

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



LAVALEF

Département Génie chimique
Laboratoire de valorisation des énergies fossiles

Mémoire de projet de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie chimique

**Etude physicochimique des Films de Savon :
Application à la simulation des transitions de phase**

Nadjiba AMEUR

Sara HABET

Sous la direction de : M. T. AHMED ZAID, Pr (ENP)

Mme. S. HADDOUM, MCB (ENP)

Présenté(e) et soutenu publiquement le (08/juillet/2021)

Composition du jury

Président	M. BOUARAB RABAH, Pr (ENP)
Promoteurs/ Rapporteurs	M. AHMED-ZAID TOUDERT, Pr (ENP) Mme. HADDOUM SALIHA, MCB (ENP)
Examineurs	M. SLATNIA AMMAR, Pr (ENP) Mme SAHI SAMIRA, MCA (ENP)

ENP 2021

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



LAVALEF

Département Génie chimique
Laboratoire de valorisation des énergies fossiles

Mémoire de projet de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie chimique

**Etude physicochimique des Films de Savon :
Application à la simulation des transitions de phase**

Nadjiba AMEUR

Sara HABET

Sous la direction de : M. T. AHMED ZAID, Pr (ENP)

Mme. S. HADDOUM, MCB (ENP)

Présenté(e) et soutenu publiquement le (08/juillet/2021)

Composition du jury

Président	M. BOUARAB RABAH, Pr (ENP)
Promoteurs/ Rapporteurs	M. AHMED-ZAID TOUDERT, Pr (ENP) Mme. HADDOUM SALIHA, MCB (ENP)
Examinatrices	M. SLATNIA AMMAR, Pr (ENP) Mme SAHI SAMIRA, MCA (ENP)

ENP 2021

Dédicace

Je dédie ce travail à ceux qui m'ont aidé à porter le poids de la vie, à la rendre plus aimable,

A ma mère **DJAMILA** et mon père **MOHAMED**, eux qui m'ont doté d'une éducation digne,

A ma sœur **SABIHA** et mon frère **YACINE**, qui m'avez toujours soutenu et encouragé durant ces années d'études,

A mes amies, et à la merveilleuse équipe « **BLUEDOT** »,

A **SARA** une amie plus qu'un binôme,

A tous mes enseignants qui ont fait partie durant ces années d'éducation.

AMEUR Nadjiba

Dédicace

A mes parents pour m'avoir appris à croire que tout était possible

A mes frères et ma sœur **Meriem** pour leur sincère Support

A tous mes amis et professeurs de l'école polytechnique d'Alger

A tous ceux qui ont été là pour moi, merci pour votre aide et encouragement.

HABET Sara

Remerciement

Tout d'abord nous remercions Dieu de nous avoir donné la force pour arriver ici.

Nous remercions également nos chers parents, pour leur soutien et leurs encouragements tout au long de notre parcours éducatif.

*Nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à nos promoteurs Monsieur **T. AHMED ZAID** et Madame **S. HADDOUM**, à laquelle nous tenons à exprimer toute notre sympathie suite à la dure épreuve qui endeuillé sa famille, en priant Dieu pour l'aider à la surmonter.*

*Nos plus vifs remerciements à monsieur **M. H.B. TOUAHRI**, qui a réalisé pour nous les modèles utilisés pour nos expériences.*

*Nous remercions aussi **M. NOURREDINE KHELIFA** pour sa contribution précieuse à la relecture de cette thèse de fin d'étude.*

Nous tenons aussi à remercier les membres du jury qui ont accepté de juger ce travail et de l'enrichir par leurs conseils.

Nous ne finirons pas sans exprimer toute notre gratitude aux professeurs du département de Génie Chimique de L'Ecole Nationale Polytechnique, qui nous ont fourni les outils nécessaires à la réussite de nos études universitaires.

ملخص:

في مشروع التخرج هذا قمنا بدراسة الخصائص الفيزيائية والكيميائية لأفلام الصابون ومحاكاة انتقالات المراحل الفيزيائية.

ساعدنا نموذج ذو أربعة أعمدة، اثنان منها متحرك، في اختبار انتقالات المراحل من خلال معاينة التحول بين التكوينات المحتملة للفيلم. يؤول النظام الفيزيائي دائمًا نحو حالة توازن من الحد الأدنى للطاقة، والتي تتوافق في هذه الحالة مع الحد الأدنى لطول الفيلم.

يهدف عملنا إلى مقارنة محاكاة التغيرات الطورية وسلوك أفلام الصابون ثنائية الأبعاد، باستخدام نموذج Mathematica بناءً على الحساب النظري لطول الفيلم. يمكن أيضًا استخدام أفلام الصابون لحل ما يسمى بمشكلة شتاينر والتي تتمثل في العثور على أقصر مسار يربط بين جميع نقاط شبكة ما.

الكلمات المفتاحية: أفلام الصابون، إشكالية شتاينر، التغيرات الطورية، محاكاة.

Abstract:

In this dissertation, we have investigated the physicochemical properties of soap films and simulated phase transitions.

A four-pin model, two of which are mobile, helped us to demonstrate phase transitions by visualizing the shift between possible configurations of the film. A system always tends towards an equilibrium state of minimum energy, which corresponds in this case to a minimum length of the film.

The two-dimensional soap films behavior was compared to the simulated transitions using a Mathematica model based on the theoretical calculation of the film length. Soap films can also be used to solve the so-called Steiner problem which consists to find the shortest path connecting all the nodes of a network.

Key words: phase transition, soap film, simulation, Steiner problem.

Résumé :

Dans ce mémoire de fin d'étude, nous nous sommes intéressés à l'étude de propriétés physicochimiques des films de savon et la simulation des transitions de phases.

Un modèle à quatre broches, dont deux mobiles, nous a aidés à démontrer les transitions de phase en visualisant le changement entre les configurations possibles du film. Un système physique tend toujours vers un état d'équilibre d'énergie minimale, qui correspond dans ce cas à une longueur minimale du film.

Le comportement des films de savon bidimensionnels a été comparé aux transitions simulées à l'aide d'un modèle Mathematica basé sur le calcul théorique de la longueur du film. Les films de savon peuvent également être utilisés pour résoudre le problème dit de Steiner qui consiste à trouver le chemin le plus court reliant tous les nœuds d'un réseau.

Mot clé : transition de phase, film de savon, simulation, problème de Steiner.

Table des matières

Liste des figures.....	8
Liste des tableaux.....	11
Liste des abréviations.....	12
Introduction générale.....	13
Chapitre I : Généralités sur les films de savon, les bulles et les mousses	18
I-1- Généralités sur les tensio-actifs et la tension superficielle.....	18
Les tensio-actifs	18
La tension superficielle	19
I-2- Les films et les bulles de savon	19
I-2-1- La structure d'un film de savon.....	19
I-2-3- Les bulles de savon.....	21
I-2-4- Loi de plateaux (arrangement des films de savon).....	23
I-3- Les mousses.....	25
I-3-1- Qu'est-ce qu'une mousse ?	25
I-3-2- Fraction de liquide	25
I-3-3- Mécanisme de vieillissement des mousses	25
I-3-4- La géométrie d'une mousse	27
I-4- Les réarrangements topologiques.....	29
I -4-1- Réarrangement T1	29
I -4-2- Réarrangement T2	30
I-5- Transition de phase.....	30
I-5-1- Classification des transitions de phase	30
I-5-2- La transition de phase eau-vapeur	31
Chapitre II : Film de savon et transition de phase.....	34
II-1- Introduction.....	34
II-2- Modèles simples à deux dimensions.....	34
II-2-1- Films réunissant un motif triangulaire.....	34
II-2-2- Films réunissant un motif carré.....	34
II-2-3- Films réunissant un motif pentagone	35
II-3- Modèle 2D pour une transition de phase du premier ordre.....	35
II-3-1- Les différentes étapes de la modification de la forme du film de savon	36
II-3-2- Evolution de la longueur du film au cours de l'expérience	38
II-3-3- Introduction aux paramètres de configuration	40

II-4- Thermodynamique de la transition de phase	41
II-5- Problème de Steiner	43
Chapitre III : Partie expérimentale.....	47
III -1- Introduction	47
III -3- Formulation de solution savonneuse	47
III -4- Protocole opératoire.....	47
III -5- Le logiciel « Mesurim ».....	48
III -6- Résultats obtenus.....	50
III-6-1- Modèles simples à deux dimensions.....	50
III-6-2- Modèle 2D pour une transition de phase du premier ordre.....	51
III -7- Interprétation des résultats	56
III -8- Résolution d'un Problème de Steiner à l'aide des films de savon.....	57
Conclusion générale.....	61
Références bibliographique.....	63
Programme 01	66
Programme 02	68
Programme 03	70

Liste des figures

Figure 1 : Charles Van Loo, bulles de savon 1764.....	13
Figure 2: Photo d'Isaac Newton.....	14
Figure 3: Photo de Robert Hooke.....	14
Figure 4 : Modèle à quatre broches dont deux mobiles.....	14
Figure 05 : Stade de Munich vue de ciel.....	15
Figure I.1 : Schéma représentatif d'une micelle.....	18
Figure I.2 : Schéma de deux phases, liquide et gazeuse, séparées par une interface.....	19
Figure I.3 : Schématisation des forces intermoléculaires s'exerçant au sein d'un liquide et à sa surface.....	19
Figure I.4 : Schéma représentatif de la structure d'un film de savon.....	20
Figure I.5 : Un film de savon formé dans un anneau.....	20
Figure I.6 : Molécule de savon.....	21
Figure I.7 : Schéma illustrant l'organisation globale des ions carboxylates (tensioactifs) dans une bulle de savon.....	22
Figure I.8 : Les interactions entre les molécules d'eau et de savon créent une tension à la surface de la bulle.....	22
Figure I.9 : Représentation schématique de l'évolution de la tension de surface avec la concentration en tensioactif. Au-delà de la CMC, la tension de surface ne dépend plus de la concentration.....	23
Figure I.10 : Bulle de tétraèdre.....	24
Figure I.11 : Structure de la mousse et le bord de Plateau.....	24
Figure I.12 : Illustration d'une mousse avec un gradient de fraction liquide volumique.....	25
Figure I.13 : Ecoulement du liquide à travers la mousse sous l'effet de la gravité.....	26
Figure I.14: Représentation schématique du mûrissement d'Oswald.....	26
Figure I.15: Présentation schématique de la coalescence.....	27
Figure I.16 : Cellule de Kelvin (l étant la longueur d'une arête ; la cellule est inscrite dans une sphère de rayon $R= \frac{l}{\sqrt{2}}$).....	28
Figure I.17 : Illustration de la structure compacte de Kelvin.....	28
Figure I.18 : Cellule de Weaire-Phelan.....	28
Figure I.19 : Schéma d'un processus T1 dans une mousse en 3D.....	29
Figure I.20 : Exemple de réarrangement T1.....	29
Figure I.21 : Réarrangement topologique T2 : disparition d'une bulle par mûrissement...	30

Figure I.22 : Transition de phase du premier ordre. Variation de G, S et Cp avec la température T.....	32
Figure II.1 : Modèle d'un film à deux dimensions disposées entre trois sommets d'un triangle équilatéral.....	34
Figure II.2 : Modèle d'un film à deux dimensions disposé entre quatre sommets d'un carré.....	35
Figure II.3 : Modèle d'un film à deux dimensions disposé symétriquement aux angles d'un pentagone.....	35
Figure II.4 : Modèle à quatre broches pour démontrer une transition de phase du premier ordre.....	36
Figure II.5 : Variation de la longueur du film en fonction de la configuration des motifs de films.....	37
Figure II.6 : Variation de la longueur du film en fonction des paramètres de configuration.....	38
Figure II.7 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches. (a) Paires de broches rapprochées. (b) Paires de broches éloignées.....	39
Figure II.8 : Variation de la longueur du film en fonction de la séparation x pour a=2.....	39
Figure II.9 : Variation de dL / dx en fonction des paramètres de configuration.....	40
Figure II.10 : Configurations du film de savon dans le modèle à quatre broches loin de l'équilibre. Les figures (a) à (c) montrent des configurations avec des valeurs différentes du paramètre de configuration β	41
Figure II.11 : Variation de la longueur du film en fonction du paramètre de configuration $ \beta ^{(1 / 2)}$ (pour x=a).....	41
Figure III.1 : Interface du logiciel Mesurim 2 lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films (étape 01).....	48
Figure III.2 : Interface du logiciel Mesurim 2 lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films (étape 02).....	49
Figure III.3 : Interface du logiciel Mesurim 2 lors du processus de mesure de l'angle.....	49
Figure III.4 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.....	50
Figure III.5 : Modèle de film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.....	51
Figure III.6: Modèle à quatre broches dont deux mobiles, indiquant les différents segments du film.....	52
Figure III.7 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, pour une petite séparation entre les broches.....	52

Figure III.8 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, au moment de la transition de phase.....	53
Figure III.9 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, après la transition de phase.....	54
Figure III.10 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, lors de la deuxième transition de phase.....	55
Figure III.11 : Application des films de savon à la résolution du problème de Steiner dans le cas d'un réseau routier.....	58
Figure III.12 : Comparaison avec la solution obtenue en utilisant un logiciel en ligne.....	59

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Les différents polyèdres et leurs paramètres.....	21
Tableau III.1 : Longueur du film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.....	50
Tableau III.2 : Longueur du film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.....	51
Tableau III.3 : Longueur du film dans le cas d'une petite séparation entre les broches ($x=90$ mm).....	53
Tableau III.4 : Longueur du film au moment de la transition de phase ($x = \sqrt{3}a = 207,85$ mm).....	54
Tableau III.5 : Longueur du film après la transition de phase ($x = 210$ mm).....	55
Tableau III.6 : Longueur du film lors de la deuxième transition de phase.....	56

Liste des abréviations

HLB : Balance Hydrophile-Lipophile

°C : Degré Celsius

Å : Ångström

CMC : Concentration micellaire critique

Φ : Fraction liquide

T1 : Réarrangement de type 01

T2 : Réarrangements de type 02

G : Potentiel thermodynamique

T : Température (°C)

V : Volume

P : Pression (Pa)

S : Entropie

dS : Variation de l'entropie

$|\beta|^{1/2}$: Paramètre de configuration

L : Longueur du film

ΔU : Variation de l'énergie interne

Q : L'énergie potentielle

W : Le travail

γ : Tension superficielle

F : L'énergie libre de Helmholtz

x : Distance entre les broches mobiles et les broches fixes

dx : Variation de la distance entre les broches mobiles et les broches fixes

Introduction générale

A un moment ou un autre de notre vie, nous avons tous été fascinés par la magie des bulles et des films de savon. Qui ont quelque chose de magique. On les rencontre sous des formes variées dans la vie courante : sous forme solide, comme celle des mousses de polyuréthanes qui servent d'isolants thermiques et phoniques, ou encore celle des mousses métalliques, utilisées dans l'industrie automobile comme amortisseurs. Les mousses sont aussi indispensables à l'extraction pétrolière et minière.

Les bulles de savon ont été utilisées dans les peintures et les gravures (figure 01) dès le 17^{ème} siècle pour traduire la fragilité de l'existence humaine ^[1].



Figure 01 : Charles Van Loo, bulles de savon 1764¹

Mais pas seulement dans l'art, dans les sciences aussi, les mousses, les bulles et les films de savon ont fait l'objet de plusieurs recherches scientifiques à travers l'histoire. Au 17^{ème} siècle, Robert Hooke et plus tard Isaac Newton (figures 02 et 03) ont été captivés par ces systèmes et ont réalisé de nombreuses expériences fondamentales pour comprendre le drainage d'un film ^[2].

¹ Source : fr.wahooart.com

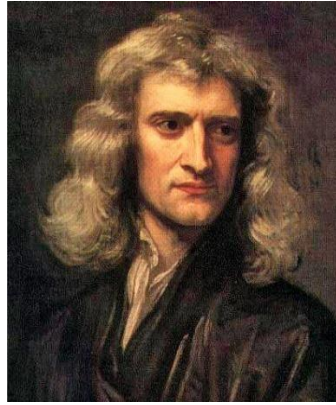


Figure 02: Photo d'Isaac Newton



Figure 03: Photo de Robert Hooke

Deux siècles plus tard, en 1873, l'étude des mousses a été réalisée par le physicien belge Joseph Plateau. Les lois de Plateau, qui permettent de comprendre l'arrangement des bulles dans une mousse liquide, constituent une référence sur les mousses liquides ^[3], qui déterminent les principes en matière physique de la dynamique et de la forme des mousses

Comme nous le verrons dans le chapitre premier, sous l'action de la tension superficielle, un film de savon aura tendance à minimiser sa surface, ce qui aura des implications sur sa forme qui peut être étudiée d'un point de vue mathématique. Il est possible d'observer et de simuler l'évolution des films liquides entre deux plaques parallèles et délimités géométriquement au moyen de broches (ou goupilles) fixes ou mobiles entre ces deux plaques. A l'aide du logiciel Mathematica (Wolfram) il est possible de visualiser les différentes évolutions des paramètres du film lorsque les broches mobiles sont mises en mouvement. Les deux modèles (analogique et numérique) permettent de simuler les transitions de phase du premier ordre ^[4].

La figure 04 ci-dessous représente le modèle construit à l'aide de feuilles de plexiglas qui permet de vérifier le comportement dynamique du film délimité par les quatre broches.



