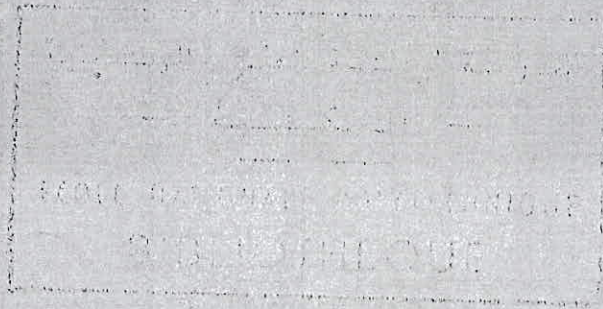


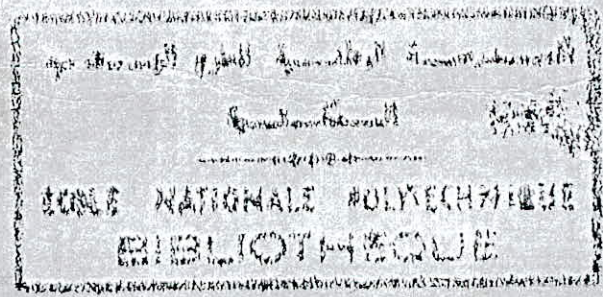
SONATRACH



7 ex

DIRECTION ORGANISATION ET PLANIFICATION

DEPARTEMENT CENTRE DE CALCUL



ETABLI PAR

Le

ADDUANE M., AMRANI L.
SMAIL M.

JUIN 1975

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ECONOMIE

PROJET DE FIN D'ETUDES

EXCLU DU PRÊT



DIRIGE PAR :

LANÇOU C.

ETABLI PAR MM :

ADDUANE M., AMRANI L.

SMAIL M.

LE :

JUIN 1975

Je dédie ce travail

- à mes PARENTS

ADOUANE M.

A

- mes PARENTS

- mes AMIS

AMRANI LACHEMI

Je dédie ce travail à:

- mes Parents
- mon cousin MOHAND
- ceux ou celles, qui m'ont aidé matériellement ou
moralement dans mes Etudes.

SMAIL Mustapha

Que tous les professeurs qui ont contribué à notre formation, trouvent ici, l'expression de notre profonde gratitude.

Nous remercions, plus spécialement, Mr LANCOU Christian professeur de Théorie des Graphes et de Programmation Dynamique à l'ENPA, pour son aide précieuse et sa pleine compréhension.

Nos remerciements vont également à :

- Mme STAMBOULI, Chef de service à la DOP
 - Mr RODRIGUEZ, Ingénieur-Conseil à la SONATRACH
 - Mrs LALAOUI, DIF et HAMOUDENE, du Département Forage à la DTP
- et enfin, à tous ceux ou celles qui ont contribué, directement ou indirectement, à la confection de cet ouvrage.

AVANT-PROPOS

Nul ne peut ignorer l'importance de l'énergie comme source d'industrialisation et de l'impact certain qu'elle a engendré depuis l'avènement de la révolution industrielle. Cet impact est d'autant plus important, qu'aujourd'hui, la crise structurale et conjoncturelle de l'énergie occupe une place de premier ordre dans la politique internationale.

Dans ce contexte, l'Algérie, pays producteur de pétrole et de gaz, qui a choisi comme base de l'édification économique nationale, l'utilisation de ses ressources en hydrocarbures, une politique dynamique et rationnelle, s'avère d'une nécessité incontestable. Le rôle de l'énergie en général, et des hydrocarbures en particulier est stratégique à plus d'un titre. A cet égard, l'Algérie a jeté les fondements d'une politique pétrolière planifiée dont l'objectif consiste à mobiliser les ressources générées par l'exploitation du pétrole et du gaz au service du développement économique et social. Mais pour concrétiser cette politique, il fallait que l'Etat dispose d'un instrument d'intervention. Et ce n'est donc pas par hasard que fut créée par décret du 31 décembre 1963 la Société Nationale SONATRACH.

Dés lors que cette source d'énergie devient primordiale comme base matérielle du processus d'industrialisation, nous ne devons pas perdre de vue que beaucoup de problèmes surgissent notamment en ce qui concerne l'exploitation et l'exploration des gisements hydrocarbures. En effet, beaucoup de facteurs peuvent influencer :

- le coût du matériel de forage
- le transport
- la durée de forage
- les attentes et d'autres facteurs aléatoires tels que les intempéries, pour ne citer que ceux-là.

Face à toutes ces contraintes de diverses natures, nous devons réaliser un programme tendant à promouvoir une utilisation optimale des moyens d'intervention de la SONATRACH en ce qui concerne l'exploration et d'exploitation des gisements.

Nous avons essayé, selon nos possibilités, de concilier notre formation théorique avec la dure réalité de la pratique. Nous espérons avoir contribué à une oeuvre d'intérêt national.

O B J E T

Notre but est de proposer un modèle mathématique d'utilisation pour une affectation rationnelle des appareils de forage.

Ce modèle sera périodiquement réajusté à l'aide d'une SUBROUTINE DYNAMIQUE car il dépend de facteurs, très souvent, aléatoires.

Cette dernière considération, modifie les données ayant servi de base à l'élaboration du planning des appareils.



SOMMAIRE

Première Partie/ANALYSE DE L' ACTIVITE DTP

- I. Introduction
 - A. Présentation de la DTP
 - 1. Son organisation
 - 2. Sa fonction principale
 - B. Analyse de l'activité 1974
 - 1. But de cette analyse
 - 2. Comment sont établies les prévisions
 - 3. Etude des réalisations 1974
- II. Etude théorique de l'utilisation du parc de forage
 - A. Parc des appareils de forage
 - 1. Situation statique
 - 2. Situation dynamique
 - B. Classification des champs
 - 1. Champs actuels
 - 2. Classification primaire
 - 3. Classification secondaire
 - 4. Description sommaire d'un champ
 - C. Facteurs influençant directement l'activité
 - 1. Approvisionnement
 - 2. Durée de forage
 - 3. DTM
- III. Quel est notre problème
 - 1. Modèles d'affectation rationnelle des appareils
 - 2. Subroutine dynamique
 - 3. Optimisation du DTM

Deuxième Partie/MODELES MATHEMATIQUES D'UTILISATION DU PARC DE FORAGE

- I. Affectation des appareils
 - A. Hypothèses de base
 - B. Analyse du problème
 - 1. Critères de répartition
 - 2. Cadre d'application du critère retenu

C. Affectation prévisionnelle

1. Première approche
2. Deuxième approche
3. Confection du planning prévisionnel d'activité

D. Affectation progressive

1. Introduction
2. Analyse et position du problème
3. Résolution du système
4. Conclusion

II. Aspect dynamique

1. Pourquoi
2. Présentation de quelques cas pratiques
3. Conclusion

III. Etude du DTM

1. Position du problème
2. Formulation mathématique
 - a). Approche statistique
 - b). Methodologie
3. Procédés de simulation
4. Cas concret: résultats
 - a). Vérification de la loi de POISSON
 - b). Vérification de la loi des intervalles de service
 - c). Choix de la méthode et résultats

Troisième Partie/PROGRAMMATION

A. Première approche: Cheminement dans un graphe

1. AFPECT2/: Sous-programme pour la construction des données
2. AFPECT1 : Sous-programme de répartition des puits
3. CHEMINI : Sous-programme pour la recherche d'un chemin
4. Conditions d'utilisation des sous-programmes

B. Deuxième approche: Recherche d'un chemin Hamiltonien optimal

1. Introduction
2. S/P METZERØ: Apparition des zéros en ligne et colonne
3. S/P CHØSARC: Séparation de l'ensemble des CH en sous-ens
4. S/P TRANSFØ1: Suppression des arcs sélectionnés
5. S/P TRANSFØ2: ; Transformation de WORK
6. S/P EXPLORE: Recherche d'un sommet pendant

7. Remarques

Quatrième Partie: CONCLUSION GENE RALE

Annexe : — Tables et Abaques

▮) R E M I E R E ▮) A R T I E
=====

▮) N A L Y S E D E L ' ▮) C T I V I T E D T P
=====

ANALYSE DE L'ACTIVITE DTP

I. INTRODUCTION

La Direction des Travaux Pétroliers (DTP) de la SONATRACH est une société prestataire de services. Elle dispose d'un parc d'appareils de forage pour répondre au mieux à une demande, toujours croissante, formulée chaque année par les Directions Exploration et Production.

A. Présentation de la DTP

1. Son organisation :

La DTP s'articule en 3 départements techniques distincts mais dépendants entre eux comme nous allons le voir.

a. Département Etudes et Programmes :

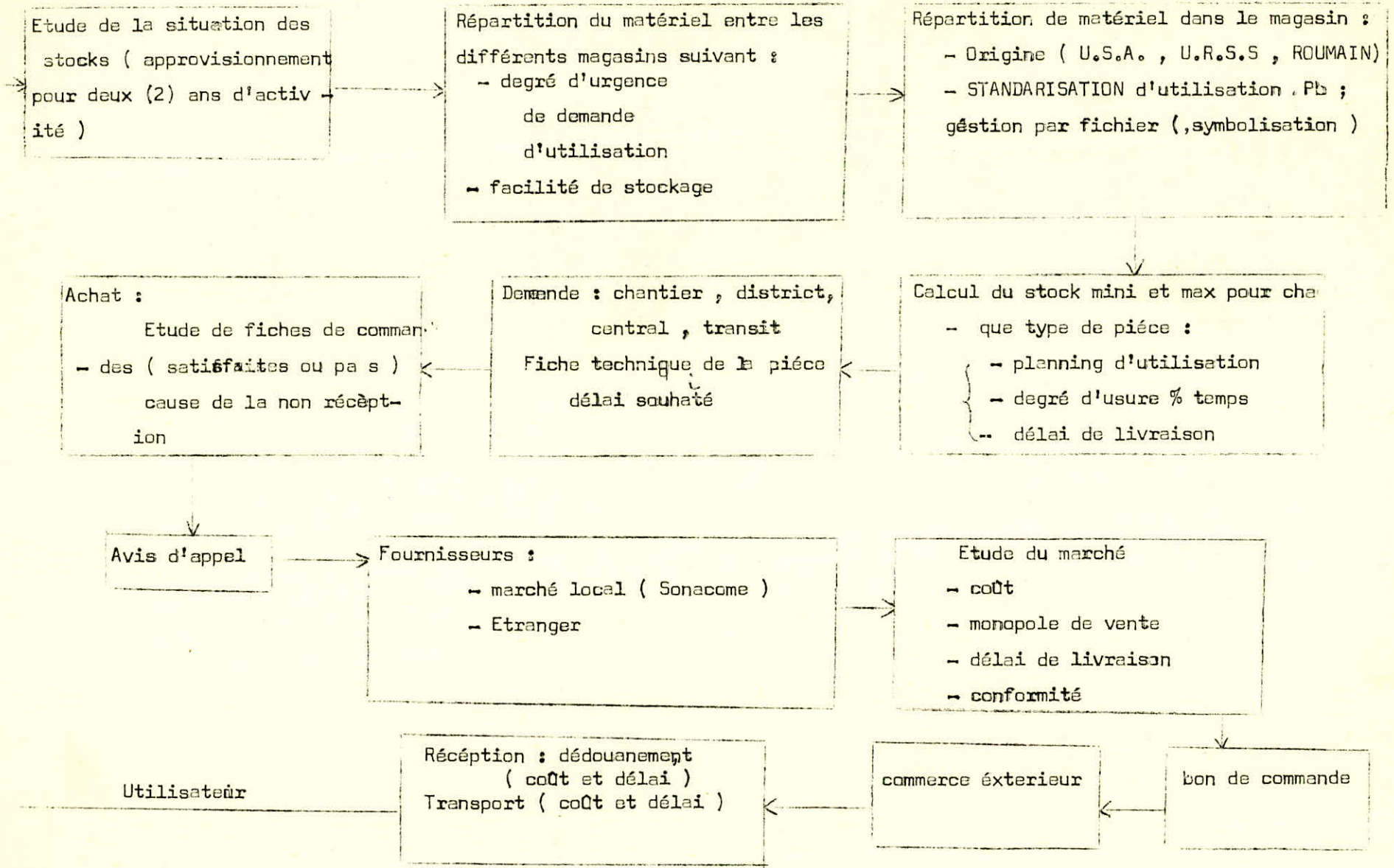
Il est chargé d'établir le planning d'utilisation annuelle des appareils de forage suivant les indications fournies par les Directions Exploration et Production. Ces dernières soumettent en début d'année des listes de puits à réaliser avec leur localisation géographique dans les champs à prospecter.

Ce département fournit à son tour au vu des indications sur la nature géologique du sol où sera creusé un puits, une liste de matériels à utiliser pour les différentes phases du forage. Il a aussi pour rôle de procéder aux études pour le renouvellement ou l'acquisition des nouveaux matériels et appareils.

b. Département Forage :

Il a pour tâche principale de réaliser les programmes forage établis par le précédent département. Pour cela, il dispose d'un parc d'appareils de forage et il est lié par contrat à certaines filiales de SONATRACH ou à des entreprises privées qui lui fournissent les matières consommables nécessaires au forage telles que :

- la boue (centrale à boue de SONATRACH, ALFLUID)
- le ciment (ALDIA, DDWELL, SCHLUMBERGER)
- l'eau (fournisseurs privés).



c. Département Matériel et Transport :

Il s'occupe du renouvellement des stocks de pièces de rechange et du matériel consommable. C'est lui aussi qui se charge de l'acheminement des appareils vers les lieux où ils sont affectés. Les stocks en matériel consommable et pièces de rechange sont entreposés dans différents magasins organisés en hiérarchie.

Magasins existants :

- 1) Magasin de transit : Il se trouve à Oued Smar et il sert de dépôt temporaire des matériels nouvellement acquis et non encore acheminés vers le Sud.
- 2) Magasin Central : Situé à Hassi Messaoud, il fournit et centralise toutes les demandes reçues des magasins de district.
- 3) Magasin de district: Il y en a 4 (In Amenas, Hassi R'Mel), Touggourt et Bechar).
- 4) Magasin de chantier: Chaque appareil est accompagné des différentes pièces de rechange nécessaires en cas de petites pannes.

Ce département dispose d'un parc transport constitué de gros camions à plateau et de grues (autotractées ou montées sur petits camions) mais pour faire face à toute la demande en moyens DTM, il fait appel aux sociétés nationales : SNTR et SNCFA.

2. Sa fonction principale :

La DTP a pour tâche principale la prospection de terrains pouvant receler des hydrocarbures. Pour cela, elle dispose d'un parc appareils de forage et d'un autre de moyens DTM.

Le parc appareils de forage comprend 80 éléments que l'on peut différencier par :

- leur origine : américaine, russe ou romaine
- leur type de fonctionnement: à l'énergie électrique ou en diesel (FOD)
- leur performance :

- 1) super lourds : capables de creuser à plus de 5000m
- 2) lourds : utilisés pour des profondeurs comprises entre 3 et 5000m
- 3) moyens : pour creuser des puits de profondeurs inférieures à 3000m
- 4) légers : utilisés sur des puits de moins de 1500m de profondeur.

Pour établir les programmes et plannings de forage on se base uniquement sur cette dernière classification parce que seule compte la performance de l'appareil.

Pour ce qui est du parc transport, la DTP dispose de : 60 gros camions à plateau (kw), 23 (autres camions) et 58 grues stationnés avant Janvier 1975 uniquement à Hassi Messaoud. Après cette date, le parc a été ventilé sur 3 autres centres transport : In Amenas, Gherdnous et Hassi R'Mel. Ce parc est réparti en équipes capable chacune de transférer un appareil de forage d'un site à un autre. Chacune d'elles comprend : 2kw et 2 grues dont l'une est montée sur un camion (Gm pool). La SNTR quant à elle complète chacune de ces équipes de 3 tracteurs de 30t et 4 de 40t qu'elle met à la disposition de la DTP au moment du transfert de l'appareil.

Généralités sur la fonction forage :

Prospecter un terrain c'est creuser des puits donc forer jusqu'à la profondeur où l'on a prévu un piège, hydrocarbure constitué par des roches d'une certaine perméabilité et porosité.

Cette prospection se fait par champs à l'intérieur desquelles la société cliente (Exploration ou Production) demande de creuser en des points qu'elle aura déterminé à l'avance. Chaque champ se caractérise par :

- la nature de son sol (différentes couches géologiques à traverser avant d'atteindre le piège hydrocarbure)
- la profondeur jusqu'où on prévoit de creuser
- l'état d'avancement des travaux de forage (développement, exploration ou extension).

On distingue 3 types de forage :

- 1) forage hydrocarbure : Il se fait dans les champs :
 - de développement qui constituent des zones bien connues donc où l'on peut accélérer la prospection
 - d'exploration. Ce sont des zones nouvelles où l'on espère trouver des gisements
 - d'extension. Si l'exploration donne satisfaction, on continue de creuser d'autres puits dans la même zone.
- 2) forage hydraulique : pour trouver l'eau nécessaire au bon fonctionnement de l'opération forage sur un site.
- 3) Work over : pour améliorer le débit ou la cimentation d'un puits on y procède à une reprise.

Description des différentes opérations d'un sondage :

Le sondage ou forage d'un puits se fait chronologiquement suivant les opérations suivantes :

- 1) installation de la plateforme support de l'appareil par le service Génie Civil.
- 2) alternativement forage puis tubage et même carottage (prélèvement de roche pendant le forage pour mieux connaître le terrain) dans le cas d'un forage d'exploration.

Le tubage consiste à poser progressivement au fur et à mesure du forage des tubes d'acier devant servir au bon écoulement du ciment destiné à consolider les parois du puits.

Dans le cas d'un forage d'exploration, le carottage est progressif alors que dans un champ de développement, il se fait presque seulement à l'approche du piège hydrocarbure recherché. Des complications techniques telles que l'accumulation des déblais au fond d'un puits ou une défaillance mécanique de l'appareil de forage peuvent survenir au cours d'un sondage. Pour pallier à ces difficultés, on procède à une opération dite d'instrumentation.

Cas d'utilisation de chaque type d'appareil de forage :

Nous avons vu précédemment que nous pouvons classer les appareils de forage suivant leur performance. Cette classification sert à affecter chaque appareil au puits qu'il est capable de creuser dans les meilleures conditions. C'est pour cela que l'on réserve généralement :

- . les appareils lourds et super lourds aux puits hydrocarbures
- . les appareils moyens (et parfois légers aussi) aux forages hydrauliques
- . les appareils légers aux Work Over

B. Analyse de l'activité 1974

1. But de cette analyse :

Nous voulons par cette analyse cerner les problèmes inhérents à l'activité DTP pour dégager la direction vers laquelle sera dirigée toute notre étude.

2. Comment sont établies les prévisions :

Elles sont présentées sous forme de planning d'activité annuel. Nous avons déjà vu que ce planning, élaboré par le département Etudes et Programmes, est établi en fonction :

- de la demande exprimée par les directions Exploration et Production (programmes annuels dans les champs d'exploration et de production)
- et des disponibilités en appareils de forage

* Tous les puits non réalisés dans l'année écoulée font partie de la demande. A chaque appareil on alloue une liste de puits qu'il devra creuser en tenant compte de :

- ses performances passées : avancement journalier ou nombre de mètres creusés par jour dans l'année écoulée
- la durée moyenne de son démontage, transport et remontage sur un autre puits.

On établit donc en quelque sorte un 'emploi du temps' à chacun des appareils du parc de forage. Pour cela, on essaye de faire travailler les appareils le plus possible en évitant de les déplacer sur de longues distances.

Actuellement, il est demandé à la DTP de ne pas prévoir des révisions d'appareil. Celles-ci ne doivent avoir lieu que si l'appareil tombe en panne.

3. Etude des réalisations de l'année 1974 :

Nous nous proposons de faire l'étude statistique des réalisations de 1974 en DTM et sondage pour montrer la mauvaise utilisation du parc de forage.

Auparavant, définissons certains termes techniques.

DTM : Opération consistant à démonter un appareil et le transporter pour le remonter ailleurs.

Sondage : C'est le forage d'un puits

Stand by : Lorsqu'un appareil de forage n'est pas en activité parce qu'il est en prémontage ou qu'il lui manque une pièce quelconque, on dit qu'il se trouve en stand by.

Révision : C'est le fait de réparer un appareil en panne.

a. Etude du degré d'utilisation de chaque type d'appareils de forage :

1. Appareils lourds : L'étude du graphique donnant les taux mensuels d'utilisation de ce type d'appareils montre qu'en moyenne 25% des effectifs sont en stand by, donc immobilisés faute de pièces vitales. Ce n'est pas normal qu'un appareil sur cinq 'chôme' parce qu'il y a manque de pièces. Cela prouve que ces appareils sont mal approvisionnés en matériels. Il n'y a qu'aux mois de Janvier et d'Août que la situation est acceptable parce que tout appareil ne peut être qu'en opération de sondage ou en DTM.

Il y a donc en général mauvaise utilisation de ces appareils du fait qu'ils soient mal approvisionnés en pièces.

2. Appareils moyens : La même situation que pour les appareils de type lourd prévaut encore ici.

Remarquons qu'au mois de Janvier, il y a 1 appareil sur deux en inactivité ce qui est très grave.

Il y a encore mauvais approvisionnement des appareils en pièces et matériels, et par voie de conséquence sous utilisation du parc.

3. Appareils de type léger :

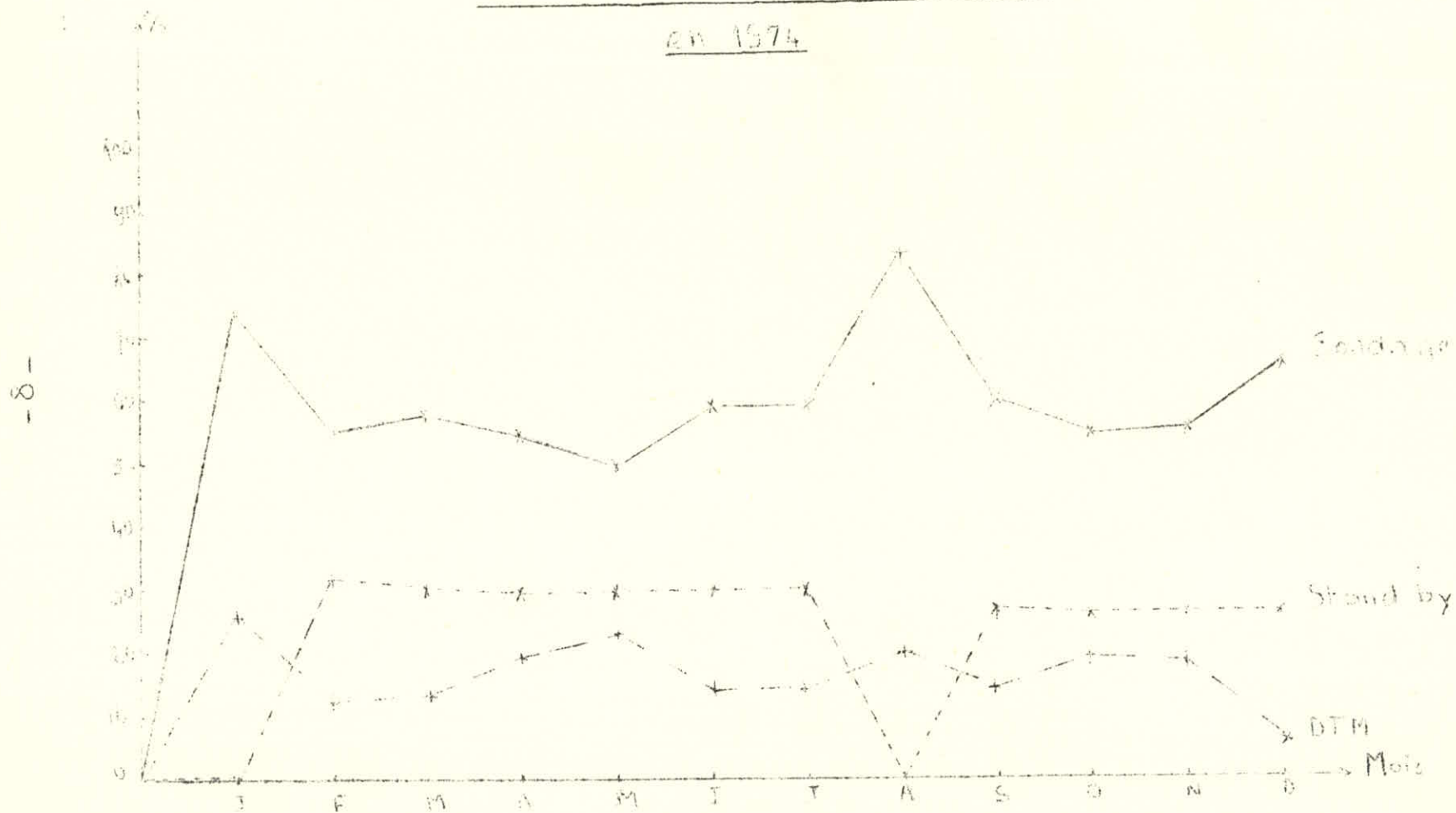
Rappelons tout d'abord que ce type d'appareil est presque exclusivement réservé aux opérations de Work Over, opérations ne demandant pas beaucoup de temps. Cela explique qu'il y ait une proposition mensuellement de plus en plus grande d'appareils en sondage. Exceptionnellement, au mois d'Août il y a eu 100% d'appareils en opération forage.

Du fait que ces appareils travaillent beaucoup, il nécessitent des révisions.

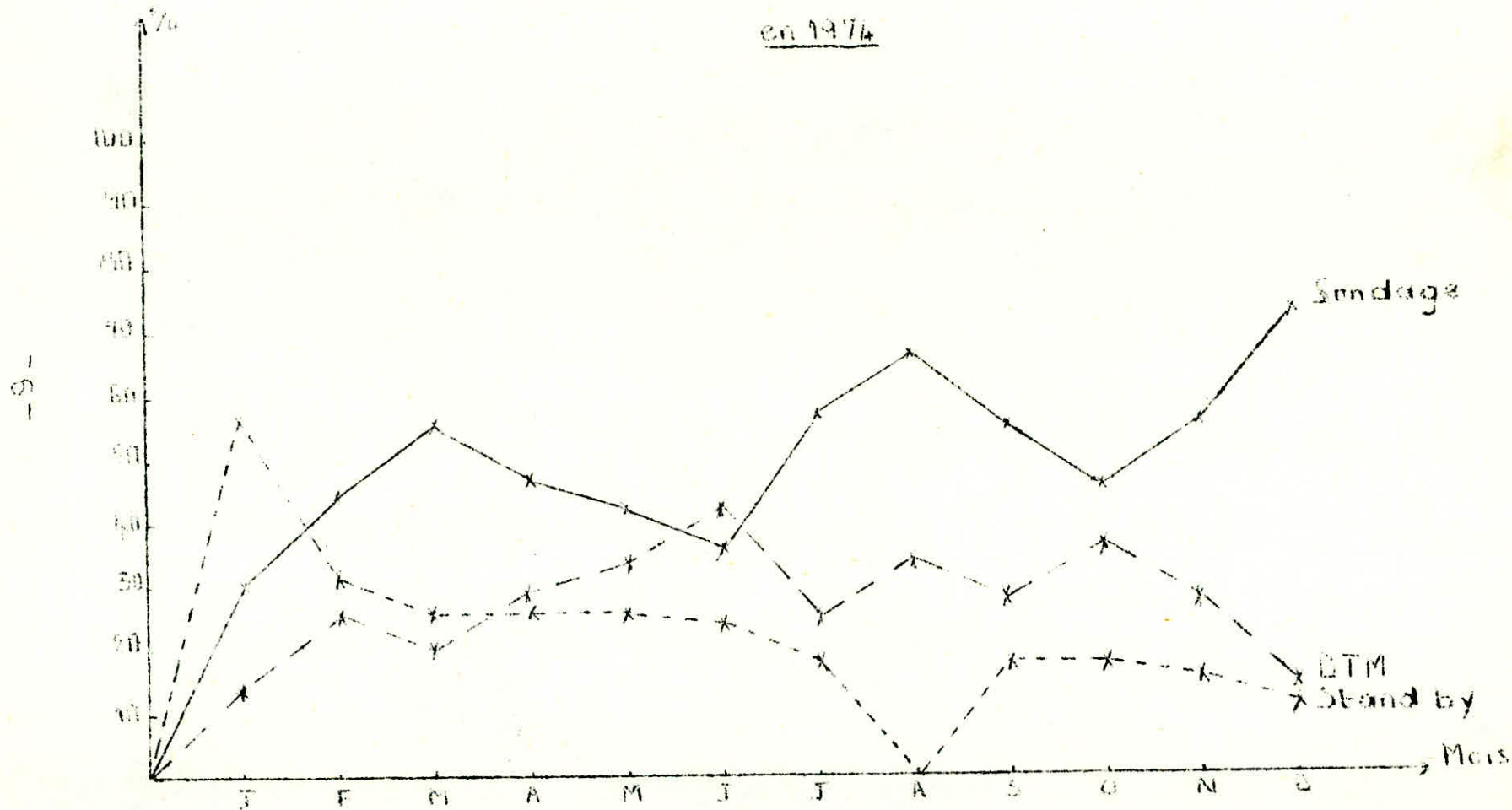
Sauf au mois de Janvier, nous remarquons qu'il n'y a aucun appareil en stand by.

Pour ce type d'appareils, la situation peut être qualifiée, dans l'ensemble, de normal.

