

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE INDUSTRIEL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**METHODE STOCHASTIQUE POUR LE CALCUL
DU GAIN DE L'EXPLOITATION D'UN CHAMP
PETROLIER BASEE SUR LA REDUCTION DE
L'INCERTITUDE A TRAVERS LE TEMPS.
APPLICATION SONATRACH.**

Proposé par :

M^r BENCHERIF
(EPP-SONATRACH)

Etudié par :

A. R. AZIBI
K. BELAZZOUG

Dirigé par :

M^{lle} N. ABOUN

PROMOTION

1994 / 95

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

**METHODE STOCHASTIQUE POUR LE CALCUL
DU GAIN DE L'EXPLOITATION D'UN CHAMP
PETROLIER BASEE SUR LA REDUCTION DE
L'INCERTITUDE A TRAVERS LE TEMPS.
APPLICATION SONATRACH.**

Résumé

La découverte d'un champ de pétrole doit s'accompagner d'une étude de rentabilité pour savoir s'il serait intéressant de consentir des investissements pour son exploitation.

L'objet de notre étude est de munir la **SONATRACH** d'une méthode d'évaluation précise permettant d'appréhender l'incertitude sur les réserves récupérables.

Notre démarche part du constat que les informations géologiques et géophysiques sur le réservoir sont récoltées au fur et à mesure de l'exploitation.

Nous proposons donc une méthode stochastique d'évaluation du gain de l'exploitation d'un champ de pétrole prenant en compte la réduction de l'incertitude sur les réserves récupérables à travers le temps.

Abstract

An economic evaluation must follow the discovery of an oil field in order to know if the investment for the exploitation would be interesting or not.

The purpose of our research is to supply the **SONATRACH** a manner of evaluating accurately the profitability taking in account the uncertainty on the recovery reserves.

Our investigation is based on the statement that the geological and the geophysical information about the reservoir are collected during the exploitation.

Therefore, we suggest a stochastic method of evaluating the profit of the exploitation of an oil field based on the reduction of the uncertainty on the recovery reserves over time.

يجب أن نركز الاستثمار لاستغلاله.
الهدف من دراستنا هو تزويد سو نظرات لسدوح تثمين
المردودية العميقة لضبط الأجد حول الإرتياب لدخيرتة
المسترجحة.

حلولنا تنطلق من معاينة المعلومات الجيولوجية والجيوفيزيائية
على الدخيرة لحلت تكسب أثناء الإستغلال.
نقترح طريقة ستوكستكية لتثمين مكسب الإستغلال لحقل بترولي
تأخذ بعين الإعتبار تخفيف الإرتياب حول الدخيرتة المسترجحة خلال
الزمن.

REMERCIEMENTS

Sincères remerciements à :

M^r **Bencherif** pour nous avoir proposé ce sujet, son soutien et ses conseils nous ont beaucoup aidé tout au long de la réalisation de ce travail.

M^{lle} **Aboun**, notre promotrice, son soutien ses orientations et ses corrections ont été décisifs pour notre travail.

M^r **El Kechai** pour ses explications et les longues discussions que nous avons eu avec lui et qui nous ont permis de clarifier bien des zones d'ombres.

M^r **Nouar** pour ces explications.

M^{me} **Belmokhtar** et M^r **Bouziane** pour nous avoir fourni des documents qui nous ont été très utiles pour notre recherche bibliographique.

Amine, Mabrouk, M^r Azibi, M^r Louaar, Fadéla et Sabrina sans qui ce document n'aurait pu se faire.

Karima, Ouiza, Meriama, Fayçal, Stéphane, Adlane, Bob, Blacky et Mami pour leur contribution à notre travail.

Les responsables des bibliothèques de SONATRACH (Production, TRC, EPP).

Dédicaces



A mes parents,

A mes sœurs et à mes frères,

A mes amis,

je dédie ce travail.

Karim.

Aux martyrs de l'Algérie républicaine,

A feue Saléha,

A ma famille,

A mes amis,

A Badidou, Mina et Badi,

Aux three imaginary Boys, qui ont toujours été quatre,

je dédie ce travail.

Riad.

SOMMAIRE

Pages

<i>INTRODUCTION GENERALE</i> -----	2
<i>CHAPITRE I: PRESENTATION GENERALE :LE PROBLEME ET SON CONTEXTE</i> -----	4
A) PRESENTATION DE L'ENTREPRISE-----	5
B) GENERALITES SUR LES HYDROCARBURES -----	8
C) PROBLEMATIQUE DE BASE-----	12
<i>CHAPITRE II :LE PETROLE EN GISEMENT ET LES PROBLEMES DE PRODUCTION</i> -----	14
I) ROCHES RESERVOIRS, EQUILIBRE DE FORCES DANS LE RESERVOIR -----	15
II) LE FORAGE-----	17
III) PROBLEMES DE PRODUCTION-----	19
IV) LE PROBLEME DES RESERVES-----	23
<i>CHAPITRE III:EXPLOITATION OPTIMALE D'UN RESERVOIR</i> -----	28
I) L'EXPLOITATION D'UN RESERVOIR-----	28
II) MODELE DE PRODUCTION-----	34
<i>CHAPITRE IV: EVALUATION DE LA RENTABILITE DE L'EXPLOITATION D'UN CHAMP DE PETROLE</i> -----	39
I) INTRODUCTION-----	40
II) LES DIFFERENTS PARAMETRES INTERVENANT DANS L' EVALUATION DE LA RENTABILITE-----	40
III) LE PROFIL DE PRODUCTION ET LA RENTABILITE DU CHAMP-----	43
IV) L'INCERTITUDE SUR LES RESERVES PETROLIERES ET LA RENTABILITE DU CHAMP-----	44

<i>CHAPITRE V: L'APPROCHE DETERMINISTE</i> -----	46
A) NOTIONS FONDAMENTALES DE CALCUL ECONOMIQUE-----	47
B) L'APPROCHE DETERMINISTE-----	53
<i>CHAPITRE VI: L'APPROCHE STOCHASTIQUE</i> -----	56
A) REVUE DE LITTERATURE-----	57
B) PRINCIPES DE L'ANALYSE BAYESIENNE-----	62
C) LE MODELE STOCHASTIQUE-----	74
I) INTRODUCTION-----	74
II) LE SYSTEME ET SA DYNAMIQUE-----	74
III) LE MODELE-----	78
D) MODELE STOCHASTIQUE AVEC RECUPERATION SECONDAIRE--	94
I) LA RECUPERATION SECONDAIRE-----	94
II) L'EVALUATION DE LA RENTABILITE-----	96
<i>CHAPITRE VII: IMPLEMENTATION DU MODELE ET APPLICATION</i>	
<i>SONATRACH</i> -----	98
A) IMPLEMENTATION DU MODELE ET PRESENTATION DU CAS	
TRAITE -----	99
I) PRESENTATION DU PROGRAMME ET VALIDATION-----	99
II) PRESENTATION DU CAS TRAITE-----	103
B) PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS-----	107
I) PRESENTATION DES RESULTATS-----	107
II) L'INVESTISSEMENT NECESSAIRE AU DEVELOPPEMENT DU CHAMP-----	109
III) INTERPRETATION DES RESULTATS-----	110

CHAPITRE VIII: CONCLUSION GENERALE ET SUGGESTIONS-----112

BIBLIOGRAPHIE-----115

ANNEXE I: LEXIQUE-----120

ANNEXE II: MODELISATION DES COMPOSANTES DU PRIX DU PETROLE

ANNEXE III: DEMONSTRATIONS-----123

ANNEXE IV: PROFILS DE PRODUCTION-----131

INTRODUCTION GENERALE

Pétrole, Prix du brut, Nouvelles découvertes de la SONATRACH, Réunion extraordinaire de l'OPEP, Réserves pétrolières,..., autant de mots qui font souvent la une de nos médias et qui alimentent la vie économique et politique Algérienne.

C'est dire l'importance des hydrocarbures dans notre activité économique, et le rôle de la SONATRACH dans la gestion de ces formidables ressources dont est pourvue l'ALGERIE .

La SONATRACH doit donc dans le cadre de son activité, prendre des décisions économiques importantes, décisions souvent prises dans des conditions d'incertitude partielle ou totale.

La conjugaison de l'importance de son activité, et de la complexité sans cesse croissante des situations économiques, conduit la SONATRACH à se munir d'outils d'aide à la décision rationnels et efficaces, conformes à ses objectifs de gains et son désir de sécurité.

La présente étude s'inscrit dans cette perspective, et se propose de doter l'entreprise d'un modèle stochastique contribuant à la résolution de l'épineux problème que constitue l'évaluation de la rentabilité de l'exploitation d'un champ de pétrole tout en appréhendant l'incertitude sur les réserves récupérables.

Notre étude s'articule autour de 8 chapitres: les trois premiers introduisent le contexte de l'étude à travers les problèmes de production et l'exploitation des réservoirs, nous y décrivons les différents aspects de l'exploitation pétrolière et y présentons un modèle analytique de construction de profil de production . Après avoir présenté la notion de rentabilité d'un champ de pétrole dans le chapitre IV, en mettant en relief les différents paramètres intervenants dans son évaluation, nous exposons les deux approches de calcul de la rentabilité : l'approche déterministe dans le chapitre V et l'approche stochastique dans le chapitre VI. Pour une meilleure compréhension des procédures d'évaluation de la rentabilité nous présentons en première partie du chapitre V les notions fondamentales de calcul économique. Nous présentons également en première partie du chapitre VI les principes de l'analyse Bayésienne, base théorique du modèle stochastique que nous développons dans ce même chapitre, non sans

avoir auparavant passé en revue différentes études ayant trait à l'évaluation de la rentabilité d'un champ de pétrole sous incertitude. Le chapitre VII est consacré à l'implémentation du modèle et à son application à un cas **SONATRACH**. Finalement le chapitre VIII est consacré aux conclusions et suggestions.

CHAPITRE I

PRESENTATION GENERALE

LE PROBLEME ET SON CONTEXTE

A) PRESENTATION DE L'ENTREPRISE

D) HISTORIQUE DE LA SONATRACH:

La **SONATRACH** (Société Nationale de Transport et de Commercialisation des Hydrocarbures) a été créée par décret n° 63-491 du 31/12/1963. A cette date, sa mission se limitait à la prise en charge du transport et la commercialisation des hydrocarbures.

C'est en 1966 que ses prérogatives ont été élargies à l'ensemble des activités du secteur des hydrocarbures:

- L'exécution de toutes les opérations de recherches et d'exploitation industrielle et commerciale des gisements d'hydrocarbures.
- La construction et l'exploitation de tous les moyens de transport des hydrocarbures.
- Le traitement et la transformation des hydrocarbures.
- La création d'une industrie pétrochimique ou de toute autre industrie connexe dérivant des hydrocarbures
- La distribution et la vente des hydrocarbures et leurs dérivés en Algérie et à l'étranger.

L'Algérie a nationalisé ses hydrocarbures le 24/02/1971, ce qui a étendu l'activité de la **SONATRACH** et augmenté ses capacités d'exploitation. Une ère nouvelle commença.

Lors de la restructuration de 1981, le tissu industriel ainsi créé a donné naissance à 17 grandes entreprises constituées à partir des divisions opérationnelles. Depuis la mise en place de ces entreprises, la **SONATRACH** se consacre totalement à ses missions centrées sur la recherche, la production, le transport, et le conditionnement des hydrocarbures ainsi que leur commercialisation.

II) PRÉSENTATION DE LA SONATRACH

La SONATRACH est une entreprise de type décentralisé par activités (exploration/production/transport/transformation), avec des structures de soutien et d'orientation au niveau du siège (finances, ressources humaines, études et planification...).

La SONATRACH :

- Contribue pour une part importante de la PIB (23% en 1992) ;
- Assure à l'état la quasi -totalité des rentrées en devises ;
- Contribue pour plus de 50% du budget de l'état par le biais de la fiscalité pétrolière ;
- Emploie près de 36000 personnes.

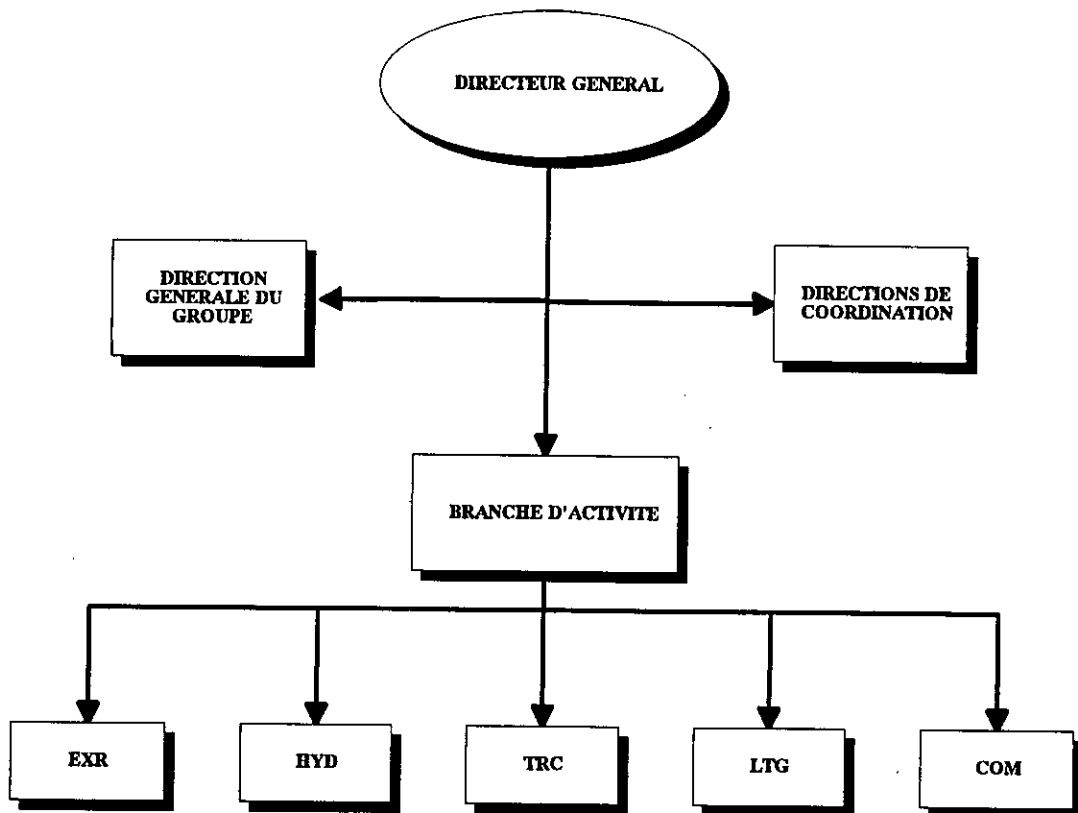
La SONATRACH exploite actuellement :

- des installations de production de pétrole et de gaz naturel couvrant plus de 80 gisements.
- un réseau de transport de 11400 km regroupant:
 - . 10 gazoducs avec une capacité de 90 milliards de mètres cubes de gaz naturel.
 - . 12 oléoducs avec une capacité installée de 95 millions de tonnes liquides.
 - . des installations de liquéfaction de gaz d'une capacité totale de 30,5 Milliards de mètres cubes de gaz naturel, à partir de 4 complexes (3 à Arzew et à 1 à Skikda)
 - . des installations de séparation de G.P.L. d'une capacité de 4,6 Millions de tonnes à partir de 2 complexes situés à Arzew.

Source : SONATRACH.

III) ACTIVITE ET ORGANISATION ACTUELLE DE LA SONATRACH

L'organisation actuelle de SONATRACH est structurée comme suit:



Son activité est représentée à travers les branches suivantes :

- **EXR** : Le développement et l'exploitation de la recherche.
- **HYD** : Le développement et l'exploitation des gisements d'hydrocarbures.
- **TRC** : Le développement et l'exploitation du réseau de transport des hydrocarbures par canalisations.
- **LTG** : Le développement et l'exploitation des complexes de liquéfaction du gaz et de transformation des hydrocarbures.
- **COM** : La commercialisation des hydrocarbures.

B) GENERALITES SUR LES HYDROCARBURES

I) FORMATION DES HYDROCARBURES [6]

1) La nature du pétrole et du gaz:

Le pétrole, comme le gaz naturel est un mélange de substances appelées hydrocarbures. Ces hydrocarbures sont composés, comme leur nom l'indique, d'atomes d'hydrogène et d'atomes de carbone.

Chacun de ces hydrocarbures est constitué d'un nombre différent d'atomes de carbone et d'hydrogène et donc de molécules de taille et de structure différentes, qui déterminent leur état physique: solide, liquide, gazeux.

2) La formation des gisements de pétrole et de gaz:

La structure chimique des hydrocarbures que nous venons de décrire s'explique par le fait qu'ils tirent leur origine de corps organiques riches en carbone et en hydrogène et contenant de l'oxygène.

Ces corps (animaux, végétaux) vivaient il y a des millions d'années dans les anciens fonds marins ou y ont été entraînés par l'érosion. Ils se sont ensuite mêlés aux sédiments qui se sont déposés et qui les ont enfouis. Ainsi, à l'abri de l'air, donc en milieu réducteur, ils vont subir un phénomène de fermentation au cours duquel l'oxygène qu'ils contiennent est consommé par des bactéries anaérobies. Les hydrocarbures sont donc le produit d'une réduction chimique.

Etant donné leurs propriétés physiques (liquides ou gazeuses), le pétrole ou le gaz se déplacent, on dit qu'ils migrent. En effet, les hydrocarbures quittent le milieu où ils se sont formés (roche-mère), et cela sous l'effet soit de la pression des couches de sédiments qui les recouvrent, soit des phénomènes de capillarité des terrains qu'ils imbibent ou encore de la poussée d'Archimède lorsqu'ils rencontrent de l'eau. Leur migration se poursuit jusqu'à ce qu'ils soient arrêtés par une couche de terrain imperméable (argile ou sel par exemple) où ils sont « piégés ».

Souvent le pétrole et le gaz naturel se trouvent ensemble, soit séparés en deux couches-le gaz au dessus et le pétrole en dessous-, soit mélangés, le gaz étant dissout dans le pétrole. Dans d'autres cas, le gisement ne contient que du pétrole ou que du gaz naturel.

II) L'EXPLORATION PETROLIERE [1], [6]

L'exploration est un travail de recherche extrêmement important dont le but est la découverte de gisement d'hydrocarbures. On peut considérer qu'elle comporte deux techniques distinctes:

- 1) la prospection
- 2) l'exploration par forage

1) La prospection:

La prospection concerne tous les travaux d'approche directe ou indirecte qui permettent de soupçonner ou non l'existence d'accumulation d'hydrocarbures. Les méthodes de prospection directes consistent en l'étude des indices, l'étude microchimique et micro-bactériologique des sols. Les méthodes de prospection indirecte comprennent des études géologiques et des études géophysiques.

a) La prospection géologique :

C'est la méthode de base indispensable à toute recherche pétrolière, elle se fait en deux phases :

-) *La géologie de surface* qui consiste à observer et à chercher tout signe indiquant la présence de terrains sédimentaires en utilisant divers techniques (études des roches à l'affleurement, examen d'échantillons en laboratoire, datation, photogéologie, sondages ou excavations de faible profondeur).

-) *La géologie de subsurface* dont l'objet principal est le contrôle des sondages, l'observation et l'analyse des échantillons extraits du puits (carottes, déblais), la mesure des différents paramètres (vitesse d'avancement du forage, caractéristiques physiques et chimiques des boues,...).

L'analyse des résultats de toutes ces observations permet de reconstituer une image aussi précise que possible du bassin en cours d'exploitation.

b) La prospection géophysique:

Elle intervient après la géologie de surface, et permet d'obtenir des renseignements sur la constitution et la structure profonde du sous-sol. Elle utilise des techniques dont la plus importante est la sismique qui consiste à provoquer, à la surface du sol, une série d'explosions dont les ondes de choc sont réfléchies par les différentes couches géologiques du sous-sol.

L'enregistrement de ces ondes par ces appareils spéciaux permet de reconstituer d'une manière précise les formes structurales du sous-sol, et par conséquent de détecter la présence de pièges.

2) L'exploration par forage:

Les forages d'exploration sont l'aboutissement de la prospection pétrolière. Ils permettent de confirmer d'une façon certaine la présence ou l'absence de gisements: c'est en quelque sorte l'épreuve de vérité. On parle de découverte dès que l'on ramène du pétrole à la surface.

III) L'EXPLOITATION [1], [6]

Consécutivement à une découverte confirmée d'un gisement, l'exploitation représente l'ensemble des opérations permettant d'extraire la plus grande partie possible des réserves, de collecter les produits et de les rendre aptes à la livraison aux « clients », de les stocker s'il y a lieu, et de les expédier.

L'exploitation comporte deux phases de durée très inégale:

1) La mise en exploitation (Développement) comportant le forage des puits de production, leur mise en production, leur équipement et les essais correspondants, et simultanément la création de toutes les installations nécessaires à l'exploitation: réseaux de canalisations, traitements de la production, stockage, expédition, moyens d'entretien,...

Cette première phase, suivant l'importance du gisement et sa situation géographique, peut durer de 2 à 6 ans.

2) La deuxième phase est celle de l'exploitation proprement dite qui peut durer 20, 30 à 40 ans éventuellement plus suivant qu'il s'agit d'un gisement de pétrole ou de gaz naturel, en fonction des caractéristiques du gisement, de l'état des techniques d'exploitation, des conditions économiques,...

Au cours de cette période des interventions dans les puits sont nécessaires: mesures périodiques au fond des puits, remplacement ou modification de l'équipement intérieur des puits,...

C) PROBLEMATIQUE DE BASE

Dans le contexte économique actuel, particulièrement délicat, la **SONATRACH** doit dans le cadre de son activité, prendre des décisions économiques capitales souvent dans des conditions d'incertitude.

La découverte d'un champ de pétrole, place aussitôt la **SONATRACH** dans un contexte de décision. Serait-il intéressant pour elle de consentir des investissements pour l'exploitation de ce champ ou pas?

Mais la difficulté majeure de l'évaluation de la rentabilité de l'exploitation d'un champ de pétrole est que l'on ne connaît pas avec précision les quantités de pétrole découvertes et que l'on peut extraire du gisement!

Aujourd'hui à la **SONATRACH**, l'évaluation de la rentabilité se fait selon une approche déterministe. Les calculs sont en effet, menés d'après une estimation unique des réserves récupérables, estimation souvent pessimiste dans un but de minimiser le risque d'investissement.

Cette démarche conservatrice comporte cependant des risques importants.

Ainsi la **SONATRACH** ne peut se permettre de rejeter l'exploitation d'un champ de pétrole (ou de gaz) suite à une erreur d'appréciation, car d'une part les frais engagés dans le cadre de l'exploration (frais considérables!!) représenteraient une perte sèche, et d'autre part elle pourrait se priver d'une opportunité intéressante d'investissement.

Dans cette optique, nous proposons de doter la **SONATRACH** d'un outil d'aide à la décision qui permet une évaluation précise de la rentabilité d'un champ de pétrole en tenant compte de l'incertitude sur les réserves récupérables.

Nous présentons une approche stochastique qui permettra d'appréhender l'aléa qui entoure la capacité et la productivité du gisement. Notre démarche part du constat que les informations géologiques et géophysiques sur le réservoir sont récoltées au fur et à mesure du développement et de l'exploitation. Ce qui conduit à une accumulation de l'information à travers le temps, synonyme de réduction de l'incertitude.

Notre étude est motivée d'une part, par le fait que l'on s'achemine progressivement, en toute probabilité, vers la découverte de gisements de petite ou de moyenne taille, et ceci partant du principe que souvent les grandes découvertes sont celles qu'on fait au début. L'évaluation de la rentabilité de ces champs est assez délicate contrairement aux champs immenses dont la rentabilité est garantie.

D'autre part la **SONATRACH** compte aussi étendre ses investissements à des zones nouvelles et où l'aléa entourant les réserves est très important du fait de la méconnaissance des sites. Appréhender cette incertitude pour évaluer la rentabilité est donc capital pour une prise de décision efficace.

CHAPITRE II

**LE PETROLE EN GISEMENT ET LES PROBLEMES DE
PRODUCTION**

LE PÉTROLE EN GISEMENT ET LES PROBLÈMES DE PRODUCTION

1) ROCHES RÉSERVOIRS, ÉQUILIBRE DE FORCES DANS LE RÉSERVOIR [1], [6]

1) Caractéristiques des roches réservoirs

Le mélange d'hydrocarbures et d'eau existant dans un gisement de pétrole, n'est pas contenu dans une « poche » comparable à un tonneau, mais il imprègne les pores de très faible dimension des roches dites roches réservoirs ou roches magasins, et dont les deux caractéristiques principales sont la porosité et la perméabilité.

La porosité est une grandeur purement géométrique. C'est le rapport, exprimé en pourcentage du volume des vides au volume total. Ces vides forment un réseau de canalisations de diamètre irrégulier et très réduit, un réseau très « tortueux », et de ce fait souvent difficile à parcourir par les fluides. La perméabilité, grandeur physique, se définit comme étant la quantité de fluide traversant, par unité de temps et sous l'effet d'une pression unité, un prisme de section et de longueur unité de la matière considérée. En fait, elle mesure la facilité avec laquelle un fluide traverse un milieu donné.

2) Équilibre des forces en présence dans un gisement vierge :

Le mélange des fluides (eau, gaz, pétrole) se trouvant placé dans un champ de forces qui dans un gisement vierge (non encore foré) s'équilibrent, on peut dire que le gisement est stabilisé, et ne se déplace plus, du moins à l'échelle humaine des temps (voir figure II-1).

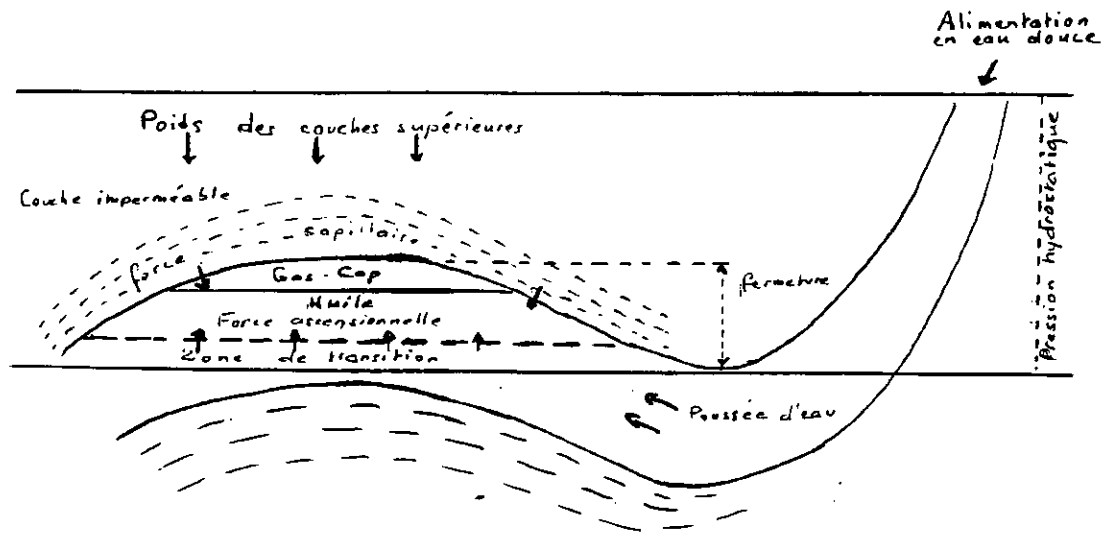


Figure II-1 : Piège structural pur, avec water drive. Les diverses forces qui s'équilibrent dans un gisement structural vierge sont figurées ici. La poussée de l'eau est due à la pression hydrostatique et à l'expansion de l'eau [6].