Figure 04 : modèle à quatre broches dont deux sont mobiles

La simulation de la transition de phase de premier ordre à l'aide d'un film de savon consiste à tremper le modèle ci-dessus dans une solution savonneuse, et de suivre la variation de la longueur du film de savon délimité par les quatre broches en fonction de la longueur qui

INTRODUCTION GÉNÉRALE

sépare les branches A et C (B et D). Les interactions entre les films permettent de créer une surface dite minimale.

On commencera par introduire les notions thermodynamiques de base sur les transitions de phase de premier ordre puis les notions de chimie physique sur les films de savon, avant d'aborder les expériences de simulation des transitions de phase sur le modèle analogique. Partant du principe que les transitions de phase correspondent à des évolutions du système vers l'état d'énergie minimale, les résultats des expériences vont nous permettre d'observer les évolutions de la longueur du film (et donc de la surface totale du film qui va évoluer vers une valeur minimale tout comme l'énergie du système). Les expériences consisteront à déplacer les deux broches mobiles par rapport aux broches fixes et d'évaluer les évolutions de la longueur du film. Les transitions se matérialisent par des sauts brusques du film qui va se reformer en respectant le principe de minimisation. Le film étant visqueux et élastique, celui-ci ne se rompt pas durant la transition.

Il est possible également de résoudre, à l'aide des films de savon, le problème de Steiner, qui consiste à relier différents points, par exemple des villes, avec le plus court réseau routier possible.

Ce problème, classique en recherche opérationnelle, est un problème d'optimisation combinatoire. Il a des applications en conception de réseaux, notamment les circuits électroniques, les télécommunications, les réseaux de pipelines et la conception efficace des micro-puces^[5]. En outre dans le domaine d'architecture, en 1968 un architecte allemand, Frei Otto, s'est inspiré du théorème de Steiner pour construire des bâtiments en forme de tentes comme le complexe sportif de Munich. Il a ensuite réalisé des maquettes de ces constructions qu'il a testées dans des tunnels aérodynamiques pouvant simuler les effets du vent ou de la neige par exemple. Les toits de ces constructions ont donc une surface minimale. Le coût de construction est donc moindre en utilisant une surface de matériaux moins grande^[6].



Figure 05 : stade de Munich vue de ciel^[6].

Nous avons utilisé un modèle à films de savon pour simuler un réseau routier minimal reliant les principales villes du pays. Nous avons comparé les résultats du modèle avec la solution retournée par un logiciel en ligne.



Partie 01 :
Revue
bibliographique





Chapitre I :
Généralités sur les films de
savon, les bulles et les
mousses



Chapitre I : Généralités sur les films de savon, les bulles et les mousses

I-1- Généralités sur les tensio-actifs et la tension superficielle

La stabilité des films et des bulles de savon dépend des propriétés des tensioactifs. Aussi, du fait de la tension superficielle, les films de savon recherchent la forme qui minimise leur énergie de surface et donc leur surface.

Les tensio-actifs

Les agents de surface ou tensio-actif (en anglais, surface active agents ou *surfactants*) sont des molécules amphiphiles, qui possèdent à la fois une partie hydrophobe non polaire, généralement une chaîne hydrocarbonée, linéaire ou ramifiée contenant 8 à 18 atomes de carbone, et une partie polaire (hydrophile), pouvant être non-ionique, ionique ou zwitterionique ^[7].

La partie polaire réagit fortement avec les molécules d'eau, c'est cette forte interaction qui rend le tensio-actif soluble dans l'eau. Les chaînes hydrocarbonées, hydrophobes, s'accroissent pour former des agrégats appelés micelles (figure I.1), qui peuvent prendre des formes diverses en fonction de la structure et de la taille du tensioactif.

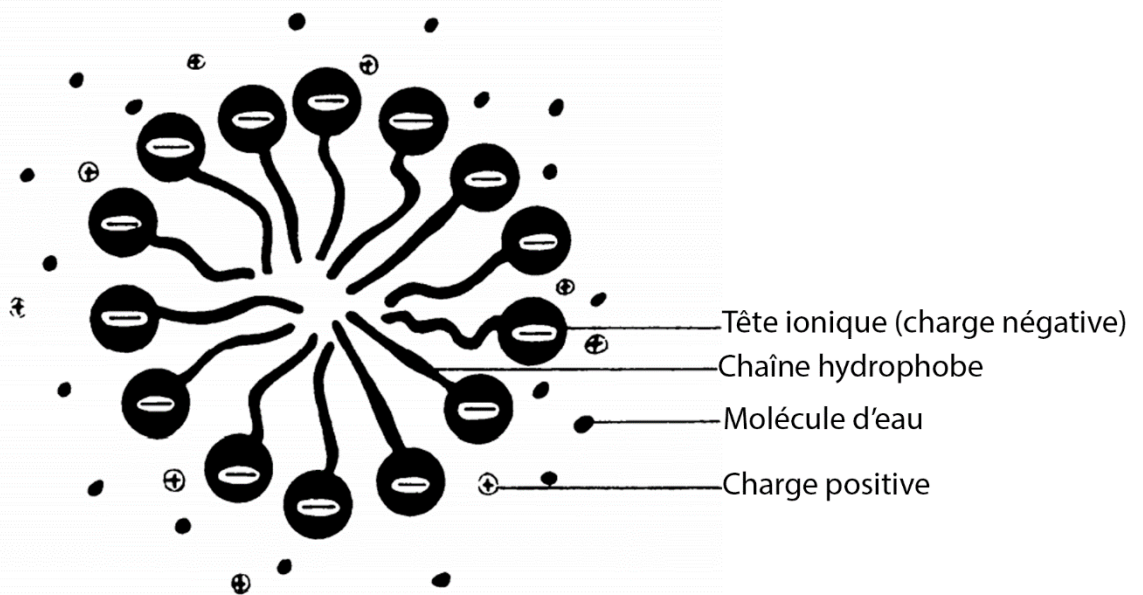


Figure I.1 : Schéma représentatif d'une micelle ^[8].

L'équilibre entre la partie hydrophobe et la partie hydrophile (appelée équilibre hydrophile-lipophile, en anglais Hydrophilic-Lipophilic Balance ou HLB) définit les propriétés du système telles que la tension superficielle.

La tension superficielle

La tension superficielle est définie comme la force, existant à la surface d'un liquide, due à l'attraction entre les molécules qui s'opposent à la rupture de la surface. Elle trouve son origine dans le fait que les molécules bleues situées à la surface sont en défaut d'interactions attractives par rapport aux molécules situées dans la phase liquide (figure I.2), est souvent exprimée en $\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-1}$ ($1 \text{ dyn} \cdot \text{cm}^{-1} = 1 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$) et homogène au quotient d'une force par une longueur.

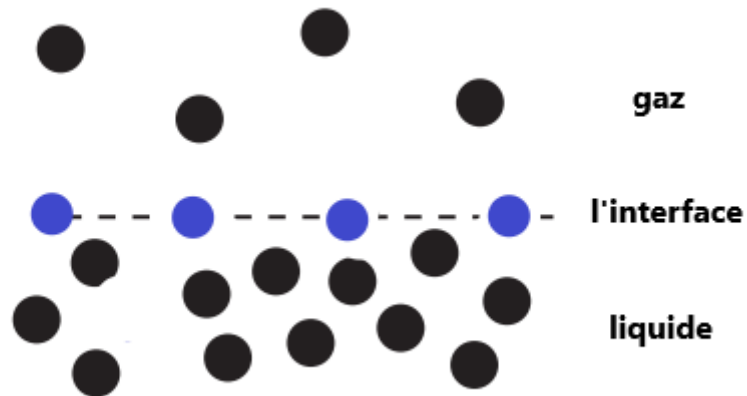


Figure I.2 : Schéma de deux phases, liquide et gazeuse, séparées par une interface. ^[9]

Les forces de cohésion entre les molécules dans un liquide sont partagées avec tous les atomes voisins (figure I.3). Ceux à la surface n'ont pas d'atomes voisins au-dessus et présentent des forces d'attraction plus fortes sur leurs voisins les plus proches à la surface

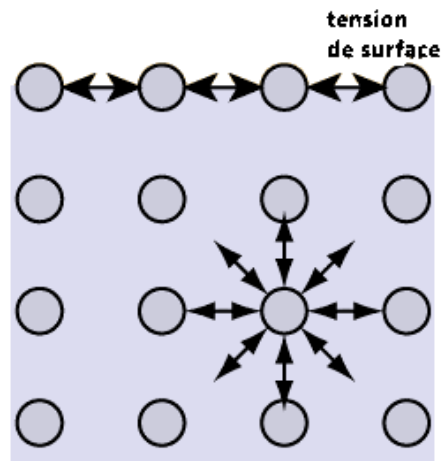


Figure I.3 : Schématisation des forces intermoléculaires s'exerçant au sein d'un liquide et à sa surface. ^[10]

I-2- Les films et les bulles de savon

I-2-1- La structure d'un film de savon

Un film de savon consiste en deux surfaces similaires de tensio-actif avec une fine couche de fluide (généralement de l'eau) entre les deux surfaces, comme le montre la figure suivante :

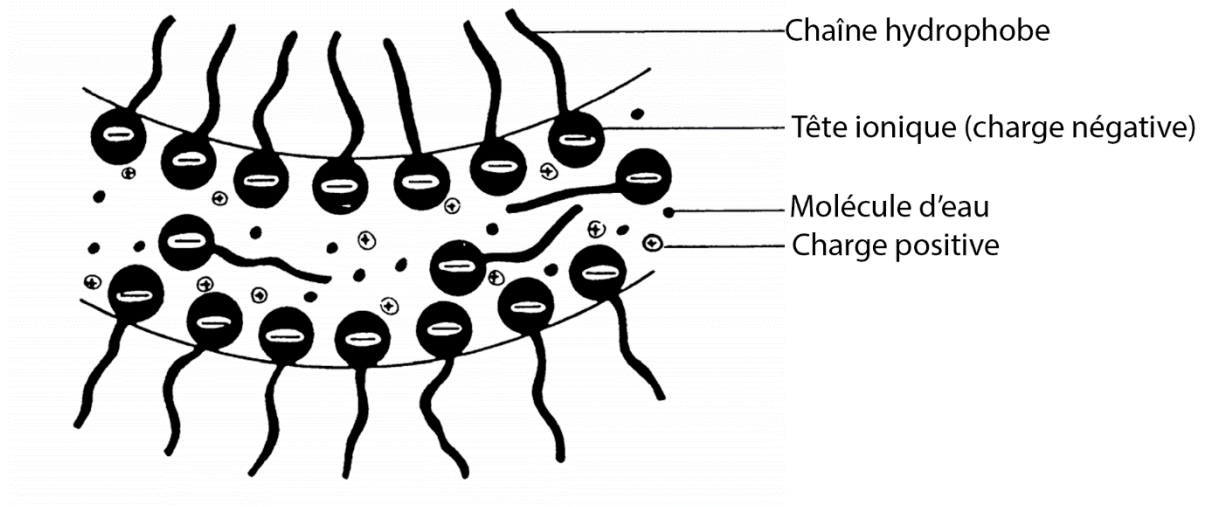


Figure I.4 : Schéma représentatif de la structure d'un film de savon. ^[8]

C'est cette structure qui permet à la solution savonneuse de former un film qui va évoluer peu à peu. D'un côté, la tension de surface maintient le film en place. D'un autre côté, l'eau s'écoule vers le bas, sous l'effet de son propre poids. C'est pour cela que le film savonneux est plus épais à sa base.

La forme du film dépend de la forme du cadre, avec une épaisseur de l'ordre de 10^3nm (10^4Å) ^[11]. Si on trempe un anneau dans l'eau savonneuse et qu'on le ressort, on observe qu'un film de savon se forme à l'intérieur de cet anneau, comme le montre la figure I.5



Figure I.5 : Un film de savon formé dans un anneau.

I-2-2- Solution savonneuse :

Une solution savonneuse a les propriétés de former des bulles et des films stables, à cause de la structure des molécules de savon qui contiennent à la fois une partie hydrophobe (la chaîne hydrocarbonée) et une partie hydrophile (COO^-).

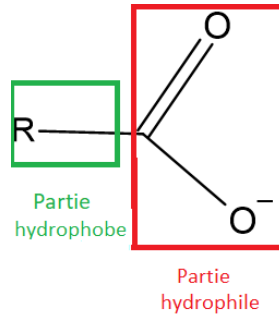


Figure I.6 : Molécule de savon.

I-2-3- Les bulles de savon

La bulle de savon est une sphère, remplie d'air qui est entourée par un fin film de savon. Les molécules de tensioactif qui se trouvent dans les bulles de savon, réduisent la tension superficielle du film en lui faisant prendre une forme sphérique, la sphère présentant la surface minimale (tableau I.1) ^[12].

Le tableau I.1 montre que parmi tous les polyèdres réguliers d'un volume donné, la sphère est la forme qui présente la surface minimale.

Tableau I.1 : Les différents polyèdres et leurs paramètres ^[13]

Forme	Nombre de surface	Volume (cm ³)	Surface (cm ²)
Tétraèdre	4	16,39	46,52
Cube	6	16,39	38,71
Octaèdre	8	16,39	36,90
Dodécaèdre	12	16,39	34,32
Icosaèdre	20	16,39	33,2 3
Sphère	Infini	16,39	31,23

Le film est constitué d'une paroi d'eau, entourée par des molécules de tensioactif. Nous savons que les molécules d'eau portent une charge positive et que les molécules amphiphiles sont polarisées. La tête hydrophile, qui est une tête polaire attirée par l'eau, se place donc vers la paroi d'eau. A l'inverse, la chaîne hydrocarbonée qui est une tête apolaire, se dirige vers l'extérieur, comme le montre la figure I.7 :

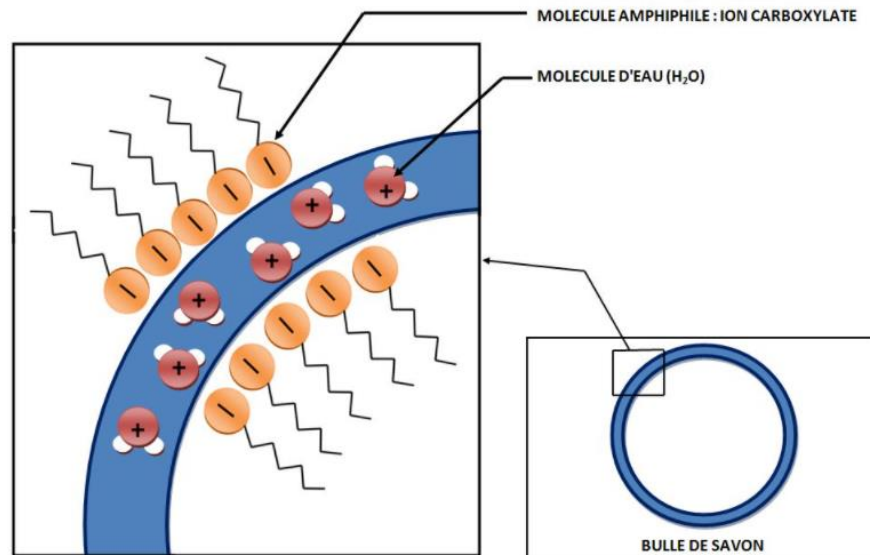


Figure I.7 : Schéma illustrant l'organisation globale des ions carboxylates (tensioactifs) dans une bulle de savon².

Cette structure est déterminée par les interactions intermoléculaires, les molécules interagissent les unes avec les autres, elles engendrent une tension à la surface de la membrane de la bulle (figure I.8). Cette tension superficielle est présente à la surface de l'eau. C'est ce qui permet par exemple aux insectes de marcher sur l'eau, à un objet léger de s'y maintenir sans couler.

L'énergie libre du film de savon est $F = 2\gamma A$, où γ est la tension du film, A est l'aire du film. À l'équilibre thermodynamique, l'énergie libre est minimisée. Autrement dit, on doit minimiser la surface pour une énergie minimale^[4].

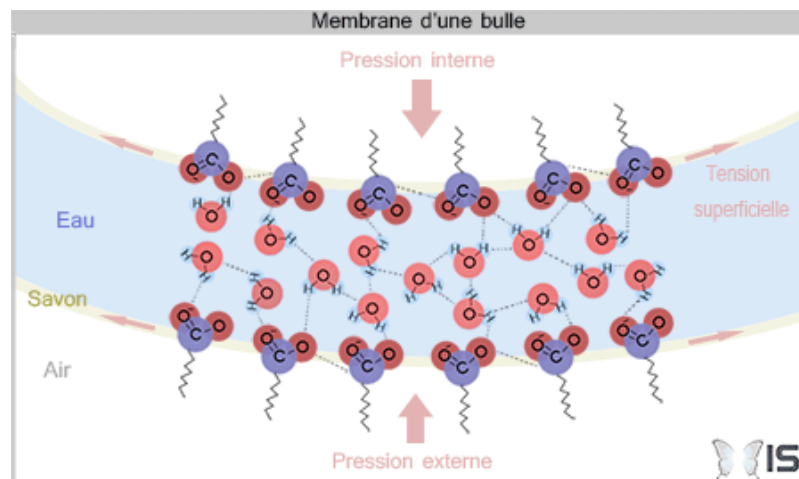


Figure I.8 : Les interactions entre les molécules d'eau et de savon créent une tension à la surface de la bulle³.

² Source : //lesbullesdesavon2015.pagesperso-orange.fr/

³ Source : pourquoi les bulles sont-elles rondes ? sur : intra-science.anaisequey.com

- Une bulle stable :

La particularité de cet agencement est qu'il permet d'assurer la stabilité de la paroi de la bulle

Cette disposition à surface minimale explique la stabilité de la bulle (figure I.8).

