



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil
Laboratoire de Génie Sismique & de Dynamique des Structures



Thèse de Doctorat en Génie Civil

Option : Structures

Présentée par :
BOUDINA Abdellah
Ingénieur et Magister en Génie Civil de l'ENP

Intitulée

Simulation d'excitations sismiques à
partir de spectres cibles avec
variabilité spatiale

Soutenue publiquement le : 14 décembre 2021

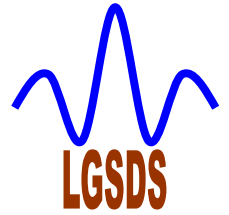
devant le jury composé de :

Président :	BOURAHLA Nouredine	Professeur	ENP
Rapporteur :	HAMMOUTENE Malek	Professeur	ENP
Examineurs :	RECHAK Said	Professeur	ENP
	BOURZAM Abdelkrim	Professeur	USTHB
	SANDJAK Khaled	MCA	UMB Boumerdes
	OUANANI Mouloud	MCA	UZA Djelfa
Invité	TILIOUINE Boualem	Professeur	ENP

ENP 2021



Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Civil
Laboratoire de Génie Sismique & de Dynamique des Structures



Thèse de Doctorat en Génie Civil

Option : Structures

Présentée par :
BOUDINA Abdellah
Ingénieur et Magister en Génie Civil de l'ENP

Intitulée

Simulation d'excitations sismiques à partir de spectres cibles avec variabilité spatiale

Soutenue publiquement le : 14 décembre 2021

devant le jury composé de :

Président :	BOURAHLA Nouredine	Professeur	ENP
Rapporteur :	HAMMOUTENE Malek	Professeur	ENP
Examineurs :	RECHAK Said	Professeur	ENP
	BOURZAM Abdelkrim	Professeur	USTHB
	SANDJAK Khaled	MCA	UMB Boumerdes
	OUANANI Mouloud	MCA	UZA Djelfa
Invité	TILIOUINE Boualem	Professeur	ENP

ENP 2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَمَا أُوتِيتُمْ مِنَ الْعِلْمِ إِلَّا قَلِيلًا

A mes parents

A ma famille

A tous mes amis

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Allah, le Clément et le Miséricordieux de m'avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail.

Je voudrai exprimer mes vifs remerciements à mon directeur de thèse Mr. le Professeur Malek HAMMOUTENE pour les orientations et les conseils qu'il a su me prodiguer tout au long de ce travail de recherche et de même pour Mr. le Professeur Boualem TILIOUINE.

Je tiens à remercier vivement Mr. le Professeur Nouredine BOURAHLA pour l'honneur qu'il me fait d'avoir accepté de présider le jury et je tiens aussi à exprimer mes vifs remerciements à tous les membres du jury pour avoir pris la peine d'examiner le manuscrit Mr. le Professeur Said RECHAK de l'ENP, Mr. le Professeur Abdelkrim BOURZAM de l'USTHB, Mr. le Dr. Khaled SANDJAK de l'UMB Boumerdes et Mr. le Dr. Mouloud OUANANI de l'UZA Djelfa.

Merci aussi à tous les membres de l'équipe du Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures et l'équipe de l'Institut de Science de la Terre (ISTerre) de Grenoble pour leur soutien et leur aide.

Je ne pourrai oublier de remercier tous les enseignants et travailleurs qui ont contribué directement ou indirectement à ma formation depuis mes classes de primaire à ce jour.

Mes remerciements vont également à tous ceux et celles qui de près ou de loin m'ont apporté aide et encouragement, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

ملخص

في هذا العمل، قدمنا محاكاة فعالة للتحريض الزلزالي انطلاقاً من طيف استجابة معطى. لهذا الغرض، بداية يتم حساب دالة للكثافة الطيفية للطاقة باستعمال طريقة تكرارية عشوائية متوافقة مع طيف الاستجابة المستهدف، تسمح للأخذ بعين الاعتبار ضمناً عدم استقرار الحركة الزلزالية و الطبيعة الانتقالية للاستجابة. هذه الدالة استعملت فيما بعد لحساب طيف الاستجابة متوسطي متوافق مع طيف الاستجابة المستهدف وهذا من خلال استخدام طريقة تكرارية متلاحقة تعتمد على تراكم الموجات لتجميع السجلات الزمنية للتسارع حسب مدة زمنية زلزالية متجانسة مع الشدة الزلزالية و البعد المركزي أو البؤري وطبيعة تربة الموقع. فارق الصفحة أو زاوية الطور تم اختيارها من خلال ثلاث حالات: استعمال دوال لكثافة احتمالية منتظمة أو مشتقة زاوية الطور أو زاوية الطور الأصلية بالنسبة لسجلات الزلازل الحقيقية عند توفرها. بعد ذلك تم توسيع الطريقة المستخدمة إلى توليد إشارات زلزالية مرتبطة بشكل صحيح بمجموعة مواقع مجاورة، متوافقة مع الحركات المعروفة أو الموصوفة في أماكن أخرى حيث تمثل إشارات مرجعية. أين تم التحقق من صحة العملية أولاً باستخدام التسجيل الحقيقي لمحطة قدرة 1 التي تم الحصول عليها أثناء زلزال بومرداس في 21 ماي 2003 كنموذج وتم أيضاً تطبيقه للحصول على إشارات قياس التسارع مع أطيف الكود الأوروبي 8. بعد ذلك تم التحقق من صحة الطريقة بمحاكاة السجلات الزلزالية المترابطة مكانياً باستخدام شبكة أرغوستولي (في اليونان) خلال زلزال 2011/10/25 بشدة 4.1 أين كان مركز الهزة يقع على بعد 34 كم من مركز الشبكة، كما قمنا أيضاً بتجريب الطريقة الموسعة لمحاكات حركات مترابطة من خلال اعتبار حركة المرجع متوافقة مع زلزال افتراضي من قسم شدة 7 وبعدها 14 وترتبة 2 حسب طيف استجابة مستخرج من القواعد الجزائرية لمقاومة الزلازل لسنة 99 نسخة 2003. تظهر النتائج التي تم الحصول عليها أن الطريقة العشوائية التكرارية يجعل من الممكن توليد حركات زلزالية واقعية قوية يمكن استخدامها بكفاءة للتحليلات غير الخطية للهياكل المعقدة. ومن ناحية أخرى، فإن تمديد الطريقة يجعل من الممكن محاكاة مخططات التسارع الاصطناعية المرتبطة بالحركات الزلزالية المرجعية، لتحليل الهياكل الممتدة (السدود، الجسور، الأنفاق، إلخ).

مفاتيح : اهتزازات عشوائية، إحصائيات القيم المرتبة، دالة الكثافة الطيفية للطاقة، الاستجابة العشوائية للهياكل. سجلات التسارع الاصطناعية، التباين المكاني.

Abstract

In this work, an efficient iterative procedure is presented for the generation of seismic signals compatible with a target response spectrum. First, the power spectral density function of ground acceleration is computed from a given response spectrum considered as target by using an iterative stochastic method which takes in account the nonstationarity of the seismic movement and the transitory nature of the response. Then a subsequent iterative method, based on the superposition of the seismic waves, is used to synthesize the temporal signal with durations calibrated according to the Magnitude, epicentral distance and the nature of soil of the site considered. The phase angles are selected in three different ways: by using, on the one hand, in the absence of seismic records, the functions of uniform probability densities

and phase derivatives, and on the other hand, when an actual accelerometric recording exists, its own phases. Subsequently, the procedure was extended to the generation of strong seismic movements, in several neighboring locations (representing the points of support of extended structures, pipes, etc.), spatially correlated with real or simulated seismic signals considered as reference signals. The validation of the iterative stochastic procedure was made using the real recording of the Keddara I station obtained during the Boumerdes earthquake of May 21, 2003 and its application was made to obtain accelerometric signals compatible with the spectra of the regulation, seismic Eurocode 8. Subsequently, on the one hand, the validation of the procedure for simulating spatially correlated seismic signals was carried out using the EW components of the recordings obtained at selected points of the Argostoli network (Greece) during the event. of 25/10/2011, of magnitude $M_S = 4.1$ whose epicenter was 34 km from the site, and on the other hand to the simulation of correlated movements by considering as strong reference movement, the stochastically simulated accelerogram for the class M7R14S2 of RPA99 regulation version 2003. The results obtained show that the iterative stochastic procedure makes it possible to generate strong realistic seismic motions which can be used efficiently for nonlinear analyzes of complex structures. On the other hand, the extension of the procedure makes it possible to adequately simulate concrete synthetic accelerograms, correlated with reference seismic movements, for the analysis of extended structures (such as dams, bridges, tunnels, etc.).

Keywords: Random vibrations, statistics of ordered peaks, power spectral density function, response spectrum, synthetic accelerogram, spatial variability.

Résumé

Dans ce travail, il est présenté une procédure itérative efficace pour la génération d'accélérogrammes compatibles avec un spectre de réponse cible. En premier, il est calculé la fonction de densité spectrale de puissance en accélération à partir d'un spectre de réponse de référence, considéré comme cible, en utilisant une approche stochastique qui prend implicitement en compte la nonstationnarité du mouvement sismique et la nature transitoire de la réponse. Par la suite, une procédure subséquente, basée sur la superposition des ondes sismiques, est utilisée pour synthétiser le signal temporel avec des durées calibrées suivant la magnitude, la distance épacentrale et la nature du sol au site considéré. Les phases sont sélectionnées de trois manières différentes : en utilisant d'une part, lors de l'absence d'enregistrements sismiques, les fonctions de densités de probabilité uniforme et de dérivées de phases et d'autre part, lorsqu'un enregistrement accélérométrique réel existe, ses phases

propres. Par la suite, la procédure a été étendue à la génération de mouvements forts, en plusieurs localisations voisines (représentant par exemple les points d'appuis de structures étendues, de canalisations, etc...), corrélés spatialement à des signaux sismiques réels ou simulés considérés comme signaux de référence. La validation de la procédure stochastique itérative a été faite en utilisant l'enregistrement réel de la station Keddara I obtenu lors du séisme de Boumerdes du 21 Mai 2003 et son application a été faite pour l'obtention de signaux accélérométriques compatibles avec les spectres du règlement parasismique Eurocode 8. Par la suite, il a été procédé d'une part à la validation de la procédure de simulation de signaux sismiques spatialement corrélés en utilisant les composantes EW des enregistrements obtenus en des points choisis du réseau d'Argostoli (Grèce) lors de l'événement du 25/10/2011, de magnitude $M_S = 4.1$ dont l'épicentre était à 34 km du site, et d'autre part à la simulation de mouvements corrélés en considérant comme mouvement fort de référence, l'accélérogramme stochastiquement simulé pour la classe M7R14S2 du règlement RPA99 version 2003. Les résultats obtenus montrent que la procédure stochastique itérative permet de générer des mouvements sismiques forts réalistes qui pourront être utilisés de manière efficiente pour les analyses non linéaires de structures complexes. D'autre part, l'extension de la procédure permet de simuler de manière adéquate des accélérogrammes synthétiques concrets, corrélés à des mouvements sismiques de référence, pour l'analyse des structures étendues (tels que barrages, ponts, tunnels, etc...).

Mots clés : Vibrations aléatoires, statistiques des pics ordonnés, densité spectrale de puissance, spectre de réponse, accélérogramme synthétique, variabilité spatiale.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES
LISTE DES TABLEAUX
NOTATIONS

INTRODUCTION GENERALE

1. Introduction	20
2. Objectif du travail	21
3. Synthèse bibliographique	23
3.1. Les statistiques des pics ordonnées	23
3.2. La génération de DSP compatible avec un spectre de réponse	24
3.3. Simulation des accélérogrammes synthétiques	25
3.4. Simulation des accélérogrammes conditionnés par des points connus	26
4. Organisation de la thèse	26

CHAPITRE 1 - RAPPELS FONDAMENTAUX SUR LA THEORIE

DES VIBRATIONS ALEATOIRES

1. Introduction	29
2. Processus aléatoire	29
3. Caractérisation d'un processus aléatoire	30
3.1. Fonction de densité de probabilité (DSP)	30
3.2. Moyenne et autocorrélation d'un processus aléatoire	31
4. Processus stationnaire et processus ergodique	32
4.1. Processus stationnaire	32
4.2. Processus ergodique	33
4.3. Processus Gaussien	34

5. Décomposition spectrale d'un processus aléatoire.....	34
5.1. Transformée de Fourier	34
5.2. Fonction de densité spectrale de puissance	35
6. Réponse d'un système à un degré de liberté à une excitation aléatoire stationnaire.....	37
6.1. Relation entrée–sortie d'un oscillateur linéaire à un degré de liberté.....	37
6.2. Réponse stationnaire à une excitation aléatoire stationnaire.....	39
6.3. Réponse transitoire à une excitation aléatoire stationnaire.	40
7. Conclusion.....	41
CHAPITRE 2 - LES STATISTIQUES DES PICS ORDONNES DE LA REPONSE.....	43
1. Introduction	43
2. Taux de franchissement d'un seuil α (Formule de Rice)	43
3. Distribution des maximas	44
4. Statistiques des pics ordonnés	48
4.1. Probabilité de distribution du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné	48
4.2. Valeur la plus probable du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné	51
4.3. Valeur attendue du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné	53
5. Applications numériques.....	53
6. Conclusions	55
CHAPITRE 3 - LA GENERATION DE DSP COMPATIBLE AVEC UN SPECTRE DE REPONSE.....	58
1. Introduction	58
2. Représentations de l'action sismique par la densité spectrale de puissance.....	58
2.1. Bruit Blanc (White Noise).....	58
2.2. Densité spectrale de puissance de Kanai-Tajimi	59
2.3. Densité spectrale de puissance de Clough est Penzien.....	60

3. Détermination de DSP à partir d'un spectre de Fourier (1^{ère} méthode).....	61
4. Détermination de DSP compatible avec un spectre de réponse (2^{ème} méthode). 62	62
5. Applications numériques.....	65
6. DSP compatible avec les spectres réglementaires des RPA99ver2003.....	69
7. Conclusions.....	71
CHAPITRE 4 - GENERATIONS D'ACCELEROGRAMMES COMPATIBLES AVEC UN SPECTRE DE REPONSE CIBLE	73
1. Introduction.....	73
2. Les paramètres de simulation :.....	74
2.1 Valeur de l'amplitude maximale de l'accélération du mouvement sismique du sol (PGA) :	74
2.2 Nonstationnarité temporelle:	75
2.3 Distribution de phases	78
2.2.1 Distribution uniforme de phases.....	78
2.2.2 Distribution des dérivées de phases.....	80
2.2.3 Phases des accélérogrammes réels	82
3. Aspects numériques de la procédure de simulation	82
4. Applicabilité de la procédure de simulation :	83
4.1 Cas où les paramètres environnementaux sont identifiés.....	84
4.2 Spécification de la fonction de distribution probabiliste de dérivée de phases	84
4.3 Accélérogrammes simulés.....	85
4.4 Simulation des accélérogrammes non-stationnaires	87
4.5 Génération des accélérogrammes compatibles avec les spectres réglementaires pour l'Eurocode 8	88
5. Conclusions.....	92
CHAPITRE 5 - GENERATION DES ACCELEROGRAMMES EN PLUSIEURS POINTS RAPPROCHES	95

1. Introduction.....	95
2. Les étapes de calcul.....	95
2.1 Décomposition de Fourier des signaux (des points de références):	95
2.2 Génération des accélérogrammes pour des points inconnus à base des points connus	97
2.3 Utilisation de : Best Linear Unbiased Estimators (BLUE)	98
3. Application sur le réseau d'Argostoli.....	98
4. Génération des accélérogrammes conditionnés aux points cibles compatibles au spectre de réponse RPA	101
5. Conclusion.....	104
CONCLUSIONS GENERALES ET RECOMMANDATIONS.....	106
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	110
ANNEXES	117

LISTE DES FIGURES

Fig. 1.1	Modélisation d'un oscillateur à un degré de liberté	37
Fig. 2.1	Présentation d'une fonction de densité de probabilité des maxima pour des valeurs différentes de ε .	47
Fig. 2.2	Présentation d'une fonction de distribution cumulative pour que la valeur du maximum soit plus grande que η pour différentes valeurs de ε	47
Fig. 2.3	Exemple d'une fonction aléatoire $x(t)$ avec $a_{(1)}$, $a_{(2)}$, . . . , $a_{(N)}$ respectivement les pics du 1 ^{er} ordre, 2 ^{ème} ordre, 3 ^{ème} ordre, . . . N ^{ème} ordre.	49
Fig. 2.4	Présentation de la fonction de distribution cumulative $F_{(n)}(\eta)$ des cinq premiers pics ordonnés pour $\varepsilon = 0.5$ et $N = 10$.	51
Fig. 2.5	Présentation de la fonction de densité de probabilité $f_{(n)}(\eta)$ pour les cinq premiers pics ordonnés, $\varepsilon = 0.5$ et $N = 10$.	52
Fig. 2.6	Présentation des enregistrements accélérométriques. a) séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, b) séisme de Parkfield du 27 juin 1966, c) séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980*, d) composante EW du séisme de Boumerdes (station Keddara1) du 21 mai 2003.	54
Fig. 2.7	Comparaison du rapport $E[a_{(1)}] / E[a_{(n)}]$ avec le rapport $a_{(1)} / a_{(n)}$ pour les enregistrements accélérométriques de : a) séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, b) séisme de Parkfield du 27 juin 1966, c) séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980, d) séisme de Boumerdes (station Keddara1) du 21 mai 2003	55
Fig. 3.1	Représentation de l'action sismique par un bruit blanc	58
Fig. 3.2	DSP normalisées de Kanai-Tajimi, pour différent site. a) composantes horizontales. b) composantes verticales.	60
Fig. 3.3	DSP normalisées de Clough et Penzien, pour différents site. a) composantes horizontales. b) composantes verticales.	61
Fig. 3.4	Organigramme du schéma itératif de la deuxième méthode.	65
Fig. 3.5	DSP théoriques obtenues par la première méthode et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles, $\xi=5\%$. a) séisme d'El-Centro 1940, b) séisme de Parkfield 1966, c) séisme d'El Asnam 1980, d) Séisme de Boumerdes 2003.	67
Fig. 3.6	DSP itératives et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de	68

réponse cibles, $\xi=5\%$, a) séisme d'El-Centro 1940, b) séisme de Parkfield 1966, c) séisme d'El Asnam 1980, d) Séisme de Boumerdes 2003.	
Fig. 3.7 PSV obtenues à partir des 3 premières itérations, a) séisme d'El-Centro 1940, b) séisme de Parkfield 1966, c) séisme d'El Asnam 1980, d) Séisme de Boumerdes 2003.	69
Fig. 3.8 Spectres en accélération de : a) RPA99ver2003 pour un sol rocheux et un amortissement de 0.5%, 2% et 5%, b) RPA99ver2003 pour quatre types de sols: rocheux, fermes, meubles et très meubles avec $\xi=5\%$	70
Fig. 3.9 DSP compatibles aux spectres de réponse des RPA99ver2003 et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles, pour quatre types de sols : rocheux, ferme, meuble et très meuble avec $\xi=5\%$.	70
Fig. 3.10 DSP compatibles aux spectres de réponse du RPA99ver2003 et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles pour un sol rocheux et $\xi=0.5\%$, 2% et 5%.	70
Fig. 4.1 Forme de l'enveloppe temporelle proposée par Jennings (1969)	75
Fig. 4.2 Présentation d'une distribution uniforme des phases	79
Fig. 4.3 Présentation de l'enveloppe proposée par SIMQKE1.	80
Fig. 4.4 Présentation de l'enveloppe proposée par (Preumont 1980).	80
Fig. 4.5 Présentation de l'enveloppe proposée par (Clough, Penzien 1975).	80
Fig. 4.6 Fonction de distribution cumulative des dérivés de phase	85
Fig. 4.7 Exemple de la simulation d'un accélérogramme compatible au spectre de réponse de séisme de Boumerdes: (a) accélérogramme cible, (b) accélérogramme simulé (c) fonction d'énergie cumulative et (d) pseudo spectres en accélération	86
Fig. 4.8 Spectres évolutifs de (a) Keddara1, (b) accélérogrammes simulés stationnaires et (c) accélérogrammes simulés non-stationnaires (d) accélérogramme corrigé avec contenu fréquentiel non-stationnaire. Variation de la fréquence moyenne de (e) Keddara avec la moyenne des 15 accélérogrammes stationnaires en fréquence (f) Keddara avec la moyenne des 15 accélérogrammes non-stationnaires en fréquence.	88
Fig. 4.9 DSP compatible avec spectres de réponses élastiques EC8 type1 (amortissement 5%) pour différents types de sols A, B, C et D.	89

Fig. 4.10 [(a) to (d)]: Exemple des accélérogrammes simulés correspond EC8 pour différents type de sol A to D, pour $M = 7.0$ et $R=9.8$ km. [(e) to (h)]: variations des fonctions cumulatives des énergies pour les 15 accélérogrammes simulés avec les courbes moyennes associés.	91
Fig. 4.11 Comparaison (a) PSA, (b) PSV et la moyenne des simulés associés avec spectres du EC8 pour différents types de sol A à D.	92
Fig. 5.1 Disposition du réseau d'Argostoli dans la Grèce (Imtiaz, 2015).	99
Fig. 5.2(a) Densité spectrale de puissance $G(\omega)$ moyenne entre les deux points p1 et p2.	99
Fig. 5.2(b) La fonction de corrélation spatiale $\rho(\omega, r_{ij})$.	99
Fig. 5.3 Accélérogrammes des stations de références et accélérogrammes simulés, (a) composante EW station A01, (b) composante EW station A16, (c) accélérogramme simulé dans le point P_3 , (d) accélérogramme simulé dans le point P_4 .	100
Fig. 5.4 Comparaison entre les PSA et les PSV des enregistrements réels et simulés, (a) PSA, (b) PSV.	100
Fig. 5.5 Comparaison entre : (Cohérence) et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points connus et simulés	101
Fig. 5.6 Comparaison entre $\text{atanh}(\text{Cohérence})$ et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points connus et simulés	101
Fig. 5.7 Les données de la génération conditionnée pour le point imposé P_0 , (a) accélération du point P_0 imposé, (b) $G(\omega)$ correspondant, (c) la fonction de corrélation spatiale.	102
Fig. 5.8 Résultat de la génération des excitations sismiques P_1 et P_2 conditionnés par le point imposé P_0 , (a) accélération pour le point P_1 , (b) accélération pour le point P_2 , (c) comparaison PSA, (d) comparaison PSV.	102
Fig. 5.9 Comparaison entre : Cohérence et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points références et simulés.	103
Fig. 5.10 Comparaison entre : $\text{atanh}(\text{Coherence})$ et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points références et simulés	103

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Paramètres de Kanai-Tajimi pour des composantes horizontales et verticales d'accélérogrammes enregistrés sur un site d'alluvions, alluvions/rocher et rocher.	60
Tableau 3.2 Durées stationnaires du mouvement fort correspondant aux 15 premiers pics ordonnés	66
Tableau 4.1 Expression du PGA suivant différentes lois de régressions en fonction des paramètres magnitude (M), distance épacentrale (R) et type de sol (S1 et S2).	74
Tableau 4.2 Les coefficients associés aux types de sol. Djouabi (2010).	74
Tableau 4.3 Les surfaces des failles suivant différentes magnitudes	76
Tableau 4.4 Durées supplémentaires suivant différentes magnitudes et types de sols	77
Tableau 4.5 PGA et durées stationnaires du mouvement fort suivant différentes régressions	77
Tableau 4.6 Expression la durée stationnaires du mouvement fort T_S suivant différentes régressions.	78
Tableau 4.7 Paramètres de source associés avec le séisme du 21 mai 2003 à Boumerdes	84
Tableau 4.8 Paramètres caractéristiques de l'original et accélérogrammes simulés	86

NOTATIONS

- $\ddot{a}(t)$ = Accélération du sol
- $a_{(n)}$ = Pic d'ordre n
- \bar{a} = Moyenne quadratique des maxima de $x(t)$
- a_{rms} = Amplitude moyenne quadratique de $x(t)$
- c = Amortissement
- $[C]$ = Matrice d'amortissement
- B, C, D = Coefficients
- $f_X(x,t)$ = Fonction de densité de probabilité d'un processus $X(t)$
- $F_X(x,t)$ = Fonction de probabilité cumulative d'un processus $X(t)$
- $F_{(n)}(\eta)$ = Fonction de distribution cumulative du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné de $x(t)$
- $f_{(n)}(\eta)$ = Fonction de densité de probabilité du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné de $x(t)$
- $FS(\omega)$ = Spectre de Fourier
- $G(\omega)$ = Fonction de densité spectrale de puissance unilatérale
- $GD(\omega)$ = Fonction de densité spectrale unilatérale de la réponse en déplacement
- $GR(\omega)$ = Fonction de densité spectrale unilatérale de la réponse
- h_i = Hauteur du $i^{\text{ème}}$ étage
- $h(t)$ = Fonction de la réponse temporelle d'un oscillateur
- $H(\omega)$ = Fonction de la réponse fréquentielle d'un oscillateur
- $H_i(\omega)$ = Fonction de la réponse fréquentielle du $i^{\text{ème}}$ mode
- $H^*(\omega)$ = Conjugué complexe de $H(\omega)$
- $H_i^*(\omega)$ = Conjugué complexe de $H_i(\omega)$
- $\tilde{H}(\omega)$ = Fonction de la réponse fréquentielle transitoire d'un oscillateur
- $\mathcal{H}(\omega, \omega_j, \xi_j)$ = Module au carré de la fonction de transfert d'un oscillateur
- $\{I\}$ = Vecteur unité
- k = Raideur
- $[K]$ = Matrice de rigidité
- m = Masse
- $[M]$ = Matrice masse
- m_X = Moyenne
- m_k = Moment d'ordre k

- N = Nombre total de pics
 p = Facteur de pic de la réponse
 PSV = Pseudo spectre de vitesse
 \overline{PSV} = Pseudo spectre de vitesse moyen
 $P(\eta)$ = Fonction de distribution cumulative des pics de $x(t)$
 $p(\eta)$ = Fonction de densité de probabilité des pics de $x(t)$
 $r = \omega_k / \omega_j$
 $R_{XX}(t_1, t_2)$ = fonction d'autocorrélation
 $R_{XY}(t_1, t_2)$ = fonction d'intercorrélation
 $S(\omega)$ = Fonction de densité spectrale de puissance
 $S_D(\omega)$ = Fonction de densité spectrale de la réponse en déplacement
 $S_R(\omega)$ = Fonction de densité spectrale de la réponse
 $SD(\omega, \xi)$ = Spectre de réponse en déplacement
 $SV(\omega, \xi)$ = Spectre de réponse en vitesse
 $SA(\omega, \xi)$ = Spectre de réponse en accélération
 t = Le temps
 T = Durée totale d'un processus
 T_D = Durée totale d'un enregistrement accélérométriques
 T_s = Durée stationnaire d'un processus
 $U(t)$ = Déplacement modal d'un oscillateur
 ν = rapport du nombre de pics négatifs par rapport au nombre total de pics
 $[V]$ = Matrice des variances
 $x(t)$ = Fonction aléatoire
 $X(t)$ = Processus aléatoire
 $\dot{X}(t)$ = Processus dérivé
 $\ddot{X}(t)$ = Processus dérivé second
 $Y(t)$ = Déplacement relatif d'un oscillateur
 $\delta(\cdot)$ = Fonction de dirac
 ε = Une mesure de la largeur de bande du spectre de réponse
 φ_n = Phases aléatoires uniformément distribuées entre 0 et 2π
 $[\Phi]$ = Matrice modale

$\{\phi\}_j$ = Vecteur propre du $j^{\text{ème}}$ mode

η = Pic normalisé

η_{\max} = Pic normalisé maximale ou facteur de pic

η_n = $n^{\text{ème}}$ Pic normalisé

σ_x^2, σ_x = Variance et écart type du processus $X(t)$

$\lambda_{k,jj}$ = Moment spectral d'ordre k de la réponse du $j^{\text{ème}}$ mode

$\rho_{XX}(t_1, t_2)$ = Coefficient de corrélation

$\rho_{XY}(t_1, t_2)$ = Coefficient de d'intercorrélation

$\Gamma_{XX}(t_1, t_2)$ = Fonction d'autocovariance

$\Gamma_{XY}(t_1, t_2)$ = Fonction d'intercovariance

ω, ξ = Fréquence naturelle et pourcentage d'amortissement critique d'un oscillateur

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

1. Introduction

Les tremblements de terre qui sont, sans doute, les catastrophes naturelles les plus dévastatrices dans les zones urbaines, tant sur le plan humain que sur le plan matériel. C'est pourquoi, pour affecter aux structures un degré adéquat de sécurité à coût raisonnable, il est nécessaire de faire des études approfondies dans le domaine du génie parasismique. Ceci exige une large connaissance des propriétés des mouvements vibratoires forts du sol et de l'influence qu'ont sur eux, les paramètres géophysiques environnementaux, de sorte à obtenir une évaluation réaliste de la réponse dynamique des structures affectées par ces vibrations sismiques.

La densification importante des réseaux de séismographes et d'accélérographes installés, ces dernières années, dans les différentes régions sismiques du monde (Smart1, Argostoli,...), a permis un développement sensible d'études expérimentales et analytiques dans le but d'une maîtrise des mouvements forts de sol. L'objectif de ces études, s'est accentué en raison des problèmes de sécurité se posant avec une acuité de plus en plus grande notamment pour les structures importantes particulièrement sensibles aux séismes (telles que les centrales nucléaires, les ponts, les barrages, bâtiments de grandes hauteurs, etc.). En effet, outre l'étude du comportement dynamique de ce type de structures, l'analyse des effets de l'interaction sol-structure et le cas échéant de l'isolation à la base sur ces structures requière, entre autres, une connaissance des plus parfaites possible de l'action sismique.

Cependant, l'utilisation des bases de données accélérométriques actuelles pour la conception parasismique des structures, ne permettent pas de couvrir le large spectre des conditions d'enregistrements (manque de données en champ proche, changement des profils des sols, etc.). Le besoin de recourir à la génération d'accélérogrammes synthétiques demeure une tâche d'actualité qui relativement difficile vu l'importante variabilité des caractéristiques des signaux accélérométriques réels même enregistrés dans les conditions similaires. La mise en évidence des principales tendances représentant les fluctuations de ces caractéristiques accélérométriques passe par un traitement statistique des données qui sont alors arrangées par classes de magnitudes, de distances épacentrales et de conditions locales de site.

Les enregistrements sismiques ainsi classés ont tendance à montrer des régularités statistiques

notamment dans leurs contenus fréquentiels. Cette propriété a été reconnue dès les premières investigations sur les différents enregistrements de tremblements de terre. Plusieurs études disponibles proposent des formes spectrales "standards" pour les mouvements en champ libre (spectre de Fourier) ou bien directement pour la réponse structurelle (spectres de réponse) (Seed et al, 1969, 1976 ; Blume et al, 1973 ; Trifunac, 1976,1995 ; Mohraz 1976 ; Şafak, 1988,...etc.). L'état de l'art a actuellement progressé au point de proposer des expressions explicites donnant les coordonnées spectrales en fonction de la magnitude, de la distance épacentrale et des conditions locales du sol (Udwadia et Trifunac, 1974 ; Şafak, 1988 ; Trifunac, 1989, 1994 ; Sabetta et Pugliese, 1996).

Cette stabilité relative du contenu fréquentiel du mouvement sismique a fortement encouragé les chercheurs à l'utiliser pour faire des investigations dans le domaine de la modélisation stochastique des mouvements forts de sol considérant ceux-ci comme des processus aléatoire (Iervolino et al., 2009; Cacciola et al., 2014; Colajanni et al., 2020).

2. Objectif du travail

Dans ce travail, Il a été jugé utile de développer des solutions pour la simulation de l'histoire temporelle de mouvements sismiques réalistes en vue de l'évaluation et de l'analyse de la réponse dynamique non - linéaire des structures importantes (centrales nucléaires, les ponts, les barrages, bâtiments de grandes hauteurs...) et des effets d'interaction sol-structure, des isolations à la base. Les solutions temporelles permettent aussi d'évaluer de manière plus exacte la réponse des structures secondaires lesquelles engendrent des coûts de réparation énormes (arrêt de chaîne de production, démontage de machines de production,...) lors de disfonctionnements pouvant survenir même durant des séismes de faible magnitude. Pour cela, on propose de générer des accélérations sismiques compatibles avec des spectres de réponse cibles.

Avant cela, Il était nécessaire de développer dans un premier temps des fonctions de densités spectrales de puissance (DSPF) compatibles avec des spectres de réponse cibles en utilisant la théorie des vibrations aléatoires et la statistique des pics ordonnés. Deux méthodes ont été utilisées pour cette simulation, une première qui définit la DSP en terme de spectre de Fourier et de durée stationnaire de la phase des mouvements forts et une deuxième qui détermine la DSPF de manière itérative à partir du spectre cible considéré. L'applicabilité de chacune de ces deux méthodes a été testée en utilisant les spectres de réponse associés à plusieurs accélérogrammes réels (El-Asnam, Boumerdes, El-Centro...) et à plusieurs codes de calcul

(EC8, RPA) d'une part et calibrés sur la base de données géotechniques (Seed & Idriss) et de données sismologiques (Safak) d'autre part. L'approche itérative s'est avérée être la meilleure et ce d'autant plus qu'elle prend implicitement en compte l'effet de la non-stationnarité du mouvement sismique ainsi que la nature transitoire de la réponse sismique pour les longues périodes.

Par la suite, une procédure de génération d'accélérogrammes synthétiques est développée en utilisant la méthode de superposition d'ondes sinusoïdales (Housner, 1955; Hudson, 1956; Bycroft, 1960; Rosenblueth and Bustamante, 1962), dont les amplitudes sont reliées aux densités spectrales d'énergies définies suivant la méthodologie retenue ci-dessus. Afin d'assurer la compatibilité avec un spectre de réponse cible donné (Vanmarcke and Gasparini, 1977; Cacciola, 2010; Alderucci et al., 2019), il a été mis en place une procédure itérative efficace subséquente permettant d'ajuster les amplitudes spectrales des réponses obtenues avec celles du spectre de réponse cible.

Afin d'assurer aux accélérogrammes synthétiques un caractère nonstationnaire dans le domaine temporel (Amin and Ang, 1966; Tiliouine and Azevedo, 1984; Rofooei et al., 2001; Bougioukou et al., 2008; Rezaeian and Der Kiureghian, 2008; Li and Wang, 2016), ceux-ci ont été générées de sorte à reproduire trois phases importantes : une croissance progressive des amplitudes du signal sur un premier tronçon temporel de durée T_1 précédant l'arrivée des ondes S, un deuxième tronçon temporel de durée T_2 représentant la phase des mouvements forts et un troisième tronçon de durée T_3 caractérisé par les vibrations libres du sol engendrant une décroissance progressive des amplitudes jusqu'au stade de repos, ces paramètres sont liés aux paramètres environnementales tels que la magnitude, la distance épacentrale et le type de sol (Boore, 2003; Ding et al., 2015).