- a) Ce mélange est soumis au champ de pesanteur. Les fluides ayant tendance à se séparer selon leur densité, on retrouve l'eau en bas, le pétrole au milieu, et le gaz en haut (gas-cap).
- b) Dans le mélange, plusieurs forces de pression agissent sur l'équilibre:
-) La pression propre du pétrole issue de sa compressibilité et du gaz qui y est dissous.
 -) La compressibilité de l'eau bien que très faible, joue néanmoins un rôle non négligeable en raison des énormes masses d'eau en jeu.
 -) La pression hydrostatique de la masse d'eau qui imprègne le réservoir autour du gisement.
- c) Le poids des couches supérieures est directement supporté par le réservoir, et non par les fluides contenus; pourtant la compression du réservoir et concurremment sa baisse de porosité, sous l'effet des couches supérieures, aboutissent à un accroissement de pression des fluides contenus.
- d) Enfin le mélange est soumis aux forces engendrées par les pressions capillaires existant entre le réservoir poreux et perméable d'une part, et les constituants du mélange fluide d'autre part.

Pour être conservé, le gisement doit être recouvert d'une couche imperméable dite couverture, c'est à dire d'un milieu qui ne laisse pas circuler les fluides.

3) Le piège à pétrole- le pétrole dans son gisement vierge :

Après sa formation, le pétrole, sous l'effet des forces que l'on vient de citer, se déplace (migration) à l'intérieur d'un milieu imprégné d'eau, et se met en place lorsqu'il est arrêté par une combinaison de facteurs géométriques et physiques qui stoppent sa marche et constituent le piège.

Un gisement vierge se présente, donc, de la façon suivante, de haut en bas :

- a) Au sommet, une couche imperméable: la couverture.
- b) Le réservoir contenant des hydrocarbures classés par ordre de densité croissante :
 - Le gaz pur, sans pétrole : c'est le gas-cap qui peut ne pas exister.
 - Le pétrole avec gaz dissous.
 - Une zone de passage pétrole-eau (zone de transition de la figure II-1) d'autant plus épaisse que le réservoir est moins perméable et que le pétrole est plus lourd.
- c) Sous la zone imprégnée en hydrocarbures, on rencontre une zone à 100% d'eau.

II) LE FORAGE [6]

Le forage représente l'ensemble des opérations qui consistent à pénétrer dans le sous-sol à l'aide d'outils appropriés pour l'extraction des fluides qui y sont contenus.

Lorsque le sondage pénètre dans la couche, il rompt l'équilibre des forces qui maintiennent en place les hydrocarbures. Cette rupture d'équilibre provoque une poussée des hydrocarbures contenus dans le réservoir vers la surface à travers le forage, et on assiste donc à une éruption de pétrole; la production commence.

1) Appareil de forage

L'ensemble de l'appareillage qui sert au forage est constitué des principaux éléments suivants :

- a) une tour appelée derrick pouvant atteindre 40 mètres de haut. Cette charpente sert à supporter et à manoeuvrer le « train de tiges » (tubes de 9 mètres de long vissés les uns aux autres) par l'intermédiaire d'un câble passant dans des poulies fixes et dans des poulies mobiles.
- b) une table de rotation qui permet le mouvement de rotation de l'ensemble du train de tiges auquel est fixé l'outil de forage (trépan).
- c) un treuil qui permet l'enroulement ou le déroulement du câble de manoeuvre de train de tige.
- d) des bassins de boue de forage (mélange d'eau et de produits chimiques) permettant de préparer cette solution en vue de son injection dans le trou de forage et de la recueillir à sa sortie.
- e) des pompes à boue permettant son pompage sous pression.
- f) un ensemble de moteurs diesel dont la puissance peut atteindre 2000 CV et qui délivrent l'énergie nécessaire à toutes les machines.

2) la boue de forage

la boue de forage joue un rôle important, elle a pour fonction de :

- refroidir l'outil et de le lubrifier,
- évacuer les débris de forage,
- maintenir les parois du trou pour éviter les éboulements,
- parer aux éruptions violentes de brut ou de gaz,
- colmater les venues d'eau.

Recueillie à sa sortie, la boue passe à travers un tamis vibrant où elle abandonne les déblais qui sont soigneusement analysés par les géologues.

Elle est ensuite envoyée dans les bassins d'où, après décantation et retraitement, elle est reprise par les pompes et réinjectée de nouveau dans le puits.

3) Le forage rotary

Le principe du forage rotary (technique la plus utilisée) consiste à briser la roche par l'effet combiné de la rotation et de l'application d'une force (poids de train de tiges) sur l'outil de forage. Ce dernier comporte des dents ou des pastilles en métal dur (tungstène) ou diamantées.

La boue est injectée en permanence et sous pression contrôlée à l'intérieur des tiges de forage. Elle ressort au fond du trou par les orifices du trépan et remonte à la surface en acheminant à travers « l'espace annulaire », se trouvant entre les parois du trou exécuté et le diamètre extérieur des tiges.

A titre d'exemple, notons qu'un forage moyen de développement à Hassi Messaoud atteint en moyenne une profondeur de 3200 mètres.

III) PROBLÈMES DE PRODUCTION [6]

1) Rythmes de production

Le rythme de production d'un puits est commandé par l'opérateur. Un débit trop lent n'a pas d'inconvénient technique, mais il a bien sûr un effet néfaste sur le bénéfice total actualisé que l'on peut attendre du puits. Un débit trop rapide aura l'une ou l'autre des conséquences suivantes :

a) dilapider le gaz, qui est un des moteurs de la production.

b) par effet de dépression (voir figure II-2), déformer vers le bas la surface gaz-pétrole (gas coning) ou vers le haut la surface eau - pétrole (water coning); le puits tend alors à débiter de plus en plus de gaz ou d'eau et de moins en moins de pétrole. Les cônes d'eau et de gaz formés par les différents forages voisins d'un champ isolent entre elles des zones de pétrole qui ne peuvent plus être produites par les forages existants. Ceci du fait que la perméabilité relative des roches aux différents fluides mis en jeu est telle que le pétrole déplace plus difficilement l'eau que l'eau ne déplace le pétrole, et surtout que ce pétrole ne peut

pratiquement plus déplacer le gaz qui aurait été attiré par une exploitation excessive. Les zones isolées ne peuvent alors être drainées efficacement que par de nouveaux forages, ce qui implique des investissements supplémentaires.

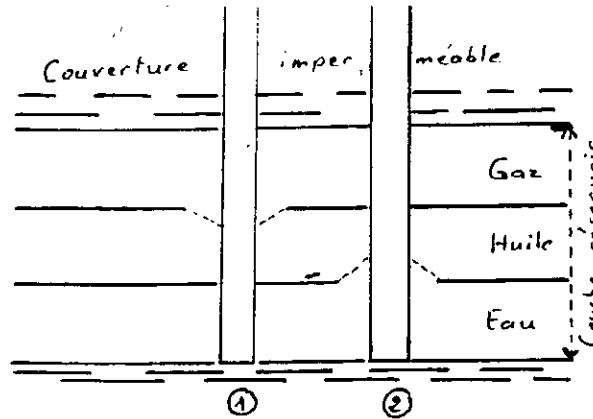


Figure II-2 : Coning. En 1, perforations trop proches du gaz, la proportion de gaz croît, finalement le sondage ne produit que du gaz, le moteur de production est alors dilapidé.

En 2, perforations trop proches de l'eau, la proportion d'eau croît, finalement le sondage ne produit plus que de l'eau. L'huile (pétrole) restant entre deux zones ne peut en général être récupérée que par un nouveau sondage. Le coning se produit en cas d'exploitation trop rapide [6].

Entre ces deux risques - risque technique de surexploitation et risque économique d'exploitation trop lente- il existe une position optimale. La détermination de l'optimum de production, appelé MER (maximum efficient rate) est le fruit d'un arbitrage qui est fondé sur des données techniques, mais qui est en général pris, de façon très empirique.

2) Espacement des forages (schéma de production)

Le problème posé consiste, dans une première analyse, à déterminer le nombre minimum de forages

(correspondant à l'espacement le plus lâché) qui permettent de drainer la totalité des réserves récupérables d'un champ. Cet espacement dépend des caractéristiques du réservoir et du

régime de production, mais il est difficile de déterminer le schéma idéal du point de vue technique, et sa détermination est assez empirique.

Le problème se complique du fait que :

a) d'une part les caractéristiques du gisement ne sont connues avec une approximation suffisante qu'après un certain temps de vie de celui-ci, temps pendant lequel il a bien fallu adopter, pour l'espacement, un schéma empirique qu'il sera parfois difficile de corriger.

b) d'autre part le désir de récupérer rapidement le pétrole en place, pour des raisons économiques ou politiques, peut conduire à un schéma plus serré que le schéma qui serait théoriquement satisfaisant, l'espacement économique optimum n'est pas obligatoirement l'espacement technique théorique.

Lorsque le schéma adopté est trop lâché, certaines zones du champ ne seront pas drainées; il reste alors en place du pétrole que l'on aurait pu produire. A partir du moment où l'espacement minimum est atteint, c'est à dire à partir du moment où se manifestent entre puits des interférences (une variation de production de l'un ayant un effet sur la production du voisin), la quantité totale de pétrole récupérée dans le champ devient indépendante, en principe du nombre de puits forés. L'adoption d'un schéma plus serré répond exclusivement à la nécessité économique d'exploiter rapidement et l'on doit alors comparer le prix total des forages (plus nombreux bien-sûr dans ce cas) à la valeur actualisée du brut récupéré (plus élevé en cas de production rapide).

3) Les quantités récupérables

a) Le facteur de récupération :

Il n'est jamais possible de récupérer la totalité du pétrole existant dans un gisement. Une partie, dite quantité résiduelle, étroitement liée à son support ne peut en principe, jamais être récupérée. Mais en laissant agir les facteurs naturels (énergie interne du réservoir), on ne récupérera cependant qu'une fraction de la quantité du pétrole non résiduelle.

La possibilité d'extraire le pétrole en place dépend essentiellement des caractéristiques de la roche, relatives au fluide contenu (perméabilités relatives au pétrole, au gaz, et à l'eau) et du régime de production du gisement. Ces deux propriétés mal connues au début de l'exploitation commandent le facteur de récupération primaire, c'est à dire le pourcentage de pétrole que l'on peut produire en laissant agir les facteurs naturels.

Ce facteur est rarement supérieur à 50% et est souvent compris entre 15 et 30%.

b) Amélioration du facteur de récupération :

Pour accroître la récupération totale, il y a des procédés de récupération secondaire et tertiaire:

-) Récupération secondaire :

Elle consiste à injecter de l'eau ou du gaz selon les caractéristiques du réservoir pour maintenir la pression de celui-ci qui a tendance naturellement à baisser après un certain temps d'exploitation. Ce qui augmente le taux de récupération.

Prendre la décision d'injecter, entraîne bien-sûr de nouveaux investissements au niveau du puits (forage de puits injecteurs, station de compression et/ou de pompage, centre de desserte, ...) , elle nécessite alors une étude de rentabilité. L'injection est un procédé de récupération très utilisé en Algérie.

-) Récupération tertiaire :

Elle consiste à changer les propriétés physico-chimiques des fluides en place, soit en injectant l'un ou l'autre de ces produits : polymères, émulsifiants ou CO₂; soit par des méthodes thermiques: injection d'eau chaude ou provocation d'une combustion à l'intérieur du gisement.

Ces différentes opérations conduisent à diminuer la viscosité des fluides en place, et permettent alors de récupérer plus de pétrole.

Mais ces procédés nécessitent de lourds investissements, et ne sont pas utilisés actuellement en Algérie.

IV) LE PROBLÈME DES RÉSERVES [1], [6]

1) Que faut-il appeler réserves ?

La notion de réserves est propre aux richesses non renouvelables, c'est à dire aux richesses minières existant en quantité finie sur l'ensemble du globe. Mais cette notion simple en apparence, est assez trompeuse, car il ne s'agit pas seulement d'existence des richesses mais surtout de leurs exploitabilité tant sur le plan économique que technique.

Les hydrocarbures sont des constituants fréquents des roches sédimentaires, mais on ne peut les exploiter, techniquement et économiquement, que dans des conditions bien définies : lorsqu'ils sont accumulés dans ce que l'on a appelé précédemment des pièges, et lorsque certaines relations physico-chimiques entre le mélange fluide et la roche encaissante permettent un écoulement naturel. Ce dernier serait éventuellement amélioré par des méthodes de stimulation techniquement possibles et économiquement acceptables (récupération secondaire et tertiaire).

Pour le pétrole comme pour tout autre minerai, la définition d'un gisement est tout autant économique et technique que géologique.

Pour le pétrole, en raison de son caractère fluide et de la rapidité de l'exploitation du gisement, on peut dire que l'on connaît bien un gisement que lorsqu'il est totalement épuisé.

Les réserves pétrolières peuvent être classées comme suit :

a) *Réserves prouvées* : Ce sont les quantités d'hydrocarbures que l'on estime pouvoir récupérer avec un bon degré de certitude, aux conditions économiques actuelles, de gisements connus et forés.

b) *Réserves probables* : Ce sont les quantités d'hydrocarbures que l'on espère récupérer mais sans certitude suffisante pour que l'on puisse les classer comme étant prouvées.

c) *Réserves possibles* : Ce sont les quantités d'hydrocarbures que l'on espère découvrir et extraire dans le futur, à partir de gisements encore inconnus.

Mais cette classification fait surtout référence à des réserves globales à l'échelle d'une nation, ou d'un groupe de nations, et à l'échelle du monde. Pour notre étude nous traiterons uniquement des réserves d'un gisement déterminé.

2) La vie d'un champ

La vie d'un champ relate son histoire, durant laquelle il produit du pétrole de façon rentable, c'est à dire les diverses péripéties de la production : pétrole flowing (exploitation à partir de l'énergie interne du gisement), mise en pompage, remise en pression par injection, stimulation, déclin et mort.

Il est utile tant sur le plan technique et économique que fiscal de tenir des graphiques de production quotidienne des divers fluides produits par chaque puits: pétrole, eau et gaz (en distinguant le gaz utilisé et le gaz brûlé); et des graphiques des pressions existant en tête de chaque puits et des pressions de fond mesurées au cours de campagnes périodiques.

L'évolution observée de toutes ces grandeurs décrit les divers épisodes de la vie d'un champ et permet de prévoir l'évolution future du régime de chaque puits, de préciser les prévisions relatives à la récupération finale, et de prendre à chaque moment les mesures appropriées pour rendre celle-ci maximale.

Le schéma le plus simple de la vie d'un champ à partir de sa découverte, comporte un premier stade de délimitation et d'évaluation, puis un stade de développement, selon l'espacement jugé le plus adapté, compte tenu des connaissances du début, et un stade d'observation (pendant lequel le champ produit normalement). Ce dernier pourra être suivi éventuellement du forage de puits intercalaires dans des parties mal drainées du champ, voire dans les régions où s'est produit un coning (voir figure II-2). Enfin le schéma comporte également un dernier stade, celui de la remise en pression nécessitant le forage de puits d'injection (au sommet pour l'injection de gaz, de flanc pour l'injection de l'eau).

Le graphique de production globale du champ montre un accroissement pendant la période de forage des puits de développement et, le cas échéant, des puits intercalaires, puis une seconde remontée lors d'une éventuelle remise en pression. Entre ces différentes périodes, la

production baisse d'autant plus rapidement que le régime de production est plus voisin d'un régime d'expansion pure. On arrête la production lorsqu'elle est devenue trop faible, sur chaque puits, pour payer les frais de production proprement dits.

L'exploitation des champs est de moins en moins anarchique et l'on peut maintenant parler du plan de vie d'un champ, au lieu de se contenter d'en constater, au fur et à mesure, l'évolution de ses diverses caractéristiques. On s'efforce, à présent, de prévoir et de maîtriser cette évolution, en particulier, là où la mise en exploitation d'un champ nécessite des installations coûteuses d'infrastructure ou d'évacuation.

Il n'en demeure pas moins que la quantité totale récupérée finalement sur un champ donné dépendra de la façon dont seront coordonnées les observations sur les divers puits du champ.

3) L'utilité du calcul des réserves

Devant la difficulté et l'imprécision des calculs des réserves, on est en droit de se poser la question de la légitimité et de l'utilité de tels calculs.

Dans les calculs de rentabilité d'une découverte nouvelle, les grandeurs qui interviennent sont essentiellement liées à la productivité individuelle des puits, par rapport au prix unitaire d'un puits d'exploitation.

S'il n'y a pas de problèmes de transport du pétrole, ni de fiscalité compliquée, on peut en principe s'en tenir là et considérer chaque sondage individuellement. C'est ce qui se produit lorsqu'une découverte est faite à proximité d'un marché déjà existant.

L'estimation des réserves d'un champ est capitale pour juger de sa rentabilité, surtout lorsque des investissements annexes devront être consentis, soit pour la création d'une base de vie en plein désert, soit plus précisément pour la construction d'un pipeline. Cette dernière ne peut être amortie que si des quantités importantes de pétrole doivent être transportées.

Par exemple, il a été relativement facile de se rendre compte que les réserves de Hassi Messaoud étaient suffisamment élevées pour justifier la construction d'un pipeline, mais le gisement d'Edjeleh à lui tout seul n'en aurait pas justifié un. Il a fallu la découverte du

gisement de Zarzâitine pour justifier le pipeline de l'est algérien : l'exploitation de Edjeleh devenant alors rentable.

Mais à un niveau plus élevé de réflexion économique, il est bien évidemment utile de connaître les réserves globales que possède une société, un pays ou groupe de pays, afin, entre autres, de définir le volume nécessaire des investissements à consentir pour maintenir les réserves et même les accroître compte tenu d'une consommation croissante. Ceci permet également de mettre en œuvre la recherche de nouvelles sources d'énergie, et de préparer la substitution du pétrole en temps opportuns.

Après avoir passé en revue les problèmes de production et d'exploitation des champs pétroliers, nous passons dans le prochain chapitre aux problèmes de gestion de réservoir pour avoir une vue complète et précise du contexte de notre étude.

CHAPITRE III

EXPLOITATION OPTIMALE D'UN RESERVOIR

EXPLOITATION OPTIMALE D'UN RESERVOIR

Ce chapitre est consacré aux problèmes de gestion de réservoir. Cette gestion relève de problèmes d'optimisation multicritère, de part la diversité des objectifs à atteindre (maximiser la récupération, maximiser la valeur actuelle nette (VAN) de l'exploitation, minimiser les dépenses,...).

Nous nous proposons de décrire les différents paramètres de décisions intervenant dans la gestion du réservoir et de décrire une démarche qui peut être suivie pour une exploitation optimale du réservoir.

Nous présentons aussi un modèle simple de production établi par Arps [20] permettant la construction du profil de production. D'autres modèles plus complexes de simulation du comportement du réservoir en fonction des différentes stratégies de récupération existent, mais ils ne peuvent être développés dans le cadre limité de notre étude.

I) L'EXPLOITATION D'UN RESERVOIR [16]

L'exploitation d'un réservoir de pétrole est une opération qui peut être menée de bien des façons. Le problème est de choisir une stratégie de récupération qui maximise la VAN de l'exploitation tout en récupérant le maximum de pétrole. On doit donc déterminer les facteurs d'input (montant de l'investissement et des coûts opérationnels) à consentir, ainsi que les quantités de pétrole à produire à travers le temps pour arriver à une exploitation optimale du réservoir.

Ce qui se traduit mathématiquement par : (on néglige l'effet des taxes)

$$\underset{\underline{x}}{\text{Max}} \int_0^{t_c} [p(t)q(t, \underline{x}) - I(t, \underline{x}) - b(t, \underline{x})] e^{-\beta t} dt. \quad (\text{III-1})$$

Où: $p(t)$: prix du pétrole à l'instant t .

$I(t, \underline{x})$: montant des capitaux engagés à l'instant t .

$b(t, \underline{x})$: coûts opérationnels à l'instant t .

$q(t, \underline{x})$: quantité produite à l'instant t .

t_c : durée prévisionnelle d'exploitation du champ.

β : taux d'actualisation.

\underline{x} : vecteur des variables de décision.

Les éléments de cette stratégie (montant de l'investissement et des coûts opérationnels, planning de la production) sont fonction de la manière avec laquelle le réservoir est développé et exploité i.e. fonction de \underline{x} .

\underline{x} se décompose en deux axes principaux de décisions:

x_1 : taux de production, capacité de production,...

x_2 : distribution géographique des capacités de production (nombre de plates-formes, récupération secondaire, distribution des puits producteurs et des puits injecteurs,...).

On remarque aisément que ces deux variables sont dépendantes l'une de l'autre, on ne peut par exemple augmenter la capacité de production au-dessus d'un certain seuil qu'en augmentant le nombre de plates-formes.

Il s'agit alors pour le décideur d'établir la combinaison de décisions qui constituerait la stratégie d'exploitation optimale qui maximise la VAN, tout en respectant les limites imposées par les contraintes techniques.

La stratégie de récupération choisie est caractérisée par un profil de production, un profil représentant l'échelonnement des investissements sur la phase de développement du réservoir et un profil représentant la distribution du montant des coûts opérationnels durant l'exploitation du réservoir.

La forme du profil de production -représentant le planning des quantités à produire $q(t, \underline{x})$ - dépend de cette stratégie. Ainsi la phase de développement (T_1), le point du profil représentant le début du déclin de la production (G), et le taux de déclin (δ) sont tous fonction du taux de production $[x_1]$ et de la distribution géographique de la capacité de production $[x_2]$. (voir figure III-1).

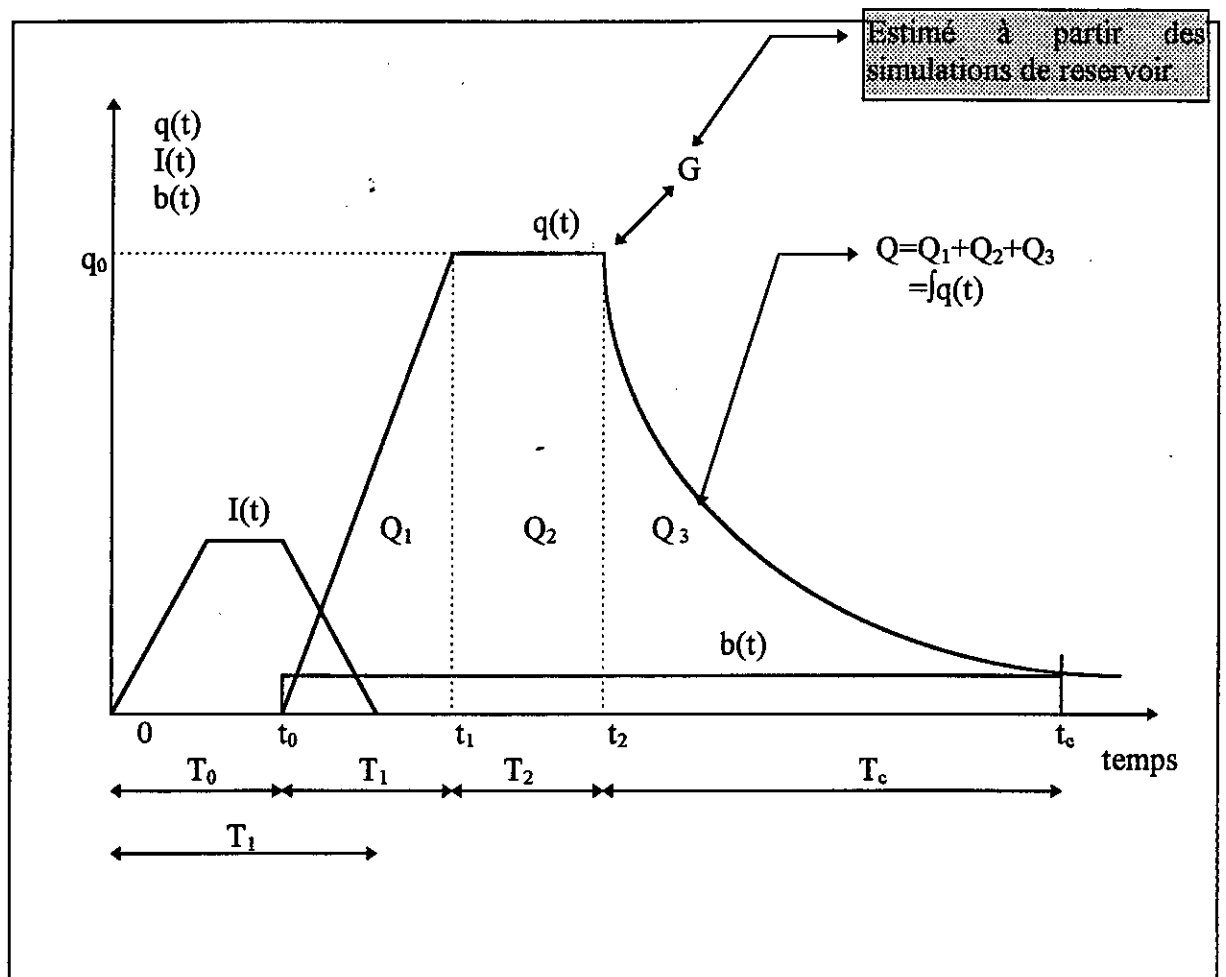


Figure III-1: Production, Investissements et coûts opérationnels durant l'exploitation [16].

Les réserves techniquement récupérables Q sont représentées sur la figure précédente par l'aire située entre l'axe des temps et le profil de production. Les réserves économiquement récupérables représentent seulement une fraction des réserves techniquement récupérables, du fait que l'exploitation du réservoir est arrêtée lorsque les revenus deviennent inférieurs aux coûts opérationnels (dans la figure III-1, la production est arrêtée à l'instant t_c).

La détermination du taux de production $[x_1]$ est assez délicate, car il peut affecter le niveau des réserves récupérables (voir chapitre III, rythmes de production). Ceci dépend des forces en présence dans le réservoir. Voilà pourquoi il est très important d'identifier la dynamique de production dans un champ avant de décider de la stratégie de récupération.

En effet, dans certains cas la quantité de pétrole perdue en utilisant un taux de production trop élevé peut-être considérable, c'est pour cela qu'il est très important de savoir le plus tôt possible si le réservoir est sensible ou non au taux de production.

La distribution géographique des capacités de production $[x_2]$ influe tout autant que le taux de production $[x_1]$ sur les réserves récupérables, et la relation entre ces deux variables de décision est liée aux propriétés intrinsèques du réservoir.

La proportion des réserves pouvant être récupérées dépend de la profondeur du réservoir, de sa perméabilité et de l'homogénéité de ses caractéristiques géologiques et techniques. Toutefois, en pratique les réserves techniquement récupérables augmentent avec le nombre de plates-formes ou lorsqu'on décide d'utiliser des procédés de récupération artificielle, bien qu'en parallèle cela nécessite des investissements supplémentaires.

Après avoir évalué les réserves récupérables $Q(x_1, x_2)$, on peut estimer la durée de la phase de développement $T_1(x_1, x_2)$ et le point de déclin $G(x_1, x_2)$. La phase de développement est fonction du schéma d'exploitation et de la nature du réservoir. Le temps nécessaire pour faire monter la cadence de la production au plateau choisi dépend du temps qu'il faut pour le forage des puits tenant compte des contraintes techniques, financières et géographiques.

Le point de déclin est défini comme étant la fraction de réserves techniquement récupérables qui a été produite quand le niveau de production commence à chuter (fin du plateau de production). Il dépend de la stratégie de récupération et doit être estimé en utilisant des modèles de simulation de réservoir. Après avoir estimé le point de déclin $G(x_1, x_2)$, de la même manière on estime l'allure du déclin $\delta(x_1, x_2)$.

On peut alors générer plusieurs schémas de production correspondant aux différentes combinaisons des facteurs d'input. Les figures III-2 et III-3 illustrent l'influence des deux variables de décision sur le profil de production.

Pour la figure III-2, on fixe une certaine capacité de production ($x_1 = \text{constante}$) et on fait varier la distribution géographique de cette capacité en faisant varier le nombre de plates-formes [x_2].