Cette stabilisation sera idéale si la concentration en tensioactifs dépasse un seuil appelé concentration micellaire critique (CMC), la figure I.9 montre l'évolution de la tension de surface en fonction de la concentration du tensioactif.

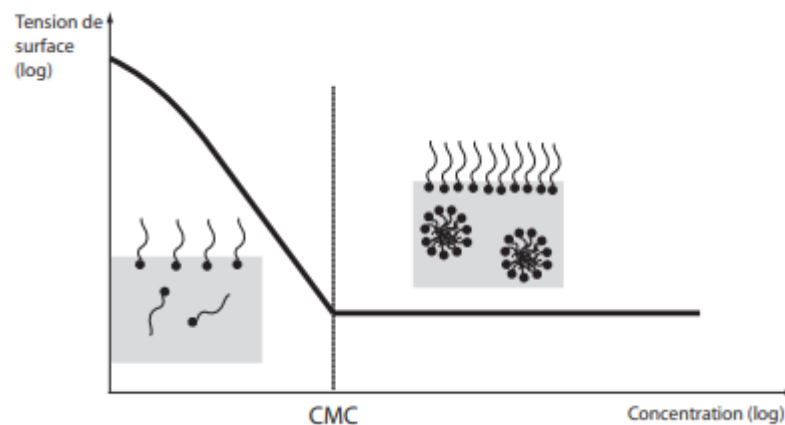


Figure I.9 : Représentation schématique de l'évolution de la tension de surface avec la concentration en tensioactif^[14].

Au-delà de la CMC, la tension de surface ne dépend plus de la concentration.

La concentration micellaire critique est atteinte lorsque les tensioactifs occupent toute la surface (monocouche). Au-delà de cette concentration, les molécules de tensioactifs commencent à s'organiser sous forme de micelle à l'intérieur de la solution.

I-2-4- Loi de plateaux (arrangement des films de savon)

Si on souffle dans l'eau savonneuse à l'aide d'une paille, des bulles de différentes tailles se forment à la surface, et elles s'arrangent de multiples manières^[15]. La figure I.10 montre le réarrangement d'une bulle de tétraèdre.



Figure I.10 : bulle de tétraèdre⁴.

En observant ces bulles on remarque que leurs formes géométriques obéissent des règles, appelées les règles de Plateau énoncées en 1873^[16] :

- Tout film de savon se compose de surfaces lisses.
- Chacun de ces éléments présente une courbure moyenne constante
- Quand trois films se rejoignent, ils forment deux à deux des angles de 120° .
- Quatre bords de Plateau se coupent sous un angle d'environ 109.47° formant un sommet (un nœud).

Le bord de Plateau est l'arrête formée à l'intersection de trois film savonneux (figure I.11)

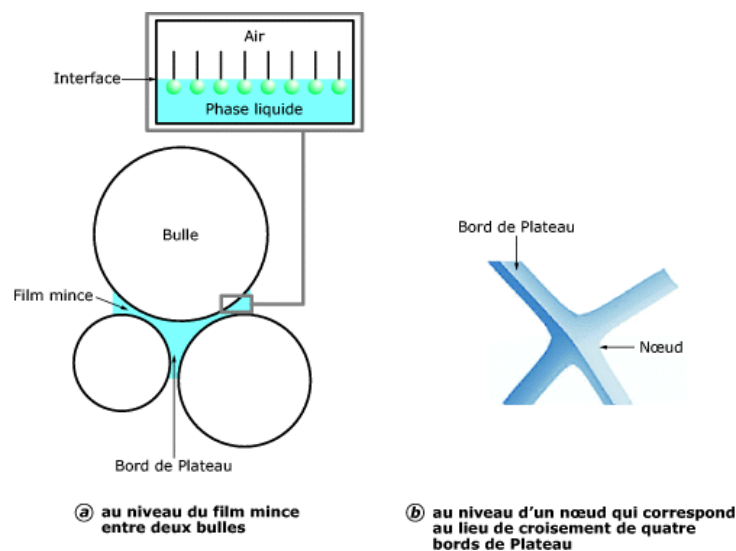


Figure I.11 : structure de la mousse et le bord de Plateau.

⁴ Source : <http://www.tomnoddy.com/>

I-3- Les mousses

I-3-1- Qu'est-ce qu'une mousse ?

Une mousse aqueuse est un assemblage de bulles séparées par du liquide. La première étude faite sur les mousses par Joseph Plateau remonte à 1873^[17].

I-3-2- Fraction de liquide^[9]

Une mousse contenant peu de liquide est appelée mousse sèche et une mousse contenant une plus grande quantité de liquide est appelée mousse humide. La fraction de liquide ϕ_l , est définie comme le rapport entre le volume du liquide contenu dans la mousse et le volume total occupé par la mousse

$$\phi_l = \frac{V_{\text{liquide}}}{V_{\text{mousse}}}$$

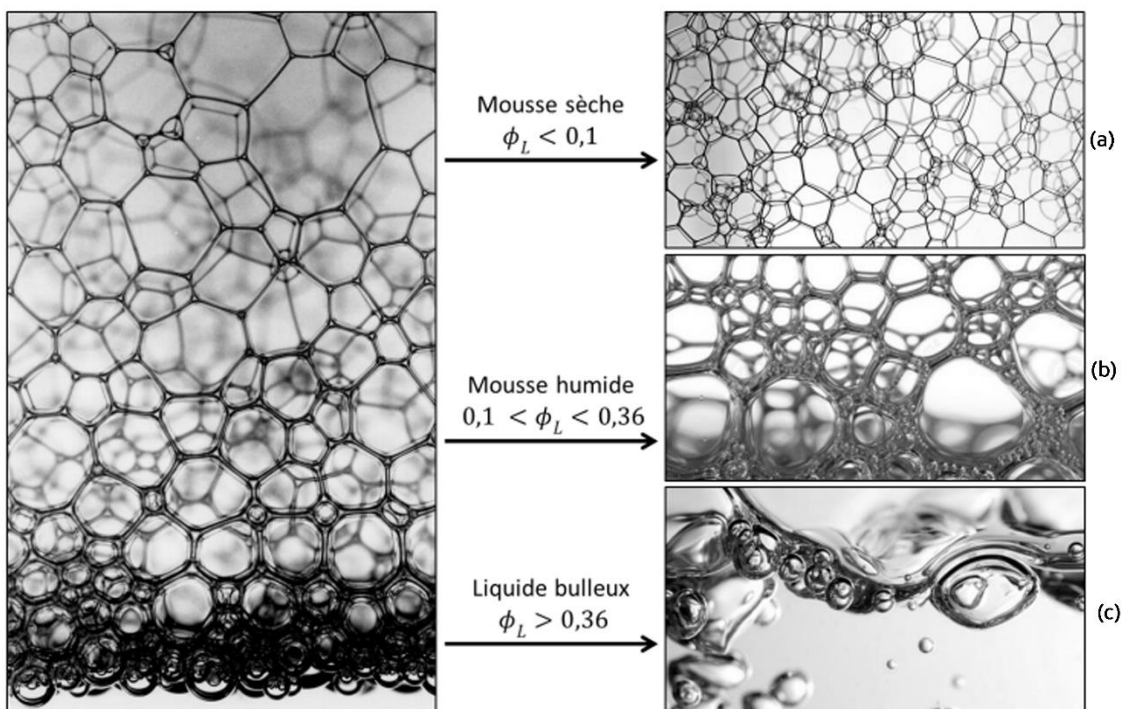


Figure I.12 : Illustration d'une mousse avec un gradient de fraction liquide volumique.^[18]

En bas (c), la mousse est en contact avec une solution liquide, sa fraction liquide est importante et les bulles sont à peine en contact ponctuel avec des bords de Plateau épais. Au-dessus (a), la fraction liquide volumique diminue et la mousse est sèche avec des bords de Plateau fins et droits et les bulles sont grosses et polyédriques.

Les bulles se déforment progressivement avec la diminution de la fraction liquide volumique et forment finalement des polyèdres au sein d'une mousse sèche^[18].

I-3-3- Mécanisme de vieillissement des mousses^[17]

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que la mousse est un objet instable donc éphémère, l'état thermodynamiquement stable étant celui où liquide et gaz sont séparés. Une

mousse « vieillie » disparaît sous l'action conjointe de 3 processus irréversibles : le drainage, le mûrissement et la coalescence.

- Le drainage :

L'eau contenue dans la mousse, soumis à l'effet de la gravité ainsi que la fraction liquide diminue, ce phénomène est appelé drainage. L'eau contenue dans la mousse passe principalement dans les bords de Plateau et les nœuds comme le montre la figure I.13

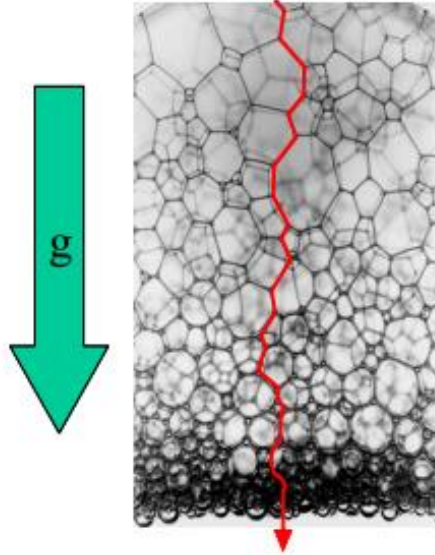


Figure I.13 : Ecoulement du liquide à travers la mousse sous l'effet de la gravité ^[17].

- Le mûrissement :

Les bulles savonneuses dans la mousse ont des volumes différents, cela engendre une différence de pression entre les petites bulles et les grosses, la pression interne des petites bulles est plus grande qu'à l'intérieur des grosses d'après la loi de Laplace. Le gaz présent dans les petites bulles se vide dans les grosses bulles (où la pression est moins élevée) en traversant le milieu continu. C'est le mûrissement d'Oswald.

La relation de Laplace permet d'écrire la différence de pression (ΔP) entre deux parties de l'espace séparées par une interface en fonction des rayons de courbure (R_1 et R_2) et de la tension de surface (γ) :

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

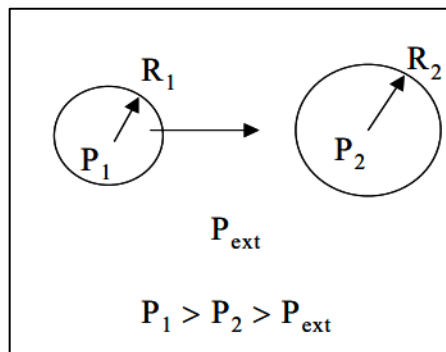


Figure I.14: Représentation schématique du mûrissement d'Oswald ^[17].

- La coalescence :

Les films savonneux qui séparent les deux bulles éclatent et se restructurent pour ne former plus qu'une seule bulle (figure I.15). Ce processus correspond à la coalescence. Ce phénomène est rarement isolé, il est suivi d'une série de ruptures de films entre les bulles voisines, c'est une cascade de type « avalanche ».

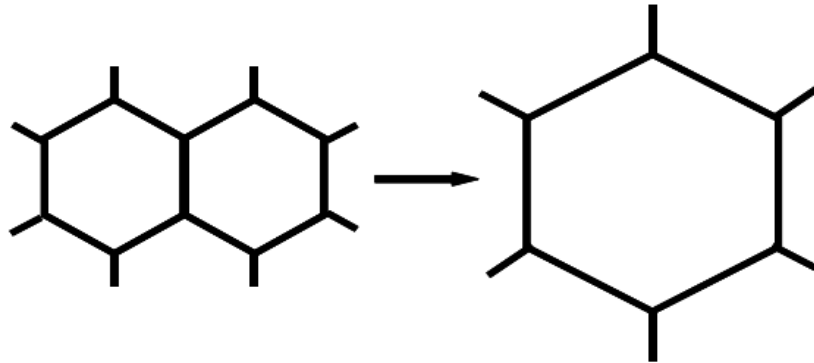


Figure I.15 : Présentation schématique de la coalescence ^[17].

I-3-4- La géométrie d'une mousse

La stabilisation des films savonneux est assurée par la présence de tensioactifs. La rupture des films est empêchée grâce à leur caractère élastique. A l'équilibre, l'aire totale des bulles d'une mousse doit être minimale pour un volume total fixé. La structure adéquate qui permet de remplir un volume avec des cellules de même taille qui minimise la surface du système et qui obéit aux lois de Plateau a fait l'objet d'études par de nombreux chercheurs.

Une solution a été proposée d'abord par Kelvin en 1887 (figure I.16). Il s'agit d'un polyèdre de 14 faces, 8 hexagones et 6 carrés ; en courbant légèrement les côtés, Kelvin a pu montrer que l'on pouvait couvrir l'espace avec ces cellules dans une structure cubique face centrée, tout en respectant les lois de Plateau.

Pendant longtemps, les cellules de Kelvin sont restées les cellules d'aire la plus petite connue, Mais en 1994, une nouvelle structure a été proposée par D. Weaire-Phelan, avec une énergie plus basse que la structure de Kelvin. La cellule de Weaire-Phelan a pour squelette du réseau cristallin du β -tungstène, elle est composée d'un dodécaèdre avec des faces pentagonales associé à un tétradécaèdre avec deux faces hexagonales et 12 pentagonales (figure I.18). Il n'est toutefois pas prouvé qu'il n'existe pas de structure de plus basse énergie. Notons que ces structures sont formées de cellules de taille identique, ce qui est loin d'être le cas des mousses réelles. C'est peut-être la raison pour laquelle elles n'ont été observées que dans des mousses confinées dans des tubes, où les bulles ont une taille homogène ^[17].

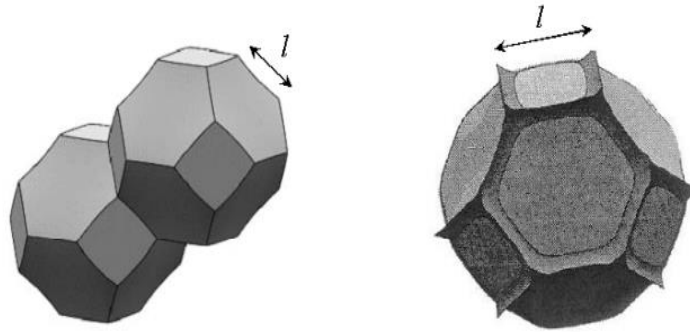


Figure I.16 : Cellule de Kelvin (l étant la longueur d'une arête ; la cellule est inscrite dans une sphère de rayon $R= 2^{1/2} l$)^[17].

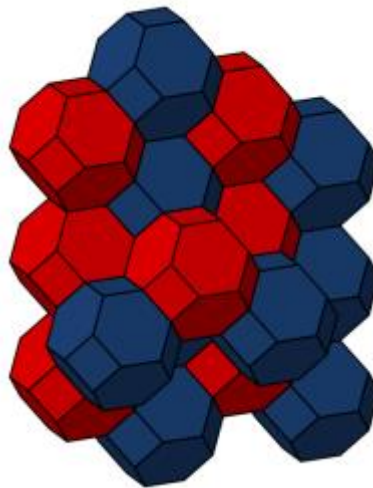


Figure I.17 : Illustration de la structure compacte de Kelvin^[19].

Les bulles s'organisent sur un réseau de type cubique face centrée

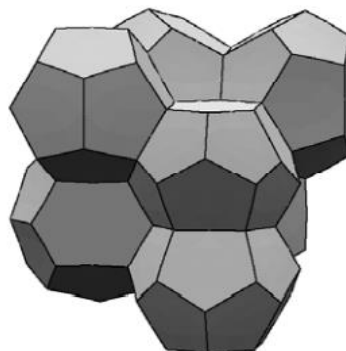


Figure I.18 : Cellule de Weaire-Phelan^[17].

I-4- Les réarrangements topologiques

Des réarrangements topologiques ont lieu lorsque la mousse évolue afin de rétablir les conditions d'équilibre. Ce sont des processus par lesquels le nombre de voisines des bulles se trouve modifié. Il existe deux types de réarrangements topologiques que nous allons présenter ci-dessous car ils vont nous servir par la suite pour la compréhension de « la coalescence »^[20].

I-4-1- Réarrangement T1

Nous avons vu que la mousse pouvait évoluer par drainage ou mûrissement. Durant ces phénomènes, un bord de Plateau peut voir sa taille diminuer, causé par un écoulement du liquide vers le bas de la mousse ou parce qu'une bulle voisine diminue de volume par transfert de gaz. Eventuellement, le bord de Plateau va disparaître et ceci va générer un vertex instable où se rencontrent non plus 3 films mais 4. En ce point les lois de Plateau ne sont plus vérifiées. Ce vertex instable va « relaxer » par croissance de deux nouveaux bords de Plateau. Ce processus est représenté sur la figure I.19, et l'on voit qu'il peut avoir lieu dans un sens ou dans l'autre. Lorsqu'un processus T1 se produit, il va induire des mouvements de bulles au-delà des bulles directement impliquées dans le processus. En particulier, on sait que la fraction liquide a une influence sur la portée des processus T1, elle est cependant mal comprise^[20].