Taux d'utilisation des Appareils Télévisés
en 1974



Taux d'utilisation des Appareils moyens
en 1974



Taux d'utilisation des appareils légers
en 1974

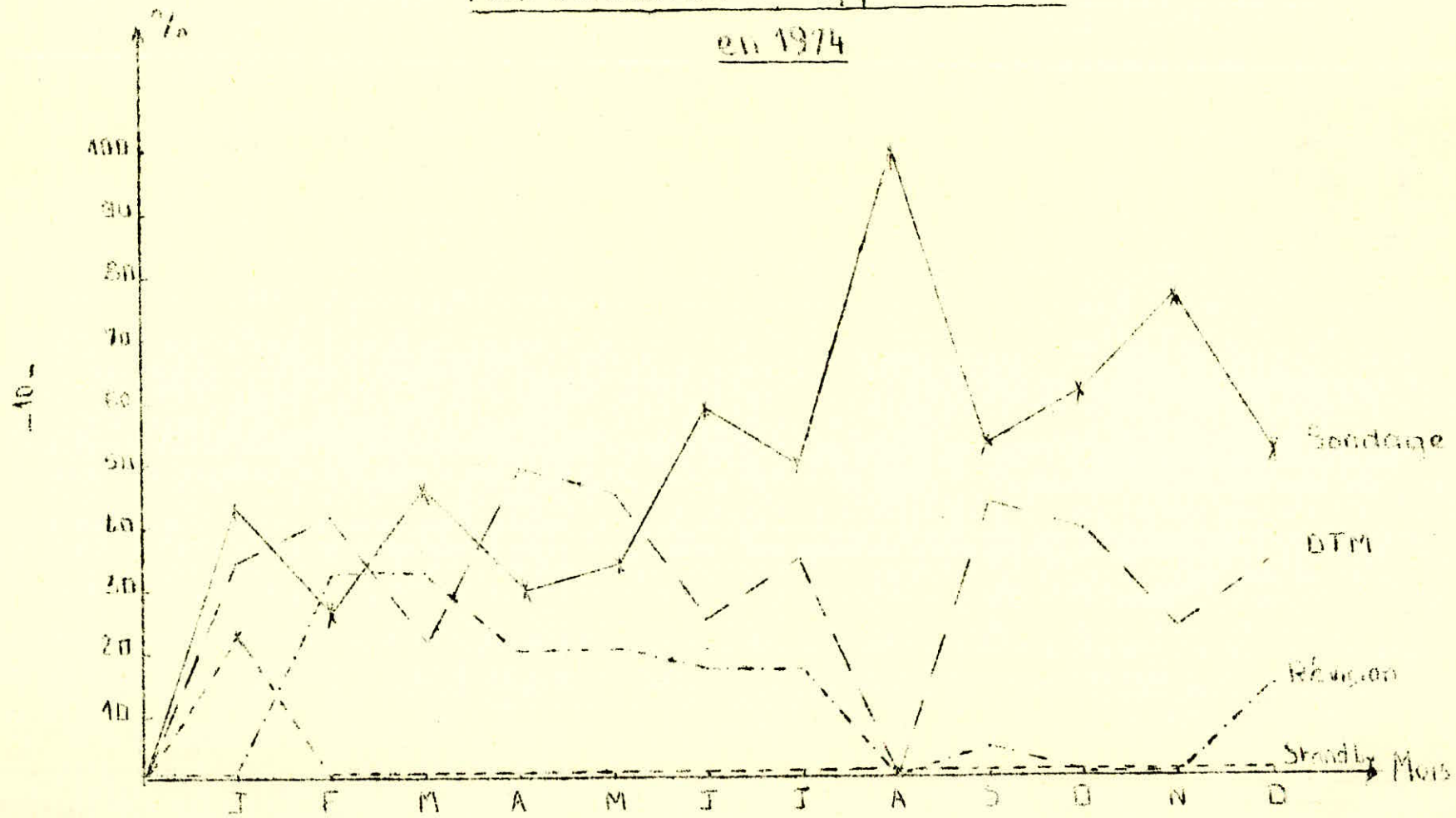


TABLEAU D'ANALYSE DU TEMPS DE FORAGE

Appareils	TP (heures)	INST (heures)	ATT (heures)	TNP (heures)	TF (heures)	$\frac{\%}{\text{TF}}$			
						$\frac{ATT}{TF}$	$\frac{INST}{TF}$	$\frac{TNP}{TF}$	$\frac{ATT}{TP}$
SH 101	2900	500	200	700	3600	5,50	13,90	19,20	6,90
102	5300	1600	300	1900	7200	4,20	22,20	26,40	5,60
103	5000	600	500	1100	6100	8,20	9,80	18,00	10,00
104	3500	1000	1300	2300	5800	22,40	17,30	39,70	37,00
119	2700	2800	200	3000	5700	2,10	49,10	52,20	4,50
120	5200	500	310	810	6010	5,20	8,30	13,50	6,00
131	4600	1000	500	1500	6100	8,20	16,40	24,60	10,90
132	5200	900	300	1200	6400	4,70	14,10	18,80	5,80
133	5400	1000	170	1170	6570	2,60	15,20	17,80	31,50
134	5300	2600	80	2680	7980	1,00	32,60	33,60	1,50
135	5500	450	400	850	6350	6,30	7,10	13,40	7,30
136	5000	710	410	1120	6120	6,70	11,60	18,30	8,20

TP : Temps Productif

INST : Instrumentation

ATT : Attentes

TNP : Temps Non Productif

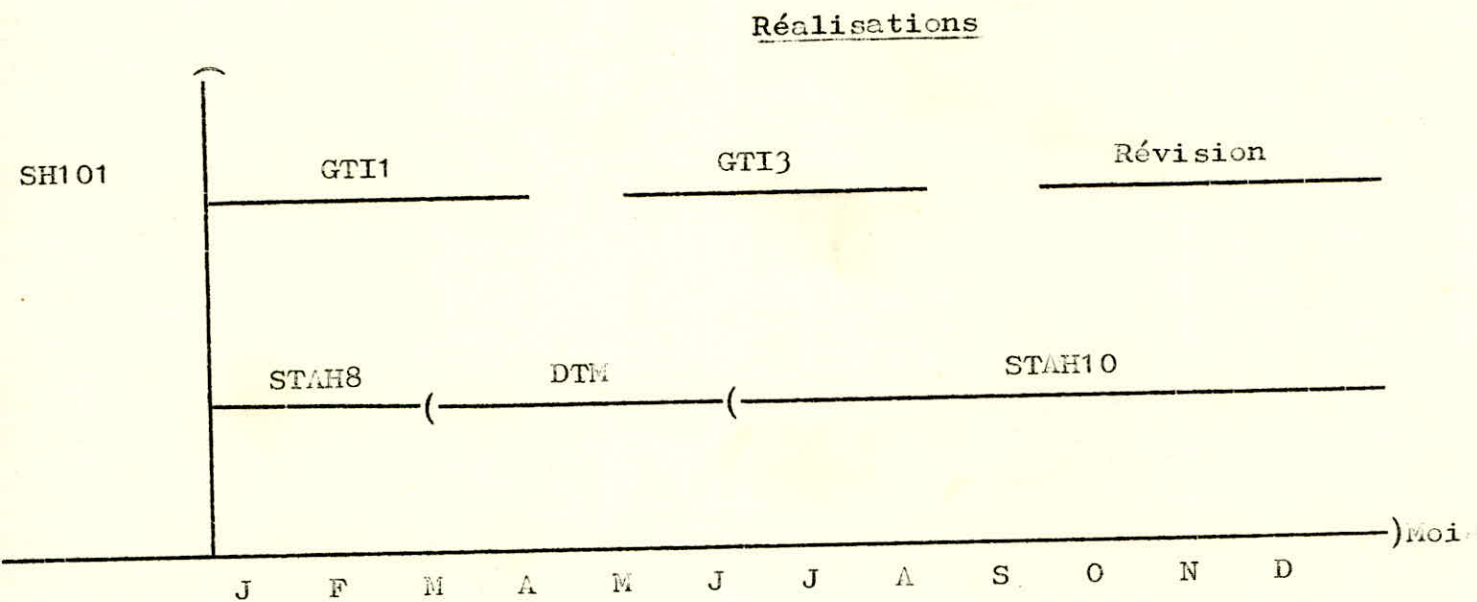
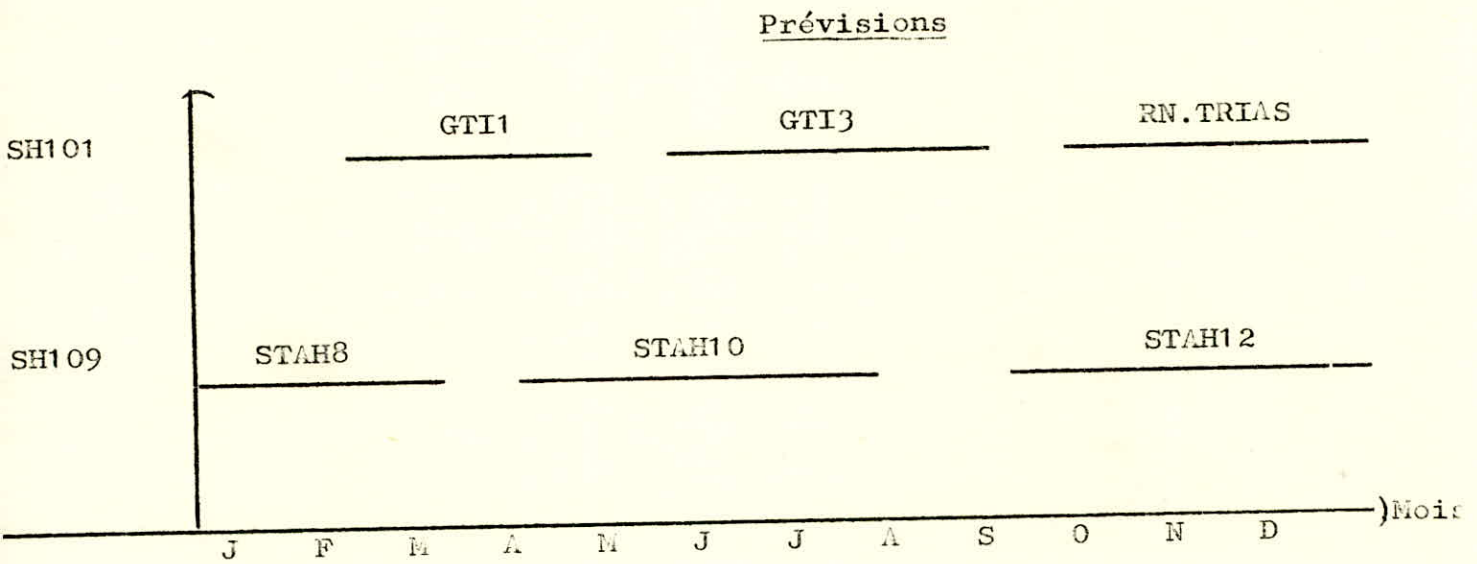
$$TNP = INST + ATT$$

TF : Temps Forage

$$TF = TP + TNP$$

Or on ne prévoit jamais des périodes pour l'entretien ou la révision des appareils, ce qui a pour conséquence soit des durées de forage trop grandes soit des pannes qui arrêtent les opérations de sondage.

Nous pouvons illustrer cette situation par l'exemple des appareils SH 109 et SH 101.



Nous remarquons que les réalisations pour ce qui est de la durée de forage ou du DTM dépassent largement parfois les prévisions STAH10 dont le forage a été prévu pour 3 mois environ a été réalisé en plus de 6 mois. Pourtant les prévisions en ce qui concerne la durée de forage sont toujours établis en fonction des avancements journaliers réalisés l'année précédente.

De plus, le SH109 a été déplacé en 80 jours de STAH8 à STAH10, puits situés à 2,1 km l'un de l'autre.

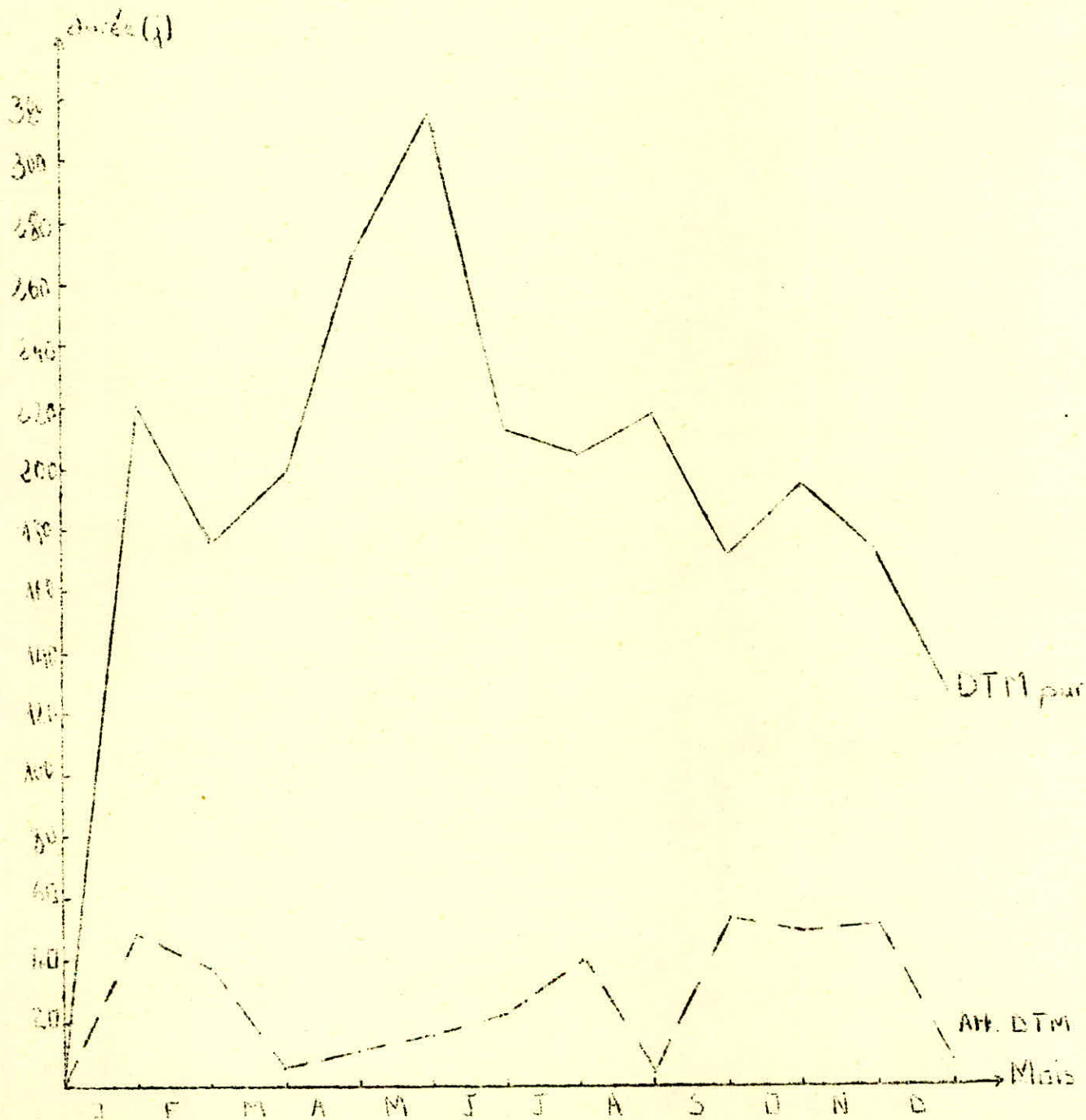
c. Etude du DTM :

1. Tableau des réalisations DTM en 1974 (en jours)

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
DTM pur	220	175	194	265	316	215	203	218	172	193	173	123
Attentes (DTM)	43	38	4	8	14	21	40	2	54	48	51	4
DTM global	268	213	198	273	330	236	243	220	226	241	224	127
% Attentes (par rapport DTM)	17	17	3	4	6	9	16	2	23	20	22	3

cf: représentation graphique du tableau

Réalisations DTM en 1974



2. Commentaires :

Une opération DTM nécessite :

- . la présence de moyens mécaniques (camions, grues) pour procéder au démontage, transport et montage d'un appareil de forage
- . l'approvisionnement du chantier en matières consommables telles que l'eau et le F.O.D
- . la pose de la plateforme (en ciment) qui supportera l'appareil sur le nouveau site.

Lorsque ces nécessités font défaut, l'opération DTM est arrêtée. On dit qu'il y a attente DTM.

Nous remarquons que ces attentes DTM représentent en moyenne 12% de l'opération DTM, pourcentage assez élevé quand même. Ces attentes qui immobilisent les appareils sur le chantier devraient être plus réduites si :

- . les moyens mécaniques pour le transport et la manutention des appareils arrivaient en temps voulu sur le chantier
- . la préparation du nouveau site était faite à temps
- . et l'approvisionnement était plus régulier

d. Etude du Stand by :

1. Statistiques de l'année 1974

Effectifs du parc de forage hydrocarbure :

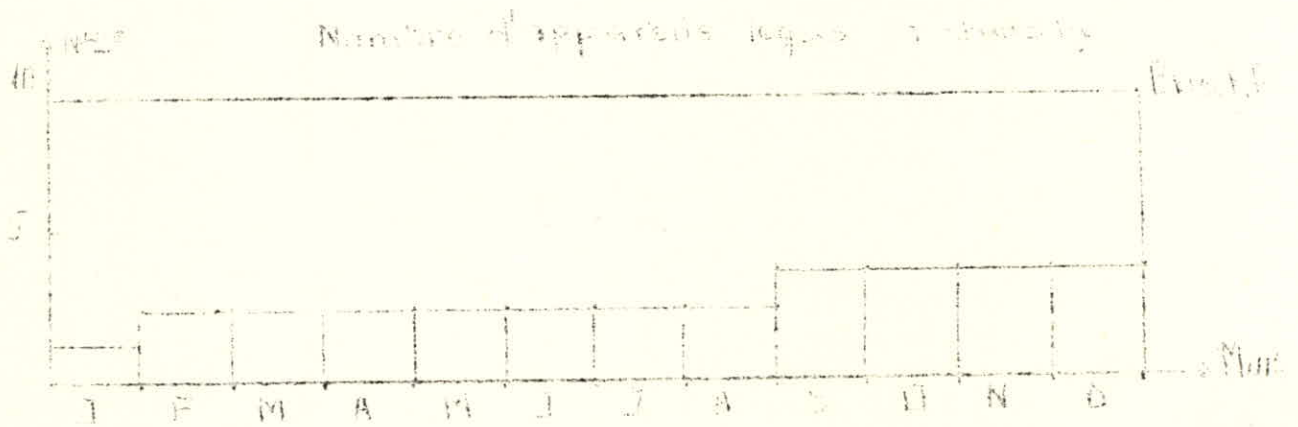
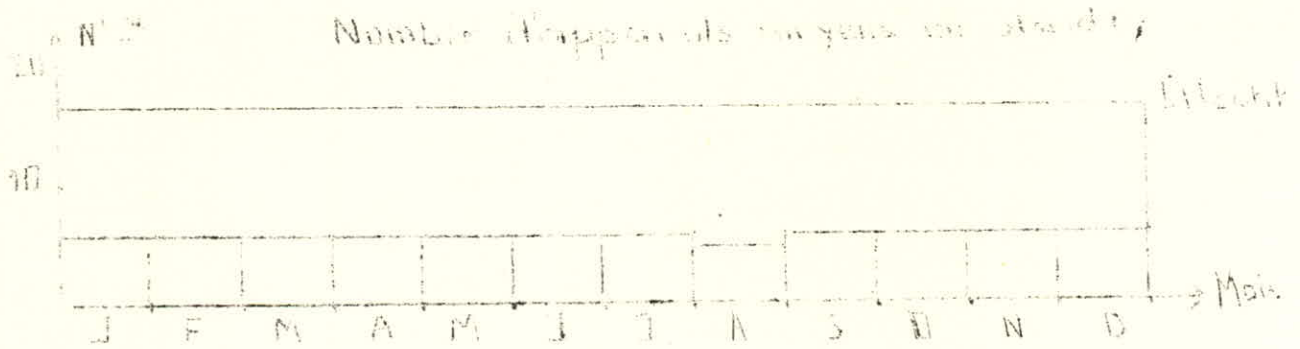
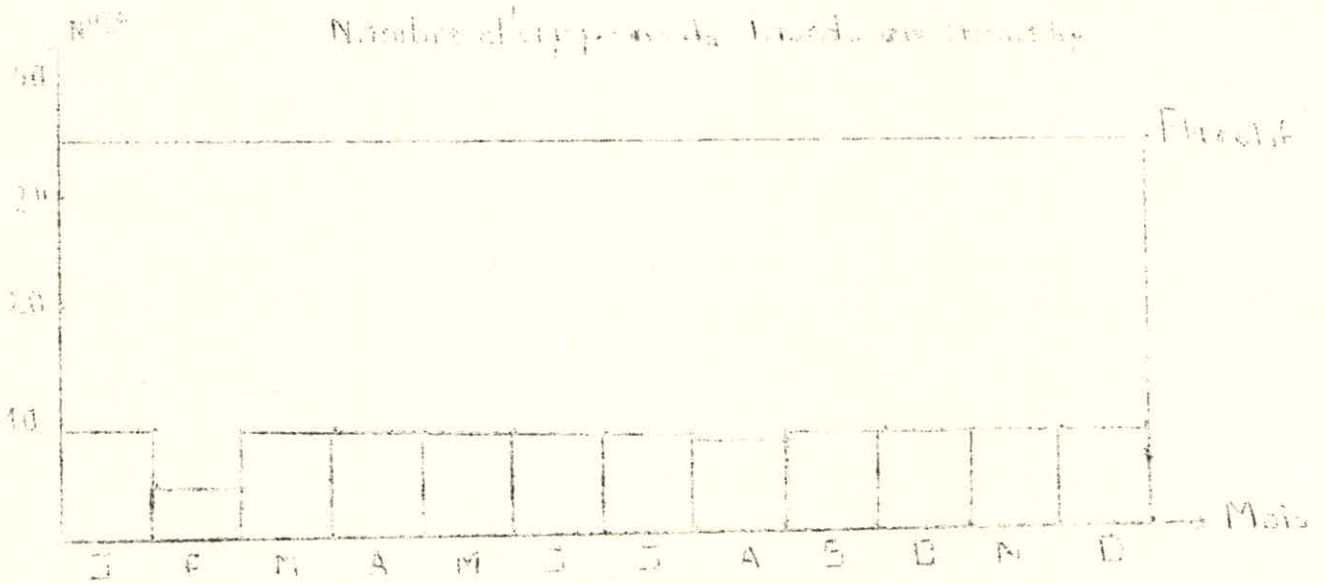
34 de type lourds] Total = 59
16 de type moyens	
9 de type légers	

TABLEAU DES EFFECTIFS EN STAND BY
(PAR TYPE D'APPAREIL)

Mois Type d'appareil	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Lourd	9	3	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Moyen	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5
Léger	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
Total	15	10	16	16	16	16	16	15	17	17	17	7

PURCENTAGE (EN STAND BY) DE CHAQUE
TYPE D'APPAREIL

Mois Type d'appareil	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Lourd	26	8	26	26	26	26	26	23	26	26	26	26
Moyen	31	31	31	31	31	31	31	25	31	31	31	31
Léger	11	22	22	22	22	22	22	33	33	33	33	33
Total	25	17	27	27	27	27	27	25	29	29	29	29



2. Commentaires :

En moyenne 26,50% de l'effectif du parc de forage se trouve mensuellement en stand by.

Un appareil sur quatre non en activité représente une proportion élevée. Cela est dû au manque de pièces et de matériels nécessaires aux réparations des pannes survenant en cours de forage. Il faut qu'il y ait un bon approvisionnement et une bonne gestion des stocks dans les différents magasins de stockage pour réduire les durées de stand by.

e. Conclusion :

L'étude statistique de l'activité DTP nous a permis de situer et de cerner tous les problèmes qui entachent la bonne marche des opérations de forage. Parmi ces problèmes, les principaux sont :

- . la gestion des stocks : au niveau des magasins de stockage des matières et matériels de forage, il se produit souvent des ruptures de stock
- . l'approvisionnement des chantiers de forage se fait irrégulièrement, ce qui a pour conséquence de ralentir l'activité sondage
- . l'entretien et les révisions des appareils. Plus un appareil est mal entretenu, plus souvent il tombera en panne. Il faudrait prévoir des périodes pour l'entretien et la révision des appareils et une augmentation du nombre d'ateliers de réparation
- . les attentes et les grandes durées DTM. Pour réduire les durées DTM et attente, il faut organiser le service transport en prévoyant un nombre adéquat de moyens DTM
- . l'affectation des appareils : elle doit être plus rigoureuse pour réduire le stand by et utiliser les appareils au maximum en leur évitant de longs déplacements qui grèvent les durées DTM.

Lu'utilisation optimale du parc de forage doit se traduire par une réduction des temps d'immobilisation des appareils donc par un effort de maximisation des temps productifs. Ceci support la résolution des problèmes principaux suivants :

- . l'approvisionnement et la gestion des stocks
- . le DTM
- . l'affectation des appareils.

II. ETUDE THEORIQUE DE L'UTILISATION DU PARC DE FORAGE

A. Parc des appareils de forage :

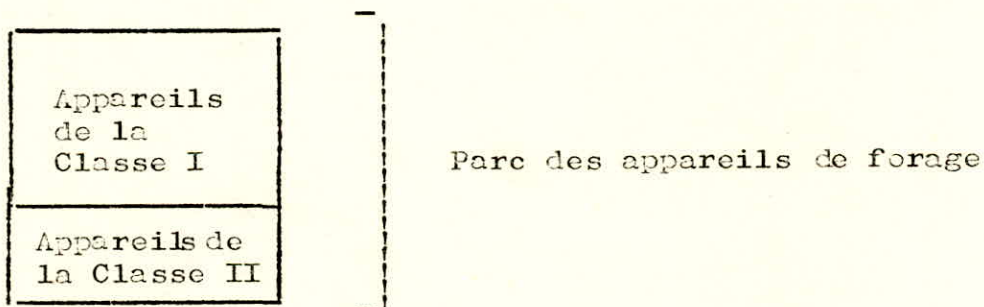
1. Situation statique :

Nous avons vu précédemment qu'on pouvait classer les appareils du parc DTP suivant 3 types principaux. Ici nous les regrouperons en 2 classes :

Classe I : appareils lourds et super lourds

Classe II: appareils moyens et légers

Les appareils de la classe I sont réservés au forage hydrocarbure et ceux de la classe II au forage hydraulique ou au Work Over. Notons aussi que pour le bon approvisionnement du parc en matériel et pièces de rechange il faut souvent désigner les appareils par leur origine ou leur mode de fonctionnement

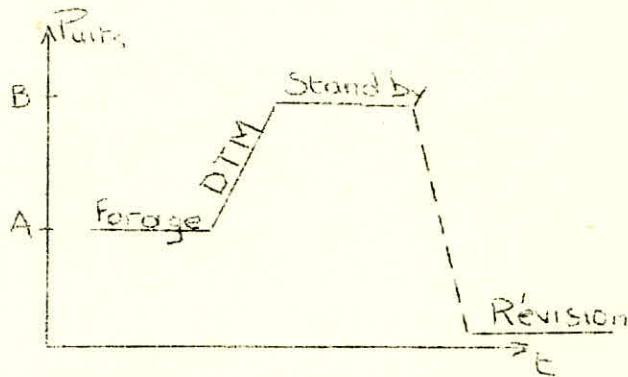


2. Situation dynamique des appareils :

Nous considérons que tout appareil du parc peut être, à tout moment, soit en activité soit en inactivité.

Appareil en activité --) il est [soit en forage sur un puits
soit en DTM

-Appareils en inactivité: il est soit en Stand By
soit en attente
soit en révision



B. Classification des champs:

1. Champs actuels:

Chaque champ peut être caractérisé par la profondeur à laquelle on y creuse des puits

cf: Tableau des champs actuels

2. Classification primaire:

Elle se fait suivant le type de forage:

- Champs d'exploration : La structure géologique du terrain y est mal connue. La profondeur à laquelle on y creuse des puits est déterminée approximativement. La durée de forage y est aléatoire: elle ne peut être que difficilement estimée. Les causes en sont:

- .les temps d'instrumentation
- .le carottage auquel on procède régulièrement pour mieux connaître le terrain
- .les testings

Dans cette catégorie de champs sont aussi inclus ceux de l'extension

-Champs de développement et WORK OVER:

Ce sont des champs déjà explorés et dans lesquels des gisements ont été découverts. Ici le terrain est bien connu et l'on peut y estimer la durée de forage avec une certaine précision. Dans ces champs on procède aussi à des reprises de puits (WORK OVER) déjà entrés en production pour consolider leurs parois.

3. Classification secondaire :

Comme pour le parc de forage, on classe les champs en 4 groupes:

Classe I	[groupe 1 :	champs de profondeur	> 5000 m
		groupe 2 :	" " "	comprise entre 3000 et 5000 m
Classe II	[groupe 3 :	" " "	comprise entre 1500 et 3000 m
		groupe 4 :	" " "	< 1500 m

Cette classification est fonction de la profondeur à laquelle on peut trouver le piège à hydrocarbure

4. Description sommaire d'un champ;:

Un champ peut être décrit par les caractéristiques suivantes :

- sa situation géographique par rapport :

- [. au magasin d'approvisionnement en pièces et matériels consommables
- [. au centre de stationnement du parc DTM

- la profondeur à laquelle on risque d'y trouver des hydrocarbures
- le type de forage qui y est pratiqué
- le nombre de puits à creuser (en début de période)
- le nombre et le type d'appareil y travaillant.

Représentation schématique des puits et des appareils dans un champs :

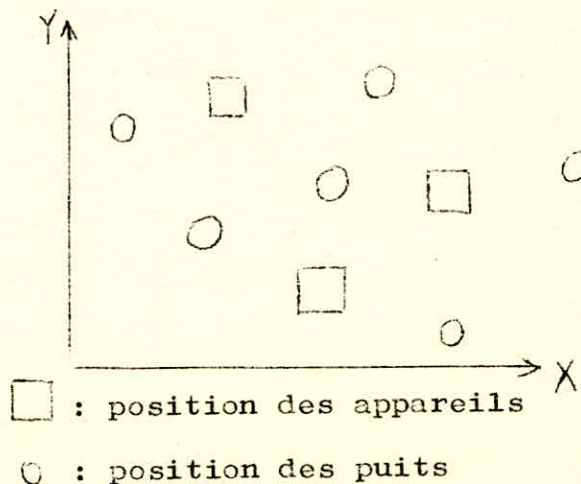


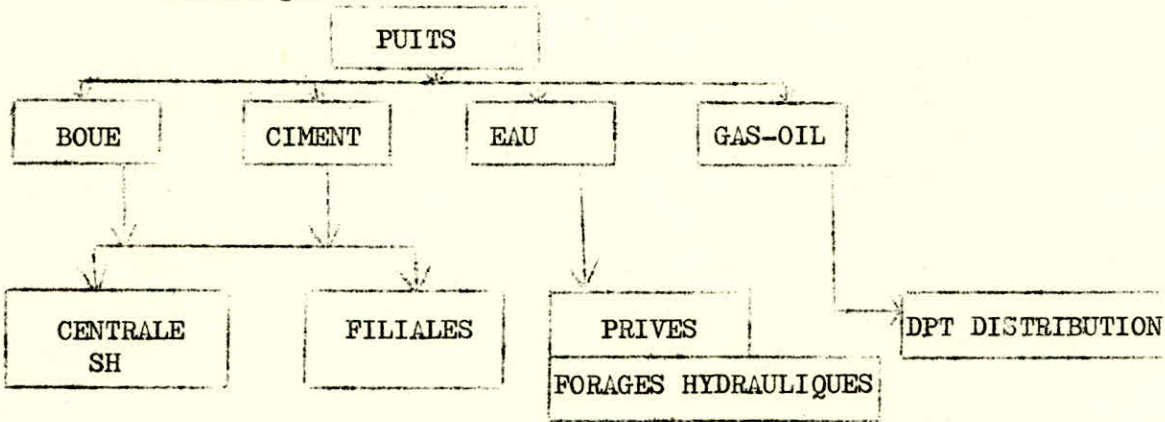
TABLEAU DES CHAMPS ACTUELS

	DISTRICTS	CHAMPS	PROFONDEUR	CLASSE
DEVELOPPEMENT ET WORK OVER	IN AMENAS	Adrar, Amassak Edjelah-El Abdel Larach Guelta-HassiMazoula Nord In Amenas Mereksen Tiguentourine Turfouyé Zarzaïtine	2800 à 3200m	II
	HASSI MESSAOUD	Sud, Nord El Borma Rhourd El Baquel Mesdar Boukezana, Guellata Gassi Touil Hassi Touareg	3500m	I
	HASSI R'Mel	Aït Kheir Oued Noumer Hassi R'Mel		
EXPLORATION	DISTRICT 1	Akerma, Brezma Dahra, Aïn Beïda, Tebessa	3500m	I
	DISTRICT 2	Oudrane, Zaouia	3000m	I
	DISTRICT 3	Tindouf, Adrar, Reggane	2000 à 3000m	II
	DISTRICT 4	Oued Noumer	3800m	I

1) Approvisionnement des puits :

- Puits :

Schéma général :



remarques préliminaires :

Cas de la Boue : Suivant l'état d'avancement du sondage, on utilise une boue caractéristique (densité, viscosité)

Le manque d'informations et l'étendue variée des stocks nécessaires nous obligent à voir seulement, des cas précis et simplifiés.

