

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'automatique

Mémoire de projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme
d'ingénieur d'état en Automatique

Commande par backstepping d'un bras manipulateur actionné par des MCC

Réalisé par :

CHEBCHEB Abderrahmane

Composition du Jury :

Président	Pr .M.TADJINE
Examineur	Dr.M.CHAKIR
Promoteurs	Pr.M.S.BOUCHERIT Dr.F.HAOUARI

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'automatique

Mémoire de projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme
d'ingénieur d'état en Automatique

Commande par backstepping d'un bras manipulateur actionné par des MCC

Réalisé par :

CHEBCHEB Abderrahmane

Composition du Jury :

Président	Pr .M.TADJINE
Examineur	Dr.M.CHAKIR
Promoteurs	Pr.M.S.BOUCHERIT Dr.F.HAOUARI

Resumé

ملخص:

الهدف من هذم الأطروحة هو تصميم وحدة تحكم غير خطية من خلال التحكم التراجعي للروبوت SCARA بمفصلين يتم تشغيلهما بواسطة محركين للقيام بذلك تم إجراء نمذجة رياضية للروبوت SCARA للتمكن من التحكم فيه بعد ذلك تم تنفيذ تصميم وحدة التحكم التراجعي من النموذج ثم التحقق من الإستقرار بإستخدام نظرية الإستقرار لياپونوف. في الأخير نتائج عملية المحاكات توضح أداء إستراتيجية التحكم هذه كلمات مفتاحية :
روبوت ، التحكم التراجعي ، SCARA ، محرك ذو تيار مستمر ، لياپونوف ، تحكم غير خطي

Resume

The objective in this memory is to conceive a nonlinear controller by backstepping to allow the control of a robot scara with two articulations actuated by DC motors to do this a mathematical modeling of the robot was carried out .the design of the controller by backstepping was carried out from the model its stability whas validated using the theory of Lyapunov finally, the results of simulation illustrate the performance of this control strategy

keywords

:robot , backstepping , SCARA,MCC,lyapunov,non linear control

Resumé

L'objectif dans ce mémoire est de concevoir un contrôleur non linéaire par backstepping pour permettre le controle du robot scara à deux articulations actionnées par des MCC . Pour ce faire, une modélisation mathématique du robot a été effectuée. Par la suite, la conception du contrôleur par backstepping a été effectuée à partir du modèle. Sa stabilité a été validée à l'aide de la théorie de stabilité de Lyapunov.Et en fin des résultats de simulations illustrent les performances de cette stratégie de commande.

mots clés

:robot , backstepping ,SCARA,MCC,lyapunov,commande non linéaire

Remerciements

je remercie Dieu le tout-puissant de nous avoir donné le courage, la santé et de nous avoir accordé son soutien durant les périodes les plus difficiles.

*je remercie, tout particulièrement, à exprimer une profonde gratitude à mes encadreurs Houari Fouad et Boucherit mohammed seghir , qui m'ont beaucoup aidé dans la réalisation du projet et leurs précieux conseils
enfin je remercie toute personne qui m'a aidé de près ou de loin*

Merci à toutes et à tous.

Dédicaces

*À mes parents, merci d'avoir toujours cru en moi. Merci pour votre amour, vos prières, vos encouragements, votre soutien et votre présence tout au long de mes études.
Merci de m'avoir donné la chance de devenir celui que je suis aujourd'hui.
J'espère que vous êtes fiers de moi.*

*À mes chers
amis : Rabah, Ryad, Bilel, fares, sidali, abdellah, mohamed, khaled, mohamed, redakarim la
seconde famille que j'ai choisi d'avoir.*

*À tous ceux qui m'ont encouragé et ont eu confiance en mes capacités pendant mon
parcours.*

À tous ceux qui me sont chers, je dédie ce modeste travail.

Abderrahmane

Table des matières

Liste des figures	8
Liste des abréviations	9
Introduction générale	11
1 généralités sur les robots manipulateurs et modélisation	12
1.1 introduction	13
1.2 généralités sur les robots manipulateurs	13
1.2.1 définition de base	13
1.3 modélisation.	14
1.4 modélisation géométrique	15
1.4.1 modèle géométrique direct	16
1.4.2 modèle géométrique inverse	17
1.4.3 modélisation différentielle	17
1.5 modélisation cinématique	18
1.5.1 modèle cinématique directe	18
1.5.2 modèle cinématique inverse	18
1.6 modélisation dynamique	18
1.6.1 modèle dynamique direct	22

1.6.2	modèle dynamique inverse	22
1.7	Application au robot SCARA à deux degrés de liberté	22
1.8	conclusion	30
2	Méthodes de Lyapunov et commande par backstepping	31
2.1	Introduction	32
2.2	systèmes non linéaires	32
2.2.1	équilibre	32
2.2.2	plan de phase	33
2.2.3	stabilité	33
2.3	méthodes de Lyapunov	34
2.3.1	première méthode de lyapunov	35
2.3.2	deuxième méthode de Lyapunov	35
2.3.3	Théorème 1 :stabilité asymptotique	36
2.3.4	théorème 2 :instabilité	36
2.3.5	stabilité simple	36
2.4	méthode de backstepping	37
2.5	Conclusion	40
3	Résultats et simulations	41
3.1	Introduction	42
3.2	représentation d'état du robot SCARA à deux articulations actionné par des moteurs électriques	42
3.3	Algorithme de backstepping	45
3.4	résultats de simulations	49
3.4.1	resultats de simulations avec perturbations	51
3.5	conclusion	53
	Conclusion générale	54
	Annexes	57
	A théorèmes fondamentaux	58

Liste des figures

1.1	robot manipulateur à structure ouverte simple	13
1.2	Représentation de DENAVIT-HARTENBERG	16
1.3	modèle dynamique direct	22
1.4	modèle dynamique inverse	23
1.5	représentation du robot scara à 2 ddl	23
1.6	implémentation de la méthode de D-H	24
1.7	réponses en position du robot en boucle ouverte	29
1.8	réponse en vitesses des articulation du robot en boucle ouverte à une entrée échelon	29
2.1	trajectoire d'un système dans le plan de phase	33
2.2	types de stabilité selon Lyapunov	34
2.3	contour à énergie constante dans le plan de phase	36
3.1	schéma de représentation d'état du système moteur +robot simulé sous SIMULINK	45
3.2	schéma block de la commande par backstepping du robot actionné par des mcc sous simulink	49
3.3	réponse en position des articulations	50
3.4	réponse en position des articulation soumis à des perturbations	51
3.5	erreur de position	52

Liste des abréviations

α_i rotation autour de l'axe X

θ_i rotation autour de l'axe Z

$T(q, \dot{q})$ Energie cinétique

$E_{pt}(q)$ Energie potentielle

$L = T - E_{pt}$ Formalisme de Lagrange Euler

τ : Vecteur des couples appliqués aux articulations

\ddot{q} : Vecteur des accélérations articulaires

\dot{q} : Vecteur des vitesses articulaires

q : Vecteur des positions articulaires

$M(q)$: Matrice d'inertie

$g(q)$: Vecteur de force de gravité

$C(q, \dot{q})$: Matrice des forces centrifuges et de Coriolis

$f(\dot{q})$: Vecteur de frottement

$x(t)$: Vecteur d'état

$u(t)$: Vecteur de commande

$e(t)$: Vecteur d'erreur

V : Fonction de Lyapunov

$J(q)$: Matrice JACOBIENNE du mécanisme

$D - H$: Denavitt-hartenberg

SCARA : L'acronyme SCARA signifie Bras de robot d'assemblage de conformité sélective ou Bras de robot articulé de conformité sélective

l_1 : la longueur de segment 1

l_2 : la longueur de segment 2

m_1 : la masse de segment 1

m_2 : la masse de segment 2

g : constant de gravite

K_{c1} : constante de couple de moteur 1

K_{c2} : constante de couple de moteur 2

K_{w1} : constane de vitesse de moteur 1

K_{w2} : constante de vitesse de moteur 2

R_1 : Resistance de l'induit de moteur 1

R_2 : Resistance de l'induit de moteur 2

L_1 : Inductance de bobine de moteur 1

L_2 : Inductance de bobine de moteur 2

q : position articulaire

\dot{q} : vitesse articulaire

x : position de l'organe terminale

\dot{x} : vitesse de l'organe terminale

Introduction générale

Ces dernières années, le monde de l'industrie a connu un avancement technologique sans pareil dans le domaine de la robotique et du control .Ce développement a permis aux chercheurs de concevoir de nouvelles méthodes de control pour les processus industriels très complexes ,ces méthodes sont basées sur les concepts de systèmes à structure variable ,de la logique flou ,des réseaux de neuronne ..etc.

les robots manipulateurs sont largement utilisés dans les systèmes manufacturiers jouant un role très important ,pour augmenter la productivité ,réduire les couts de production et améliorer la qualité de la production .nous trouvons également l'utilisation des bras manipulateurs dans les hopitaux ou ils assistent dans de difficiles procédures chirurgicales .Ainsi dans les milieux hostiles à l'homme ,telles que les hautes températures et la radioactivité ,les bras manipulateurs exécutent de dangereuses taches de manipulation .

Commander un robot manipulateur consiste à lui permettre d'atteindre un état désiré ou de réaliser une tache bien spécifique dans un environnement réel ,cette opération est délicate à cause des perturbations dues à l'environnement ,à la structure complexe du robot qui mène à des équations dynamiques non linéaires ,ou aux paramètres d'inertie qui dépendent de la charge transportée et qui est souvent inconnue.Pour toutes ces raisons ,il est important d'envisager l'application de technique de commande robustes. .

les techniques classiques telles que les PID (PI,DI,PD) sont les plus utilisées pour la commande de ces systèmes , parcequ'ils sont simple et leurs réglage et l'implémentation de leur bonnes performances .Cependant ,ces dernières trouvaient leurs limites dès l'aparition des variations paramétriques , non linéarités ou des perturbations exterieures ,et par conséquent ,ces dernières deviennent insuffisantes surtout lorsque les exigences sur la précision et d'autre caractéristiquement dynamiques sont strictes .L'appel à des lois de commande robustes insensibles aux variations paramétriques ,aux perturbations externes et aux non linéarités est nécessaires

CHAPITRE 1

généralités sur les robots manipulateurs et modélisation

1.1 introduction

Pour développer une stratégie de commande performante pour un robot, il est impératif de connaître la cinématique et la dynamique du manipulateur considéré. Pour cela on est souvent amené à décrire les différentes relations mathématiques qui permettent de définir les mouvements de ce dernier dans l'espace.

Dans la pratique courante de robotique, la description du mouvement d'un robot manipulateur dans l'espace est réalisée en fonction du modèle géométrique, cinématique et dynamique.

Dans le présent chapitre, on présentera quelques définitions concernant ces modèles ainsi que la façon de leurs obtentions.

1.2 généralités sur les robots manipulateurs

1.2.1 définition de base

Un robot manipulateur à structure ouverte simple est composé de $(n+1)$ corps rigide notés $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$ et (n) articulations ou liaisons le corps c_0 constitue la base du robot tandis que le corps C_n porte l'organe terminal .

L'articulation (J) relie le corps C_j au corps C_{j-1} , chaque articulation est indépendamment et son mouvement produit le mouvement relatif du corps .