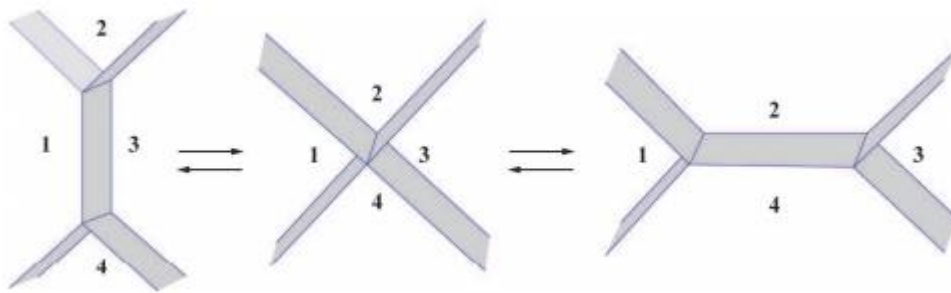


Figure I.19 : Schéma d'un processus T1 dans une mousse en 3D^[20].

Dans les deux cas la première étape est la formation d'un vertex instable qui relaxe vers un état d'équilibre où les lois de Plateau sont conservées. Les numéros identifient la position des bulles avant, pendant et après le réarrangement T1.

Voici un exemple de réarrangement type T1 :

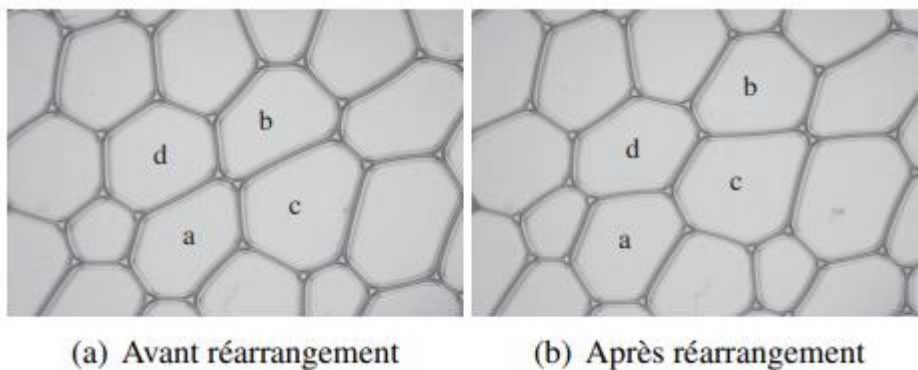


Figure I.20 : Exemple de réarrangement type T1^[9].

- (a) Avant réarrangement, les bulles **a** et **b** sont au contact et les bulles **c** et **d** sont séparées.
(b) Après réarrangement, les bulles **a** et **b** sont séparées et les bulles **c** et **d** sont au contact.

I-4-2- Réarrangement T2

Lors du mûrissement d'une mousse, une petite bulle va disparaître petit à petit comme montré dans la figure I.21 Sa disparition totale est appelée un réarrangement T2. Ce réarrangement va, à son tour, engendrer des processus T1 comme expliqué plus haut.

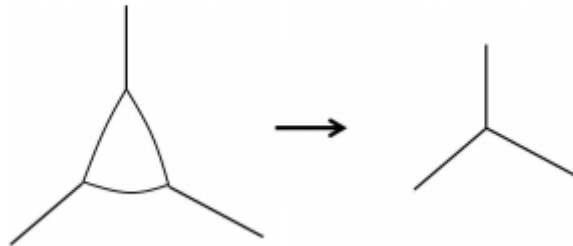


Figure I.21 : Réarrangement topologique T2 : disparition d'une bulle par mûrissement ^[20].

I-5- Transition de phase

Une transition de phase est un phénomène dans lequel un changement radical entre les phases thermodynamiques se produit lorsque l'un des paramètres d'un système telle que la température ou la pression est modifié, Une telle transition se produit lorsque ce paramètre externe atteint une valeur seuil dite valeur critique. Un exemple familier est la fonte de la glace à 0°C à la pression atmosphérique.

I-5-1- Classification des transitions de phase

- a) Classification d'Ehrenfest ^[21] :

Si on considère le potentiel thermodynamique :

$$G = U - TS + pV$$

Ehrenfest proposa deux classifications :

- 1- Transition du premier ordre : ce sont les transitions qui impliquant une discontinuité dans les grandeurs physiques, qui sont reliées à des dérivées premières du potentiel thermodynamique.
- 2- Transitions du second ordre : les transitions qui impliquant une discontinuité dans les grandeurs physiques, qui sont reliées à des dérivées secondes du potentiel thermodynamique, les dérivées premières restant continues.

Plus généralement, si toutes les dérivées d'ordre **n-1** de **G** sont continues et qu'une dérivée d'ordre **n** est discontinue, la transition sera d'ordre **n**.

- b) Classification actuelle des transitions de phase :

La notion de classification d'Ehrenfest a été abandonnée car les transitions de phase du second ordre ont été théoriquement créées par Ehrenfest ^[22]. La classification utilisée

actuellement distingue également des transitions de premier et de second ordre, mais la définition est différente :

- 1- Transition du premier ordre : ce sont les transitions s'accompagnant d'une enthalpie de transition de phase.
- 2- Transition du second ordre : ce sont les transitions qui n'associent pas une enthalpie de transition de phase. Toutefois l'existence de cette transition est un vieux débat.

I-5-2- La transition de phase eau-vapeur

Pour examiner les transitions de phase, nous devons considérer un corps pur, comme l'eau par exemple, qui peut exister sous deux phases, la phase liquide en contact avec la phase vapeur. A certaines températures et pressions, les molécules d'eau seront dans la phase aqueuse, et à d'autres températures elles seront dans la phase vapeur. Si nous maintenons la pression constante à la pression atmosphérique, toutes les molécules d'eau seront sous forme liquide à des températures inférieures à 100°C et seront sous forme vapeur à des températures supérieures à 100°C. La phase liquide et la phase vapeur peuvent coexister en équilibre à une température intermédiaire. A cet équilibre entre les deux phases, l'énergie libre spécifique de Gibbs (par unité de masse) doit être la même pour les deux phases. Autrement, il y aura un transfert de masse de la phase à plus haute énergie libre spécifique vers la phase d'énergie spécifique plus faible.

Si nous chauffons l'eau à une température supérieure à 100°C, elle se vaporise, parce que la vapeur aura maintenant une énergie libre spécifique dG inférieure. Ce que nous pouvons constater cependant est un retard dans la vaporisation. Ce retard se produit lorsqu'une quantité d'énergie supplémentaire est nécessaire pour lancer le processus de vaporisation. Le phénomène est appelé surchauffe. Il y a nécessité de fournir une énergie suffisante pour produire une bulle de vapeur de taille finie, au bord du récipient (à l'interface liquide-vapeur).

L'effet peut être encore plus accru dans le sens inverse, quand la sursaturation peut se produire avant que les molécules de vapeur ne puissent produire de gouttes liquides. Ainsi, un changement de phase se produit généralement à une température plus élevée pour la vaporisation que celle calculée pour des énergies spécifiques égales entre les deux phases et à une température plus faible dans le cas de la liquéfaction.

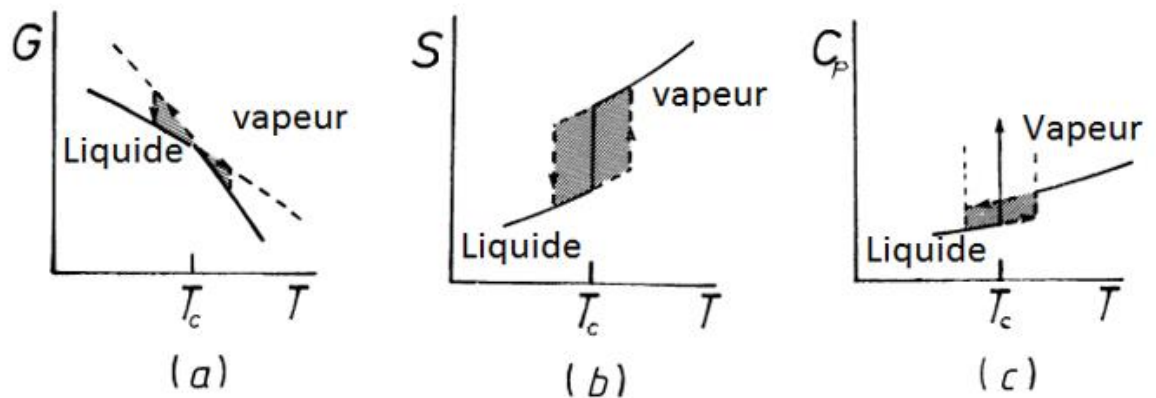


Figure I.22 : Transition de phase du premier ordre. Variation de G , S et C_p avec la température T ^[23].

Nous pouvons illustrer le changement de phase produit en modifiant la température à l'aide de graphiques dans lesquels les variations de G , S et C_p sont tracées en fonction de la température T (Figure I.22). La figure I.22 (a) montre la variation de l'énergie libre de Gibbs G avec la température et on peut voir que l'énergie libre diminue avec l'augmentation de la température.

Les pointillés hachurés et les zones hachurées correspondent à la surchauffe et à la surfusion. La figure I.22 (b) montre la variation d'entropie dans les deux phases avec une entropie beaucoup plus grande dans la phase vapeur. Le saut en entropie lors de la transition de phase est égal à :

$$\text{Apport de chaleur} * \text{température}$$

Qui est aussi égal à :

$$\text{Chaleur latente} * \text{température.}$$

La zone hachurée correspond au chauffage (effet d'hystérésis) dû à la surchauffe et à la surfusion. La figure I.22 (c) montre la variation de la chaleur spécifique, y compris le fait qu'elle devient infinie pour une transition de phase brusque lorsque l'apport de chaleur produit une réorganisation mais pas de variation de température.



Chapitre II :
Film de savon et transition
de phase



Chapitre II : Film de savon et transition de phase

II-1- Introduction

Pour pouvoir démontrer les transitions de phase nous allons étudier les changements de forme d'un film de savon, à l'aide d'un modèle à film de savon représenté sur la figure II.4 (page 36). Il s'agit d'un modèle analogue à deux dimensions réalisé avec des feuilles de plexiglas entre lesquelles sont placées quatre broches dont deux sont mobiles et les deux autres fixes. La transition est induite pas la variation d'un paramètre de contrôle externe, et permettant de simuler les transitions dans les changements d'état de la matière. La thermodynamique de ces transitions sera abordée plus loin.

II-2- Modèles simples à deux dimensions

II-2-1- Films réunissant un motif triangulaire

Il est évident que la longueur minimale entre deux broches est une ligne droite, mais pour joindre les trois sommets d'un triangle équilatéral trois bras de film se rejoignent au centre du triangle, avec un angle de 120° entre chaque deux bras.

Si a est la longueur qui sépare deux sommets (distance entre deux broches), alors la longueur de chaque bras vaut $a/\sqrt{3}$.

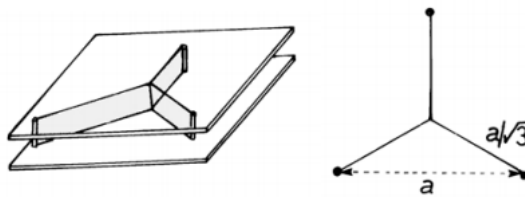


Figure II.1 : Modèle d'un film à deux dimensions disposées entre trois sommets d'un triangle équilatéral ^[4].

II-2-2- Films réunissant un motif carré

Si maintenant, on dispose quatre broches aux sommets d'un carré, la configuration du film est plutôt surprenante, elle prend la forme d'un **H** déformé avec des angles de 120° entre chaque deux bras du film, cette configuration permet d'obtenir la longueur minimale. Le plus intéressant, c'est le fait que deux positions du film (figure II.2) sont possibles et équivalentes (l'une en continu et l'autre en pointillé).

Soit a longueur du côté du carré. Si le film relie directement les quatre sommets deux à deux on obtient une longueur totale du film de $4a$, si le film forme une croix joignant des angles opposés avec les bras du film se coupant à 90° , cette configuration donnerait une longueur totale de $2\sqrt{2}a$. Mais pour une configuration en forme de **H**, on obtient une longueur totale du film de $a + \sqrt{3} a$ (longueur minimale).

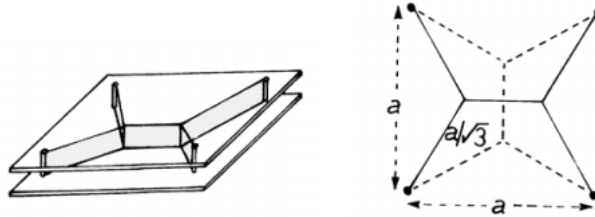


Figure II.2 : Modèle d'un film à deux dimensions disposées entre quatre sommets d'un carré^[4].

II-2-3- Films réunissant un motif pentagone

Pour cinq broches disposées symétriquement aux angles d'un pentagone, la configuration du film minimale pour joindre les cinq broches est montrée dans la figure II.3

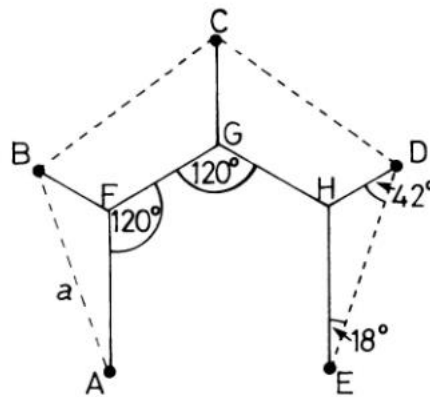


Figure II.3 : Modèle d'un film à deux dimensions disposées symétriquement aux angles d'un pentagone^[4].

II-3- Modèle 2D pour une transition de phase du premier ordre

Dans la section précédente, nous avons montré des modèles bidimensionnels simples de films de savon et constaté qu'il est facile de calculer la longueur totale du film. Nous verrons dans ce qui suit les changements d'énergie pour les transformations dans les modèles du film.

On dispose d'un modèle à quatre broches (**A**, **B**, **C** et **D**), disposées aux sommets d'un rectangle, avec les broches **C** et **D** mobiles. Dans un premier temps les broches sont disposées en carré ($AC=AB$), on peut obtenir l'une des configurations (montrée dans la figure II.4), si on fait déplacer les broches **C** et **D** tout doucement en gardant **A** et **B** fixes. Il est facile de voir le film basculer entre ces deux configurations tout en conservant sa forme d'équilibre.

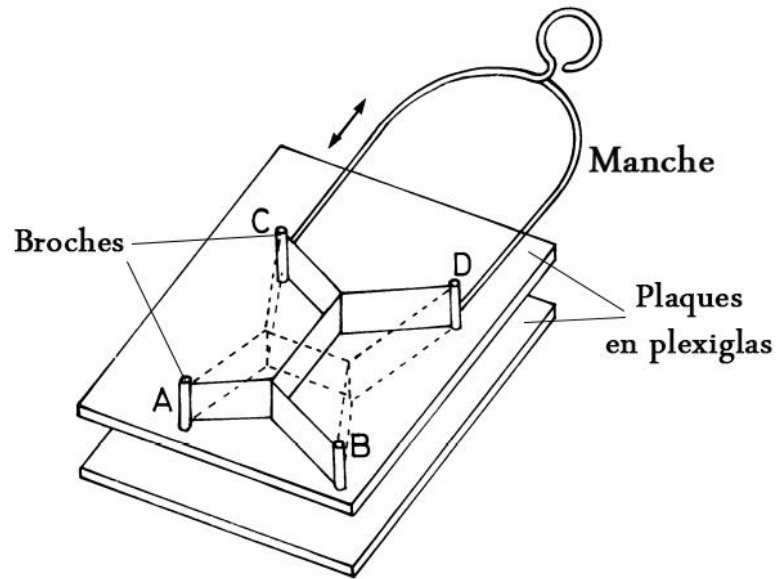


Figure II.4 : Modèle à quatre broches pour démontrer une transition de phase du premier ordre ^[23].

II-3-1- Les différentes étapes de la modification de la forme du film de savon

II-3-1-1- Broches rapprochées

Quand la paire de broches mobiles **CD** est à proximité de la paire de broches fixes **AB** (figure II.5 (a)), les films se rencontrent aux deux points de jonction en formant des angles de 120° selon la disposition en pointillé de la figure II.4. La longueur totale du film vaut $L = a + \sqrt{3} x$ (voir section II.3.2 plus bas)

Si nous soufflons sur la partie centrale du film (le pont) en direction de **AC**, celui-ci se déforme mais revient à sa position initiale qui correspond à la position d'énergie minimale (de longueur minimale). Ceci est illustré sur la figure II.5 (a) donnant la variation de l'énergie (ou de la longueur) du film en fonction du paramètre de contrôle a/x .

II-3-1-2- Eloignement des deux paires de broches

On déplace lentement **C** et **D** vers l'extérieur (figure II.5 (b, c, d)), le film prend progressivement sa forme d'équilibre correspondant au puits d'énergie. La courbe d'énergie varie en fonction du paramètre x (la distance entre **AC/DB**). Lorsque la longueur x devient égale à ' a ' (les broches forment un carré) deux puits d'énergie coexistent mais il faudrait une énergie importante pour passer d'un puits vers l'autre (figure II.5 (b)).

On continue de déplacer **C** et **D**, le film se trouve toujours dans un puits d'énergie, mais en revanche la configuration alternative a maintenant une énergie inférieure. Le film se trouvant dans un minimal local, ne peut pas évoluer vers l'autre configuration à cause du maximum local qui sépare les deux puits (figure II.5 (c)).

