Transfert de chaleur par convection dans la couche limite d'alimentation ($Q_{f,conv}$) et transfert de chaleur en raison du transfert de masse ($Q_{f,M.T}$).

2. A travers la membrane :

Transfert de chaleur par conduction à travers la membrane ($Q_{m,cond}$) et transfert de chaleur dû à la migration de la vapeur d'eau à travers les pores de la membrane ($Q_{m,M.T}$).

3. Côté perméat :

Transfert de chaleur par convection dans la couche limite du perméat ($Q_{p,conv}$) et transfert de chaleur en raison du transfert de masse ($Q_{f,M.T}$)

Transfert de chaleur du côté de l'alimentation

À mesure que l'eau s'évapore à l'interface de la membrane du côté de l'alimentation, la température baisse et devient inférieure à celle des parois du côté alimentation, (T_{bf}) créant ainsi une couche limite thermique. De même, du côté perméat, une autre couche limite se forme lorsque la vapeur d'eau se condense sur l'interface membranaire et augmente ainsi la température au-dessus de celle des parois du côté perméat (T_{bp}). La création de ces couches réduit la force motrice à cause de l'effet de la polarisation de température (TP). Afin de quantifier cet effet, on donne le coefficient de polarisation de la température (TPC)[43]

$$TPC = \frac{T_{mf} - T_{mp}}{T_{bf} - T_{bp}} \quad (1.10)$$

Avec :

$$T_{bf} = \frac{T_{bf,in} + T_{df,out}}{2} \quad \text{et} \quad T_{bp} = \frac{T_{bp,in} + T_{dp,out}}{2} \quad (1.11)$$

Le transfert de chaleur à travers la couche thermique limite de la solution d'alimentation est donné par l'expression suivante :

$$Q_{mf} = Q_{mf,conv} + Q_{mf,M.T} = A(h_f(T_{bf} - T_{mf}) + Jc_p T_{bf}) \quad (1.12)$$

Où A est la surface de la membrane, h_f le coefficient de transfert de chaleur de la couche limite d'alimentation et c_p la chaleur spécifique de l'eau.

Transfert de chaleur à travers la membrane

Le transfert de chaleur à travers la membrane résulte de deux transferts simultanés, à savoir le phénomène de conduction à travers la membrane et le transfert de chaleur dû au passage de la vapeur d'eau à travers les pores de la membrane. Le transfert de chaleur global à travers la membrane est donné par :

$$Q_m = Q_{m,cond} + Q_{m,M.T} = A(h_m(T_{mf} - T_{mp}) + JH_v[T_{mf}]) \quad (1.13)$$

Où H_v est la chaleur latente de vaporisation, elle est donnée par la formule suivante :

$$H_v[T] = -2.426T + 2503 \quad (1.14)$$

h_m représente le coefficient de transfert de chaleur de la membrane. C'est la moyenne pondérée de la conductivité thermique du matériau de la membrane (k_m) et de l'air (k_g) donnée par [1] :

$$h_m = \frac{k_g \varepsilon + k_m (1 - \varepsilon)}{\delta} \quad (1.15)$$

Transfert de chaleur du coté perméat

Le transfert de chaleur à travers la couche limite thermique de la solution du perméat est donné par :

$$Q_{mp} = Q_{mp,conv} + Q_{mp,M.T} = A(h_p(T_{mp} - T_{bp}) + Jc_p T_{mp}) \quad (1.16)$$

Où h_p est le coefficient de transfert de chaleur de la couche limite du perméat. Il est calculé à partir de corrélations empiriques qui dépendent des caractéristiques de l'écoulement de l'eau (laminaire ou turbulent). Dans ce qui suit, nous allons utiliser la relation suivante pour calculer h_p et h_m [31] :

$$h = 0.13Re^{0.64}Pr\frac{1}{3}\frac{k_w}{D_h} \quad (1.17)$$

Où Re et Pr sont les nombres de Reynolds et de Prandtl, respectivement. D_h est le diamètre hydraulique et k_w la conductivité thermique de l'eau du coté alimentation ou perméat à la température correspondante.

1.7 Conclusion

Ce chapitre a donné un aperçu de nombreux procédés de distillation à base de membranes et mis en évidence les avantages des différentes techniques de distillation membranaire, notamment la DCMD. Les mécanismes de transfert de masse et de chaleur régissant le processus de la DCMD ont également été détaillés. La combinaison de ces deux transferts représente la base de la modélisation présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Modélisation dynamique de la DCMD

2.1 Introduction

Le choix du modèle mathématique d'un processus donné repose en grande partie sur la finalité de l'application. En ce qui concerne la distillation membranaire, notamment la DCMD, il existe plusieurs approches de modélisation dans la littérature. Dans ce chapitre, il sera question de justifier notre choix quant au modèle dynamique à ordre réduit adopté et d'en développer les équations.

2.2 Choix du modèle

La littérature regorge de modèles pour la formalisation mathématique du processus de la DCMD. Cela dit, les modèles stationnaires développés pour l'analyse du mécanisme de transfert de chaleur par exemple, ou encore les modèles complexes issus de la mécanique des fluides s'avèrent être inappropriés à des fins de commande. Il est donc crucial pour la suite de notre étude d'adopter un modèle physique en adéquation avec notre objectif, à savoir l'analyse du processus et l'estimation paramétrique en temps réel.

Les premiers modèles empiriques, stationnaires et faisant abstraction de la dimension spatiale développés dans [31] [40] ont été étendus par la suite en y intégrant cette dernière. Cela a donné naissance au modèle [12] découlant des équations de Navier-Stokes en régime permanent ou encore au modèle [36] issu des lois de conservation de la masse et de l'énergie.

Cependant, en raison des variations spatio-temporelles de la distribution de température à l'intérieur du module MD, il est important de s'intéresser également à la réponse dynamique du processus, raison qui a motivé la modélisation dynamique de la MD. Ainsi, de nouveaux modèles ont fait leur apparition, à l'instar du modèle présenté dans [32] proposant un modèle boîte noire basé sur les réseaux de neurones artificiels et des modèles [13], [7] qui reposent sur les équations aux dérivées partielles dynamiques pour la modélisation de l'AGMD et de la DCMD respectivement.

Tous ces modèles présentent deux inconvénients majeurs ; ils ne sont soit applicables que pour l'analyse adimensionnelle en régime permanent, soit inadéquats à la commande et l'optimisation en temps réel.

En particulier, les modèles à boîte noire conviennent à la prédiction et à l'analyse simples mais négligent de l'aspect physique du système.

Les modèles basés sur les équations aux dérivées partielles quant à eux, conviennent pour décrire la distribution spacio-temporelle de la température mais les conditions aux limites complexes et les domaines géométriques rendent leur résolution analytique difficile. Une solution consiste alors à avoir recours aux méthodes de discrétisation numériques. Or, cela conduit à des problèmes de commandabilité et d'observabilité puisque de nouveaux états non observables sont introduits.

Une alternative simple et pratique consiste en l'utilisation des modèles à capacité localisée [36] -version à ordre réduit du modèle aux dérivées partielles- puisqu'ils préservent l'avantage des modèles physiques tout en permettant des applications en temps réel. L'approche employée dans [18] s'appuie sur ce concept et propose un modèle de capacité localisée dy-

namique, basée sur l'analogie électrique-thermique.

C'est ce modèle en question que nous adopterons dans la suite de notre travail et qui sera développé dans ce chapitre.

2.3 Transfert de chaleur dans la DCMD

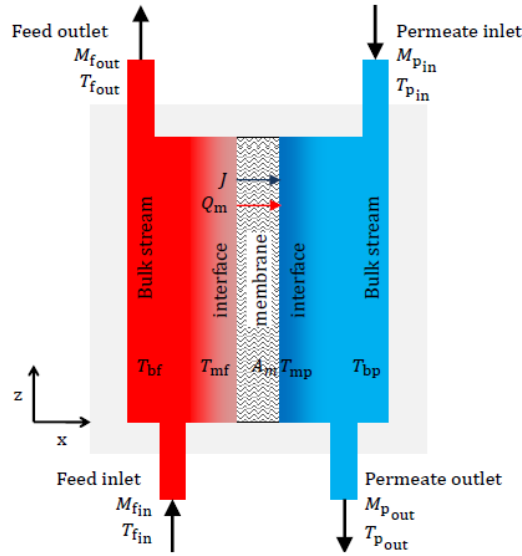


FIG. 2.1 : Schéma du module de la DCMD [17]

Le schéma du module de la DCMD est illustré dans la figure 2.1. Afin de tenir compte des variations spatiales de la température le long des côtés de l'alimentation et du perméat, le module DCMD est divisé en N cellules de volume de contrôle. A la base de cette configuration, nous pouvons supposer que les températures du réservoir de chaque cellule n (T_{bf_n} , T_{bp_n}) sont uniformes, comme le montre la figure 2.2, sauf aux interfaces membranaires en raison de l'effet de polarisation de température.

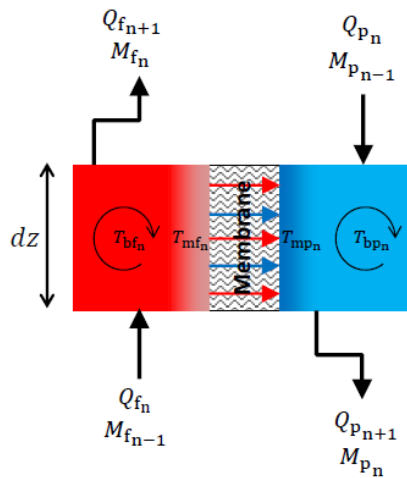


FIG. 2.2 : Schéma de la n -ième cellule du DCMD [17]

Le transfert de chaleur du côté de l'alimentation dans chaque cellule s'écrit alors en adaptant l'équation 1.11 à la n -ième cellule comme suit :

$$Q_{mf_n} = Q_{mf,conv}^n + Q_{mf,M.T}^n = A_m (h_f (T_{bf_n} - T_{mf_n}) + J_n c_p T_{bf_n}). \quad (2.1)$$

Où A_m est la surface différentielle de chaque cellule membranaire.

La variation de l'énergie du flux d'alimentation dans la n -ième cellule est exprimée comme suit :

$$C_{bf} \frac{dT_{bf_n}}{dt} = Q_{f_n} - Q_{f_{n+1}} - A_m (h_f (T_{bf_n} - T_{mf_n}) + J_n c_p T_{bf_n}). \quad (2.2)$$

Où Q_{f_n} et $Q_{f_{n+1}}$ sont respectivement le taux de transfert de chaleur entrant et sortant du côté alimentation de la n -ième cellule.

Le transfert de chaleur à travers la membrane de la n -ième cellule est exprimé quant à lui par la formule 2.3 :

$$Q_m = Q_{m,cond}^n + Q_{m,M.T}^n = A_m (h_m (T_{mf_n} - T_{mp_n}) + J_n H_v [T_{mf_n}]). \quad (2.3)$$

Enfin, le transfert de chaleur du côté du perméat et la variation de l'énergie du flux du perméat dans la n -ième cellule sont donnés par les formules 2.4 et 2.5, respectivement.

$$Q_{mp_n} = Q_{mp,conv}^n + Q_{mp,M.T}^n = A_m (h_p (T_{mp_n} - T_{bp_n}) + J_n c_p T_{mp_n}). \quad (2.4)$$

$$C_{bp} \frac{dT_{bp_n}}{dt} = Q_{p_n} - Q_{p_{n+1}} + A_m (h_p (T_{mp_n} - T_{bp_n}) + J_n c_p T_{mp_n}). \quad (2.5)$$

Où Q_{p_n} et $Q_{p_{n+1}}$ sont respectivement le taux de transfert de chaleur entrant et sortant du côté perméat de la n -ième cellule.

A présent, pour considérer la distribution spatiale de la température, les cellules doivent être couplées en tenant compte du gradient de température le long des cellules voisines. On doit donc quantifier les taux de transfert de chaleur entrant et sortant de la n -ième cellule (Q_{f_n} , $Q_{f_{n+1}}$, Q_{p_n} , et $Q_{p_{n+1}}$). Ceci est possible grâce à la construction du schéma électrique thermique équivalent du DCMD.

2.4 Construction du réseau électrique thermique équivalent du DCMD

Le modèle dynamique du DCMD se base sur l'analogie électrique du transfert de chaleur dans chacune de ses cellules.

La construction du schéma électrique équivalent se fait à partir des equations 2.1- 2.5 de la cellule n . On remarque que les transferts de chaleur par convection et conduction sont proportionnels à la différence de température à travers les résistances thermiques R_f , R_p et R_m . Par conséquent, la différence de température représente dans le schéma électrique équivalent une différence de potentiel et les taux de transfert de chaleur représentent des courants. Les transferts de chaleur dûs au transfert de masse ($Q_{mf,M.T}^n$, $Q_{m,M.T}^n$ et $Q_{mp,M.T}^n$) quant à eux, sont modélisés par de simples sources de courant.

Le couplage des cellules adjacentes est modélisé par des séries d'impédances Z_f^n et Z_p^n afin de caractériser l'opposition au transfert de chaleur le long du réservoir. La figure 2.3 représente le circuit électrique équivalent du transfert de chaleur dans la n -ième cellule du module DCMD et la table 2.1 détaille les expressions de chacun de ses éléments. Pour terminer l'analogie électrique du DCMD, on doit considérer le transfert de chaleur par débit massique d'entrée du côté alimentation et du côté perméat.

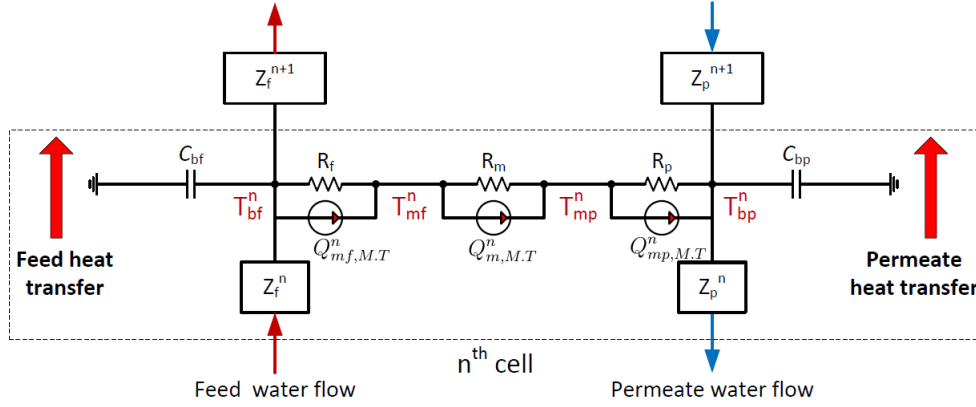


FIG. 2.3 : Circuit électrique équivalent de la n -ième cellule du DCMD[17]

TAB. 2.1 : Éléments du circuit électrique équivalent

Élément	Expression	Unité
R_f	$\frac{1}{A_m h_f}$	$^{\circ}\text{C}/\text{W}$
R_m	$\frac{1}{A_m h_m}$	$^{\circ}\text{C}/\text{W}$
R_p	$\frac{1}{A_m h_p}$	$^{\circ}\text{C}/\text{W}$
$Q_{mf,M.T}^n$	$A_m J_n c_p T_{bf_n}$	W
$Q_{m,M.T}^n$	$A_m J_n H_v [T_{mf_n}]$	W
$Q_{mp,M.T}^n$	$A_m J_n c_p T_{bp_n}$	W
C_{bf}	$\rho_w c_p v_{bf}$	$\text{J}/^{\circ}\text{C}$
C_{bp}	$\rho_w c_p v_{bp}$	$\text{J}/^{\circ}\text{C}$

2.4.1 Modélisation de l'entrée et de la sortie du réseau

Les températures d'entrée du côté de l'alimentation et du perméat (T_{fin} et T_{pin}) sont équivalentes à des sources de tension auxquelles on a accès, on peut donc simuler n'importe quel profil de température d'entrée souhaité.

Le transfert de chaleur entrant du côté alimentation résultant du débit massique à l'entrée (M_{fin}) est donné par :

$$Q_{fin} = Q_{f1} = M_{fin} c_p T_{fin}. \quad (2.6)$$

Par analogie, l'impédance d'entrée du réseau est égale à $\frac{1}{M_{fin} c_p}$ afin d'avoir une tension de T_{fin} à la borne d'entrée du côté alimentation du réseau.

La quantité de chaleur sortante de la dernière cellule du DCMD du côté alimentation est exprimée comme suit :

$$Q_{f_{out}} = Q_{f_{N+1}} = M_{f_N} c_p T_{f_{out}}. \quad (2.7)$$

De la même manière, pour le côté perméat, les taux de transfert de chaleur sortant et entrant sont donnés par les equations 2.8 et 2.9, respectivement.

$$Q_{p_{in}} = Q_{p_{N+1}} = M_{p_{in}} c_p T_{p_{in}}. \quad (2.8)$$

$$Q_{p_{out}} = Q_{p_1} = M_{p_1} c_p T_{p_{out}}. \quad (2.9)$$

Cependant, par conservation d'énergie, la température de sortie du côté alimentation ne peut pas être inférieure à la température d'entrée du côté perméat. De plus, la température de sortie du perméat ne peut pas dépasser la température d'entrée du côté alimentation. Par conséquent, la sortie de l'alimentation et du perméat se terminent par des *résistances de terminaison* ($R_{f_{term}}$ et $R_{p_{term}}$) comme suit :

$$0 = T_{f_{out}} - T_{p_{in}} - R_{f_{term}} Q_{f_{N+1}}. \quad (2.10)$$

$$0 = T_{p_{out}} - T_{f_{in}} + R_{p_{term}} Q_{p_1}. \quad (2.11)$$

Avec $R_{f_{term}} = \frac{1}{M_{f_N} c_p}$ et $R_{p_{term}} = \frac{1}{M_{p_1} c_p}$.

2.4.2 Impédances de couplage

Les impédances (Z_f^n et Z_p^n) sont ajoutées pour simuler le gradient de température du côté alimentation et du côté perméat. Ces impédances ne peuvent pas être déduites directement par analogie. La détermination de leurs expressions se base d'une part, sur l'analyse de l'analogie d'un échangeur de chaleur à température constante [9] et d'autre part, sur l'intuition [17]. Ces impédances sont données par :

$$Z_f^n = R_{f_z}^n + j\omega L_f^n. \quad (2.12)$$

$$Z_p^n = R_{p_z}^n + j\omega L_p^n. \quad (2.13)$$

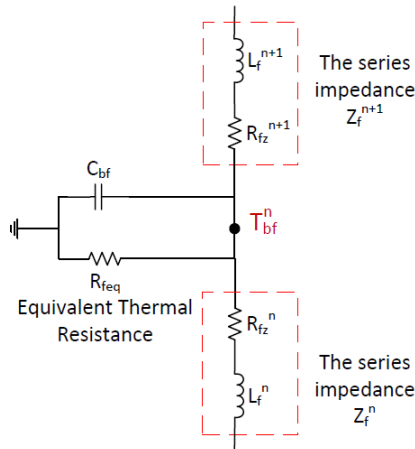


FIG. 2.4 : Circuit analogue du côté alimentation du DCMD[17]

Dans le circuit analogue du côté alimentation présenté dans la figure 2.4, on a introduit une résistance équivalente en parallèle R_{feq} qui est déterminé empiriquement. D'après [9] R_{fz}^n est donnée par :

$$R_{fz}^n = \frac{1}{M_{f_n}^2 C_p^2 R_{feq}}. \quad (2.14)$$

Plusieurs valeurs de la résistance équivalente ont été testées et comparées aux données expérimentales. La paramétrisation suivante de l'impédance série Z_f^n du côté alimentation a donné le meilleur résultat [17] :

$$R_{fz}^n = \frac{1}{M_{f_n}^2 C_p^2 (R_f + R_m + R_p)}, L_f^n = \frac{R_{fz}^n{}^2 C_{bf}}{4}. \quad (2.15)$$

La même procédure a été suivie pour établir la paramétrisation de Z_p^n du côté perméat :

$$R_{pz}^n = \frac{1}{M_{p_n}^2 C_p^2 (R_f + 0.5R_m + R_p)}, L_p^n = \frac{R_{pz}^n{}^2 C_{bp}}{4}. \quad (2.16)$$

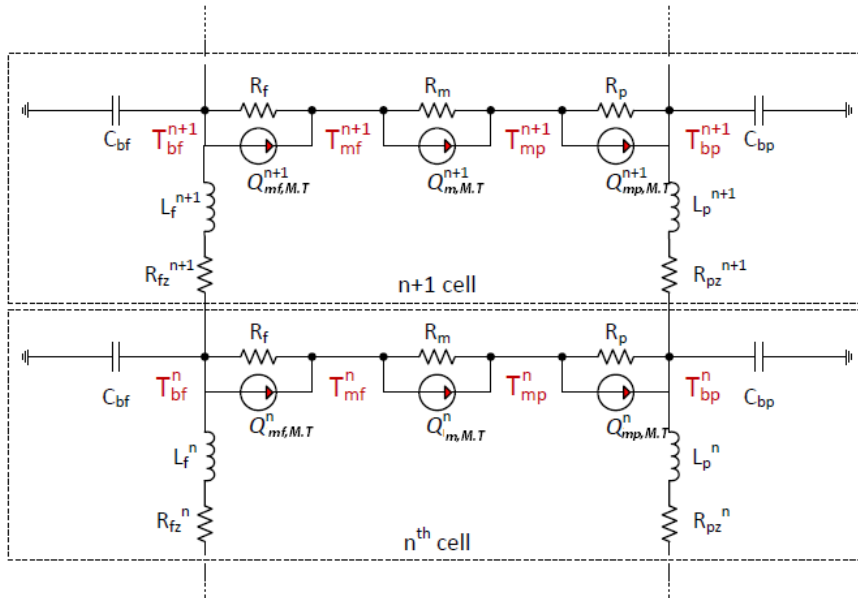


FIG. 2.5 : Réseau thermique équivalent du DCMD[17]

Nous avons à présent terminé la construction du réseau thermique électrique équivalent du DCMD comme le montre la figure 2.5. Nous avons identifié convenablement tous les éléments du circuit, ce qui va nous permettre d'établir les équations du modèle dynamique du DCMD.

2.5 Équations du réseau électrique équivalent

Les lois de Kirchhoff sont appliquées au circuit électrique analogue schématisé dans la figure 2.5 pour donner naissance au modèle du DCMD.

Les dynamiques des transferts de chaleur entrant et sortant de la n -ième cellule Q_{f_n} , $Q_{f_{n+1}}$, Q_{p_n} et $Q_{p_{n+1}}$ doivent être quantifiés afin de déterminer les couplages entre les cellules adjacentes.

