



École Nationale Polytechnique d'Alger
Département d'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus



Thèse de Doctorat en Sciences

Spécialité : Automatique

Présentée par

Nabil OUCIEF

Magistère en Contrôle et Commande de l'EMP d'Alger

Intitulée

CONTRIBUTION À LA SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS ADAPTATIFS POUR L'ESTIMATION DES DÉFAUTS DANS UNE CLASSE DE SYSTÈMES NON LINÉAIRES

Soutenue publiquement le 3 juillet 2017 devant le jury composé de :

Président	M. Fares Boudjema	Professeur à l'ENP
Directeur	M. Mohamed Tadjine	Professeur à l'ENP
Codirecteur	M. Salim Labiod	Professeur à l'université de Jijel
Examineurs	M. Djamel Boukhetala	Professeur à l'ENP
	M. Said Grouni	Professeur à l'université de Boumerdès
	M. Abdesslem Boulkroune	Professeur à l'université de Jijel

ENP 2017



École Nationale Polytechnique d'Alger
Département d'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus



Thèse de Doctorat en Sciences

Spécialité : Automatique

Présentée par

Nabil OUCIEF

Magistère en Contrôle et Commande de l'EMP d'Alger

Intitulée

CONTRIBUTION À LA SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS ADAPTATIFS POUR L'ESTIMATION DES DÉFAUTS DANS UNE CLASSE DE SYSTÈMES NON LINÉAIRES

Soutenue publiquement le 3 juillet 2017 devant le jury composé de :

Président	M. Fares Boudjema	Professeur à l'ENP
Directeur	M. Mohamed Tadjine	Professeur à l'ENP
Codirecteur	M. Salim Labiod	Professeur à l'université de Jijel
Examineurs	M. Djamel Boukhetala	Professeur à l'ENP
	M. Said Grouni	Professeur à l'université de Boumerdès
	M. Abdesslem Boulkroune	Professeur à l'université de Jijel

ENP 2017

À la mémoire de mon grand-père Mohammed,

à ma mère Tenina et mon père Messaoud,

à ma chère femme Lynda et mes adorables enfants Arwa et Adem,

à mon frère et mes sœurs.

Remerciements

Ce sujet de recherche a été proposé et dirigé par Monsieur **Mohamed Tadjine**, en tant que directeur de thèse, professeur à l'école nationale polytechnique et Monsieur **Salim Labiod**, en tant que codirecteur, professeur à l'université de Jijel. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère gratitude pour la confiance qu'ils ont eue en moi en me proposant ce sujet, pour leur patience, leur compréhension ainsi que pour leur appui constant durant toute la période de préparation de ce travail.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur **Fares Boujema**, professeur à l'ENP, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance.

J'exprime également toute ma gratitude aux membres du jury, qui ont accepté d'examiner mon travail de thèse. Merci à Messieurs **Djamel Boukhetala**, professeur à l'ENP, **Said Grouni**, professeur à l'université de Boumerdès, et **Abdesselem Boulkroune**, professeur à l'université de Jijel.

Tous mes remerciements aussi à l'ensemble de mes collègues au département d'automatique à l'université de Jijel ainsi que tous mes amis et les membres de ma famille.

En guise de conclusion, je voudrais remercier ma femme qui m'a énormément appuyée pendant ces longues années de recherche et de rédaction.

ملخص

تلقي طريقة تقدير و إعادة بناء الأخطاء في الانظمة القائمة على استعمال مراقب اهتماما متزايدا مند بضعة سنوات بسبب قدرتها على تحديد التطور الديناميكي للأخطاء. يتناول العمل المقدم في هذه الأطروحة مشكلة تقدير الأخطاء باستعمال مراقب متكيف. نعتبر تحديدا فئة من النظم الغير خطية الليبشيزية. في البداية تم عرض دراسة بيليوغرافية و الاسس النظرية للمراقب المتكيف، ثم قدمنا دراسة مقارنة بين تقنيات تشخيص الأخطاء التي تنطوي على استعمال هذا النوع من المراقبين لتقدير نموذج الأعطال الجمعية. فيما بعد تم اقتراح طريقتين منهجيتين لتصميم مراقب متكيف. حادثة هتين الطريقتين تكمن في انها تمكنان من تقدير نماذج الأخطاء التي تقع في ديناميات بعيدة عن مخارج النظام. في الاخير، لتطبيق كفو لإحدى هتين الطريقتين من اجل تقدير نموذج الأخطاء الضربية في الانظمة المشوشة، قمنا بطرح طريقة جديدة لتوليف المراقب بتعميل مصفوفاته.

كلمات مفتاحية : تقدير الأعطال، مراقب متكيف، النظم الغير خطية الليبشيزية، شرط المطابقة

Abstract

In the past few years, observer-based fault estimation and reconstruction has received an increasing interest because of its ability to determine the dynamic evolution of faults. This thesis work deals with the problem of fault estimation using adaptive observers. We consider specifically a class of Lipschitz nonlinear systems. First, a bibliographical study is conducted and the theoretical foundations of the subject are exposed. Next, a comparative study between techniques involving adaptive observers for additive fault estimation is presented. Then, two new methods for an adaptive observer design are proposed. Their novelty lies in the fact that it makes it possible to estimate the unknown parameters located in unmeasured state dynamics. Finally, to efficiently apply one of these methods to the robust multiplicative fault estimation, a new design based on a parameterization of the matrices of the observer is proposed.

Key words: Fault estimation, adaptive observer, Lipschitz nonlinear systems, matching condition.

Résumé

Depuis quelques années, l'approche d'estimation et de reconstruction des défauts à l'aide d'observateurs reçoit un intérêt grandissant à cause de sa capacité de déterminer l'évolution dynamique des défauts. Ce travail de thèse porte sur le problème d'estimation des défauts à l'aide d'observateurs adaptatifs. On considère spécifiquement une classe des systèmes non linéaires lipschitziens. Premièrement, une étude bibliographique est réalisée et les fondements théoriques du sujet sont exposés. Ensuite, une étude comparative entre les techniques d'estimation des défauts additifs à l'aide d'observateurs adaptatifs est présentée. Après, deux nouvelles méthodes de synthèse d'un observateur adaptatif sont proposées. Leur originalité réside dans le fait qu'elles permettent d'estimer les paramètres inconnus situés dans des dynamiques non mesurées. Enfin, pour appliquer efficacement l'une de ces méthodes à l'estimation robuste des défauts multiplicatifs, une nouvelle méthode de synthèse de l'observateur à base d'un paramétrage de ces matrices est proposée.

Mots clés : Estimation des défauts, observateur adaptatif, systèmes non linéaires lipschitziens, condition de recouvrement.

Table des matières

Tables des figures

Liste des tableaux

Notations

Introduction générale	13
1 Généralités sur le diagnostic de défauts et les observateurs adaptatifs	17
1.1 Introduction	17
1.2 Notions de base sur le diagnostic de défauts dans les systèmes dynamiques	17
1.2.1 Terminologie	17
1.2.2 Types de défauts	18
1.2.3 Modélisation des défauts	19
1.3 Techniques du diagnostic à base d'observateur	23
1.3.1 Méthodes FDI	23
1.3.2 Estimation et reconstruction de défauts	24
1.4 Observateurs adaptatifs et estimation de défauts	27
1.4.1 Revue de la littérature	27
1.4.2 Types des observateurs adaptatifs	29
1.5 Formes des observateurs d'état adaptatifs non linéaires	30
1.5.1 Forme de l'observateur adaptatif	31
1.5.2 Forme de l'observateur d'état adaptatif pour les systèmes lipschitziens	32
1.5.3 Forme d'observateur adaptatif non linéaire (FOAN)	33
1.6 Rappels théoriques	34
1.6.1 Rappels et généralités sur l'observation des systèmes dynamiques	34
1.6.2 Observation des systèmes non linéaires lipschitziens	36
1.6.3 Quelques relations utiles	38
1.7 Conclusion	39
2 Estimation des défauts additifs à l'aide d'observateurs d'état adaptatifs	40
2.1 Introduction	40
2.2 Étude préliminaire	41
2.2.1 Classe des systèmes non linéaires considérée	41

2.2.2	Relation entre la condition de recouvrement d'observateur et la FOAN . . .	43
2.3	Estimation des défauts additifs par l'observateur d'état adaptatif conventionnel .	45
2.3.1	Synthèse de l'observateur	45
2.3.2	Formulation LMI	47
2.3.3	Extension au cas des défauts capteur	48
2.4	Observateur adaptatif à estimation rapide	49
2.4.1	Extension aux systèmes unilatéralement lipschitziens	52
2.5	Observateur adaptatif à retard	54
2.6	Observateur proportionnel intégral (PI)	57
2.6.1	Observateur PI conventionnel	57
2.6.2	Observateur PI H_∞	59
2.7	Étude comparative	61
2.7.1	Exemple de simulation	61
2.7.2	Discussion	64
2.8	Conclusion	73
3	Observateurs d'état adaptatifs pour les systèmes non transformables à la FOAN	74
3.1	Introduction	74
3.2	Formulation du problème	75
3.3	Observateur d'état adaptatif pour les systèmes non transformables à la FOAN . . .	77
3.3.1	Structure de la classe des systèmes considérée	77
3.3.2	Forme canonique	79
3.3.3	Synthèse de l'observateur	80
3.3.4	Formulation LMI	84
3.3.5	Exemple 1	85
3.4	Reconception de l'observateur d'état adaptatif	87
3.4.1	Résultat préliminaire	87
3.4.2	Conception de l'observateur	93
3.4.3	Exemple 2	94
3.4.4	Modification de l'approche de Stamnes	95
3.5	Conclusion	99
4	Estimation robuste des défauts multiplicatifs dans les systèmes non transformables à la FOAN	101
4.1	Introduction	101
4.2	Position du problème	102
4.3	Synthèse de l'observateur	103
4.4	Reconception de l'observateur d'état adaptatif par paramétrage de ses matrices .	106
4.4.1	Résultat préliminaire	107
4.4.2	Reconception de l'observateur	108
4.5	Exemple numérique	110

4.6 Conclusion	116
Bibliographie	119

Table des figures

1.1	Évolution temporelle des défauts : (a) défaut abrupt (b) défaut graduel (c) défaut intermittent.	19
1.2	Bras à liaison flexible.	21
1.3	Localisation des défauts en utilisant des résidus directionnels.	24
1.4	Principe de la reconstruction de défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement.	25
1.5	Principe de l'estimation des défauts à l'aide des observateurs des systèmes singuliers.	26
1.6	Principe de l'estimation des défauts par les observateurs adaptatifs.	26
2.1	État réel et ses estimés (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_{∞})(Test 1).	65
2.2	Évolution des erreurs d'estimation d'état (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_{∞})(Test 1).	66
2.3	Défaut réel et ses estimés (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 1).	67
2.4	Évolution des erreurs d'estimation du défaut (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 1).	68
2.5	État réel et ses estimés en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_{∞})(Test 2).	69
2.6	Évolution des erreurs d'estimation d'état en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_{∞})(Test 2).	70
2.7	Défaut réel et ses estimés en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 2).	71

2.8	Évolution des erreurs d'estimation du défaut en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 2).	72
3.1	Estimation d'état (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47)) (Test 1).	88
3.2	Erreurs d'estimation d'état (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47)) (Test 1).	88
3.3	Estimation des paramètres inconnus (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47))(Test 1).	89
3.4	Erreurs d'estimation paramétrique (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47))(Test 1).	89
3.5	Estimation d'état par l'observateur d'état adaptatif (3.19) (Ob1) et l'observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47) (Ob2)(Test 2).	90
3.6	Erreurs d'estimation d'état (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47))(Test 2).	90
3.7	Estimation des paramètres inconnus par l'observateur d'état adaptatif (3.19) (Ob1) et l'observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47) (Ob2) (Test 2).	91
3.8	Erreurs d'estimation paramétrique (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47))(Test 2).	91
3.9	Évolution de l'état et son estimé.	96
3.10	Évolution de l'erreur d'estimation d'état.	96
3.11	Paramètres réels et leurs estimés.	97
3.12	Évolution de l'erreur d'estimation des paramètres.	97
4.1	État réel et son estimé.	112
4.2	Défaut réel et son estimé.	113
4.3	État réel et ses estimés.	114
4.4	Défaut réel et ses estimés.	115

Liste des tableaux

3.1	Quelques modèles de systèmes réels vérifiant l'hypothèse 3.4.	78
-----	---	----

Notations et acronymes

Notations mathématiques

\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
\mathbb{C}	Ensemble des nombres complexes
$Re(s)$	Partie réelle du nombre complexe s
I_n	Matrice identité de dimension $n \times n$
$0_{n \times m}$	Matrice nulle de dimension $n \times m$
M^T	Transposée de la matrice réelle M
M^{-1}	Inverse de la matrice M
M^\perp	Toute matrice de plein rang dont les colonnes couvrent l'espace nul de M
$M > (\geq) 0$	La matrice M est symétrique et définie (semi-définie) positive
$M < (\leq) 0$	La matrice M est symétrique et définie (semi-définie) négative
$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix}$	Matrice symétrique, le symbole $(*)$ représente M_{12}^T
$\lambda_{max}(M)(\lambda_{min}(M))$	Valeur propre maximale (minimale) de M
$\sigma_{max}(M)(\sigma_{min}(M))$	Valeur singulière maximale (minimale) de M
$rang(M)$	Rang de la matrice M
$Diag(\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n)$	Matrice diagonale dont la diagonale est formée par λ_i ($i = 1 \dots n$)
$\ x\ $	Norme euclidienne du vecteur x
$\ M\ $	Norme induite de la matrice M
$\langle x_1, x_2 \rangle$	Produit scalaire des vecteurs x_1 et x_2
$f(x, t) \in \mathcal{C}^1$	$f(x, t)$ est dérivable par rapport à t et \dot{f} est continue.

Acronymes

FOAN	Forme d'Observateur Adaptatif Non linéaire
LMI	Inégalité matricielle linéaire (Linear Matrix Inequality)
LTI	Linéaire invariant dans le temps (Linear Time Invariant)
MIMO	Entrées multiples sorties multiples (Multiple Input Multiple Output)
PDE	Équation différentielle aux dérivées partielles (Partial Differential Equation)
PBH	Popov-Belevich-Hautus
PE	Excitation persistante (Persistent Excitation)

PI Proportionnel Intégral
SISO Mono-entrée mono-sortie (Single Input Single Output)
SPR Strictement positive réelle (Strictly Positive Real)

Introduction générale

Quel que soit le soin apporté au développement, la construction et l'exploitation des systèmes industriels, il n'est pas possible de parer les anomalies de fonctionnement imprévues qui peuvent causer des incidents dramatiques tant au niveau des installations et de l'environnement qu'au niveau de la sécurité des personnes. Ainsi donc s'explique la nécessité de la mise au point d'un système de surveillance pour valider les signaux utilisés par les organes de commande et veiller sur l'état de fonctionnement des éléments de l'installation. Le diagnostic de défauts a émergé comme une tâche fondamentale dans la fonction du système de surveillance. Aujourd'hui cette notion fait l'objet d'un grand intérêt dans les communautés scientifique et industrielle et couvre un large spectre disciplinaire et interdisciplinaire (voir par exemple les ouvrages [1, 2, 3]).

Une méthode classique pour assurer le fonctionnement d'un processus même en cas de défaillance consiste à multiplier ses éléments critiques tels que les capteurs et les actionneurs. Toutefois, en considérant les contraintes économiques et technologiques, on a intérêt à minimiser cette redondance matérielle pour réduire le coût d'instrumentation et de maintenance. C'est dans ce contexte que l'exploitation du modèle analytique du procédé dans la procédure du diagnostic prend tout son sens.

La démarche générale des approches du diagnostic à base de modèle consiste à comparer le comportement réel du processus, caractérisé par les signaux mesurés, au comportement de son modèle analytique. Toute déviation non permise entre les grandeurs mesurées et celles calculées à partir du modèle est donc révélatrice de l'apparition d'un défaut [4]. Parmi ces approches, le diagnostic à base d'observateur s'est distingué par sa richesse en algorithmes qui s'inspire directement ou indirectement des algorithmes d'observation développés dans le cadre de la commande à l'aide d'observateurs. De plus, la conception des observateurs offre des degrés de liberté supplémentaires qui permettent de mettre au point des schémas de diagnostic capables de localiser et d'identifier les défauts survenant.

L'idée classique derrière les systèmes du diagnostic à base d'observateur consiste à exploiter ce dernier comme un modèle parallèle au processus et à utiliser l'erreur de sortie comme un signal indicateur de défauts appelé *résidu*. La confrontation de ce signal à une fonction seuil doit permettre de détecter le comportement anormal du processus surveillé. La mise au point de tels systèmes peut être décomposée en trois sous-problèmes [5] :

1. Le problème de génération du résidu se penche sur la réalisation de l'observateur (ou un banc d'observateurs) et la génération du résidu à partir de la différence entre la sortie

réelle du système et la sortie estimée.

2. Le problème de détection se concentre sur la prise de décision sur la présence ou non d'un défaut en comparant le résidu à un certain seuil fixe ou adaptatif.
3. Le problème de localisation consiste à remonter à l'origine du défaut. La capacité d'isoler les défauts est fortement liée aux étapes de génération du résidu et de détection.

Un tel assortiment de fonctions complique grandement la tâche du design du système de diagnostic à base d'observateur. En outre, les informations fournies par ce système ne sont pas généralement suffisantes pour concevoir des méthodes de commande active tolérante aux défauts.

Au cours des deux dernières décennies, motivée par l'émergence de la commande active tolérante aux défauts, une partie importante des activités de recherche sur le diagnostic à base d'observateur s'est focalisée sur l'estimation et la reconstruction des défauts (fault reconstruction and estimation) [6, 7, 8]. Dans cette méthode, le problème du diagnostic est abordé d'une manière analogue à celle d'un problème d'estimation des entrées inconnues ou de paramètres incertains, c.-à-d. au lieu de générer et évaluer les résidus, l'observateur utilisé fournit conjointement les estimés de l'état et des défauts. Idéalement, cela signifie la détection, la localisation et l'identification immédiates et en une seule étape des défauts survenant. Un avantage certain de cette méthode par rapport aux techniques de génération de résidus est que l'observateur utilisé peut également servir dans la boucle de commande par retour d'état, car il est conçu de façon à préserver sa convergence même en l'occurrence de défauts.

Les approches d'estimation et de reconstruction des défauts peuvent être classées selon le type de l'observateur utilisé. On distingue principalement trois approches : la reconstruction de défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement [9, 7, 10], l'estimation des défauts capteurs à l'aide des observateurs des systèmes singuliers [11, 12, 13] et l'estimation des défauts à l'aide des observateurs adaptatifs [14, 15, 16, 17]. Il existe plusieurs facteurs qui déterminent l'utilisation de l'une ou de l'autre de ces approches, parmi lesquels les plus importants sont l'emplacement des défauts à estimer (capteurs, actionneurs ou composants) et leurs types de modélisation. Les observateurs par mode de glissement sont appropriés à reconstruire les défauts modélisés sous forme de signaux additifs survenant dans les actionneurs et les capteurs, les observateurs des systèmes singuliers sont employés uniquement pour l'estimation des défauts survenant au niveau des capteurs, et les observateurs adaptatifs sont particulièrement utiles dans le cas où les défauts sont modélisés sous forme de paramètres inconnus ou lorsque le nombre des défauts à estimer dépasse le nombre des sorties mesurées.

Contexte et objectifs

Notre problématique de thèse s'inscrit à l'intersection de deux axes importants de la discipline de l'automatique : l'observation d'état et le diagnostic à base de modèle. Les travaux présentés dans cette thèse se sont focalisés sur l'estimation des défauts en utilisant

une classe des observateurs adaptatifs appelés *observateurs d'état adaptatifs* [18, 19]. Leur particularité principale par rapport au reste des observateurs adaptatifs réside dans le fait qu'ils n'exigent pas la condition dite *d'excitation persistante* pour estimer correctement l'état du système. En outre, grâce à leur simplicité, ils permettent d'intégrer facilement certains outils d'amélioration de la robustesse développés dans le cadre des observateurs d'état et de la commande adaptative. Toutefois, leur limitation principale réside dans le fait qu'ils s'appliquent sous une condition structurelle très restrictive qui spécifie l'emplacement des défauts (ou des paramètres incertains) à estimer par rapport aux sorties mesurées.

Le but de cette thèse est d'explorer les possibilités d'alléger la condition structurelle stricte d'applicabilité des observateurs d'état adaptatifs et de proposer des méthodologies systématiques pour leur conception. Notre attention se porte spécialement sur la classe des systèmes non linéaires dits lipschitziens, c.-à-d. les systèmes avec les non-linéarités en fonction des signaux non mesurés vérifiant la condition de continuité de Lipschitz.

Apport

Les recherches effectuées dans le cadre de cette thèse ont donné lieu aux contributions suivantes :

1. Amélioration des performances de l'observateur proportionnel intégral à estimer les défauts variants dans le temps en se servant des techniques du filtrage H_∞ .
2. Mise au point d'un observateur d'état adaptatif pour une classe de systèmes non linéaires lipschitziens qui ne vérifient pas la condition structurelle exigée pour la synthèse des observateurs d'état adaptatifs conventionnels ([20, 21]).
3. Élaboration d'une nouvelle méthode systématique de synthèse d'un observateur d'état adaptatif pour une classe de systèmes non linéaires ([22]). L'originalité de cette approche est de ne pas requérir la mise du système sous une forme canonique.
4. Par souci de faciliter le calcul des gains d'une version robuste de l'observateur d'état adaptatif développé, une nouvelle conception par paramétrage de ses matrices est présentée.

Organisation de la thèse

Le plan de ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

Dans le **premier chapitre**, on réunit, dans une première partie, les définitions et les notions essentielles pour appréhender toute approche du diagnostic à base d'observateur. Dans une seconde partie, on présente une étude bibliographique sur les observateurs adaptatifs et leur application à l'estimation des défauts ainsi qu'une étude des formes spécifiques des observateurs d'état adaptatifs non linéaires. Enfin, on donne quelques notions et outils théoriques requis pour bien aborder les enjeux de ce mémoire.

Dans le **second chapitre**, on explore les solutions récentes apportées au problème d'estimation des défauts additifs par les observateurs d'état adaptatifs. L'objectif est d'investiguer les conditions structurelles requises pour la synthèse de ces observateurs, étudier la possibilité de leur extension à des systèmes non linéaires plus généraux que les systèmes lipschitziens et mener une étude comparative entre eux par voie de simulation numérique. Dans ce cadre, on propose une approche très simple pour améliorer les performances de l'observateur proportionnel intégral à estimer les défauts variants dans le temps.

Le **troisième chapitre** constitue le noyau de ce mémoire. On y propose deux approches de synthèse des observateurs d'état adaptatifs pour une classe de systèmes non linéaires qui ne vérifient pas la condition structurelle exigée pour concevoir les observateurs d'état adaptatifs conventionnels. La première approche est fondée sur une certaine forme spécifique qui explicite la structure de la classe des systèmes considérée. Quant à la deuxième approche, elle est basée sur une égalité matricielle qui spécifie l'emplacement des paramètres incertains (ou défauts) par rapport aux sorties mesurées. Ces deux solutions peuvent être utilisées pour l'estimation des défauts additifs ou multiplicatifs.

Le **quatrième chapitre** aborde l'application de la deuxième approche proposée dans le troisième chapitre à l'estimation robuste des défauts multiplicatifs. Les techniques de robustification utilisées sont les mêmes employées dans le cadre des observateurs d'état adaptatifs conventionnels. Afin de faciliter l'opération de calcul des gains de l'observateur, on propose une nouvelle conception basée sur le paramétrage de ses matrices.

Enfin, la **conclusion générale** fait le bilan des travaux effectués, les difficultés rencontrées et propose des perspectives dans la continuation des développements réalisés.

GÉNÉRALITÉS SUR LE DIAGNOSTIC DE DÉFAUTS ET LES OBSERVATEURS ADAPTATIFS

1.1 Introduction

Comme signalé dans l'introduction générale, la tendance actuelle du diagnostic à base de modèle vise à concevoir des observateurs capables d'estimer l'état et les défauts. Dans la littérature, on parle d'estimation et de reconstruction de défauts [23]. Fondamentalement, ce problème peut être envisagé de la même manière qu'un problème d'estimation de perturbations ou de paramètres inconnus. Selon le type de l'observateur utilisé, il existe principalement trois approches d'estimation et de reconstruction de défauts plus ou moins adaptées à certaines classes de défauts, à savoir : les approches à base des observateurs par mode de glissement [10, 24], les approches à base des observateurs adaptatifs [25] et les approches basées sur des techniques d'observation des systèmes singuliers [23, 24]. Dans ce cadre, les observateurs adaptatifs, qui font l'objet de l'étude effectuée dans cette thèse, occupent une place de plus en plus importante.

L'objectif de l'étude effectuée dans ce chapitre n'est pas de donner un état de l'art détaillé du spectre très large des techniques du diagnostic à base d'observateur, mais de cibler uniquement le cadre théorique et bibliographique des observateurs adaptatifs et leur application à l'estimation de défauts ainsi que de donner les notions et les outils requis pour bien aborder les enjeux de cette thèse. Cette étude sera précédée par un ensemble de définitions et d'outils de base concernant la théorie du diagnostic à base de modèle.

1.2 Notions de base sur le diagnostic de défauts dans les systèmes dynamiques

1.2.1 Terminologie

Pour enlever toute ambiguïté, le comité technique de SAFEPROCESS de l'IFAC (International Federation of Automatic Control) a produit des définitions des termes employés dans le cadre du diagnostic de défauts. Dans cette première partie, on rappelle les définitions de quelques vocables tels qu'ils ont été reproduits dans [26].

Défaut : Déviation non permise d'au moins une propriété caractéristique ou d'un paramètre

du système par rapport à sa valeur nominale.

Défaillance : Interruption permanente du système à remplir une fonction requise dans les conditions opératoires spécifiées.

Dysfonctionnement : Irrégularité intermittente dans l'accomplissement de la fonction requise du système.

Erreur : Écart entre une grandeur mesurée ou calculée et sa valeur réelle.

Résidu : Signal indicateur de défauts basés sur l'écart entre les mesures et les calculs basés sur le modèle.

Détection de défaut : Détermination si un défaut est présent dans le système ainsi que l'instant de son occurrence.

Localisation de défaut : Détermination du type, du lieu et de l'instant d'apparition d'un défaut; elle suit la détection de défaut.

Identification de défaut : Détermination du niveau de sévérité du défaut ainsi que son comportement temporel; elle suit la localisation de défaut.

Diagnostic de défaut : Détermination du type, de la taille, du lieu et de l'instant de l'apparition d'un défaut; il suit la détection de défaut et inclut l'isolation et l'identification.

La terminologie "diagnostic de défaut" est employée également pour qualifier la détection, la localisation et l'identification de défaut, par exemple à l'instar des ouvrages [27, 4]. Toutefois, puisque la détection de défaut est exclue de la définition du diagnostic de SAFEPROCESS, dans beaucoup de références, les auteurs ont été amenés à utiliser l'abréviation FDI (Fault Detection and Isolation) au lieu du vocable diagnostic.

1.2.2 Types de défauts

Les défauts peuvent survenir à cause de différentes raisons telles que le vieillissement des composants, les frottements, les défauts de construction ... etc. Selon l'organe où ils peuvent apparaître, les défauts sont classés en trois catégories principales : les défauts capteurs, les défauts actionneurs et les défauts composants.

Défauts actionneurs : Il s'agit des dérapages entre le signal fourni par l'organe de commande et celui appliqué au système par les actionneurs. Ces défauts peuvent entraîner à la dégradation des performances et même l'arrêt total du système.

Défauts capteurs : Caractérisent les déviations anormales entre les signaux réels et leurs valeurs mesurées fournies par les capteurs. Ils peuvent avoir un effet néfaste sur les systèmes bouclés, car ils entraînent à la transmission de fausses informations sur l'état du système vers l'organe de commande.

Défauts composants : Caractérisent les anomalies dans le système lui-même. Ce type de défaut provoque un changement de la dynamique du système à la suite d'un changement de ses paramètres.

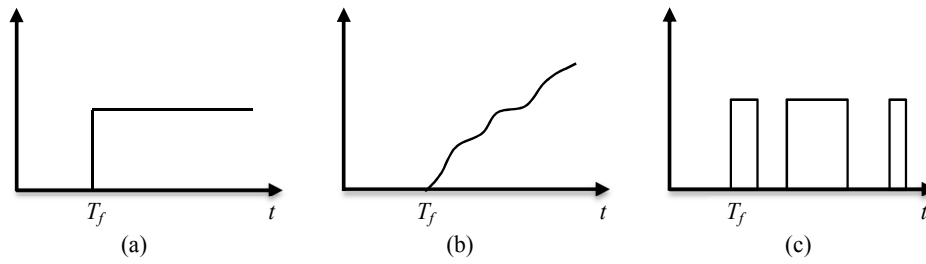


FIGURE 1.1 – Évolution temporelle des défauts : (a) défaut abrupt (b) défaut graduel (c) défaut intermittent.

Les défauts peuvent être différenciés également selon leurs comportements temporels. Un défaut qui apparaît soudainement d'une façon brutale est qualifié de *défaut abrupt*. En revanche, un défaut dont l'évolution temporelle est lente est qualifié de *défaut graduel*. Un défaut abrupt non persistant qui disparaît puis revient d'une façon aléatoire est un *défaut intermittent*.