Les mouvements articulaires sont des rotations , dans ce cas l'articulation est dite rotoïde ou translation , alors l'articulation est prismatique axiale , les liaisons à plusieurs degrés de liberté sont décomposées en autant de liaisons à un seul degré de liberté , par adjonction de corps fictifs

Selon que l'articulation soit de type rotoïde ou de type prismatique r_j , on définit la va-

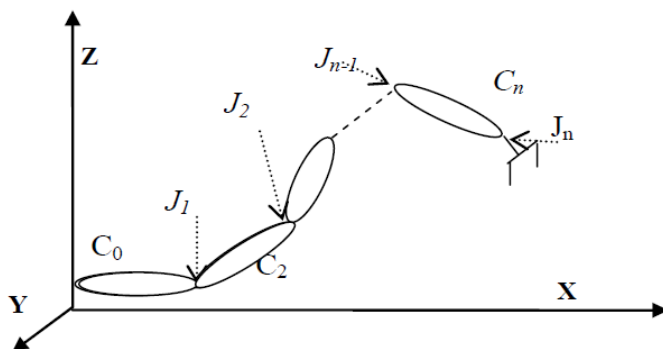


FIGURE 1.1 – robot manipulateur à structure ouverte simple

riable articulaire q_j associée à l'articulation j par la relation suivante :

$$q_j = \bar{\sigma}_j \theta_j + \sigma_j r_j$$

$\sigma_j = 0$ si l'articulation j est rotoïde

$\sigma_j = 1$ si l'articulation est prismatique

Espace articulaire ou espace de configuration

on appelle espace articulaire ou espace de configuration , l'espace de représentation de la situation des variables articulaires du robot manipulateur . l'espace articulaire est noté R^n et les variables articulaires sont définies par

$$q = [q_1 q_2 \dots q_n]$$

espace opérationnel

On appelle espace opérationnel, l'espace de représentation de la situation (position et orientation) de l'organe terminal . La représentation la plus simple consiste à utiliser les coordonnées cartésiennes pour la représentation de la position La dimension de cet espace constitue le nombre de degrés de liberté maximum que peut avoir l'organe terminal et correspond au nombre de paramètres indépendants nécessaires pour décrire sa situation dans l'espace cartésien. L'espace opérationnel est noté R^m ; m étant sa dimension. Les coordonnées opérationnelles sont définies par :

$$p = [p_1 p_2 \dots p_m]^T$$

description de la situation d'un solide dans l'espace

Pour positionner un solide dans l'espace il faut fixer six paramètres indépendants : trois paramètres pour sa position et trois pour l'orientation de ce repère par rapport à un repère de référence du poste de travail ou l'espace opérationnel.

1.3 modélisation.

La commande d'un robot consiste à asservir la situation (position et orientation) de son organe terminale à une situation imposée, en agissant sur les actionneurs dont il est doté et modifier ainsi sa configuration Cette commande nécessite la disposition de certains modèles mathématique à savoir :

- Le modèle géométrique direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement
- le modèle cinématique direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement
- le modèle dynamique qui représente les équations du mouvement du robot, permettant d'établir les relations entre les couples ,les forces exercées par les actionneurs et les positions ,vitesses et accélérations des actionneurs

transformation homogène

On appelle transformation homogène la matrice de dimension (4x4) permettant la définition d'une transformation quelconque (rotation ou translation) d'un repère R_i vers un repère R_j

$$T_i^j = \begin{bmatrix} s_i^j & n_i^j & a_i^j & p_i^j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & p_x \\ s_y & n_y & a_y & p_y \\ s_z & n_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ou s_i^j, n_i^j et a_i^j désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes X_j, Y_j et Z_j du repère R_j exprimés dans le repère R_i

p_i^j est l'origine du repère R_j exprimée dans le repère R_i

l'espace de travail du robot manipulateur

l'espace de travail du robot manipulateur est défini comme l'ensemble des positions et des orientations accessibles par un repère particulier ,lié en général à son organe terminal .il est entièrement déterminé par la structure du bras manipulateur :longueur des éléments rigides,amplitude maximale de la rotation et de translation des articulation et du déplacement du bras.

1.4 modélisation géométrique

La modélisation géométrique est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal du robot en fonction de ses coordonnées articulaires et inversement .

1.4.1 modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct (MGD) est défini par la fonction f , tq :

$$f : R^n \rightarrow R^m q \rightarrow p = f(q)$$

On présente dans ce qui suit le formalisme des matrices homogènes de DENAVIT-HARTENBERG

paramètres de DENAVIT-HARTENBERG :

la matrice de passage entre les repères R_{j-1} au repère R_j noté T_{j-1}^j est obtenue en effectuant les transformations homogènes suivantes :

- Rotation autour de X_{j-1} d'un angle α_j
- translation le long de X_{j-1} d'une longueur d_j
- rotation autour de Z_j d'un angle θ_j
- translation le long de Z_j d'une distance r_j

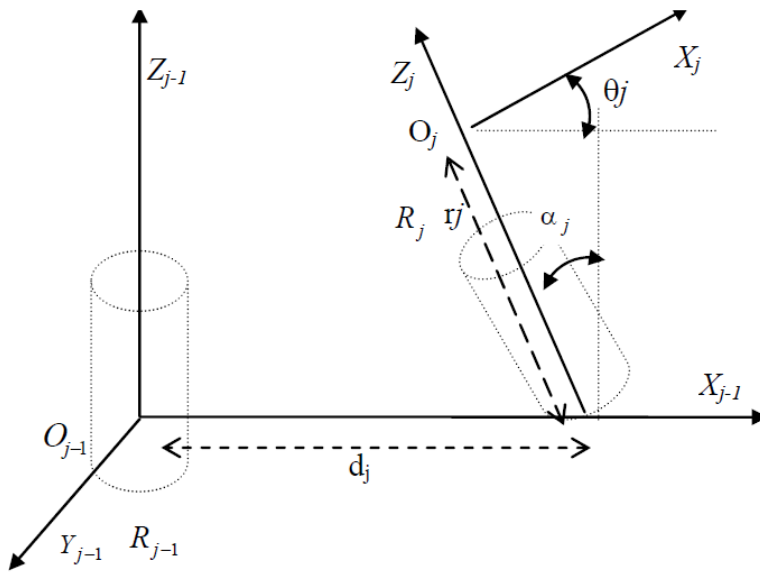


FIGURE 1.2 – Représentation de DENAVIT-HARTENBERG

$$T_{j-1}^j = \text{Rot}(X, \alpha_j) \cdot \text{Trans}(d_j, 0, 0) \cdot \text{Rot}(Z, \theta_j) \text{Trans}(0, 0, r_j)$$

Sachant que :

L'opérateur Rot représente la matrice homogène de rotation autour des axes X_{j-1} et Z_j

l'opérateur Trans représente la matrice homogène de translation le long des axes X_{j-1} et Z_j

ce qui donne :

$$T_{j-1}^j = \begin{bmatrix} \cos(\theta_j) & \sin(\theta_j) & 0 & d_j \\ \cos(\alpha_j)\sin(\theta_j) & \cos(\alpha_j)\cos(\theta_j) & -\sin(\alpha_j) & -r_j\sin(\alpha_j) \\ \sin(\alpha_j)\sin(\theta_j) & \sin(\alpha_j)\cos(\theta_j) & \cos(\alpha_j) & -r_j\cos(\alpha_j) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{j-1}^j & P_{j-1}^j \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice de passage T_0^n , qui relie le repère de l'organe terminal et celui de la base s'obtient en effectuant le produit des matrices de passage homogène élémentaires selon l'équation suivante :

$$T_0^n = T_0^1 \times T_1^2 \times T_2^3 \dots \times T_{n-1}^n$$

1.4.2 modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse (MGI) consiste à calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminale lorsqu'elles existent ; ceci est défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} f^{-1} : R^m \rightarrow R^n \\ p \rightarrow q = f^{-1}(p) \end{cases}$$

1.4.3 modélisation différentielle

Le modèle différentiel d'un robot manipulateur représente les variations élémentaires des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaires et inversement l'intérêt de la représentation différentielle d'un robot manipulateur est multiple, il permet :

- le calcul de façon itérative des variables articulaires q_i connaissant les coordonnées opérationnelles p_i
- l'obtention du modèle cinématique qui exprime les vitesses opérationnelles en fonction des vitesses articulaires
- l'établissement de la relation reliant les efforts exercés sur l'organe terminal aux forces et couples des actionneurs

La matrice JACOBIENNE d'un robot manipulateur

Le modèle différentiel est donné par l'équation suivante : $dp = J(q)dq$

ou : $J(q)$ désigne la matrice JACOBIENNE du mécanisme

la matrice JACOBIENNE est donnée par :

$$J_{i,j} = \frac{\partial p_i}{\partial q_j} = \frac{\partial f_i(q)}{\partial q_j}$$

matrice JACOBIENNE inverse d'un robot manipulateur

l'inverse d'une matrice JACOBIENNE est donné par l'équation suivante :

$$J_{i,j}^{-1} = \frac{\partial q_i}{\partial p_j} = \frac{\partial f_i^{-1}(p)}{\partial p_j}$$

1.5 modélisation cinématique

1.5.1 modèle cinématique directe

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur décrit la vitesse des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires

$$\dot{X} = [J]\dot{q}$$

1.5.2 modèle cinématique inverse

L'objectif du modèle cinématique inverse est de calculer à partir d'une configuration donnée la vitesse articulaire \dot{q} qui assure au repère terminal une vitesse opérationnelle \dot{X} imposée. Cette définition est analogue à celle du modèle différentiel inverse ; ce dernier permet de déterminer la différentielle articulaire dq correspondant à une différentielle des coordonnées opérationnelles dx spécifiées

$$\dot{q} = [J]^{-1}\dot{X}$$

1.6 modélisation dynamique

energie cinétique du bras manipulateur

Le formalisme de L-E exige la connaissance de l'énergie cinétique du système physique, qui à son tour exige la connaissance de la vitesse de chaque liaison.

