UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ECONOMIE

THESE DE FIN D'ETUDES

MODELE DE RENOUVELLEMENT D'EQUIPEMENT

SUJET PROPOSE PAR :
Mme C. STIRBU

ETUDIE PAR :
M. ZERARI

ANNEE 1975

Que tous ceux qui ont contribué de près
ou de loin à ma formation trouvent ,
dans ce modeste travail , l'expression
de ma profonde gratitude.
Je tiens à remercier plus particulièrement Mme C.STIRBU
pour ses conseils et orientations.

A mon feu père ,

à ma mère ,

je dédie cet ouvrage.

-o- P L A N   DU   P R O J E T -o-

PARTIE I

I - Le processus D'usure

A - L'usure Aléatoire

B - L'usure Non Aléatoire

a. l'usure physique

b. l'usure morale de forme I

c. l'usure morale de forme II

II. Exposé théorique de l'usure aléatoire

PARTIE II

I - Exposé théorique de l'usure non aléatoire

A - Le problème de renouvellement de l'équipement

B - Méthode employée

a. détermination du temps optimum de remplacement dans le cas de l'usure physique et principe de la méthode

b. détermination du temps optimum de remplacement dans le cas de l'usure physique et morale de forme I

c. détermination du temps optimum de remplacement dans le cas de l'usure physique et morale II

II - MODELE MATHEMATIQUE GENERAL.

III Organigramme de la méthode

a. dans le cas de l'usure physique

b. dans le cas de l'usure physique et morale I

c. dans le cas de l'usure physique , morale I et II

PARTIE III

I. Mise en pratique du modèle pour la détermination du temps optimal de remplacement d'un équipement.

A. Etude des données statistiques et Loi de variation des dépenses

B. Application de la méthode et Resultats

1) Programmation

a. usure physique

b. usure physique et morale I

c. usure physique et morale (I et II)

2) Résultats

a. analyse des résultats dans le cas de l'usure physique - conclusion

b. analyse des résultats dans le cas de l'usure physique et morale I conclusion

c. analyse des résultats dans le cas général conclusion

II CONCLUSION

INTRODUCTION

A quelle date faut-il déclasser un matériel ?

L'objectif visé par une entreprise de production est de maintenir l'usine et les installations , les machines et les outillages en bon état de marche, afin que la production soitassurée de manière continue et dans les conditions les plus économiques. Pour atteindre cet objectif les responsables doivent trouver une réponse à la question ci-dessus posée. Cette réponse est, en général, chose délicate car trop souvent elle s'appuie sur l'expérience qui peut donner des résultats acceptables comme elle peut donner des résultats erronnés.C'est pour palier à cette lacune que nous assayons de poser le problème mathématiquement. En effet dans une usine produisant un bien , le problème de renouvellement de l'équipement qui a produit ce bien se posera au bout d'un certain temps :

- soit parce que l'équipement deviendra incapable de produire (mort physique)
- soit parce que l'on se rendra compte qu'il est plus avantageux économiquement de travailler avec un nouvel équipement que de continuer avec l'ancien (mort économique).

Ceci nous pousse à poser le problème d'usure auquel est soumis un équipement. Celui-ci , suivant le cas, est mis en "retraite" soit par l'usure dite certaine ou non aléatoire , soit par l'usure incertaine ou aléatoire. Suivant qu'on est dans un cas ou dans l'autre le problème est posé différemment. Dans le cadre de ce projet les deux formes sont étudiées aved tous les détails possibles mais seule la première est mise en pratique par le fait même qu'elle est le principal problème des équipements de l'usine que nous avons prise comme champ d'application. Le principe du calcul consiste à maintenir en équilibre la balance entre le coût d'un équipement neuf d'une part et le coût du maintien en bon état de l'ancien équipement augmenté des frais provoqués par la diminution de rendement.

L'entreprise choisie est la société Nationale de l'Electricité et du Gaz (SO.N.EL.GAZ) Centrale thermique d'ALGER PORT. Celle-ci est en effet formée de deux blocs identiques dit Bloc 1 et Bloc 2. Chaque Bloc contient, entre autres, l'ensemble Turbine - Alternateur. C'est cet ensemble qui constitue l'équipement en question dans ce projet.

PARTIE II

I Le Processus d'usure

Un équipement est soumis pendant son exploitation à un phénomène qu'on appelle l'usure. Celle-ci à un sens plus large que celui qu'on lui donne communément car elle se subdivise en deux parties :

A. L'usure aléatoire : C'est un problème préocupant pour toute entreprise car on ne peut savoir a priori quand un équipement ou une de ses parties devra être remplacé. On ignore également les quantités de pièces nécessaires pour maintenir en marche un nombre donné d'équipements risquant ainsi d'énormes pertes par défaillance d'un organe vital qui peut-être de coût très faible par rapport aux dommages entrainées. Ex : Moteur d'un avion Civil

B. L'usure non aléatoire :
C'est l'usure certaine , à laquelle on s'attend et qui nous oblige à "déclasser"un équipement par suite de sa déterioration et sa désuetude par l'usage ou , à la suite de l'invention de nouveaux perfectionnements.Elle se subdivise à son tour en deux formes : L'usure physique et l'usure morale (ou obsolexence) .

a) L'usure physique : Elle se minifeste par la décroissance échelonnée dans le temps des qualités d'un équipement à cause des sollicitations de n'importe quelle nature à laquelles est soumis l'équipement. Ce fait se matérialise par l'augmentation des dépenses de. réparations dans le temps. Elle comprend l'usure dynamique ou de premier degré. Celle-ci se manifeste quant, pendant le processus de production , les équipements sont soumis à des sollicitations mécaniques. Elle comprend également l'usure statique ou de 2^{e} degré qui apparait quand les équipements sont inutilisés et sont sous l'action d'agents extérieures telles que poussières , température élevée , humidité,excessive etc...

L'USURE MORALE (ou Obsolescence)

L'usure morale represente la réduction de la valeur d'emploi d'équipement sous l'influence du progres technique. Elle se presente sous deux formes :

b) l'usure morale de 1^{ere} forme :

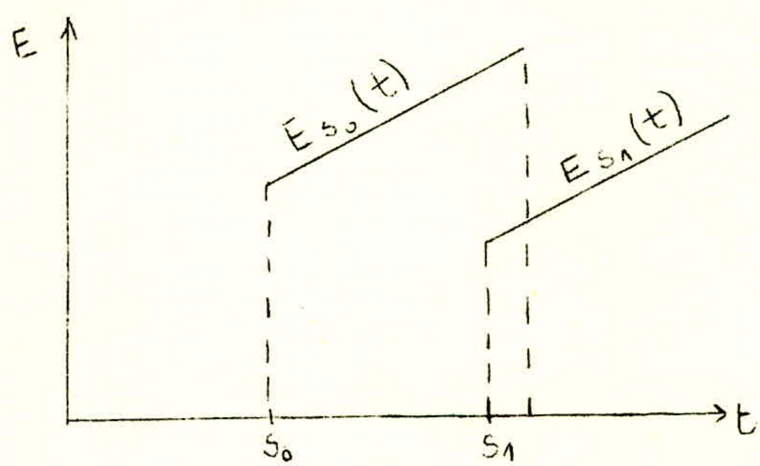
C'est la dévalorisation d'un équipement où d'un outillage causée par l'apparition d'équipement simil~~lanés~~ aires mais à un coût plus bas.

c) l'usure morale de 2^{e} forme :

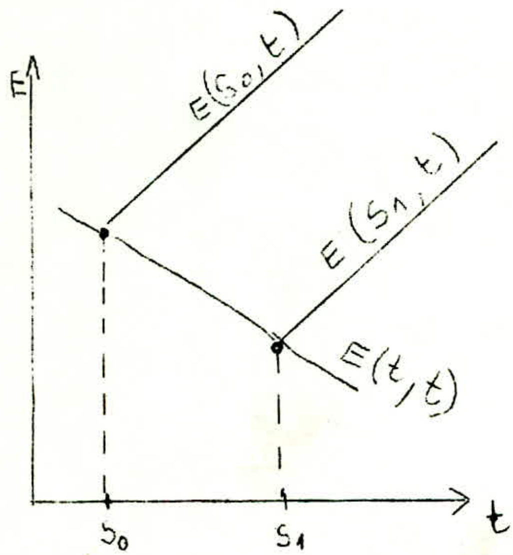
C'est la dévalorisation causée par l'apparition d'équipements plus productifs.

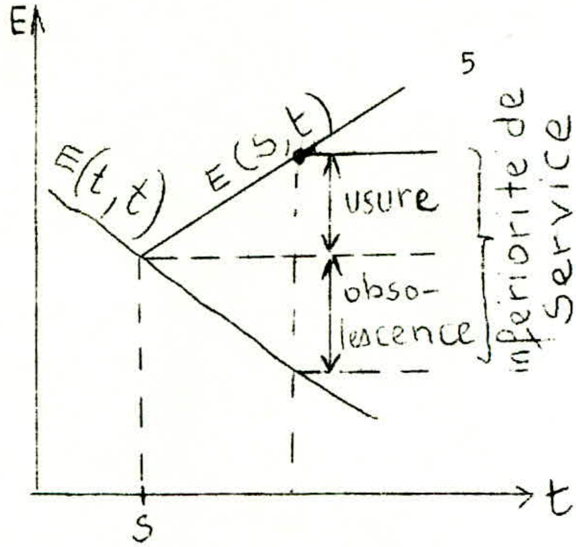
-DEFINITION MATHEMATIQUE DE L'USURE NON ALEATOIRE :

Soit un équipement acheté à l'instant S_o . C'est à cet instant la meilleure machine. Son coût,d'exploitation augmente avec l'âge a. A l'instant t l'âge a est $t - S_o$. Le coût d'exploitation est une fonction $E_{S_o}(t)$. L'indice S_o indique qu'il s'agit de la machine achetée à l'instant S_o . En général le coût d'exploitation d'une machine à un instant S quelconque est donc fontion de deux paramètres la date d'achat S et l'instant considéré t postérieur à S.



A un instant donné t_1 la meilleure machine est caractérisée par le fait qu'elle entre juste au service c'est à dire pour $S = t_1$. Si t_1 varie en décrivant l'axe des t, la meilleure machine est caractérisée par l'égalité des deux paramètres S et t et le coût d'exploitation de la meilleure machine à son démarrage est donné par la courbe $E(t,t)$





Soit à l'instant une machine en service à l'instant S. Par rapport à la meilleure machine , il existe une différence de coût d'exploitation :
E (S,t) - E (t,t) = Infériorité de Service de la machine existante : C'est la perte que l'on consent si on ne possède pas à tout moment la meilleure machine.

E(S,t) - E (t,t) = E (S,t) - E (S,S) + E(S,S) - E (t,t)

avec E (S,t) - E (S,S) : USURE PHYSIQUE

E (S,S) - E (t,t) : " MORALE (OBSOLESCENCE)

L'USURE PHYSIQUE : Accroissement du coût d'exploitation par rapport à la même machine losqu'elle était neuve.

L'OBSOLESCENCE : C'est la baisse du coût d'exploitation réalisé dans la meilleure machine du moment par rapport à la machine actuelle lorsqu'elle etait neuve.

II. EXPOSE THEORIQUE DE L'USURE ALEATOIRE

Cette étude , purement théorique , est faite uniquement dans le but de l'intégrer dans son contexte général de l'usure et pour montrer , qu'à partir d'un simple régistre de magasinier , on peut connaitre toutes les informations nécessaires au bon fonctionnement d'un équipement. C'est donc à titre d'information qu'est fait cet exposé.

En effet soit un grand nombre de pièces homogènes susceptibles d'avoir la même probabilité à priori d'être en fonctionnement au temps t (Ex: lampes électriques...) en général le magasinier note à intervalle de temps régulier le nombre de pièces "survivantes" au temps t. Ce qui donne un tableau de la forme suivante :

temps écoulé t	$n(t)$: nbre de pièces en fonctionnement.