La superposition des ondes sinusoïdales est opérée suivant trois approches différentes pour la définition du contenu phasique du mouvement synthétique en résultant. Dans la première, les valeurs des phases sont générées en utilisant une fonction de distribution de probabilité uniforme. Cette approche est utilisée lorsqu'aucune information n'est disponible sur le processus d'arrivée des différentes ondes sismiques au site considéré. Dans la deuxième, lorsque les paramètres environnementaux au site d'enregistrement d'un l'accélérogramme réel peuvent être identifiés, on utilise alors ses phases propres pour simuler les signaux accélérométriques synthétiques. Dans la troisième approche, les valeurs des phases sont générées aléatoirement, de sorte à faire fluctuer, suivant une loi de densité de probabilité réaliste, les temps d'arrivées des ondes artificielles de la partie mouvements forts, autour des temps d'arrivées au site des ondes réelles qui leur sont associées.

Afin d'apprécier l'applicabilité de la procédure de simulation ainsi développée, il est fait usage des spectres de réponse cibles associés à des accélérogrammes réels, à des codes de calcul réglementaires ainsi qu'à des banques de données géotechniques et sismologiques.

La procédure ainsi développée, a permis de corrélérer les paramètres de simulation avec la magnitude des séismes considérés, les distances épacentrales et les conditions locales de site et ce suivant que l'enregistrement soit connu au site de construction (accélérogramme réel) ou simulé sur la base de conditions géotechniques (condition de site) et sismologiques (magnitude du séisme et distance épacentrale) donnée.

De plus, pour prendre en considération la variabilité spatiale de l'excitation sismique lorsque cela s'impose (cas des structures étendues par exemple), nous avons par la suite utilisé la méthode ainsi développée pour générer les signaux sismiques de référence. Les signaux sismiques en un ensemble arbitraire de points rapprochés et adéquatement corrélés à un signal de référence, sont par la suite déduits en faisant usage des fonctions de cohérence adéquates (Vanmarcke et al, 1993; Zerva, 2009) et de la méthode de superposition des ondes ci – dessus décrite. La base de données du réseau d'Agostoli (Grèce) a été utilisée au préalable pour valider cette méthodologie pour la prise en compte du rapprochement spatial.

D'autre part, la prise en considération de spectres de réponse réglementaires comme spectres cibles a permis de proposer des accélérogrammes réglementaires prenant en compte les conditions hypothétiques de calcul imposés par les différentes réglementations en vigueur de nos jours (EC8, RPA2003, ...). De tels accélérogrammes sont de grande utilité pour le calcul de structures complexes à comportements non-linéaires qui nécessitent l'évaluation de la réponse dans le domaine temporel.

Enfin, les résultats obtenus sont analysés et commentés et des conclusions générales et des recommandations d'utilités pratiques sont déduites à l'attention des ingénieurs de conception et de bureaux d'études.

3. Synthèse bibliographique

3.1. Les statistiques des pics ordonnés

Suite aux travaux de Rice (1944, 1945) basés sur la représentation de la distribution statistique des maxima d'une fonction aléatoire par la somme d'un nombre infini de fonctions sinusoïdales à phases aléatoires, Cartwright et Longuet-Higgins (1956) ont utilisé cette théorie sur le mouvement des vagues en mer et le balancement des bateaux. Udwardia et Trifunac (1974) ont appliqué cette méthode en génie sismique, dont la relation physique entre

le spectre de réponse et la transformée de Fourier du mouvement fort, à travers les statistiques des valeurs extrêmes de la réponse d'un oscillateur, en admettant que la réponse est stationnaire a été étudiée. Les résultats trouvés montrent une bonne approximation de la réponse réelle du mouvement fort issu d'un spectre de réponse basé sur un calcul statistique.

La théorie développée par Cartwright et Longuet-Higgins (1956) a été utilisée par plusieurs chercheurs, lorsque les pics sont arrangés dans un ordre décroissant de leurs amplitudes, pour la démonstration des expressions de la distribution de probabilité des différents pics ordonnés d'un processus aléatoire $x(t)$.

La distribution de probabilité du pic d'ordre n comme la probabilité que n pics parmi un total de N pics dans $x(t)$ ne dépassent une amplitude normalisée η , a été défini par Amini et Trifunac (1981). Néanmoins, la probabilité de dépassement d'une amplitude η par tous ces pics, était la même que celle du pic le plus important. Les résultats trouvés sont acceptés avec l'augmentation de l'ordre du pic (amplitude décroissante).

La formulation de Amini et Trifunac a été améliorée par Gupta et Trifunac (1988) afin de développer la distribution de probabilité du n ème pic quand les pics sont classés dans un ordre décroissant de leurs amplitudes se basant sur l'hypothèse que les occurrences des pics dans le processus $x(t)$ sont des événements statistiquement indépendants.

En utilisant la théorie de Markov, la distribution de probabilité des pics ordonnés a été modifiée par Basu et al. (1996, 1996a) dont l'objectif est de supposer la dépendance entre les occurrences des pics. Cependant des études parallèles approfondies par simulation ont trouvé que la formulation de Gupta et Trifunac reflète mieux la réalité (Gupta et Trifunac, 1998b).

3.2. La génération de DSP compatible avec un spectre de réponse

Le processus stochastique est le plus souvent utilisé pour la présentation de l'excitation sismique et les statistiques des valeurs extrêmes d'un oscillateur soumis au processus peuvent être interprétées le spectre de réponse associé. Une relation liant le spectre de réponse et la densité spectrale de puissance peut être obtenue lorsque l'excitation sismique est représentée par un modèle stationnaire.

Deux méthodes ont été proposées par Kaul (1978) afin d'obtenir une DSP du mouvement sismique à l'aide de son spectre de réponse. La première méthode est approximative dont la DSP a été donnée par une expression explicite. Par contre, la seconde est exacte, d'où une solution du problème a été assurée par un schéma itératif.

Selon les travaux de Unruh et Kana (1981) l'estimation des paramètres de spectre de réponse pour la description du mouvement fort est présentée par une méthode itérative de Kaul. En effet, une relation entre le spectre de réponse et les paramètres de la densité spectrale de puissance a été établie dont le mouvement fort est décrit par un processus stochastique Gaussien stationnaire.

Deux schémas itératifs ont été proposés par Christian (1989) pour déterminer une DSP compatible avec des spectres de réponse de calcul. Selon les résultats obtenus, la convergence n'était pas assurée pour des fréquences inférieures à 10 Hz. Néanmoins, pour les spectres de réponses issus d'un traitement statistique du mouvement fort sur toute la gamme de fréquences donne une meilleure convergence.

En prenant en considération la nature transitoire de la réponse, des améliorations aux méthodes itératives précédentes menées par Gupta et Trifunac (1998a) ont été effectuées par le biais de l'utilisation d'un facteur de pic plus précis. De ce fait, pour le calcul stochastique de la réponse sismique des structures, la DSP compatible décrit une bonne description du contenu fréquentiel du mouvement fort.

3.3. Simulation des accélérogrammes synthétiques

Plusieurs travaux traitent des procédures de simulation des accélérogrammes synthétiques compatibles avec spectres de réponse cibles tels que Vanmarcke (1976) et Preumont (1980) qui sont basés sur la superposition des ondes avec l'application directe de la densité spectrale de puissance (DSP) du modèle de Kanai-Tajimi comme amplitude et des phases aléatoires générés avec une distribution uniforme, et avec une durée totale proposée de 15 à 20 sec. Plus tard Gupta (1993) présente un modèle itératif pour le calcul des DSP compatibles aux spectres de réponse cibles comme amplitude et utilise des phases aléatoires générées avec une distribution uniforme, et pour tous les travaux la nonstationnarité temporelle du mouvement sismique est introduite avec l'application d'une enveloppe temporelle soit très simple de forme trapézoïdale (SIMQKE-I 76) ou d'une forme connue proposée par Jennings et all

(1969). Par la suite Sabetta et Pugliese (1996) proposent des lois de régression pour le calcul de la durée totale du mouvement sismique ainsi que la valeur maximale de l'accélération (PGA).

Bien que les méthodologies développées présentent un intérêt certain, il est néanmoins important de proposer une nouvelle approche pouvant introduire de manière relativement plus simple les effets de la nonstationnarité dans les domaines fréquentiel et temporel.

C'est dans ce cadre que s'inscrit notre travail qui se propose de développer une procédure de simulation d'accélération sismique compatible avec les spectres de réponse qui englobe cette double nonstationnarité à travers une procédure adéquate d'estimation de la DSPF et d'une technique appropriée de génération des différences de phases.

3.4. Simulation des accélérogrammes conditionnés par des points connus

La génération des signaux sismiques pour des points reliés avec des autres points où les accélérogrammes sont imposés en présence des fonctions de cohérence et de corrélation spatiale est l'objet de plusieurs travaux notamment ceux de Vanmarcke et al. (1993) et Zerva (2009). A l'aide de ces fonctions et ces corrélations et avec l'exploitation de notre procédure nous incite à simuler des signaux sismiques correctement corrélés à un ensemble arbitraire de points rapprochés spatialement variables, compatibles avec des mouvements connus ou prescrits à d'autres endroits.

4. Organisation de la thèse

Après l'introduction, le présent travail est divisé en cinq chapitres et conclusions générales.

Le premier chapitre traite des notions fondamentales de la théorie de probabilité et du processus stochastique, nécessaires à une analyse des vibrations aléatoires. La relation entrée-sortie donnant la réponse stationnaire d'un système à un degré de liberté est étudiée dans ce chapitre, avec prise en compte de l'effet de la réponse transitoire dans la réponse globale de l'oscillateur.

Le chapitre II présente la méthode des statistiques des pics ordonnés développée par Gupta et Trifunac (1988). Cette méthode permet d'obtenir la distribution des probabilités des différents pics d'un processus stationnaire lorsque les pics sont ordonnés de manière décroissante selon leurs amplitudes.

Dans le chapitre III des méthodes analytiques pour la détermination de la densité spectrale de puissance de l'action sismiques sont étudiés. Outre la forme analytique de la densité spectrale de puissance de Kanai-Tajimi, le calcul de la densité spectrale de puissance directement à partir du spectre de Fourier du mouvement fort, en le considérant comme stationnaire sur une durée déterminée, est examiné. Une méthode plus efficace, permettant de déterminer la densité spectrale de puissance à partir d'un spectre de réponse donné, est développée. La validité de chaque méthode ainsi que leur capacité à préserver les caractéristiques du mouvement fort est examinée à travers des applications sur des accélérogrammes de séismes réels ainsi que des spectres de calcul. Une investigation sur les effets liés aux conditions locales du sol, la magnitude et à la distance épacentrale sur la densité spectrale de puissance est menée en considérant plusieurs modèles de spectres de réponses prenant en compte ces effets.

Dans le chapitre IV on utilise le calcul des DSP compatibles pour calculer des accélérogrammes qui donneront un spectre moyen comparable avec le spectre cible pour des séismes réels dans un premier temps ainsi que les spectres cibles normalisés et en fin les spectres règlementaires.

Le chapitre V est réservé à l'exploitation de la procédure de génération des excitations sismiques pour générer des signaux sismiques correctement corrélés à un ensemble arbitraire de points rapprochés spatialement variables, compatibles avec des mouvements connus ou prescrits à d'autres endroits.

En fin, on finalise avec des conclusions principales et des perspectives pour futures recherches.

CHAPITRE 1

RAPPELS FONDAMENTAUX SUR LA THEORIE DES VIBRATIONS ALEATOIRES

CHAPITRE 1

RAPPELS FONDAMENTAUX SUR LA THEORIE DES VIBRATIONS ALEATOIRES

1. Introduction

La théorie des vibrations aléatoires est considérée comme une étude des propriétés statistiques nécessaires pour caractériser le phénomène aléatoire. En effet, la théorie des processus aléatoires est considérablement développée et considérée comme une base dans l'analyse stochastique des structures.

Il se trouve que les premières tentatives d'application de la théorie des vibrations aléatoires dans l'analyse des structures sont entamées au début des années 50, pour l'étude des vibrations des avions à réaction, et plus précisément dans l'étude des vibrations provoquées par les jet-moteurs sur les panneaux du fuselage. Le domaine d'application de cette théorie c'est largement répandu aux autres disciplines de l'analyse des structures, entre autre le génie civil, principalement pour l'étude de la réponse des structures aux sollicitations aléatoires et complexes tel que le vent, les tremblements de terre, et les vagues marines.

Actuellement, la théorie des vibrations aléatoires devenue l'une des techniques essentielles pour le développement du génie parasismique. Les algorithmes de calcul de la réponse des structures linéaires à des processus gaussiens sont, en effet, intégrés dans des codes informatiques et qui sont actuellement à usage commun.

Dans ce chapitre, on expose les outils de la théorie des vibrations aléatoires à travers de la possibilité d'étudier des structures dynamiques simples, et de trouver des renseignements sur les statistiques des paramètres de sortie, nécessaire à l'évaluation de leur degré de fiabilité.

2. Processus aléatoire

En dynamique, nombreux phénomènes physiques sont modélisés par des fonctions dépendantes de plusieurs paramètres tels que le temps, l'espace,...etc. Théoriquement, un

événement aléatoire conduit à un résultat dont la fonction est aléatoire. Une fonction aléatoire est nommée un processus aléatoire (P.A) quand elle est fonction d'un seul paramètre t (en particulier quand t indique le temps), et un champ aléatoire lorsqu'on a plusieurs variables. Les champs aléatoires sont principalement des fonctions aléatoires multidimensionnelles qui dépendent de plusieurs paramètres, comme dans le cas des fonctions qui ont des coordonnées spatiales (x, y, z) .

Si $X(t)$, $t \in T$, indique un processus aléatoire, un échantillon particulier du processus est noté par la fonction $x(t)$. Chaque échantillon (c'est à dire chaque réalisation d'un phénomène aléatoire) est différent d'un autre car il dépend de circonstances uniques qui ne se répéteront pas à l'occasion d'autres mesures. Cependant, tous les échantillons ont un certain nombre de traits communs qui s'expriment à travers les mêmes propriétés statistiques.

3. Caractérisation d'un processus aléatoire

3.1. Fonction de densité de probabilité (DSP)

D'une manière générale, pour caractériser les processus aléatoires de façon complète dans le sens probabiliste, on définit une valeur de la probabilité à chaque élément $x(t)$ de $X(t)$. Pour une valeur donnée du paramètre t , le processus se réduit à une variable aléatoire (V.A) $X(t)$, qui est complètement décrite par sa *fonction de densité de probabilité*, $f_X(x,t)$. Pour un nombre fini $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ des valeurs de $t \in T$, on a n V.A: $X_1 = X(t_1)$, $X_2 = X(t_2)$, ..., $X_n = X(t_n)$, qui sont complètement caractérisées par leur fonction de densité de probabilité conjointe.

Un processus stochastique est défini par conséquent par une infinité de fonctions de densité conjointes relatives à chaque nombre fini du paramètre t . La distribution associée à n points le long de l'axe t , est appelée *densité d'ordre n*

$$\begin{array}{ll} f_X(x, t) & \text{d'ordre 1} \\ f_X(x_1, t_1; x_2, t_2) & \text{d'ordre 2} \\ \vdots & \\ f_X(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) & \text{d'ordre } n \end{array}$$

Toutes ces densités sont des fonctions non négatives et symétriques par rapport à leurs arguments. Elles vérifient la condition de normalisation suivante :

$$\underbrace{\iiint}_{n \text{ fois}} f_X(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = 1 \quad (1.1)$$

3.2. Moyenne et autocorrélation d'un processus aléatoire

Une deuxième alternative de caractérisation d'un processus aléatoire consiste à définir les moments conjoints d'ordre 1, 2 ..., n comme suit :

$$\begin{aligned}
 E[X(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x, t) dx && \text{ordre 1} \\
 E[X(t_1)X(t_2)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_X(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 && \text{ordre 2} \\
 &\vdots && \vdots \\
 E[X(t_1)X(t_2)\cdots X(t_n)] &= \int \int \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 \cdots x_n f_X(x_1, t_1; x_2, t_2; \cdots; x_n, t_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n && \text{ordre } n
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Les deux premiers moments sont d'une importance pratique considérable. Ils sont désignés respectivement par la moyenne et la fonction d'autocorrélation. Ils contiennent les informations les plus importantes du processus aléatoire : la tendance et la dispersion.

La moyenne ou valeur attendue d'un processus est une fonction de t , et dépend de la distribution d'ordre 1 seulement:

$$m_X = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x, t) dx \tag{1.3}$$

La fonction d'autocorrélation d'un processus aléatoire est définie comme le moment conjoint (d'ordre deux) entre les valeurs du processus à deux instants t_1 et t_2 . Elle est donc fonction de t_1 et t_2 , et obtenu à partir de la fonction de densité de probabilité d'ordre deux comme suit :

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t_1) \cdot X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_X(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 \tag{1.4}$$

Le moment central conjoint d'ordre deux est appelée la fonction d'autocovariance.

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{XX}(t_1, t_2) &= E[(X(t_1) - m_{X1})(X(t_2) - m_{X2})] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x(t_1) - m_{X1}) (x(t_2) - m_{X2}) f_X(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

avec : $m_{X1} = m_X(t_1)$ et $m_{X2} = m_X(t_2)$

L'autocorrélation et l'autocovariance sont reliées par l'expression :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{XX}(t_1, t_2) &= E[(X(t_1) - m_{X1})(X(t_2) - m_{X2})] \\
 &= R_{XX}(t_1, t_2) - m_{X1} m_{X2}
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

La fonction d'autocorrélation ne change pas si les arguments sont inter-changés

$$R_{XX}(t_1, t_2) = R_{XX}(t_2, t_1) \quad (1.7)$$

de plus on a :

$$R_{XX}^2(t_1, t_2) \leq R_{XX}(t_1, t_1)R_{XX}(t_2, t_2) \quad (1.8)$$

D'autres fonctions utiles dépendent de deux premiers moments qui sont :

la variance

$$\sigma_X^2 = E[(X(t) - m_X)^2] \quad (1.9)$$

l'écart type

$$\sigma_X = \sqrt{E[(X(t) - m_X)^2]} \quad (1.10)$$

et le coefficient de corrélation

$$\rho_{XX}(t_1, t_2) = \frac{\Gamma_{XX}(t_1, t_2)}{\sigma_{X1} \cdot \sigma_{X2}} \quad (1.11)$$

Par ailleurs, lorsqu'il s'agit de deux processus aléatoires $X(t)$ et $Y(t)$, la dépendance statistique qui les relie peut s'exprimer à travers la *fonction d'intercorrélation* définie par :

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[X(t_1) \cdot Y(t_2)] \quad (1.12)$$

et la fonction d'intercovariance

$$\Gamma_{XY}(t_1, t_2) = E[(X(t_1) - m_{X1})(Y(t_2) - m_{Y2})] \quad (1.13)$$

Le coefficient d'intercorrélation

$$\rho_{XY}(t_1, t_2) = \frac{\Gamma_{XY}(t_1, t_2)}{\sigma_{X1} \cdot \sigma_{Y2}} \quad (1.14)$$

4. Processus stationnaire et processus ergodique

4.1. Processus stationnaire

Un processus aléatoire est défini stationnaire si ses propriétés probabilistes obtenues pour l'ensemble, ne dépendent que des temps relatifs et non absolus. Dans ce cas, la densité de

probabilité décrivant le processus reste invariante à une translation dans le temps. Cela implique :

$$\begin{aligned} f_X(x_1, t_1) &= f_X(x_1, t_1 + \tau) \\ f_X(x_1, t_1; x_2, t_2) &= f_X(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau) \\ &\vdots \\ f_X(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) &= f_X(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau; \dots; x_n, t_n + \tau) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Un processus qui satisfait l'équation (2.15) est dit *strictement stationnaire*. Un processus *faiblement stationnaire* ou *stationnaire au sens large*, est celui dont la moyenne est constante et la fonction d'autocorrélation dépend seulement de la variable $\tau = t_2 - t_1$

$$\begin{aligned} E[X^n(t)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f_X(x, t) dx = \text{Constante} \\ R_{XX}(t_1, t_2) &= E[X(t_1)X(t_2)] = E[X(t_1)X(t_1 + \tau)] = R_X(\tau) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Un processus strictement stationnaire est aussi stationnaire au sens large, par contre l'inverse est généralement non vérifié.

Les processus aléatoires utilisés en engineering ont toujours un début et une fin et ne peuvent donc pas être vraiment stationnaires, mais pour des considérations pratiques, il est très souvent adéquat de supposer que le processus est stationnaire pour l'essentiel de la durée, ou bien il peut être divisé en plusieurs tranches qui sont approximativement stationnaires (Newland 1984).

4.2. Processus ergodique

Considérons un processus stationnaire $X(t)$, sa moyenne temporelle est définie par :

$$\langle X(t) \rangle_T = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (1.17)$$

Un processus est dit ergodique, si en plus de la stationnarité, les moyennes temporelles, sur un échantillon, et les moyennes d'ensemble sont identiques.

Un processus est dit ergodique dans la moyenne si :

$$E[X(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \langle X(t) \rangle_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (1.18)$$

Un processus est dit ergodique dans la corrélation si :

$$R_{XX}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \langle X(t)X(t+\tau) \rangle_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t+\tau)x(t) dt \quad (1.19)$$

4.3. Processus Gaussien

Une V.A est dite gaussienne si elle a la fonction de densité de probabilité suivante

$$f_X(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x(t)-m_X)^2}{2\sigma_X^2}} \quad (1.20)$$

On peut facilement vérifier que m_X est la moyenne et que σ_X est l'écart type de $X(t)$. Par conséquent la distribution gaussienne est complètement définie par ces deux paramètres. On appelle *distribution gaussienne unitaire*, la distribution qui correspond à $\sigma_X = 1$ et $m_X = 0$.

$$f_X(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x(t)^2}{2}} \quad (1.21)$$

Un vecteur $\{X\}$ est gaussien, si la densité commune de ses composants est donnée par l'expression

$$f_X(\{X\}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |[V]|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\{X\} - \{m_X\})^T [V]^{-1} (\{X\} - \{m_X\})\right] \quad (1.22)$$

où $\{m_X\}$ est le vecteur des moments et $[V]$ la matrice des covariances de $\{X\}$.

Sur la base des propriétés citées plus haut, un vecteur de n variables gaussiennes avec une matrice de corrélation $[V]$ peut être représenté par une combinaison linéaire de n V.A indépendantes.

Un processus aléatoire réel est dit Gaussien si les variables aléatoires $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ sont conjointement gaussiennes, pour toutes les valeurs de t_1, t_2, \dots, t_n .

5. Décomposition spectrale d'un processus aléatoire

5.1. Transformation de Fourier

Soit une fonction réelle $h(t)$, sa transformée de Fourier est définie par :

$$H(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.23)$$

où $H(\omega)$ constitue l'amplitude spectrale de la fonction considérée. L'existence de $H(\omega)$ est garantie si $h(t)$ est absolument intégrable, c'est-à-dire si l'intégrale suivante a une valeur finie :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \quad (1.24)$$

La transformée inverse est définie par :

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.25)$$

La notion de transformée de Fourier sera utilisée afin de définir la décomposition spectrale d'un processus aléatoire stationnaire $X(t)$.

5.2. Fonction de densité spectrale de puissance

La fonction d'autocorrélation d'un processus stationnaire dépend d'une seule variable : le décalage du temps entre deux instants choisis. La transformée de Fourier de cette fonction est appelé la *densité spectrale de puissance* (DSP) du processus

$$S_{XX}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XX}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (1.26)$$

Par symétrie, la transformée de Fourier inverse de la DSP, donne la fonction d'autocorrélation

$$R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (1.27)$$

Les deux relations ci-dessus sont appelées relations de *WIENER-KHINTCHINE*. La fonction d'autocorrélation étant une fonction symétrique définie positive, sa DSP est aussi réelle, symétrique et définie positive. La DSP $S_{XX}(\omega)$ donne une indication sur la décomposition spectrale d'un signal. Elle décrit la répartition fréquentielle de l'énergie moyenne du processus sur toute la gamme de fréquences considérée.

Un signal peut être caractérisé par une frange de fréquences large ou étroite. A ce titre, un processus ayant un contenu spectral large ou étalé est dit *processus à Bande large (Wide Band)*, tandis que celui dont le contenu spectral est réduit ou étroit est dit *processus à Bande*

étroite (*Narrow Band*).

Le fait que $S_{XX}(\omega)$ soit défini pour $\omega \in]-\infty, \infty [$ avec une symétrie par rapport à 0, a motivé l'introduction de la *densité spectrale unilatérale* $G_{XX}(\omega)$ définie uniquement pour les valeurs de $\omega \geq 0$ comme suit :

$$G_{XX}(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_{XX}(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \quad (1.28)$$

$$R_{XX}(\tau) = \int_0^{\infty} G_{XX}(\omega) \cos \omega \tau \, d\omega \quad (1.29)$$

L'intégral de la DSP sur l'axe réel donne la fonction d'autocorrélation pour $\tau = 0$, qui n'est autre que la variance du processus.

$$R_{XX}(0) = E[X^2] = \int_0^{\infty} G_{XX}(\omega) \, d\omega \quad (1.30)$$

La DSP croisée de deux processus aléatoire $X(t)$ et $Y(t)$ est définie par :

$$S_{XY}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XY}(\tau) e^{-i\omega\tau} \, d\tau \quad (1.31)$$

Elle existe si $S_{XX}(\omega)$ et $S_{YY}(\omega)$ existent. $S_{XY}(\omega)$ est généralement complexe et satisfait la relation:

$$S_{XY}(\omega) = S_{YX}^*(\omega) \text{ puisque } R_{XY}(\tau) = -R_{YX}(\tau) \quad (1.32)$$

où : * indique le complexe conjugué.

Un processus stationnaire dont la DSP est une constante S_0 , est appelé *bruit blanc* (B.B).

$$S_{XX}(\omega) = S_0 \quad (1.33)$$

D'après l'équation (2.30) sa fonction d'autocorrélation est donnée par :

$$R_0(\tau) = S_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} \, d\omega = 2\pi S_0 \delta(\tau) \quad (1.34)$$

où $\delta(\)$ désigne la fonction de Dirac.

A partir de l'équation (1.34), on obtient $R_0(\tau) = 0$ pour $\tau \neq 0$. Donc pour un B.B, la corrélation entre deux instants différents est nulle, alors que la variance du processus est infinie, comme on peut le voir en remplaçant $S(\omega)$ par une constante dans l'équation (1.29).

Un bruit blanc ne peut pas exister physiquement, mais il représente une idéalisation utile pour plusieurs phénomènes aléatoires caractérisés par une très courte mémoire. Sa simplicité

permet aux solutions approximatives d'être obtenues pour divers problèmes. Pour les raisons ci-dessus, le B.B joue un rôle important dans l'analyse des vibrations aléatoires.

6. Réponse d'un système à un degré de liberté à une excitation aléatoire stationnaire

6.1. Relation entrée–sortie d'un oscillateur linéaire à un degré de liberté

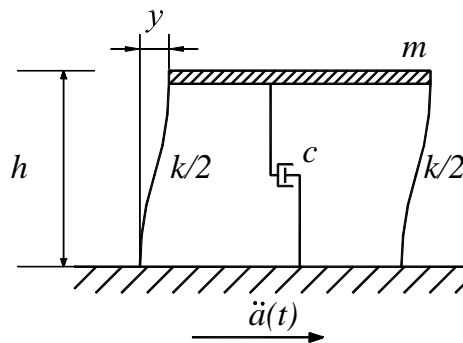


Fig. 1.1 Modélisation d'un oscillateur à un degré de liberté.

L'équation du mouvement d'un oscillateur simple de masse m , de facteur d'amortissement c et d'une raideur k , et soumis à une accélération d'appuis $\ddot{a}(t)$ (Fig. 1.1) s'écrit :

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = -\ddot{a}(t) \quad (1.35)$$

ω_n désigne la fréquence propre et ξ la fraction de l'amortissement critique définies par :

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad ; \quad 2\xi\omega_n = \frac{c}{m} \quad (1.36)$$

La solution de l'équation (1.35) pour des conditions initiales nulles s'écrit sous la forme d'un produit de convolution comme suit (Preumont, 1990):

$$y(t) = \int_0^t \ddot{a}(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau = \int_0^t h(\tau) \cdot \ddot{a}(t-\tau) d\tau = h * \ddot{a} \quad (1.37)$$

Cette expression exprime la relation entrée sortie dans le domaine temporel d'un système linéaire à un degré de liberté soumis à une excitation d'appuis $\ddot{a}(t)$ à support positif ($\ddot{a}(t) = 0$ pour $t < 0$) et $h(t-\tau)$ exprime la réponse impulsionnelle du système qui est donnée par :

$$h(t-\tau) = -\frac{e^{-\xi\omega_n(t-\tau)}}{\omega_d} \cdot \sin \omega_d(t-\tau) \quad (1.38)$$

où $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ désigne la fréquence propre amortie.

La réponse complète peut alors être considérée comme une succession d'impulsions, chacune produisant une réponse du type exprimé dans l'équation précédente. En intégrant de 0 à t , on obtient la réponse du système linéaire à l'instant t :

$$y(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{a}(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (1.39)$$

L'expression est connue sous le nom d'*intégral de Duhamel* pour les systèmes amortis (Clough et Penzien, 1975).

D'un autre côté, si l'accélération est de la forme $\ddot{a}(t) = \ddot{A}(\omega) e^{i\omega t}$ et que la réponse est de la forme $y(t) = Y(\omega) e^{i\omega t}$, l'équation (1.35) se transforme en :

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot \ddot{A}(\omega) \quad (1.40)$$

où $H(\omega)$ est la fonction de transfert d'un système à un degré de liberté, donnée par :

$$H(\omega) = \frac{-1}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\xi\omega_n\omega} \quad (1.41)$$

L'équation (1.40) exprime la relation entrée sortie dans le domaine fréquentiel d'un système linéaire à un degré de liberté. En comparant l'équation (1.37) avec l'équation (1.40) on peut voir que $H(\omega)$ est proportionnelle à la transformée de Fourier de $h(t)$ comme suit :

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.42)$$

ou bien

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega = h(t) \quad (1.43)$$

Ainsi, la réponse $y(t)$ d'un système à un degré de liberté, de fréquence propre ω_n et d'un amortissement critique ξ , peut être exprimée de manière équivalente dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel par les relations suivantes :

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau) \cdot \ddot{a}(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) \cdot \ddot{A}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.44)$$

6.2. Réponse stationnaire d'une excitation aléatoire stationnaire.

On suppose que l'excitation $\ddot{a}(t)$ est représentée par un processus aléatoire stationnaire $\ddot{A}(t)$ à moyenne nulle. La réponse devient aussi un processus à moyenne nulle $Y(t)$, à qui les propriétés du moment d'ordre deux, c'est-à-dire, la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale de puissance, seront sujets aux dérivations suivantes :

En prenant en compte, que la fonction $h(\tau)$ dans l'équation (1.37) devient nulle quand l'argument est négatif et en procédant un changement de variables, l'équation (1.37) peut s'écrire comme suit (relation de Crandle) :

$$Y(t) = \int_0^t h(\tau) \cdot \ddot{A}(t-\tau) d\tau \quad (1.45)$$

Pour aboutir à $R_{YY}(t_1, t_2) = E[Y(t_1) Y(t_2)]$, il est plus commode de construire en premier la fonction d'intercorrélacion entre $Y(t)$ et $\ddot{A}(t)$. En utilisant l'équation (1.45), on obtient

$$R_{Y\ddot{A}}(t_1, t_2) = E[\ddot{A}(t_1) Y(t_2)] = \int_0^\infty h(u) \cdot R_{\ddot{A}\ddot{A}}(\tau - u) du \quad (1.46)$$

Nous obtenons maintenant l'autocorrélation en faisant usage des équations (1.45) et (1.46) :

$$\begin{aligned} R_{YY}(t_1, t_2) &= E[Y(t_1) Y(t_2)] = \int_{-\infty}^\infty h(u) \cdot E[\ddot{A}(t_1 - u) Y(t_2)] du \\ &= \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty h(u) \cdot h(v) \cdot R_{\ddot{A}\ddot{A}}(t_1 - t_2 - u - v) du dv \\ &= \int_{-\infty}^\infty h(u) \cdot R_{Y\ddot{A}}(t_1 - t_2 - u) du \end{aligned} \quad (1.47)$$

Par application de la transformée de Fourier sur l'équation (1.46) on obtient :

$$S_{Y\ddot{A}}(\omega) = H(\omega) \cdot S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) \quad (1.48)$$

Finalement, la DSP du processus de la réponse $Y(t)$ est obtenue en appliquant la transformée de Fourier à l'équation (1.47) et en utilisant le résultat de l'équation (1.48). On obtient alors :

$$S_{YY}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) \quad (1.49)$$

L'expression (1.49) indique que la DSP de la réponse est obtenu simplement en multipliant la DSP du processus d'entrée par le carré de la fonction de transfert du système.

La transformée de Fourier inverse de $S_{YY}(\omega)$ donne la fonction d'autocorrélation de la réponse

comme suit :

$$R_{YY}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (1.50)$$

Pour $\tau = 0$, on obtient la variance du processus de la réponse :

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) d\omega \quad (1.51)$$

Comme mentionné plus haut, si le processus d'entrée est gaussien, la linéarité de l'équation (1.49) assure que le processus de la réponse est aussi gaussien. Dans ce cas, le processus est complètement caractérisé par $R_{YY}(\tau)$ ainsi que par sa transformée $S_{YY}(\omega)$.

6.3. Réponse transitoire d'une excitation aléatoire stationnaire.

La réponse $Y(t)$ d'un système initialement au repos, à une excitation aléatoire $\ddot{A}(t)$, est donnée par l'équation (1.45). Les moments seront alors donnés par

$$E[Y(t_1) \dots Y(t_n)] = \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_n} E[\ddot{A}(\tau_1) \dots \ddot{A}(\tau_n)] \cdot h(t_1 - \tau_1) \dots h(t_n - \tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n \int_0^{\dots} \quad (1.52)$$

Dans le cas où l'excitation est faiblement stationnaire, on a :

$$E[\ddot{A}(\tau_1)\ddot{A}(\tau_2)] = R_{\ddot{A}\ddot{A}}(\tau_1 - \tau_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) e^{i\omega(\tau_1 - \tau_2)} d\omega \quad (1.53)$$

$$R_{YY}(\tau_1 - \tau_2) = E[Y(\tau_1)Y(\tau_2)] = \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} R_{\ddot{A}\ddot{A}}(\tau_1 - \tau_2) h(t - \tau_1) h(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 \quad (1.54)$$

En combinant cette équation avec l'équation (1.52) on obtient la fonction d'autocorrélation de la réponse :

$$R_{YY}(\tau_1 - \tau_2) = \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) e^{i\omega(\tau_1 - \tau_2)} h(t - \tau_1) h(t - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 d\omega \quad (1.55)$$

puis en intégrant sur τ_1 et τ_2 , on obtient :

$$R_{YY}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) \tilde{H}(\omega, t_1) \tilde{H}^*(\omega, t_2) e^{i\omega(t_1 - t_2)} d\omega \quad (1.56)$$

où

$$\tilde{H}(\omega, t) = \int_0^t h(\alpha) e^{-i\omega\alpha} d\alpha \quad (1.57)$$

La moyenne quadratique $E[Y^2(t)]$ peut être obtenue en posant $t_1 = t_2 = t$ dans l'équation (1.56).