Ex : Gas-Oil

Considérons un puits et sa consommation en Gas-oil de la sonde :

Le puit est muni d'1 bac de stockage (50 à 100 m³).

La consommation journalière moyenne : 5 m³/j et les délais de réapprovisionnement (22j), seulement ce délai n'est pas significatif, car dépend de la position du puits par rapport aux magasins et de la disponibilité des moyens de Transport.

Le système de réapprovisionnement le mieux adapté est le : SYSTEME A RETABLISSEMENT CONDITIONNEL.

Exposé bref de la méthode :

On ne fait une commande que si le stock tombe sous un niveau donné, appelé point de commande .

Soit : M : niveau de rétablissement (capacité maximum)
L : délai moyen de reception d'une commande
R : intervalle de temps entre deux inventaires
(en général $R = 1$)
B : stock de sécurité
P : pt de commande (niveau du stock où il faut lancer une commande)

$$P = B + C \left(L + \frac{R}{2} \right)$$

I : niveau du stock au moment de la commande

C : consommation moyenne journalière

q_0 : quantité au cours de livraison

La quantité à commander sera :

$$q = M - I - q_0 \quad \text{si} \quad I + q_0 < P$$

sinon : rien commander

Ce système est très intéressant car respecte la capacité max .

Seulement, on ne dispose pas de leur modèle statistique

résumons : - déterminer les différentes dates de commande et leurs quantités
- on pourra les établir séparément pour les \neq puits

Comme, l'on pourra le constater le problème est complexe pour un seul article (gaz-oil).

- Lots de pièces de rechange : éviter le stand by

. Une Etude technique permettra de montrer les différents types de pièces nécessaires suivant leur degré d'usure.

Pb simple : proposons-nous de calculer le nombre de pièces de rechange de type donné au début d'une période pour que les probabilité de rupture de stock soit minimale. (cas des tiges de forage dont le délai de réception actuel est de plus de 5 ans à cause de la pénurie sur les marchés)

Y : décision d'acheter y unités avec un prix unitaire u

r : besoin réel

P_r : probabilité pour que le besoin soit r

W_{ry} : pertes correspondant à un achat de y unités tandis que le besoin est de r

V : pénurie d'une unité en coût

D'après l'analyse technique et celle de l'activité antérieure, on dresse le tableau suivant :

r	Pr
1	P ₁
2	P ₂
3	P ₃
⋮	
⋮	
⋮	
n	P _n

Ainsi on calcule la quantité suivante : pour différentes valeurs de y : y = 1, 2, ..., r

$$r \leq y : W_{ry} = u y$$

$$r > y : W_{ry} = u y + (r - y) v$$

$$W_y = u y + v \sum_{r=y+1}^r (r-y) P_r$$

La décision de la quantité à acheter sera la valeur de y minimisant

$W y$:

$$Y = \min (W y)$$

$$1 \leq y \leq r$$

Cette méthode peut être étendue aux pièces qui ont une valeur résiduelle (Cas des couronnes diamétrées : elles sont achetées, mais après usage, elles sont retournées au constructeur)

Dans ce cas : la valeur résiduelle peut-être déduite directement du coût unitaire et alors, nous avons le même modèle.

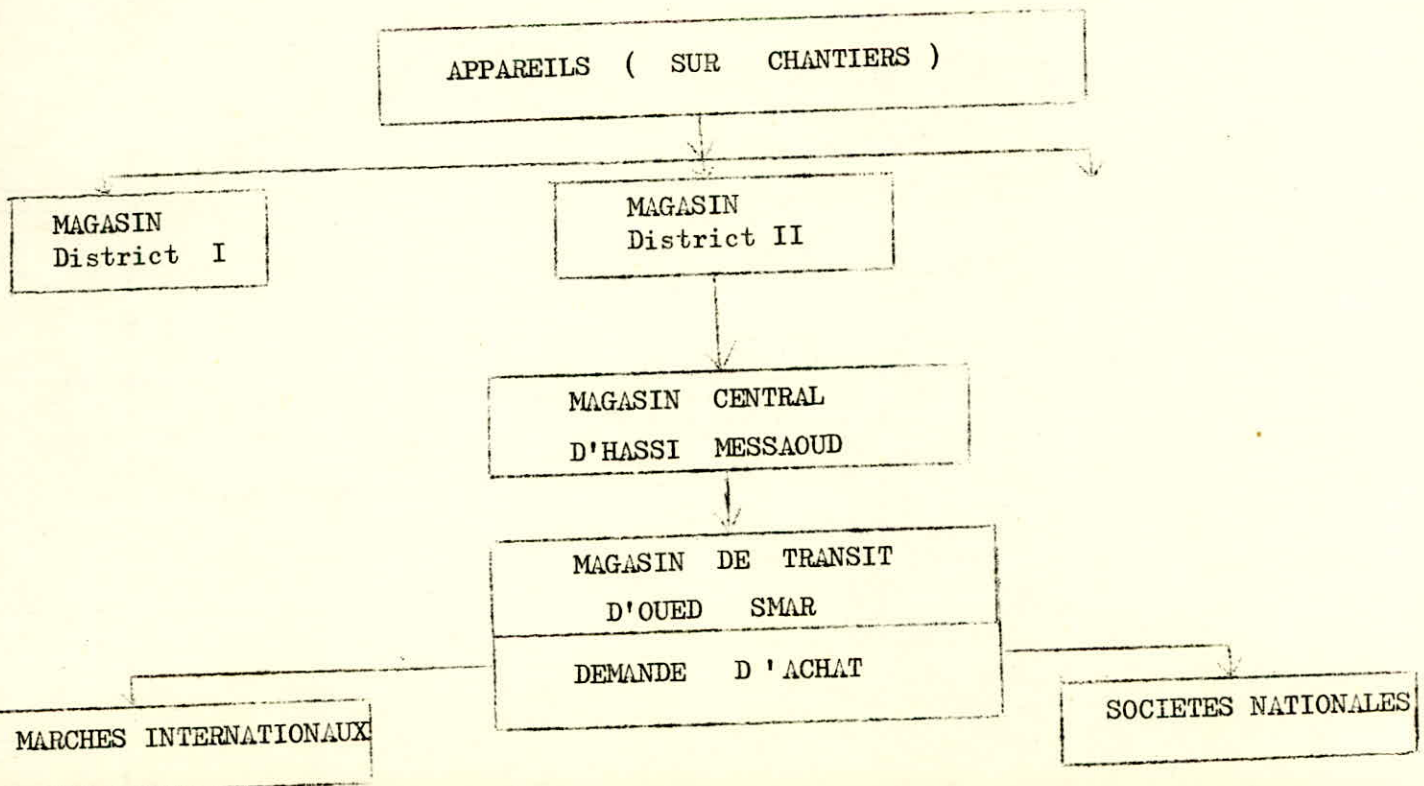
remarques sur la mise en application :

- . détermination de la Probabilité : d'après une analyse technique malheureusement les données ne sont pas toutes disponibles vu le nombre élevé de pièces nécessaires.
- . Les pertes dues à la pénurie d'une pièce peuvent-être calculées à partir du coût d'immobilisation de l'appareil.

Dans le paragraphe suivant, nous essaierons de donner quelques suggestions quant à l'organisation du matériel dans un magasin.

b) organisation et gestion :

- . circuit d'approvisionnement :



. Répartition du matériel entre les différents magasins :

Cette répartition primaire se fera en fonction des critères suivants :

- degré d'urgence : degré d'usure
- degré d'Utilisation
- facilités de stockage : certains éléments nécessitent des conditions particulières (température, humidité, espace)

La demande suit le chemin suivant :

chantier --> district --> central --> transit --> marché

Toute demande doit être accompagnée de fiches techniques des pièces et des délais de besoin.

Chaque magasin tient à jour les fiches de commandes reçues (satisfaites ou non) et les passer au magasin suivant qu'après connaissance de la non satisfaction.

demande d'achat :

Un bon de commande ne pourra être émis avant une étude de marché.
Cette étude porte sur les points suivants :

- * Coûts : variables à cause de l'inflation
- * délais de livraison (2 à 5 ans)
- * conformité du matériel aux fiches techniques des pièces demandées.

Les demandes d'achat sont soumises à deux contraintes :

- Entreprises internationales à monopole
- Sociétés nationales

caractéristiques générales des magasins :

pour chaque type de pièces, le magasin sera caractérisé par :

. Le niveau de service :

$$Z = \frac{\text{nb d'unités satisfaites}}{\text{nb d'unités demandées}}$$

Z : peut se calculer sur une année, un mois, ou sur le délai de la durée d'obtention

$$Z = 1 - \frac{\text{nb d'unités manquantes}}{\text{nb d'unités demandées}}$$

. Pourcentage des ruptures :

C'est la probabilité de manquer de marchandises pendant l'attente de réapprovisionnement

$$Pr = \frac{\text{nb périodes (entre réapp, s = 0)}}{\text{totalité des périodes considérées}}$$

. Pourcentage des pénuries (ou jours de rupture) :

Mesure la probabilité de manquer de marchandise au cours d'1 année par exemple.

$$Pjr = \frac{\text{nb jours ouvrables avec rupture}}{\text{totalité des jours ouvrables}}$$

Ces deux dernières mesures ne sont pas, parfaites car elles accordent la même importance aux pénuries, aux ruptures de stocks quelle que soit la durée.

Le niveau de Service est la valeur la plus significative. IL dépend du taux moyen (journalier, mensuel, ...) de la demande.

Suivant la distribution Statistique de la demande, il s'exprime de différentes manières.

Organisation générale des stocks dans un magasin :

. Suivant la Standardisation d'utilisation (une pièce peut servir à différents endroits de l'appareil) ou ~~et~~ fournisseurs vendent des pièces ayant les mêmes caractéristiques. On établira des fiches qui contiendront entre autres :

- * caractéristique technique d'utilisation
- * distribution statistique de la demande
- * Stock de sécurité
- * Délai d'obtention
- * qualité de réapprovisionnement

La tenue d'un tel fichier est nécessaire pour une bonne gestion des stocks.

Etude théorique de chacun de ces points :

la demande : définie par $\left(\begin{array}{l} \text{valeur moyenne } S_d \\ \text{déviation standard} \\ \text{(} \sigma^2 \text{)} \end{array} \right)$

Stock de sécurité : pour un niveau de service demandé, déterminer la durée de rétablissement

point de commande :

ex : calcul de la quantité optimum à commander

. Critère : minimiser le coût global de gestion .

On tiendra compte de deux coûts

* Coût d'ordre de réapprovisionnement

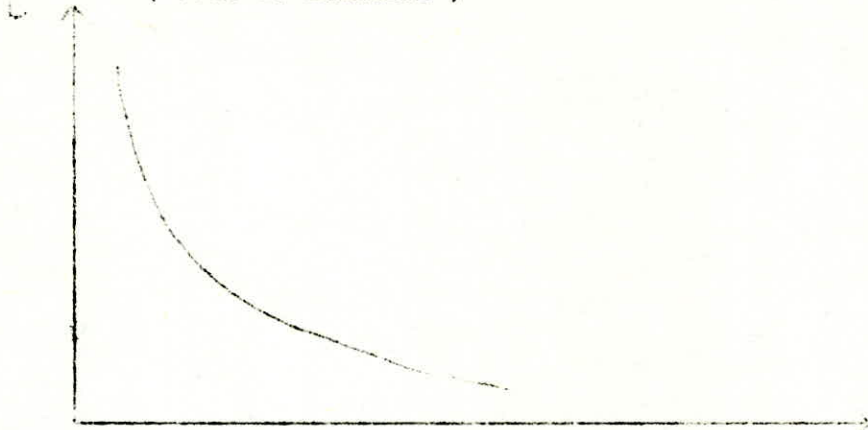
$$C_1 = \frac{C_o}{q} \times S$$

C_o : coût d'ordre pour une quantité q

S : le nombre annuel livré

(Coût de maintien)

- 33 -



* Coût de maintien en stock :

Cu : valeur unitaire

i : taux de maintien annuel en stock

$$C_2 = \frac{Cu \times i}{2} \times Q$$

Cas d'1 stock décroissant linéairement de Q à 0

* Coût total :

$$C = C_1 + C_2 = \frac{C_0}{Q} \times S + \frac{Cu}{2} \times i \times Q$$

$$\frac{dC}{dQ} = 0 \Rightarrow -\frac{C_0}{Q^2} \times S + \frac{Cu \cdot i}{2} = 0$$

$$\frac{C_0 S}{Q^2} = \frac{Cu \cdot i}{2} \quad 4 = D$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 C_0 S}{Cu \cdot i}}$$

En conclusion : Nous venons de définir quelques paramètres pouvant nous guider dans le choix d'un modèle de gestion.

L'Etude ne sera complète et Opérationnelle que si l'on définit tout d'abord :

- La loi de distribution de la demande
- Le stock de sécurité
- La quantité optimale de commande suivant le critère de choix (minimisation, du coût global de stockage)
- Les délais de livraison et de réception.

3) Etude théorique du DTM

a) Introduction :

- Définition :

Opérations consistant, une fois le forage d'un puits terminé (c'est-à-dire après la complétion) à démonter, déménager et remonter l'appareil sur un site de forage.

- Moyens nécessaires :

Le Service Transport de la DTP, fournit au minimum lors d'un déménagement

- 2 KWT avec remorques
- 1 GIN POOL
- 1 GRUE-AUTOMOBILE

et la SNTR, en général :

- 3 tracteurs avec remorques de 30 t
- 4 tracteurs avec remorques de 20 t

Le KWT est un camion-plateau poids lourd, sur lequel est adapté un trévil lui permettant de s'auto-charger ou de s'auto-décharger : sert donc à l'évacuation des gros colis.
(ex : mât, substructuré)

Le GIN POOL est un camion sur lequel est adapté une grue utilisée pour les petites manutentions durant le démontage et durant le forage lui-même.

La grue-automobile assure la même fonction que le GIN POOL à la différence qu'il ne reste pas sur le chantier durant le forage.

N.B : Les appareils Soviétiques sont dotées de grues incorporées mobiles.

- Description du Parc-existant :

→ le parc SH comprend :
(60 KWTS
) 23 MAN
Localisation du Parc (58 GRUES

- zones de stationnement :

à partir de janvier 1975, le parc a été ventilé sur 4 centres qui sont :

- (HASSI-MESSAOU
-) HASSI-R' MEL
- (AIN-AMENAS
- (RHOURE ENNOUS

- Situation dynamique du parc :

Le responsable de transport au niveau de chaque centre connaît, en principe, la situation dynamique de tout élément du Parc.

C'est-à-dire : il sait le nombre de camions en révision, en disponibilité ou participant à 1 DTM.

- Modalités contractuelles avec les Entreprises de Transport :

La SH est liée par contrat inter-société, en ce qui concerne les moyens de transport avec la SNTR, tenue à fournir sur demande et dans les plus brefs délais possibles le nb^r nécessaire de camions pour effectuer un déménagement.

N.B : Quant aux moyens de manutention (grues), à l'occasion, la SH fait appel à des Privés. (par suite d'indisponibilité de ses propres moyens).

Décomposition du DTM :

1. démontage & Montage :

Les deux opérations chronologiques techniquement inversés :
le montage intervient en dernier dans le DTM et se fait dans l'ordre contraire du démontage.

Lors de la complétion, un superviseur de la Production assiste et vérifie. Une fois tout OK (c'est-à-dire la torche allumée), donne son accord au chef de district. Alors ce dernier, avise le Service Transport.

a) démontage :

Dès réception de l'ordre officiel de DTM, le chef de chantier procède à la répartition des 3 équipes pour le travail de déconnexion.
(desabillage : Treuil, tiges, moteurs ...)

1 — mât
1 — pompes
1 — accessoires

Ces équipes travaillent simultanément pendant 2 j sans besoin de camions.

opération mât :

Pour abaisser et charger le mât, 3 camions sont simultanément mobilisés.

N.B : cas dév : le mât est chargé sans être disassemblé
et attend sur place

cas Explo : le mât est trouloné en 5, immédiatement évacué
et déchargé en plein nature sur le prochain puits.

moyens : camion tracteur.

opération substructure :

L'appareil, sa substructure est divisée en 2 parties (côté gauche, côté droit) et chacune d'elles nécessite elle-même un KWT.

En général (quand le nombre camion est suffisant), la substructure est la première à être expédiée.

opération pompes : 2 à 3

Les pompes sont lourdes, mais faibles en volume.

Pour cela, on envoie 1 pompe et on y ajoute des colis légers.

L'opération nécessite - 1 KWT.

b) Montage :

La plateforme étant prête, on installe d'abord la substructure, puis les pompes et enfin le mât. On complète par l'habillage du mât et l'installation des parties annexes (moteurs, Bacs...).

La phase montage est plus délicate et prend beaucoup de temps (70 % DTM).

N.B : l'évacuation du Personnel sur le prochain puits se fait d'une manière progressive et selon les besoins.

) Organisation du transport :

Le transport se fait par colisage suivant les capacités, les volumes des camions.

Sur le prochain site, ces colis ne sont pas déchargés sur le sol, mais immédiatement montés sur le puits.

Le nombre de colis dépend du lieu où l'on veut transhumer
c'est-à-dire : Si le prochain puits est très loin, la déconnexion
de l'appareil est plus importante.

Quels sont les facteurs d'attente ?

- disponibilités des moyens de transport
- nature du terrain à traverser
- facteurs météorologiques (tempêtes de sable)
- distance entre les puits
- pannes des camions.

III Quel est notre problème ?

" Utiliser optimalement un parc- de forage " :

- Minimiser les temps d'inactivité des appareils.

Nous procéderons de la manière suivante :

A - Rechercher d'un modèle rationnel d'affectation des appareils
(en tenant compte des durées moyennes de forage et de DTM)

B - Elaboration d'une SUBROUTINE, qui, jouera le rôle de modèle
dynamique, réaffectant périodiquement les disponibilités.

C - OPTIMISATION DU DTM

N.B : APPROVISIONNEMENT , REAPPROVISIONNEMENT, ENTRETIEN ET REVISIONS
RESTENT ENCORE DES FACTEURS INFLUANT L'ACTIVITE DTP.

" La Recherche Opérationnelle est la préparation scientifique des décisions.

Au binome 'Expérience-Intuition' succède maintenant le ditype 'Information-Raisonnement'."

André A. BRUNET

Professeur au Conservatoire National
des Arts et Métiers et à l'Institut
d'Etudes Politiques de l'Université
de Paris

II) DEUXIEME III) ARTIE
=====

IV) MODELES V) MATHEMATIQUES
D : VI) UTILISATION DU VII) ARC
DE VIII) ORAGE
=====

I. AFFECTATION DES APPAREILS

A. Hypothèses de base

1. Toute l'étude exposée ici portera sur une année effective d'activité. Chaque fois que nous parlerons de période, nous nous entendrons année d'activité.
2. Nous supposons que les disponibilités en appareils de forage et la localisation géographique des puits à creuser peuvent être connues avec précision à tout moment de la période considérée.
3. Nous ne tiendrons pas compte des durées forage et DTM parce que les données nécessaires à leurs estimations ne nous ont pas été fournies.
4. Notre étude sera faite pour un type d'appareil donné (lourd par exemple) et la catégorie de puits correspondante. Elle peut être bien entendu, appliquée aux autres types d'appareils.
5. Situation initiale des appareils :
 - En activité : c'est le site sur lequel ils travaillent
 - En DTM : prochain site prévu
 - Fictifs : atelier de réparation dès sortie de l'appareil ou achat.

B. Analyse du problème

Le but de ce chapitre est de proposer des modèles mathématiques pour une bonne utilisation du parc de forage de façon à satisfaire au maximum la demande exprimée par les clients.

Plusieurs facteurs influencent directement ou indirectement l'activité des appareils comme nous l'avons déjà vu dans la 1ère partie. Nous ne considérerons ici que ceux sur lesquels, il nous est possible d'agir.

Bien utiliser le parc de forage c'est, indépendamment du problème de l'approvisionnement et de celui des révisions, faire travailler les appareils le plus possible en leur évitant les déplacements trop longs. De plus, pour satisfaire au mieux la demande il faut que les réalisations se rapprochent le plus possible des prévisions, ce qui revient à mieux répartir le travail entre les appareils.

Nous donnerons donc ici une méthode mathématique pour une bonne répartition de la demande entre tous les appareils du parc et nous étudierons aussi le DTM.

1. Critères pour une bonne répartition de la demande :

Nous pouvons répartir la demande entre les appareils de forage disponibles en tenant compte de :

- [l'âge de chacun d'eux (degré de son utilisation)
- [sa performance

et en se fixant pour impératif de ne pas déplacer chacun d'eux sur de longues distances.

Le manque de données nous oblige à ne tenir compte ici que du critère de la distance.

2. Cadre d'application du critère retenu :

Nous utiliserons le critère de la distance pour :

- l'établissement des prévisions en début de période donc pour la répartition prévisionnelle de la demande entre les appareils capables de creuser de nouveaux puits
- le suivi des réalisations dans le cas d'une nouvelle répartition, lorsque certains appareils tombent en panne en cours de période, de la demande restant à satisfaire.

La répartition prévisionnelle des appareils sera appelée affectation prévisionnelle et le suivi des réalisations affectation progressive

C. Affectation prévisionnelle des appareils :

1. Première approche :

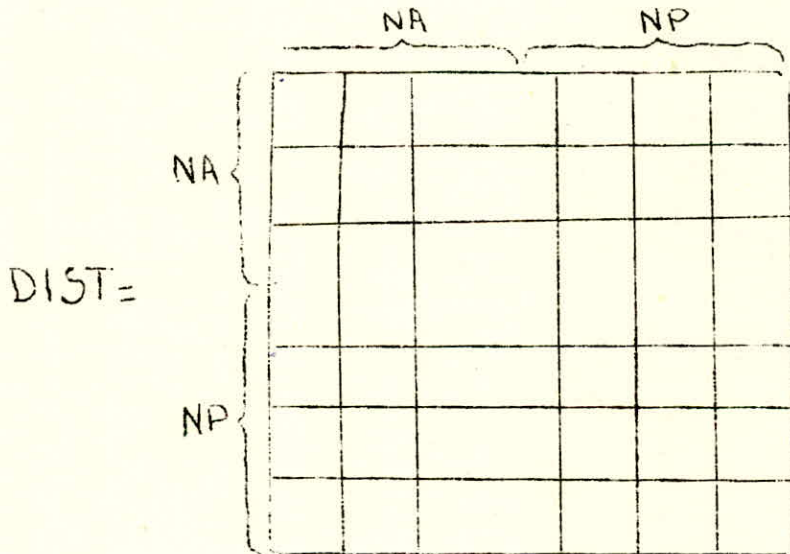
a. Les données :

NA = Nombre d'appareils en début de période (de même type).

NP = Nombre de puits à creuser

DIST= Matrice des distances entre appareils et puits et entre puits

$$DIST(NA+NP, NA+NP) = \begin{bmatrix} \text{DIST}(I, J) / I=1, NA+NP; J=1, NA+NP \end{bmatrix}$$



hypothèse : Nous pouvons affecter n'importe quel puits à chaque appareil, Lorsqu'un puits doit être creusé par un appareil donné, 2 situations peuvent se présenter :

- . soit il existe déjà une piste reliant cet appareil à ce puits
- . soit il n'y a pas de piste

Dans ce dernier cas la piste sera aménagée avant le déplacement sur le nouveau site si le forage de ce puits est prévu

Soit F le coût de construction d'une piste. F est fonction de la longueur de la piste.

Problème : Allouer les puits de façon que le coût global des pistes à aménager soit minimum.

Nous ne disposons pas de données quant au coût pour résoudre le problème vu sous cette optique.

b. Première formulation du problème :

1. Énoncé du problème :

Il s'agit de confectionner à chaque appareil de forage du parc une liste de puits qu'il devra creuser dans la période considérée en tenant seulement compte du critère de la distance.

2. Contrainte :

Nous voulons que les appareils de même type travaillent également tous. Les listes que nous établirons comprendront toutes, le même nombre NP1 de puits.

3. Calcul de NP1 :

Soient NA le nombre d'appareils disponibles et NP le nombre puits à forer,

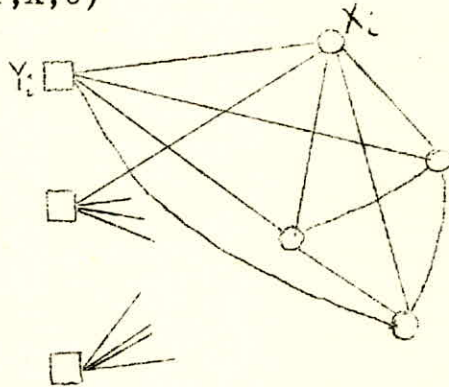
$$NP1 = \begin{cases} \left[\frac{NP}{NA} \right] & \text{si } NP > NA \\ 1 & \text{si } NP \leq NA \end{cases}$$

4. Formulation :

Soit $G_1 = (X,U)$ le graphe tel que :

- . les sommets de X représentent les puits à forer
- . les arcs de U toutes les liaisons possibles entre puits

Adjoignons à G_1 des sommets Y_i pour représenter les positions des appareils. On obtient le graphe $G = (Y,X,U)$



Hypothèse : De tout appareil Y_i on peut aller en tout puits X_j et de tout puits X_j on peut diriger l'appareil vers tout autre puits X_k

---) G est un graphe complet

Les arcs de U sont évalués par des distances

La matrice $DIST(I,J)$ est telle que :

- . I désigne ou bien les appareils ($I=1,NA$)
ou bien les puits ($I=NA+1,NA+NP$)
- . J désigne les puits ($J=1,NP$)

---) $DIST(I,J)$ indique la distance entre l'appareil I et le puits J si

$I \leq NA$ ou bien la distance entre les puits I et J
si $I > NA$

$DIST(I,J) = \infty$ si $I-NA=J$ (pour indiquer la position des appareils).

Etant donné le graphe G, NP1 et la matrice DIST, le problème s'énonce ainsi :

- Trouver NA chemins répondant aux contraintes suivantes :

il doivent être tous distincts et comprendre NP1 puits chacun

leur longueur totale doit être minimale

5. Recherche d'un chemin comprenant NP1 sommets :

Reprenons le graphe G1 et adjoignons lui une seule entrée Y₁ (appareil). La matrice DIST devient DIST'.

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
Y ₁	8	7	5	($\bar{2}$)	6	4
X ₁	∞	9	3	1	7	8
X ₂	9	∞	3	2	3	4
X ₃	3	3	∞	9	1	1
X ₄	($\bar{1}$)	2	9	∞	6	5
X ₅	7	3	1	6	∞	9
X ₆	8	4	1	5	9	∞

Algorithme :

Supposons $NP1 = \frac{6}{3} = 2$

A l'appareil Y₁ nous affectons le puits dont il est le plus proche; donc X₄ est sélectionné, et fait partie de PUCH (ensemble des puits sélectionnés). De X₄, Y₁ devra être déplacé sur le puits le plus proche --) X₁

--) PUCH = { Y₁, X₄, X₁ }

Le nombre de puits sélectionnés pour Y₁ étant égal à NP1, on arrête là cette procédure. La longueur du chemin parcouru est BL (=2+1 ici).

6. Recherche des NA chemins distincts :

Nous rangeons dans un tableau PUIT(I) ($I=1, NA$) toutes les entrées possibles des graphes $G'1$ (tous les Y_i).
Début $I=1$

α) Considérons comme entrée de $G'1$, PUIT(I). A cette entrée, cherchons la suite de $NP1$ puits (voir algorithme précédent).

β) Supprimons de $DISTt$ tous les sommets sélectionnés pour la précédente entrée. Faire $I=I+1$ et aller en α

Remarque : La procédure décrite ici n'est pas optimale du fait de la réduction de $G'1$ à chaque itération. De plus en changeant l'ordre de rangement des éléments de PUIT(I), il est possible de trouver NA chemins de longueur totale plus petite.

Pour améliorer la procédure décrite précédemment, nous nous proposons de faire une énumération explicite des NA chemins (répondant aux deux critères : distincts et de $NP1$ sommets chacun). On choisira l'ensemble des chemins dont la longueur totale est minimale.

Cette énumération est trop fastidieuse du fait que le nombre d'itérations qu'elle exige de faire est égal à $NA!$ (factoriel NA).

Réduisons donc cette énumération à l'aide d'un critère de sélection que nous définissons par l'algorithme suivant :

Algorithme :

$K=1$

α) $I=1$

$G1$: graphe formé par les puits à forer

β) $G1+PUIT(I) = G'1$

A partir de PUIT(I), rechercher un chemin de $NP1$ sommets qu'il faudra ranger dans PUI

Soit DL la longueur de ce chemin

Supprimer les sommets sélectionnés.

γ) I=I+1

Retourner en β si I ≤ NA. Sinon aller en δ

δ) CHEM contient l'ensemble des NA chemins trouvés
Réarranger les éléments de PUIT(I).

Si pour K=1, PUIT = $\begin{bmatrix} \underline{Y1}, \underline{Y2}, \underline{Y3} \end{bmatrix}$, il devient pour
K=2 : PUIT = $\begin{bmatrix} \underline{Y2}, \underline{Y3}, \underline{Y1} \end{bmatrix}$

Faire K=K+1 et aller en α

Test d'arrêt : si K=NA arrêter la procédure.

Cet algorithme donne NA solutions possibles au problème. Il faut en choisir celle qui permet un déplacement total (des appareils) le plus petit.

c. Conclusion :

Cette première approche du problème de la répartition prévisionnelle de la demande est approximative. Elle utilise un algorithme dont l'application est fastidieuse.

2. Deuxième approche :

a. Première méthode de résolution :

1. Construction du graphe :

Comme dans la 1ère approche, nous pouvons représenter le problème posé par un graphe complet $G = (Y, X, U)$ où :

. $Y = \begin{bmatrix} \underline{Yi}/i=1, \underline{NA} \end{bmatrix}$ = ensemble des appareils

. $X = \begin{bmatrix} \underline{Yj}/j=1, \underline{NP} \end{bmatrix}$ = ensemble des puits à forer

Nous éclaterons chaque sommet Xj en deux nouveaux sommets Xje et Xjf ($Xje \text{ UXjf} = Xj$).