Les données de départ se limitent à :

* $n(t)$ = nombre de pièces en fonctionnement au tpst
* $n(0)$ = Pièces disponibles au départ

Nous en déduisons :

* $n(t-1) - n(t)$: Nombre de pièces "mortes" entre $(t-1)$ et t : c'est la "mortalité"

* $\dfrac{n(t)}{n(0)} = V(t)$ Sous réserve que le lot soit suffisamment grand , le nombre est la probabilité de survie d'une pièce au temps t

* $p_t = \dfrac{n(t-1) - n(t)}{n(0)} = V(t-1) - V(t)$ c'est la probabilité d'un arrêt de fonctionnement entre $(t-1)$ et t

Dans le cas où $V(t)$ est une fonction continue du temps et sachant que $V(t) - V(t + \Delta t)$ est la probabilité pour qu'une pièce soit reformée entre t et $(t + \Delta t)$ cette probabilité se reduit quand Δt tend vers zero à

$- V'(t)\,\Delta t$ (car $\dfrac{V(t) - V(t + \Delta t)}{\Delta t} = V'(t)$ qd $\Delta t \longrightarrow 0$)

* $p_c(t)$ = Probabilité d'avarie

$$p_c(t) = 1 - \frac{n(t)}{n(t-1)}$$

Démonstration :

$P_c(t)$: Probabilité pour qu'une pièce " survivante " à $(t - 1)$ ne l'est plus à t ou cesse de fonctionner entre $(t - 1)$ et t. C'est une probabilité conditionnelle . La probabilité $p(t)$ pour qu'une pièce cesse de fonctionner entre $(t - 1)$ et t est le produit de la probabilité pour qu'elle ait survécu jusqu'à $(t - 1)$ $(V(t - 1))$ par la probabilité conditionnelle en question $(p_c(t))$ d'où :

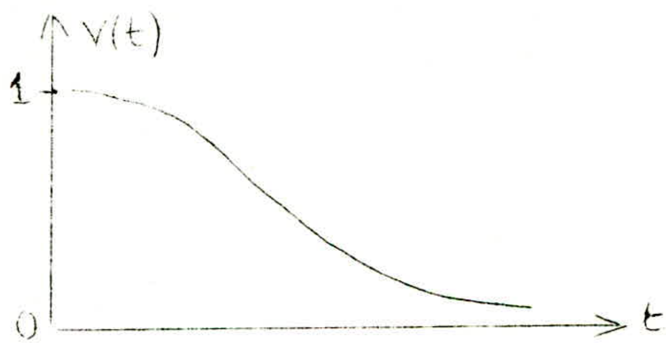
$$p_t = V(t-1) \times p_c(t) \Longrightarrow p_c(t) = \frac{p(t)}{V(t-1)}$$

ainsi $$p_c(t) = \frac{n(t-1) - n(t)}{n(t-1)} = 1 - \frac{n(t)}{n(t-1)}$$

La probabilité d'avarie donne une idée du risque qu'on prend en maintenant un équipement ayant atteint un temps t de fonctionnement.

A partir de ces informations nous connaitrons les données suivantes, capitales pour toute prévision.

A.COURBE DE SURVIE



Cette courbe donne à chaque instant le rapport entre les pièces survivantes et celles mises au temps 0. Elle nous aide à connaitre la probabilité de consommation et le taux d'approvisionnement pour faire face aux besoins des équipements.

Si X est la variable aléatoire correspondant à l'âge d'apparition de l'avarie on a

$$\bar{X} = \sum_{x=1}^{\infty} X P_t$$ l'âge moyen d'apparition de l'avarie.

La ~~vanrarice~~ variance :

$$\Gamma_x^2 = \sum_{x=1}^{\infty} (x - \bar{x})^2 = \left[\sum_{x=1}^{\infty} x^2 p_t\right] - (\bar{x})^2$$

B.PROBABILITE DE CONSOMMATION

Supposons que , pendant un intervalle de temps $[0,t]$, un équipement tombe en panne ou atteint sa limite de fonctionnement. Si cet équipement fait partie d'un ensemble il est intéressant de connaitre à l'avance la probabilité d'avoir à remplacer une quantité d'équipement défaillants m fois pendant cet intervalle.

Cette probabilité est dite de consommation

$m = 0 \quad p_0(t) = V(t) = \dfrac{n(t)}{n(0)}$

$m = 1 \quad p_1(t)$ = Probabilité pour qu'il y ait une consommation d'une pièce au temps $\tau < t$ puis aucune entre τ et t , ceci étantpossible pourchacune des époques τ de 1 à t D'où :

$p(t) = \dfrac{n(\tau - 1) - n(t)}{n(0)}$ Prob pour qu'il y ait une consomm. entre $\tau - 1$ et t

$V(t - \tau) = \dfrac{n(t - \tau)}{n(0)}$ Prob. pour qu'il y ait surviedu nouvel équipement mis au service à τ jusqu'à t

le produit donne $p_1(t) = \sum_{\tau=1}^{t} V(t - \tau)\ p(t)$ soit en généralisant :

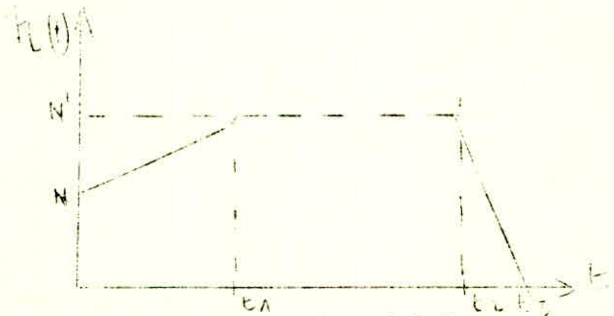
$$p_m(t) = \sum_{K=1}^{K=\tau} p_{m-1}(t - Kt).\ P(Kt)$$

K = Sous - périodes constituant la période $(0,t)$. Si la courbe de survie est continue on a :

$$p_m(t) = - \int_0^t p_{m-1}(t)\ V'(t)dt$$ d'après la formule précédente.

C- Taux d'Approvisionnements :

Son bût est d'assurer la disponiblité d'un nombre d'équipements necessaires pour couvrir les besoins en rechanges dans une limite déterminée d'un nombre d'équipements à maintenir en état. Ce nombre est connu grâce à une certaine fonction d'utilisation $n(t)$ connue à l'avance. Soit par exemple à mettre en service un nombre d'équipements égal à N au temps initial. On porte ce nombre à N' au temps t_1. On maintient ce nombre jusqu'à t_2 puis on le laisse decroitre jusqu'à 0 entre t_2 et t_3. La fonction d'utilisation à la forme suivante :



Taux d'approvisionnements pour la période τ qui va de $(\tau - 1)$ à τ :

$$\rho(\tau) = n(\tau) - n(\tau - 1)$$

avec $N(\tau)$ nombre d'équipements remplacés jusqu'à τ.

A chaque période τ, on aura donc un nombre $\rho(T)$ d'équipements neufs, dont la loi de survie est $v(t - T)$ si bien qu'il en restera $\rho(T) - v(t - T)$ au temps t.

A une époque t quelconque le nombre d'équipement en service sera

$$N.v(t) + \sum_{\tau=1}^{t} p(t)\, v(t - T) = n(t)$$ qui devient si la courbe est continue :

$$n(t) = N.v(t) + \int_0^t r'(T)\, v(t - \tau)\, d\tau$$ avec $r(T)$: nombre d'équipement remplacés jusqu'à T. C'est l'intégrale de VOLTERRA.

Conclusion :

Cette vue rapide sur les problèmes de l'usure aléatoire nous permet de mesurer son importance pour les équipements à "efficacité constante " mais nous permet également d'aborder l'autre aspect du problème qui est l'usure non aléatoire ou certaine concernant les équipements à "efficacité décroissante."

PARTIE II

I. EXPOSE THEORIQUE DE L'USURE NON ALEATOIRE

A. Raisonnement Général du renouvellement. Selon le type de problème, des solutions très variées existent. Nous présentons ci-dessous un raisonnement général en nous référant à l'ouvrage de Abraham et Thomas : " Microéconomie".

Soit :

t_o : Instant actuel ou on dispose d'une machine achetée à S_o

X : Date du prochain renouvellement ou en demarrera une chaine dont la dépense actualisée totale de X à l'infini est $\Omega(X)$

$E(S_o, t)$: Entretien fonction de S_o et t

Le problème revient à minimiser la dépense totale à venir, actualisée à t_o :

- Dépense sur l'ancienne machine

$$\int_{t_o}^{X} E(S_o, t)\, e^{-p_n(t-t_o)}\, dt$$

- Dépense de la chaine demarrant à X : $\Omega(X)\, e^{-p_n(X-t_o)}$

Le minimum est donné par la date X qui annule la dérivée de la somme des deux termes :

$$(1) \qquad \frac{d}{dX}\left[\int_{o}^{X} E(S_o, t)\, e^{-p_n(t-t_o)}\, dt + \Omega(X)\, e^{-p_n(X-t_o)}\right] = 0$$

$$\text{Soit} \quad E(S_o, X)\, e^{-p_n(X-t_o)} - p_n \Omega(X)\, e^{-p_n(X-t_o)}$$

$$+ \frac{d\Omega}{dX}\, e^{-p_n(X-t_o)} = 0$$

$$\text{D'où} \quad \boxed{E(S_o, X) = p_n \Omega - \frac{d\Omega}{dX}}$$

Cette équation nous donne la date optimale de renouvellement X. Elle exprime qu'au moment du renouvellement il y a égalité des coûts des deux solutions : ou bien on maintient encore un peu la situation passée (pendant dX) et on dépense l'entretien $E(S_o, X)dX$

sur la machine ancienne , ou bien on avance un peu le programme futur (de dX) et on fait la dépense constituant à avancer Ω de dX soit $p_n \, dX \times \Omega$ corrigée de la variation dansl'intervalle $- d\Omega$.

Inconvénient : Ω variable synthétisant l'avenir donc difficile, voire impossible à connaitre

Le problème est de faire disparaitre Ω. Soit t_1 le renouvellement suivant on a :

$$\Omega(X) = C(X) + \int_X^{t_1} E(X, t)\, e^{-p_n(t - X)}\, dt + C(t_1) e^{-p_n(t_1 - X)} + \cdots$$

Σ

Investissement. entretien de la première machine

En reportant cette valeur de Ω dans léquation (1) on constate que lors de la multiplication par $e^{-p_n(X - t_o)}$ X disparait de tous les termes de Ω sauf des deux premiers et il vient :

$$\frac{d}{dX}\left[\int_{t_o}^{X} E(S_o, t)\, e^{-p_n(t - t_o)}\, dt + C(X)\, e^{-p_n(X - t_o)} + \int_X^{t_1} E(X, t)\, e^{-p_n(t - t_o)}\, dt\right] = 0$$

qui donne en dérivant:

$$E(S_o, X)\, e^{-p_n(X - t_o)} + \frac{d}{dX}\left[C(X)\, e^{-p_n(X - t_o)}\right] - E(X,X) e^{-p_n(X - t_o)} + \int_X^{t_1} \frac{\partial E(X,t)}{\partial X}\, e^{-p_n(t - t_o)}\, dt = 0$$

Soit en simplifiant par $e^{-p_n(X - t_o)}$

$$E(S_o, X) - E(X, X) = p_n C - \frac{dC}{dX} + \int_X^{t_1} \frac{\partial E}{\partial X}(X,t)\, e^{-p_n(t - X)}\, dt$$

C'est l'équation aux 3 temps (sous-entendu aux 3 époques successives de renouvellement)

S_o passée

X actuelle

t_1 future

Mais le problème demeure car Ω disparait mais il reste t_1 qui résume également tout l'avenir.

On remarque qu'on retrouve au premier membre ce qu'on perd à attendre dX pour renouveler , en frais d'exploitation , $dX \left[E(S_o , X) - E (X,X)\right]$ c'est ce qu'on appelle précédemment l'infériorité morale. Dans l'autre membre on trouve ce qu'on perd à avancer l'inverstissement neuf de dX :

englobant l'usure physique

- intérêt du capital p_n CdX
- Correction due à la variation du coût de l'investissement - dC
- Perte due à ce qu'on travaillera toute la vie de la nouvelle machine avec une machine moins moderne : difference de dépenses d'exploitation

$$\frac{\partial E}{\partial X}(X , t)$$ à intégrer de X à t1 en actualisant l'instant X.

B Méthode employée

Souvent il est difficile de connaitre les bénéfices dus à un équipement car les recettes ne sont pas très tangibles. Par contre , on connait bien les dépenses crées par l'utilisation d'un équipement. Nous étudierons le problème avec actualisation et nous considérons successivement les trois cas :

- L'équipement n'est soumis qu'à l'usure physique proprement dite : Ceci est peu réaliste car les bienfaits du progrés techniques sont tenues à l'écart.
- L'équipement est soumis à l'usure physique et à l'usure morale de première forme : car également limité dans son application car incomplet.
- L'équipement est soumis aux trois formes d'usure d'une façon simultanée c'est le cas qui épouse le mieux la réalité et qui nous permet de déclasser un équipement après un certain temps d'utilisation avec le moins de risque possibles.

a) Détermination du temps pptimum de remplacement dans le cas de l'usure physique et principe de la méthode.