L'analogie thermique du courant est le taux de transfert de chaleur qui parcourt l'impédance série reliant deux cellules voisines. La variation du taux de transfert de chaleur du côté alimentation de la cellule $n-1$ à la cellule n est proportionnelle à la différence de leurs températures, ce qui, en tenant compte de l'impédance série Z_f^n , se traduit comme suit :

$$\frac{dQ_{f_n}}{dt} = \frac{1}{L_f^n} T_{bf_{n-1}} - \frac{R_{f_z}^n}{L_f^n} Q_{f_n} - \frac{1}{L_f^n} T_{bf_n}. \quad (2.17)$$

De la même manière, du côté perméat nous avons :

$$\frac{dQ_{p_n}}{dt} = \frac{1}{L_p^n} T_{bp_{n-1}} - \frac{R_{p_z}^n}{L_p^n} Q_{p_n} - \frac{1}{L_p^n} T_{bp_n}. \quad (2.18)$$

Le couplage entre les dynamiques de l'alimentation et du perméat au niveau de la n -ième cellule est établi à travers des contraintes algébriques obtenues en appliquant le principe de conservation de l'énergie aux interfaces membranaires. Il est exprimé comme suit :

$$Q_{mf_n} = Q_{mp_n}. \quad (2.19)$$

$$Q_{mp_n} = Q_{m_n}. \quad (2.20)$$

On écrit 2.19 et 2.20 sous forme de résidus :

$$\left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p \right) T_{bf_n} - \frac{1}{R_f} T_{mf_n} - \left(\frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} + \frac{1}{R_p} T_{bp_n} = 0. \quad (2.21)$$

$$\left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} - \frac{1}{R_p} T_{bp_n} - J_n A_m H_v [T_{mf_n}] - \frac{1}{R_m} T_{m_n} = 0. \quad (2.22)$$

Les dynamiques des températures 2.2, 2.5 sont elles aussi obtenues par application de la loi de Kirchoff au n -ième nœud du réseau électrique thermique équivalent.

Nous pouvons à présent rassembler l'ensemble des équations du réseau électrique équivalent dans 2.23, où on a d'un côté les équations dynamiques et les contraintes algébriques de la n -ième cellule et de l'autre, les équations algébriques des températures de sortie des cellules terminales de l'alimentation et de du perméat.

Cette série d'équations caractérisant le transfert de masse et de chaleur dans 2.23 conduit à un système non linéaire d'équations algébro-différentielles (DAE) qui sera détaillé dans la section suivante.

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dQ_{f_n}}{dt} = \frac{1}{L_f^n} T_{bf_{n-1}} - \frac{R_{fz}^n}{L_f^n} Q_{f_n} - \frac{1}{L_f^n} T_{bf_n} \\
\frac{dT_{bf_n}}{dt} = \frac{1}{C_{bf}} Q_{f_n} - \frac{1}{C_{bf}} \left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p \right) T_{bf_n} - \frac{1}{C_{bf}} Q_{f_{n+1}} + \frac{1}{C_{bf} R_f} T_{mf_n} \\
\frac{dQ_{p_n}}{dt} = \frac{1}{L_p^n} T_{bp_{n-1}} - \frac{R_{pz}^n}{L_p^n} Q_{p_n} - \frac{1}{L_p^n} T_{bp_n} \\
\frac{dT_{bp_n}}{dt} = \frac{1}{C_{bp}} Q_{p_n} - \frac{1}{C_{bp} R_p} T_{bp_n} - \frac{1}{C_{bp}} Q_{p_{n+1}} + \frac{1}{C_{bp}} \left(\frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} \\
0 = \left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p \right) T_{bf_n} - \frac{1}{R_f} T_{mf_n} - \left(\frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} + \frac{1}{R_p} T_{bp_n} \\
0 = \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} - \frac{1}{R_p} T_{bp_n} - J_n A_m H_v [T_{mf_n}] - \frac{1}{R_m} T_{mf_n} \\
0 = T_{f_{out}} - T_{p_{in}} - R_{f_{term}} Q_{f_{N+1}} \\
0 = T_{p_{out}} - T_{f_{in}} + R_{p_{term}} Q_{p_1}
\end{array} \right. \quad (2.23)$$

2.6 Représentation du modèle du DCMD

Le système non linéaire exprimé dans 2.23 peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned}
E\dot{x} &= F(x(t))x + Bu(t) \\
y &= \begin{bmatrix} Cx \\ G \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (2.24)$$

Où :

$x \in \mathbb{R}^{6N+4}$: vecteur d'état.

\dot{x} : dérivée par rapport au temps du vecteur d'état.

E : matrice singulière dont le rang est inférieur à $6N + 4$.

$F(x(t)) \in \mathbb{R}^{(6N+4) \times (6N+4)}$: fonction non linéaire des états et des entrées.

$B \in \mathbb{R}^{(6N+4)}$

y : vecteur de sortie.

$C \in \mathbb{R}^{2 \times (6N+4)}$

G : fonction non linéaire des états appelée vitesse de production d'eau et mesurée en kg/h.

Le vecteur d'état x contient à la fois les états différentiels et les états algébriques et u contient les températures d'entrée :

$$\begin{aligned}
x &= [Q_{f_1}, T_{bf_1}, \dots, T_{bf_N}, Q_{f_{N+1}}, Q_{p_1}, T_{bp_1}, \dots, T_{bp_N}, Q_{p_{N+1}}, T_{f_{out}}, T_{p_{out}}, T_{mf_1}, \dots, T_{mf_N}, T_{mp_1}, \dots, T_{mp_N}]^T \\
E &= \begin{bmatrix} I_{(4N+2) \times (4N+2)} & 0 \\ 0 & 0_{(2N+2) \times (2N+2)} \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} T_{f_{in}} \\ T_{p_{in}} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0_{2 \times (4N+2)} & I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2N} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G(x) = \sum_{n=1}^N J_n(x) A_m$$

I et 0 désignent les matrices identité et nulle respectivement.

$$B = \begin{bmatrix} 8a_2 M_{\text{fin}}^4 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & -8a_7 M_{\text{pin}}^4 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad F(x(t)) = \begin{bmatrix} A_f & 0 & Z_{f1} & Z_{f2} & 0 \\ 0 & A_p & Z_{p1} & 0 & Z_{p2} \\ T_{fo} & T_{po} & I & 0 & 0 \\ Z_1 & Z_2 & 0 & Z_3 & Z_4 \\ 0 & Z_5 & 0 & Z_6 & Z_7 \end{bmatrix}$$

Tel que :

$A_f \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times (2N+1)}$: matrice tridiagonale exprimant la dynamique différentielle côté alimentation.

$Z_{f1} \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times 2}$: cellule terminale côté alimentation.

$Z_{f2} \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times N}$: couplage à l'interface membrane-alimentation.

$A_p \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times (2N+1)}$: matrice tridiagonale exprimant la dynamique différentielle côté perméat.

$Z_{p1} \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times 2}$: première cellule côté perméat.

$Z_{p2} \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times N}$: couplage à l'interface membrane-perméat.

$T_{fo} \in \mathbb{R}^{2 \times (2N+1)}$: température de sortie côté alimentation.

$T_{po} \in \mathbb{R}^{2 \times (2N+1)}$: température de sortie côté perméat.

$I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$: matrice identité.

$Z_1, Z_2, Z_5 \in \mathbb{R}^{N \times (2N+1)}$: matrices creuses.

$Z_3, Z_4, Z_6, Z_7 \in \mathbb{R}^{N \times N}$: matrices diagonales.

Les matrices tridiagonales A_f et A_p sont définies par $\text{tridiag}(A_f)$ et $\text{tridiag}(A_p)$, qui font référence aux trois vecteurs diagonaux de A_f et A_p et dont chaque colonne est un vecteur diagonal, commençant respectivement par le vecteur diagonal inférieur, principal et supérieur.

$$\text{tridiag}(A_f) = \begin{bmatrix} & -4a_1 M_{\text{fin}}^2 & -8a_2 M_{\text{fin}}^4 \\ a_5 & -a_3 J_1 - a_4 & -a_5 \\ 4a_2 M_{f1}^4 & -4a_1 M_{f1}^2 & -4a_2 M_{f1}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 4a_2 M_{f_{N-1}}^4 & -4a_1 M_{f_{N-1}}^2 & -4a_2 M_{f_{N-1}}^4 \\ a_5 & -a_3 J_N - a_4 & -a_5 \\ 8a_2 M_{fN}^4 & -4a_1 M_{fN}^2 & \end{bmatrix}$$

$$\text{tridiag}(A_p) = \begin{bmatrix} & -4a_6M_{p1}^2 & -8a_7M_{p1}^4 \\ a_9 & -a_8 & -a_9 \\ 4a_7M_{p2}^4 & -4a_6M_{p2}^2 & -4a_7M_{p2}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 4a_7M_{pN}^4 & -4a_6M_{pN}^2 & -4a_7M_{pN}^4 \\ a_9 & -a_8 & -a_9 \\ 8a_7M_{pin}^4 & -4a_6M_{pin}^2 & \end{bmatrix}$$

$$Z_{f1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ -8a_2M_{fN}^4 & 0 \end{bmatrix}; \quad Z_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 8a_7M_{p1}^4 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z_{f2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_4 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad Z_{p2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{10}J_1 + a_8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{10}J_2 + a_8 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_{10}J_N + a_8 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{f0} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{M_{fN}c_p} \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad T_{p0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{M_{p1}c_p} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_f} + a_{11}J_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{R_i} + a_{11}J_N & 0 \end{bmatrix}; \quad Z_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_p} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{R_p} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_f} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_f} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{R_f} \end{bmatrix}; \quad Z_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_p} - a_{11}J_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_p} - a_{11}J_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{R_p} - a_{11}J_N \end{bmatrix}$$

$$Z_5 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_p} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{R_p} & 0 \end{bmatrix}$$

Les diagonales de Z_6 et Z_7 sont données par :

$$\text{diag}(Z_6) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_m} - A_m H_v [T_{mf_1}] J_1 \\ -\frac{1}{R_m} - A_m H_v [T_{mf_2}] J_2 \\ \vdots \\ -\frac{1}{R_m} - A_m H_v [T_{mf_N}] J_N \end{bmatrix}; \text{diag}(Z_7) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_p} + a_{11} J_1 \\ \frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_p} + a_{11} J_2 \\ \vdots \\ \frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_p} + a_{11} J_N \end{bmatrix}$$

Les paramètres a_i sont donnés par :

$$a_1 = \frac{c_p^2 R_{\text{feq}}}{C_{\text{bf}}}; \quad a_2 = \frac{c_p^4 R_{\text{feq}}^2}{C_{\text{bf}}}; \quad a_3 = \frac{A_m c_p}{C_{\text{bf}}}; \quad a_4 = \frac{1}{C_{\text{bf}} R_f}; \quad a_5 = \frac{1}{C_{\text{bf}}}; \quad a_6 = \frac{c_p^2 R_{\text{peq}}}{C_{\text{bp}}};$$

$$a_7 = \frac{c_p^4 R_{\text{peq}}^2}{C_{\text{bp}}}; \quad a_8 = \frac{1}{C_{\text{bp}} R_p}; \quad a_9 = \frac{1}{C_{\text{bp}}}; \quad a_{10} = \frac{A_m c_p}{C_{\text{bp}}}; \quad a_{11} = A_m c_p$$

Où :

$$R_{\text{feq}} = R_f + R_m + R_p$$

$$R_{\text{peq}} = R_f + 0.5R_m + R_p$$

Les débits massiques M_{f_n} et M_{p_n} sortant de la n -ième cellule sont donnés par :

$$M_{f_n} = M_{f_{n-1}} - A_m J_n; \quad n = 2, 3, \dots, N$$

$$M_{p_n} = M_{p_{n+1}} + A_m J_n; \quad n = 1, 2, \dots, N - 1$$

$$M_{f_1} = M_{f_{\text{in}}} - A_m J_1$$

$$M_{p_N} = M_{p_{\text{in}}} + A_m J_N$$

2.7 Conclusion

Ce chapitre a mis en avant nos motivations pour le choix du modèle mathématique de la DCMD et en a détaillé les équations. Le modèle choisi prend à la fois en compte les dimensions spatiale et temporelle et offre un bon aperçu des caractéristiques physiques du système. Il repose sur l'analogie thermique-électrique et conduit à un système non linéaire d'équations algébro-différentielles (DAE) caractérisant parfaitement les mécanismes de transfert de masse et de chaleur mis en jeu dans le processus.

Chapitre 3

Simulation et validation du modèle à ordre réduit de la DCMD

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les simulations effectuées sur le modèle développé dans le chapitre précédent. Dans un premier temps, on détaillera l'implémentation MATLAB des simulations. Ensuite, on présentera les résultats de la validation expérimentale. Enfin, on analysera les performances de la DCMD et l'effet des différents paramètres sur le comportement du système.

3.2 Implémentation MATLAB

Le modèle du module DCMD développé dans le chapitre précédent est simulé sous Matlab. Le programme implémenté offre la possibilité de varier les paramètres du module ainsi que les profils des températures et des flux d'entrée, ce qui permet d'en étudier le comportement pour différents jeux de paramètres et/ou signaux d'entrée.

En premier lieu, les paramètres de la simulation (dimensions du module, propriétés de la membrane etc.) sont initialisés.

La génération des équations décrivant le modèle se fait ensuite via l'appel du solveur *ode15s* de Matlab. Il s'agit d'un solveur qui prend en charge les équations de type DAE, d'où son choix.

Le solveur reçoit plusieurs paramètres dont la matrice E (appelée "mass matrix") qui caractérise le couplage différentiel-algébrique et une tolérance qui va définir le pas d'intégration. Le pas d'intégration de ce solveur est variable : il est pris relativement petit au début de la simulation puis devient plus important une fois le régime transitoire passé, ce qui permet d'avoir une exécution plutôt rapide.

Il est à noter que certains paramètres relatifs au modèle (tels que la viscosité ou encore la densité de l'eau) dépendent de la température, ce qui nécessite leur actualisation. Pour ce faire, on a recours à une interpolation pour les vapeurs au niveau de l'alimentation et du perméat. De même, les coefficients de transfert de masse et de chaleur au niveau de l'interface membranaire sont actualisés suivant la température et le débit, respectivement.

3.3 Validation expérimentale du modèle

Afin de valider le modèle dynamique de la DCMD, nous allons utiliser dans cette section un ensemble de données expérimentales fourni par le Centre de dessalement et de réutilisation de l'eau (WDRC) à KAUST. Le centre a effectué deux types d'expériences, l'un en régime permanent et l'autre en régime dynamique avec une température d'alimentation d'entrée en rampe.

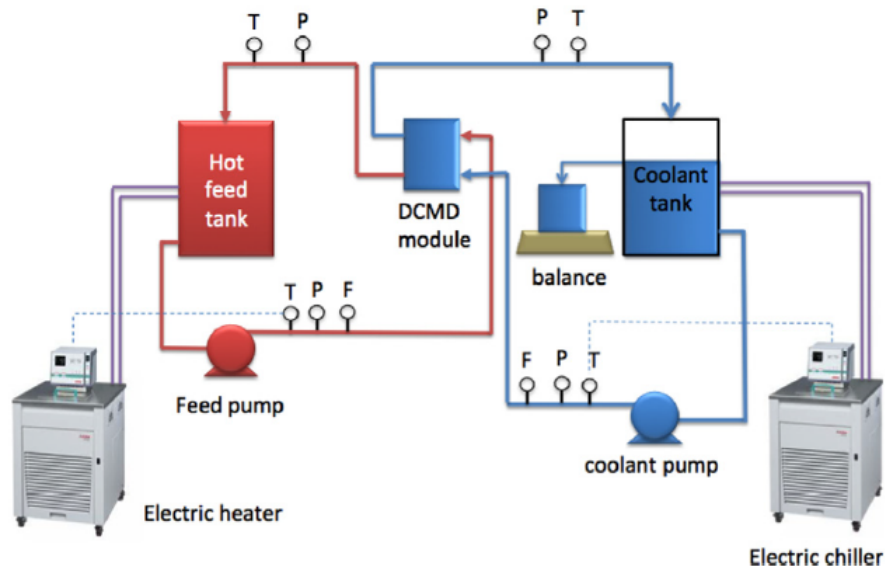


FIG. 3.1 : Schéma de l'installation expérimentale du WDRC [15]

Toutes les expériences ont été menées sur un module de poly méthacrylate de méthyle (PMMA) de dimensions $0.1 \text{ m} \times 0.05 \text{ m} \times 0.002 \text{ m}$, avec une membrane composite constituée d'une couche active en polytetrafluoroéthylène (PTFE) et une couche de support en polypropylène non tissée [15]. Les paramètres du module utilisé sont présentés dans le tableau 3.1

TAB. 3.1 : Paramètres du module de la DCMD

Paramètre	Valeur
Épaisseur de la membrane	0.17mm
Diamètre des pores	$0.27 \mu\text{m}$
Porosité	77%
Tortuosité	$1.35 \mu\text{m}$
Pression d'entrée du liquide	15 psi
Angle de contact	140°

3.3.1 Validation statique

Afin de valider le modèle en régime permanent, quatre expériences ont été effectuées à différentes températures d'entrée d'alimentation (40, 50, 60 et 70°C) en maintenant la température d'entrée du permeat constante à 20°C . A chaque expérience, l'eau de mer (alimentation) et l'eau distillée (permeat) sont préchauffées à la température désirée et distribuées à la membrane en contre-courant. Les débits d'entrée de l'alimentation et du permeat sont maintenus constants à 90 l/h. Les résultats expérimentaux sont présentés dans la figure 5 de [10].

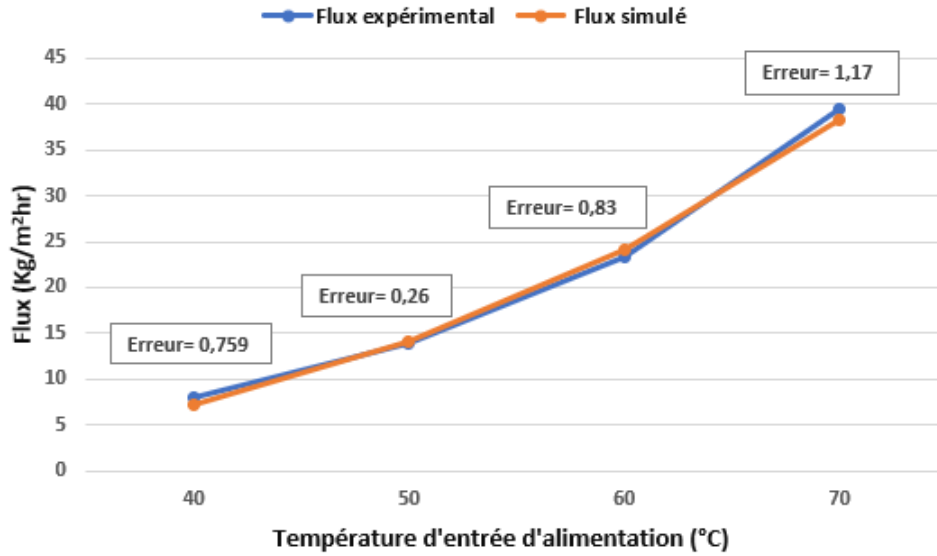


FIG. 3.2 : Flux de vapeur en régime permanent à différentes températures d'entrée d'alimentation.

De la figure 3.2 on remarque que les résultats de la simulation sont très proches des données expérimentales pour les différentes températures d'entrée d'alimentation. La plus grande erreur absolue enregistrée est de 1.17 kg/(m²h) à $T_{fin} = 70^{\circ}\text{C}$, tandis qu'aux autres températures d'entrée, l'erreur absolue ne dépasse pas 0.83 kg/(m² h).

Étant donné les très bons résultats obtenus de la simulation, nous pouvons à présent dire que le modèle dynamique à ordre réduit de la DCMD est capable de prédire avec exactitude le flux de vapeur à différentes températures d'entrée d'alimentation.

3.3.2 Validation dynamique

Pour étudier la réponse dynamique de la DCMD, une expérience a été conçue pour augmenter la température d'entrée de l'alimentation de 0.05°C par minute avec une valeur initiale de 30°C tandis que la température d'entrée du perméat a été maintenue à 20°C. Les débits d'entrée de l'alimentation et du perméat ont été maintenus à 90 l/h et 60 l/h respectivement. La durée totale d'expérimentation est de 848 minutes.

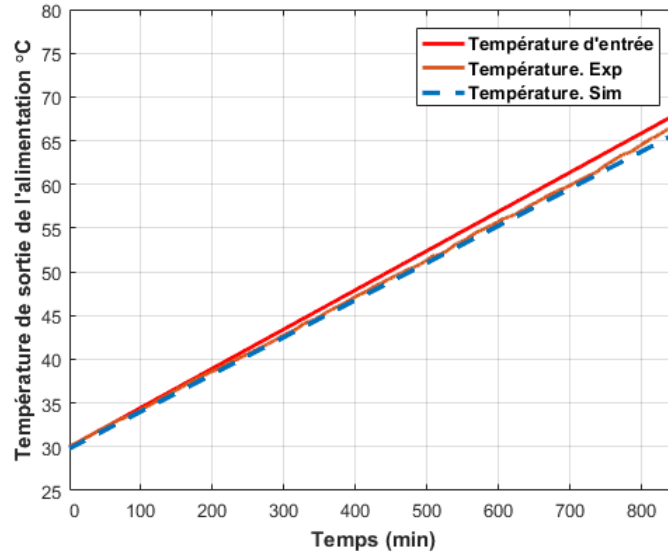


FIG. 3.3 : Température de sortie de l'alimentation pour une température d'entrée d'alimentation en rampe de 30°C à 68°C

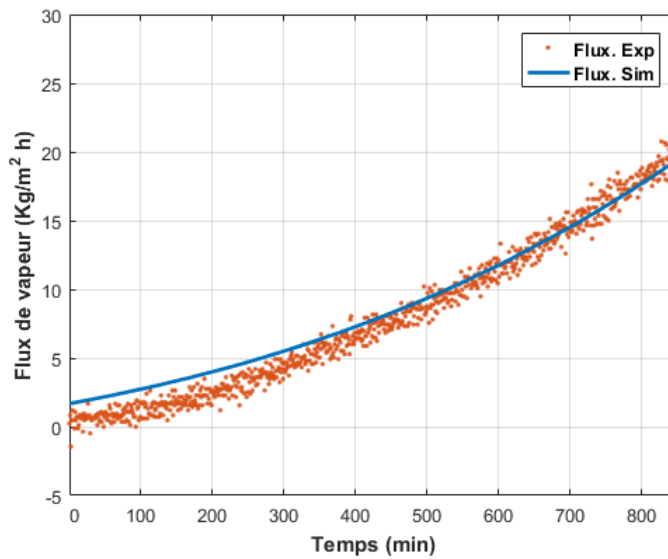


FIG. 3.4 : Flux de vapeur pour une température d'entrée d'alimentation en rampe de 30°C à 68°C

La figure 3.3 représente la température expérimentale d'entrée de l'alimentation et la température simulée de la sortie d'alimentation. On remarque que la température simulée et la température d'entrée expérimentale sont parfaitement superposées. Les résultats du flux de vapeur simulé sont illustrés avec le flux expérimental dans la figure 3.4. On remarque que le flux simulé est très proche du flux expérimental. De plus, la nature non linéaire du flux par rapport à la différence de température trans-membranaire fait qu'il augmente de façon exponentielle avec l'augmentation linéaire de la température d'entrée d'alimentation.