Les arcs de U peuvent être alors de plusieurs types :

. arcs du type : (Yi, Xie) . Ils sont évalués par :

- une capacité de borne minimale = 0
- " maximale = 1

- un coût = DIST(Yi, Xj) lue dans la matrice
DIST

. arcs du type (Xje, Xjf) de :

- capacité de borne minimale = 1
- " maximale = 1

- $\hat{\text{coût}} = 0$ puisque arc fictif

. arcs du type (X_{jf}, X_{ie}) si $j \neq i$ de :

- capacité $\left[\begin{array}{l} \text{borne minimale} = 0 \\ \text{" maximale} = 1 \end{array} \right.$

- coût = DIST (X_j, X_i)

Il n'existe pas d'arcs du type (Y_j, Y_i) puisque un appareil ne peut pas être déplacé vers l'emplacement d'un autre appareil.

Au graphe ainsi obtenu, nous ajoutons une entrée s et une sortie p fictives.

Les nouveaux arcs à ajouter seront du type :

. $(s, Y_i), \forall i$ de :

- capacité $\left[\begin{array}{l} \text{borne minimale} = 1 \\ \text{" maximale} = 1 \end{array} \right.$

(pour exprimer que l'appareil Y_i doit travailler).

- coût = 0 parcequ'ils sont fictifs

. $(X_{jf}, p), \forall j$ de :

- capacité $\left[\begin{array}{l} \text{borne minimale} = 0 \\ \text{" maximale} = 1 \end{array} \right.$

(le puits X_j est concerné par la répartition).

- coût = 0 (arcs fictifs)

. (p, s) de :

- capacité $\left[\begin{array}{l} \text{borne minimale} = NA \\ \text{" maximale} = NA \end{array} \right.$

- coût = 0 (arc fictif)

Le graphe G devient réseau de transport :

b. 2ème méthode de résolution :

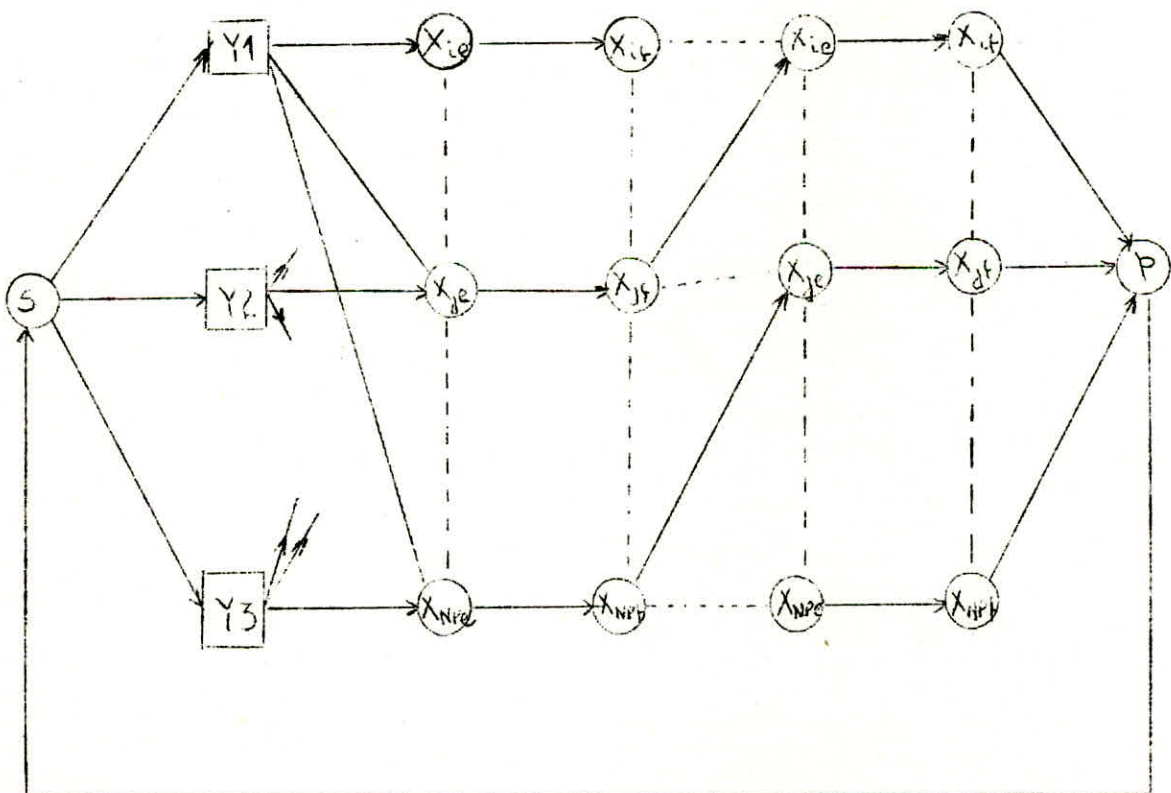
Pour respecter la contrainte violée précédemment construisons le graphe G en éclatant NP fois chaque sommet X_j en deux nouveaux sommets X_{je} et X_{jf} .

Nous distinguerons alors 2 niveaux différents :

- le niveau horizontal de NP1 degrés
- le niveau vertical de NP degrés

Chaque degré du niveau horizontal comporte le même puits (Exemple : degré 1 --) puitsX1).

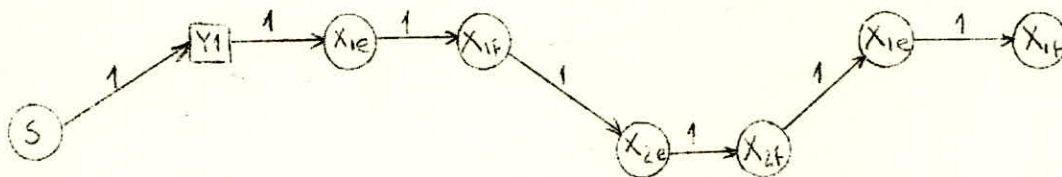
Chaque degré du niveau vertical comporte l'ensemble des puits à forer.



Les arcs composant ce réseau sont du même type que ceux du réseau précédent. Ils sont valués de la même manière.

L'entrée s n'est reliée qu'aux sommets de degré 1 du niveau vertical. La sortie p est reliée aux sommets de degré NP1 du niveau vertical.

Supposons qu'un flot $F=1$ sorte de s . Il peut emprunter le tracé suivant :



On voit que le sommet X_{ie} est visité deux fois.

En faisant circuler dans le réseau précédent un flot $F=NA$ et en appliquant l'algorithme de Ford Fulkerson, on obtient:

- NA chemins de NP1 puits chacun et de distance globale minimale. Mais ces NA chemins peuvent ne pas être distincts (un puits pouvant être visité par différents appareils).

Or, il faut que ces NA chemins soient tous distincts puisque nous ne pouvons pas allouer un même puits à plus d'un appareil. Cette contrainte est dite contrainte de limitation de flux ou de faisceau.

Or, nous ne savons pas résoudre un problème où il y a une contrainte de faisceau.

Conclusion : Abandonner cette méthode parce qu'elle comporte une contrainte de faisceau.

c. Formulation par un programme linéaire :

Appelons les sommets représentant les appareils, sommets spéciaux et sommets normaux ceux représentant les puits.

Le problème revient alors à trouver dans le graphe G :

- NA cycles comprenant chacun NP1 sommets normaux (chacun d'entrée un sommet spécial) distincts et chacun de longueur minimale.

Nous obtenons la formulation mathématique suivante :

Soit t_{ij} une variable booléenne

$$t_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si l'arc } (i,j) \text{ n'est pas emprunté} \\ 1 & \text{dans le cas contraire} \end{cases}$$

Si d_{ij} est la distance séparant un sommet i d'un autre j , on aura à résoudre :

$$\begin{array}{ll} \min \sum_{i,j} d_{ij} \cdot t_{ij} & \\ \text{sous les contraintes :} & \text{I : } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{NT} t_{ij} = 1 \\ \sum_i t_{ij} = 1 \end{array} \right. \end{array}$$

I signifie que : tout sommet du graphe n'est visité qu'une seule fois

$$\text{II : } U_j - U_i \geq NP1 \cdot t_{ij} - NP1 + 1 \quad \forall i, j$$

Pour chaque cycle obtenu, numérotons ses sommets à partir de Y_i (sommets spécial).

Soit U_i , la marque du sommet X_i

Si $(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iNP1})$ est le cycle obtenu c'est à dire si $t_{i,1} = t_{i,2} = \dots = t_{i,NP1} = 1$ on aura :

$$(NP1-1)\text{fois} \left[\begin{array}{l} U_{iNP1} - U_{iNP1-1} \geq 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ U_{i2} - U_{i1} \geq 1 \end{array} \right.$$

$$U_{iNP1} - U_{i1} \geq NP1-1$$

Or : $t_{iNP1,i1} = 0$

d'où : $U_{i1} - U_{iNP1} \geq t_{i1,NP1} \cdot NP1 - NP1 + 1$

---) Programme linéaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{i,j} d_{ij} \cdot t_{ij} \\ \sum_i t_{ij} = 1 \quad \forall i \quad \text{I} \\ \sum_j t_{ij} = 1 \quad \forall j \\ t_{ij} \geq 0 \\ U_j - U_i \geq NP1 \cdot t_{ij} - NP1 + 1 \quad \text{II} \end{array} \right.$$

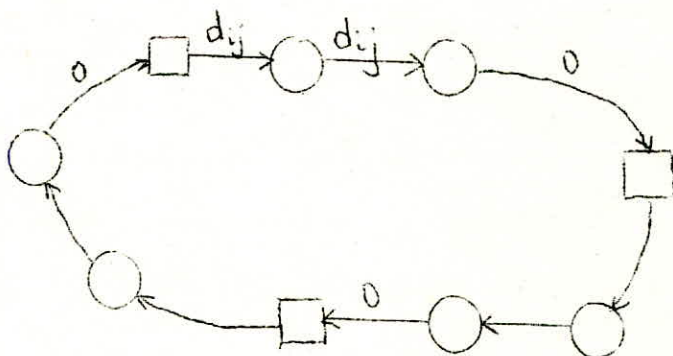
II --) le cycle cherché ne peut s'obtenir que s'il se referme par Y_i . La résolution mathématique d'un tel programme est trop ardue du fait du nombre très grand de variables et contraintes

Nous pouvons en modifiant la formulation du problème, résoudre ce programme par la théorie des graphes.

d. Formulation par la théorie des graphes :

Nous rechercherons dans le graphe G complet un seul Circuit dit Hamiltonien (C.H) qui respecte la contrainte suivante : après chaque sommet spécial on ne doit trouver que NP1 sommets normaux.

Exemple de Circuit Hamiltonien :



$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } j \text{ est un sommet spécial} \\ d_{ij} & \text{si } j \text{ est un sommet ordinaire} \end{cases}$$

1. Recherche du C.H optimal : (de longueur minimale)

a. Construction de la matrice des distances :

Soit $DIST(I,J)$ la matrice des distances :

$I=1, NT$

$J=1, NT$

$NT=NA+NP$

$I=1, NA$

$J=1, NA$

---) points spéciaux (appareils)

Exemple : $NA=3$ $NP=6$

	Y1	Y2	Y3	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Y1	∞	∞	∞	8	7	5	2	6	4
Y2	∞	∞	∞	3	10	3	7	5	4
Y3	∞	∞	∞	2	3	6	8	2	5
X1	0	0	0	∞	9	3	1	7	8
X2	0	0	0	2	∞	3	2	3	4
X3	0	0	0	1	8	∞	9	1	1
X4	0	0	0	2	9	7	∞	6	5
X5	0	0	0	5	5	2	1	∞	9
X6	0	0	0	7	9	3	2	1	∞

Nous rappelons que les Y_i représentent les sommets spéciaux (appareils) avec $I \leq NA$ et les X_j les sommets normaux (puits) quand I ou J compris entre $NA+1$ et NT .

$DIST(Y_i, Y_j) = \infty$: Un appareil ne peut pas être déménagé sur le site d'un autre.

$DIST(X_i, X_i) = \infty$: Il ne doit pas y avoir de boucle dans G .

$DIST(X_i, Y_j) = 0$: Un tel arc est fictif. Il existe uniquement pour la formation du C.H cherché.

$DIST(X_i, X_j)$ = distance entre X_i et X_j (puits).

$DIST(Y_i, X_j)$ = distance de l'appareil Y_i au puits X_j .

A partir de la matrice des distances, cherchons un C.H (Circuit Hamiltonien) optimal tel que :

- chacun de ses sommets spéciaux soit précédés et suivi de $NP1$ sommets normaux.

Il existe plusieurs méthodes de recherche d'un tel circuit. Nous utiliserons quant à nous celle qui nous paraît la plus adaptée à notre problème de repartition de la branch and bound.

2. Exposé de la méthode :

Principe : Parmi toutes les solutions admissibles que l'on peut trouver au problème, nous voulons n'en retenir que celle qui est optimale. Le principe de base est de diviser cet ensemble de solutions admissibles en sous ensembles en leur calculant à chacun d'eux la distance totale. Nous éliminerons séquentiellement chaque sous ensemble de distance totale plus grande que celle du sous ensemble précédemment retenu. Pour une bonne compréhension de l'algorithme qui sera explicité plus loin traitons l'exemple précédemment décrit $\rightarrow (NA=3, NP=6, NP1=2)$.

Expliquons auparavant certaines notations :

KT = longueur ou distance d'un C.H à une étape donnée (nous l'appellerons dorénavant Coût).

N1 : sommet de l'arbre de la branche and bound

BOUND(N1) : limite inférieure du coût des C.H du sous ensemble N1

3. Mise en oeuvre de l'algorithme :

a. Evaluation :

On fait apparaître un zéro par ligne et par colonne dans WORK en retranchant à la ligne (ou à la colonne) l'élément le plus petit de la ligne considérée (ou de la colonne). Cf. exercice.

Dans l'exemple précédent, on trouve : $BOUND(N1) = 9$

Cette valeur constitue une limite inférieure aux longueurs de tous les C.H possibles du graphe.

Nb: WORK = DIST = matrice.

WORK = matrice de travail

b. Choix des arcs :

Les arcs à choisir seront ceux dont $WORK(I,J)=0$
Ce choix sera basé sur la conséquence de l'exclusion
de l'arc considéré. Pour chacun des arcs dont le coût
déduit est nul, on calcule la pénalité de son exclu-
sion.

Ex: Soit l'arc (1,7) son exclusion --) pénalité :
PENA=2.

En effet, si nous excluons (1,7), on s'oblige à 'aller'
en 9 --) PMIN=1 pour revenir en 7 à partir de 4
--) PMIN=1 --) PENA=2.

On fait de même pour tous les arcs dont le coût est
nul et on choisit celui dont la pénalité est maximale.
Pour ce qui est des exaequo, le choix sera arbitraire.
Ex: (1,7).

On partitionne l'ensemble des C.H en deux sous ensem-
bles :

- celui contenant (1,7)
- celui ne contenant pas (1,7) donc contenant :
(1,7)

Sous ensemble des C.H ne contenant pas (1,7) :

Nous venons de voir que l'exclusion de l'arc (1,7)
entraîne une pénalisation de 2.

La limite inférieure des longueurs des C.H appartenant
à ce sous ensemble sera portée à : $9+2=11$ et dans
la matrice WORK correspondante on fait : $WORK(1,7)=\infty$

Sous ensemble des C.H contenant (1,7) :

(1,7) choisi --) dans WORK :

$$\cdot WORK(1,j) = \infty \quad \forall j$$

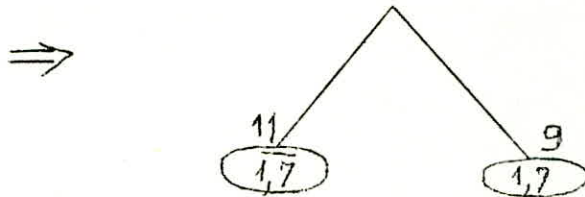
$$\cdot WORK(j,7) = \infty \quad \forall j$$

(7) est un sommet normal : c'est le premier suivant de 1 (sommet spécial).

De (7) on n'a plus le droit d'aller vers un autre sommet spécial :

$$\text{---) } \text{WORK}(7,i) = \infty \quad \forall i/i \leq \text{NA}$$

On voit ainsi apparaître le principe de séparation en sous ensemble, basé sur le passage ou non sur un arc donné.



- c. Test d'arrêt : Ayant exploré un même sous ensemble (chaque fois on choisit l'arc considéré) on obtient un C.H de longueur = borne maximale = BOMAX.

Dans l'exemple traité. BOMAX=12

- * Il reste alors d'autres sous ensembles à explorer. Leur exploration s'arrêtera dès que BOUND \geq BOMAX.

On recommencera la procédure à partir d'un des sommets pendants du graphe de séparation en tenant compte de (*).

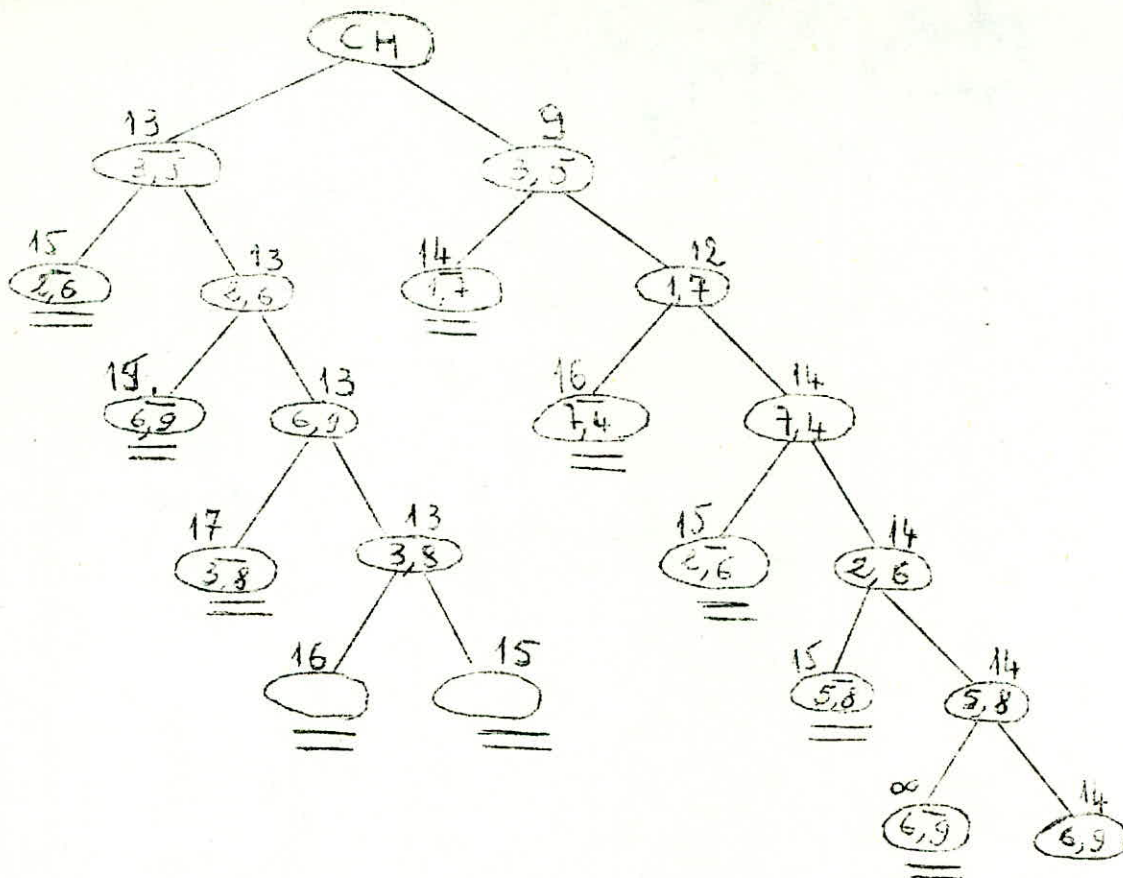
Nous arrêterons l'exploration lorsqu'on aura 'étudié' tous les sommets pendants.

- d. Convergence de la méthode :

En utilisant la branch and bound avec le test *, on procède à une sélection avec évaluation des arcs donc à une énumération ou exploration pas très étendue.

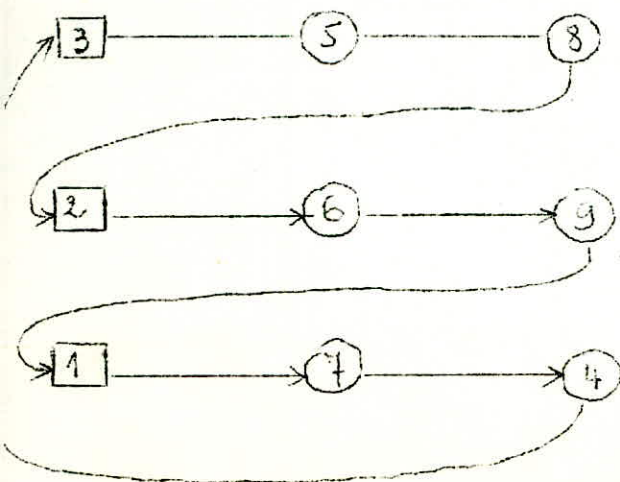
En effet seules les solutions intéressantes sont définies. La procédure est donc convergente.

METHODE BRANCH AND BOUND = exemple.



Borne minimale du cycle : 14 : (l'Exploration ne peut se faire à partir des sommets (2,6), (5,8), ou (6,9), (7,4). Et même à partir de (1,7) car au plus on aura un C.H. de même coût.

C.H. Optimal obtenu :



Coût = 3+3+3+1+2+2 = 14

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	∞	∞	∞	8	7	5	2	6	4	min = 2
2	∞	∞	∞	3	10	3	7	5	4	min = 3
3	∞	∞	∞	2	3	6	8	2	5	min = 2
4	0	0	0	∞	9	3	1	7	8	min = 0
5	0	0	0	2	∞	3	2	3	4	min = 0
6	0	0	0	1	8	∞	9	1	1	min = 0
7	0	0	0	2	9	7	∞	6	5	min = 0
8	0	0	0	5	5	2	1	∞	9	min = 0
9	0	0	0	7	9	3	2	1	∞	min = 0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	∞	∞	∞	6	5	3	0	4	2
2	∞	∞	∞	0	7	0	4	2	1
3	∞	∞	∞	0	1	4	6	0	3
4	0	0	0	∞	9	3	1	7	8
5	0	0	0	2	∞	3	2	3	4
6	0	0	0	1	8	∞	9	1	1
7	0	0	0	2	9	7	∞	6	5
8	0	0	0	5	5	2	1	∞	9
9	0	0	0	7	9	3	2	1	∞

min=0 0 0 0 0 1 0 0 0 1

Borne minimale de tous les C.H : $2+3+2+1+1 = 9$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	∞	∞	∞	6	4	3	0 ²	4	1
2	∞	∞	∞	0	6	2 ⁰	4	2	0
3	∞	∞	∞	0	4	4	6	1 ⁰	2
4	0	0	0	∞	8	3	1	7	7
5	0	0	0	2	∞	3	2	3	3
6	0	0	0	1	7	∞	9	1	0
7	0	0	0	2	8	7	∞	6	4
8	0	0	0	5	4	2	1	∞	8
9	0	0	0	7	8	3	2	1	∞

-Calcul des pénalités
min de la ligne + min
colonne (intersection
= zéro)

arc choisi 13 — (5)

de (5) on ne peut aller
qu'en un sommet normal
pénalité = 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	∞	∞	∞	6	/	3	0	4	4	0
2	∞	∞	∞	0	/	0	4	2	0	0
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
4	0	0	0	∞	/	3	1	7	7	0
5	∞	∞	∞	2	/	3	2	3	2	2
6	0	0	0	1	/	∞	9	1	0	0
7	0	0	0	2	/	7	∞	6	4	0
8	0	0	0	5	/	2	1	∞	8	0
9	0	0	0	7	/	3	2	1	∞	0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	∞	∞	∞	6	/	3	0	4	1
2	∞	∞	∞	0	/	0	4	2	0
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/
4	0	0	0	∞	/	3	1	7	7
5	∞	∞	∞	0	/	1	0	1	1
6	0	0	0	1	/	∞	9	1	0
7	0	0	0	2	/	7	∞	6	4
8	0	0	0	5	/	2	1	∞	8
9	0	0	0	7	/	3	2	1	∞

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	∞	∞	∞	6	/	3	0	3	1	arc choisi
2	∞	∞	∞	0	/	0	4	1	0	1-7
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	pénalité
4	0	0	0	∞	/	3	1	6	7	1
5	∞	∞	∞	0	/	1	0	0	1	
6	0	0	0	1	/	∞	9	0	0	
7	0	0	0	2	/	7	∞	5	4	
8	0	0	0	5	/	2	1	∞	8	
9	0	0	0	7	/	3	2	0	∞	

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	/	/	/	/	/	/	/	/	/
2	∞	∞	∞	0	/	0	1	0	
3	/	/	/	/	/	/	/	/	
4	0	0	0	∞	/	3	6	7	
5	∞	∞	∞	0	/	1	0	1	
6	0	0	0	1	/	∞	0	0	
7	∞	∞	∞	2	/	5	3	2	
8	0	0	0	5	/	2	∞	8	
9	0	0	0	7	/	3	0	∞	

arc choisi
 (7)----- (4)
 pénalité = 2
 de (4) je ne peux aller que vers un sommet normal.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
2	∞	∞	∞	0	/	0	1	0	0	
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
4	0	0	0	∞	/	3	6	7	0	
5	∞	∞	∞	0	/	1	0	1	0	
6	0	0	0	1	/	∞	0	0	0	
7	∞	∞	∞	2	/	7	5	4	2	
8	0	0	0	5	/	2	∞	8		
9	0	0	0	7	/	3	0	∞		

- 4 -

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
2	∞	∞	∞	/	/	1 ⁰	/	1 ⁰	0	0
3	/	/	/	/	/	/	/	/		
4	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	∞	/	∞	∞	0
5	∞	∞	∞	/	/	1	/	1 ⁰	1	0
6	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	∞	/	1 ⁰	1 ⁰	0
7	/	/	/	/	/	/	/	/		
8	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	2	/	∞	8	0
9	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	3	/	0 ⁰	∞	0
	0	0	0			0		0	0	

Arc choisis:
 ② → ⑥
 Pénalité = 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
4	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	/	/	∞	∞	0
5	∞	∞	∞	/	/	/	/	1 ⁰	1	0
6	∞	∞	∞	/	/	/	/	0 ⁰	1 ⁰	0
7	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
8	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	/	/	∞	8	0
9	0 ⁰	0 ⁰	0 ⁰	/	/	/	/	0 ⁰	∞	0
	0	0	0					0	0	

Arc choisis:
 ⑤ → ⑧
 Pénalité = 1
 puis : ⑥ → ⑨
 de pénalité infinie

Reprenons la matrice initiale en mettant en (3,5) ∞ (arc interdit)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	∞	∞	∞	6	4	3	0	4	1	01	∞	∞	∞	6	⁰ 0	3	¹ 0	4	1
2	∞	∞	∞	0	6	0	4	2	0	02	∞	∞	∞	⁰ 0	2	² 0	4	2	⁰ 0
3	∞	∞	∞	0	∞	4	6	0	2	03	∞	∞	∞	⁰ 0	∞	4	6	¹ 0	2
4	0	0	0	∞	8	3	1	7	7	4	0	0	0	∞	4	3	1	7	7
5	0	0	0	2	∞	3	2	3	3	5	0	0	0	2	∞	3	2	3	3
6	0	0	0	1	7	∞	9	1	0	6	0	0	0	1	3	∞	9	1	⁰ 0
7	0	0	0	2	8	7	∞	6	4	7	0	0	0	2	4	7	∞	6	4
8	0	0	0	5	4	2	1	∞	8	8	0	0	0	5	⁰ 0	2	1	∞	8
9	0	0	0	7	0	3	2	1	∞	9	0	0	0	7	4	3	2	1	∞

0 4

Arc choisi : $\boxed{12} \rightarrow \textcircled{6}$
 pénalité = 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	∞	∞	6	⁰ 0	/	¹ 0	4	1	01	∞	∞	∞	6	⁰ 0	/	¹ 0	4	/	/
2	/	/	/	/	/	/	/	/	2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
3	∞	∞	2	¹ 0	∞	/	6	¹ 0	2	03	∞	∞	∞	4	∞	/	6	¹ 0	/
4	0	0	∞	4	/	1	7	7	04	0	0	0	∞	4	/	1	7	/	/
5	0	0	2	∞	/	2	3	3	05	0	0	0	2	∞	/	2	3	/	/
6	∞	∞	1	3	/	9	1	² 0	06	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
7	0	0	2	4	/	∞	6	4	07	0	0	0	2	4	/	∞	6	/	/
8	0	0	5	⁰ 0	/	1	∞	8	08	0	0	0	5	¹ 0	/	1	∞	/	/
9	0	0	7	4	/	2	1	∞	09	0	0	0	∞	∞	/	∞	∞	/	/

choisi : $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2}$ pénalité = 2

arc choisi : $\boxed{3} \rightarrow \textcircled{8}$ pénalité = 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	∞	∞	∞	6	0	/	0	/	/	0
2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
4	0	0	0	∞	4	/	1	/	/	0
5	0	0	0	2	∞	/	2	/	/	0
6	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
7	0	0	0	2	4	/	∞	/	/	0
8	∞	∞	∞	5	0	/	1	/	/	0
9	0	0	0	∞	∞	/	∞	/	/	
	0	0	0	2						

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	∞	∞	∞	4	0	/	0	/	/	
2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
3	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
4	0	0	0	∞	4	/	1	/	/	
5	0	0	0	0	∞	/	2	/	/	
6	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
7	0	0	0	0	4	/	∞	/	/	
8	∞	∞	∞	3	0	/	1	/	/	
9	0	0	0	∞	∞	/	∞	/	/	

Van chiti
Cost = 15

- e. Représentation graphique et exemple.
cf. Exercice.

On adopte la représentation graphique en arbre où chaque sommet pendant représente un sous ensemble de C.H.

4. Conclusion :

La longueur des chemins obtenus par la branch and bound est minimale. Elle donne une répartition idéale pour l'établissement des prévisions en début d'année par exemple. On pourra l'appliquer à chaque fois que :

- . l'effectif du parc de forage subit une modification.

5. Confection du planning prévisionnel d'activité :

Nous avons alloué à tout appareil k une liste de $NP1$ puits à réaliser dans la période considérée.

En utilisant les estimations de la durée de forage de chaque puits i et de la durée DTM de tout déplacement d'appareil d'un point i à un autre j nous pouvons déterminer, les dates de début et fin forage de tout élément de chaque liste.

Soit un appareil k de liste ($i=1, \dots, NP1$)

Si d_i = durée de forage du puits i

t^{k}_{ij} = durée DTM (déménagement du puits i au puits j)

---) date début forage du puits j = DDF $_j$

$$DDF_j = \sum_{i=1}^{j-1} d_i + \sum_{i,j} t^{k}_{ij}$$

En procédant ainsi pour chacun des appareils on arrivera à confectionner un planning prévisionnel.

D. Affectation progressive :

1. Introduction

Nous venons de proposer deux méthodes d'approche, établissant pour chaque appareil, la liste de puits à forer sur une période.

Dans ce chapitre, nous allons exposer une 3^{ème} méthode allouant à chaque appareil 1 puits, le processus se répétant dès disponibilité d'un (ou plusieurs) appareils.