1.2.3 Modélisation des défauts

Traditionnellement, les techniques du diagnostic à base de modèle sont conçues autour d'un modèle dynamique qui décrit le système en situation normale. L'apparition d'un défaut mène à un changement anormal du comportement du système. Les défauts sont alors détectés si les variables mesurées dérivent de celles calculées à partir du modèle. Malheureusement, les perturbations, le bruit de mesure et les dynamiques non modélisées engendrent également des incohérences entre le comportement du système et le modèle mathématique qui le décrit. Le diagnostic d'un défaut n'est donc possible que si l'on connaît les symptômes associés à ce défaut, c'est à dire si l'on connaît l'impact de ce défaut sur le comportement du procédé et pouvoir le discerner de celui engendré par les imperfections du modèle et les autres défauts. Il faut donc établir une liste de tous les défauts à diagnostiquer ainsi que le modèle décrivant le comportement dynamique du procédé engendré par ces défauts et qui tient compte des imperfections du modèle.

On considère les systèmes non linéaires qui peuvent être décrits par le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Phi(x(t)) + D\delta(t) \quad (1.1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + \omega(t) \quad (1.1b)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ dénotent respectivement le vecteur d'état, le signal de commande et les sorties mesurées. $\Phi(x(t)) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ est une fonction qui représente les non-linéarités du modèle. Le vecteur $\delta(t) \in \mathbb{R}^l$, distribué via la matrice connue D , représente l'effet des perturbations externes et des incertitudes du modèle et $\omega(t) \in \mathbb{R}^p$ est le bruit de mesure.

Tout comme les perturbations, les défauts sont habituellement représentés par des signaux

additifs inconnus comme le montre le modèle suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)) + \Phi(x(t)) + E_c f_c(t) + D\delta(t) \quad (1.2a)$$

$$y(t) = Cx(t) + E_s f_s(t) + \omega(t) \quad (1.2b)$$

où les vecteurs $f_a(t) \in \mathbb{R}^m$, $f_c(t) \in \mathbb{R}^{q_c}$ et $f_s(t) \in \mathbb{R}^{q_s}$ représentent respectivement les défauts actionneurs, les défauts composants et les défauts capteurs. Les matrices B , E_c et E_s indiquent les emplacements de l'apparition de ces défauts. Par souci de simplicité, la variable du temps t sera omise dans la suite lorsque cela ne posera aucune ambiguïté dans les notations.

Le système (1.2) peut être représenté sous la forme suivante [4] :

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + Ef + W_1 d \quad (1.3a)$$

$$y = Cx + Ff + W_2 d \quad (1.3b)$$

où $f = [f_a^T \ f_c^T \ f_s^T]^T$, $E = [B \ E_c \ 0_{n \times q_s}]$, $F = [0_{p \times m} \ 0_{p \times q_c} \ E_s]$, $d = [\delta^T \ \omega^T]^T$, $W_1 = [D \ 0_{n \times m}]$ et $W_2 = [0_{p \times l} \ I_p]$. On désigne par f_i ($i = 1 \dots (m + q_c + q_s)$) les composante du vecteur f . Dans le cas où aucune supposition n'est faite sur les propriétés statistiques, temporelles ou fréquentielles des défauts et des perturbations, l'effet d'un défaut f_i sur le comportement du système est discernable de celui des perturbations si $E_i \notin \text{span}(W_1)$, où E_i ($i = 1 \dots (m + q_c + q_s)$) est le vecteur colonne de E correspondant à f_i . De même l'effet de tout défaut f_i est discernable de celui des autres défauts si E est de plein rang. Par ailleurs, la présence du bruit de mesure peut masquer les défauts de calibrage des capteurs et retarder la détection des défauts graduels.

Remarque 1.1. Il est important de souligner que la modélisation par des défauts additifs peut aboutir à un nombre de défauts supérieur à celui des défauts réels.

Dans un modèle de connaissance, un défaut peut être défini comme des changements non permis d'un ou de plusieurs paramètres qui représentent des grandeurs caractéristiques du procédé. Malheureusement, ces grandeurs qui indiquent la nature physique des défauts peuvent ne pas être accessibles dans le cas de la représentation des défauts par des signaux additifs. Pour parer ce problème, les défauts peuvent être explicités dans le modèle (1.3) par des paramètres inconnus.

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + B\Psi_a(u)\theta_c + E_c\Psi_c(x)\theta_c + W_1 d \quad (1.4a)$$

$$y = Cx + E_s\Psi_s(x)\theta_s + W_2 d \quad (1.4b)$$

où $\theta_a \in \mathbb{R}^{r_a}$, $\theta_c \in \mathbb{R}^{r_c}$ et $\theta_s \in \mathbb{R}^{r_s}$ représentent respectivement les défauts actionneurs, les défauts composants et les défauts capteurs. Les fonctions $\Psi_a(u) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{r_a}$, $\Psi_c(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{q_c} \times \mathbb{R}^{r_c}$ et $\Psi_s(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{q_s} \times \mathbb{R}^{r_s}$ sont connues et peuvent être non linéaires, elles déterminent l'effet des défauts sur la dynamique du système. Une forme plus compacte du système (1.4) peut être

obtenue par regroupement de θ_a , θ_c et θ_s dans un même vecteur de défauts, soit :

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + E\Psi(x, u)\theta + W_1 d \quad (1.5a)$$

$$y = Cx + F\Psi(x, u)\theta + W_2 d \quad (1.5b)$$

où

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_a \\ \theta_c \\ \theta_s \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} B & E_c & 0_{n \times q_s} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0_{p \times m} & 0_{p \times q_c} & E_s \end{bmatrix}, \Psi(x, u) = \begin{bmatrix} \Psi_a(u) & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_c(x) & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_s(x) \end{bmatrix}.$$

Exemple

On considère le modèle d'un bras à liaison flexible donné par les équations suivantes [28] :

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m = \omega_m \\ \dot{\omega}_m = \frac{k}{J_m}(\theta_l - \theta_m) - \frac{b}{J_m}\omega_m + \frac{k_\tau}{J_m}u \\ \dot{\theta}_l = \omega_l \\ \dot{\omega}_l = -\frac{k}{J_l}(\theta_l - \theta_m) - \frac{mgh}{J_l}\sin(\theta_l) \end{cases} \quad (1.6)$$

où θ_m et θ_l sont respectivement les positions angulaires de l'arbre du moteur et de la tige, avec ω_m et ω_l étant respectivement leurs vitesses angulaires, u représente le couple de commande appliqué par le moteur, J_m le moment d'inertie du rotor du moteur, J_l le moment d'inertie de la tige, k la constante d'élasticité de la liaison, m la masse de la tige, g la pesanteur, h la distance entre l'axe de rotation de la tige et son centre de gravité, b le coefficient du frottement visqueux et k_τ une constante positive.

On suppose que θ_m et ω_m sont mesurées. Si l'on définit l'état du système comme $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta_m \ \omega_m \ \theta_l \ \omega_l]^T$, alors le système (1.6) peut être réécrit sous la forme

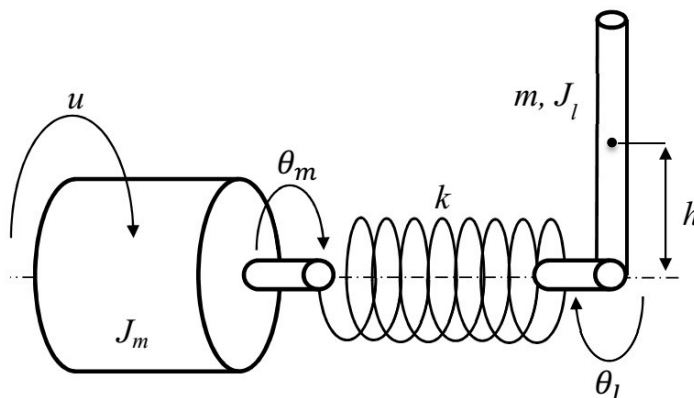


FIGURE 1.2 – Bras à liaison flexible.

(1.1), tel que

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_m} & -\frac{b}{J_m} & \frac{k}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_l} & 0 & -\frac{k}{J_l} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_r}{J_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{mgh}{J_l} \sin(x_3) \end{bmatrix}.$$

Plusieurs défauts peuvent survenir dans ce système. Dans cet exemple, on va traiter seulement deux défauts composants : la déformation de la liaison flexible et un autre défaut mécanique qui se manifeste par une augmentation anormale du frottement visqueux dans la liaison. Il est évident que l'impact de ces deux défauts sur le modèle se traduit par des variations anormales des paramètres k et b . Ainsi, le modèle du système avec les variations paramétriques dues à ces défauts s'écrit

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + Bu + \Phi(x) \quad (1.7a)$$

$$y = Cx \quad (1.7b)$$

où

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\Delta k}{J_m} & -\frac{\Delta b}{J_m} & \frac{\Delta k}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta k}{J_l} & 0 & -\frac{\Delta k}{J_l} & 0 \end{bmatrix}$$

avec Δk , Δb représentent respectivement les variations anormales de k et b .

Défauts additifs : Si l'on pose $Ef = \Delta Ax$, le système (1.7) devient

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + Ef \quad (1.8a)$$

$$y = Cx \quad (1.8b)$$

où

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta k(x_3 - x_1) \\ \Delta b x_2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_m} & 0 & -\frac{1}{J_l} \\ 0 & -\frac{1}{J_m} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Évidemment ce choix de f et E n'est pas unique.

Défauts multiplicatifs : En mettant $E\Psi(x)\theta = \Delta Ax$, le système (1.7) peut être réécrit sous la forme

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + E\Psi(x)\theta \quad (1.9a)$$

$$y = Cx \quad (1.9b)$$

où

$$\theta = \begin{bmatrix} \Delta k \\ \Delta b \end{bmatrix}, \Psi(x) = \begin{bmatrix} (x_3 - x_1)/J_m & -x_2/J_m \\ -(x_3 - x_1)/J_l & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Le type de modélisation des défauts dépend généralement de l'approche utilisée dans la procédure de diagnostic ainsi que de la nature des défauts à diagnostiquer. Les défauts actionneurs et capteurs sont habituellement représentés par des défauts additifs alors que les défauts composants sont généralement représentés par des défauts multiplicatifs.

1.3 Techniques du diagnostic à base d'observateur

Un observateur est un système dynamique (typiquement un programme informatique) qui a pour mission l'estimation de la valeur courante de l'état non mesuré d'un système physique à partir de la connaissance des entrées et des sorties de ce dernier. Le développement des observateurs d'état a d'abord été motivé par la commande par retour d'état [29, 30, 31], puis par le diagnostic et la supervision des systèmes dynamiques [32, 33]. Récemment, les observateurs sont de plus en plus employés dans de nouvelles applications telles que la synchronisation et le décryptage dans les systèmes de communication [34, 35, 36].

D'une manière générale, un observateur d'état peut être vu comme une simulation en temps réel du système corrigée par une contre-réaction en fonction de l'écart de sortie. Les observateurs sont donc considérés comme une solution naturelle au problème de mise au point de systèmes de diagnostic à base de modèle. C'est pourquoi les approches du diagnostic à base d'observateur ont fait l'objet d'un nombre considérable de travaux de recherche.

Il est difficile de recenser l'ensemble des approches de diagnostic de défauts à base d'observateurs, toutefois, on peut les classer en deux catégories plus ou moins distinctes : méthodes FDI à base d'observateurs et les méthodes d'estimation et de reconstruction de défauts.

1.3.1 Méthodes FDI

Le principe de base de ces méthodes consiste à utiliser l'observateur comme un modèle qui tourne en parallèle avec le procédé. Théoriquement, l'observateur estime convenablement les variables du procédé en fonctionnement normal, mais lorsqu'un défaut apparaît les variables estimées dévient de celles mesurées. Un vecteur de résidus est alors formé en évaluant la différence entre les sorties mesurées et les sorties estimées, et la détection de défauts s'effectue en comparant la norme de ce vecteur à une fonction seuil qui peut être simplement une valeur prédéterminée ou une fonction plus complexe évaluée en fonction des bornes maximales des

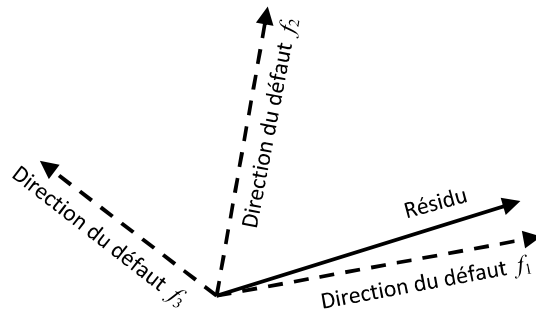


FIGURE 1.3 – Localisation des défauts en utilisant des résidus directionnels.

imperfections du modèle.

Pour l'isolation des défauts, il est important que l'ensemble des résidus générés soit structuré de façon à ce que pour chaque défaut, un sous-ensemble différent de résidus soit affecté. Bien entendu, l'isolation des défauts est possible seulement si l'on peut distinguer leurs effets sur le comportement du système à partir des sorties mesurées. Il existe principalement deux manières pour générer des résidus structurés : *la structure d'observateurs dédiés* (DOS) et *la structure d'observateurs généralisés* (GOS). Ces deux structures sont basées sur l'utilisation d'un banc d'observateurs où chacun d'entre eux :

- génère un résidu insensible à tous les défauts sauf un, dans la structure DOS,
- génère un résidu sensible à tous les défauts sauf un, dans la structure GOS.

Un autre moyen pour parvenir à l'isolation des défauts consiste à générer un vecteur de résidus directionnel qui s'oriente vers une direction spécifique dans l'espace des résidus pour chaque défaut [37].

Il est à noter que la majorité des travaux de recherche sur les méthodes FDI à base d'observateur se concentrent seulement sur la phase de génération des résidus.

1.3.2 Estimation et reconstruction de défauts

Les approches d'estimation et de reconstruction de défauts abordent le problème de diagnostic d'une manière identique à celle du problème d'estimation des perturbations ou d'identification des paramètres inconnus. En d'autres termes, au lieu de se concentrer sur la génération et l'évaluation des résidus, les approches d'estimation et de reconstruction de défauts estiment directement les défauts qui infectent le système. Les observateurs utilisés dans ces approches peuvent également servir dans la boucle de commande par retour d'état du fait qu'ils préservent leurs performances de convergence même en présence de défauts. L'estimation et la reconstruction de défauts apparaît donc comme une solution très attractive pour la mise en place de lois de commande tolérante aux défauts. En effet, les défauts estimés peuvent être employés pour corriger le signal de commande afin de compenser les effets des défauts sans faire recours à la reconfiguration de la loi de commande.

Les approches d'estimation et de reconstruction des défauts emploient principalement trois types d'observateurs : les observateurs par modes de glissement, les observateurs adaptatifs et les observateurs des systèmes singuliers.

Reconstruction de défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement

La technique de reconstruction de défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement a été initialement proposée par Edwards et al. [9] pour une classe de systèmes linéaires avec des défauts actionneurs et capteurs modélisés sous forme additive. Cette technique repose sur la conception d'un observateur par modes glissants qui maintient son régime de glissement même en présence de défauts. Cet observateur comporte deux termes de correction en fonction de l'erreur de sortie : un terme continu dont la matrice des gains est calculée de sorte à imposer un comportement stable à la dynamique de l'erreur d'estimation d'état en fonctionnement sain, et un autre terme discontinu dont le rôle est de compenser l'effet des défauts. Les estimés de ces derniers sont reconstruits séparément de l'observateur par filtrage du signal du terme de correction discontinu (injection de sortie équivalente).

La reconstruction des défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement trouve son intérêt dans la détection précoce et l'estimation des défauts variants dans le temps. En outre, en présence du bruit de mesure, cette technique présente relativement de meilleures performances par rapport aux méthodes basées sur les observateurs des systèmes singuliers et les observateurs adaptatifs. Par ailleurs, cette approche est plus appropriée à la reconstruction des défauts additifs qu'aux défauts multiplicatifs.

En se fondant sur les résultats établis dans [9], un nombre considérable de travaux ont été

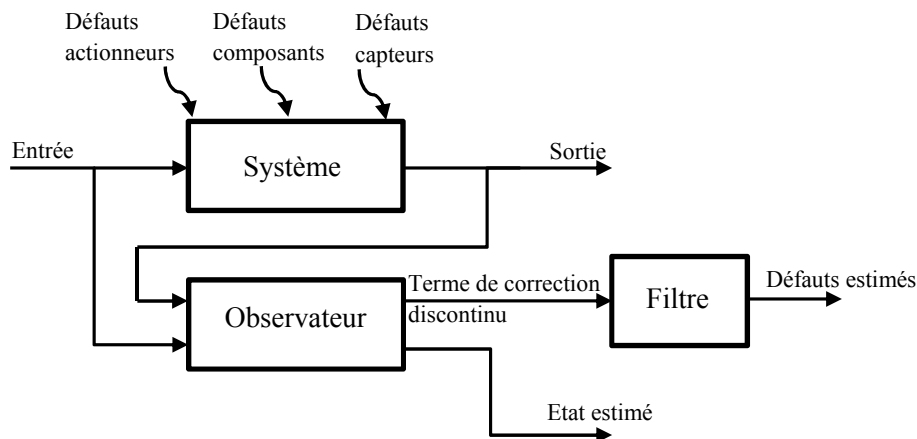


FIGURE 1.4 – Principe de la reconstruction de défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement.

effectués sur ce sujet, que ce soit pour les systèmes linéaires [38] ou des classes spéciales de systèmes non linéaires [39, 40, 41, 7, 6, 42, 43, 24]. On trouve également dans la littérature des tentatives à appliquer cette technique aux défauts multiplicatifs [44, 8, 45], mais sous des conditions très restrictives.

Techniques à base des observateurs des systèmes singuliers

La technique d'estimation des défauts capteurs à l'aide des observateurs des systèmes singuliers est relativement récente. Elle a été initialement proposée dans [13] pour une classe de systèmes non linéaires. Son principe consiste à inclure le vecteur des défauts capteurs additifs dans le vecteur d'état. Ainsi, le système augmenté résultant est un système singulier

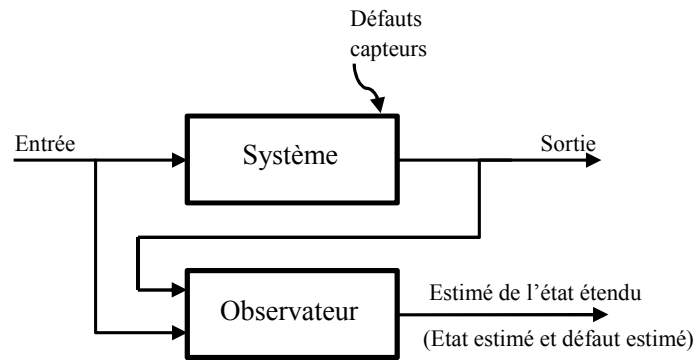


FIGURE 1.5 – Principe de l'estimation des défauts à l'aide des observateurs des systèmes singuliers.

observable. L'utilisation des observateurs des systèmes singuliers permet donc l'estimation conjointe de l'état et les défauts capteurs. Cette technique, en plus d'être simple et efficace n'impose aucune contrainte quant à la dynamique et la bornitude des défauts à estimer, ainsi elle a été également appliquée à l'estimation du bruit de mesure [46, 47]. Néanmoins, l'application de cette approche aux défauts actionneurs et composants reste, à l'heure actuelle, un problème sans solution, car elle mène à un système augmenté non observable. Le peu des travaux de recherche menés sur ce sujet se concentre sur l'association de cette technique à des observateurs par mode de glissement afin de pouvoir estimer simultanément les défauts capteurs et les défauts actionneurs [48, 23, 49, 50, 51].

Estimation de défauts à l'aide des observateurs adaptatifs

Comme on l'a noté précédemment, la reconstruction de défauts à l'aide des observateurs par mode de glissement et l'estimation des défauts capteurs en se servant des techniques d'observation des systèmes singuliers ne sont adéquates qu'aux défauts modélisés sous forme additive. De plus, ces deux techniques ne sont applicables que dans le cas où le nombre de défauts ne dépasse pas le nombre des sorties mesurées. L'utilisation des observateurs adaptatifs représente une alternative particulièrement utile pour estimer les défauts multiplicatifs dans le cas où une certaine condition dite *d'excitation persistante* (PE) est vérifiée. Outre cela, le nombre de défauts multiplicatifs que les observateurs adaptatifs peuvent estimer peut dépasser le nombre des sorties mesurées et certains types de ces observateurs peuvent même estimer des

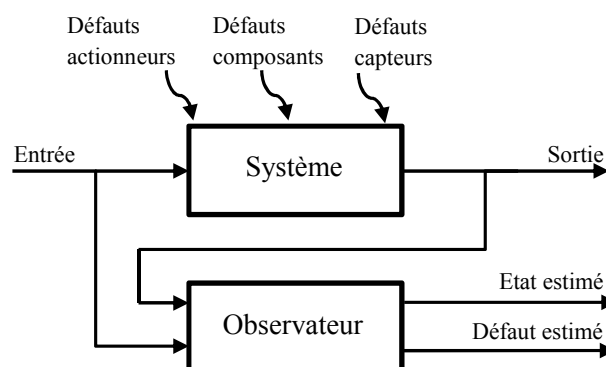


FIGURE 1.6 – Principe de l'estimation des défauts par les observateurs adaptatifs.

paramètres (défauts) non linéairement paramétrés [52, 53, 54].

1.4 Observateurs adaptatifs et estimation de défauts

1.4.1 Revue de la littérature

Un observateur adaptatif est un observateur qui vise à estimer en plus de l'état les paramètres inconnus du processus. L'étude de ce type d'observateurs n'est pas récente, cependant, elle continue à être d'actualité.

L'objectif ici n'est pas de présenter une revue exhaustive de tous les travaux existants dans la littérature sur les observateurs adaptatifs et leur utilisation dans le domaine d'estimation et de reconstruction des défauts, mais simplement de dégager les grandes lignes de manière à illustrer clairement les phases de développement de ce sujet.

Observateurs adaptatifs

La conception des observateurs adaptatifs a commencé dès le début des années 70 pour les systèmes LTI [55, 56, 57, 58]. Dans ces premiers travaux, les algorithmes d'estimation sont constitués d'un observateur d'état de Luenberger muni d'une loi d'adaptation basée sur la théorie de stabilité de Lyapunov. La convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état vers l'origine est garantie si l'entrée du système est suffisamment riche en fréquences. Un autre observateur adaptatif à convergence exponentielle basé sur une structure dite d'observateur paramétré est présenté dans [59]. Dans cette approche, la conception de la loi d'adaptation est en quelque sorte séparée de la construction de l'observateur d'état. Après ces résultats, une part importante des activités de recherche en automatique s'est focalisée sur le problème de synthèse des observateurs adaptatifs pour les systèmes linéaires [60, 61, 62, 63, 64, 65]. Une étude exhaustive de quelques résultats notables peut être trouvée dans les ouvrages de Ioannou et Sun [66] et de Narendra et Annaswamy [67].

Contrairement au cas des systèmes linéaires, pour les systèmes non linéaires, la littérature ne dispose pas de techniques universelles capables de présenter des résultats généraux pour la synthèse des observateurs. Ainsi, tous les résultats existants concernant les observateurs adaptatifs non linéaires sont restreints à des classes particulières de systèmes non linéaires. Dans ce cadre, les premiers travaux concernent ceux de Bastin et Gevers [68, 69] qui considèrent une classe de systèmes non linéaires SISO exprimée sous une forme canonique dite forme d'observateur adaptatif. Toutefois, dans cette forme, les non-linéarités ne sont fonction que des signaux mesurés. Il est montré que l'état estimé converge vers l'état réel si la condition PE est vérifiée. Les conditions géométriques caractérisant la classe des systèmes non linéaires qui peuvent être transformés en la forme d'observateur adaptatif sont explorées dans [70]. Outre cela, un observateur adaptatif dont la convergence de l'état estimé vers l'état réel n'exigeant pas PE est proposé. Cependant, la stabilité de cet observateur exige que la fonction de transfert reliant l'erreur de sortie aux paramètres inconnus soit *strictement positive réelle* (SPR). Pour élargir la classe des systèmes non linéaires qui peuvent être transformés en la forme

d'observateur adaptatif, une transformation dite non linéaire filtrée (une transformation qui dépend des paramètres inconnus) est proposée dans [71]. Cela conduit à la conception d'un observateur adaptatif qui produit l'estimé d'un état équivalent lié à l'état original à travers les paramètres inconnus. Quoique la convergence de l'estimé de cet état équivalent n'exige pas la condition PE, cette dernière est nécessaire pour garantir une estimation correcte de l'état original. Dans [72], les auteurs proposent une démarche systématique basée sur les inégalités matricielles linéaires (LMI) pour la synthèse d'un observateur adaptatif pour les systèmes non linéaires lipschitziens MIMO avec une matrice de régression qui peut dépendre des états non mesurés. Cet observateur assure la stabilité asymptotique de l'erreur d'estimation d'état même sans PE. En outre, lorsque la condition de PE est satisfaite, l'erreur d'estimation des paramètres inconnus converge vers l'origine. Néanmoins, la procédure de conception de cet observateur exige que la structure du système vérifie une certaine condition de type SPR. Dans [73], il est indiqué que la plupart des systèmes non linéaires pour lesquels des observateurs adaptatifs sont proposés peuvent être transformés (éventuellement après une transformation filtrée) en une certaine forme dite forme d'observateur adaptatif non linéaire qui caractérise certaines propriétés analytiques et structurelles du système. Dans cette forme, les paramètres inconnus n'apparaissent que dans les dynamiques des sorties.

Plus récemment, dans le cadre de la théorie des observateurs à grand gain, un observateur adaptatif pour les systèmes linéaires variants dans le temps est proposé dans [74]. Ce travail qui constitue le premier observateur adaptatif à grand gain a été aussitôt généralisé à la classe de systèmes non linéaires uniformément observables. Dans [16], un observateur adaptatif à grand gain avec une condition de PE relaxée est proposé pour une classe de systèmes non linéaires mono-sortie uniformément observables. Cependant, la conception proposée est compliquée, car elle est basée sur la construction d'un système composite correspondant à plusieurs versions retardées du système original. Dans [52], les auteurs proposent une procédure pour construire un observateur adaptatif à grand gain pour des systèmes non linéaires MIMO qui sont à la fois linéairement et non linéairement paramétrés. Suite à ces résultats, plusieurs travaux portant sur les observateurs adaptatifs à grand gain ont été effectués ces dernières années [75, 76, 77, 78].

L'amélioration des performances des observateurs adaptatifs en termes de robustesse vis-à-vis les perturbations externes et les incertitudes non paramétriques du modèle a occupé une part importante dans les travaux de recherche sur ce sujet [79, 80]. Dans ce cadre, les techniques de robustification utilisées sont généralement basées sur l'emploi de l'opérateur de projection [81, 82], la modification des lois d'adaptation par des termes continus ou discontinus (σ modification) [83, 84] et le calcul du gain de l'observateur en utilisant les techniques du filtrage H_∞ [85, 83, 84, 86].

Estimation de défauts à l'aide des observateurs adaptatifs

Les premiers travaux sur le diagnostic de défauts à l'aide des observateurs adaptatifs se rapportent au principe classique de génération de résidus à base d'observateur [87, 88, 89, 39].

Dans ces travaux, les paramètres inconnus représentent les incertitudes du modèle envers lesquelles l'observateur doit être robuste. Le progrès effectué dans les années 1990 sur le plan des observateurs adaptatifs a permis d'envisager le problème de diagnostic de défauts d'une manière identique à celle d'estimation des paramètres inconnus. Dans [14], deux observateurs sont utilisés pour le diagnostic des défauts actionneurs multiplicatifs dans un système linéaire MIMO. Le premier observateur est employé pour générer le résidu. Quand ce signal dépasse un seuil prédéterminé, une loi d'adaptation est activée dans le deuxième observateur pour fournir les estimés des défauts. Dans [15], un observateur adaptatif est proposé pour l'estimation des défauts additifs dans les systèmes linéaires MIMO. La particularité essentielle de cet observateur tient au fait qu'il est conçu pour estimer les défauts variants dans le temps. Cependant, la loi d'adaptation requiert l'évaluation de la dérivée temporelle de l'erreur de sortie. Dans [16], les auteurs proposent une généralisation de l'observateur adaptatif à grand gain, initialement proposé dans [74], à une classe de système non linéaire mono-sortie pour l'estimation des défauts additifs avec des dynamiques préalablement connues.

La majorité des travaux rencontrés dans la littérature sur l'estimation des défauts multiplicatifs sont basés sur l'observateur adaptatif proposé dans [72]. Dans [90], bien que la conception de l'observateur adaptatif prend en considération les systèmes non linéaires avec des constantes de Lipschitz élevées, la méthode proposée est en fait purement locale et non constructive. Des méthodes systématiques à base de LMI sont proposées dans [91, 92] pour l'estimation des défauts multiplicatifs dans des systèmes soumis à des perturbations externes et des incertitudes du modèle. Dans ces approches, le gain de l'observateur est calculé en utilisant des techniques du filtrage H_∞ pour minimiser l'effet des incertitudes sur l'état estimé.