3.4 Analyse du processus de la DCMD

3.4.1 Réponse indicielle

Dans cette partie, on réduit la période de simulation à 60s et on prend un module aux dimensions plus grandes $1\text{m} \times 0.05\text{m} \times 0.02\text{m}$ ce qui fait varier les profils de température de façon plus lente et donne donc un meilleur aperçu de la dynamique du processus. En entrée, les vitesses sont prises égales à 0.025 m/s et les températures sont égales à 40°C et 20°C du côté de l'alimentation et du perméat respectivement. A l'instant $t=30\text{s}$, on excite le système avec un échelon de température $T_{fin} = 50^\circ\text{C}$ du côté de l'alimentation.

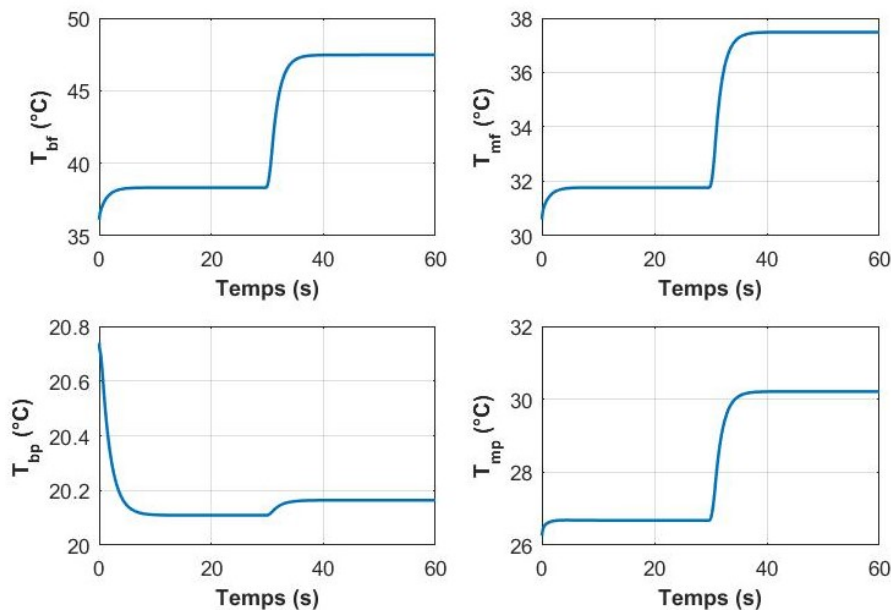


FIG. 3.5 : Réponses indicelles des températures au niveau de la cellule terminale

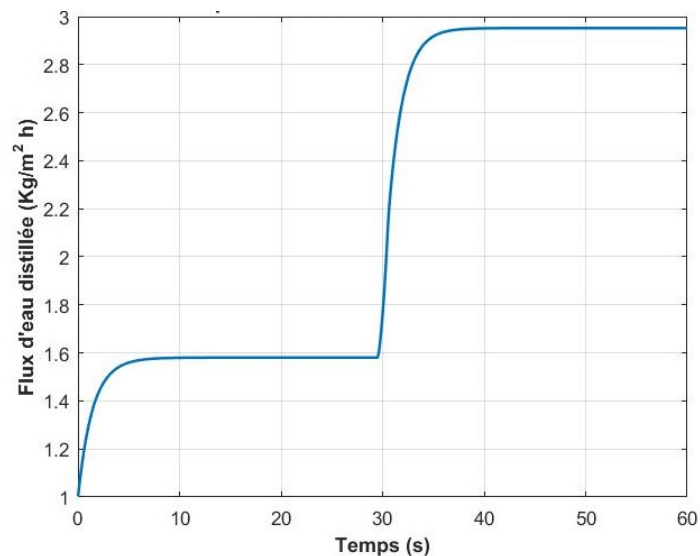


FIG. 3.6 : Réponse indicielle du flux d'eau distillée

L'évolution des températures au niveau de la dernière cellule est donnée par les graphes de la figure 3.5. De même, le flux varie et prend l'allure illustrée dans la figure 3.6.

Le processus varie de manière très rapide. Le temps de réponse est de l'ordre de 5s. En ce qui concerne le temps de réponse relatif à la température de corps au niveau de l'alimentation, on trace les courbes illustrant la distribution de la température du côté de l'alimentation le long de la longueur du module et à différents instants. Il apparaît que le processus atteint le régime permanent au bout de 14s comme le montre la figure 3.7.

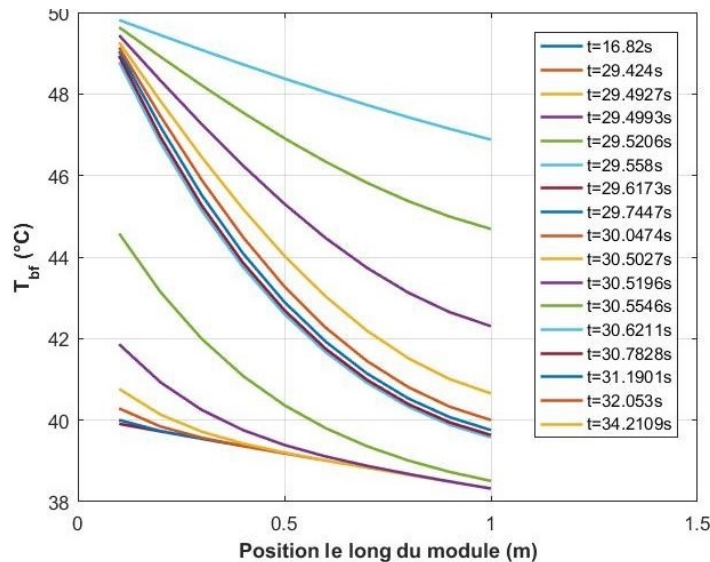


FIG. 3.7 : T_{bf} le long du module à différents instants

3.4.2 Distribution de la température le long du module

On fixe les dimensions du module comme suit : $1\text{m} \times 0.05\text{m} \times 0.02\text{m}$. Les températures d'entrée sont égales à 40°C et 20°C du côté de l'alimentation et du perméat respectivement. Pour des vitesses égales à 0.025m/s des deux côtés de la membrane et des températures d'entrée d'alimentation et de perméat égales à 40°C et 20°C respectivement, l'allure des températures de corps des côtés de l'alimentation et du perméat sont illustrées par la figure 3.8.

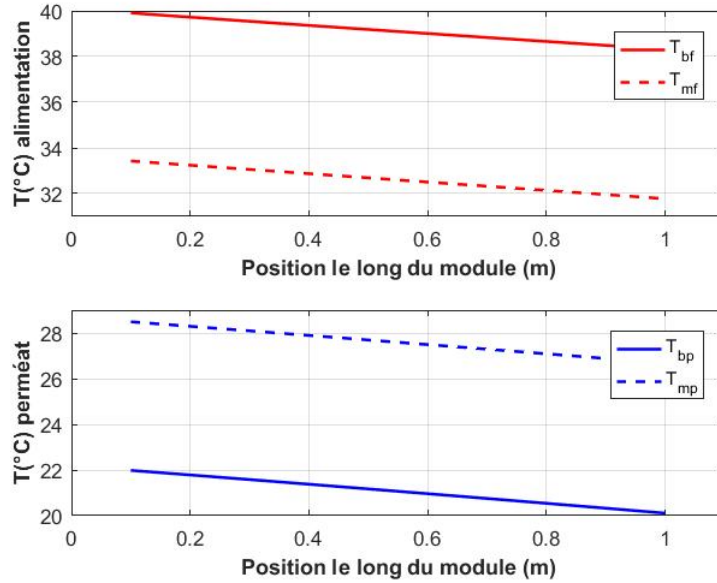


FIG. 3.8 : Distribution de la température le long de l'alimentation et du perméat

3.4.3 Effet de la longueur du module sur le flux

Nous analysons maintenant à l'effet de la longueur du module sur le flux de vapeur moyen. Nous avons simulé le flux moyen en fonction de la longueur du module pour différentes vitesse (0.2, 0.4, 0.6 et 0.8 m/s) en maintenant la température d'entrée de l'alimentation à 60°C et du perméat à 20°C.

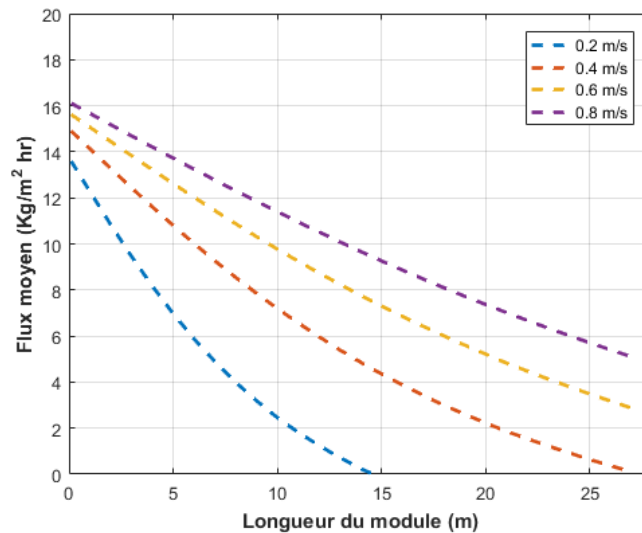


FIG. 3.9 : Flux moyen de vapeur en fonction de la longueur pour différentes vitesses

On remarque de la figure 3.9 que le flux moyen décroît à mesure que la longueur du module augmente. On peut expliquer cela par le fait que plus la longueur du module augmente, plus la température du côté alimentation diminue et la température du côté

perméat augmente, par conséquent la différence de pression trans-membranaire le long du module diminue générant ainsi un flux moyen plus faible.

3.4.4 Étude de l'effet de la vitesse

Effet de la vitesse sur le flux d'eau distillée

Il est important d'étudier l'influence de la vitesse de l'alimentation et du perméat sur le flux d'eau distillée puisque cette dernière affecte grandement le transfert de chaleur allant de la vapeur à la couche limite membranaire. En effet, une vitesse élevée réduit l'épaisseur de la couche limite thermique ainsi que l'effet de polarisation de la température.

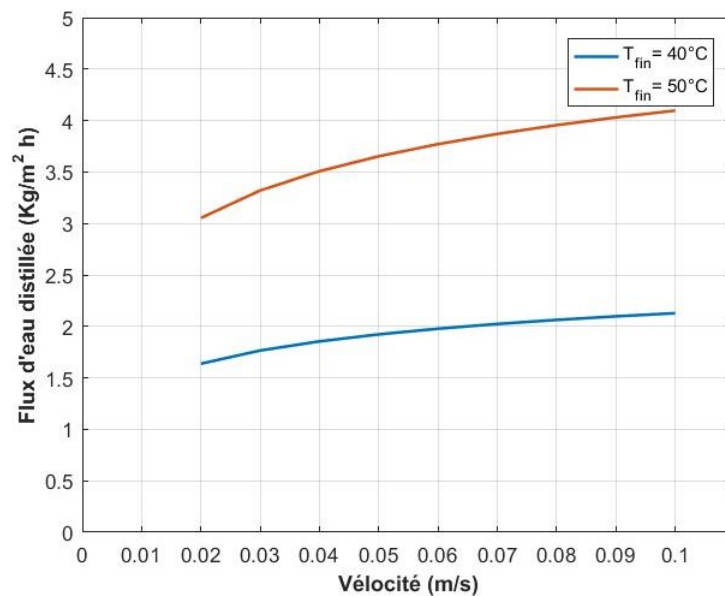


FIG. 3.10 : Flux d'eau distillée en fonction de la vitesse pour différentes températures d'entrée d'alimentation

Pour illustrer cette influence, on augmente graduellement la valeur de la vitesse au niveau de l'alimentation et du perméat (en la faisant varier de 0.02m/s à 0.1m/s) pour deux températures d'entrée du côté de l'alimentation, à savoir 40°C et 50°C, tout en maintenant la température d'entrée au niveau du perméat constante à 20°C. Les flux résultants pour chacune des valeurs sont ensuite enregistrés, ce qui donne les graphes de la figure 3.10.

On remarque aisément que l'augmentation de la vitesse induit l'augmentation du flux d'eau distillée. De plus, des valeurs plus importantes du flux sont atteintes pour des températures d'entrée du côté de l'alimentation plus grandes.

Effet de la vitesse sur les températures de sorties

En faisant varier la vitesse au niveau de l'alimentation et du perméat de façon graduelle dans la plage entre 0.02m/s et 0.1m/s, on obtient les profils de température de sortie des côtés alimentation et perméat représentés par la figure 3.11

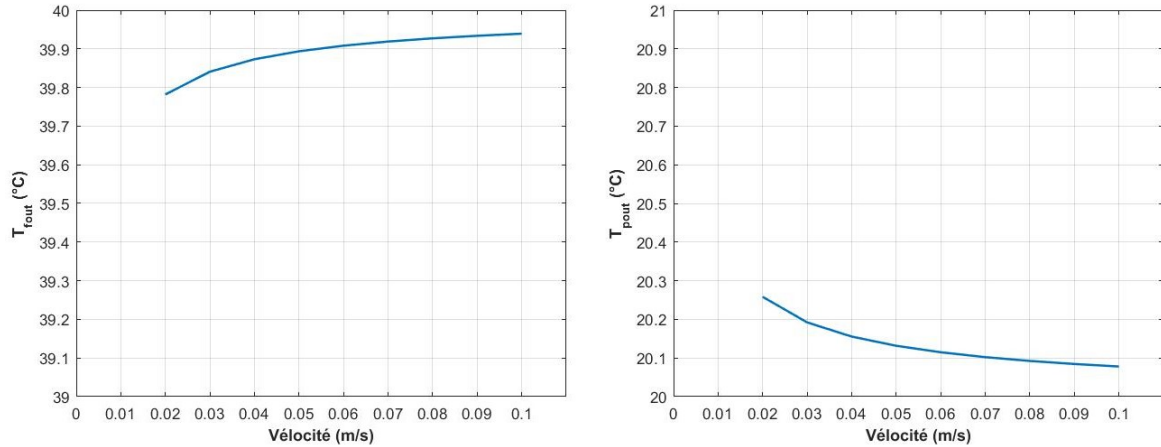


FIG. 3.11 : Températures de sortie en fonction de la vitesse

Au fur et à mesure que la vitesse augmente, les températures de sortie en régime permanent se rapprochent de plus en plus des températures données en entrée. Cela peut s'expliquer par la réduction de la couche limite qui réduit à son tour le transfert de chaleur entre l'eau et la membrane.

Effet de la vitesse sur le TPC

En plus de l'étude de l'effet de la vitesse sur le TPC, on s'intéresse également à l'effet des températures d'entrée sur ce dernier. On varie la vitesse de 0.1 m/s à 0.8m/s pour quatre températures d'entrée d'alimentation (40, 50, 60 et 70 °C) en maintenant un écart de 10 °C avec la température d'entrée du perméat. On obtient les résultats illustrés dans la figure 3.12.

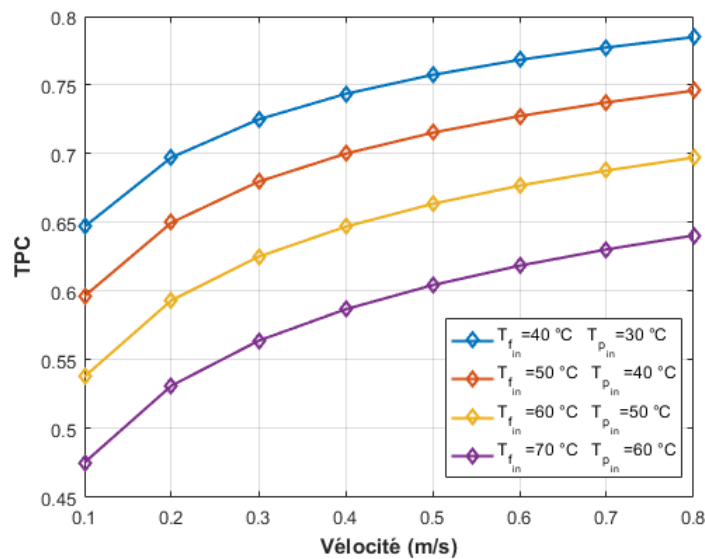


FIG. 3.12 : Coefficient de polarisation de température en fonction de la vitesse pour différentes températures d'entrée

On remarque que le TPC augmente avec l'augmentation de la vitesse. Cependant, il commence à se saturer après une certaine valeur, par exemple, pour une $T_{fin} = 40^{\circ}\text{C}$, la saturation commence à partir de 0.4 m/s. On peut expliquer cette augmentation du TPC par le fait que l'augmentation de la vitesse engendre l'augmentation du nombre de Reynolds. Par conséquent, la résistance de convection diminue et les températures aux interfaces membranaires sont proches de celles des parois.

Parallèlement, on remarque que même si la différence de température entre les parois est constante le TPC diminue en augmentant les températures d'entrée. L'augmentation de la température d'entrée diminue la viscosité dynamique et donc le nombre Prandtl, par conséquent la résistance de convection augmente et les températures aux interfaces membranaires s'éloignent de celles des parois.

Ces résultats nous permettent de conclure que la vitesse a un effet désirable sur le TPC, ce qui n'est pas le cas avec les températures d'entrée.

3.4.5 Maximisation du rendement de la DCMD

Nous souhaitons à présent maximiser le rendement de la DCMD, entre autre trouver la vitesse de l'alimentation et du perméat optimale correspondant à n'importe quelle dimension du module. Pour ce faire, nous allons tracer le rendement de conversion thermique en fonction du temps de séjour pour différentes vitesses 0.2, 0.4, 0.6 et 0.8 m/s. On maintient la température d'entrée de l'alimentation et du perméat constantes à 60°C et 20°C , respectivement.

On définit le rendement de conversion thermique (TCE) comme étant le rapport entre le taux de production kg/h et l'énergie thermique fournie Q_{in} [15], et le temps de séjour (res_{time}) comme étant le rapport entre la longueur du module et la vitesse [42].

$$TCE = \frac{G}{Q_{in}} \quad \text{et} \quad res_{time} = \frac{\text{longueur du module}}{\text{vitesse}}. \quad (3.1)$$

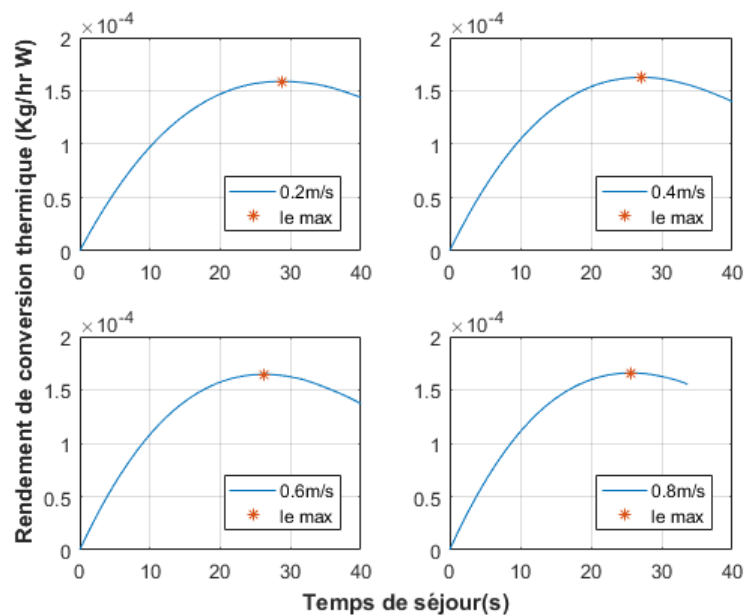


FIG. 3.13 : Rendement de conversion thermique en fonction du temps de séjour pour différentes vitesses d'entrée

On remarque de la figure 3.13 que dans un premier temps le rendement thermique de conversion augmente rapidement jusqu'à ce qu'il atteigne la valeur maximale, puis il décroît assez lentement. De plus, on constate que le temps de séjours optimal est inversement proportionnel à la vitesse.

Ces résultats nous ont permis de trouver la vitesse d'entrée de l'alimentation et du perméat optimale correspondant à chaque longueur de module comme le montre la figure 3.14. La relation entre eux est exprimée par la fonction suivante, obtenue par interpolation :

$$v_{opt} = 0.0551 (\text{longueur du module})^{1.0765}$$

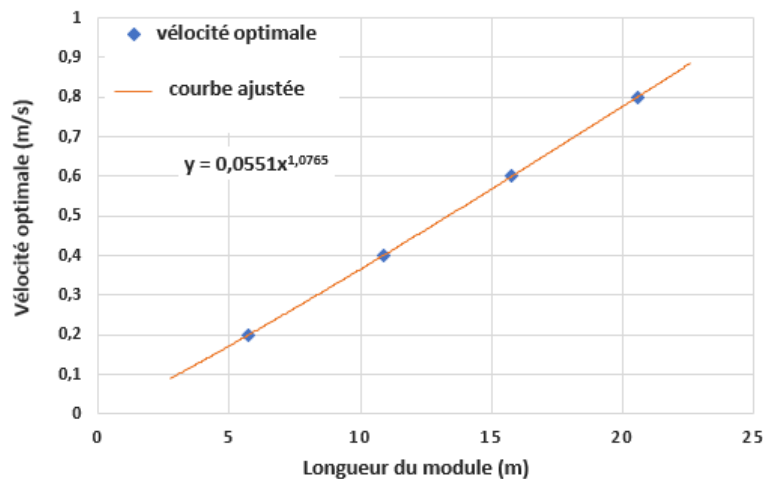


FIG. 3.14 : Vitesse optimale en fonction de la longueur du module

On remarque que la vitesse d'entrée de l'alimentation et du perméat optimale est proportionnelle à la longueur du module. Par conséquent, lorsque la longueur du module augmente la vitesse doit augmenter elle aussi afin d'assurer le plus grand rendement de conversion thermique possible.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la validation expérimentale du modèle à ordre réduit de la DCMD en régime dynamique et en régime permanent. Les résultats de simulation obtenus sont en adéquation avec les résultats expérimentaux, ce qui nous permet de conclure que le modèle dynamique à ordre réduit de la DCMD représente parfaitement le comportement du système réel. Par la suite, nous nous sommes intéressées à l'analyse du processus de la DCMD en étudiant l'effet de différents paramètres sur le comportement du système. Enfin, nous avons tenté de maximiser le rendement de la DCMD en fonction de la vitesse pour n'importe quelle longueur du module.