Si on connait la valeur d'acquisition d'un équipement A les dépenses de réparation et d'entretien pour chaque période (ici année) C_1 , $C_2, \dots, C_n \dots$ et si nous supposons que l'équipement est renouvelé après n périodes , le coût total de fonctionnement de l'équipement est , compte tenu de l'actualisation des coûts et de l'hypothèse suivant laquelle les C_i augmentent d'une façon monotone ($C_2 > C_1$, $C_3 > C_2$, — $C_{n+1} > C_n$) $\forall t_n$

$$\Gamma_n = \left[A + C_1 + \frac{C_2}{1 + p_n} + \frac{C_3}{(1 + p_n)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1 + p_n)^{n-1}} \right]$$

$$+ \left[\frac{A}{(1 + p_n)^n} + \frac{C_1}{(1 + p_n)^n} + \frac{C_2}{(1 + p_n)^{n+1}} + \frac{C_3}{(1 + p_n)^{n+2}} + \dots + \frac{C_n}{(1 + p_n)^{2n-1}} \right]$$

$$+ \left[\frac{A}{(1 + p_n)^{2n}} + \frac{C_1}{(1 + p_n)^{2n}} + \frac{C_2}{(1 + p_n)^{2n+1}} + \dots + \frac{C_n}{(1 + p_n)^{3n-1}} \right] + \dots$$

$$\Gamma_n = \left[A + \sum_{i=n}^{i=n} \frac{C_i}{(1 + p_n)^{i-1}} \right] + \frac{1}{(1 + p_n)^n} \left[A + \sum_{i=n}^{i=n} \frac{C_i}{(1 + p_n)^{i-1}} \right] + \dots$$

$$\Gamma_n = \left[A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1 + p_n)^{i-1}} \right] \left(1 + \frac{1}{(1 + p_n)^n} + \frac{1}{(1 + p_n)^{2n}} + \frac{1}{(1 + p_n)^{3n}} + \dots \right)$$

Or $$1 + \frac{1}{(1 + p_n)^n} + \frac{1}{(1 + p_n)^{2n}} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{(1 + p_n)^n}}$$

quand n est suffisament grand pour que la raison inférieur à 1 tende vers zéro

$$\Gamma_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+p_n)^{i-1}}}{1 - \frac{1}{(1+p_n)^n}}$$ ou si $\alpha = \frac{1}{1+p_n}$ est

Le coéfficient d'actualisation annuel et p_n le taux de l'argent :

$$\Gamma_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \alpha^{i-1} C_i}{1 - \alpha^n} \qquad (1)$$

Supposons que $C_1 < C_2 < \dots < C_n$. La somme Γ_n représente la valeur en dinars nécessaire au commencement de la période pour remplacer l'équipement après chaque n périodes dans un temps illimité. On démontre que le minimum de (1) existe et s'obtient à l'aide de la règle suivante : l'équipement ne doit ~~pas~~ être remplacée que le moment où le coût de la période qui suit dépasse la somme pondérée des coûts effectuées dans les périodes antérieures. Mathématiquement le nombre n sera celui pour lequel :

$$C_{n+1} > \frac{A + \sum_{i=1}^{n} C_i \alpha^{i-1}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha^{i-1}} \qquad (2)$$

Il est donc nécessaire de trouver les conditions dans lesquelles la relation (1) a un minimum. Pour que celui-ci existe il faut

$$\Gamma_{n-1} > \Gamma_n < \Gamma_{n+1}$$

Remplaçons dans (1) n par n + 1 on a :

$$\Gamma_{n+1} = \frac{A + \sum_{i=1}^{n+1} \alpha^{i-1} C_i}{1 - \alpha^{n+1}} = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \alpha^{i-1} C_i + \alpha^n C_{n+1}}{1 - \alpha^{n+1}}$$

$$\mu_{n+1} = \frac{(1-\alpha^n)\mu_n + \alpha^n C_{n+1}}{1-\alpha^{n+1}} = \frac{1-\alpha^n}{1-\alpha^{n+1}}\mu_n + \frac{\alpha^n C_{n+1}}{1-\alpha^{n+1}}$$

D'où $\mu_{n+1} - \mu_n = \mu_n \left[\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha^{n+1}} - 1\right] + \frac{\alpha^n C_{n+1}}{1-\alpha^{n+1}}$

$$\mu_{n+1} - \mu_n = \frac{\mu_n(\alpha^{n+1} - \alpha^n) + \alpha^n C_{n+1}}{1-\alpha^{n+1}}$$

1^er^ Cas : $\mu_{n+1} > \mu_n$ ou $\mu_{n+1} - \mu_n > 0$ on a

$$\frac{\mu_n(\alpha^{n+1} - \alpha^n) + \alpha^n C_{n+1}}{1-\alpha^{n+1}} > 0$$ divisions par α^n

ceci équivant à $\mu_n(\alpha - 1) + C_{n+1} > 0$ et

$$\frac{C_{n+1}}{1-\alpha} > \mu_n \quad \text{alors} \quad \mu_{n+1} - \mu_n > 0$$

équivant à $\frac{C_{n+1}}{1-\alpha} > \mu_n$

2^e^Cas : $\mu_{n-1} - \mu_n > 0$ $\qquad \mu_{n-1}(1-\alpha) - C_n > 0$

d'où $\frac{C_n}{1-\alpha} < \mu_{n-1}$ et $\mu_{n-1} - \mu_n > 0$ est

équivalent à $\frac{C_n}{1-\alpha} < \mu_{n-1}$

$C_{n+1} > \mu_n(1-\alpha)$

$$C_{n+1} > (1-\alpha)\,\frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \ldots\ldots + \alpha^{n-1} C_n}{1-\alpha^n}$$

$$C_{n+1} > \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \alpha^2 C_3 + \qquad + \alpha^{n-1} C_n}{1 + \alpha + \alpha^2 + --- + \alpha^{n-1}}$$

De même si on utilise le deuxième cas en changeant n en (n-1)

$$C_n < \Gamma_{n-1} (1 - \alpha)$$

$$C_n < (1 - \alpha) \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \dots + \alpha^{n-1} C_{n-1}}{1 - \alpha^{n-1}}$$

$$C_n < \frac{A + C_1 + \alpha C_2 + \dots + \alpha^{n-1} C_{n-1}}{1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-2}}$$

D'où la règle suivante :
Remplacer quand $C_{n+1} > \dfrac{A + C_1 + \alpha C_2 + \dots + \alpha^{n-1} C_{n-1}}{1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{n-1}}$

b/ Détermination du temps optimum de remplacement dans le cas de l'usure physique et de l'usure morale de première forme. Cette dernière est mise en évidence par la valeur d'acquisition de l'équipement et implicitement par les dépenses de réparation et d'entretien. La relation pour Γ_n devient :

$$\Gamma_n = \left[A + C_1 + \frac{C_2}{1 + p_n} + \frac{C_3}{(1 + p_n)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1 + p_n)^{n-1}} \right]$$

$$+ \mu_1 \left[\frac{A + C_1}{(1 + p_n)^n} + \frac{C_2}{(1 + p_n)^{n+1}} + \dots + \frac{C_n}{(1+p_n)^{2n-1}} \right] + \mu_1^2 \left[\frac{A + C_1}{(1+p_n)^{2n}} + \dots \right]$$

$$\Gamma_n = \left[A + \sum_{i=1}^{n} C_i/(1 + p_n)^{i-1} \right] \left[1 + \frac{\mu_1}{(1 + p_n)^n} + \frac{\mu_1^2}{(1 + p_n)^{2n}} + \dots + \frac{\mu_1^r}{(1+p_n)^{rn}} \right]$$

Vu la progression géométrique de raison $\dfrac{\mu_1}{(1 + p_n)^n}$ on a :

$$\Gamma_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} C_i/(1+p_n)^{i-1}}{1 - \dfrac{U_1}{(1+p_n)^n}} = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \alpha^{i-1} C_i}{1 - U_1 \alpha^n}$$

L'usure morale de 1ere forme U_{mI} de l'équipement est causée par l'apparition d'équipement simillaire mais à un coût (A_I) inférieur au coût d'acquisition du précédent (A). Elle se caractérise par le rapport :

$$U_{mI} = \frac{A - A_I}{A} = 1 - \frac{A_I}{A}$$ et de cela

on tire $U_1 = 1 - U_{mI} \Rightarrow \frac{A_I}{A} = U_{mI}$

Γ_n admet toujours un minimum. On le démontre exactement comme il a été fait auparavant. U_1 n'influence en rien la démonstration. (voir ultérieurement)

C/ DETERMINATION DU TEMPS OPTIMUM DU RENOUVELLEMENT DANS LE CAS DE L'USURE MORALE DE 2e FORME.

L'usure morale de la deuxième forme se manifeste par la diminuation des dépenses d'exploitations rapportées au même volume de production et la valeur d'acquisition est inchangée. Si nous prenons en considération cette forme on obtient la relation :

$$\Gamma_n = \left[A + C_1 + \frac{C_2}{1+p_n} + \frac{C_3}{(1+p_n)^2} + \dots\dots + \frac{C_n}{(1+p_n)^{n-1}}\right]$$

$$+ \left[\frac{A}{(1+p_n)^n} + \frac{U_2 C_1}{(1+p_n)^n} + \frac{U_2 C_2}{(1+p_n)^{n+1}} + \dots + \frac{U_2 C_n}{(1+p_n)^{2n-1}}\right. + \dots\dots$$

$$\Gamma_n = \frac{A}{1 - \dfrac{1}{(1+p_n)^n}} + \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i \left(\dfrac{1}{1+p_n}\right)^{i-1}}{1 - \dfrac{U_2}{(1+p_n)^n}}$$

De même que précédemment mais agissant sur les coûts on a :

$$U_2 = 1 - U_{mII} = \frac{C_{II}}{C} \text{ avec } U_{mII} = \text{Usure morale de } 2^e \text{forme} , C_{II}$$

Dépenses d'exploitations d'équipement nouveau pour le même volume de production.

II MODELE MATHEMATIQUE GENERAL

En considérant l'influence simultanée des trois formes d'usure la relation générale sera :

$$\Gamma_n = \left[A + C_1 + \frac{C_2}{1 + p_n} + \frac{C_3}{(1 + p_n)^2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{C_n}{(1 + p_n)^{n-1}} \right]$$

$$+ U_1 \left[\frac{A}{(1 + p_n)^n} + \frac{U_2 C_1}{(1 + p_n)^n} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{U_2 C_2}{(1 + p_n)^{n+1}} + \ldots\ldots\ldots \right.$$

$$\left. + \frac{U_2 C_n}{(1 + p_n)^{2n-1}} \right] + \ldots\ldots\ldots = \frac{A}{1 - \frac{U_1}{(1+p_n)^n}} + \frac{\sum_{i=1}^{n} Ci \frac{1}{(1+ p_n)^{i-1}}}{1 - \frac{U_1 U_2}{(1 + p_n)^n}}$$

Remarque : Dans toutes les relations de Γn celle-ci est une progression géométrique de raison inférieure à 1 et avec un nombre infini de termes. Le temps optimum de remplacement de l'équipement est le temps pour qui $\Gamma n = \Gamma min$. La relation (4) a un caractère général, elle peut être appliquée à certains outillages, équipements , installations etc ...

III ORGANIGRAMME DE LA METHODE

Les organigrammes suivants ont pour objet le calcul de l'expression de Γ_n successivement pour l'usure physique, l'usure physique et l'usure morale de première forme , et enfin l'action simultanée des trois formes de l'usure.