On obtient alors :

$$E[Y^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) |\tilde{H}(\omega, t)|^2 d\omega \quad (1.58)$$

Ainsi, la DSP de la réponse $y(t)$ peut s'écrire comme suit :

$$S_{YY}(\omega, t) = |\tilde{H}(\omega, t)|^2 S_{\ddot{A}\ddot{A}}(\omega) \quad (1.59)$$

$\tilde{H}(\omega, t)$ est appelée fonction de transfert transitoire. Elle existe toujours pour un système amorti. Pour un oscillateur linéaire elle est donnée par (Caughey et Stumpf, 1961) :

$$\tilde{H}(\omega, t) = H(\omega) \left[e^{-i\omega t} - e^{-\xi\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\xi\omega_n - i\omega}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right) \right] \quad (1.60)$$

on auras alors :

$$|\tilde{H}(\omega, t)|^2 = |H(\omega)|^2 \left\{ \left[e^{-\xi\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\xi\omega_n}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) - \cos \omega t \right]^2 + \left[e^{-\xi\omega_n t} \frac{\omega}{\omega_d} \sin \omega_d t - \sin \omega t \right]^2 \right\} \quad (1.61)$$

On observera que $\tilde{H}(\omega, t)$ tend vers $H(\omega)$ quand t est grand, cela est d'autant plus rapide que l'amortissement est important. Après convergence de $\tilde{H}(\omega, t)$ vers $H(\omega)$, l'équation (1.56) ne dépendra que de $t_1 - t_2$, ce qui indique que la réponse devient stationnaire.

7. Conclusion

Nous avons axé ce chapitre sur les rappels fondamentaux sur la théorie des vibrations aléatoires. Ce sujet est très vaste et abordé dans plusieurs ouvrages. Nous avons constaté que la relation entrée-sortie, pour la classe des structures linéaires, s'exprime par des produits de convolution dans le domaine temporel et des multiplications dans le domaine fréquentiel. Par ailleurs, la plupart des manipulations s'effectuent plus aisément dans le domaine fréquentiel. En effet, pour une excitation Gaussienne, dans un système linéaire, la réponse est aussi Gaussienne. Les propriétés statistiques du deuxième ordre sont essentiellement utilisées pour donner une description plus complète des données et de leurs propriétés, en occurrence la moyenne et la fonction d'autocorrélation ou de densité spectrale de puissance.

CHAPITRE 2

LES STATISTIQUES DES PICS ORDONNES DE LA REPONSE

CHAPITRE 2

LES STATISTIQUES DES PICS ORDONNES DE LA REPONSE

1. Introduction

En utilisant la probabilité de distribution des maxima d'un processus stochastique stationnaire, plusieurs formulations ont été développées sur la distribution des probabilités des différents pics d'un processus stationnaire lorsque les pics sont ordonnés de manière décroissante selon leurs amplitudes. Amini et Trifunac (1981) ont développé une distribution de probabilité des pics en les considérant comme des événements statistiquement indépendants. Gupta et Trifunac (1988) ont amélioré la formulation de Amini et Trifunac afin d'obtenir des valeurs plus précises des pics les plus importants. Basu et *al* (1996, 1996a) ont modifié la distribution de probabilité des pics ordonnés pour prendre en compte la dépendance entre les pics en utilisant la théorie de Markov.

Nous présenterons dans ce qui suit, la formulation développée par Gupta et Trifunac (1988) qui donne de bonnes estimations de la valeur des pics ordonnés pour un processus stochastique stationnaire et que l'hypothèse d'indépendance des pics ordonnés reste valable aussi pour les processus à bande étroite (Gupta et Trifunac, 1998b).

2. Taux de franchissement d'un seuil a (Formule de Rice)

Pour un processus Gaussien stationnaire $X(t)$ à moyenne nulle, le taux moyen de franchissement à pente positive d'un seuil a est donné par (Preumont, 1990) :

$$\alpha_a^+ = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{X}}}{\sigma_X} e^{\left(-\frac{a^2}{\sigma_X^2}\right)} \quad (2.1)$$

où $\sigma_X^2 = E[X^2(t)]$ et $\sigma_{\dot{X}}^2 = E[\dot{X}^2(t)]$ sont les variances de $X(t)$ et $\dot{X}(t)$ respectivement, lesquelles sont définies en fonction de la DSP unilatérale de $X(t)$ comme suit :

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty G_{XX}(\omega) d\omega \quad \text{et} \quad \sigma_{\dot{x}}^2 = \int_0^\infty \omega^2 G_{XX}(\omega) d\omega \quad (2.2)$$

En définissant le moment d'ordre n de la DSP $G_{XX}(\omega)$ par :

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n G_{XX}(\omega) d\omega ; n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

l'équation (3.2) peu s'écrire

$$\alpha_a^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} e^{\left(-\frac{a^2}{m_0}\right)} \quad (2.4)$$

le moment d'ordre zéro, m_0 , est égal à la moyenne quadratique du processus $x(t)$. Si on introduit l'amplitude normalisée η tel que

$$\eta = \frac{a}{\sqrt{m_0}} \quad (2.5)$$

alors le taux de franchissement à pente positive d'un seuil η dans le processus $x(t)$ normalisé par l'amplitude moyenne quadratique est donné par :

$$\alpha_\eta^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} e^{\left(-\frac{\eta^2}{2}\right)} \quad (2.6)$$

Etant donné que la distribution d'un processus Gaussien est symétrique, alors le nombre moyen de fois pour lequel le processus normalisé $x(t)$ va dépasser le seuil $-\eta$ (c'est-à-dire dans le sens opposé) est aussi le même.

3. Distribution des maxims

Pour obtenir la probabilité de distribution des maxims locaux d'un processus aléatoire $X(t)$, Cartwright et Longuet-Higgins (1956) ont représenté le processus comme étant la somme d'un nombre infini de fonctions sinusoïdales à phases aléatoires comme suit :

$$X(t) = \sum_n C_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) \quad (2.7)$$

où ω_n sont les fréquences circulaires, φ_n des phases aléatoires uniformément distribuées entre 0 et 2π , et les amplitudes C_n sont de telle sorte que pour un petit intervalle $d\omega$, on a :

$$\sum_{\omega_n=\omega}^{\omega+d\omega} \frac{1}{2} C_n^2 = S(\omega) d\omega \quad (2.8)$$

où $S(\omega)$ représente le spectre d'énergie de $X(t)$.

En considérant que le processus $X(t)$ est deux fois dérivable, un maximum se produit quand $\dot{X}(t)=0$ et $\ddot{X}(t)<0$. La probabilité que ça se produise simultanément sur un intervalle $[x, x + dx]$ est donnée par :

$$dx \int_{-\infty}^0 \ddot{x} f(x, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (2.9)$$

où $f(x, \dot{x}, \ddot{x})$ est la densité de probabilité conjointe du processus $X(t)$ et de ses dérivées $\dot{X}(t)$ et $\ddot{X}(t)$. A partir de l'équation (2.7) on a :

$$\dot{X}(t) = -\sum_n C_n \omega_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (2.10)$$

$$\ddot{X}(t) = -\sum_n C_n \omega_n^2 \cos(\omega_n t + \varphi_n) \quad (2.11)$$

En considérant $X(t)$ comme un processus gaussien stationnaire de moyenne nulle, la densité de probabilité conjointe de $X(t)$, $\dot{X}(t)$ et $\ddot{X}(t)$ s'exprime à partir de l'équation (1.22) comme suit:

$$f(\{X\}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} |[\mathbf{V}]|^{1/3}} \exp\left(-\frac{1}{2} \{X\}^T [\mathbf{V}]^{-1} \{X\}\right) \quad (2.12)$$

$$\text{avec } \{X\} = \{x \quad \dot{x} \quad \ddot{x}\}^T \text{ et } [\mathbf{V}] = E[\{X\} \{X\}^T] = \begin{pmatrix} m_0 & 0 & -m_2 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -m_2 & 0 & m_4 \end{pmatrix}$$

$[\mathbf{V}]$ représente la matrice des covariances dans laquelle m_0 , m_2 et m_4 désignent les moments spectraux d'ordre 0, 2 et 4, respectivement qui sont donnés par :

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega \quad ; \quad n = 0, 2, 4 \quad (2.13)$$

Le taux moyen total des maxima est donné par :

$$\bar{N} = -\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^0 \ddot{x} f(x, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (2.14)$$

en utilisant l'équation (2.12) dans l'équation (2.14) on obtient :

$$\bar{N} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

Si le Processus $X(t)$ a une durée totale T , alors le nombre total de maxima sera donné par :

$$N = \frac{T}{2\pi} \left(\frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2} \quad (2.16)$$

La fréquence moyenne des maxima sur un intervalle $[x, x + dx]$ s'écrit :

$$F(x) dx = dx \int_{-\infty}^0 \ddot{x} f(x, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (2.17)$$

La probabilité de distribution des maxima de $X(t)$ est obtenue en divisant l'équation (2.17) par l'équation (2.14) et en normalisant le résultat par $\sqrt{m_0}$. On obtient alors :

$$p(\eta) = \sqrt{m_0} \frac{F(x)}{\bar{N}} \quad (2.18)$$

en utilisant l'équation (2.12), on aura :

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\varepsilon \cdot e^{(-\eta^2/2\varepsilon^2)} + (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot \eta \cdot e^{(-\eta^2/2)} \cdot \int_{-\infty}^{\eta \frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\varepsilon}} e^{(-x^2/2)} dx \right] \quad (2.19)$$

où η désigne l'amplitude normalisée par l'amplitude moyenne quadratique a_{rms} :

$$\eta = \frac{x(t)}{a_{rms}} \quad (2.20)$$

avec

$$a_{rms} = \sqrt{m_0} \quad (2.21)$$

et ε est un paramètre compris entre 0 et 1 définit comme suit :

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (2.22)$$

Le paramètre ε est une mesure de la largeur de bande du spectre fréquentiel du processus $x(t)$ relative à sa fréquence prédominante. Pour $\varepsilon = 0$ la distribution (2.19) devient une distribution de Rayleigh :

$$p(\eta) = \eta e^{(-\eta^2/2)} \quad \eta \geq 0 \quad (2.23)$$

Pour $\varepsilon = 1$, la distribution devient une distribution Gaussienne.

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\eta^2/2)} \quad (2.24)$$

La figure (2.1) montre la FDP des maxima pour différentes valeurs de ε .

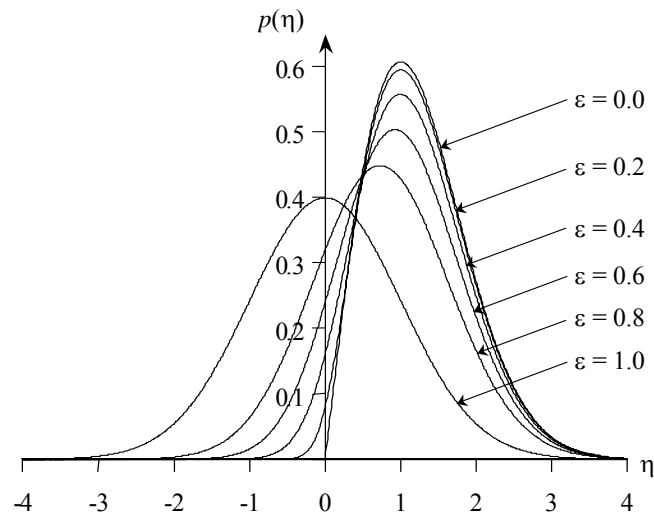


Fig. 2.1 Présentation d'une fonction de densité de probabilité des maxima pour des valeurs différentes de ε .

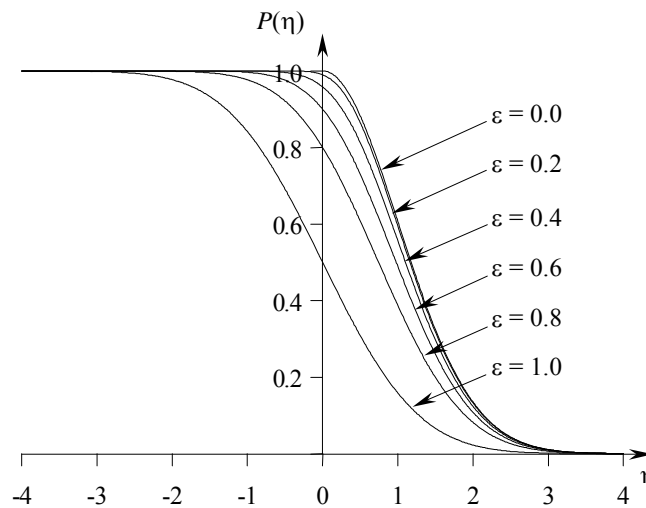


Fig. 2.2 Présentation d'une fonction de distribution cumulative où la valeur du maximum soit plus grande que η et pour des valeurs différentes de ε

La fonction de distribution cumulative pour que l'amplitude du pic normalisé dépasse une valeur η , peut être définie par :

$$P(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{\eta/\varepsilon}^{\infty} e^{(-x^2/2)} dx + (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot e^{(-\eta^2/2)} \cdot \int_{-\infty}^{\eta \frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\varepsilon}} e^{(-x^2/2)} dx \right] \quad (2.25)$$

La figure (2.2) montre la FDC pour que la valeur du maximum soit plus grande que η pour différentes valeurs de ε .

Les intégrales (2.19) et (2.25) peuvent être évaluées en utilisant la fonction erreur définie comme suit (Press et al, 1986) :

$$erf(x) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^x e^{-t^2/2} dt \quad \text{pour } x \geq 0 \quad \text{et } erf(x) = -erf(-x) \quad \text{pour } x < 0 \quad (2.26)$$

alors on peut écrire

$$p(\eta) = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(\frac{\eta^2}{2\varepsilon^2}\right)} + (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot \eta \cdot e^{\left(\frac{\eta^2}{2}\right)} \frac{1}{2} \left\{ 1 + erf \left[\frac{\eta(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\sqrt{2\varepsilon}} \right] \right\} & \dots \eta \geq 0 \\ \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(\frac{\eta^2}{2\varepsilon^2}\right)} + (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot \eta \cdot e^{\left(\frac{\eta^2}{2}\right)} \frac{1}{2} \left\{ 1 - erf \left[\frac{-\eta(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\sqrt{2\varepsilon}} \right] \right\} & \dots \eta < 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$P(\eta) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - erf \left(\frac{\eta}{\sqrt{2\varepsilon}} \right) \right] + \frac{1}{2} (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot e^{\left(\frac{\eta^2}{2}\right)} \left\{ 1 + erf \left[\frac{\eta(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\sqrt{2\varepsilon}} \right] \right\} & \dots \eta \geq 0 \\ \frac{1}{2} \left[1 + erf \left(\frac{-\eta}{\sqrt{2\varepsilon}} \right) \right] + \frac{1}{2} (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot e^{\left(\frac{\eta^2}{2}\right)} \left\{ 1 - erf \left[\frac{-\eta(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\sqrt{2\varepsilon}} \right] \right\} & \dots \eta < 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

4. Statistiques des pics ordonnés

4.1. Probabilité de distribution du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné

Soit a_1, a_2, \dots, a_N les variables aléatoires représentant les N pics d'une fonction aléatoire $x(t)$ (Fig. 2.3).

La fonction cumulative de distribution $P(\eta)$ de chaque variable est donnée par

$$P(\eta) = \text{Prob}\{a_i > \eta\} = \int_{\eta}^{\infty} p(u) du \quad (2.29)$$

où $p(u)$ est la fonction de densité de probabilité des pics de $x(t)$. Les fonctions de probabilité

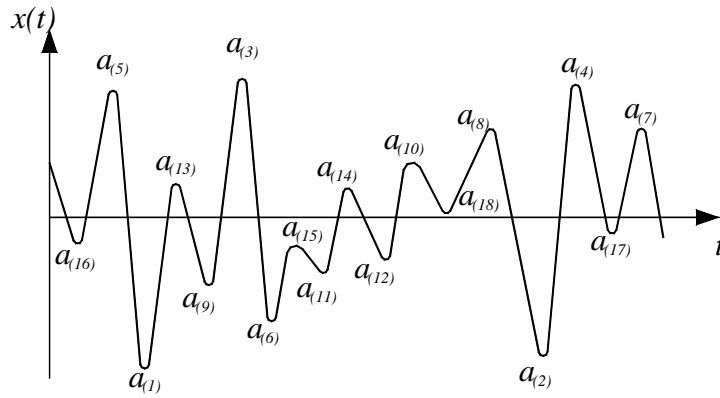


Fig. 2.3 Exemple présente d’une fonction aléatoire $x(t)$ où $a_{(1)}, a_{(2)}, \dots, a_{(N)}$ représentent respectivement les pics du 1^{er} ordre, 2^{ème} ordre, \dots , N^{ème} ordre.

des pics de $x(t)$ normalisées par rapport à l’amplitude moyenne quadratique, sont données par les équations (2.19) et (2.25).

En arrangeant les pics de manière décroissante selon leurs amplitudes, on obtient les variables suivantes $a_{(1)}, a_{(2)}, \dots, a_{(N)}$, avec $a_{(1)} \geq a_{(2)} \geq a_{(3)}, \dots, \geq a_{(N)}$ (fig. 2.3).

La probabilité pour que le $n^{\text{ème}}$ pic ordonné ne dépasse pas la valeur η peu s’écrire comme suit:

$$F_{(n)}(\eta) = \text{Prob}\{a_{(n)} \leq \eta\} \tag{2.30}$$

Les pics étant ordonnés de manière décroissante, la probabilité précédente est égale à la probabilité pour qu’au moins $n - 1$ pics soient plus petits que η . Par conséquent :

$$\begin{aligned} F_{(n)}(\eta) &= \text{Prob}\left\{ \text{au moin } N - n + 1 \text{ pics des } a_{(i)} \text{ sont plus petits ou égales à } \eta \right\} \\ &= \text{Prob}\left\{ \text{au plus } n - 1 \text{ pics des } a_{(i)} \text{ sont plus grands que } \eta \right\} \end{aligned} \tag{2.31}$$

on peut encore écrire

$$\begin{aligned} F_{(n)}(\eta) &= \text{Prob}\{ \text{Exactement } n - 1 \text{ pics sont plus grands que } \eta \\ &\quad \text{Exactement } n - 2 \text{ pics sont plus grands que } \eta \\ &\quad \vdots \\ &\quad \text{Exactement } 2 \text{ pics sont plus grands que } \eta \\ &\quad \text{Exactement } 1 \text{ pic est plus grand que } \eta \\ &\quad \text{Exactement } 0 \text{ pics sont plus grands que } \eta \} \end{aligned} \tag{2.32}$$

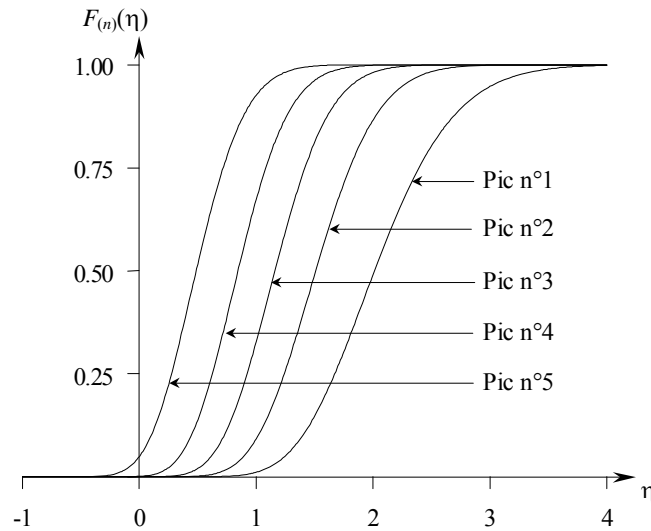


Fig. 2.4 Présentation de la fonction de distribution cumulative $F_{(n)}(\eta)$ des cinq premiers pics ordonnés avec $\varepsilon = 0.5$ et $N = 10$.

4.2. Valeur la plus probable du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné

A partir de l'équation (2.36), la densité de probabilité du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné est donnée par

$$f_{(n)}(\eta) = -\frac{dF_{(n)}(\eta)}{d\eta} = -\sum_{i=n}^N \binom{N}{i} \left\{ i [P(\eta)]^{i-1} [1-P(\eta)]^{N-i} - (N-i) [P(\eta)]^i [1-P(\eta)]^{N-i-1} \right\} \frac{dP(\eta)}{d\eta} \quad (2.37)$$

Puisqu'on a $\frac{dP(\eta)}{d\eta} = -p(\eta)$, l'équation (2.37) peut s'écrire comme suit :

$$f_{(n)}(\eta) = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{N}{i} \left\{ i [P(\eta)]^{i-1} [1-P(\eta)]^{N-i} - (N-i) [P(\eta)]^i [1-P(\eta)]^{N-i-1} \right\} P(\eta) \quad (2.38)$$

En utilisant les égalités suivantes

$$\binom{N}{i} (N-i) = \binom{N}{i+1} (i+1) \quad \text{pour } i = 0, 1, \dots, n-1$$

on trouve que :

$$f_{(n)}(\eta) = \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \binom{N}{i} \cdot i \cdot [P(\eta)]^{i-1} [1-P(\eta)]^{N-i} - \binom{N}{i} \cdot (N-i) \cdot [P(\eta)]^i [1-P(\eta)]^{N-i-1} \right\} P(\eta) \quad (2.39)$$

En développant la somme de cette équation on obtient :

$$\begin{aligned}
 f_{(n)}(\eta) = & \left\{ 0 - \binom{N}{1} (0+1) [P(\eta)]^0 [1-P(\eta)]^{N-0-1} \right\} P(\eta) \\
 & + \left\{ \binom{N}{1} (1) [P(\eta)]^0 [1-P(\eta)]^{N-1} - \binom{N}{2} (2) [P(\eta)]^1 [1-P(\eta)]^{N-2} \right\} P(\eta) \\
 & + \left\{ \binom{N}{2} (2) [P(\eta)]^1 [1-P(\eta)]^{N-2} - \binom{N}{3} (3) [P(\eta)]^2 [1-P(\eta)]^{N-3} \right\} P(\eta) \\
 & + \dots + \left\{ \binom{N}{n-1} (n-1) [P(\eta)]^{n-2} [1-P(\eta)]^{N-n+1} - \binom{N}{n} (n) [P(\eta)]^{n-1} [1-P(\eta)]^{N-n} \right\} P(\eta) \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

Donc, la fonction de densité de probabilité du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné devient :

$$f_{(n)}(\eta) = n \binom{N}{n} [P(\eta)]^{n-1} [1-P(\eta)]^{N-n} P(\eta) \quad (2.41)$$

La valeur la plus probable du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné est la valeur de η pour laquelle $f_{(n)}(\eta)$ est maximale.

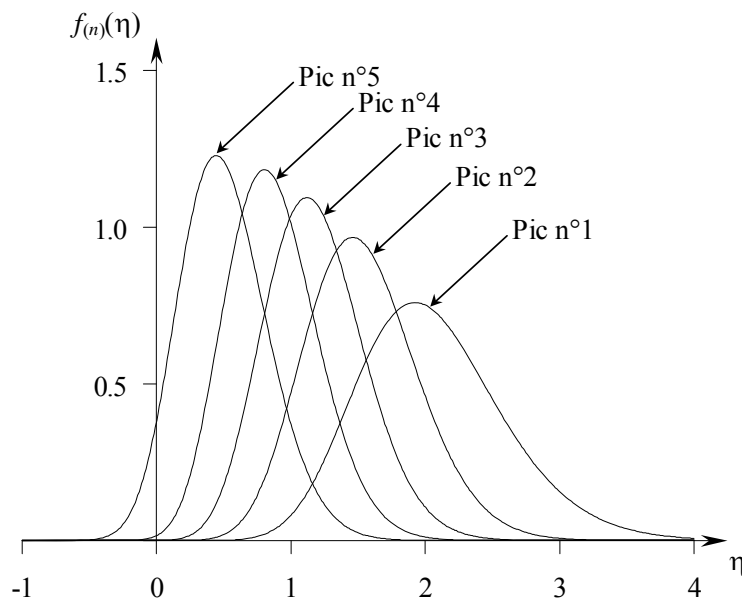


Fig. 2.5 Présentation de la fonction de densité de probabilité $f_{(n)}(\eta)$ pour les cinq premiers pics ordonnés, avec $\varepsilon = 0.5$ et $N = 10$.

La figure (2.5) montre le tracé de densité de probabilité des 5 premiers pics ordonnés d'un processus ayant les paramètres statistiques suivant $\varepsilon = 0.5$ et $N = 10$.

Pour déterminer la valeur la plus probable de manière précise, on évalue la fonction $f_{(n)}(\eta)$ pour différentes valeurs de η à des intervalles très rapprochés égales à 0.05. En comparant les amplitudes de $f_{(n)}(\eta)$ pour trois points consécutifs, on peut localiser trois points autour du point maximum. Une parabole passant par les trois points localisés, nous permet de localiser la valeur de η pour laquelle la première dérivée de la parabole est nulle. Cette valeur de η représente la valeur la plus probable du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné.

4.3. Valeur attendue du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné

En utilisant la fonction de densité de probabilité $f_{(n)}(\eta)$ donnée par l'équation (2.41), la valeur attendue (moyenne) du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné est donnée par :

$$E[a_{(n)}] = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_{(n)}(\eta) d\eta \quad (2.42)$$

Le calcul de cette équation peut être mené de manière exacte par intégration numérique de l'équation (2.42). Gupta et Trifunac (1998) ont développé une expression approximative qui donne de manière efficace la valeur attendue du $n^{\text{ème}}$ pic ordonné.

5. Applications numériques

L'applicabilité des procédures décrites dans les paragraphes précédents est examinée à travers des exemples numériques. Quatre enregistrements accélérométriques correspondant aux composantes S90W du séisme d'El-Centro du 18 mai 1940 (Fig.2.6a), N05W du séisme de Parkfield du 27 juin 1966, enregistrée à Cholame Shandon (Fig.2.6b), N90W de la réplique d'El Attaf du séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980 (Fig.2.6c), et la composante EW du séisme de Boumerdes (station Keddara1) du 21 mai 2003, (Fig.2.6d), ont été choisis à cet effet.

Ces accélérogrammes ont été utilisés pour le calcul des rapports théoriques, $E[a_{(1)}]/E[a_{(n)}]$, entre le premier pic espéré et les pics espérés d'ordre n . Ces rapports sont ensuite comparés aux rapports des pics réels correspondants, $a_{(1)}/a_{(n)}$.

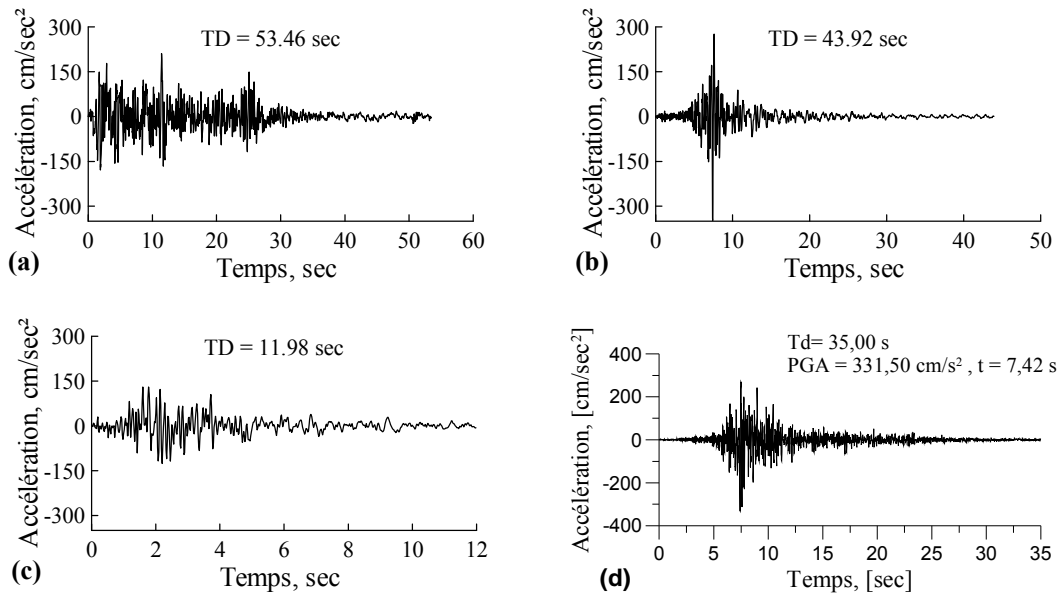


Fig. 2.6 Présentation des enregistrements accélérométriques. a) séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, b) séisme de Parkfield du 27 juin 1966, c) séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980*, d) composante EW du séisme de Boumerdes (station Keddara1) du 21 mai 2003.

On procède au calcul des amplitudes attendues, $E[\eta_{(1)}]$, $E[\eta_{(2)}]$, $E[\eta_{(3)}]$, ... des différents pics ordonnés normalisés, à partir de l'équation (2.42). Pour ce faire, on utilise les résultats de Cartwright et Longuet-Higgins (1956) permettant de déterminer le paramètre ε en fonction du rapport ν , qui représente le rapport entre le nombre de pics négatifs et le nombre total de pics de l'accélérogramme, selon la relation suivante :

$$\varepsilon = \sqrt{1 - (1 - 2\nu)^2} \quad (2.43)$$

Les pics réels $a_{(1)}$, $a_{(2)}$, $a_{(3)}$, ... ainsi que le nombre total de pics N , sont déterminés directement à partir de l'enregistrement accélérométrique.

Les résultats des figures (2.7a) à (2.7d) montrent qu'en général, plusieurs pics d'ordre inférieur qui correspondent au mouvement fort de l'accélérogramme, montrent une bonne concordance avec les pics théoriques espérés. Mais dans certains cas (Fig.2.7b) le rapport $a_{(1)}/a_{(n)}$ remonte très rapidement au dessus du rapport théorique $E[a_{(1)}]/E[a_{(n)}]$. De tels accélérogrammes sont caractérisés par un ou deux pics isolés d'une amplitude très importante qui diminuent brusquement vers les autres pics.

(*) : Séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980 ; réplique de l'Attaf

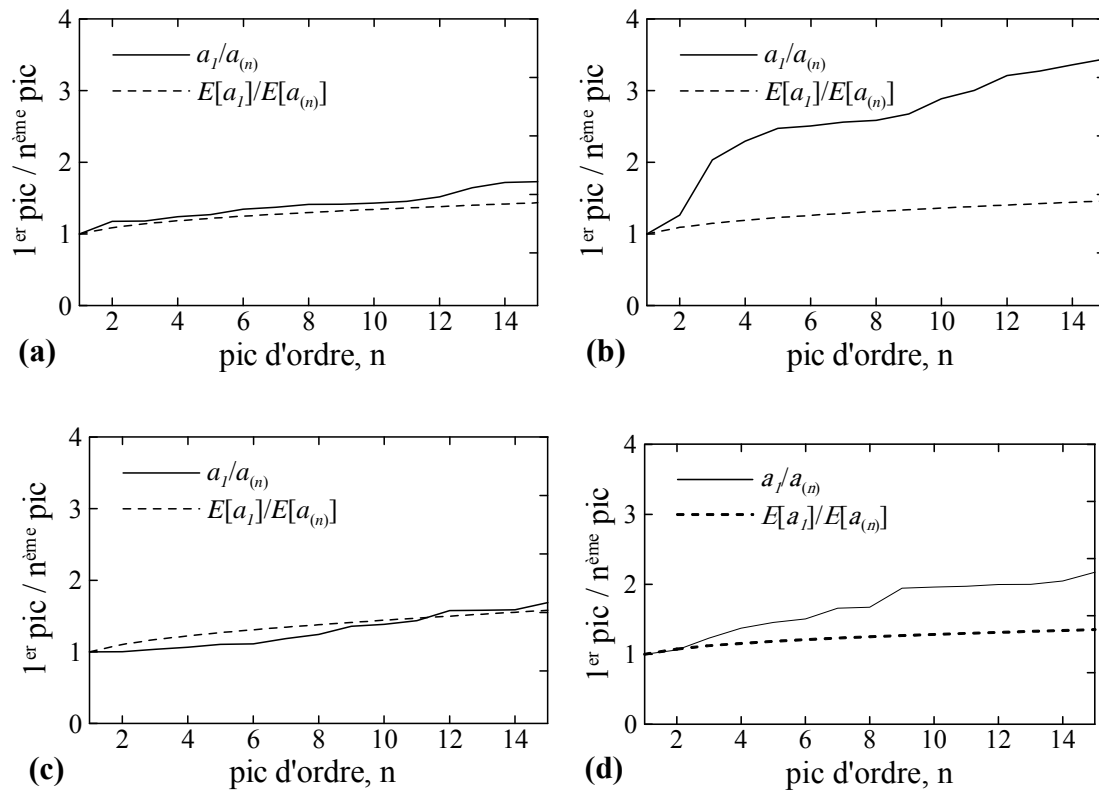


Fig. 2.7 Comparaison entre le rapport $E[a_{(1)}]/E[a_{(n)}]$ avec le rapport $a_{(1)}/a_{(n)}$ pour différents enregistrements accélérométriques de : a) séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, b) séisme de Parkfield du 27 juin 1966, c) séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980, d) séisme de Boumerdes (station Keddara1) du 21 mai 2003

6. Conclusions

La plupart des études déjà effectuées sur la réponse stochastique des structures ont considéré les statistiques du pic le plus important seulement. La théorie des statistiques des pics ordonnées présentée dans ce chapitre nous permet non seulement d'estimer l'amplitude du pic le plus important mais aussi les autres pics les plus significatifs de la réponse. La détermination de ces pics dépend de trois paramètres : (i) a_{rms} , la moyenne quadratique des amplitudes de la réponse, (ii) ε , une mesure de la largeur de bande du spectre de réponse, et (iii) N , le nombre total des pics de la réponse.