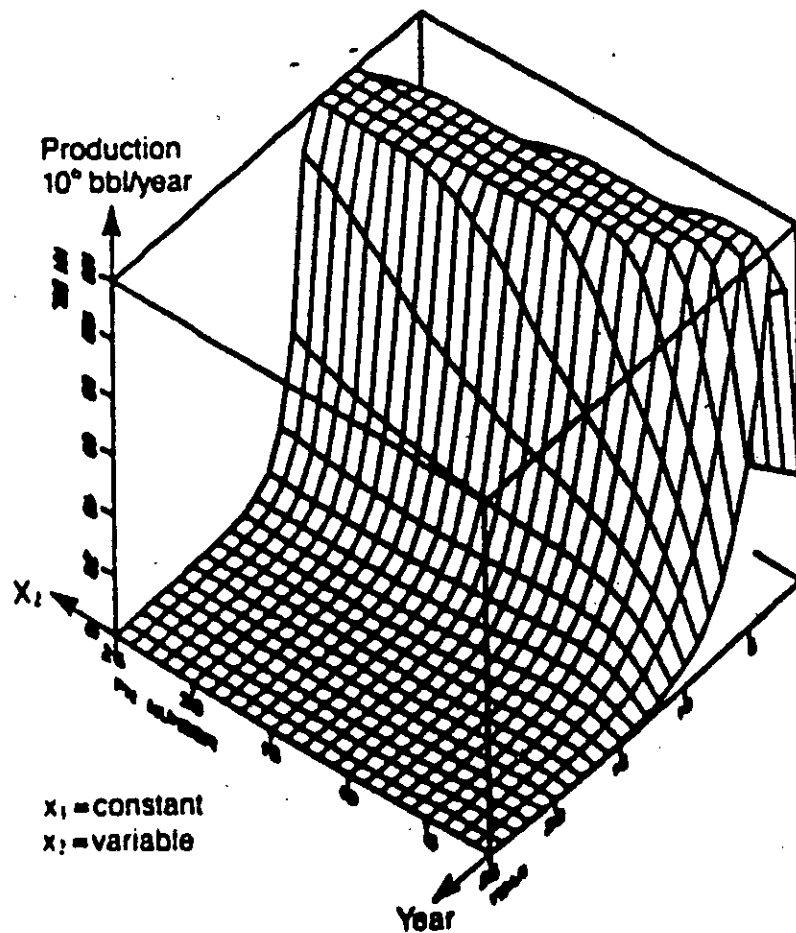


Figure III-2 : Variations du profil de production en fonction de x_2 . [16].

Tandis que, pour la figure III-3, on fixe une distribution géographique des capacités de production

($x_2 = \text{constante}$), et on fait varier les capacités de production.

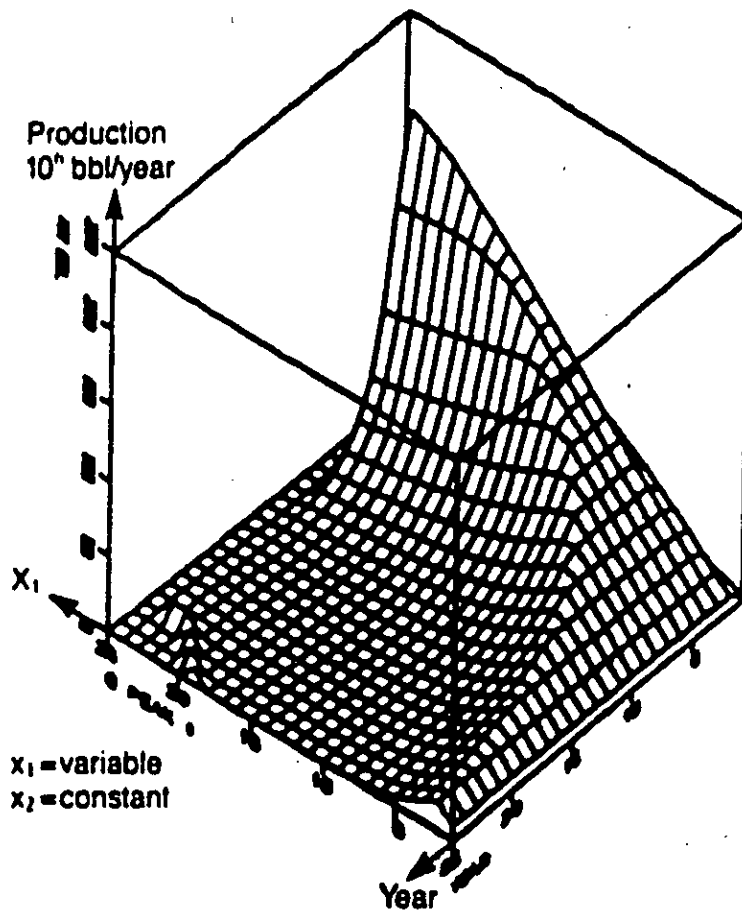


Figure III-3: Variations du profil de production en fonction de x_1 . [16].

On obtient alors plusieurs profils de production correspondant aux différentes stratégies possibles d'exploitation et de récupération.

En confrontant les scénarios de production obtenus aux scénarios d'investissements et de coûts opérationnels correspondants, le décideur peut alors choisir une stratégie d'exploitation optimale du réservoir.

II) MODELE DE PRODUCTION [20]

Nous présentons un modèle de production analytique à extrapolation hyperbolique, modèle établi par Arps [20] permettant la construction du profil de production.

La productivité d'un réservoir est généralement approximée par la l'équation:

$$q'(t) = b \cdot N(t) \left(1 - Q(t)/R \right). \quad (\text{III-2})$$

Où : b: taux de production moyen initial d'un puits de production (potentiel initial d'un puits de production ou capacité de production maximale); c'est le facteur de base sur lequel est fondée toute la construction du profil.

$N(t)$: nombre de puits de production à l'étape t.

$Q(t)$: production cumulée du réservoir à l'étape t.

R: niveau de réserves récupérables.

On émet les deux hypothèses suivantes:

a) Le temps de forage et de mise en production d'un puits est constant:

$$N(t) = (N_0 + t/\Delta t).$$

Où : N_0 : nombre initial de puits de production.

Δt : temps nécessaire pour le forage et la mise en production d'un puits.

b) Le réservoir produit à pleine capacité excepté lorsque la capacité des installations de production est inférieure à la productivité du réservoir :

$$q(t) = q'(t); \quad q'(t) < q''.$$

Où : $q(t)$: production à l'étape t .

q'' : capacité des installations de production.

Supposons que les paramètres suivants aient été déterminés $R, b, \Delta t, N_0, q''$; alors l'équation (III-2) peut s'écrire:

$$q'(t) = b(N_0 + t/\Delta t)(1 - Q(t)/R) \quad (\text{III-3})$$

Si la capacité des installations ne limite pas la production ($q'(t) < q''$), alors la production cumulée est déterminée en intégrant l'équation (III-3) par rapport à t . En supposant que $q'(t) = q(t)$, on obtient:

$$Q(t) = \int_0^t q(t) dt.$$

$$Q(t) = R(1 - \exp[(\frac{-b\Delta t}{2R})(N^2 - N_0^2)]). \quad (\text{III-4})$$

En dérivant par rapport à t , on obtient l'expression donnant l'évolution de la production à travers le temps :

$$q(t) = N b \exp[(\frac{-b\Delta t}{2R})(N^2 - N_0^2)]. \quad (\text{III-5})$$

En résolvant l'équation $dq(t)/dt = 0$ on obtient la relation (III-6) qui détermine le nombre de puits nécessaire pour atteindre la production maximale q_{MAX} :

$$N_M = \left(R/b\Delta t \right)^{1/2} \quad (\text{III-6})$$

Où N_M : nombre de puits quand q atteint son maximum q_{MAX} .

En remplaçant la valeur de N_M dans l'équation (III-4) on obtient l'expression de q_{MAX} .

$$q_{MAX} = (bR/\Delta t)^{1/2} \exp\left[-1/2\left(1 - (b\Delta t/R)N_0^2\right)\right]. \quad (\text{III-7})$$

De la même manière, on peut déterminer le nombre de puits N_c qui permet d'atteindre la capacité des installations de production.

N_c est calculé en utilisant q'' dans l'équation (III-5) et en résolvant pour N_c :

$$q'' = N_c \exp[-(b\Delta t/2R)(N_c^2 - N_0^2)]. \quad (\text{III-8})$$

On peut à présent décrire complètement le modèle de production; on doit pour cela disposer du taux de production moyen initial d'un puits b , du temps nécessaire pour le forage et la mise en production d'un puits Δt , du nombre de puits déjà forés N_0 qui sont prêts pour la production, et du nombre total de puits nécessaire pour le développement du champ N .

On obtient alors les deux possibilités suivantes:

-) Le réservoir produit à pleine capacité ($q(t)=q'(t)$).

Ceci implique que : $q_{MAX} < q''$ ou $q_{MAX} \geq q''$ et $N < N_c$.

C'est à dire que la production maximale est soit inférieure à la capacité des installations de production et donc quelque soit le nombre de puits forés, la production ne sera pas limitée par la capacité imposée par les installations de production. Ou bien la production maximale est limitée par la capacité des installations de production et le nombre de puits forés est inférieur au nombre de puits (N_c) qui serait nécessaire pour atteindre une production équivalente au maximum de production imposé par les installations de production.

On obtient alors les relations décrivant la production et la production cumulée à travers le temps:

$$\begin{aligned}
 q(t) &= b(N_0 + t/\Delta t) \exp\left[\left(-b/R\right)\left(N_0 + t/2\Delta t\right)t\right] \quad \text{si } 0 \leq t \leq t_N. \\
 q(t) &= q_N \exp\left[\left(-bN/R\right)(t - t_N)\right] \quad \text{si } t > t_N.
 \end{aligned}
 \tag{III-9}$$

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= R\left(1 - \exp\left[\left(-b/R\right)\left(N_0 + t/2\Delta t\right)t\right]\right) \quad \text{si } 0 \leq t \leq t_N. \\
 Q(t) &= R - (R - Q_N) \exp\left[\left(-bN/R\right)(t - t_N)\right] \quad \text{si } t > t_N.
 \end{aligned}
 \tag{III-10}$$

$$t_N = (N - N_0)\Delta t.$$

Où

$$\begin{aligned}
 q_N &= bN \exp\left[-\left(b\Delta t/2R\right)(N^2 - N_0^2)\right]. \\
 Q_N &= R\left(1 - \exp\left[-\left(b\Delta t/2R\right)(N^2 - N_0^2)\right]\right).
 \end{aligned}$$

-) L'autre possibilité est qu'un plafond de production est imposé :

$$q(t) = q'' \quad \text{pour } t_c < t \leq t_D$$

Les équations (11) et (12) déterminent la production et la production cumulée à travers le temps:

$$\begin{aligned}
 q(t) &= b\left(N_0 + t/\Delta t\right) \left(\exp\left[\left(-b/R\right)\left(N_0 + t/2\Delta t\right)t\right]\right) \quad \text{si } 0 \leq t \leq t_c. \\
 q(t) &= q'' \quad \text{si } t_c < t \leq t_D. \\
 q(t) &= q'' \exp\left[\left(-bN/R\right)(t - t_D)\right] \quad \text{si } t > t_D.
 \end{aligned}
 \tag{III-11}$$

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= R \left(1 - \exp \left[\left(-b/R \right) \left(N_0 + t/2 \Delta t \right) t \right] \right) \quad \text{si } 0 \leq t \leq t_c \\
 Q(t) &= Q_c + q''(t - t_c) \quad \text{si } t_c < t \leq t_D. \\
 Q(t) &= R - (R - Q_D) \exp \left[\left(-bN/R \right) (t - t_D) \right] \quad \text{si } t > t_D.
 \end{aligned}
 \tag{III-12}$$

Où:

$$t_c = (N_c - N_0) \Delta t.$$

$$Q_c = R \left(1 - \left(q''/bN_c \right) \right).$$

$$t_D = t_c + (R/B) \left(1/N_c - 1/N \right).$$

$$Q_D = R \left(1 - \left(q''/bN \right) \right).$$

t_c est l'instant où le plateau est atteint, t_D est le moment où débute la phase de déclin.

Le modèle de Arps [20] est un modèle analytique qui donne une assez bonne approximation sur l'évolution prévisionnelle des quantités de pétrole qui seront produites durant l'exploitation du champ, bien qu'il n'utilise pas tous les paramètres qui influencent la récupération comme les modèles de simulation de réservoirs. Cependant on peut affirmer que ceux qui ont été considérés dans le modèle sont parmi les plus déterminants.

Après avoir étudié différents aspects techniques de l'exploitation pétrolière, nous aborderons dans le prochain chapitre la notion de rentabilité d'un gisement.

CHAPITRE IV

LA RENTABILITE D'UN CHAMP DE PETROLE

ÉVALUATION DE LA RENTABILITÉ DE L'EXPLOITATION D'UN CHAMP DE PÉTROLE

I) INTRODUCTION

La décision d'exploiter un gisement de pétrole, comme toute décision d'investissement, nécessite au préalable une étude approfondie du projet, d'autant plus que les hydrocarbures représentent une ressource capitale pour l'économie nationale.

L'étude de marché ne présente pas de problèmes particuliers puisque le marché national et international est bien connu, il est de plus caractérisé par une demande cernée dans sa globalité. L'étude technique ne pose également pas de difficultés car la **SONATRACH** maîtrise les différentes techniques d'exploitation et détient un capital expérience important.

L'aspect prépondérant de l'étude du projet est l'analyse de sa rentabilité. Serait-il intéressant d'exploiter cette nouvelle découverte ?

II) LES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES INTERVENANT DANS L'ÉVALUATION DE LA RENTABILITÉ [5], [6], [7]

L'évaluation de la rentabilité repose sur cinq principaux paramètres :

- 1) La quantité de pétrole découverte
- 2) Le montant des investissements
- 3) les coûts opérationnels d'exploitation
- 4) Le prix de vente du pétrole sur la durée prévisionnelle de l'exploitation
- 5) la fiscalité pétrolière

1) La quantité de pétrole découverte:

L'estimation de ce paramètre est fondamentale pour la détermination des possibilités de production, mais elle est assez délicate à appréhender car elle est soumise à une part importante d'incertitude.

Toutefois, il est impératif de prendre en considération la distinction entre quantité en place et quantité récupérable. Cette dernière représentant les quantités maximales susceptibles d'être produites économiquement avec les procédés actuellement connus et maîtrisés par l'entreprise, donc intervenant dans l'évaluation de la rentabilité.

Il faut aussi distinguer entre quantité récupérable primaire obtenue par production spontanée (énergie interne du réservoir) et quantité récupérable secondaire obtenue par remise en pression -injection d'eau ou de gaz pour maintenir ou rétablir la pression du réservoir dans le but d'extraire le maximum de pétrole contenu dans le sous-sol-, du fait que cette dernière nécessite un investissement plus soutenu, puisqu'en plus des installations initiales il faut ajouter le forage et l'équipement des puits et des installations d'injection.

2)Le montant des investissements:

L'exploitation du gisement nécessite de lourdes dépenses et d'importants travaux. Ces investissements concernent la mise en place et la réalisation d'infrastructures et d'équipements aussi divers que:

- le forage et l'équipement des puits producteurs.
- les installations de collecte des puits producteurs.
- les installations de traitement, de stockage et d'expédition du pétrole.
- les installations éventuelles de réinjection de gaz et/ou d'eau.
- le forage et l'équipement de puits injecteurs.
- les stations de compression et/ou de pompage.
- les dessertes et installations de surface pour l'injection (à titre d'exemple la puissance de compression des installations de Hassi R'mel est de 1 200 000 cv).
- les équipements de production et de distribution d'utilités: eau, électricité, télécommunications, air, vapeur.
- les infrastructures: routes, aéroports, base vie.

3) Les coûts opérationnels d'exploitation:

Ce sont les coûts qui sont directement liés à l'activité production. Ils regroupent les salaires, les frais de maintenance des équipements, les dépenses d'énergie,..., en résumé tous les frais de production. La détermination de ces coûts est essentielle, car ils permettent de fixer la durée d'exploitation du champ; puisque la production est arrêtée lorsque les revenus ne suffisent plus pour payer les coûts opérationnels.

4) Le prix de vente du pétrole sur la durée prévisionnelle de l'exploitation:

L'évolution du prix du pétrole est un paramètre difficilement mesurable. Il est en effet établi que le marché pétrolier ne réagit pas uniquement sous l'effet de l'offre et de la demande mais relève surtout de paramètres d'ordre politico-économiques très complexes. Les deux derniers chocs pétroliers (1973/74 et 1979/80) et la fluctuation à très court terme du prix du pétrole en sont la parfaite illustration.

Il existe cependant plusieurs approches pour essayer d'appréhender l'évolution du prix du baril. (Voir Annexe Modélisation des composantes du prix du pétrole).

Celles-ci n'ont pas la prétention de fournir une prévision exacte mais elles représentent une base scientifique et rationnelle pour tenter dans les limites du possible de cerner le problème.

5) La Fiscalité pétrolière:

La fiscalité est un paramètre important pour la détermination des revenus de l'exploitation du gisement, en effet les divers impôts et taxes prévus par la loi interviennent dans le calcul du résultat net de l'exploitation. La fiscalité est déterminante pour la décision d'investissement, il est clair qu'une fiscalité trop lourde peut être décourageante de ce point de vue.

La fiscalité pétrolière Algérienne s'articule autour de deux impôts principaux:

- La redevance qui est de 20%, calculée directement à partir des quantités produites.
- L'impôt direct pétrolier (I.D.P.) qui est de 85%, calculé à partir du résultat brut d'exploitation (RBE).

Cependant, dans le contexte de la SONATRACH qui est une entreprise étatique, la fiscalité n'intervient pas réellement dans l'évaluation du niveau de rentabilité. Il ne serait pas intéressant, par exemple, de décider d'arrêter la production d'un puits si les revenus après

imposition ne sont plus suffisant pour payer les coûts opérationnels. Puisque de toute manière, même si l'entreprise produit à perte à cause de la fiscalité, elle continue, néanmoins, à fournir à l'état des rentrées d'argent. Il est dans ce cas de figure naturellement plus indiqué de continuer à produire jusqu'à ce que les revenus soient plus faibles que les coûts opérationnels, et ceci sans tenir compte de la fiscalité.

Les paramètres évoqués sont à la base de toute étude de rentabilité d'un champ pétrolier, et servent à établir le profil de production du gisement.

III) LE PROFIL DE PRODUCTION ET LA RENTABILITÉ DU CHAMP

[6]

Symbolisant l'activité production à travers le temps, le profil de production est déterminant pour l'évaluation du niveau de rentabilité du champ du fait qu'il caractérise la période d'exploitation et les quantités à produire durant celle-ci. Il implique donc les investissements nécessaires, leur échelonnement à travers le temps et les revenus prévisionnels de chaque période d'exploitation.

Le profil de production incarne donc la stratégie choisie par l'entreprise pour mener à bien son investissement.

Il est établi à partir des paramètres de rentabilité énoncés précédemment et par rapport aux différentes contraintes de production: contraintes techniques (perméabilité du réservoir, surface de drainage d'un puits, maintien de la pression de miscibilité entre le pétrole et le gaz, capacités de forage,...), et contraintes financières (capital initial disponible, échéanciers de remboursement des crédits, délai de récupération,...).

Il existe plusieurs modèles de production qui permettent de déterminer le profil (voir modèle de Arps Chapitre III), il peut être également établi en effectuant des simulations sur plusieurs scénarios de profils (d'après différents états des paramètres géologiques, différents débits de production, différents prix du baril, différents coûts,...).

Nous considérons pour notre étude l'existence d'une bijection entre les niveaux de réserves récupérables et les profils de production, i.e. qu'à chaque niveau de réserves récupérables correspond un profil de production optimal dans des conditions techniques, économiques et financières fixées.

IV) L'INCERTITUDE SUR LES RÉSERVES PÉTROLIÈRES ET LA RENTABILITÉ DU CHAMP

L'évaluation de la rentabilité est néanmoins confrontée à une difficulté majeure: la méconnaissance d'une façon précise des quantités de pétrole que recèle le gisement découvert et qui peuvent être récupérées. En effet, avant le début de l'exploitation les informations disponibles issues de l'exploration, ne reflètent pas rigoureusement la réalité, et une large part d'incertitude subsiste.

Cette incertitude peut être modélisée à travers une densité de probabilités des réserves récupérables, ce qui consiste à affecter à chaque niveau de réserves la probabilité qu'il corresponde à la quantité de pétrole qui peut réellement être récupérée.

Cependant, il est important de mettre en relief, qu'au cours de la vie d'un gisement, la connaissance des différents paramètres physiques du réservoir qui gouvernent la quantité de pétrole récupérable s'améliore progressivement, et ceci du fait de l'accumulation de l'information. En effet, chaque nouveau forage apporte son lot d'informations, chaque nouvelle mesure de pression confirme ou infirme les estimations précédentes, et donc toute cette collecte d'informations permet l'ajustement de la connaissance du champ et conduit vers une estimation toujours plus correcte au fur et à mesure qu'on avance dans le temps. Il y a donc *réduction de l'incertitude* sur l'estimation des réserves récupérables, à travers le temps. Celle-ci concerne aussi le profil de production, puisque à chaque niveau de réserves récupérables correspond un profil optimal. Il y a alors un continuel ajustement de ce dernier au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe avec le temps.

Ayant évoqué les différents paramètres et éléments intervenant dans l'évaluation de la rentabilité d'un champ pétrolier, nous allons à présent évoquer deux approches d'évaluation: l'approche déterministe et l'approche stochastique.

Nous commencerons par l'approche d'évaluation la plus couramment adoptée et qui est utilisée actuellement par la **SONATRACH** : l'approche déterministe.

CHAPITRE V

L'APPROCHE DETERMINISTE

A) NOTIONS FONDAMENTALES DE CALCUL ÉCONOMIQUE

Nous allons dans cette partie présenter quelques notions et concepts du calcul économique qui sont utilisés pour l'évaluation de la rentabilité de l'exploitation d'un champ de pétrole.

D) ÉVALUATION DE LA RENTABILITÉ D'UN PROJET D'INVESTISSEMENT

Procéder à un investissement, c'est engager aujourd'hui des fonds dans un projet afin d'obtenir ultérieurement des avantages conséquents. Le problème qui se pose à l'investisseur est de déterminer si l'importance de la mise initiale est justifiée compte tenu des revenus ultérieurs, il désire par conséquent savoir si son action est assurée d'être suffisamment rentable. Pour se faire, il devra d'abord définir les éléments constitutifs de son investissement à savoir:

- a) sa durée de vie,
- b) son coût,
- c) ses dépenses d'exploitation,
- d) ses recettes, et enfin
- e) sa valeur résiduelle.

Il devra ensuite établir un échéancier de recettes et de dépenses. Il lui faudra donc localiser précisément dans le temps, les gains procurés par l'investissement ainsi que les dépenses additionnelles qu'il est susceptible d'entraîner au cours de sa durée de vie.

Il évaluera alors le cash-flow correspondant à chaque année en calculant la différence entre les rentrées et les sorties d'argent.

Enfin, pour évaluer l'investissement, il faudra porter une appréciation sur une série de cash-flow apparaissant à différentes périodes et ceci ne peut se faire qu'en ramenant les cash-flows à leur valeur immédiate par l'actualisation.

II) L'ACTUALISATION [5]

1) Principe de l'Actualisation:

Dans le calcul des bénéfices engendrés par un projet d'investissement quelconque, interviennent des dépenses et des rentrées d'argent enregistrées à des époques différentes.

L'expression la plus sommaire du gain total rapporté par un investissement est la somme arithmétique des bénéfices apparaissant au cours de la durée de vie du projet. En procédant ainsi, on additionne des bénéfices exprimés en unités monétaires (UM) de différentes époques. Mais ces unités constituent des valeurs différentes et une telle addition est illégitime.

En effet, dans une économie qui n'a atteint ni la satiété des besoins, ni l'épuisement des possibilités de la technique, « une UM tout de suite » est généralement préférée à « une UM dans un an ou dans 10 ans »: on peut toujours trouver un producteur disposé à investir cette UM pour en tirer, à terme, une valeur plus élevée, et tout consommateur n'accepte de renoncer à une consommation immédiate qu'en échange d'une consommation future de plus grande valeur.

Dans les économies de pays développés cette préférence pour l'argent « liquide » ou « frais », se traduit notamment par l'existence de marchés financiers où se rencontrent des agents économiques disposés à échanger des UM immédiatement disponibles, contre des UM futures majorées d'un intérêt. L'intérêt, dans cette transaction, représente le coût de la liquidité.

S'il existe dans l'économie un marché financier parfait, tel que tous les prêts à un an s'y fassent au même taux i et que l'on puisse toujours emprunter à ce taux, il est équivalent pour n'importe quelle personne de disposer de 1 UM aujourd'hui ou d'avoir la certitude de disposer de $(1+i)$ UM dans un an. Ou encore, 1 UM dans un an est équivalent à $S=1/(1+i)$ UM aujourd'hui.

i représente le *taux d'actualisation*, et S la *valeur actuelle* de 1 UM disponible dans un an.

Si l'on considère maintenant une UM disponible dans 2 ans et si le taux demeure i , la valeur actuelle de cette UM est $1/(1+i)^2$. Plus généralement, une UM disponible dans n années a une valeur actuelle de $1/(1+i)^n$.

En résumé:

L'actualisation est la technique qui permet de comparer des sommes d'argent apparaissant à différentes périodes, en attribuant une valeur aux coûts et bénéfices qui se produiront dans le futur.

La valeur actuelle S d'une somme d'argent disponible à la fin de la $n^{\text{ème}}$ année est:

$$S = \frac{C}{(1+i)^n}$$

avec i : taux d'actualisation.

C : montant apparaissant à l'année n .

Le choix d'un taux d'actualisation reflète l'importance que l'on attache à l'avenir, en tant qu'individu ou en tant qu'entreprise.

2) Le taux d'actualisation:

Le marché financier parfait, évoqué précédemment, n'existant pas, ni par conséquent le taux d'actualisation unique et idéal i , auquel tout agent économique pourrait prêter ou emprunter des sommes d'argent illimitées, il est assez difficile de définir un taux d'actualisation et de lui affecter une valeur numérique précise.

Selon ses objectifs, l'entreprise est amenée à déterminer un taux d'actualisation de différentes façons, il peut être obtenu par:

a) La méthode du taux intérêt courant:

Les cash-flows peuvent être actualisés au taux d'intérêt courant dans le but principal de comparer les deux alternatives suivantes:

-) Placer au taux d'intérêt courant le montant de l'investissement sur le marché financier pendant la durée de vie du projet.

-) Engager ses disponibilités de liquidités dans le projet, puis placer ou réinvestir au même taux d'intérêt les flux de liquidité qu'il engendre pendant toute sa durée de vie.

Le décideur choisira la deuxième alternative si la somme arithmétique des flux futurs actualisés (au taux d'intérêt courant) est au minimum égal au montant de l'investissement.

Le taux d'intérêt courant contient en général trois éléments constitutifs:

- Un taux d'intérêt réel qui correspond au « loyer » de l'argent.
- Un taux pour compenser l'érosion du pouvoir d'achat due à l'inflation.
- Un taux exigé comme prime au risque. Autrement dit, si le décideur choisit d'actualiser un cash-flow au taux d'intérêt courant cela voudrait dire qu'il exige que le projet lui rapporte au moins la somme qu'il aurait obtenu par simple placement.

b) La méthode du coût moyen pondéré du capital

Cette méthode consiste à déterminer un taux d'actualisation à partir de la moyenne pondérée du coût de chacune des sources actuelles de fonds de l'entreprise. Le coefficient est établi en calculant la proportion représentée par chaque source de fonds de l'entreprise.

Le choix d'un tel taux d'actualisation est motivé par le souci de savoir si les cash-flows futurs générés par le projet, peuvent au moins payer le coût d'utilisation des fonds empruntés (intérêt).