Soient ${}^i r_i$

les coordonnées homogènes d'un point fixe appartenant à la liaison i , par rapport au référentiel de la liaison i , ${}^0 r_i$ ces coordonnées par rapport au référentiel fixe de la base. On a donc :

$${}^0 r_i = A_i^0 \times {}^i r_i$$

avec :

$$A_i^0 = A_1^0 \times A_2^1 \times \dots \times A_i^{i-1}$$

Puisqu'il s'agit d'une liaison rigide, il s'ensuit que : $\frac{d^{j^*i}n}{dt} = 0$ d'où

$${}^0 v_i = \frac{d^0 r_i}{dt} = {}^i r_i \left(\frac{d^0 r_i}{dt} \right) = {}^i r_i \left(\frac{d^0 A_i}{dt} \right)$$

d'une manière générale, on trouve :

$${}^0 v_i = \sum_{j=1}^i \frac{\partial A_i^0}{\partial q_j} \cdot \frac{dq_j}{dt} \cdot {}^i r_i$$

En remarquant que la dérivée précédente de la matrices A_i^0 peut être obtenu aisément à l'aide de la matrice Q , définie pour une structure à articulations rotationnelles, comme suit :

$$Q_{i=} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et pour une structure à articulations prismatiques, comme suit :

$$Q_{i=} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On obtient :

$$U_{ij} = \frac{\partial A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} 0 & \text{si } j \geq i \\ A_{j-1}^0 Q_{jA} A_i^{j-1} & \text{si } j \leq i \end{cases}$$

d'où en utilisant les notations précédentes, on aura :

$${}^0v_i = \sum U_{ij} \frac{dq_j}{dt} {}^i r_i$$

Si on désigne par E_{ci} l'énergie cinétique de la liaison i , et par dE_{ci} l'énergie cinétique de particule de masse dm de l'articulation i , on a :

$$\begin{aligned} dE_{ci} &= \frac{1}{2} \left((dx_i/dt)^2 + (dy_i/dt)^2 + (dz_i/dt)^2 \right) dm \\ dE_{ci} &= \frac{1}{2} \text{trace} ({}^0v_i \cdot v_i^T) \cdot dm \end{aligned}$$

En substituant on trouve :

$$dE_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace} \left| \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} ({}^i r_i dm {}^i r_i^T) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right|$$

L'énergie cinétique totale de l'articulation i est donc donnée par :

$$E_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace} \left| \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left(\int {}^i r_i {}^i r_i^T \right) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right|$$

Le terme entre parenthèse représente l'inertie de l'articulation et peut s'écrire sous matricielle comme suit :

Cette matrice d'inertie peut être exprimée à l'aide des moments d'inertie de la liaison i par rapport aux principaux axes du référentiel

(x_i, y_i, z_i)

$$\begin{bmatrix} \frac{-I_x + I_y + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{I_x - I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_z}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix}$$

Il s'ensuit que l'énergie totale du bras manipulateur sera la suivante :

$$E_{c\Gamma otaic} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \text{trace} (U_{ip} J_i U_{ir}^T) \dot{q}_p \dot{q}_r \right)$$

energie potentielle du bras manipulateur

L'énergie potentielle de l'articulation i E_{pi} est donnée par : $E_{pi} = -m_i g (A_i r_i)$

tel que : g est le vecteur de gravitation

$$g = (0 \quad 0 \quad -|g| \quad 0)^T$$

La dynamique des robots est décrite par les équations différentielles en présence de forces de pesanteur ,des couplages dus aux interactions dynamiques (forces d'inerties, forces de coriolis et forces centrifuges) ; des autres non linéarités spécifiques aux actionneurs (hystérésis,frottement complexes) .Ce modèle peut être écrit sous la forme matricielles et d'une manière condensée par l'équation :

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) = \Gamma(u)$$

q, \dot{q}, \ddot{q} : représentent respectivement les vecteurs position , vitesse et accélérations articulaires

$D(q)$: matrice (n x n)des interactions d'inertie entre les différents éléments du robot manipulateur

$h(q, \dot{q})$:vecteur (n x 1) regroupant les non linéarités telles que les forces centrifuges ,les forces de coriolis et les forces de frottement .

$g(q)$: vecteur représentant les forces de la pesanteur .

$\Gamma(u)$:vecteur de couples ou des forces appliqués aux axes par les actionneurs.

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour calculer le modèle dynamique des robots ; le formalisme le plus utilisé est celui de LAGRANGE . ce dernier conduit directement au système des équations non linéaires couplés du second ordre ,en utilisant la formule suivante :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \zeta_i$$

Avec L : est le Lagrangien du système ,tel que :

$$L = T - E_{pt}$$

ou T : énergie cinétique du système.

E_{pt} : énergie potentielle

Expression de l'énergie cinétique :

$$2T = M_i [V_{G_i}^0 (R_i)]^2 + \Omega_i^{0T} (R_i) I_i^0 \Omega_i (R_i)$$

I_i :Matrice d'inertie du corps i

M_i : masse du corps i

V_{G_i} : vitesse linéaire du centre de gravité du corps i

Ω_i : vitesse angulaire du corps i

La matrice d'inertie I_i exprimée dans un repère lié au corps i est donnée comme suit :

$$I_i = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & - \int xy dm & - \int xz dm \\ - \int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & - \int yz dm \\ - \int xz dm & - \int yz dm & \int (y^2 + x^2) dm \end{bmatrix}$$

1.6.1 modèle dynamique direct

Connaissant les forces généralisées (Γ) exercées par les actionneurs sur les articulations, pour un point donné de la trajectoire (q, \dot{q}, \ddot{q}) on calcule alors les accélérations \ddot{q} , puis les vitesses \dot{q} et les positions q que prennent les articulations. D'où le modèle dynamique direct est illustré par la figure suivante :

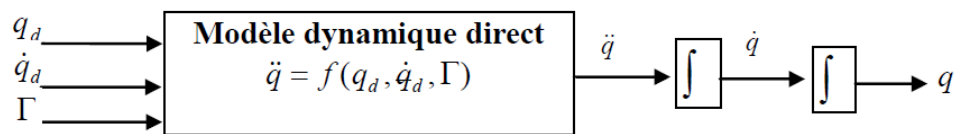


FIGURE 1.3 – modèle dynamique direct

1.6.2 modèle dynamique inverse

le modèle dynamique inverse du robot manipulateur est constitué par les relations qui expriment les couples Γ exercés par les actionneurs aux articulations en fonction des positions q , vitesses \dot{q} et accélérations \ddot{q} des variables articulaires

1.7 Application au robot SCARA à deux degrés de liberté

Dans ce travail, nous avons opté pour un robot planaire SCARA à 2 ddl seule les articulation 1 et 2 du robot industriel SCARA sont prise en compte. Le schéma descriptif de ce

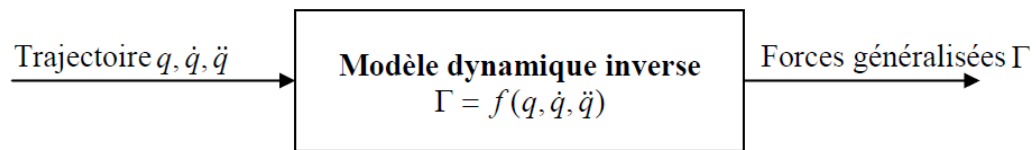


FIGURE 1.4 – modèle dynamique inverse

manipulateur est donné à la figure suivante :

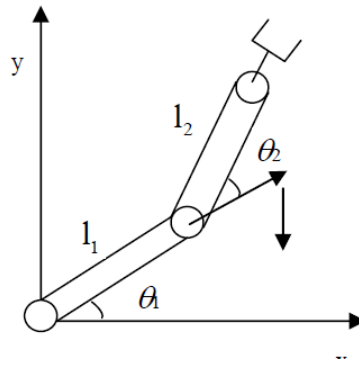


FIGURE 1.5 – représentation du robot scara à 2 ddl

Les paramètres de la transformation D-H du robot, sont regroupés dans le tableau suivant :

articulation	θ_i	a_i	d_i	α_i
1	θ_1	l_1	0	0
2	θ_2	l_2	0	0

L'implémentation des repères pour chaque liaison, en suivant les étapes de l'algorithme cité ci-dessus, est illustrée sur la figure suivante

Ainsi en utilisant l'algorithme de la représentation de D-H nous aboutissons aux matrices de transformations homogènes suivantes :

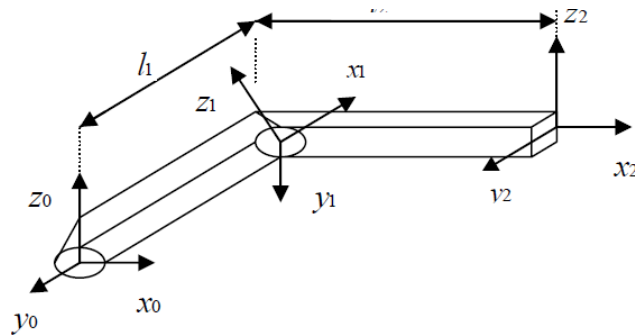


FIGURE 1.6 – implémentation de la méthode de D-H

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & l_{1C1} \\ s_1 & c_1 & 0 & l_{1S1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & l_{2c2} \\ s_2 & c_2 & 0 & l_{2s2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Alors

$${}^0_2A = {}^0_1T_A \cdot {}^1_2T = \begin{bmatrix} sx & nx & ax & Px \\ sy & ny & ay & Py \\ sz & nz & az & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Après un calcul on a

$$sx = C1.C2 - S1.S2$$

$$nx = -C1.S2 - C2.S1$$

$$ax = ay = 0$$

$$Sy = C1.S2 + C2.S1$$

$$ny = C1.C2 - S1.)$$

$$Sy = C1.C2 - S1.S2$$

$$nz = -C1.S2 - C2.S1$$

$$az = 1$$

Donc :

$$P_x = l(c1 + c12) \quad P_y = l(s1 + s12)$$

avec

$$c12 = \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

Il existe plusieurs méthodes et procédures numériques pour le calcul du MGI, nous intéressons à la méthode de Paul

La méthode de Paul consiste à pré-multiplier, successivement, les deux membres de l'équation par

$${}^jT_{j-1}, (j = 1 \dots, n - 1)$$

ce qui permet de calculer, successivement, les variables q_j Nous résoudrons :

$$U_0 = {}^0T_1(q1) \cdot {}^1T_2(q2)$$

on trouve :

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{(x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2)}{(2.l_1.l_2)}\right)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_1\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctan(y, x)$$

$$\theta_1 = \alpha - \beta$$

modèle cinématique direct

Le modèle cinématique d'un robot se base sur la matrice jacobienne donc on suit les étapes suivantes :

La position de l'effecteur (ax, by) dans le plan (x, y) est exprimée en fonction des variables articulaires (θ_1, θ_2) par :

$$\begin{cases} ax = 11 \cdot \cos(\theta_1) + 12 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ by = 11 \cdot \sin(\theta_1) + 12 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

Sous l'hypothèse que l'effecteur du robot se déplace par de petits accroissements, les dérivées partielles des coordonnées opérationnelles par rapport aux variables des articulations sont exprimées par :

$$\begin{aligned} dax &= \frac{\partial ax(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial ax(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} d\theta_2 \\ dby &= \frac{\partial by(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial by(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} d\theta_2 \end{aligned}$$

Ou sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} dax \\ dby \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial ax(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial ax(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial by(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial by(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \end{bmatrix}$$

On peut l'écrire sous la forme suivante :

$$dP = J(q) \cdot dq$$

Avec

$$dP = [dax, dby]^T, dq = [d\theta_1, d\theta_2]^T,$$

$J(q)$ est une matrice appelée jacobienne Donc la matrice jacobienne de notre robot est :

$$J = \begin{bmatrix} -1_1 \sin(\theta_1) - 1_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -1_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \cos(\theta_1) + 1_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & -1_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

modèle dynamique

Pour établir le modèle dynamique du robot, nous avons besoin de calculer les matrices U_j et U_{ijk} , pour cela en utilise les équations