Notons que cette méthode d'affectation progressive, offre un intérêt particulier quand $NP \leq NA$.

2. Analyse et position du problème :

Soient N appareils de forage d'un type donné (lourd, moyen ou léger) et M puits non encore creusés et qui ne peuvent l'être que par ce type d'appareil.

Deux éventualités sont possibles :

- . $N \leq M$: Cas le plus fréquent en pratique et que nous considérerons ici.
- . $N > M$: Nous nous ramenons au cas précédent en considérant $N-M$ puits fictifs supplémentaires que nous prendrons les plus éloignés de chaque appareil.

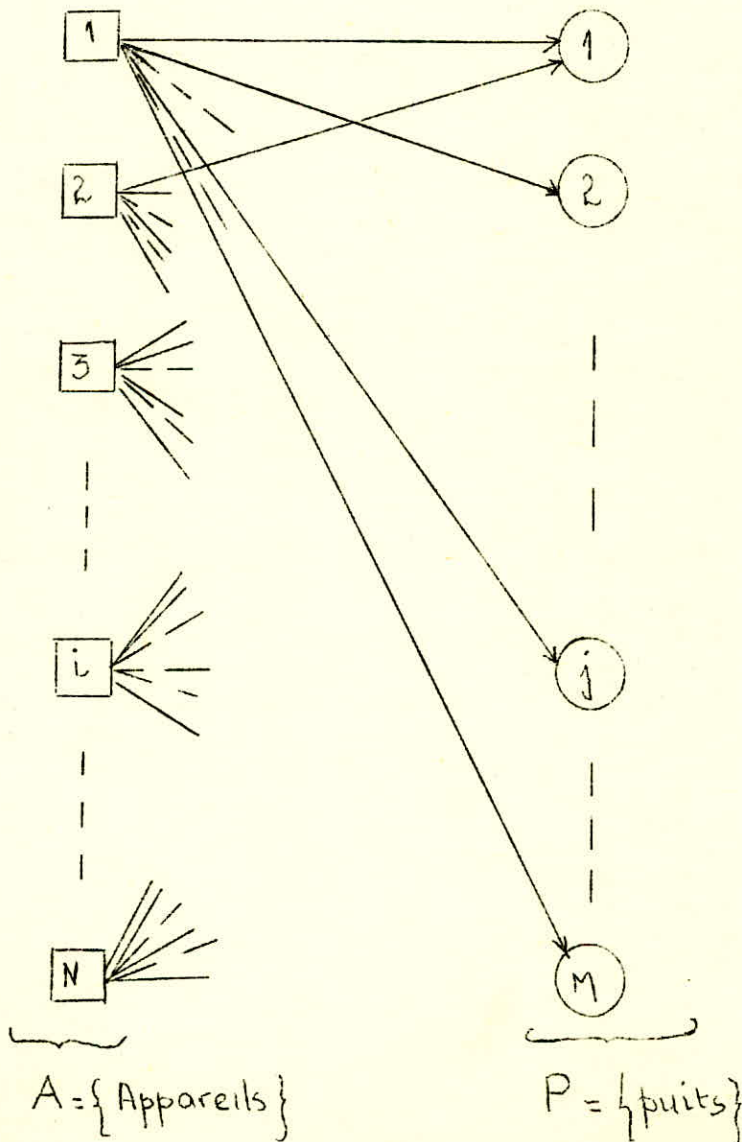
Hypothèses :

1. Tout appareil i peut être acheminé vers n'importe quel puits j . Pour cela, on devra le déplacer sur une distance d_{ij} .
2. Un puits pour être creusé, nécessite l'intervention à plein temps d'un seul appareil.
3. Dans le cas où $N > M$, tout appareil devant être acheminé vers un puits fictif sera considéré à mettre en stock.

Problème : Vers quel puits diriger chacun des appareils de façon que ces derniers soient déplacés sur une distance totale la plus petite possible.

Nous pouvons traduire cette situation par un graphe $G = (A, P, U)$ où :

- . les sommets de A représenteront les appareils et ceux de P les puits
- . les arcs (i, j) de U toutes les liaisons possibles entre appareils et puits



Remarques :

Nous avons repéré chaque appareil par un numéro i ($i=1, \dots, N$) et chaque puits par un numéro j ($j=1, \dots, M$).

Rattachons à chacun des arcs (i, j) de U une variable x_{ij} telle que :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le puits } j \text{ est alloué à l'appareil } i \\ 0 & \text{dans le cas contraire} \end{cases}$$

A tout appareil i , il s'agit d'allouer un seul puits j ---)

$$\sum_{j=1}^M x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, N$$

Un puits j nécessite l'intervention d'un seul appareil ---)

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, M$$

Le problème, étant de trouver, à chaque appareil une seule affectation de façon que la distance totale couverte par l'ensemble des appareils soit la plus petite possible, il faut donc que :

$$F = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_{ij} \cdot d_{ij} \text{ soit minimale}$$

Conclusion : Le problème revient à résoudre le système :

$$(S) = \begin{cases} \sum_{j=1}^M x_{ij} = 1 & i = 1, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1 & j = 1, \dots, M \\ x_{ij} \geq 0 \\ \text{Min } F = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_{ij} \cdot d_{ij} \end{cases}$$

3. Résolution du système :

Pour résoudre S, nous utiliserons une méthode pratique que nous expliciterons à l'aide d'un exemple.

Soient $N=3$ appareils de forage, $M=5$ puits non encore forés et $DIST(N,M)$ le tableau des distances de tout appareil i à chacun des puits j .

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	9	6	11	8	11
2	8	13	11	4	10
3	10	9	12	5	7

$DIST(N,M) =$

- a. Répérer l'élément le plus petit de chaque ligne de $DIST(N,M)$. Soit D la somme de ces éléments.

---) nous avons : $D = 6+4+5 = 15$

Toute solution du système aura une valeur de F au plus égal à D .

- b. Dressons la liste ordonnée de toutes les valeurs portées dans $DIST(N,M)$.

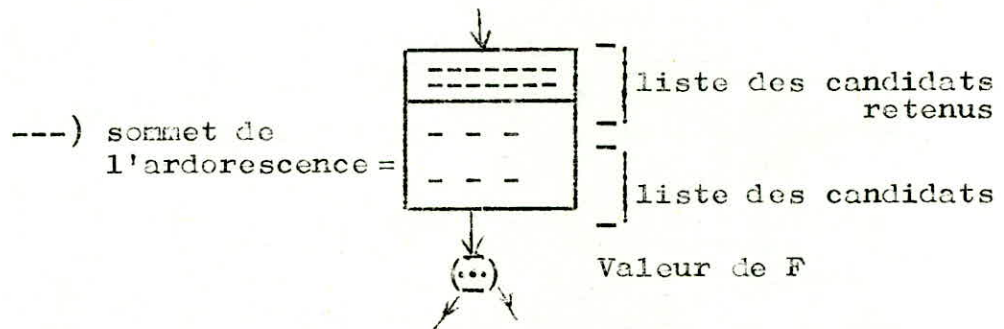
---) $d_{2,4} = 4$	$d_{2,5} = 10$
$d_{3,4} = 5$	$d_{3,1} = 10$
$d_{1,2} = 6$	$d_{1,3} = 11$
$d_{3,5} = 7$	$d_{1,5} = 11$
$d_{1,4} = 8$	$d_{2,3} = 11$
$d_{2,1} = 8$	$d_{3,3} = 12$
$d_{1,1} = 9$	$d_{2,2} = 13$
$d_{3,2} = 9$	

c. Nous voulons affecter N appareils : prenons les N premiers termes de la liste dressée en b.

$$\text{---) } F = d_{2,4} + d_{3,4} + d_{1,2} = 4+5+6 = 15$$

La méthode que nous allons décrire consiste à construire une arborescence en suivant un certain nombre de règles :

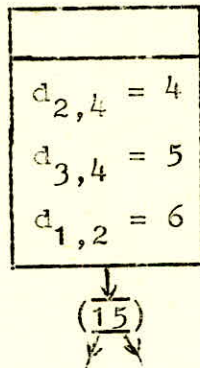
- * à chacun des sommets de l'arborescence seront associés
 - . des d_{ij} dont la candidature a été examinée et qui ont été retenues
 - . des d_{ij} candidats à la solution du problème
 - . une valeur de la fonction d'évaluation F.



* Au départ, il n'y a aucun candidat retenu mais il y a des candidats (les N premiers éléments de la liste ordonnée).

Dans l'exemple étudié ici, les 3 premiers éléments de la liste ordonnée constituent les candidats de départ ---) $F = d_{2,4} + d_{3,4} + d_{1,2} = 4+5+6 = 15$

---) racine de l'arborescence :

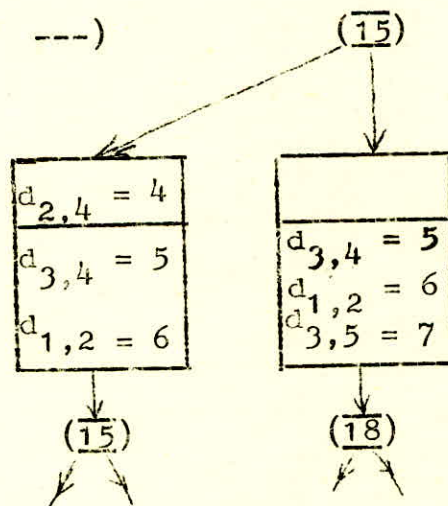


1ère étape : Prenons le 1er élément de la liste des candidats : 2 éventualités sont possibles :

• ou $d_{2,4}$ est retenu ---) il passe dans la liste des candidats retenus

----) $F = \underbrace{d_{2,4}}_{\text{Candidats retenus}} + \underbrace{d_{3,4} + d_{1,2}}_{\text{Candidats retenus}} = 15$

• ou $d_{2,4}$ est refoulé. On le remplace par le 1er terme de la liste ordonnée non encore inscrit parmi les candidats



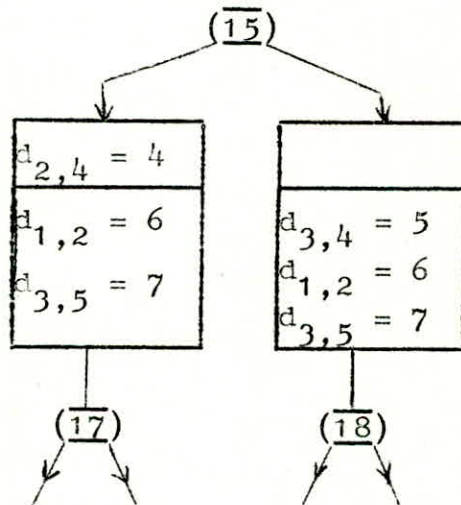
Remarque :

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1 \\ \sum_{j=1}^M x_{ij} = 1 \end{array} \right\}$$

---) Il ne peut y avoir ^{dans} la liste des candidats retenus que des éléments n'ayant pas même i ou même j. Nous dirons que les candidats retenus doivent être compatibles entre eux.

---) Il ne doit figurer dans la liste des candidats que les éléments compatibles avec ceux déjà retenus.

Exemple : $d_{3,4}$ n'est pas compatible avec $d_{2,4}$ ---) il faut le remplacer.



Généralisation :

Etant donné un sommet de l'arborescence, examiner la candidature du premier terme de la liste des candidats. Nous aboutissons alors à 2 nouveaux sommets de l'arborescence:

- à gauche : le candidat est retenu ---) il passe dans la liste des candidats retenus
- à droite : le candidat est refoulé ---) il est remplacé dans la liste des candidats par le 1er élément de la liste ordonnée des d_{ij} non encore porté candidat et compatible avec les éléments de la liste des candidats retenus.

En chaque sommet : $F = \underbrace{\sum d_{ij}}_{\text{Candidats retenus}} + \underbrace{\sum d_{ij}}_{\text{Candidats}}$

Remarques :

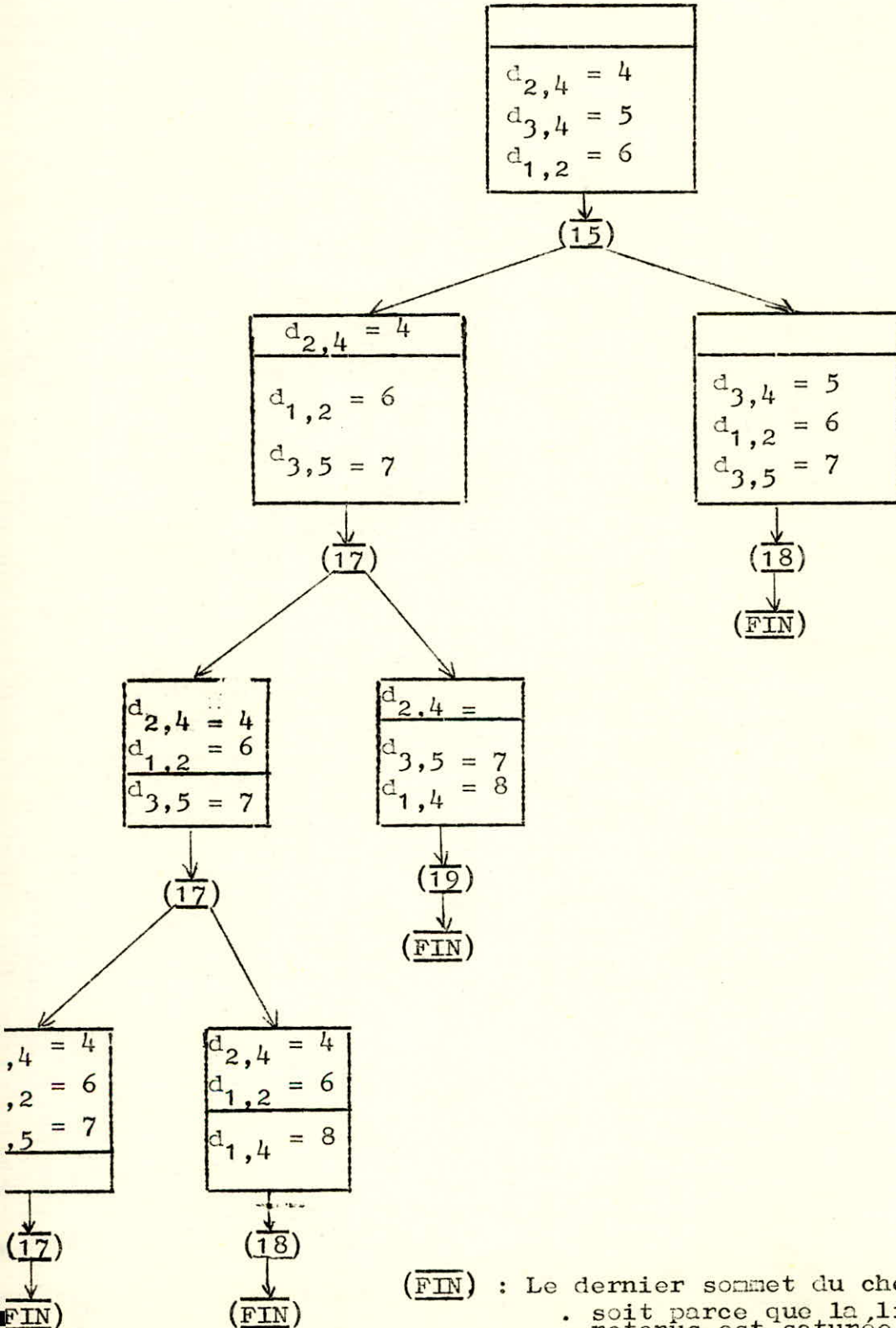
1. L'inscription des candidats dans l'ordre croissant des d_{ij} implique que la fonction d'évaluation F ne peut être que croissante ou constante le long d'un chemin de l'arborescence.

Conséquence : -Si la fonction d'évaluation F a une valeur, en un sommet A de l'arborescence, supérieure à celle d'un sommet terminal B , il est inutile de continuer l'exploration à l'aval de A .

-Il vaut mieux développer l'arborescence verticalement.

2. Une solution du problème correspond à un sommet terminal où la liste des candidats retenus comprend N termes.

Pour l'exemple traité précédemment, l'arborescence sera :



(FIN) : Le dernier sommet du chemin est terminal
• soit parce que la liste des candidats retenus est saturée
• soit parce qu'on a trouvé une solution meilleure

4. Conclusion :

1. La méthode SEP appliquée au problème d'affectation progressive des appareils de forage est d'un usage simple. Elle permet d'énumérer toutes les solutions possibles pour en choisir la meilleure. Ce qui représente un avantage assez appréciable par rapport à d'autres méthodes d'affectation que nous connaissons. En effet, celles-ci permettent de trouver une seule solution au problème et cette solution peut ne fournir qu'une affectation partielle des appareils (moins de N appareils seulement affectés) comme nous allons le montrer sur un exemple.

Soient $N=4$ appareils de forage et M puits restant à creuser.

Hypothèse : Pour appliquer la méthode dite de couplage maximal ou des croix indépendantes, il faut que $N=M$.

-) si $N > M$: Considérer $N-M$ autres puits supplémentaires fictifs
-) si $N < M$: Supposer $M-N$ puits fictifs supplémentaires.

Prenons le cas $N=M=4$.

Soit $DIST(N,N)$ la matrice des distances entre tout appareil i et tout puit j .

APP \ Puits	Puits			
	1	2	3	4
1	9	6	7	6
2	5	12	15	9
3	4	9	10	10
4	7	11	9	11

$DIST(4,4) =$

- a. Retrancher de chacun des éléments des lignes de DIST, le terme le plus petit de sa ligne.

---)

$\Delta \backslash P$	1	2	3	4
1	3	0	1	0
2	0	7	10	4
3	0	5	6	6
4	0	4	2	4

- b. Retrancher de chacun des termes des colonnes de la matrice obtenue en 1 l'élément le plus petit de sa colonne.

---)

$\Delta \backslash P$	1	2	3	4
1	3	0	0	0
2	0	7	9	4
3	0	5	5	6
4	0	4	1	4

Il apparait au moins N zéros dans la matrice.

Si ces zéros appartiennent deux à deux à des lignes et colonnes différentes, le problème d'affectation peut être résolu en appliquant la phase c de l'algorithme.

Ce n'est pas le cas dans l'exemple considéré ici. La méthode du couplage maximal ne peut pas donner dans ce cas une solution puisque seuls 2 appareils peuvent être alors affectés dans cet exemple; ce qui n'est pas le cas pour la méthode SEP.

2. La méthode, SEP est idéale dans le cas où le nombre de puits restant à creuser est au plus égal au nombre d'appareils. (Cas où $NP1=1$)

Pour $NP1 > 1$, la Branch and Bound est mieux indiquée

II. ASPECT DYNAMIQUE

1. Pourquoi ?

La répartition faite en début de période est influencée par deux facteurs :

- . Attentes :
 - les durées moyennes de forage et DTM ne sont pas respectées;
 - le nombre d'appareils en activité est diminué en cours de période (stand-by, pannes, envoi aux révisions).
- . Nouveaux achats : viennent augmenter le nombre d'appareils en activité.

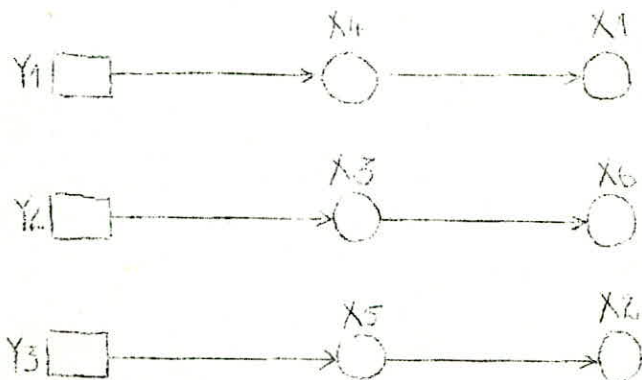
Périodiquement (exemple tous les mois), nous devons construire une SUBROUTINE, cherchant les disponibilités en appareils et le nombre de puits restant à forer.

Les raisons en sont que notre activité est fonction de :

- nombre d'appareils pouvant effectivement travailler à chaque instant;
- nombre total de puits à forer;
- nombre max de puits qu'un appareil pourrait forer pendant l'année (ou le reste de l'année);
- nombre d'appareils ayant fini, la liste qui leur est assignée (pour éviter leur immobilisation).

2. Présentation de quelques cas pratiques

a) Soit l'exemple suivant



d_i : durée de forage du puits i

t_{ij}^k : temps nécessaire pour déménager l'appareil k du puits i au puits j .

Calculons alors, à quel instant, l'appareil k sera disponible?

Soit T_D^k : ce temps

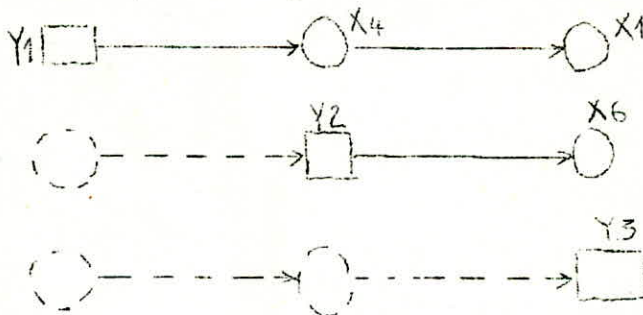
$$T_D^k = \sum_i d_i + \sum_{i,j} t_{ij}^k$$

discussion :

- si $\forall k, T_D^k < T_{FIN}$ où T_{FIN} : fin de période
et si $\forall k, T_D^k \simeq T_0 = Cte$

alors : le temps $(T_{FIN} - T_D^k)$ peut-être utilisé à des révisions générales des appareils.

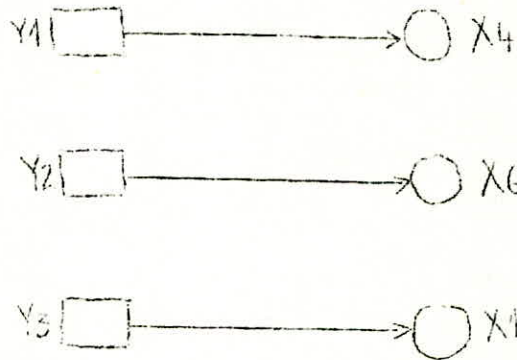
- Un appareil (ou plusieurs) ont terminé leur liste de puits à forer, alors que les autres non encore ; c'est à dire :



L'appareil $Y1$ est toujours à sa position initiale (attentes: stand-by) alors que $Y3$ est disponible.

- Construction des données : (cf. Programme AFFECT 2)

Y3 étant disponible, la nouvelle répartition se schématise comme suit par exemple :

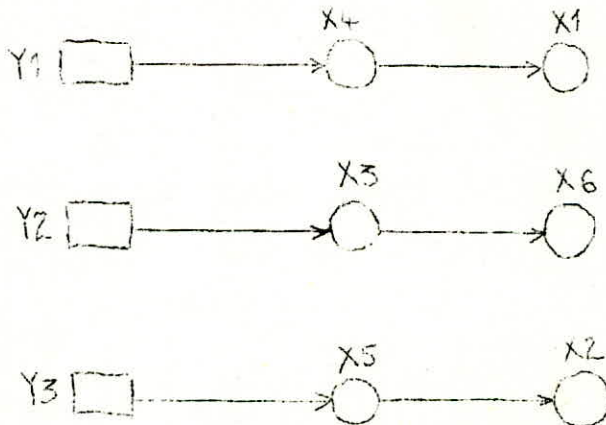


b. Un appareil est en moins : (ou plusieurs)

A la suite d'une panne, condamnant l'appareil pendant longtemps, nous réajustons notre affectation, en fonction des disponibilités, en respectant la contrainte : nombre max de puits qu'un appareil peut effectuer pendant la période (ou le reste de la période).

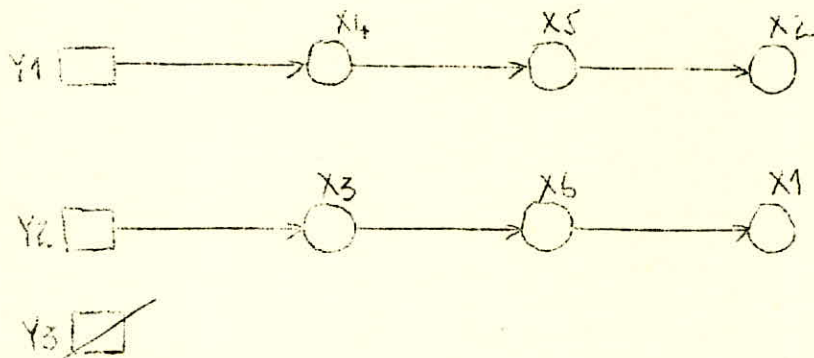
Soit la situation suivante :

Première affectation :
$$\begin{cases} NA = 3 \\ NP = 6 \end{cases}$$



Y3 tombe en panne, nous aurons :

Deuxième affectation :



c. Achat d'un appareil :

On recalcule la matrice DIST.

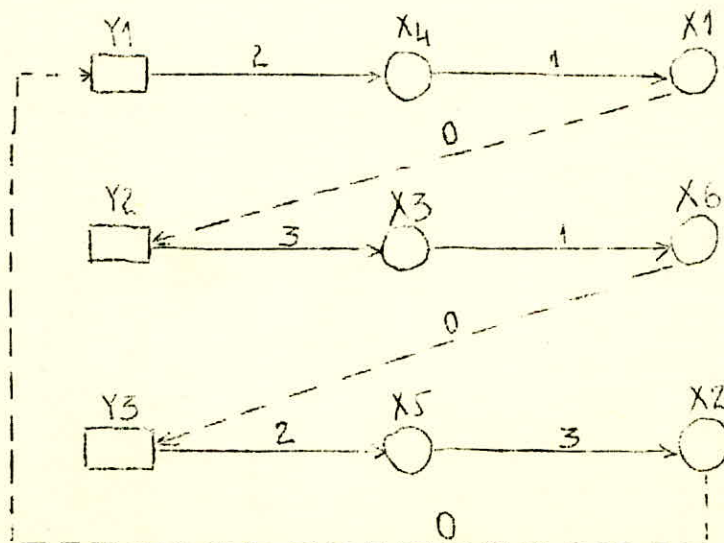
Les appareils, déjà en activité, seront dirigés systématiquement sur les puits suivants déjà prévus.

De cette manière, nous éviterons l'inactivité des appareils à même de travailler.

d. Conclusion :

La longueur des chemins obtenus par la brack. and bound est minimale.

Représentons le résultat schématiquement :



Cette répartition est idéale, si d'autres facteurs ne viennent la perturber.

C'est à dire : - arrivage d'1 (ou plusieurs) appareils
(achats, fin de stand-by)
- départ d'1 (ou plusieurs) : manque de garniture,
pannes mécaniques.

Donc, nous constatons forcément que nous devons, à chaque instant reconsidérer la situation du parc d'appareils, pour pouvoir "reguler" notre système, étant donné, la modification des données dans le temps.

NB: Dans le cas où le nombre de puits n'est pas 1 multiple du nombre d'appareils, et tout en respectant la contrainte du "max puits", nous établissons, pour le surplus, des listes dont les appareils seront dits "fictifs".

Les appareils fictifs dont : - ceux sortant d'un atelier de réparation

- ceux qui seraient achetés.

Leur position initiale sera, par exemple, le magasin central de Hassi-Messaoud.

) FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME :

À tout instant on peut résumer la situation au centre transport de la manière suivante :

- J'équipes DTM ou stations sont occupées (dans des opérations DTM) donc en service. Il en reste donc au centre $S - j$ Stations disponibles.

- N appels DTM ont été reçus : deux éventualités possibles :

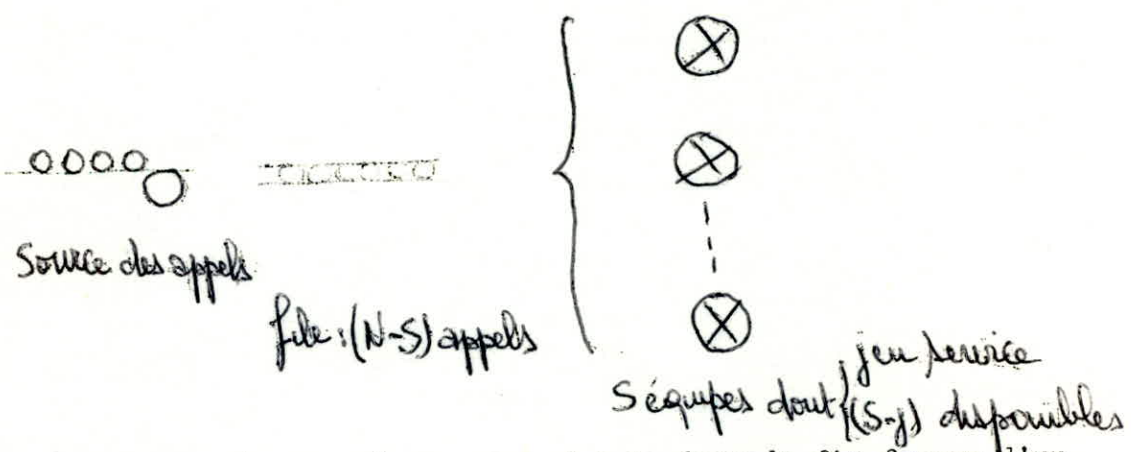
* $N \leq S - j$: tous les appels seront satisfaits

* $N > S - j$: On affectera les équipes disponibles aux appels dès l'ordre d'arrivée.

Les autres devront attendre qu'il y ait d'autre disponibilités.

On dit qu'il y a formation d'un file d'attente .

On peut illustrer cette situation par le schéma suivant :



Etant donné qu'un appel correspond à la date de fin forage d'un puits, date que l'on ne peut pas connaître à l'avance du fait des complications imprévisibles pouvant survenir pendant les opérations de sondage, il est normal de considérer que les appels parviennent au centre transport de manière aléatoire donc suivant une loi de probabilité qu'il est utile de connaître.

De plus les durées de service donc des opérations DTM, sont aussi aléatoires car on ne peut jamais prévoir quand est ce qu'une équipe affectée réintégrera le centre.

Il s'agit donc de déterminer, les lois de probabilités des arrivées des appels au centre et des durées de service.

1) Approche Statistique :

a) Loi des arrivées des appels : Soit une suite d'évènements identiques E (appels) se succédant dans le temps et N le nombre d'appels pouvant arriver au centre dans un intervalle de temps t.

La probabilité que pendant l'intervalle de temps t se produisent N = n évènements sera notée $p_n(t)$.

Posons certaines hypothèses :

1) La probabilité $P_n(t)$ ne dépend que de l'intervalle de temps t.

En effet si la probabilité que 5 appels par exemple parviennent au centre entre le 1er - 10 Janvier est de 0,15, elle sera la même entre le 20 et le 30 Janvier ou le 10 et le 20 Mars.

N.B : On supposera qu'il n'y a aucune priorité particulière quant aux appels.

$P_n(0) = 0$ (4) d'après hypothèse 3 et raison invoquée pour la condition précédente.