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus avec les hypothèses de la stationnarité et de l'indépendance mutuelle des amplitudes des maxima d'une fonction aléatoire. Il a été observé que les amplitudes des pics obtenus par la formulation de Gupta et Trifunac sont proches des amplitudes des pics réels, surtout pour les pics d'ordre inférieur (les pics les plus importants).

Les valeurs attendues, et les valeurs les plus probables peuvent être utilisées afin de tracer l'amplitude relative spectrale de la réponse maximale ainsi que pour la deuxième, troisième, ... $n^{\text{ème}}$ valeur maximale. Ces valeurs correspondent aussi à l'amplitude maximale qui peut être dépassée une fois, deux fois, ..., n fois durant le temps de vibration d'une structure.

CHAPITRE 3

LA GENERATION DE DSP COMPATIBLE AVEC UN SPECTRE DE REPONSE

CHAPITRE 3

LA GENERATION DE DSP COMPATIBLE AVEC UN SPECTRE DE REPONSE

1. Introduction

Ce chapitre présente plusieurs méthodes de détermination d'une DSP d'un mouvement sismique pour le calcul dynamique de la réponse stochastique des structures. A cet effet, La théorie de vibrations aléatoires et les statistiques des pics ordonnés sont utilisées.

En plus de la représentation analytique de l'effet sismique par bruit blanc ou bruit blanc filtré, nous avons également adopté deux méthodes dans lesquelles la DSP est définie de manière compatible avec un spectre de réponse donné. La première méthode consiste, à définir la DSP en terme du spectre de Fourier et de la durée stationnaire du mouvement fort. La seconde méthode sert, à déterminer la DSP de manière itérative sur la base du spectre de réponse cible. Les résultats trouvés rapportent un excellent accord entre les spectres de réponse théoriques et les spectres de réponse cibles, pour des fréquences très larges englobant aussi bien le domaine des basses que celui des hautes fréquences. Cette dernière procédure permet de prendre en compte les effets de la non-stationnarité du mouvement sismique ainsi que celui de la nature transitoire de la réponse dynamique des structures.

2. Représentations de l'action sismique par la densité spectrale de puissance

2.1. Bruit Blanc (White Noise)

Selon les modèles stochastiques du mouvement fort, l'énergie du séisme était uniformément répartie sur toutes les fréquences examinées (Bycroft, 1960). L'accélération est ainsi représentée par un bruit blanc à bande limitée dont la DSP est égale à une constante jusqu'à une fréquence ω_{\max} , et nulle pour les fréquences supérieures (Fig. 3.1) :

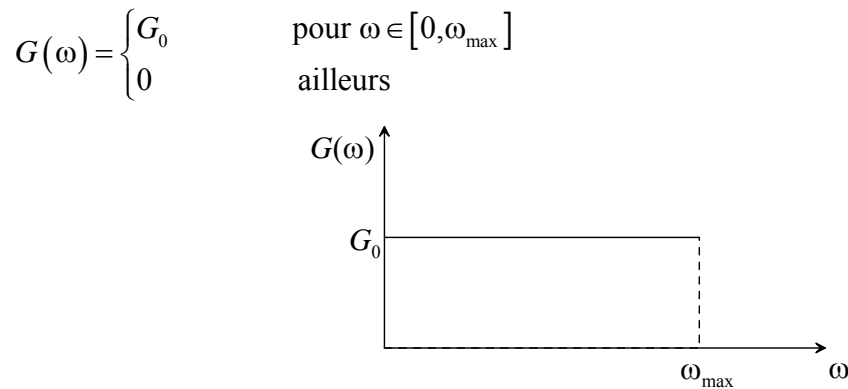


Fig. 3.1 Représentation de l'action sismique par un bruit blanc

2.2. Densité spectrale de puissance de Kanai-Tajimi

Une étude du mouvement sismique, a trouvé que l'énergie du séisme n'est pas distribuée uniformément sur toutes les fréquences analysées, mais qu'elle est concentrée dans une bande limitée de fréquences. A cet effet, les travaux de Kanai (1957) sur le contenu fréquentiel des enregistrements sismiques sont utilisés, Tajimi (1960) a élaboré une formule analytique de la DSP de l'accélération sismique.

$$G(\omega) = G_0 \frac{1 - 4\xi_g^2 (\omega/\omega_g)^2}{\left[1 - (\omega/\omega_g)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 (\omega/\omega_g)^2} \quad (3.1)$$

où ξ_g et ω_g représentent, respectivement, l'amortissement et la fréquence prédominante du sol et G_0 l'intensité du mouvement fort.

La représentation d'une excitation sismique stationnaire à l'aide de la DSP de Kanai-Tajimi a été largement employée, en plus plusieurs études ont été effectués pour obtenir les paramètres ξ_g , ω_g et G_0 (Lai, 1982 ; Elghadamsi et al, 1988).

Les figures (3.2a) et (3.2b) présentent les DSP normalisées de Kanai-Tajimi respectivement pour les composantes horizontales et verticales, d'accélérogrammes enregistrés pour trois types de sites : alluvions, alluvions/rocher et rocher. Les paramètres ξ_g , ω_g et G_0 , obtenus par Elghadamsi et al (1988), sont illustrés au tableau (3.1).

Tableau 3.1 Paramètres de Kanai-Tajimi pour des composantes horizontales et verticales d'accélérogrammes enregistrés sur un site d'alluvions, alluvions/rocher et rocher (Clough et al., 1975).

	Catégorie de site	G_0	ω_g	ξ_g
Horizontales	Alluvions	0.102	18.35	0.34
	Alluvions / Rocher	0.078	22.87	0.30
	Rocher	0.070	27.02	0.30
Verticales	Alluvions	0.080	26.20	0.46
	Alluvions / Rocher	0.072	29.09	0.46
	Rocher	0.053	38.83	0.46

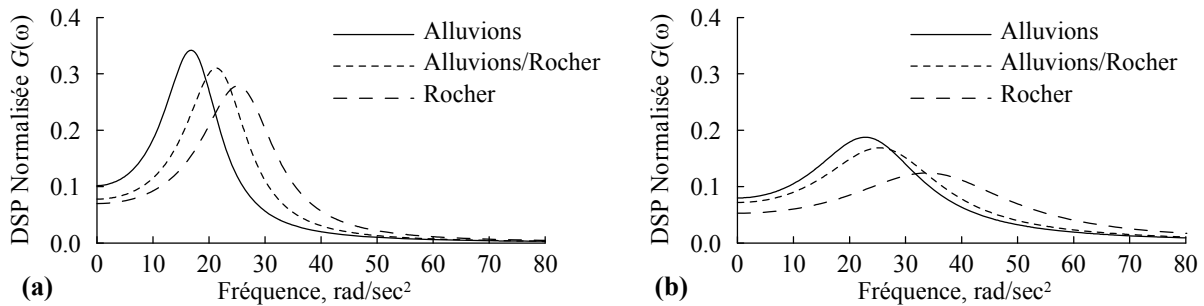


Fig. 3.2 DSP normalisées de Kanai-Tajimi, pour différent site. a) composantes horizontales. b) composantes verticales.

2.3. Densité spectrale de puissance de Clough et Penzien

La DSP donnée par l'équation (3.1), ne s'annule pas pour une fréquence égale à zéro, cela conduit à des valeurs infinies de la moyenne quadratique de la vitesse et du déplacement du sol. Pour traiter ce problème, Clough et Penzien (1975) ont mis un filtre passe-haut (high-pass) de second ordre pour changer l'équation (3.1) comme suit :

$$G(\omega) = G_0 \frac{1 - 4\xi_g^2 (\omega/\omega_g)^2}{\left[1 - (\omega/\omega_g)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 (\omega/\omega_g)^2} \cdot \frac{(\omega/\omega_k)^4}{\left[1 - (\omega/\omega_k)^2\right]^2 + 4\xi_k^2 (\omega/\omega_k)^2} \quad (3.2)$$

Pour les paramètres du filtre ω_k et ξ_k , Der-Kiureghian et Neuenhofer (1992) ont choisi des valeurs: 1.5 et 0.6 pour les sites rocheux, 0.5 et 0.6 pour les sites alluvionnaires et 1.0 et 0.6 pour les sites intermédiaires.

Les DSP normalisées de Clough et Penzien des composantes horizontales et verticales

d'accélérogrammes enregistrés pour trois types de sites sont présentées sur les figures (3.3a) et (3.3b) respectivement. On remarque que le deuxième rapport tend rapidement vers 1 lorsque ω augmente, et qu'il influence sur la forme de la DSP pour la région des très basses fréquences.

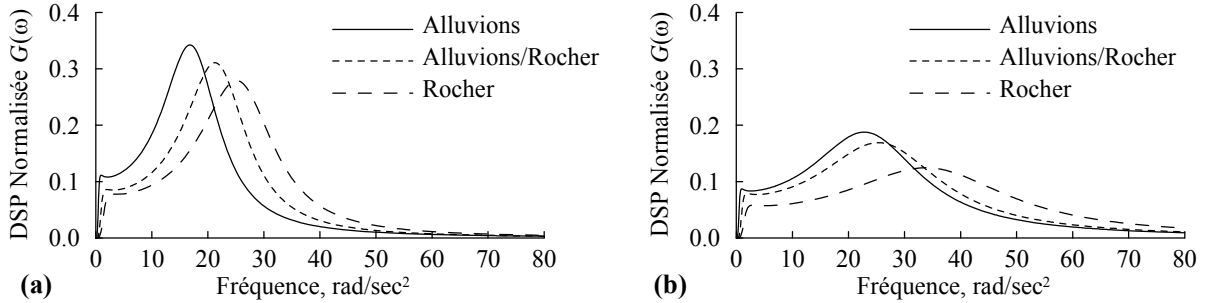


Fig. 3.3 DSP normalisées de Clough et Penzien, pour différents site. a) composantes horizontales. b) composantes verticales.

3. Détermination de DSP à partir d'un spectre de Fourier (1^{ère} méthode)

La DSP d'un processus stochastique stationnaire de durée T_S peut être déterminée à partir du spectre de Fourier $FS(\omega)$, comme suit (Bendat et Piersol, 1986) :

$$G(\omega) = \frac{1}{\pi T_S} |FS(\omega)|^2 \quad (3.3)$$

Comme les accélérogrammes étant des fonctions non-stationnaires, l'utilisation de cette formule nécessite la définition d'une durée stationnaire T_S qui garantit une conservation totale de l'énergie de l'accélérogramme (Trifunac et Brady, 1975) afin que les principaux pics attendus puissent correspondre aux pics réels les plus importants.

Soient $a_{(1)}$, $a_{(2)}$, $a_{(3)}$, ... les amplitudes réelles des différents pics d'un accélérogramme $\ddot{a}(t)$ de durée totale T et $\eta_{(i)}$ l'amplitude du $i^{\text{ème}}$ pic ordonné normalisé est donné comme suit :

$$\eta_{(i)} = a_{(i)} / a_{rms} \quad (3.4)$$

Pour déterminer les valeurs des amplitudes attendues des différents pics ordonnés normalisés suivant l'équation (3.42), $E[\eta_{(1)}]$, $E[\eta_{(2)}]$, $E[\eta_{(3)}]$, ..., on commence par calculer le paramètre ε à partir de l'équation (2.43), et on calcule N , le nombre total de pics de l'accélérogramme $\ddot{a}(t)$.

En outre, Arias (1970) donne l'énergie totale de l'accélérogramme $\ddot{a}(t)$ par la formule suivante :

$$I(T) = \int_0^T [\ddot{a}(t)]^2 dt \quad (3.5)$$

L'expression de la valeur a_{rms} pour un processus stationnaire de durée T_S de même énergie que l'accélérogramme $\ddot{a}(t)$, est donnée comme suit :

$$a_{rms}^2 = \frac{1}{T_S} \int_0^T a^2(t) dt = \frac{1}{T_S} I(T) \quad (3.6)$$

Donc, la valeur T_S de la durée stationnaire est égale à :

$$T_S = \frac{1}{a_{rms}^2} I(T) \quad (3.7)$$

En utilisant l'équation (3.4), on a pour chaque pic du $i^{\text{ème}}$ ordre la relation suivante :

$$T_{s(i)} = \left(\frac{\eta_i}{a_{(i)}} \right)^2 I(T) \quad (3.8)$$

La valeur inconnue de la durée stationnaire du pic d'ordre i avec le remplacement de l'amplitude normalisée $\eta_{(i)}$ par la valeur attendue $E[\eta_{(i)}]$ du $i^{\text{ème}}$ pic ordonné correspondant peut être présentée comme suit :

$$T_{s(i)} = \left(\frac{E[\eta_{(i)}]}{a_{(i)}} \right)^2 I(T) \quad (3.9)$$

Après le calcul des durées stationnaires pour nombreux pics d'accélération, la durée stationnaire du mouvement fort est égale à la moyenne des durées correspondant aux pics les plus élevés définis par des durées globalement stables (Gupta, 1994, 1994a).

4. Détermination de DSP compatible avec un spectre de réponse (2^{ème} méthode)

Le spectre de réponse d'un mouvement fort correspond à la réponse maximale d'un ensemble d'oscillateurs de fréquences propres et d'amortissements différents (Nigam et Jennings, 1968) et intègre implicitement les effets de la non-stationnarité du mouvement et du caractère transitoire de la réponse. Le calcul de la DSP compatible avec ce spectre inclura automatiquement l'effet de la non-stationnarité du séisme ainsi que la nature transitoire de la

réponse pour les longues périodes.

Soit $G(\omega)$ la DSP compatible avec un spectre de réponse donné. La DSP de la réponse en déplacement $GD(\omega)$ d'un oscillateur de pulsation ω_n et d'un pourcentage d'amortissement critique ξ peut s'écrire à partir de l'équation (1.59) comme suit :

$$GD(\omega) = |\tilde{H}(\omega, T_D)|^2 G(\omega) \quad (3.10)$$

où $\tilde{H}_n(\omega, T_D)$ est la fonction de transfert transitoire de l'oscillateur, donnée par l'équation (1.60) et évaluée à un temps T_D égale à la durée totale du mouvement fort.

Pour obtenir une première approximation des moments m_0 , m_2 et m_4 de la DSP de la réponse en déplacement, on remplace $\tilde{H}_n(\omega, T_D)$ par la fonction de transfert $H_n(\omega)$ et la valeur de $|H_n(\omega)|^2$ par un rectangle de hauteur $1/4\xi^2\omega_n^4$ et de largeur $\pi\xi\omega_n$, centré sur la valeur ω_n . On procède aussi à une approximation de $G(\omega)$ sur une bande à fréquence étroite à partir de $(\omega_n - \frac{1}{2}\xi\omega_n)$ jusqu'à $(\omega_n + \frac{1}{2}\xi\omega_n)$ par une valeur constante $G_0(\omega_n)$.

Avec ces approximations les moments m_0 , m_2 et m_4 de $GD(\omega)$ sont obtenus par:

$$m_0 = \frac{\pi G_0(\omega_n)}{4\xi\omega_n^3} \quad (3.11)$$

$$m_2 = \frac{G_0(\omega_n)}{4\xi^2\omega_n^4} \left(\pi\xi + \frac{1}{12}\pi^3\xi^3 \right) \omega_n^3 \quad (3.12)$$

$$m_4 = \frac{G_0(\omega_n)}{4\xi^2\omega_n^4} \left(\pi\xi + \frac{1}{2}\pi^3\xi^3 + \frac{1}{80}\pi^5\xi^5 \right) \omega_n^5 \quad (3.13)$$

On en déduit facilement les formulations des paramètres a_{rms} , N et ε tirés à partir des équations (2.21), (2.16) et (2.22) comme suit :

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{\pi G_0(\omega_n)}{4\xi\omega_n^3}} \quad (3.14)$$

$$N = \frac{T\omega_n}{\pi} \left(\frac{\pi\xi + \frac{1}{2}\pi^3\xi^3 + \frac{1}{80}\pi^5\xi^5}{\pi\xi + \frac{1}{12}\pi^3\xi^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{1 + \frac{1}{6}\pi^2\xi^2 + \frac{1}{144}\pi^4\xi^4}{1 + \frac{1}{2}\pi^2\xi^2 + \frac{1}{80}\pi^4\xi^4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.16)$$

On remarque que les paramètres N et ε sont fonction de l'amortissement, de la fréquence naturelle de l'oscillateur, et de la durée totale du mouvement fort. Par application de l'équation (2.42) pour $n = 1$, on peut calculer l'amplitude normalisée maximale $\bar{\eta}_{\max}$, du plus grand pic de la réponse.

La valeur attendue de la réponse maximale peut être interprétée comme celle d'un oscillateur de pulsation ω_n et d'un pourcentage d'amortissement critique ξ . Elle représente donc par définition l'amplitude attendue du spectre de réponse $\overline{SD}(\omega_n, \xi)$. La valeur moyenne théorique $\overline{PSV}(\omega_n, \xi)$ des amplitudes du pseudo-spectre de vitesse, sera alors donnée par :

$$\overline{PSV}(\omega_n, \xi) = \omega_n \overline{SD}(\omega_n, \xi) = \omega_n \bar{\eta}_{\max} \cdot a_{rms} = \bar{\eta}_{\max} \sqrt{\frac{\pi G_0(\omega_n)}{4\xi\omega_n}} \quad (3.17)$$

En égalant cette valeur avec la valeur correspondante $PSV(\omega_n, \xi)$ du spectre de réponse cible, on peut déduire la première approximation de la DSP :

$$G_0(\omega_n) = \frac{4\xi\omega_n}{\pi} \left[\frac{PSV(\omega_n, \xi)}{\bar{\eta}_{\max}} \right]^2 \quad (3.18)$$

Cette première approximation est ensuite utilisée de manière itérative en vue d'obtenir une nouvelle valeur plus précise des amplitudes spectrales attendues $\overline{PSV}(\omega_n, \xi)$. On en déduit l'expression de la DSP pour la $j^{\text{ème}}$ itération (Unruh et Kana, 1981) :

$$G_j(\omega) = G_{j-1}(\omega) \left[\frac{PSV(\omega_n, \xi)}{PSV_{j-1}(\omega_n, \xi)} \right]^2 \quad (3.19)$$

Cette procédure itérative est ensuite répétée jusqu'à convergence des valeurs des amplitudes du spectre théorique vers celles du spectre de réponse cible. Un organigramme du schéma itératif de la méthode est donné dans la figure (3.4).

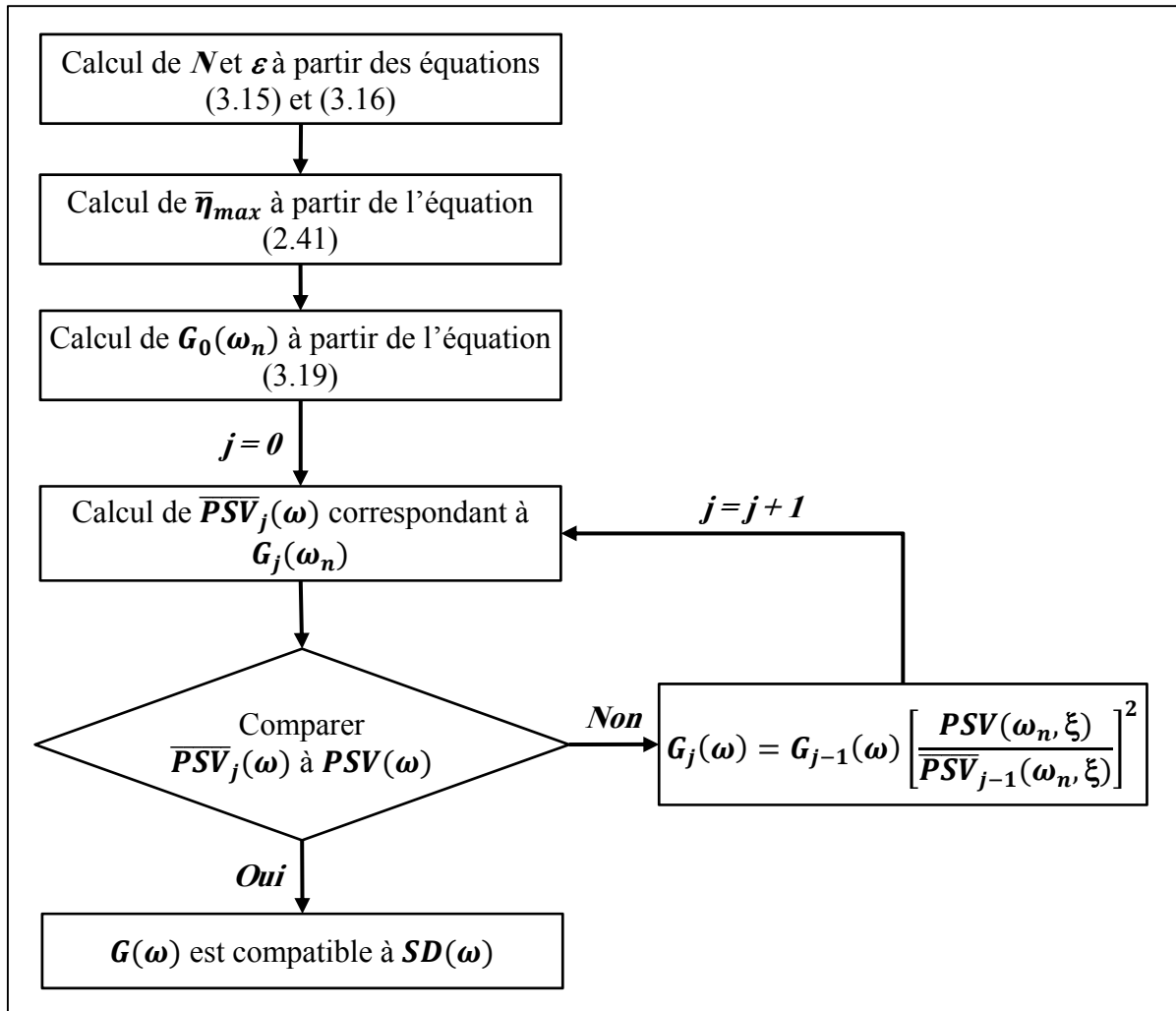


Fig. 3.4 Organigramme du schéma itératif de la deuxième méthode.

5. Applications numériques

L'applicabilité des deux méthodes présentées précédemment est examinée sur la base des résultats obtenus à partir des enregistrements accélérométriques de quatre événements sismiques. Les composantes S90W du séisme d'El-Centro du 18 mai 1940, (Fig.2.6a), N05W du séisme de Parkfield du 27 juin 1966 (Fig.2.6b), N90W de la réplique d'El Attaf du séisme d'El Asnam du 10 octobre 1980 (Fig.2.6c), composante EW du séisme de Boumerdes (station Keddara1) du 21 mai 2003 (Fig.2.6d), sont utilisées à cet effet.

Dans le tableau (3.2), on présente les valeurs des durées stationnaires $T_{S(i)}$ des 15 premiers pics de chacun des accélérogrammes considérés. La valeur de la durée stationnaire finale T_S de chaque accélérogramme est calculée à partir de la moyenne des durées soulignées associées aux premiers pics ordonnés (plus grandes amplitudes) présentant des durées

stationnaires plus ou moins stables. A partir de cette durée stationnaire, la DSP de l'accélérogramme examiné pourra être calculée directement à partir de l'équation (3.3).

Tableau 3.2 Durées stationnaires du mouvement fort correspondant aux 15 premiers pics ordonnés.

Pic n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	T_S
Séisme d'El-Centro 1940 ; Durée totale $T_D = 53.46$ sec																
$T_{S(i)}$	22.1	<u>25.9</u>	<u>23.6</u>	<u>24.3</u>	<u>24.0</u>	<u>25.7</u>	<u>25.6</u>	<u>26.2</u>	<u>25.4</u>	<u>25.2</u>	<u>25.3</u>	<u>26.8</u>	30.7	32.7	32.3	25.27
Séisme de Parkfield 1966 ; Durée totale $T_D = 43.92$ sec																
$T_{S(i)}$	3.4	9.6	<u>11.4</u>	<u>10.7</u>	<u>11.9</u>	<u>11.4</u>	<u>12.4</u>	<u>11.9</u>	<u>11.5</u>	<u>11.7</u>	15.6	15.4	16.1	15.8	15.6	11.61
Séisme d'El Asnam 1980 ; Durée totale $T_D = 11.98$ sec																
$T_{S(i)}$	6.4	<u>5.4</u>	<u>5.1</u>	<u>4.9</u>	<u>5.0</u>	<u>4.8</u>	<u>5.1</u>	<u>5.4</u>	6.2	6.2	6.4	7.5	7.3	7.2	7.8	5.47
Séisme de Boumerdes 2003 ; Durée totale $T_D = 35.00$ sec																
$T_{S(i)}$	5.3	5.16	6.38	7.45	7.97	8.2	9.65	9.51	<u>12.48</u>	<u>12.35</u>	<u>12.24</u>	<u>12.27</u>	<u>12.05</u>	<u>12.35</u>	13.7	12.29

Les DSP théoriques obtenues en utilisant la première méthode (Fourier) ainsi que les spectres de réponse calculés (trait discontinu) et les spectres de réponse cibles (trait continu), pour un amortissement de 5%, sont présentés dans les figures (3.5a) à (3.5d) pour les quatre enregistrements accélérométriques considérés. On remarque que les spectres calculés sont en bonne concordance avec les spectres réels correspondants pour les courtes périodes seulement. Pour les périodes longues, on observe que les positions des pics des spectres de réponse cibles sont pratiquement inchangées mais que les amplitudes spectrales sont surestimées.

Ceci peut aisément s'expliquer par le fait que la partie stationnaire du mouvement fort de l'accélérogramme est, en général, dominée par les ondes de hautes fréquences, induisant ainsi un résultat plus précis pour ces fréquences. Par un filtrage approprié des hautes fréquences et en calculant à partir du nouveau accélérogramme obtenu, une nouvelle durée stationnaire, il est évidemment possible d'obtenir une meilleure compatibilité pour les longues périodes, ce qui ne sera malheureusement plus le cas pour les courtes périodes.

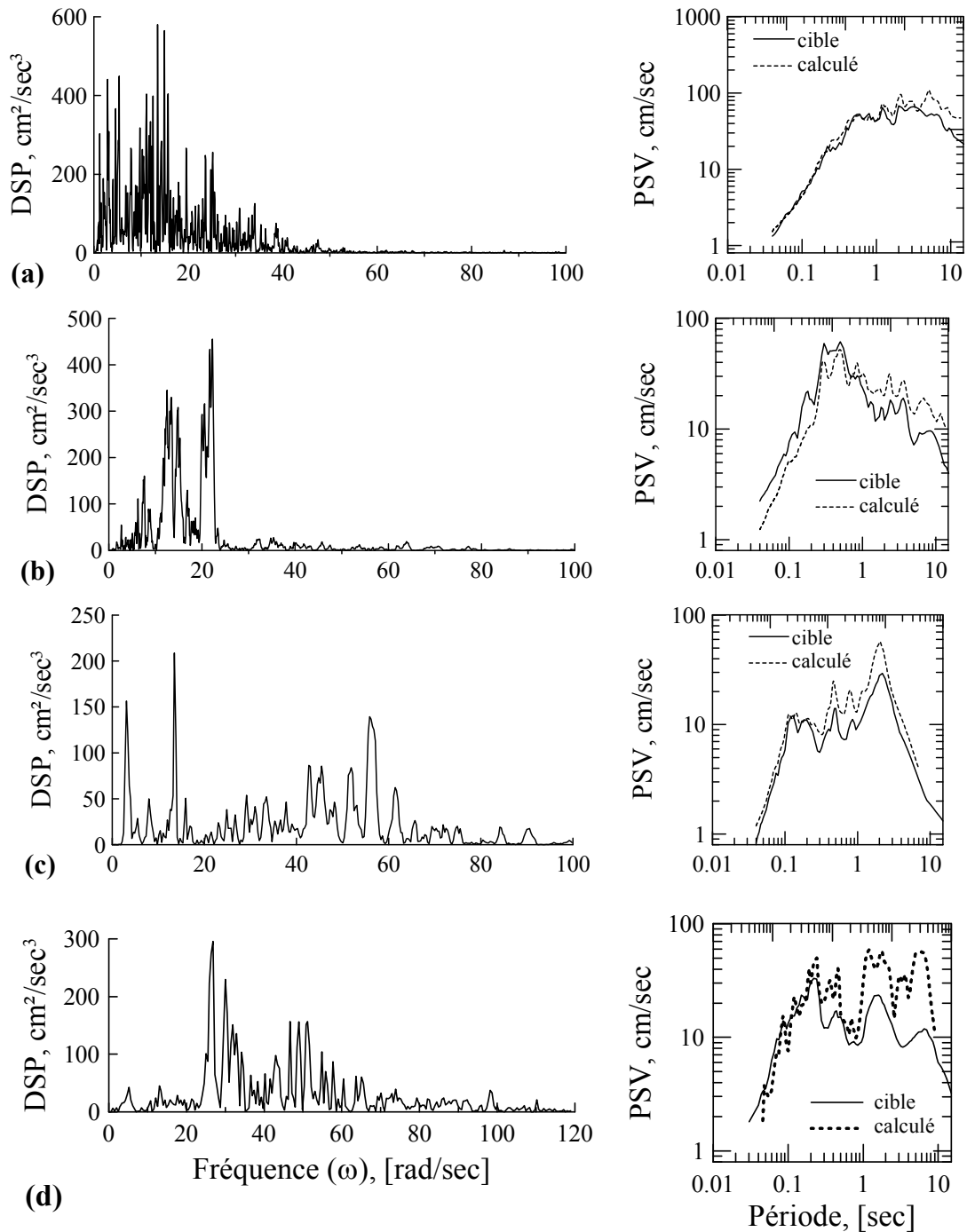


Fig. 3.5 DSP théoriques obtenues par la première méthode et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles, $\xi=5\%$. a) séisme d'El-Centro 1940, b) séisme de Parkfield 1966, c) séisme d'El Asnam 1980, d) Séisme de Boumerdes 2003.

Par ailleurs, les résultats trouvés en utilisant la deuxième méthode (Fig.3.6a à 3.6d), montrent que les spectres de réponse théoriques, ainsi calculés, et les spectres de réponse cibles présentent un bon accord pour une plage de fréquences très étendue englobant aussi bien le domaine des basses et des hautes fréquences. Cette deuxième approche permet de prendre en considération les effets de la non-stationnarité du mouvement sismique ainsi que celui de la

nature transitoire de la réponse dynamique des structures.

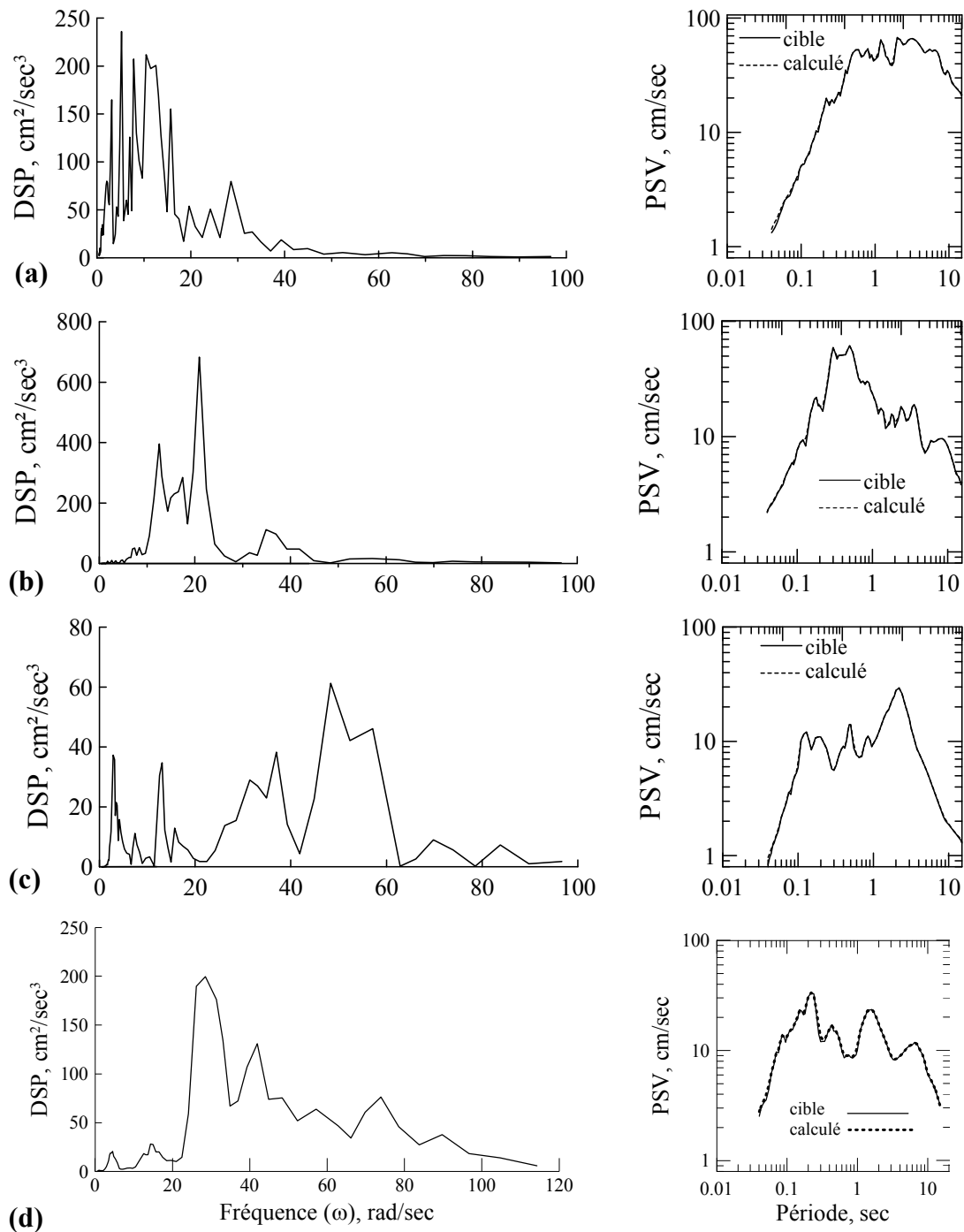


Fig. 3.6 DSP itératives et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles, $\xi=5\%$, a) séisme d'El-Centro 1940, b) séisme de Parkfield 1966, c) séisme d'El Asnam 1980, d) Séisme de Boumerdes 2003.

Sur le plan opérationnel, l'application du schéma itérative de la deuxième méthode sur les quatre enregistrements précédents a montré que la convergence de l'algorithme utilisé est très rapide et qu'une excellente concordance entre les amplitudes des spectres théoriques et cibles peut être obtenue après seulement deux à trois itérations (Fig. 3.7).