Les matrices d'inertie sont données par :

$$Q_1 = Q = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{11} = A_0^1 Q A A_1^0 = \begin{bmatrix} -s_1 & -c & 0 & -l s_1 \\ -c_1 & -s_1 & 0 & l c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{21} = Q_1 A_0^2 = \begin{bmatrix} -5l_2 & -c_{12} & 0 & -l(s_{12} - S_1) \\ -c_{12} & -s_{12} & 0 & l(c_{12} + c_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{22} = A_0^2 Q_2 A_0^2 = \begin{bmatrix} -s_{12} & -c_{12} & 0 & -l_{s_{12}} \\ -c_{12} & -s_{12} & 0 & l_{c_{12}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{212} = U_{221} = Q A_0^1 Q_2 A_1^2 = \begin{bmatrix} -c_{12} & s_{12} & 0 & -l_{c_{12}} \\ -s_{12} & -c_{12} & 0 & -l_{s_{12}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{211} = Q A_0^2 = \begin{bmatrix} -c_{12} & s_{12} & 0 & -l(c_{12} + c_1) \\ -s_{12} & -c_{12} & 0 & -l(s_{12} + s_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{222} = A_0^1 Q_2 A_1^1 Q_2 A_1^2 = U_{212}$$

$$J_i = \begin{bmatrix} I_i & -1 & 0 & \bar{x} m_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{x}_{im} & 0 & 0 & m_i \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2$$

avec : $I_i = \frac{1}{2} m_i l^2$ et $\bar{x} = \bar{x}_2 = -\frac{1}{2}$

On obtient finalement et après quelques calculs le modèle dynamique du robot manipulateur

$$\begin{bmatrix} \tau_1(\theta) \\ \tau_2(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} m_1 l^2 + \frac{4}{3} m_2 l^2 + m_2 l^2 c_2 & \frac{1}{3} m_2 l^2 + \frac{1}{2} m_2 l^2 c_2 \\ \frac{1}{3} m_2 l^2 + \frac{1}{2} m_2 l^2 c_2 & \frac{1}{3} m_2 l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_2l^2s_2\dot{\theta}_2^2 - m_2l^2s_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \frac{1}{2}m_2l^2s_2\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_1glc_1 + m_2gl(1/2c_{12} + c_1) \\ \frac{1}{2}m_2glc_{12} \end{bmatrix}$$

La mise sous forme matricielle du modèle de robot donne le système suivant

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3}l^2(m_1 + 4m_2 + 3m_2 \cos(q_2)) \\ \beta = m_2l^2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cos(q_2)\right) \\ \gamma = \frac{1}{3}m_2l^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1 = -m_2l^2\dot{q}_2 \sin(q_2)\left(\frac{1}{2}\dot{q}_2 + \dot{q}_1\right) \\ f_2 = \frac{1}{2}m_2 \sin(q_2)l^2\dot{q}_1^2 \\ g_1 = \frac{1}{2}m_1gl \cos(q_1) + m_2gl\left[\frac{1}{2}\cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1)\right] \\ g_2 = \frac{1}{2}m_2gl \cos(q_1 + q_2) \end{cases}$$

tel que : b et b_2 sont les termes de frottement visqueux. On détermine alors la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\left[\frac{(k_1u_1 - f_1 - g_1 - b_1\dot{q}_1)}{\alpha} + (-k_2u_2 + f_2 + g_2 + b_2\dot{q}_2)\frac{\beta}{\alpha\gamma}\right]}{\left[1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma}\beta\right]} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left[\frac{(k_2u_2 - f_2 - g_2 - b_2\dot{q}_2)}{\gamma} + (-k_1u_1 + f_1 + g_1 + b_1\dot{q}_1)\frac{\beta}{\alpha\gamma}\right]}{\left[1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma}\beta\right]} \end{aligned}$$

la réponse en position et en vitesse du robot à une entrée échelon est donnée dans les figures ci-dessous

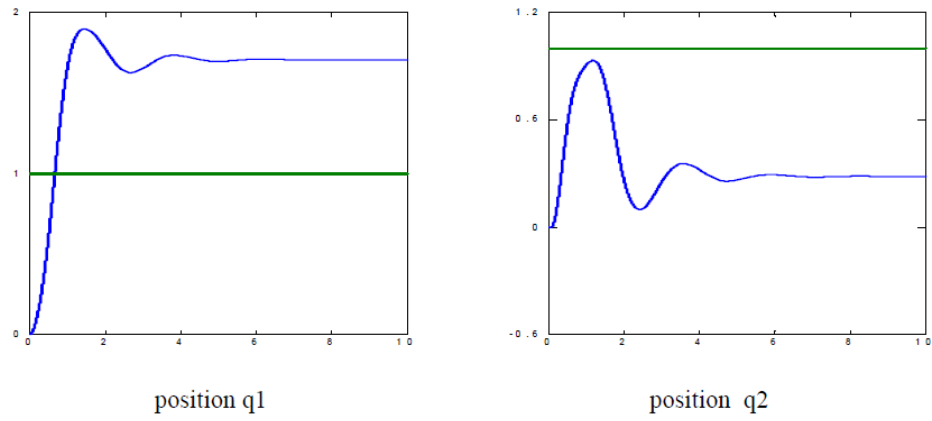


FIGURE 1.7 – réponses en position du robot en boucle ouverte

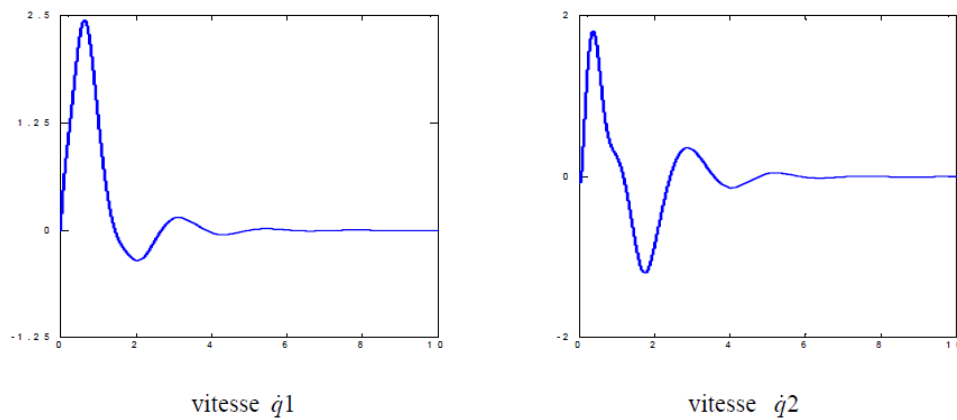


FIGURE 1.8 – réponse en vitesses des articulation du robot en boucle ouverte à une entrée échelon

1.8 conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné des généralités sur le monde de la robotique spécialement les robots manipulateurs

on a aussi donné les différents types de modélisation à savoir (la modélisation géométrique, cinématique)

nous avons ensuite établi le modèle dynamique à l'aide du formalisme de Lagrange-Euler qui nous a permis d'établir la représentation d'état du robot SCARA à deux degrés de liberté que nous avons ensuite exploité pour effectuer les tests en boucle ouverte

CHAPITRE 2

Méthodes de Lyapunov et commande par backstepping

2.1 Introduction

La plupart des systèmes physiques (procédés) qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non-linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces procédés. Le souci constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises qui permettent de répondre sur une plus large plage d'opérations. C'est à ce moment que les non-linéarités se font sentir et rendent les outils d'analyse et/ou de synthèse des lois de commande, utilisés dans le domaine linéaire, caduques et absolument incapables de rendre compte de certains phénomènes. C'est pourquoi, depuis quelques années, beaucoup de recherche ont été effectuées dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. Le backstepping fait partie de ces nouvelles méthodes de contrôle. Ce chapitre présente, dans un premier temps, une brève introduction des systèmes non linéaires et du vocabulaire qu'il comporte et, dans un deuxième temps, il introduit la méthode du backstepping.

2.2 systèmes non linéaires

De façon générale, les systèmes physiques représentés par des équations différentielles linéaires à coefficients constants sont appelés systèmes linéaires. L'hypothèse de linéarité équivaut au principe de superposition. Les systèmes non linéaires, par opposition aux systèmes linéaires, sont des systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations linéaires. Autrement dit, le principe de superposition ne peut pas leur être appliqué.

Les systèmes non linéaires peuvent être le lieu de plusieurs phénomènes. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents points d'équilibres, contrairement aux systèmes linéaires, qui n'en possèdent qu'un seul. Cependant, bien d'autres phénomènes caractérisent les systèmes non linéaires [5]. Quelques différences vont être introduites dans les sous sections suivantes. :

2.2.1 équilibre

Physiquement, un système est en équilibre lorsqu'il conserve son état en absence de forces externes. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée \dot{x} de son vecteur d'état est nulle. Pour un système $\dot{x} = \varphi(x)$ L'état (ou les états) d'équilibre x_e est la solution (sont les solutions) de l'équation algébrique $\varphi(x) = 0$ Pour les systèmes linéaires, on a $\varphi(x) = Ax$ ce qui implique que $x = 0$ est un point d'équilibre pour tous les systèmes linéaires. Deux cas différents peuvent survenir, si A est régulière, alors l'origine est le seul point d'équilibre ; Si A est singulière, ce qui définit un sous-espace où $Ax = 0$, alors il existe une région d'équilibre. Pour les systèmes non linéaires, la solution n'est pas aussi évidente

et l'équilibre ne se trouve pas toujours à l'origine . Les régions d'équilibres peuvent être constituées de domaines continus ou de points isolés ou la combinaison des deux

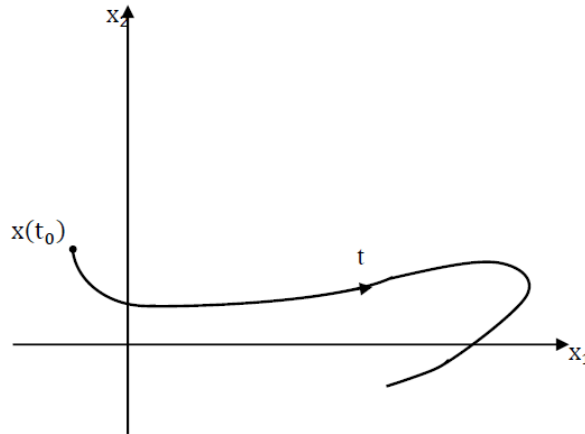


FIGURE 2.1 – trajectoire d'un système dans le plan de phase

2.2.2 plan de phase

Pour bien comprendre le comportement d'un système non-linéaire on fait appel à une représentation de ses trajectoires dans l'espace de phase .ces trajectoires sont un ensemble de courbes qui représentent l'évolution de l'état du système dans le temps .Cette représentation doit toutefois passer par la résolution de l'équation différentielle ce qui n'est pas toujours facile .Cependant ,les techniques basées sur la deuxième méthode de Lyapunov contournent ce problème

2.2.3 stabilité

De façon générale on dit qu'un système est stable si, déplacé de sa position d'équilibre il tend à y revenir ;instable ,s'il tend à s'en écarter d'avantage .Lyapunov fournit une explication un peu plus mathématique de la stabilité .prenons comme exemple un système dont l'état est défini par le vecteur x qui possède la position d'équilibre x_e Écarté de sa position d'équilibre et abandonné à lui-même au temps $t = t_0$ avec les conditions initiales $x(t_0)$, le système aura comme état $x(t)$. La position d'équilibre du système est stable (figure ||.2) si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\sigma > 0$ tel que