Chapitre **4**

**Modélisation du fouling et analyse
de performance**

4.1 Introduction

A l'instar de nombreux procédés de dessalement mettant en jeu des membranes, la MD -et plus particulièrement la DCMD- est sujette à l'encrassement de sa membrane ou à ce qu'on appelle "fouling".

Dans ce chapitre, il sera question de définir la notion de "fouling" puis d'étendre le réseau thermique-électrique équivalent développé précédemment pour le modéliser et en étudier l'impact sur les performances du système.

4.2 Notions générales sur le fouling

Le fouling désigne l'accumulation de dépôts de sel, de matières organiques ou encore biologiques à la surface de la membrane ou dans ses pores [11]. Ce phénomène indésirable altère la qualité de l'eau d'une part, et affecte le taux de production du module d'autre part. Dans des cas extrêmes, il peut entraîner l'arrêt du système à des fins de maintenance ou carrément l'usure de la membrane, ce qui est particulièrement coûteux.

Le fouling peut se produire en raison de la formation d'une couche gâteau ou d'un blocage des pores de la membrane. Le blocage des pores est classé en trois catégories : blocage complet, intermédiaire et standard.

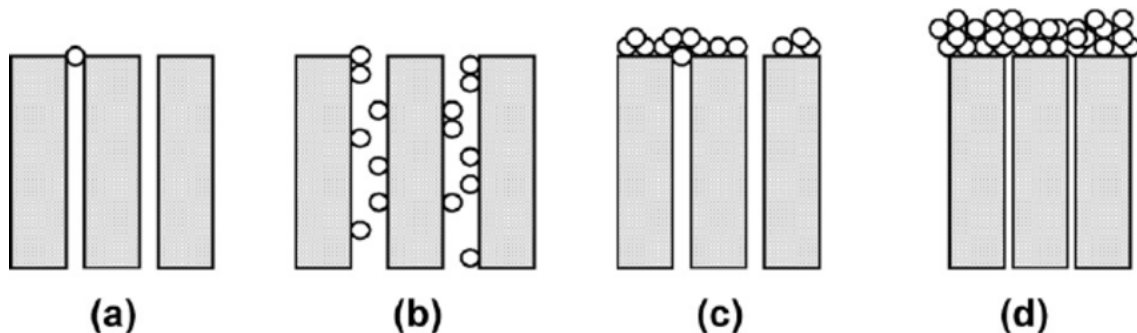


FIG. 4.1 : Types de fouling : (a) blocage complet, (b) blocage standard, (c) blocage intermédiaire, (d) couche gâteau [41]

(a) Blocage complet : dans ce modèle, les particules, dont la taille est supposée supérieure au diamètre des pores de la membrane, se déposent sur la surface de la membrane et bloquent l'entrée des pores.

(b) Blocage standard : les particules pénètrent à travers les pores et s'y retrouvent piégées provoquant leur constriction.

(c) Blocage intermédiaire : le concept physique du blocage intermédiaire est l'occurrence simultanée du blocage des pores et du dépôt à la surface de sorte que chaque particule se dépose sur une autre bloquant déjà certains pores.

(d) Couche gâteau : caractérisée par le dépôt de particules à la surface membranaire sous forme de couche, dont la résistance s'ajoute à celle de la membrane pour former la

résistance globale du système.

Dans les quatre cas de figure, chacun de ces mécanismes entraîne une résistance au flux pouvant être quantifiée par une équation. Le tableau 4.1 exprime les équations temporelles de l'évolution du flux dans le cas du fouling pour une filtration tangentielle, où J_0 représente le flux initial du perméat, c'est à dire en l'absence de fouling, et K un coefficient dépendant du débit et des propriétés de la solution.

Type de blocage	Equation
Blocage complet	$J(t) = \frac{J_0}{e^{Kt+1}}$
Blocage standard	$J(t) = \frac{J_0}{(Kt + 1)^2}$
Blocage intermédiaire	$J(t) = \frac{J_0}{Kt + 1}$
Couche gâteau	$J(t) = \frac{J_0}{\sqrt{Kt + 1}}$

TAB. 4.1 : Modélisation des types de blocage dans le cas d'une filtration tangentielle [35]

Les équations précédentes prennent les allures représentées dans la figure 4.2. On y voit que chaque type de blocage affecte le flux d'eau distillée de manière différente, ce qui correspond à un certain degré de sévérité.

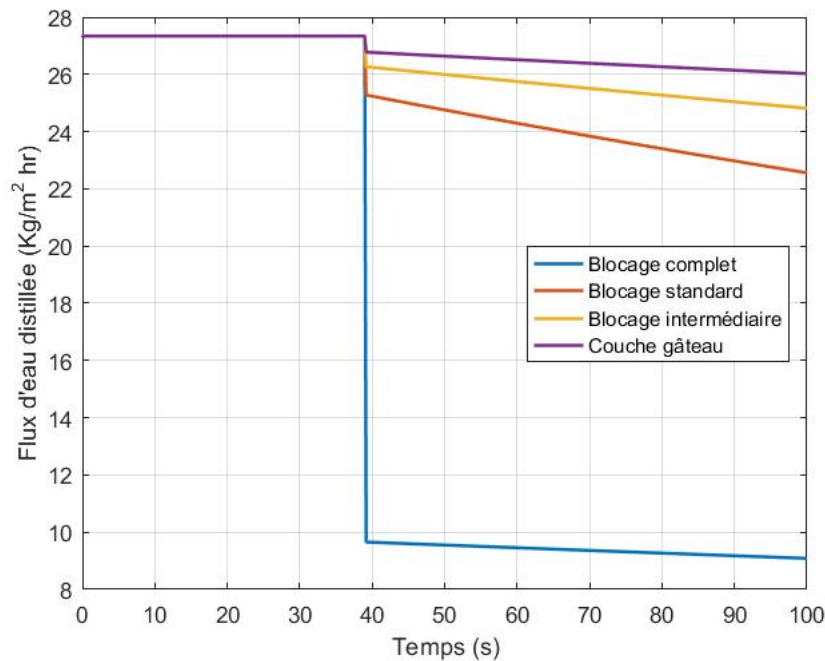


FIG. 4.2 : Évolution du flux d'eau distillée pour différents types de blocages générés au niveau de la cellule 2

4.3 Modélisation du fouling

En supposant que l'eau d'alimentation est préalablement traitée pour en retirer les particules imposantes avant d'entrer dans le module, nous pouvons à priori éliminer l'hypothèse d'un blocage complet ou intermédiaire.

Dans cette partie, nous nous intéressons uniquement à la modélisation de la couche gâteau, qui servira de base aux chapitres suivants.

La couche de fouling déposée à la surface de la membrane introduit une résistance thermique au transfert de chaleur entre le flux d'alimentation et la surface membranaire du même côté. Par conséquent, la température à l'interface alimentation-membrane baisse, ce qui induit une pression de vapeur partielle plus faible et finalement un taux de production G plus faible.

La couche de fouling est modélisée par une résistance R_{sc} ajoutée entre l'alimentation et la membrane comme illustré par la figure 4.3.

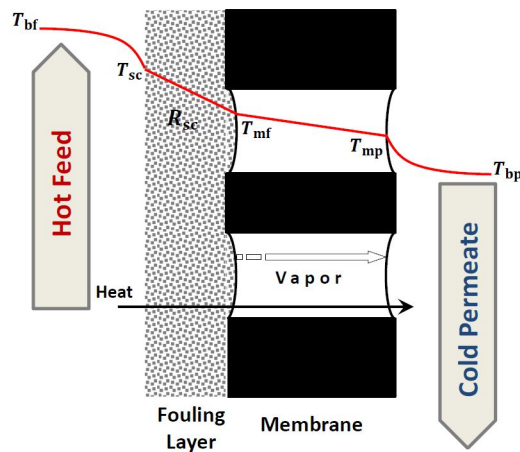


FIG. 4.3 : Schéma de la couche de fouling à la surface de la membrane [17]

Ainsi, le réseau thermique-électrique équivalent développé précédemment dans la figure 2.5 est étendu de sorte à introduire cette nouvelle résistance de fouling et devient :

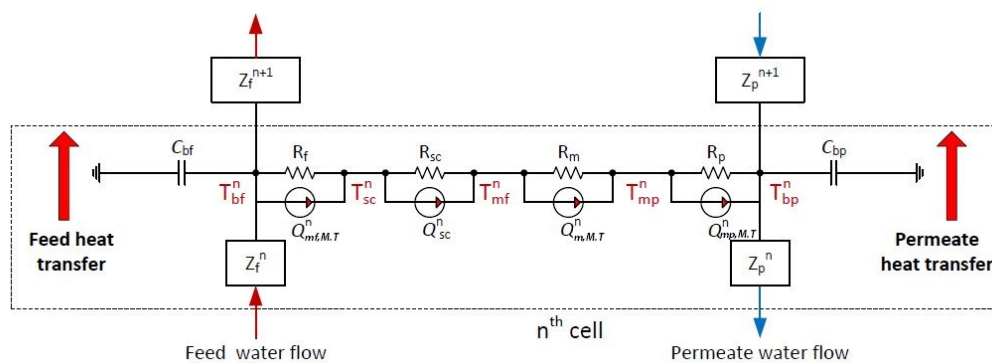


FIG. 4.4 : Réseau thermique-électrique équivalent en présence de fouling [17]

Toutes les équations décrivant le système restent inchangées, à l'exception de 2.2 et 2.21.

En effet, l'équation 2.2 est réécrite :

$$C_{bf} \frac{dT_{bf_n}}{dt} = Q_{f_n} - Q_{f_{n+1}} - Q_{mf_n} \quad (4.1)$$

Telle que :

$$Q_{mf_n} = Q_{sc_n} \quad (4.2)$$

Et où :

$$Q_{mf_n} = A_m (h_f (T_{bf_n} - T_{sc_n}) + J_n c_p T_{bf_n}) \quad (4.3)$$

$$Q_{sc_n} = \frac{T_{sc_n} - T_{mf_n}}{R_{sc}} + J_n c_p T_{sc_n} \quad (4.4)$$

En remplaçant dans l'égalité 4.2 chacun des termes par leurs expressions respectives, on obtient l'expression de T_{sc_n} qui est donnée par :

$$T_{sc_n} = \frac{(1 + R_f A_m J_n c_p) R_{sc_n}}{R_f + R_{sc_n} (1 + R_f A_m J_n c_p)} T_{bf_n} + \frac{R_f}{R_f + R_{sc_n} (1 + R_f A_m J_n c_p)} T_{mf_n} \quad (4.5)$$

On réinjecte ensuite l'expression de T_{sc_n} dans l'équation 4.3 pour aboutir à :

$$Q_{mf_n} = \left(\frac{1}{R_f} + A_m J_n c_p \right) T_{bf_n} - \frac{1}{R_f} \frac{(1 + R_f A_m J_n c_p) R_{sc_n}}{R_f + R_{sc_n} (1 + R_f A_m J_n c_p)} T_{bf_n} - \frac{1}{R_f + R_{sc_n} (1 + R_f A_m J_n c_p)} T_{mf_n} \quad (4.6)$$

Puis, en remplaçant Q_{mf_n} par son expression dans 4.1, on obtient finalement la nouvelle équation :

$$\begin{aligned} \frac{dT_{bf_n}}{dt} &= \frac{1}{C_{bf}} Q_{f_n} - \frac{1}{C_{bf}} Q_{f_{n+1}} - \frac{1}{C_{bf}} \left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p \right) T_{bf_n} + \frac{1}{C_{bf} R_f} \left(\frac{R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)}{R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)} \right) T_{bf_n} \\ &+ \frac{1}{C_{bf} (R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p))} T_{mf_n} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Pour la seconde équation, on exploite la relation 2.19 exprimant le couplage entre l'alimentation et le perméat.

L'expression de Q_{mp_n} est déduite de l'équation 2.4 réexprimée comme suit :

$$Q_{mp_n} = \frac{1}{R_p} T_{mp_n} - \frac{1}{R_p} T_{bp_n} + A_m J_n c_p T_{mp_n} \quad (4.8)$$

En remplaçant Q_{mf_n} et Q_{mp_n} par leurs expressions 4.6 et 4.8 respectivement, on aboutit à :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p - \frac{1}{R_f} \frac{R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)}{R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)} \right) T_{bf_n} - \frac{1}{(R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p))} T_{mf_n} \\ & = \left(\frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} - \frac{1}{R_p} T_{bp_n} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Ainsi, le système d'équations 2.23 en tenant compte du fouling devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{f_n}}{dt} = \frac{1}{L_f^n} T_{bf_{n-1}} - \frac{R_{fz}^n}{L_f^n} Q_{f_n} - \frac{1}{L_f^n} T_{bf_n} \\ \frac{dT_{bf_n}}{dt} = \frac{1}{C_{bf}} Q_{f_n} - \frac{1}{C_{bf}} Q_{f_{n+1}} - \frac{1}{C_{bf}} \left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p \right) T_{bf_n} + \frac{1}{C_{bf} R_f} \frac{R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)}{R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)} T_{bf_n} \\ \quad + \frac{1}{C_{bf} (R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p))} T_{mf_n} \\ \frac{dQ_{p_n}}{dt} = \frac{1}{L_p^n} T_{bp_{n-1}} - \frac{R_{pz}^n}{L_p^n} Q_{p_n} - \frac{1}{L_p^n} T_{bp_n} \\ \frac{dT_{bp_n}}{dt} = \frac{1}{C_{bp}} Q_{p_n} - \frac{1}{C_{bp} R_p} T_{bp_n} - \frac{1}{C_{bp}} Q_{p_{n+1}} + \frac{1}{C_{bp}} \left(\frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} \\ 0 = \left(\frac{1}{R_f} + J_n A_m c_p - \frac{1}{R_f} \frac{R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)}{R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p)} \right) T_{bf_n} - \frac{1}{(R_f + R_{sc} (1 + R_f J_n A_m c_p))} T_{mf_n} - \left(\frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} \\ \quad + \frac{1}{R_p} T_{bp_n} \\ 0 = \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_p} + J_n A_m c_p \right) T_{mp_n} - \frac{1}{R_p} T_{bp_n} - J_n A_m H_v [T_{mf_n}] - \frac{1}{R_m} T_{mf_n} \\ 0 = T_{f_{out}} - T_{p_{in}} - R_{f_{term}} Q_{f_{N+1}} \\ 0 = T_{p_{out}} - T_{f_{in}} + R_{p_{term}} Q_{p_1} \end{array} \right. \quad (4.10)$$

En supposant les vitesses d'entrée d'alimentation et de perméat constantes, c'est-à-dire invariantes dans le temps, le modèle d'état de la DCMD avec fouling peut être représenté comme suit :

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + Bu + D_1 \gamma(t, x) B_m + H(x, R_{sc}) \\ y &= \begin{bmatrix} Cx \\ G \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Où $x \in \mathbb{R}^{6N+4}$ est le vecteur d'état du système, $A \in \mathbb{R}^{6N+4 \times 6N+4}$ est une matrice de transition constante, $B \in \mathbb{R}^{6N+4 \times 2}$, u est l'entrée du système c'est à dire les températures d'entrée de l'alimentation et du perméat. $D_1 \in \mathbb{R}^{6N+4 \times 3N}$ est une matrice constante reliant les termes non linéaires aux équations d'état. $\gamma(t, x) \in \mathbb{R}^{3N \times 1}$ est la partie non linéaire du modèle de la DCMD constituée des flux d'eau distillée, $B_m \in \mathbb{R}^+$ est le coefficient de transfert de masse de la membrane. $H(x, R_{sc}) \in \mathbb{R}^{6N+4 \times 1}$ est une fonction non linéaire des états x et de la résistance thermique du fouling R_{sc} .

$y \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ est la sortie du système composée d'une partie linéaire et d'une partie non linéaire. La première étant une combinaison linéaire des états x à travers une matrice $C \in \mathbb{R}^{2 \times 6N+4}$ donnant les températures de sortie de l'alimentation et du perméat. La partie non linéaire représente le taux de production G , directement mesuré à la sortie du module.

Les matrices A, B, C, D et $\gamma(t, x)$ peuvent être obtenues directement à partir du système DEA 2.24 présenté dans le chapitre 2. Tandis que $H(x, R_{sc})$, pour un modèle avec trois cellules, est donnée par :

$$H(x, R_{sc}) = \left[\begin{array}{c}
8M_{fin}^4 a_{2s_1} T_{fin} - 4M_{fin}^2 a_{1s_1} Q_{f_1} - 8M_{fin}^4 a_{2s_1} T_{bf_1} \\
\frac{R_{sc}(1+R_f G_1 c_p)}{C_{bf} R_f (R_{sc}(1+R_f G_1 c_p)+R_f)} T_{bf_1} + \frac{1}{C_{bf}(R_{sc}(1+R_f G_1 c_p)+R_f)} T_{mf_1} \\
4M_1^4 a_{2s_2} T_{bf_1} - 4M_1^2 a_{1s_2} Q_{f_2} - 4M_1^4 a_{2s_2} T_{bf_2} \\
\frac{R_{sc}(1+R_f G_2 c_p)}{C_{bf} R_f (R_{sc}(1+R_f G_2 c_p)+R_f)} T_{bf_2} + \frac{1}{C_{bf}(R_{sc}(1+R_f G_2 c_p)+R_f)} T_{mf_2} \\
4M_2^4 a_{2s_3} T_{bf_2} - 4M_2^2 a_{1s_3} Q_{f_3} - 4M_2^4 a_{2s_3} T_{bf_3} \\
\frac{R_{sc}(1+R_f G_3 c_p)}{C_{bf} R_f (R_{sc}(1+R_f G_3 c_p)+R_f)} T_{bf_3} + \frac{1}{C_{bf}(R_{sc}(1+R_f G_3 c_p)+R_f)} T_{mf_3} \\
8M_{p_1}^4 a_{7s_1} T_{pout} - 4M_{p_1}^2 a_{6s_1} Q_{p_1} - 8M_{p_1}^4 a_{7s_1} T_{bp_1} \\
0 \\
4M_{p_2}^4 a_{7s_2} T_{bp_1} - 4M_{p_2}^2 a_{6s_2} Q_{p_2} - 4M_{p_2}^4 a_{7s_2} T_{bp_2} \\
0 \\
4M_{p_3}^4 a_{7s_3} T_{bp_2} - 4M_{p_3}^2 a_{6s_3} Q_{p_3} - 4M_{p_3}^4 a_{7s_3} T_{bp_3} \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
-\frac{R_{sc}(1+R_f G_1 c_p)}{R_f (R_{sc}(1+R_f G_1 c_p)+R_f)} T_{bf_1} - \frac{1}{R_{sc}(1+R_f G_1 c_p)+R_f} T_{mf_1} \\
-\frac{R_{sc}(1+R_f G_2 c_p)}{R_f (R_{sc}(1+R_f G_2 c_p)+R_f)} T_{bf_2} - \frac{1}{R_{sc}(1+R_f G_2 c_p)+R_f} T_{mf_2} \\
-\frac{R_{sc}(1+R_f G_3 c_p)}{R_f (R_{sc}(1+R_f G_3 c_p)+R_f)} T_{bf_3} - \frac{1}{R_{sc}(1+R_f G_3 c_p)+R_f} T_{mf_3} \\
0 \\
0 \\
0
\end{array} \right], \quad (4.12)$$

4.4 Analyse de la performance du système en présence du fouling

Afin de mettre en évidence l'effet du fouling sur les performances du système, et notamment la dégradation du taux de production, on conduit des simulations en présence de fouling pour différents scénarios.

On suppose un module avec 3 cellules aux dimensions $0.4 \times 0.15 \times 0.001\text{m}$.

Dans un premier temps, on génère un fouling au niveau d'une seule cellule, puis de deux puis des trois (c'est à dire tout au long de la membrane) et à chaque fois, on s'intéresse aux profils des températures et au flux d'eau distillée.

Les résultats des simulations sont représentés par les figures 4.2, 4.5 et 4.6.

On remarque dans les trois cas que le profil de température au niveau de l'interface membranaire est déformé de sorte à ce que celle-ci diminue par rapport au mode sain. De même, le flux d'eau distillée diminue de manière significative comme prévu lors de la modélisation.

De surcroît, plus le nombre de cellules touchées par le fouling est important, plus la température à l'interface membranaire est affectée et plus le flux diminue (-5°C et -31.45% respectivement pour une défaillance totale des cellules).

Il est également intéressant de noter que, bien que la résistance au flux n'ait pas explicitement été modélisée par une équation d'évolution du flux, cette dernière est induite par la diminution de la température imposée par la résistance R_{sc} , ce qui permet de valider cette approche de modélisation.