Cette méthode sert actuellement de base à la **SONATRACH** pour la détermination du taux d'actualisation.

c) La méthode du taux de rendement fixé par la direction

La direction de l'entreprise peut choisir de fixer un taux d'actualisation à partir d'un objectif de rendement minimum, ce taux est donc susceptible de varier sensiblement d'une entreprise à l'autre puisqu'il repose sur un jugement porté par les gestionnaires.

III) LA VALEUR ACTUELLE NETTE (V.A.N) [5],[7]

La valeur actuelle nette est un critère d'évaluation de projet d'investissement dans une situation de certitude ou dans toute situation considérée comme telle (données fixées).

La valeur actuelle nette d'un investissement est définie comme étant la somme des cash-flows générés par cet investissement tout au long de sa durée de vie, actualisés au taux i .

Si $CF(t)$ représente le cash-flow prévu pour l'année t , évalué par la différence entre les encaissements et les décaissements; alors pour un taux d'actualisation i et une durée de vie du projet de n années:

$$VAN = \sum_{t=0}^n \frac{CF(t)}{(1+i)^t}$$

La valeur actuelle nette est aussi appelée « bénéfice actualisé » ou « Net Present Value » (NPV).

Nous verrons par la suite que c'est l'approche considérée pour l'évaluation de la rentabilité par la méthode déterministe.

IV) LE CONCEPT DE L'ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE [5], [7]

L'espérance mathématique est un concept longuement étudié et développé par les pionniers de la théorie de la décision tels que Bernoulli, Bayes, Laplace ou Gauss. Son utilisation dans le domaine économique est aujourd'hui de plus en plus fréquente car il répond à la nécessité de pallier aux inconvénients du calcul économique déterministe qui se limite à une évaluation unique et figée du critère de rentabilité ne permettant pas de mesurer le risque qui pèse sur la décision qui en découle.

L'espérance mathématique du gain (Expected Monetary Value : E.M.V) d'un projet d'investissement représente la moyenne du profit ou le bénéfice espéré selon les différents événements qui peuvent se produire et les différentes décisions que l'on peut prendre.

Le critère décisionnel Espérance Mathématique permet d'introduire explicitement une dimension essentielle dans l'analyse de la décision: celle du risque et de l'incertitude. En effet, ce concept incorpore directement les facteurs d'incertitude dans le calcul du critère de décision par la probabilisation des événements pouvant survenir; il munit le décideur d'un outil plus représentatif de la réalité que ne l'est la stricte valeur d'un critère de rentabilité usuel puisqu'il prend en considération les valeurs de toutes les conséquences possibles subordonnées à cette décision.

C'est l'approche considérée pour l'évaluation de la rentabilité par la méthode stochastique.

B) L'APPROCHE DÉTERMINISTE [7],[13]

Nous présentons dans cette partie la méthodologie suivie par la **SONATRACH** pour évaluer la rentabilité d'un champ de pétrole. Cette méthode déterministe est la méthode classique par excellence et c'est celle qui est utilisée par la plupart des compagnies pétrolières.

1) Résultats de la prospection:

La prospection pétrolière peut aboutir à 4 résultats possibles:

a) Échec des recherches géologiques.

b) Succès des recherches avec un niveau de réserves découvertes insuffisant pour justifier le développement du gisement.

Dans ce cas on abandonne le champ.

c) Succès des recherches avec un niveau de réserves découvertes suffisant pour justifier le développement du champ, mais par contre insuffisant pour amortir les dépenses de prospection et d'exploration.

Dans ce cas de figure, on exploite le champ même si l'on sait que l'on ne pourra pas amortir les investissements de recherches. On se trouve alors dans une situation de "situation de manque à perdre".

d) Succès des recherches avec un niveau de réserves découvertes suffisant pour le développement du gisement et compensant les investissements consentis lors de l'exploitation.

Dans ce cas de figure, on exploite bien évidemment le gisement. On se trouve alors dans une situation idéale.

Les 3 derniers résultats représentent tous un succès géologique, néanmoins seul le dernier résultat peut être considéré comme un succès économique.

2) La méthodologie d'approche:

Après la découverte du gisement, une équipe d'experts géologues procède à l'estimation des réserves en place et du taux de récupération pour évaluer la rentabilité du champ en question.

Le profil de production est alors élaboré (voir chapitre IV, Exploitation optimale d'un réservoir et figure V-1) pour essayer d'abord de récupérer le maximum de pétrole en place tout en se fixant comme objectif de maximiser la VAN de l'exploitation du champ.

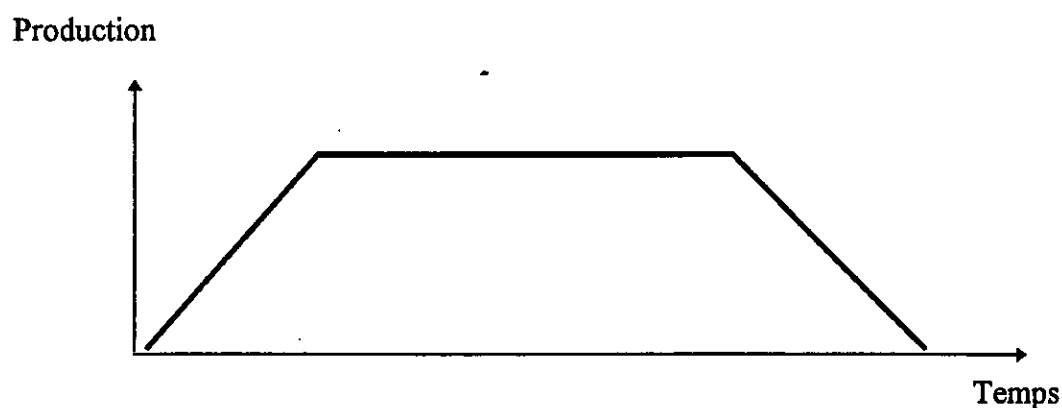


Figure V-1 : Profil de production idéalisé.

Une fois établi, le profil de production permet de calculer le gain attendu de l'exploitation et positionne alors le problème dans un des cas précédemment évoqué. La décision de développement est alors prise sur cette base.

Mais le risque dans l'évaluation de la rentabilité d'un champ de pétrole est surtout incarné par l'incertitude qui entoure l'estimation des réserves récupérables. L'erreur qui peut être commise est liée à l'exactitude de l'estimation de celles-ci. En effet, dans tous les cas un risque subsiste, celui d'exploiter à perte dans le cas d'une surévaluation du niveau des réserves récupérables, et celui de rater une opportunité intéressante d'investissement dans le cas d'une sous-évaluation du niveau de réserves récupérables.

N'ayant pas d'outils efficaces pour appréhender ce risque, la démarche suivie à la **SONATRACH** est généralement caractérisée par une prudence excessive. Ceci du fait qu'on essaye d'établir le calcul de rentabilité sur des niveaux de réserves minimum. Ce qui rend la méthode très conservatrice.

Cette méthode présente un avantage certain: elle est relativement facile à mettre en œuvre, mais ses limites apparaissent surtout lorsqu'on traite de gisements de petite ou moyenne taille, gisements qualifiés de tangents et où la marge d'erreur est importante car souvent le niveau de rentabilité est juste en deçà ou au-delà du seuil fixé ce qui complique la prise de décision.

On peut cependant procéder à une extension de la méthode et considérer plusieurs niveaux de réserves possibles, ce qui symboliserait différents scénarios de production. On évaluera alors la rentabilité selon chaque profil, ce qui affinerait la prise de décision, même si la difficulté majeure reste la pondération de ces scénarios.

Cependant, cette approche sous entend aussi que lorsque l'évaluateur considère qu'un niveau de réserves représente l'état du sous-sol, cette considération ne changera pas durant l'exploitation du champ, ce qui ne cadre pas forcément avec la réalité. On sait d'expérience que le niveau de réserves et donc le profil de production est continuellement corrigé en fonction des informations récoltées durant l'exploitation.

CHAPITRE VI

L'APPROCHE STOCHASTIQUE

A) REVUE DE LITTÉRATURE

Les problèmes décisionnels que l'on rencontre quotidiennement, que ce soit pour un individu, pour une entreprise ou pour un gouvernement, ont cette particularité d'être confrontés à des situations d'incertitude. Celle-ci complique la prise de décision et y introduit la notion de risque.

L'importance de ce concept a amené de nombreux auteurs scientifiques de différents horizons à s'y intéresser, et un grand nombre de travaux ont été publiés dans ce domaine.

Dans un premier stade, nous présentons deux modèles qui n'ont pas de relation directe avec le contexte de notre étude, ni même avec le domaine pétrolier en général, mais dont la base théorique et la méthodologie d'approche rejoignent le problème auquel nous nous attaquons. Ils présentent des applications intéressantes des problèmes décisionnels sous incertitude et des phénomènes de réduction de l'incertitude à travers le temps. Nous présentons ensuite des travaux qui ont été menés dans le domaine de l'exploitation pétrolière et ayant trait à l'évaluation de la rentabilité d'un champ de pétrole en prenant en compte l'incertitude qui l'entoure.

S.E. DREYFUS et A.M.LAW [4] se sont intéressés aux problèmes de réduction de l'incertitude (optimization problems involving learning) avec une application intéressante au contrôle de qualité. Ils présentent un modèle de contrôle de qualité qui diffère de la méthode classique, du fait qu'il considère une distribution de probabilité a priori du paramètre p (probabilité qu'un article soit défectueux) et non une valeur moyenne fixe.

Dans l'approche classique, si on doit tester un lot de N articles, on prend une valeur moyenne de p , qu'on utilise pour déterminer la taille de l'échantillon à contrôler n et le niveau d'acceptation c .

Ces deux paramètres sont établis de façon à minimiser le coût total d'inspection, et sont à la base de la décision d'acceptation du lot.

Le modèle propose d'examiner les articles un à un, et l'information obtenue sur p durant l'inspection d'un article permet la mise à jour de sa distribution de probabilités par l'intermédiaire du théorème de *BAYES*.

Le problème posé est de décider quand doit-on arrêter l'inspection et faut-il accepter ou rejeter le reste des articles non encore inspectés.

Le modèle se base sur un programme dynamique stochastique ou l'aléa est introduit sur p qui constitue les différents états du système. Le programme détermine à chaque étape la décision qui maximise l'espérance mathématique du gain (EMV).

Ce modèle conduit à une meilleure prise de décision, puisqu'il permet d'appréhender l'incertitude entourant le paramètre p .

Dans un tout autre registre, *K. BURDETT et T. VISHWANATH* [10] s'intéressent à la théorie de la recherche d'un emploi.

Cette théorie représente de nos jours un des axes principaux de recherches dans les études sur le chômage. La clé de voûte de toutes ces études est le concept de salaire minimal acceptable (SMA) pour un chômeur.

Des études empiriques de recherche d'emploi suggèrent que le SMA pour un chômeur décroisse en fonction de la durée de non-emploi i.e. que plus la période de chômage est longue, plus l'individu a tendance à accepter un travail de moins en moins rémunérateur.

L'idée de cette étude est qu'à chaque instant le SMA d'un individu est fonction de l'information qu'il détient. Ainsi, en recevant une offre de salaire plus importante que celle qu'il n'espère, le travailleur va probablement augmenter son niveau de SMA. Inversement, une offre de salaire modeste le conduira à réduire son niveau de SMA.

Considérant l'incertitude sur les offres de salaires, l'étude propose une modélisation du SMA d'un chômeur par une distribution de probabilités, et qui est ajustée au fur et à mesure de l'obtention de l'information par une procédure Bayésienne selon la nature de l'information reçue.

Le comportement du chômeur peut alors être représenté comme suit :

Une offre importante l'amènera soit à accepter l'emploi proposé ou réviser son SMA à la hausse, alors qu'une offre modeste le conduira à rester au chômage et à réviser à la baisse sa perception de la distribution de l'offre des salaires. Ce qui pourrait le guider à la prochaine offre d'emploi à accepter un salaire moins rémunérateur que celui qu'il refuse à présent.

Ces études de la théorie de la recherche d'un emploi sont très intéressantes d'un point de vue méthodologique, mais également très importantes car elles sont comme nous l'avons évoqué préalablement, à la base des études actuelles sur le chômage, problème crucial en cette fin de siècle.

Dans le contexte de l'exploitation pétrolière nous retenons les études suivantes :

G.C. Loury s'est penché [14] sur l'exploitation optimale d'un champ avec un niveau de réserves incertain. Il considère une approche de production optimale en prenant en compte l'incertitude sur les réserves, qui peut être à la base du calcul de rentabilité (optimal depletion under uncertainty: a variational approach).

Le problème étudié fait partie de la classe des problèmes décrit par « comment manger un gâteau sans en connaître la taille » (How to eat a cake with an unknown size).

Mais l'approche considérée est surtout basée sur un développement mathématique micro-économique très poussé et quelque peu irréaliste.

Cette approche considère cependant que l'information n'évolue pas avec le temps, ce qui occulte un aspect important de la prise en compte de l'incertitude.

P. NEWDROP [15], *M.B. SMITH* [17] et *R.H. CALDWELL* [11] se sont intéressés aux problèmes d'investissements sous risque au niveau des champs.

L'approche considérée consiste à modéliser l'incertitude des différents paramètres intervenant dans la rentabilité (possibilité de forer des puits secs, taux de récupération, niveaux de réserves, paramètres économiques,) par des densités de probabilités et de faire une analyse sur cette base.

Pour *P. NEWDROP* [15], on combine les différentes distributions de probabilités subjectives des paramètres de rentabilité pour obtenir une distribution de probabilité du gain attendu de l'exploitation du champ. La distribution obtenue permet alors l'analyse de la rentabilité.

Dans son modèle de production, *M.B SMITH* [17] construit à partir des distributions de probabilités du taux de production, du taux de déclin et des coûts opératoires à l'aide de la méthode de simulation de *Monté-Carlo*, les distributions des réserves, de la VAN et du taux de récupération.

Ainsi, la distribution de la VAN permet une quantification du risque, qui est caractérisé par la dispersion des valeurs possibles autour de la moyenne.

L'analyse de rentabilité, se fait alors sur la base des distributions obtenues.

Pour *R.H. CALDWELL* [11], la modélisation de l'incertitude se base sur les statistiques des données historiques des champs avoisinants.

La démarche consiste à quantifier les chances de forer un puits sec d'après différents profondeurs de forage (fréquence calculée à partir des données historiques), et à établir une distribution des réserves.

L'analyse de rentabilité se fait alors à partir de ces résultats en calculant le gain espéré de l'exploitation.

Les données historiques constituent, en fait, un outil intéressant pour déterminer un intervalle acceptable de probabilités de succès, base de l'analyse du risque à partir de gain espéré (introduction d'un ratio d'échec dans le calcul du gain).

Ces trois études traduisent cependant une approche statique des problèmes d'incertitude, et ne considèrent nullement une réduction de l'incertitude sur les niveaux de réserves à travers le temps.

Elles constituent, néanmoins, des alternatives intéressantes à l'approche déterministe.

Le modèle présenté par *H. BJORSTAD*, *T. HEFTING* et *G. STENSLAND* [20] concerne le problème de la prise de décisions pendant l'exploration. Il permet le calcul du gain

moyen réalisé à une étape quelconque de l'horizon d'exploration en fonction des différentes décisions possibles: explorer, développer, attendre une évolution favorable des prix du pétrole et abandonner le champ.

Le modèle se base sur un programme dynamique stochastique, où la valeur économique de l'information obtenue lorsqu'on décide d'explorer ou d'attendre un évolution des prix est quantifiée.

Dans ce modèle, on considère la réduction de l'incertitude en fonction de l'accumulation de l'information. Cette dernière est liée à la décision d'explorer i.e. qu'on ne peut avoir des informations sur les réserves existantes qu'en décidant d'explorer.

Alors que dans le contexte de notre étude, l'information est reçue durant l'exploitation et son interprétation dépend surtout de la capacité des ingénieurs réservoirs à traiter les statistiques et les données historiques dont ils disposent.

Pour ce modèle, la quantité d'informations obtenue à chaque décision d'exploration est supposée constante, hypothèse qui n'est pas vérifiée car par exemple en décidant de forer un puits d'exploration, celui-ci peut-être sec et dans ce cas de figure la quantité d'information est nulle.

L'étude menée par *G.STENSLAND* et *D.B.TØJSTHEIM* [18] correspond le plus au problème objet de notre étude. C'est le modèle que nous présentons et développons pour l'approche stochastique.

Le modèle étant basé sur l'Analyse Bayésienne, nous en présentons les principes, avant d'exposer l'approche stochastique.

B) PRINCIPES DE L'ANALYSE BAYESIENNE

1) NOTIONS DE PROBABILITÉS SUBJECTIVES [3] , [8] , [9]

La prise de décisions est une tâche complexe et délicate pour le manager, et l'aléa entourant les différentes situations pouvant survenir complique davantage sa mission, d'autant plus qu'il ne dispose souvent pas de données statistiques suffisantes sur l'occurrence des événements ayant trait au problème auquel il est confronté.

En effet, la mesure de la vraisemblance des états par la probabilité suppose la possibilité de tester l'ensemble des cas possibles des états de l'environnement ou de disposer d'une série d'observations antérieures d'un phénomène répétitif; dans les deux cas, la probabilité obtenue est dite *objective*. Elle est admise par tous car elle est issue de calculs analytiques ou d'une étude statistique rigoureuse. Mais lorsque la connaissance des conditions de réalisation d'un événement est incertaine ou insuffisante, on a recours à la notion des probabilités *subjectives*. Celle-ci implique une quantification de la mesure de vraisemblance des états par un expert ou un groupe d'experts sur la base de leur expérience, et de leur degré de connaissance du problème.

La probabilité subjective est donc un concept puissant, si elle est émise par un expert et elle permet au manager d'agir sur des bases rationnelles et d'analyser la portée des différentes décisions de gestion. Une fois établies, les probabilités subjectives suivent les règles usuelles du calcul des probabilités.

II) LE PRINCIPE DE L'APPROCHE BAYESIENNE [2], [3], [9]

La technique par laquelle l'analyse bayésienne évalue ou estime les différents états du monde (états stochastiques) est relativement simple. Supposons qu'il existe un ensemble exhaustif d'événements ou d'états mutuellement exclusifs pouvant se réaliser.

On sait à l'avance qu'un et un seul événement se produira; mais on ne dispose pas (ou pas assez) d'informations pour déterminer avec exactitude lequel des événements va se produire. Pour cela, on commence par attribuer une probabilité à chacun de ces événements. Ces probabilités, dites subjectives car basées en grande partie sur l'expérience, sont révisées chaque fois que de nouvelles informations sont obtenues (échantillonnages, données statistiques...) en utilisant le théorème de Bayes.

Le principe de Bayes suppose donc une distribution a priori sur l'ensemble Θ (ensemble des états possibles), c'est-à-dire qu'on attache à chaque état $\theta \in \Theta$ un certain degré de croyance appelé probabilité subjective. Ainsi, deux personnes différentes n'auront pas forcément une même distribution a priori, c'est pourquoi la meilleure décision peut différer d'une personne à l'autre.

En effet, si deux personnes disposent de renseignements différents, il est naturel que leur décisions soient différentes l'une de l'autre car chaque action est basée sur une distribution a priori propre à chaque personne.

Jusqu'ici, nous n'avons pas parlé des informations objectives, fournies par les observations et contenant les mêmes informations pour tous les utilisateurs. Il en résulte un rapprochement des points de vue: à la limite, l'abondance des observations *objectives* éliminera toute divergence initiale.

En résumé, la méthode de Bayes nous permet de combiner des informations subjectives a priori et des informations objectives a posteriori. En fait, ce qui est postérieur à une expérience devient antérieur pour le prochain problème et c'est ainsi d'ailleurs que se fait l'apprentissage dans la vie.

III) DISTRIBUTION A POSTERIORI [2], [3], [9]

Soit $h(\theta)$ une distribution connue à priori sur θ (θ peut être la moyenne d'une loi de probabilité, ou le nombre d'articles défectueux dans un lot de pièces,...), et soit z un échantillon observé de taille n ($z = x_1, x_2, \dots, x_n$) dont la distribution est notée par $f(z / \theta)$. Si $h(\theta / z)$ est la distribution a posteriori de θ (cette distribution est conditionnelle) alors:

$$h(\theta / z) = \frac{h(\theta)f(z / \theta)}{\sum_{\theta \in \Theta} h(\theta)f(z / \theta)} \quad \text{si } \theta \text{ est discret (VI-1)}$$

$$h(\theta / z) = \frac{h(\theta)f(z / \theta)}{\int_{\Theta} h(\theta)f(z / \theta) d\theta} \quad \text{si } \theta \text{ est continu (VI-2)}$$

Donc l'évidence ou l'information obtenue à partir de l'échantillon, $f(z / \theta)$ additionnée à la distribution à priori de θ $h(z / \theta)$, permet de réviser et de corriger cette dernière en utilisant les équations (VI-1) et (VI-2).

IV) STATISTIQUE SUFFISANTE [2], [3], [9]

Le traitement d'un grand nombre d'observations collectées dans un problème statistique est souvent simplifié en calculant quelques valeurs numériques ou statistiques (moyenne, médiane, variance, ...) et, si pour un problème donné, ces valeurs résument toute l'information contenue dans les observations alors on dit que ces statistiques constituent une *statistique suffisante*; c'est-à-dire qu'au lieu d'utiliser toutes les observations, on va se limiter à une statistique suffisante.

Définition:

On dit que T est une statistique suffisante pour le paramètre θ si la distribution a posteriori n'est fonction des observations qu'à travers T . En d'autres termes, quels que soient les échantillons x et y , $T(x)=T(y) \Rightarrow h(\theta / x) = h(\theta / y)$.

Exemple:

Soit x_1, x_2, \dots, x_n un échantillon de taille n issu d'une population suivant une loi normale de moyenne μ inconnue et finie, de variance σ^2 inconnue, alors la fonction de distribution de probabilité conditionnelle $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, \mu, \sigma^2)$ de x_1, x_2, \dots, x_n est :

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \mu, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \quad (VI-3)$$

$$\text{si on pose } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ alors}$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2$$

Par conséquent la fonction de distribution de probabilité définie par (VI-3) ne dépend des observations x_1, \dots, x_n que par les deux valeurs : $\bar{x}, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$.

Ainsi, si on définit le vecteur statistique à deux dimensions T par l'équation:

$$T(x_1, \dots, x_n) = \left\{ \bar{x}, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right\} \text{ alors } T \text{ est une statistique suffisante pour la famille de fonction}$$

de distribution de probabilité donnée par l'équation (VI-3).

Théorème 1:

Une statistique T est suffisante pour la famille de fonction de distribution de probabilité $\{f(\bullet/\theta), \theta \in \Theta\}$ si et seulement si $f(z/\theta)$ (où z est un échantillon de taille n) peut s'écrire: $f(z/\theta) = u(z) * v(T(z), \theta)$, où la fonction u est positive et indépendante de θ , et v est non-négative et ne dépend de z que par $T(z)$.

Ainsi, en utilisant le théorème 1 et l'équation (VI-2), on peut écrire:

$$h(\theta/z) = \frac{h(\theta)f(z/\theta)}{\int_{\Theta} h(\theta)f(z/\theta)d\theta} = \frac{h(\theta) * u(z) * v(T(z), \theta)}{u(z) \int_{\Theta} h(\theta)v(T(z), \theta)d\theta} \propto h(\theta) * v(T(z), \theta) \quad (VI-4)$$

où le symbole \propto exprime l'existence de proportionnalité entre deux quantités.

Donc la distribution à posteriori $h(\bullet/z)$ ne dépend de z qu'à travers la statistique T .

De l'équation (VI-4), on conclut que pour pouvoir calculer la distribution à posteriori de θ à partir de n'importe quelle distribution a priori on a besoin seulement de la statistique $T(z)$. Cela signifie que l'ensemble des valeurs x_i de z (qui peut être un vecteur de très grande dimension) n'est plus nécessaire.

V) FAMILLE DE DISTRIBUTIONS CONJUGUÉES [2], [3], [9]

L'analyse d'une expérience devient plus facile si on suppose que les observations sont obtenues à partir d'une famille de distributions pour laquelle une statistique suffisante de dimension finie s existe:

$T(z) = [T_1(z), \dots, T_s(z)]$ où s est indépendant de la taille de l'échantillon n .

Un important résultat est établi sous ces conditions:

Il existe une famille de distributions standard du paramètre θ qui a la propriété suivante: si la distribution a priori de θ appartient à cette famille, alors pour n'importe quelle taille de l'échantillon et quelque soit les valeurs prises par les observations de cet échantillon, la distribution a posteriori de θ doit aussi appartenir à cette même famille.

Une famille de distributions qui possède cette propriété est dite *famille de distribution conjuguée*, en raison de la relation qui existe entre la famille de distributions du paramètre θ et la famille de distributions des observations $f(z / \theta)$.

VI) CONSTRUCTION D'UNE FAMILLE DE DISTRIBUTIONS CONJUGUÉES [2], [3], [9], [20]

La détermination de la famille de distributions à posteriori diffère selon la forme des connaissances ou des informations que l'on peut obtenir sur la variable aléatoire x .

En effet deux cas se présentent:

1) Les observations sont obtenues directement sur x i.e. qu'on peut faire des mesures directes en prélevant un échantillon de taille n (x_1, x_2, \dots, x_n) à partir duquel une statistique suffisante est calculée pour être utilisée dans la détermination des paramètres de la distribution à posteriori de θ .

2) Les observations ne peuvent être faites directement sur la variable aléatoire x , i.e. que l'information sur x est déduite d'observations sur un nombre plus ou moins important d'autres variables aléatoires.

1^{er} CAS:

Nous allons présenter la construction d'une famille de distributions conjuguées en considérant le cas d'un échantillon issu d'une loi Normale de variance connue et la normalité de la distribution à priori du paramètre θ .

Théorème 2:

Soit X_1, \dots, X_n un échantillon aléatoire issu d'une distribution normale dont la moyenne θ est inconnue et la précision r ($r=1/\sigma$) est connue. Si la distribution à priori de θ est normale de moyenne μ et de précision τ telle que μ finie et $\tau > 0$ alors la distribution à posteriori de θ (après observation d'un échantillon $X_i=x_i, i=1, \dots, n$) est une distribution normale de moyenne μ' et de précision $\tau + nr$, où $\mu' = (\tau\mu + nr\bar{X}) / (\tau + nr)$ (VI-5)

preuve:

Pour $-\infty < \theta < +\infty$, la fonction de distribution de probabilité (vraisemblance) $F_n(x_1, \dots, x_n / \theta)$ satisfait la relation suivante:

$$F_n(x_1, \dots, x_n / \theta) = (2\pi)^{-n/2} (\exp [(-r/2) \sum(x_i - \theta)^2]) r^{n/2}$$

c'est à dire que:

$$F_n(x_1, \dots, x_n / \theta) \propto \exp [(-r/2) \sum(x_i - \theta)^2] \quad (\text{VI-6})$$

$$\text{toutefois } \sum(x_i - \theta)^2 = n(\theta - \bar{x})^2 + \sum(x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{VI-7})$$

Le dernier terme de l'équation (VI-7) ne dépend pas de θ , on donc peut réécrire la relation (VI-6) comme suit:

$$F_n(x_1, \dots, x_n / \theta) \propto \exp [(-nr/2)(\theta - \bar{x})^2] \quad (\text{VI-8})$$

la distribution à priori de θ est $h(\theta) \sim N(\mu, 1/\tau^2)$ donc :

$$h(\theta) = \tau(2\pi)^{1/2} \exp [(-\tau/2)(\theta - \mu)^2] \propto \exp [(-\tau/2)(\theta - \mu)^2] \quad (\text{VI-9})$$

et la distribution à posteriori de θ $h(\theta / x_1, \dots, x_n)$ est proportionnelle au produit des équations (VI-8) et (VI-9).

$$h(\theta / x_1, \dots, x_n) \propto h(\theta) * f(x_1, \dots, x_n / \theta).$$

On a aussi:

$$(-1/2)[\tau(\theta - \mu)^2 + nr(\theta - \bar{x})^2] = (-1/2)[(\tau + nr)(\theta - \mu')^2 + \tau nr(\bar{x} - \mu)^2 / (\tau + nr)] \quad (\text{VI-10})$$

et puisque le dernier terme de l'équation (VI-10) ne dépend pas de θ il peut donc être inclus dans le facteur de proportionnalité et on obtient la relation:

$$h(\theta / x_1, \dots, x_n) \propto \exp [-(1/2)(\tau + nr)(\theta - \mu')^2] \quad (\text{VI-11})$$

où μ' est spécifiée par l'équation (VI-4).