Si on continue de tirer les deux broches **C** et **D** vers l'extérieur pour les éloigner davantage des broches fixes **A** et **B**, il arrive un moment où le film décroche et passe instantanément vers l'autre configuration (figure II.5 (d)). On peut continuer à tirer les broches **C** et **D** vers

l'extérieur, mais cela ne fait qu'augmenter la longueur totale du film et rendre le puits d'énergie unique encore plus prononcé.

II-3-1-3- Rapprochement des broches

Les mêmes étapes citées préalablement se reproduisent lorsqu'on procède au rapprochement des broches **BD** et **AC** (figure II.5 (e, f, g)). Le film se trouve dans un puits d'énergie unique puis il se forme un deuxième puits équivalent au premier. En continuant à réduire la distance entre les deux paires de broches, le deuxième puits devient plus prononcé jusqu'à ce que les deux puits deviennent identiques, le film passe ensuite instantanément vers l'autre configuration.

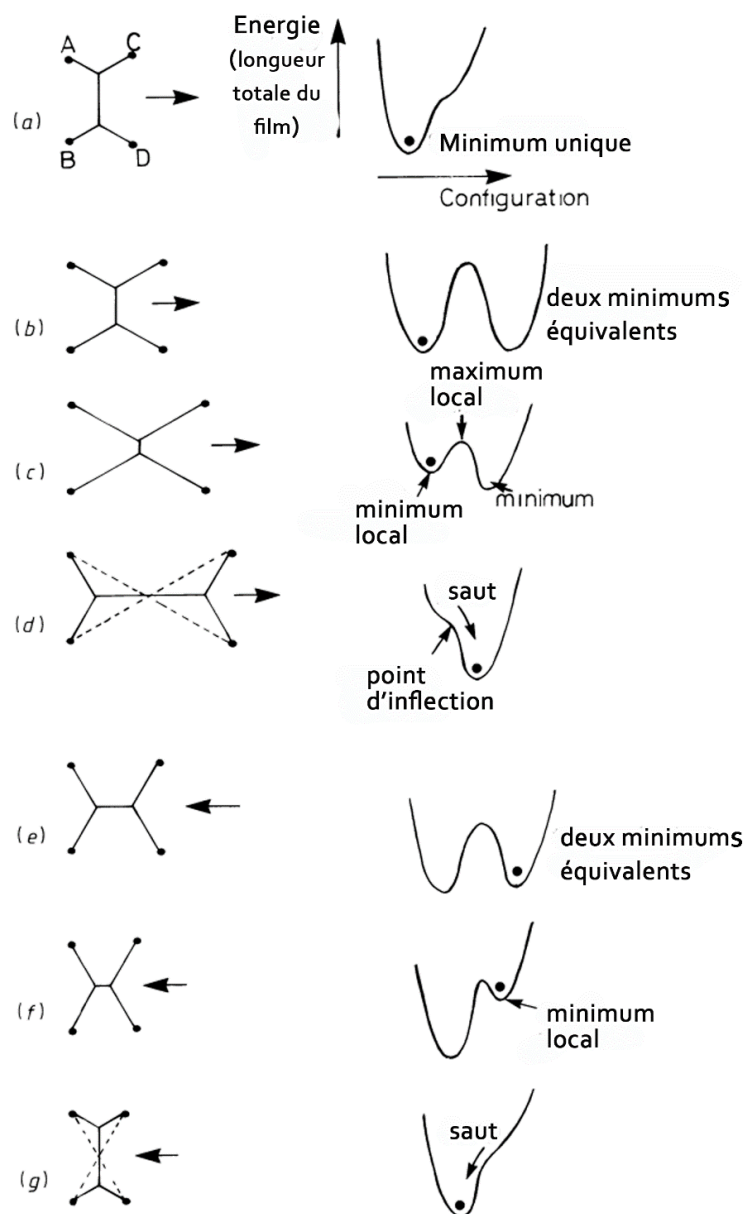


Figure II.5 : Longueur du film (énergie) en fonction de la configuration des motifs de films pour les quatre broches ^[23].

II-3-2- Evolution de la longueur du film au cours de l'expérience

La figure II.6 montre la variation du rapport L/a (L est la longueur totale du film) en fonction de la variation du paramètre x/a , où x est la distance entre **BD** et **AC** (figure II.7)

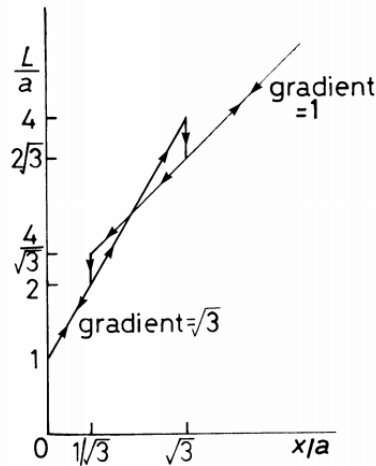


Figure II.6 : Variation de la longueur du film en fonction du paramètre de contrôle x [23].

II-3-2-1- Pour une distance courte entre les broches fixes et les broches mobiles

Lorsque les deux paires de broches **A, B** et **C, D** sont très proches l'une de l'autre, tel que x est petit, il se forme quatre bras de longueur $x / \sqrt{3}$ avec un pont central de longueur $a - x / \sqrt{3}$ (figure II.7 (a)), ce qui donne une longueur totale de film :

$L = 4 \times \text{la longueur du bras} + \text{la longueur du pont central}$

$$L = 4 \times \frac{x}{\sqrt{3}} + a - \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$L = a + \frac{3x}{\sqrt{3}}$$

$$L = a + \sqrt{3} x \quad \text{Eq II.1}$$

Le film garde cette configuration jusqu'à ce que la longueur du pont tende vers zéro, cela a lieu pour $x = \sqrt{3} a$ et la longueur totale du film vaut $L = 4a$.

II-3-2-2- Longueur du film après la transition

Après le point de transition, le film prend une configuration où la longueur des quatre bras vaut $a / \sqrt{3}$, et celle du pont central $x - a / \sqrt{3}$ (figure II.7 (b)), donc :

$$L = 4 \times \frac{a}{\sqrt{3}} + x - \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$L = x + \frac{3a}{\sqrt{3}}$$

$$L = x + \sqrt{3} a \quad \text{Eq II.2}$$

On peut ainsi calculer la longueur du film pour différentes valeurs de x .

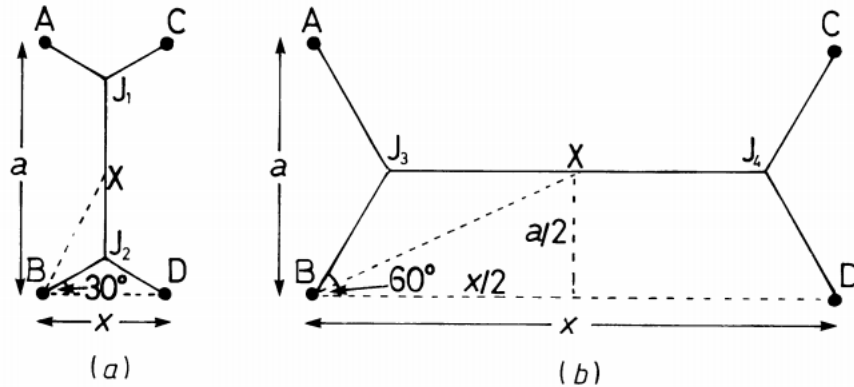


Figure II.7 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches.
 (a) Paires de broches rapprochées. (b) Paires de broches éloignées^[23].

II-3-2-3- Rapprochement des paires de broches

Lorsqu'on commence à réduire la distance x qui sépare les broches, on procède de la même façon (voir sections II-3-2-1 et II-3-2-2) pour calculer la longueur du film, lorsque la séparation x vaut $a / \sqrt{3}$, la transition a lieu.

II-3-2-4- Récapitulation

La combinaison de toutes ses données nous permet d'obtenir le graphe de la figure II.6. La longueur totale du film est une mesure directe de l'énergie du film. Pour une valeur arbitraire de $a=2$, le programme Mathematica donné en Annexe I programme 02 retourne la courbe donnée sur la figure II.8 qui montre les discontinuités du film au moment de la transition aussi bien à l'aller (quand on éloigne les deux paires de broches qu'au retour, lorsqu'on les rapproche de nouveau).

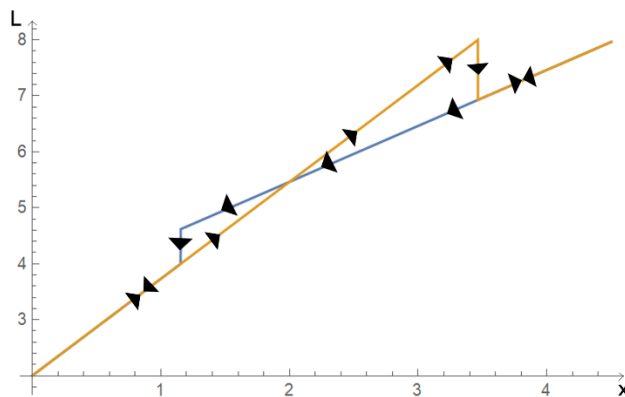


Figure II.8 : Variation de la longueur du film en fonction de la séparation x pour $a=2$.

La variation de dL/dx est donnée dans la figure II.9:

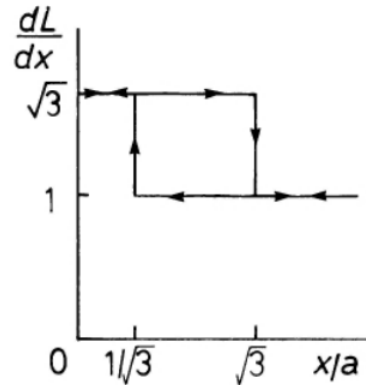


Figure II.9 : Variation de dL / dx en fonction des paramètres de contrôle x ^[23].

Nous observons un phénomène d’hystérésis, la différence des trajets est une conséquence directe de la transition du film et du changement de la configuration, qui se produit pour deux valeurs différentes de x , la première pendant l’expansion et l’autre pendant la contraction. L’air compris dans le rectangle dans la figure II.9 est équivalent au travail produit lors de la dilatation et la contraction du film.

II-3-3- Introduction aux paramètres de configuration

Dans la figure II.7 précédente, nous avons défini x comme paramètre de contrôle pour suivre les évolutions de la longueur totale du film au fur et à mesure que l’on rapproche ou que l’on éloigne les broches mobiles **CD** des broches fixes **AB**.

Sur la figure II.10 plus bas, qui représente le modèle à 4 broches avec les deux paires de broches rapprochées, nous définissons un autre paramètre de contrôle, la racine carrée de l’angle β dont le sommet est l’une des broches, par exemple la broche **B** dans la figure II.10. β est délimité par les côtés **BX** et **BJ2**. **X** est le milieu du pont **J1-J2**, **J1** et **J2** les points de jonction des 3 branches de film. **BX** est ainsi sur la diagonale qui joint deux broches opposées.

L’angle β varie selon que l’on écarte les broches **AB** et **CD** ou qu’on les rapproche les unes des autres. Sur la figure II.10, cet angle est indiqué dans le sens horaire pour les deux premières configurations (figure II.10 (a) et (b)) et, une fois la transition réalisée, le même angle est indiqué dans le sens opposé (figure II.10 (c)). Une valeur négative devrait être affectée à cet angle mesuré dans une direction anti horaire. Comme le paramètre de contrôle considéré est la racine carrée de β , nous compterons sa valeur positive quel que soit le sens de l’angle. Cependant, nous attacherons une valeur négative à $\beta^{1/2}$ lorsque l’angle β est mesuré dans le sens anti-horaire.

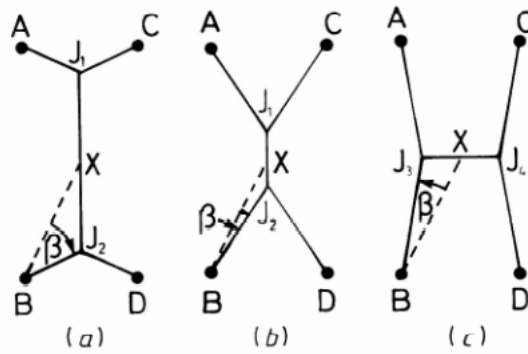


Figure II.10 : Configurations du film de savon dans le modèle à quatre broches loin de l'équilibre. Les figures (a) à (c) montrent des configurations avec des valeurs différentes du paramètre de configuration β ^[23].

Nous pouvons alors tracer l'évolution de la longueur L du film lorsque β varie.

Un exemple intéressant est celui où la séparation x vaut a (les broches forment alors un carré), BX et BD forment un angle de 45° . A l'équilibre, BJ_2 et BD forment un angle de 30° ou 60° selon la configuration (voir figure II.7). Cela signifie que la longueur (ou l'énergie) minimale du film aura lieu à des positions de $(-15)^{1/2}$ ou $(+15)^{1/2}$ soit à $(\pm 3,87)$. Le programme Mathematica de l'Annexe I programme 01 retourne la figure II.11 ci-dessous.

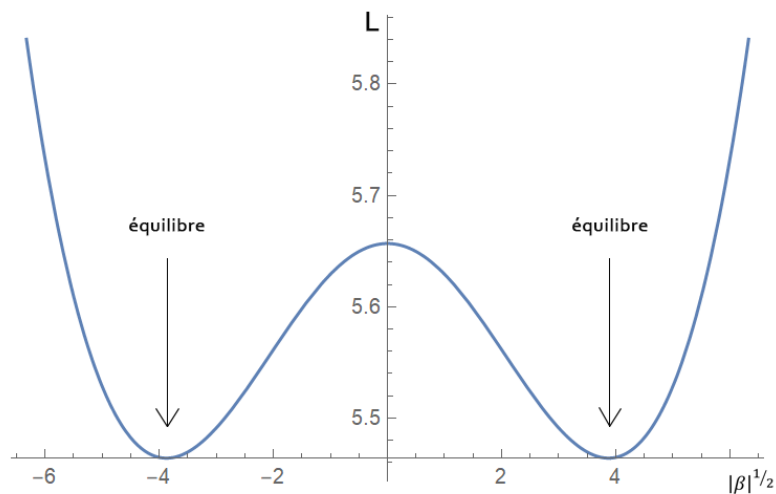


Figure II.11 : Variation de la longueur du film en fonction du paramètre de configuration $|\beta|^{1/2}$ (pour $x=a$).

II-4- Thermodynamique de la transition de phase

En thermodynamique, les transformations de phase qui accompagnent les variations d'énergie et de structures du film de savon sont liées à d'autres changements physiques qui sont traduits par des lois. Le premier principe est le point de départ approprié. Il traduit le principe de conservation de l'énergie.

Grâce aux loi thermodynamique la variation de l'énergie interne ΔU d'un système s'écrit comme suit :

$$\Delta U = Q + W \quad \text{Eq II.3}$$

Où Q est la quantité de chaleur échangée et W le travail fourni

A une température absolue T , la quantité de chaleur ΔQ absorbée par le système vaut TdS , où dS représente un élément de variation d'entropie. L'entropie peut être aussi décrite en termes de désordre au sein du système. Ainsi l'entropie d'un système isolé aura toujours tendance à croître avec le temps traduisant une tendance à aller vers un désordre toujours plus grand.

En étudiant les films de savon, nous nous intéressons aux différents motifs qu'ils peuvent former. Il n'est pas surprenant que les notions d'ordre et de désordre, et par conséquent d'entropie, y soient largement impliquées.

La variation de l'énergie interne, définie plus haut, écrite sous sa forme différentielle donne

$$dU = TdS + \text{le travail} \quad \text{Eq II.4}$$

En thermodynamique, nous considérons généralement un système fluide à la pression P . Si le système fournit du travail en exerçant une poussée (au moyen d'un piston par exemple) contre la pression P pour produire un changement de volume (dV) :

$$\text{La variation du travail} = P dV \quad \text{Eq II.5}$$

L'équation II.4 devient :

$$dU = T dS - PdV \quad \text{Eq II.6}$$

Le système fluide considéré en thermodynamique pour démontrer le premier principe existe en trois dimensions. Un film de savon est dit bidimensionnel. Il est nécessaire de remplacer la pression P par la tension superficielle $-\gamma$ pour la pellicule de savon, ou -2γ pour une pellicule bilatérale. La variation de volume dV doit être remplacée par la variation dA de la surface du film. Ainsi, le premier principe appliqué à un film bilatéral s'écrit comme suit :

$$dU = T dS + 2 \gamma dA \quad \text{Eq II.7}$$

Cette expression de dU est une équation fondamentale, mais il s'avère que l'énergie interne n'est pas très appropriée pour expliquer les changements dans les systèmes. Les thermodynamiciens utilisent plutôt les notions d'énergies libres. Il y en a deux qui s'appliquent aux systèmes fluides : l'énergie libre de Gibbs et l'énergie libre de Helmholtz.

L'énergie libre de Gibbs G est définie comme suit : $G = U - TS + PV$ Eq II.8

Sous sa forme différentielle, l'équation II.8 devient :

$$dG = dU - SdT - TdS + PdV + VdP \quad \text{Eq II.9}$$

En substituant dans cette équation II.9 l'expression de dU donnée par le premier principe, nous obtenons :

$$dG = - SdT + VdP \quad \text{Eq II.10}$$

Cette équation montre que G est une fonction de la pression et de la température. Au laboratoire, il est possible de modifier ces deux variables.