Dans la plupart des travaux rencontrés dans la littérature sur l'estimation de défauts à l'aide des observateurs adaptatifs, les défauts considérés sont constants ou lentement variables dans le temps. Dans [93, 94], les auteurs proposent d'inclure la dérivée de l'erreur de sortie dans la loi d'adaptation pour améliorer la vitesse de convergence des défauts additifs estimés vers les défauts réels. Cette idée, originalement proposée dans [15], permet d'améliorer considérablement la précision dynamique d'estimation des défauts variants dans le temps. Une nouvelle conception de l'observateur adaptatif pour les systèmes linéaires est proposée dans [95]. Contrairement à tous les observateurs adaptatifs qui utilisent des lois d'adaptation sous forme de systèmes d'équations différentielles, l'approche proposée emploie une relation algébrique dans laquelle la valeur actuelle du vecteur des paramètres estimés est calculée en utilisant sa valeur dans un instant précédent plus un terme de correction en fonction de l'erreur de sortie. Cette approche est employée dans [96, 97, 98, 17] pour estimer les défauts additifs variants dans le temps.

1.4.2 Types des observateurs adaptatifs

Les observateurs adaptatifs existants pour les systèmes linéaires et non linéaires peuvent être classés en deux catégories principales : les observateurs adaptatifs d'état et de paramètres (*joint state-parameter observers*) et les observateurs d'état adaptatifs (*adaptive state observers*)

[18, 19].

Observateurs adaptatifs d'état et de paramètres

La synthèse de ce type d'observateurs adaptatifs est basée sur la notion d'estimation conjointe de l'état et des paramètres [18]. Autrement dit, l'estimation d'état ne peut être assurée sans l'estimation correcte des paramètres inconnus et vice versa. Par conséquent, la condition PE est requise pour garantir l'estimation correcte de l'état, ce qui constitue la principale limitation de cette technique.

Cette catégorie inclut les observateurs adaptatifs comportant des filtres auxiliaires ([55, 56, 57, 59]), les observateurs adaptatifs basés sur les transformations filtrées ([71, 99]) et les observateurs adaptatifs à grand gain ([16, 52]).

Il est important de noter que contrairement aux observateurs d'état adaptatifs, à notre connaissance il n'existe pas une forme canonique unifiée ou une structure spécifique caractérisant tous les systèmes non linéaires admettant des observateurs adaptatifs d'état et de paramètres.

Observateurs d'état adaptatifs

La tâche première d'un observateur d'état adaptatif est l'estimation d'état en dépit des incertitudes paramétriques. L'estimation des paramètres inconnus, qui vient en deuxième rang d'importance, est garantie seulement si la condition PE est satisfaite. La conception de ce type d'observateurs est basée sur l'existence d'une certaine fonction de Lyapunov dont la dérivée temporelle est prouvée semi-définie négative en vertu d'une condition SPR.

Les observateurs d'état adaptatifs permettent d'intégrer pleinement les outils d'amélioration de la robustesse des observateurs d'état [85, 83, 84, 91, 92]. Cependant, leur limitation majeure est qu'ils nécessitent que le système vérifie une certaine structure spécifiant l'emplacement des paramètres inconnus par rapport aux sorties. L'étude de cette structure spécifique pour les systèmes non linéaires fera l'objet de la section suivante.

1.5 Formes des observateurs d'état adaptatifs non linéaires

La difficulté de synthèse des observateurs d'état pour les systèmes non linéaires émane essentiellement de la difficulté de trouver des termes de correction linéaires ou non linéaires qui, en fonction seulement de l'erreur de sortie, dominent les non-linéarités du système. Cette tâche devient évidemment plus ardue lorsqu'il s'agit d'un observateur adaptatif. En effet, le type du paramétrage (linéaire ou non linéaire), l'emplacement des paramètres inconnus ainsi que les propriétés analytiques de la matrice de régression jouent également un rôle déterminant dans l'existence des observateurs adaptatifs pour les systèmes non linéaires.

Les observateurs d'état adaptatifs non linéaires sont conçus autour de formes spécifiques qui stipulent le type et les caractéristiques analytiques des non-linéarités du système et la structure de ce dernier en ce qui concerne l'emplacement des paramètres inconnus par rapport

aux états mesurés. Dans cette section, on présente une revue de ces formes. Mais tout d'abord, on introduit la notion d'excitation persistante.

Définition 1.1. [73] Un signal $\Psi(\tau) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{\rho \times \mu}$ satisfait la propriété d'excitation persistante s'il existe des constantes réelles positives T , k_1 et k_2 telles que $\forall t \geq 0$

$$I_\rho k_1 \geq \int_t^{t+T} \Psi(\tau) \Psi(\tau)^T d\tau \geq I_\rho k_2 \quad (1.10)$$

Un objectif commun dans la synthèse des observateurs adaptatifs est qu'un terme de la forme $\Psi(t)\tilde{\theta}$ converge vers zéro, où $\tilde{\theta}$ est l'erreur d'estimation paramétrique. Quand $\Psi(t)$ n'est pas de plein rang en colonne, la convergence de $\Psi(t)\tilde{\theta}$ vers zéro n'implique pas nécessairement la convergence de $\tilde{\theta}$ vers l'origine. Toutefois, si $\Psi(t)$ satisfait la propriété PE, ce qui signifie que l'intégrale de $\Psi(t)\Psi(t)^T$ est de plein rang sur tout intervalle $[t, t+T]$, l'espace nul de $\Psi(t)$ change constamment dans le temps de telle sorte que la seule valeur de $\tilde{\theta}$ qui assure $\Psi(t)\tilde{\theta} = 0$ sur tout intervalle $[t, t+T]$ est $\tilde{\theta} = 0$. La constante k_2 , appelée *niveau d'excitation*, joue un rôle important dans la vitesse de convergence de $\tilde{\theta}$ vers l'origine [66].

Remarque 1.2. La propriété PE peut être assurée par une entrée qui perturbe suffisamment le système. Ceci est évidemment incompatible avec le fonctionnement en régulation.

1.5.1 Forme de l'observateur adaptatif

Les premiers observateurs adaptatifs non linéaires, que ce soit des observateurs d'état adaptatifs ou des observateurs adaptatifs d'état et de paramètres, ont été conçus pour des systèmes mono-sortie transformables à la forme suivante dite *forme de l'observateur adaptatif* (*adaptive observer form*) [69, 70, 99] :

$$\dot{x} = Ax + \Phi(y, u) + E\Psi(y, u)\theta \quad (1.11a)$$

$$y = Cx \quad (1.11b)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ et $y \in \mathbb{R}$ sont définis conformément à (1.1), $\theta \in \mathbb{R}^r$ est le vecteur des paramètres inconnus et $\Phi(y, u) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\Psi(y, u) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^r$ sont des fonctions connues avec $\Psi(y, u)$ étant uniformément bornée pour (y, u) bornées. Les matrices A , B et C ont les structures suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

où $b_n > 0$ et $b_n\lambda^{n-1} + \dots + b_2\lambda + b_1$ est un polynôme de Hurwitz, c.-à-d. ses racines sont toutes à partie réelle strictement négative. Les conditions géométriques de transformabilité des systèmes non linéaires à la forme (1.11) sont établies dans [99].

La solution du problème de conception d'un observateur d'état adaptatif pour la forme (1.11) est donnée dans le théorème suivant :

Théorème 1.1. [99] *Étant donné le système (1.11) et l'observateur suivant :*

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(y, u) + E\Psi(y, u)\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (1.12a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\Psi(y, u)^T(y - C\hat{x}) \quad (1.12b)$$

où \hat{x} et $\hat{\theta}$ sont respectivement les estimés de x et θ et Γ est une matrice symétrique et définie positive. Si $\dot{\hat{\theta}} = 0$ et le gain L de l'observateur remplit la relation suivante :

$$L = \frac{AB + \mu B}{b_n} \quad (1.13)$$

où $\mu > 0$, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0$ et $\|\theta - \hat{\theta}\|$ reste borné. En outre, si $\Psi(y, u)$ satisfait la propriété PE, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta - \hat{\theta}) = 0$.

Remarque 1.3. Dans le cas où l'observateur (1.12) est associé à une transformation filtrée (transformation d'état qui dépend de θ), l'estimé de l'état original se calcule en fonction de \hat{x} et $\hat{\theta}$. Cela fournit donc une estimation correcte de l'état original que si $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\theta} = \theta$, en d'autres termes si la condition PE est vérifiée. Par conséquent, dans ce cas l'observateur (1.12) est catégorisé dans la classe des observateurs adaptatifs d'état et de paramètres.

1.5.2 Forme de l'observateur d'état adaptatif pour les systèmes lipschitziens

Une autre forme utilisée pour la conception des observateurs d'état adaptatifs est donnée par les équations suivantes [72] :

$$\dot{x} = Ax + \Phi(x, u) + E\Psi(x, u)\theta \quad (1.14a)$$

$$y = Cx \quad (1.14b)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ et $\theta \in \mathbb{R}^r$. Cette forme est caractérisée par les conditions analytiques et structurelles suivantes :

a) le vecteur des paramètres inconnus satisfait la relation suivante :

$$\|\theta\| \leq \gamma \quad (1.15)$$

b) les fonctions $\Phi(x, u) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\Psi(x, u) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{q \times r}$ vérifient les conditions de Lipschitz suivantes :

$$\|\Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)\| \leq l_\Phi \|x - \hat{x}\| \quad (1.16)$$

$$\|\Psi(x, u) - \Psi(\hat{x}, u)\| \leq l_\Psi \|x - \hat{x}\| \quad (1.17)$$

où l_Φ et l_Ψ sont des constantes réelles positives ;

c) les matrices A , E et C vérifient les égalités suivantes :

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P = -Q \quad (1.18)$$

$$E^T P = C_r \quad (1.19)$$

où $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices symétriques et définies positives, $C_r \in \mathbb{R}^{q \times n}$ est une matrice dont l'espace ligne est le même que celui de la matrice C et $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ est la matrice des gains de l'observateur.

L'observateur d'état adaptatif pour cette forme est donné par le théorème ci-dessous.

Théorème 1.2. *On considère le système (1.14) sous les conditions (1.15)–(1.19) et l'observateur suivant :*

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\Psi(\hat{x}, u)\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (1.20a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \rho^{-1}\Psi(\hat{x}, u)^T C_r(x - \hat{x}) \quad (1.20b)$$

où ρ est un réel positif. Si $\hat{\theta} = 0$ et le gain L est choisi de sorte que la relation suivante soit vérifiée :

$$l_\Phi + l_\Psi \gamma \|E\| < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)} \quad (1.21)$$

alors $\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} E\Psi(\hat{x})\hat{\theta} = E\Psi(x)\theta$. Par ailleurs, si $\Psi(x, u)$ satisfait la propriété PE, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta - \hat{\theta}) = 0$.

En réalité, la forme (1.11) est un cas particulier de la forme (1.14). Il est indiqué dans [73] que le choix du gain de l'observateur (1.12) par la relation (1.13) rend le triplet $(A - LC, E, C)$ SPR, et par conséquent remplit les relations (1.18) et (1.19).

1.5.3 Forme d'observateur adaptatif non linéaire (FOAN)

Les observateurs d'état adaptatifs trouvés dans la littérature portent sur des systèmes qui ont des propriétés analytiques et structurelles communes. Ces systèmes peuvent être convertis en une forme générale unifiée appelée *forme d'observateur adaptatif non linéaire* (FOAN) (*nonlinear adaptive observer form*).

Définition 1.2. [73] Le système donné par l'équation d'état suivante :

$$\dot{z} = \mathcal{H}(z, y, u, t) \quad (1.22a)$$

$$\dot{y} = \mathcal{G}(z, y, u, t) + \mathcal{V}(z, y, u, t)\theta \quad (1.22b)$$

où $y \in \mathbb{R}^p$, $z \in \mathbb{R}^{n-p}$, $u \in \mathbb{R}^m$ et $\theta \in \mathbb{R}^r$, est dit sous la FOAN si :

- y est l'état mesurée (sortie du système) ;
- il existe une fonction $V(t, \tilde{z}) \in \mathcal{C}^1$ définie positive, radialement bornée et décroissante par rapport à t telle que pour toute condition initiale $[z(0)^T \quad y(0)^T]^T$ pour le système (1.22),

toute entrée admissible u , toute sortie satisfaisant les équations (1.22) avec l'entrée u et la condition initiale $y(0)$, tout $z, \tilde{z} \in \mathbb{R}^{n-p}$ et tout $t \geq 0$:

$$\frac{\partial V}{\partial t}(t, \tilde{z}) + \frac{\partial V}{\partial \tilde{z}}(t, \mathcal{H}(\tilde{z} + z, y, u, t)) - \mathcal{H}(z, y, u, t) \leq -\kappa(\tilde{z}) \quad (1.23)$$

où κ est une fonction définie positive;

c) pour toute condition initiale $[z(0)^T \quad y(0)^T]^T$ pour le système (1.22), toute entrée admissible u , tout état $[z^T \quad y^T]^T$ satisfaisant les équations (1.22) avec l'entrée u et les conditions initiales $y(0)$ et $z(0)$, tout $z, \tilde{z} \in \mathbb{R}^{n-p}$ et tout $t \geq 0$:

$$\|\mathcal{G}(\tilde{z} + z, y, u, t) - \mathcal{G}(z, y, u, t)\| \leq \gamma_g \sqrt{\kappa(\tilde{z})} \quad (1.24)$$

$$\|\mathcal{V}(\tilde{z} + z, y, u, t) - \mathcal{V}(z, y, u, t)\| \leq \gamma_v \sqrt{\kappa(\tilde{z})} \quad (1.25)$$

$$\|\mathcal{H}(z, y, u, t)\| \leq \gamma_h \quad (1.26)$$

où γ_g, γ_v et γ_h sont des constantes positives.

On voit que dans le cas où les fonctions $\mathcal{G}(z, y, u, t)$ et $\mathcal{V}(z, y, u, t)$ sont lipschitziennes par rapport à z , les inégalités (1.24) et (1.25) sont trivialement satisfaites. De même, si $\mathcal{H}(z, y, u, t)$ est continue par rapport à ses variables et u est bornée et assure la bornitude de y et z , alors l'inégalité (1.26) est satisfaite.

Pour les systèmes exprimés sous la FOAN, l'observateur d'état adaptatif correspondant est donné par le théorème suivant :

Théorème 1.3. [73] *Pour le système (1.22) (satisfaisant les conditions a–c) avec $\hat{\theta} = 0$, il existe un observateur de la forme*

$$\dot{\hat{z}} = \mathcal{H}(\hat{z}, y, u, t) \quad (1.27a)$$

$$\dot{\hat{y}} = \mathcal{G}(\hat{z}, y, u, t) + \mathcal{V}(\hat{z}, y, u, t)\hat{\theta} - L_y(\hat{y} - y) \quad (1.27b)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \mathcal{V}(\hat{z}, y, u, t)^T (\hat{y} - y) \quad (1.27c)$$

où $L_y \in \mathbb{R}^{p \times p}$ et $\Gamma \in \mathbb{R}^{r \times r}$ est symétrique et définie positive, tel que pour tout $y(0)$, $z(0)$, $\hat{y}(0)$ et $\hat{z}(0)$ et toute entrée admissible u les erreurs d'estimation d'état $\hat{y} - y$ et $\hat{z} - z$ convergent asymptotiquement vers l'origine alors que l'erreur d'estimation paramétrique $\hat{\theta} - \theta$ reste borné. Par ailleurs, si la condition d'excitation persistante est satisfaite, l'erreur d'estimation paramétrique converge également vers l'origine.

1.6 Rappels théoriques

1.6.1 Rappels et généralités sur l'observation des systèmes dynamiques

Une étape importante préalable à la synthèse des observateurs d'état est l'analyse de l'observabilité. Cette notion caractérise la propriété de pouvoir déterminer (de façon statique

ou dynamique) les grandeurs non mesurées d'un système à partir de la connaissance de ses entrées et sorties. Il existe plusieurs critères d'observabilités qui sont généralement fondés sur des approches algébriques ou géométriques [100].

On considère le système suivant :

$$\dot{x} = \mathcal{A}(x, u) \quad (1.28a)$$

$$y = \mathcal{C}(x, u) \quad (1.28b)$$

où l'entrée u et la sortie y sont mesurées et les fonctions \mathcal{A} et \mathcal{C} sont régulières.

Définition 1.3. Deux états initiaux $x(t_0) = x_1$ et $x(t_0) = x_2$ sont dit *indistinguishables* (*indiscernables*) si $\forall t \geq t_0$, leurs sorties correspondantes $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques quelle que soit l'entrée u sur l'intervalle $[t_0, t]$. Ils sont dits *distinguishables* (*discernables*) sinon.

Définition 1.4. Le système (1.28) est dit observable en x_1 si x_1 est distinguable de tout $x \in \mathbb{R}^n$. De plus, le système est dit observable si $\forall x_1 \in \mathbb{R}^n$, x_1 est distinguable.

L'observabilité des systèmes non linéaires peut dépendre de l'entrée u . Lorsqu'une entrée distingue tous les couples d'états initiaux, celle-ci est dite universelle.

Définition 1.5. Une entrée u admissible est dite universelle pour le système (1.28) sur l'intervalle $[0, t]$ si tout couple d'états initiaux distincts (x_1, x_2) peut être discerné par les sorties sur l'intervalle $[0, t]$, le système étant excité par u . Une entrée non universelle est dite singulière.

Définition 1.6. Le système (1.28) est dit uniformément observable s'il est observable pour toute entrée, c.-à-d. toutes les entrées u sont universelles.

Pour les systèmes non linéaires, il existe plusieurs concepts d'observabilité. Pour plus de détails sur ce sujet, on renvoi le lecteur à [101, 102, 103].

Une façon effective pour tester l'observabilité du système (1.28) est de chercher s'il existe une application bijective entre x et y et ses dérivées temporelles. Cela s'effectue en calculant un certain nombre de dérivées successives de y en fonction de x et u et ses dérivées temporelles.

Pour les systèmes LTI,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.29a)$$

$$y = Cx + Du \quad (1.29b)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, l'observabilité de la paire (C, A) peut être testée par la fameuse condition de rang :

Test 1. Le système (1.29) est observable si et seulement si

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \right) = n \quad (1.30)$$

On peut également utiliser les tests de Popov-Belevich-Hautus (PBH) :

Test 2.(Test de rang de PBH) La paire (C, A) est observable si et seulement si

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A \\ C \end{bmatrix} \right) = n \quad (1.31)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$.

On déduit facilement que ce test peut être reformulé sous la forme suivante :

Test 3.(Test de PBH des vecteurs propres) La paire (C, A) est observable si et seulement s'il n'existe aucun vecteur v tel que

$$\begin{bmatrix} sI_n - A \\ C \end{bmatrix} v = 0 \quad (1.32)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$.

Du fait que $\text{rang}(sI_n - A)$ chute seulement lorsque $s = \lambda_i$ ($i = 1 \dots n$) où λ_i sont les valeurs propres de A , il est préférable d'effectuer le test de rang de PBH pour $s = \lambda_i$. De même, puisque $(sI_n - A)v = 0$ est vérifié seulement pour $s = \lambda_i$ et $v = v_i$ ($i = 1 \dots n$), où v_i sont les vecteurs propres de A , le test de PBH des vecteurs propres se réduit à : La paire (C, A) est observable si et seulement si aucun vecteur propre v_i ($i = 1 \dots n$) de la matrice A ne vérifie la relation

$$Cv_i = 0 \quad (1.33)$$

Si le test de PBH échoue pour une valeur $s = \lambda_i$, alors λ_i est une valeur propre de A qui correspond à une variable d'état non observable. On introduit maintenant la notion de détectabilité

Définition 1.7. Le système (1.28) est dit détectable si et seulement si les variables d'états non observables sont stables.

Évidemment, un système observable est détectable. La détectabilité du système (1.29) peut être testée par le test de PBH suivant :

Test 4. La paire (C, A) est détectable si et seulement si

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A \\ C \end{bmatrix} \right) = n \quad (1.34)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(s) \geq 0$.

1.6.2 Observation des systèmes non linéaires lipschitziens

Comme mentionné précédemment, le problème de synthèse des observateurs pour les systèmes non linéaires consiste principalement à chercher un terme de correction capable de dominer la partie non linéaire dans la dynamique de l'erreur d'observation. Manifestement,

la difficulté de ce problème est liée en grande partie aux propriétés analytiques de ces non-linéarités. Dans ce cadre, la classe des systèmes non linéaires qui a attiré le plus d'attention et celle des systèmes dits *lipschitziens* qui sont décrits par le système d'équations suivant [104, 105, 106] :

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x, u, t) \quad (1.35a)$$

$$y = Cx \quad (1.35b)$$

où le terme non linéaire $\Phi(x, u)$ satisfait localement la condition de continuité de Lipschitz suivante :

$$\|\Phi(x, u, t) - \Phi(\hat{x}, u, t)\| \leq l_\Phi \|x - \hat{x}\| \quad (1.36)$$

$\forall x, \hat{x} \in \mathbb{D}^n \subset \mathbb{R}^n$ et $u \in \mathbb{R}^m$, où la constante $l_\Phi \in \mathbb{R}^+$, appelée constante de Lipschitz, est indépendante des valeurs de x et u . Dans le cas où (1.36) est vérifiée $\forall x, \hat{x} \in \mathbb{R}^n$, la fonction $\Phi(x, u, t)$ est dite globalement lipschitzienne.

Le comportement d'un bon nombre de systèmes pratiques peut être décrit globalement ou localement par le système (1.35). Il est indiqué dans [107] que n'importe quel système non linéaire de la forme générale $\dot{x} = \mathcal{G}(x, u, t)$ ayant l'origine comme point d'équilibre peut être mis sous la forme (1.35a) si $\mathcal{G}(x, u, t)$ est continûment différentiable par rapport à x .

Les observateurs utilisés pour estimer l'état du système (1.35) ont généralement la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \Phi(\hat{x}, u, t) + L(y - C\hat{x}) \quad (1.37)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation $\tilde{x} = x - \hat{x}$ est donnée par

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\Phi} \quad (1.38)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u, t) - \Phi(\hat{x}, u, t)$. L'objectif est donc de déterminer le gain L qui permet au terme linéaire dans (1.38) de dominer le terme non linéaire $\tilde{\Phi}$ pour garantir la convergence de \tilde{x} vers l'origine. Le placement des valeurs propres de $(A - LC)$ dans le demi-plan gauche est insuffisant pour garantir la stabilité de (1.38), particulièrement lorsque la valeur de la constante de Lipschitz est relativement élevée [105]. Ce problème, quoi qu'il peut paraître classique, continue à attirer l'attention des chercheurs spécialistes dans le domaine de l'observation d'état et plusieurs algorithmes ont été proposés pour le calcul de L [108, 109, 110, 106]. Une revue comparative entre quelques approches constructives peut être retrouvée dans [111].

La condition nécessaire et suffisante pour la stabilité du système (1.38) est fournie dans le théorème suivant :

Théorème 1.4. [105] *On considère le système d'erreur (1.38) avec (C, A) étant observable et Φ satisfait (1.36). L'erreur \tilde{x} est asymptotiquement stable si le gain L peut être choisi tel que $(A - LC)$ soit stable et*

$$\min_{\omega \geq 0} (\sigma_{\min}(A - LC - j\omega I_n)) > l_\Phi \quad (1.39)$$

Afin de réduire le conservatisme de (1.39), une méthode de synthèse d'observateurs pour les

systèmes lipschitziens est développée dans [112] en utilisant la condition de Lipschitz suivante qui prend en compte la structure des non-linéarités :

$$\|\Phi(x, u, t) - \Phi(\hat{x}, u, t)\| \leq \|N(x - \hat{x})\| \quad (1.40)$$

où N est une matrice qui peut être faiblement peuplée. Une autre version de la condition de Lipschitz est donnée par [113] :

$$(\Phi(x, u, t) - \Phi(\hat{x}, u, t))^T Q_l (\Phi(x, u, t) - \Phi(\hat{x}, u, t)) \leq (x - \hat{x})^T R_l (x - \hat{x}) \quad (1.41)$$

où $Q_l, R_l \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices symétriques définies positives.

1.6.3 Quelques relations utiles

Lemme de Barbalat

Définition 1.8. [67] Pour tout $p \in [1, \infty[$ fixé, on dit que $x(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ appartient à L_p ($x(t) \in L_p$) si et seulement si $x(t)$ est localement intégrable et

$$\|x(t)\|_p = \left(\int_0^\infty |f(t)|^p dt \right)^{1/p} < \infty$$

Lorsque $p = \infty$, $x(t) \in L_\infty$ si et seulement si

$$\|x(t)\|_\infty = \sup_{t \geq 0} |x(t)| < \infty$$

Lemme 1.1. [114] Si $x(t)$ est une fonction uniformément continue¹ et $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t x(\tau) d\tau$ existe et finie, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$.

Très souvent, on utilise le Lemme de Barbalat sous la forme suivante :

Lemme 1.2. [114] Soit $x(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ une fonction continûment différentiable. Si $x(t) \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{x}(t) \in L_\infty$, alors $x(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

Inégalité de Young

Lemme 1.3. [115] Pour tous réels a et b positifs ou nuls et tous réels p et q strictement positifs tels que $1/p + 1/q = 1$ l'inégalité suivante est toujours vérifiée :

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \quad (1.42)$$

Un cas simple (relativement fréquent) de l'inégalité de Young est l'inégalité avec des exposants 2 :

1. Si une fonction est dérivable et sa dérivée est bornée, alors elle est uniformément continue.

Lemme 1.4. [115] Pour tous réels a et b et tout réel $\varepsilon > 0$ l'égalité suivante est vérifiée :

$$ab \leq \frac{a^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon b^2}{2} \quad (1.43)$$

Dans le cas où a et b sont des vecteurs, l'inégalité (1.43) s'écrit

$$a^T b \leq \frac{\|a\|^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon \|b\|^2}{2} \quad (1.44)$$

Complément de Schur

Lemme 1.5. [116] L'inégalité suivante :

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} < 0 \quad (1.45)$$

où $Q = Q^T$ et $R = R^T$ est équivalente à

$$\begin{cases} R < 0 \\ Q - SR^{-1}S^T < 0 \end{cases} \quad (1.46)$$

1.7 Conclusion

Ce premier chapitre est consacré, dans une première partie, à rappeler les définitions et les notions essentielles pour aborder tout problème de diagnostic à base de modèle. Dans ce contexte, on a effectué également une revue non exhaustive des principales méthodes du diagnostic à base d'observateur.

Dans une deuxième partie, on a présenté une revue bibliographique des observateurs adaptatifs et leur application à l'estimation de défauts, les types des observateurs adaptatifs existant, ainsi que les formes des observateurs d'état adaptatifs non linéaires. On a vu que la structure commune entre les systèmes admettant des observateurs d'état adaptatifs est que tous les paramètres inconnus soient situés dans les dynamiques des sorties (c.-à-d. transformables à la FOAN). Cette contrainte restreint sévèrement l'applicabilité de ce type d'observateurs à l'estimation de défauts. Toutefois, il convient de souligner que cette même contrainte est présente dans la conception des observateurs par mode de glissement et les observateurs à entrée inconnue [117, 118]. Dans le prochain chapitre, on présente une approche simple pour l'estimation des défauts additifs dans les systèmes non transformables à la FOAN.

Enfin, pour terminer ce chapitre, on s'est orienté vers le rappel des notions et des outils mathématiques indispensables pour appréhender les enjeux des prochains chapitres de cette thèse.

ESTIMATION DES DÉFAUTS ADDITIFS À L'AIDE D'OBSERVATEURS D'ÉTAT ADAPTATIFS

2.1 Introduction

L'estimation et la reconstruction de défauts est devenue une notion incontournable dans le domaine du diagnostic à base de modèle. Aujourd'hui, on compte un nombre considérable de travaux de recherche effectués sur ce sujet (voir par exemple les ouvrages [25, 24]). Dans ce domaine, les techniques basées sur les observateurs par mode de glissement ont suscité le plus d'intérêt (voir les ouvrages [10, 119, 24]). Cela se justifie principalement par les propriétés dynamiques de ces observateurs qui permettent de reconstruire les défauts additifs en exigeant un minimum d'hypothèses sur leur comportement temporel.

Récemment, deux nouveaux observateurs d'état adaptatifs ont été mis au point : l'observateur adaptatif à estimation rapide [93] et l'observateur adaptatif à retard [95]. Leur application à l'estimation des défauts additifs a permis de pallier l'inconvénient des observateurs adaptatifs qui réside dans leur faiblesse à estimer les défauts variants dans le temps [94, 98]. Toutefois, dans les résultats disponibles dans la littérature, ces observateurs ont été testés dans des conditions idéales en l'absence des imperfections du modèle.

Dans ce chapitre, on mène une étude approfondie sur les observateurs d'état adaptatifs employés à l'estimation des défauts additifs. L'objectif n'est pas seulement l'analyse des conditions structurelles requises pour leur synthèse, mais aussi d'étudier la possibilité de leur extension à des systèmes non linéaires plus généraux que les systèmes lipschitziens et de mener une étude comparative par voie de simulation pour tester leurs performances dans de différentes situations. Dans cette voie, on propose une méthode simple pour améliorer les performances de l'observateur proportionnel intégral à estimer les défauts variants dans le temps en utilisant les techniques du filtrage H_∞ .

Ce chapitre est organisé ainsi : dans la section 2.2, on met l'accent sur les conditions structurelles exigées pour la synthèse des observateurs d'état adaptatifs et leur relation avec la FOAN. La section 2.3 est dédiée à la présentation de la technique d'estimation des défauts additifs par l'observateur d'état adaptatif conventionnel. Les approches d'estimation des défauts par l'observateur adaptatif à estimation rapide, l'observateur adaptatif à retard et l'observateur proportionnel intégral sont présentés respectivement dans les sections 2.4, 2.5 et 2.6. Enfin, la section 2.7 est consacrée à l'étude comparative de ces approches.