Le théorème montre l'avantage lorsqu'on exprime les résultats en terme de précision plutôt que de variance. La moyenne μ' de la distribution à posteriori de θ peut-être écrite sous la forme:

$$\mu' = \frac{nr}{\tau + nr} \bar{x} + \frac{\tau}{\tau + nr} \mu \quad (\text{VI-12})$$

Ce qui montre que μ' est une pondération de \bar{x} et de μ . Donc la moyenne de la distribution à posteriori peut-être vue comme la moyenne pondérée d'une estimation de θ formée par l'échantillon et d'une estimation de θ donnée par la distribution à priori. Les poids de \bar{x} et de μ sont proportionnels à nr et τ , où nr est la précision de la distribution conditionnelle de la moyenne de l'échantillon pour une valeur donnée de θ et τ est la précision de la distribution à priori de θ . On remarque que plus la taille de l'échantillon est importante, plus la précision des observations r est grande et plus le poids donné à \bar{x} sera important.

La formule donnant la précision de la distribution à posteriori de θ dans le cas de la loi normale: $\tau + nr$, peut s'interpréter facilement : chaque observation faite augmente la précision d'une valeur r . Donc lorsque le nombre d'observations augmente, la distribution de θ devient plus concentrée autour de sa moyenne. Cependant, on sait à l'avance que la concentration doit augmenter d'une façon prédéterminée, alors que la valeur de la moyenne dépendra des valeurs observées.

On conclut de (VI-11) que la distribution à posteriori de θ est aussi normale avec pour moyenne μ' et pour précision $\tau + nr$, on voit que pour une taille d'échantillon suffisamment grande, la moyenne à posteriori μ' s'approche de la moyenne empirique \bar{x} , quel que soit la moyenne à priori μ . De plus, la variance à posteriori diminue lorsque la taille de l'échantillon n augmente. En d'autres termes, plus la taille de l'échantillon est importante, plus on s'approche de la moyenne de la population tout en diminuant la variance de la distribution de cette moyenne: à la limite, on atteint la vraie moyenne de la population et θ ne revêt plus un caractère stochastique.

2^{eme} CAS:a) La détermination des distributions:

Soit $f(x)$ la densité de probabilité de x à un instant donné, si à l'instant suivant aucune information n'est obtenue concernant la variable x , sa densité de probabilité ne va pas changer. Par contre, si on reçoit une quantité d'informations concernant la variable x alors une nouvelle densité de probabilité de x est obtenue, soit $g(x/\theta)$ cette densité. On suppose que cette densité appartient à une famille de distributions de probabilité donnée et que la localisation de la courbe de probabilité est déterminée par le paramètre θ .

Vue de l'instant initial, θ est une variable aléatoire qui peut être interprétée comme la moyenne de $g(x/\theta)$ et possédant sa propre distribution $h(\theta)$. A l'instant initial, la distribution $f(x)$ est connue mais $g(x/\theta)$ et $h(\theta)$ sont toutes deux inconnues et on doit déterminer la forme et les paramètres de chacune d'elle.

Il est judicieux de considérer que $g(x/\theta)$ garde la même forme que la distribution initiale $f(x)$ i.e. que l'information reçue entre deux instants n'a aucun effet sur la forme de la distribution de x . [3].

Le choix d'une famille de distributions de probabilité pour θ est plus compliqué car il n'est pas facile de faire des observations sur θ , le choix le plus acceptable consiste à prendre $h(\theta)$ comme la distribution conjuguée de $g(x)$. [20].

On rappelle qu'une des propriétés des classes des distributions conjuguées est que la distribution à priori $h(\theta)$ et la distribution à posteriori $h(\theta/x)$ (après qu'une certaine quantité d'informations concernant la variable aléatoire x ait été rassemblée) appartiennent à la même famille de distributions avant et après l'obtention de l'information.

b) La détermination des paramètres des distributions:

On suppose que les distributions sont décrites chacune par deux paramètres:

$$g(x; \gamma, \psi) \text{ et } h(\theta; \alpha, \beta).$$

Puisque θ représente la moyenne de x , on a la relation suivante entre θ , γ et ψ :

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} x g(x; \gamma, \psi) dx = \theta(\gamma, \psi). \quad (VI-13)$$

Puisque θ est une variable aléatoire donc au moins un des paramètres γ ou ψ est aléatoire. Supposons que γ est aléatoire tandis que ψ est connu au sens Bayésien du terme.

On va maintenant établir des équations à partir desquelles les paramètres inconnus ψ, α et β pourront être déterminés.

On commence par poser l'égalité suivante pour la variance conditionnelle de x [3]:

$$\text{Var}[x] = \text{var}[E(x/\theta)] + E(\text{Var}[x/\theta]) \quad (VI-14) \quad (\text{Voir Annexe III}).$$

$$\text{Var}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta - E(\theta))^2 h(\theta; \alpha, \beta) d\theta + E\left(\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \theta)^2 g(x; \gamma, \psi) dx\right). \quad (VI-15)$$

hypothèse I:

La variance moyenne de la distribution $g(x; \gamma, \psi)$ est une fraction k de la variance de la distribution de $f(x)$.

$$E(\text{Var}[x/\theta]) = k\sigma^2.$$

En utilisant l'hypothèse et l'équation (4), on obtient l'expression suivante pour la variance de θ :

$$\text{Var}[E(x/\theta)] = (1-k) \sigma^2. \quad (VI-16)$$

On suppose également que l'estimateur de θ est sans biais $E(\theta) = \mu$. [20]

Car si on considère une densité de probabilité initiale de moyenne μ et de variance σ^2 (voir figure VI-1), et on suppose 3 densités de probabilité caractérisées par leurs moyennes, respectivement μ_1, μ_2, μ_3 , représentant les réalisations possibles après obtention de l'information ($\theta = \mu_1, \mu_2, \mu_3$), chacune pouvant survenir avec une probabilité de transition p_1, p_2, p_3 .

Un estimateur sans biais de μ implique que la moyenne des moyennes des distributions à posteriori est égale à la moyenne à priori μ : $\mu = \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3$

Dans le cas où la variable aléatoire θ est continue : $E(\theta) = \mu$. (VI-17)

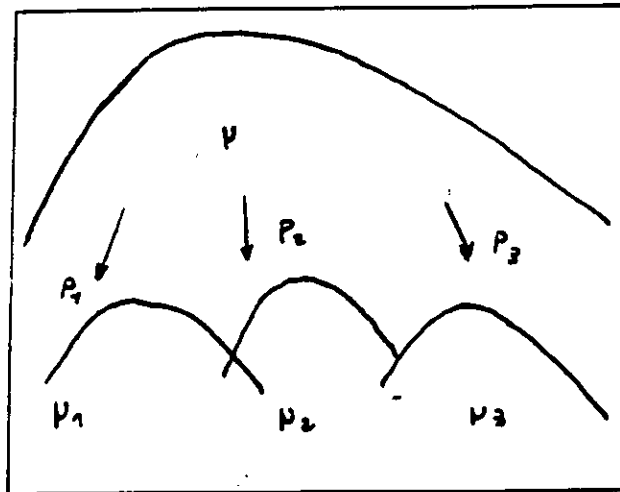


Figure VI-1 : Densités de probabilités avant et après obtention de l'information [20].

On a à présent 3 éléments d'informations avec lesquels les 3 paramètres α , β et ψ peuvent être déterminés.

α et β peuvent être à partir des relations (VI-16) et (VI-17) comme suit :

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta h(\theta; \alpha, \beta) d\theta \quad (VI-18)$$

$$(1-k)\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta - \mu)^2 h(\theta; \alpha, \beta) d\theta \quad (VI-19)$$

Ayant déterminé α et β , ψ peut être établi en utilisant l'hypothèse 1:

$$k\sigma^2 = E(\text{Var}[x|\theta]) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\theta)^2 g(x; \gamma(\theta, \psi)) dx h(\theta; \alpha, \beta) d\theta \quad (VI-20)$$

L'équation (VI-20) définit implicitement une relation à travers laquelle ψ peut être calculé.

Pour illustrer les résultats établis, nous présentons un exemple pour la distribution Normale:

Soit $f(x)$ la distribution initiale de x : $x = N(\mu, \sigma)$

La distribution de x après avoir obtenu de l'information est donnée par:

$$g(x ; \gamma, \psi) = N(\gamma, \psi)$$

et sa distribution conjuguée par :

$$h(\theta ; \alpha, \beta) = N(\alpha, \beta).$$

En utilisant les relations précédentes, on obtient les résultats suivants pour les paramètres inconnus (voir annexe III):

$$\alpha = \mu \quad (VI-21)$$

$$\beta = \sqrt{1-k}\sigma \quad (VI-22)$$

$$\psi = \sqrt{k}\sigma \quad (VI-23)$$

Pour $k=1$, cas où aucune information n'est obtenue entre deux instants, de l'équation (VI-23) on remarque que l'écart type de la distribution de x ne change pas et que la distribution $h(\theta)$ dégénérera en un seul point $\theta=\mu$ (équation (VI-22)) ce qui est vérifié par l'intuition.

Pour $k=0$, cas où toute l'information sur la variable aléatoire x est obtenue en une étape, i.e. que toute l'incertitude qui entourait x est résolue. La variable x ne revêt plus de caractère aléatoire, du fait que sa variance devient nulle, ce qui est vérifié par l'équation (VI-23) $\psi=0$.

C) LE MODÈLE STOCHASTIQUE

I) INTRODUCTION

Cette méthode permet le calcul du gain espéré de l'exploitation d'un champ de pétrole.. L'évaluation se faisant à $n=0$ (avant le début de l'exploitation), elle permet de prendre en compte dans le calcul du gain, différentes possibilités pouvant survenir dans le cadre de l'exploitation. Il peut arriver par exemple, qu'après quelques années d'exploitation, on se rende compte, à partir des informations obtenues, que le niveau de réserves considéré doit être révisé à la hausse ou à la baisse selon les cas, et que l'on doit donc adapter le profil de production à ces nouvelles données. L'approche considérée comptabilise justement toutes ces possibilités à travers un programme dynamique stochastique, en affectant des probabilités d'occurrence aux différents changements pouvant intervenir sur le profil de production. Ces probabilités sont établies à partir du degré de connaissance du champ à chaque période, donc du degré d'incertitude résolue.

Le programme dynamique comporte deux décisions possibles: continuer ou arrêter l'exploitation du champ, il cumule les revenus de l'exploitation de chaque période; ces revenus sont bien sûr actualisés à l'étape $n=0$, étape de l'évaluation.

La méthode décrite présente aussi une approche de calcul des différentes probabilités intervenant dans le programme dynamique.

II) LE SYSTÈME ET SA DYNAMIQUE [6], [18], [19], [20]

La connaissance des caractéristiques physiques du réservoir est la pierre angulaire de la méthode d'évaluation. En effet, le degré de connaissance du réservoir à une certaine étape de la vie d'un champ exprime l'état dans lequel se trouve le système. Sa dynamique est donc décrite par l'évolution de l'information à travers le temps

L'information disponible avant l'exploitation est exprimée par un jeu de scénarios de profils de production. L'information cumulée ensuite durant l'exploitation est caractérisée par le calcul du degré d'incertitude résolue à chaque étape de production.

Nous allons maintenant décrire ces deux aspects qui nous permettront de caractériser les états du système:

1) LES PROFILS DE PRODUCTION: [18]

La modélisation des quantités de pétrole récupérables découvertes peut être faite à travers une densité de probabilités des réserves existantes pour exprimer l'incertitude qui entoure cette estimation (voir figure VI-2). Cette incertitude a deux composantes principales: l'incertitude sur les réserves en place et celle sur le facteur de récupération.

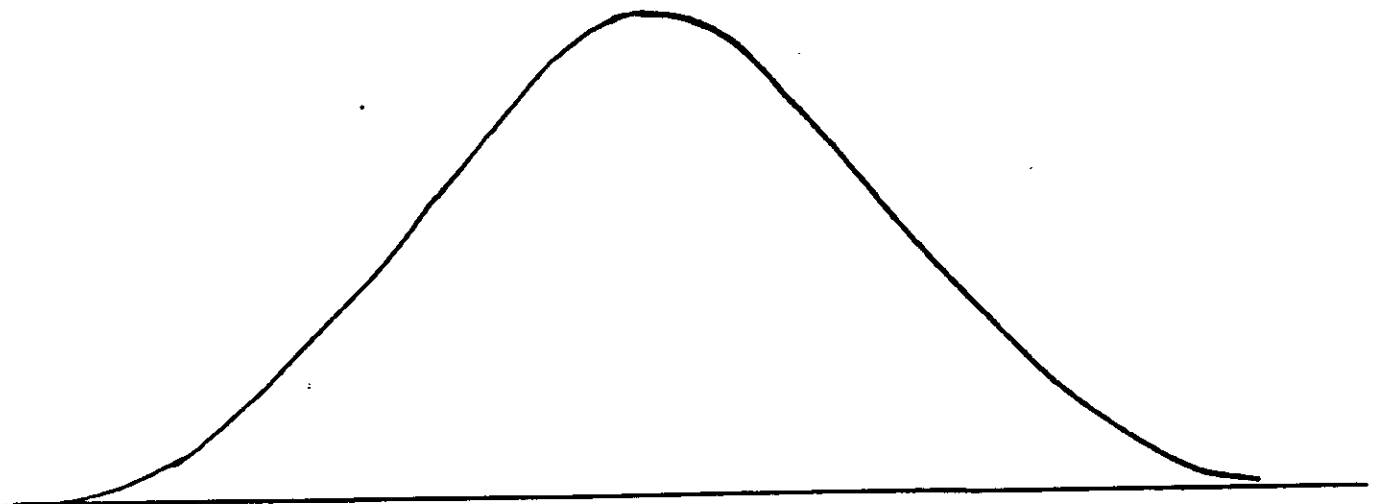


Figure VI-2 : Distribution des réserves [20].

Cette densité de probabilités est établie par les experts géologues à partir d'informations obtenues par la prospection pétrolière, de leur connaissance du site, et de leur expérience.

Considérons M profils de production (M scénarios) (voir figure VI-3) qui caractérisent les différents niveaux de réserves récupérables possibles (densité déjà établie). Affectons ensuite à chaque profil de production i ($i=1$ à M) sa probabilité de réalisation π_i , probabilité subjective établie sur la base des connaissances et des informations dont disposent les experts géologues. Celle-ci exprime les chances que le scénario i représente le vrai profil de production.

Soit $\pi = [\pi_1, \dots, \pi_M]$, le vecteur des probabilités affectées aux M profils de production.

Avec $0 \leq \pi_i \leq 1$ et $\sum \pi_i = 1$.

Production

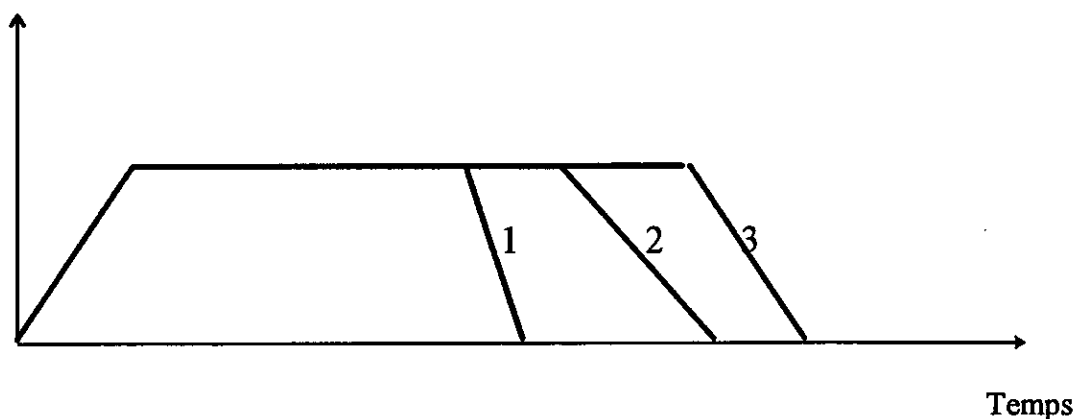


Figure VI-3 : Exemple de trois scénarios de production (ayant le même niveau de plateau) [18].

2) L'INCERTITUDE ET SA RÉDUCTION A TRAVERS LE TEMPS: [18] , [20]

Comme établi précédemment l'information collectée durant l'exploitation engendre une amélioration progressive du degré de connaissance du réservoir, ce qui donne la possibilité d'établir des estimations des réserves récupérables toujours plus précises. Cette réduction de l'incertitude à travers le temps entraîne un continuel ajustement du profil de production, et permet à mesure de l'accumulation de l'information de se rapprocher du profil réel de production.

Ce dernier n'est évidemment connu qu'à la fin de l'exploitation du champ, et les différents profils de production établis durant la vie du champ ne sont que des prévisions pour tenter de l'approcher au mieux.

Considérons a_n comme étant le degré d'incertitude résolue jusqu'à l'étape n .

Avec $0 \leq a_n \leq 1$ et tel que:

$a_0 = 0$ (Incertainitude totale avant l'exploitation).

$a_{nf} = 1$ (Résolution complète de l'incertitude au bout de nf étapes d'exploitation).

Nous verrons par la suite que a_n peut être interprété comme étant le pourcentage de réduction de la variance de la distribution des scénarios à travers le temps.

a_n suit la courbe du flux d'information cumulé dans l'espace temps (voir figure VI-4).

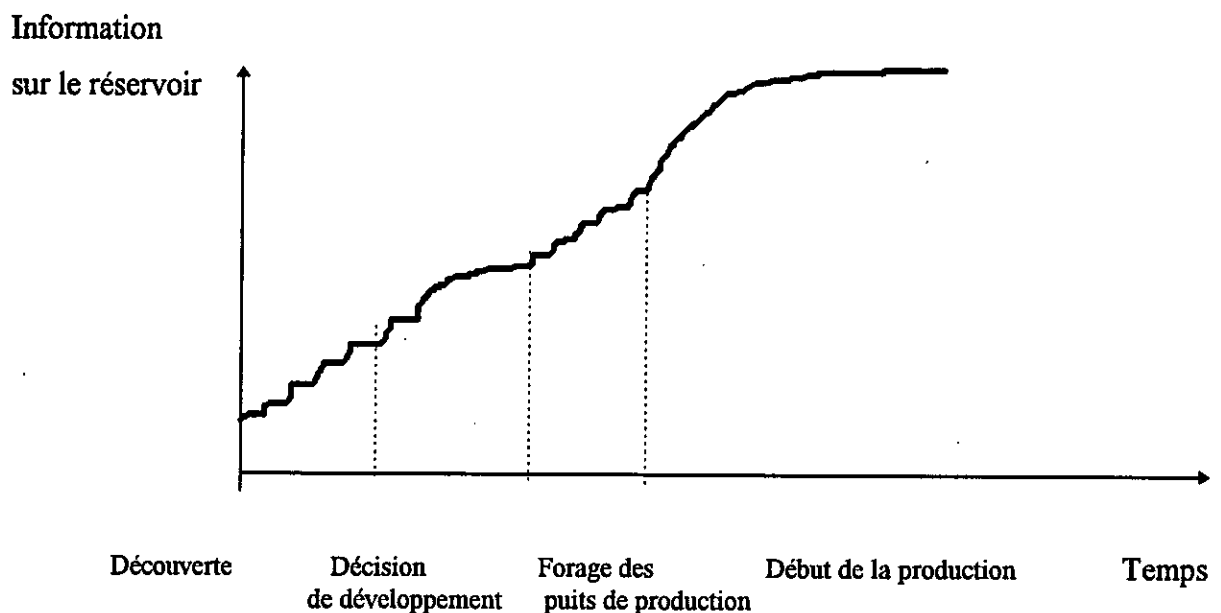


Figure VI-4 : Résolution de l'incertitude. « Source : The Norwegian Oil Directorate » [18].

Cette courbe est déterminée par des spécialistes ayant acquis une large expérience dans la gestion de l'exploitation des champs de pétrole. Ils peuvent donc estimer l'évolution de a_n à travers les différentes étapes d'exploitation du champ.

Nous allons à présent définir le modèle qui régit le système et ses différents éléments.

III) LE MODÈLE

1) LES VARIABLES DU MODÈLE: [18]

Considérons deux variables aléatoires X_n et θ_n qui permettront de représenter les différents états du système.

Soient:

θ_n : Le scénario ayant la plus grande probabilité, à l'étape n , de représenter le vrai profil de production.

Cette variable symbolise les états du programme dynamique.

à $n = 0$, $\theta_0 = k$ tel que $\pi_k \geq \pi_j$, $\forall j = 1$ à M .

X_n : Le vrai scénario à l'étape n , vu de l'étape 0.

2) LES PROBABILITÉS DU MODÈLE: [18]

Considérons les probabilités conditionnelles suivantes:

$q_{ij}^{(n)} = \Pr [X_n = j / \theta_n = i]$ Avec $i, j = 1, 2, \dots, M$. Distribution des scénarios à l'étape n .

C'est la probabilité que le $j^{\text{ème}}$ scénario représente à l'étape n le vrai profil de production sachant que le $i^{\text{ème}}$ scénario est le profil le plus probable à la même étape.

Elle permet de mesurer l'écart entre la réalité et ce qu'on croit être la réalité à l'étape n .

Si l'incertitude est complètement résolue à l'étape n alors:

$$X_n = \theta_n; q_{ij}^{(n)} = 1 \text{ si } i = j, \text{ et } q_{ij}^{(n)} = 0 \text{ sinon.}$$

Pour $n = 0$, il est clair que $q_{ij}^{(0)} = \Pr [X_0 = j / \theta_0 = i] = \pi_j$.

$$p_{ij}^{(n)} = \Pr[\theta_n = j / \theta_{n-1} = i] \quad \text{Avec } i, j = 1, 2, \dots, M.$$

C'est la probabilité que le $j^{\text{ème}}$ scénario soit le plus probable à l'étape n , sachant que le $i^{\text{ème}}$ scénario était le plus probable à étape précédente $n-1$.

Elle représente la probabilité de transition entre les différents états du programme dynamique.

Si l'incertitude est complètement résolue à l'étape $n-1$ alors:

$$\theta_n = \theta_{n-1}; \quad p_{ij}^{(n)} = 1 \quad \text{si } i = j, \quad \text{et } p_{ij}^{(n)} = 0 \quad \text{sinon.}$$

On voit bien que le calcul des probabilités intervenant dans le modèle est fonction de l'information disponible sur le réservoir. Il est clair que plus on avance dans le temps, plus la quantité d'information cumulée est importante, de ce fait $q_{ij}^{(n)}$ va tendre vers 0 et $q_{jj}^{(n)}$ vers 1. De même si entre deux périodes, on obtient pas ou peu d'informations nouvelles, $p_{ij}^{(n)}$ va tendre vers 1 et $p_{ij}^{(n)}$ vers 0.

3) LE PROGRAMME DYNAMIQUE: [4], [18], [19]

Il est donné par l'équation réursive arrière suivante:

$$V_n(i) = \text{Max}_d [C_n(i, d) + \beta \sum_{j=1}^M p_{ij}^{(n+1)} V_{n+1}(j+1)], \quad i, j = 1, 2, \dots, M / n = 1, 2, \dots, N. \quad (\text{VI-24})$$

Avec $V_n(i)$: Revenu espéré cumulé sur les périodes $n, n+1, \dots, N$.

N : Nombre de périodes représentant la durée d'exploitation prévue par le profil de production le plus long.

d (Décision à prendre) = { 0 (Stopper la production et abandonner le champ)
ou 1 (Continuer la production)}.

β : Taux d'actualisation.

$C_n(i,d)$: Revenu espéré réalisé à l'étape n , lorsque le système est dans l'état i et que la décision d est prise.

A l'étape N , on a : $V_N(i) = \text{Max}_d \{0, C_N(i,d)\}$.

A partir de l'équation (VI-24), on peut établir le gain espéré de l'exploitation de ce champ.

Le calcul de $C_n(i,d)$ est donné par:

$$C_n(i,d) = PR[n] \sum_{j=1}^M Q_n(j,d) q_{ij}^{(n)} - D_n(i,d) \quad (\text{VI-25})$$

où :

$PR[n]$: Prix de vente du pétrole à l'étape n .

$Q_n(j, d)$: Quantité de pétrole produite selon le scénario j à l'étape n , en considérant la décision d .

$D_n(i, d)$: Coûts opérationnels selon le profil i à l'étape n , en considérant la décision d .

L'estimation de la quantité produite à la période n , s'obtient en pondérant les quantités prévues par chaque scénario par la probabilité d'occurrence de celui-ci i.e $q_{ij}^{(n)}$.

Les éléments et les équations du modèle définis, on constate que la dynamique du système est décrite par θ_n ($n= 1, 2, \dots, N$) représentant les différents états, leurs probabilités de transition $p_{ij}^{(n)}$, ainsi que par la distribution des scénarios à chaque période $q_{ij}^{(n)}$.

4) LA DÉTERMINATION DES DISTRIBUTIONS: [3], [9], [18], [20]

Les probabilités intervenant dans le modèle et définies antérieurement caractérisent le degré de connaissance du réservoir. Elles permettent, comme nous l'avons présenté en introduction une pondération des différents changements et des différentes possibilités pouvant survenir dans le cadre de l'exploitation du champ.

Pour le calcul, considérons une distribution continue de profils de production associée à la distribution des ressources à l'étape 0 i.e qu'on associe à chaque niveau de réserves récupérables possible le profil correspondant, ce qui donne une distribution continue de profils de production.

On choisit pour cette méthode la loi Normale comme distribution initiale continue. On verra par la suite comment la distribution initiale discrète et symétrique des scénarios (Vecteur π) peut être ajustée par une distribution Normale.

Le choix de la loi Normale comme densité de probabilités des réserves récupérables peut-être justifié par le théorème de *BOREL* qui s'énonce comme suit:

Si un phénomène est produit par plusieurs causes, si chacune des causes est petite devant les autres, et si elles sont indépendantes alors le phénomène est sensiblement normal.

Les réserves récupérables dépendent d'une multitude d'éléments physiques liés au gisement : la porosité, la perméabilité, la saturation en eau, la pression de miscibilité, la hauteur utile, la surface imprégnée, la surface de drainage,... qui déterminent le facteur de récupération et les réserves en place. Chacun de ces éléments contribue à la détermination du niveau de réserves récupérables, et sa contribution peut-être considérée comme petite par rapport aux autres. D'autre part, on peut considérer que ces facteurs sont indépendants entre eux. Ce qui justifie la Normalité.

Le choix de la loi Normale se base également sur des considérations pratiques: l'affectation de probabilités aux profils de production par un géologue et la discrétisation sont plus commodes selon une loi Normale qu'une autre loi de probabilité.

Pour distinguer entre le cas discret et le cas continu, nous adoptons la notation suivante pour le cas continu: X_n^* et θ_n^* .

Notons que la distribution initiale des scénarios est donnée par $N(\mu_0, \sigma_0)$, on a donc:

$$\mu_0 = \theta_0^* \text{ et } X_0^* \text{ est distribuée selon } q(X_0^* / \theta_0^*) = N(\theta_0^*, \sigma_0).$$

Après le début de la production, à l'étape 1 une nouvelle distribution des scénarios

$q(X_1^* / \theta_1^*)$ est considérée où θ_1^* représente la moyenne de celle-ci.