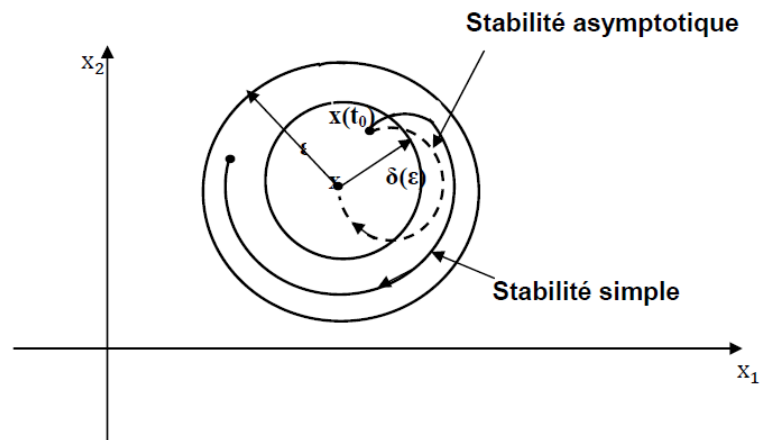


FIGURE 2.2 – types de stabilité selon Lyapunov

$$\|x(t_0) - x_e\|^2 < \sigma$$

et qu'après un certain temps t , et pour toutes les valeurs $t > t_0$, la relation suivante est vérifiée :

$$\|x(t) - x_e\|^2 < \varepsilon$$

Dans le cas contraire l'équilibre est instable. Il n'est pas nécessaire que l'état $x(t)$ tend vers x_e lorsque t augmente indéfiniment, pour que le système soit stable. Si l'état tend effectivement vers x_e le système est stable asymptotiquement. Dans le cas où les états n'atteignent pas x_e mais qu'ils restent à l'intérieur d'un certain seuil ε alors le système a une stabilité simple

2.3 méthodes de Lyapunov

Les faibles non-linéarités dans un système à commander sont, la plupart du temps, traitées comme des perturbations affectant un modèle linéaire du système. Toutes les théories, qui ont été développées depuis plusieurs années et qui sont bien connues des systèmes linéaires sont utilisées. Malheureusement, ces non-linéarités ne peuvent pas toujours être mises de côté et il faut alors utiliser d'autres méthodes.

Il y a deux approches possibles pour la commande d'un système non linéaire. La première vise à linéariser le système à commander, afin de profiter des techniques des modèles linéaires. Cette linéarisation est réalisée, moyennant des approximations ou des transformations géométriques dans l'espace de phase. Le système linéarisé est ensuite traité avec la théorie des systèmes linéaires.

La deuxième approche consiste à trouver une fonction de commande de Lyapunov garantissant certaines performances pour le système en boucle fermée. De telles fonctions peuvent être très difficiles à trouver pour un système non linéaire d'ordre élevé. C'est là qu'entre en jeu la technique du backstepping qui permet de réduire cette complexité. Cette technique sera développée plus en détail à la section II.3. Toutefois, avant d'introduire le backstepping, les deux méthodes d'analyse des systèmes non linéaires, fournies par Lyapunov, vont être brièvement décrites. Une attention particulière sera portée sur la deuxième méthode de Lyapunov qui fournit un outil très puissant pour tester et trouver des conditions suffisantes à la stabilité des systèmes dynamiques, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles les décrivant.

2.3.1 première méthode de Lyapunov

Le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connu sous le nom de première méthode, permet de se prononcer sur la linéarisation d'une dynamique autour d'un point d'équilibre. Cette méthode apporte une validité théorique à la technique de linéarisation. Elle mentionne que si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors il y a stabilité asymptotique. Dans le cas où le système linéarisé est instable, il y a instabilité. Par contre si celui-ci est stable sans pour autant l'être asymptotiquement, alors il est impossible de se prononcer sur la stabilité.

Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point singulier (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale). De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non linéaires (organe avec zone morte, plus ou moins, ...).

2.3.2 deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, le système est instable.

L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le

long de la trajectoire du système (figures II.3). Les théorèmes suivants, qui permettent de se prononcer sur la stabilité (ou instabilité) d'un système, sont fournis par Lyapunov

2.3.3 Théorème 1 : stabilité asymptotique

S'il est possible de trouver une fonction $V(x)$ de signe défini (avec $V(0) = 0$), dans un domaine D comprenant la position d'équilibre et dont la dérivée totale par rapport au temps \dot{V} soit définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine

2.3.4 théorème 2 : instabilité

S'il est possible de trouver une fonction V dont la dérivée est de signe défini dans un domaine D comprenant l'origine et que \dot{V} soit : définie de même signe que V indéfinie en signe l'équilibre est instable

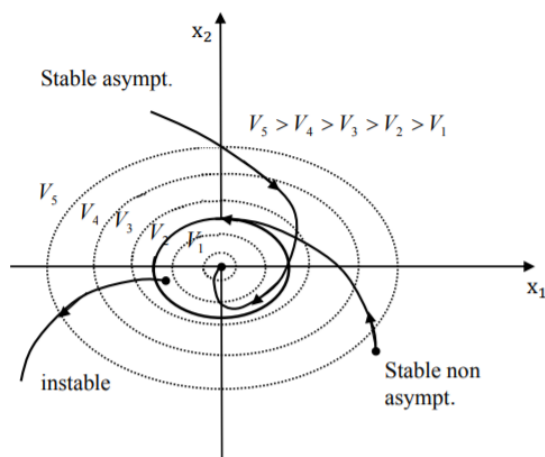


FIGURE 2.3 – contour à énergie constante dans le plan de phase

2.3.5 stabilité simple

S'il est possible de trouver une fonction V de signe défini dans un domaine D et dont la dérivée totale \dot{V} soit semi-définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre est (simplement) stable dans ce domaine (c'est-à-dire stable non asymptotiquement, figure (II.3)).

Contrairement à la première méthode, la deuxième méthode donne plus d'informations au niveau de la stabilité. Elle a l'avantage de ne pas se limiter à la prédiction des points d'équilibre, mais bien d'une région d'attraction autour de ces points d'équilibre.

Ces théorèmes présentent une condition suffisante à la stabilité. Pour l'étude de la stabilité d'un système caractérisé par un vecteur d'état x , la méthode directe de Lyapunov consiste alors, à chercher une fonction $V(x)$ (représentative de l'énergie) de signe défini qui se prête à l'application de l'un des théorèmes cités précédemment. Il n'y a aucune méthode qui permet de trouver directement une fonction de Lyapunov pour un système donné. Néanmoins, il existe des approches qui conduisent, en général, à des résultats acceptables [5].

Voici quelques exemples de fonction de Lyapunov :

Fonction quadratique

$$V(x) = x^T P x$$

où P est une matrice symétrique définie positive Fonction quadratique plus intégrale (Lur'e)

$$V(x) = x^T P x + \int_0^x \varphi(u) du$$

avec φ assujettie à certaines contraintes.

2.4 méthode de backstepping

Le backstepping a été développé par Kanellakopoulos et al et inspiré par les travaux de Feurer et Morse d'une part et Tsinias et Kokotovii et Sussman d'autre part. Elle offre une méthode systématique pour effectuer le design d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que sa dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant. Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. À chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation. Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type de non-linéarité. Cependant, le système doit se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1) x_2 \\
\dot{x}_2 &= \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta + \psi_2(x_1, x_2) x_3 \\
&\vdots \\
\dot{x}_{R-1} &= \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \theta + \psi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) x_n \\
\dot{x}_n &= \varphi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)^T \theta + \psi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) u \\
y &= x_1
\end{aligned}$$

où θ est le vecteur de paramètres constants. Les ψ_i et les φ_i sont des fonctions non linéaires connues, avec $\varphi(0) = 0$ et $\psi_n(x) \neq 0, \forall x \in R^n$. De plus, le backstepping permet de garder les non-linéarités utiles

etape1

On commence par la première équation du système ci-dessus où x_2 sera considérée comme une commande virtuelle intermédiaire. La première référence désirée est notée :

$$(x_1)_d = \alpha_0 = y_{ref}$$

ce qui conduit à l'erreur de référence suivante : $e_1 = x_1 - \alpha_0$

ainsi sa dérivée est :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1(x_1) + g_0(x_1) x_2 - \dot{\alpha}_0$$

Pour un tel système, nous construisons d'abord la fonction de Lyapunov V_1 sous une forme quadratique :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1(x_1) + g_0(x_1) x_2 - \dot{\alpha}_0]$$

Un choix judicieux de x_2 rendrait \dot{V}_1 négative et assurerait la stabilité pour la dynamique. Pour cela, prenons : $x_2 = \alpha_1$ telle que :

$$f_1(x_1) + g_0(x_1) \alpha_1 - \dot{\alpha}_0 = -k_1 e_1$$

Où $k_1 > 0$ est une constante de conception. Ainsi, la loi de commande pour le système sera donnée par :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_0(x_1)} [-k_1 e_1 + \dot{\alpha}_0 - f_1(x_1)]$$

ce qui implique :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2$$

etape2

Maintenant, la nouvelle référence désirée sera la variable de commande pour le sous-système précédent :

$$(x_2)_d = \alpha_1$$

D'où l'erreur de régulation :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1$$

Sa dérivée est :

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1$$

Pour le système la fonction de Lyapunov étendue est :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2)$$

Dont la dérivée est :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 = -k_1e_1^2 + e_2[f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1]$$

Le choix de x_{3d} qui stabilisera la dynamique du système (2.12), et rendra \dot{V}_2 négative est

$$x_{3d} = \alpha_2$$

Telle que :

$$f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1 = -k_2e_2$$

Où $k_2 > 0$ est une constante de conception. Ainsi, la loi de commande pour le système (2.12) sera donnée par :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_1(x_1, x_2)} [-k_2e_2 + \dot{\alpha}_1 - f_2(x_1, x_2)]$$

Avec

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{g_0(x_1) [-k_1\dot{e}_1 + \ddot{\alpha}_0 - \dot{f}_1(x_1)] - [-k_1e_1 + \dot{\alpha}_0 - f_1(x_1)] \dot{g}_0(x_1)}{g_0^2(x_1)}$$

Un tel choix implique que :

$$\dot{V}_2 = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 \leq 0$$

etape n

De la même façon, pour cette étape la référence à suivre sera :

$$(x_n)_d = \alpha_{n-1}$$

D'où l'erreur de régulation :

$$e_n = x_n - \alpha_{n-1}$$

Sa dérivée est :

$$\dot{e}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1}$$

Pour le système, la fonction de Lyapunov étendue est :

$$V_n = V_1 + V_2 + \dots + \frac{1}{2}e_n^2 = \frac{1}{2} [e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2]$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}_n = \dot{V}_1 + \dots + e_n \dot{e}_n = -k_1 e_1^2 + \dots + e_n [f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1}]$$

Dans cette dernière étape, on est arrivé à déduire la loi de commande pour le système entier. Un bon choix doit satisfaire :

$$f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1} = -k_n e_n$$

Où $k_n > 0$ est une constante de conception. Ainsi, la loi de commande pour le système entier sera donnée par :

$$u = \frac{1}{g_n(x_1, \dots, x_n)} [-k_n e_n + \dot{\alpha}_{n-1} - f_n(x_1, \dots, x_n)]$$

Ce qui garantit la négativité de la dérivée de la fonction de Lyapunov étendue :

$$\dot{V}_n = -k_1 e_1^2 - \dots - k_n e_n^2 \leq 0$$

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini les systèmes non linéaires ensuite nous avons décrit de la technique du « Backstepping ». Cette procédure permet d'obtenir de façon constructive une loi de commande qui assure la stabilité du système en boucle fermée via une fonction de Lyapunov.