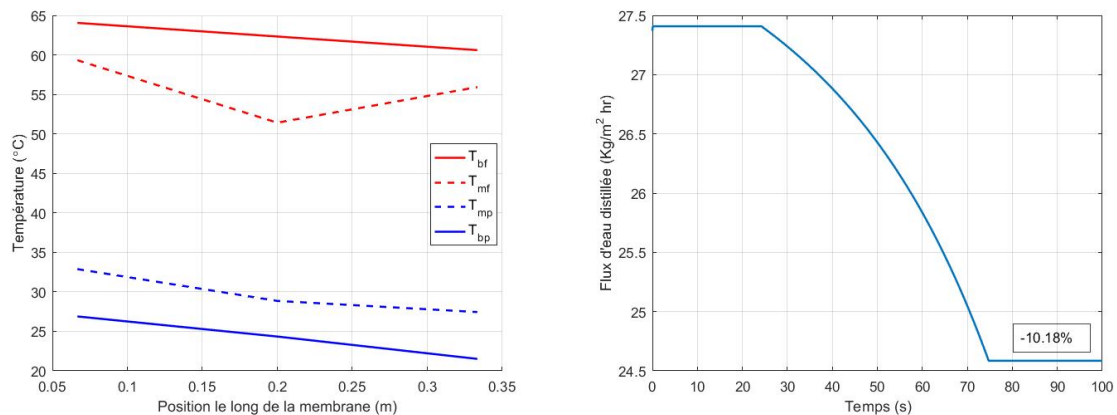


FIG. 4.5 : Évolution des profils de température et du flux total d'eau distillée dans le cas d'un fouling généré au niveau de la cellule 2

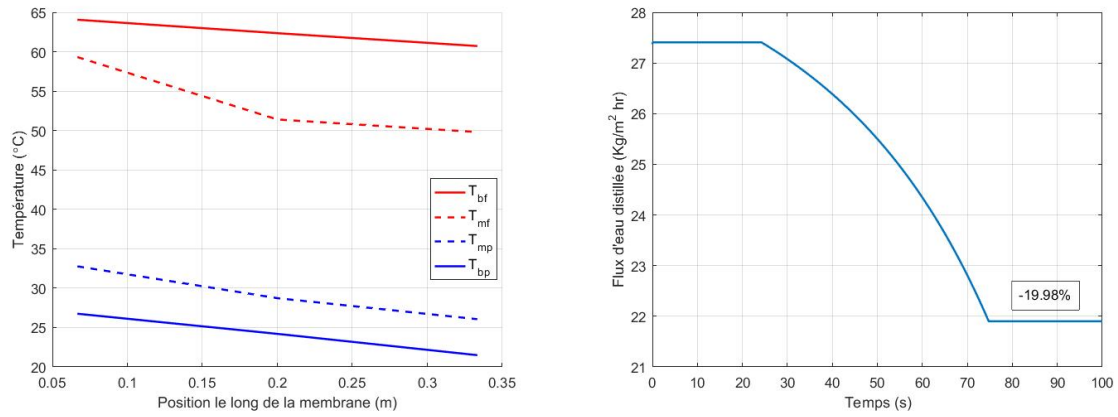


FIG. 4.6 : Évolution des profils de température et du flux total d'eau distillée dans le cas d'un fouling généré au niveau des cellules 2 et 3

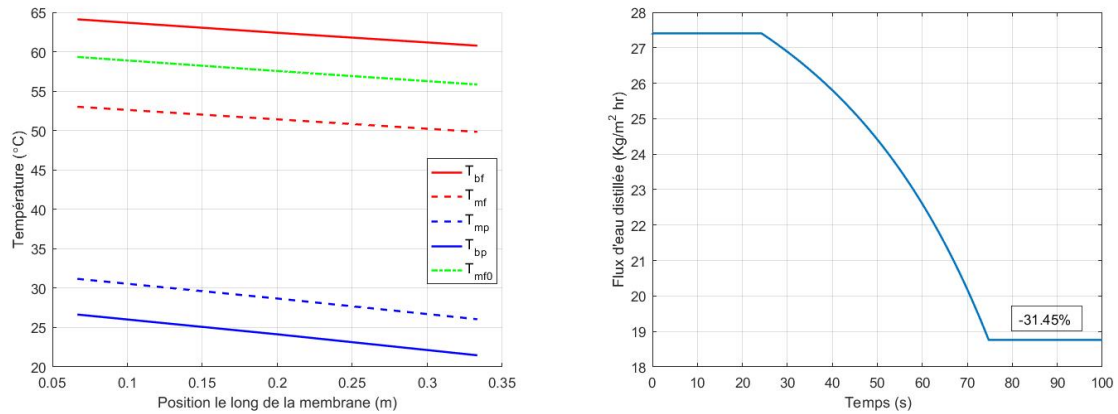


FIG. 4.7 : Évolution des profils de température et du flux total d'eau distillée dans le cas d'un fouling généré au niveau de toutes les cellules (le long de la membrane)

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, le phénomène du "fouling" des membranes dans la DCMD a été modélisé par extension du modèle de réseau thermique-électrique équivalent. La détérioration des performances du système, en l'occurrence le taux de production, a également été mise en exergue à travers des simulations.

Chapitre 5

Détection et localisation du fouling par un observateur adaptatif résilient

5.1 Introduction

L'encrassement (ou *fouling* en anglais) des membranes affecte la qualité de l'eau produite et détériore les performances des membranes, mais induit également d'énormes coûts de fonctionnement et de maintenance s'il n'est pas détecté à un stade précoce. De plus, la localisation du fouling permettrait de réduire les coûts de maintenance. Parce que l'incorporation de capteurs dans la station DCMD peut être très difficile et coûteuse, la surveillance de l'évolution du fouling à l'aide d'outils mathématiques est plus adaptée à cette application. Dans ce chapitre, nous proposons de synthétiser un observateur adaptatif résilient pour estimer et localiser le fouling dans la station DCMD et fournissons sa preuve de convergence. Enfin, nous présentons les résultats de la simulation pour évaluer les performances de l'observateur utilisé.

5.2 Motivation

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour détecter le fouling dans divers processus. L'approche la plus commune est basée sur la synthèse d'observateurs, où les profils estimés sont utilisés pour conclure sur l'occurrence de défauts dans le système, comme ce qui a été fait dans [6] où un observateur polynômial flou a été utilisé pour détecter l'encrassement dans les échangeurs de chaleur.

Pour le cas particulier des stations DCMD un observateur adaptatif a été utilisé dans [16] pour estimer l'évolution du fouling. Les auteurs ont exprimé des conditions suffisantes sous forme d'inégalités matricielles linéaires (LMI) afin d'assurer la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état et de paramètre. Cependant, pour de grandes valeurs de la constante de Lipschitz, les LMI peuvent devenir impossible à résoudre [30]. De plus, après une investigation approfondi des performances de l'observateur utilisé, plusieurs limitations ont été constatées surtout en ce qui concerne la localisation du fouling, ce qui nous a motivé à utiliser une version robuste d'observateur adaptatif développée dans [30] dit *observateur adaptatif résilient*.

Un observateur pour lequel l'erreur d'estimation diverge pour de petites perturbations sur le gain de l'observateur est dit fragile ou non résilient [3]. Comme le calcul des gains de l'observateur se fait généralement hors ligne, dans de nombreuses applications pratiques il se peut que le gain ait de lentes dérives ; il est donc impératif que l'observateur tolère certaines perturbations sur ses coefficients. L'observateur adaptatif résilient nous permet également d'avoir plus de flexibilité pour la résolution des LMI dans un espace plus grand de constantes de Lipschitz comparé à l'observateur adaptatif classique [3].

Pour toutes les raisons citées ci-dessus nous proposons d'utiliser dans ce chapitre un observateur adaptatif non linéaire résilient pour estimer et localiser le fouling dans la station de DCMD sous hypothèses que les termes non linéaires soient Lipschitz. On fournira par la suite une condition suffisante pour la convergence asymptotique des états et paramètres estimés à leurs vraies valeurs à l'aide d'LMI.

5.3 Synthèse d'observateur adaptatif pour les systèmes singuliers non linéaires

Les systèmes singuliers sont une classe générale de modèles (également appelés systèmes algébro-différentiels ou systèmes de descripteurs). Ces systèmes apparaissent naturellement lors de la modélisation de processus interconnectés, réseaux électriques et systèmes mécaniques contraints [21][29][18].

L'approche commune à la synthèse d'observateurs pour les systèmes singuliers linéaires consiste à utiliser un système d'EDO de sorte que sa solution converge asymptotiquement vers les vrais états par placement de pôles. Similairement aux systèmes d'EDO, la dynamique de l'observateur pour les systèmes singuliers non linéaires est constituée d'une copie du système d'origine avec un terme de correction d'erreur. Dans cette approche, sous hypothèse que tous les termes non linéaires soient Lipschitz, on peut obtenir le gain de l'observateur à partir de l'analyse de Lyapunov en résolvant un ensemble d'inégalités matricielles linéaires (LMI) [14] [39][46].

Dans ce chapitre, nous allons utiliser cette approche de synthèse d'observateur adaptatif résilient pour détecter le fouling dans la DCMD en se basant sur [17] et [3]. De plus la localisation du fouling est simplifiée par l'estimation du vecteur des résistances de fouling R_{sc} constitué de N résistances, une résistance pour chaque cellule. Ainsi il est possible de détecter la présence du fouling dans chaque cellule de la DCMD.

5.4 Estimation et localisation du fouling

En effectuant un développement de Taylor de la fonction $H(x, R_{sc})$ autour de $R_{sc} = 0$ et en prenant les termes linéaires, on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + Bu + D_1\gamma(t, x)B_m + D_2\tilde{H}(x)R_{sc}. \\ y &= \begin{bmatrix} Cx \\ G \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Où $\tilde{H}(x)$ est le jacobien de $H(x, R_{sc})$ et R_{sc} est la déviation de la valeur nominale zéro de la résistance thermique du fouling.

Soit l'observateur adaptatif résilient pour le système 5.1 :

$$\begin{aligned} E\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + D_1\gamma(t, \hat{x})B_m + D_2\tilde{H}(\hat{x})\hat{R}_{sc} + [K + \Delta(t)](Cx - C\hat{x}). \\ \hat{y} &= \begin{bmatrix} C\hat{x} \\ \hat{G} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Où $\hat{x} \in R^{6N+4}$ et $\hat{R}_{sc} \in R^N$ sont le vecteur d'état et le vecteur de paramètres estimés, respectivement. $K \in R^{6N+4 \times 2}$ est le gain de l'observateur et le terme résilient $\Delta(t) \in R^{6N+4 \times 2}$ est une perturbation additive bornée sur le gain de l'observateur tel que $\|\Delta(t)\| \leq r$ pour tout t .

Dans ce chapitre, nous allons considérer les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : le système 5.1 est R-observable et imp-observable (se référer à l'annexe A pour les définitions.)

Hypothèse 2 : Tous les termes non linéaires du système 5.1 sont Lipschitz, c'est à dire il existe $\alpha_1 > 0$ et $\alpha_2 > 0$ pour lesquels les fonctions $\gamma(t, x)$ et $\tilde{H}(x)$ vérifient :

$$\|\gamma(t, x_1) - \gamma(t, x_2)\| \leq \alpha_1 \|x_1 - x_2\|. \quad (5.3)$$

$$\|\tilde{H}(t, x_1) - \tilde{H}(t, x_2)\| \leq \alpha_2 \|x_1 - x_2\|. \quad (5.4)$$

Hypothèse 3 : Le vecteur de paramètres \hat{R}_{sc} est borné et constant par morceaux

$$\|\hat{R}_{sc}\| \leq \alpha_3, \quad \alpha_3 > 0 \quad (5.5)$$

On définit l'erreur d'estimation du vecteur d'état par $e_1 = x - \hat{x}$. A partir de 5.1 et 5.2, on obtient la dynamique de l'erreur de l'observateur :

$$E\dot{e}_1 = (A - KC - \Delta C)e_1 + D_1(\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x}))B_m + D_2 \left(\tilde{H}(x)R_{sc} - \tilde{H}(\hat{x})\hat{R}_{sc} \right). \quad (5.6)$$

Le théorème suivant inspiré de [17] donne des conditions suffisantes pour la convergence de la dynamique de l'erreur de l'observateur l'adaptatif.

Théorème 5.1 Considérons la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{R}}_{sc} = \Sigma^{-1} \tilde{H}(\hat{x}) \eta C (x - \hat{x}) + \Sigma^{-1} L (G - \hat{G}). \quad (5.7)$$

Où $L \in R^-$ est un gain constant, $\Sigma^{-1} = \Sigma^{-T} > 0$ est une matrice constante quelconque (le gain d'adaptation) et $\eta \in R^{q \times r}$ tel que $D_2^T P = \eta C$.

Le système 5.2 est un observateur adaptatif asymptotiquement stable pour le système 5.1, s'il existe une matrice non singulière $P \in R^{n \times n}$, une matrice $W \in R^{r \times n}$ tel que $K = (WP^{-1})^T$, et les scalaires $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_2 > 0$ et $\epsilon_3 > 0$ pour lesquels ces inégalités matricielles linéaires ont une solution.

$$E^T P = P^T E \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda & P^T & P^T & P^T \\ P & -\epsilon_1 I & 0 & 0 \\ P & 0 & -\epsilon_2 I & 0 \\ P & 0 & 0 & -\epsilon_3 I \end{bmatrix} < 0. \quad (5.8)$$

Où $\Lambda = A^T P + P^T A - C^T W - W^T C + \epsilon_1 \alpha_1^2 B_m^2 \|D_1\|^2 I + \epsilon_2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \|D_2\|^2 I + \epsilon_3 r^2 C^T C$.

α_1 et α_2 sont les constantes locales de Lipschitz des fonctions $\gamma(t, x)$ et $\tilde{H}(x)$, respectivement. α_3 est la limite supérieure de la résistance thermique du fouling R_{sc} .

De plus, si la condition d'excitation persistante est vérifiée $\forall t_0, \exists \xi, \delta > 0$ tel que

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} D_2 \tilde{H}(\hat{x}) \tilde{H}(\hat{x})^T D_2^T d\tau > \xi I. \quad (5.9)$$

Alors, l'erreur d'estimation des paramètres converge à zéro, c'est à dire $\hat{R}_{sc} \rightarrow R_{sc}$ quand $t \rightarrow \infty$.

Preuve : Afin de prouver que le l'observateur adaptatif 5.2 converge vers le système 5.1, il suffit de prouver que le système 5.6 est asymptotiquement stable.

On définit l'erreur d'estimation du vecteur de paramètre par $e_2 = R_{sc} - \hat{R}_{sc}$. Soit la fonction de Lyapunov suivante

$$V(t) = e_1^T E^T P e_1 + e_2^T \Sigma e_2. \quad (5.10)$$

Soit la dérivé de $V(t)$ par rapport au temps

$$\dot{V}(t) = (E\dot{e}_1)^T P e_1 + e_1^T P^T E \dot{e}_1 + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2. \quad (5.11)$$

On pose $\bar{A} = (A - KC - \Delta C)$ et on remplace dans 5.11

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \left[\bar{A} e_1 + D_1(\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x})) B_m + D_2(\tilde{H}(x) R_{sc} - \tilde{H}(\hat{x}) \hat{R}_{sc}) \right]^T P e_1 \\ &\quad + e_1^T P^T \left[\bar{A} e_1 + D_1(\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x})) B_m + D_2(\tilde{H}(x) R_{sc} - \tilde{H}(\hat{x}) \hat{R}_{sc}) \right] + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2, \\ &= e_1^T \left[\bar{A}^T P + P^T \bar{A} \right] e_1 + 2 \left[D_1(\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x})) B_m + D_2(\tilde{H}(x) R_{sc} - \tilde{H}(\hat{x}) \hat{R}_{sc}) \right]^T P e_1 \\ &\quad + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2. \end{aligned} \quad (5.12)$$

En remplaçant $\hat{R}_{sc} = R_{sc} - e_2$ on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e_1^T \left[\bar{A}^T P + P^T \bar{A} \right] e_1 + \left[D_1(\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x})) B_m \right]^T P e_1 \\ &\quad + 2 \left[D_2(\tilde{H}(x) - \tilde{H}(\hat{x})) R_{sc} \right]^T P e_1 \\ &\quad + 2 \left[D_2 \tilde{H}(\hat{x}) e_2 \right]^T P e_1 + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2. \end{aligned} \quad (5.13)$$

On applique le lemme B.1 à 5.13

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) \leq & e_1^T [\bar{A}^T P + P^T \bar{A}] e_1 + \epsilon_1 \|D_1(\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x}))B_m\|^2 \\
& + \epsilon_2 \left\| D_2(\tilde{H}(x) - \tilde{H}(\hat{x}))R_{sc} \right\|^2 \\
& + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})e_1^T P^T P e_1 \\
& + 2 \left[D_2 \tilde{H}(\hat{x})e_2 \right]^T P e_1 + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2.
\end{aligned} \tag{5.14}$$

En utilisant la propriété Lipschitzienne de $\tilde{H}(\hat{x})$ et $\gamma(t, x)$ et la bornitude de R_{sc} et Δ , 5.14 devient

$$\dot{V}(t) \leq e_1^T [\Lambda + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1} + \epsilon_3^{-1})P^T P] e_1 + 2 \left[D_2 \tilde{H}(\hat{x})e_2 \right]^T P e_1 + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2. \tag{5.15}$$

Où $\Lambda = \Omega + \epsilon_3 r^2 C^T C$,

Avec $\Omega = A^T P + P^T A - C^T W - W^T C + (\epsilon_1 \alpha_1^2 B_m^2 \|D_1\|^2 + \epsilon_2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \|D_2\|^2)I$.

Comme R_{sc} est constant par morceau, on obtient alors $\dot{R}_{sc} = 0$ et $\dot{e}_2 = -\hat{R}_{sc}$. En remplaçant par la loi d'adaptation 5.7, on obtient

$$2 \left[D_2 \tilde{H}(\hat{x})e_2 \right]^T P e_1 + 2e_2^T \Sigma \dot{e}_2 = -e_2^T L(G - \hat{G}). \tag{5.16}$$

Le terme $-e_2^T L(G - \hat{G})$ est tout le temps négatif

$$\begin{cases} \text{si } e_2 < 0 \text{ (} R_{sc} < \hat{R}_{sc} \text{)} \rightarrow (G - \hat{G}) > 0, \text{ Alors } -e_2^T L(G - \hat{G}) < 0 \\ \text{si } e_2 > 0 \text{ (} R_{sc} > \hat{R}_{sc} \text{)} \rightarrow (G - \hat{G}) < 0, \text{ Alors } -e_2^T L(G - \hat{G}) < 0 \end{cases} \tag{5.17}$$

L'inégalité 5.15 devient

$$\dot{V}(t) \leq e_1^T [\Lambda + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1})P^T P] e_1. \tag{5.18}$$

Pour que $\dot{V}(t) < 0$ il suffit que

$$\Lambda + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1} + \epsilon_3^{-1})P^T P < 0. \tag{5.19}$$

L'inégalité 5.19 est non linéaire en P (" $P^T P$ "). En utilisant le complément de Schur B.2 on peut la convertir en LMI.

$$\begin{bmatrix} \Lambda & P^T & P^T & P^T \\ P & -\epsilon_1 I & 0 & 0 \\ P & 0 & -\epsilon_2 I & 0 \\ P & 0 & 0 & -\epsilon_3 I \end{bmatrix} < 0. \tag{5.20}$$

Pour certains $\beta > 0$, on peut écrire l'inégalité 5.19 comme suit

$$\Lambda + (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1} + \epsilon_3^{-1})P^T P < -\beta I, \tag{5.21}$$

En remplaçant 5.21 dans 5.20, on obtient

$$\dot{V}(t) \leq -\beta e_1^T e_1. \quad (5.22)$$

Comme $V(t) > 0$ et $V(t)$ est strictement décroissante (de 5.22), on peut conclure que $V(t)$ est bornée. Par conséquent e_1 et e_2 sont bornées (5.10).

On intègre 5.22 de $t=0$ à $t=t_1$

$$V(t_1) \leq V(0) - \beta \int_0^{t_1} e_1^T(\tau) e_1(\tau) d\tau. \quad (5.23)$$

Comme $V(t)$ est bornée, on obtient de 5.23 que $e_1 \in L^2$. De plus, à partir de la dynamique de l'erreur de l'observateur 5.6, on peut conclure que $\dot{e}_1 \in L^\infty$.

À partir de ces résultats et en utilisant le lemme de Barbalat B.3, on obtient

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = 0 \text{ et } \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_1 = 0.$$

Par conséquent et à partir de 5.6, on obtient

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D_1 (\gamma(t, x) - \gamma(t, \hat{x})) B_m + D_2 \left(\tilde{H}(x) R_{sc} - \tilde{H}(\hat{x}) \hat{R}_{sc} \right) = 0, \quad (5.24)$$

Comme $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x} = x$ 5.24 est réduite à

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D_2 \left(\tilde{H}(x) \left(R_{sc} - \hat{R}_{sc} \right) \right) = 0. \quad (5.25)$$

En utilisant l'hypothèse de l'excitation persistante 5.9 (exigence typique dans l'identification [45]) L'erreur d'estimation du vecteur converge vers zéro ($\lim_{t \rightarrow \infty} e_2 = 0$) et on a $\hat{R}_{sc} \rightarrow R_{sc}$.

5.5 Simulation

Afin d'étudier les performances de l'observateur adaptatif proposé, deux simulations de fouling ont été effectuées : un fouling en escalier et un fouling progressif.

Dans cette section, nous considérons que la DCMD est répartie en 3 cellules. Les caractéristiques de la membrane utilisée sont données dans le tableau 5.1. La simulation a été effectuée avec une vitesse d'entrée constante de 0.39m/s et des températures d'entrée d'alimentation et de parméat de 65°C et 20 °C, respectivement.

La simulation de l'observateur a été développée en utilisant le solveur ode15s et la toolbox YALMIP de Matlab [23].

L'évaluation des performances de l'observateur se base principalement sur l'estimation des résistances du fouling, des états et de la sortie du système.

TAB. 5.1 : Paramètres de la membrane

Paramètre	Valeur
Longueur de la membrane	0.40 m
largeur de la membrane	0.15 mm
Épaisseur de la membrane	110 μm
Diamètre des pores	0.28 μm
Porosité	83%
Tortuosité	1.35 μm
Conductivité thermique	0.26 W/(m K)
Coefficient de transfert de masse	5.2021×10^{-5} kg/(m ² s Pa)

Avant de passer à la simulation, nous devons d'abord vérifier que l'hypothèse d'observabilité du système est vérifiée.

Avec un nombre total de cellules de 3, la dimension du vecteur d'état est de 1×22 . En appliquant les théorèmes A.1 et A.2 on trouve :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sE - A \\ C \end{bmatrix} = 22, \forall s \in C, \text{ avec } s \text{ fini.} \quad (5.26)$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} E & A \\ 0 & E \\ 0 & C \end{bmatrix} = 36 = n + \text{rang}(E) \quad (5.27)$$

Avec $\text{rang}(E) = 4n + 2 = 14$.

À partir de (5.26) et (5.27), nous pouvons conclure que notre système est R -observable et Imp -observable. Par conséquent, l'hypothèse 1 est vérifiée.

5.5.1 Fouling en escalier

Étant donné que l'hypothèse 3 de la synthèse de l'observateur stipule que les résistances du fouling doivent être constantes par morceaux, nous imposons des résistances de fouling en escalier pour les trois cellules. De plus, afin d'évaluer les performance de localisation de l'observateur, les profils des résistances sont décalés les uns des autres de 30s.

La figure 5.1 représente les profils estimé et réel de la résistance du fouling R_{sc} ainsi que l'erreur d'estimation de ce paramètre. Il est clair, à partir de ces figures, que l'observateur développé est capable d'estimer et de localiser correctement les résistances du fouling dans les différentes cellules du module. De plus, nous constatons que la réponse de l'observateur est instantanée. Ce résultat est très satisfaisant étant donnée la nature lente de la dynamique du fouling. Cependant, nous remarquons qu'il y a une petite erreur statique entre 70s et 75s, ceci est dû au fait que la condition d'excitation persistante n'est pas vérifiée entre ces deux instants.