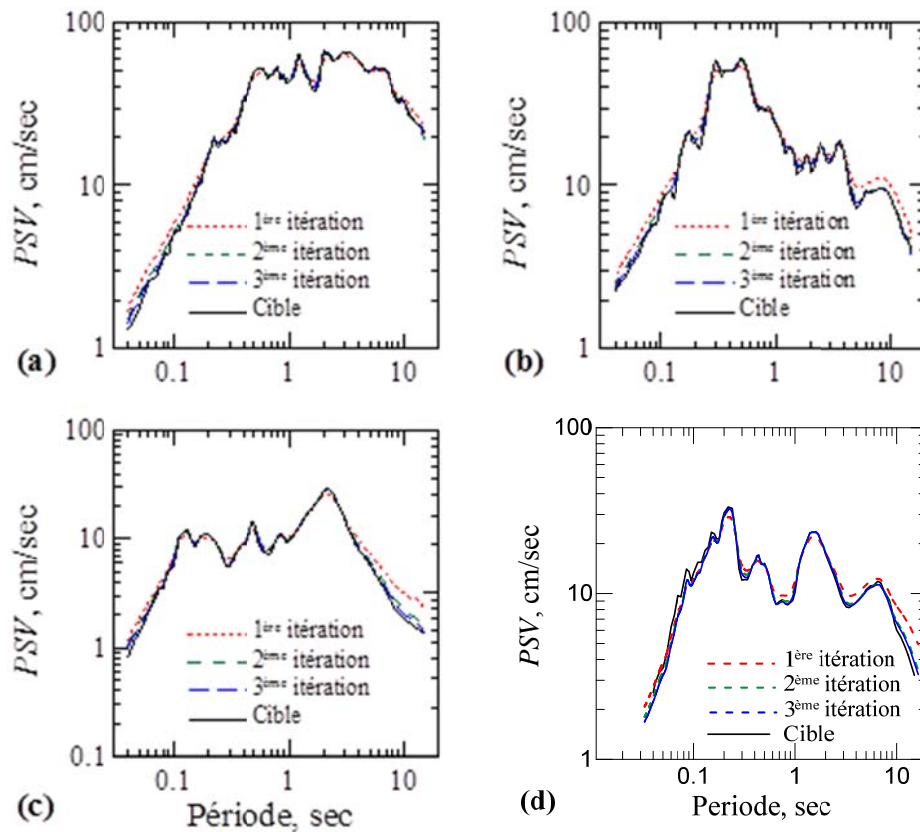


Fig. 3.7 PSV obtenues à partir des 3 premières itérations, a) séisme d'El-Centro 1940, b) séisme de Parkfield 1966, c) séisme d'El Asnam 1980, d) Séisme de Boumerdes 2003.

Pour des résultats en plus dans le cas d'investigation sur les effets liés aux conditions locales du sol, la magnitude et à la distance épacentrale sur la densité spectrale de puissance est menée en considérant plusieurs modèles de spectres de réponses prenant en compte ces effets, sont présentés en Annexe A (Zermout, 2004 ; Boudina, 2010).

6. DSP compatible avec les spectres réglementaires des RPA99ver2003

L'examen de la validité de cette méthode a été encore confirmé pour des spectres d'accélération de RPA99ver2003 (2004), pour des valeurs d'amortissement de : 0.5%, 2.0% et 5.0% pour un sol rocheux (Fig. 3.8a), ainsi que pour quatre types de sols : sol rocheux, sol ferme, sol meuble et sol très meuble pour $\xi=5\%$ (Fig. 3.8b).

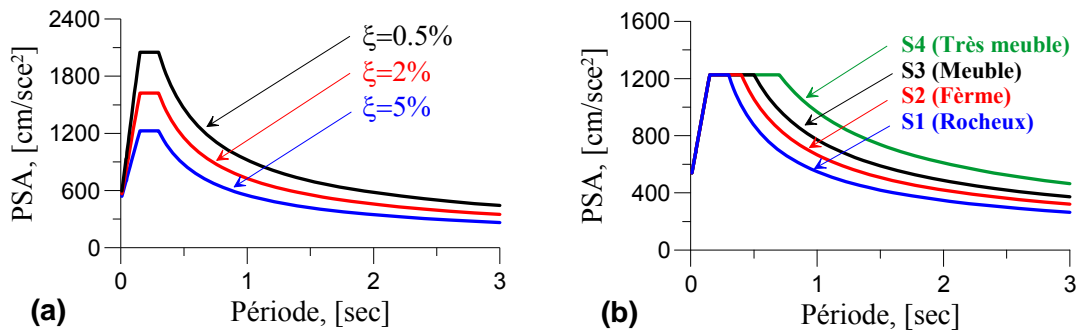


Fig. 3.8 Spectres en accélération de : a) RPA99ver2003 pour un sol rocheux et un amortissement de 0.5%, 2% et 5%, b) RPA99ver2003 pour quatre types de sols: rocheux, fermes, meubles et très meubles avec $\xi=5\%$.

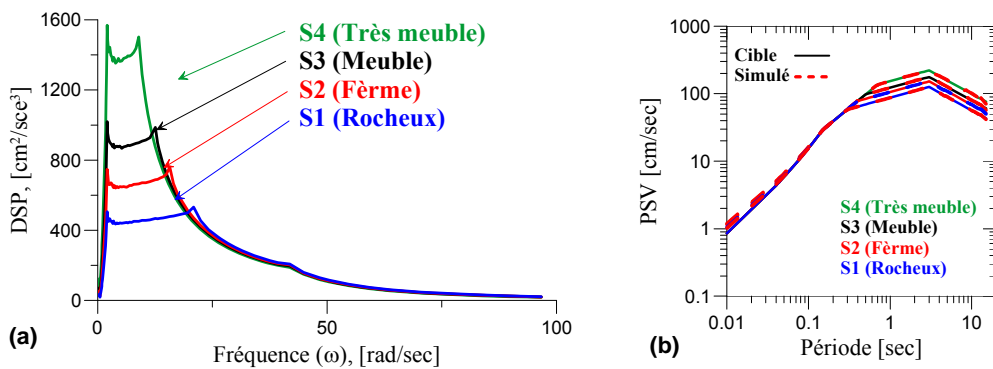


Fig. 3.9 DSP compatibles aux spectres de réponse des RPA99ver2003 et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles, pour quatre types de sols: rocheux, ferme, meuble et très meuble avec $\xi=5\%$.

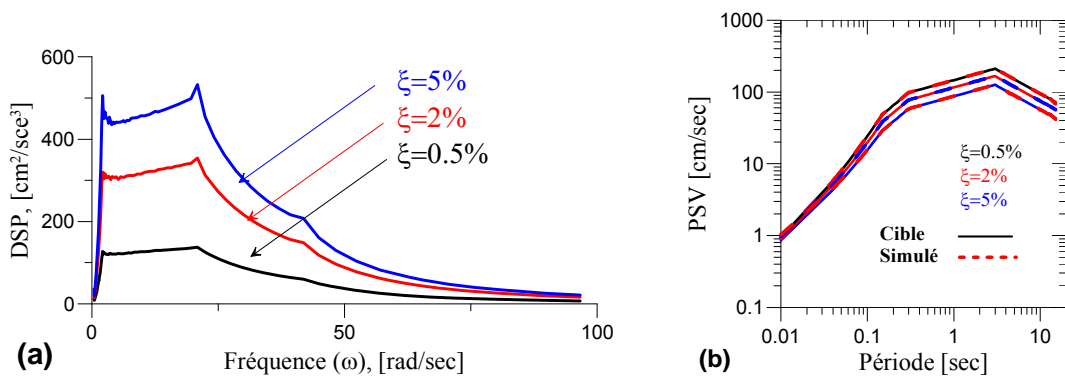


Fig. 3.10 DSP compatibles aux spectres de réponse du RPA99ver2003 et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles pour un sol rocheux et $\xi=0.5\%$, 2% et 5%.

A partir de des figures (3.9) et (3.10), les spectres de réponse calculés restent confondus aux spectres de réponse cibles, indépendamment des valeurs de l'amortissement considérées. Egalement, pour des valeurs d'amortissement voisines de 5% un problème de convergence

peut subsister en hautes fréquences (>20 Hz).

7. Conclusions

Le calcul de la DSP à partir du spectre de Fourier et de la durée modifiée du mouvement fort en le considérant comme faiblement stationnaire, reste limitée pour les hautes fréquences où l'abondance de ces dernières conduit à une bonne estimation de la réponse. Pour les basses fréquences, la non-stationnarité du mouvement fort fait que la réponse est surestimée.

En revanche, l'utilisation d'une DSP compatible avec un spectre de réponse cible présentée dans ce Chapitre, permet non seulement d'obtenir des résultats précis pour une gamme de fréquences plus large, mais aussi une meilleure estimation des pics de la réponse les plus significatifs correspondant à la phase forte du mouvement sismique. En outre, cette approche permet de fournir un mode de représentation réaliste des caractéristiques du séisme, et de prendre également en considération les effets de non-stationnarité du mouvement fort et du caractère transitoire de la réponse sismique des structures.

L'étude des DSP compatibles obtenus pour différents types de sols a montré que la DSP d'un sol meuble tend vers une DSP d'un processus à bande étroite, par contre la DSP d'un sol ferme tend vers celle d'un processus à bande large et que la fréquence prédominante d'un sol augmente avec sa raideur. On remarque aussi que la distribution de l'énergie dans les basses fréquences est plus importante pour les sols meubles qu'elle ne l'est pour les sols fermes. La tendance s'inverse pour les hautes fréquences où l'énergie est plus importante pour les sols fermes qu'elle ne l'est pour les sols meubles.

Suivant les résultats obtenus, on constate que la deuxième méthode conduit à des spectres de réponse plus compatibles avec les spectres de réponse cibles, cette approche sera maintenue pour l'évaluation des Densités Spectrales de Puissance (DSP) dans la suite de notre étude.

CHAPITRE 4

GENERATIONS D'ACCELEROGRAMMES COMPATIBLES AVEC UN SPECTRE DE REPONSE CIBLE

CHAPITRE 4

GENERATIONS D'ACCELEROGRAMMES COMPATIBLES AVEC UN SPECTRE DE REPONSE CIBLE

1. Introduction.

La procédure de génération de densité spectrale de puissance compatible (DSP) retenue ci-avant (2^{ème} méthode) est maintenant utilisée pour la génération d'accélérogramme synthétique compatible avec des spectres de réponse cibles. Les signaux artificiels sont calculés en utilisant la méthode de superposition d'ondes sinusoïdales dont les amplitudes sont reliées à la DSP précédemment retenue. Outre la prise en considération de manière implicite pour cette méthode des effets de la nonstationnarité fréquentielle du mouvement sismique et de la nature transitoire de la réponse dynamique de la structure, nous introduisons trois différentes options pour la prise en charge des phases et par suite donc de la nonstationnarité temporelle c'est ainsi que pour synthétiser de manière réaliste de génération des phases ont été considérées ; l'une des elles étant associée à la définition d'une fonction enveloppe temporelle.

La durée totale du mouvement sismique, est composée de trois phases essentielles, a été estimé en considérant les temps d'arrivées au site des divers trains d'ondes successifs, les paramètres contrôlant le processus de rupture de la faille sismique, et les vibrations libres de la terre; C'est ainsi que dans ce chapitre, nous présentons dans une première partie une étude comparative pour la sélection des procédures d'évaluations des paramètres caractéristiques de la nonstationnarité temporelle des mouvements sismiques. Dans une deuxième partie une étude paramétrique est conduite afin d'apprécier les effets des variables environnementales sur les caractéristiques de la nonstationnarité temporelle.

La procédure de simulation est ensuite utilisée pour dans une troisième partie, la génération d'accélérogrammes réglementaires compatibles avec des spectres de réponse issus de différentes réglementations parasismiques en vigueur dans le monde. Les résultats sont

présentés en termes de comparaison des formes spectrales cibles et simulés.

2. Les paramètres de simulation :

2.1 Valeur de l'amplitude maximale de l'accélération du mouvement sismique du sol (PGA) :

Les seuils des amplitudes maximales des accélérations sismiques sont en général fonction des paramètres environnementaux qui contrôlent les effets de la taille du séisme (Magnitude 'M'), les effets du trajet pour les ondes sismiques (Distance épacentrale 'R') ainsi que les effets des dépôts sédimentaires du site considéré (Sol 'S'). Ces seuils d'amplitudes sont estimées en considérant les effets moyens des paramètres explicatifs à travers des lois de régressions élaborées sur la base de banques de données accélérométriques enregistrées.

L'amplitude maximale de l'accélération sismique (PGA) peut se faire suivant les lois de régressions consignées dans le Tableau (4.1) ci-dessous :

Tableau 4.1 Expression du PGA suivant différentes lois de régressions en fonction des paramètres magnitude (M), distance épacentrale (R) et type de sol (S1 et S2).

Auteur	Lois de régression
Djouabi (2010)	$Log(PGA) = 2.252 + 0.357M + 0.092S_1 + 0.282S_2 - 1.578Log(\sqrt{R^2 + h^2})$
Sabetta & Pugliese (1996)	$Log(PGA(g)) = -1.845 + 0.363M + 0.195S_1 + 0. * S_2 - 1. Log(\sqrt{R^2 + h^2})$

Dans notre étude, on retient pour le calcul du PGA, la loi de régression proposée par Djouabi(2010) et qui a été élaborée sur la banque de données mondiale comprenant 411 accélérogrammes groupés en 9 classes (Site-Magnitude-Distance épacentrale), les sols sont associés aux coefficients présentés sur le Tableau (4.2), et h de 5 km.

Tableau 4.2 Les coefficients associés aux types de sol. Djouabi (2010).

Coefficient S ₁ et S ₂	S ₁	S ₂
Sol rocheux	0	0
Sol ferme	1	0
Sol meuble	0	1

2.2 Nonstationnarité temporelle:

Afin d'assurer aux accélérogrammes synthétiques un caractère non-stationnaire dans le domaine temporel, ceux-ci ont été générées de sorte à reproduire trois phases importantes voir (Fig.4.1) : une croissance progressive des amplitudes du signal sur un premier tronçon temporel de durée T_1 précédant l'arrivée des ondes S , un deuxième tronçon temporel de durée T_s représentant la phase des mouvements forts et un troisième tronçon de durée T_3 caractérisé par les vibrations libres du sol engendrant une décroissance progressive des amplitudes jusqu'au stade de repos.

$$T_d = T_1 + T_s + T_3 \quad (4.1)$$

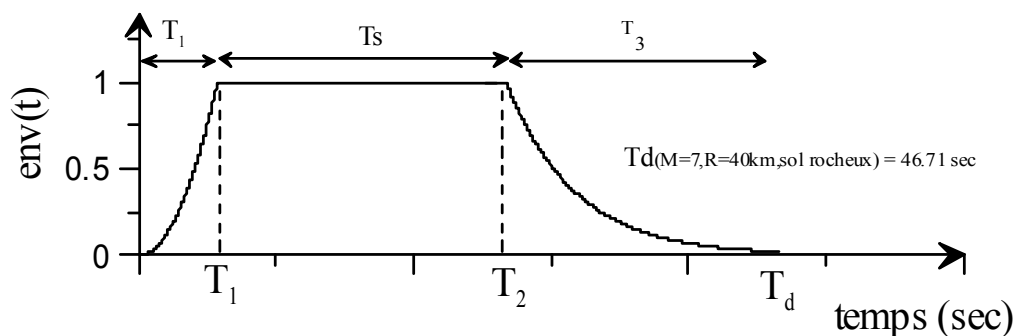


Fig. 4.1 Forme de l'enveloppe temporelle proposée par Jennings (1969)

La distribution dans le temps de l'énergie libérée par les ondes sismiques est gérée par une fonction enveloppe temporelle de durée T_d , décrivant les variations du mouvement de sol. Différentes méthodes ont été proposées pour l'estimation de la durée totale T_d d'un séisme (Trufinac, Westermo 1976), (Trufinac, Novikova 1993), (Sabetta, Pugliese 1996). Elles sont basées sur les différentes conditions magnitude, distance épacentrale et caractéristique du site local. Dans ce travail, la durée totale T_d des mouvements sismiques de sol est égale à la somme des trois tronçons temporels suivants :

Durée T_1 précédant l'arrivée des ondes S :

- Cette durée correspondant au décalage temporel en secondes entre les ondes S et P et dont la valeur est obtenue en divisant la distance épacentrale R en kilomètre par $V_p * V_s / (V_p - V_s)$ (Sabetta, Pugliese 1996) considéré comme étant égal à 7 km/sec.

Durée T_s de la phase des mouvements forts S :

- Cette durée est déterminée sur la base des paramètres caractéristiques de la faille sismiques à savoir : la fréquence coin f_c , et les dimensions L et W de la surface de la faille.

Son expression est donnée par (Brune 1979) :

$$T_s = \frac{1}{f_c} \quad (4.2)$$

La fréquence coin f_c s'exprimant comme suit :

f_c fréquence coin (Brune, Boore) donnée par l'expression suivante :

$$f_c = 4,9 \cdot 10^6 V_s \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (4.3)$$

où V_s la vitesse des ondes S, M_0 moment sismique et $\Delta\sigma$ contrainte est calculée suivant l'expression (Madariaga, 1979) :

$$\Delta\sigma = M_0 / (S \cdot \tilde{W}) \quad (4.4)$$

avec S est la valeur de la surface de la faille sismique et \tilde{W} la valeur de la longueur caractéristique associée avec la dimension Nord-West de la faille (pour les longues failles sont approximativement $W/2$). En reprenant les valeurs de surfaces S (Tableau 4.3) proposées par Sibson (1989) pour différentes magnitudes M_s .

Tableau 4.3 Les surfaces des failles suivantes différentes magnitudes

Magnitude	Surface (m ²) suivant Sibson (1989)
M=5	10 000 000
M=6	100 000 000
M=7	1 000 000 000

L'enveloppe temporelle durant cette phase est gérée par la distribution de phase utilisée.

▪ T_3 est la durée des vibrations libres du sol associées aux ondes basses fréquences ($f = f_c$). La valeur ξ de l'amortissement dépend de la nature du sol au site d'enregistrement, l'enveloppe temporelle a une forme qui assure l'amortissement du mouvement du sol et dont l'expression est donnée par :

$$env(t) = e^{-\xi 2\pi f_c (t-T_2)} = e^{-\alpha (t-T_2)} \quad (4.5)$$

avec $\alpha = \xi 2\pi f_c$; lorsque $t=T_d$ on a lors $env(t) = 0,02$ et sachant que $T_d - T_2 = T_3$ on a alors :

$$T_3 = \frac{\ln(0,02)}{-\xi 2\pi f_c} = \frac{\ln(0,02)}{-\alpha} \quad (4.6)$$

La phase des vibrations libres du sol est prolongée jusqu'à atteindre une amplitude de

mouvement égale à 2% de l'amplitude maximale de la phase des mouvements forts.

Le tableau suivant représente les valeurs de tous les paramètres pour des valeurs de l'amortissement associées aux différentes conditions de sol préconisé :

Tableau 4.4 Durées supplémentaires suivants différentes magnitudes et types de sols.

Sol	ξ Zerva (1997)	$f_c (M=7)$	$\omega_c = 2\pi*f_c$	$\alpha = \xi * \omega_c$	$T_3 = \frac{\ln(0.02)}{-\alpha}$ (sec)
rocheux	0.6	0.047	0.2953	0.1772	22.08
ferme	0.4	0.047	0.2953	0.1181	33.12
meuble	0.2	0.047	0.2953	0.0591	66.24
$f_c (M=6)$					
rocheux	0.6	0.148	0.9299	0.5579	7.01
ferme	0.4	0.148	0.9299	0.3720	10.52
meuble	0.2	0.148	0.9299	0.1860	21.03
$f_c (M=5)$					
rocheux	0.6	0.47	2.9531	1.7719	2.21
ferme	0.4	0.47	2.9531	1.1812	3.31
meuble	0.2	0.47	2.9531	0.5906	6.62

Et la calibration de l'amplitude maximale de l'accélération sismique (PGA) peut se faire suivant les lois de régression suivantes :

Tableau 4.5 PGA et durées stationnaires du mouvement fort suivants différentes régressions.

Auteur	Régression	Paramètre
Djouabi (2010)	$\text{Log}(PGA) = 2.252 + 0.357M + 0.092S_1 + 0.282S_2 - 1.578 \text{Log}(\sqrt{R^2 + h^2})$	PGA
Sabetta & Pugliese (1996)	$\text{Log}(PGA(g)) = -1.845 + 0.363M + 0.195S_1 + 0. * S_2 - 1. \text{Log}(\sqrt{R^2 + h^2})$	PGA
	$\text{Log}(T_s) = -0.783 + 0.193M - 0.133S_1 + 0.138S_2 + 0.208 \text{Log}(\sqrt{R^2 + h^2})$	T_s
Vanmarcke (1980)	$T_s = 30 * \exp(-3.254 * PGA^{0.35})$	T_s
Trifunac & Brady (1975)	$T_s = -4.88*S + 2.33*M + 0.149*R$	T_s
Trifunac & Novikova (1995)	$T_s = 1.28 + 0.014*10^{**}(0.4M) + 0.062R$	T_s

Validation du choix des durées :

Les approches retenues dans ce travail pour le calcul des durées des trois phases temporelles des accélérogrammes sont maintenant validées en procédant à une comparaison avec des approches proposées par d'autres auteurs.

La différence partira essentiellement sur la durée T_s de la phase des mouvements forts car les autres durées T_1 et T_3 sont identiques pour les accélérogrammes, pour cela, nous retenons les approches proposées par divers auteurs et consignées dans le Tableau (4.6).

Tableau 4.6 Expression de la durée stationnaire du mouvement fort T_s suivantes différentes régressions.

Auteur	Lois de régression
Sabetta & Pugliese (1996)	$Log(T_s) = -0.783 + 0.193M - 0.133S_1 + 0.138S_2 + 0.208Log(\sqrt{R^2 + h^2})$
Vanmarcke (1980)	$T_s = 30 * \exp(-3.254 * PGA^{0.35})$
Trifunac & Brady (1975) Pour les basses fréquences	$T_s = -4.88*S + 2.33*M + 0.149*R$
Trifunac & Novikova (1995) Pour les hautes fréquences	$T_s = 1.28 + 0.014*10^{**}(0.4M) + 0.062R$

Les résultats obtenus pour la durée T_d par les différentes approches sont consignées dans les Tableaux (4.5) et (4.6).

Il est à remarquer que l'approche de Vanmarcke (1980) utilise une régression donnant l'expression de T_s en fonction du PGA. Le Tableau (4.5) récapitule les valeurs des PGA utilisées selon deux approches Djouabi (2010) et Sabetta (1996) pour le calcul de T_d .

On remarque que T_d déterminé suivant l'approche retenue a une meilleur corrélation pour magnitude $M=6$; la durée déterminée dans cette étude est en moyenne supérieur à celle des autres approches le rapport étant compris entre 1,16 et 1,51 ; alors que pour les faibles magnitudes $M=5$ la tendance est inférieure aux autres avec un rapport compris entre 0,58 et 0,65.

2.3 Distribution de phases:

La méthode de génération d'accélération synthétiques retenue dans ce travail utilise la superposition d'ondes sinusoïdales dont les amplitudes sont reliées au spectre de densité d'énergie des accélérations du sol ; mais aucune procédure pratique n'a encore fait l'unanimité pour leur affecter les phases de manière réaliste.

Pour synthétiser des accélérogrammes ayant des caractéristiques nonstationnaires proche de la réalité, il est suggéré dans ce travail deux différentes options pour la sélection des phases. Dans la première, la tendance moyenne des angles de phases ainsi que leur fluctuation autour de cette moyenne sont gérées par une fonction de densité de probabilité des dérivées de phases $P(\phi')$ dépendant des trois premiers moments de l'enveloppe temporelle (Nigam 1982), la deuxième option propose l'utilisation des phases d'un accélérogramme réel appropriée. Lorsque l'information disponible ne permet l'utilisation des deux options citées ci-dessus pour la sélection des phases, il peut être nécessaire d'avoir recours à l'approche utilisant des phases uniforme.

2.2.1. Distribution de phases uniformes

L'appréciation du contenu phasique dans les procédures de simulation des mouvements sismiques a, jusqu'à un passé récent, été associée à une distribution de variables aléatoires uniformément répartie dans l'intervalle $[-\pi, +\pi]$, Fig. (4.2). Ce qui veut dire que l'on assimile les spectres de phases de Fourier des enregistrements réels de tremblements de terre à des bruits blancs. Cette distribution conduit à une répétition uniforme de l'énergie libérée sur toute la durée de l'accélérogramme considéré.

Enveloppe temporelle associée à la distribution uniforme de phases:

Plusieurs enveloppes types sont proposés de la plus simple comme l'enveloppe proposé dans (Simkqe 1976), type exponentiel (Preumont 1980), (Clough & Penzien 1975) (voir Fig. 4.3 à 4.5)

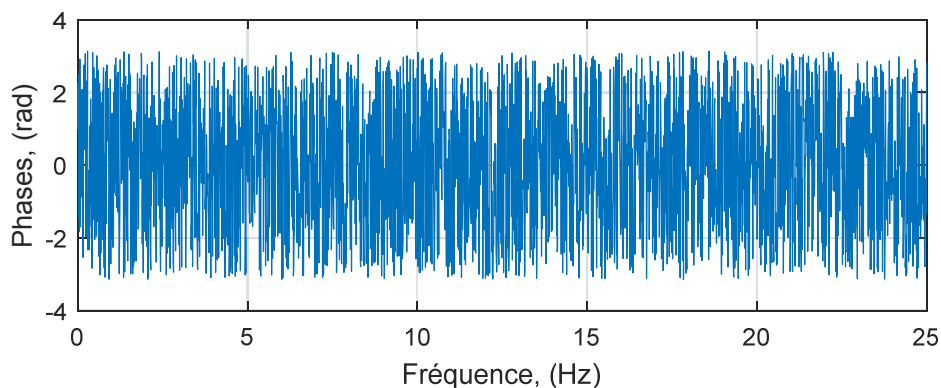


Fig. 4.2 Présentation d'une distribution uniforme des phases

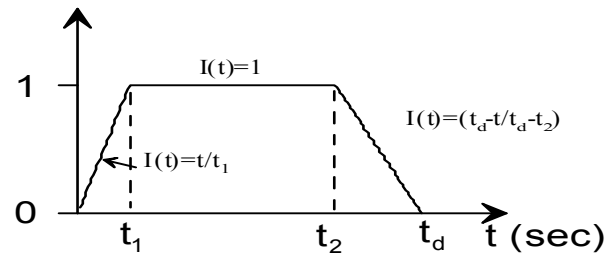


Fig. 4.3 Présentation de l'enveloppe proposée par SIMQKE1.

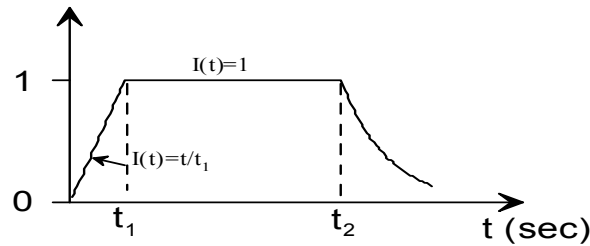


Fig. 4.4 Présentation de l'enveloppe proposée par (Preumont 1980).

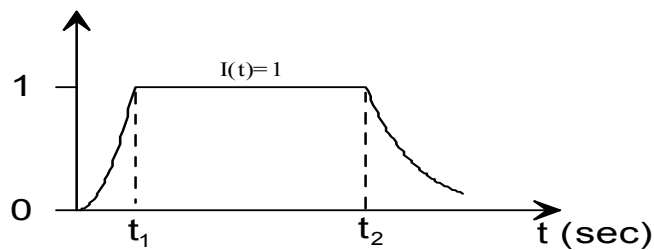


Fig. 4.5 Présentation de l'enveloppe proposée par (Clough, Penzien 1975).

Durant cette phase, l'amplitude de l'enveloppe temporelle suit une croissance progressive dont la forme retenue est donnée par l'expression de Jennings suivante (Gupta 1993) :

$$env(t) = I(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{T_1}\right)^2 & \text{pour } t \leq T_1 \\ 1 & \text{pour } T_1 \leq t \leq T_2 \\ \exp^{-\alpha(t-T_2)} & \text{pour } T_2 \leq t \leq T_d \end{cases} \quad (4.7)$$

2.2.2. Distribution des dérivées de phases:

En modélisant la partie des mouvements forts des accélérations sismiques comme des bruits Gaussiens modulés par une enveloppe temporelle, Nigam a montré que la distribution des dérivées de phase dépend effectivement des trois premiers moments de l'enveloppe temporelle, à travers la relation analytique suivante :

$$p(\phi') = \frac{\rho^2}{2} \frac{1}{[(\phi' - t_m)^2 + \rho^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.8)$$

Où $\phi' = \frac{d\phi(f)}{df}$ dérivée par rapport à la fréquence f des phases $\phi(f)$

$\rho^2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} - \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_0}\right)^2$ écart-type associé à la durée du mouvement fort.

$t_m = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}$ délai moyen de groupes.

$\gamma_i = \int_{-\infty}^{+\infty} t^i A^2(t) dt \quad i = 0,1,2$ est le moment d'ordre i du carré de l'enveloppe $A(t)$.

L'enveloppe temporelle $A(t)$ est définie par l'expression suivante :

$$A(t) = \left(x^2(t) + \hat{x}^2(t) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

Où $x(t)$ est un signal réel et $\hat{x}(t)$ est la transformée de Hilbert du signal $x(t)$, en d'autre terme, elle est le résultat de l'application de $x(t)$ à l'entrée du système linéaire de fonction de transfert.

$$H(f) = i \operatorname{sign}(f) = \begin{cases} i & f > 0 \\ -i & f < 0 \\ 0 & f = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Il suit le théorème de convolution, que $h(t)$ peut alternativement être définie comme la convolution de $x(t)$ par la réponse impulsionnelle correspondant à $H(f)$, $h(t) = \frac{1}{\pi t}$.

On obtient :

$$\hat{x}(t) = x(t) * h(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t} d\tau \quad (4.11)$$

La fonction de répartition des délais des groupes permettant de générer le contenu phasique est donnée par la relation suivante (Hammoutene 1995) :

$$F(\phi') = \frac{1}{2} + \frac{t_m - \phi'}{\left[(\phi' - t_m)^2 + \rho^2 \right]^{3/2}} \quad (4.12)$$

2.2.3. Phases des accélérogrammes réels

Lorsqu'il est possible d'identifier un accélérogramme réel qui puisse être retenu pour représenter les conditions sismologiques ainsi que les conditions locales du site de construction, ses phases peuvent être utilisées pour synthétiser des accélérogrammes compatibles avec son spectre de réponse considéré comme cible.

Si $F(\omega)$ est la transformé de Fourier de l'accélérogramme considéré, alors

$$F(\omega) = |F(\omega)| e^{i\phi(\omega)} \quad (4.13)$$

Les valeurs des phases sont données alors par :

$$\phi(\omega) = \text{arctg} \left(\frac{F(\omega)}{|F(\omega)|} \right) = \text{arctg} \left(\frac{\text{Im}|F(\omega)|}{\text{Re}|F(\omega)|} \right) \quad (4.14)$$

On utilise alors la procédure décrite précédemment pour obtenir l'accélérogramme dont les amplitudes sont reliées avec la DSP compatible avec le spectre de réponse cible.

3. Aspects numériques de la procédure de simulation

Dans ce paragraphe, nous développons tous les aspects nécessaires à la mise en œuvre de la procédure numérique de simulation nonstationnaire. Le problème consiste à calculer un signal synthétique $r(t)$ en suivant la procédure décrite plus haut. Le signal $r(t)$, qui ne représente qu'une réalisation du processus $R(t)$ auquel il appartient. S'exprimera donc, compte tenu des équations (4.16) et (4.17), comme une somme d'harmoniques nonstationnaires $r(f_k, t)$

$$r(t) = \sum_{k=1}^N r(f_k, t) \quad (4.15)$$

Où :

$$N = \frac{f_{\max}}{\Delta f} \quad (4.16)$$

Δf est la résolution spectrale et f_{\max} la plus haute fréquence compatible avec le théorème de Nyquist.

Si Δt est le pas d'échantillonnage en temps alors :

$$f_{\max} = \frac{1}{2 * \Delta t} \quad (4.17)$$

Les harmoniques $r(f_k, t)$ sont définies par l'équation :

$$r(f_k, t) = A(f_k) * \sin[2\pi f_k t + \theta_k] \quad (4.18)$$

avec :

$$A(f_k, t) = \sqrt{4\pi * G_{xx}(f_k) * \Delta f}$$

$$\text{et } f_k = k * \Delta f$$

L'évaluation des amplitudes $A(f_k, t)$ associées à chaque valeur du temps $t_m = m * \Delta t$, ($m = 1, 2, \dots, M$) et de la fréquence $f_k = k * \Delta f$, ($k = 1, 2, \dots, N$) représentent les amplitudes de notre accélérogramme à simuler. Les indices M et $N = M/2$ sont respectivement associés à la durée totale $T = (M-1) * \Delta t$ et à la fréquence de Nyquist $f_{\max} = N * \Delta f$ de l'enregistrement considéré.

Et pour application le pas d'échantillonnage en temps Δt est toujours pris égal à 0.02 sec.

Par ailleurs, les phases θ_k ($k = 1, 2, \dots, N$) sont générées conformément à la distribution de probabilité choisie en adoptant la procédure suivante pour chaque incrément k ($k = 1, 2, \dots, N$):

- On génère un nombre aléatoire A compris entre 2 et 1. Ce nombre représentant la valeur de la fonction de répartition $F(\theta_k)$, $F(\Delta\theta_k)$ ou $F(\theta_k')$ selon que l'on a choisi une distribution de phase, dans notre cas les dérivées de phases. Le nombre A est généré numériquement, en utilisant la sous-routine RAN1 (Press et al 1986) : on fait appel à ce sous-programme avec, comme argument, un nombre entier négatif.

Donc notre cas l'accélérogramme sera généré comme suivant :

$$\ddot{x}(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{4\pi * G(f_k) * \Delta f} * \sin[2\pi f_k * t + \theta_k] \quad (4.19)$$

Et après la construction de l'accélérogramme simulé avec la méthode présentée par Preumont (1980), on passe au calcul du spectre de réponse qui conduira à la comparaison avec le spectre de réponse cible. Et pour ça, en utilisant l'algorithme présenté en page 288 dans le livre Dynamique des structures de Paultre (2005).

4. Applicabilité de la procédure de simulation :

La méthode de simulation développée dans ce travail a été basée sur la compatibilité des accélérogrammes obtenus avec un spectre de réponse cible.