$q(X_1^* / \theta_1^*)$ appartient à la même classe de distributions que la distribution initiale i.e.

$q(X_1^* / \theta_1^*) = N(\theta_1^*, \sigma_1^2)$, puisque les informations obtenues entre les étapes $n=0$ et $n=1$ réduisent l'incertitude sur les ressources en place sans altérer la forme de la fonction de distribution.

Il est établi qu'à l'étape $n=0$, θ_0^* est connu et correspond au profil ayant la plus grande probabilité π_i de réalisation. Mais θ_1^* (profil le plus probable à l'étape $n=1$) n'est pas connu et dépend de l'information obtenue entre $n=0$ et $n=1$, donc vu de $n=0$ θ_1^* est une variable aléatoire avec sa propre distribution $p(\theta_1^*) = p(\theta_1^* / \theta_0^*)$ (Distribution à posteriori de θ_0^*).

Nous considérons que $E[\theta_1^*] = \theta_0^* = \mu_0$ [20] (voir principes de l'Analyse Bayésienne).

Il nous faut maintenant déterminer une famille de distributions pour $p(\theta_1^*)$. En utilisant l'analyse Bayésienne, on peut déterminer une famille de distributions pour p qui est en fait la distribution conjuguée de q en considérant le paramètre θ (voir principes de l'Analyse Bayésienne).

On rappelle que la propriété de la classe des distributions conjuguées énonce que θ_0^* est distribuée selon la même famille de distributions avant et après avoir récolté de l'information i.e que si $q(X^*/.)$ suit une loi Normale, alors la distribution conjuguée $p(\theta^*)$ est aussi Normale dans le cas où on suppose que la variance de q est connue [3], [9].

On peut alors écrire que :

$$p(\theta_1^* / \theta_0^*) = N(\theta_0^*, \beta_1), \text{ où } \beta_1^{-2} = \text{Var}[\theta_1^*].$$

Il reste maintenant à déterminer la variance β_1^{-2} de $p(\theta_1^*)$ ainsi que la variance σ_1^2 de $q(X_1^* / \theta_1^*)$.

La fonction de résolution de l'incertitude $\{ \hat{a}_n \}$ est interprétée comme étant le pourcentage de réduction de la variance de la distribution des scénarios. Hypothèse judicieuse, car si la distribution initiale a une certaine variance σ^2 , plus on avance dans le temps et plus le degré de

connaissance du réservoir est important ce qui réduit la dispersion autour de la moyenne de la distribution et s'exprime alors par des courbes de Gauss plus ramassées. Ceci est traduit par la figure VI-5.

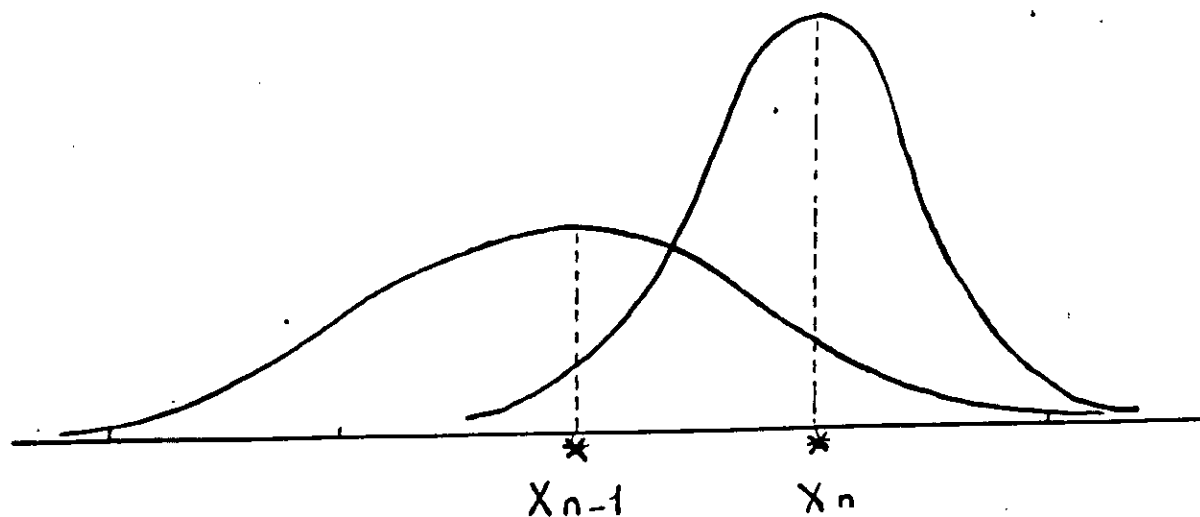


Figure VI-5 : Evolution de la variance de X_n^* à travers le temps .

a_n étant défini comme le degré d'incertitude résolue, il est alors logique qu'il soit interprété comme le degré de réduction de la variance de la distribution des scénarios.

On peut alors écrire qu'à l'étape 1, la variance σ_1^2 de $q(X_1^* / \theta_1^*)$ est donnée par:

$$\sigma_1^2 = (1-a_1) \sigma_0^2.$$

Vue de l'étape 0, l'incertitude sur le vrai profil représentée par les distributions p et q à l'étape 1 est conservée i.e. que l'incertitude sur le vrai profil à l'étape 1 vue de étape 0 est égale à l'incertitude sur le vrai profil à l'étape 0. Ceci découle du fait que le vrai profil étant toujours inconnu calculer la variance de sa distribution à partir de l'étape 0, pour l'étape 0, l'étape 1, ou une quelconque étape ultérieure revient au même; puisqu'aucune information n'est encore parvenue, et que l'on sait seulement que pour les étapes postérieures à l'étape 0 une certaine

quantité d'information va être obtenue mais on ne peut évidemment connaître la nature de celle-ci (Aspect quantitatif et non qualitatif de l'information).

Ce qui justifie l'hypothèse de la conservation de la variance de la distribution du vrai profil, et on peut alors écrire:

$$\text{Var}[X_1^*] = \text{Var}[X_0^*] = \sigma_0^2.$$

D'autre part on peut écrire [3]:

$$\text{Var}[X_1^*] = \text{Var}[E(X_1^* / \theta_1^*)] + E(\text{Var}[X_1^* / \theta_1^*]). \quad (\text{VI-26})$$

(Voir Annexe III Démonstrations.)

De l'équation (VI-26) on a:

$$\text{Var}[X_1^*] = \text{Var}[\theta_1^*] + E(\sigma_1^2) = \beta_1^2 + (1-a_1)\sigma_0^2.$$

$$\text{D'où:} \quad \sigma_0^2 = \beta_1^2 + (1-a_1)\sigma_0^2 \implies \text{Var}[\theta_1^*] = \beta_1^2 = a_1\sigma_0^2.$$

La distribution de θ_1^* est alors complètement déterminée et elle est donnée par

$$p(\theta_1^*) = N(\theta_0^*, \sqrt{a_1}\sigma_0).$$

De la même manière on peut généraliser le calcul entre les étapes n-1 et n, pour cela supposons qu'à l'étape n la distribution de θ_n^* est donnée par $p(\theta_n^* / \theta_{n-1}^*) = N(\theta_{n-1}^*, \beta_n)$, avec :

$$\beta_n^2 = \text{Var}[\theta_n^* / \theta_{n-1}^*].$$

a_n est toujours interprété comme le pourcentage de réduction de la variance de la distribution des scénarios, ainsi:

$$\text{Var}[X_n^* / \theta_n^*] = \sigma_n^2 = (1 - a_n)\sigma_0^2.$$

En considérant toujours le fait que l'incertitude sur le vrai profil est conservée quand celui-ci est observé à partir de n=0, on a :

$$\text{Var}[X_n^*] = \text{Var}[X_0^*] = \sigma_0^2.$$

$$\text{D'où:} \quad \sigma_0^2 = \text{Var}[X_n^*] = \text{Var}[E(X_n^* / \theta_n^*)] + E(\text{Var}[X_n^* / \theta_n^*]) = \text{Var}[\theta_n^*] + \sigma_n^2$$

$$\text{Var}[\theta_n^*] = \sigma_0^2 - \sigma_n^2 = \sigma_0^2 - (1 - a_n)\sigma_0^2 \implies \text{Var}[\theta_n^*] = a_n\sigma_0^2. \quad (\text{VI-27}).$$

L'équation (VI-27) peut paraître à première vue paradoxale, car elle symbolise le fait que plus le degré de résolution de l'incertitude a_n est important, plus la variance de θ_n^* est importante. Mais en analysant bien le phénomène, le sens de cette équation apparaît clairement: Rappelons que $\text{Var}[\theta_n^*]$ est la variance de la distribution de θ^* à l'étape n , vue de l'étape $n=0$; celle-ci est nulle à l'étape initiale ($a_0 = 0$) car θ_0^* est connue (profil le plus probable à $n = 0$), et elle est maximale à l'étape n_f où l'incertitude est complètement résolue ($a_{n_f} = 1$).

En effet, un degré de résolution d'incertitude élevé provient du fait qu'on a reçu une quantité d'information importante, celle-ci engendre alors un élargissement de l'horizon de distribution de θ^* (plus de possibilités à considérer). Ce qui montre que les distributions de θ^* s'expriment par des courbes de Gauss toujours plus aplaties au fur et à mesure qu'on avance dans le temps comme indiqué par la figure VI-6.

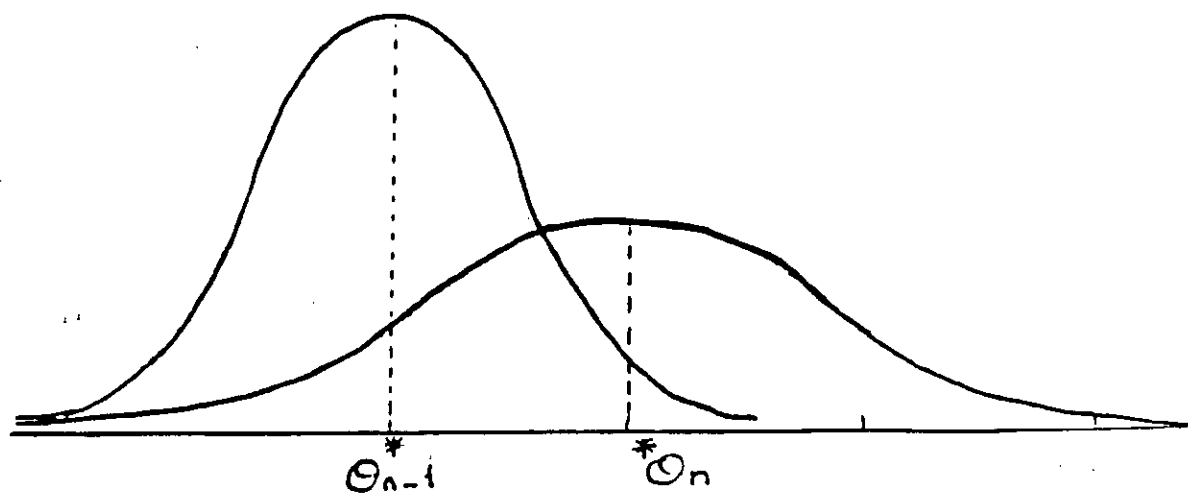


Figure VI-6 Evolution de la variance de θ_n^* à travers le temps.

On écrit alors que:

$$\begin{aligned}\text{Var}[\theta_n^*] &= \text{Var}[E(\theta_n^* / \theta_{n-1}^*)] + E(\text{Var}[\theta_n^* / \theta_{n-1}^*]) \\ &= \text{Var}[\theta_{n-1}^*] + \beta_n^2.\end{aligned}$$

Où :

$$\beta_n^2 = \text{Var}[\theta_n^* / \theta_{n-1}^*] = (a_n - a_{n-1}) \sigma_0^2.$$

Donc les distributions à l'étape n sont données par:

$$q(X_n^* / \theta_n^*) = N(\theta_n^*, \sqrt{1 - a_n} \sigma_0) \quad (\text{VI-28}).$$

$$p(\theta_n^* / \theta_{n-1}^*) = N(\theta_{n-1}^*, \sqrt{a_n - a_{n-1}} \sigma_0). \quad (\text{VI-29}).$$

$p(X_n^* / \theta_n^*)$ est la distribution a posteriori entre les étapes n-1 et n, et devient une distribution a priori entre les étapes n et n+1.

On remarque que pour $a_n = 1$ (résolution de toute l'incertitude à l'étape n), $\sqrt{(1 - a_n)} \sigma_0 = 0$ (variance de la distribution de $q(X_n^* / \theta_n^*)$), ce qui implique que $X_n^* = \theta_n^*$.

On remarque aussi que si $a_n - a_{n-1} = 0$ (absence d'informations entre n-1 et n), $\theta_n^* = \theta_{n-1}^*$ et $q(X_n^* / \theta_n^*) = q(X_{n-1}^* / \theta_{n-1}^*)$ i.e que la distribution des scénarios ne varie pas entre n-1 et n.

Chacun de ces résultats confirme ce qui peut être établi par intuition.

On peut alors écrire les équations (VI-28) et (VI-29) sous la forme suivante:

$$\theta_n^* = \theta_{n-1}^* + \varepsilon_n.$$

$$X_n^* = \theta_n^* + z_n. \quad (\text{VI-30}).$$

Avec: $n \geq 1$ et $\theta_0^* = \mu_0$.

Où $\{\varepsilon_n\}$ et $\{z_n\}$ sont deux suites de variables aléatoires indépendantes qui suivent des distributions Normales indépendantes non stationnaires (la variance de la distribution est fonction de n), telles que:

$$\varepsilon = {}_nN(0, \sqrt{a_n - a_{n-1}}\sigma_0) \quad \text{et} \quad z_n = N(0, \sqrt{1 - a_n}\sigma_0)$$

Les équations d'état (VI-30) peuvent être considérées comme les réalisations possibles du système, connaissant la distribution initiale $q(X_0^* / \theta_0^*)$ et la courbe du flux d'information cumulé $\{a_n\}$, on peut simuler le système et donc déterminer les probabilités de transitions intervenant dans le programme dynamique.

5) ADAPTATION DES RÉSULTATS OBTENUS A LA DISTRIBUTION DISCRÈTE DES SCÉNARIOS: [18]

Pour utiliser les résultats obtenus précédemment pour le calcul des probabilités du programme dynamique, nous nous devons de procéder à la discrétisation de l'espace des états (scénarios), et donc des deux distributions considérées.

On considère M profils de production et leurs probabilités initiales d'occurrence $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_M$.

Cette distribution est établie de façon symétrique tel que:

$$\begin{aligned} \pi_j = \pi_{M-j+1} & \quad \text{avec } j= 1, 2, \dots, (M+1)/2 \quad \text{pour } M \text{ impair.} \\ & \quad \text{et } j= 1, 2, \dots, M/2 \quad \text{pour } M \text{ pair.} \end{aligned}$$

Dans notre cas on considère un nombre impair de scénarios pour mettre en évidence le scénario le plus probable.

On ajuste ensuite cette distribution par la loi Normale en considérant les intervalles $I_j = [c_j, d_j]$ tel que $c_{j+1} = d_j$ et $\Pr(X \in I_j) = \pi_j$, pour $X \sim N(0, 1)$.

Exemple:

$$\begin{aligned} c_1 = -\infty \text{ et } d_1 \text{ est déterminé tel que } \Pr(X \leq d_1) = \pi_1, \\ \text{ensuite } c_2 = d_1 \text{ et } d_2 \text{ est déterminé tel que } \Pr(c_2 < X < d_2) = \pi_2. \end{aligned}$$

Les différents intervalles obtenus I_j ($j= 1, 2, \dots, M$) représentent les différentes valeurs possibles des variables aléatoires $\{ X_n \}$ et $\{ \theta_n \}$.

On a donc:

$$q_{ij}^{(n)} = \Pr[X_n = j / \theta_n = i] = \Pr[X_n^* \in I_j / \theta_n^* \in I_i] = \Pr\{ X_n^* \in [c_j, d_j] / \theta_n^* \in [c_i, d_i] \}.$$

et

$$p_{ij}^{(n)} = \Pr[\theta_n = j / \theta_{n-1} = i] = \Pr[\theta_n^* \in I_j / \theta_{n-1}^* \in I_i] = \Pr\{ \theta_n^* \in [c_j, d_j] / \theta_{n-1}^* \in [c_i, d_i] \}.$$

Ces probabilités peuvent être obtenues en établissant l'approximation suivante :

$$q_{ij}^{(n)} = \Pr[X_n = j / \theta_n = i] \approx \Pr\{ X_n^* \in [c_j, d_j] / \theta_n^* = m_i \}$$

$$q_{ij}^{(n)} = \Phi\left(\frac{d_j - m_i}{\sqrt{1 - a_n}}\right) - \Phi\left(\frac{c_j - m_i}{\sqrt{1 - a_n}}\right). \quad (\text{VI-31}).$$

Φ : est la fonction de répartition de la loi normale .

Et m_i représente la médiane de l'intervalle I_i , elle est établie à partir de l'équation suivante :

$$\Pr(c_i < X < m_i) = \Pr(m_i < X < d_i) = \pi_i / 2.$$

$$p_{ij}^{(n)} = \Pr[\theta_n = j / \theta_{n-1} = i] \approx \Pr\{ \theta_n^* \in [c_j, d_j] / \theta_{n-1}^* = m_i \}$$

$$p_{ij}^{(n)} = \Phi\left(\frac{d_j - m_i}{\sqrt{a_n - a_{n-1}}}\right) - \Phi\left(\frac{c_j - m_i}{\sqrt{a_n - a_{n-1}}}\right). \quad (\text{VI-32})$$

Une approche plus performante serait de simuler X_n^* et θ_n^* en les obtenant à partir d'un générateur de variables aléatoires pour une distribution normale [18], [19].

En utilisant le théorème de Bayes : $\Pr (A/ B) = \Pr(A, B) / \Pr(B)$, on obtient :

$$q_{ij}^{(n)} = \Pr\{ X_n^* \in [c_j, d_j], \theta_n^* \in [c_i, d_i] \} / \Pr\{ \theta_n^* \in [c_i, d_i] \}.$$

$$\text{et } p_{ij}^{(n)} = \Pr\{ \theta_n^* \in [c_j, d_j], \theta_{n-1}^* \in [c_i, d_i] \} / \Pr\{ \theta_{n-1}^* \in [c_i, d_i] \}.$$

les probabilités sont alors estimées par :

$$\frac{n_{ij}}{n_i} = \frac{\#\{X_n^* \in I_j, \theta_n^* \in I_i\}}{\#\{\theta_n^* \in I_i\}} \quad \text{et} \quad \frac{m_{ij}}{m_i} = \frac{\#\{\theta_n^* \in I_j, \theta_{n-1}^* \in I_i\}}{\#\{\theta_{n-1}^* \in I_i\}}$$

où # représente le cardinal d'un ensemble.

Lorsque le nombre de simulations devient important, on atteint l'état stationnaire :

$$\frac{n_{ij}}{n_i} \rightarrow q_{ij}^{(n)} \quad \text{et} \quad \frac{m_{ij}}{m_i} \rightarrow p_{ij}^{(n)}$$

L'approximation introduite par les équations (VI-31) et (VI-32) peut cependant amener à une altération de l'hypothèse de conservation de la variance de X_n .

Etant donné que : $\text{Var}[X_n^*] = \text{Var}[E(X_n^* / \theta_n^*)] + E[\text{Var}[X_n^* / \theta_n^*]]$ [3] et puisque l'approximation a été notamment introduite sur $q_{ij}^{(n)}$, rien ne garantit que $E(X_n^* / \theta_n^*) = \theta_n^*$ et que $\text{Var}[X_n^* / \theta_n^*] = \sigma_n^2$. Ce qui va à l'encontre des hypothèses du modèle et sans quoi la production prévue à l'étape n $E[Q_n / \theta_0]$ dépendra de la qualité de l'information reçue, et ceci du fait que le calcul des probabilités s'éloigne des valeurs théoriques (introduction d'un biais dans la neutralité de la répartition de l'information reçue).

Pour corriger l'erreur introduite par cette approximation, la procédure suivante a été établie:

en supposant une situation de production ($d=1$), la production à l'étape n si le profil i est le plus probable est donnée par

$$Q_i^{(n)} = \sum_{j=1}^M Q_n(j) q_{ij}^{(n)}$$

On pose $P_i^{(n)} = \Pr [\theta_n = i / \theta_0]$, la probabilité que le scénario i soit le plus probable à l'instant n , $P_i^{(n)}$ est établie par l'équation réursive:

$$P_i^{(n)} = \sum_{k=1}^M P_k^{(n-1)} P_{ki}^{(n)}$$

pour $n=0$, on a $P_i^{(0)} = 1$ si $i = \theta_0$, $P_i^{(0)} = 0$ sinon.

$P_i^{(n)}$ représente la probabilité que le scénario i soit le plus probable sachant qu'à l'instant initial le scénario le plus probable est θ_0 . Dans le cas continu $P_i^{(n)}$ correspond à $P(\theta_n^* / \theta_0^*) = N(\theta_0^*, a_n \sigma_0)$,

sa variance est nulle à l'étape 0 et maximale lorsque toute l'information est obtenue, on démontre dans ce cas que $P_i^{(n)}$ devient égale à π_i .

Démonstration

Supposons que toute l'incertitude est résolue la première année de production de sorte que $a_1=1$,

alors : $P_i^{(1)} = \sum_{k=1}^M P_k^{(0)} P_{ki}^{(1)} = P_{\theta_0 j}^{(1)}$. Où θ_0 est le scénario le plus probable à l'étape initiale, on a alors

$$P_{\theta_0 j}^{(1)} = \Phi(d_i - m_{\theta_0}) - \Phi(c_i - m_{\theta_0}) = \Phi(d_i - c_i) = \Pr(c_i < X < d_i) = \pi_i$$

Supposons maintenant qu'on soit à une étape n quelconque.

alors : $P_i^{(n)} = \sum_{k=1}^M P_k^{(n-1)} P_{ki}^{(n)} = \sum_{k=1}^M \left(\sum_{l=1}^M P_l^{(n-2)} P_{lk}^{(n-1)} \right) P_{ki}^{(n)}$

$$P_i^{(n)} = \sum_{l=1}^M P_l^{(n-2)} \sum_{k=1}^M P_{lk}^{(n-1)} P_{ki}^{(n)}$$

et où $\sum_{k=1}^M P_{ik}^{(n-1)} P_{ki}^{(n)}$ représente la probabilité que le profil i soit le plus probable à l'instant n sachant que le profil l était le plus probable à l'instant $n-2$, celle-ci s'écrit dans le cas continu $p(\theta_n^*/\theta_{n-2}^*) = N(\theta_{n-2}^*, \sqrt{a_n - a_{n-2}} \sigma_0)$.

En faisant le même développement pour $P_i^{(n-2)}, P_i^{(n-3)}, \dots, P_i^{(1)}$, on obtient la relation :

$$P_i^{(n)} = \sum_{s=1}^M \dots \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^M P_{\theta_s}^{(0)} \dots P_{lk}^{(n-1)} P_{ki}^{(n)}.$$

qui s'écrit dans le cas continu $p(\theta_n^*/\theta_0^*) = N(\theta_0^*, \sqrt{a_n - a_0} \sigma_0)$ et dans le cas où $a_n=1$, on retrouve la relation :

$$P_i^{(n)} = \Phi(d_i - m_{\theta_0}) - \Phi(c_i - m_{\theta_0}) = \Phi(d_i - c_i) = \Pr(c_i < X < d_i) = \pi_i$$

Considérons maintenant $E_\pi(Q_n)$ et $E_p(Q_n)$ tel que:

-) $E_\pi(Q_n)$ représente la quantité moyenne produite à l'étape n , calculée à partir des informations initiales.

$$E_\pi(Q_n) = \sum_{j=1}^M \pi_j Q_n(j).$$

-) $E_p(Q_n)$ représente la quantité produite à l'étape n calculée en tenant compte de la réduction de l'incertitude.

$$E_p(Q_n) = \sum_{i=1}^M P_i^{(n)} Q_i^{(n)}$$

$$\text{On pose } R = \frac{E_\pi(Q_n)}{E_p(Q_n)}.$$

R permet de corriger la production moyenne selon chaque profil, puisqu'il exprime d'une manière globale (selon tous les profils) le rapport entre la production calculée à partir des informations initiales et la production calculée en tenant compte de la réduction de l'incertitude.

L'équation (VI-25) sera alors remplacée par

$$C_n(i) = \frac{E_n(Q_n)}{E_p(Q_n)} PR[n] \sum_{j=1}^M Q_n(j) q_{ij}^{(n)} - D_n(i)$$

D) MODÈLE STOCHASTIQUE AVEC RÉCUPÉRATION SECONDAIRE

Le modèle établi par *STENSLAND* et *TØJSTHEIM* [18], présenté dans la section précédente, est un modèle qui ne considère que la récupération primaire, ce qui occulte un aspect important de l'exploitation d'un gisement : les procédés de récupération secondaire. D'autant plus que dans la majorité des champs (environ 80%) exploités par la *SONATRACH*), on utilise l'injection pour améliorer le facteur de récupération.

Nous proposons, dans cette optique, une extension du modèle stochastique en considérant la possibilité d'utiliser la récupération secondaire.

Le modèle que nous développons permet une meilleure évaluation du gain espéré, puisqu'il caractérise mieux la réalité de l'exploitation.

I) LA RÉCUPÉRATION SECONDAIRE

La nécessité de récupérer le maximum de pétrole du gisement, conduit à utiliser des procédés de récupération artificielle au moment où l'énergie interne du réservoir commence à se dissiper.

Cette technique consiste à injecter de l'eau ou du gaz (selon la nature du gisement) pour maintenir la pression intérieure du réservoir et donc rallonger la période d'exploitation et récupérer plus de pétrole.

Ce qui peut - être schématisé par la figure suivante :

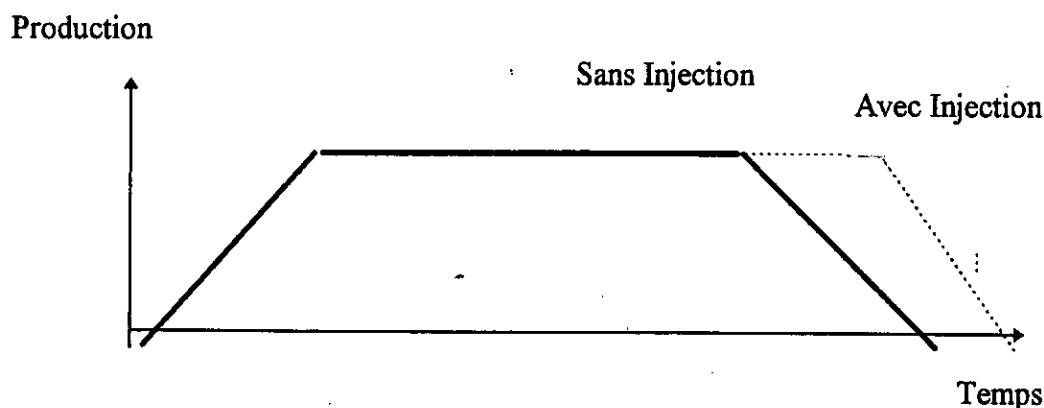


Figure (VI-7) : Profil de production avec et sans injection.

Mais décider d'adopter cette technique implique des investissements supplémentaires au niveau du champ et des coûts opérationnels plus importants, ce qui nécessite une analyse de rentabilité.

Cette quantité est fonction de paramètres endogènes tels que le nombre de puits injecteurs à forer, et de paramètres exogènes tels que les caractéristiques physiques du réservoir : sa porosité, sa perméabilité, la densité du fluide,...qui déterminent le facteur de récupération secondaire.

Le nombre de puits injecteurs à forer est fonction du schéma initial d'exploitation i.e fonction du nombre de puits de production et de leur distribution géographique, mais également des caractéristiques physiques du réservoir.

L'injection est une technique qui permet de récupérer jusqu'à 90% de pétrole en plus par rapport à la récupération naturelle.