CHAPITRE 3

Résultats et simulations

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va élaborer la représentation d'état du système robot actionné par des MCC à partir des équations différentielles du modèle dynamique calculées précédemment à l'aide de la méthode de Euler-Lagrange puis on va calculer la commande par backstepping pour stabiliser le système et on va simuler le système en boucle fermée à l'aide de SIMULINK /MATLAB

3.2 représentation d'état du robot SCARA à deux articulations actionné par des moteurs électriques

on a :

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}(q, \dot{q})c_{12}(q, \dot{q}) \\ c_{21}(q, \dot{q})c_{22}(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \end{bmatrix}$$

$$\alpha = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l^2 + 2m_2l_1l_2 \cos(q_2)$$

$$\beta = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos(q_2)$$

$$\gamma = m_2l_2^2$$

$$c_{11}(q, \dot{q}) = -2m_2l_1l_2\dot{q}_2 \sin(q_2)$$

$$c_{12}(q, \dot{q}) = -m_2l_1l_2\dot{q}_2 \sin(q_2)$$

$$c_{21}(q, \dot{q}) = m_2l_1l_2\dot{q}_1 \sin(q_2)$$

$$c_{22}(q, \dot{q}) = 0$$

$$g_1(q) = (m_1 + m_2)l_1 \cos(q_2)g + m_2l_2 \cos(q_1 + q_2)g$$

$$g_2(q) = m_2l_2 \cos(q_1 + q_2)g$$

$$\tau_1 = \alpha\ddot{q}_1 + \beta\ddot{q}_2 + h_1$$

$$\tau_2 = \beta\ddot{q}_1 + \gamma\ddot{q}_2 + h_2$$

avec :

$$h_1 = h_1(q, \dot{q})$$

$$h_2 = h_2(q, \dot{q})$$

les couples τ_1 et τ_2 sont fournies par les moteurs 1 et 2

$$\tau_1 = K_{i1}i_1$$

$$\tau_2 = K_{i2}i_2$$

3.2. représentation d'état du robot SCARA à deux articulations actionné par des moteurs électriques 43

$K_{i1}i_1$ et $K_{i2}i_2$ constantes de couple

i_1 et i_2 les courants de l'induit

application de la loi des mailles

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + E_1 = U_1$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + E_2 = U_2$$

$$E_1 = K_{w1}w_1 \text{ et } E_2 = K_{w2}w_2$$

(vitesse du moteur = vitesse articulaire) donc $w_1 = \dot{q}_1$ et $w_2 = \dot{q}_2$ K_{w1} et K_{w2} constantes de vitesse , ce qui donne

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{-R_1}{L_1} i_1 + \frac{K_{w1}}{L_1} \dot{q}_1 + \frac{1}{L_1} U_1$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{-R_2}{L_2} i_2 + \frac{K_{w2}}{L_2} \dot{q}_2 + \frac{1}{L_2} U_2$$

En posant $x_1 = q_1, x_2 = \dot{q}_1, x_3 = i_1, x_4 = q_2, x_5 = \dot{q}_2, x_6 = i_2$ donc on a $\dot{x}_1 = x_2$ et $\dot{x}_4 = x_5$ on remplace les couples dans l'équation 1

$$K_{i1}i_1 = \alpha \ddot{q}_1 + \beta \ddot{q}_2 + h_1$$

$$K_{i2}i_2 = \beta \ddot{q}_1 + \gamma \ddot{q}_2 + h_2$$

$$K_{i1}x_3 = \alpha \dot{x}_2 + \beta \dot{x}_5 + h_1$$

$$K_{i2}x_6 = \beta \dot{x}_2 + \gamma \dot{x}_5 + h_2$$

à partir des équations électriques :

$$\dot{x}_3 = \frac{-R_1}{L_1} x_3 + \frac{K_{w1}}{L_1} x_2 + \frac{1}{L_1} U_1$$

$$\dot{x}_6 = \frac{-R_2}{L_2} x_6 + \frac{K_{w2}}{L_2} x_5 + \frac{1}{L_2} U_2$$

le modèle terminal est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{(1-\beta^2/\alpha\gamma)} \left(\frac{K_{11}x_3 - h_1(x)}{\alpha} + (-K_{i2}x_3 + h_2(x)) \frac{\beta}{\alpha\gamma} \right) \\ \dot{x}_3 = -(K_{W1}/L_1)x_2 - (R_1/L_1)x_3 + (1/L_1)u_1 \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{(1-\beta^2/\alpha\gamma)} \left(\frac{\kappa_a x_6 - h_2(x)}{\alpha} + (-K_{i1}x_3 + h_1(x)) \frac{\beta}{\alpha\gamma} \right) \\ \dot{x}_6 = -(K_{W2}/L_2)x_5 - (R_2/L_2)x_6 + (1/L_2)u_2 \end{cases}$$

on a

$$\begin{aligned} \alpha &= (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l^2 + 2m_2l_1l_2 \cos(x_4), \quad \beta = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos(x_4) \\ \gamma &= m_2l_2^2 \text{ and } h(x) = h(q, \dot{q}) = (h_1(x)h_2(x))^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1(x) &= -m_2l^2x_6 \sin(x_5)(0.5x_6 + x_2) + 0.5m_1gl \cos(x_1) + m_2gl(0.5 \cos(x_1 + x_5) + \cos(x_1)) \\ \text{and } h_2(x) &= 0.5m_2l^2 \sin(x_5)x_2^2 + 0.5m_2gl \cos(x_1 + x_5) \end{aligned}$$

valeurs numériques des paramètres :

$$l_1 = 1\text{m}, l_2 = 1\text{m}, m_1 = 1\text{kg}, m_2 = 2\text{kg}, g = 9.81\text{ms}^{-2}, K_{cl} = 0.26\text{Nm/V}, K_0 = 0.26\text{Nm/v}, K_{41} = 0.26 \text{ Nm/A}, K_{n2} = 0.26\text{Nm/A}, R_1 = 1.6\Omega, R_2 = 1.6\Omega, L_1 = 0.001\text{H}, L_2 = 0.001$$

l_1 : la longueur de segment 1

l_2 : la longueur de segment 2

m_1 : la masse de segment 1

m_2 : la masse de segment 2

g : constant de gravite

K_{c1} : constant de couple de moteur 1

K_{c2} : constant de couple de moteur 2

K_{wl} : constant de vitesse de moteur 1

K_{w2} : constant de vitesse de moteur 2

R_1 : Resistance de l'induit de moteur 1

R_2 : Resistance de l'induit de moteur 2

L_1 : Inductance de bobine de moteur 1

L_2 : Inductance de bobine de moteur 2

Dans notre étude le robot se déplace dans le plan horizontal ce qui va annuler le terme de pesanteur

modèle d'état du système robot+moteur simulé sous simulink

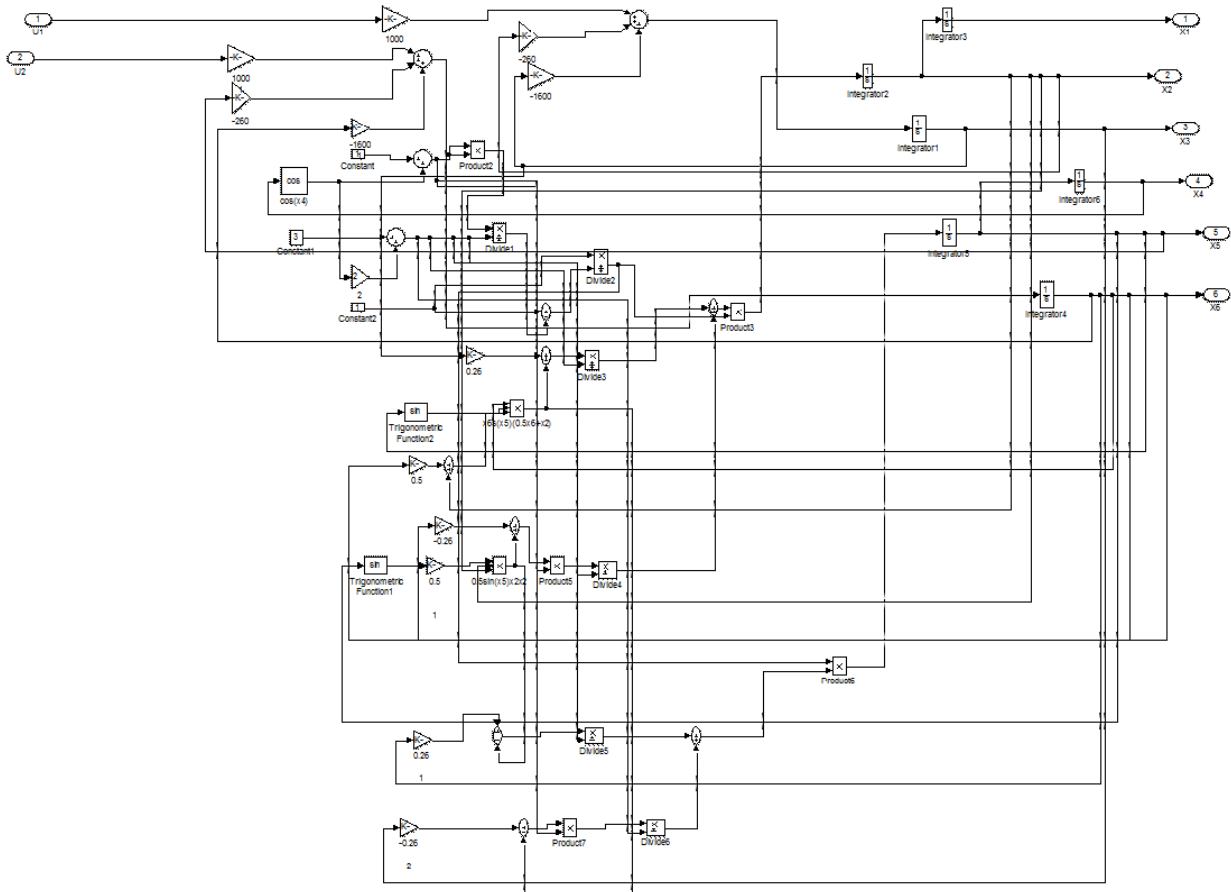


FIGURE 3.1 – schéma de représentation d'état du système moteur +robot simulé sous SIMULINK