La forme différentielle de l'énergie libre de Helmholtz F est comparable à celle de l'énergie libre G . Elle est donnée par la relation suivante :

$$dF = - SdT - PdV \quad \text{Eq II.11}$$

Dans l'étude des films de savon bidimensionnels, on considère les variations de la longueur x du film, ce qui revient à considérer les variations de sa surface. Ces dernières sont comparables aux changements de pression dans un système fluide.

Dans l'équation II.10, en supposant que la pression est constante ($dP=0$), nous obtenons :

$$dG = - SdT \quad \text{Eq II.12}$$

En divisant par dT les deux membres de l'équation II.12, nous aboutissons à l'expression de l'entropie à pression constante :

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P \quad \text{Eq II.13}$$

Considérons maintenant une petite variation de l'entropie S du système. Si S augmente légèrement, une légère augmentation du désordre lui correspondra :

$$S = -\left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_P dT \quad \text{Eq II.14}$$

Comme $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ et que la chaleur spécifique à pression constante C_p vaut $\frac{\Delta Q}{\Delta T}$, alors

$$\frac{\Delta S}{\Delta T} \left(= \frac{dS}{dT} \right) = \frac{C_p}{T} \quad \text{Eq II.15}$$

D'où :

$$C_p = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_P \quad \text{Eq II.16}$$

L'énergie libre de Gibbs définit l'énergie d'un système. Sa première différentielle dG définit l'entropie du système et sa deuxième différentielle d^2G la chaleur spécifique.

Tout comme les systèmes thermodynamiques qui évoluent spontanément vers un état stable où leurs énergies libres sont minimales, le film de savon aura tendance à évoluer vers un état d'énergie minimale en minimisant sa surface.

II-5- Problème de Steiner

Etant donné un ensemble P de points, le problème de Steiner consiste à trouver le réseau le plus court reliant tous les points de l'ensemble P . La solution optimale à ce problème est appelée arbre minimum de Steiner pour P . Cet arbre peut bien avoir des sommets qui ne sont pas dans P , ces sommets sont appelés nœuds de Steiner ou points Steiner. Les films de savons peuvent servir pour résoudre, de manière analogique, ce genre de problèmes.

Lorsqu'on observe les motifs d'une mousse de savon, on constate que les films se raccordent tous en faisant des angles de 120° , respectant en cela les lois de Plateau décrite dans la **section I-2-4**. En fait, il n'existe pas de solution générale pour joindre n points, mais il est aisé de voir que tous les chemins se rencontrent en formant des angles de 120° . Le nombre maximal d'intersections nécessaires pour lier ces points est $(n - 2)$, mais le nombre d'intersections peut prendre n'importe quelle valeur dans la plage de 0 à $(n - 2)$ en fonction de l'arrangement géométrique d'origine des points de départ^[4].

Nous examinerons comment les films de savon peuvent résoudre ce problème pour relier les principales villes du pays au moyen d'un *arbre minimal* à l'aide d'un modèle réduit où chaque ville est matérialisée par une broche fixée entre deux feuilles de plexiglas.



Partie 02 :
Partie
expérimentale





Chapitre III :
Partie expérimentale



Chapitre III : Partie expérimentale

III -1- Introduction

Dans cette dernière partie, nous allons simuler la transition de phase de premier ordre à l'aide des films de savon. Pour le faire, nous avons utilisé un modèle analogique représenté sur la figure 04 dans la section Introduction. Le dispositif est décrit plus en détail dans **la section II-3**. Les expériences consistent à déplacer les deux broches mobiles par rapport à la paire de broches fixes et à suivre l'évolution du film de savon qui relie les quatre broches **A, B, C** et **D**. Il est possible de mesurer les longueurs du film ainsi que les angles formés par les raccordements de ces films qui se rejoignent avec des angles de 120° conformément aux lois de Plateau.

III -2- Produits utilisés

Le film de savon doit être suffisamment élastique pour ne pas se rompre durant les expériences. Il est indispensable d'ajouter à l'eau savonneuse des agents stabilisateurs qui augmentent la viscosité du film et sa rigidité. La solution contient les ingrédients suivants :

- Liquide vaisselle (de marque Test),
- L'eau de robinet,
- Glycérine (pureté 87%, Masse Molaire 92,09g/mol, formule brute $C_3H_8O_3$)
- Saccharose (pureté 87%, Masse Molaire 342,3g/mol, formule brute $C_{12}H_{22}O_{11}$).

III -3- Formulation de solution savonneuse

- Verser 6 litres d'eau de robinet dans un grand seau,
- Ajouter 1500 mL de liquide vaisselle et bien mélanger,
- Ajouter 300 mL de glycérine et 240g de Saccharose et mélanger de nouveau.

Un grand volume de solution moussante est en effet nécessaire pour pouvoir immerger les modèles en plexiglas)

III -4- Protocole opératoire

- Immerger le modèle dans la solution puis le retire. Eviter la formation de bulles entre les plaques de plexiglas,

- Poser le modèle sur une surface horizontale et suivre la variation de la longueur du film qui se forme entre les broches en déplaçant les deux broches mobiles du modèle (variation de la distance x),
- Prendre en photo les différentes positions du film. Mesurer les angles et les longueurs de films à l'aide du logiciel « Mesurim » ^[24].

III -5- Le logiciel « Mesurim »

Mesurim est un logiciel réalisé par Jean-François Madre, destiné à faire différents types de travaux sur les images numérisées, essentiellement la mesure de longueur, de surface et des angles. **Mesurim** propose un mode d'emploi suffisamment simple dont les étapes sont les suivantes :

- La première étape est d'ouvrir la photo et définir l'échelle comme étalonnage en faisant correspondre une longueur de référence connue sur l'image, les figures III.1 et III.2 montrent l'interface du logiciel lors de la procédure de l'étalonnage.
- A l'aide du curseur, tracer un segment de droite et indiquer la longueur correspondante. Le logiciel enregistre l'échelle définie.

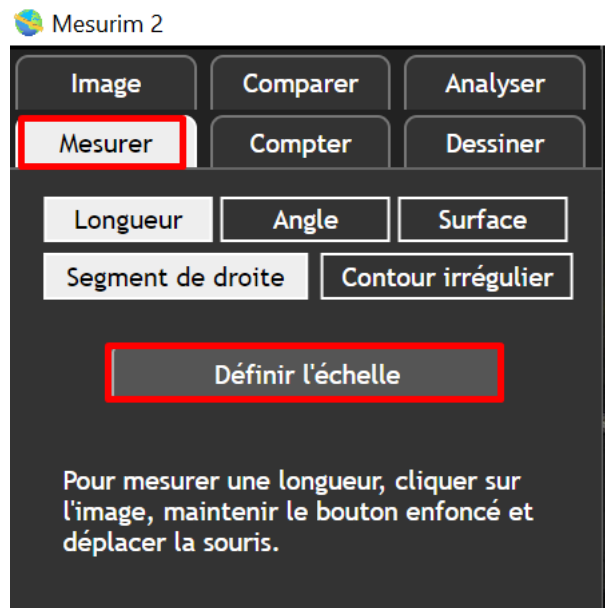


Figure III.1 : L'interface du logiciel **Mesurim** lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films (étape 01).

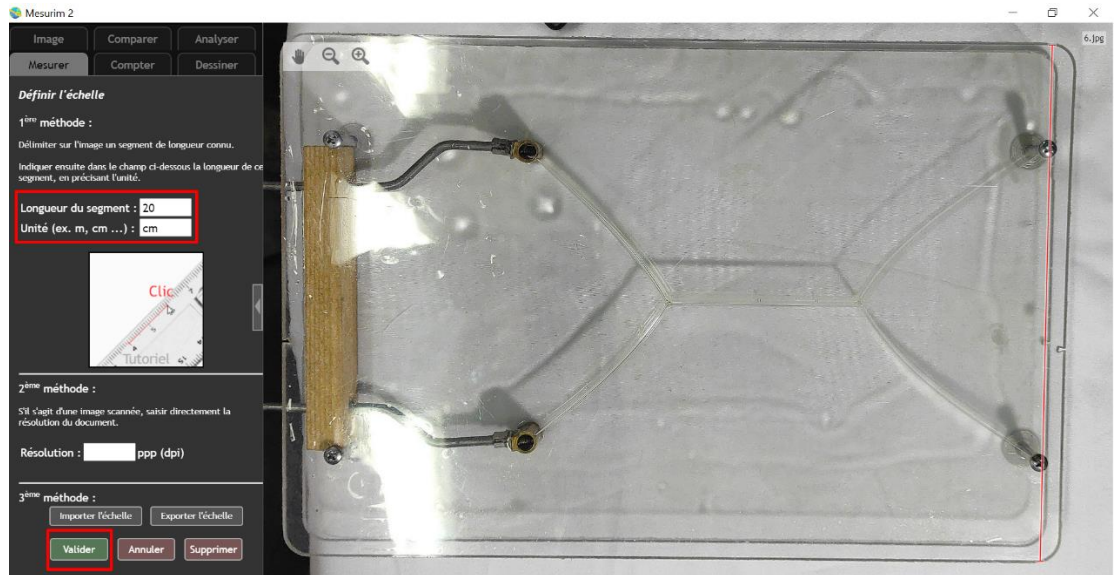


Figure III.2 : L'interface du logiciel **Mesurim** lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films (correspondre une longueur de référence).

- Une fois l'échelle définie, évaluer la longueur du film en décrivant la longueur avec le curseur, la longueur s'affichera directement sur l'image.
- Mesurer les angles en cliquant sur le bouton Angle, et en délimitant l'angle entre les deux films (figure III.3).

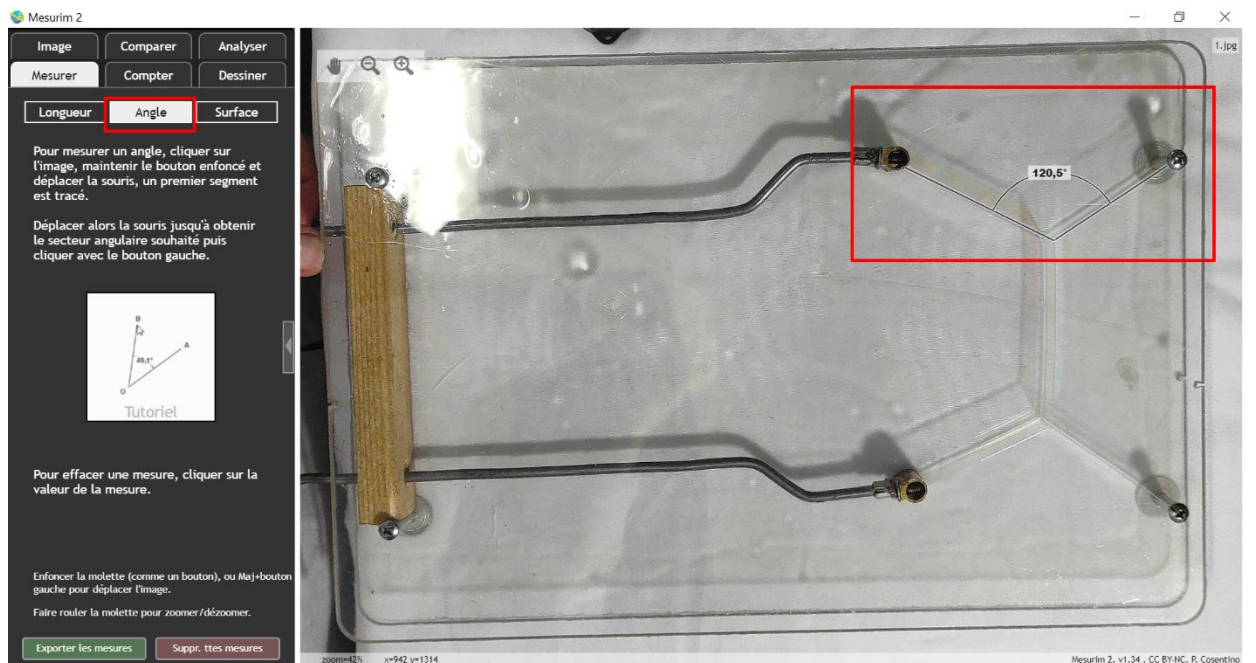


Figure III.3 : L'interface du logiciel **Mesurim 2** lors de la mesure de l'angle.

III -6- Résultats obtenus

III-6-1- Modèles simples à deux dimensions

Dans ce cas, nous allons reprendre les expériences déjà réalisées par CHAIMA TORKI en 2017 [25], qui consiste à faire tremper les motifs en forme de tétraèdre et en forme de carré dans la solution savonneuse. Les résultats obtenus sont présentés par la suite.

a. Cas d'un motif triangulaire :

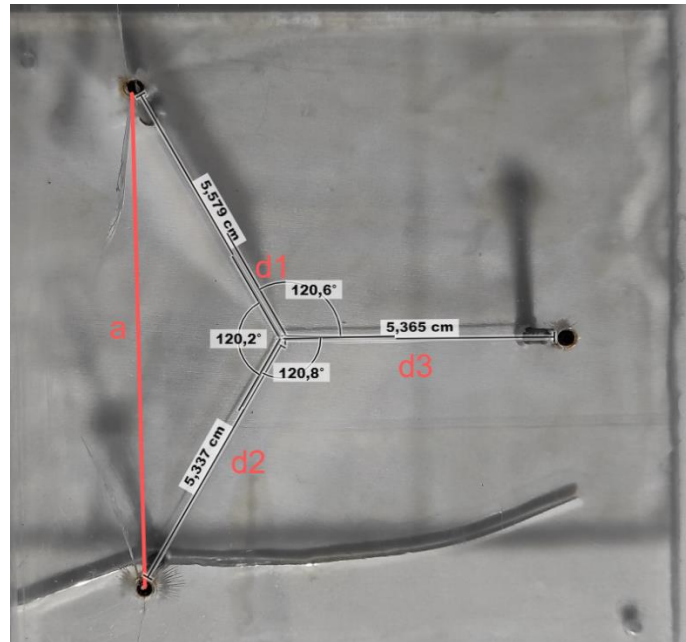


Figure III.4 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral

Tableau III.1 : Longueur du film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.

Segment	d1	d2	d3	Longueur totale
Longueur mesurée (mm)	55,79	53,37	53,65	162,81
Résultat théorique ($a/\sqrt{3}$) (mm)	57,73	57,73	57,73	173,21
Erreur %	3,36	7,55	7,06	6,00

b. Cas d'un motif carré

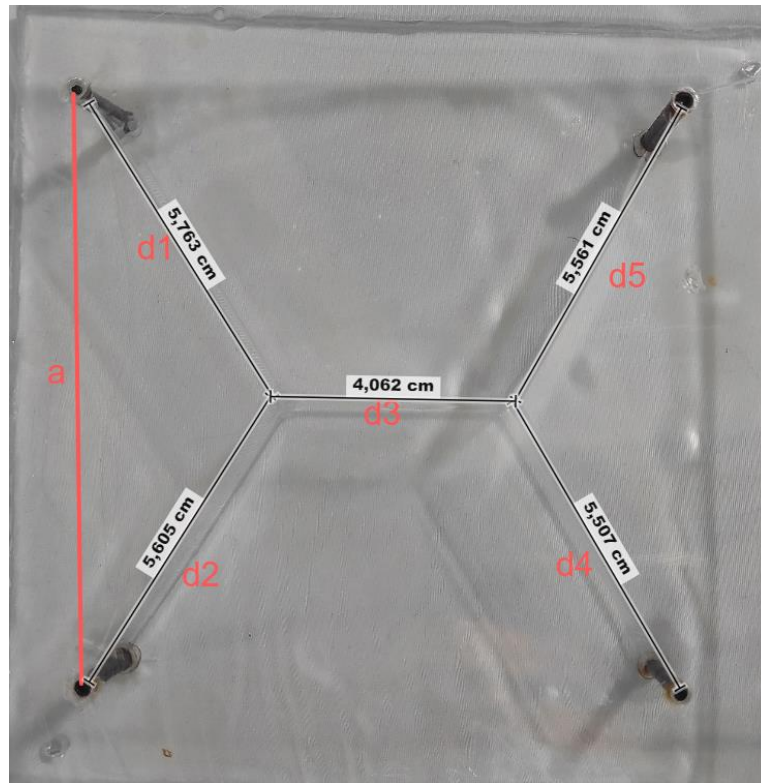


Figure III.5 : Modèle de film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.

Tableau III.2 : Longueur du film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.

Segment	d1	d2	d3	d4	d5	Longueur totale
Longueur mesurée (mm)	57,63	56,05	40,62	55,07	55,61	264,98
Résultat théorique (mm)	$a/\sqrt{3}$ = 57,73	$a/\sqrt{3}$ = 57,73	$2,732 a$ = 27,32	$a/\sqrt{3}$ = 57,73	$a/\sqrt{3}$ = 57,73	258,24
Erreur %	0,17	2,91	48,68	4,61	3,68	2,61

Remarque : pour le pont central on remarque une erreur importante, car la photo était prise avant la stabilisation du film.

III-6-2- Modèle 2D pour une transition de phase du premier ordre

Considérons le modèle du film bidimensionnel à quatre broches illustrées sur la figure II.4.

On note d1, d2, d3, d4 et d5 les différents segments du film.