Les expressions de Γ_n sont successivement :

a) $$\Gamma_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \frac{Ci}{(1+p_n)} i - 1}{1 - \frac{1}{(1 + p_n)^n}}$$ (VOIR ORG a)

b) $$\Gamma_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \frac{Ci}{(1 + p_n)^{i-1}}}{1 - \frac{\mu_1}{(1 + p_n)^n}}$$ (VOIR ORG b)

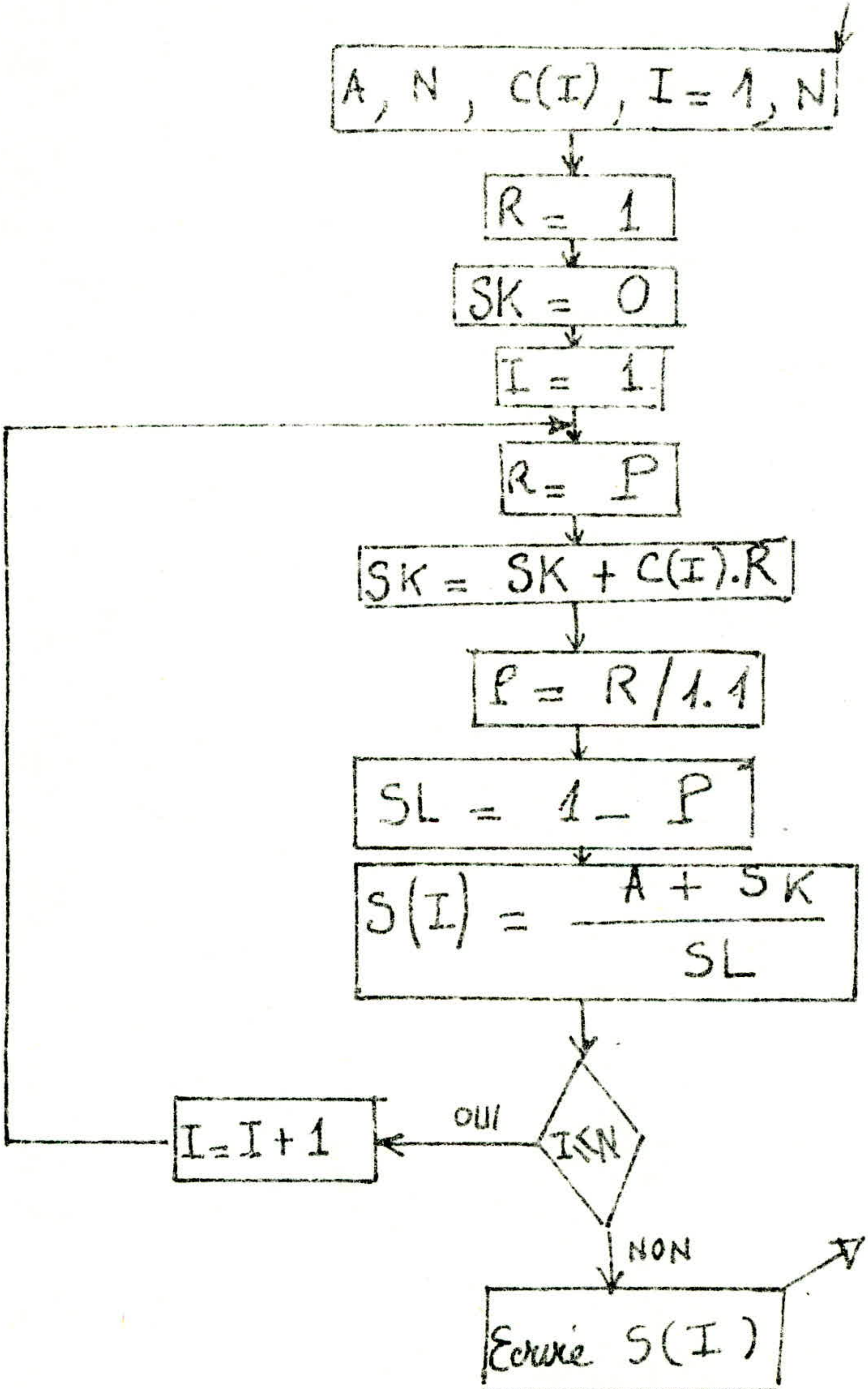
c) $$\Gamma_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ci \frac{1}{(1 + p_n)^{i-1}}}{1 - \frac{\mu_1 \mu_2}{(1 + p_n)^n}} + \frac{A}{1 - \frac{\mu_1}{(1 + p_n)^n}}$$ (VOIR ORG C)

Remarque : $p_n = \frac{1}{T}$; T : temps de récupération de l'investissement.

T = 10 ans et $p_n = 0,1$

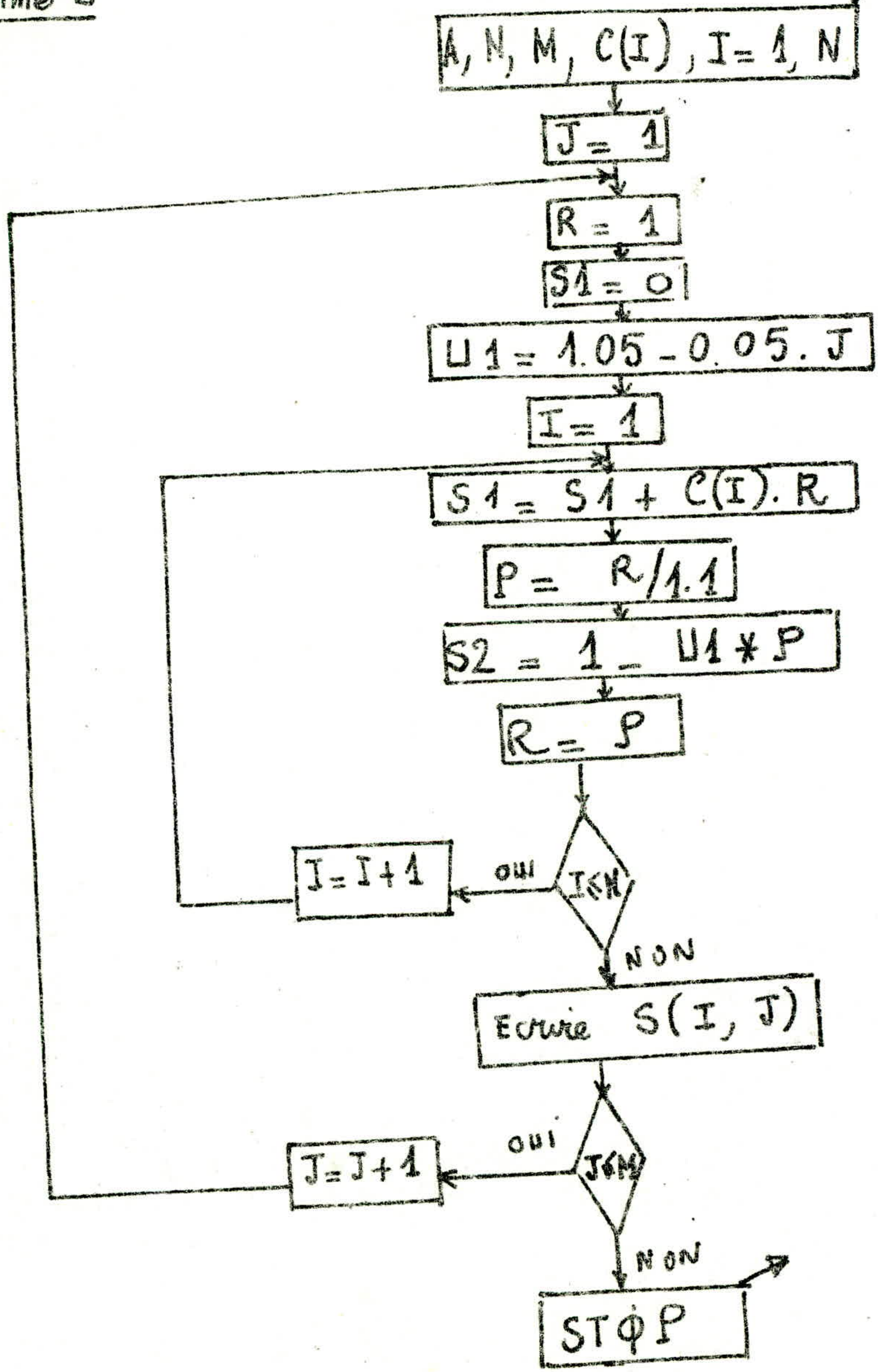
organigramme a

I



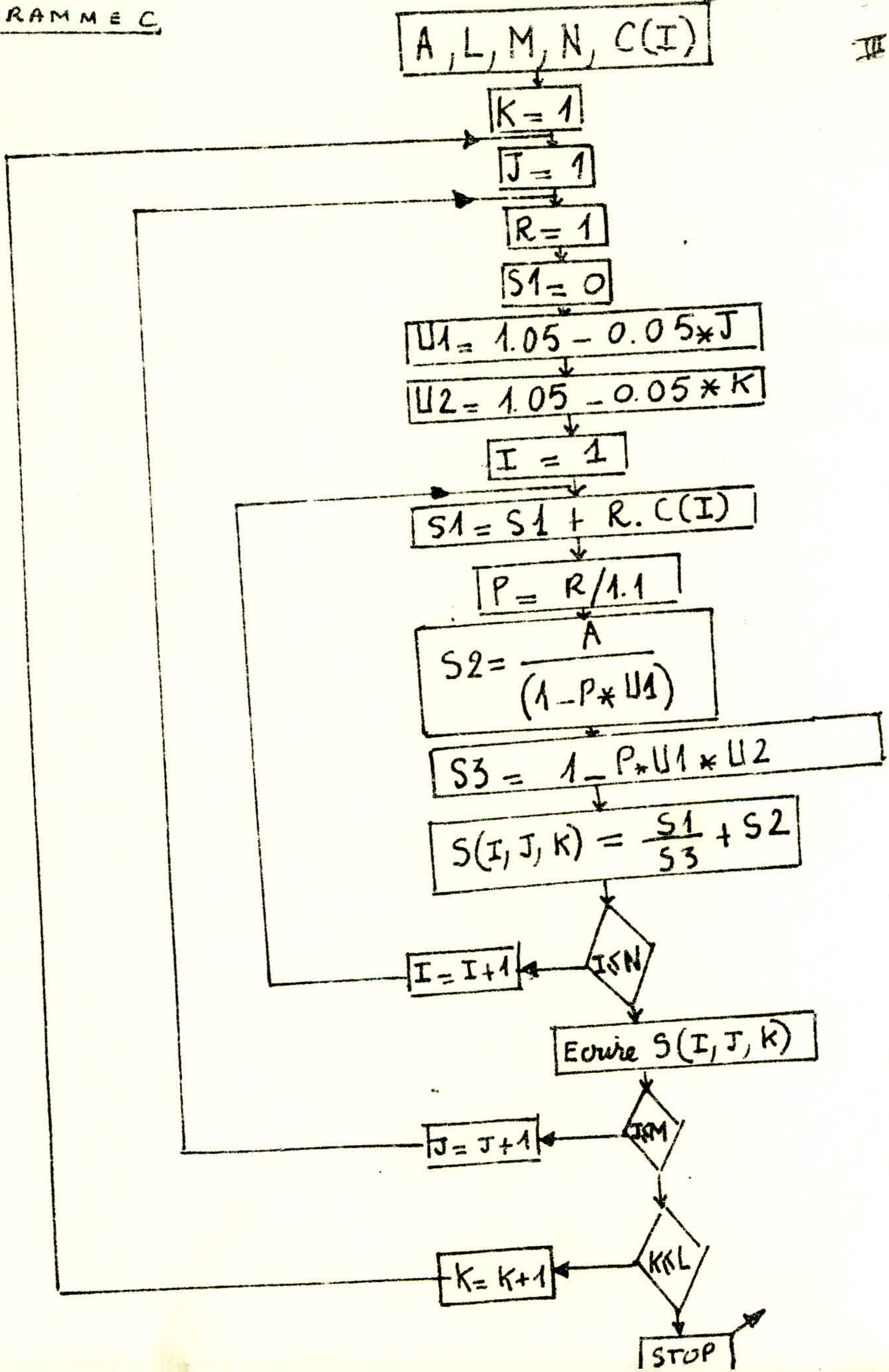
organigramme b

II



ORGANIGRAMME C

III



PARTIE III

I MISE EN PRATIQUE DU MODELE POUR LA DETERMINATION DU TEMPS OPTIMAL DE REMPLACEMENT D'UN EQUIPEMENT.

A Etude des données récupérées à SONELGAZ et Loi de variations des depenses.

(Tous les chiffres qui suivent sont en milliers de D.A)

Les données qui seront utilisées dans le modele sont prises aux pervices intéressés auprés de la Sociètè Nationale de l'Electricité et du gaz notamment au bureau des méthodes et à la direction de la Centrale thermique ALGER-PORT. Malheureusement elles sont récupérées uniquement en partie et avec beaucoup de difficultés et ne constituent pas une information complète. Devant cette difficulté j'ai dû faire une hypothèse sur la loi de variations des données.

Hypothèses : Les dépenses varient exponentiellement avec le temps

VALEUR D'ACQUISITION

La valeur d'acquisition de l'ensemble turbine-alternateur est très ancienne (datant de 1960) et de ce fait ne reflete de nos jours aucune réalité , j'ai préféré prendre la valeur d'acquisition de celui de ANNABA datant de 1969.

- TURBINE (de 75 MW) + Condenseur
  10 Millions D A

- Alternateur 4 Millions DA
  Total 14 Millions DA

Mais pour avoir la valeur d'acquisition du groupe turbo-Alternateur d'Alger-Port dont la puissance est uniquement de 60 MW il est nécessaire de faire intervenir le coefficient correcteur (qui nous a été communiqué par un responsable à SONELGAZ) Ce coefficient est de $\left(\frac{60}{75}\right)^{2/3}$. La valeur d'acquisition est :

$A \doteq 12$ Millions DA.

DEPENSES POUR LES VISITES GENERALES

Les visites générales pour les équipements de la Centrale d'Alger-Port sont prévues de quatre ans en quatre ans. La première visite générale effectuée sur l'équipement 4 ans après sa mise en service revient à peu près à 5% de A (valeur estimée à partir des valeurs des visites générales des blocs formant la Centrale). D'après l'hypothèse prises auparavent les dépenses doivent augmenter exponentiellement et à la 4^e visite Générale , c'est à dire après vingt ans , elle atteingnent 60% de la valeur d'acquisition A.