2.2 Étude préliminaire

2.2.1 Classe des systèmes non linéaires considérée

Dans le cadre d'estimation et de reconstruction des défauts à l'aide d'observateurs, les systèmes considérés sont habituellement linéaires (voir par exemple [120, 121, 122, 123]) ou non linéaires de la forme suivante [7, 124, 92, 125] :

$$\dot{x} = Ax + \Phi(x, u) + Ef \quad (2.1a)$$

$$y = Cx \quad (2.1b)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée, $y \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie et $f \in \mathbb{R}^q$ un vecteur inconnu qui modélise l'effet des défauts. $\Phi(x, u) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ est une fonction non linéaire connue et $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times q}$ et $C \in \mathbb{R}^{n \times p}$ sont des matrices constantes avec $\text{rang}(C) = p$ et $\text{rang}(E) = q$, sans perte de généralité.

On suppose que la paire (C, A) est observable ou, du moins, détectable et que la fonction non linéaire $\Phi(x, u)$ n'altère pas l'observabilité (détectabilité) du système. Outre cela, comme dans tous les travaux relatifs à l'estimation et la reconstruction des défauts additifs dans les systèmes non linéaires, on adopte les hypothèses suivantes :

Hypothèse 2.1. L'entrée u et le vecteur des défauts f sont bornés. De plus, u assure la bornitude de l'état x même en mode défaillant.

Hypothèse 2.2. La fonction $\Phi(x, u)$ est lipschitzienne en x uniformément en u , c.-à-d. il existe une constante réelle connue $l_\Phi > 0$ telle que

$$\|\Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)\| \leq l_\Phi \|x - \hat{x}\| \quad (2.2)$$

Hypothèse 2.3. Les matrices E et C vérifient la condition suivante :

$$\text{rang}(CE) = \text{rang}(E) \quad (2.3)$$

Hypothèse 2.4. L'égalité suivante :

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A & -E \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \right) = n + \text{rang}(E) \quad (2.4)$$

est vérifiée $\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(s) \geq 0$.

L'égalité (2.3) de l'hypothèse 2.3, connue sous le nom de condition de recouvrement d'observateur (*observer matching condition* [126]), signifie que $\text{rang}(E) \leq \text{rang}(C)$ ($q \leq p$) et que les défauts n'apparaissent que dans les dynamiques d'au moins q sorties [22]. Cette condition structurelle est commune dans la conception des observateurs d'état adaptatifs [70, 72, 73, 19, 127], des observateurs par mode de glissement [128, 129] et des observateurs

à entrée inconnue [130, 118]. Le lemme suivant reformule la condition (2.3) en une égalité matricielle exploitable dans la conception de ces observateurs.

Lemme 2.1. [7] *Il existe deux matrices $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive, et $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ telles que*

$$E^T P = FC \quad (2.5)$$

si et seulement si $\text{rang}(CE) = \text{rang}(E)$.

L'hypothèse 2.4 est connue sous le nom de condition de déphasage minimale [7], car elle indique que tous les zéros invariants du triplé (A, E, C) sont à partie réelle négative. Pour argumenter cette hypothèse, on rappelle d'abord que les défauts (ou les entrées inconnues en général) peuvent influencer sur l'observabilité de l'état, même pour les systèmes linéaires. Pour éclaircir cela, on considère l'exemple suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 - (x_2 + f_1) \\ \dot{x}_2 &= x_2 + f_1 \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

où le signal f_1 est un défaut. On peut facilement vérifier que toutes les variables d'état de ce système sont observables. Cependant, il est évident que la variable d'état x_2 ne peut être discernée de $x_2 + f_1$ quand f_1 fait son apparition.

L'hypothèse 2.4 assure, pour le système (2.1), la détectabilité de x et f . Cela peut être démontré en transformant (2.1) en un système augmenté en incluant f dans le vecteur d'état. On suppose que $\dot{f} = v$, où v est un signal inconnu. Alors, le système (2.1) peut être réécrit sous la forme

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & E \\ 0_{q \times n} & 0_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi(x, u) \\ 0_{q \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ v \end{bmatrix} \quad (2.7a)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} \quad (2.7b)$$

Le critère de détectabilité de PBH (voir chapitre 1, sous-section 1.6.2) stipule que le système (2.7) est détectable si et seulement si

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A & -E \\ 0_{q \times n} & sI_q \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \right) = n + q \quad (2.8)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(s) \geq 0$. Évidemment si l'hypothèse 2.4 est vérifiée, alors l'égalité (2.8) est satisfaite.

Remarque 2.1. Typiquement, dans le cas où $q < p$ le triplé (A, E, C) ne possède pas de zéros invariants [131] et donc l'hypothèse 2.4 est trivialement satisfaite.

Pour plus de perspicacité sur la signification des hypothèses 2.3 et 2.4, on exprime le lemme suivant :

Lemme 2.2. [132] *Il existe des matrices $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ et $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive telles que*

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P < 0 \quad (2.9)$$

$$E^T P = FC \quad (2.10)$$

si et seulement si les hypothèses 2.3 et 2.4 sont satisfaites.

2.2.2 Relation entre la condition de recouvrement d'observateur et la FOAN

L'objet de cette section est de combler le vide théorique entre le résultat présenté dans [73] et tous les travaux portant sur la conception des observateurs d'état adaptatifs pour l'estimation des défauts additifs en montrant la relation entre la FOAN et les hypothèses 2.3 et 2.4.

Proposition 2.1. *Il existe une transformation linéaire T qui permet de mettre le système (2.1) sous la forme FOAN*

$$\dot{y} = A_{11}y + A_{12}z + \Phi_1(y, z, u) + \underline{E}f \quad (2.11a)$$

$$\dot{z} = A_{21}y + A_{22}z + \Phi_2(y, z, u) \quad (2.11b)$$

si et seulement si l'égalité $\text{rang}(CE) = \text{rang}(E)$ est satisfaite.

Démonstration. (Nécessité) On décompose la matrice E sous la forme

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

où $E_1 \in \mathbb{R}^{q \times q}$ et $E_2 \in \mathbb{R}^{(n-q) \times q}$. On suppose que les états du système ont été réarrangés de sorte que $\text{rang}(E_1) = q$. En utilisant la matrice de transformation

$$T_1 = \begin{bmatrix} E_1^{-1} & 0_{q \times (n-q)} \\ -E_2 E_1^{-1} & I_{n-q} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

dans la nouvelle base, la matrice de distributions des défauts et la matrice de sortie prennent respectivement les formes suivantes :

$$\bar{E} = T_1 E = \begin{bmatrix} I_q \\ 0_{(n-q) \times q} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\bar{C} = C T_1^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

où $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times q}$ et $C_2 \in \mathbb{R}^{p \times (n-q)}$. Avec de telles structures de \bar{E} et \bar{C} , on s'aperçoit facilement que $\text{rang}(CE) = \text{rang}(C T_1^{-1} T_1 E) = \text{rang}(\bar{C} \bar{E}) = \text{rang}(C_1)$. Ainsi, si la condition (2.3) est vérifiée,

alors

$$\text{rang}(C_1) = \text{rang}(E) = q \quad (2.16)$$

Or, comme $\text{rang}(\tilde{C}) = p$, on peut réarranger les colonnes de C_2 puis la décomposer en la forme suivante :

$$C_2 = \begin{bmatrix} C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

de telle sorte que $C_{21} \in \mathbb{R}^{p \times (p-q)}$, $C_{22} \in \mathbb{R}^{p \times (n-p)}$ et

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} C_1 & C_{21} \end{bmatrix} \right) = p \quad (2.18)$$

Il est important de préciser que le réarrangement des colonnes de C_2 ne modifie en rien la structure de la matrice \tilde{E} .

On définit maintenant une autre matrice de transformation

$$T_2 = \begin{bmatrix} C_1 & C_{21} & C_{22} \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times q} & \mathbf{0}_{(n-p) \times (p-q)} & I_{n-p} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Ainsi, on obtient

$$\begin{aligned} \tilde{C}T_2^{-1} &= \begin{bmatrix} C_1 & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [C_1 & C_{21}]^{-1} & -[C_1 & C_{21}]^{-1}C_{22} \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times p} & I_{n-p} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_p & \mathbf{0}_{p \times (n-p)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

et

$$\begin{aligned} T_2\tilde{E} &= \begin{bmatrix} C_1 & C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_q \\ \mathbf{0}_{n-q} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_1 \\ \mathbf{0}_{q \times (n-q)} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \underline{E} \\ \mathbf{0}_{q \times (n-p)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.21)$$

où $\underline{E} = [C_1^T \quad \mathbf{0}_{(p-q) \times q}]^T$. Par conséquent, si la condition (2.3) est satisfaite, la matrice de transformation $T = T_2T_1$ permet de mettre le système (2.1) sous la FOAN (2.11).

(*Suffisance*) Il est aisé de constater que le système (2.11) satisfait toujours la condition de recouvrement d'observateur. \square

Proposition 2.2. *On considère le système (2.11). Si l'hypothèse 2.4 est vérifiée, alors la paire (A_{12}, A_{22}) est détectable.*

Démonstration. À partir du test de détectabilité de PBH, la paire (A_{12}, A_{22}) est détectable si

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_{n-p} - A_{22} \\ A_{12} \end{bmatrix} \right) = n - p \quad (2.22)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $Re(s) \geq 0$. D'autre part, l'application de l'hypothèse 2.4 au système (2.11) procure

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_p - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & sI_{n-p} - A_{22} \\ I_p & 0_{p \times (n-p)} \end{bmatrix} \right) = n \quad (2.23)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $Re(s) \geq 0$. Cela implique

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_p - A_{11} \\ -A_{21} \\ I_p \end{bmatrix} \right) = p \quad (2.24)$$

et

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} -A_{12} \\ sI_{n-p} - A_{22} \\ 0_{p \times (n-p)} \end{bmatrix} \right) = n - p \quad (2.25)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $Re(s) \geq 0$. Évidemment, (2.25) est satisfaite si la condition de détectabilité (2.22) de la paire (A_{22}, A_{12}) est remplie. \square

2.3 Estimation des défauts additifs par l'observateur d'état adaptatif conventionnel

2.3.1 Synthèse de l'observateur

L'observateur d'état adaptatif conventionnel correspondant au système (2.1) est donné par les équations suivantes :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\hat{f} + L(y - C\hat{x}) \quad (2.26a)$$

$$\dot{\hat{f}} = \Gamma F(y - C\hat{x}) \quad (2.26b)$$

où \hat{x} et \hat{f} sont respectivement les estimés de x et f , $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ le gain de l'observateur, $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ une matrice à déterminer et $\Gamma \in \mathbb{R}^{q \times q}$ une matrice symétrique et définie positive.

De (2.1) et (2.26), les dynamiques des erreurs estimation $\tilde{x} = x - \hat{x}$ et $\tilde{f} = f - \hat{f}$ sont données par les équations suivantes :

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\Phi} + E\tilde{f} \quad (2.27a)$$

$$\dot{\tilde{f}} = \dot{f} - \Gamma F C \tilde{x} \quad (2.27b)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)$. Le théorème ci-dessous fournit les conditions suffisantes de la stabilité asymptotique du système des erreurs (2.27).

Théorème 2.1. *On considère le système (2.1) sous les hypothèses 2.1–2.4 et l'observateur (2.26). S'il existe une constante réelle positive ε et deux matrices $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive,*

et $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ telles que

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + \varepsilon^{-1} PP + \varepsilon l_\Phi^2 I_n < 0 \quad (2.28)$$

$$E^T P = FC \quad (2.29)$$

alors si $\dot{f} = 0$, les erreurs d'estimation \tilde{x} et \tilde{f} dont les dynamiques sont données par (2.27) sont asymptotiquement stables.

Démonstration. On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \tilde{f} \quad (2.30)$$

Sa dérivée tout au long des trajectoires du système (2.27) est

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T P E \tilde{f} \\ & - 2\tilde{f}^T F C \tilde{x} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Compte tenu de (2.29), (2.31) se réduit à

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} \quad (2.32)$$

En appliquant l'inégalité de Young (voir chapitre 1, sous-section 1.6.3) au dernier terme à droite de (2.32), \dot{V} vérifie

$$\dot{V} \leq \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + \varepsilon^{-1} \|\tilde{x}^T P\|^2 + \varepsilon \|\tilde{\Phi}\|^2 \quad (2.33)$$

où ε est un réel positif. En utilisant maintenant la condition de Lipschitz (2.2), on obtient

$$\dot{V} \leq -\tilde{x}^T Q \tilde{x} \quad (2.34)$$

où

$$Q = -[(A - LC)^T P + P(A - LC) + \varepsilon^{-1} PP + \varepsilon l_\Phi^2 I_n] \quad (2.35)$$

À présent, il est clair que si l'inégalité (2.28) est satisfaite, alors \dot{V} est semi-définie négative, ce qui implique que $\tilde{x} \in L_\infty$ et $\tilde{f} \in L_\infty$. Par ailleurs, puisque la fonction $\Phi(x, u)$ est lipschitzienne, il découle de (2.27a) que $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$.

Pour prouver la stabilité asymptotique de \tilde{x} et \tilde{f} , on intègre les deux côtés de (2.34) de $t = 0$ à $t = t_f$, ce qui donne

$$V(t_f) - V(0) \leq - \int_0^{t_f} \tilde{x}^T Q \tilde{x} dt \quad (2.36)$$

Puisque $V > 0$ et bornée (car $\tilde{x} \in L_\infty$ et $\tilde{f} \in L_\infty$), on déduit que le terme $\int_0^{t_f} \tilde{x}^T Q \tilde{x} dt$ l'est également indépendamment de la valeur de t_f . Cela revient à conclure que $\tilde{x} \in L_2$ (car $Q > 0$). Par conséquent, $\tilde{x} \in L_\infty \cap L_2$ et $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$. L'application du lemme de Barbalat (voir Chapitre 1, sous-section 1.6.3) permet donc d'affirmer que $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$.

Pour prouver que $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{f} = 0$, on démontre d'abord que $\dot{\tilde{x}}$ est uniformément continue. Étant donné que $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$, donc \tilde{x} est uniformément continue. Cela conduit également à la continuité uniforme de $\tilde{\Phi}$ par rapport au temps (puisque $\Phi(x, u)$ est lipschitzienne). En outre, de (2.27b) on peut facilement confirmer que \tilde{f} est uniformément continue (puisque $\tilde{x} \in L_\infty$). De ce qui précède, on déduit de (2.27a) que $\dot{\tilde{x}}$ est uniformément continue. Par ailleurs, on a

$$\int_0^\infty \dot{\tilde{x}} dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) - \tilde{x}(0) = -\tilde{x}(0) \quad (2.37)$$

qui est fini. Une fois encore, en appliquant le lemme de Barbalat, on conclut que $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{x}} = 0$. En conséquence, en vertu de (2.27a) lorsque $t \rightarrow \infty$, on déduit que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\tilde{f} = 0 \quad (2.38)$$

Ainsi, puisque E est de plein rang, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{f} = 0$. □

Remarque 2.2. À notre connaissance, il n'existe dans la littérature aucune extension de l'observateur d'état adaptatif à des systèmes non linéaires plus généraux que les systèmes lipschitziens. En effet, la difficulté réside dans le fait que l'on ne peut pas prouver la stabilité asymptotique par l'application du lemme de Barbalat si les non-linéarités de ces systèmes ne sont pas continues par rapport à l'état. Un exemple de ces systèmes est la classe des systèmes unilatéralement lipschitziens qui connaît ces dernières années un intérêt croissant dans le domaine de synthèse des observateurs non linéaires [133, 134, 135].

2.3.2 Formulation LMI

Le problème de synthèse de l'observateur (2.26) consiste à déterminer les matrices L et F telles que l'inégalité (2.28) soit vérifiée sous la contrainte égalité (2.29). La résolution d'un tel problème peut être effectuée d'une façon systématique en transformant (2.28) et (2.29) en un problème d'optimisation convexe formulé en termes d'inégalités matricielles affines (LMI). Dans ce but, en effectuant le changement de variable suivant :

$$L = P^{-1}M \quad (2.39)$$

où $M \in \mathbb{R}^{n \times p}$, l'inégalité (2.28) est transformée en la forme suivante :

$$A^T P + PA - C^T M^T - MC + \varepsilon^{-1} PP + \varepsilon l_\Phi^2 I_n < 0 \quad (2.40)$$

En appliquant le complément de Schur (voir chapitre 1) à (2.40), on obtient la formulation LMI suivante :

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T M^T - MC + \varepsilon l_\Phi^2 I_n & P \\ * & -\varepsilon I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (2.41)$$

De même, l'égalité (2.29) peut être remplacée par un problème d'optimisation LMI. En effet,

(2.29) est équivalente à

$$\text{Trace}((E^T P - FC)^T (E^T P - FC)) = 0 \quad (2.42)$$

Cela vient du fait que $\text{Trace}(X^T X)$ est constituée par la somme des carrés de tous les éléments de la matrice X . Donc, pour $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\text{Trace}(X^T X) = 0$ si et seulement si $X = 0_{m \times n}$. De (2.42) on peut écrire

$$(E^T P - FC)^T (E^T P - FC) \leq \eta^2 I_n \quad (2.43)$$

où η est un scalaire positif. Évidemment, (2.42) est vérifiée pour $\eta = 0$. L'inégalité (2.43) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\eta I_n - \eta^{-1} (E^T P - FC)^T (E^T P - FC) \geq 0 \quad (2.44)$$

L'application du complément de Schur à (2.44) permet d'avoir directement l'inégalité suivante :

$$\begin{bmatrix} \eta I_n & (E^T P - FC)^T \\ * & \eta I_q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.45)$$

Par conséquent, la solution de (2.29) peut être approximée par la résolution du problème d'optimisation LMI suivant :

$$\begin{array}{l} \text{Minimiser } \eta \text{ telle que :} \\ \begin{bmatrix} \eta I_n & (E^T P - FC)^T \\ * & \eta I_q \end{bmatrix} \geq 0 \end{array} \quad (2.46)$$

En bref, le calcul de L et F peut être effectuer par la résolution des LMI (2.41) et (2.46) simultanément pour P , M , F et η , où L se calcule de (2.39).

Remarque 2.3. Le formalisme LMI permet de réduire le problème de recherche des gains de l'observateur en un problème LMI qui peut être résolu efficacement en employant l'outil informatique. Malheureusement, la faisabilité d'un tel problème est généralement non connu a priori [136]. De plus, pour le réglage de la dynamique de l'observateur, il faut procéder par tâtonnement en variant les valeurs des paramètres du design.

Remarque 2.4. La difficulté de synthèse des observateurs pour les systèmes lipschitziens réside dans la résolution de l'inégalité de Lyapunov (2.28) qui est généralement soluble que pour les systèmes avec des constantes de Lipschitz très faibles [105, 137]. Évidemment, le changement de variable (2.39) utilisé pour la transformation de (2.28) en LMI (2.41) introduit plus de conservatisme sur la faisabilité de (2.41), car il impose une relation entre les matrices P et L .

2.3.3 Extension au cas des défauts capteur

Si l'on tient seulement compte des défauts capteur, le système (2.1) se réécrit sous la forme suivante :

$$\dot{x} = Ax + \Phi(x, u) \quad (2.47a)$$

$$y = Cx + E_s f_s \quad (2.47b)$$

où le vecteur $f_s \in \mathbb{R}^s$ modélise l'effet des défauts capteur et $E_s \in \mathbb{R}^{p \times q_s}$ est sa matrice de distribution qui est supposée de plain rang.

Dans le but d'estimer x et f_s par l'observateur d'état adaptatif (2.26), on utilise la technique proposée dans [138] pour transformer le problème de reconstruction des défauts capteur en un problème de reconstruction des défauts actionneurs. On considère le système suivant :

$$\dot{x}_s = -A_s x_s + A_s y \quad (2.48a)$$

$$y_s = x_s \quad (2.48b)$$

où $y_s \in \mathbb{R}^p$ et la matrice $-A_s \in \mathbb{R}^{p \times p}$ est Hurwitz. L'association des deux systèmes (2.47) et (2.48) en un seul système augmenté donne

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{\Phi}(\bar{x}, u) + \bar{E}f_s \quad (2.49a)$$

$$y_s = \bar{C}\bar{x} \quad (2.49b)$$

où

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times p} \\ A_s C & -A_s \end{bmatrix}, \bar{\Phi}(\bar{x}, u) = \begin{bmatrix} \Phi(x, u) \\ 0_{p \times 1} \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} 0_{n \times s} \\ E_s \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} 0_{p \times n} & I_p \end{bmatrix}.$$

Le souci maintenant est de montrer que la structure du système (2.49) vérifie les conditions structurelles exprimées dans les hypothèses 2.3 et 2.4 qui sont nécessaires pour la synthèse de l'observateur (2.26). On peut aisément constater que les matrices \bar{C} et \bar{E} vérifient l'hypothèse 2.3. Par ailleurs, il est démontré dans [17] que l'hypothèse 2.4 se reformule pour le système (2.49) sous la forme

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A & 0_{n \times s} \\ C & E_s \end{bmatrix} \right) = n + \text{rang}(E_s) \quad (2.50)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(s) \geq 0$, qui est évidemment toujours vérifiée si la paire (C, A) est détectable.

2.4 Observateur adaptatif à estimation rapide

L'observateur adaptatif à estimation rapide (*Fast fault estimation observer*), initialement introduit dans [93], a été développé pour pallier la faiblesse des observateurs d'état adaptatifs à donner des estimations précises des défauts variants dans le temps. Son principe de base consiste à utiliser une loi d'adaptation que l'on peut qualifier de proportionnelle dérivée pour améliorer la dynamique d'estimation des défauts.

Avant de présenter l'observateur adaptatif à estimation rapide, on exprime l'hypothèse

suivante :

Hypothèse 2.5. La dérivée temporelle du vecteur des défauts f vérifie la condition suivante :

$$\|\dot{f}\| \leq \gamma \quad (2.51)$$

où γ est une constante positive connue.

L'observateur adaptatif à estimation rapide correspondant au système (2.1) est donné par les équations suivantes :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\hat{f} + L(y - C\hat{x}) \quad (2.52a)$$

$$\dot{\hat{f}} = \Gamma F(\sigma(y - C\hat{x}) + \dot{y} - C\dot{\hat{x}}) \quad (2.52b)$$

où σ est une constante positive. De (2.1) et (2.52), on déduit que les dynamiques des erreurs d'estimation \tilde{x} et \tilde{f} sont régies par les équations suivantes :

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\Phi} + E\tilde{f} \quad (2.53a)$$

$$\dot{\tilde{f}} = \dot{f} - \Gamma F(\sigma C\tilde{x} + C\dot{\tilde{x}}) \quad (2.53b)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)$.

La présence de la dérivée temporelle du signal de sortie dans la loi d'adaptation (2.52b) pose un problème sérieux quant à l'évaluation de cette dérivée en temps réel pour des sorties bruitées. En effet, toutes les techniques de calcul ou d'estimation des dérivées souffrent d'une sensibilité au bruit de mesure plus ou moins importante. Pour surmonter ce problème, la loi d'adaptation (2.52b) peut être implémentée sous la forme suivante :

$$\hat{f} = \Gamma F(w + y - C\hat{x}) \quad (2.54a)$$

$$\dot{w} = \sigma(y - C\hat{x}) \quad (2.54b)$$

Évidemment, cette loi d'adaptation résout le problème d'évaluation de la dérivée de l'erreur de sortie, mais pas le problème de sensibilité au bruit de mesure, car il n'existe pas une action intégrale (qui filtre le bruit à haute fréquence) entre y et \hat{f} . L'analyse de stabilité a donné lieu au théorème suivant :

Théorème 2.2. On considère le système (2.1) sous les hypothèses 2.1–2.5 et l'observateur (2.52). S'il existe deux constantes positives ε_1 et ε et deux matrices $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive, et $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ telles que

$$\begin{bmatrix} (A - LC)^T P + P(A - LC) + l_\Phi^2 \varepsilon_1 I_n & P & \sigma^{-1} (A - LC)^T P E \\ * & -\varepsilon_1 I_n & \sigma^{-1} P E \\ * & * & \sigma^{-1} (\varepsilon I_n - 2E^T P E) \end{bmatrix} < 0 \quad (2.55)$$

$$E^T P = F C \quad (2.56)$$

alors les erreurs \tilde{x} et \tilde{f} données par (2.53) convergent vers un certain voisinage de l'origine. En outre, si $\dot{f} = 0$, alors \tilde{x} et \tilde{f} convergent asymptotiquement vers zéro.

Démonstration. Pour démontrer ce théorème, on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \frac{1}{\sigma} \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \tilde{f} \quad (2.57)$$

En dérivant V le long des trajectoires du système des erreurs (2.53), on obtient :

$$\dot{V} = \tilde{x}^T ((A - LC)^T P + P(A - LC)) \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T P E \tilde{f} \quad (2.58)$$

$$+ \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \dot{f} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T F C (\sigma \tilde{x} + \dot{x}) \quad (2.59)$$

L'égalité (2.56) permet de réduire \dot{V} à la forme

$$\dot{V} = \tilde{x}^T ((A - LC)^T P + P(A - LC)) \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \dot{f} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P \dot{x} \quad (2.60)$$

D'autre part, de la condition de Lipschitz (2.2), on obtient

$$l_{\Phi}^2 \varepsilon_1 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \geq 0 \quad (2.61)$$

où ε_1 est une constante positive. En ajoutant la partie gauche de l'inégalité (2.61) à la partie droite de l'égalité (2.60) et en remplaçant \dot{x} dans le dernier terme de (2.60) par son expression dans (2.53a), \dot{V} vérifie

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T ((A - LC)^T P + P(A - LC)) \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + l_{\Phi}^2 \varepsilon_1 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \\ & + \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \dot{f} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P (A - LC) \tilde{x} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P \tilde{\Phi} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P E \tilde{f} \end{aligned} \quad (2.62)$$

L'application de l'inégalité de Young au terme $\frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T \Gamma^{-1} \dot{f}$ permet d'obtenir

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T ((A - LC)^T P + P(A - LC)) \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + l_{\Phi}^2 \varepsilon_1 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \\ & + \frac{\epsilon}{\sigma} \tilde{f}^T \tilde{f} + \frac{1}{\sigma \epsilon} \dot{f}^T (\Gamma^{-1})^T \Gamma^{-1} \dot{f} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P (A - LC) \tilde{x} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P \tilde{\Phi} \\ & - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P E \tilde{f} \end{aligned} \quad (2.63)$$

où $\epsilon > 0$. Après un réarrangement des termes de (2.63) et en utilisant la condition (2.51) de l'hypothèse 2.5, on obtient

$$\dot{V} \leq \zeta^T Z \zeta + \frac{1}{\sigma \epsilon} \gamma^2 \lambda_{\max}((\Gamma^{-1})^T \Gamma^{-1}) \quad (2.64)$$

où

$$\zeta = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{\Phi} \\ \tilde{f} \end{bmatrix} \text{ et } Z = \begin{bmatrix} (A-LC)^T P + P(A-LC) + l_{\Phi}^2 \varepsilon_1 I_n & P & \sigma^{-1}(A-LC)^T P E \\ * & -\varepsilon_1 I_n & \sigma^{-1} P E \\ * & * & \sigma^{-1}(\varepsilon I_n - 2E^T P E) \end{bmatrix}.$$

Ainsi, si (2.55) est vérifiée, \dot{V} vérifie

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(-Z)\|\zeta\|^2 + \frac{1}{\sigma\varepsilon}\gamma^2\lambda_{\max}((\Gamma^{-1})^T\Gamma^{-1}) \quad (2.65)$$

Cela signifie la convergence des erreurs \tilde{x} et \tilde{f} vers un certain voisinage de l'origine.

Dans le cas où $\dot{f} = 0$, (2.65) se réduit à $\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(-Z)\|\zeta\|^2$ et, par conséquent, les erreurs \tilde{x} et \tilde{f} convergent asymptotiquement vers l'origine. \square

Remarque 2.5. En utilisant le changement de variable $L = P^{-1}M$, on peut facilement convertir l'inégalité (2.55) en LMI suivant :

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A - C^T M^T - M C + l_{\Phi}^2 \varepsilon_1 I_n & P & \sigma^{-1}(P A - M C)^T \\ * & -\varepsilon_1 I_n & \sigma^{-1} P E \\ * & * & \sigma^{-1}(\varepsilon I_n - 2E^T P E) \end{bmatrix} < 0 \quad (2.66)$$

En outre, on rappelle que la solution de l'égalité (2.56) peut être approximée par la solution du problème d'optimisation LMI (2.46).

2.4.1 Extension aux systèmes unilatéralement lipschitziens

Dans la remarque 2.2, on a signalé qu'en appliquant l'observateur adaptatif conventionnel aux systèmes avec des non-linéarités unilatéralement lipschitziennes on ne peut assurer la convergence asymptotique des erreurs d'estimation vers l'origine. Dans cette partie, on se propose d'étendre l'observateur adaptatif à estimation rapide à une classe de ces systèmes non linéaires.