3.3 Algorithme de backstepping

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= g_{11}x_3 + g_{12} \\ \dot{x}_3 &= g_{13} + \left(\frac{1}{L_1}\right)U_1 \\ \dot{x}_4 &= x_5 \\ \dot{x}_5 &= g_{21}x_6 + g_{22} \\ \dot{x}_6 &= g_{23} + \frac{1}{L_2}U_2\end{aligned}$$

etape1

soit :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2$$

fonction définie positive sur \mathbb{R}
en dérivant on obtient :

$$\begin{aligned}\rightarrow \dot{V}_1 &= \dot{e}_1 e_1 \\ e_1 = x_1 - x_{1d} &\rightarrow \dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} \\ x_{1d} &= q_{1d} \rightarrow\end{aligned}$$

position désirée(référence)

etape2

on pose

$$\begin{aligned}e_2 &= x_2 - \varphi_1 \\ \dot{e}_1 &= (e_2 + \varphi_1 - \dot{x}_{1d}) e_1\end{aligned}$$

on pose

$$\varphi_1 = \dot{x}_{1d} - \lambda_1 e_1$$

pour que v_2 soit négative

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 - \lambda_1 e_1^2 \\ V_2 &= V_1 + 0.5e_2^2 \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 (x_2 - \dot{\varphi}_1) \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 (g_{11}x_3 + g_{12} - \dot{\varphi}_2)\end{aligned}$$

on pose

$$e_3 = x_3 - \varphi_2$$

$$x_3 = e_3 + \varphi_2$$

$$V_2 = -\lambda_1 e_1^2 + e_1 e_2 + e_2 (g_{11} (e_3 + \varphi_2) + g_{12} - \dot{\varphi}_1)$$

on pose

$$\varphi_2 = \frac{1}{g_{11}} (-e_1 - g_{12} + \dot{\varphi}_1 - \lambda_2 e_2)$$

$$\dot{V}_2 = -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 + g_{11} e_2 e_3$$

etape3

$$V_3 = V_2 + 0.5 e_3^2$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3$$

$$\dot{V}_3 = -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 + g_{11} e_2 e_3 + e_3 \left(g_{13} + \left(\frac{1}{L_1} \right) U_1 - \dot{\varphi}_2 \right)$$

$$\dot{V}_3 = -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 + e_3 \left(g_{13} + \left(\frac{1}{L_1} \right) U_1 - \dot{\varphi}_2 + g_{11} e_2 \right)$$

$$U_1 = L_1 (-g_{11} e_2 - g_{13} + \dot{\varphi}_2 - \lambda_3 e_3)$$

$$\dot{V}_3 = -\lambda e_1^2 - \lambda e_2^2 - \lambda e_3^2$$

fonction définie négative

etape4

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} e_4^2 \rightarrow \dot{V}_4 = \dot{e}_4 e_4 + \dot{V}_3$$

$$e_4 = x_4 - x_{4d} \rightarrow \dot{e}_4 = \dot{x}_5 - \dot{x}_{4d}$$

$$x_{4d} = q_{2d} \rightarrow$$

position désirée(référence)

on pose

$$e_5 = x_5 - \varphi_4$$

.

$$\dot{V}_4 = (e_5 + \varphi_4 - \dot{x}_{4d}) e_4 + \dot{V}_3$$

on pose

$$\begin{aligned}\varphi_4 &= \dot{x}_{4d} - \lambda_4 e_4 \\ \dot{V}_4 &= e_4 e_5 - \lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 - \lambda_3 e_3^2 - \lambda_4 e_4^2\end{aligned}$$

etape 5

$$\begin{aligned}V_5 &= V_4 + 0.5 e_5^2 \\ \dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + e_5 \dot{e}_5 \\ \dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + e_5 (\dot{x}_5 - \dot{\varphi}_4) \\ \dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + e_5 (g_{21} x_6 + g_{22} - \dot{\varphi}_4)\end{aligned}$$

on pose

$$\begin{aligned}e_6 &= x_6 - \varphi_5 \\ x_6 &= e_6 + \varphi_5 \\ \dot{V}_5 &= -\lambda_4 e_4^2 - \lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 - \lambda_3 e_3^2 + e_4 e_5 + e_5 (g_{21} (e_6 + \varphi_5) + g_{22} - \dot{\varphi}_4)\end{aligned}$$

on pose

$$\begin{aligned}\varphi_5 &= \frac{1}{g_{21}} (-e_4 - g_{22} + \dot{\varphi}_4 - \lambda_5 e_5) \\ \dot{V}_5 &= -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 - \lambda_3 e_3^2 - \lambda_4 e_4^2 - \lambda_5 e_5^2 + g_{21} e_5 e_6 \\ V_6 &= V_5 + 0.5 e_6^2\end{aligned}$$

etape6

$$\begin{aligned}\dot{V}_6 &= \dot{V}_5 + e_6 \dot{e}_6 \\ \dot{V}_6 &= -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 - \lambda_3 e_3^2 - \lambda_4 e_4^2 - \lambda_5 e_5^2 + g_{21} e_5 e_6 + e_6 \left(g_{23} + \left(\frac{1}{L_2} \right) U_2 - \dot{\varphi}_5 \right) \\ \dot{V}_6 &= -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 - \lambda_3 e_3^2 - \lambda_4 e_4^2 - \lambda_5 e_5^2 + e_6 \left(g_{23} + \left(\frac{1}{L_2} \right) U_2 - \dot{\varphi}_5 + g_{21} e_5 \right)\end{aligned}$$

il faut que notre commande soit égale à

$$U_2 = L_2 (-g_{21} e_5 - g_{23} + \dot{\varphi}_5 - \lambda_6 e_6)$$

pour que

$$\dot{V}_6 = -\lambda e_1^2 - \lambda e_2^2 - \lambda e_3^2 - \lambda_4 e_4^2 - \lambda_5 e_5^2 - \lambda_6 e_6^2$$

soit fonction définie négative

3.4 résultats de simulations

simulation sans perturbation

nous avons pris les trajectoires suivantes pour le reste des simulations

$$\begin{aligned}\theta_{1d}(t) &= \sin(t) \quad 0 \leq t \leq 10 \\ \theta_{2d}(t) &= \sin(t) \quad 0 \leq t \leq 10\end{aligned}$$

Les figures 3.3 montre les performances de commande obtenus dans le cas de trajectoire sinusoidale sans perturbation externe, .sans variation paramétrique et sans bruit .nous obtenons une bonne précision de poursuite et nous remarquons dans ce cas .la poursuite s'effectue sans aucun dépassement et montrent la convergence des positions angulaire.

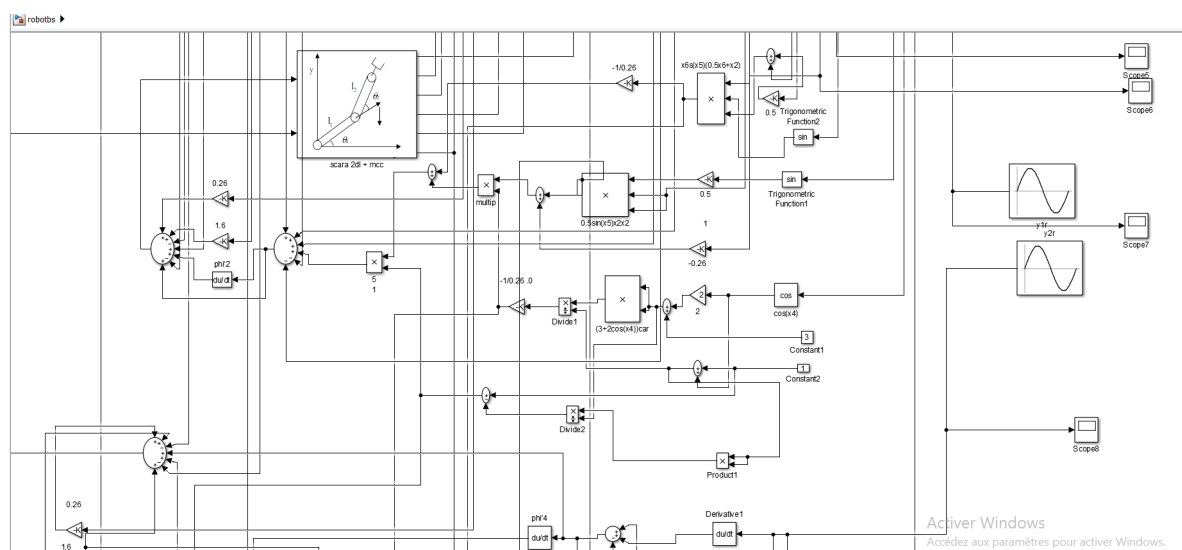


FIGURE 3.2 – schéma block de la commande par backstepping du robot actionné par des mcc sous simulink

Nous constatons d'après les figure que la trajectoire parcouru par les articulations suivent parfaitement les références désirées avec une erreur quasi nulle

Les résultats obtenus ont montré l'efficacité de l'utilisation de ce type de commande, et ceci est démontré par les bonnes performances du contrôleur.

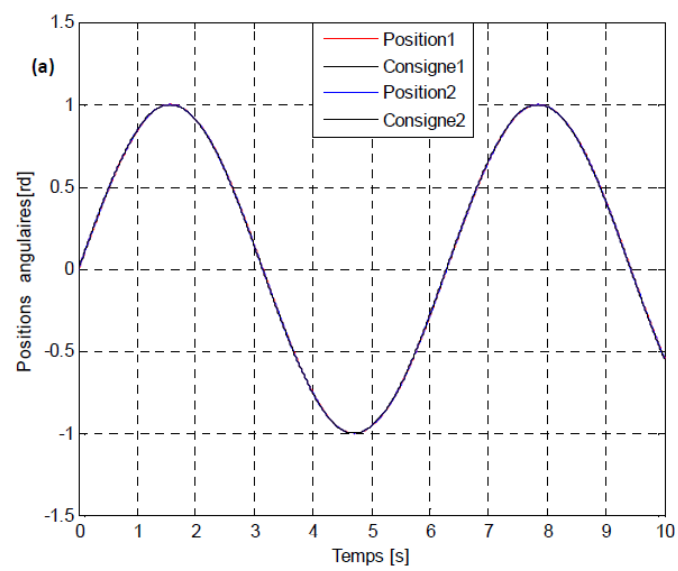


FIGURE 3.3 – réponse en position des articulations

3.4.1 résultats de simulations avec perturbations

Dans ce test nous avons appliqués des perturbations externes d'amplitude 20 deg à l'instant 3sec et de duré de 150ms ,nous avons également considéré des trajectoires sinusoidale .les performances de commande obtenues sont illustrées par la figure 1.6 nous remarquons qu'il y' a une bonne poursuite de trajectoire .