(3) et (2) $\rightarrow p_0(t) = e^{-\lambda t}$;

Système à résoudre $\begin{cases} (1) p'_n(t) = -\lambda(p_n(t) - p_{n-1}(t)) \\ (2) p'_0(t) = -\lambda p_0(t) \end{cases}$

Utilisons la transformation de Laplace :

Posons : $g(s) = s \int_0^{\infty} e^{-st} h(t) dt = \mathcal{L}h(t)$ avec $\begin{cases} h(t) = 0 \forall t < 0 \\ \text{l'intégrale est uni-} \\ \text{formément convergente.} \end{cases}$

$P_n(S) = \mathcal{L}p_n(t)$ pour $n = 0, 1, 2, \dots$

Propriétés de la transformation de Laplace :

(1) $\mathcal{L}h(t) = g(S) \rightarrow \mathcal{L}(e^{-at}h(t)) = \frac{S}{S+a} g(S+a)$

$\mathcal{L}p_0(t) = \mathcal{L}e^{-\lambda t}h(t)$ avec $h(t) = 1 = \text{cte}$
 $= \frac{S}{S+\lambda} g(S+\lambda)$ (2) $\mathcal{L}f(t) = 1$ si $\begin{cases} f(t) = 0 \text{ pour } t < 0 \\ f(t) = 1 \text{ pour } t \geq 0 \end{cases}$

$\rightarrow p_0(S) = \frac{S}{S+\lambda}$

(3) $\mathcal{L}p'_n(t) = S P_n(S) - S p_n(0) = S P_n(S)$ puisque par hypothèse $p_n(0) = 0$
 $= S \int_0^{\infty} e^{-st} [-\lambda(p_n(t) - p_{n-1}(t))] dt$
 $= -\lambda S \int_0^{\infty} e^{-st} p_n(t) dt + \lambda S \int_0^{\infty} e^{-st} p_{n-1}(t) dt$
 $= -\lambda \mathcal{L}p_n(t) + \lambda \mathcal{L}p_{n-1}(t) = -\lambda P_n(S) + \lambda P_{n-1}(S)$
 $\rightarrow S P_n(S) = -\lambda P_n(S) + \lambda P_{n-1}(S) \rightarrow P_n(S) = \frac{\lambda}{\lambda + S} P_{n-1}(S)$

$P_0(S) = \frac{S}{\lambda + S}$

$P_1(S) = \frac{\lambda S}{(\lambda + S)^2}$

$P_2(S) = \frac{\lambda^2 S}{(\lambda + S)^3}$

$P_n(S) = \frac{\lambda^n S}{(\lambda + S)^{n+1}}$

$p_n(t) = \mathcal{L}^{-1} P_n(S) = \mathcal{L}^{-1} \frac{\lambda^n S}{(\lambda + S)^{n+1}} = \frac{\lambda^n}{n!} \int_0^{\infty} e^{-st} S^n dt$
 $= \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$ $n = 0, 1, 2, \dots$ (voir table des transformées de Laplace)

On reconnaît là la distribution de Poisson de loi de probabilité $P_n(a) = \frac{a^n e^{-a}}{n!}$ de moyenne

b) Loi des intervalles de service : Nous supposons que les intervalles durées de service suivent une loi Exponentielle, cas très fréquent en pratique. Cette loi, nous ne la démontrerons pas mais nous la vérifions simplement par un test du χ^2 dans le cas concret que nous étudierons plus loin.

c) Rappels sur le test du χ^2 :

Comme nous utiliserons ce test pour vérifier dans le cas concret les lois dont nous avons parlé précédemment il est bon de rappeler comment on utilise ce test.

Le critère du χ^2 est un test global portant sur un ensemble de fréquences observées et un autre ensemble de fréquences théoriques calculés à partir de l'hypothèse qu'il s'agit de tester

On calcule une valeur $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(c_i - e_i)^2}{e_i}$ où c_i = fréquence observée
 e_i = " théorique correspondante.
 n = nombre de fréquences étudié

On se fixe un seuil de signification pour l'hypothèse observée.

Exemple : 10 %

On détermine alors le nombre ν de fréquences indépendantes ou de degrés de liberté

$\nu = n - 1 - h$ n = nombre de fréquences étudié
 h = nombre de paramètres de la loi théorique que l'on a estimé à partir des observations.

Avec la valeur χ^2 trouvée et ν , on cherche sur une table du χ^2 la probabilité correspondante. Si celle-ci est supérieure à 90 % on considère que l'hypothèse de la loi théorique est vérifiée, sinon on rejette cette hypothèse.

2) METHODOLOGIE :

a) une file, plusieurs stations et un nombre illimité d'appels ;

Au centre transport on dispose de S équipes DTM ou stations.
Lorsqu'un appel arrive au centre on peut

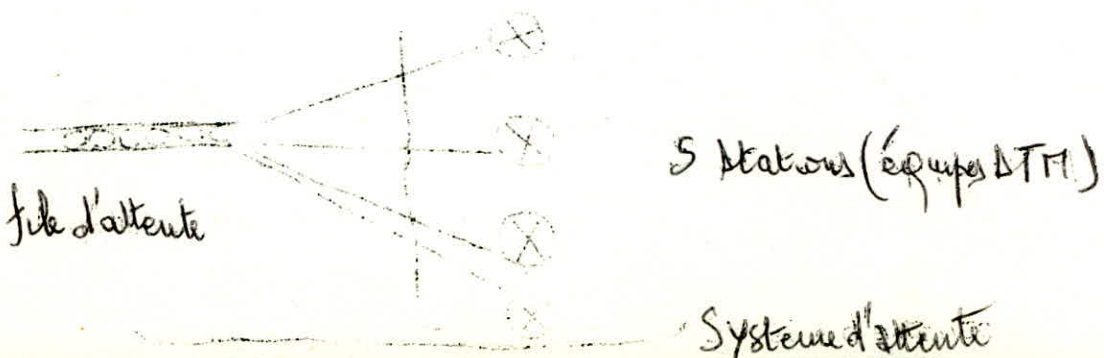
- soit le servir si les S stations ne sont pas toutes occupées
 - soit le faire attendre si toutes les stations sont occupées.
- Il se forme dans ce cas une file dite d'attente.

L'ensemble formé par la file et les S stations constitue le système d'attente dont l'effectif n comprend :

- S éléments en service
- n-S éléments en attente dans la file

Définissons certains paramètres :

- S = effectif du centre transport en équipes DTM
- n = nombre d'appels dans le système
- j = nombre d'appels satisfaits
- n-S = v = nombre d'appels en attente (seulement quand n > S)



Supposons que les arrivées des appels au centre transport se font suivant une loi de Poisson de paramètre λ = taux moyen des arrivées et que les durées de service sont distribuées suivant une loi exponentielle de paramètre μ = taux moyen du service

$$\psi = \frac{\lambda}{\mu} = \text{intensité de trafic par station}$$

on s'imposera : $\frac{\lambda}{S\mu} < 1$ c'est à dire : $\psi < S$ sinon la file deviendrait infinie.

Posons l'hypothèse que le taux de service est proportionnel au nombre d'appels ou d'unités contenues dans le système et que le taux des arrivées est constant par rapport au nombre d'éléments dans le système

$$** \begin{cases} \lambda_n = \lambda = c\lambda \\ \mu_n = n\mu & n \leq S \\ \mu_n = S\mu & n \geq S \end{cases}$$

Calculons $P_n(t + \Delta t)$ la probabilité qu'il y ait n unités ($n > 0$) dans le système au temps $(t + \Delta t)$

4 éventualités sont possibles :

1) Il peut y avoir n appels dans le système dans l'intervalle t , zéro arrivée d'appel et zéro fin de service dans l'intervalle Δt .

La probabilité de cette éventualité est : $P_n(t) (1 - \lambda \Delta t) (1 - n\mu \Delta t) = p(e_1)$

2) Il peut y avoir $(n + 1)$ appels dans le système dans l'intervalle, aucune arrivée mais une fin de service dans l'intervalle Δt

---> probabilité = $P_{n+1}(t) (1 - \lambda \Delta t) (n+1)\mu \Delta t = p(e_2)$

3) Il peut y avoir aussi $(n-1)$ appels dans le système durant l'intervalle t , une arrivée et aucune fin de service pendant Δt

---> probabilité = $P_{n-1}(t) (1 - (n-1)\mu \Delta t) \lambda \Delta t = p(e_3)$

4) Dernière possibilité : n appels dans le système pendant t , une arrivée et une fin de service pendant Δt

---> probabilité = $P_n(t) \lambda \Delta t - n\mu \Delta t = p(e_4)$

Théorème des probabilités totales ---> $P_n(t + \Delta t) = \sum_{i=1}^4 p(e_i)$

$$P_n(t + \Delta t) = P_n(t) [(1 - \lambda \Delta t)(1 - n\mu \Delta t) + \lambda \Delta t n\mu \Delta t] + P_{n+1}(t) (1 - \lambda \Delta t) (n+1)\mu \Delta t + P_{n-1}(t) (1 - (n-1)\mu \Delta t) \lambda \Delta t$$

$$P_n(t + \Delta t) - P_n(t) = P_n(t) [-\lambda - n\mu + 2n\lambda\mu \Delta t]$$

Faisons tendre Δt vers zéro :

$$P_n'(t) = \frac{d}{dt} P_n(t) = -P_n(t) [\lambda + n\mu]$$

$$+ [P_{n+1}(t) (1 - \lambda \Delta t) (n+1)\mu - P_{n-1}(t) (1 - (n-1)\mu \Delta t) \lambda]$$

$$P_{n+1}(t) (n+1)\mu + P_{n-1}(t) \lambda$$

En appliquant l'hypothèse ** on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} p_0(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) & n=0 \\ \frac{d}{dt} p_n(t) = -(\lambda + n\mu) p_n(t) + (n+1)\mu p_{n+1}(t) + \lambda p_{n-1}(t) & n < S \\ \frac{d}{dt} p_n(t) = -(\lambda + S\mu) p_n(t) + S\mu p_{n+1}(t) + \lambda p_{n-1}(t) & n \geq S \end{cases}$$

De ce système on tire :

$$p_1 = \psi p_0 \quad (1)$$

$$p_n = p_0 \frac{\psi^n}{n!} \quad (2) \quad n < S$$

$$p_n = p_0 \frac{\psi^n}{S! S^{n-S}} \quad (3) \quad n \geq S$$

Calculons p_0 .

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1 = p_0 \left[1 + \frac{\psi}{1} + \frac{\psi^2}{2!} + \dots + \frac{\psi^{S-1}}{(S-1)!} + \frac{\psi^S}{S!} \left[1 + \frac{\psi}{S} + \dots + \frac{\psi^{n-S}}{S^{n-S}} + \dots \right] \right]$$

A est une série de progression géométrique de raison $\frac{\psi}{S} < 1$ (hypothèse $\psi < S$)

$$\rightarrow A = \frac{1}{1 - \psi/S}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1 = p_0 \left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\psi^n}{n!} + \frac{\psi^S}{S!} (1 - \psi/S)^{-1} \right]$$

$$\rightarrow p_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\psi^n}{n!} + \frac{\psi^S}{S!} \cdot \frac{1}{1 - \psi/S}}$$

Calculons la probabilité d'une attente quelconque d'un appel dans la file

$$P(>0) = P(n \geq S) = \sum_{n=S}^{\infty} p_n$$

$$p_n \text{ sera donné par (6)} \rightarrow P(>0) = p_0 \frac{\psi^S}{S!} \sum_{n=S}^{\infty} \frac{\psi^n}{S^n} = p_0 \frac{\psi^S}{S!} \frac{\psi^S}{S^S} \left[1 + \frac{\psi}{S} + \frac{\psi^2}{S^2} + \dots \right]$$

pour les mêmes raisons que A, B = $\frac{1}{1 - \psi/S}$

$$\rightarrow P(>0) = p_0 \frac{\psi^S}{S! (1 - \psi/S)} \quad (7)$$

Erlang a construit un abaque de $P(>0)$ exprimée par (7) dans laquelle p_0 a été remplacée par son expression calculée ci-dessus. Il est aussi intéressant de connaître le temps moyen d'attente que doit subir un appel parvenant au centre.

$$\bar{E}_f = \text{temps moyen d'attente dans la file} = \frac{\text{nombre moyen } \sqrt{\text{d'éléments dans file}}}{\text{taux moyen } \lambda \text{ d'arrivée des appels}}$$

$$\bar{V} = \sum_{n=S+1}^{\infty} (n-S) p_n = p_0 \frac{\psi^S}{S!} \left[1 \cdot \frac{\psi^{S+1}}{S^{S+1}} + 2 \cdot \frac{\psi^{S+2}}{S^{S+2}} + \dots \right] = p_0 \frac{\psi^S}{S!} \cdot C$$

$$C = \frac{\psi^{s+1}}{s^{s+1}} \left[1 + 2 \frac{\psi}{s} + 3 \frac{\psi^2}{s^2} + \dots \right] = \frac{\psi^{s+1}}{s^{s+1}} D$$

$$1 + \frac{\psi}{s} + \frac{\psi^2}{s^2} + \dots + \frac{\psi^m}{s^m} + \dots = \frac{1}{1-\psi/s} \quad \text{quand } m \rightarrow +\infty$$

$$\frac{\psi}{s} + \frac{\psi^2}{s^2} + \dots + \frac{\psi^m}{s^m} + \dots = \frac{1}{1-\psi/s} \cdot \frac{\psi}{s} \quad \text{quand } m \rightarrow +\infty$$

$$\frac{\psi^2}{s^2} + \dots + \frac{\psi^m}{s^m} + \dots = \frac{1}{1-\psi/s} \cdot \frac{\psi^2}{s^2} \quad \text{quand } m \rightarrow +\infty$$

$$D = 1 + 2 \frac{\psi}{s} + 3 \frac{\psi^2}{s^2} + \dots + (m+1) \frac{\psi^m}{s^m} + \dots = \frac{1}{1-\psi/s} \left[1 + \frac{\psi}{s} + \frac{\psi^2}{s^2} + \dots \right]$$

$$= \left(\frac{1}{1-\psi/s} \right)^2$$

$$\rightarrow \bar{V} = p_0 \frac{s^s}{s!} \cdot \frac{\psi^{s+1}}{s^{s+1}} \cdot \frac{1}{(1-\psi/s)^2} = p_0 \frac{\psi^{s+1}}{s! (1-\psi/s)^2}$$

$$\bar{t}_f = \frac{\bar{V}}{\lambda} = p_0 \frac{\psi^{s+1}}{\lambda s! (1-\psi/s)^2} = p_0 \frac{\psi^s}{\mu s! (1-\psi/s)^2} \quad (6)$$

Erlang a dressé aussi un abaque de $\mu \bar{t}_f$ à partir de l'expression (6) dans laquelle il a remplacé p_0 par son expression calculée précédemment.

b) Une file, plusieurs stations et nombre limité de clients

Soient m le nombre de clients (appels) et S le nombre de stations (équipes DTM) $m > S$

En régime transitoire les équations d'état des phénomènes d'attente s'écrivent :

$$(1) \begin{cases} \frac{d}{dt} p_0(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \\ \frac{d}{dt} p_n(t) = \lambda p_{n-1}(t) - (d + \mu) p_n(t) + \mu p_{n+1}(t) \quad n > 0 \end{cases}$$

hypothèses : $n = 0 \begin{cases} \lambda_n = m\lambda \\ \mu_n = \mu \end{cases} \quad 1 \leq n < S \begin{cases} \lambda_n = (m-n)\lambda \\ \mu_n = n\mu \end{cases} \quad S \leq n \leq m \begin{cases} \lambda_n = (m-n)\lambda \\ \mu_n = S\mu \end{cases}$

(1) devient alors :

$$(1)' \begin{cases} \frac{d}{dt} p_0(t) = -m\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) & n=0 \\ \frac{d}{dt} p_n(t) = (m-n+1)\lambda p_{n-1}(t) - [(m-n)\lambda + n\mu] p_n(t) + (n+1)\mu p_{n+1}(t) & 1 \leq n < S \\ \frac{d}{dt} p_n(t) = S\mu p_{n+1}(t) - [(m-n)\lambda + S\mu] p_n(t) + (m-n+1)\lambda p_{n-1}(t) & S \leq n \leq m \end{cases}$$

Supposons que le phénomène atteint son régime permanent $p_n(t) = p_n = cte$

$\rightarrow m \lambda p_0 = \mu p_1 \quad n=0$

(1)''
$$\begin{cases} (m-n)\lambda + n\mu \quad p_n = (m-n+1)\lambda p_{n-1} + (n+1)\mu p_{n+1} & 1 \leq n < S \\ (m-n)\lambda + S\mu \quad p_n = (m-n+1)\lambda p_{n-1} + S \mu p_{n+1} & S \leq n < m \\ (S+1)\mu p_m = \lambda p_{m-1} & n=m \end{cases}$$

En procédant comme dans le cas du système d'attente à nombre illimité de clients on tire de (1)'' :

$p_1 = m \frac{\lambda}{\mu} p_0 = m \psi p_0$
 $p_n = \frac{m-n+1}{n} \psi p_{n-1} \quad 0 \leq n < S \quad \rightarrow p_n = C_m^n \psi^n p_0$
 $p_n = \frac{m-n+1}{S} \psi p_{n-1} \quad S \leq n < m \quad \rightarrow p_n = C_m^n \frac{n!}{S! S^{n-S}} \psi^n p_0$

Posons $\alpha_n = \frac{p_n}{p_0}$
 $\alpha_0 = 1$
 $\alpha_n = \frac{m-n+1}{n} \psi \alpha_{n-1} \quad 1 \leq n < S$
 $\alpha_n = \frac{m-n+1}{S} \psi \alpha_{n-1} \quad S \leq n < m$

$p_0 = 1 - \sum_{n=1}^m p_n \rightarrow 1 = \frac{1}{p_0} - \sum_{n=1}^m \frac{p_n}{p_0} = \frac{1}{p_0} - \sum_{n=1}^m \alpha_n \rightarrow p_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^m \alpha_n}$

La démonstration de 5 et 6 se fait par récurrence.

(1) $\rightarrow \lambda p_0 = \mu p_1 \rightarrow p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0 = \psi p_0 \rightarrow (5)$ est donc vérifiée pour $n=1$

Supposons que (5) est vérifiée, $\forall (n-1) < S$ Montrons qu'elle l'est aussi pour toute valeur $n = (n-1)+1 < S$

(2) $\rightarrow p_n = \frac{\lambda + (n-1)\mu}{n\mu} p_{n-1} - \frac{\lambda}{n\mu} p_{n-2}$
 $= \left(\frac{\psi}{n} + \frac{n-1}{n} \right) \frac{\psi^{n-1}}{(n-1)!} p_0 - \frac{\psi}{n} \frac{\psi^{n-2}}{(n-2)!} p_0$
 $= \frac{\psi^n}{n!} p_0 + \frac{\psi^{n-1}}{n(n-2)} p_0 - \frac{\psi^{n-1}}{n(n-2)!} p_0 = \frac{\psi^n}{n!} p_0$

En procédant de la même manière à partir de (3), on arrivera aussi à montrer la relation (6)

$$\rightarrow \begin{cases} p_n = \psi^n p_0 & n=0 \\ p_n = \frac{\psi^n}{n!} p_0 & 1 \leq n < S \\ p_n = \frac{\psi^n}{S! S^{n-S}} p_0 & S \leq n \end{cases}$$

Présentation des abaques d'Erlang :

À partir des formules théoriques qu'il a établi et en utilisant l'échelle Log Log, il a construit des abaques.

Ex : cas : nb moyen de camions

- (en abscisse : ψ : Intensité de trafic
- (ordonnée : $P(>0)$

Connaissant ψ , on peut aisément évaluer $P(>0)$ pour les valeurs de S -

- nb limité de clients : les calculs sont considérables - Résultats, programmés dépasseront dans la mémoire. Par contre illimité - méthode simple et pratique. On supposera le nombre d'appareils augmenté.

* Calculons $P(>0)$ = probabilité d'une attente quelconque.

Il y a attente quand $n \geq S \rightarrow P(>0) = \sum_{n=S}^m p_n = 1 - \sum_{n=0}^{S-1} p_n$

$$\bar{V} = \sum_{n=0}^m (n-s)p_n = \frac{S^S p_0}{S!} \sum_{n=S+1}^m \frac{(n-s)n!}{S^n} C_m^n \psi^n$$

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^m np_n = \sum_{n=0}^S np_n + \sum_{n=S+1}^m np_n$$

$$\bar{t}_f = \frac{\bar{V}}{\lambda(m-\bar{n})}$$

d) Cadre d'utilisation des méthodes décrites :

Soit un système A dispensateur d'un service.

Il est utile de se prémunir contre le risque d'apparition d'une attente ou perte de temps pouvant entraîner des coûts élevés ou une perte de clients. Pour cela il faut que le système A dispose d'un effectif en stations qui garantisse de ce risque.

Deux démarches sont possibles pour déterminer le nombre S de stations en utilisant l'une quelconque des méthodes décrites précédemment.

1) On désire que la probabilité d'une attente qq ne dépasse pas un certain seuil :

$$\left. \begin{array}{l} P(>0) \leq \epsilon \\ P(>0) = f(S) \end{array} \right\} \rightarrow S$$

2) Soient : C_1 = coût d'une unité de temps d'un client et C_2 celui d'une unité de temps d'une station avec C_1 et C_2 constants

$$\bar{V} = \sum_{n=S+1}^m (n-s)p_n = \text{nombre moyen de clients en attente (m peut être infini)}$$

$$\bar{e} = \sum_{n=0}^S (s-n)p_n = \text{nombre moyen de stations innocupées}$$

$$\rightarrow \text{Coût global par unité de temps} = \chi(s) = C_1 \sum_{n=S+1}^m (n-s)p_n + C_2 \sum_{n=0}^S (s-n)p_n$$

Il s'agit de trouver S tel que $\chi(S)$ soit minimum.

Remarque : C_1 et C_2 étant souvent difficiles à connaître précisément, on se sent rarement de cette deuxième démarche.

C - Procédés de simulation :

- Différents procédés)
- les présenter)

Les phénomènes d'attente peuvent être étudiés par des méthodes de simulation dont les 3 principales sont :

- Méthode de simulation indirecte (méthode de Monté-Carlo)
- Méthode de simulation directe.

Ces 2 méthodes exigeant souvent l'emploi d'un ordinateur électronique.

- L'utilisation d'un appareil spécial de simulation c'est à dire un appareil dont la conception repose sur un modèle mathématique déterminé, permet de reconstituer physiquement un phénomène d'organisation.

- Méthode de Monté-Carlo
(simulation sur un échantillon artificiel)

Cette méthode sera présentée sur un exemple. Il s'agit de rechercher le nombre optimal de camions de livraison de colis.

x Position du problème :

Chaque jour des colis arrivent à point de chargement. Le chargement se fait sur des camions.

Comment satisfaire dans les délais, la clientèle ?

x Analyse : 2 situations

- Mettre en oeuvre un nombre suffisant de camions : gaspillage élevé de moyens.
- Choisir un nombre faible : perte clientèle

Formulation :

- soient la combinaison de deux politiques :
(P1, P2) : P1 -- politique des coûts de camions en opération : C1
 P2 -- politique des coûts résultant d'un retard de livraison : C2

Problème : on cherche min (C1, C2).

- Simulation sur un échantillon artificiel.

Des tables de nombres au tirés au hasard sont obtenues à l'aide d'un ordinateur électronique.

L'Etude statistique a montré que ces nombres suivent une loi de Gauss :

$$\begin{aligned}
 & x \sim N(\mu, \sigma^2) \\
 & x \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow N(0, 1) \\
 & \mu \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

Nous obtiendrons ainsi une table des écarts aléatoires normalisés c'est à dire à tout nombre au hasard, on fait correspondre un écart normalisé.

Utilisation de 2 tables :

On choisit d'une manière arbitraire, deux lots de valeurs dans la table des écarts normalisés.

- 1 lot -- calcul des arrivées des colis (tableau)
- l'autre -- calcul des chargements (plusieurs tables)

(on connaît la capacité des camions) (m = moyenne
(σ = écart -type

. On établit les différents tableaux représentant les chargements possibles, selon le nombre de camions (à ce dernier seront assignés de différentes valeurs).

En regroupant les différents tableaux : on prendra $\text{Min}(C_1, C_2)$
Ainsi on déterminera \hat{n} = nombre optimal de camions.

-- Inconvénients

X Les calculs sont considérables et surtout si l'on veut cerner de près la réalité. (utilisation d'un calculateur électronique, coûts)

X Dans notre étude : - fastidieux de travailler sur les coûts
- on ne met pas en relief, le risque d'attente
(de la mesure où ce qui nous intéresse le plus sont les temps de réponse)

- SIMULATION DIRECTE -

Sur données réelles.

On mesure les intervalles des entrées (ou de service). Grossièrement, on calcule les temps moyens d'attente.

Imprécision -

- Echantillonnage artificiel -
des entrées (ou de service)

Objet : A partir d'histogrammes (mesures statistiques) et la table des nombres ou hasard on établit un tableau des fréquences fonction d'intervalles - des arrivées.

Cette méthode nous renseigne sur le rythme des entrées.

EMPLOI DUN APPAREIL DE SIMULATION QUELUIAC

Conçu par l'Université de JOHNS HOPKINS (U.S.A.).

Intérêt :- permet d'étudier des phénomènes d'attente très complexes (formant des réseaux ou les systèmes sont en parallèles ou en cascade) (chaîne de fabrication.)
- Les distributions des entrées ou de service sont quelconques.

Principe : Basé sur un modèle math construit à partir de la méthode de simulation de Monté-Carlo.

Conclusion: Le Queiuc permet de simuler des phénomènes d'attente qui échappent encore à l'analyse, en particulier de procéder à l'étude des régimes transitoires.

D. : DTM : RESULTATS (CAS CONCRET) .

Nous nous proposons de déterminer l'effectif en moyens DTM dont il faut disposer pour s'assurer d'un risque minimal d'apparition d'une filxe d'attente au centre de transport. Pour cela nous nous baserons sur les résultats statistiques de 1974 pour vérifier les hypothèses de loi de Poisson des arrivées des appels et de loi exponentielle des intervalles de service.

Nous avons admis que les appels se font exactement en fin de forage et que la durée de service correspond à l'intervalle de temps qui s'écoule depuis le départ du centre d'une équipe jusqu'à son retour à ce même centre.

1) Vérification de la loi des arrivées des appels :

Les hypothèses propres à un processus Poissonien sont vérifiées entièrement dans le cas qui nous intéresse. En effet :

- la probabilité que n appels arrivent au centre pendant en intervalle de temps τ ne dépend que de τ
- le nombre d'appels arrivé au centre dans l'intervalle τ est indépendant de celui de tout autre intervalle antérieure à τ
- la probabilité qu'un appel arrive dans un intervalle dt petit est λdt si λ est le taux moyen des arrivées.
- il est très rare que 2 appels arrivent au centre exactement à la même date.

Nous nous contenterons donc ici de vérifier la loi de Poisson sur les statistiques DTM se rapportant à l'année 1974 à l'aide d'un test du χ^2

A partir du tableau 1, nous relevons les nombres d'arrivées (appels reçus) pendant un intervalle de temps tel que le processus Poissonien soit stabilisé c'est à dire que

$$P_n(t) = P_n = c \frac{t^n}{n!} \lambda^n$$

Soit 20 jours cet intervalle de temps. Pour cet intervalle nous avons relevé un nombre d'arrivées variant entre 2 et 13 donc 12 valeurs.

Pour le test du χ^2 , nous aurons un degré de liberté égal à 12 - 1 = 10 puisque c'est à partir des statistiques du tableau 1 que nous avons estimé la moyenne de la loi de Poisson.

Pour obtenir la fréquence théorique il faut multiplier par 20 la probabilité donnée par la loi de Poisson.

Nous avons ainsi obtenu : $\chi^2 = 3,72$

La table du χ^2 nous donne alors une probabilité de :

$$\frac{3,72 - 2,55}{x - 0,99} = \frac{3,94 - 3,72}{0,95 - x}$$

→ $x = 2,96$

TABLEAU 1 : DATES DES APPELS - (STATISTIQUES 1974)

	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN	JUIL	AOUT	SEPT	OCT	NOV	DECEM
HYDROCARBURE	24	5	14	29	4	24	27	13	4	20	15	10
	5	17	20	9	8	5	28	29	3	7	28	24
	26	19	1er	13	31	29	12	5	20	2	8	27
	18	15	16	17	30	16		2	12	29	5	19
	21	17	20	15	21	29		11	4	7	23	26
	7	13	20	9	2	19			27	7	30	27
	26	18	20		15	20			17	12		5
	12	11	12			9			28			
		16	7									
		15	11									
HYDRAULIQUE		7	9	8	2	20	18	12	15	19	15	25
		14		19	4	16	26	8	28	26	24	25
		10		24	28	22			26	7	7	10
		15		28	16				3	17	15	14
				6	19				8	7		11
WORK OVER		2		20	31	26		22	20	15	27	
		19		1er				15			23	
				12				9				
TOTAUX	8	16	11	19	15	12	5	10	14	13	12	147

TABLEAU 2. - Vérification de la loi de Poisson.

Nombre d'arrivées /20j.	Probabilité P ()	Fréquence Théorique e _i	Fréquence observée o _i	(e _i - o _i) ²	($\frac{e_i - o_i}{e_i}$) ²
2	0,015	0,3	1	0,49	1,63
3	0,038	0,7	0	0,49	0,70
4	0,072	1,4	1	0,16	0,11
5	0,109	2,1	2	0,01	0,00
6	0,136	2,7	2	0,49	0,18
7	0,146	2,9	3	0,01	0,00
8	0,137	2,7	3	0,09	0,03
9	0,114	2,2	2	0,04	0,01
10	0,085	1,7	2	0,09	0,03
11	0,058	1,1	1	0,01	0,01
12	0,036	0,7	1	0,09	0,12
13	0,021	0,4	1	0,36	0,90

$$\lambda = \text{Nombre total d'appels} = \frac{147}{19} \approx 7,5$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(e_i - o_i)^2}{e_i} = 3,72$$

$$x = \frac{1,17 \times 0,95 + 0,22 \times 0,99}{1,17 + 0,22} = 0,96$$

L'hypothèse d'une loi de Poisson pour les arrivées des appels au centre est donc très acceptable.

2) Vérification de la loi des intervalles de service.

Dans le tableau 3 nous avons relevé les durées de tous les DTM auxquels on a procédé en 1974.

Nous choisissons un intervalle de temps égal à 15 jours pour nous situer dans le cas d'un phénomène permanent comme pour le processus de Poisson déjà vérifié.

Nous relevons les durées de service entre 0 et 15 jours 16 et 30, 31 et 45, 46 et 60, 61 et 75, 76 et 90, 91 et 105, 105 et 120, 121 et 135 et au delà de 135.

Nous cumulons ces fréquences comme indiquée sur le tableau 4 pour comparer avec la fonction $y = 147 e^{-\mu t}$

μ = taux moyen des durées de service.