On rappelle que le système (2.1) est dit unilatéralement lipschitzien si la fonction non linéaire $\Phi(x, u)$ est unilatéralement lipschitzienne, c.-à-d. il existe une constante $\rho_1 \in \mathbb{R}$ qui peut être positive ou négative telle que [133]

$$\langle \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u), x_1 - x_2 \rangle \leq \rho_1 \|x - \hat{x}\|^2 \quad \forall x, \hat{x} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^n \quad (2.67)$$

De plus, $\Phi(x, u)$ est dite quadratiquement bornée s'il existe deux réels ρ_2 et ρ_3 tels que

$$\|\Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)\|^2 \leq \rho_2 \|x - \hat{x}\|^2 + \rho_3 \langle \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u), x - \hat{x} \rangle \quad \forall x, \hat{x} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^n \quad (2.68)$$

On rappelle également que toute fonction lipschitzienne est à la fois unilatéralement lipschitzienne et quadratiquement bornée.

Le théorème suivant donne les conditions suffisantes de la stabilité de l'observateur (2.52) lorsque $\Phi(x, u)$ est à la fois unilatéralement lipschitzienne et quadratiquement bornée.

Théorème 2.3. *On considère l'observateur (2.52) et le système (2.1) sous les hypothèses 2.1, 2.3, 2.4 et 2.5, et on suppose que la fonction $\Phi(x, u)$ satisfait les inégalités (2.67) et (2.68). S'il existe des réels positifs $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ et ε et deux matrices $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive, et $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ telles que*

$$\begin{bmatrix} (A-LC)^T P + P(A-LC) + (\varepsilon_1 \rho_1 + \varepsilon_2 \rho_2) I_n & P + (\varepsilon_2 \rho_3 - \varepsilon_1) I_n & \sigma^{-1} (A-LC)^T P E \\ * & -\varepsilon_2 I_n & \sigma^{-1} P E \\ * & * & \sigma^{-1} (\varepsilon I_n - 2E^T P E) \end{bmatrix} < 0 \quad (2.69)$$

$$E^T P = F C \quad (2.70)$$

alors les erreurs d'estimation \tilde{x} et \tilde{f} données par (2.53) convergent vers un voisinage de l'origine. Par ailleurs, si $\dot{f} = 0$, alors \tilde{x} et \tilde{f} convergent asymptotiquement vers l'origine.

Démonstration. En poursuivant les mêmes étapes de la démonstration du théorème 2.2 mais sans exploiter la condition de Lipschitz (2.2), on aboutit à l'inégalité

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T ((A-LC)^T P + P(A-LC)) \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + \frac{\varepsilon}{\sigma} \tilde{f}^T \tilde{f} + \frac{1}{\sigma \varepsilon} \dot{f}^T (\Gamma^{-1})^T \Gamma^{-1} \dot{f} \\ & - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P (A-LC) \tilde{x} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P \tilde{\Phi} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P E \tilde{f} \end{aligned} \quad (2.71)$$

Les conditions (2.67) et (2.68) impliquent respectivement les inégalités suivantes :

$$\varepsilon_1 \rho_1 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_1 \tilde{x}^T \tilde{\Phi} \geq 0 \quad (2.72)$$

$$\varepsilon_2 \rho_2 \tilde{x}^T \tilde{x} + \varepsilon_2 \rho_3 \tilde{x}^T \tilde{\Phi} - \varepsilon_2 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \geq 0 \quad (2.73)$$

où ε_1 et ε_2 sont des constantes réelles positives. En ajoutant les termes gauches de (2.72) et (2.73) à la partie droite de (2.71), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T ((A-LC)^T P + P(A-LC) + (\varepsilon_1 \rho_1 + \varepsilon_2 \rho_2) I_n) \tilde{x} \\ & + 2\tilde{x}^T (P + (\varepsilon_2 \rho_3 - \varepsilon_1) I_n) \tilde{\Phi} - \varepsilon_2 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} + \frac{\varepsilon}{\sigma} \tilde{f}^T \tilde{f} + \frac{1}{\sigma \varepsilon} \dot{f}^T (\Gamma^{-1})^T \Gamma^{-1} \dot{f} \\ & - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P (A-LC) \tilde{x} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P \tilde{\Phi} - \frac{2}{\sigma} \tilde{f}^T E^T P E \tilde{f} \end{aligned} \quad (2.74)$$

Après réarrangement des termes de (2.74) et en se servant de (2.51), on obtient

$$\dot{V} \leq \zeta^T \bar{Z} \zeta + \frac{1}{\sigma \varepsilon} \gamma^2 \lambda_{\max}((\Gamma^{-1})^T \Gamma^{-1}) \quad (2.75)$$

où $\zeta = [\tilde{x}^T \quad \tilde{\Phi}^T \quad \tilde{f}^T]^T$ et

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} (A-LC)^T P + P(A-LC) + (\varepsilon_1 \rho_1 + \varepsilon_2 \rho_2) I_n & P + (\varepsilon_2 \rho_3 - \varepsilon_1) I_n & \sigma^{-1} (A-LC)^T P E \\ * & -\varepsilon_2 I_n & \sigma^{-1} P E \\ * & * & \sigma^{-1} (\varepsilon I_n - 2E^T P E) \end{bmatrix}$$

La suite de la démonstration est similaire à celle du théorème 2.2. □

2.5 Observateur adaptatif à retard

L'observateur adaptatif à retard, initialement proposé dans [95], est conçu pour améliorer la précision d'estimation des paramètres variants dans le temps. La particularité de cet observateur réside dans le fait qu'il utilise une loi d'adaptation sous forme d'une équation algébrique. Cet observateur a été récemment appliqué avec succès à l'estimation des défauts additifs dans les systèmes linéaires [139, 17], les systèmes linéaire à paramètres variants [97] et les systèmes flous du type Takagi-Sugeno [140, 98, 141].

L'observateur d'état adaptatif à retard correspondant au système (2.1) est donné par les équations suivantes :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\hat{f} + L(y - C\hat{x}) \quad (2.76a)$$

$$\hat{f} = K_1\hat{f}_\tau + K_2(y - C\hat{x}) \quad (2.76b)$$

où $K_1 \in \mathbb{R}^{q \times q}$, $K_2 \in \mathbb{R}^{q \times p}$ et $\hat{f}_\tau = \hat{f}(t - \tau)$ avec τ un scalaire positif.

La loi d'adaptation (2.76b) permet d'actualiser la valeur de \hat{f} à un instant t en se servant de \hat{f} à l'instant $t - \tau$ et de l'erreur d'estimation de la sortie. La valeur de τ qui représente en quelque sorte un retard de mise à jour de la loi d'adaptation (d'où l'appellation observateur adaptatif à retard) a donc un rôle clef dans les performances d'estimation de cet observateur.

Compte tenu de (2.1) et (2.76), les erreurs d'estimation \tilde{x} et \tilde{f} sont exprimées par les équations suivantes :

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\Phi} + E\tilde{f} \quad (2.77a)$$

$$\tilde{f} = f - K_1\hat{f}_\tau - K_2C\tilde{x} \quad (2.77b)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)$. En ajoutant et en soustrayant $K_1 f(t - \tau)$ au membre droit de (2.77b) et en remplaçant \tilde{f} dans (2.77a) par son expression dans (2.77b), on obtient

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\Phi} + E(v + K_1\tilde{f}_\tau - K_2C\tilde{x}) \quad (2.78a)$$

$$\tilde{f} = v + K_1\tilde{f}_\tau - K_2C\tilde{x} \quad (2.78b)$$

où $v = f - K_1 f(t - \tau)$ et $\tilde{f}_\tau = f(t - \tau) - \hat{f}_\tau$.

Théorème 2.4. *On considère le système (2.1) sous les hypothèses 2.1–2.5 et l'observateur (2.76). s'il existe des réels positifs $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ et ε_1 et des matrices réelles $P = P^T > 0$ et F telles que*

$$\begin{bmatrix} (A - LC)^T P + P(A - LC) + \varepsilon_1 l_\Phi^2 I_n & P & 0_{n \times q} \\ * & -\varepsilon_1 I_n & 0_{n \times q} \\ * & * & -\varepsilon_1 I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (2.79)$$

$$\alpha K_1^T K_1 - I_n \leq 0 \quad (2.80)$$

$$E^T P = \epsilon_2 K_2 C \quad (2.81)$$

où $\alpha = \epsilon_2 + \epsilon_2$ et $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 1$, alors les erreurs d'estimation \tilde{x} et \tilde{f} données par (2.78) convergent vers un certain voisinage de l'origine. En outre, si $\dot{f} = 0$, alors \tilde{x} et \tilde{f} convergent asymptotiquement vers zéro.

Démonstration. On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \int_{t-\tau}^t \tilde{f}^T \tilde{f} ds \quad (2.82)$$

Sa dérivée le long des trajectoires du système (2.78a) est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T P E (\nu + K_1 \tilde{f}_\tau - K_2 C \tilde{x}) \\ & + \tilde{f}^T \tilde{f} + \tilde{f}_\tau^T \tilde{f}_\tau \end{aligned} \quad (2.83)$$

Par ailleurs, de la condition de Lipschitz (2.2), on a

$$\epsilon_1 l_\Phi^2 \|\tilde{x}\|^2 - \epsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \geq 0 \quad (2.84)$$

En ajoutant le membre gauche de (2.84) au membre droit de (2.83), \dot{V} vérifie

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} + \epsilon_1 l_\Phi^2 \|\tilde{x}\|^2 - \epsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \\ & + 2\tilde{x}^T P E (\nu + K_1 \tilde{f}_\tau - K_2 C \tilde{x}) + \tilde{f}^T \tilde{f} - \tilde{f}_\tau^T \tilde{f}_\tau \\ \leq & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC) + \epsilon_1 l_\Phi^2 I_n] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} - \epsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \\ & + 2\tilde{x}^T P E (\nu + K_1 \tilde{f}_\tau - K_2 C \tilde{x}) - \epsilon_1 \tilde{f}^T \tilde{f} + \epsilon_2 \tilde{f}^T \tilde{f} - \tilde{f}_\tau^T \tilde{f}_\tau \end{aligned} \quad (2.85)$$

où ϵ_1 et ϵ_2 sont des réels strictement positifs tels que $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 1$. En remplaçant \tilde{f} dans $\epsilon_2 \tilde{f}^T \tilde{f}$ par son expression dans (2.78b), (2.85) s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC) + \epsilon_1 l_\Phi^2] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} - \epsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \\ & + 2\tilde{x}^T P E \nu + 2\tilde{x}^T P E K_1 \tilde{f}_\tau - 2\tilde{x}^T P E K_2 C \tilde{x} - \epsilon_1 \tilde{f}^T \tilde{f} \\ & + \epsilon_2 \nu^T \nu + \epsilon_2 \tilde{f}_\tau^T K_1^T K_1 \tilde{f}_\tau + \epsilon_2 \tilde{x} (K_2 C)^T K_2 C \tilde{x} + 2\epsilon_2 \tilde{f}_\tau^T K_1^T \nu \\ & - 2\epsilon_2 \tilde{x}^T (K_2 C)^T \nu - 2\epsilon_2 \tilde{x}^T (K_2 C)^T K_1 \tilde{f}_\tau - \tilde{f}_\tau^T \tilde{f}_\tau \end{aligned} \quad (2.86)$$

Compte tenu de (2.81), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC) + \epsilon_1 l_\Phi^2] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} - \epsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \\ & - \epsilon_1 \tilde{f}^T \tilde{f} + \epsilon_2 \nu^T \nu + \epsilon_2 \tilde{f}_\tau^T K_1^T K_1 \tilde{f}_\tau + 2\epsilon_2 \tilde{f}_\tau^T K_1^T \nu - \tilde{f}_\tau^T \tilde{f}_\tau \end{aligned} \quad (2.87)$$

Par ailleurs, en se servant de l'inégalité

$$2\varepsilon_2 \tilde{f}_\tau^T K_1^T v \leq \varepsilon_2 \tilde{f}_\tau^T K_1^T K_1 \tilde{f} + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_2} v^T v \quad (2.88)$$

où ε_2 est un réel strictement positif, \dot{V} vérifie

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T [(A-LC)^T P + P(A-LC) + \varepsilon_1 l_\Phi^2] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} - \varepsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \\ & - \varepsilon_1 \tilde{f}^T \tilde{f} + \tilde{f}_\tau^T (\alpha K_1^T K_1 - I_n) \tilde{f}_\tau + \beta v^T v \end{aligned} \quad (2.89)$$

où $\alpha = \varepsilon_2 + \varepsilon_2$ et $\beta = \varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_2}$. Comme \dot{f} est bornée (hypothèse 2.5), ce qui fait que f est continu, l'erreur v est également bornée. Cela permet d'écrire \dot{V} sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{x}^T [(A-LC)^T P + P(A-LC) + \varepsilon_1 l_\Phi^2] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\Phi} - \varepsilon_1 \|\tilde{\Phi}\|^2 \\ & - \varepsilon_1 \tilde{f}^T \tilde{f} + \tilde{f}_\tau^T (\alpha K_1^T K_1 - I_n) \tilde{f}_\tau + \beta k_v^2 \end{aligned} \quad (2.90)$$

où k_v est la borne maximale de v . Pour alléger l'écriture, on met $\zeta^T = [\tilde{x}^T \quad \tilde{\Phi}^T \quad \tilde{f}^T]$. L'inégalité (2.90) s'écrit avec cette variable

$$\dot{V} \leq \zeta^T \Xi \zeta + \tilde{f}_\tau^T (\alpha K_1^T K_1 - I_n) \tilde{f}_\tau + \beta k_v^2 \quad (2.91)$$

où

$$\Xi = \begin{bmatrix} (A-LC)^T P + P(A-LC) + \varepsilon_1 l_\Phi^2 & P & 0_{n \times q} \\ * & -\varepsilon_1 I_n & 0_{n \times q} \\ * & * & -\varepsilon_1 I_q \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Donc, si $\Xi < 0$ et $\alpha K_1^T K_1 - I_n \leq 0$, \dot{V} est définie négative à l'extérieur d'une certaine sphère dont le rayon dépend de v et par conséquent \tilde{x} et \tilde{f} convergent vers un certain voisinage de l'origine. Par ailleurs, si $v = 0$, l'observateur (2.76) assure la convergence asymptotique de \tilde{x} et \tilde{f} vers l'origine. \square

La transformation de la condition (2.79) en LMI peut être effectuée simplement par le changement de variable $L = P^{-1} M$ ($M \in \mathbb{R}^{n \times p}$), ce qui donne

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T M^T - MC + \varepsilon_1 l_\Phi^2 & P & 0_{n \times q} \\ * & -\varepsilon_1 I_n & 0_{n \times q} \\ * & * & -\varepsilon_1 I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (2.93)$$

D'autre part, en mettant $F = \varepsilon_2 K_2$, la résolution de (2.81) peut être approximée par la solution du problème LMI (2.46). D'autre part, la résolution de (2.80) en fonction de α et K_1 est une tâche aisée puisque K_1 est une matrice carrée, et donc ne nécessite pas une formulation en un problème LMI.

Remarque 2.6. Tout comme l'observateur adaptatif à estimation rapide, on peut facilement

étendre l'observateur (2.76) aux systèmes unilatéralement lipschitziens.

2.6 Observateur proportionnel intégral (PI)

L'observateur PI utilise en plus du terme de correction proportionnel un terme de correction intégral qui a pour rôle d'annuler le biais dans l'erreur d'estimation d'état causé par les imperfections du modèle. L'étude de cet observateur n'est pas récente (voir [142, 143, 144]), mais elle continue encore à susciter de l'intérêt [145, 146, 147].

2.6.1 Observateur PI conventionnel

L'observateur PI conventionnel correspondant au système (2.1) est donné par

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E \int_0^t L_2(y - C\hat{x})dt + L_1(y - C\hat{x}) \quad (2.94)$$

En posant $\hat{f} = \int_0^t L_2(y - C\hat{x})dt$, on peut réécrire (2.94) sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + E\hat{f} + L_1(y - C\hat{x}) \quad (2.95)$$

$$\dot{\hat{f}} = L_2(y - C\hat{x}) \quad (2.96)$$

Cet observateur est très similaire à l'observateur d'état adaptatif (2.26). Cependant, selon ses caractéristiques il se classe dans la catégorie des observateurs adaptatifs d'état et de paramètres. Afin de simplifier la procédure de design et l'analyse des conditions d'existence de cet observateur, on le met sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{\chi}} = \mathcal{A}\hat{\chi} + \Phi(\hat{\chi}, u) + \mathcal{L}(y - \mathcal{C}\hat{\chi}) \quad (2.97)$$

où

$$\hat{\chi} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{f} \end{bmatrix}, \mathcal{A} = \begin{bmatrix} A & E \\ 0_{q \times n} & 0_{q \times q} \end{bmatrix}, \mathcal{C} = \begin{bmatrix} C & 0_{p \times q} \end{bmatrix}, \Phi(\hat{\chi}, u) = \begin{bmatrix} \Phi(\hat{x}, u) \\ 0_{q \times 1} \end{bmatrix}, \mathcal{L} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

Soit $\tilde{\chi} = \chi - \hat{\chi}$ où $\chi = [x^T \quad f^T]^T$ et on suppose que $\dot{f} = 0$. L'équation dynamique de l'erreur $\tilde{\chi}$ est obtenue en soustrayant (2.97) de (2.1) :

$$\dot{\tilde{\chi}} = (\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})\tilde{\chi} + \tilde{\Phi} \quad (2.99)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(\chi, u) - \Phi(\hat{\chi}, u)$. Ainsi, la synthèse de l'observateur (2.49) n'est possible que si la paire $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$ est au moins détectable.

Lemme 2.3. *Si la condition de déphasage minimal du système (2.1) :*

$$\text{rang} \left(\begin{bmatrix} sI_n - A & -E \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \right) = n + \text{rang}(E) \quad (2.100)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $Re(s) \geq 0$, est vérifiée (hypothèse 2.4), alors La paire $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$ du système (2.99) est détectable.

Démonstration. En utilisant le critère de détectabilité de PBH, on déduit que la paire $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$ est détectable si

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} sI_n - A & -E \\ 0_{q \times n} & sI_q \\ C & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \end{pmatrix} = n + \text{rank}(E) \quad (2.101)$$

$\forall s \in \mathbb{C}$ tel que $Re(s) \geq 0$. Évidemment, si (2.100) est vérifiée, alors l'égalité (2.101) est satisfaite. \square

On annonce maintenant le théorème suivant :

Théorème 2.5. Soit le système (2.1) sous les hypothèses 2.1, 2.2 et 2.4 et l'observateur (2.97). Pour $\dot{f} = 0$, l'erreur d'estimation de l'état augmenté $\tilde{\chi}$ donné par (2.99) est asymptotiquement stable s'il existe une constante réelle positive ε et deux matrices $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$ symétrique et définie positive, et $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{(n+q) \times p}$ telles que

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}^T \mathcal{P} + \mathcal{P} \mathcal{A} - \mathcal{C}^T \mathcal{M}^T - \mathcal{M} \mathcal{C} + \varepsilon l_\Phi^2 I_{n+q} & \mathcal{P} \\ * & -\varepsilon I_{n+q} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.102)$$

Une fois ce problème est résolu, le gain de l'observateur est calculé comme suit :

$$\mathcal{L} = \mathcal{P}^{-1} \mathcal{M} \quad (2.103)$$

Démonstration. On considère la fonction de Lyapunov

$$V = \tilde{\chi}^T \mathcal{P} \tilde{\chi} \quad (2.104)$$

Sa dérivée par rapport au temps le long des trajectoires (2.99) est donnée par

$$\dot{V} = \tilde{\chi}^T [(\mathcal{A} - \mathcal{L} \mathcal{C})^T \mathcal{P} + \mathcal{P} (\mathcal{A} - \mathcal{L} \mathcal{C})] \tilde{\chi} + 2 \tilde{\chi}^T \mathcal{P} \tilde{\Phi} \quad (2.105)$$

De (2.97) on constate aisément que la fonction $\Phi(\chi, u)$ est lipschitzienne avec la constante de Lipschitz l_Φ , c.-à-d.

$$\|\tilde{\Phi}\| \leq l_\Phi \|\tilde{\chi}\| \quad (2.106)$$

D'où

$$l_\Phi^2 \varepsilon \tilde{\chi}^T \tilde{\chi} - \varepsilon \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \geq 0 \quad (2.107)$$

où ε est une constante positive. En ajoutant la partie gauche de l'inégalité (2.107) à la partie droite de l'égalité (2.105) et en utilisant le changement de variable $\mathcal{Z} = \mathcal{P}^{-1} \mathcal{M}$, \dot{V} vérifie

$$\dot{V} \leq \xi^T \mathcal{Z} \xi \quad (2.108)$$

où $\xi = [\tilde{\chi}^T \quad \tilde{\Phi}^T]^T$ et

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}^T \mathcal{P} + \mathcal{P} \mathcal{A} - \mathcal{C}^T \mathcal{M}^T - \mathcal{M} \mathcal{C} + \varepsilon l_{\Phi}^2 I_{n+q} & \mathcal{P} \\ * & -\varepsilon I_{n+q} \end{bmatrix}$$

Ainsi, si (2.102) est vérifiée, $\tilde{\chi}$ tend asymptotiquement vers l'origine. \square

Remarque 2.7. L'avantage principal de l'observateur PI par rapport aux approches précédemment étudiées réside dans le fait qu'il n'exige pas la condition de recouvrement d'observateur (hypothèse 2.3).

2.6.2 Observateur PI H_{∞}

Dans cette partie on se propose de combiner la technique du filtrage H_{∞} avec l'observateur PI pour améliorer ses performances quand $\dot{f} \neq 0$. Pour commencer, on énonce l'hypothèse suivante :

Hypothèse 2.6. La fonction \dot{f} est à énergie finie, c.-à-d.

$$\int_0^{\infty} \dot{f}^T \dot{f} dt < \infty \quad (2.109)$$

On reconsidère l'équation (2.99) qui exprime la dynamique de l'erreur d'estimation augmentée. Dans le cas où $\dot{f} \neq 0$, cette équation devient

$$\dot{\tilde{\chi}} = (\mathcal{A} - \mathcal{L} \mathcal{C}) \tilde{\chi} + \tilde{\Phi} + \mathcal{E} \dot{f} \quad (2.110)$$

où $\mathcal{E} = [0_{q \times n} \quad I_q]^T$. L'idée est de se servir des techniques du filtrage H_{∞} pour calculer le gain \mathcal{L} de l'observateur (2.97) de sorte que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\chi} = 0 \quad \text{pour} \quad \dot{f} = 0, \quad (2.111a)$$

$$\int_0^{\infty} \tilde{\chi}^T \mathcal{D} \tilde{\chi} dt < \mu \int_0^{\infty} \dot{f}^T \dot{f} dt \quad \text{pour} \quad \dot{f} \neq 0. \quad (2.111b)$$

où μ est une constante positive et \mathcal{D} une matrice symétrique semi-définie positive. Donc, en vertu de (2.111b), pour assurer une bonne estimation de l'état augmenté χ il faut que μ soit de très faible valeur.

Théorème 2.6. Soit le système (2.1) sous les hypothèses 2.1, 2.2 et 2.4 et l'observateur (2.97). S'il existe deux constantes réelles positives ε et μ et deux matrices $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$ symétrique et définie positive, et $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{(n+q) \times p}$ telles que

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}^T \mathcal{P} + \mathcal{P} \mathcal{A} - \mathcal{C}^T \mathcal{M}^T - \mathcal{M} \mathcal{C} + \varepsilon l_{\Phi}^2 I_{n+q} + \mathcal{D} & \mathcal{P} & \mathcal{P} \mathcal{E} \\ * & -\varepsilon I_{n+q} & 0_{(n+q) \times q} \\ * & * & -\mu I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (2.112)$$

où \mathcal{D} est définie conformément à (2.111b), alors l'erreur d'estimation de l'état augmenté $\tilde{\chi}$ donné par (2.110) vérifie les conditions (2.111).

Démonstration. En reconsidérant la fonction de Lyapunov $V = \tilde{\chi}^T \mathcal{P} \tilde{\chi}$ et en poursuivant les mêmes étapes de la démonstration du théorème 2.5 lorsque $\dot{f} \neq 0$, on aboutit à l'inégalité suivante :

$$\dot{V} \leq \xi^T \mathcal{Z} \xi + 2\xi^T \mathcal{P} \mathcal{E} \dot{f} \quad (2.113)$$

où ξ et \mathcal{Z} sont définies conformément à (2.108).

On considère maintenant le critère

$$J = \tilde{\chi}^T \mathcal{D} \tilde{\chi} - \mu \dot{f}^T \dot{f} + \dot{V} \quad (2.114)$$

En vertu de (2.113), J vérifie

$$J \leq \tilde{\chi}^T \mathcal{D} \tilde{\chi} - \mu \dot{f}^T \dot{f} + \xi^T \mathcal{Z} \xi + 2\xi^T \mathcal{P} \mathcal{E} \dot{f} \quad (2.115)$$

Or, en remplaçant ξ et \mathcal{Z} par leur expression, on peut écrire

$$J \leq \begin{bmatrix} \tilde{\chi} \\ \tilde{\Phi} \\ \dot{f} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathcal{A}^T \mathcal{P} + \mathcal{P} \mathcal{A} - \mathcal{C}^T \mathcal{M}^T - \mathcal{M} \mathcal{C} + \varepsilon l_{\Phi}^2 I_{n+q} + \mathcal{D} & \mathcal{P} & \mathcal{P} \mathcal{E} \\ * & -\varepsilon I_{n+q} & 0_{(n+q) \times q} \\ * & * & -\mu I_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\chi} \\ \tilde{\Phi} \\ \dot{f} \end{bmatrix} \quad (2.116)$$

Ainsi, si l'inégalité (2.112) est vérifiée, alors $J < 0$ et par conséquent

$$\int_0^{\infty} J dt = \int_0^{\infty} (\tilde{\chi}^T \mathcal{D} \tilde{\chi} - \mu \dot{f}^T \dot{f}) dt + V(\infty) - V(0) < 0 \quad (2.117)$$

Sous des conditions initiales nulles $V(0) = 0$, et comme $V(\infty) > 0$, l'inégalité (2.117) implique

$$\int_0^{\infty} \tilde{\chi}^T \mathcal{D} \tilde{\chi} dt < \mu \int_0^{\infty} \dot{f}^T \dot{f} dt \quad (2.118)$$

Par ailleurs si $\dot{f} = 0$, il est clair que $J < 0$ implique $\dot{V} < 0$ et, par conséquent, la stabilité asymptotique de $\tilde{\chi}$ vers l'origine. \square

Pour acquérir une précision optimale dans l'estimation de x et f , on transforme le problème de faisabilité LMI (2.112) en le problème d'optimisation LMI suivant :

Minimiser μ tel que (2.119)

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}^T \mathcal{P} + \mathcal{P} \mathcal{A} - \mathcal{C}^T \mathcal{M}^T - \mathcal{M} \mathcal{C} + \varepsilon l_{\Phi}^2 I_{n+q} + \mathcal{D} & \mathcal{P} & \mathcal{P} \mathcal{E} \\ * & -\varepsilon I_{n+q} & 0_{(n+q) \times q} \\ * & * & -\mu I_q \end{bmatrix} \quad (2.120)$$

2.7 Étude comparative

L'observateur adaptatif à estimation rapide et l'observateur adaptatif à retard représentent le progrès le plus important réalisé dans ces dix dernières années dans le domaine d'estimation des défauts à base d'observateurs adaptatifs. Cependant, comme mentionné dans l'introduction de ce chapitre, dans les travaux publiés, ces solutions théoriques n'ont jamais fait l'objet de tests dans des conditions opérationnelles réelles. En effet, les bruits d'état et de mesure constituent des éléments imparables que ces observateurs doivent faire face. D'ailleurs, il est bien connu qu'il existe toujours un compromis entre, d'un côté, les performances dynamiques et la robustesse au bruit d'état, et de l'autre, la sensibilité au bruit de mesure. Ce compromis peut être réglé par un choix judicieux de la matrice des gains de l'observateur. Toutefois, pour les observateurs adaptatifs cette méthode peut s'avérer insuffisante à cause des natures des lois d'adaptation employées.

L'objectif de cette partie est de mener une analyse comparative entre les observateurs étudiés dans ce chapitre des points de vue : qualité des grandeurs estimées en modes sain et défaillant, robustesse vis-à-vis des bruits d'état et de mesure, conditions nécessaires pour le design...etc.

2.7.1 Exemple de simulation

On considère le modèle du bras à liaison flexible présenté dans la sous-section 1.2.3 du chapitre 1 avec le défaut additif qui correspond à une augmentation anormale du frottement visqueux :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_m} & -\frac{b}{J_m} & \frac{k}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_l} & 0 & -\frac{k}{J_l} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_\tau}{J_m} u \\ 0 \\ -\frac{mgh}{J_l} \sin(x_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} f \quad (2.121a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.121b)$$

où $\delta(t)$ est un terme inconnu borné représentant les perturbations externes. On peut aisément confirmer que ce système vérifie les hypothèses 2.2–2.4. Les valeurs des paramètres du système sont : $J_m = 0.037 \text{ Kg m}^2$, $J_l = 0.093 \text{ Kg m}^2$, $k = 0.18 \text{ Nm/rad}$, $b = 0.0083 \text{ Nms/rad}$, $m = 0.21 \text{ Kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $h = 0.15 \text{ m}$ et $k_\tau = 0.18 \text{ Nm/V}$ [28]. Pour ces valeurs, le calcul de la constante de Lipschitz donne $l_\Phi = 3.33$.