L'applicabilité de cette méthode est maintenant vérifiée en sélectionnant des spectres cibles de diverses sources.

4.1. Cas où les paramètres environnementaux sont identifiés

Pour examiner l'applicabilité des procédures de génération de phase et de PSD par rapport au modèle de mouvement sismique du sol, nous utilisons à nouveau la composante E-W considérée ci-dessus de l'accélération du sol enregistrée sur le site de Keddara1, situé à la distance $R = 19,7$ km (Ramdane et Konagai, 2004) de l'épicentre du séisme de Boumerdes du 21 mai 2003.

Nous utiliserons les paramètres sources estimés par Yagi (2003) et listés dans le Tableau (4.7) qui sont conformes à ceux spécifiés pour un séisme M7 par Sibson (1989).

Tableau 4.7 Paramètres de source associés avec le séisme du 21 mai 2003 à Boumerdes

M_0 (dyne-cm)	S (m ²)	W (m ²)	$\Delta\sigma = M_0/(S \cdot \bar{W})$ (bars)
$2,4 \cdot 10^{26}$	600 000 000	10 00	80

4.2. Spécification de la fonction de distribution probabiliste de dérivée de phases

Avant d'appliquer la procédure de simulation, nous devons d'abord spécifier la forme fonctionnelle de la distribution des dérivées de phase en considérant les principes édictés dans la section 2.2.2 de ce chapitre.

En effet, en utilisant les équations avant, on trouve directement que $T_1 = R / 7 = 2,81$ sec.

D'autre part, en considérant les paramètres de source listés dans le tableau (4.7) et l'équation (4.2 et 4.3), avec une vitesse de l'onde de cisaillement $V_s = 3,5$ km/s, conduit à la valeur $f_c = 0,12$ Hz, et donc à une durée de mouvement fort du sol $T_s = 8,41$ s.

Enfin, le sol du site de Keddara1 étant de type ferme, on retient la valeur du facteur d'amortissement $\xi_g = 0,6$ (comme suggéré par Zerva, 2009), et donc, en utilisant l'équation (25), pour $a = 2 \cdot 10^{-5}$ conduit à $T_3 = 23,78$ s.

La durée totale sera $T_d = T_1 + T_s + T_3 = 35$ sec.

Par conséquent, l'utilisation des équations (4.8 et 4.9) donne les valeurs $t_m = 7,78$ s. et $\rho = 2,92$ s. pour la «moyenne» et «l'écart type» de l'enveloppe théorique et de la fonction de distribution probabiliste de dérivée de phase représentée sur la figure (4.6).

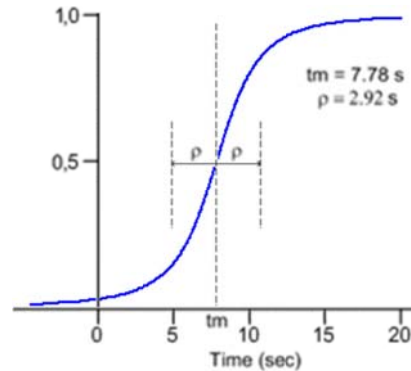


Fig. 4.6 Fonction de distribution cumulative des dérivés de phase

4.3. Accélérogrammes simulés

Les caractéristiques les plus significatives sont successivement examinées en termes des accélérations temporelles de mouvement du sol, les accélérations de pointe au sol (PGA) et leur moment d'occurrence, les fonctions d'énergie cumulative d'entrée et les spectres de pseudo accélération (PSA).

Un résumé des résultats numériques les plus importants est présenté ci-dessous figure (4.7).

Les accélérogrammes correspondant à la cible et à l'un des 15 accélérogrammes simulés ainsi que leur fonction d'enveloppe d'intensité théorique associée (lignes pointillées épaisses) sont affichés sur les figures (4.7a) et (4.7b), respectivement. La fonction d'énergie cumulée correspondant à l'accélérogramme d'origine (ligne bleue continue) et à un accélérogramme de tremblement de terre artificiel (ligne rouge en pointillé) généré à partir de la procédure de simulation est représentée sur les figures (4.7c). D'autre part, la figure (4.7d) montre les variations des spectres de réponse de pseudo accélération calculés en utilisant l'approche élastique et associés à l'enregistrement d'origine (ligne bleue continue) et à l'accélérogramme simulé (ligne rouge en pointillé).

On observe à partir des figures (4.7a) et (4.7b) que du fait qu'ils ont été évalués avec les mêmes paramètres caractéristiques d'enveloppe (t_m , ρ et T_S), Les formes d'accélération au sol de la cible et les signaux simulés présentent des caractéristiques pratiquement similaires en termes de durées de mouvement fort, de valeurs PGA et de temps d'occurrence

correspondants, comme le montre clairement le Tableau (4.8) ci-dessous.

On voit également à partir des figures (4.7c) que les fonctions d'énergie cumulée correspondantes suivent pratiquement le même schéma de variations.

Tableau 4.8 Paramètres caractéristiques de l'original et accélérogrammes simulés

Accélérogrammes	t_m (sec.)	ρ (sec.)	T_s (sec.)	PGA (cm/s ²)		t_{PGA} (sec.)	
				μ	σ	μ	σ
Simulé	7.78	2.92	8.41	324.35	35.02	7.94	0.44
Original	7.78	2.92	8.41	331.50		7.42	

De plus, on voit que les formes spectrales figures (5.7d) suivent plus ou moins le même schéma de variations, puisqu'elles ont été obtenues à partir de deux mouvements avec des spectres d'amplitude de Fourier identiques et une distribution d'angle de phase de Fourier correctement déterminée.

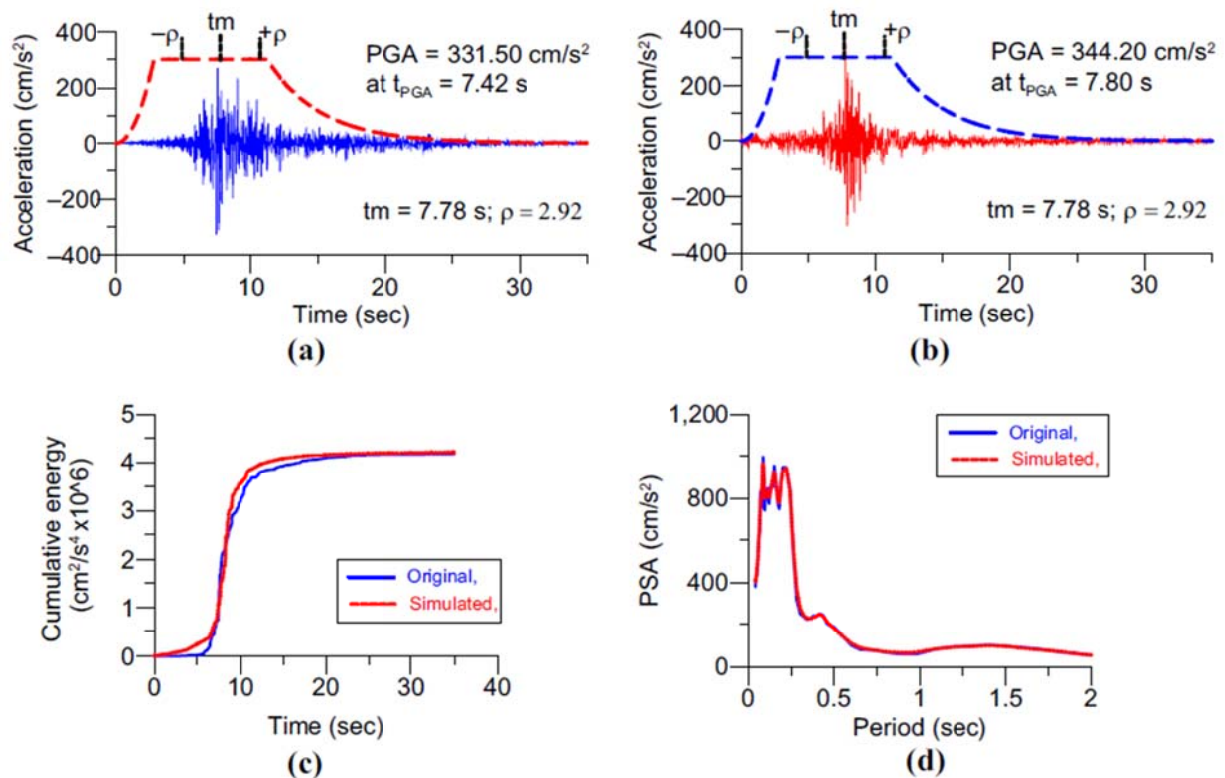


Fig. 4.7 Exemple de la simulation d'un accélérogramme compatible au spectre de réponse de séisme de Boumerdes: (a) accélérogramme cible, (b) accélérogramme simulé (c) fonction d'énergie cumulative et (d) pseudo spectres en accélération

4.4. Simulation des accélérogrammes non-stationnaires

La série temporelle $x(t)$ générée en utilisant la procédure ci-dessus est caractérisée par un contenu fréquentiel uniforme tel qu'affiché par son spectre évolutif $S_{xx}(f, t)$ (équations (C.1) et (C.2), annexe C de la figure (4.8b).

Le contenu de fréquence uniforme est traduit par la figure (4.8e) qui affiche les variations de la fréquence moyenne instantanée (équations (D.1) annexe D) de l'enregistrement Keddara1 ainsi que les valeurs moyennes des 15 accélérogrammes simulés. Alors que la fréquence instantanée de l'enregistrement cible varie de 12,1 Hz à 6,8 Hz, les valeurs moyennes des accélérogrammes simulés restent relativement constantes dans la plage [7,7 Hz - 7,3 Hz].

Pour synthétiser un accélérogramme $x_c(t)$ avec un contenu fréquentiel non-stationnaire, $x(t)$ est corrigé (annexe C) de manière à être modélisé par la contribution des ondes P, des ondes S et des ondes de surface situées dans les largeurs de bande de fréquence [8 Hz à 25 Hz], [2 Hz à 8 Hz] [0 Hz à 2 Hz], respectivement, et atteignant le site à $t^P = 0$ s, $t^S = T_1 = 2,8$ s. et $t^{\text{Surf}} = T_1 + T_S = 11,2$ s, respectivement.

La figure (4.8c) montre le spectre évolutif de $x_c(t)$, qui est assez différent de celui de $x(t)$ affiché sur la figure (4.8b). Pour mettre en évidence le caractère non-stationnaire de $x_c(t)$, la figure (4.8f) montre que les variations temporelles de la valeur des fréquences moyennes instantanées des accélérogrammes simulés traités correspondent bien à celles de l'accélérogramme cible. Cela signifie que la procédure de correction de l'accélérogramme reproduit de manière réaliste le contenu fréquentiel de l'accélérogramme cible.

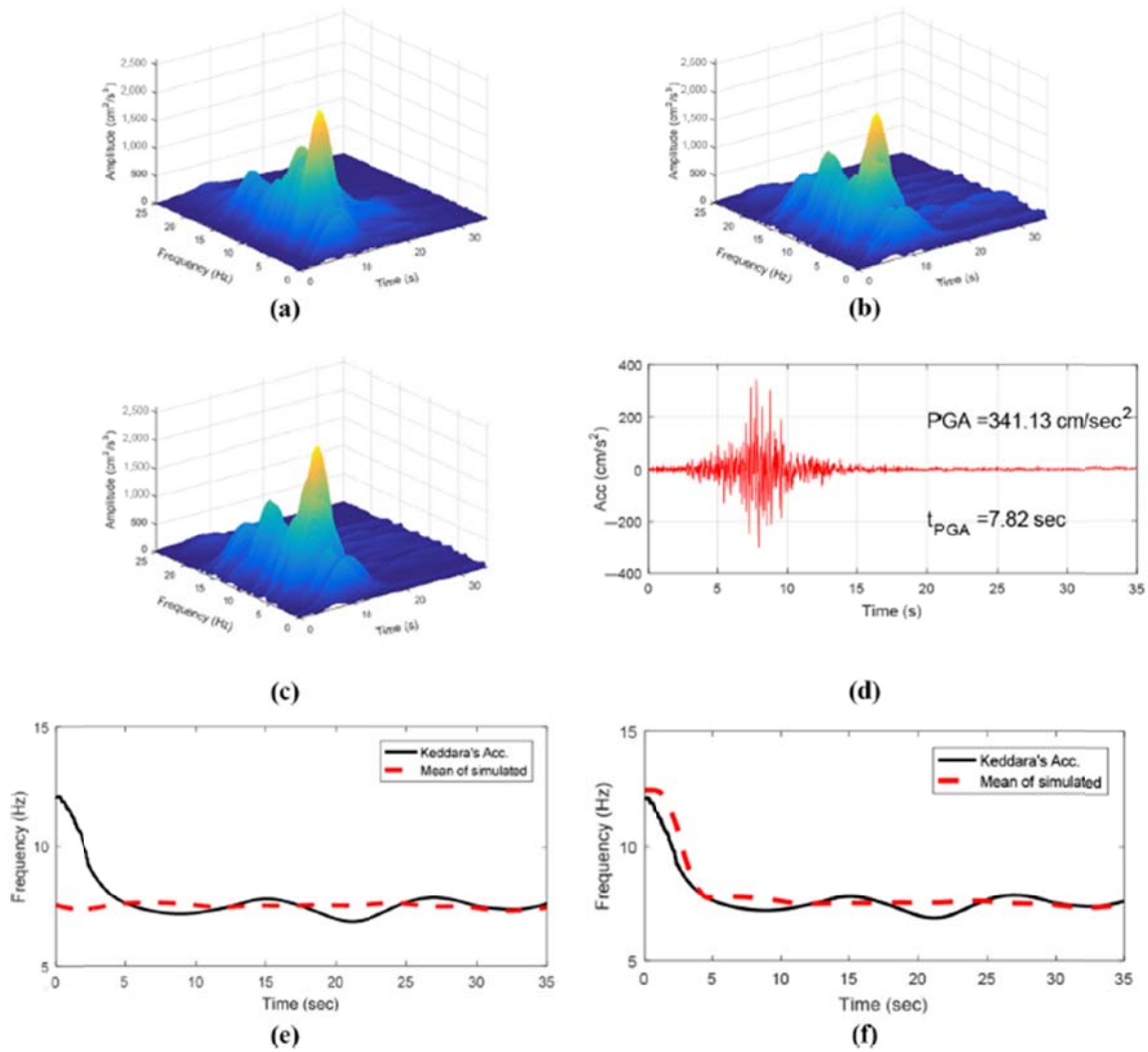


Fig. 4.8 Spectres évolutifs de (a) Keddara1, (b) accélérogrammes simulés stationnaires et (c) accélérogrammes simulés non-stationnaires (d) accélérogramme corrigé avec contenu fréquentiel non-stationnaire. Variation de la fréquence moyenne de (e) Keddara avec la moyenne des 15 accélérogrammes stationnaires en fréquence (f) Keddara avec la moyenne des 15 accélérogrammes non-stationnaires en fréquence.

4.5. Génération des accélérogrammes compatibles avec les spectres réglementaires pour l'Eurocode 8

Les deux procédures ci-dessus sont maintenant utilisées pour générer des accélérations sismiques artificielles compatibles avec les spectres de réponse élastique EC8 de type 1 recommandés (5% d'amortissement) pour les types de sol A (roche), B (sable très dense ou grave, argile très rigide), C (sable ou grave, argile rigide) et D (sol meuble à moyen sans cohésion ou sol cohésif souple à ferme) (EuroCode 8, 2004).

L'utilisation de ces accélérogrammes, qui permet une meilleure appréciation de la réponse en déplacement et qui est autorisée par l'EuroCode 8 comme représentation de base de l'action sismique, nécessite néanmoins, comme détaillé ci-dessus, la mise en place de calculs numériques. Aussi, pour assurer la précision des procédures utilisées, il sera nécessaire de comparer les résultats obtenus en effort avec un calcul modal spectral dont le spectre sera obtenu à partir du contenu fréquentiel des accélérogrammes utilisés pour la simulation temporelle (Cette disposition est rappelée comme un principe ci-dessous).

Conformément à l'EuroCode 8, les accélérogrammes artificiels doivent être établis de telle manière à :

- avoir une correspondance aux spectres de réponse élastique donnés par le code pour un amortissement visqueux de 5% ($\xi = 5\%$);
- avoir une durée stationnaire compatible avec la magnitude et d'autres caractéristiques pertinentes de l'événement sismique sous-jacent à l'établissement de g ;
- composer une suite d'au moins trois accélérogrammes, dans ce travail nous avons simulé 15;
- ce que les valeurs d'accélération de la réponse spectrale de période zéro (calculées à partir des accélérogrammes individuels) soient égales à $a_g.S$ pour le site d'intérêt (Davidovici, 2013);
- ce qu'aucune valeur du spectre élastique d'amortissement moyen de 5%, calculée à partir d'histoires de tous les temps, ne soit être inférieure à 90% de la valeur correspondante du spectre de réponse élastique d'amortissement de 5% dans la plage de périodes entre $0,2T_1$ et $2T_1$, où T_1 est la période fondamentale de la structure dans le sens où l'accélérogramme sera appliqué;

Pour corréler les amplitudes des pics de l'accélérogramme avec les paramètres environnementaux (magnitude et distance) de la zone étudiée, nous utilisons la relation proposée par Joyner et Boore (1981):

$$\log(a_g) = -1.02 + 0.249M - \log(r) - 0.00255(r) + 0.26P \quad (5.20)$$

avec $r = \sqrt{d^2 + 7.3^2}$ et $5.0 \leq M \leq 7.70$ où a_g est l'accélération horizontale maximale du sol en g , M est la magnitude du moment, d est la distance la plus proche de la projection de surface de la rupture de la faille en km et P est zéro pour les valeurs du 50% et un pour 84%.

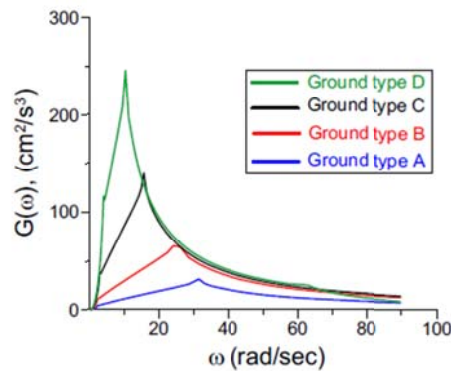


Fig. 4.9 DSP compatible avec spectres de réponses élastiques EC8 type1 (amortissement 5%) pour différents types de sols A, B, C et D.

Les paramètres a_g et M étant imposés respectivement par la zone sismique considérée et le niveau d'intensité sismique recherché, la distance «d» est donc calculée par approximations successives (Lestuzzi et Badoux, 2008) à l'aide de la formule ci-dessus. A titre d'exemple, les valeurs $M = 7$ et $a_{gr} = 1,6\text{m} / \text{sec}^2$ (zone 4) conduisent à $d = 9,8$ km.

Les valeurs de l'accélération de conception au sol $a_g = 1,60$ (Davidovici, 2013) retenues dans cette étude sont l'accélération de conception au sol sur un sol de type A et correspondent aux structures à risques normaux de classe C et à l'action sismique pour une exigence de non-effondrement en zone 4 (sismicité moyenne) (Davidovici, 2013; Davidovici, 2016).

Les caractéristiques sont présentées successivement en termes de densités spectrales de puissance (DSP) (Figure 4.9), les accélérogrammes des mouvements du sol avec leurs PGA et temps d'occurrence associés (Figure 4.9), spectres de pseudo accélération (PSA) (Figure (4.10a)) et spectres de pseudo vitesse (PSV) (Figure (4.10b)).

La cohérence du type de sol est importante car elle affecte grandement les amplitudes spectrales. En général, plus le matériau du sol est meuble et sans cohésion, plus les amplitudes sont importantes. Ceci est mis en évidence dans la figure (4.9).

Où l'on peut voir que les pics d'amplitude du DSP diminuent des sols mous aux sols durs tandis que les emplacements des pics de fréquence respectifs augmentent.

Par conséquent, les sols affectent également l'amplitude et la durée d'un cycle de mouvement sismique. En général, plus le matériau du sol est meuble et sans cohésion, plus l'amplitude et la durée du cycle de mouvement sont importantes. Ceci est mis en évidence par la figure

(4.10), où l'on peut voir que les pics d'amplitude de l'un des 15 accélérogrammes simulés associés à chaque type de sol (affichés à l'annexe E par souci d'exhaustivité) diminuent à partir de la valeur 361,41 cm/s² pour le type de sol D à la valeur 212,15 cm/s² pour le type de sol A. Concernant l'énergie cumulée, les mêmes tendances sont également observées, sa valeur passant de 4,32*10⁶ cm²/s⁴ pour les sols mous à 1,29*10⁶ cm²/s⁴ pour les sols rocheux.

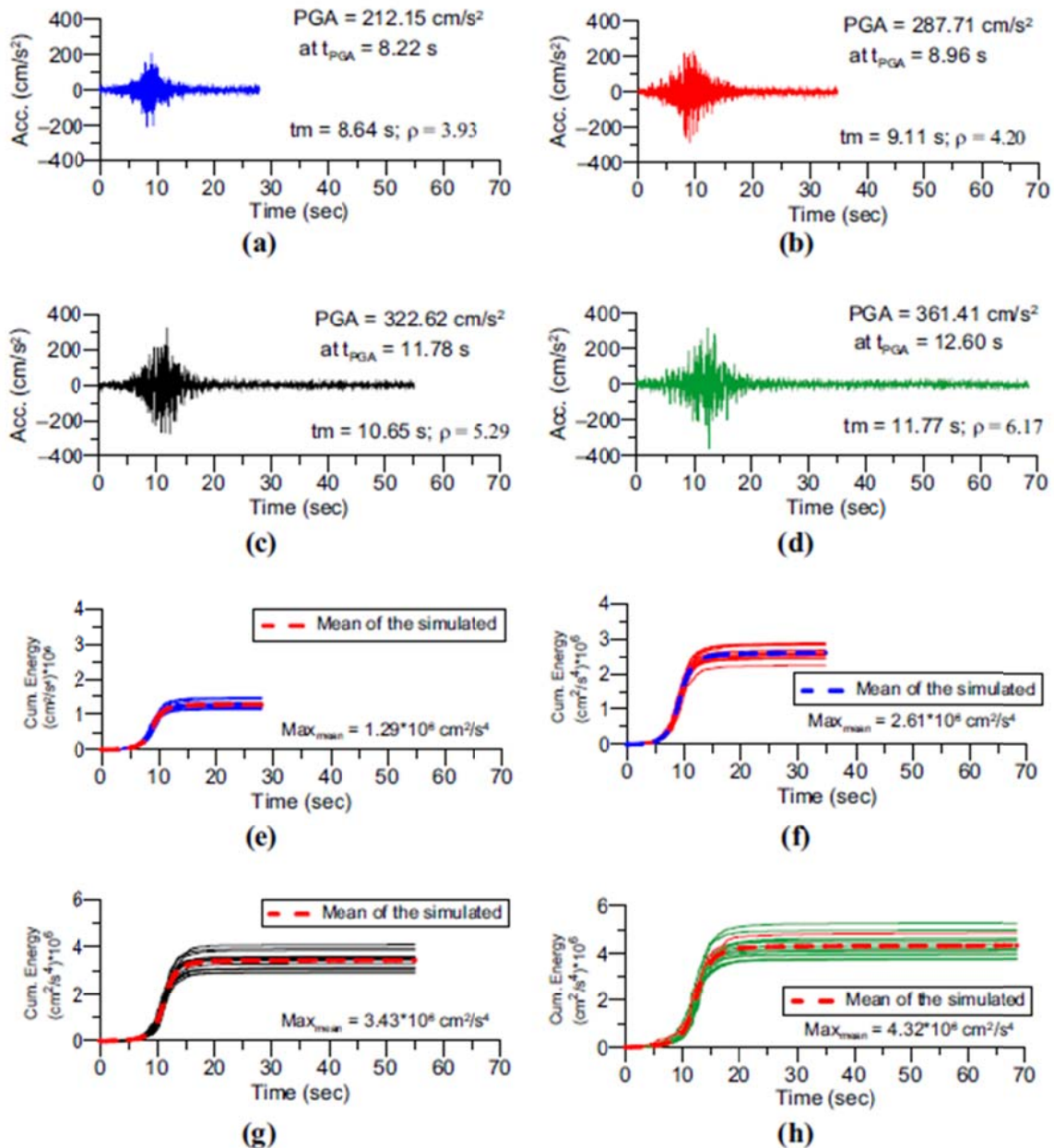


Fig. 4.10 [(a) to (d)]: Exemple des accélérogrammes simulés correspond EC8 pour différents type de sol A to D, pour M = 7.0 et R=9.8 km. [(e) to (h)]: variations des fonctions cumulatives des énergies pour les 15 accélérogrammes simulés avec les courbes moyennes associés.

De plus, la durée totale diminue de $T_d = 68,58$ s, pour les dépôts de sols meubles à moyens sans cohésion, à 27,98 s, pour les sols rocheux, tandis que les caractéristiques de l'enveloppe t_m et ρ varient respectivement de 11,77 s. à 8,64 sec. et 6,17 s à 3,93 s. Ces caractéristiques sont, d'une part, récapitulées dans le tableau (4.3) ci-dessous pour les mêmes valeurs de T_d , t_m et ρ et d'autre part, mises en évidence à nouveau par les valeurs moyennes listées des pics d'amplitude et leurs temps d'occurrence correspondants t_{PGA} qui varient de 360,80 cm/s^2 à 209,88 cm/s^2 et de 12,27 s à 8,85 s, respectivement.

D'autre part, la précision de la procédure de simulation proposée est représentée sur les figures (4.11a) et (4.11b) par la concordance entre les spectres de réponse simulée et cible, obtenue après trois itérations. Il est intéressant de noter que, pour les quatre types de sols considérés, les spectres de réponse moyenne simulée sont parfaitement adaptés, de manière à répondre aux critères de compatibilité avec le spectre de réponse associé imposé par l'Eurocode 8.

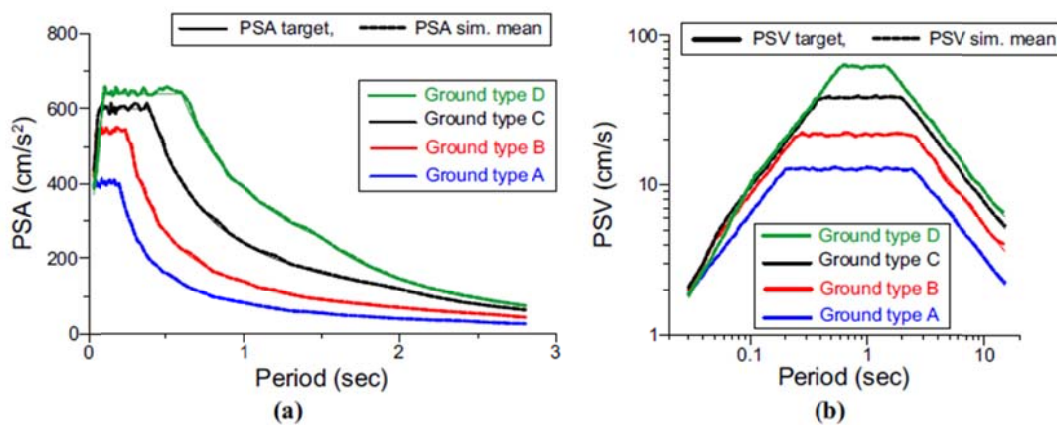


Fig. 4.11 Comparaison (a) PSA, (b) PSV et la moyenne des simulés associés avec spectres du EC8 pour différents types de sol A à D.

5. Conclusions

Dans ce chapitre, on a présenté les divers aspects qui régissent la procédure de simulation des accélérogrammes compatibles avec des spectres de réponse cibles.

Après avoir défini les divers paramètres de simulation, nous avons analysé l'applicabilité de

cette méthode en considérant des spectres de réponses sensibles aux paramètres environnementaux, d'une part, et des spectres de réponse règlementaires, d'autre part.

Les accélérogrammes obtenus traduisent de manière implicite cette sensibilité à travers les valeurs des PGA et celles des divers phases temporelles qui caractérisent la nonstationnarité temporelle.

Une corrélation entre la classification règlementaire et la classification retenue dans cette étude a été possible à travers les résultats obtenus c'est ainsi que des accélérogrammes règlementaires ont été définis pour chaque classe de magnitude, distance épacentrale et condition local de site prenant donc en charge l'aléa déduit sur le terrain d'un retour d'expérience.

Les accélérogrammes représentent l'outil adéquat pour l'évaluation des seuils de réponse compatibles avec le comportement dynamique conforme au degré de fiabilité requis pour les structures de grande importance notamment à comportement non linéaire.

CHAPITRE 5

GENERATIONS D'ACCELEROGRAMMES EN PLUSIEURS POINTS RAPPROCHES

CHAPITRE 5

GENERATIONS D'ACCELEROGRAMMES EN PLUSIEURS POINTS RAPPROCHES

1. Introduction.

Le dimensionnement des longs ouvrages tels que les ponts, les tunnels, nécessitent des informations aussi précises que possible sur la nature et l'intensité des charges sismiques. Une des caractéristiques la plus importante de ce chargement est la variabilité spatiale du signal sismique qui représente pour les structures étendues un chargement important.

L'exploitation de la méthode Simqke II pour la génération des accélérogrammes aux points cibles conditionnés par des points connus est une approche proposée par Vanmarcke (Vanmarcke et al., 1999). Cette méthode est basée sur le contrôle du contenu fréquentiel des points ciblés suivants les enregistrements considérés comme points de références ou connus, ce contrôle est basé sur l'utilisation de la Densité Spectrale de Puissance (DSP) et une fonction de corrélation spatiale entre les points étudiés.

Le calcul avec cette méthode est passé par plusieurs étapes résumé globalement comme suit.

2. Les étapes de calcul

2.1 Décomposition de Fourier des signaux (des points de références):

Soit $Z_i(t)$ représente le mouvement fort au point x_i avec :

$$Z_i(t) = \sum_{k=0}^K [A_{ik} \cos(\omega_k t) + B_{ik} \sin(\omega_k t)], \quad (5.1)$$

avec K la fréquence de la discrétisation et A_{ik} et B_{ik} sont des coefficients aléatoires d'une moyenne nulle.

Et pour la simulation, on utilise la transformation directe de Fourier ;

$$A_{ik} = \frac{1}{K} \sum_{j=0}^{K-1} Z_i(t_j) \cos\left(\frac{2\pi k j}{K}\right), \quad B_{ik} = \frac{1}{K} \sum_{j=0}^{K-1} Z_i(t_j) \sin\left(\frac{2\pi k j}{K}\right) \quad (5.2)$$

avec :

$$t_j = j\Delta t, j = 0, 1, \dots, K-1$$

$$\Delta t = \frac{t_f}{(K-1)} \quad \text{où } t_f \text{ est le temps final}$$

$$\omega_k = k\Delta\omega,$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{(K\Delta t)}, k = 0, 1, \dots, K-1$$

et on utilise la condition de la symétrie proposée par Nyquist $\omega_{K/2} = \frac{\pi}{\Delta t}$ et comme $Z_i(t_j)$ est réel, on peut écrire :

$$A_{ik} = A_{i,K-k} \text{ et } B_{ik} = -B_{i,K-k} \text{ pour } k = 1, 2, \dots, \frac{K}{2} \quad (5.3)$$

(Fenton, 1990; Vanmarcke et al., 1993) basant sur la condition de la symétrie, la covariance

$$C_{ij}(\omega_k) = E[A_{ik}A_{jk}] = E[B_{ik}B_{jk}] \quad (5.4)$$

comme (A et B sont indépendants) pour deux points dans l'espace x_i et x_j , peuvent écrire :

$$C_{ij}(\omega_k) = \begin{cases} \frac{1}{2} \rho_{\omega k}(r_{ij}) G(\omega_k) \Delta\omega, & \text{pour } k = 0 \\ \frac{1}{4} \{ \rho_{\omega k}(r_{ij}) G(\omega_k) + \rho_{\omega_{K-k}}(r_{ij}) G(\omega_{K-k}) \} \Delta\omega, & \text{pour } k = 1, 2, \dots, \frac{K}{2} - 1 \\ \rho_{\omega k}(r_{ij}) G(\omega_k) \Delta\omega, & \text{pour } k = \frac{K}{2} \end{cases} \quad (5.5)$$

avec :

$r_{ij} = x_i - x_j$: la distance entre les deux points.

$G(\omega)$: la densité spectrale de puissance

$\rho_{\omega k}(r_{ij})$: la fonction de corrélation spatiale (par exemple le modèle de

Vanmarcke : $\rho_{\omega k}(r_{ij}) = \exp(-\omega_k |r_{ij}| / 2\pi cs)$) (Vanmarcke & al., 1999).

2.2 Génération des accélérogrammes pour des points inconnus à base des points connus

Maintenant pour simuler des mouvements forts pour plusieurs points (**m**) inconnus x_β , suivant des points (**n**) connus x_α avec **N** le nombre total des points ($n+m=N$). on utilisant la matrice de covariance $C_k=[C_{ij}(\omega_k)]$, $i,j=1,2,\dots,n,\dots,n+m$, pour chaque fréquence de Fourier ω_k avec $k=0,1,\dots, K/2$ et sera assemblée comme :

$$C_k = \begin{bmatrix} C_{\alpha\alpha} & C_{\alpha\beta} \\ C_{\alpha\beta} & C_{\beta\beta} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

et on utilisant la propriété de la symétrie.

où :

$C_{\alpha\alpha}$: covariance entre les points connus

$C_{\beta\beta}$: covariance entre les points inconnus (cibles)

$C_{\alpha\beta}$: covariance entre les points connus et inconnus, pour chaque fréquence ω_k .

Et pour la simulation, on génère des coefficients de Fourier ($A_s = \{A_{s\alpha}, A_{s\beta}\}$) avec $A_{s\alpha} = \{A_{1k}, A_{2k}, \dots, A_{nk}\}$ représente les coefficients simulés pour les points connus et $A_{s\beta} = \{A_{n+1,k}, A_{n+2,k}, \dots, A_{n+m,k}\}$ représente les coefficients simulés pour les points inconnus, et de même pour B_s .

Pour le calcul de la matrice C_k et comme est une matrice positive, on peut la décomposer avec Cholesky:

$$C_k = L_k \cdot L_k^T \quad (5.7)$$

$$A_s = L_k \cdot U_k, \quad B_s = L_k \cdot V_k \quad (5.8)$$

avec :

$$U_k = \begin{Bmatrix} U_{1k} \\ U_{2k} \\ \vdots \\ U_{nk} \end{Bmatrix}, \quad V_k = \begin{Bmatrix} V_{1k} \\ V_{2k} \\ \vdots \\ V_{nk} \end{Bmatrix}, \text{ des nombres aléatoires indépendants avec une distribution}$$

gaussienne.