II) L'ÉVALUATION DE LA RENTABILITÉ

a) L'approche déterministe:

L'approche déterministe en considérant l'injection ne diffère en rien par rapport à l'approche classique présentée préalablement, il suffit bien-sûr de considérer le profil de production avec injection, les investissements et les coûts opérationnels correspondants.

b) L'approche stochastique:

Nous proposons deux démarches de calcul pour l'approche stochastique.

La première consiste à supposer que le facteur de récupération secondaire est fixe (déterministe), dans ce cas de figure il suffit de transformer les M scénarios de récupération primaire en M scénarios de récupération secondaire. Mais dans ce cas de figure, l'approche considérée est peu élaborée et omet l'incertitude sur le facteur de récupération secondaire.

Pour pallier à cet état de fait, nous proposons une approche permettant d'appréhender l'aléa sur le facteur de récupération secondaire pour une meilleure évaluation de la rentabilité du champ en considérant la décision d'injecter.

Pour la présentation des résultats la première approche est appelée Approche Stochastique 1 et celle que nous allons développer Approche Stochastique 2.

Comme nous l'avons vu précédemment la détermination du niveau de réserves récupérables dépend des réserves en place et du facteur de récupération primaire qui correspond à un certain état des paramètres physiques du réservoir. Les scénarios tels qu'ils ont été présentés dans le modèle précédent sont établis sur cette base.

Si on considère la décision d'injecter, chaque scénario donne lieu à un nouveau scénario de production avec récupération secondaire. Cependant à partir d'un scénario de récupération primaire, les quantités récupérables par injection sont soumises à une incertitude importante.

On peut alors affirmer que pour chaque état des paramètres physiques du réservoir (M scénarios de récupération primaire), plusieurs scénarios de récupération secondaire peuvent être établis (incertitude sur le facteur de récupération secondaire).

Pour affiner notre modèle nous proposons de prendre en considération l'incertitude sur le facteur de récupération secondaire.

Nous proposons dans cette perspective la démarche suivante:

Considérons les M profils (M scénarios) établis par les experts géologues pour la récupération primaire. Nous proposons aux géologues d'exprimer l'incertitude sur le facteur de récupération secondaire en considérant pour chaque scénario i (i= 1 à M), M_i scénarios de récupération secondaire (réalisations possibles du facteur de récupération secondaire selon chaque état des paramètres physiques du réservoir (scénarios initiaux)) avec i= 1 à M.

Nous proposons ensuite d'affecter des probabilités initiales aux scénarios de récupération secondaire : π_{kl} avec $k= 1$ à M , $l= 1$ à M_k et $\sum_{l=1}^{M_k} \pi_{kl} = \pi_k$ (probabilité initiale du k^{ème} scénario de récupération primaire).

Le calcul du gain espéré de l'exploitation se fera alors à partir de tous les profils de production

considérés $\left(\sum_{k=1}^M M_k \right)$.

Pour l'aspect théorique et le calcul des probabilités les mêmes résultats que le modèle sans injection sont appliqués.

Le modèle ainsi établi permet une estimation plus réaliste du gain de l'exploitation.

CHAPITRE VII

IMPLEMENTATION DU MODELE ET APPLICATION SONATRACH

A) IMPLEMENTATION DU MODELE ET PRESENTATION DU CAS TRAITÉ

1) PRESENTATION DU PROGRAMME ET VALIDATION

Après avoir étudié le modèle stochastique et les différentes bases théoriques nécessaires à sa mise en œuvre, nous passons à son implémentation.

Le programme que nous avons élaboré a été implémenté en Turbo Pascal version 7.0 sur un micro ordinateur compatible IBM disposant de 8 Méga de RAM et d'un micro processeur Intel 80486 SL.

Le programme permet de calculer le gain moyen de l'exploitation d'un champ ainsi que la construction des profils de production et leur visualisation graphique.

Afin de rendre ce programme plus convivial, et d'en soigner l'esthétique nous l'avons doté d'une interface de communication qui permet notamment :

- d'améliorer le processus de communication, surtout lors de l'introduction des données du système ou de leur mise à jour,
- de mieux guider l'utilisateur à travers une fonction d'aide « on line »

Nous présentons un exemple d'application du modèle traité par *G.STENSLAND ET D.B.TJØSTHEIM [18]* qui permettra d'une part d'illustrer la méthode que nous avons développée et d'autre part de valider notre programme en comparant les résultats obtenus par les auteurs aux nôtres.

Pour éclairer la méthode d'évaluation développée précédemment nous considérons l'exemple suivant où on montre que le modèle déterministe peut amener à une sous estimation de la valeur monétaire des réserves récupérables.

On s'intéresse donc à l'évaluation d'un champ de pétrole pour lequel cinq scénarios de productions possibles ont été imaginés et choisis de sorte qu'il ressemble à un cas pratique (voir Tableau 1). Les cinq profils ont une probabilité initiale 0.1, 0.2, 0.4, 0.2, 0.1 (resp) et possèdent le même plateau de production 4 millions de m³/an mais la longueur de celui-ci varie d'un profil à un autre ce qui correspond à une quantité de pétrole récupérable différente.

D'autre part un prix de pétrole de 15 \$ par baril a été considéré qui à un taux de change: 1\$=7.33 NOK (Couronnes Norvégiennes) donne $15 \times 7.33 \times 6.5 = 711.75$ NOK/m³ (1m³ = 6.5 baril).

Le prix du baril est supposé constant sur toute la durée de l'exploitation.

Un taux d'actualisation de 7% a été considéré.

Les données ont été simplifiées dans le but de montrer et de quantifier l'effet de résolution de l'incertitude sur le calcul de la rentabilité.

Année	Profil				
	1	2	3	4	5
1	4	4	4	4	4
2	4	4	4	4	4
3	3	4	4	4	4
4	2	4	4	4	4
5	1	3	4	4	4
6		2	4	4	4
7		1	3	4	4
8			2	4	4
9			1	3	4
10				2	4
11				1	3
12					2
13					1

Tableau VII-1: Profil de production en millions de m³ / An.

Quatre courbes de résolution de l'incertitude ont été considérées:

- Réduction linéaire d'un même taux durant les 8 premières années de production.
- Réduction à déclin relatif où 50% de l'incertitude est résolue linéairement durant les 6 premières années de production et 30% et 20% les 2 années suivantes.
- Une résolution immédiate de l'incertitude où toute l'information est obtenue durant la première étape de production.

• Finalement le cas déterministe où l'incertitude n'est pas prise en compte. Pour ce cas de figure on prend comme profil de production le profil obtenu en pondérant les cinq scénarios par leurs probabilités initiales, ce qui donne un profil moyen à partir duquel on calculera le gain de l'exploitation.

Le coût opérationnel D est supposé constant durant l'exploitation (donné en millions de NOK). Le tableau suivant donne le gain moyen qu'on pourrait réaliser, pour différents coûts opérationnels et pour les quatre méthodes de résolution de l'incertitude.

Coût opérationnel	Résolution de l'incertitude			
	Linéaire	Déclin relatif	Résolution immédiate	Déterministe
0	16954 (16954)	16954 (16953)	16954 (16954)	16953 (16953)
500	13432 (13439)	13407 (13419)	13514 (13514)	12916 (12916)
1500	6850 (6856)	6749 (6701)	7146 (7146)	6247 (6247)
2000	3917 (3920)	3749 (3711)	4315 (4315)	3464 (3464)
2500	1314 (1306)	1196 (1196)	1730 (1730)	1079 (1079)

Tableau VII-2: Gain moyen actualisé en millions de NOK.

() : Résultats obtenus à partir de notre programme.

Dans l'hypothèse d'un coût opérationnel nul $D=0$, la décision optimale serait de continuer la production jusqu'à épuisement des ressources c'est à dire jusqu'à ce qu'on atteigne la fin du profil de production; et on obtient le même résultat (Gain moyen) quelle que soit la rapidité avec laquelle l'incertitude est résolue puisque aucune décision n'est nécessaire, ce qui est confirmé par la première ligne du tableau VII-2.

L'autre situation extrême est lorsque D est très grand comparé au profit annuel 2.85 billions/an, la dernière ligne du tableau 2 traite ce cas de figure avec $D=2.5$ billions/an, dans le cas déterministe la production est arrêtée dès que le gain moyen atteint 2.5, alors que si l'incertitude est résolue immédiatement ou avant le début du déclin pour le plus petit profil (2 ans dans notre cas), la production est continuée tant que la valeur monétaire de la production

du profil qu'on considère est supérieure à 2.5. La dernière ligne montre la différence entre les gains moyens lorsque l'incertitude est résolue immédiatement (ou avant le début de la phase de déclin pour le plus petit profil), et le cas déterministe où celle-ci est ignorée.

Ce qui est donc reproché à la méthode déterministe c'est sa rigidité dans l'évaluation de la rentabilité c'est à dire qu'elle considère la réaction de l'exploitant face à un seul état alors qu'en réalité l'avenir est constitué d'une infinité d'états possibles; sachant qu'un seul d'entre eux se réalisera dans le temps, le problème est de savoir lequel et le plus tôt possible.

La première remarque qu'on peut faire sur le Tableau VII-2 est que plus l'incertitude est résolue rapidement plus le gain moyen est important, car en considérant par exemple la sixième année de production et que toute l'incertitude a été résolue alors le gain moyen réalisé cette année pour un quelconque profil dépend seulement de la quantité produite selon ce profil

$C_6(i) = Q_6(i) \times 711.75 - D$. Alors que si l'incertitude subsiste encore, le gain moyen réalisé durant cette année est fonction des quantités produites selon tous les profils et en particulier le profil 1, dont la quantité $Q_6(1)$ est nulle. Ceci vient du fait qu'on considère une probabilité de transition vers le profil 1, car nous ne sommes pas encore en mesure d'affirmer lequel des scénarios est le vrai profil à cette année.

On remarque aussi que plus les coûts opérationnels sont importants plus la différence entre les gains moyens est significative. Car des coûts opérationnels élevés, amènent à arrêter tôt la production (d'abord pour les profils les plus courts) et donc tant que l'incertitude n'a pas été résolue le gain moyen selon un profil quelconque est réduit par le fait qu'il soit calculé par une pondération des gains de tous les profils et que les plus courts d'entre eux présentent un gain nul sur une période plus longue.

Notons que les résultats obtenus par notre programme sont très proches de ceux donnés dans l'article [18], ce qui valide notre programme. De petites différences existent, cependant, que nous justifions par le fait que nous n'avons pas connaissance des procédures de calcul des probabilités utilisés par les auteurs de l'article (approximation de la loi Normale, précision adoptée,...). Ceci est d'autant plus important que nous avons remarqué une très grande sensibilité des résultats aux valeurs prises par les probabilités.

Nous allons à présent appliquer le modèle à un champ qui nous a été soumis par la SONATRACH.

II) PRESENTATION DU CAS TRAITE

Nous présentons dans cette partie le cas qu'il nous a été demandé d'étudier. Il s'agit d'un champ découvert par la SONATRACH dans le bassin de *GHADAMES* situé au Sud Est de l'ALGERIE.

Nous allons appliquer notre modèle pour tenter d'apporter une nouvelle approche pour l'évaluation de la rentabilité de ce gisement. Nous comparerons ensuite nos résultats à ceux obtenus par la SONATRACH.

D'après les premières évaluations faites par la SONATRACH, le champ en question est de taille relativement petite et présente des conditions d'exploitation difficiles: piège profond, réservoir hétérogène, accessibilité difficile, surface de drainage faible,... . Cette situation rend l'évaluation de la rentabilité délicate car elle engendre des investissements importants et des coûts opérationnels relativement élevés.

1) Le Schéma d'exploitation du champ :

Le schéma adopté pour l'exploitation du champ se présente comme suit :

-) On prévoit le forage de 20 puits producteurs.
-) La durée de forage et de mise en production d'un puits est estimée à un mois (30 jours).
-) Le plan de développement prévoit un plateau de production de 1 Million de mètres cubes par an (6.4 Million de Barils / an).
-) Le potentiel initial moyen d'un puits est estimé à 1700 barils par jour (utilisé pour la détermination des profils par le modèle de Arps [20]).
-) Le procédé de récupération secondaire éventuel le mieux adapté aux caractéristiques du gisement est l'injection de gaz.
-) Dans le cas où l'on déciderait d'injecter, le schéma prévu comporte 7 puits injecteurs et une station de compression.
-) Le temps nécessaire pour la mise en place des installations de production est estimé à 3 ans. Le début de la production est donc prévu pour 1998, dans le cas où on déciderait d'exploiter le champ.

2) Inputs du Modèle:

a) Réserves récupérables:

Nous avons demandé aux experts géologues de la SONATRACH de modéliser le champ par plusieurs niveaux de réserves possibles. Cinq scénarios de production possibles ont été retenus pour l'approche stochastique 1, à partir de ces derniers 11 nouveaux scénarios ont été retenus pour l'approche stochastique 2 (Voir Tableaux VII-3, VII-4, VII-5).

<i>Scénarios</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Probabilité Initiale de Réalisation</i>	<i>0.1</i>	<i>0.2</i>	<i>0.4</i>	<i>0.2</i>	<i>0.1</i>
<i>Réserves (bbl)</i>	<i>32 000 000.</i>	<i>41 600 000.</i>	<i>57 600 000.</i>	<i>70 400 000.</i>	<i>83 200 000.</i>

Tableau VII-3 : Réserves Techniquement Récupérables et Probabilité Initiale de Réalisation de chaque scénario (Récupération Primaire). (1 m³ = 6.4 bbl (Baril))

<i>Scénarios Approche Stochastique 1</i>	<i>Probabilités Initiales</i>	<i>Réserves (Bbl)</i>
<i>1</i>	<i>0.1</i>	<i>53 120 000</i>
<i>2</i>	<i>0.2</i>	<i>69 120 000</i>
<i>3</i>	<i>0.4</i>	<i>96 000 000</i>
<i>4</i>	<i>0.2</i>	<i>117 120 000</i>
<i>5</i>	<i>0.1</i>	<i>138 880 000</i>

Tableau VII-4 : Réserves Techniquement Récupérables et Probabilité Initiales de réalisation de chaque scénario (Récupération Secondaire Approche Stochastique 1)

<i>Scénarios Approche Stochastique 2</i>	<i>Probabilités Initiales (*)</i>	<i>Réserves (Bbl)</i>
1	0.03	40 320 000
2	0.07	57 800 000
3	0.09	51 200 000
4	0.11	76 800 000
5	0.1	70 400 000
6	0.2	96 000 000
7	0.1	108 000 000
8	0.11	102 400 000
9	0.09	128 000 000
10	0.07	140 800 000
11	0.03	153 600 000

*Tableau VII-5 : Réserves Techniquement Récupérables et Probabilité Initiales de réalisation de chaque scénario (Récupération Secondaire Approche Stochastique2).
(*) : Calculées à partir des probabilités de l'Approche Stochastique 1 (voir Chapitre VI)*

b) Profils de production :

Nous présentons les profils de production, estimés par la SONATRACH associés à chaque scénario avec et sans injection, ainsi que les profils de production que nous avons obtenus en implémentant le modèle de Arps [20] (Voir Annexe 4 Tableaux A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6).

c) Résolution de l'incertitude :

La courbe de résolution de l'incertitude estimée par les ingénieurs réservoirs de la SONATRACH est donnée par :(Voir Tableau VII-6)

(On rappelle que dans le modèle a_n représente le degré d'incertitude résolue jusqu'à l'étape n).

<i>n (années)</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_n	0.2	0.4	0.485	0.575	0.655	0.745	0.830	0.915	1.0

Tableau VII-6: Degré de résolution de l'incertitude à travers le temps (Estimation SONATRACH).

d) Coûts opérationnels:

Les coûts opérationnels sont estimés pour ce champ à 20000000 \$ par an sans l'injection et 23000000 \$ par an en considérant l'injection.

e) Prix de vente du pétrole:

Le prix de vente du pétrole est estimé sur la durée d'exploitation du champ à 16\$. Il est cependant considéré une inflation de 3.5% par an (associée à la dépréciation du dollar).

f) Taux d'Actualisation :

Le taux d'actualisation considéré par la SONATRACH est de 11%.

B) PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

Nous allons dans cette partie exposer les résultats que nous avons obtenus en utilisant le modèle stochastique. Nous confronterons ces derniers à ceux obtenus par la **SONATRACH** par l'approche déterministe. Nous comparerons ensuite les gains obtenus à l'investissement nécessaire pour l'exploitation du champ pour l'analyse de la rentabilité.

I) PRESENTATION DES RESULTATS

Nous présentons les résultats calculés à partir des profils de production estimés par la **SONATRACH**, mais également à partir des profils de production que nous avons estimés par notre implémentation du modèle de Arps[20].

Le calcul du gain pour l'approche déterministe a été fait sur la base d'un niveau de réserves récupérables de 41 600 000 barils (Scénario 2).

Les gains sont actualisés à l'année 1995, année de l'évaluation.

Les probabilités du modèle stochastique sont calculées par approximation et par simulation (voir Chapitre VI). Notons que dans le cas de la simulation le nombre de valeurs des variables aléatoires générées est de l'ordre de 2000, ce qui se traduit par un temps de calcul très important (25mn en moyenne). Dans notre cas la différence entre les gains calculés en considérant la simulation et l'approximation n'est pas très importante, nous retenons cependant malgré le temps de calcul la simulation pour notre interprétation des résultats par souci de précision.

1) Calcul du gain à partir des profils de production estimés par la SONATRACH:

<i>Méthode d'évaluation:</i>	<i>Exploitation sans injection</i>	<i>Exploitation avec injection</i>
<i>Stochastique1 (Probabilités approximées)</i>	293 492 777	335 412 128
<i>Sochastique1 (Probabilités simulées)</i>	296 319 914	340 922 312
<i>Stochastique2 (Probabilités approximées)</i>		328 972 135
<i>Stochastique2 (Probabilités simulées)</i>		332 629 413
<i>Déterministe</i>	235 967 606	279 333 830

Tableau VII-7 : Résultats (\$) obtenus à partir des profils de production estimés par la SONATRACH

2) Calcul du gain à partir des profils de production estimés par le modèle de Arps [20]:

<i>Méthode d'évaluation:</i>	<i>Exploitation sans injection</i>	<i>Exploitation avec injection</i>
<i>Stochastique1 (Probabilités approximées)</i>	281 263 885	335 467 057
<i>Stochastique1 (Probabilités simulées)</i>	283 517 813	338 019 140
<i>Stochastique2 (Probabilités approximées)</i>		323 947 264
<i>Stochastique2 (Probabilités simulées)</i>		324 612 275
<i>Déterministe</i>	218 473 529	270 856 177

Tableau VII-8 : Résultats obtenus à partir des profils de production estimés par le modèle de Arps [20].

II) L'INVESTISSEMENT NECESSAIRE AU DEVELOPPEMENT DU CHAMP

1) L'investissement de développement

La structure de l'investissement se présente comme suit :

<i>Investissement</i>	<i>Montant (\$)</i>
<i>Forage et Equipement des puits producteurs</i>	<i>50 000 000</i>
<i>Installations de collecte des puits producteurs</i>	<i>10 000 000</i>
<i>Installations de traitement, de stockage et d'expédition du pétrole</i>	<i>65 000 000</i>
<i>Equipements de production et de distribution des utilités</i>	<i>10 000 000</i>
<i>Infrastructures</i>	<i>30 000 000</i>

Tableau VII-9 : Montant des Investissements.

L'investissement de transport est caractérisé par la construction d'une canalisation de 10'' (pouces) de diamètre et de 50 Km de longueur pour le raccordement au réseau. Le montant de cet investissement est estimé à 20 000 000 \$.

Le total de l'investissement est donc estimé à 185 000 000 \$.

2) L'investissement de l'injection:

La structure de l'investissement se présente comme suit:

<i>Investissement</i>	<i>Montant (\$)</i>
<i>Le forage et l'équipement des puits injecteurs</i>	<i>23 000 000</i>
<i>Station de compression</i>	<i>30 000 000</i>
<i>Les dessertes et installations de surfaces pour l'injection</i>	<i>10 000 000</i>

Tableau VII-10 : Investissements de l'Injection.

Le total de l'investissement de l'injection est donc estimé à 63 000 000 \$.

Notons que la structure de l'investissement est constituée d'une partie Dinars et une partie Devises, pour des commodités de calcul tout l'investissement a été rapporté au Dollar.

III) INTERPRETATION DES RESULTATS

L'évaluation de la rentabilité du champ considéré est assez délicate de part le niveau de réserves estimé et le montant des investissements à consentir. Il apparaît une différence significative entre les résultats obtenus par l'approche déterministe et les approches stochastiques.

1) Profils de production estimés par la SONATRACH:

En ne considérant pas l'injection, la différence de gain entre l'approche déterministe et l'approche stochastique est de $60 \cdot 10^6$ \$. Rapporté à l'investissement le calcul stochastique représente 1.60 fois l'investissement, alors que le calcul déterministe ne représente que 1.27 fois l'investissement.

En considérant l'injection, la différence de gain entre l'approche déterministe et l'approche stochastique1 est de $62 \cdot 10^6$ \$ et la différence en considérant l'approche stochastique 2 est de $53 \cdot 10^6$ \$. Rapportés à l'investissement le calcul stochastique1 représente 1.84 fois l'investissement, le calcul stochastique2 1.80 fois celui-ci alors que le calcul déterministe ne représente que 1.50 fois l'investissement .

Le résultat déterministe obtenu par la SONATRACH peut conduire à la décision de ne pas exploiter le champ car il caractérise dans ce cas une rentabilité assez faible.

Nous voyons bien qu'une attitude marquée par une prudence excessive peut amener à manquer des opportunités d'investissements intéressantes.

Le résultat donné par l'approche stochastique2 est inférieur à celui donné par l'approche stochastique1, ceci est dû au fait que l'on considère une plus grande incertitude au début (facteur de récupération secondaire).

Les résultats des approches stochastiques sont plus proches de la réalité car d'une part, différents niveaux de réserves récupérables sont considérés (récupération primaire et

secondaire), d'autre part le principal apport de l'approche stochastique est de considérer le fait que durant l'exploitation le profil de production est continuellement ajusté en fonction des informations recoltées sur le gisement, et que sur cette base des décisions optimales d'exploitation sont prises (date d'arrêt de la production). Cet apport est considérable car dans la réalité c'est de cette façon qu'est menée l'exploitation.

Notons que le calcul déterministe aurait pu donner un gain supérieur à celui du calcul stochastique, si la SONATRACH avait considéré un scénario de production plus optimiste, mais ce cas de figure pourrait correspondre à une surévaluation du champ ce qui serait encore plus risqué pour l'entreprise. La meilleure façon pour l'entreprise d'appréhender le risque entourant l'exploitation du gisement serait donc de considérer l'approche stochastique (l'approche 2 est bien évidemment la plus indiquée, puisque l'évaluation est encore plus précise).

La différence entre les résultats obtenus par les deux approches peut ne pas être significative pour la décision d'exploiter dans le cas où le champ présente des caractéristiques favorables à l'exploitation (réserves importantes, coûts opératoires et investissements faibles). Cependant, nous insistons sur le fait que l'apport de la méthode stochastique apparaît surtout lorsque nous avons à évaluer des champs dits tangents.

b) Profils de production estimés par le modèle de Arps:

En ne considérant pas l'injection, la différence de gain entre l'approche déterministe et l'approche stochastique est de $65 \cdot 10^6$ \$. Rapporté à l'investissement le calcul stochastique représente 1.53 fois l'investissement, alors que le calcul déterministe ne représente que 1.18 fois l'investissement.

En considérant l'injection, la différence de gain entre l'approche déterministe et l'approche stochastique1 est de $67 \cdot 10^6$ \$ et la différence en considérant l'approche stochastique 2 est de $54 \cdot 10^6$ \$. Rapportés à l'investissement le calcul stochastique1 représente 1.83 fois l'investissement, le calcul stochastique2 1.75 fois celui-ci alors que le calcul déterministe ne représente que 1.45 fois l'investissement .

Les mêmes observations que pour les profils estimés par la SONATRACH peuvent-être faites.

CHAPITRE VIII

CONCLUSION GENERALE ET SUGGESTIONS

CONCLUSION GENERALE ET SUGGESTIONS

L'objet de notre étude était de mettre en œuvre un outil d'aide à la décision performant, efficace et modulable permettant une évaluation précise de la rentabilité d'un champ de pétrole en appréhendant la réalité de l'exploitation, caractérisée par une incertitude importante au début et qui se réduit à travers le temps. Et non pas de mener une étude économique de rentabilité dans le cas d'un champ précis. Ce modèle est avant tout un outil de calcul du critère décisionnel : Gain espéré de l'exploitation. Celui-ci ne répond cependant pas à la question de savoir s'il faut exploiter le champ, laquelle est du ressort des décideurs.

La qualité des résultats obtenus par le modèle stochastique dépend essentiellement de la fiabilité des inputs du modèle. En effet, la modélisation du niveau de réserves récupérables par les différents scénarios de production, l'affectation de probabilités subjectives de réalisation à chaque scénario et l'estimation des variations de la courbe de résolution de l'incertitude sont capitales pour une bonne évaluation du gain espéré de l'exploitation.

Dans le domaine de l'exploitation pétrolière, il est actuellement conseillé aux géologues de fournir leurs estimations sous la forme de distribution de probabilités pour caractériser l'incertitude qui entoure celles-ci [24], nous pensons, dans cette perspective, que **SONATRACH** gagnerait à utiliser le concept de probabilités subjectives, outil considérable pour une meilleure modélisation des problèmes auxquels sont confrontés les décideurs.

Le modèle développé pourrait être affiné en introduisant l'incertitude sur un paramètre très influent sur la décision d'exploitation : le prix de vente du pétrole [19],[22]. Cette démarche amènerait à considérer un programme dynamique à deux familles d'états : les niveaux de réserves et les niveaux de prix, et conduirait à une évaluation encore plus précise de la rentabilité du gisement. On peut également introduire une variable aléatoire décrivant les perturbations qui pourraient se produire durant l'exploitation du champ (fluctuation du niveau de production), qu'on estime à partir de données historiques de production.

Dans l'étude que nous avons menée, nous avons considéré que le décideur avait le choix entre deux actions seulement (exploiter ou abandonner le champ), cependant une troisième action pourrait être introduite dans le modèle lorsque la frontière entre les deux premières décisions n'est pas évidente. Il s'agira dans ce cas de faire un sondage d'information où la valeur de celle-ci serait quantifiée, pour une meilleure prise de décision finale.

Une extension pourrait être également considérée pour les calculs usuels de rentabilité (Valeur actuelle nette, taux de rendement interne,...) en considérant, pour le calcul du chiffre d'affaires, un niveau de production moyen donné par le modèle stochastique (voir approche stochastique).

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE**A) OUVRAGES:**

[1] - **J.BARBIER.**

Dictionnaire du pétrole.

Dunod : 1980.

[2] - **M.BENYAKLEF.**

Probabilités et Statistique mathématique. Tome II.

Presses des Editions Maghrébines : 1977.

[3] - **M.H.DE GROOT.**

Optimal Statistical Decisions.

Editions M^c Graw Hill : 1970.

[4] - **S.T.DREYFUS. A.M.LAW.**

The Art and Theory of dynamic programming.

Academic Press. Inc : 1977.

[5] - **J.LESROUNE.**

Le Calcul Economique : Théorie et Applications.

Dunod : 1972.

[6] - **M. MAINGUY.**

Recherche et Production des Hydrocarbures.

Mouton & C^{ie} : 1965.

[7] - **P. MASSE.**

Optimal Investement Decisions : Rules for Action and Criteria for Choice.

Prentice-Hall, Inc : 1977.

[8] - **B.W. MORGAN.**

An Introduction to Bayesian Statistical Decision Processes.

Prentice-Hill, Inc : 1968.

[9] - **H. RAIFFA. R. SCHALAIFER.**

Applied Statistical Decision Theory.

Harvard University, BOSTON : 1961.