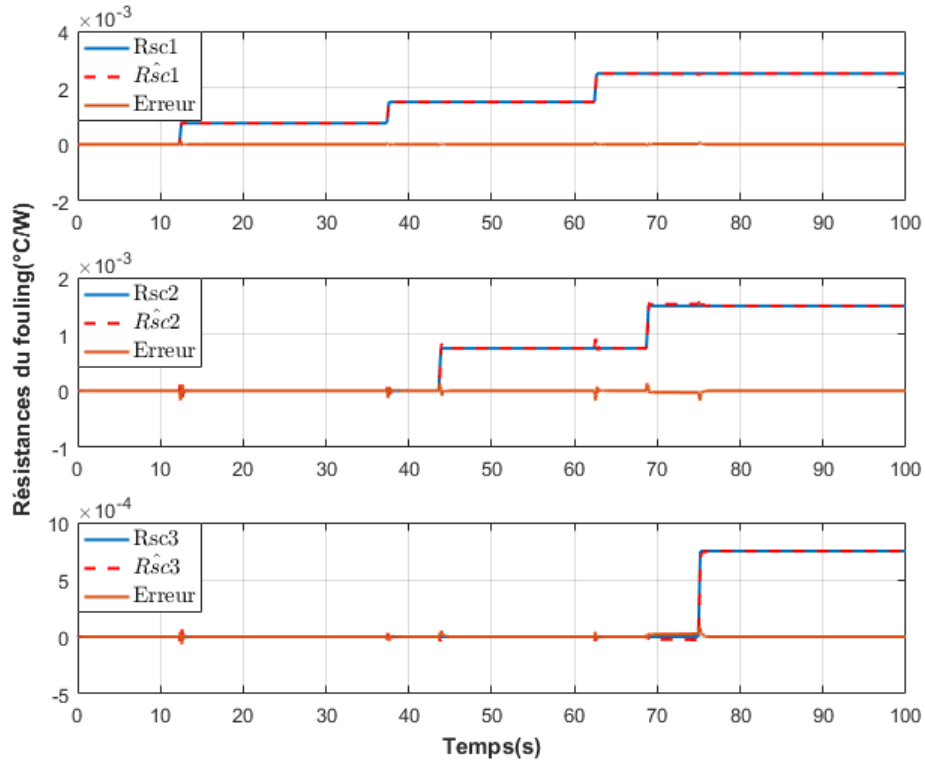


FIG. 5.1 : Résistances du fouling réelles et estimées pour un fouling en escalier

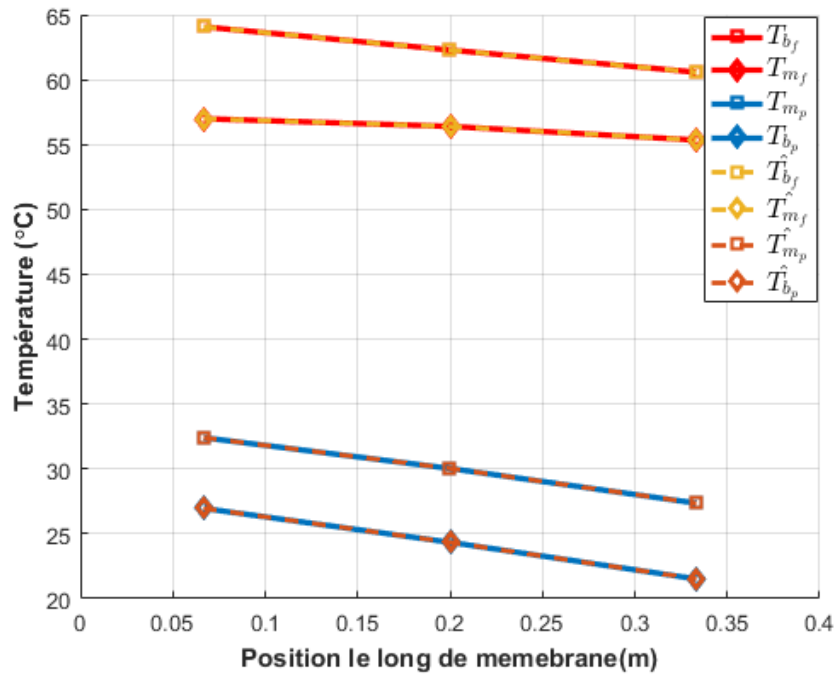


FIG. 5.2 : Répartition de la température réelle et estimée le long du module à $t=100s$ pour un fouling en escalier

Afin de s'assurer de la convergence des températures internes estimées vers les températures internes du module, nous avons simulé le profil spatial de températures estimées et réelles du côté de l'alimentation et du perméat à $t=100s$ comme le montre la figure 5.2. On voit très bien que les températures réelles et estimées sont identiques. Par conséquent, le flux d'eau distillée converge lui aussi vers sa vraie valeur comme le montre la figure 5.3.

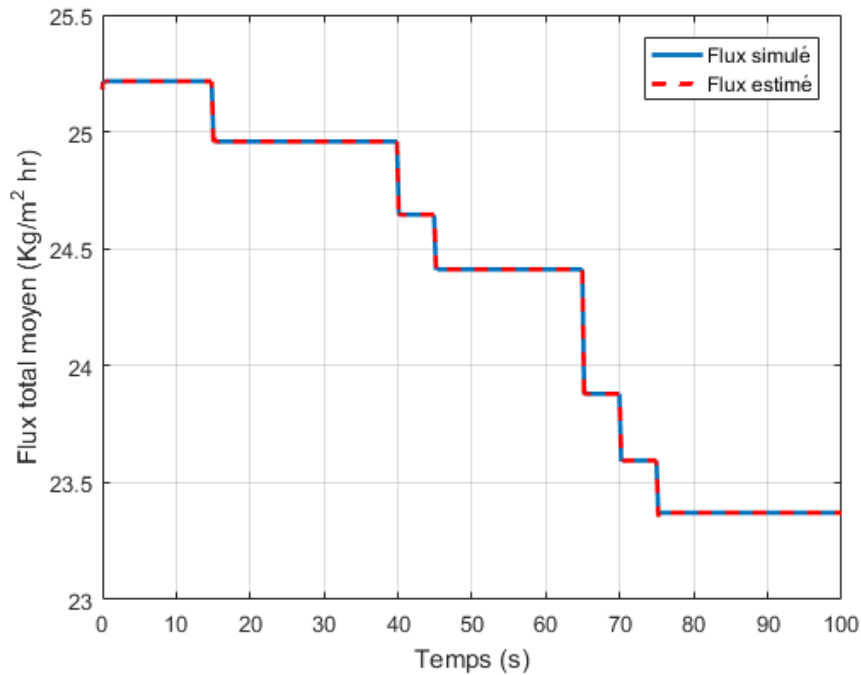


FIG. 5.3 : Flux d'eau distillée réel et estimé pour un fouling en escalier

5.5.2 Fouling progressif

Dans cette seconde simulation, nous imposons une résistance de fouling graduelle différente pour chaque cellule. Pendant les premières 20 secondes, les résistances de fouling sont maintenues à zéro. Ensuite, une augmentation progressive a lieu sur une durée de 60s jusqu'à ce qu'elles atteignent 2.5×10^{-3} , 2×10^{-3} et 1.5×10^{-3} et y restent pendant 20 secondes.

Les profils réel et estimé des résistances du fouling sont illustrés dans la figure 5.4. Il est clair que l'observateur adaptatif résilient utilisé nous permet de suivre l'évolution du fouling dans les différentes cellules de la membrane avec une très bonne précision, et cela malgré le fait que le paramètre à estimer ne soit pas constant par morceaux. En effet, on constate à travers la figure 5.4 que l'erreur d'estimation des trois résistances est nulle contrairement aux résultats obtenus avec l'observateur adaptatif classique utilisé dans [17].

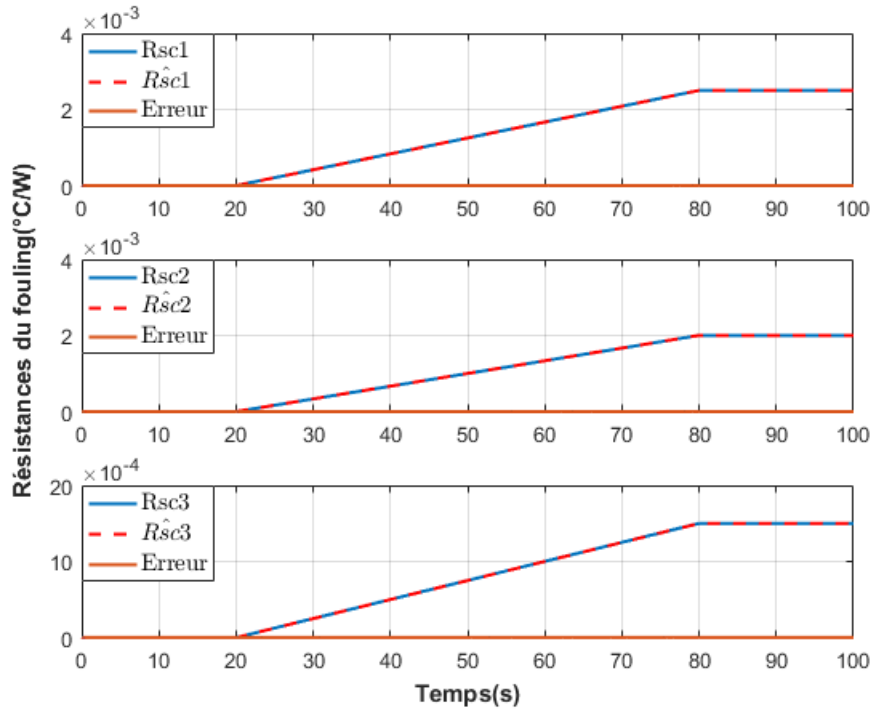


FIG. 5.4 : Résistances du fouling réelles et estimées pour un fouling progressif

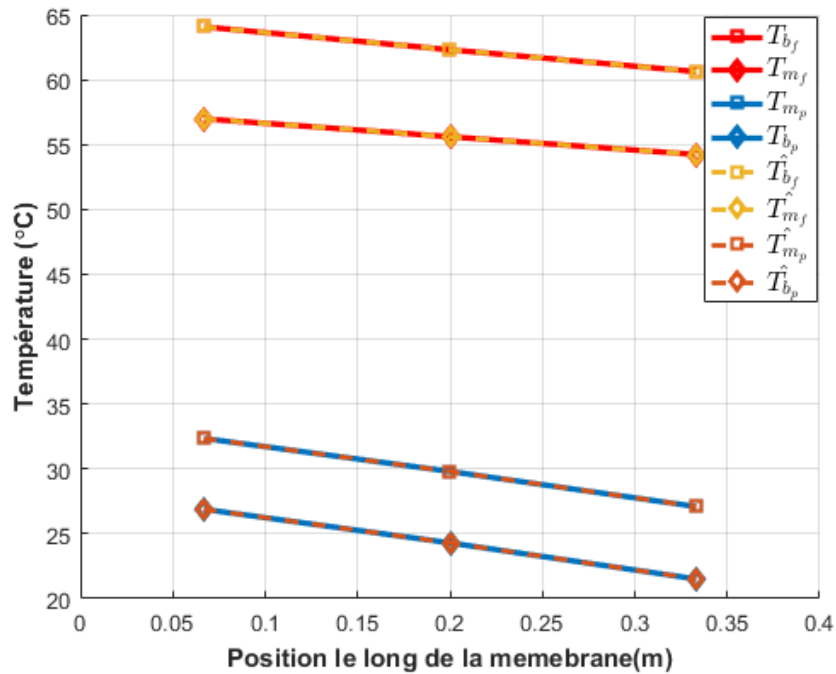


FIG. 5.5 : Répartition de la température réelle et estimée le long du module à $t=100s$ pour un fouling progressif

La figure 5.5 montre que la distribution spatiale estimée des températures internes de la DCMD à $t=100s$ converge vers la distribution réelle. L'observateur adaptatif résilient

utilisé est donc capable d'estimer conjointement les états et les résistances du fouling. De plus, la figure 5.6 montre que l'observateur proposé est également capable d'estimer correctement le flux moyen d'eau distillée.

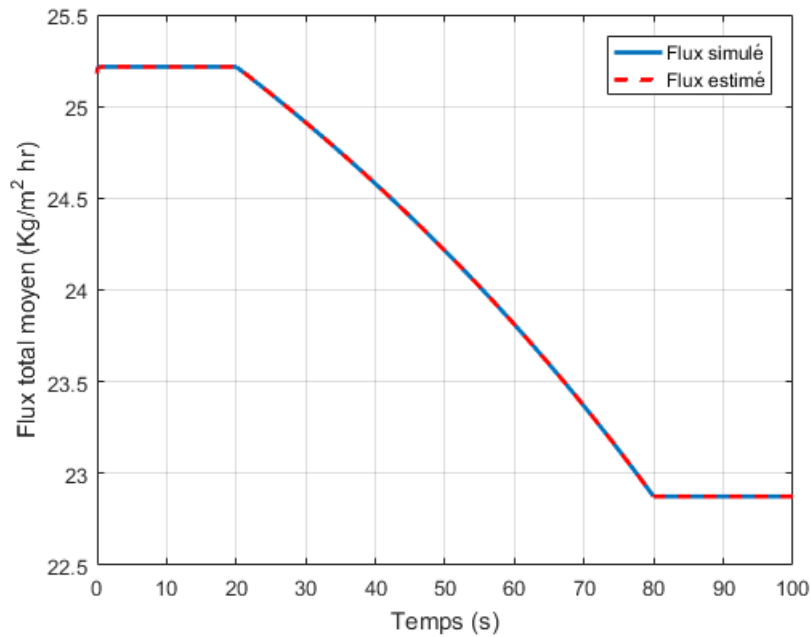


FIG. 5.6 : Flux d'eau distillée réel et estimé pour un fouling progressif

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons synthétisé un observateur adaptatif résilient pour estimer et localiser le fouling dans la station DCMD. Ensuite, nous avons donné une condition suffisante pour la convergence de l'observateur à travers la résolution d'un système d'inégalités matricielles linéaires (LMI). Enfin, nous avons présenté deux simulations afin d'évaluer les performances et les limitations de l'observateur utilisé. A partir des résultats obtenus, nous concluons que l'observateur adaptatif résilient donne une meilleure estimation du fouling que l'observateur adaptatif classique utilisé dans [17] avec une meilleure précision pour la cas du fouling progressif. Cependant, la condition d'excitation persistante n'est pas toujours vérifiée ce qui empêche la convergence des résistances du fouling vers leurs vraies valeurs. Ceci représente donc une limitation importante de l'observateur utilisé. Dans le prochain chapitre, nous proposerons une nouvelle méthode pour la détection et la localisation du fouling, plus flexible et avec des hypothèses moins restrictives.

Chapitre **6**

**Détection et localisation du fouling
avec un learning observeur**

6.1 Introduction

Toujours dans l'optique de détecter et de localiser le fouling dans la station DCMD, nous proposons dans ce chapitre de synthétiser un learning observer (ou capteur virtuel basé sur l'apprentissage automatique) où nous détaillons les différentes composantes de son architecture et présentons les résultats de la simulation pour plusieurs scénarios de fouling.

6.2 Motivation

Notre principale motivation à travers l'application d'un nouvel observateur était en premier lieu, de pallier aux limitations de l'observateur adaptatif proposé dans le chapitre précédent.

La méthode introduite dans [26] semblait répondre à notre besoin. Il s'agit d'une nouvelle approche de synthèse de capteur virtuel capable de reconstruire un signal non mesurable d'un système dont les paramètres varient dans le temps à partir d'un ensemble de mesures d'entrée/sortie, c'est à dire qui ne requiert pas la connaissance du modèle du système. L'idée est d'enrichir les données d'entrée/sortie par des estimations d'état issues d'observateurs linéaires, puis d'utiliser des méthodes d'apprentissage pour entraîner un prédicteur des signaux à estimer.

Le champ d'application de cette approche comprend le contrôle par gain préprogrammé, la maintenance prédictive mais aussi et surtout la détection et l'isolement de défauts, qui a attiré notre attention.

De plus, l'architecture proposée promet d'être peu coûteuse et efficacement implémentable dans les systèmes embarqués grâce aux faibles ressources de calcul et de mémoire qu'elle consomme.

Enfin, la méthode se distingue des techniques d'estimation classiques puisqu'elle propose d'apprendre directement un mapping entre les mesures et les paramètres à estimer et n'a, à notre connaissance, jamais été appliquée aux systèmes DCMD auparavant, ce qui nous a incitées à l'explorer.

6.3 Architecture du learning observer

Contrairement aux méthodes classiques de synthèse d'observateurs, nous ne supposons pas que le modèle soit connu, ni que les états soient mesurables.

Le système peut donc s'écrire sous la forme :

$$\Sigma_j : \begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k, R_{sc_k}) \\ y_k = g(x_k, R_{sc_k}) \end{cases} \quad (6.1)$$

Où $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ représente le vecteur d'état, $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur de sortie, $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur d'entrée, $R_{sc_k} \in \mathbb{R}^{n_{Rsc}}$ le vecteur des paramètres à estimer et où $f : \mathbb{R}^{n_x+n_u+n_{Rsc}} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ et

$g : \mathbb{R}^{n_x+n_{R_{sc}}} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ sont deux fonctions non linéaires inconnues.

Nos hypothèses sont les suivantes :

- u_k, y_k sont mesurables aussi bien pendant l'entraînement et les tests hors ligne que pendant les opérations en ligne.
- R_{sc_k} ne peut être mesurée que pendant l'entraînement et les tests.
- Le comportement dynamique du processus dépend fortement de R_{sc_k} .

Soit le jeu de données $D = \{u_k, y_k, R_{sc_k}\}$, $k = 1, \dots, K$ acquis hors ligne à partir du processus.

Pour notre application, nous utilisons comme entrées les quantités T_{fin}, T_{pin}, v_f , respectivement la température d'entrée d'alimentation, la température d'entrée du perméat et la vitesse. Pour ce qui est des sorties, nous choisissons T_{fout}, T_{pout}, G , respectivement la température de sortie d'alimentation, la température de sortie du perméat et le taux de production d'eau distillée. R_{sc} représente les signaux à estimer correspondants aux résistances de fouling au niveau de chacune des cellules du module de DCMD.

L'approche de synthèse du capteur virtuel pour l'estimation de R_{sc_k} en ligne à partir des mesures u_k, y_k se résume comme suit :

1. Identifier un modèle linéaire local Σ_k^γ à chaque instant k , $k = k_1, \dots, K$, $k_1 \geq 1$ où $\Sigma_k^\gamma \in H$ est un modèle paramétré par le vecteur γ_k , $\gamma_k \in R^{n_\gamma}$.
2. Utiliser une technique d'apprentissage non supervisé pour partitionner l'ensemble $F = \left\{ \begin{bmatrix} R_{sc_{k_1}} \\ \gamma_{k_1} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} R_{sc_K} \\ \gamma_K \end{bmatrix} \right\}$ en N clusters I_1, \dots, I_N tels que $\bigcup_{i=1}^N I_i = F$, $I_i \cap I_j = \emptyset$, $\forall i, j = 1, \dots, N, i \neq j$.
3. Identifier N modèles linéaires invariants dans le temps (LTI) Σ_i à partir des mesures u_k, y_k , $k \in I_i$, $i = 1, \dots, N$.
4. Synthétiser un observateur Luenberger L_i pour chaque modèle Σ_i .
5. Générer les estimations d'état \hat{x}_k^i , $k = k_1, \dots, K$ en exécutant les N observateurs sur le jeu de données D .
6. Entraîner un prédicteur de R_{sc_k} en utilisant l'apprentissage supervisé sur l'ensemble de données augmenté composé de u_k, y_k et des l valeurs précédentes de $\hat{x}_k^1, \dots, \hat{x}_k^N$.

Le fonctionnement en ligne du capteur virtuel global résulte de la mise en cascade des N observateurs et du prédicteur pour obtenir une estimation \hat{R}_{sc_k} de R_{sc_k} à partir de mesures u_k, y_k .

6.3.1 Identification des modèles linéaires locaux

Le but est de construire un ensemble de modèles linéaires invariants dans le temps Σ_j , $j = 1 \dots N$.

$$\Sigma_j : \begin{cases} x_{k+1}^j = A_j x_k^j + B_j u_k \\ y_k^j = C_j x_k^j \end{cases} \quad (6.2)$$

avec $x_k^j \in R^{\bar{n}_x}$ et A_j, B_j, C_j matrices de dimensions appropriées, chacune représentant le comportement du système réel au voisinage d'une certaine plage du signal R_{sc_k} .

Ces modèles seront utilisés par la suite pour la synthèse des observateurs correspondants.

Afin de définir le sous-ensemble I_j des données qui servira à identifier le modèle Σ_j , nous employons des techniques d'identification récursive des systèmes linéaires. En particulier, nous construisons un ensemble de modèles linéaires locaux $\{\Sigma_{k_1}, \dots, \Sigma_{k_K}\}$ décrivant le comportement du système à chaque pas de temps k , chacun caractérisé par un vecteur de paramètres γ_k . L'idée est que les échantillons (u_k, y_k) , $k \in I_j$, associés à des valeurs similaires de R_{sc_k} et de γ_k contribuent à l'identification du modèle Σ_j .

Nous considérons dans notre cas les modèles autorégressifs à entrées exogènes (ARX) d'ordre fixe car ils présentent un bon compromis entre représentativité et simplicité. L'identification récursive de γ_k est réalisée en utilisant les techniques de filtrage de Kalman linéaires variant dans le temps [22] basées sur le modèle suivant :

$$\begin{cases} \gamma_{k+1} = \gamma_k + \omega_k \\ y_k = [-y_{k-M}, \dots, -y_{k-1}, u_{k-M}, \dots, u_{k-1}] \gamma_{k+1} + v_k \end{cases} \quad (6.3)$$

Où $\omega_k \in R^{n_\gamma}$ et $v_k \in R$ sont des bruits blancs gaussiens de moyennes nulles.

Une fois les vecteurs de paramètres γ_k estimés à partir de 6.3, nous formons l'ensemble de données F et le partitionnons en N clusters I_1, \dots, I_N en utilisant l'algorithme K-means [37] basé sur la distance euclidienne.

En effet, la synthèse d'un observateur linéaire variant dans le temps basé sur des modèles linéaires locaux pour générer l'estimation d'état \hat{x}_k en ligne nécessiterait que le vecteur des paramètres γ_k soit lui aussi estimé en ligne. Afin d'éviter une identification récursive en ligne, nous utilisons pour le partitionnement uniquement les vecteurs γ_k collectés hors ligne, associés à leurs paramètres R_{sc_k} correspondants.

Ainsi, les coordonnées γ_j des centroïdes résultants I_j , $j = 1, \dots, N$ (c'est-à-dire le modèle moyen parmi tous les modèles appartenant au cluster) sont utilisés pour paramétrer un modèle ARX représentatif de chaque cluster I_j .

Ces modèles, une fois convertis en une représentation d'état minimale correspondante Σ_j décrite par des matrices constantes A_j, B_j, C_j de dimensions appropriées, seront utilisés pour concevoir les observateurs locaux correspondants. La réalisation minimale du modèle d'état nous permet de garantir l'observabilité du système LTI [5].