2.3 Utilisation de : Best Linear Unbiased Estimators (BLUE)

L'exploitation et l'utilisation de la méthode Best Linear Unbiased Estimators (BLUE) (Vanmarcke et al., 1993) permet résoudre et calculer les valeurs des coefficients simulés :

$$A_{s\beta}^* = C_{\alpha\beta}^T \cdot C_{\alpha\alpha}^{-1} \cdot A_{s\alpha} , B_{s\beta}^* = C_{\alpha\beta}^T \cdot C_{\alpha\alpha}^{-1} \cdot B_{s\alpha} \quad (5.9)$$

Application du BLUE sur les coefficients des points connus :

$$A_{\beta}^* = C_{\alpha\beta}^T \cdot C_{\alpha\alpha}^{-1} \cdot A_{\alpha} , B_{\beta}^* = C_{\alpha\beta}^T \cdot C_{\alpha\alpha}^{-1} \cdot B_{\alpha} \quad (5.10)$$

Les coefficients conditionnés :

$$A_c = A_{\beta}^* + A_{s\beta} - A_{s\beta}^* , B_c = B_{\beta}^* + B_{s\beta} - B_{s\beta}^* \quad (5.11)$$

3. Application sur le réseau d'Argostoli

En utilisant la méthode proposée par (Vanmarcke & al., 1999) avec la densité spectrale de puissance représentée dans la figure (5.2) et le modèle de la fonction de corrélation spatiale de Vanmarcke $\rho_{\omega k}(r_{ij})$ (Harichandran, et Vanmarcke, 1986), voir Fig. (5.1) et les données d'enregistrements du réseau Argostoli (Imtiaz, 2015), ce réseau est placé en Grèce, est composé de 21 stations formant une étoile, la station A00 est la station centrale et chaque file est espacée de 5, 15, 40 et 80 m par rapport à la station centrale (Fig. 5.1). Les simulations conditionnelles effectuées ont été réalisées en utilisant les données enregistrées pendant l'événement de 25/10/2011 composante EW, on prend P₁ (la station A01) et P₂ (A06) comme des points connus), et on propose deux points P₃ (A11) et P₄ (A16) comme des points inconnus avec les distances suivantes 0, 10, 35 et 75m respectivement.

Le modèle qui a utilisé pour le calcul de la fonction de corrélation est le modèle proposé par Vanmarcke et al. (1999):

$$\rho(\omega, r_{ij}) = \exp\left(-\frac{\omega \cdot r}{2 \cdot \pi \cdot c_s}\right) \quad (5.12)$$

avec : r_{ij} distance entre les points i et j en km, et $c=V_s$ (m/sec) et s échelle de correction, dans notre cas on prend $c_s = 5000$.

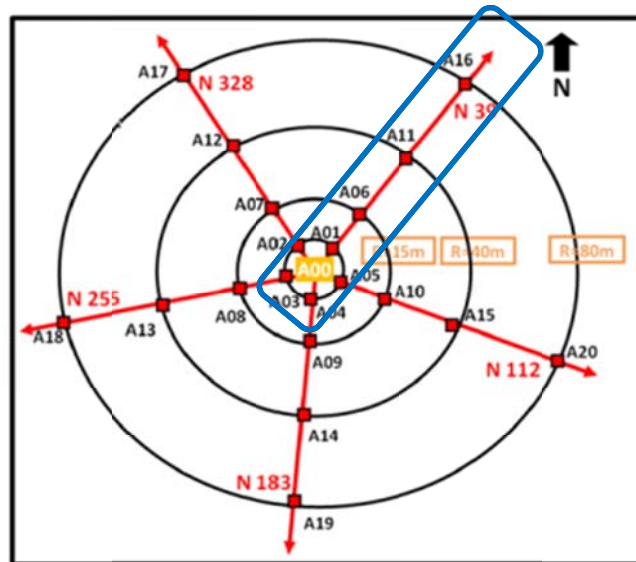


Fig. 5.1 Disposition du réseau d'Argostoli dans la Grèce (Imtiaz, 2015).

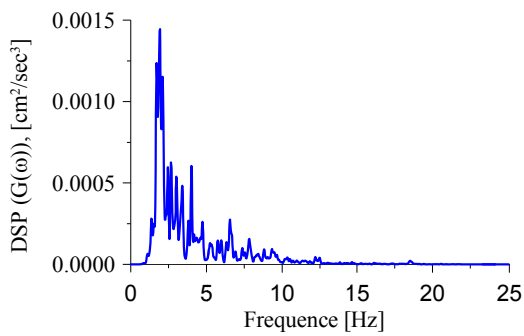


Fig. 5.2 (a) Densité spectrale de puissance $G(\omega)$ moyenne entre les deux points P_1 et P_2 .

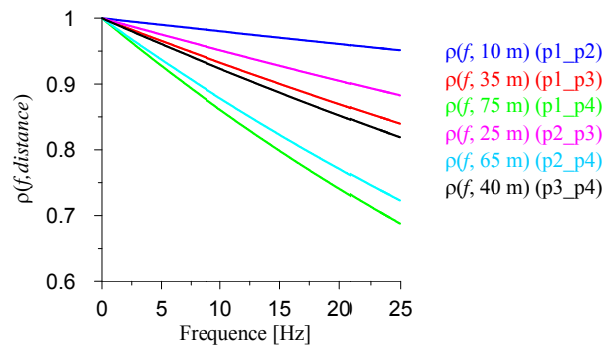


Fig. 5.2 (b) La fonction de corrélation spatiale $\rho(\omega, r_{ij})$.

Les figures (5.3a) et (5.3b) représentent les composantes EW de la station A01 et A06 proposés comme points références et les figures (5.3c) et (5.3d) représentent les simulations obtenues dans les points cibles P_3 et P_4 .

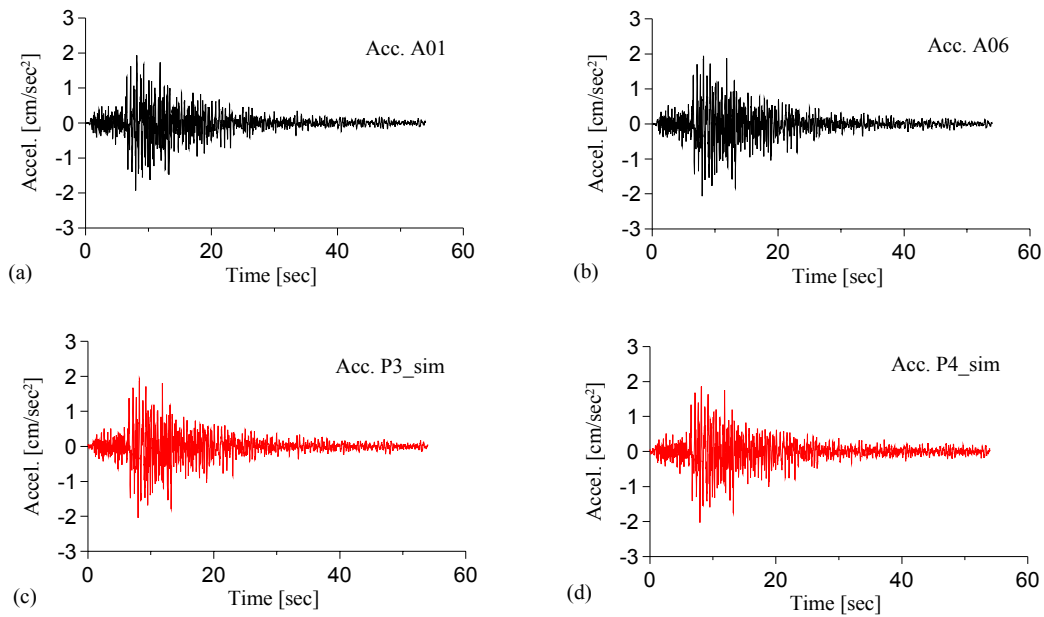


Fig. 5.3 Accélérogrammes des stations de références et accélérogrammes simulés, (a) composante EW station A01, (b) composante EW station A16, (c) accélérogramme simulé dans le point P₃, (d) accélérogramme simulé dans le point P₄.

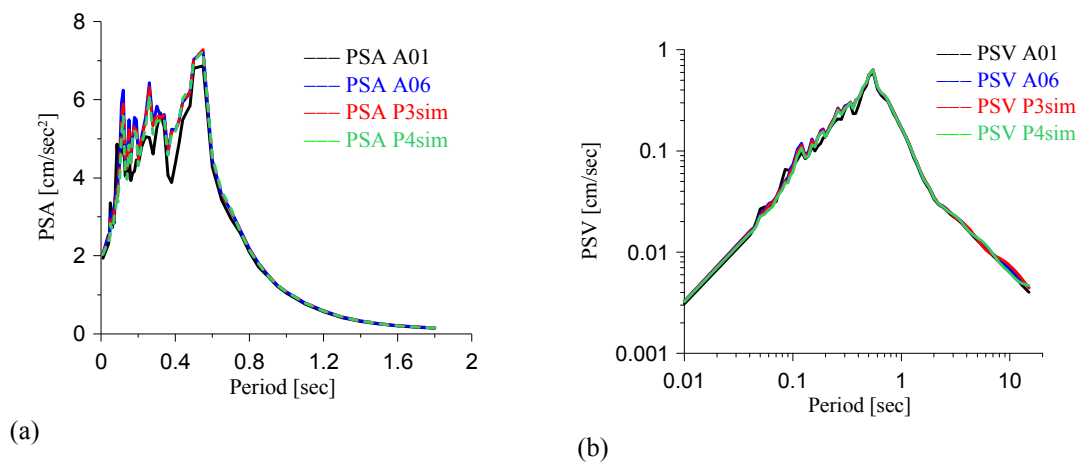


Fig. 5.4 Comparaison entre les PSA et les PSV des enregistrements réels et simulés. (a) PSA, (b) PSV.

La fiabilité de la méthode utilisée pour la génération des signaux sismiques conditionnés par des points de références imposés est bien observée dans les résultats de la comparaison soit pour les PSA ou bien pour les PSV des signaux obtenus (Fig. 5.4a et 5.4b) et dans les figures (5.5) et (5.6) pour les cohérences. Cette méthode sera utilisée pour la génération des excitations sismiques conditionnées compatibles au spectre de réponse réglementaire RPA99v2003 par la suite.

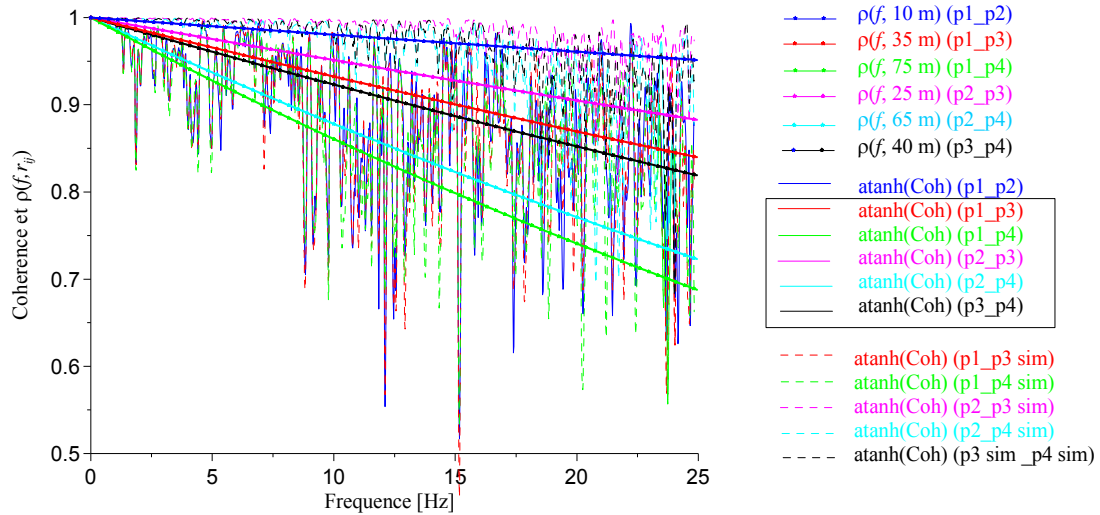


Fig. 5.5 Comparaison entre : (Cohérence) et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points connus et simulés

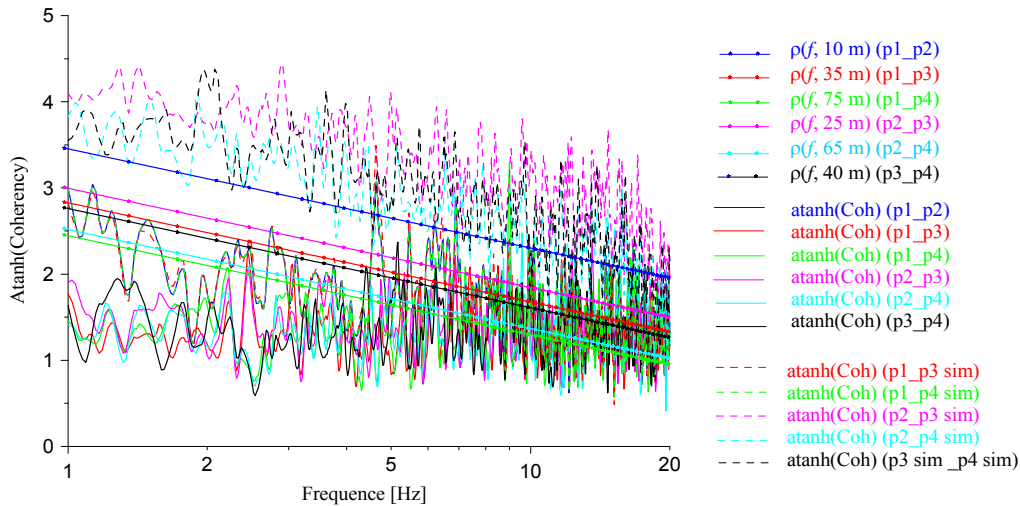


Fig. 5.6 Comparaison entre $\text{atanh}(\text{Cohérence})$ et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points connus et simulés

4. Génération des accélérogrammes conditionnés aux points cibles compatibles au spectre de réponse RPA

Pour l'application de la méthode de Vanmarcke pour la génération des signaux sismiques conditionnés aux points cibles avec une compatibilité acceptable au spectre de réponse réglementaire donné (RPA99v2003), on utilise un accélérogramme simulé avant par la méthode itérative comme enregistrement imposé ou référence et on cherche des signaux sismiques dans des points proposés comme des points cibles.

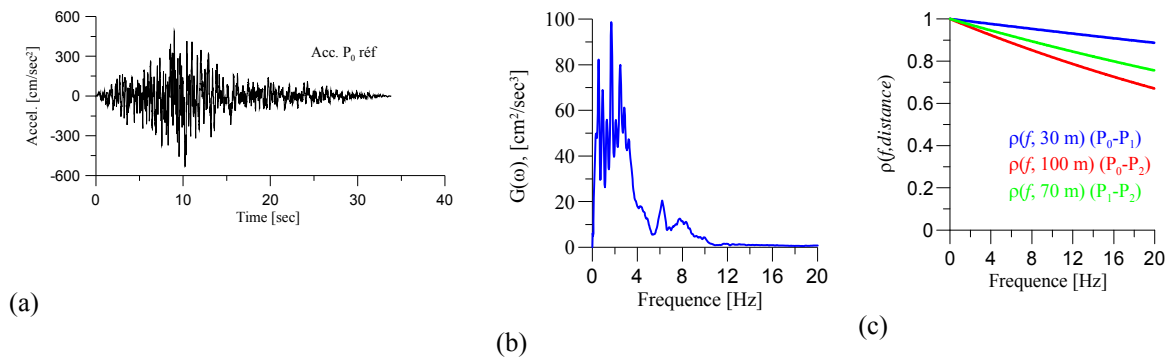


Fig. 5.7 Les données de la génération conditionnée pour le point imposé P_0
 (a) accélération du point P_0 imposé, (b) $G(\omega)$ correspondant, (c) la fonction de corrélation spatiale.

La figure (5.7a) représente l'accélérogramme référence du point connu P_0 et avec l'utilisation de la fonction de corrélation spatiale choisie (Vanmarcke et al., 1999), on calcule les excitations P_1 (Fig. 5.8a) et P_2 (Fig. 5.8b) dont les distances sont 30 et 100 m respectivement par rapport au point P_0 .

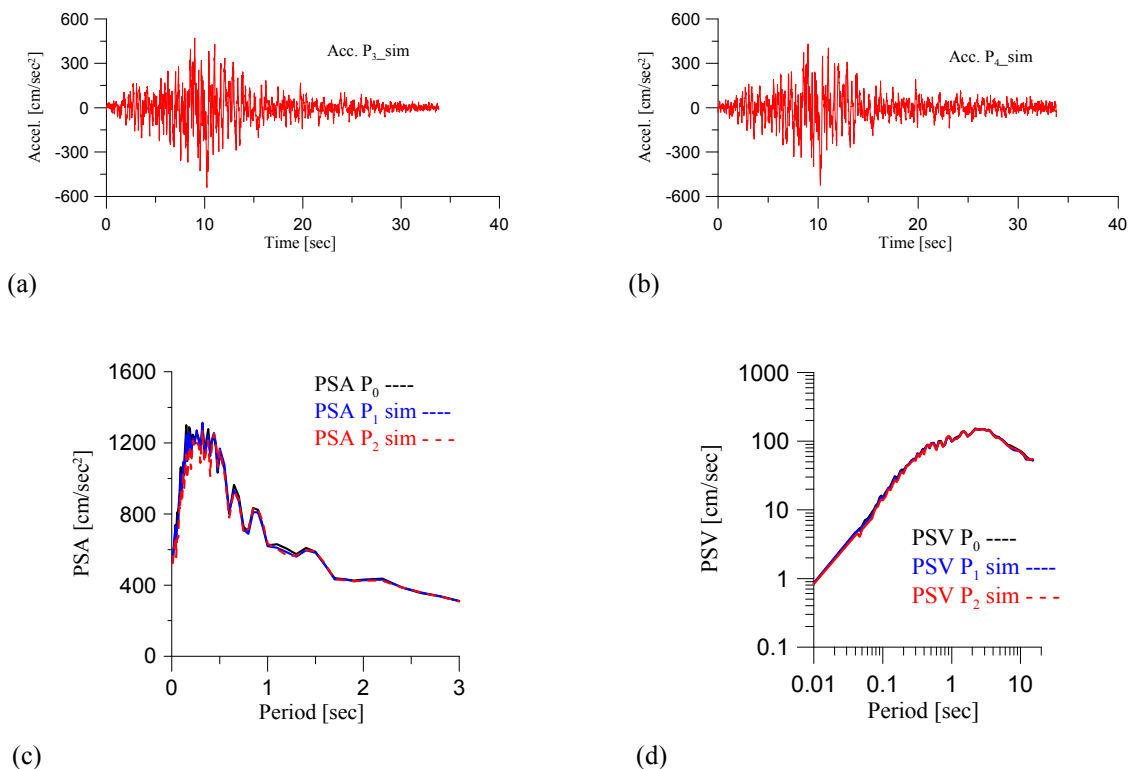


Fig. 5.8 Résultat de la génération des excitations sismiques P_1 et P_2 conditionnés par le point imposé P_0 , (a) accélération pour le point P_1 , (b) accélération pour le point P_2 , (c) comparaison PSA, (d) comparaison PSV.

Les figures (5.8c) et (5.8d) représentent les trois courbes de spectre en pseudo-accélération et en vitesse du point imposé P_0 et les points simulés P_1 et P_2 .

On peut constater que les trois courbes sont très proches pour les périodes > 0.5 sec (fréquence < 2 Hz). Ce qui implique que la distance n'a pas une influence remarquable sur la fiabilité de la simulation conditionnelle suivant la fonction de corrélation spatiale utilisée. Et de même pour les PSV (Fig. 5.8d), mais pour des périodes inférieures à 0.5 sec la fonction de corrélation spatiale contrôle bien l'influence de la distance entre les points étudiés.

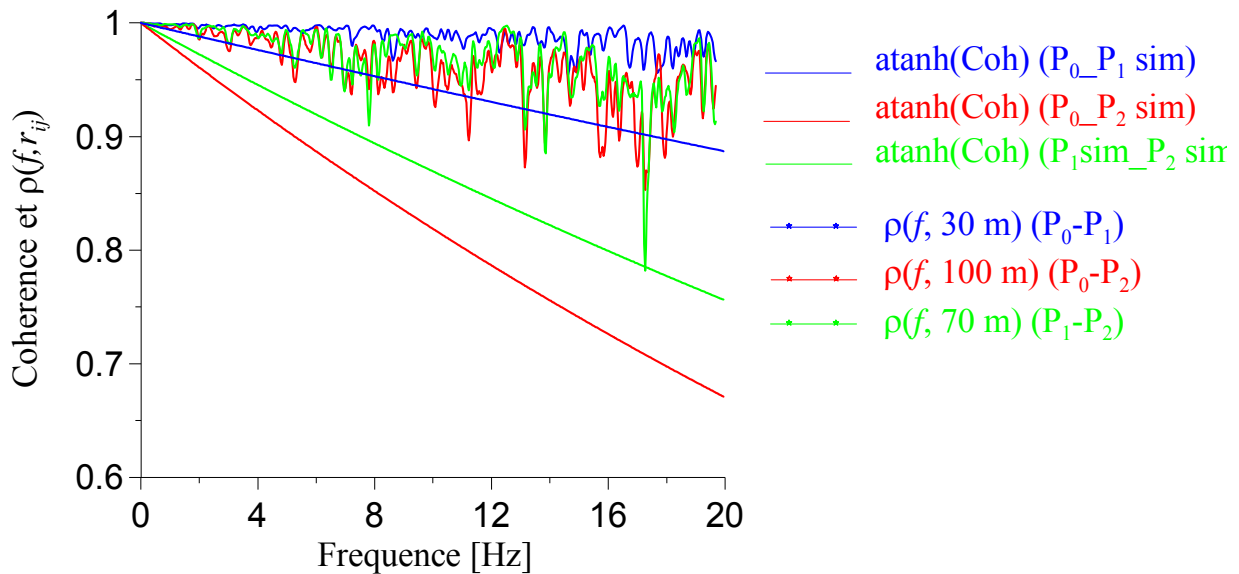


Fig. 5.9 Comparaison entre : Cohérence et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points références et simulés.

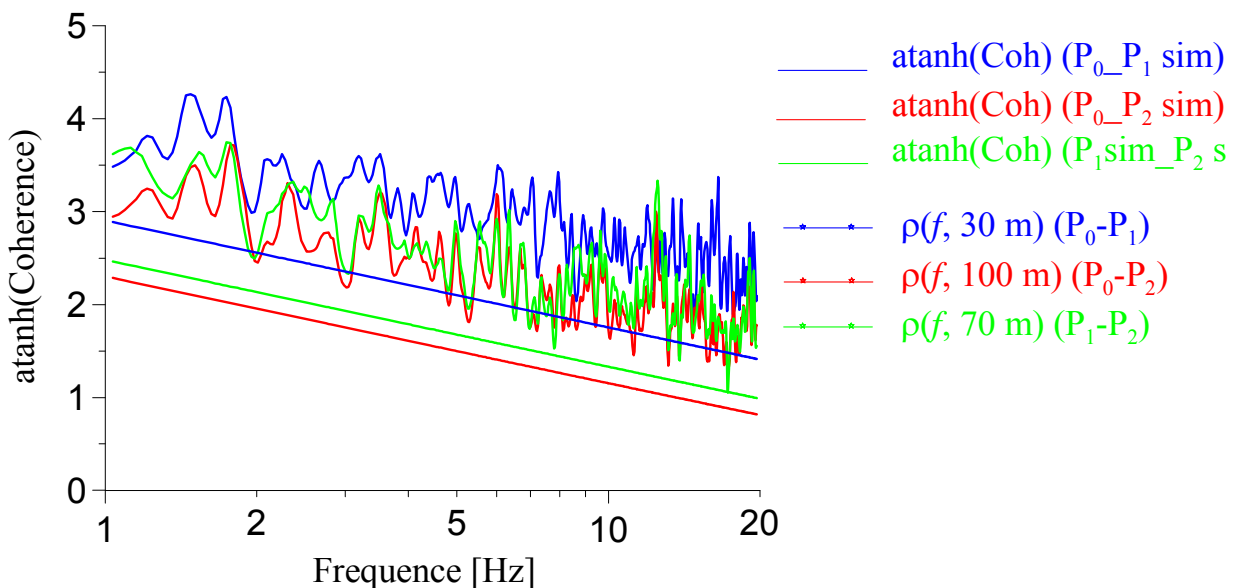


Fig. 5.10 Comparaison entre : $\text{atanh}(\text{Coherence})$ et $\rho(f, r_{ij})$ entre les points références et simulés.

5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons utilisé la fonction de cohérence définie par Vanmarcke et al. (1999) en vue de simuler au mieux les signaux sismiques non cohérents à partir d'un signal de référence. Il est rappelé que les fonctions de cohérence qui traduisent les effets de réflexion et de réfraction de l'onde sismique à travers des couches de sol sont obtenues en général à partir des données sismiques enregistrées par des accélérographes et des séismographes installés sur des sites, ces dernières sont par la suite calibrées aux modèles empiriques ou semi empiriques en vue de déterminer les paramètres gouvernants ces modèles mathématiques. Il existe plusieurs fonction de cohérences dans la littérature spécialisée pour l'analyse parasismique des structures étendues, telle que: Les ponts, les pipelines, les barrages, ... etc., la méthode de simulation des excitations sismiques non uniformes développée dans cette étude, permet aux ingénieurs de bureaux d'études avancées, chargés de la conception et de l'analyse 3-D du comportement non-linéaire des structures complexes, de faire un dimensionnement parasismique correct de ces structures.

CONCLUSIONS GENERALES ET RECOMMANDATIONS

CONCLUSIONS GENERALES ET RECOMMANDATIONS

Dans ce travail de recherche, nous avons développé une méthodologie pour la génération d'accélérogrammes synthétiques compatibles avec des spectres de réponse cibles.

Dans un premier temps, nous avons procédé à la sélection d'une méthode de calcul de la fonction de densité spectrale (DSPF) en comparant deux méthodologies, l'une considérant un spectre de Fourier et l'autre itérative considérant un spectre de réponse. L'approche itérative s'est révélée meilleur d'autant plus qu'elle prend implicitement l'effet de la nonstationnarité fréquentielle du mouvement sismique.

Par la suite une procédure de génération d'accélérogrammes synthétiques a été développée en utilisant la méthode de superposition d'ondes sinusoïdales dont les amplitudes sont reliées aux densités d'énergies spectrales évaluées suivant la méthodologie retenue ci-dessus. La compatibilité des accélérogrammes ainsi obtenus, avec les spectres de réponse a été assurée par la mise en place d'une procédure itérative subséquente qui s'est révélée efficace et a permis d'ajuster les amplitudes spectrales des réponses artificielles avec celles du spectre de réponse cible.

Trois approches différentes ont été utilisées pour reproduire le caractère non stationnaire des accélérations sismiques dans le domaine temporel. La première considère un contenu phasique uniforme couplé avec une fonction temporelle compatible avec les paramètres caractéristiques de l'accélérogramme cible, la deuxième prend en considération un contenu phasique généré à partir d'une fonction de densité de probabilité de dérivées de phases dont les paramètres statistiques sont évalués à partir des phases des mouvements forts. La troisième méthode fait directement usage du contenu phasique de l'accélérogramme réel lorsque celui-ci est disponible du site de construction.

L'applicabilité de la procédure de simulation a été appréciée en utilisant soit des spectres de réponse cibles associés à des accélérogrammes réels soit ceux définis par des règlements parasismiques actuellement en vigueur soit enfin des spectres de réponse évolués analytiquement à partir de modèles sismologiques de zone sismique ou calibrés sur la base d'une banque de données pour différentes conditions de sol.

L'applicabilité de la méthode a montré entre autres que :

- les formes spectrales simulées et cibles sont en parfaite adéquation.
- Les variations des paramètres de simulation (PGA, durées) sont compatibles avec les variations des conditions sismologiques (Magnitude, distance, site).
- La double nonstationnarité du mouvement sismique est prise implicitement en considération à travers l'évaluation de la DSPF et de la fonction de distribution des phases.
- L'utilisation de spectres de réponse réglementaires permet de proposer à l'ingénieur de bureau étude, des accélérogrammes synthétiques de calcul compatibles avec la réglementation parasismique considérée.
- L'utilisation de la procédure de génération des accélérogrammes, conditionnés par des signaux de référence, dans des points connus spatialement variables conduit aux résultats très raisonnables.
- Pour établir un choix convenable du modèle de cohérence nous avons utilisé les fonctions de cohérence établies par le modèle de Vanmarcke et al. qui s'est révélé le plus réaliste.

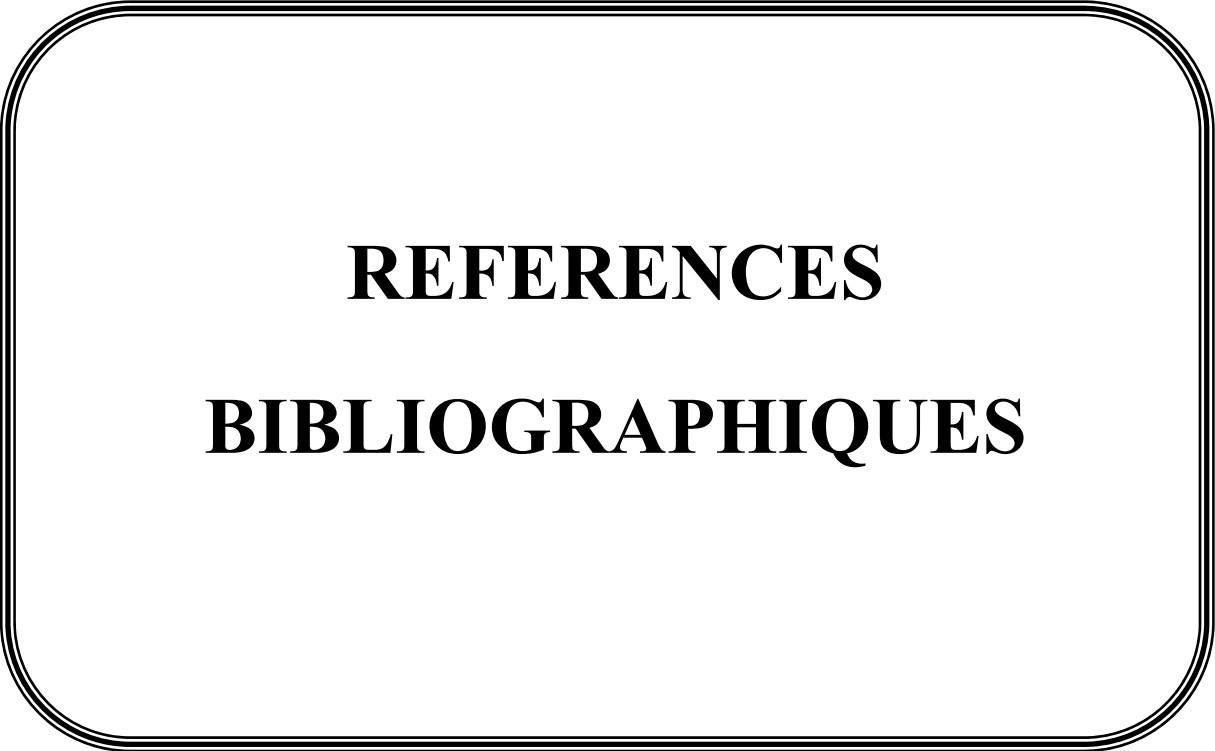
D'autre part, ce travail fournit les outils nécessaires pour le développement d'accélération sismiques réglementaires compatibles avec la réglementation parasismique en vigueur. Ces accélérogrammes seront d'une utilité certaine pour le calcul de la réponse de structures complexes et/ou à comportement non linéaire avec un seuil de fiabilité prenant en compte l'aléa traduit le retour d'expérience dans la zone sismique.

Une appréciation du zonage proposé par le règlement en vigueur est rendu possible en comparant les niveaux d'accélération obtenus pour chaque classe magnitude-site-distance

avec ceux proposés par le règlement.

Cette étude pourrait être utilisée à bon escient dans le développement de thèmes de recherche tels que :

- ✓ La simulation du mouvement du sol sismique non homogène en incorporant de conditions de site localement variables.
- ✓ L'évaluation non linéaire de réponses de structures complexes pour une meilleure compréhension de leurs comportements.
- ✓ L'étude de l'influence de la variabilité spatiale de l'input sismique sur la réponse sismique probabiliste des structures en introduisant l'effet de passage d'onde et l'effet de l'incohérence du mouvement sismique.
- ✓ L'influence des paramètres environnementaux sur la génération des mouvements sismiques spatialement variables.
- ✓ L'étude de l'influence de la variabilité spatiale avec l'utilisation de plusieurs modèles de cohérence et corrélation spatiale pour différents réseaux sismiques.
- ✓ L'intégration des aspects fiabilistes dans la conception des structures vis-à-vis des tremblements de terre.



REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Amini, A. and M.D. Trifunac (1981). *Distribution of peaks in linear earthquake response*. J. Eng. Mech. Div., ASCE, 107(EM1), 207–227.
- Alderucci, T., Muscolino, G. and Urso, S. (2019), “Stochastic analysis of linear structural systems under spectrum and site intensity compatible fully non-stationary artificial accelerograms”, *Soil Dynam. & Earthquake Eng.*, Vol. 126, available at: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.105762>
- Amin, M. and Ang, A.H. (1966), “A nonstationary stochastic model for strong motion earthquakes”, *Structural Research Series No. 306*, Dept. of Civil Engineering, University of Illinois, available at: <http://hdl.handle.net/2142/60296>
- Amini, A. and M.D. Trifunac (1985). *Statistical extension of response spectrum superposition*. *Soil Dynam. & Earthquake Eng.*, **4**, 54–63.
- Basu, B., V.K. Gupta and D. Kundu (1996). *Ordered peak statistics through digital simulation*. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **25**, 1061–1074.
- Basu, B., V.K. Gupta and D. Kundu (1996a), *A Markovian approach to ordered peak statistics*. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **25**, 1335–1351.
- Bendat, J.S. and A.G. Piersol (1986). *Random Data Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons, mc., New York.
- Boore, D. (1983), “Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73 No. 6, pp. 1865-1894.
- Boore, D.M. (2003), “Simulation of ground motion using the stochastic method”, *Pure and Applied Geophysics*, Vol. 160 No. 3, pp. 635-676, available at: <https://doi.org/10.1007/PL00012553>
- Boudina, A. (2010), “Simulation d'excitations sismiques à partir de spectres cibles”, Thèse de magister, ENP, Alger.
- Boudina, A. and Hammoutene M. (2021), “Generation of seismic excitations compatible with target spectrum: application to Eurocode 8”, *World Journal of Engineering*, Vol. 18 No. 1, pp. 122-135. <https://doi.org/10.1108/WJE-02-2020-0042>
- Bougioukou, A.P., Leros, A.P. and Papakonstantino, V. (2008), “Modeling of non-stationary ground motion using the mean reverting stochastic process”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 32No. 9, pp. 1912-1932, available at: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.06.026>
- Bycroft, G.N. (1960), “White-noise representation of earthquakes”, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 86, pp. 1-16, available at: <https://doi.org/10.1121/1.1936169>

- Bozorgnia, Y. and V. Bertero (2004). *Earthquake engineering*, CRC Press, New York, NY.
- Cacciola, P. (2010), “A stochastic approach for generating spectrum compatible fully nonstationary earthquakes”, *Computers & Structures*, Vol. 88 Nos 15/16, pp. 889-901, available at: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2010.04.009>
- Cacciola, P., D’Amico, L. and Zentner, I. (2014), “New insights in the analysis of the structural response to responsespectrum-compatible accelerograms”, *Engineering Structures*, Vol. 78, pp. 3-16, available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.07.015>
- Cartwright, D.E. and M. S. Longuet-Higgins (1956). *The statistical distribution of maxima for a random function*, Proc. Royal Soc. of London, Ser. **A327**, 212–232.
- Clough, R.W. and J. Penzien (1975). *Dynamics of structures*, Mc Graw–Hill, New York, NY.
- Colajanni, P., Pagnotta, S. and Testa, G. (2020), “Comparison of fully non-stationary artificial accelerogram generation methods in reproducing seismicity at a given site”, *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, Vol. 133, available at: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2020.106135>
- Davidovici, V. (2013), “Pratique du Calcul Sismique”, (Franch) “Practice of Earthquake Design”, Eyrolles, Paris.
- Davidovici, V. (2016), “Conception-Construction Parasismique”, (Franch), “Earthquake Design-Construction”, Eyrolles, Paris.
- Ding, H.D., Trifunac, M., Todorovska, M.I. and Orbovi c, N. (2015), “Coherence of dispersed synthetic strong earthquake ground motion at small separation distances”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 70, pp. 1-10, available at: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.11.010>
- Djouabi, H. (2010). *Lois prédictives pour l'estimation de la réponse sismique et des mouvements sismiques forts. Mémoire de magister sous la direction du Pr. M. Hammoutene. ENP Alger.*
- Elghadamsi, F.E., B. Mohraz, C.T. Lee and P. Moayad (1988). *Time dependent power spectral density of earthquake ground motion*. *Soil Dynam. & Earthq. Eng.*, **7(1)**, 15–21.
- EuroCode 8 (2004), “Designs of structures for earthquake resistance, final project, European standard”, May 2004, Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
- Fenton, G. A., (1990), “Simulation and analysis of random fields”, Thèse de doctorat. Princeton University.
- Gasparini, D. and Vanmarcke, E.H. (1976), “SIMQKE – a program for artificial motion generation, user’s manual and documentation”, Publication No R76–4, Civil Engineering Department, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- Gupta, I.D. (1994a). *Defining effective peak acceleration via order statistics of acceleration peaks*. *Europ. Earthquake Eng.*, **11**, 3–11.

- Gupta, I.D., R.G. Joshi and (1993). *On synthesizing response spectrum compatible accelerograms*. *Europ. Earthquake Eng.*, **2**, 25–33.
- Gupta, I.D., R.G. Joshi and V.K. Pandit (1994). *A note on design power spectral density function of strong earthquake ground motion*. *Proc. 10th Symp. On Earthquake Eng.*, Nov. 16-18, Roorkee, 843–852.
- Gupta, I.D. and M.D. Trifunac (1988). *Order statistics of peaks in earthquake response*. *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, **114(10)**, 1605–1627.
- Gupta, I.D. and Trifunac, M.D. (1998a), “Defining equivalent stationary PSDF to account for nonstationarity of earthquake ground motion”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 17, pp. 89-99, available at: [https://doi.org/10.1016/S0267-7261\(97\)00031-6](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(97)00031-6)
- Gupta, I.D. and M.D. Trifunac (1998b). *A note on the statistics of ordered peaks in stationary stochastic processes*. *Soil Dynam. & Earthquake Eng.*, **17**, 317–328.
- Hammoutene, M. (1995). *Simulation nonstationnaire et bidimensionnelle des enregistrements de tremblements de terre. Thèse de doctorat d'état ENP Alger*.
- Hammoutène, M., B. Tiliouine et S. A. Zermout (2006). *Effects of reliability models on structural response under stochastic seismic motion*. *European Earthquake Engineering, International Journal of Earthquake Engineering and Engineering Seismology*, Vol. 1, 14- 22
- Harichandran, R. S., & Vanmarcke, E. H. (1986). *Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time*. *Journal of engineering mechanics*, 112(2), 154-174. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1986\)112:2\(154\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1986)112:2(154))
- Housner, G.W. (1955), “Properties of strong ground motion earthquakes”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 45, pp. 187-218.
- Hudson, D.E. (1956), “Response spectrum techniques in engineering seismology”, *Proceedings 1st Wld Conference Earthquake Engineering, Berkeley, CA*.
- Iervolino, I., De Luca, F. and Cosenza, E. (2009), “Spectral shape-based assessment of SDOF nonlinear response to real, adjusted and artificial accelerograms”, *Engineering Structures*, Vol. 32 No. 9, pp. 2776-2792, available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.04.047>
- Imtiaz, A., (2015), “Seismic wave field, spatial variability and coherency of ground motion over short distances: near source and alluvial valley effects”, *Thèse de doctorat. Université Grenoble Alpes*.
- Joyner, W.B. and Boore, D. (1981), “Peak horizontal acceleration and velocity from strong motion records including records from the 1979 imperial valley, California, earthquake”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71No. 6, pp. 2011-2038.
- Lai, S.P. (1982). *Statistical characteristics of strong ground motions using power spectral*

- density function*. Bull. Seism. Soc. Amer., **72**, 259—274.
- Laouami, N., Slimani, A., Bouhadad, Y., Chatelain, J.L. and Nour, A. (2006), “Evidence for fault-related directionality and localized site effects from strong motion recordings of the 2003 Boumerdes (Algeria) earthquake: consequences on damage distribution and the algerian seismic code”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 26 No. 11, pp. 991-1003, available at: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2006.03.006>
- Lestuzzi, P. and Badoux, M. (2008), *Génie Parasismique: Conception et Dimensionnement Des Bâtiments*, (Franch), “Earthquake: Conception and Design of Buildings, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- Li, Y. and Wang, G. (2016), “An improved approach for nonstationary strong ground motion simulation”, *Pure and Applied Geophysics*, Vol. 173 No. 5, pp. 1607-1626, available at: <https://doi.org/10.1007/s00024-015-1189-4>
- Madariaga, R. (1979), “On the relation between seismic moment and stress drop in the presence of stress and strength heterogeneity”, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 84, pp. 2243-2250, available at: <https://doi.org/10.1029/JB084iB05p02243>
- McCann, M.W., H.C. Shah (1979). *Determining strong-motion duration of earthquake*. Bull. Seism. Soc. Amer., **69**, 1253-1265.
- Nigam, N.C. (1984), “Phase properties of earthquake ground acceleration records”, *Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering*, San Francisco, pp. 549-556.
- Novikova, E.I., M.D. Trifunac (1994). *Duration of strong ground motion in terms of earthquake magnitude, epicentral distance, site conditions and site geometry*. *Earthquake Eng. & Struct. Dynam.*, **23**, 1023-1043.
- Ohsaki, Y. (1979), “On the significance of phase content in earthquake strong ground motion”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 7 No. 5, pp. 427-439, available at: <https://doi.org/10.1002/eqe.4290070504>
- Paultre, P. (2005). *Dynamique des structures application aux ouvrages de genie civil*. Lavoisier, Paris.
- Preumont, A. (1980), “A method for the generation of artificial earthquake accelerograms”, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 59 No. 2, pp. 357-368, available at: [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(80\)90205-8](https://doi.org/10.1016/0029-5493(80)90205-8)
- Preumont, A. (1990). *Vibrations aléatoires et analyse spectrale*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, CH-1015 Lausanne.
- Ramdane, K.E. and Konagai, K. (2004), “Boumerdes earthquake the 21st may 2003 japanese reconnaissance team”, rapport, doi:10.13140/RG.2.2.36186.34249.
- Règles Parasismiques Algériennes RPA99v2003, (2004). Centre National de Recherches Appliquées en Génie Parasismique, D.T.R.-B.C.-2.48, Alger.
- Reinoso, E., M. Ordaz (2001). *Duration of strong ground motion during Mexican*

- earthquakes in terms of magnitude, distance to the rupture area and dominant site period.* Earthquake Eng. & Struct. Dynam., **30**, 653-673.
- Rezaeian, S. and Der Kiureghian, A. (2008), “A stochastic ground motion model with separable temporal and spectral non stationarities”, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 37 No. 13, pp. 1565-1584, available at: <https://doi.org/10.1002/eqe.831>
- Rofooei, F.R., Mobarake, A. and Ahmadi, G. (2001), “Generation of artificial earthquake records with a nonstationary Kanai-Tajimi model”, Engineering Structures, Vol. 23 No. 7, pp. 827-837, available at: [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00093-6](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00093-6)
- Rosenblueth, E. and Bustamante, J.I. (1962), “Distribution of structural response to earthquakes”, J. Eng. Mech. Div, Vol. 88, pp. 75-106.
- Sabetta, F., A. Pugliese (1996). *Estimation of response spectra and simulation of nonstationary earthquake ground motions.* Bull. Seism. Soc. Amer., **86**, 337-352.
- Şafak, E. (1988). *Analytical approach to calculation of response spectra from seismological models of ground motion.* Earthquake Eng. & Struct. Dynam., **16**, 121–134.
- Seed, H.B., C. Ugas and J. Lysmer (1976). *Site-dependent spectra for earthquake resistant design.* Bull. Seism. Soc. Amer., **66**, 221–234.
- Sibson, R.H. (1989), “Earthquake faulting as a structural process”, Journal of Structural Geology, Vol. 11 Nos 1/2, pp. 1-14, available at: [https://doi.org/10.1016/0191-8141\(89\)90032-1](https://doi.org/10.1016/0191-8141(89)90032-1)
- Tiliouine, B. and Azevedo, J. (1984), “Stochastic characterization and nonstationary simulation of earthquake accelerograms”, 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Vol. 2, pp. 541-547.
- Tiliouine, B., M. Hammoutene, P.Y. Bard (2000). *On the phase content modelling of earthquake strong ground motions.* European Earthquake Engineering, International Journal of Earthquake Engineering and Engineering Seismology, Vol. 1, 27 – 34
- Tiliouine, B. et S. Zermout (2003). *Sur les spectres de réponse des systèmes à paramètres incertains.* Proc. Colloque international, Risque vulnérabilité et fiabilité dans la construction : Vers une réduction des désastres, Alger, **1**, 253–267.
- Tiliouine, B., Zermout, S., Mebarki, A. and Soize, C. (2003), “Génération de spectre de puissance pour l’analyse stochastique de la réponse sismique des structures”, Proc. VIe Colloque National AFPS, Génie parasismique: Aspects dynamiques et vibratoires en Génie Civil, Palaiseau, Vol. 1, pp. 107-114, available at: <https://hal-upec-upem.archivesouvertes.fr/hal-00773309>
- Trifunac, M.D. and A.G. Brady (1975). *A study on the duration of strong earthquake ground motion.* Bull. Seism. Soc. Amer., **65(3)**, 581–626.
- Trifunac, M.D. (1978). *Response spectra for earthquake ground motion.* J. Engng. Mech. Div., ASCE, (**EM5**), 1081-1097.

- U.S. Nuclear Regulatory Commission (1973). *Design response spectra for seismic design of nuclear power plants*. Regulatory guide 1.60, Washington D.C.
- Vanmarcke, E. H., Fenton, G. A., & Heredia-Zavoni, E. (1999). SIMQKE-II, conditioned earthquake ground motion simulator: user's manual, version 2.1. Princeton University.
- Vanmarcke, E.H. and Gasparini, D.A. (1977), "Simulated earthquake ground motions", Proceedings 4th International Conference on Smirt, K1/9, San Francisco.
- Vanmarcke, E. H., Heredia-Zavoni, E. et Fenton, G. A., (1993), "Conditional simulation of spatially correlated earthquake ground motion", *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 119, no 11, p. 2333-2352. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1993\)119:11\(2333\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1993)119:11(2333))
- Vanmarcke, E.H., S.P. Lai (1980) "Strong-motion duration and RMS amplitude of earthquake records". *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **70**, 1293-1307.
- Yagi, Y. (2003), "Source process of large and significant earthquakes in 2003", *Bulletin of the International Institute of Seismology*, Vol. 1, pp. 145-153.
- Zentner, I. (2014), "A procedure for simulating synthetic accelerograms compatible with correlated and conditional probabilistic response spectra", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 63, pp. 226-233, available at: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.03.012>
- Zermout, S. (2004), "Investigation de la réponse stochastique des structures sous excitations sismiques", Thèse de magister ENP Alger.
- Zerva, A. (2009), *Spatial Variation of Seismic Ground Motions Modelling and Engineering Applications*, CRC press, Boca Raton, FL.
- Zerva, A. and Harada, T. (1997), "Effet of surface layer stochasticity on seismic ground motion coherence and strain estimates", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 16 Nos 7/8, pp. 445-457, available at: [https://doi.org/10.1016/S0267-7261\(97\)00019-5](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(97)00019-5)



ANNEXES

Annexe A: DSP compatibles pour différentes conditions locales de site de magnitudes et de distances épacentrales

Résultats du calcul des DSP compatibles avec des spectres de réponse (Zermout, 2004 ; Boudina, 2010) prenant en compte différents types de sols (Seed et al, 1976), différentes magnitudes et différentes distances épacentrales (Şafak, 1988).

Effet des conditions locales de site :

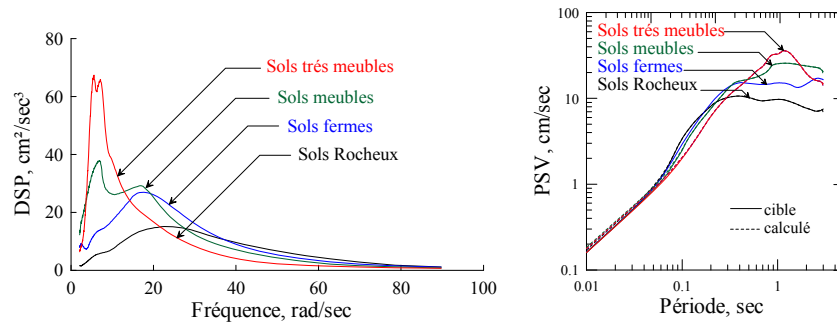


Figure A1. DSP compatible et comparaison des spectres de réponse calculés avec les spectres de réponse cibles pour différentes conditions de site, $\xi=5\%$.

Effet de la magnitude :

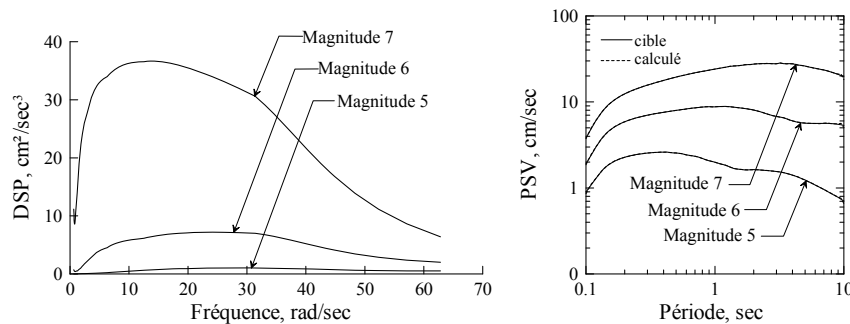


Figure A2. DSP compatible et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles pour différentes magnitudes.

Effet de la distance épacentrale:

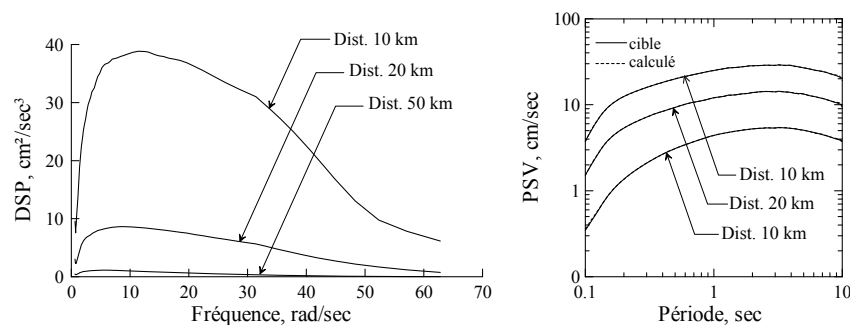
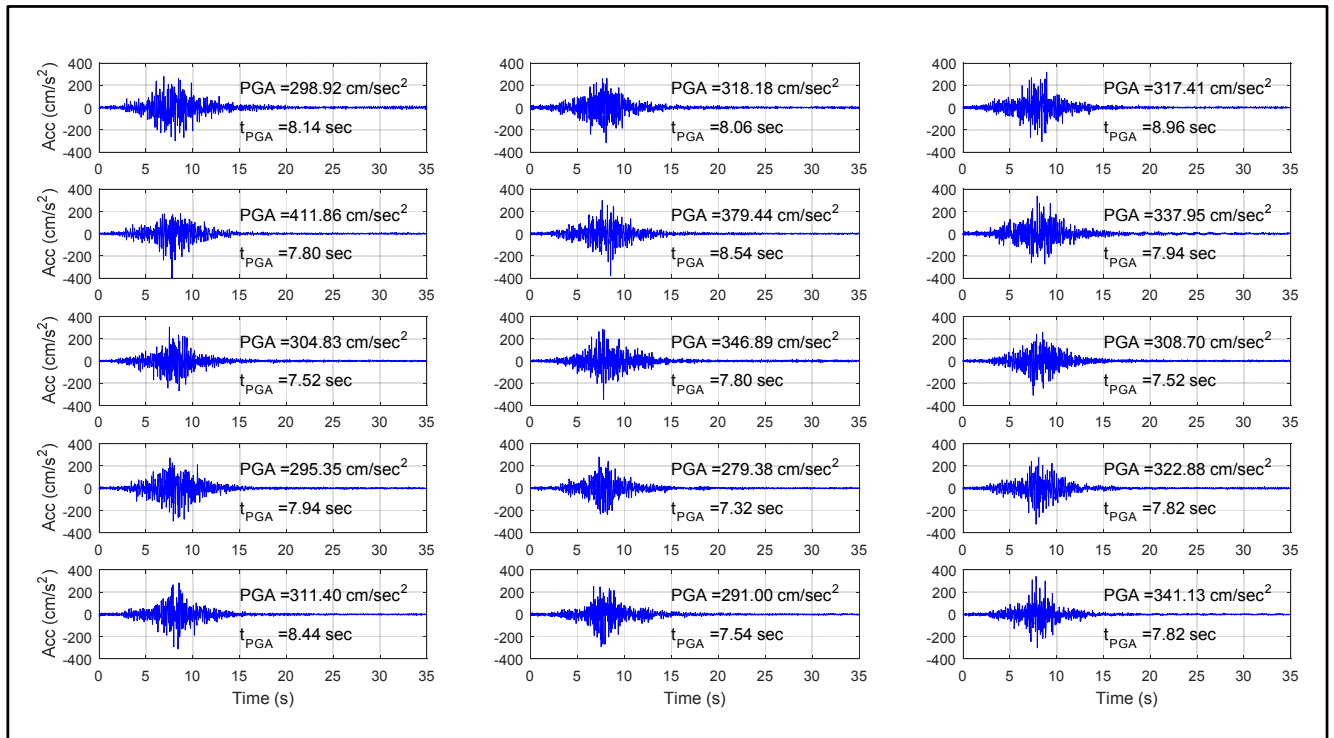


Figure A2. DSP compatible et comparaison des spectres de réponse calculés aux spectres de réponse cibles pour différentes distances épacentrales.

Annexe B: Accélérogrammes simulés compatibles avec le spectre de réponse associé à la composante d'accélération E-W enregistré sur le site de Keddara1 lors du séisme de Boumerdès du 21 mai 2003.



Annexe C: Accélérogrammes simulés non stationnaires

Si $x(t)$ est une série temporelle à contenu fréquentiel uniforme caractérisée par son spectre évolutif $Sxx(f, t)$ tel que (Hammoutene, 1995) :

$$Sxx(f, t) = X_w(f, t) X_w^*(f, t) \quad (C1)$$

où

$$X_w(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t-u)x(u) e^{-i2\pi fu} du \quad (C2)$$

$i^2 = -1$ et $w(t)$ est une fenêtre gaussienne normalisée pour que son énergie totale soit égale à 1.

Afin de synthétiser un accélérogramme $x^c(t)$ ayant un contenu fréquentiel non stationnaire, $x(t)$ est corrigé de telle sorte qu'il soit modélisé par la contribution des ondes P, S et de surface situées dans les bandes de fréquences $[f_2 \text{ à } f_3]$, $[f_1 \text{ à } f_2]$ et $[0\text{Hz} \text{ à } f_1]$ respectivement, et atteignant le site à $t^P = 0$ sec., $t^S = T_1$ et $t^{\text{Surf}} = T_1 + T_S$ respectivement. L'instant de temps T_1 est le temps d'arrivée au site des ondes S et T_S la durée de la partie mouvement fort de l'accélérogramme.

Elle revient à calculer pour chaque onde constitutive de fréquence f_k , les amplitudes corrigées $A^c(f_k, t)$ telles que :

$$A^c(f_k, t) = \text{env}'(t) A(f_k, t) = \text{env}'(t) \sqrt{2 S_{xx}(f_k, t) \Delta f} \quad (\text{C3})$$

Où Δf est l'incrément de fréquence et l'enveloppe temporelle $\text{env}'(t)$, qui module les amplitudes $A(f_k, t)$ du spectre évolutif stationnaire, est définie comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } f_k \in [0 \text{ Hz} - f_1]; \text{ env}'(t) = \left(\frac{t}{T_1 + T_S}\right)^2 \text{ pour } t \leq T_1 + T_S \\ \text{env}'(t) = 1 \text{ pour } t > T_1 + T_S \\ \text{si } f_k \in [f_1 - f_2]; \text{ env}'(t) = \left(\frac{t}{T_1}\right)^2 \text{ pour } t \leq T_1 \\ \text{env}'(t) = 1 \text{ pour } t > T_1 \\ \text{si } f_k \in [f_1 - f_3]; \text{ env}'(t) = 1 \quad \forall t \leq T_1 \end{array} \right. \quad (\text{C4})$$

Le signal corrigé est alors:

$$x^c(t) = \alpha_k \sum_{k=0}^n A^c(f_k, t) \sin(2\pi f_k t + \phi_k) \quad (\text{C5})$$

où n est le nombre total d'ondes constitutives et α_k un facteur d'échelle qui garantit que, l'énergie de chaque onde constitutive de fréquence f_k est préservée de sorte que:

$$\alpha_k = \frac{\sum_{j=0}^{nt} A(f_k, t_j)}{\sum_{j=0}^{nt} A^c(f_k, t_j)} \quad (\text{C6})$$

'nt' étant le nombre total d'incrémentes le long de l'axe du temps. Les amplitudes corrigées $A^c(f_k, t)$ de $x^c(t)$ sont données par :

$$S_{x^c x^c}(f_k, t) = \frac{(\alpha_k A^c(f_k, t))^2}{2 \Delta f} \quad (\text{C7})$$

où $S_{x^c x^c}(f_k, t)$ est le spectre évolutif de $x^c(t)$

Annexe D: Fréquence moyenne instantanée

Pour un accélérogramme $x(t)$, la fréquence moyenne instantanée (l'évaluation de la fréquence à chaque incrément de temps dt est évaluée comme:

$$E[f(t)] = \frac{\int_0^{+\infty} f S_{xx}(f, t) df}{\int_0^{+\infty} S_{xx}(f, t) df} \quad (\text{D1})$$

où le symbole d'espérance $E[]$ représente la valeur moyenne.

Annexe E: Accélérogrammes simulés compatibles avec des spectres de réponse EC8 recommandés pour les types de sol A à D (M=7,0, R=9,8 km).

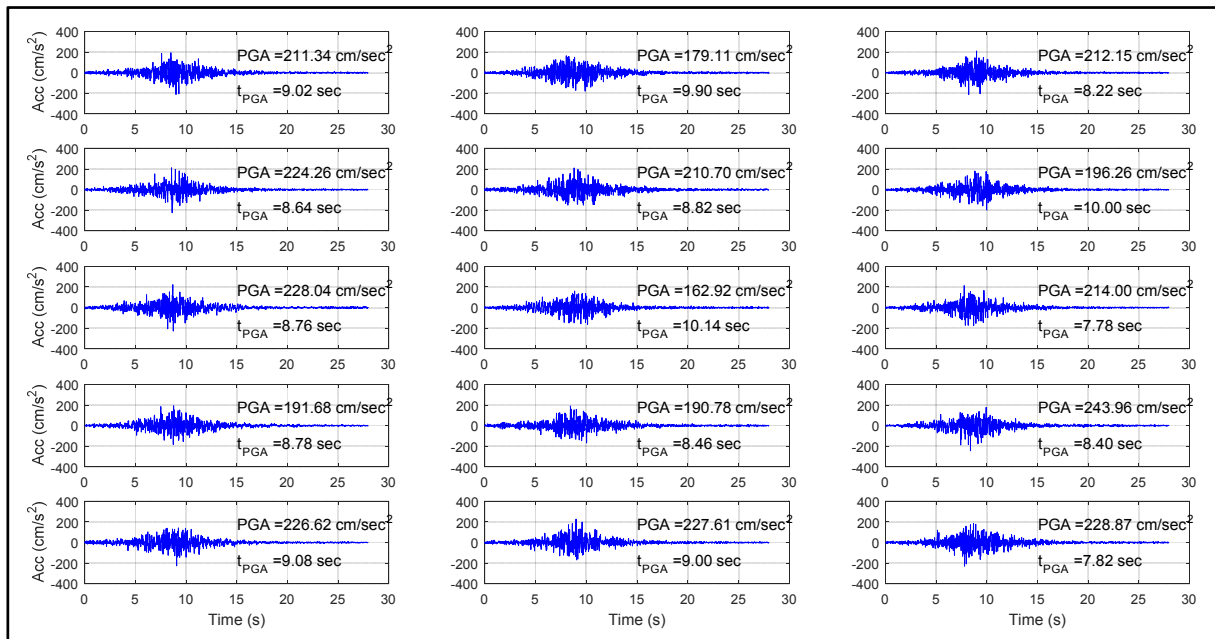


Figure E1. Accélérogrammes simulés compatibles avec le spectre de réponse EC8 recommandé pour le sol de type A.

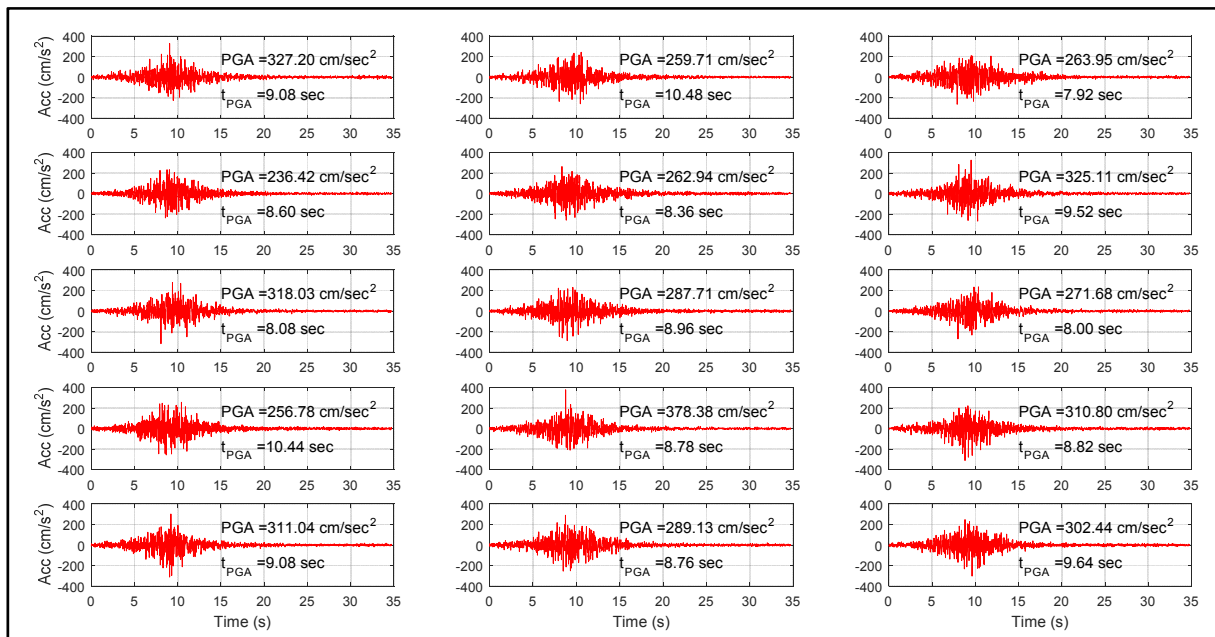


Figure E2. Accélérogrammes simulés compatibles avec le spectre de réponse EC8 recommandé pour le sol de type B.

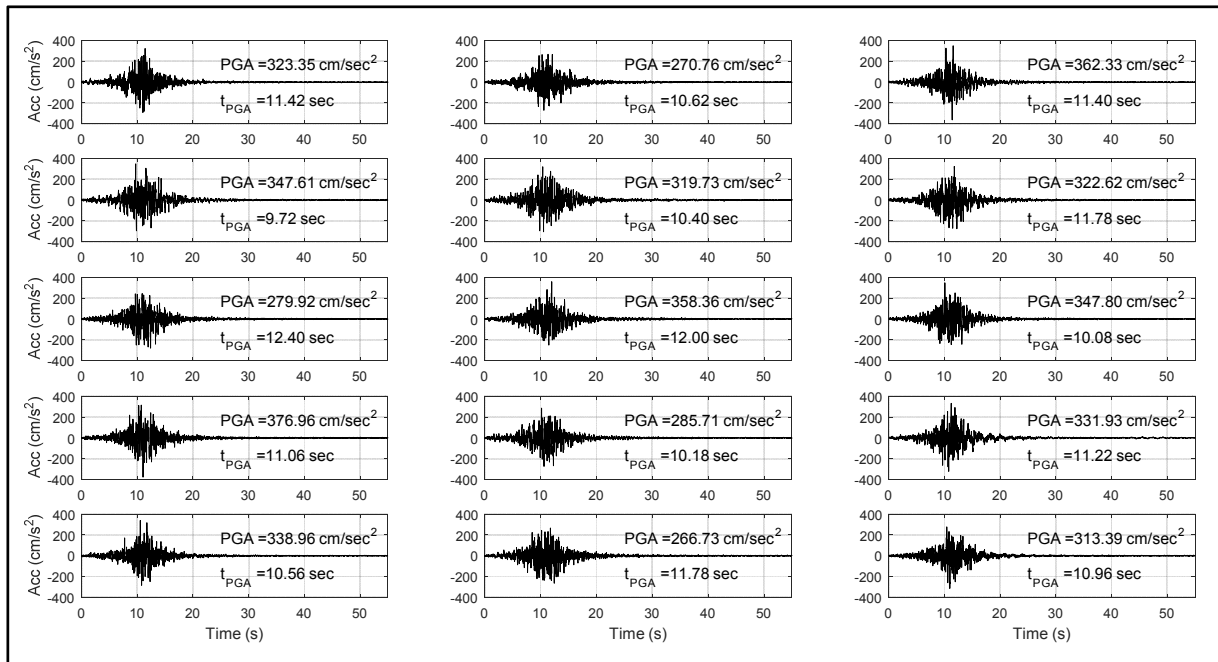


Figure E3. Accélérogrammes simulés compatibles avec le spectre de réponse EC8 recommandé pour le sol de type C.

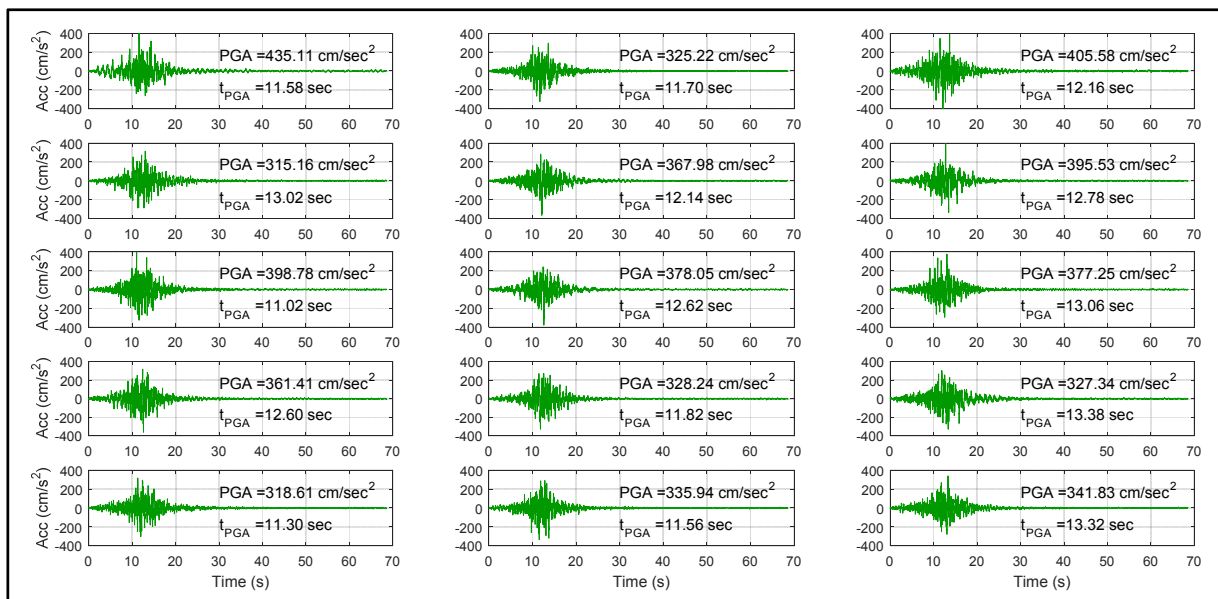


Figure E4. Accélérogrammes simulés compatibles avec le spectre de réponse EC8 recommandé pour le sol de type D.