Nous avons relevé 10 valeurs de fréquences. Nous prendrons donc pour le test du χ^2 un nombre de degrés de liberté égal à 8.

$$\left. \begin{array}{l} \chi^2 = 3,08 \\ \nu = \text{degré de liberté} = 8 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Probabilité} = x$$

$$\frac{3,08 - 2,73}{x - 0,95} = \frac{3,49 - 3,08}{0,90 - x} \rightarrow x = \frac{0,35 \times 0,90 + 0,41 \times 0,95}{0,35 + 0,41} = 0,93$$

Au seul $\alpha = 0,10$ l'hypothèse d'une loi exponentielle pour les durées de service est très acceptable.

TABLEAU 3 - STATISTIQUES 1974 SUR LES DUREES DE SERVICE -

8	5	19	13	19	29	10
25	44	40	9	9	42	19
23	24	31	62	25	112	24
11	48	12	47	47	23	40
13	36	3	19	20	16	21
5	52	5	3	25	42	34
11	77	2	10	33	12	38
36	140	14	61	25	15	14
30	74	23	25	50	67	7
18	18	12	48	48	39	8
19	36	5	95	21	40	12
20	12	4	110	20	62	12
14	7	32	28	16	70	40
37	31	41	29	17	38	11
13	7	24	39	23	44	14
21	29	27	15	26	27	10
24	10	46	51	66	44	12
30	16	38	35	34	12	9
17	30	20	27	49	20	31
10	91	19	9	71	34	5
4	90	13	49	25	5	8
389	877	430	784	669	793	379
						4321

TABEAU 4 - VERIFICATION DE LA LOI DES INTERVALLES DE SERVICE

t en jours	Fréquences simulées observées	Fréquences cummulées ei	e^{-t}	$147e^{-t}$	$(e_i - o_i)^2$	$\frac{(e_i - o_i)^2}{e_i}$
0	47	147	1	147	0	0
15	45	100	0,60	88	144	1,63
30	28	55	0,36	53	4	0,07
45	11	27	0,21	31	16	0,51
60	8	16	0,13	19	9	0,47
75	2	8	0,07	10	4	0,40
90	3	6	0,04	6	0	0
105	2	3	0,02	3	0	0
120	0	1	0,01	1	0	0
135	1	1	0,01	1	0	0

$$\mu = \frac{\text{Nombre total d'intervalles de service}}{\text{Durée totale des opérations DTM}} = \frac{147}{4325} = 0,034 \text{ DTM/J}$$

$$\chi^2 = 1,63 + 0,07 + 0,51 + 0,47 + 0,40 = 3,08$$

3) Choix de la méthode :

Pour déterminer l'effectif optimal en moyens DTM du centre transport pour l'année 1975 nous pouvons appliquer l'une quelconque des méthodes décrites, précédemment.

Il faut utiliser celle qui présente le minimum de défaut et qui s'adapte au mieux aux statistiques dont nous disposons.

Simulation :

Dans une méthode de simulation il faut disposer de statistiques s'étendant sur plusieurs années. En effet toute loi de probabilité converge vers la loi normale lorsqu'on l'étudie sur un échantillon de taille assez grande.

Or dans le cas qui nous intéresse nous avons vérifié les lois de Poisson et exponentielle. Il est donc inutile de les approximer par une loi normale. Il suffit de travailler sur un échantillon se rapportant à une seule année d'activité.

Phénomènes d'attente :

Plusieurs stations et nombre limité de clients :

Cette méthode donne lieu à énormément de calculs. En effet il faut d'abord se fixer une valeur de S et calculer toutes les probabilités et ce en faisant varier S de S_1 jusqu'à trouver une probabilité d'attente presque nulle. Ce qui donne lieu dans l'exemple que nous avons à traiter à :

C'est donc une méthode très lourde.

- plusieurs stations et nombre illimité de clients :

x Là nous avons une méthode d'autant plus simple qu'il suffit d'utiliser les abaques, d'Erlang pour déterminer ce que nous recherchons.

.....

n	Log n	Log(n!)	$e^{\frac{\log(n^n)}{n!}}$	$e^{\frac{\log \left[\frac{\psi^s}{s!(1-\frac{\psi}{s}) \right]}{s}}$
2	0,69	0,69	100,48	
3	1,09	1,78	377,41	
4	1,38	3,16	9320,77	
5	1,61	4,77	20537,34	
6	1,79	6,56	37797,57	
7	1,94	8,50	59874,14	
8	2,08	10,58	82454,34	
9	2,20	12,78	100709,96	
10	2,30	15,08	111301,72	
11	2,40	17,48	111301,72	
12	2,48	19,96	102744,43	
13	2,56	22,52	53103,60	
14	2,64	25,16	41772,77	
15	2,70	27,86	30946,03	
16	2,77	30,63	21375,48	
17	2,83	33,46	13904,94	
18	2,89	36,35	8518,53	
19	2,94	39,29	4964,16	
20	2,99	42,28	2751,77	
21	3,04	45,32	1450,98	3010.91
22	3,09	48,41	727,78	1450.98
23	3,13	51,54	350,72	671.82
24	3,17	54,71	162.39	
25	3,22	57,93	71.52	
26	3,25	61,18		52,46

Calcul de Pr (n > s) :

$$P(n \geq s) = \frac{\psi^s}{s!(1-\frac{\psi}{s})} + 1 + \sum_{n=1}^{s-1} \frac{\psi^n}{n!}$$

formule d'Erlang,
donne P(25),
puis 1 donne
{ s fixe

$$\left. \begin{array}{l} \psi = 11 \\ S = 26 \end{array} \right\} \rightarrow P(n \geq 26) \approx 0$$

s \ n	pr (n > s)
21	0.0037
22	0.0018
23	0.0008
26	0.00006

3. Conclusion:

→ Domaine de validité de notre étude:

Nous avons proposé une méthode statistique, permettant d'estimer le nombre optimal d'équipes DTM nécessaires à l'activité actuelle. Les résultats qu'elle donne, resteront subordonnés aux facteurs aléatoires ou non, y intervenant. Une étude complète éventuelle, de la gestion du parc de forage de SONATRACH devrait laisser, en dernier, ce chapitre.

Les abaques d'Erlang donnent S en fonction de la probabilité d'attente $P(>0)$, dont le choix relèverait du ressort de la Direction, et \bar{t}_f , temps moyen d'attente dans la file, d'une unité quelconque. Une fois $P(>0)$ fixée, le planning prévisionnel s'élaborerait non pas sur une année, mais sur $(1-P)$ année.

→ Quelques remarques:

* la méthode du nombre illimité de clients, s'adapte aux achats éventuels d'appareils.

Elle est relativement commode du fait de la simple lecture d'abaques.

* Cas d'achats d'appareils:

Il faudrait réajuster Ψ , en calculant les nombres théoriques de puits que cet (ces) appareils peut (vent) forer (en tenant compte de la date de mise en fonctionnement) et des intervalles de service (déterminés à partir des durées moyennes de DTM).

* Nous avons considéré un parc DTM unique. Dès fin service les équipes retournent au centre Transport.

TROISIEME /- ARTIE

/-ROGRAMMATION

I. PREMIERE APPROCHE

1. Sous-programme AFFECT2 :

a. But : Construction des données du S/P AFFECT1.

b. Principe : A partir des données au début de période (nombre de puits à forer, nombre d'appareils, matrice des distances) et de la situation à un instant t, on construit les matrices DIST et PUTØ.

c. Codification

ISIAP(I) : matrice indiquant l'état de l'appareil I
(0 s'il est en stand by, 1 en activité).

ISIPU(J) : indique l'état du puits J
= 0 le puits J est foré (ou bien un appareil est dessus).
= 1 - Puits non foré.

PUIT : liste des puits à forer durant la période

APP : liste des appareils

NAT : nombre d'appareil

NPT : nombre de puits

PØSI(I) : position de l'appareil I à l'instant de l'appel (c'est un puits).

PUDEB(I) : puits suivant de l'appareil I, s'il existe.

ALONG : matrice initiale des distances

DIST : matrice des distances déduite de ALONG

PUTØ : liste des appareils (I=1,NA) et des puits (I=NA+1,NT) à considérer.

d. Programme

```
DØ 100 I=1,NAT
IF(SIAP(I)-1) 101,100,101
101 PUDEB(I)=0
100 CONTINUE
K=1
DØ 105 I=1,NAT
IF(SIAP(I)-1) 105,104,105
104 PUTØ(K) = APP(I)
K1=1
IL=I
DØ 110 J=1,NPT
IF(SIPU(J)-1) 110,106,110
106 DØ 111 JL=1,NAT
IF(PUIT(J)-PUDEB(JL)) 111,110,111
111 CONTINUE
IF(PUDEB(I)) 116,117,116
117 DØ 190 IR=1,NPT
IF(PØSI(I)-PUIT(IR)) 190,191,190
191 IL=IR+NAT
GØ TØ 192
190 CONTINUE
192 DIST(K,K1)=ACØNG(IL,J)
K1=K1+1
GØ TØ 110
```

```
116 DØ 180 IT=1,NPT
      IF(PUDEB(I)-PUIT(JT)) 180,185,180
185 J1=IT
180 CØNTINUE
      IL=J1+NAT
      GØ TØ 192
110 CØNTINUE
      K=K+1
105 CØNTINUE
      DØ 150 I=1,NPT
      IF(SIPU(I)-1) 150,151,150
151 DØ 156 JL=1,NAT
      IF(PUIT(I)-PUDEB(JL)) 156,150,156
156 CØNTINUE
      PUTØ(K)=PUIT(I)
      K1=1
      DØ 160 JL=1,NPT
      IF(SIPU(JL)-1) 160,161,160
161 DØ 170 JP=1,NAT
      IF(PUIT(JL)-PUDEB(JP)) 170,160,170
170 CØNTINUE
      JS=1+NAT
      DIST(K,K1) = ALØNG(JS,JL)
      K1=K1+1
160 CØNTINUE
      K=K+1
150 CØNTINUE
      RETURN
```


2. Sous-programme AFFECT1

a. But : Répartition des puits non forés, entre les appareils disponibles.

b. Principe : Nous cherchons dans le graphe G représentatif des positions des appareils et des puits, NA chemins distincts, de NP1 puits chacun.

c. Codification :

DIST \emptyset (I,J) : matrice des distances (obtenues par AFFECT2)
I=1,NA+NP; J=1,NP.

DIST1(I,J) : matrice de travail

CHEM1(NA,NP1) : matrice représentative des NA chemins de longueur minimale.

CHEM2(NA,NP1) : matrice intermédiaire, représentative des NA chemins.

DL \emptyset 2 : longueur totale des NA chemins de CHEM2

DL \emptyset N : longueur d'un chemin

DL \emptyset M : longueur des NA chemins choisis (CHEM1)

NT : NA+NP

d. Programme :

DL \emptyset M = 2000

D \emptyset 1 \emptyset L K=1,NA

DL \emptyset 2 = 0

D \emptyset 3 IL=1,NA

D \emptyset 3JL=1,NP1

```
3 CHEM2(IL, JL)=0
  DØ 4 I=1, NT
  DØ 4 J=1, NP

4 DIST1(InJ)=DISTØ(I, J)
  DØ 30 N1=1, NA
  DLØN=0
  CALL CHEMINI(PUC, PUTO, DIST1, DLON, N1)
  DØ 15 I1=1, NP1

15 CHEM2(N1, I1)=PUC(I1)
  DLØ2=DCØ2+DLØN

30 CØNTINUE
  IF(DLOM-DLO2)40, 40, 45

45 DLØM=DLØ2
  DØ 55 I3=1, NA
  DØ 55 J3=1, NP1

55 CHEM1(I3, J3)=CHEM2(I3, J3)

40 TRANS=PUTØ(1)
  N=NA-1
  DØ 50 IØ=1, N

50 PUTØ(IØ)=PUTØ(IØ+1)
  PUTØ(NA)=TRANS
  DØ 51 J=1, NP

51 TRANS(J)=DISTØ(1, J)
  DØ 52 I=1, N
  DØ 52 J=1, NP

52 DISTØ(I, 1)=DISTØ(I+1, J)
  DØ 53 I=1, NP

53 DISTØ(NA, I)=TRAN(I)

80 CØNTINUE
  RETURN
```


3. ~~So~~Subprogramme CHEMINI

- a. But : A partir d'une entrée fixée (position d'un appareil) du Graphe G, trouver un chemin de NP1+1 sommets.
- b. Principe : Choix des puits, par extension sélective. La colonne correspondante au puits sélectionné est supprimée de la matrice des distances.

c. Codification :

DIST(N1,NP) : matrice des distances
PUI : puits non encore affectés
PUCH : puits affectés à l'appareil considéré
DISTM : valeur minimale des éléments d'une ligne de la matrice DIST.
DL : longueur du chemin obtenu
N2 : indice de l'appareil considéré comme entrée du graphe G.

d. Données : Cf. AFFECT2

e. Programme :

```
SUBROUTINE(CHEMINI(PUCH,PUI,DIST,DL,N2)  
DISTM=0  
IX=1  
PUCH(IX)=PUI(N2)  
IP1=N2
```

```
12 IP2=1
   IX=IX+1
   DISTM=DIST(IP1,IP2)
   K=IP2-NA
   DØ 10 IP2=2,NP
   IF(IP1-K)25,10,25

25 IF(DISTM-DIST(IP1,IP2))10,10,7

7  DISTM=DIST(IP1,IP2)
   K=IP2+NA

10 CØNTINUE
   PUCH(IX)=PUI(K)
   DL=DL+DISTM
   K1=K-NA
   DØ 11 IT=1,NT

11 DIST(IT,K1)=2000
   IP1=K
   IF(IX-NP1)12,13,13

13 CØNTINUE
   RETURN
```

4. Conditions d'utilisations

a. Début de la période :

On enregistre la liste de tous les puits à forer (matrice PUI(I), I=1, NP), ainsi que la liste des appareils de la classe correspondante (matrice APP(I), I=1, NA).

La matrice DIST(I, J) (I=1, NA+NA, J=1, NP) indique les distances entre les différents puits.

b. L'appel : Il peut se faire à n'importe quel instant de la période. Mais il est conseillé de ne le faire que s'il y a un changement de situation par rapport à l'appel précédent (un appareil en plus ou en moins).

c. Données :

ISIPU(NP)

SIAP(NA)

PUDEB(NA)

POSI(NA)

d. Programme général :

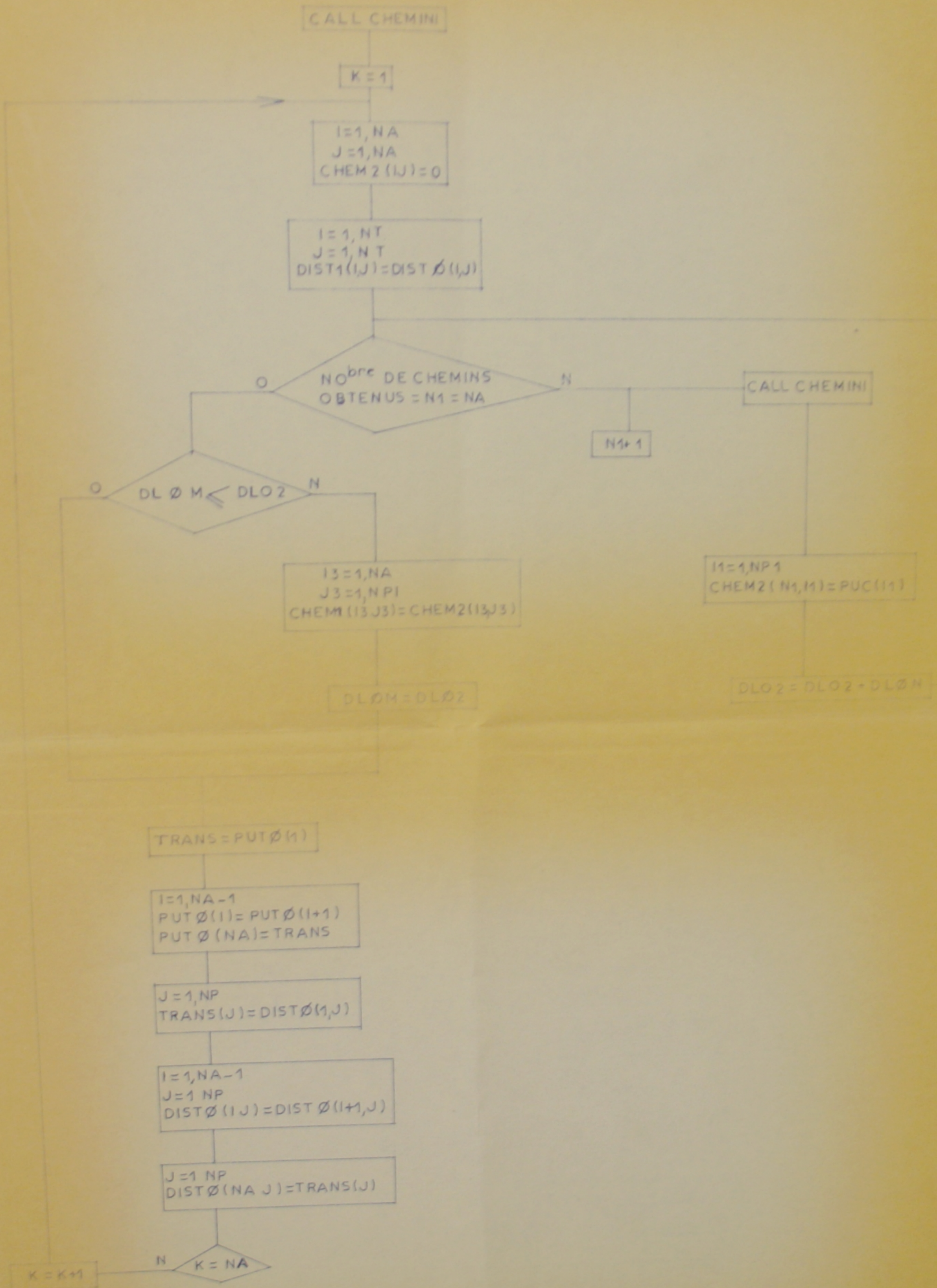
READ() ALONG, PUIT, APP, ISIPU, SIAP, PUDEB, POSI

CALL AFFECT2(ALONG...DISTO...

CALL AFFECT1(DIST%, DIST1, PUT%...

CALL CHEMINI(PUCH, PUI, DIST...

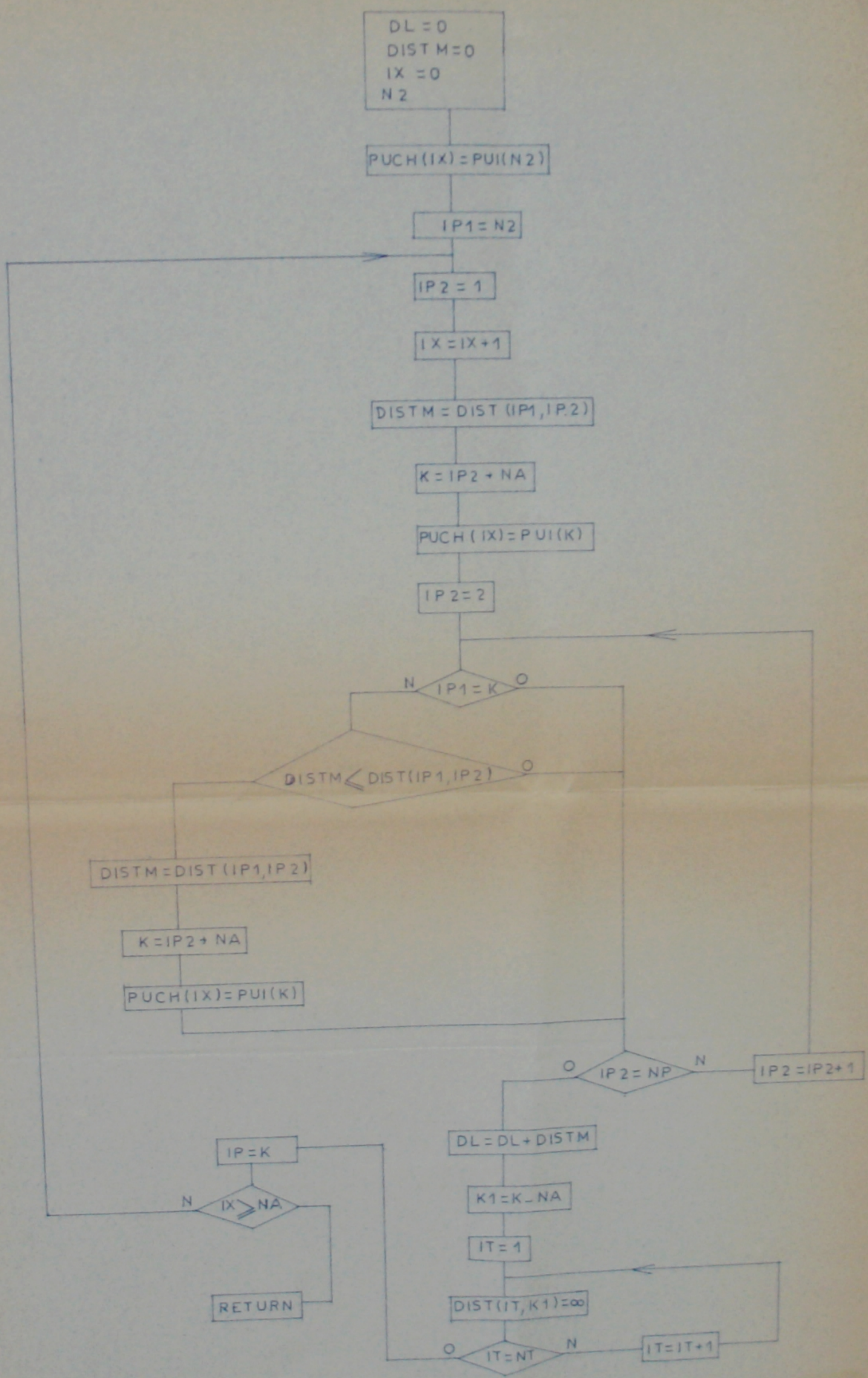
RESULTATS : CHEM1



SOUS PROGRAMME CHEMINI

P100175

Après p. NM(2)



II. DEUXIEME APPROCHE : CIRCUIT HAMILTONIEN OPTIMAL

1. Introduction

a. Données : Matrice des coûts $DIST(I,J)(I,J=1,NT)$.

Elle est définie ainsi :

Si I et $J \leq NA$: $DIST(I,J) = \infty$

Si $I > NA$, $J \leq NA$: $DIST(I,J) = 0$

Sinon $DIST(I,J) =$ Distance entre le point I et le point J .

b. Initialisation :

On cherche un premier circuit Hamiltonien qui définit la longueur maximale du C.H optimale.

L'arbre de la "Branch and Bound" est matérialisé par deux matrices :

$(ISTAK(I,1), ISTAK(I,2)) =$ arc C.H obtenu

$BOUND(I)$: Borne minimale de l'ensemble des C.H ne contenant pas l'arc $(ISTAK(I,1), ISTAK(I,2))$ à l'étape I

2. Sous-programme METZERØ

a. But :

Etant donné la matrice $WØRK$ (certaines lignes et colonnes sont "supprimées"). Faire apparaître au moins un zéro dans les lignes et colonnes concernées.

b. Principe : Nous retranchons à ces lignes et colonnes leur élément minimal.

c. Codification :

LIGN(I) : I=1,NT $\left[\begin{array}{l} 0 \text{ la ligne I est à considérer} \\ 1 \text{ non} \quad \quad 1 \text{ non} \end{array} \right.$
 (un arc part du sommet I)

ICØL(I) : I=1,NT $\left[\begin{array}{l} 0 \text{ la colonne est à considérer} \\ 1 \text{ arc arrive} \end{array} \right.$
 en I, la colonne est supprimée.

PMIN : Valeur minimal des éléments d'une ligne ou colonne de $WØRK$.

$WØRK(I,J)$

NT : Borne inférieure de l'ensemble des C.H à l'étape considérée.

d. Programme :

```
DØ 6 J=1,NT
IF(LIGN(I)6,7,6

7 PMIN=100
DØ 8 J=1,NT
JF(PMIN-WØRK(I,J))8,8,10

10 PMIN = WØRK(I,J)

8 CØNTINUE
KT = KT+PMIN
DØ 11 J=1,NT

11 WØRK (I,J)=WØRK(I,J)-PMIN

6 CØNTINU
DØ 12 J=1,NT
IF(ICØL(J))12,13,12

13 PMIN=2000
DØ 14 I=1,NT
IF(PMIN-WØRK(I,J))14,14,16

16 PMIN=WØRK(I,J)

14 CØNTINUE
KT=KT+PMIN
DØ 17 I=1,NT

17 WØRK(I,J)=WØRK(I,J)-PMIN

12 CØNTINUE
RETURN
```


3. Sous-programme CHOSARC

a. But : Séparation de l'ensemble des C.H en deux sous-ensembles:

- Ceux qui prennent l'arc particulier
- Ceux qui se l'interdisent.

b. Principe : L'arc particulier est celui qui a la pénalité maximale.

c. Codification :

WØRK(I,J)(I,J=1,NT) : matrice des distances transformées.
Elle contient au moins un zéro par ligne et par colonne.

PENA : pénalité d'un zéro élément de WØRK

PENM : pénalité maximale

IM : niveau à partir duquel
ISTAK(I,J)=0 I,I IM.

IGN : sommet initial de l'arc choisi

JCØL : sommet terminal

KT : Borne minimale de l'ensemble des
C.H ne contenant pas l'arc (IGN,JCØL)

d. Programme :

PENM=0

KT=

DØ 19 I=1,NT

DØ 19 J=1,NT

IF(WØRK(I,J))19,20,19

```
20 JCØL=J
    IGN=I
    PMIN=30( )
    DØ 21 JS=1,NT
    IF (JS-JCØL)22,21,22
22 IF(PMIN-WØRK(I,JS))21,21,23
23 PMIN=WØRK(I,JS)
21 CØNTINUE
    PENA = PMIN
    PMIN=30.( )
    DØ 24 IS=1,NT
    IF(IGN-IS)25,24,25
25 IF (PMIN-WØRK(IS,J))24,24,26
26 PMIN=WØRK(IS,J)
24 CØNTINUE
    PENA=PENA+PMIN
    IF(PENM-PENA)37,19,19
37 PENM=PENA
    IM=6
    ISTAK(IM,1)=IGN
    ISTAK(IM,2)=JCØL
    BOUND(IM)=KT+PENM
19 CØNTINUE
    RETURN
```

4. Sous-Programme : TRANSØ1

a. But : Transformer la matrice $WØRK$, suivant l'étape considérée en supprimant les lignes et les colonnes représentatives des sommets initiaux et finaux des arcs sélectionnés.

b. Principe : On constitue $TAB(I,J)$ à partir de l'état de la matrice $ISTAK$.

TAB contiendra tous les arcs sélectionnés jusqu'à l'étape considérée.

Les transformations subies par $WØRK$ sauf :

- Si $ISTAK(I,1) = 0$
 $k=1, NT : WØRK(K,J) = \infty$
 $J=ISTAK(I,2)$
 $J=1, NT : WØRK(K,J) = \infty$
 $K=ISTAK(I,1)$

Dans deux tables ($IGN, ICOL$) on repère les lignes et les colonnes interdites.

- Si $ISTAK(I,1) = 0$
 alors pour $k=-ISTAK(I,1)$
 $J=-ISTAK(I,2)$
 on fait $WORK(K,J) =$ (l'arc (K,J) est interdit).

. On calcule aussi la borne des sous-ensembles des C.H obtenu

$$CØUTØ = CØUTØ + WØRK(K,J)$$

$$K,J : K=ISTAK(I,1)$$

$$J=ISTAK(I,2)$$

c. Codification : (Cf. S/P)

- ISTAK(I,J)

- WØRK(I,J) I,J=1,NT

LIGNE(I) : I=1,NT

- Si LIGN(I) : 1 la ligne I est à interdire

- ICØL(I) : I=1,NT

Si ICØL(I)=1 : la colonne I de WØRK est à interdire

TAB(I,J) I : 1,NT , J=1,2)

. TAB(I,1) : sommet terminal de l'arc pris.

d. Programme

CØUTØ = 0

DØ 10 I = 1,NT

TAB(I,1) = 0

TAB(I,2) = 0

LIGN(I) = 0

10 ICØL(I) = 0

DØ 50 I = 1,N

IF(ISTAK(I,1))40,60,30

30 K1 = ISTAK(I,1)

TAB(K1,K) = ISTAK(I,2)

TAB(K1,2) = 1

CØUTØ=CØUTØ+WØRK'K1,TAB(K1,1))

DØ 70 KL = 1,NT

```
70 WØRK(K1, KL) = ∞  
   LIGNE(K1) = 1  
   DØ 80 KL = 1, NT  
   J = ISTAK(I, 2)  
80 WORK(KL, J) = ∞  
   ICØL(J) = 1  
   GO TO 50  
40 K1 = -ISTAK(I, 1)  
   J = -ISTAK(I, 2)  
   WØRK(K1, J) = ∞  
50 CØNTINUE  
   RETURN
```

5. Sous-Programme TRANSF/2

- a. But : Transformer la matrice W/RK , suivant la structure du C.H qu'on veut obtenir:
- Devant un sommet spécial on ne peut avoir plus de NP1 sommets normaux
 - Devant un sommet normal on ne peut avoir plus de NP-1 sommets normaux.

- b. Principe : Dans $TAB(I,2)$ on porte le nombre de sommets qu'on à devant I.
- * $I \leq NA$: le sommet initial est un sommet spécial :
 $TAB(I,2)$ NP1.
 - * $I > NA$: le sommet initial est un sommet normal :
 $TAB(I,2)$ NP-1.
 - * L'arc $(TAB(I,1), I)$ ne peut appartenir au C.H cherché.

c. Codification :

$TAB(I,J)$: $I = 1, NT$

$J = 1, 2$

$W/RK(I,J)$: $I, J = 1, NT$

NA : nombre de sommets spéciaux

NP : nombre de sommets normaux

NT : $NA + NP$

NP1 : nombre de sommets normaux après chaque sommet spécial

d. Programme :

```
DØ 300 I=1,NT
IF(TAB(I,1)) 310,300,310
310 IP=TAB(I,1)
320 IF(TAB(IP,1)) 350,300,350
350 TAB(I,1)=TAB(IP,1)
TAB(I,2)=TAB(I,2)+TAB(IP,2)
IP=TAB(IP,1)
TAB(IP,1)=0
TAB(IP,2)=0
GØ 1Ø 320
300 CØNTINUE
DØ 100 I=1,NT
IF(TAB(I,1)) 140,100,140
140 IF(I-NA) 120,120,150
120 IF(TAB(I,2)-NP)160,110,110
160 DØ 200 J=1,NA
200 WØRK (TAB(I,1),J)= ∞
GØ TØ 100
110 DØ 220 J=NA+1,NT
220 WØRK(TAB(I),J)= ∞
GØ TØ 100
150 IF(TAB(I,2)-(NP1-1)) 190,180,180
190 WØRK(TAB(I,1),I)= ∞
GØ TØ 100
180 DØ 210 J=NA+1,NT
WØRK(J,I)= ∞
210 WØRK(TAB(I),J)= ∞
100 CØNTINUE
RETURN
```

6. Sous-Programme EXPLØRE

a. But : Recherche du sommet pendant de l'arbre à partir duquel on fera les séparations successives des C.H en deux sous ensembles. La borne de ce sommet étant bien entendu inférieure à la longueur du C.H admis.

b. Technique de l'exploration :

Elle se fait à partir du sommet le plus bas et le plus à gauche.