6.3.2 Synthèse des observateurs

Pour chaque modèle Σ_j , on construit un observateur fournissant une estimée \hat{x}_k^j de l'état x_k^j .

L'idée derrière l'utilisation de \hat{x}_k^j , conjointement à u_k, y_k , pour estimer R_{sc_k} établit un compromis entre robustesse et vitesse de convergence dans la conception des observateurs. En effet, un observateur robuste peut être trop lent pour réagir aux changements de R_{sc_k} , tandis qu'un observateur trop rapide sera très sensible au bruit et à l'effet des non linéarités. Dans les deux cas, l'estimation des états ne serait pas suffisamment informative pour récupérer le signal R_{sc_k} .

L'exécution de la banque de N observateurs en parallèle et en temps réel peut s'avérer trop coûteuse en matière de calcul. C'est pour cette raison que nous utilisons de simples observateurs Luenberger :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1}^j = (A_j - L_j C_j) \hat{x}_k^j + B_j u_k + L_j y_k \\ \hat{y}_k^j = C_j \hat{x}_k^j \end{cases} \quad (6.4)$$

Où L_j est la matrice des gains d'observation.

6.3.3 Augmentation et compression des données

Considérons à présent l'ensemble de données augmenté $D_{\text{aug}} := \{\hat{x}_k^1, \dots, \hat{x}_k^N, u_k, y_k, R_{sc_k}\}$, avec $k = k_1, \dots, K$.

Notre objectif est d'obtenir une bonne estimation du fouling R_{sc_k} en entraînant un réseau de neurones artificiel (ANN) sur l'ensemble de données augmenté D_{aug} défini par la formulation mathématique suivante :

$$\hat{R}_{sc_k} = F_{R_{sc}}(\hat{x}_k^1, \hat{x}_k^2, \dots, \hat{x}_k^N, u_k, y_k) \quad (6.5)$$

Tel que $F_{R_{sc}} : \mathbb{R}^{N \times n_x + n_u + n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{R_{sc}}}$ est la fonction représentant le réseau de neurones artificiel qui est apprise à partir des entrées de ce dernier.

Pour ce faire, nous minimisons une fonction coût J mesurant l'erreur entre la résistance du fouling R_{sc_k} et sa valeur reconstituée sur tout l'ensemble des données de k_1 à K .

$$R_{sc}^* = \arg \min_{R_{sc}} J(R_{sc_k}, \hat{R}_{sc_k}) \quad (6.6)$$

Nous choisissons tout particulièrement J comme étant l'erreur quadratique moyenne (MSE) définie comme suit :

$$J = \text{MSE} = \frac{1}{(K - k_1)} \sum_{k=k_1}^K (R_{sc_k} - \hat{R}_{sc_k})^2 \quad (6.7)$$

Afin d'intégrer d'éventuelles informations dans l'architecture $F_{R_{sc}}$ sur la relation entre \hat{R}_{sc_k} et $\{\hat{x}_k^1, \dots, \hat{x}_k^N, u_k, y_k\}$, nous considérons les vecteurs d'état estimés \hat{x} des N observateurs à travers une fenêtre de l données. La relation 6.5 devient alors :

$$\hat{R}_{sc_k} = F_{R_{sc}} (\hat{x}_k^1, \dots, \hat{x}_{k-l}^1, \dots, \hat{x}_k^N, \dots, \hat{x}_{k-l}^N, u_k, y_k) \quad (6.8)$$

l est un hyper-paramètre qui doit être choisis minutieusement. En effet, s'il est trop petit, la fenêtre temporelle des erreurs de prédiction des sorties passées peut ne pas être assez longue pour un observateur lent. D'autre part, s'il est trop grand, le capteur virtuel peut devenir excessivement lent pour la détection des changements dans les résistances du fouling.

Nous définissons à présent la structure suivante :

$$\hat{R}_{sc_k} = G_{R_{sc}} (e (\hat{x}_k^1, \dots, \hat{x}_{k-l}^1, \dots, \hat{x}_k^N, \dots, \hat{x}_{k-l}^N, u_k, y_k)) \quad (6.9)$$

Où $e : \mathbb{R}^{l \times N \times n_{\hat{x}} + n_u + n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_I}$ est une fonction pré-assignée définissant le vecteur $I_k = e (\hat{x}_k^1, \hat{x}_{k-l}^1, \dots, \hat{x}_k^N, \dots, \hat{x}_{k-l}^N, u_k, y_k)$ des entités et $G : \mathbb{R}^{n_I} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{R_{sc}}}$ La fonction à apprendre à partir des données en entrée.

Le rôle de e est de compresser les données en incorporant toutes les opérations nécessaires de prétraitement telles que la normalisation et la mise à l'échelle.

Étant donnée le nombre important d'entrées du ANN, nous allons utiliser e comme une fonction d'extraction à haute compression, réduisant ainsi le nombre d'entrées du réseau de neurones sans en dégrader les performances.

L'idée clé est de considérer en plus des entrées et sorties u_k et y_k , la somme ν_k^i des carrés des résidus $y_k - \hat{y}_k^i$ sur une fenêtre de l données passées.

$$\nu_k^i = \sum_{r=k-l}^k (y_r - \hat{y}_r^i)^2 \quad (6.10)$$

Ce qui nous permet de réduire le vecteur des entités $\mathcal{I}_k \in \mathbb{R}^{n_I}$ à

$$I_k = \{\nu_k^1, \dots, \nu_k^N, u_k, y_k\}$$

contenant seulement $n_I = (N + 1)n_y + n_u$ composants, permettant ainsi aux entrées du ANN, et donc à l'ANN lui-même, d'être très compactes. L'expression de \hat{R}_{sc_k} devient alors

$$\hat{R}_{sc_k} = G_{R_{sc}} (\nu_k^1, \dots, \nu_k^N, u_k, y_k) \quad (6.11)$$

Notons que pour obtenir une paramétrisation complète de $F_{R_{sc}}$ il suffit de prendre e comme étant la fonction identité.

$$I_k = e(I_k) = e (\hat{x}_k^1, \hat{x}_{k-l}^1, \dots, \hat{x}_k^N, \dots, \hat{x}_{k-l}^N, u_k, y_k)$$

Enfin, la dernière étape consiste en la standardisation des données I_k avant de les injecter au ANN. En premier lieu, on soustrait la moyenne μ de I_k observée sur l'ensemble des données d'entraînement pour avoir une moyenne nulle. Ensuite, on effectue une mise à l'échelle en divisant les composants de I_k par l'écart type σ observé sur l'ensemble des données d'entraînement afin d'obtenir un écart type unitaire.

Soit z un élément de I_k . La standardisation est formulée alors comme suit :

$$z_{new} = \frac{z - \mu}{\sigma} \quad (6.12)$$

Il est important de noter que les données du test doivent être normalisées avec la même moyenne μ et le même écart type σ que ceux utilisés pour les données d'entraînement.

6.3.4 Choix du prédicteur

Afin d'aboutir à une implémentation peu coûteuse en matière de calcul, nous devons envisager une architecture d'apprentissage très compacte pour notre ANN ayant une empreinte mémoire limitée. Nous considérons alors un simple réseau de neurones feedforward avec un nombre réduit de couches cachées composées de neurones avec une fonction d'activation de type Sigmoidale[28].

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (6.13)$$

En ce qui concerne la couche de sortie du réseau de neurones, nous utilisons une fonction d'activation linéaire. Enfin, afin d'entraîner efficacement notre ANN, nous choisissons la fonction de perte L comme étant la norme de l'erreur de prédiction au carré, ce qui nous permet d'obtenir la fonction coût précisée dans la section précédente.

L'architecture complète du learning observer pour l'estimation de la résistance du fouling R_{sc} est résumée dans la figure 6.1.

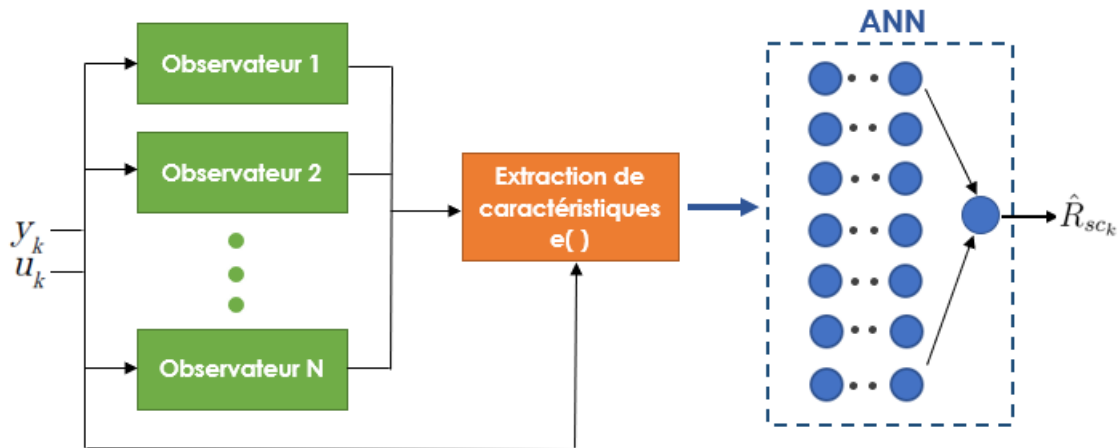


FIG. 6.1 : Architecture globale du learning observer

Pour entraîner notre réseau de neurones nous utilisons l'algorithme de propagation arrière de Levenberg-Marquardt [34] basé sur l'optimisation de Levenberg-Marquardt[25]. Cet algorithme est fortement recommandé pour l'entraînement des réseaux de neurones feedforward de taille moyenne et assure une convergence rapide des paramètres du réseau. Les poids et les biais du ANN sont mis à jour selon la formule itérative suivante[24] :

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \mathcal{H}_{app}^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{e} \quad (6.14)$$

Où \mathbf{J} et \mathbf{e} représentent respectivement la matrice Jacobienne et le vecteur d'erreurs de réseau. \mathcal{H}_{app} est la matrice Hessienne approchée définie par la formule modifiée suivante [24] :

$$\mathcal{H}_{app} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I} \quad (6.15)$$

Avec \mathbf{I} la matrice identité et μ un paramètre variable positif qui permet d'assurer l'inversibilité de la matrice Hessienne.

6.4 Simulation

Après avoir synthétisé le learning observer, nous procédons à la simulation numérique en considérant deux cas :

Le premier cas caractérisé par une même résistance de fouling le long de la membrane, ce qui revient à estimer un seul paramètre pour les trois cellules.

Le second cas, en associant une résistance de fouling pour chacune des cellules -donc trois paramètres à estimer-, ce qui nous permet, en plus de la détection du fouling, de localiser la cellule affectée.

La génération du jeu de données pour le learning observer a été réalisée en considérant la même membrane que celle du chapitre précédent.

Pour l'identification, nous avons utilisé un estimateur ARX récursif basé sur le filtre de Kalman paramétré par 3 sorties passées, 3 entrées passées et un retard unitaire à l'entrée. Cela nous a permis d'obtenir le vecteur des paramètres $\gamma_k \in \mathbb{R}^{36}$. Après l'étape du clustering, nous avons obtenu N systèmes LTI en réalisation minimale de 9 états chacun.

Pour la simulation, nous avons choisi $l = 4$, $k_1 = l + 1 = 5$ et considéré le placement de pôles suivant pour la synthèse des observateurs Luenberger des systèmes LTI : [-0.05; -0.01; -0.01; -0.2; -0.2; -0.12; -0.12; -0.03; -0.06].

L'identification du système et le réseau de neurones artificiel ont été implémentés à l'aide des toolbox *System Identification* et *Neural Network* de Matlab.

6.4.1 Cas 1 : Résistances de fouling identiques le long de la membrane

Les signaux utilisés pour générer le jeu de données D sont de forme sinusoïdale, fortement bruités et déphasés les uns des autres afin d'apporter un aspect aléatoire aux données. Les entrées sont donc variables et oscillent autour du point de fonctionnement du système, à savoir une vitesse de 0.3 m/s et des températures d'alimentation et de perméat de 65 °C et 20 °C respectivement.

L'ensemble D contient 30000 échantillons qui seront répartis en $N = 3$ clusters.

Un réseau de neurones artificiels feedforward constitué de trois couches cachées formées respectivement de 15, 15 et 10 neurones a été entraîné et la phase d'entraînement a été achevée avec une erreur quadratique moyenne (MSE) de 1.052×10^{-11} .

En vue d'évaluer les performances du réseau de neurones, et donc la capacité de l'observateur synthétisé à estimer le fouling, nous procédons aux tests suivants : le premier test

consistant en un fouling sous forme de rampe, les deuxième et troisième avec un profil en escalier. Les deux premiers tests sont effectués avec des entrées constantes, en l'occurrence une vitesse de 0.3 m/s et des températures d'alimentation et de perméat de 65 °C et 20 °C respectivement et le dernier avec des entrées variables dans le temps comme le montre la figure 6.2.

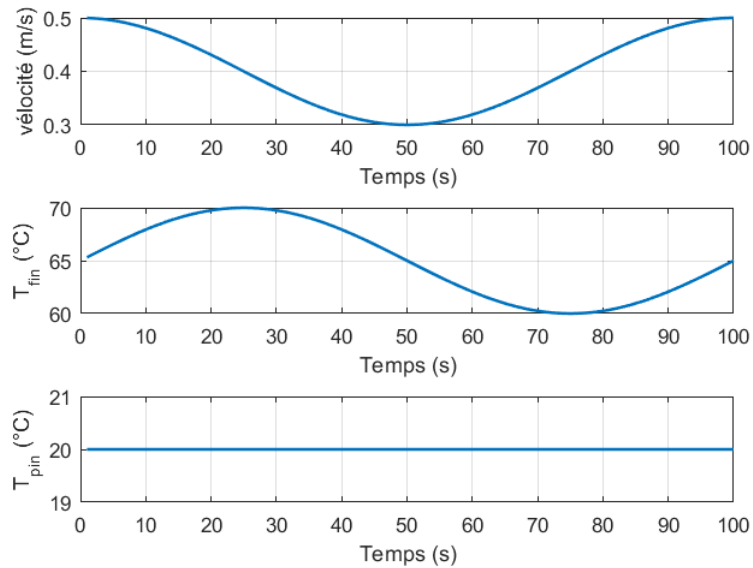


FIG. 6.2 : Profils des entrées pour la simulation du learning observer dans le cas d'une résistance de fouling en escalier

Les résultats obtenus sont illustrés par les figures 6.3, 6.4 et 6.5.

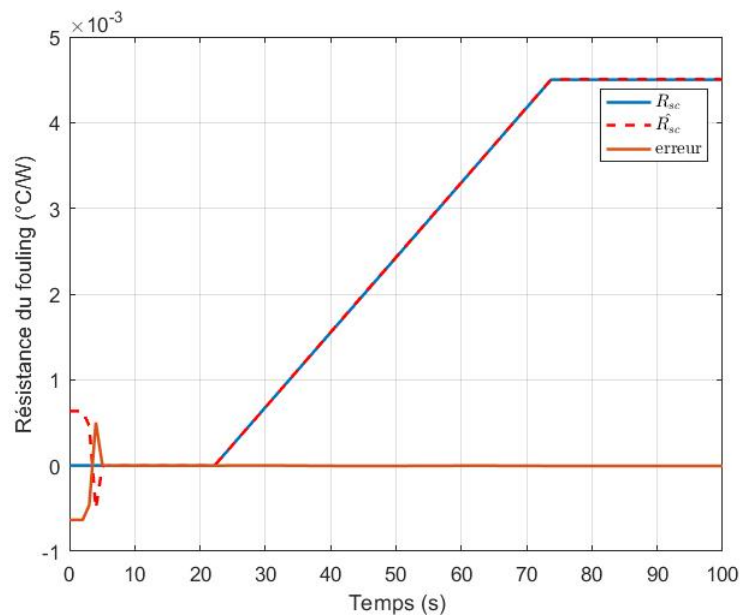


FIG. 6.3 : Résistances de fouling sous forme de rampe réelle et estimée par le learning observer

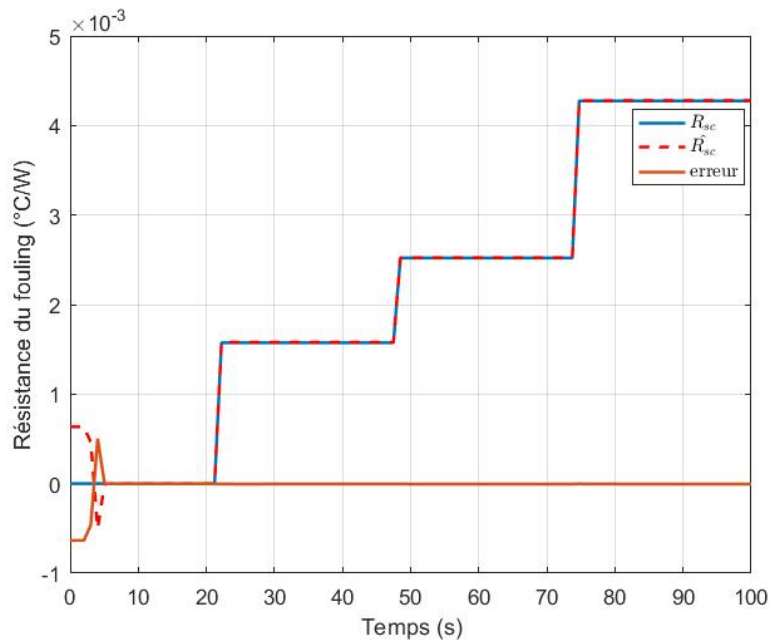


FIG. 6.4 : Résistances de fouling en escalier réelle et estimée par le learning observer avec entrées constantes

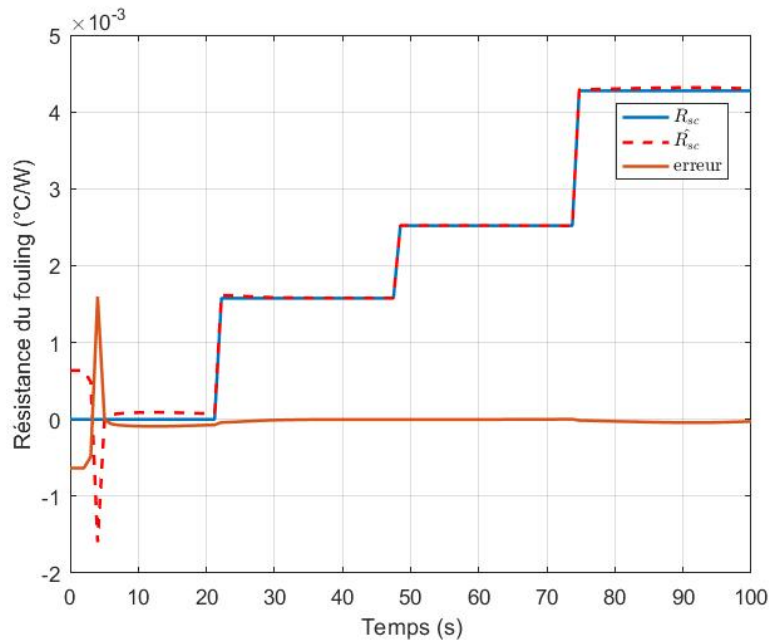


FIG. 6.5 : Résistances de fouling en escalier réelle et estimée par le learning observer avec entrées variables

Dans les trois cas de figures, le learning observer fournit une très bonne estimation de la résistance de fouling ; les signaux réels et estimés se superposent parfaitement et hormis la présence d'une erreur initiale liée à la dynamique des observateurs Luenberger en amont du réseau de neurones, la précision est très satisfaisante. De plus, contrairement à l'observateur adaptatif synthétisé dans le chapitre précédent qui ne converge que pour

des températures d'entrée et une vitesse constantes, le learning observer arrive à estimer la résistance du fouling avec une très bonne précision pour des entrées variables comme le montre la figure 6.5.

6.4.2 Cas 2 : Différentes résistances de fouling pour chaque cellule

Étant donnée la complexité de la tâche de localisation, nous avons généré plusieurs jeux de données et nous avons constaté que le jeu de données suivant donnait les meilleurs résultats : Nous avons généré des résistances de fouling sinusoïdales déphasées de périodes différentes fortement bruitées ce qui permet de créer toutes les combinaisons possibles entre ces trois paramètres. Nous les avons ensuite fait passer par un bloqueur d'ordre zéro ce qui nous a permis d'avoir des résistances de fouling continues par morceaux. Pour ce qui est des entrées, nous avons considéré une vitesse de 0.3 m/s et des température d'alimentation et de perméat de 65 °C et 20 °C, respectivement. Le jeu de donnée D compte 50000 échantillons qu'on a réparti ensuite en $N=8$ clusters.

Après augmentation et compression des données, nous avons entraîné un réseau de neurones feedforward de trois couches cachées avec respectivement 30, 30 et 10 neurones. Nous avons obtenu après 1551 itérations une erreur quadratique moyenne (MSE) de 4.63×10^{-8} .

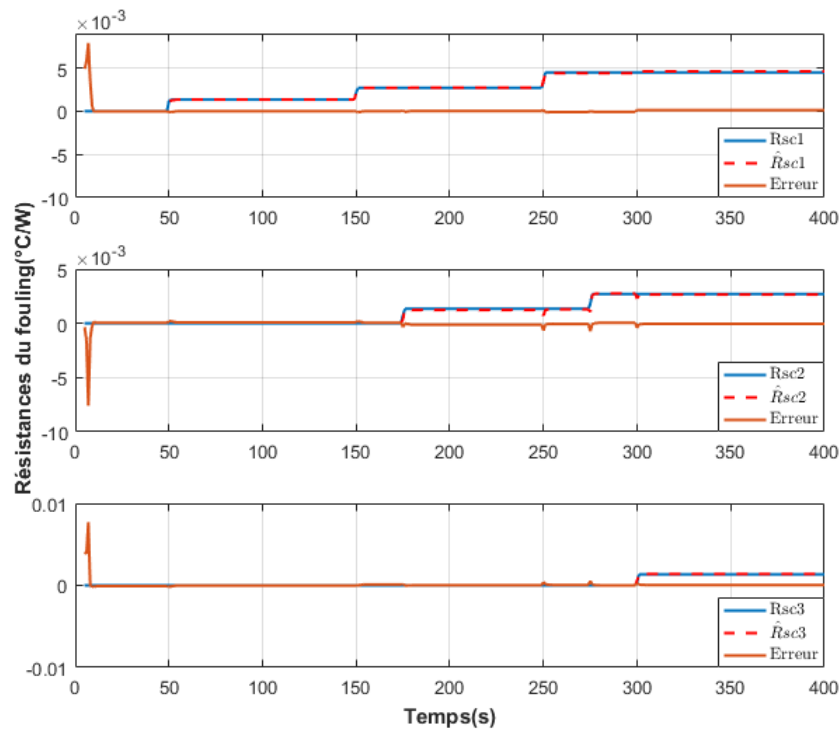


FIG. 6.6 : Résistances de fouling en escalier différentes réelles et estimées par le learning observer

Afin d'évaluer la capacité de l'observateur synthétisé à estimer et localiser correctement le fouling, nous avons effectué plusieurs tests. Le premier étant des résistances de fouling en escaliers décalées de 125s les unes des autres. Les résultats obtenus sont illustrés

dans la figure 6.6. Malgré les importantes erreurs d'estimation initiales, nous remarquons que le learning observer arrive à reconstituer l'allure du fouling dans les trois cellules avec une très bonne précision. De plus, il arrive à détecter dans quelle cellule le fouling apparaît.