B) ARTICLES:

- [10] - **K. BURDETT** (*Cornell University*). **T. VISHWANTAH** (*Northwestern University*).
Declining Reservation Wages and Learning.
The Review of Economic Studies 55 p 655-666 : 1988.
- [11] - **R.H.CALDWELL** (*SPE , Scotia Energy*).
The Use of Computerized Statistical Data in Risk-Apparaised Economic Analysis of Oil and Gas Prospects.
Journal of Petroleum Technology 447-452 : Avril 1986.
- [12] - **E.L.DOUGHTERY. D.H.THURNAN**(*American Institute of Mining, Metarllurgical and Petroleum Engineers, INC*).
A Computerized System for Planning Major Investement Decisions in Oil.
The Society of Petroleum Engineers Journal : 1969.
- [13] - **J.LOHRENZ** (*Chevron Oil Field Research Co, SPE*).**J.A.PEDERSON** (*Pennade Entreprise Inc, SPE*).
Values and Costs of Oil Reserves.
Journal of petroleum Technology p 325-329 : Mars 1986.
- [14] - **G.C.LOURY** (*Northwestern University*).
The Optimal Exploitation of an Unknown Reserve.
Review of Economic Studies 45 p 621-636 : 1978.
- [15] - **P.D.NEWDROP. P.J.ROOT** (*University of Oklahoma*).
Risk Analysis in Drilling Investement Decisions.
The Society of Petroleum Engineers Journal : 1968.
- [16] - **A.N.NYSTAD** (*Chr. Michelsen Inst.*).
Reservoir Economic Optimization.
The Society of Petroleum Engineers Journal :1985.
- [17] - **M.B.SMITH** (*University of Houston*).
Probability Models for Petroleum Investement Decisions.
The Society of Petroleum Engineers Journal p 543-550 : Mai 1970.

- [18] - *G.STENSLAND (Chr.Michelsen Inst. Norway). D.B.TØJSTHEIM (University of Bergen.Norway) .*
Optimal Decisions With Reduction of Uncertainty over Time.
Stochastic Models and Options Values : 1991.
- [19] - *G.STENSLAND (Chr.Michelsen Inst. Norway). D.B.TØJSTHEIM (University of Bergen.Norway) .*
Optimal Investement Using Empirical Dynamic Programming with Application to Natural Ressources.
Journal of Business 62 p 100-119 : 1989.
- [20] - *G.STENSLAND. T.HEFTING. H. BJØRSTAD.*
A Model for Exploration Decisions.
Energy Economics 11 p 187-196 : 1989.

C) OUVRAGES ET ARTICLES CONSULTES:

- [21] - *P.BEHRENBRUCH. G.J.TURNER. A.R.BACKHOUSE.*
Probabilistic Hydrocarbon Reserves Estimation : A Novel Monte Carlo Approach.
The Society of Petroleum Engineers Journal : 1985.
- [22] - *M.J.BRENNAN. E.S.SCHWARTZ (University of British Columbia).*
Evaluating Natural Ressource Investments.
Journal of Business 58 p 135-157 : 1985.
- [23] - *J.A.CARROLL . R.N.HORNE. (SPE).*
Multivarjate Optimizations of Production Systems.
Journal of Petroleum Technology p 782-831 : Juillet 1992.
- [24] - *R.D.MEGILL.*
An Introduction to Risk Analysis.
PennWell Books, Tulsa : 1984.

- [25] - *G.STENSLAND. T.E.OLSEN.*
On optimal timing of investement when cost components are additive and follow geometric diffusions.
Journal of Economic Dynamics and Control 16 p 39-51 : 1992.
- [26] - *M.L.TRICE (SPE). B.A.DAWE (Esso Production Malaysia Inc).*
Reservoir Management Practices.
Journal of Petroleum Technology p 1296-1349 : Decembre 1992.
- [27] - *M.L.WEITZMAN. K.ROBERTS.*
Funding Criteria for Research, Developpement and Exploration Projects.
Econometrica p 1261-1288 : Septembre 1981.
- [28] - *H.ZAHRIR. M.L.BENSAID.*
Estimation des Réserves Ultimes d'Hydrocarbures par Approche Modélisée.
P.F.E Génie Industriel E.N.P : 1993.
- [29] - *L.ZERROUKI.*
Analyse de Risque dans les Etudes Economiques : Application aux Explorations Pétrolières.
P.F.E Génie Industriel E.N.P : 1992.

ANNEXE I: LEXIQUE

ANNEXE I : LEXIQUE

Baril : Unité de volume utilisée couramment dans l'industrie du pétrole, en particulier aux États-Unis et en Grande-Bretagne. Le baril équivaut à 156.25 litres.

Diagraphie: Opération d'enregistrement d'une ou de plusieurs caractéristiques des roches traversées par un sondage en fonction de la profondeur.

Hauteur utile: C'est la hauteur des zones poreuses et perméables du réservoir.

Gas cap: Gaz de sommet de gisement; calotte de gaz. Gaz libre ou partiellement dissout dans le pétrole, qui se trouve à la partie supérieure d'un gisement. Son expansion contribue à la remontée du pétrole dans les puits productifs.

Porosité: C'est le rapport du volume des pores de la roche réservoir au volume total de la roche.

Potentiel initial d'un puits : C'est le débit initial du puits obtenu juste après le forage de développement .

Réservoir: Zone d'un gisement où sont accumulés des hydrocarbures (pétrole ou gaz). Il peut comporter plusieurs couches productrices successives séparées par des couches stériles.

Saturation en eau: Pourcentage du volume d'eau contenu dans le volume total des pores.

Sondage: Forage.

Surfaces de drainage : Représente l'aire dont le pétrole est récupéré par un seul puits.

Trépan: Outil utilisé pour la désagrégation mécanique des roches en vue de pénétrer progressivement dans le sous-sol et d'y creuser un trou de section circulaire. Dans l'industrie du pétrole l'usage du mot trépan remonte à l'époque où l'on forait par battage, puis il s'est étendu aux outils de forage par rotation.

***ANNEXE II : MODELISATION DES COMPOSANTES
DU PRIX DU PETROLE***

ANNEXE II : MODELISATION DES COMPOSANTES DU PRIX DU PETROLE

OBJET :

L'objet de cette annexe est de présenter une modélisation du prix du baril de brut en analysant ses différentes composantes.

INTRODUCTION :

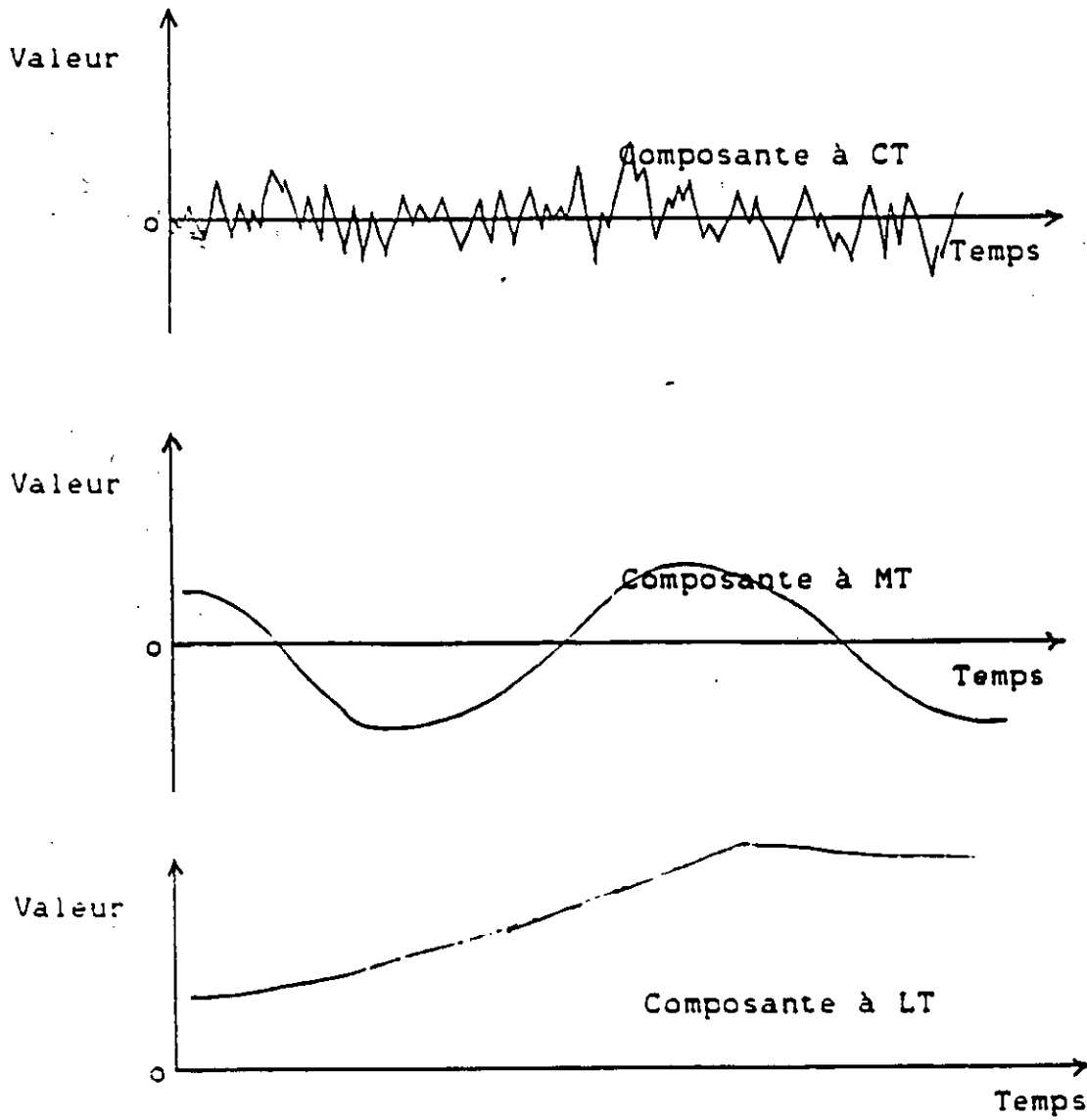
L'économie nationale est indexée sur le prix mondial du pétrole puisque toute variation annuelle de 1\$ de celui-ci entraîne une variation de 500 millions de dollars de nos recettes en devises. (5% de nos recettes extérieures).

C'est ainsi que certains experts algériens caractérisent de manière schématique l'impact du prix du pétrole sur l'économie de notre pays. Cette influence perdurera car la plupart des analyses considèrent, notamment, qu'un véritable marché du gaz ne se mettra en place qu'à l'horizon 2015.

Il est donc important de déterminer les grandes composantes du prix du pétrole pour non seulement en tirer les tendances fortes, mais également pour en évaluer les fluctuations à court terme (CT) et à moyen terme (MT) car leurs effets sont souvent dramatiques pour notre économie.

LE MODELE

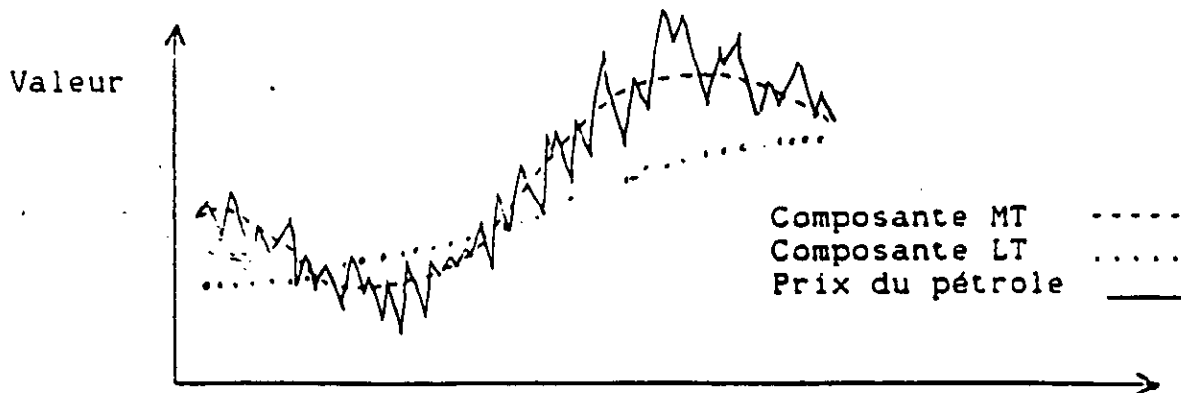
Ainsi retiendrons nous le modèle où les composantes CT, MT et long terme (LT) sont caractérisées par les courbes suivantes :



Remarquons que les composantes à CT et MT évoluent au voisinage de zéro pour mesurer les variations autour du prix moyen.

La composante LT, quant à elle, mesure l'évolution du prix moyen à LT.

En conséquence le modèle permettant de simuler les évolutions futures du prix est le suivant :



Le résultat le plus défavorable de cette simulation sera de recommander le prix déduit d'une tendance LT la plus pessimiste en effaçant toutes les fluctuations.

La composante courte terme (CT):

Elle a un aspect aléatoire, elle est en effet essentiellement sensible aux confrontations d'offres et de demandes (les offres et demandes ne sont pas essentiellement physiques et donc différent de la production et de la consommation), elle explique le caractère volatil du prix du pétrole.

Le fonctionnement et le développement des marchés à terme en sont les principaux responsables.

De plus, les fonctions du marché à terme de couverture de risque se sont déjà élargies à celles de placement et de spéculation.

C'est un marché très sensible aux actions des grands acteurs du marché énergétique (les grands producteurs et les USA) qui seront davantage pris en charge dans les interprétations du signal MT.

La composante moyen terme (MT):

Les fluctuations à MT du prix du pétrole résultent de deux catégories de facteurs :

- Ajustement entre production et consommation
- Perturbations de grandes ampleurs

Le premier facteur est classique et est souvent modélisé par un signal ondulatoire dont l'amplitude et la période dépendent très largement du rapport : consommation / capacité de production.

Les perspectives de croissance de la consommation sont relativement modestes tandis que les capacités de production sont importantes ainsi que les réserves de mobilisation supplémentaires de capacité, notamment chez les grands producteurs. Aussi l'amplitude du signal sera faible tandis que la période longue.

Les perturbations de grande ampleur sont le fait essentiellement des politiques des USA et des possibilités de l'Arabie Saoudite d'une part et du comportement de l'Iran et l'Irak et d'autres grands pays consommateurs d'autre part.

Elles effacent en général l'impact des autres composantes, elles sont déterminées par l'objectif retenu.

La composante long terme (LT):

La tendance de l'évolution en longue période tend à correspondre à la trajectoire de prix d'équilibre entre production et consommation.

La tendance est donc déterminée par l'évolution des conditions techniques, économiques, sociales et politiques de la production et l'utilisation du produit (technologie, modèles de consommation, revenus, phénomènes de substitution).

Cependant pour la prochaine décennie il est généralement admis que :

-) La situation de relative abondance persistera avec, malgré une demande croissante, des surcapacités de l'OPEP tandis que les non OPEP verront leur production se stabiliser et faiblir à partir de l'an 2000.

-) Les impacts du prix du baril de pétrole sur la relance économique aux USA et sur le règlement du problème de la balance commerciale de ce pays seront plus importants.

-) Le retour par l'investissement direct dans les zones d'où elles avaient dû se retirer, des grandes compagnies s'effectuera pour contrôler une partie de la production.

Ces arguments faisaient qu'un prix de 20 à 22 \$ le baril était l'hypothèse la plus souvent retenue dans les études.

Citons cependant, la conférence à Alger en mai 1992 du Président de Shell annonçant un 15 à 20\$ le baril compatible selon lui avec les besoins d'investissement du secteur. Il considérait également comme tout à fait probable la croissance de la production non OPEP.

Source : SONATRACH.

ANNEXE III : DEMONSTRATIONS

ANNEXE III : DEMONSTRATIONS

On considère les deux variables aléatoires: x, y ; ainsi que la fonction de distribution f de x et la fonction conditionnelle $f(x/y)$.

On pose: \bar{x} la moyenne de x et \bar{x}_y la moyenne de x sachant y .

Démonstration équations VI-14 et VI-26 :

$$\text{var}(x) = \int (x - \bar{x})^2 f(x) dx = \iint (x - \bar{x})^2 f(x/y) dx dy$$

$$\text{var}(x) = \iint (x - \bar{x}_y + \bar{x}_y - \bar{x}) f(x/y) dx dy$$

$$\text{var}(x) = \iint (x - \bar{x}_y)^2 f(x/y) dx dy + \iint (\bar{x}_y - \bar{x})^2 f(x/y) dx dy - 2 \iint (x - \bar{x}_y)(\bar{x}_y - \bar{x}) f(x/y) dx dy$$

$$\text{var}(x) = \int dy \int (x - \bar{x}_y)^2 f(x/y) dx + \int (\bar{x}_y - \bar{x})^2 dy \int f(x/y) dx - 2 \int (\bar{x}_y - \bar{x}) dy \int (x - \bar{x}_y) f(x/y) dx$$

$$\text{var}(x) = \int dy [\text{var}(x/y)] + \int (\bar{x}_y - \bar{x})^2 f(y) dy - 2 \int (\bar{x}_y - \bar{x}) dy \left[\int x f(x/y) dx - \bar{x}_y \right].$$

$$\text{var}(x) = \int dy [\text{var}(x/y)] + \int (\bar{x}_y - \bar{x})^2 f(y) dy - 2 \int (\bar{x}_y - \bar{x}) dy [\bar{x}_y - \bar{x}_y].$$

$$\text{var}(x) = E[\text{var}(x/y)] + \text{var}[E(x/y)].$$

Démonstration équations VI-21, VI-22 et VI-23 :

$$* \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta h(\theta; \alpha, \beta) d\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\beta}(\theta - \alpha)^2\right) d\theta = E(\theta) = \alpha$$

$$* (1-k)\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta - \mu)^2 h(\theta; \alpha, \beta) d\theta$$

$$(1-k)\sigma^2 = \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta - \alpha)^2 \exp\left(-\frac{1}{2\beta}(\theta - \alpha)^2\right) d\theta = \text{var}(\theta) = \beta^2$$

d'ou $\beta = \sqrt{1-k}\sigma$.

$$* k\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \theta)^2 q(x; \gamma(\theta, \varphi)) dx h(\theta; \alpha, \beta) d\theta$$

$$k\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \theta)^2 \frac{1}{\psi \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\psi}(x - \theta)^2\right] dx \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\beta}(\theta - \alpha)^2\right] d\theta$$

$$k\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\beta}(\theta - \alpha)^2\right] d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \theta)^2 \frac{1}{\psi \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\psi}(x - \theta)^2\right]$$

$$k\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\beta}(\theta - \alpha)^2\right] d\theta \text{ var}(x/\theta)$$

sachant que $\text{var}(x/\theta) = \psi^2$ on obtient:

$$k\sigma^2 = \psi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} N(\alpha, \theta) = \psi^2$$

d'ou $\psi = \sqrt{k}\sigma$.

ANNEXE IV : PROFILS DE PRODUCTION

ANNEXE IV: PROFILS DE PRODUCTION

<i>Années</i>	<i>Profils de Production</i>				
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
1998	2080	2080	2080	2080	2080
1999	5655	5655	5655	5655	5655
2000	6330	6400	6400	6400	6400
2001	5504	6340	6400	6400	6400
2002	4480	5625	6400	6400	6400
2003	3456	7743	6350	6400	6400
2004	2432	3872	5722	6393	6400
2005	1408	2982	4947	6350	6370
2006	640	2903	4173	5722	5856
2007	263	1216	3392	4947	5248
2008		640	2618	4173	4608
2009		263	1856	3392	3968
2010			1088	2624	3392
2011			640	1856	2752
2012			262	1088	2112
2013				640	1472
2014				256	896
2015					640
2016					256

*Tableau A-1: Profils de Production sans Injection (Estimation SONATRACH).
(Production en milliers de Barils).*

Année	Profils de Production				
	1	2	3	4	5
1998	2080	2080	2080	2080	2080
1999	5654	5654	5654	5654	5654
2000	6400	6400	6400	6400	6400
2001	6400	6400	6400	6400	6400
2002	6351	6400	6400	6400	6400
2003	5773	6362	6400	6400	6400
2004	5055	5937	6400	6400	6400
2005	4337	5407	6380	6400	6400
2006	3616	4877	6368	6400	6400
2007	2900	4352	6016	6380	6400
2008	2176	3821	5555	6374	6400
2009	1466	3290	5107	6067	6380
2010	749	2752	4672	5696	6240
2011	493	2227	4211	5312	5933
2012		1702	3776	4992	5620
2013		1171	3315	4557	5312
2014		640	2867	4224	4992
2015		154	2420	3821	4698
2016			1965	3424	4390
2017			1517	3046	4083
2018			1069	2662	3776
2019			506	2285	3469
2020			262	1907	3162
2021				1530	2854
2022				1152	2547
2023				775	2240
2024				397	1933
2025				45	1625
2026					1318
2027					1011
2028					704
2029					397
2030					96

Tableau A-2 : Profils de Production avec Injection (Approche Stochastique 1) (Estimation SONATRACH) (Production en milliers de Barils).

Années	Profils de Production				
	1	2	3	4	5
1998	3533	3583	3618	4145	4406
1999	6400	6400	6400	6400	6400
2000	6173	6400	6400	6400	6400
2001	4557	5665	6400	6400	6400
2002	3179	4314	6166	6400	6400
2003	2218	3284	5144	6400	6400
2004	1548	2500	4225	5769	6400
2005	1080	1903	3478	4749	6179
2006	774	1449	2860	3950	5207
2007	526	1103	2352	3218	4330
2008	366	840	1934	2648	3600
2009	255	640	1590	2180	2990
2010	178	487	1308	1795	2488
2011		370	1075	1477	2069
2012		282	884	1216	1720
2013		215	727	1000	1500
2014			598	824	1189
2015			492	678	988
2016			404	558	822
2017			332	460	683
2018			273	378	568
2019			225	312	472
2020			185	256	393
2021				211	327
2022				174	271
2023					226
2024					188

Tableau A-3 : Profils de Production sans Injection (Estimation par le modèle de Arps[20]). (Production en Milliers de Barils).

Année	Profils de Production				
	1	2	3	4	5
1998	3610	4207	4410	4415	4418
1999	6400	6400	6400	6400	6400
2000	6400	6400	6400	6400	6400
2001	6380	6400	6400	6400	6400
2002	5907	6380	6400	6400	6400
2003	4776	5944	6400	6400	6400
2004	3854	5046	6390	6400	6400
2005	3111	4285	6380	6400	6400
2006	2511	3638	6255	6390	6400
2007	2026	3089	5429	6380	6395
2008	1635	2623	4631	6031	6390
2009	1320	2227	3951	5290	6385
2010	1066	1891	3370	4640	5919
2011	860	1605	2875	4065	5296
2012	694	1363	2452	3569	4740
2013	560	1157	2092	3130	4241
2014	452	982	1784	2746	3795
2015	365	834	1522	2408	3396
2016	294	708	1299	2112	3039
2017	237	601	1107	1852	2719
2018	191	501	945	1624	2433
2019		433	806	1425	2177
2020		368	687	1250	1948
2021		307	586	1096	1743
2022		265	500	961	1560
2023		252	427	843	1404
2024		191	364	739	1268
2025			310	649	1143
2026			265	569	988
2027			226	499	895
2028			193	438	801
2029			165	383	716
2030				337	642
2031				295	573
2032				259	513
2033				227	460
2034				200	411
2035				175	368
2036					329
2037					294
2038					264
2039					236

Tableau A-4 : Profils de production avec injection (Approche Stochastique 1)(Estimation par le modèle de Arps[20]) (Production en milliers de Barils)

Profils de Production											
Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1998	2080	2080	2080	2080	2080	2080	2080	2080	2080	2080	2080
1999	5654	5654	5654	5654	5654	5654	5654	5654	5654	5654	5654
2000	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2001	6092	6357	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2002	5289	5854	6375	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2003	4480	5230	5854	6364	6350	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2004	3672	4605	5230	5943	6216	6390	6400	6400	6400	6400	6400
2005	2864	3981	4601	5421	5736	6373	6350	6400	6400	6400	6400
2006	2055	3356	3981	4898	5253	6056	6259	6376	6400	6400	6400
2007	1246	2732	3356	4359	4770	5662	5890	6094	6380	6400	6400
2008	438	2107	2732	3853	4287	5268	5520	5743	6148	6380	6400
2009	501	1483	2107	3331	3804	4874	5148	5392	5861	5320	6390
2010		859	1483	2808	3321	4480	4777	5041	5573	6148	6382
2011		263	858	2286	2838	4086	4406	4690	5286	5861	6170
2012			262	1763	2355	3693	4035	4340	4998	5573	5906
2013				1240	1872	3298	3664	3989	4710	5290	5642
2014				718	1389	2905	3293	3638	4423	4998	5377
2015				261	906	2511	2922	3288	4135	4710	5114
2016					423	2117	2551	2937	3848	4423	4850
2017					261	1723	2180	2586	3560	4135	4586
2018						1329	1808	2236	3272	3848	4322
2019						935	1438	1885	2985	3560	4058
2020						542	1066	1534	2697	3272	3794
2021						259	696	1184	2410	2985	3530
2022							325	833	2121	2697	3266
2023							258	482	1833	2409	3002
2024								258	1546	2122	2738
2025									1259	1833	2474
2026									971	1546	2210
2027									683	1258	1947
2028									396	971	1683
2029									256	683	1418
2030										396	1154
2031										132	891
2032											627
2033											363
2034											254

Tableau A-5 : Profils de Production avec injection (Approche Stochastique 2) (Estimation SONATRCH) (Production en milliers de Barils)

Profils de Production											
Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1998	3774	3815	3803	3827	3832	3842	3844	3846	3852	3855	3857
1999	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2000	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2001	5836	6400	6368	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2002	4334	6372	5412	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2003	3195	5513	4257	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2004	2356	4454	3349	6324	5953	6400	6400	6400	6400	6400	6400
2005	1737	3598	2634	5500	5073	6201	6368	6400	6400	6400	6400
2006	1280	2907	2072	4619	4323	5487	5823	6133	6390	6400	6400
2007	944	2348	1630	3880	3684	4827	5165	5482	6312	6400	6400
2008	696	1897	1282	3258	3139	4247	4581	4897	5793	6263	6390
2009	513	1533	1009	2736	2675	3737	4063	4374	5263	5761	6209
2010	378	1238	793	2298	2280	3288	3603	3907	4781	5280	5735
2011	279	1000	624	1930	1943	2893	3196	3489	4343	4838	5294
2012	205	808	491	1620	1655	2545	2835	3116	3946	4434	4887
2013		653	386	1361	1411	2240	2514	2784	3585	4064	4711
2014		528	303	1143	1202	1970	2230	2487	3257	3724	4164
2015		426	239	960	1024	1734	1978	2221	2958	3413	3844
2016		344	188	806	873	1525	1754	1984	2688	3127	3549
2017		278		677	744	1342	1556	1772	2442	2866	3276
2018		225		569	634	1181	1380	1583	2218	2627	3024
2019		182		478	540	1039	1224	1414	2015	2407	2791
2020				401	460	914	1085	1263	1831	2206	2577
2021				337	392	804	963	1128	1663	2022	2379
2022				283	334	708	854	1007	1511	1853	2196
2023				238	284	623	757	900	1372	1698	2027
2024				199	243	548	671	804	1247	1556	1871
2025				168	207	482	596	718	1133	1426	1727
2026						424	528	641	1029	1307	1594
2027						373	468	573	935	1197	1472
2028						328	415	511	849	1097	1359
2029						289	368		771	1006	1254
2030						254	327		701	922	1158
2031						224			637	845	1069
2032						197			578	774	987
2033						173			525	709	911
2034									477	650	841
2035									434	596	776
2036										546	716
2037										500	

Tableau A-6 : Profils de Production avec injection (Approche Stochastique 2)(Estimation par le modèle de Arps [20]) (Production en milliers de Barils).