Dans l'exemple précédent, les sommets $(\overline{6,9})$, $(\overline{5,8})$, $(\overline{2,6})$, $(\overline{7,4})$, $(\overline{1,7})$ sont rejetés à cause de leur borne.

Le sommet sélectionné est $(3,5)$. Il est matérialisé dans ISTAK par un signe (-). Dans la matrice ISTAK, cette exploration se traduit ainsi :

- Le sommet pendant, le plus à gauche et le plus bas, se trouve au bas de la table. Soit $I=N1$.

$I, I \quad N1 : ISTAK(I, J) = 0 \quad J = 1, 2$

Ceci correspond aux sommets rejetés à cause de leur borne.

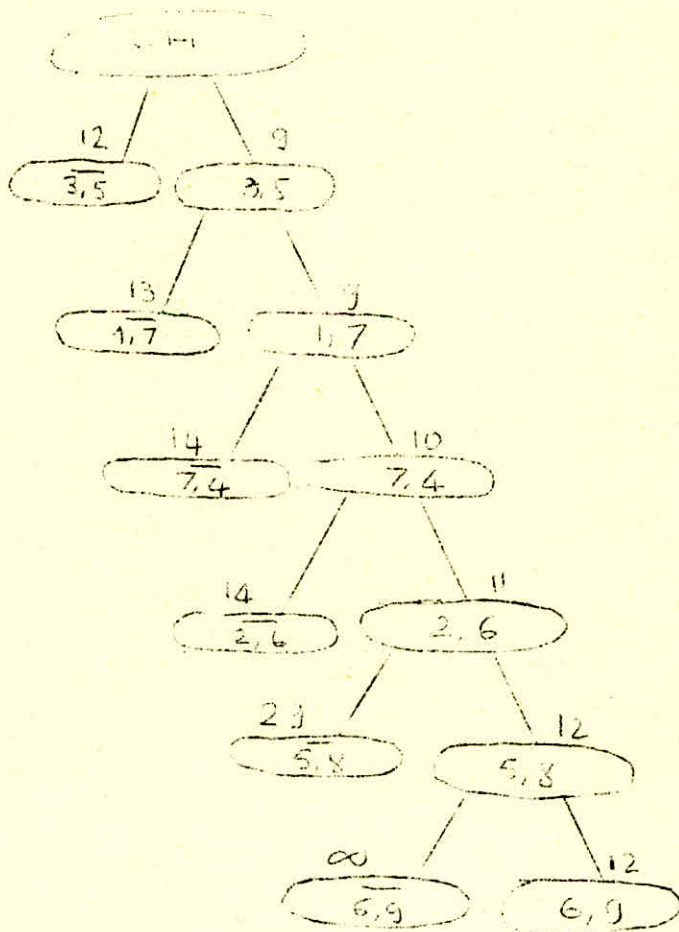
c. Taille de ISTAK, et de BOUND: $N = NT^2$

$NT = NA + NP$. N représente aussi l'ensemble des arcs de G

d. Codification :

- ISTAK(I,1) : sommet initial de l'arc prison interdit à l'étape N-1 des séparations.
- ISTAK(I,2) : sommet terminal du même arc.
- BOUND(I) : borne minimale de l'ensemble des C.H ne contenant pas l'arc (ISTAK(I,1),ISTAK(I,2)) mais contenant les arcs(ISTAK(K,1),ISTAK(K,2)) K, K I et ISTAK(K,1) 0.
- N1 : indice représentant le sommet à partir duquel on commencera les séparations successives.
- ~~B~~MAX : longueur du C.H admis.

2. Matérialisation de l'arbre :



ISTAK

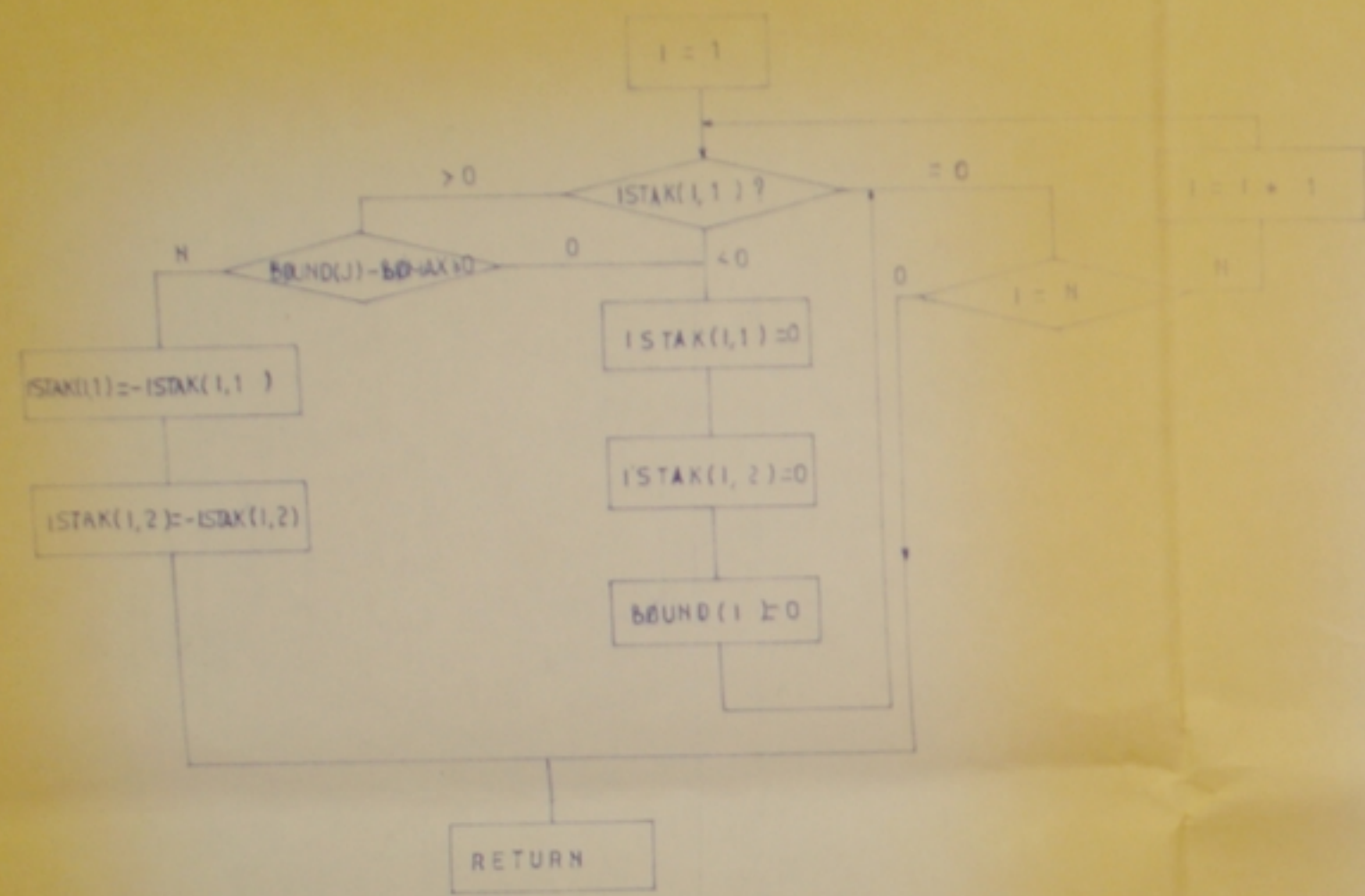
BOUND

0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	9
5	8
2	6
7	4
1	7
5	5

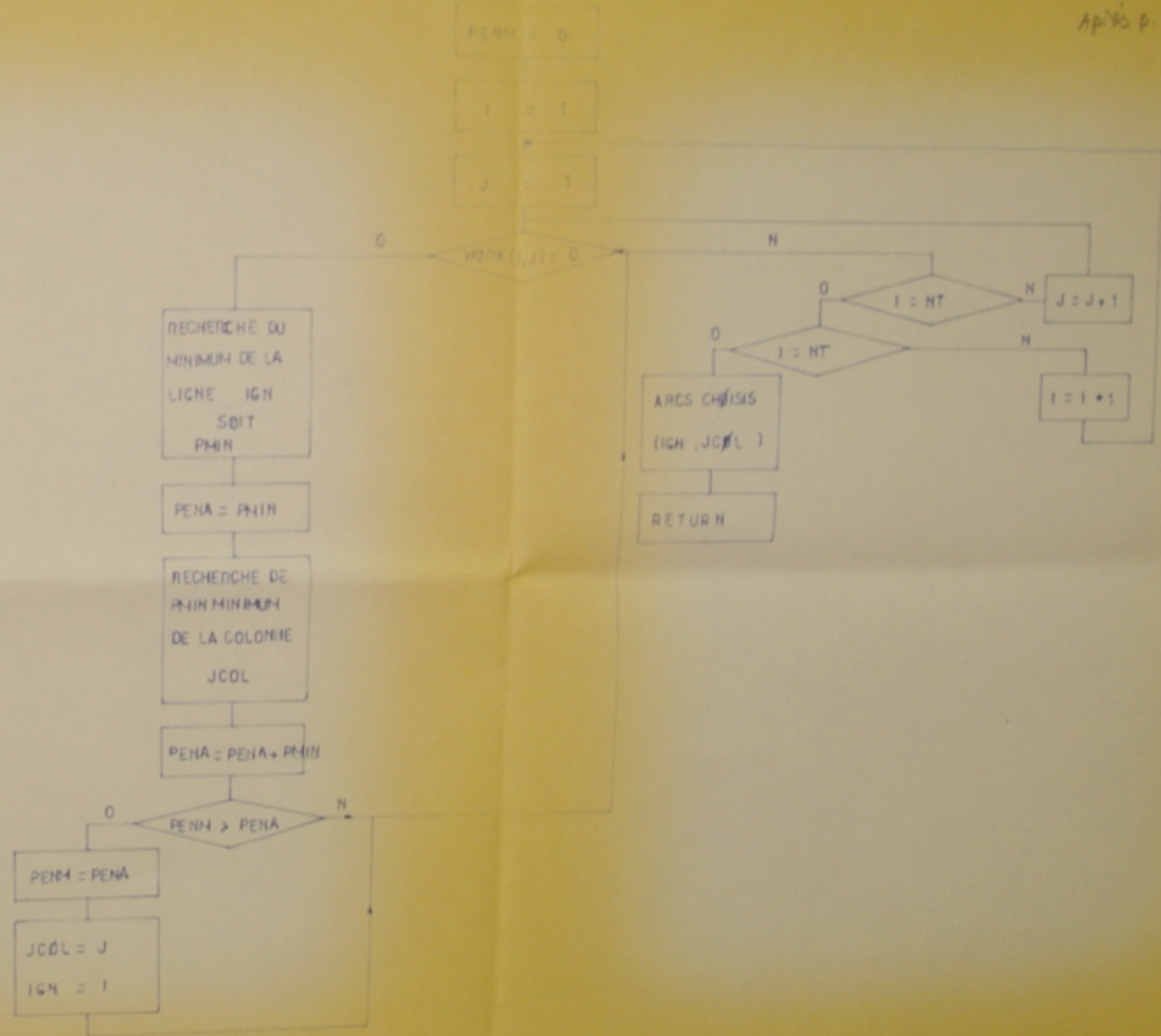
0
0
0
0
0
0
∞
24
14
14
13
12

f. Programme :

```
12 N1=0
   DØ 3 J=1,N
   IF(ISTAK(I,1)) 2,3,4
2  ISTAK(I,1)=0
   ISTAK(I,2)=0
   BØUND(I)=0
   GØ TØ 3
4  IF(BØUND(I)-BØMAX) 7,2,2
7  ISTAK(I,1)=-ISTAK(I,1)
   ISTAK(I,2)=-ISTAK(I,2)
   N1=I
   GØ TØ 15
3  CØNTINUE
15 CØNTINUE
   RETURN
```



PI00125
APR 1981(1)



7. Remarques Générales

- Si la matrice des coûts répond à certaines conditions (NA, NP), la méthode permet d'obtenir le C.H optimal. La difficulté réside dans :

a. Construction de la matrice des coûts :

La dimension de la matrice est : $NT=NA+NP$ (NP est divisible par NA).

* Cas où NP n'est pas divisible par NA

$$\frac{NP}{NA} = NP1 \quad \text{reste} = x$$

La dimension de la matrice sera :

1. $NT = (NP-x)+NA$. (Quel sera le critère pour éliminer de G les X puits en plus).
2. $NT = NP + (NA-x) + NA$. On ajoute au graphe G (NA-x) sommets fictifs. Ceux-ci entraîneront de nouvelles contraintes dans la procédure exposée précédemment
nouvelle contrainte : D'un sommet spécial, on ne peut aller que vers un et un seul sommet fictif.

b. Programmation :

Pour le besoin de l'exploration de l'arbre de la "branch and bound" nous avons créé 3 tables (ISTAK, BOUND) de dimension totale $3N=3NT$.

NA=10

==) N=3600 (mots mémoires).

NP=50

- Amélioration

Utiliser une seule TABLE pour stocker (ISTAK(I,1),
ISTAK(I,2), BOUND(I)) grâce au sous-programme suivant :

- Codification

INAME : contient les 3 mots précédents
INAME1 : BOUND(I)
INAME2 = ISTAK(I,1)
INAME3 = ISTAK(I,2) } Pour I fixé
IFLAG [0 INAME est calculé
1 non

- Programme

IF(IFLAG) 6,5,6
5 INAME = INAME1*1000+INAME2*100+INAME3
G/ T/ 10
6 INAME1 = INAME/1000
INAME2 = (INAME-INAME1*1000)/100
INAME3 = (INAME-INAME1*1000)-INAME2*100
10 RETURN

- Conclusion

La mémoire nécessaire est divisée par 3 grâce au programme précédent.

CONCLUSION

"Utilisation optimale d'un parc de forage":

c'est augmenter le nombre de mètres forés/j. En d'autres termes: minimiser les temps d'inactivité des appareils. Le mal d'une telle activité est: les attentes. Ces dernières sont d'origine multiple. C'est un problème complexe, car lié à de nombreux facteurs et dépendances, échappant, en grande partie, à toute formulation rationnelle et à toutes prévisions. A cet aspect, vient s'ajouter la difficulté inhérente à la nature de l'activité elle-même.

En somme nous retenons comme composantes essentielles:

- Durée de forage: dépendant directement:
 - * paramètres de forage
 - * approvisionnement des puits en matériel et produits de forage
 - * qualification du personnel
- Approvisionnement des magasins
- Entretien du Parc
- DTM
- Influence des filiales
- Affectation rationnelle, suivie dans le temps, des disponibilités en appareils

Dans notre étude, nous avons donc dégagé comme unité de coût: le temps d'attente.

Approche du problème:

Nous avons élaboré un modèle mathématique de répartition, basé sur le critère "distance", des disponibilités, en début de période, en appareils suivant la demande en puits à forer.

Ce sus-dit modèle, s'appliquera, de manière séparée, selon la classe d'appareils et le type de puits correspondant; et ceci à cause des durées moyennes de forage et de DTM.

Dans le souci de suivre de près l'évolution des disponibilités dans le temps, nous sommes amenés à construire une SUBROUTINE dynamique, restructurant, périodiquement (exemple: 1 mois), les tables de données des appareils et des puits.

Nous ne saurions parler d'optimalité d'utilisation du parc, si nous n'agissons pas sur chacun des facteurs influençant l'activité forage. A cet égard, nous nous sommes intéressés, en particulier, à l'optimisation du DTM, c'est à dire, la détermination du nombre d'équipes DTM nécessaires, pour réduire les attentes camions.

- ANNEXES -

TRANSFORMES DE Laplace

$h(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} h(t)dt$	$h(t)$	$g(p) = \int_0^{\infty} h(t)dt$
1	1	e^{-at}	$\frac{p}{p+a}$
t	$\frac{1}{p}$	$\sin at$	$\frac{pa}{p^2+a^2}$
$\frac{t^n}{n!} \quad n=1,2,3$	$\frac{1}{p^n}$	$\cos at$	$\frac{p^2}{p^2+a^2}$
te^{-at}	$\frac{p}{(p+a)^2}$	$\sinh at$	$\frac{pa}{p^2-a^2}$
$\frac{t^2 e^{-at}}{2}$	$\frac{p}{(p+a)^3}$	$\cosh at$	$\frac{p^2}{p^2-a^2}$
$\frac{t^{n-1} e^{-at}}{(n-1)!}$ $n=1,2,3\dots$	$\frac{p}{(p+a)^n}$	$t \cos at$	$\frac{p(p^2-a^2)}{(p^2+a^2)^2}$

Table 1. — Distribution de Poisson

$$p_r(a) = \frac{a^r}{r!} e^{-a}$$

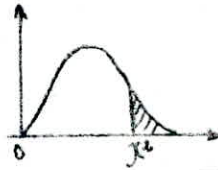
r	a															
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
0	0,904	0,818	0,740	0,670	0,606	0,548	0,496	0,449	0,406	0,367	0,223	0,135	0,082	0,049	0,030	0,018
1	0,090	0,163	0,222	0,268	0,303	0,329	0,347	0,359	0,365	0,367	0,334	0,270	0,205	0,149	0,103	0,073
2	0,004	0,016	0,033	0,053	0,075	0,098	0,121	0,143	0,164	0,183	0,251	0,270	0,256	0,224	0,183	0,146
3	0,000	0,001	0,003	0,007	0,012	0,019	0,028	0,038	0,049	0,061	0,125	0,180	0,213	0,224	0,213	0,193
4	—	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,005	0,007	0,011	0,015	0,047	0,090	0,133	0,168	0,195	0,195
5	—	—	—	—	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,003	0,014	0,036	0,066	0,100	0,132	0,156
6	—	—	—	—	—	—	0,000	0,000	0,000	0,003	0,012	0,027	0,050	0,077	0,104	0,104
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,003	0,009	0,021	0,038	0,059	0,059
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,003	0,008	0,016	0,029	0,029
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,003	0,008	0,013	0,013
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,002	0,005	0,005
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,001	0,001
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000

r	a															
	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	12	14	16	18
0	0,011	0,006	0,004	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	—	—	—	—	—	—
1	0,050	0,033	0,022	0,014	0,009	0,006	0,004	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	—	—	—
2	0,112	0,084	0,061	0,044	0,031	0,022	0,015	0,010	0,007	0,005	0,003	0,002	0,000	—	—	—
3	0,168	0,140	0,113	0,089	0,068	0,052	0,038	0,028	0,020	0,015	0,010	0,007	0,001	0,000	—	—
4	0,189	0,175	0,155	0,133	0,111	0,091	0,072	0,057	0,044	0,033	0,025	0,018	0,005	0,001	0,000	—
5	0,170	0,175	0,171	0,160	0,145	0,127	0,109	0,091	0,075	0,060	0,048	0,037	0,012	0,003	0,001	—
6	0,128	0,146	0,152	0,160	0,157	0,149	0,136	0,122	0,106	0,091	0,076	0,063	0,025	0,008	0,002	0,000
7	0,082	0,104	0,123	0,137	0,146	0,149	0,146	0,139	0,129	0,117	0,103	0,090	0,043	0,017	0,006	0,001
8	0,046	0,065	0,084	0,103	0,118	0,130	0,137	0,139	0,137	0,131	0,123	0,112	0,065	0,030	0,012	0,004
9	0,023	0,036	0,051	0,068	0,085	0,101	0,114	0,124	0,129	0,131	0,130	0,125	0,087	0,047	0,021	0,008
10	0,010	0,018	0,028	0,041	0,055	0,071	0,085	0,099	0,110	0,118	0,123	0,125	0,104	0,066	0,034	0,015
11	0,004	0,008	0,014	0,022	0,033	0,045	0,058	0,073	0,085	0,097	0,106	0,113	0,114	0,084	0,049	0,024
12	0,001	0,003	0,006	0,011	0,017	0,026	0,036	0,048	0,060	0,072	0,084	0,094	0,114	0,098	0,066	0,036
13	0,000	0,001	0,002	0,005	0,008	0,014	0,021	0,029	0,039	0,050	0,061	0,072	0,105	0,106	0,081	0,050
14	—	0,000	0,001	0,002	0,004	0,007	0,011	0,016	0,024	0,032	0,041	0,052	0,090	0,106	0,093	0,065
15	—	—	0,000	0,001	0,003	0,005	0,009	0,013	0,019	0,026	0,034	0,042	0,098	0,090	0,078	0,078
16	—	—	—	—	0,000	0,001	0,002	0,004	0,007	0,010	0,015	0,021	0,054	0,086	0,099	0,088
17	—	—	—	—	—	0,000	0,001	0,002	0,003	0,005	0,008	0,012	0,038	0,071	0,093	0,093
18	—	—	—	—	—	—	0,000	0,000	0,001	0,002	0,004	0,007	0,025	0,055	0,083	0,093
19	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,000	0,001	0,002	0,003	0,016	0,040	0,069	0,088
20	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,001	0,001	0,001	0,009	0,028	0,055	0,079
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,000	0,000	0,005	0,019	0,042	0,068
22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,003	0,012	0,031	0,056	0,056
23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,001	0,007	0,021	0,043
24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000	0,004	0,014	0,032
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,002	0,009	0,023

TABLE DE LA FONCTION DE REPARTITION χ^2 LOI DE K. PEARSON

Fonction cumulée $P = \int_0^{\chi^2} f(A) dA$

$$f(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{\nu/2 - 1} e^{-\chi^2/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\frac{\nu}{2})}$$

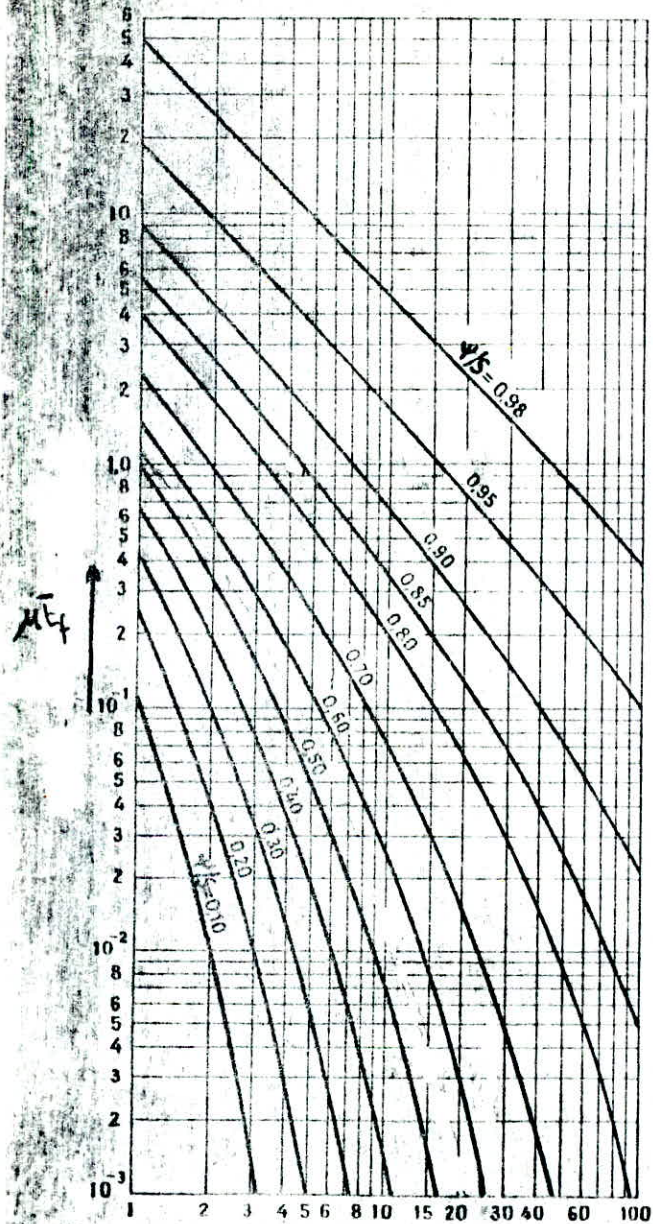


ν \ P	P=0,99	P=0,95	P=0,90	P=0,80	P=0,70	P=0,50	P=0,10	P=0,05	P=0,01
1	≈ 0	≈ 0	0,01	0,06	0,14	0,45	2,70	3,84	6,63
2	0,02	0,10	0,21	0,44	0,71	1,38	4,60	5,99	9,21
3	0,14	0,35	0,58	1,00	1,42	2,36	6,25	7,81	11,3
4	0,29	0,71	1,06	1,64	2,19	3,35	7,77	9,48	13,2
5	0,55	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	9,23	11,0	15,0
6	0,87	1,63	2,20	3,07	3,82	5,34	10,6	12,5	16,8
7	1,23	2,16	2,83	3,82	4,67	6,34	12,0	14,0	18,4
8	1,64	2,73	3,49	4,59	5,52	7,34	13,3	15,5	20,0
9	2,08	3,32	4,16	5,38	6,39	8,34	14,6	16,9	21,6
10	2,55	3,94	4,86	6,17	7,26	9,34	15,9	18,3	23,2
11	3,05	4,57	5,57	6,98	8,14	10,3	17,2	19,6	24,7
12	3,57	5,22	6,30	7,80	9,03	11,3	18,5	21,0	26,2
13	4,10	5,89	7,04	8,63	9,92	12,3	19,8	22,3	27,6
14	4,66	6,57	7,79	9,46	10,8	13,3	21,0	23,6	28,9
15	5,22	7,26	8,54	10,3	11,7	14,3	22,3	24,9	30,1
16	5,81	7,96	9,31	11,1	12,6	15,3	23,5	26,2	31,0
17	6,40	8,61	10,0	12,0	13,5	16,3	24,7	27,5	32,0
18	7,01	9,31	10,8	12,8	14,4	17,3	25,9	28,8	33,4
19	7,63	10,1	11,6	13,7	15,3	18,3	27,2	30,1	34,8
20	8,26	10,8	12,4	14,5	16,2	19,3	28,4	31,4	36,1
21	8,89	11,5	13,2	15,4	17,1	20,3	29,6	32,6	37,5
22	9,54	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	30,8	33,9	38,9
23	10,1	13,0	14,8	17,1	19,0	22,3	32,0	35,1	40,2
24	10,8	13,8	15,6	18,0	19,9	23,3	33,1	36,4	41,6
25	11,5	14,6	16,4	18,9	20,8	24,3	34,3	37,6	42,9
26	12,1	15,3	17,2	19,8	21,7	25,3	35,5	38,8	44,3
27	12,8	16,1	18,1	20,7	22,7	26,3	36,7	40,1	45,6
28	13,5	16,9	18,9	21,5	23,6	27,3	37,9	41,3	46,9
29	14,2	17,7	19,7	22,4	24,5	28,3	39,0	42,5	48,1
30	14,9	18,4	20,5	23,3	25,5	29,3	40,2	43,7	50,0

NOTA: POUR UN DEGRÉ DE LIBERTÉ $\nu > 30$, ON UTILISERA LA FORMULE

$$f(\chi^2) = \sqrt{2/\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$$

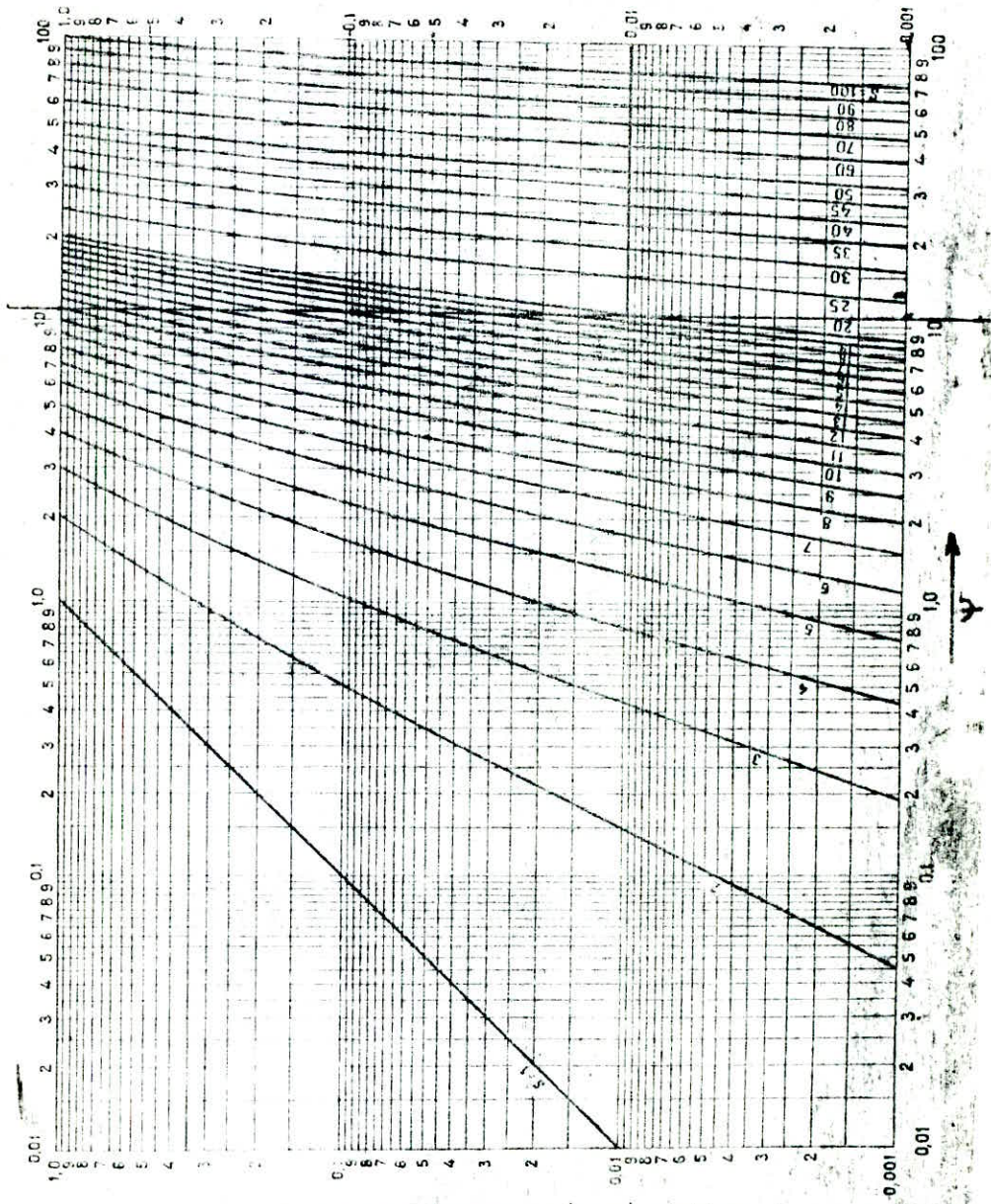
ABOQUE N° 4



S = nombre de stations

- Temps moyen d'attente dans la file (file ordonnée ou non)

ABOQUE N° 5



$1-F(x) = \Pr\{W > 0\} = \text{Probabilité d'une affectation normale}$