Bien que ce système ne possède qu'un simple terme non linéaire, les structures de ses matrices et la valeur de l_Φ ont provoqué l'infaisabilité des LMI considérés pour le calcul des gains des observateurs. De plus, l'utilisation des conditions de Lipschitz relaxées (voir chapitre

1 sous-section 1.6.2) n'est pas très utile dans ce cas à cause de l'emplacement du terme non linéaire par rapport aux états mesurés. Afin de pallier ce problème, on réécrit la matrice fondamentale du système et le terme non linéaire sous la forme suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_m} & -\frac{b}{J_m} & \frac{k}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ \frac{k}{J_l} & 0 & -\frac{k}{J_l} & -1 \end{bmatrix}, \Phi(x, u) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_\tau}{J_m} u \\ x_3 \\ \frac{-mgh}{J_l} \sin(x_3) + x_4 \end{bmatrix}.$$

Même si cette forme augmente la constante de Lipschitz de $\Phi(x, u)$ à $l_\Phi = 4.33$, elle a permis de régler le problème de l'infaisabilité des LMI considérées. Leur résolution en utilisant la boîte à outils Matlab cvx [148] a donné les résultats cités ci-dessous.

Observateur d'état adaptatif conventionnel

Paramètres de design : $\varepsilon = \frac{1}{150}$.

Gains de l'observateur :

$$L = \begin{bmatrix} 1.1147 & -0.0000 \\ -0.4321 & 1.7916 \\ -0.0000 & 0.9284 \\ 1.9355 & -0.1921 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.5426 \end{bmatrix}, \Gamma = 5.$$

Observateur adaptatif à estimation rapide

Paramètres de design : $\varepsilon_1 = \frac{1}{150}$, $\varepsilon = 1$ et $\sigma = 50$.

Gains de l'observateur :

$$L = \begin{bmatrix} 1.7541 & 1.0000 \\ -4.8649 & 3.8242 \\ 0.0000 & 0.9680 \\ 1.9355 & -0.4150 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.3776 \end{bmatrix}, \Gamma = 5.$$

Observateur adaptatif à retard

Paramètres de design : $\varepsilon_1 = 10^{-2}$, $\varepsilon_2 = 0.7$ et $\varepsilon_1 = 0.5$.

Gains de l'observateur :

$$L = \begin{bmatrix} 1.3060 & -1.9324 \\ -1.9324 & 0.0627 \\ -0.0000 & 4.1054 \\ 1.9355 & -1.3238 \end{bmatrix}, K_1 = 0.9800, K_2 = \begin{bmatrix} 0.0000 & -3.8273 \end{bmatrix}.$$

Observateur PI H_∞

Paramètres de design : $\varepsilon = \frac{1}{150}$, $\mathcal{D} = \text{diag}(1, 1, 0.1, 0.1, 1)$.

Gain de l'observateur :

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 6.0856 & 0.9930 \\ -0.6767 & 29.0253 \\ -0.1668 & -0.7119 \\ 2.0227 & 2.1366 \\ -0.5349 & -15.6266 \end{bmatrix}.$$

Il est à noter que ces gains sont sélectionnés comme étant un bon compromis entre les performances dynamiques des observateurs et leurs sensibilités au bruit de mesure.

Pour mieux examiner les performances des observateurs étudiés, on a effectué deux tests de simulation avec le scénario de défaut suivant :

$$f = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 5s, \\ 0.1 & \text{si } 5 \leq t < 5.2s, \\ 0 & \text{si } 5.2s \leq t < 7s, \\ 0.1 & \text{si } 7s \leq t < 10s, \\ 0.1 \sin(2t) \cos((t-10)^2) & \text{si } 10s \leq t. \end{cases}$$

Ce scénario inclut le comportement des défauts : intermittent, abrupt et variant dans le temps avec une dynamique complexe. L'entrée utilisée dans les deux tests est $u = 5 \sin(0.2t) - 10x_1$ et les conditions initiales choisies sont $x = [-0.5 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$ pour le système et nulles pour tous les observateurs.

Test 1

Dans ce test on prend $\delta(t) = 0$. Les résultats d'estimation d'état sont présentés dans les figures 2.1 et 2.2 et ceux d'estimation du défaut sont illustrés sur les figures 2.3 et 2.4. Comme prévu, on voit que tous les signaux estimés par les observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard suivent fidèlement leurs signaux de références même lorsque la dynamique du défaut devient relativement rapide. Toutefois, les défauts estimés présentent des pics très élevés en régime transitoire. L'observateur adaptatif conventionnel présente un comportement acceptable en mode de fonctionnement sain et en mode défaillant lorsque le défaut est constant (type biais) ou lentement variable. En revanche, ses performances d'estimation du défaut se dégradent au fur et à mesure que la dynamique de ce dernier augmente. Ceci influe à son tour sur les performances d'estimation d'état. Par ailleurs, l'observateur PIH_∞ présente des résultats très satisfaisants et d'une qualité plus ou moins proche de celle des observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard sans pour autant que le défaut estimé présente des pics élevés. On remarque toutefois que ce dernier échoue à suivre fidèlement le défaut réel lorsque sa dynamique devient relativement rapide. Ceci a seulement une influence très réduite sur la qualité des états estimés.

Test 2

Dans ce test on introduit le terme $\delta(t) = 1 + \sin(20t)$ à $t = 5$ s et à $t = 10$ s on corrompt le vecteur de sortie y avec un bruit blanc additif avec une valeur moyenne nulle et un écart type de 10^{-2} .

Les résultats de ce test sont présentés dans les figures 2.5–2.8. On voit, pour tous les observateurs, qu'à partir de l'instant de l'introduction du bruit d'état, les estimés des états non mesurés et du défaut dévient de leurs valeurs réelles sans pour autant devenir instables. D'autre part, on remarque que les défauts estimés fournis par les observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard sont fortement sensibles au bruit de mesure. Par contre, l'influence de ce dernier sur l'observateur d'état adaptatif conventionnel et l'observateur PIH_∞ est très réduite à cause de sa faible amplitude.

2.7.2 Discussion

De par l'étude analytique et en simulation des quatre observateurs présentés dans ce chapitre, on conclut que l'observateur $PI H_\infty$ est le seul qui satisfait le mieux les compromis des critères de performances et le moins exigeant en termes des conditions structurelles de design. Cependant, on préconise une utilisation cas par cas de ces observateurs.

On résume dans la suite les conditions d'utilisation, les possibilités d'application et les critères de performances de ces observateurs.

Conditions structurelles : Seul l'observateur $PI H_\infty$ n'exige pas la condition de recouvrement d'observateur (hypothèse 2.3). Ceci constitue un avantage très important pour l'applicabilité de cette approche aux systèmes qui ne vérifient pas la condition de recouvrement d'observateur. Il convient de rappeler que cette condition est également exigée pour la synthèse des observateurs par mode de glissement et les observateurs à entrée inconnue.

Extension aux systèmes unilatéralement lipschitziens : Tous les observateurs étudiés dans ce chapitre peuvent être facilement étendus aux systèmes unilatéralement lipschitziens excepté l'observateur d'état adaptatif conventionnel.

Reconstruire les défauts variants dans le temps : Les observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard permettent de reconstruire les défauts variants dans le temps avec une grande précision. L'observateur $PI H_\infty$ donne également des résultats très acceptables qui sont bien meilleurs que ceux de l'observateur d'état adaptatif conventionnel.

Comportement en environnement bruité : Si les observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard présentent de très bonnes performances dans l'estimation des défauts variants dans le temps grâce aux natures de leurs lois d'adaptation, celles-ci limitent sévèrement l'importance pratique de ces observateurs à cause de leur forte sensibilité au bruit de mesure. Ceci s'explique par l'absence de l'action intégrale entre les défauts estimés et l'erreur de sortie. Face à cette situation, pour adoucir l'effet du bruit de mesure sur les défauts estimés, un réflexe naturel consiste à réduire les valeurs des matrices Γ et K_2 , ce qui affaiblit à son tour l'aptitude de ces observateurs à estimer les défauts variants dans le temps. En résumé, l'emploi de ces deux

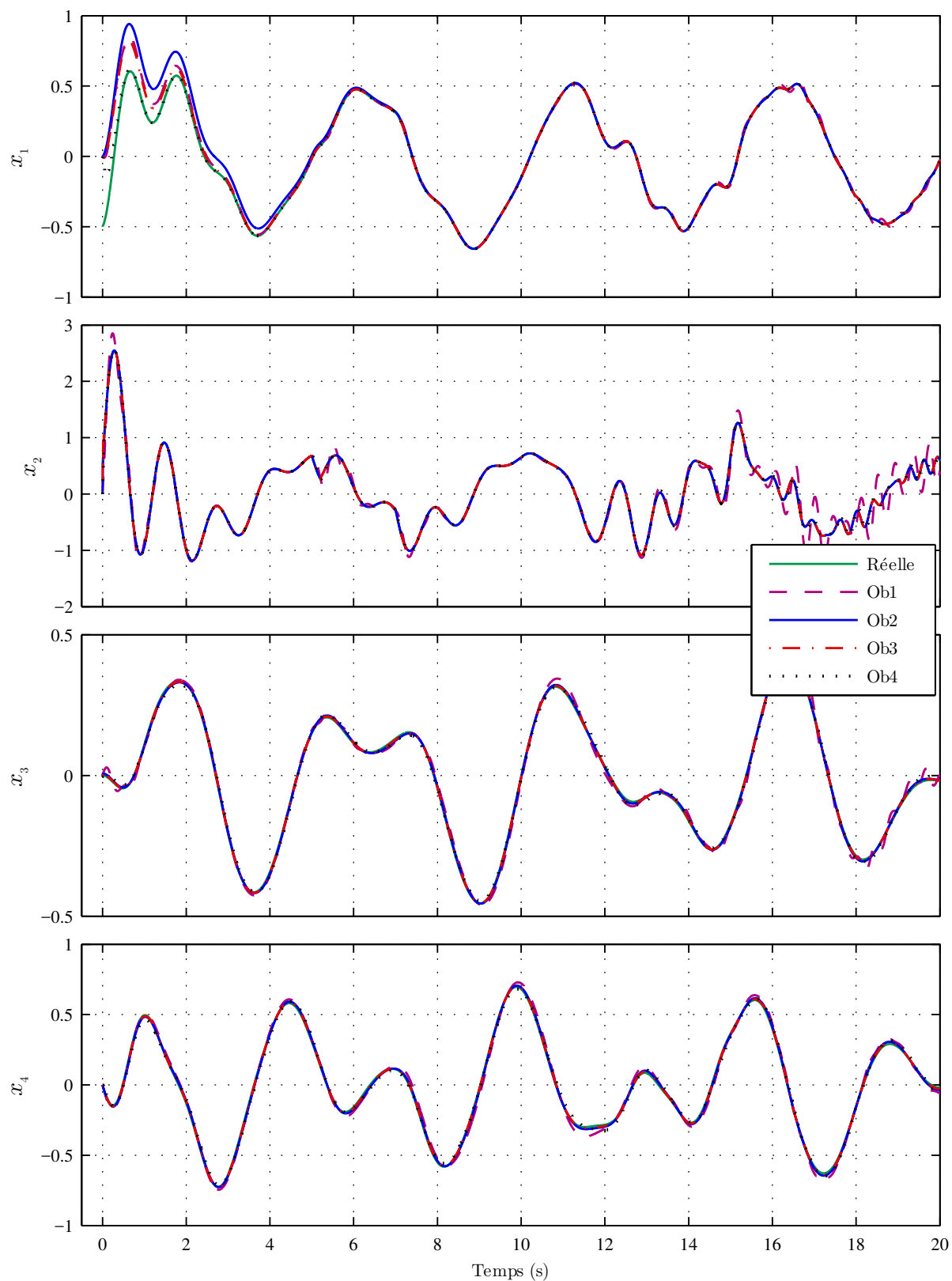


FIGURE 2.1 – État réel et ses estimés (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_∞)(Test 1).

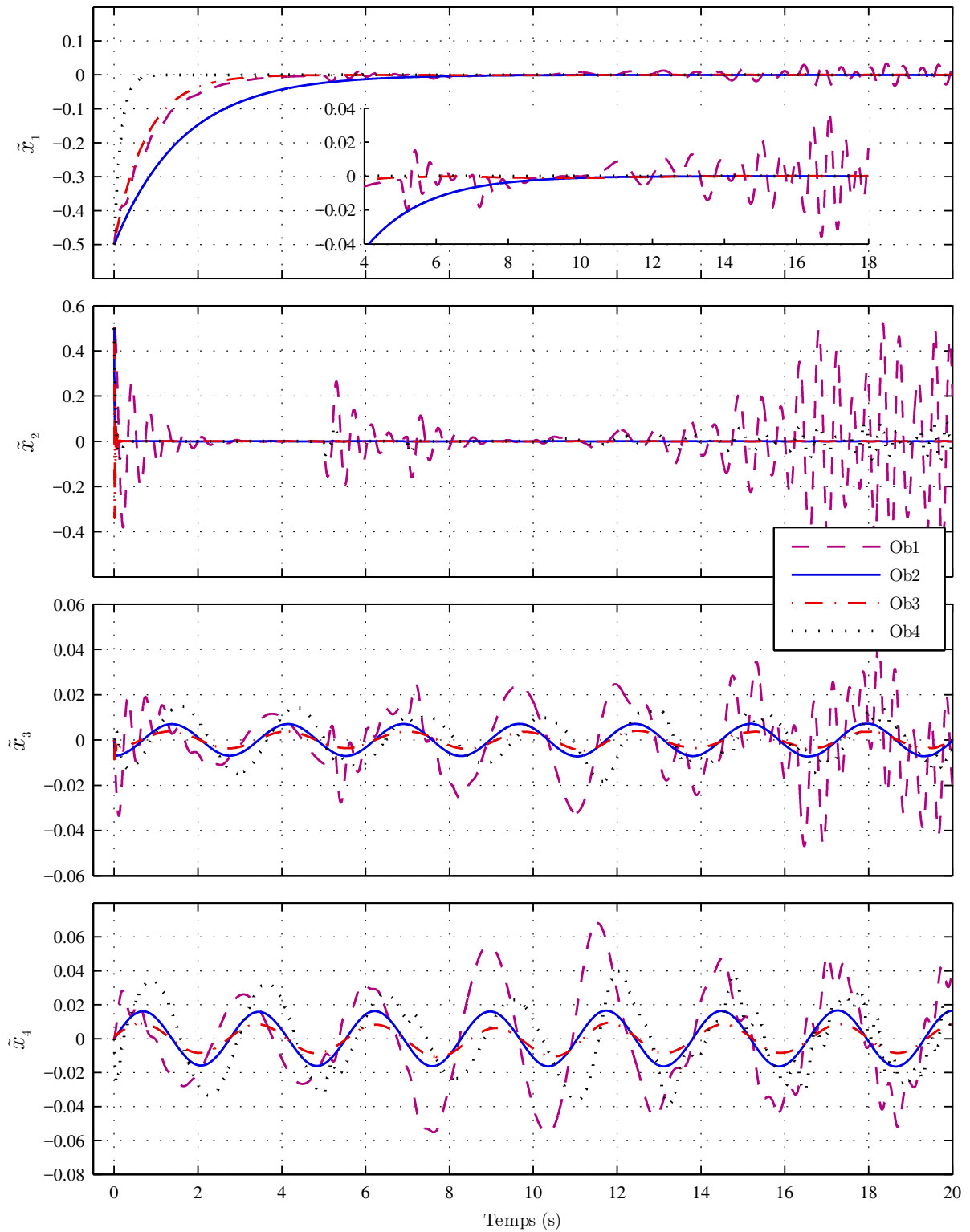


FIGURE 2.2 – Évolution des erreurs d'estimation d'état (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH $_{\infty}$)(Test 1).

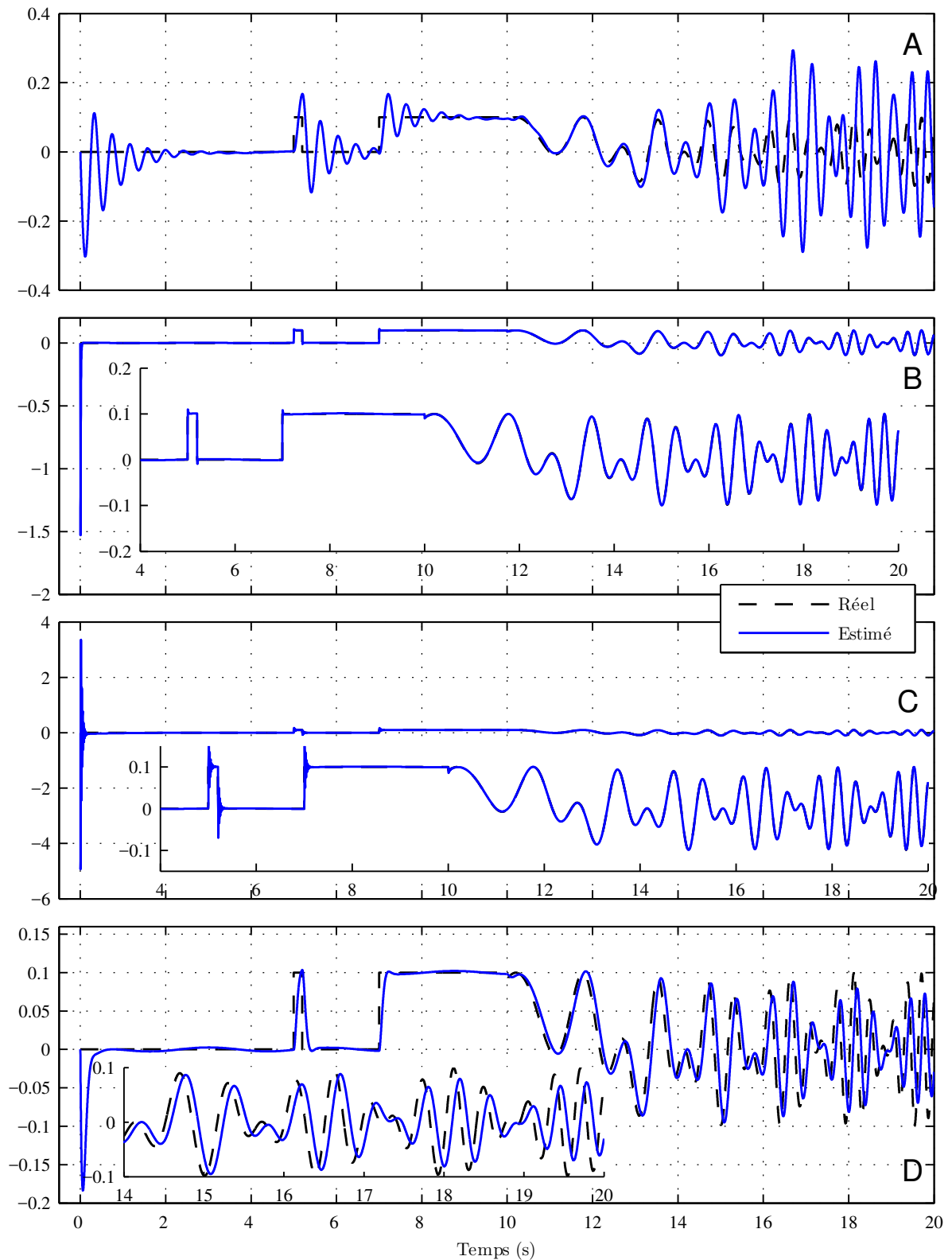


FIGURE 2.3 – Défaut réel et ses estimés (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 1).

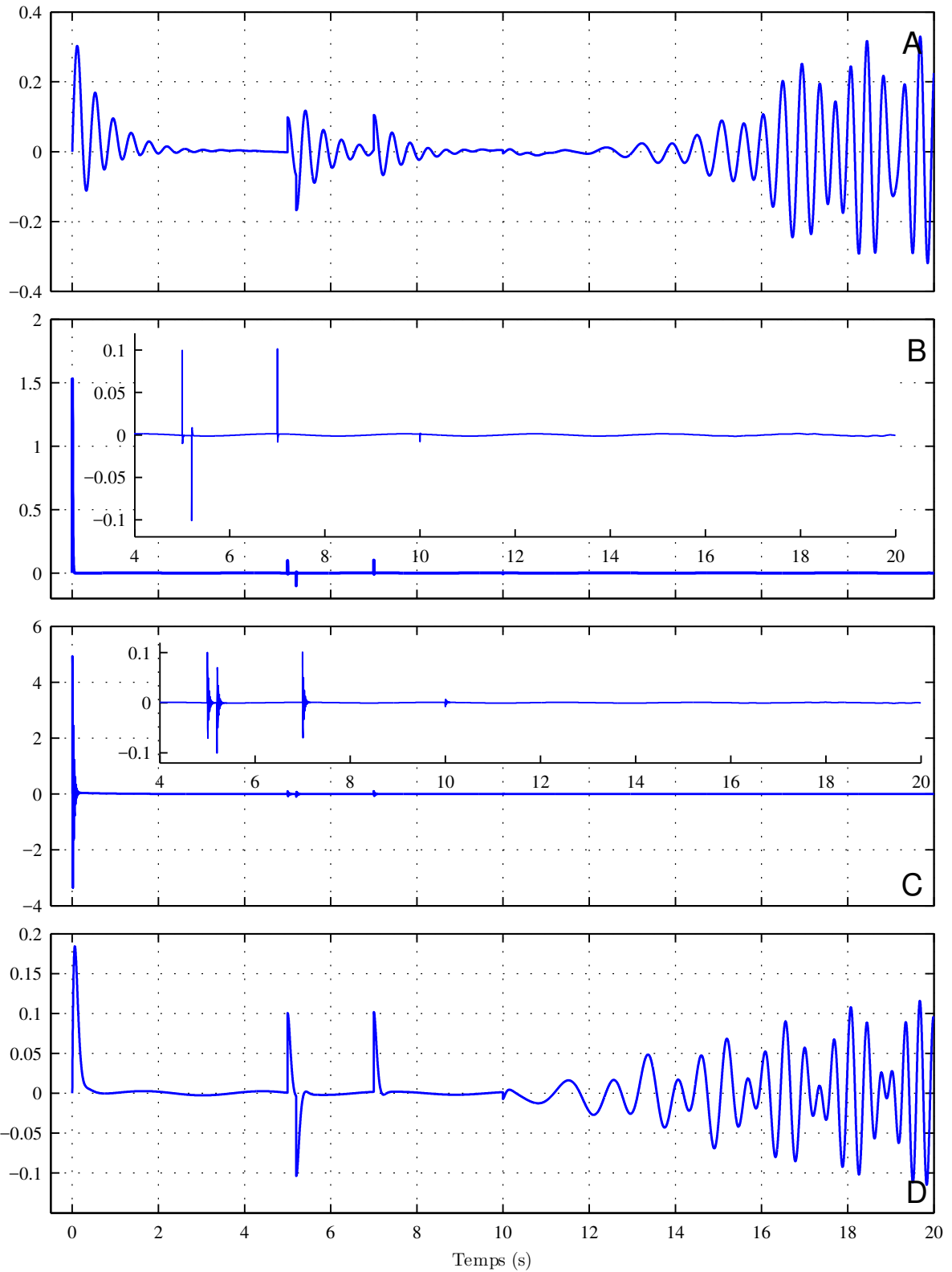


FIGURE 2.4 – Évolution des erreurs d'estimation du défaut (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 1).

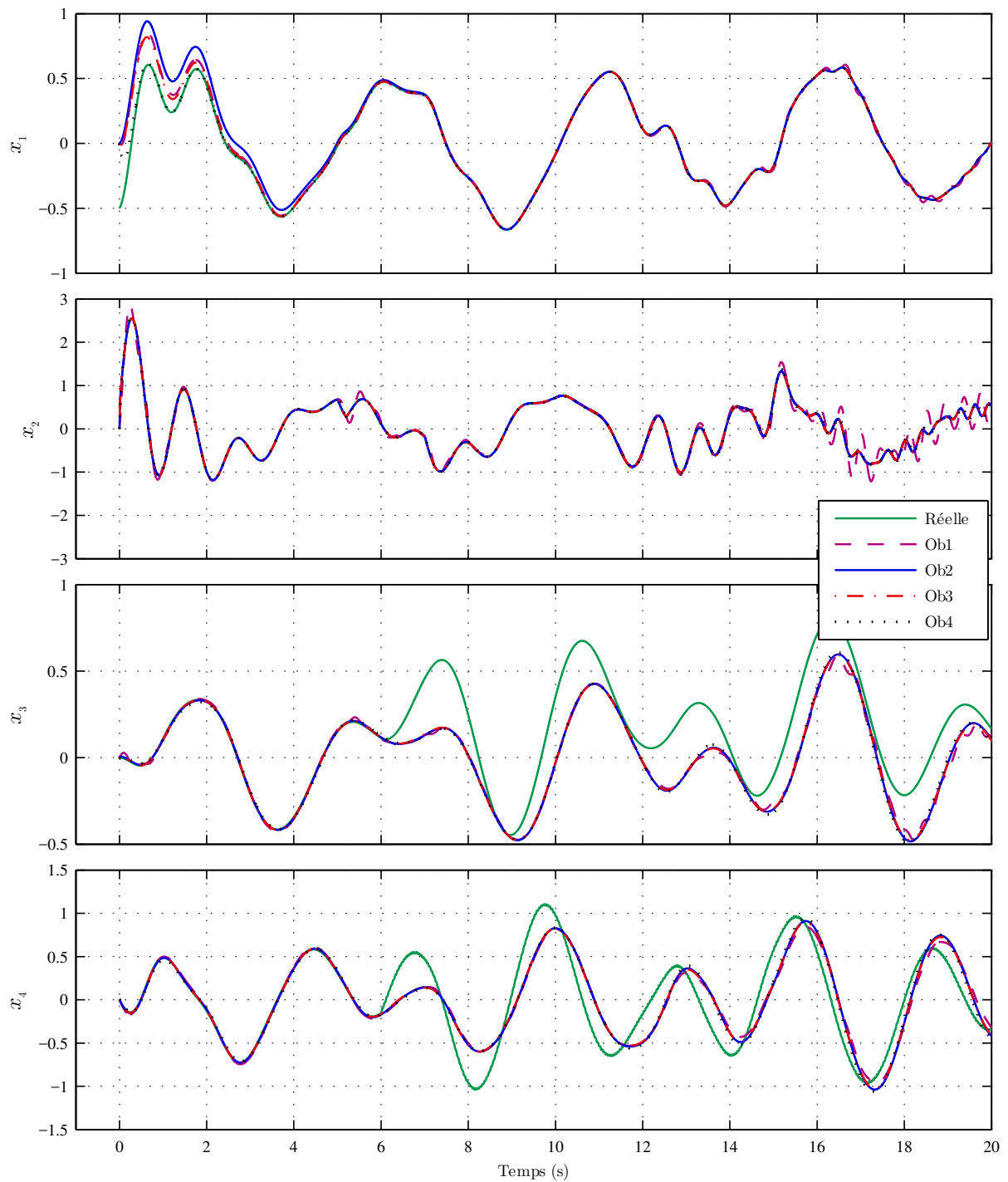


FIGURE 2.5 – État réel et ses estimés en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (Ob1 : observateur d'état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_∞) (Test 2).

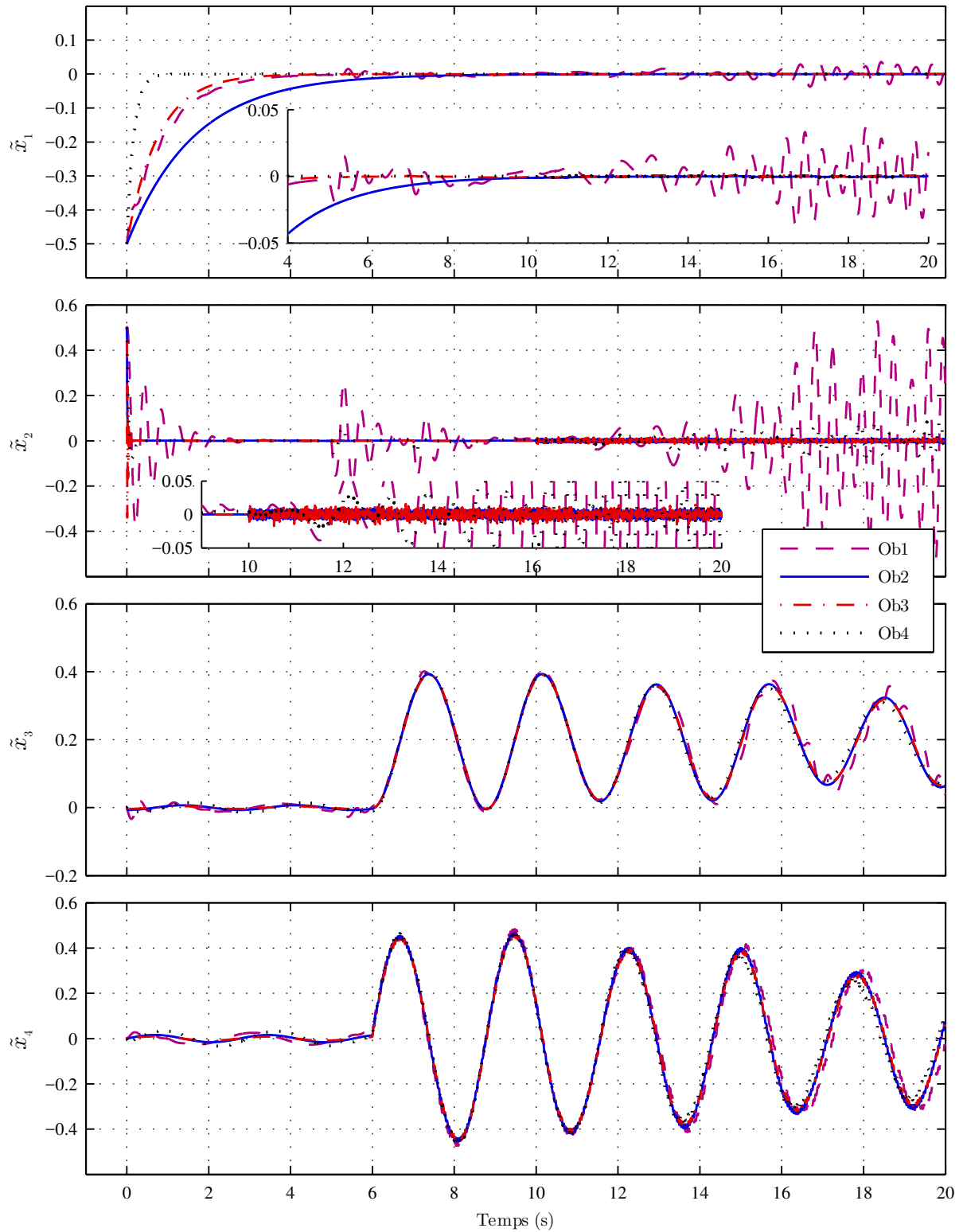


FIGURE 2.6 – Évolution des erreurs d’estimation d’état en présence du bruit d’état et du bruit de mesure (Ob1 : observateur d’état adaptatif conventionnel, Ob2 : observateur adaptatif à estimation rapide, Ob3 : observateur adaptatif à retard, Ob4 : observateur PIH_∞) (Test 2).