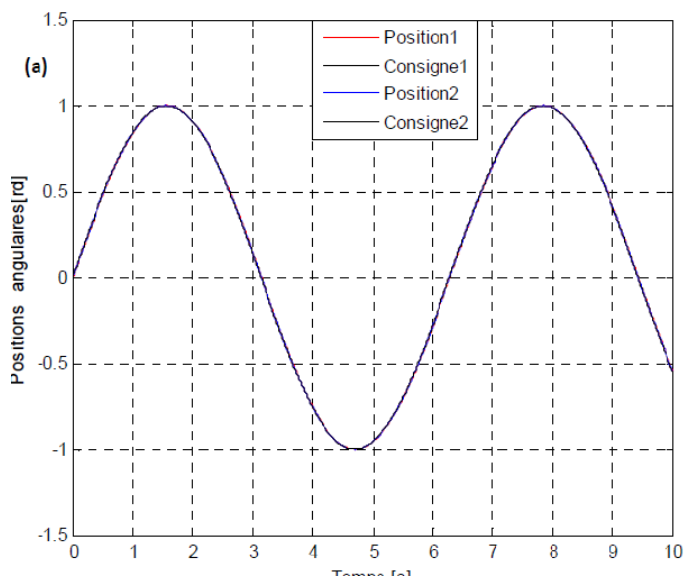


FIGURE 3.4 – réponse en position des articulation soumis à des perturbations

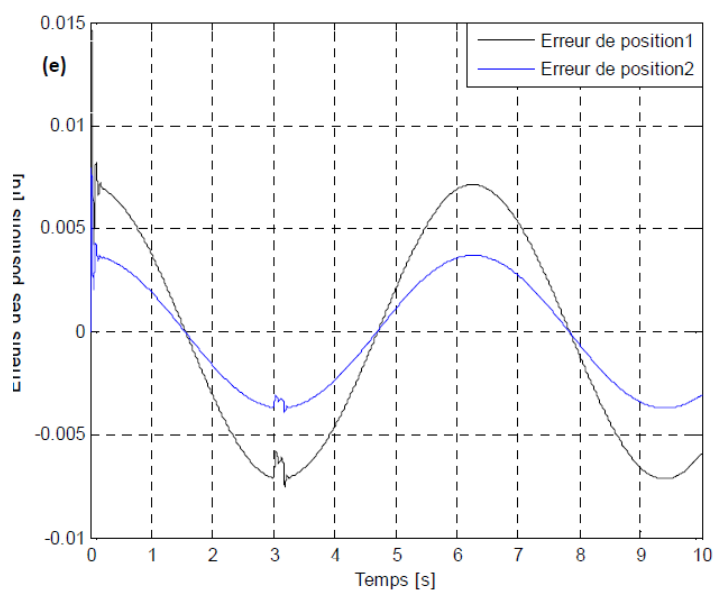


FIGURE 3.5 – erreur de position

interprétation des résultats

Durant la présence de la perturbation (3 ème sec), on remarque que il y a un léger dépassement de $0.003\text{rad} = 0.6$ pourcent après 0.1 sec il revient à sa trajectoire désirée avec un erreur presque nul

Les tests effectuées montrent que notre contrôleur est capable de compenser fortement les perturbations externe

3.5 conclusion

Dans ce chapitre nous avons calculé les équations dynamiques du système robot SCARA actionné par des moteurs à courant continu à partir duquel on a tiré le modèle d'état, à partir du modèle d'état on a élaboré l'algorithme de backstepping que nous avons après simulé dans l'environnement SIMULINK MATLAB, alors que la technique de commande par backstepping est une excellente stratégie de contrôle. Cette technique de commande permet d'obtenir de façons constructives une loi de commande qui assure la stabilité Robot en boucle fermée via une fonction de Lyapunov. Les résultats de simulation montrent la précision dans la poursuite des trajectoires de référence, et dans le rejet de perturbations externes.

Grâce à ces résultats de simulation nous concluons que, la commande par backstepping est une commande très efficace qui permet d'assurer facilement la stabilité d'un système non linéaire en boucle fermée.

Conclusion générale

Nous avons abordé, dans ce mémoire, la problématique du contrôle d'un bras manipulateur à deux articulations de type SCARA actionné par des MCC

Le robot SCARA est un système complexe non linéaire, multi variables, instable et présente une dynamique fortement couplée.

Le problème traité consiste à garantir en premier lieu la stabilité de ce dernier. Pour ce faire, nous avons fait concevoir un contrôleur non linéaire permettant de contrôler le robot à deux degrés de liberté actionné par MCC

Nous avons donc commencé par la définition des principes de la robotiques et les différentes modèles , et en suite on a développé un modèle mathématique en se basant sur les lois fondamentales de la mécanique du processus. Le modèle obtenu régi par un système d'équations fortement non linéaires présente une dynamique instable en boucle ouverte. À partir de ce modèle, la construction d'un contrôleur par backstepping et appliqué au robot La stabilité du système en boucle fermée est démontrée par la théorie de Lyapunov

Le contrôleur a été validé par des résultats de simulation. Ces résultats ont montré l'efficacité de la commande par backstepping en termes de poursuite de trajectoire et en compensation de perturbations

Enfin, on conclut que les résultats obtenus montrent le bon fonctionnement de la commande par backstepping aussi bien pour les simulations effectuées sur le modèle du robot

références bibliographiques

- [1] W. Khalil, E. Dombre, "Modélisation identification et commande des robots", 2° édition, HERMES Science Publication, Paris, 1999. 1981
- [2] .Angeles, "Fundamentals of Robotic Mechanical Systems", Third edition, Springer Science + Business Media, LLC, 2007 .
- [3] . Frank .L. Lewis. Darren, M. Dawson ,Chaouki T. Abdallah, "Robot Manipulator Control", second edition, Marcel Dekker, Inc, USA, 2006.
- [4] .B. Armstrong, O. Khatib and J. Burdick, "The explicit Dynamic Model and Inertial Parameters of the PUMA 560Arm ", CH2282 – 2/86/0000/05101.00 © 1986 IEEE.
- [5] . Thomas R. Kurfess, "ROBOTIC AND AUTOMATION HANDBOOK", CRC PRESS, 2005 Verlag London Limited 2005
- [6] . Sous la direction de W. Khalil ; "Commande des robots manipulateurs", LAVOISIER 2002
- [7] J. Norberto Pires, "Industrial Robot Programming", Springer Science+Business Media, LLC, 2005
- [8] Sam Cubero, "Industrial Robotics : Theory, Modelling and Control", Advanced Robotic Systems International, 2007
- [9] J.J. Slotine, W. Lie, "Applied Nonlinear Control", Printice Hall, 1990
- [10] Peter .i.Cork, "Robotic toolbox", the Mathwork, 2007
- [11] J.J. Slotine, W. Lie, "Applied Nonlinear Control", Printice Hall, 1990
- [12] philipe .coiffet, "Les robots modélisation et commande", Edition Hermes, Tome1, 1981
- [13] . S.Le. Ballois, , "MATLAB/SIMULINK application à l'automatique non linéaire", Ellipses,édition marketing,S.A, 2001
- [14] Dan . zhang, "Manipulator roboticMachine Tools"Springer,2010
- [15] S.Mechhoud , "commande adaptative floue du bras de robot manipulateur PUMA 560 en position /orientation", pfe, juin 2009

-
- [16] . H. nadour,N.mokhtari , "contribution à la modélisation et la commande du robot delta ISIR88", pfe, 2016
- [17] A.Abdoune , "Commande à structure variable par observateur d'un robot manipulateur rigide de type SCARA ", pfe,2014
- [18] Fossard .AJ,NORMAND.C D, "système non linéaire tome1 :, modélisation estimation ",masson paris, 1993
- [19] Fossard .AJ,NORMAND.C D, "système non linéaire tome2 :, modélisation estimation ",masson paris, 1994
- [20] HAKIKI.K.MAZARI,DJABER.S, "observation par backstepping sous forme triangulaire à injection de sortie d'un robot pneumatique ",pfe,(L.A.AS,)ENSET Oran

Annexes

théorèmes fondamentaux

1. Stabilité ordinaire : 1^{er} théorème de Lyapunov

• Enoncé

La condition suffisante pour qu'un équilibre soit défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit stable est qu'il existe une fonction $V(X, t)$ définie positive, telle que sa dérivée totale par rapport au temps, $\dot{V}(X, t)$, ne soit pas positive.

- Hypothèses

$V(X, t)$ définie positive

$\dot{V}(X, t)$, non positive.

2. Stabilité asymptotique : 2^{ème} théorème de Lyapunov

- Enoncé

La condition suffisante pour qu'un équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit asymptotiquement stable est qu'il existe une fonction $V(X, t)$ définie positive et décroissante telle que sa dérivée totale par rapport au temps $\dot{V}(X, t)$, soit définie négative.

3. Stabilité asymptotique globale (théorème de Barbashin et Krasowski)

• Enoncé

La condition suffisante pour qu'un équilibre, défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit globalement asymptotiquement stable est qu'il existe une fonction de Lyapunov $V(X, t)$ définie positive dans tout l'espace des mouvements, décroissante et dont la dérivée totale par rapport au temps le long de la trajectoire soit définie négative.

4. Théorème de Lasalle

- Enoncé

Soit $\dot{X} = F(X)$, l'équation d'état d'un système autonome, et $V(X)$ une fonction scalaire dont les dérivées premières partielles sont continues. Supposons que :

Pour un nombre $l > 0$ quelconque, la région Ω_l définie par $V(X) < l$ soit limitée. $\dot{V} \leq l$ pour tout $X \in \Omega_l$. Soit R , l'ensemble de tous les points de Ω_1 ou $\dot{V}(X) = 0$, M la réunion de tous les ensembles invariants de R .

Alors toute solution $p(t, X_0, t_0)$ prenant naissance dans Ω_l tend vers M quand t tend vers l'infini.

Si de plus $\dot{V} \leq 0 \quad \forall X$ et $V(X) \rightarrow \infty$ avec $\|x\| \rightarrow \infty$, alors les trajectoires tendent globalement asymptotiquement vers M quand t tend vers l'infini.

5. Lemme de Barbalat

• Enonce Si une fonction dérivable $f(t)$ a une limite finie quand $t \rightarrow \infty$, et si $\dot{f}(t)$ est uniformément continue, alors (condition suffisante) : $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$. Application aux fonctions de Lyapunov Si une fonction scalaire $V(X, t)$ satisfait : $V(X, t)$ limitée inférieurement

$\dot{V}(X, t)$ semi-définie négative

$\dot{V}(X, t)$ continue en t alors

$\dot{V}(X, t) \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$

6. Théorèmes de Lyapunov sur l'instabilité

Théorème 1 (espace d'état)

• Enoncé La condition suffisante pour que l'équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$

avec $F(0, t) = 0$ soit instable est qu'il existe une fonction $V(X)$ telle que : $V(X)$ soit continue ainsi que ses dérivées premières dans un voisinage h de l'origine

$V(0) = 0$ à l'origine, non définie négative ou semi-définie positive dans h

$\dot{V}(t)$ définie positive le long de la trajectoire

- Théorème 2 (espace d'état)

• Enoncé

La condition suffisante pour que l'équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit instable est qu'il existe une fonction $V(X)$ telle que :

$V(X)$ s'annule à l'origine, $V(0) = 0$ et existe dans un voisinage h de l'origine.

Le long de la trajectoire $\dot{V}(t)$ est de la forme $\dot{V}(t) = \lambda V(X) + W(X)$ ou $\lambda > 0$

et $W(X)$ semi-définie positive.

$V(X)$ n'est pas définie ou semi-définie positive dans h

7. Théorème de Persidski (espace des mouvements)

- Enoncé

La condition suffisante pour qu'un équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit instable est qu'il existe une fonction $V(X, t)$ telle que : $V(X, t)$ soit définie positive

$\dot{V}(t)$ soit semi-définie positive le long de la trajectoire

$V(X, t)$ décroissante uniformément avec t

8. Théorème de Weierstrass : Soit $C([a, b])$ l'ensemble des fonctions à valeurs réelles définies et continues sur l'intervalle $[a, b]$, la norme utilisée de $f \in C([a, b])$ est donnée par $\|f\| = \max f(t)$ parfois appelée norme de convergence ou norme de Tchebycheff.

Soit P l'ensemble des polynômes de degré arbitraire qui forme un sous espace vectoriel de

$C([a, b])$

K. Weierstrass (1885) a démontré le théorème fondamental suivant :

Théorème :

Le sous espace P de polynômes est dense dans l'espace $C([a, b])$ des fonctions continues,

$P \subset C([a, b])$

Autrement dit, pour toute fonction $f \in C([a, b])$ et pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un polynôme

$p \in P$ tel que

$$f(x) - p(x) \leq \varepsilon \quad \forall x \in [a, b]$$