La figure 6.7 nous permet de mieux visualiser les performances de localisation du learning observer comparé à l'observateur adaptatif résilient développé dans la chapitre précédent. Lorsqu'il y a du fouling au niveau de la 2ème cellule seulement, nous avons constaté, pour certaines valeurs, que l'observateur adaptatif résilient n'estime pas correctement les résistances du fouling et une erreur statique apparaît. Par conséquent, la localisation est biaisée. Ce qui n'est pas le cas du learning observer qui donne de très bons résultats dans ce même cas de figure. Notons que l'erreur initiale est également présente dans ce test, mais pour des raisons de visibilité nous avons recardé la figure 6.7 en négligeant les 10 premières secondes.

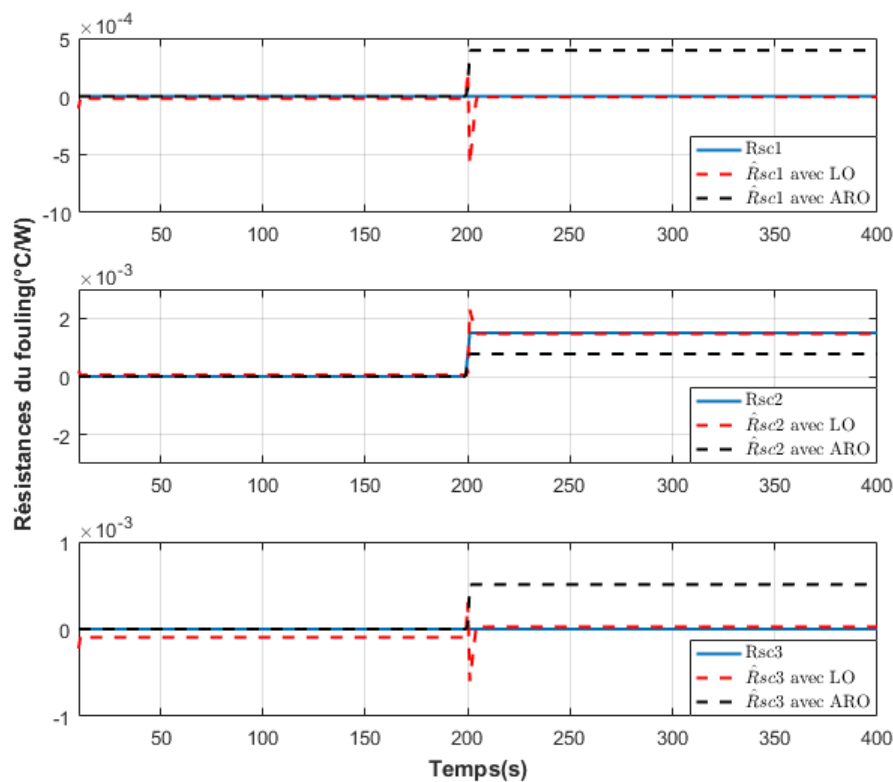


FIG. 6.7 : Détection du fouling dans la 2ème cellule avec le learning observer (LO) et l'observateur adaptatif résilient (ARO)

Contrairement à l'observateur adaptatif résilient, la convergence des paramètres avec le learning observer n'est pas liée à la satisfaction d'une condition telle que la condition d'excitation persistante, le réseau de neurones se charge de trouver simplement une relation entre les paramètres et les différentes entrées, ce qui lui donne une certaine flexibilité d'où la puissance de cet observateur.

Enfin, nous avons testé la capacité de notre observateur à estimer un fouling progressif dans une des cellule de la DCMD. Nous avons donc imposé une résistance constante pour

la première cellule de 4.5×10^{-3} , une résistance nulle pour la troisième et une rampe pour la deuxième.

Globalement, nous avons obtenu de bons résultats comme le montre la figure 6.8. Nous constatons que le learning observer a un peu plus de mal à estimer un fouling progressif dans le cas de résistances différentes, d'où l'apparition d'une erreur dans la partie rampe, c'est à dire de 80s à 240s, dans les trois cellules. Mais les résultats restent tout de même satisfaisants.

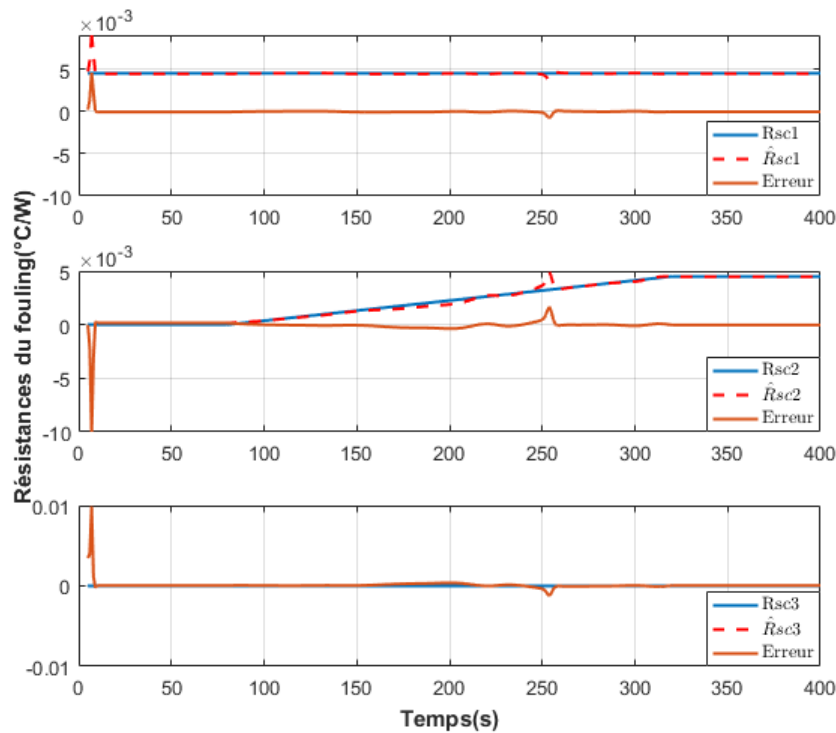


FIG. 6.8 : Résistances de fouling réelles et estimées par le learning observer, avec une résistances en rampe pour la 2 ème cellule

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une nouvelle méthode de détection et localisation du fouling à l'aide d'un learning observer. Dans un premier temps, nous avons détaillé l'architecture du learning observer en donnant ses différentes étapes de synthèse. L'idée clé de cette méthode est d'enrichir le jeu de données d'entrées/sorties avec les données générées par le traitement de ces mêmes données à travers une banque d'observateurs linéaires. Ce qui nous permet de concevoir un réseau de neurones artificiel très compacte et de réduire le nombre de données nécessaires à son entraînement. Nous avons ensuite effectué une simulation numérique en considérant le cas de résistances de fouling identiques le long de la membrane et le cas de résistances différentes. Les résultats obtenus sont très encourageants. En effet, la flexibilité du learning observer nous permet d'avoir une très bonne estimation du fouling, ainsi que de meilleures performances de localisation comparé à l'observateur adaptatif résilient.

Conclusion générale

La distillation membranaire à contact direct (DCMD) est la configuration MD la plus simple pour la production d'eau douce. Elle est capable de produire un flux élevé en utilisant une faible quantité d'énergie, ce qui la rend particulièrement attractive pour les applications industrielles. Afin d'ouvrir la voie à une commercialisation réussie du dessalement d'eau à base de DCMD, l'utilisation d'un modèle dynamique du processus précis et en adéquation avec les finalités de l'application est essentielle.

De nombreuses approches de modélisation ont été développées dans la littérature mais la plupart des modèles ne sont soit applicables que pour l'analyse adimensionnelle en régime permanent, soit inadéquats pour la commande et l'estimation en temps réel. Dans ce travail, nous avons adopté le modèle dynamique à ordre réduit développé dans [18] basé sur l'analogie électrique-thermique. Ce modèle permet non seulement des applications en temps réel mais préserve aussi l'aspect physique du système. Les résultats de la validation expérimentale du modèle de la DCMD utilisé concordent avec les données expérimentales pour les réponses en régime statique et dynamique du système. Une étude approfondie des performances du système a ensuite été établie en mettant en évidence l'effet d'un certain nombre de paramètres opérationnels sur l'efficacité et le rendement du processus.

Le phénomène d'encrassement des membranes, ou fouling, a ensuite été abordé en étendant le modèle utilisé pour tenir compte de la résistance thermique induite par la couche d'encrassement, ce qui permet de visualiser son impact sur les performances du système.

Afin de détecter et de localiser le fouling dans la station de DCMD, nous avons en premier lieu utilisé un observateur adaptatif résilient en ajoutant une perturbation au gain de l'observateur employé pour la détection du fouling dans [16] afin d'améliorer sa précision et pallier à ses limitations, surtout en matière de localisation. Cependant, la synthèse et la convergence de cet observateur dépendent fortement d'un certain nombre d'hypothèses et de conditions qui ne sont pas tout le temps satisfaites, ce qui représente une limitation majeure pour cette méthode.

Nous avons ensuite proposé une nouvelle approche pour la détection et la localisation du fouling ne dépendant d'aucune hypothèse ou condition restrictive. Il s'agit d'un learning observer, ou capteur virtuel, basé sur les données et les méthodes d'apprentissage supervisé et non supervisé. Bien qu'il ne soit pas aussi précis que l'observateur adaptatif résilient, le learning observer nous a permis d'avoir de meilleures performances de localisation du fouling. De plus, il arrive à estimer correctement les résistances du fouling lorsque les

entrées sont variables pour le cas de résistances identiques, chose qui n'était pas possible avec l'observateur adaptatif résilient.

La qualité des résultats obtenus au cours de ce projet de fin d'études donne lieu à d'intéressantes perspectives. En effet, le travail présenté peut être étendu dans les directions suivantes :

- Nous souhaiterions tester et valider expérimentalement les deux méthodes de détection et localisation du fouling proposées.
- Nous envisageons d'améliorer la précision du learning observer en générant un jeu de données plus important et plus riche en informations.
- Nous proposons également d'élargir l'intervalle des entrées du learning observer et de trouver la bonne combinaison des signaux d'entrées permettant d'avoir de bons résultats pour le cas de résistances de fouling différentes le long du module de la DCMD.
- Une perspective importante à considérer est d'utiliser d'autres approches pour la détection et la localisation du fouling, à savoir, le filtre étendu de Kalman ou encore les fonctions modulatrices.
- Une perspective, peut-être lointaine mais des plus intéressantes, serait de généraliser le modèle de la DCMD avec fouling pour inclure tous les autres types de fouling.

Bibliographie

- [1] ALKHUdhIRI, A., DARWISH, N., AND HILAL, N. Membrane distillation : A comprehensive review. *Desalination* 287 (January 2011).
- [2] CHAKIR, M. *Contribution à la Supervision et à la Commande Tolérante aux Défautes d'une Station de Dessalement par Contact Direct (DCMD)*. PhD thesis, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2017.
- [3] CHUNG SEOP JEONG, YAZ, E. E., BAHAKEEM, A., AND YAZ, Y. I. Resilient design of observers with general criteria using lmis. In *2006 American Control Conference* (2006).
- [4] DAI, L. *Singular Control Systems*. Springer-Verlag, 1989.
- [5] DE SCHUTTER, B. Minimal state-space realization in linear system theory : An overview. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 121 (September 2000), 331–354.
- [6] DELMOTTE, F., DAMBRINE, M., DELROT, S., AND LALOT, S. Fouling detection in a heat exchanger : A polynomial fuzzy observer approach. *Control Engineering Practice* 21 (October 2013), 1386–1395.
- [7] ELEIWI, F., AND LALEG-KIRATI, T.-M. Dynamic modeling and optimization in membrane distillation system. *The 19th World Congress of the International Federation of Automatic Control, Cape Town, South Africa* (August 2014), 3327–3332.
- [8] FENGXIANG CHEN, W. Z. Lmi criteria for robust chaos synchronization of a class of chaotic systems. *Nonlinear Analysis : Theory, Methods Applications* 67, 12 (2007), 3384 – 3393.
- [9] FORD, R. Electrical analogues for heat exchangers. *Proceedings of the IEEE - Part B : Radio and Electronic Engineering* 103 (January 1956), 65–82.
- [10] FRANCIS, L., GHAFFOUR, N., ALSAADI, A., NUNES, S., AND AMY, G. Performance evaluation of the dcmd desalination process under bench scale and large scale module operating conditions. *Journal of Membrane Science* 455 (December 2013).
- [11] GRYTA, M. Fouling in direct contact membrane distillation process. *Journal of Membrane Science* 325 (August 2008), 383–394.

- [12] H. J. HWANG, K. HE, S. G. J. Z., AND MOON, I. S. Direct contact membrane distillation (dcmd) : Experimental study on the commercial ptfe membrane and modeling. *Journal of Membrane Science* 371 (April 2011), 90–98.
- [13] HSUAN CHANG, GOW-BIN WANG, Y.-H. C. C.-C. L. C.-L. C. Modeling and optimization of a solar driven membrane distillation desalination system. *Renewable Energy* 35 (May 2010), 2714–2722.
- [14] KAPRIELIAN, S., AND TURI, J. An observer for a nonlinear descriptor system. In [1992] *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control* (1992), pp. 975–976 vol.1.
- [15] KARAM, A., ALSAADI, A., GHAFFOUR, N., AND LALEG-KIRATI, T.-M. Analysis of direct contact membrane distillation based on a lumped-parameter dynamic predictive model. *Desalination* 402 (January 2017).
- [16] KARAM, A., AND LALEG-KIRATI, T.-M. Membrane fouling modeling and detection in direct contact membrane distillation. *Journal of Process Control* 81 (September 2019), 190–196.
- [17] KARAM, A. M. *Reduced-Order Dynamic Modeling, Fouling Detection, and Optimal Control of Solar-Powered Direct Contact Membrane Distillation*. PhD thesis, King Abdullah University of Science and Technology, 2016.
- [18] KARAM, A. M., AND LALEG-KIRATI, T.-M. Electrical thermal network for direct contact membrane distillation modeling and analysis. *2014 IEEE Conference on Control Applications, CCA* (October 2014), 1563–1569.
- [19] KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [20] KHAYET, MOHAMED, M.-T. *Membrane distillation principles and applications*. Elsevier, 2011.
- [21] LEWIS, F. A survey of linear singular systems. *Circuits, Systems, and Signal Processing* 5 (March 1986), 3–36.
- [22] LJUNG, L. *System Identification : Theory for the User*. Prentice-Hall, Inc., USA, 1986.
- [23] LOFBERG, J. Yalmip : a toolbox for modeling and optimization in matlab. In *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No.04CH37508)* (2004), pp. 284–289.
- [24] LV, C., XING, Y., ZHANG, J., NA, X., LI, Y., LIU, T., AND CAO, D. Levenberg-marquardt backpropagation training of multilayer neural networks for state estimation of a safety critical cyber-physical system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics PP* (November 2017), 1–1.
- [25] MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 11, 2 (1963), 431–441.

- [26] MASTI, DANIELE, B.-D. B. A. Learning virtual sensors for estimating the scheduling signal of parameter-varying systems. *27th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)* (July 2019), 232–237.
- [27] MICALE, G., CIPOLLINA, A., AND RIZZUTI, L. *Seawater Desalination for Freshwater Production*. Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 1–15.
- [28] NANTOMAH, K. On some properties of the sigmoid function. *Asia Matematika 3* (April 2019), 79–90.
- [29] PEIYONG, L., ZHANG, Q., YANG, X., AND YANG, L. Passivity and optimal control of descriptor biological complex systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on 53* (February 2008), 122 – 125.
- [30] POURGHOLI, M., AND MAJD, V. A nonlinear adaptive resilient observer design for a class of lipschitz systems using lmi. *Circuits, Systems, and Signal Processing 30* (December 2011), 1401–1415.
- [31] QTAISHAT, M. R., MATSUURA, T., KRUCZEK, B., AND KHAYET, M. Heat and mass transfer analysis in direct contact membrane distillation. *Desalination 219* (January 2008), 272–292.
- [32] R. PORRAZZO, A. CIPOLLINA, M. G., AND MICALE, G. A neural network-based optimizing control system for a seawater-desalination solar-powered membrane distillation unit. *Computers and Chemical Engineering 54* (March 2013), 79–96.
- [33] SCHOFIELD, R., FANE, A., AND FELL, C. Heat and mass transfer in membrane distillation. *Journal of Membrane Science 33* (October 1987), 299–313.
- [34] SINGH, S. Backpropagation learning algorithm based on levenberg marquardt algorithm. *Computer Science Information Technology 2* (October 2012), 393–398.
- [35] SRISURICHAN, S., JIRARATANANON, R., AND FANE, A. Mass transfer mechanisms and transport resistances in direct contact membrane distillation process. *Journal of Membrane Science* (November 2005).
- [36] SUMMERS, EDWARD K., A. H. A., AND LIENHARD, J. H. Energy efficiency comparison of single-stage membrane distillation (md) desalination cycles in different configurations. *Desalination 290* (February 2012), 54–66.
- [37] T. HASTIE, R. T., AND FRIEDMAN, J. *The Elements of Statistical Learning*. Springer Series in Statistics, 2001, ch. 14.
- [38] TAI, Z. S., AZIZ, M. H. A., OTHMAN, M. H. D., ISMAIL, A. F., RAHMAN, M. A., AND JAAFAR, J. Chapter 8 - an overview of membrane distillation. In *Membrane Separation Principles and Applications*, A. F. Ismail, M. A. Rahman, M. H. D. Othman, and T. Matsuura, Eds., Handbooks in Separation Science. Elsevier, 2019, pp. 251 – 281.
- [39] TANG, H., AND HAN, Y. Full-order and reduced-order observer for a class of lipschitz descriptor systems with delays. *Journal of Natural Science of Heilongjiang University 29* (January 2012).

- [40] V. BUI, L. V., AND NGUYEN, M. Modelling the simultaneous heat and mass transfer of direct contact membrane distillation in hollow fibre modules. *Journal of Membrane Science* 353 (May 2010), 85–93.
- [41] WANG, F., AND TARABARA, V. Pore blocking mechanisms during early stages of membrane fouling by colloids. *Journal of Colloid and Interface Science* (October 2008).
- [42] WARSINGER, D. M. E. A. Theoretical framework for predicting inorganic fouling in membrane distillation and experimental validation with calcium sulfate. *Membrane Science* (2017).
- [43] YANG, X., FANE, A. G., WANG, R., AND WANG, R. *Membrane Distillation : Now and Future*. John Wiley Sons, Ltd, 2019, ch. 8, pp. 329–385.
- [44] ZERROUGUI, M. *Observation et commande des systèmes singuliers non linéaires*. PhD thesis, Ecole doctorale IAEM Lorraine, 2011.
- [45] ZHANG, Q. Adaptive observer for multiple-input-multiple-output (mimo) linear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 47, 3 (2002), 525–529.
- [46] ZHU, J., AND KHAYATI, K. Lmi-based adaptive observers for nonlinear systems. *International Journal of Mechanical Engineering and Mechatronics* (January 2012).

Observabilité des systèmes singuliers

Nous présentons dans cette annexe quelques définitions et théorèmes concernant l'observabilité des systèmes singuliers, qu'on peut retrouver dans [4][44].

Soit le système singulier suivant :

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + Bu + D\gamma(t, x)\theta + \psi(t, y, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{A.1}$$

Où $x \in R^n$ est la vecteur d'état du système, $u \in R^m$ est l'entrée du système supposée connue, $y \in R^r$ est la sortie, $\theta \in R^{n_\theta}$ est un vecteur de paramètres inconnus invariants dans le temps. Les matrices $E, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, D \in R^{n \times q}, C \in R^{r \times n}$ sont constantes, et $\text{rang}(E) = s < n$. La fonction non linéaire $\gamma(t, x) \in R^{q \times n_\theta}$ et $\psi(t, y, u) \in R^n$ sont localement lipschitziennes.

Définition A.1 (*R*-observabilité)

Le système A.1 est dit *R*-observable si tout état de l'espace atteignable peut être déterminé de manière unique à partir de la sortie $y(t)$ et de l'entrée $u(\tau)$ pour $0 < \tau < t$.

Théorème A.1 *Le système A.1 est R-observable si et seulement si son sous-système lent (équations différentielles) est observable, c'est à dire :*

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sE - A \\ C \end{bmatrix} = n, \forall s \in C, \text{ avec } s \text{ fini.} \tag{A.2}$$

Définition A.2 (*Imp*-observabilité)

Le système A.1 est dit *imp*-observable si le comportement impulsionnel dans la réponse d'état $x(t)$ peut être déterminé uniquement à partir du comportement impulsionnel de la sortie et des saut en entrée.

Théorème A.2 *Le système A.1 est Imp-observable si et seulement si son sous-système rapide (équations algébriques) est Imp-observable, c'est à dire :*

$$\text{rang} \begin{bmatrix} E & A \\ 0 & E \\ 0 & C \end{bmatrix} = n + \text{rang } E \tag{A.3}$$

Annexe **B**

Lemmes utiles

Nous présentons dans cette annexe les théorèmes et les lemmes utilisés dans la preuve de convergence de l'observateur adaptatif dans le chapitre 5.

Lemme B.1 [8]

Soit x et y des vecteurs réels de même dimension. Alors, $\forall \epsilon > 0$ l'inégalité suivante est valable :

$$2x^T y \leq \epsilon x^T x + \epsilon^{-1} y^T y \quad (\text{B.1})$$

Lemme B.2 (Complément de Schur)

Etant donné des matrices réelles X_1, X_2 et X_3 tel que $X_1 = X_1^T$ et $X_3 > 0$, alors

$$X_1 + X_2^T X_3^{-1} X_2 < 0 \quad (\text{B.2})$$

Si et seulement si

$$\begin{bmatrix} X_1 & X_2^T \\ X_2 & -X_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{B.3})$$

Lemme B.3 [19] (Lemme de Barbalat)

Soit $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction uniformément continue sur $[0, +\infty[$. On suppose que

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \phi(\tau) d\tau$ existe et finie, alors

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \phi(t) = 0$$