Première visite Générale 0,6 Millions DA
Deuxième visite Générale 1,68 Millions DA
Troisième visite Générale 3,6 Millions DA
Quatrième visite Générale 7 Millions DA
Loi de variation des dépenses pour visites Générales

$$f(t) = f_o \left(e^{\lambda t} - 1 \right)$$

Les constantes λ et f_o sont déterminées par les conditions initiales

$$f(4) = \frac{5}{100} \times 12000 = f_o \left(e^{4\lambda} - 1 \right)$$

$$(16) = \frac{60}{100} \times 12000 = {}_o \left(e^{16\lambda} - 1 \right)$$

Dé cela on a : $\dfrac{f(4)}{f(16)} = \dfrac{1}{12} = \dfrac{e^{4\lambda} - 1}{e^{16\lambda} - 1} = \dfrac{X - 1}{X^4 - 1}$ en

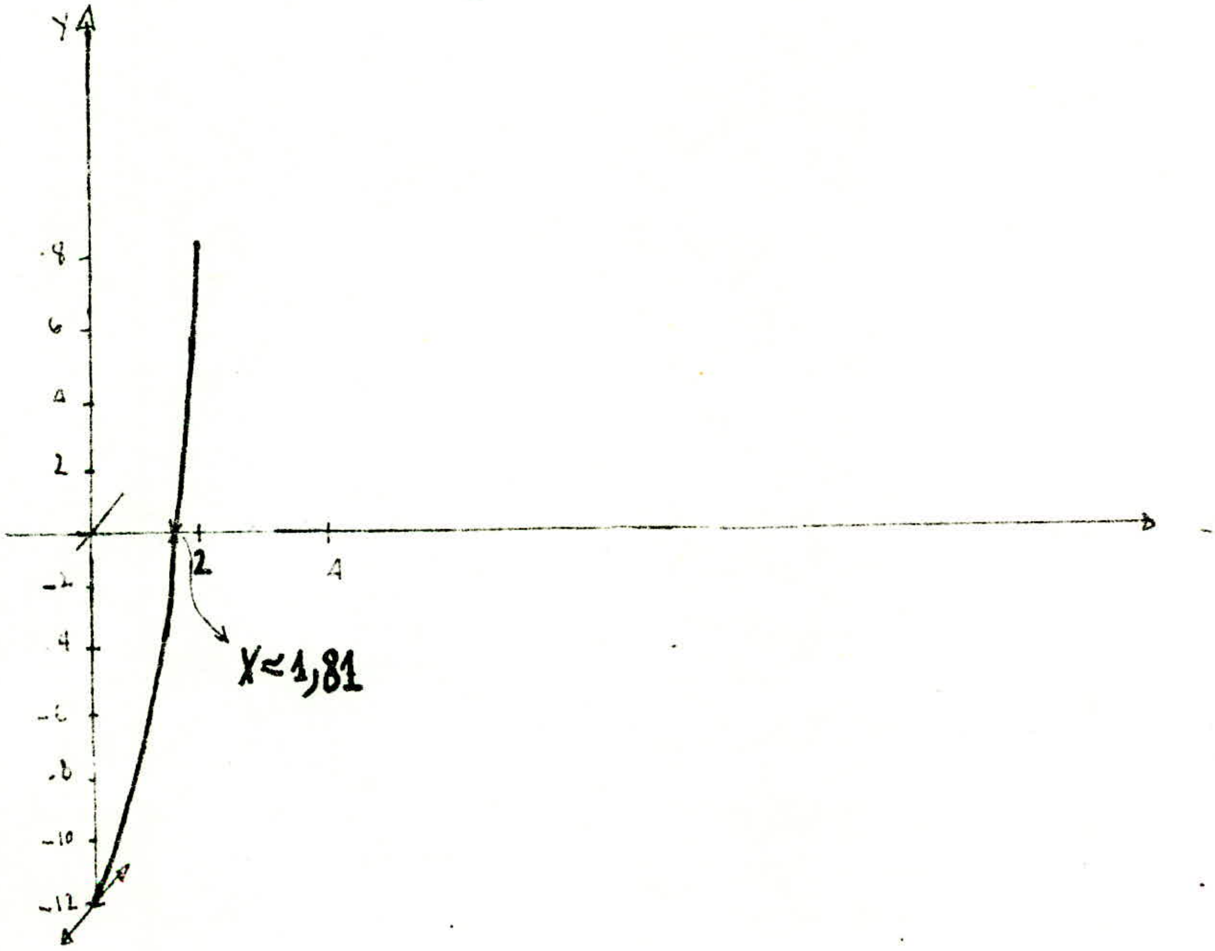
posant $e^{4\lambda} = X$. Soit $X^4 - 12X + 11 = 0$

On remarque que $X = 1$ est une solution mais non interessante car $B^4 = 1 \Longrightarrow 4\lambda = 0$
$\lambda = 0$. L'équation du 4^e degré devient :

$$(X - 1)(X^3 + X^2 + X - 11) = 0$$

IV

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	1	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-11	$\nearrow$	$+\infty$



Racine de l'equation $x \# 1,81$

Soit $y = X^3 + X^2 + X - 11$

$y' = 3X^2 + 2X + 1$

y' toujours positive $\forall X$.

La solution la plus rapprochée est $X = 1,81 = e^{4\lambda}$ d'où

$4\lambda = 2,3 \log 1,81 = 0,5926$ ce qui donne

$$\lambda = 0,148$$

et par suite $$f_o = \frac{5 \times 120}{e^4 - 1} = 740.74$$

$$f_o = 740.74$$

$$f(t) = 740.74 \quad (e^{0,148\,t} - 1)$$

Mais on prend la fonction $f_1(t)$ telle que $f_1(t) = \frac{f(t)}{4}$:
on repartit par année les dépenses des réparations ou visites générales.

$$f_1(t) = \text{------} = 185.18\ (e^{0,148\,t} - 1)$$

$f_1(t)$ représente l'équation des dépenses pour visites générales au temps t avec t variant de 1 à 25 (voir tableau)

REPARTITIONS COURANTES

Année	Equipement défaillant	Montant DA
1969	Alternateur	43000
1970	G . T . A	56373
1972	G . T . A	93970.67

Autres dépenses

Tableau des visites partielles effectuées à la centrale thermique d'Alger - Port.

	BLOC 1	BLOC 2
1968	RIEN	V . P du 6 Mai au 24 Mai
1969	VP 7 Janvier 25 Janvier	
1970	VP 29 Avril 21 Mai	V.P du 28 Mars au 8 Avril
1971		V.P 7 Novembre 15 Novembre
1972	VP 4 Avril 28 Avril	
1973	VP 20 Avril 27 JUIN	V.P 27 JUIN 3 Août
1974	VP 7 Janvier 24 Janvier	

Le prix d'acquisition du bloc entier est de 80 Millions de DA. Or ce qui nous intéresse est la proportion correspondant à la somme de 14 Millions de DA pour le prix d'acquisition l'ensemble turbine Alternateur (75 MW)

La proportion est : $\frac{14}{80} \times 100 = 17,5\ \%$

Ceci nous permet d'estimer le montant des visites partielles effectuées sur le G . T . A.

Les opérations faites pendant ces visites partielles sont comme suit:

1 9 6 9

0,175 * 245.317 = 43.000 DA

Cette somme est celle qu'on a estimée être celle correspondante au groupe turbo Alternateur dans les opérations sont :

1 CHAUDIERE : visite des chaines de régulation et cellules FØRNEY.

2 GROUPE TURBO-Alternateur

4 POSTE-D'EAU.

1 9 7 0

56373,24 DA

Uniquement sur le Groupe Turbo-Alternateur

1 9 7 2

93970,67 DA

Groupe Turbo-Alternateur

INCIDENTS TECHNIQUES

Les dépenses pour les incidents entrent également dans les dépenses d'entretiens. A chaque incident un rapport dit : " Rapport d'incident " est établi pour décrire les opérations effectuées. Malheureusement dans ces rapports il n'est pas mentionné de montant en monnaie correspondant aux opérations effectuées. Cette lacune a été comblée uniquement à partir de l'année 1973. Ce montant englobe le prix de la main-d'Œuvre et du matériel. Exemple (pris sur les "rapports d'incidents" à SONELGAZ).

1973

Il y a eu incident sur la turbine en date du 17 Novembre et par suite on a

Main-d'oeuvre	4676	DA
Matériel	1000	DA
T O T A L	5676	DA

<u>1974</u>

L'incident concernait également la turbine et l'Alternateur

Main-d'oeuvre	7520
	12500
	680
	500
Matériel	11650
	100
	=====
	32950

Devant l'imposibilité de connaitre les dépenses des autres incidents j'ai décidé de prendre la valeur moyenne c'est à dire $\frac{1}{2}$ (32950 + 5676). Mais d'après les rapports d'incidents j'ai décidé également de prendre une moyenne d'incidents de deux par année. Ce qui donne la dépense allouée par année aux incidents de 38626 DA

<u>AMORTISSEMENTS</u>

Les équipements de le Centrale thermique sont théoriquement amortissables en 25 ans. L'amortissement pratiqué dans la sociéte étant linéaire le taux est de 4 % et s'élève pour chaque année à 480.000 DA pour le Groupe turbo-Alternateur. Les dépenses générales ne sont pas prises en considérations pour la simple raison que je n'ai ~~j'ai~~ pas pu les avoir.

DEPENSES (milliers DA) Ans	visites Partielles (milliers de DA)	Amortissements	Incidents + salaires	TOTAL
1969	43	480	355.15	878.15
1970	56.37	480	355.15	891.52
1972	93.97	480	355.15	929.12

CALCUL DES SALAIRES

[illegible]

L'organigramme du personnel de la Centrale thermique d'Alger-Port. Ceci servira au calcul de la masse des salaires.

Les salaires distribués à l'ensemble du personnel de la Centrale (2 Blocs) s'élève à 105509,50 par mois de travail ce qui donne pour une année 12 fois plus. Or l'ensemble turbine Alternateur font partie d'1 Bloc. Nous estimons les dépenses pour salaires à

$$105509{,}50 \times 12 \times \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2}$$

ce qui donne 316.528,50 DA ou approximativement 316,53 (milliers DA) ou comme pour les visites générales on fait l'hypothèse que la somme des dépenses est une loi exponentielle $g(t) = g_0 \left(e^{-Bt} + 1 \right)$ dont les constantes sont déterminées par les conditions initiales connues

$$g(1) = 878.15$$

$$g(2) = 891.52$$

on en déduit $B = 0{,}03$

$g_0 = 445.68$

et $g(t) = 445.68 \left(e^{-0{,}03t} + 1\right)$

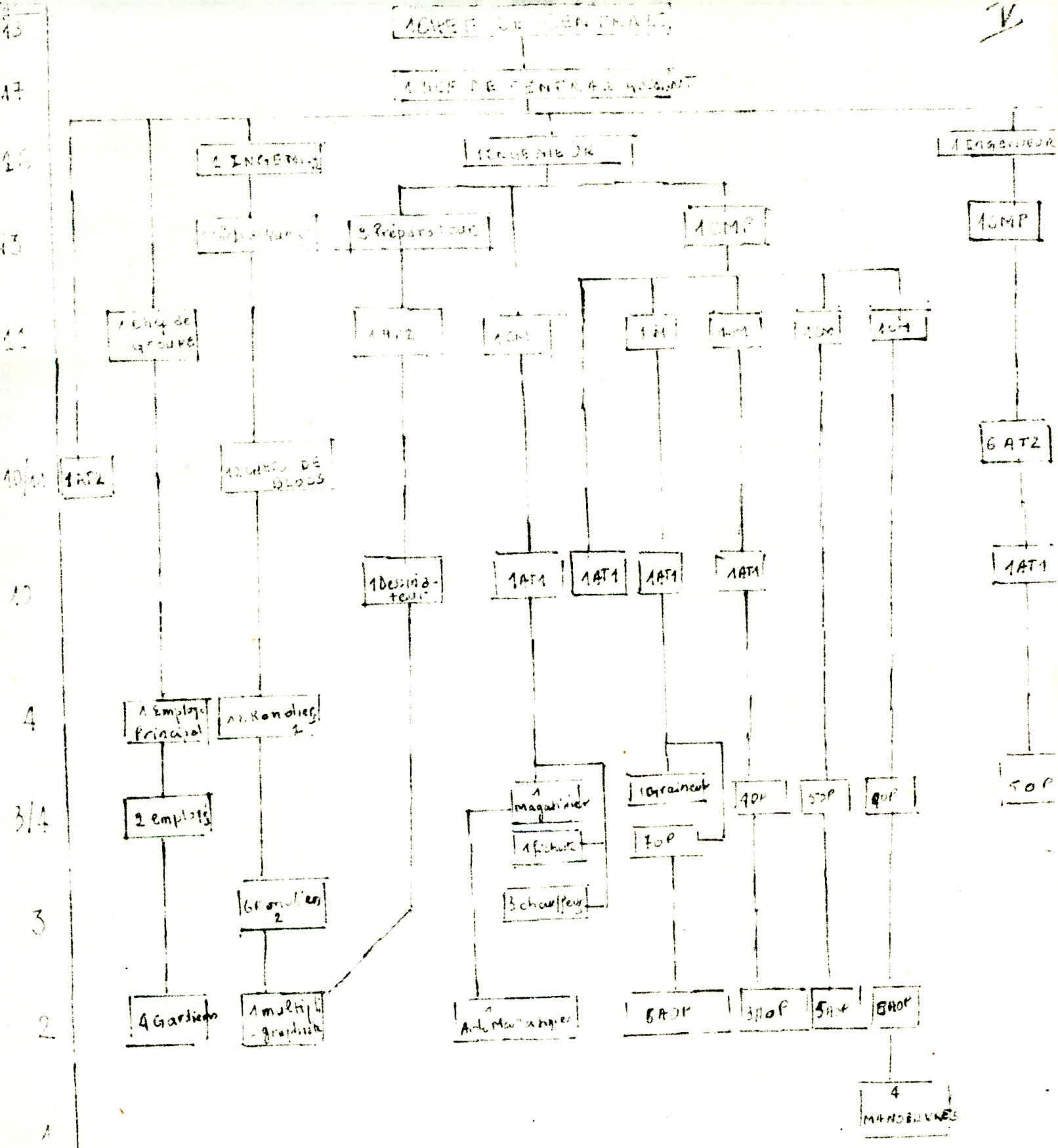
Les valeurs de $g(t)$ pour les 25 ans sont portées sur le tableau suivant ainsi que les dépenses annuelles des visites générales et d'entretiens