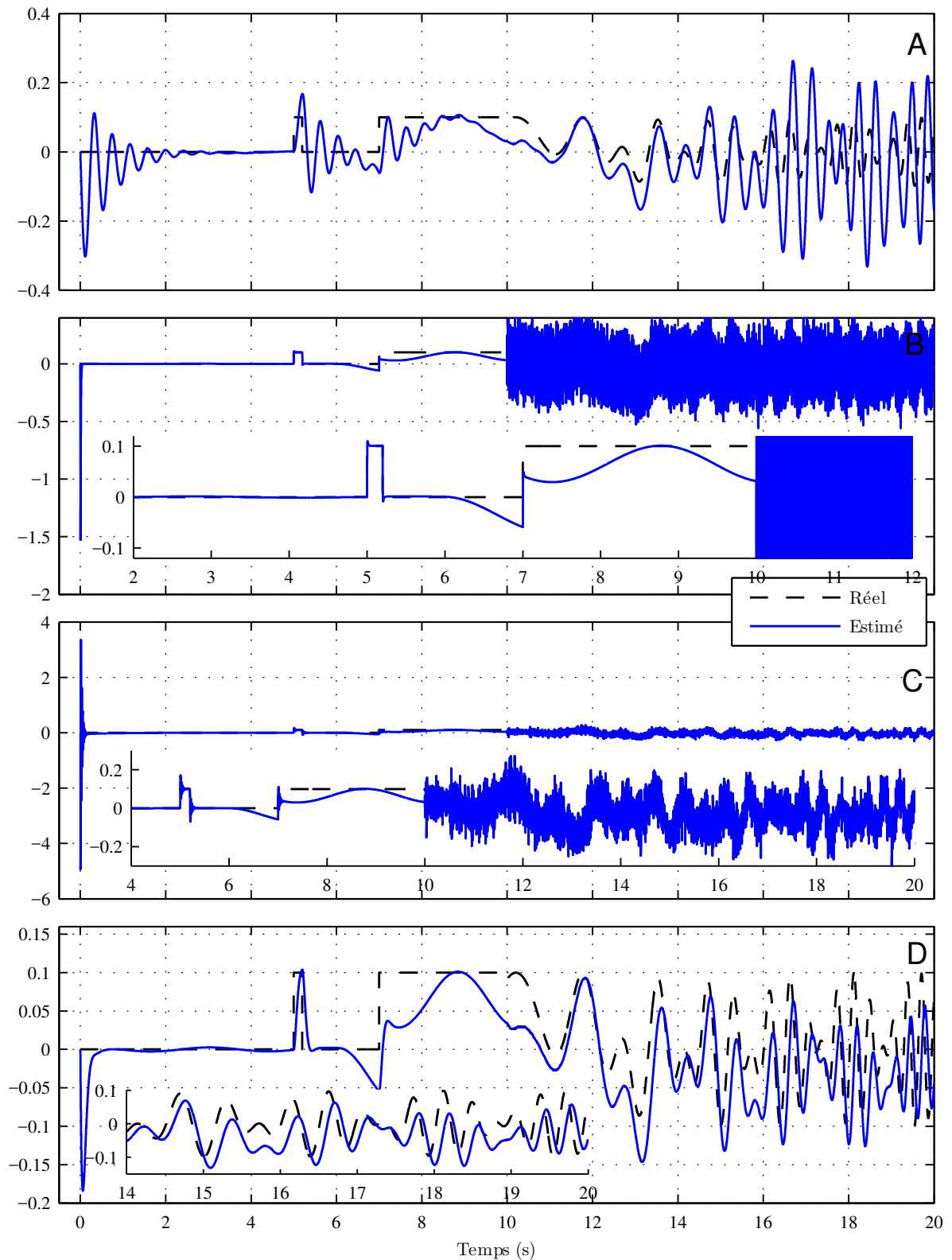


FIGURE 2.7 – Défaut réel et ses estimés en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 2).

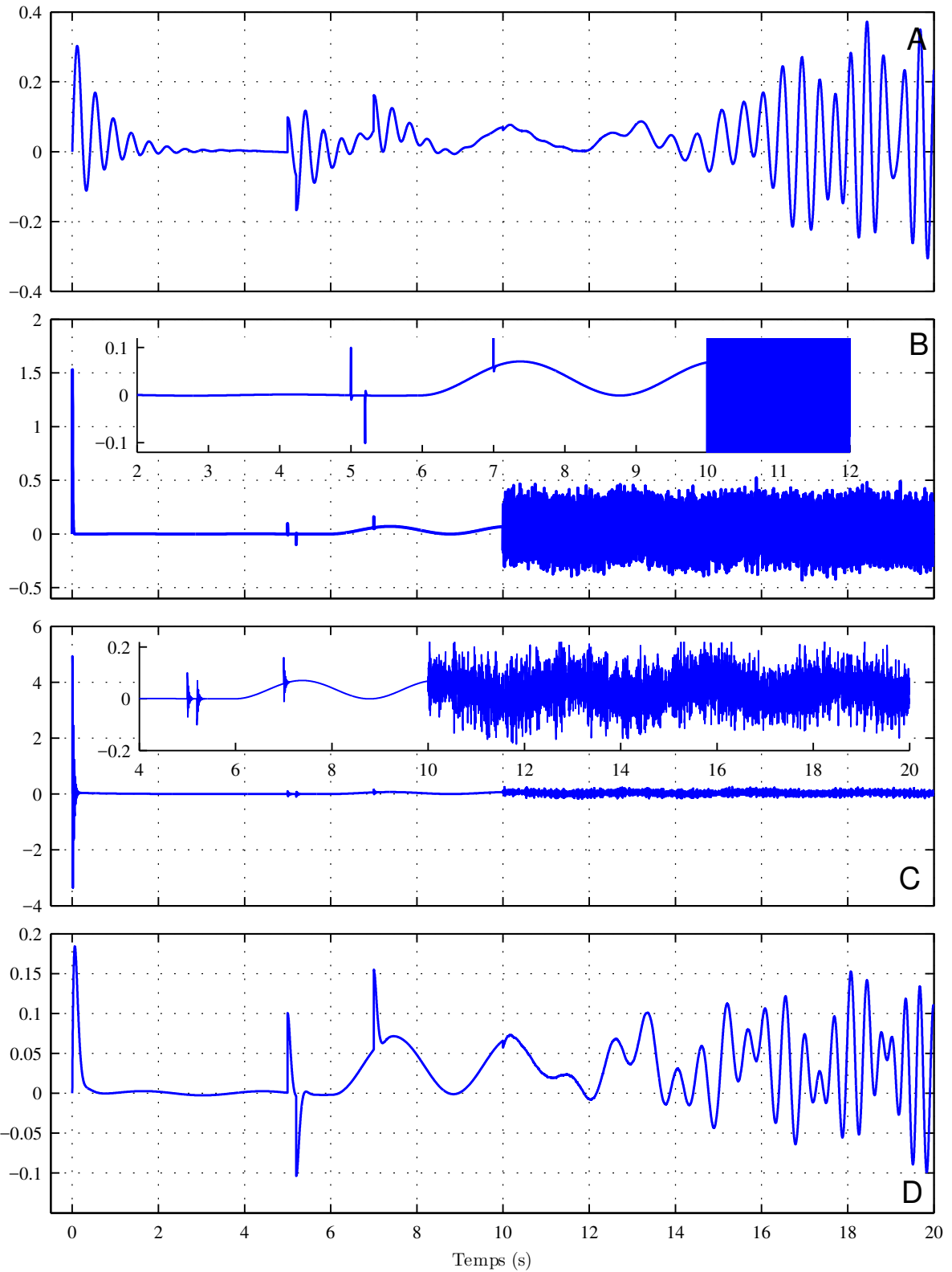


FIGURE 2.8 – Évolution des erreurs d'estimation du défaut en présence du bruit d'état et du bruit de mesure (A : observateur d'état adaptatif conventionnel, B : observateur adaptatif à estimation rapide, C : observateur adaptatif à retard, D : observateur PIH_{∞})(Test 2).

observateurs est préconisé seulement lorsque les mesures du système ne sont pas attachées de bruit à haute fréquence.

Comparé aux observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard, les observateurs d'état adaptatif conventionnel et PI H_∞ se démarquent par une faible sensibilité au bruit de mesure. En effet, l'action intégrale entre les estimés des défauts et l'erreur de sortie permet la réduction de l'effet du bruit haute fréquence sur les variables estimées.

Facilité de mise en œuvre : Bien que la formulation LMI simplifie considérablement la conception de tous les observateurs étudiés, l'observateur PI H_∞ est d'autant le plus facile à synthétiser du fait de l'absence de la contrainte stricte (2.5) dans ses conditions suffisantes de stabilité. Par ailleurs, l'observateur adaptatif à retard présente la moindre charge de calcul compte tenu de la nature de sa loi d'adaptation.

2.8 Conclusion

Malgré le nombre considérable des algorithmes proposés dans le cadre du diagnostic à base de modèle, le nombre des solutions ayant fait l'objet de tests dans des conditions opératoires réelles non biaisées reste très limité. Cela peut être expliqué par les contraintes d'applicabilité très restrictives de ces approches. De plus, ces méthodes sont souvent proposées dans un cadre méthodologique qui ne comporte pas une analyse suffisante des conditions structurelles nécessaires pour leur validation. Ce chapitre présente une étude des contraintes structurelles d'applicabilité des observateurs d'état adaptatifs ainsi qu'une mise en regard des observateurs adaptatif à estimation rapide, adaptatif à retard et PI. Dans ce contexte on a présenté une méthode simple basée sur les techniques du filtrage H_∞ pour améliorer les performances de l'observateur PI à estimer les défauts variants dans le temps.

On a vu que théoriquement les observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard représentent des solutions idéales au problème d'estimation des défauts additifs variants dans le temps. De plus, on peut facilement les étendre aux systèmes unilatéralement lipschitziens. Néanmoins, la présence du bruit de mesure constitue leur véritable handicap. En revanche, l'observateur PI H_∞ s'est révélé la solution la mieux adaptée à l'estimation des défauts variants dans le temps en présence du bruit de mesure et la moins accablante sur le plan d'exigences structurelles.

OBSERVATEURS D'ÉTAT ADAPTATIFS POUR LES SYSTÈMES NON TRANSFORMABLES À LA FOAN

3.1 Introduction

On a vu dans les deux chapitres précédents que la restriction principale d'application des observateurs d'état adaptatifs provient de la condition de recouvrement d'observateur qui relie la matrice de distribution des défauts à la matrice de sortie. Le remplissage de cette condition est nécessaire pour qu'un système soit transformable à la FOAN. Si l'observateur PI constitue une solution viable pour pallier cette limitation pour l'estimation des défauts additifs, la seule solution envisageable pour estimer l'état et les défauts multiplicatifs qui ne remplient pas cette condition est l'utilisation des observateurs adaptatifs d'état et de paramètres. Ceux-ci exigent la condition PE pour estimer correctement l'état du système et ne sont pas appropriés au fonctionnement en régulation. Ce chapitre a pour objet de présenter deux nouvelles conceptions constructives de l'observateur d'état adaptatif pour des systèmes non linéaires lipschitziens non transformables à la FOAN.

Il existe dans la littérature très peu de travaux traitant le problème de synthèse des observateurs d'état adaptatifs pour les systèmes qui ne vérifient pas la condition de recouvrement d'observateur que ce soit dans le contexte général de la synthèse des observateurs adaptatifs ou dans le cadre d'estimation et de reconstruction de défauts. Dans [149, 150], en se basant sur une certaine forme canonique, les auteurs proposent une procédure de synthèse d'un observateur d'état adaptatif pour une classe de systèmes non linéaires avec les paramètres inconnus situés dans les dynamiques des états non mesurés. Toutefois, cette conception n'est pas constructive du fait qu'elle exige la résolution d'un système PDE. En se basant sur ce résultat, une autre approche est proposée dans [151] pour une classe de systèmes non linéaires du second ordre. Dans [152], l'auteur propose d'augmenter le nombre des sorties du système par l'emploi d'un filtre différenciateur à grand gain qui sert à approximer les dérivées temporelles de quelques sorties du système. Cette approche n'exige aucune forme canonique, cependant elle est applicable seulement aux systèmes avec une matrice de régression affine en l'état.

Ce chapitre est structuré ainsi : la section 3.2 expose la formulation du problème en évoquant les conditions d'existence des observateurs d'état adaptatifs conventionnels. Dans la section 3.3, dans une première partie, on établit une relation matricielle équivalente à

la condition de recouvrement d'observateur. Cette relation structurelle caractérise la quasi-totalité des systèmes non linéaires trouvés dans la très petite littérature concernant la synthèse d'observateurs d'état adaptatifs pour les systèmes non transformables à la FOAN. Dans une deuxième partie, en se basant sur une certaine forme canonique, on propose une nouvelle approche systématique de conception d'un observateur d'état adaptatif. Dans la section 3.4, on propose une autre approche systématique de conception d'un observateur d'état adaptatif qui ne nécessite aucune forme particulière.

3.2 Formulation du problème

On considère la classe des systèmes non linéaires décrite par les équations suivantes :

$$\dot{x} = Ax + \Omega(y, u) + B\Phi(x, u) + E\Psi(x)\theta \quad (3.1a)$$

$$y = Cx \quad (3.1b)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée, $y \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie et $\theta \in \mathbb{R}^r$ un vecteur de paramètres inconnus. $\Omega(y, u) : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\Phi(x, u) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^s$ sont des fonctions vectorielles non linéaires connues et $\Psi(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{q \times r}$ une fonction matricielle connue qui peut être linéaire ou non linéaire. A , B , E et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées avec $\text{rang}(C) = p$ et $\text{rang}(E) = q$.

Naturellement, on suppose que la paire (C, A) est observable ou du moins détectable et que les termes non linéaires n'altèrent pas l'observabilité du système. En outre, les hypothèses suivantes sont adoptées :

Hypothèse 3.1. L'entrée u est bornée et assure la bornitude de l'état x .

Hypothèse 3.2. La fonction $\Omega(y, u)$ est continue par rapport à ses variables et les fonctions $\Phi(x, u)$ et $\Psi(x)$ vérifient les conditions de Lipschitz suivantes :

$$\|\Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)\| \leq l_\Phi \|x - \hat{x}\| \quad (3.2)$$

$$\|\Psi(x) - \Psi(\hat{x})\| \leq l_\Psi \|x - \hat{x}\| \quad (3.3)$$

où l_Φ et l_Ψ sont des constantes positives connues.

Hypothèse 3.3. Le vecteur des paramètres inconnus θ est constant ou lentement variable et vérifie l'inégalité suivante :

$$\|\theta\| \leq \gamma \quad (3.4)$$

où γ est une constante positive connue.

La forme typique de l'observateur d'état adaptatif pour le système (3.1) est donnée par les

équations suivantes [72, 153] :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Omega(y, u) + B\Phi(\hat{x}, u) + E\Psi(\hat{x})\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (3.5a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \rho^{-1}\Psi(\hat{x})^T F(y - C\hat{x}) \quad (3.5b)$$

où \hat{x} est l'état estimé, $\hat{\theta}$ l'estimé du vecteur des paramètres inconnus, $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ le gain de l'observateur, ρ une constante positive et $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ une matrice à déterminer. Le théorème suivant fournit les conditions suffisantes qui assurent la stabilité asymptotique de cet observateur.

Théorème 3.1. *On considère le système non linéaire (3.1) sous les hypothèses 3.1–3.3 et l'observateur adaptatif (3.5). S'il existe deux matrices $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symétrique et définie positive et $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ telles que*

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + (l_\Phi \|B\|^2 + l_\Psi \gamma \|E\|^2) PP + (l_\Phi + l_\Psi \gamma) I_n < 0 \quad (3.6)$$

$$E^T P = FC \quad (3.7)$$

alors l'état estimé \hat{x} converge vers l'état réel x et $E\Psi(\hat{x})\hat{\theta}$ converge vers $E\Psi(x)\theta$. Par ailleurs, si $E\Psi(x)$ satisfait la condition d'excitation persistante, alors $\hat{\theta}$ converge vers θ .

Pour la démonstration de ce théorème, on renvoie le lecteur à [72].

Remarque 3.1. Dans certaines références (voir par exemple [72, 73, 19]), l'égalité (3.7) est présentée sous d'autres formes, à savoir : $E^T P C^\perp = 0_{q \times (n-p)}$, $E^T P = C_r$ et $E^T P = C$, où $C_r \in \mathbb{R}^{q \times n}$ est une certaine matrice dont l'espace ligne est le même que celui de la matrice C . On rappelle que le problème de résolution de cette égalité peut être facilement transformé en un problème d'optimisation LMI en utilisant le complément de Schur [116] (voir Chapitre 2).

La satisfaction de la contrainte (3.7) est une nécessité dans la conception des observateurs d'état adaptatifs pour assurer la semi-négativité de la dérivée de la fonction de Lyapunov [84, 19, 154, 127]. Il est mentionné dans [72] que lorsqu'une partie des fonctions de transfert entre les sorties et les paramètres inconnus sont dissipatives ou SPR, alors l'existence d'une matrice $P > 0$ qui vérifie (3.7) est garantie. Pour mieux appréhender la signification de l'égalité (3.7), on rappelle le lemme suivant.

Lemme 3.1. ([132, 7]) *Il existe deux matrices $P = P^T > 0$ et F vérifiant l'égalité $E^T P = FC$, si et seulement si*

$$\text{rang}(CE) = \text{rang}(E) \quad (3.8)$$

Il est clair que l'égalité (3.8) implique que $\text{rang}(E) \leq \text{rang}(C)$, c.-à-d. $q \leq p$. Pour montrer la signification de (3.8) en ce qui concerne l'emplacement des paramètres inconnus par rapport aux sorties, on calcule la première dérivée temporelle de la sortie du système (3.1), ce qui donne

$$\dot{y} = C(Ax + \Omega(y, u) + B\Phi(x, u)) + CE\Psi(x)\theta \quad (3.9)$$

À présent, il est clair que la condition de recouvrement d'observateur (3.8) indique que les matrices de structuration de $\Psi(x)\theta$ dans (3.1) et (3.9) ont le même rang, ce qui signifie que tous les paramètres inconnus apparaissent explicitement dans les dynamiques des sorties (3.9).

Malheureusement, pour de nombreux systèmes réels, la condition (3.8) n'est pas satisfaite, et donc pour ces systèmes on ne peut concevoir des observateurs d'état adaptatifs conventionnels.

3.3 Observateur d'état adaptatif pour les systèmes non transformables à la FOAN

L'objectif est de concevoir un observateur d'état adaptatif pour une classe de systèmes non linéaires qui peut être représentée par (3.1), mais dont la structure ne remplit pas la condition de recouvrement d'observateur (3.8). Autrement dit, les systèmes lipschitziens non transformables à la FOAN.

Pour la synthèse d'un tel observateur, il est nécessaire de considérer une classe de systèmes avec une structure spécifique en ce qui concerne l'emplacement des paramètres inconnus par rapport aux sorties.

3.3.1 Structure de la classe des systèmes considérée

On caractérise la structure de la classe des systèmes non linéaires considérée en utilisant l'hypothèse suivante.

Hypothèse 3.4. Les matrices A , B , E et C vérifient les conditions suivantes :

$$C \begin{bmatrix} B & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{p \times s} & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E) \quad (3.11)$$

Fondamentalement, les conditions (3.10) et (3.11) jouent le même rôle que l'égalité (3.8) dans la synthèse des observateurs d'état adaptatifs conventionnels. Pour bien éclaircir la signification de ces conditions structurelles, on utilise le concept du degré relatif. On rappelle que le degré relatif entre une sortie y_i ($i = 1 \dots p$) et un paramètre θ_j ($j = 1 \dots r$) est égal au nombre de fois que l'on doit dériver y_i pour faire apparaître explicitement θ_j .

Il est clair que (3.10) implique que le degré relatif entre y et les termes $\Phi(x, u)$ et $\Psi(x)\theta$ est supérieur à un, autrement dit les non-linéarités non mesurables et les paramètres inconnus n'apparaissent pas dans les dynamiques des sorties. L'égalité $CE = 0_{p \times q}$, dans (3.10), combinée avec (3.11) impliquent que le degré relatif entre au moins q sorties et les paramètres inconnus est égal à deux. Ce constat peut facilement être vérifié en calculant la deuxième dérivée temporelle de la sortie (3.1b).

Bien que l'hypothèse 3.4 peut apparaître très restrictive, elle est en fait remplie par de nombreux systèmes physiques. Le tableau 3.1 fournit une liste non exhaustive de systèmes réels possédant des structures qui vérifient cette hypothèse.

Système	Paramètres pour lesquels l'hypothèse 3.4 est vérifiée
Systèmes mécaniques [155] $\begin{cases} \dot{q}_1 = q_2 \\ \dot{q}_2 = M(q_1)^{-1} (C(q_1, q_2)q_2 + G(q_1) - u) \\ y = q_1 \quad (q_i = [x_{i1} \dots x_{ip}]^T \quad i = 1, 2) \end{cases}$	Tous les paramètres pour lesquels le système est affine.
Bio-réacteur [156] $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + x_1 u \\ \dot{x}_2 = -\frac{a_2 x_2 (x_2 - a_1 u x_1^2) + (a_1 x_1 - x_2)^2 (a_4 u - a_3 x_2)}{a_1 a_2 x_1^2} \\ y = x_1 \end{cases}$	a_3 and a_4 .
Système de forage [149] $\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{\beta_d}{V_d} (u_p - x_2) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{M} (x_1 - x_3) - \frac{F_d}{M} x_2^2 - \frac{F_a}{M} (x_2 + q_{res})^2 + g \frac{\rho_d - \rho_a}{M} n_{bit} \\ \dot{x}_3 = -\frac{\beta_a}{V_a} (x_2 - q_{res} + u) \\ y = x_1 \end{cases}$	$\frac{1}{M}$, F_d , F_a , ρ_a et ρ_d .
Poinçonneuse électro-mécanique [157] $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{c_z}{m_z} x_1 - \frac{d_z}{m_z} x_2 - \frac{d_{z2}}{m_z} \tanh(d_{z3} x_2) + u \\ y = x_1 \end{cases}$	c_z , d_z , d_{z2} et $\frac{1}{m_z}$.
Vanne électro-hydraulique [158] $\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{4B}{V_t} \left(k u \sqrt{d \frac{P_s - P_r - \text{sign}(u)x_1}{2}} - \frac{\alpha}{1 + \gamma u } x_1 - S x_2 \right) \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{m_t} (S x_1 - b x_2 - k_l x_3) \\ x_3 = x_2 \\ y = x_1 \end{cases}$	$\frac{1}{m_t}$, b et k_l .

TABLE 3.1 – Quelques modèles de systèmes réels vérifiant l'hypothèse 3.4.

Remarque 3.2. En réalité, la seule contrainte qui gêne la vérification de l'hypothèse 3.4 est l'égalité $CB = 0_{p \times s}$, qui indique que les non-linéarités fonction des signaux non mesurés n'apparaissent pas dans les dynamiques des sorties. En fait, cette condition est nécessaire pour empêcher ces non-linéarités d'apparaître dans la loi d'adaptation.

Remarque 3.3. Dans [149, 150], les auteurs considèrent une classe de systèmes non linéaires sous une forme spéciale qui montre que les paramètres inconnus et les non-linéarités non mesurables n'apparaissent pas explicitement dans les dynamiques des sorties. Néanmoins, cette forme n'exhibe pas l'emplacement précis des paramètres inconnus par rapport aux sorties. Toutefois, on peut facilement vérifier que la loi d'adaptation proposée dans [149, 150] est réalisable uniquement pour les systèmes ayant des structures qui vérifient les conditions

de l'hypothèse 3.4. D'autre part, il est facile de constater que la classe des systèmes du second ordre considérée dans [151] vérifie l'hypothèse 3.4.

Remarque 3.4. La classe des systèmes non linéaires considérée dans [152] ne satisfait pas nécessairement les conditions de l'hypothèse 3.4. En effet, l'approche proposée dans [152] peut être appliquée à des systèmes avec un degré relatif, entre y et les paramètres inconnus, supérieur à deux. Le principe de base de cette approche est l'utilisation d'un filtre linéaire à grand gain pour estimer les dérivées temporelles d'un certain nombre de sorties. Ces signaux sont ensuite utilisés en tant que sorties auxiliaires pour augmenter la matrice de sortie C . Néanmoins, cette méthode exige que la matrice $\Psi(x)$ soit affine. En outre, la loi d'adaptation proposée nécessite l'inversion d'une matrice qui dépend d'un certain nombre de sorties ainsi que de leurs dérivées temporelles. Cela conduit à l'hypothèse que le système évolue de telle sorte que la matrice précitée reste inversible à tout moment, ce qui ne peut pas être vérifié a priori.

3.3.2 Forme canonique

Pour la synthèse de l'observateur proposé, on a besoin au préalable de transformer le système (3.1) en une certaine forme canonique. On décompose C et E comme suit :

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

avec $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times p}$ et $E_1 \in \mathbb{R}^{p \times r}$. Sans perte de généralité, on suppose que C_1 est de plain rang (comme $\text{rang}(C) = p$, on peut toujours réarranger les variables d'état de sorte que la matrice C_1 soit de plain rang). En définissant un nouvel état $z = Tx$ tel que

$$T = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times p} & I_{(n-p)} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

et en utilisant (3.10), le système (3.1) est réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z} = \bar{A}z + T\Omega(y, u) + \bar{B}\Phi(T^{-1}z, u) + \bar{E}\Psi(T^{-1}z)\theta \\ y = \bar{C}z \end{cases} \quad (3.14)$$

où

$$\begin{aligned} T^{-1} &= \begin{bmatrix} C_1^{-1} & -C_1^{-1}C_2 \\ \mathbf{0}_{(n-p)p} & I_{(n-p)} \end{bmatrix}, \bar{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \bar{B} = TB = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{p \times s} \\ B_2 \end{bmatrix}, \\ \bar{E} = TE &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{p \times r} \\ E_2 \end{bmatrix}, \bar{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} I_{p \times p} & \mathbf{0}_{p \times (n-p)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dans le but d'élucider la structure de ce système, on le réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 &= A_{11}z_1 + A_{12}z_2 + \Omega_1(y, u) \\ \dot{z}_2 &= A_{21}z_1 + A_{22}z_2 + \Omega_2(y, u) + B_2\Phi(T^{-1}z, u) + E_2\Psi(T^{-1}z)\theta \\ y &= z_1 \end{cases} \quad (3.16)$$

où $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$, $z_2 \in \mathbb{R}^{(n-p)}$, $\Omega_1(y, u) = C\Omega(y, u)$ et $\Omega_2(y, u) = \begin{bmatrix} 0_{(n-p) \times p} & I_{(n-p)} \end{bmatrix} \Omega(y, u)$.

À l'opposé de la FOAN où les paramètres inconnus se retrouvent seulement dans les dynamiques des sorties, dans la forme (3.16) les paramètres inconnus se situent dans les dynamiques des variables d'état non mesurées. Il est pertinent d'assimiler qu'un système de la forme (3.1) est transformable en la structure donnée par (3.16) seulement s'il vérifie la condition (3.10)¹. Le lemme suivant, essentiel pour prouver la stabilité de l'approche proposée, expose un résultat de l'application de la condition (3.11) de l'hypothèse 3.4 au système transformé (3.16).