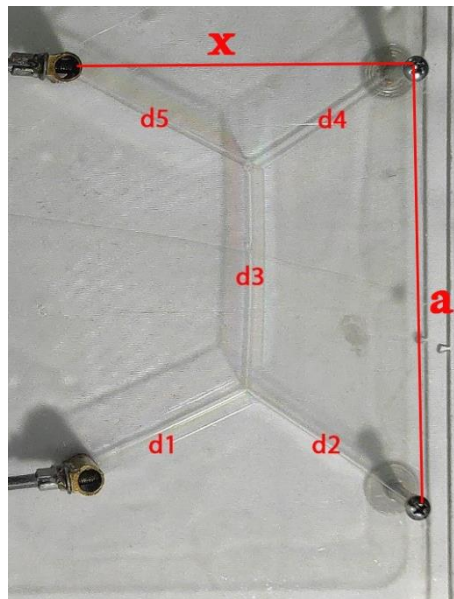


Figure III.6 : Modèle à quatre broches dont deux mobiles, indiquant les différents segments du film.

a représente la longueur entre les broches fixes (entre A et B et entre C et D), et **x** représente la longueur variable.

a. Une petite séparation entre les broches :

Une fois le modèle retiré de la solution savonneuse, on rapproche les deux paires de broches l'une de l'autre en poussant sur la poignée reliée aux broches mobiles. On obtient le motif « en H » montré dans la figure II.5 :

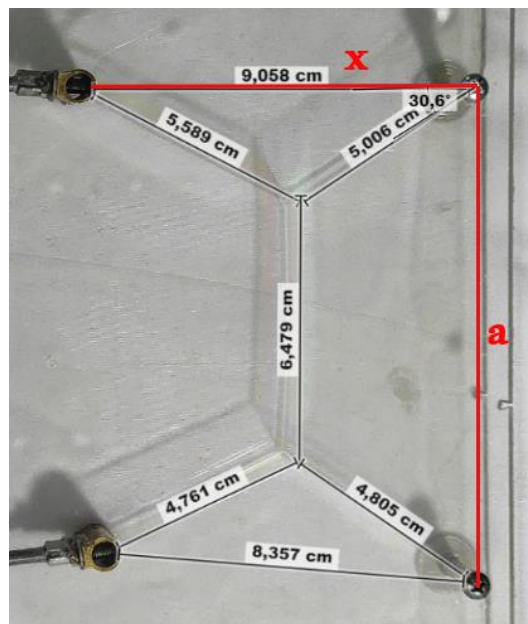


Figure III.7 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, pour une petite séparation entre les broches.

Les résultats de mesure de la longueur du film sont donnés dans le tableau III.3 :

Tableau III.3 : La longueur du film dans le cas d'une petite séparation entre les broches ($x=90\text{mm}$).

Segment	d1	d2	d3	d4	d5	Longueur totale
Longueur mesurée (mm)	48,05	47,61	64,79	50,06	55,89	266,40
Résultat théorique (mm)	$x / \sqrt{3}$ 51,96	51,96	$a - x$ $/ \sqrt{3}$ 68,04	51,96	51,96	275,88
Erreur %	7,50	8,37	4,77	3,66	7,56	3,44

b. Au moment de la transition :

La transition aura lieu lorsque la longueur du pont tend vers zéro, théoriquement pour $x = \sqrt{3} a$, donc la longueur du film **L** vaut **4a**.

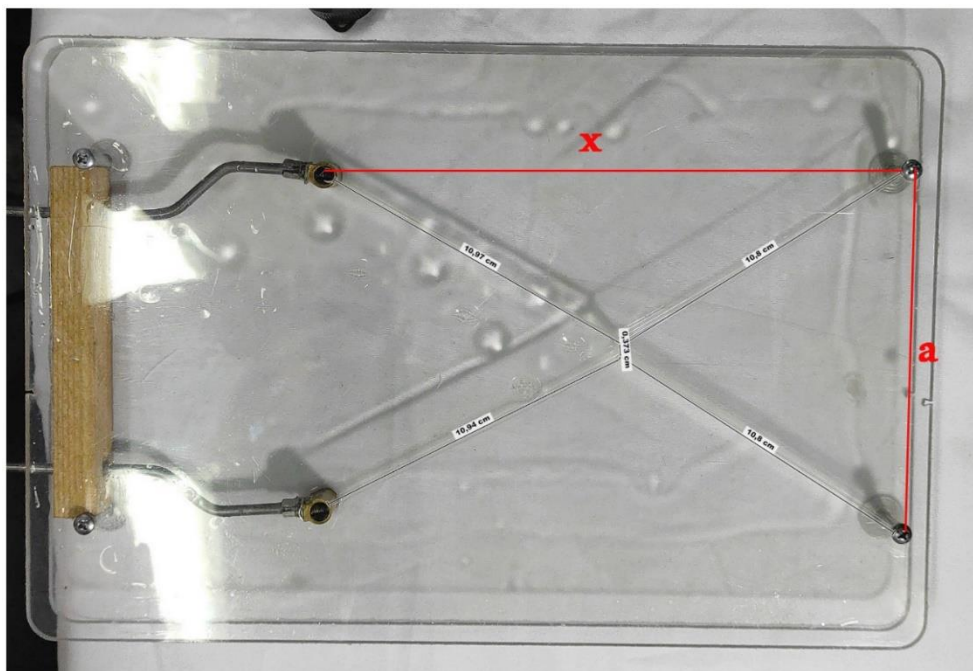


Figure III.8 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, juste avant le saut du film vers l'autre configuration (l'équivalent de la transition de phase).

Tableau III.4 : Résultats de mesure de la longueur du film au moment de la transition de phase ($x = \sqrt{3} a = 207,85$).

Segment	d1	d2	d3	d4	d5	Longueur totale
Longueur mesurée (mm)	109,40	108,00	3,73	108,00	109,70	438,83
Longueur attendue (mm)	120	120	0	120	120	480
Erreur %	8,83	10	-	10	8,58	8,57

c. Après la transition :

Après le point de transition, le film prend une configuration où la longueur des quatre bras vaut $a / \sqrt{3}$, et la longueur du pont $x - a / \sqrt{3}$

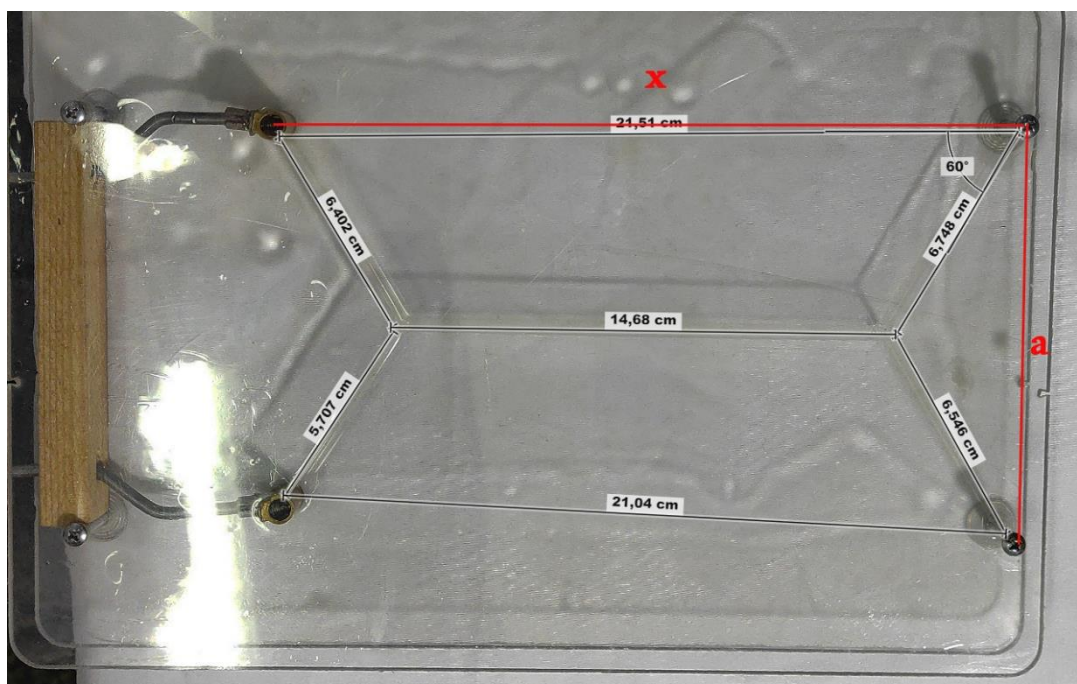


Figure III.9 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, après la transition de phase.

Tableau III.5 : Résultats de mesure de la longueur du film après la transition de phase ($x = 210\text{mm}$).

Segment	d1	d2	d3	d4	d5	Longueur totale
Résultats expérimentaux (mm)	65,46	57,07	146,8	67,48	64,02	400,83
Résultat théorique (mm)	$a / \sqrt{3}$ 69,28	69,28	$x - a$ $/ \sqrt{3}$ 140,72	69,28	69,28	417,84
L'erreur %	5,51	17,62	4,32	2,28	4,59	4,08

d. La deuxième transition :

On continue de réduire la distance, Lorsque la séparation x égale $a / \sqrt{3} = 120 / \sqrt{3} = 69,28$ la transition aura lieu.

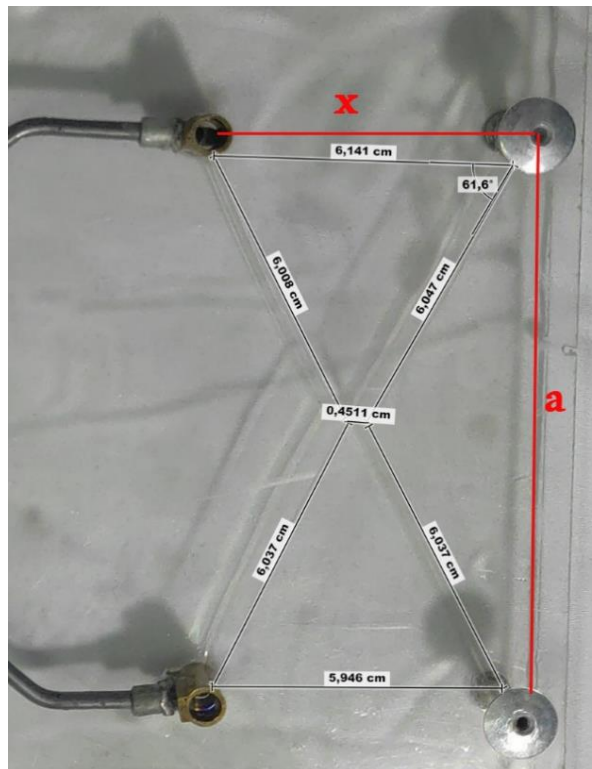


Figure III.10 : Configurations d'équilibre du film de savon dans le modèle à quatre broches, lors de la deuxième transition de phase.

Tableau III.6 : Résultats de mesure de la longueur du film lors de la deuxième transition de phase.

Segment	d1	d2	d3	d4	d5	Longueur totale
Résultats expérimentaux (mm)	60,37	60,37	4,51	60,47	60,8	246,52
Résultat théorique (mm)	$a / \sqrt{3}$ 69,28	69,28	0	69,28	69,28	277,12
L'erreur %	12,86	12,86	-	12,71	12,24	11,04

III -7- Interprétation des résultats

- Dans le modèle à quatre broches dont deux mobiles, le film formé obéit aux deux configurations déjà présentées dans le chapitre II, à savoir la transition de phase entre les deux configurations.
- Pour les modèles simples (cas d'un triangle et le cas d'un carré) les lois de plateaux sont vérifiées et on obtient les configurations citées dans la section II.2 qui correspondent à la longueur minimale qui relie des broches.
- On remarque des écarts entre la longueur du film théorique et celle obtenue expérimentalement. Ces écarts peuvent être due à plusieurs causes :
 - Les forces de frottements entre le film et les deux plaques de plexiglass
 - L'épaisseur importante des broches alors qu'en théorie c'est supposé être un point (un fil très fin).
 - Les erreurs commises lors de l'utilisation du logiciel « Mesurim », aussi l'angle de prise des photos peut induire en erreur.

III -8- Résolution d'un Problème de Steiner à l'aide des films de savon

Le problème de Steiner consiste à trouver le chemin le plus court reliant un ensemble de points. Par exemple, minimiser le chemin qui relie n villes par un réseau routier est un problème de Steiner.

Pour illustrer ce problème, nous avons utilisé un autre modèle en plexiglas (Figure III.11). Vingt-quatre broches sont serties entre deux plaques de plexiglas parallèles. Chacune des broches représente, à échelle réduite, une ville du pays. Après avoir trempé le modèle en plexiglas dans la solution savonneuse, nous le retirons pour voir comment les films de savon vont relier l'ensemble des villes. Ces films représentent les routes « de longueur totale minimale » puisque la surface du film, et donc la longueur de celui-ci, va chercher à prendre la plus faible valeur possible qui correspond à l'état d'énergie minimale.

Comme nous l'avons mentionné dans la section II.5, il n'existe pas de solution générale pour joindre n points, mais tous les chemins qui se rencontrent forment des angles de 120° . En outre, le nombre maximal d'intersections nécessaires pour lier ces points est $(n - 2)$, mais ce nombre peut prendre n'importe quelle valeur dans la plage de 0 à $(n - 2)$ en fonction de l'arrangement géométrique d'origine des points de départ.

A l'aide d'un programme en ligne ^[26] développé par Paul Laurin, utilisant l'algorithme de Kruskal, nous avons simulé le même problème (même nombre de villes, même disposition géométrique). L'arbre minimum de Steiner retourné par ce programme est donné sur la figure III.12.

Les résultats obtenus, en utilisant les films de savon (figure III.11) et le programme en ligne (figure III.12) montrent des différences dans la solution du problème

Ainsi les villes de Tamanrasset et Tindouf ne sont pas connectées dans la figure III.12 alors qu'un « raccourci » passant par Adrar et Ain Salah est proposé dans la figure III.11.

Les routes étant déjà tracées, l'intérêt de ce problème est purement académique mais illustre comment des économies substantielles pourraient être réalisées en choisissant le réseau le plus court (moins de travaux, moins de consommation de matériaux, etc.).

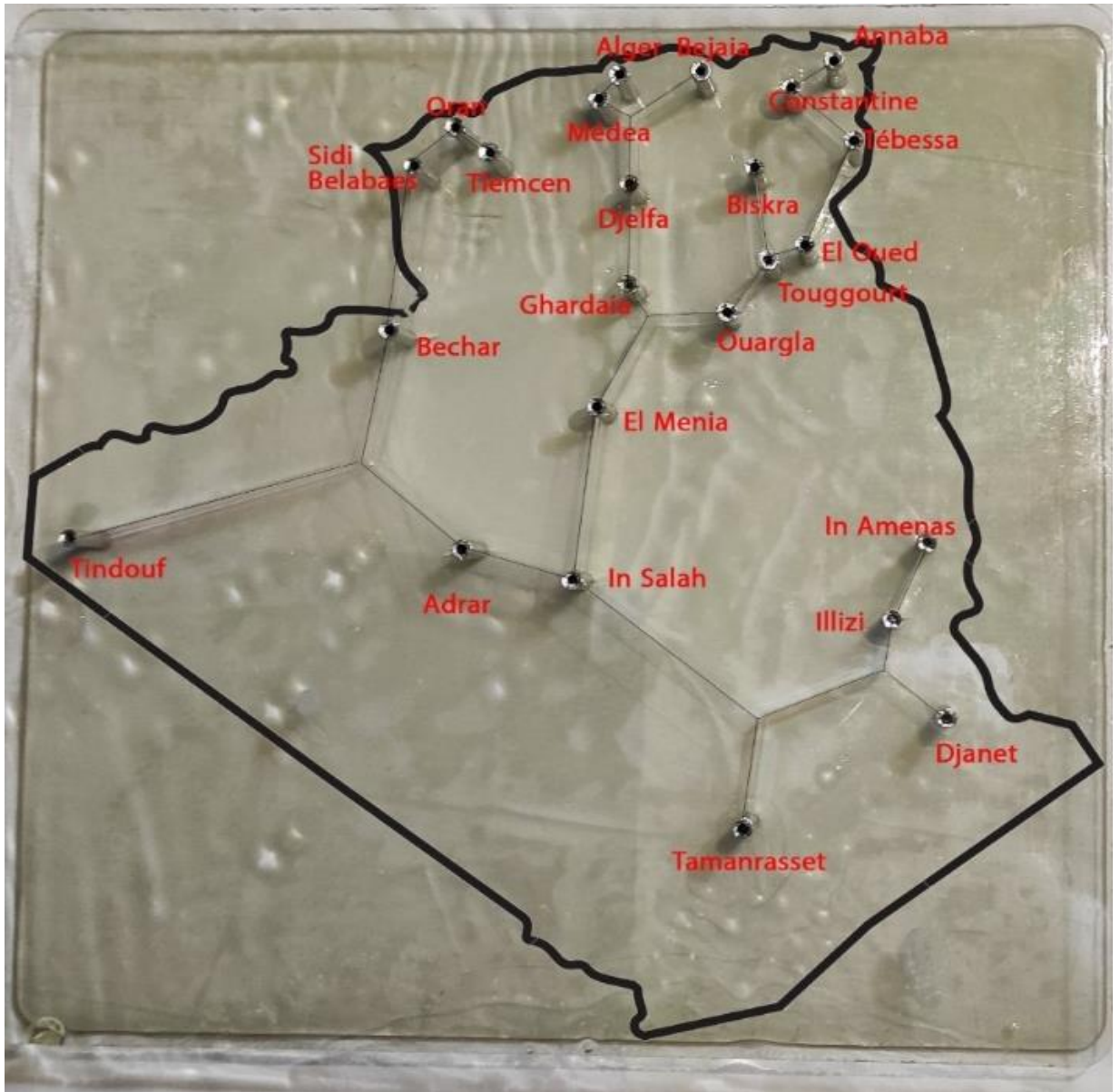


Figure III.11 : Application des films de savon à la résolution du problème de Steiner.