$C(t) = C(t)$ telles que

$C(t) = g(t) + f_1(t)$

Année	f_1 (t) milliers DA	g (t) milliers DA	C(t) milliers DA
1	29.54	878.188	907.72
2	63.788	865.406	929.19
3	103.502	853.00	956.50
4	149.551	840.962	990.51
5	202.945	829.28	1032.22
6	264.856	817.943	1082.79
7	336.64	806.941	1143.58
8	419.879	796.264	1216.14
9	516.394	785.903	1302.29

V



CMP = Contremaître Principal

CM = "

AT1 = Agent technique 1er degré

AT2 = " " 2e "

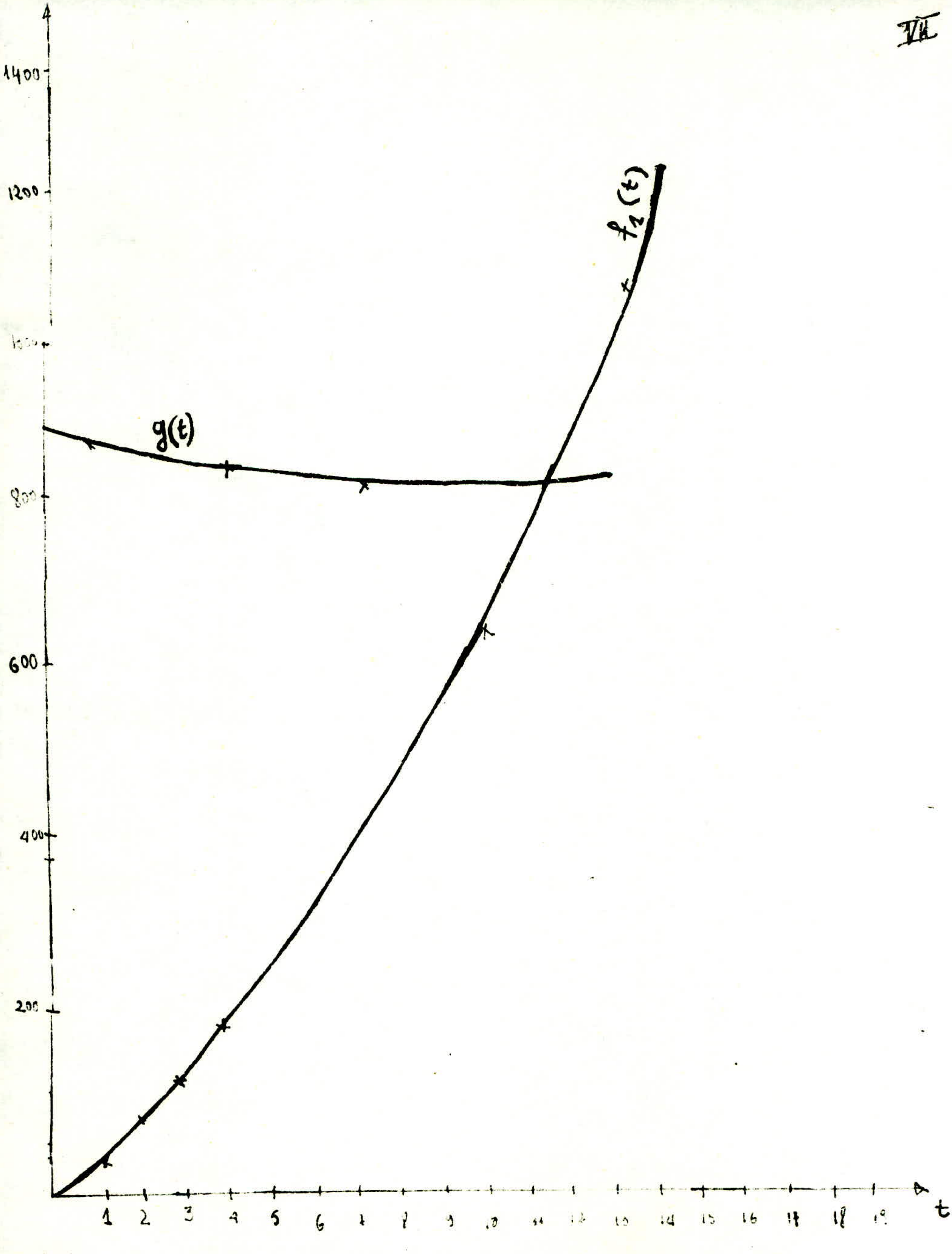
OP = Ouvrier Professionel

AOP = Aide Ouvrier Professionnel

ORGANIGRAMME DE LA CENTRALE ALGER-PORT

Poste	Nbre	Catégorie	Salaire Brut DA	Indemnites	Total (DA)	
Chef de Centrale	1	18	2972.60	10% + 50%	4756.16	VI Catégorie CADRE
Chef de Centrale adjoint	1	17	2033.70	10% +50%	3253.92	
Ingenieur	3	16	1919.48 x3	10% +35% (x3)	8061.78	
Chef de [illegible]	6	13	1677.80 x6	15 % (x6)	11570.82	Maitrise
[illegible]	2	13	1677.80 x2	15 % (x2)	3856.94	
[illegible]	2	13	1677.80 (x2)	15 % (x2)	3856.94	
Chef de groupe	1	11	1144.46	15 %	1636.69	
AT2	1	11	1144.46	15 %	1636.69	
CM	5	11	1144.46 (5)	15 % (5)	[illegible]	
AT2	7	10	1048.63 (7)	15 % (7)	8441,44	
Chef de Bloc	12	10	1048.63 (12)	15 % (12)	14471.07	
[illegible]ficateur	1	10	1048.63 [illegible]	15 %	1205.92	
AT1	5	10	1048.63 (5)	15 %	6029.60	
Employé Principal	1	4	545.28	/	545.28	
Rondiers Degré 1	12	4	545.28 (12)	/	6543.36	
A Magasinier	1	4	545,28	/	545.28	
A Graisseur	1	4	545.28	/	545.28	
OP	25	3	503,34 (25)	/		
Fichiste	1	3	503.34	/	503.34	
Rondiers 2	6	3	503.34 x6	/	3020.04	
Chauffeurs	3	3	503,34 x3	/	1510.02	
Gardiens	4	2	469.78 x4	/	1879.12	
Dactylographiste	1	2	469.78	/	469.78	
Aide Magasinier	1	2	469.78	/	469.78	
AOP	22	2	469.78 x22	/	10335.16	
Manoeuvres	4	1	440.42 x4	/	1761.68	

VII



10	628.307	775.848	1404.15
11	758.06	766.09	1524.15
12	908.526	756.62	1665.14
13	1082.986	747.43	1830.41
Année (suite)	$f_1^{(t)}$ (suite)	$g^{(t)}$ (suite)	$c^{(t)}$ (suite)
14	1285.275	738.512	2023.78
15	1519.832	729.858	2249.69
16	1791.803	721.459	2513.26
17	2107.157	713.309	2820.46
18	2472.815	705.399	3178.21
19	2896.8	697.723	3594.52
20	3388.414	690.274	4078.68
21	3959.45	683.045	4641.49
22	4619.414	676.030	5295.44
23	5385.806	669.222	6055.02
24	6273.450	662.615	6937.06
25	7304.847	656.204	7961.05

B. APPLICATION DE LA METHODE ET RESULTATS :

1. Mode de resolution :

Les méthodes actuelles de calcul et les techniques actuelles s'appliquent largement dans tous les domaines d'activité et surtout dans la sphère de production matérielle. Les problèmes de décision occupent une place importante dans l'activité des entreprises mais la résolution exacte de ces méthodes nécessitent des modèles mathématiques dont la résolution imposent l'emploi des ordinateurs electroniques. Le projet propose un modèle mathématique pour la détermination du temps optimum deremplacement d'un équipement et est resolu par l'ORDINATEUR IBM 1130 de l'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE. Les trois programmes sont écrits en langage FORTRAN et nécessitent de l'ordinateur successivement 150 , 275 , 3025 mots -mémoires doubles , sans compter les programmes eux-mêmes. Le troisième programme n'a pu passer à cause du dépassement de mémoire de l'ordinateur et je me suis vu obligé de réduire le nombre d'année de 25 à 20 pour pouvoir obtenir les résultats.

a) Cas de l'usure physique :

```
II JOBT
II FOR
* ONE WORD INTEGERS
* IOCS (CARD, 1132 PRINTER )
* LIST ALL
  DIMENSION S(25) , R(25) , SK(25) , SN(25) , PZ(25) , SN1(25) , C(25)
  READ(2,1) A
1 FORMAT (F 7.1)
  READ (2,3)  (C(N), N = 1,25 )
3 FORMAT  (10 F8.2)
  PZ(1) = 0.
  R(1) = 1./1.1
  SK(1) = 0.
  DO 7 I = 2,26
  N = I - 1
  R(I) = 1./1.1 * *  (I - 2)
  CP (I) = C(N) * R (I)
  SL = 1. - R (I) / 1.1
  SK(I) =  SK(N) + CP (I)
  SN(I) = SK (I) + A
  PZ (I) = PZ (I - 1) + 1./1.1  * * (I - 2)
  SN1(I) = SN(I) / PZ (I)
  S (I) = SN(I) /SL
7 CONTINUE
  WRITE (3,5) C,R, CP , PZ , SN1 , S
5 FORMAT (1 x, 25 (6F 14.3,1))
  CALL EXIT
  END
```

b. Cas de L'usure physique et de l'usure morale de 1ere forme

```
II JOBT
II FOR
*  IOCS (CARD , 1132 PRINTER )
*  ONE WORD INTEGERS
*  LIST ALL
      INTEGER  C(25)
      DIMENSION S(25,11)
      READ (2,1) A
    1 FØRMAT   (F7.1)
      READ (2,4) (C(I) , I = 1,25) , N , M
    4 FORMAT (16 I 5)
      DO 7  J = 1,M
      R = 1.
      S1 = 0.
      RJ = FLOAT (J)
      U1 = 1.05 - 0.05 *  RJ
      DØ 2 I = 1,N
      S1= S1 + R * C(I)
      P = R/1.1
      S2 - 1. - P * U1
      S(I,J ) = (A + S1) /S2
    2 R = P
      Write (3,6 ) U1
    6 FORMAT (50X , VALEUR DE U1 = ', F 5-2  //)
      WRITE (3,5) (S(I,J) , I = 1,N)
    5 FORMAT (12 F 10.1 , /)
    7 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
```

C. Cas Général :

L'action simultanée des 3 formes d'usure est prise en compte dans le programme suivant :

```
II JOBT
II FOR
*  IOCS (CARD , 1132 PRINTER)
*  ONE WORD INTEGERS
*  LIST ALL
      INTEGER C (20)
      DIMENSION S(20,11,11)
      READ (2,1) A
    1 FORMAT (F7.1)
      READ (2,4) (C(I) , I = 1,20 ) , N, M, L
    4 FORMAT (16 I 5 )
      DO 8  K = 1,L
      RK = FLOAT (K)
      U2 = 1.05 - 0.05 * RK
      WRITE (3,9) U2
    9 FORMAT (50 X , VALEUR DE U2 = ', F5.2 //)
      DO 7  J = 1,M
      R = 1.
      S1 = 0.
      RJ = FLOAT (J)
      U1 = 1.05 - 0.05 * RJ
      DO 2 I = 1,N
      S1 = S1 + R * C(I)
      P = R/1.1
      S2 = A/ (1. - P * U1 )
      S3 = 1. - P * U1 * U2
      S(I,J,K ) = S1/S3 + S2
    2 R = P
      WRITE (3,5) U1 , (S(I,J,K) , I = 1,N)
    5 FORMAT (2 X ', U1 = ', F5.2 , 10F 11.2 , /(10 X , 10F11.2,/ ))
    7 CONTINUE
    8 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
```

2) RESULTATS

Les résultats des programmes précédents sont portés respectivement dans les paragraphes a , b , c.

a. Résultat dans le cas de l'usure physique. Comme il a été déjà démontré Γ_n devient minimum quand :

$$C_{n+1} \quad \frac{A + \sum_{I=1}^{n} C(I)\, \alpha^{I-1}}{\sum_{I=1}^{n} \alpha^{I-1}}$$

Cette expression est vérifiée pour $n = 16$. En effet :

$C\ (17) = 2820.46$

$$\frac{A + \sum_{I=1}^{16} C(I)\, \alpha^{I-1}}{\sum_{I=1}^{16} \alpha^{I-1}} \equiv 2711.09$$

$$2820.46 = C_{17} > 2711.09$$

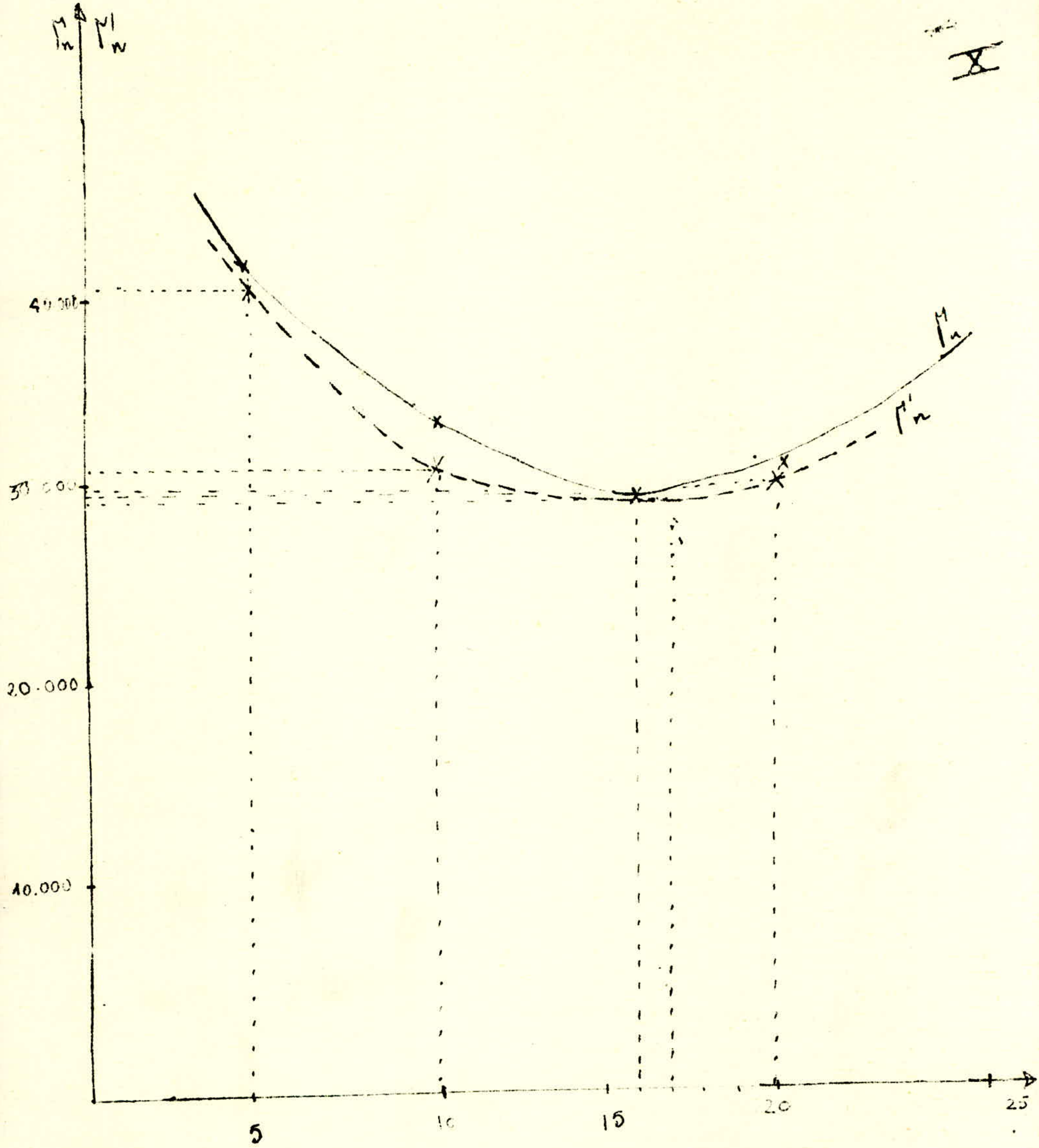
En même temps on a :

$$C_{16} = 2513.26 < \frac{A + \sum_{I=1}^{15} C(I)\, \alpha^{I-1}}{\sum_{I=1}^{15} \alpha^{I-1}} = 2716.73$$

$$\Gamma_{min} = \Gamma_{16} = 29756.30 \qquad \left[\text{milliers de DA}\right]$$

(voir Tableau ~~...~~ VIII)

N	C(I)	$R=[1/1.1]^{I-1}$	$CP=C(I)*R$	$PZ=\Sigma[1/1.1]^{I-1}$	$SN1=\frac{A+\Sigma CP}{PZ}$	$S(I)=\frac{A+\Sigma C(I)*R}{1-[1/1.1]**N}$
1	907.72	1	907.72	1	12 907.72	141843.14
2	929.19	0.909	844.63	1,909	7203.96	79036.56
3	956.50	0.826	790.07	2,735	5317.16	58403.34
4	990.51	0.751	743.87	3,486	4385.05	48070.14
5	1032.22	0.682	703.97	4,168	3836.44	42079.69
6	1082.79	0,62	671.33	4,788	3479.87	38214.72
7	1143.58	0,564	644.97	5,352	3354.18	36786.01
8	1216.14	0,512	622,66	5,864	3167.50	34718.21
9	1302.29	0,466	606.87	6,33	3030.19	33242.82
10	1404.15	0,423	593.95	6,752	2928.77	32154.08
11	1524.15	0,385	586.79	7,137	2853.00	31325.94
12	1665.14	0,350	582.80	7,487	2797.38	30710.65
13	1830.41	0,318	582.07	7,805	2758.07	30276.70
14	2023.78	0,289	584.87	8,094	2731.85	29961.53
15	2249.69	0,262	589.41	8,356	2716.73	29791.37
16	2513.26	0,238	598.15	8,594	2711.09	29756.30
17	2820.46	0,217	612.04	8,811	2713.792	29777.36
18	3178.21	0,197	626.10	9,008	2723.95	29887.13
19	3594.52	0,179	643.41	9,187	2740.91	30084.53
20	4078.68	0,163	664.82	9,350	2764.23	30335.18
21	4641.49	0,148	686.94	9,498	2793.48	30638.01
22	5295.44	0,134	709.58	9,632	2828.29	31027.46
23	6055.02	0,122	738.71	9,754	2868.65	31474.49
24	6937.06	0,111	770.01	9,865	2914.42	31980.90
25	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]



X
40.000
30.000
20.000
10.000
5
10
15
20
25

Le temps optimum du renouvellement est donc fixé à n = 16.

En supposant qu'on peut,augmenter le temps de fonctionnement entre deux visites générales de 4 à 5 ans en essayant d'appliquer :

- une exécution optimale des travaux d'entretiens et de réparations courantes (visites partielles)
- une organisation judicieuse du processus technique

les dépenses pour les visites générales diminuent et on calcule

$$f_2(t) = \frac{f(t)}{5} = \frac{f(t)}{4} \times \frac{4}{5} = f_1(t) \times \frac{4}{5}$$

$f_2(t) = 0{,}8\ f_1(t)$ et par donséquent

$C'(t) = g(t) + f_2(t)$. (voir IX)

Sur le graphe précédent on y trouve n' pour la nouvelle situation. Le critère de détermination du temps de renouvellement donne le nouveau n qui est n' = 17 ans. On a donc gagné un an de fonctionnement.

Les résultats pour la nouvelle situation se trouvent en tableau ~~p 66~~ IX

CONCLUSION

En utilisant les données statistiques existantes pour quelques années de fonctionnement de l'équipement considéré et en estimant pour 25 ans les dépenses d'entretiens et de réparations (courantes et visites Générales) on détermine le temps de remplacement de l'équipement (n = 16 ans). En augmentant la périodicité des visites Générales tout en les repartissant sur les 25 ans on pourra augmenter ce temps optimal (de 1 an dans cet exemple).

-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

C(I)	R	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
901.82	1.000	901.820	1.000	12901.820	141920.156
916.42	0.909	833.109	1.909	7194.487	79139.375
935.80	0.826	773.388	2.735	5303.645	58340.164
960.60	0.751	721.713	3.486	4367.845	48046.348
991.63	0.683	677.297	4.169	3814.829	41963.187
1029.82	0.620	639.431	4.790	3453.871	37992.632
1076.25	0.564	607.515	5.355	3203.257	35235.875
1132.16	0.513	580.977	5.868	3022.152	33243.718
1199.02	0.466	559.302	6.334	2887.895	31766.894
1278.48	0.424	542.201	6.759	2786.912	30656.074
1372.54	0.385	529.174	7.144	2710.587	29816.507
1483.44	0.350	519.937	7.495	2653.202	29185.265
1613.81	0.318	514.210	7.813	2610.817	28719.031
1766.73	0.289	511.759	8.103	2580.645	28387.121
1945.72	0.263	512.370	8.366	2560.662	28167.308
2154.90	0.239	515.867	8.606	2549.375	28043.152
2329.03	0.217	522.100	8.823	2545.667	28002.359 → Min
2683.65	0.197	530.947	9.021	2548.694	28035.652
3015.16	0.179	542.305	9.201	2557.812	28135.949
3401.00	0.163	556.092	9.364	2572.533	28297.886
3850.61	0.148	572.370	9.513	2592.503	28517.530
4371.56	0.135	590.733	9.648	2617.419	28791.617
4977.86	0.122	611.512	9.771	2647.094	29118.046
5681.37	0.111	634.487	9.883	2681.382	29495.203
6500.08	0.101	[illegible]	10.000	2720.211	

XI

b) Cas de l'usure LimI : Résultats du listing

XI

LEUR DE U1 = 1

141987.8 79240.8 58481.3 48229.2 42188.8
38264.8 35556.7 33617.2 32196.3 31145.1
30369.1 29805.4 29411.3 29155.8 29016.8
28978.6 29028.9 29158.9 29361.7 29632.5
29967.3 30363.5 30819.0 31332.8 31904.7

$\boxed{\Gamma_{min} = 28978.6}$

LEUR DE U1 = 0.95

94658.6 64002.2 50806.6 43538.5 38995.1
35936.0 33776.6 32208.9 31052.9 30197.7
29571.2 29124.4 28823.6 28643.8 28567.2
28581.0 28675.3 28842.7 29077.5 29376.0
29735.0 30152.3 30626.4 31156.8 31743.3

$\boxed{\Gamma_{min} = 28567.2}$

VALEUR DE U1 = 0.90

70993.9 53679.2 44912.6 39679.4 36250.9 33874.4
32166.2 30913.9 29987.9 29306.3 28814.2 28473.8
28258.9 28149.5 28131.4 28194.3 28330.2 28533.2
28798.8 29124.0 29506.3 29944.1 30436.3 30982.7
31583.5