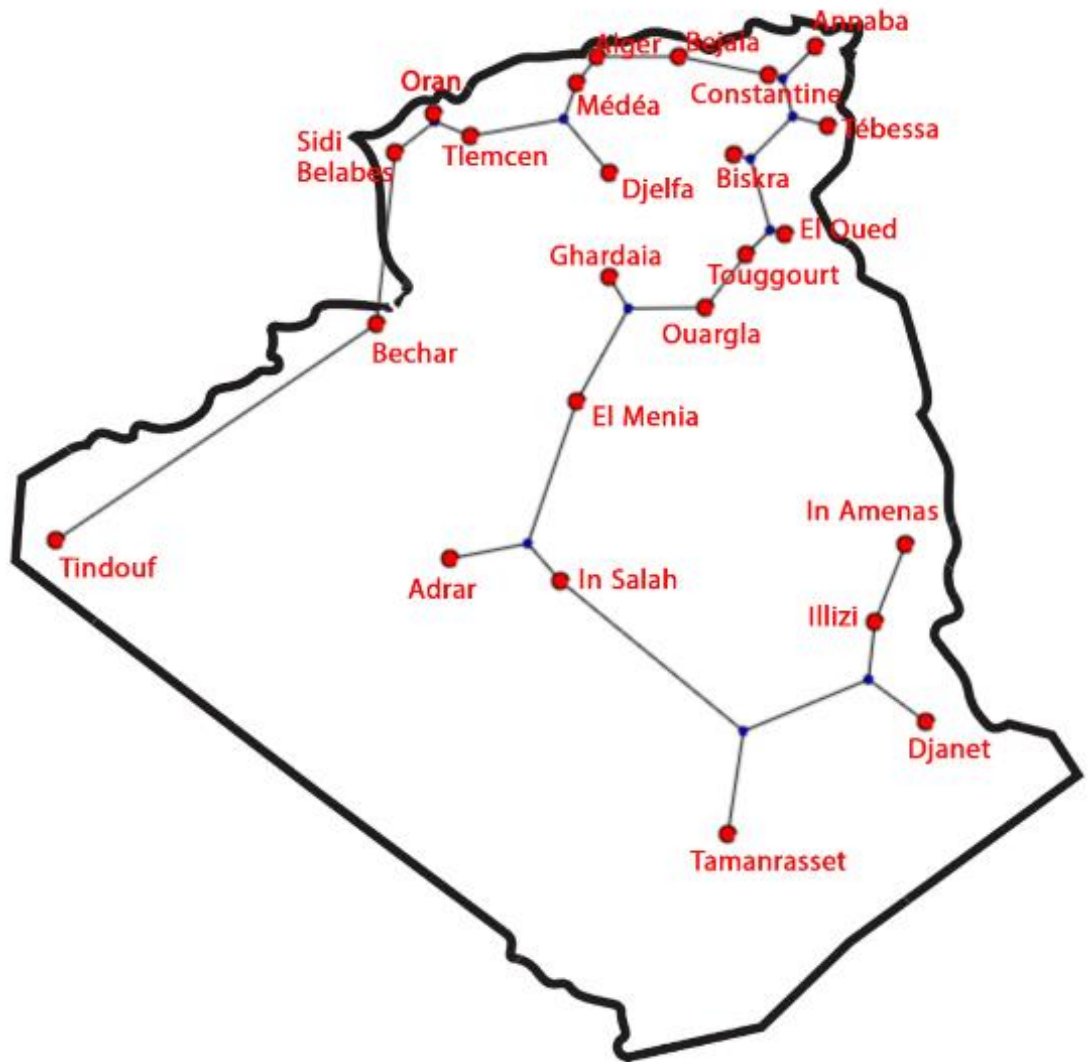


Figure III.12 : Solution retournée par un logiciel en ligne



Conclusion



Conclusion générale

L'objectif de ce mémoire était d'étudier les transitions de phase d'un film de savon en analysant la longueur du film formé. Nous avons commencé par rappeler les propriétés physico-chimiques des films et des mousses de savon, par la suite nous avons démontré la transition de phase d'un film de savon à l'aide d'un modèle à quatre broches dont deux mobiles.

Malgré la large littérature sur le sujet, les surfaces minimales soulèvent encore des questions difficiles en physique et en mathématique. Ces surfaces peuvent être facilement matérialisées à faible coût à l'aide des films de savon. Ces systèmes de savon-film peuvent présenter des comportements surprenants ayant des analogies avec les transitions de phase. Pour ces raisons, les surfaces minimales et les films de savon en particulier sont des sujets de valeur pour un enseignement qui peut aider à l'apprentissage de la physique théorique et expérimentale.

Nous avons réalisé un autre modèle en plexiglass pour examiner le comportement du film et comment ils vont relier les différentes villes de l'Algérie. Le résultat obtenu à était comparer par celle générée à l'aide d'un logiciel qui permet de donner la solution de Steiner.

L'un des défis de notre étude était de simuler le comportement du film de savon en utilisant le logiciel « Mathematica V12.2 » qui nous a permis de visualiser ces transitions, ce logiciel a été utilisé pour comprendre les transitions de phase d'un film de savon. Les simulations informatiques ou numériques sont devenues incontournables dans la science aujourd'hui, elles permettent de modéliser des systèmes naturels dans plusieurs domaines tels que la physique, la chimie et la biologie, et à comprendre le fonctionnement et les propriétés d'un système bien défini.



Bibliographie



Références bibliographique

- [1] Behroozi, F. Soap bubbles in paintings: Art and science. American Journal of Physics (2008).
- [2] Pugh, R. Soap bubbles and thin films. In Bubble and Foam Chemistry. Cambridge : Cambridge University Press (2016).
- [3] Sébastien Kosgodagan Acharige. Vibration de films de savon [en ligne]. Thèse de doctorat: spécialité Physique. Université Denis Diderot, Paris,2014. disponible sur: <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01372309>.
- [4] David Lovett, Two-dimensional Soap-film patterns in: Demonstrating Science with Soap Films, IOP Publishing Ltd (1994).
- [5] Peter Lynch.The Steiner Minimal Tree [en ligne].[consulté le 04/05/2021]. Disponible sur : <https://thatsmaths.com/2015/01/29/the-steiner-minimal-tree/>
- [6] Mag'O'Maths. Les surfaces minimales le savon à la rescousse des mathématiques [en ligne], disponible sur : <https://blogpeda.ac-bordeaux.fr/labomaths-redon-pauillac/files/2021/03/MOM5-Les-surfaces-minimales.pdf>
- [7] Tharwat F. Tadros. General introduction, In: An Introduction to Surfactants, De Gruyter (2014)
- [8] Cyril Isenberg. General Introduction, In: The science of soap film and soap bubbles, Dover Publications (1992)
- [9] Sébastien Besson. Propriétés adhésives entre deux bulles de savon [en ligne]. thèse de doctorat: Spécialité Physique. Université Pierre et Marie Curie – Paris,2007. disponible à l'adresse: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00172878v1>
- [10] Rod, Nave. HyperPhysics [en ligne]. [consulté en avril 2021]. Disponible sur: « hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/surten.html »
- [11] Cyril Isenberg. Draining and thinning of soap film, In: The science of soap film and soap bubbles, Clevedon, Avon, England: Tieto (1978). ISBN 0-486-26960-4
- [12] rachel pepling. Soap bubbles April 28, 2003, Chemical and Engineering news. disponible sur: <https://pubsapp.acs.org/cen/whatstuff/stuff/8117sci3.html#top>
- [13] Ron Hipschman.the shape of bubbles [en ligne]. [consulté en avril 2021]. disponible sur: https://www.exploratorium.edu/ronh/bubbles/shape_of_bubbles.html
- [14] Reine-Marie Guillermic. Propriétés physico-chimiques des mousses: études approfondies sur des mousses modèles et études exploratoires sur de nouvelles mousses [en ligne]. thèse de doctorat: Physique. Université Rennes 1, France, 2011.Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00573721/document>
- [15] Serge Cantat, Isabelle Cantat — «La structure de Weaire et Phelan» — Images des Mathématiques, CNRS, 2020

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

- [16] J. Plateau, Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires, Tome premier, Paris : Gauthier-Villars (1873)
- [17] Mahassine Safouane. Drainage des Mousses Aqueuses: Rôle de La Rhéologie du Fluide Moussant[en ligne].thèse de doctorat : Sciences. Université PARIS XI,2003 Paris. disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00011398>
- [18] Aymeric Mouquet. Structure et élasticité des films moussés : Effets de la distribution des tailles des bulles .thèse de doctorat : Spécialité Science des matériaux. L'UNIVERSITE PARIS-EST, Paris: Disponible à l'adresse : «<https://www.theses.fr/2018PESC1108.pdf> »
- [19] Alexandre Cohen. Dynamique rapide dans les mousses liquides : expériences de drainage et de vibration à l'échelle d'un bord de Plateau. THÈSE de doctorat : Sciences. France: UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS, 2015. [consulté en juin 2021]. disponible à l'adresse: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01220523>
- [20] Laurie Saulnier. Étude de la coalescence et du mûrissement dans les mousses liquides: des expériences modèles à différentes échelles[en ligne].thèse de doctorat : Physique. Université Paris-Sud 11, 2012.disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00831642>
- [21] Pierre Papon, Jacques Leblond et Paul H.E. Meijer, Physique des transitions de phases, concepts et applications, Editions Dunod (2002), seconde édition.
- [22] Yury Mnyukh. Vitaly J. Vodanoy, Superconducting state and phase transitions, (2017), accessible sur: <http://article.sapub.org/10.5923.j.ajcmp.20170701.03.html#Ref>
- [23] David Lovett. Soap-film and first and second-order phase transition In: Demonstrating Science With Soap Films, IOP (1994).
- [24] Jean-François Madre. Mesurim 2 téléchargeable sur : <http://acces.ens-lyon.fr/acces/logiciels/applications/mesurim>
- [25] Chaima Torki. Etude bidimensionnelle des films de savon. Mémoire de Master : en Génie Chimique. Alger: Ecole nationale Polytechnique, 2017.
- [26] Paul Laurin. Accessible sur: <https://webusers.imj-prg.fr/~paul.laurain/steiner/>



Annexe



Annexe I

Programme 01

Variation de la longueur (l'énergie) d'un film de savon en fonction du paramètre de configuration (l'angle z) :

Séparation horizontale = 0.2

Séparation verticale de 0.8 à 3.2

```

Clear[xp]

xpRange=Range[0.8,3.2,0.01];

movieVector=ConstantArray[0,Length[xpRange]];

For[i=1,i<= Length[xpRange],i++,

xp=xpRange[[i]];

phib=N[ArcTan[2/xp]/Degree];

anga=N[(g+phib) Degree,6];

m1=Solve[y-1==(x-xp)Tan[anga]&& y==0,{x,y}];

xa=x/.m1[[1]];

m2=Solve[y-1==(x-xp) Tan[anga]&& x==xp/2,{x,y}];

ya=y/.m2[[1]];

f1=N[4*Sqrt[(xp-xa)^2+1]+2xa-xp,6];

f2=N[4*Sqrt[(xp/2)^2+(1-ya)^2]+2ya,6];

zmax=N[Sqrt[85-phib]];

zmin=N[-Sqrt[phib-5]];

g=Which[z<0,-(z^2),z>=0,z^2];

f3=Which[z<0,f2,z>=0,f1];

f3e=Table[f3,{z,zmin,zmax, zmax-zmin}];

f3m=Max[f3e[[1]],f3e[[2]]];

lpos=Which[xp<1.6,zmin+1,xp>=1.6,1];

movieVector[[i]]=Show[Plot[f3,{z,zmin,zmax},PlotLabel->StringJoin["xp="

",ToString[N[xp]],AxesLabel->{Z,L}]]

```

| ANNEXE I

]

```
fileName="animation01.avi";
```

```
Export[fileName,movieVector];
```

Programme 02

Animation du mouvement des pinces, et la variation de la longueur L du film en fonction du paramètre de configuration x.

```

rt=N[Sqrt[3],6];
rtr=N[1/Sqrt[3],6];
step=N[(4-2 rtr)/20,6];
f1[xp_]:=N[6 rtr + xp,6];
f2[xp_]:=N[rt xp+2,6];
f4=Which[xp<2 rtr,f2[xp],xp>= 2 rtr , f1[xp]];
f5=Which[xp<2 rt,f2[xp],xp>= 2 rt, f1[xp]];
eplot:=Plot[{f4,f5},{xp,0,4.5},Axes->True,DisplayFunction->Identity,AxesLabel->{x/a,L/a}];
xnRange=Range[4,2 rtr, - step];
xnRange2=Range[2 rt-21 step,2rt,step];
animationvector2=ConstantArray[0,Length[xnRange]];
animationvector3=ConstantArray[0,Length[xnRange2]];
gf1=Graphics[Line[{{-0.2,1.2},{4.2,1.2},{4.2,-1.2},{-0.2,-1.2},{-0.2,1.2}}]];
For[ n =1,n<= Length[xnRange], n++,
  xn=xnRange[[n]];
  list2={{Point[{xn,1}],Point[{xn,-1}],Point[{0,-1}],Point[{0,1}]},{Line[{{xn,1},{xn-
rtr,0}},{rtr,0},{0,1}],Line[{{xn,-1},{xn-rtr,0}],Line[{{0,-1},{rtr,0}}]}}];
  g2=Graphics[list2];
  gr:=Show[gf1,g2];
  mvpoint1:=Show[eplot,Graphics[{AbsolutePointSize[10],Green,Point[{xn,f1[xn]}]}]];
  animationvector2[[n]]=Show[GraphicsGrid[mvpoint1,gr]]
];
filename="animation3graph.MP4";
Export[filename,animationvector2];
For[ n =1,n<= Length[xnRange2], n++,

```

ANNEXE I

```
xn=xnRange2[[n]];

mvpoint2:=Show[epplot,Graphics[{ AbsolutePointSize[10],Green,Point[{xn,f2[xn]}]}]];

list3={ {Point[{xn,1}],Point[{xn,-1}],Point[{0,-1}],Point[{0,1}]},{Line[{ {xn,1},{xn/2,(1-(xn
rtr/2))}},{xn/2,((xn rtr/2)-1)},{xn,-1}]}},
Line[{ {0,1},{xn/2,(1-(xn rtr/2))}},{0,-1},{xn/2,(xn rtr/2)-1}]}];

g3=Graphics[list3];

gr2:=Show[gr1,g3];

animationvector3[[n]]=Show[GraphicsGrid[mvpoint2,gr2]]

;]

filename2="animation3graph2.MP4";

Export[filename2,animationvector3];
```

ANNEXE I

Programme 03

Animation du mouvement des pinces, et la variation du gradient (dL/dx) en fonction du paramètre de configuration x

```
rt= N[Sqrt[3],6];
rtr=N[1/Sqrt[3],6];
step=N[(4-2 rtr)/20];
f4=Which[xp<=2 rtr,rt,xp>2 rtr,1];
f5=Which[xp<2 rt,rt,xp>=2 rt,1];
eplot:=Plot[{f4,f5},{xp,0,4.5},Axes->True,AxesOrigin->{0,0.9},PlotRange-
>{{0,4.5},{0.9,1.8}},AxesLabel->{x/a,dL/dx};
xmRange=Range[4,2rtr,-step];
xmRange2=Range[2rt-16step,2rt,step];
animationxm=ConstantArray[0,Length[xmRange]];
animationxm2=ConstantArray[0,Length[xmRange2]];
gf1=Graphics[Line[{{-0.2,1.2},{4.2,1.2},{4.2,-1.2},{-0.2,-1.2},{-0.2,1.2}}]];
For[j=1,j<= Length[xmRange],j++,
xm=xmRange[[j]];
list2={{Point[{xm,1}],Point[{xm,-1}],Point[{0,-1}],Point[{0,1}]},{Line[{{xm,1},{xm-
rtr,0},{rtr,0},{0,1}]},Line[{{xm,-1},{xm-rtr,0}],Line[{{0,-1},{rtr,0}}]}]];
g2=Graphics[list2];
gr:=Show[gf1,g2];
mvpoint1:=Show[eplot,Graphics[{AbsolutePointSize[10],Point[{xm,1}]}]];
animationxm[[j]]=GraphicsGrid[mvpoint1,gr];];
animname="graph6.MP4";
Export[animname,animationxm];
For[j=1,j<= Length[xmRange],j++,
xm=xmRange2[[j]];
list3={{Point[{xm,1}],Point[{xm,-1}],Point[{0,-1}],Point[{0,1}]},{Line[{{xm,1},{xm/2,(1-(xm
rtr/2))},{xm/2,((xm rtr/2)-1)},{xm,-1}]}],
```


ANNEXE I

```
Line[{{0,1},{xm/2,(1-(xm rtr/2))}},Line[{{0,-1},{xm/2,(xm rtr/2)-1}}]];
g3=Graphics[list3];
gr2:=Show[gr1,g3];
mvpoint2:=Show[eplot,Graphics[{ AbsolutePointSize[10],Point[{xm,rt}]}]];
animationxm2[[j]]=GraphicsGrid[mvpoint2,gr2];];
animname2="graph7.MP4";
Export[animname2,animationxm2];
```