$\boxed{\Gamma_{min} = 28131.4}$

VALEUR DE U1 = 0.85

6795.1 46223.8 40243.9 36448.7 33867.6 32036.5 XII
0702.4 29719.0 28993.6 28466.0 28094.9 27851.7 27715.9
7672.0 27708.6 27817.8 27993.3 28230.3 28525.3
8876.2 29281.0 29738.7 30248.5 30810.6 31425.4

$$\boxed{\Gamma_{min} = 27672.0}$$

VALEUR DE U1 = 0.80

47329.3 40586.7 36454.5 33704.5 31778.3 30387.8
29366.0 28613.1 28063.1 27672.5 27410.7 27256.2
27193.5 27210.4 27298.4 27451.3 27664.3 27933.7 28257.0
28632.6 29059.2 29536.2 30063.1 30640.4 31268.8

$$\boxed{\Gamma_{min} = 27193.5}$$

VALEUR DE U1 = 0.75

40567.9 36175.1 33317.2 31344.5 29931.8 28900.5 28141.1
27586.5 27190.4 26922.0 26759.1 26685.6 26690.3
26764.0 26900.1 27094.4 27342.9 27643.4 27993.7
28393.1 28840.7 29336.3 29879.8 30472.0 31113.8

$$\boxed{\Gamma_{min} = 26685.6}$$

ALEUR DE U1 = 0.70

5497.0 32628.5 30677.2 29293.5 28288.1 27552.0

7014.3 26631.0 26370.4 26211.2 26137.6 26138.4

6205.4 26332.0 26513.3 26746.5 27029.0 27359.0

7735.3 28157.6 28625.5 29139.2 29698.9 30305.5

30960.2

$$\boxed{\Gamma_{min} = 26137.6}$$

VALEUR DE U1 = 0.65

31552.8 29715.3 28424.8 27494.3 26815.6 26323.7

25974.3 25739.5 25598.4 25537.0 25544.4 25613.2

25737.8 25913.7 26137.5 26407.6 26722.1 27080.3

27481.6 27925.9 28413.5 28944.7 29520.0 30140.8

30808.3

$$\boxed{\Gamma_{min} = 25537.0}$$

VALEUR DE U1 = 0.60

28397.5 27279.6 26480.6 25903.4 25488.8 25200.2

25011.4 24905.7 24870.4 24896.5 24977.6 25108.7

25286.7 25508.4 25772.2 26077.0 26422.2 2680[illegible]

27232.5 27698.1 28204.6 28752.7 29343.4 29977.9

30657.7

$$\boxed{\Gamma_{min} = 24870.4}$$

XIV

VALEUR DE $u_1 = 0.55$

25816.0 25213.0 24785.3 24486.5 24287.0 24168.7

24117.3 24124.3 24182.6 24287.4 24435.3 24623.7

24851.0 25115.7 25416.9 25754.7 26128.9 26539.8

26987.8 27473.9 27998.7 28563.3 29168.8 29816.7

30508.7

$$\boxed{\Gamma_{min} = 24117.3}$$

VALEUR DE $u_1 = 0.50$

23664.6 23437.4 23294.0 23216.6 23193.5 23218.4

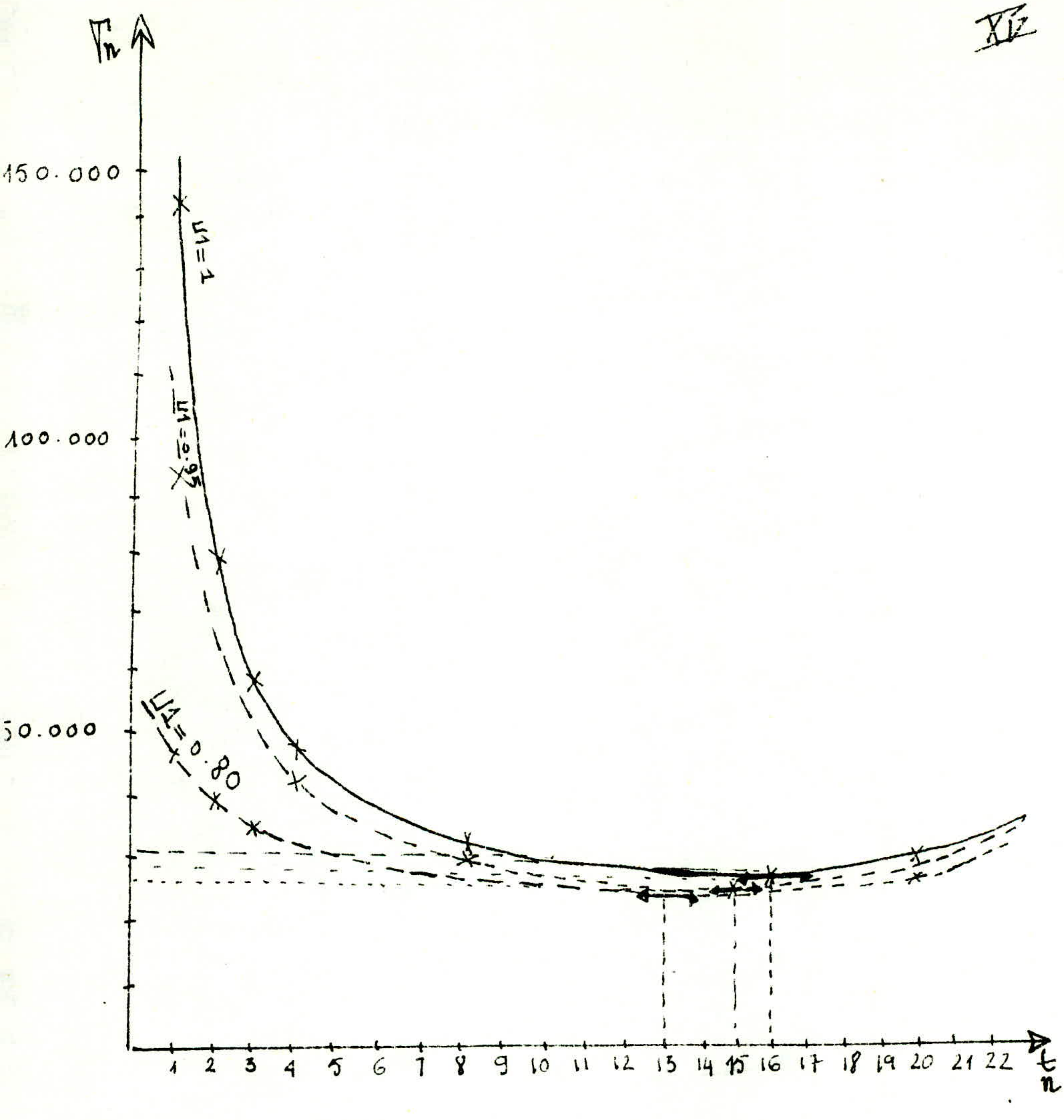
23284.9 23390.4 23531.8 23707.4 23916.1 24157.0

24430.1 24734.9 25071.3 25440.2 25842.0 26277.6

26747.6 27253.3 27795.8 28376.4 28996.3 29657.2

30361.1

$$\boxed{\Gamma_{min} = 23193.5}$$



T_n
150.000
100.000
50.000
$u_1 = 1$
$u_1 = 0.95$
$u_1 = 0.80$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
t_n

L'expression $\Gamma_n = \dfrac{A + \sum_{I=1}^{n} \alpha^{I-1} CI}{1 - U1\,\alpha^{n}}$ admet un minimum

quand $\Gamma_{n-1} > \Gamma_n < \Gamma_{n+1}$. On refait la même démonstration que dans le cas de l'USURE physique mais en faisant intervenir le coefficient d'usure morale I, U1 :

En remplaçant n par n + 1 dans l'expression de Γ_n on a :

$$\Gamma_{n+1} = \frac{A + \sum_{I=1}^{N+1} \alpha^{I-1} CI}{1 - U1\,\alpha^{N+1}} = \frac{A + \sum_{I=1}^{N} \alpha^{I-1} CI + \alpha^{N} C_{N+1}}{1 - U1\,\alpha^{N+1}}$$

$$\Gamma_{n+1} = \frac{(1 - U1\,\alpha^{N})\,\Gamma_n}{1 - U1\,\alpha^{N+1}} + \frac{\alpha^{N} C_{N+1}}{1 - U1\,\alpha^{N+1}}$$

$$\Gamma_{n+1} - \Gamma_n = \frac{U1\,\Gamma_n\,(\alpha^{N+1} - \alpha^{N}) + \alpha^{N} C_{N+1}}{1 - U1\,\alpha^{N+1}}$$

1° $\Gamma_{n+1} > \Gamma_n$ Cad $\Gamma_{n+1} - \Gamma_n > 0$

on en déduit , sachant que $0 < \alpha < 1$ et

$1 - U1\,\alpha^{N+1} > 0 \;\forall n$, $\dfrac{C_{N+1}}{U1(1 - \alpha)} > \Gamma_n$ expression

équivalente à $\Gamma_{n+1} - \Gamma_n > 0$

2° $\Gamma_{n+1} - \Gamma_n > 0$

$$\Gamma_{n-1} = \frac{A + \sum_{I=1}^{N-1} \alpha^{I-1} C_I}{1 - U1\,\alpha^{N-1}} = \frac{A + \sum_{I=1}^{N} \alpha^{I-1} C_I - \alpha^{N-1} C_N}{1 - U1\,\alpha^{N-1}}$$

$$\Gamma_{n-1} - \Gamma_n = \frac{(1 - U1\,\alpha^N)\,\Gamma_n - \alpha^{N-1} C_n}{1 - U1\,\alpha^{N-1}} - \Gamma_n = \frac{U1\,\Gamma_n(\alpha^{N+1} - \alpha^N) - \alpha^{N-1} C_N}{1 - U1\,\alpha^{N-1}}$$

$$\Gamma_{n-1} - \Gamma_n > 0 \Longrightarrow U1\,\Gamma_n (1 - \alpha) - C_n > 0 \quad \text{ou} \quad \Gamma_n > \frac{C_n}{(1 - \alpha)\,U1}$$

Les expressions précédentes expriment donc les conditions pour lesquelles Γ_n a un minimum. Elles s'écrivent :

$$C_{n+1} > U1\,\Gamma_n\,(1 - \alpha)$$
$$C_n < U1\,\Gamma_n\,(1 - \alpha)$$

En particularisant ces deux expressions à la première année (n = 1) on a :

$$U1 > \frac{C(1)}{\Gamma_1 (1 - \alpha)} = \frac{C(1)}{\Gamma_1 \left(1 - \frac{1}{1.1}\right)} = \frac{11\,C(1)}{\Gamma_1} \quad \text{or}$$

$$\Gamma_1 = \frac{A + C(1)}{1 - U1\,\alpha} \quad \text{on a donc} \quad U1 > \frac{11\,C(1)\,(1 - U1\,\alpha)}{A + C(1)}$$

$$\text{et par suite} \quad U1\,(A + C(1) + 11\,\alpha\,C(1) - 11\,C(1)\quad) \geqslant 0$$

$$U1 \geqslant \frac{11\,C(1)}{A + C(1) + 11\quad C(1)} \# 50\,\%$$

On trouve exactement U1 $\geqslant$ 46 %. Dans le cas présent on prend U1 supérieur ou égal à 50 % .
Cette dernière relation indique le fait qu'à une valeur d'usure morale de 50 % ou plus l'équipement doit être remplacée tout de suite.

Conclusion :

Pour UmI = 0 c'est à dire U1 = 1 le temps de remplacement est de 16 ans.
Pour $0 < U1 < 1$ les minimum des courbes de Γ_n se déplacent vers la gauche (durée de service diminue). Si l'usure morale de 1^{ere} forme représente un pourcentage supérieur ou égal à 50 % (c'est à dire l'équipement à une valeur inférieure ou égale à $A_I = A\ (1 - 0{,}50) = 6000$ milliers de DA) l'équipement doit être remplacé immédiatement , son maintien en exploitation n'étant pas rentable. Dans l'intervalle $\pm$ 1 an par rapport au point optimum les valeurs de Γ_n varient très peu , ainsi qu'en pratique on peut considérer une zone d'optimum économique à l'intérieur duquel on peut remplacer l'équipement. On constate cependant que ce taux d'usure morale est difficile à atteindre et principalement pour l'équipement considéré. Le remplacement devra être dans la réalité beaucoup plus grand et il l'est effectivement car le temps de renouvellement pour tous les équipements constituant la Centrale est de 30 ans (Déterminé par le constructeur par des considérations de résistance des matériaux). Cette détermination de n = 16 ans est due au fait à l'hypothèse prise sur la variation des dépenses (exponentielle) et au coût d'acquisition relativement élevé mais ceci n'enlève rien à la rigueur de la méthode.

2. Cas Général

Le listing du programme c, contenant 2420 valeurs de $M_n \to (20 \times 11 \times 11)$, est impossible à recopier. En voici donc un extrait.

. . . .

VALEUR DE U2 = 0.95

= 1.00	138658.46	77298.89	57139.17	47220.38	41391.46
	37612.91	35010.67	33151.22	31792.89	30791.83
	30056.63	29526.82	29161.19	28929.90	28811.68
	28791.48	28857.55	29001.40	29216.42	2949[illegible]
	[illegible]057.15	62742.33	49821.70	42746.57	38341.98
	[illegible]86.20	33306.20	31801.05	30695.35	2988[illegible]
	[illegible]	28871.31	28595.08	28436.47	28378.18
	[illegible]	28516.32	28696.15	28942.08	29250.46
[illegible]	[illegible]6.67	52812.16	44170.05	39048.96	35711.90
	33408.88	31760.26	30556.73	29671.17	29023.45
	28560.06	28244.31	28050.57	27959.60	2795[illegible]
	28034.64	28183.07	28397.26	28672.85	29[illegible]

- - - - - - -

(se reporter au listing)