Lemme 3.2. *On considère le système transformé (3.16). Si l'égalité $\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E)$ est satisfaite, alors il existe deux matrices $P_3 = P_3^T > 0$ et H telles que les matrices A_{12} et E_2 satisfassent l'égalité suivante :*

$$E_2^T P_3 = H A_{12} \quad (3.17)$$

Démonstration. En appliquant (3.11) au système (3.14), on obtient

$$\text{rang}(A_{12}E_2) = \text{rang}(E_2) \quad (3.18)$$

L'égalité (3.18) a la même forme que (3.8). Par conséquent, en utilisant le lemme 3.1, on conclut que (3.18) est satisfaite si et seulement s'il existe deux matrices $P_3 = P_3^T > 0$ et H telles que (3.17) est remplie. \square

Remarque 3.5. Il convient de souligner que les approches proposées dans [149, 150, 151] sont basées sur la forme (3.16). Cependant, aucune relation semblable à (3.17) n'est explicitée dans les démarches de design de ces approches. Néanmoins, on constate dans [149, 150] que la relation (3.17) est implicitement incluse dans le système de PDE dont la résolution est nécessaire pour la conception de la loi d'adaptation.

3.3.3 Synthèse de l'observateur

Pour le système transformé (3.14), on propose l'observateur adaptatif suivant :

1. On peut facilement vérifier que cette condition est nécessaire et suffisante pour que (3.1) soit transformable en (3.16).

$$\dot{\hat{z}} = \bar{A}\hat{z} + \bar{B}\hat{\Phi} + \bar{E}\hat{\Psi}\hat{\theta} + \bar{L}(y - \hat{z}_1) \quad (3.19a)$$

$$\dot{W} = -\Gamma \frac{d\hat{\Psi}^T}{dt} Hy - \Gamma \hat{\Psi}^T (HA_{11}y + HA_{12}\hat{z}_2 - E_2^T P_2^T (y - \hat{z}_1)) \quad (3.19b)$$

$$\hat{\theta} = W + \Gamma \hat{\Psi}^T Hy \quad (3.19c)$$

où \hat{z} est l'estimé de z , $\hat{\theta}$ l'estimé de θ , \bar{L} la matrice des gains de l'observateur, $\Gamma = \Gamma^T > 0$, P_2 et H des matrices à déterminer, $\hat{\Phi} = \Phi(T^{-1}\hat{z}, u)$ et $\hat{\Psi} = \Psi(T^{-1}\hat{z})$.

Remarque 3.6. Comme $\dot{\hat{z}}$ est disponible à partir de (3.19a), le terme $\frac{d\hat{\Psi}^T}{dt}$ dans (3.19b) est implémenté en utilisant la formule $\frac{\partial \hat{\Psi}^T}{\partial \hat{z}} \dot{\hat{z}}$ (théorème de dérivation des fonctions composées). De plus, puisque la matrice $\Psi(x)$ est lipschitzienne, le terme $\frac{\partial \hat{\Psi}^T}{\partial \hat{z}}$ est bornée. Toutefois, si la matrice Ψ dépend de u , alors la première dérivée temporelle de u sera impliquée dans la loi d'adaptation (3.19b). Dans ce cas, l'approche proposée peut être appliquée seulement si u est dérivable par rapport au temps et le terme $\frac{\partial \hat{\Psi}^T}{\partial u} \dot{u}$ est connu et bornée. Cet inconvénient est également rencontré dans les approches proposées dans [150, 151].

Remarque 3.7. Il convient de souligner que l'inconvénient majeur de tous les observateurs d'états adaptatifs conçus pour estimer les paramètres inconnus dans les dynamiques des variables d'état non mesurées ([149, 150, 151, 152]) par rapport aux observateurs d'état adaptatifs conventionnels est leur sensibilité au bruit de mesure. À cet égard, l'approche proposée ici ne fait pas l'exception. En effet, contrairement aux observateurs d'état adaptatifs conventionnels, l'absence de l'action intégrale dans la loi d'adaptation (3.19c) promeut l'apparition des composantes haute fréquence du bruit de mesure dans les paramètres estimés.

Soit $\tilde{z} = z - \hat{z}$ et $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ et on rappelle que $\dot{\theta} \simeq 0$, alors d'après (3.14) et (3.19) on obtient

$$\dot{\tilde{z}} = (\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\tilde{z} + \bar{B}\tilde{\Phi} + \bar{E}(\tilde{\Psi}\theta + \hat{\Psi}\tilde{\theta}) \quad (3.20)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma \hat{\Psi}^T \begin{bmatrix} E_2^T P_2^T & HA_{12} \end{bmatrix} \tilde{z} \quad (3.21)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(T^{-1}z, u) - \hat{\Phi}$ et $\tilde{\Psi} = \Psi(T^{-1}z) - \hat{\Psi}$.

Théorème 3.2. *Sous les hypothèses 3.1–3.4 l'erreur d'estimation d'état \tilde{z} donnée par (3.20) est asymptotiquement stable alors que l'erreur d'estimation paramétrique $\tilde{\theta}$ donnée par (3.21) reste bornée, s'il existe deux constantes réelles strictement positives ε_1 et ε_2 et deux matrices $\bar{P} = \bar{P}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $H \in \mathbb{R}^{r \times p}$ telles que*

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix} > 0 \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Lambda} & \bar{P}\bar{B} & \bar{P}\bar{E} \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (3.23)$$

$$E_2^T P_3 = H A_{12} \quad (3.24)$$

avec $\bar{\Lambda} = \bar{A}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A} - \bar{C}^T \bar{L}^T \bar{P} - \bar{P} \bar{L} \bar{C} + (l_\Phi^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2) (T^{-1})^T T^{-1}$. Par ailleurs, si la condition d'excitation persistante est satisfaite, alors $\tilde{\theta}$ converge vers zéro.

Démonstration. On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{z}^T \bar{P} \tilde{z} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (3.25)$$

Sa dérivée tout au long des trajectoires des dynamiques des erreurs (3.20) et (3.21) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{z}^T [(\bar{A} - \bar{L} \bar{C})^T \bar{P} + \bar{P} (\bar{A} - \bar{L} \bar{C})] \tilde{z} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{B} \tilde{\Phi} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{E} \tilde{\Psi} \theta + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{E} \tilde{\Psi} \tilde{\theta} \\ & - 2 \tilde{\theta}^T \hat{\Psi}^T \begin{bmatrix} E_2^T P_2^T & H A_{12} \end{bmatrix} \tilde{z} \end{aligned} \quad (3.26)$$

En remplaçant dans le quatrième terme du coté droit de (3.26) les matrices \bar{E} et \bar{P} par leurs structures données respectivement par (3.15) et (3.22), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{z}^T [(\bar{A} - \bar{L} \bar{C})^T \bar{P} + \bar{P} (\bar{A} - \bar{L} \bar{C})] \tilde{z} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{B} \tilde{\Phi} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{E} \tilde{\Psi} \theta + 2 \tilde{z}^T \begin{bmatrix} P_2 E_2 \\ P_3 E_2 \end{bmatrix} \hat{\Psi} \tilde{\theta} \\ & - 2 \tilde{\theta}^T \hat{\Psi}^T \begin{bmatrix} E_2^T P_2^T & H A_{12} \end{bmatrix} \tilde{z} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Ainsi, en utilisant (3.17), (3.27) se met sous la forme

$$\dot{V} = \tilde{z}^T [(\bar{A} - \bar{L} \bar{C})^T \bar{P} + \bar{P} (\bar{A} - \bar{L} \bar{C})] \tilde{z} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{B} \tilde{\Phi} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{E} \tilde{\Psi} \theta \quad (3.28)$$

D'autre part, des conditions de Lipschitz (3.2) et (3.3), on obtient respectivement les inégalités suivantes :

$$\|\tilde{\Phi}\|^2 \leq l_\Phi^2 \|T^{-1} \tilde{z}\|^2 \quad (3.29)$$

$$\|\tilde{\Psi} \theta\|^2 \leq \|\tilde{\Psi}\|^2 \|\theta\|^2 \leq l_\Psi^2 \gamma^2 \|T^{-1} \tilde{z}\|^2 \quad (3.30)$$

D'où on peut déduire les expressions suivantes :

$$l_\Phi^2 \varepsilon_1 \tilde{z}^T (T^{-1})^T T^{-1} \tilde{z} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \geq 0 \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2 \tilde{z}^T (T^{-1})^T T^{-1} \tilde{z} - \varepsilon_2 \theta^T \tilde{\Psi}^T \tilde{\Psi} \theta \geq 0 \quad (3.32)$$

où ε_1 et ε_2 sont des constantes réelles strictement positives. En ajoutant le coté gauche des inégalités (3.31) et (3.32) au coté droit de (3.28), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \tilde{z}^T [(\bar{A} - \bar{L} \bar{C})^T \bar{P} + \bar{P} (\bar{A} - \bar{L} \bar{C})] \tilde{z} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{B} \tilde{\Phi} + 2 \tilde{z}^T \bar{P} \bar{E} \tilde{\Psi} \theta \\ & + l_\Phi^2 \varepsilon_1 \tilde{z}^T (T^{-1})^T T^{-1} \tilde{z} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2 \tilde{z}^T (T^{-1})^T T^{-1} \tilde{z} - \varepsilon_2 \theta^T \tilde{\Psi}^T \tilde{\Psi} \theta \end{aligned} \quad (3.33)$$

Après quelques manipulations simples, on peut écrire (3.33) sous la forme suivante :

$$\dot{V} \leq -\xi^T \Xi \xi \quad (3.34)$$

où

$$\xi = [\tilde{z}^T \quad \tilde{\Phi}^T \quad \theta^T \tilde{\Psi}^T]^T \quad (3.35)$$

et

$$\Xi = - \begin{bmatrix} \bar{\Lambda} & \bar{P}\bar{B} & \bar{P}\bar{E} \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

avec $\bar{\Lambda} = \bar{A}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A} - \bar{C}^T \bar{L}^T \bar{P} - \bar{P} \bar{L} \bar{C} + (l_\Phi^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2)(T^{-1})^T T^{-1}$. Par conséquent, si l'inégalité (3.23) est satisfaite (c.-à-d. la matrice Ξ est définie positive), alors \dot{V} est semi-définie négative. Il en découle que $\tilde{z} \in L_\infty$ et $\tilde{\theta} \in L_\infty$. De surcroît, de (3.20) on peut également conclure que $\dot{\tilde{z}} \in L_\infty$ (puisque $\Phi(T^{-1}z, u)$ et $\Psi(T^{-1}z)$ sont lipschitziennes).

Pour prouver la stabilité asymptotique de \tilde{x} , on intègre les deux côtés de (3.34) de $t = 0$ à $t = t_f$, ce qui donne

$$V(t_f) \leq V(0) - \int_0^{t_f} \xi^T \Xi \xi dt \quad (3.37)$$

Puisque $V > 0$ et la matrice Ξ est supposée définie positive, il découle de (3.35) et (3.37) que $\tilde{z} \in L_2$. Par conséquent, $\tilde{z} \in L_\infty \cap L_2$ et $\dot{\tilde{z}} \in L_\infty$. En appliquant le lemme de Barbalat, on conclut que $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z} = 0$.

Maintenant, on démontre que $\tilde{\theta}$ converge vers l'origine si la condition d'excitation persistante est satisfaite. Pour ce faire, on montre d'abord que $\dot{\tilde{z}}$ est uniformément continue. Étant donné que $\dot{\tilde{z}} \in L_\infty$ et $\Phi(T^{-1}z, u)$ et $\Psi(T^{-1}z)$ sont lipschitziennes, on peut confirmer facilement que les trois premiers termes du côté droit de (3.20) sont uniformément continus. Encore, on peut facilement vérifier respectivement de (3.19a) et (3.21) que $\dot{\tilde{z}} \in L_\infty$ et $\dot{\tilde{\theta}} \in L_\infty$, ce qui conduit à la continuité uniforme du quatrième terme du côté droit de (3.20). On conclut de ce qui précède que $\dot{\tilde{z}}$ est uniformément continue. D'un autre côté, on a

$$\int_0^\infty \dot{\tilde{z}} dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}(t) - \tilde{z}(0) = -\tilde{z}(0) \quad (3.38)$$

qui est finie. Une fois encore, en appliquant le lemme de Barbalat, on conclut que $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{z}} = 0$. Donc, compte tenu de (3.20) lorsque $t \rightarrow \infty$, on déduit que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{E} \tilde{\Psi} \tilde{\theta} = 0 \quad (3.39)$$

Ainsi, si la condition d'excitation persistante est satisfaite, alors $\tilde{\theta}$ converge vers zéro. \square

3.3.4 Formulation LMI

Le calcul des matrices \bar{L} , P_2 et H pour la synthèse de l'observateur en résolvant (3.22) et (3.23) sous la contrainte égalité (3.24) est une tâche très ardue. Pour simplifier la résolution de ce problème, il est préférable de le transformer en un problème d'optimisation LMI.

Le seul terme qui entrave (3.23) d'être un problème de faisabilité LMI est l'expression de Λ qui est en fait bilinéaire. L'introduction du changement de variable

$$\bar{L} = \bar{P}^{-1}M \quad (3.40)$$

où $M \in \mathbb{R}^{n \times p}$, permet de transformer $\bar{\Lambda}$ en la forme linéaire suivante :

$$\bar{\Lambda} = \bar{A}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A} - \bar{C}^T M^T - M \bar{C} + (l_\Phi^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2)(T^{-1})^T T^{-1} \quad (3.41)$$

et de transformer ainsi (3.23) en LMI. Aussi, en poursuivant la même démarche utilisée dans le chapitre précédent pour convertir le problème de résolution de l'égalité (2.29) en le problème d'optimisation LMI (2.46), la tâche de résolution de (3.24) peut être effectuée en résolvant le problème LMI suivant :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser } \eta \text{ tel que} \\ & \begin{bmatrix} \eta I & HA_{12} - E_2^T P_3 \\ * & \eta I \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

où η est une constante positive. Par conséquent, le calcul de \bar{L} , P_2 et H consiste à résoudre les LMIs (3.22), (3.23) et (3.42) par rapport à P_1 , P_2 , P_3 , M , H et η , simultanément.

Remarque 3.8. Habituellement, dans la synthèse des observateurs non linéaires pour les systèmes lipschitziens, les conditions de Lipschitz (3.2) et (3.3) sont transformées respectivement aux inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} 2\bar{z}^T \bar{P} \bar{B} \tilde{\Phi} & \leq \varepsilon_1 \bar{z}^T \bar{P} \bar{B} \bar{B}^T \bar{P} \bar{z} + \varepsilon_1^{-1} \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \\ & \leq \varepsilon_1 \bar{z}^T \bar{P} \bar{B} \bar{B}^T \bar{P} \bar{z} + \varepsilon_1^{-1} \bar{z}^T l_\Phi^2 \bar{z} \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} 2\bar{z}^T P E \tilde{\Psi} \theta & \leq \varepsilon_2 \bar{z}^T \bar{P} \bar{B} \bar{B}^T \bar{P} \bar{z} + \varepsilon_2^{-1} \theta^T \tilde{\Psi}^T \tilde{\Psi} \theta \\ & \leq \varepsilon_2 \bar{z}^T \bar{P} \bar{B} \bar{B}^T \bar{P} \bar{z} + \varepsilon_2^{-1} \bar{z}^T l_\Psi^2 \gamma^2 \bar{z} \end{aligned} \quad (3.44)$$

en se servant de l'inégalité de Young. Dans ce cas, la démarche de formulation de l'inégalité de Lyapunov résultante en le problème LMI défini par les expressions (3.23) et (3.41) requiert en plus du changement de variable (3.40) l'utilisation du complément de Shur.

3.3.5 Exemple 1

On considère le système suivant extrait de [150] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2 \sin(x_2) + \arctan(x_2)\theta_1 + \cos(x_1 x_2)\theta_2 + \delta(x_1, x_2, t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.45)$$

où θ_1 et θ_2 sont des paramètres inconnus constants et $\delta(x_1, x_2, t)$ est un terme inconnu qui représente les perturbations externes et les incertitudes non paramétriques. On suppose que θ_1 et θ_2 appartiennent à l'intervalle $[0 \ 2.5]$, ainsi l'hypothèse 3.3 est satisfaite avec la borne $\gamma = \sqrt{12.5}$. Pour $\delta(x_1, x_2, t) = 0$, Ce système peut être directement mis sous la forme (3.1) avec

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, E = B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Omega(y, u) = \begin{bmatrix} u & 0 \end{bmatrix}^T, \Phi(x) = -2 \sin(x_2), \Psi(x) = \begin{bmatrix} \arctan(x_2) & \cos(x_1 x_2) \end{bmatrix}.$$

On peut facilement confirmer que l'hypothèse 3.2 est satisfaite. En effet, la fonction $\Phi(x)$ est globalement lipschitzienne avec la constante de Lipschitz $l_\Phi = 2$ alors que la fonction $\Psi(x)$ est localement lipschitzienne à cause du terme $\cos(x_1 x_2)$. Pour calculer l_Ψ , on suppose que l'entrée du système est choisie de telle sorte qu'elle maintient l'état dans l'ensemble $\Omega_1 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 / |x_1| \leq 5, |x_2| \leq 3\}$. Ainsi, en remplaçant $\Psi(x)$ par $\Psi(\text{sat}(x))$ qui coïncide avec $\Psi(x)$ dans Ω_1 , le système (3.45) devient globalement lipschitzien ([52]) et l_Ψ peut être calculée en utilisant la relation $l_\Psi = \max \left\| \frac{\partial \Psi(\text{sat}(x))}{\partial x} \right\|$ ([159]), ce qui donne $l_\Psi = 5.83$.

À présent, on passe à l'hypothèse 3.4. Il est évident que la structure du système satisfait les conditions (3.10) et (3.11). De surcroît, il est déjà sous la forme (3.14) nécessaire à l'application de l'observateur (3.19).

Maintenant, on peut procéder à la synthèse de l'observateur. On prend $\varepsilon_1 = 10^{-3}$, $\varepsilon_2 = 3 \times 10^{-3}$, $T = I_2$ et $\Gamma = 100 \times I_2$, la résolution des LMI (3.22), (3.23) et (3.69) donne les solutions suivantes :

$$\bar{P} = \left[\begin{array}{c|c} 0.4770 & -0.0851 \\ \hline -0.0851 & 0.0463 \end{array} \right], M = \begin{bmatrix} 0.3458 \\ 0.3435 \end{bmatrix}, H = 0.0463, \eta = 0.1, \\ \bar{L} = \begin{bmatrix} 3.0454 \\ 13.0106 \end{bmatrix}.$$

où \bar{L} est calculé selon la relation (3.40). D'autre part, l'évaluation de $\frac{d\Psi^T(\hat{x})}{dt}$ en utilisant le théorème de dérivation des fonctions composées, donne

$$\frac{d\Psi^T(\hat{x})}{dt} = \left[\frac{\dot{\hat{x}}_2}{1+\hat{x}_2^2} \quad -\sin(\hat{x}_1 \hat{x}_2)(\hat{x}_2 \dot{\hat{x}}_1 + \hat{x}_1 \dot{\hat{x}}_2) \right]^T \quad (3.46)$$

où \hat{x}_1 et \hat{x}_2 sont respectivement les estimées de x_1 et x_2 .

Il convient de souligner que pour ce système, l'approche proposée dans [150] nécessite des calculs analytiques compliqués pour résoudre un système PDE. De plus, l'approche proposée dans [152] ne peut être appliquée à cet exemple puisque la matrice $\Psi(x)$ est non linéaire. Par ailleurs, l'approche proposée dans [151] peut lui être facilement appliquée.

Pour des fins de comparaison, on a également implémenté l'observateur adaptatif d'état et de paramètres donné par le système d'équations suivant [18] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \underline{\Phi}(\hat{x}, u) + \underline{\Psi}(\hat{x})\hat{\theta} + \lambda\Lambda^{-1}(\lambda)(K + Y Y^T C^T)(y - C\hat{x}) \\ \dot{\hat{\theta}} = \lambda^n Y^T C^T (y - C\hat{x}) \\ \dot{Y} = \lambda(A - KC) + \lambda \underline{\Psi}(\hat{x}) \\ \hat{x} = \hat{x} \quad \text{si } \|\hat{x}\| \leq X, \quad \frac{\hat{x}}{\|\hat{x}\|} X \quad \text{si non,} \\ \hat{\theta} = \hat{\theta} \quad \text{si } \|\hat{\theta}\| \leq \gamma, \quad \frac{\hat{\theta}}{\|\hat{\theta}\|} \gamma \quad \text{si non.} \end{cases} \quad (3.47)$$

où dans notre cas, $\underline{\Phi}(\hat{x}, u) = B\Phi(\hat{x}, u)$ et $\underline{\Psi}(\hat{x}) = E\Psi(\hat{x})$. Les valeurs que l'on a choisi pour les paramètres du design sont : $\lambda = 100$, $K = [1.8 \quad -0.2]^T$, $X = \sqrt{34}$ et $\gamma = \sqrt{12.5}$. On note que pour les deux observateurs les paramètres de conception ont été choisis comme étant un bon compromis entre la rapidité de convergence et un comportement satisfaisant en présence du bruit de mesure.

Pour investiguer les performances de l'approche proposée par rapport à l'observateur (3.47), on a effectué deux tests de simulation dans lesquels la sortie y a été corrompue par un bruit blanc additif avec une valeur moyenne nulle et un écart type de 10^{-2} , et de même que dans [150], on a choisi : $\theta = [1 \quad 2]^T$, $x(0) = [1 \quad 1]^T$, $\hat{x}(0) = [1 \quad 0]^T$ et $\hat{\theta}(0) = [0 \quad 0]^T$.

Test 1

Pour montrer l'effet du niveau d'excitation généré par le signal d'entrée sur la vitesse de convergence des variables estimées, ce test a été effectué en se servant de l'entrée

$$u = \begin{cases} \sin(2t) & \text{si } t < 35 \text{ s,} \\ 10\sin(3t) & \text{si } t \geq 35 \text{ s.} \end{cases} \quad (3.48)$$

et $\delta(x_1, x_2, t) = 0$.

Les résultats d'estimation d'état sont présentés dans les figures 3.1 et 3.2. On voit que l'excitation $u = 10 \sin(3t)$ améliore significativement les performances d'estimation d'état pour les deux observateurs. Mais, il est clair que pour les deux excitations, l'observateur d'état adaptatif proposé fournit une meilleure estimation de l'état non mesuré que l'observateur (3.47). Néanmoins, la sortie estimée fournie par l'observateur (3.47) maintient ses performances, peu importe si le système est suffisamment excité ou non. Ce qui est intéressant à propos de ce test c'est qu'il montre que même si l'estimation d'état par un observateur d'état adaptatif ne requiert pas la condition PE, le niveau d'excitation peut avoir un impact important sur sa vitesse de convergence.

Les figures 3.3 et 3.4 montrent les résultats d'estimation des paramètres inconnus. On

constate que les paramètres estimés par les deux observateurs sont sensibles au bruit de mesure. De plus, il est clair que le niveau d'excitation généré par le signal $u = \sin(2t)$ n'est pas suffisant pour provoquer la convergence des paramètres estimés par l'observateur (3.47) vers les paramètres réels, cependant il semble qu'il conduit à une convergence très lente des paramètres estimés par l'observateur d'état adaptatif. Lorsque le signal d'entrée $u = 10 \sin(10t)$ est appliqué, les paramètres estimés fournis par les deux observateurs convergent vers un petit voisinage autour de leurs valeurs réelles.

Test 2

Dans ce test, le terme $\delta(x_1, x_2, t) = 0.5(1 + \cos(x_2) \arctan(0.25x_1 x_2) + 2 \sin(t))$ est introduit à $t = 30$ s. La simulation a été effectuée en utilisant l'entrée $u = 10 \sin(3t) - x_1 - x_2$ qui fournit un niveau d'excitation suffisant (voir test 1). Le rôle du terme de retour d'état $-x_1 - x_2$ est d'empêcher l'instabilité du système après de l'introduction du terme $\delta(x_1, x_2, t)$.

Les résultats de ce test sont présentés dans les figures 3.5–3.8. On remarque qu'en absence du bruit d'état, les deux observateurs fournissent de bonnes estimations de l'état et des paramètres inconnus. L'introduction de $\delta(x_1, x_2, t)$ à $t = 30$ s affecte sévèrement les performances de l'observateur (3.47), à l'exception de l'estimation de la sortie. Pour l'approche proposée, bien qu'il y a une dégradation significative dans l'estimation des paramètres, l'estimation d'état est légèrement affectée.

3.4 Reconception de l'observateur d'état adaptatif

L'approche proposée dans la section précédente impose la transformation du système à la forme canonique (3.14) pour pouvoir concevoir la loi d'adaptation. Cette exigence est également présente dans toutes les approches de conception des observateurs d'état adaptatifs pour l'estimation des paramètres inconnus situés dans les dynamiques des états non mesurés ([149, 150, 151]), excepté celle proposée dans [152]. Par ailleurs, il est bien connu que pour la plupart des non-linéarités rencontrées dans les modèles des systèmes physiques, un changement de base peut augmenter (ou réduire) la valeur de la constante de Lipschitz [28], ce qui peut nuire au calcul du gain de l'observateur. En effet, le problème de synthèse des observateurs pour les systèmes lipschitziens avec de fortes valeurs de la constante de Lipschitz constitue en lui-même un problème qui continue toujours à attirer l'attention des chercheurs en automatique [160, 161, 112, 113, 162].

L'objectif de cette section est de proposer une approche constructive pour dissocier l'approche de conception de l'observateur d'état adaptatif (3.19) de la forme canonique (3.14).

3.4.1 Résultat préliminaire

L'approche mise au point dans cette section est basée sur le lemme suivant qui constitue l'équivalent du lemme 3.1 quand l'hypothèse 3.4 est vérifiée.

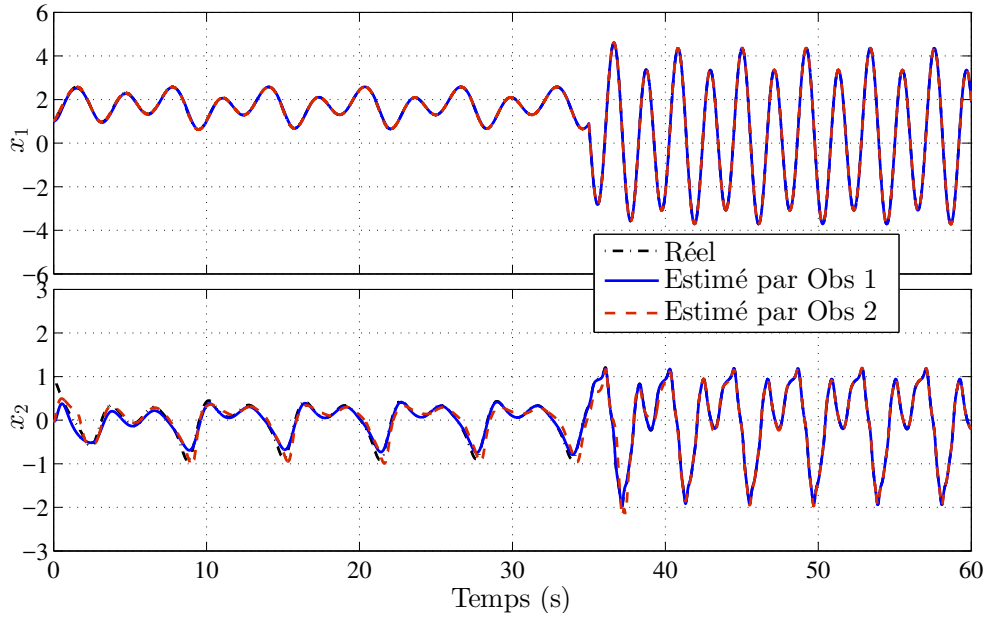


FIGURE 3.1 – Estimation d’état (Ob1 : observateur d’état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d’état et de paramètres (3.47)) (Test 1).

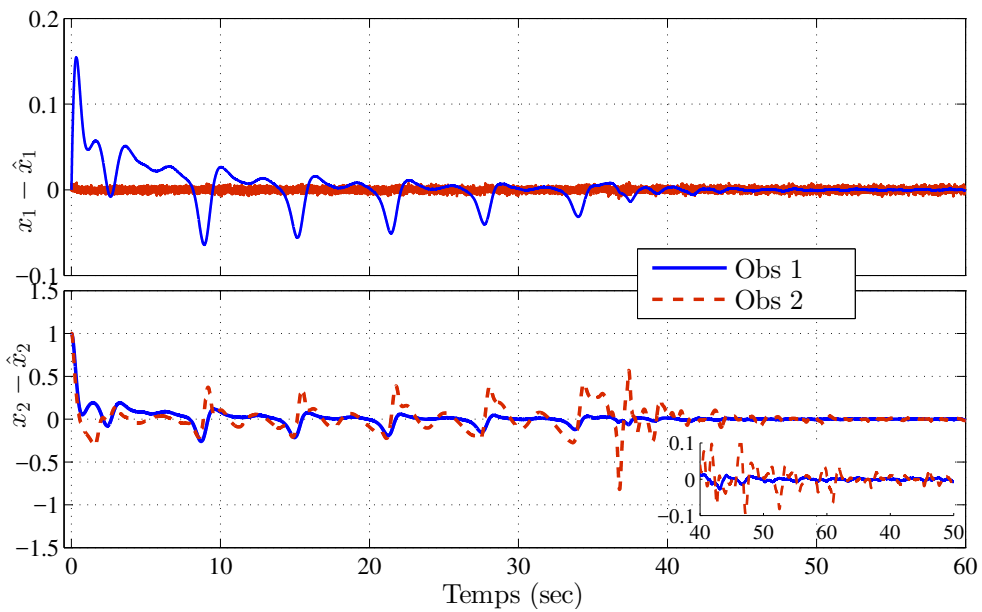


FIGURE 3.2 – Erreurs d’estimation d’état (Ob1 : observateur d’état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d’état et de paramètres (3.47)) (Test 1).

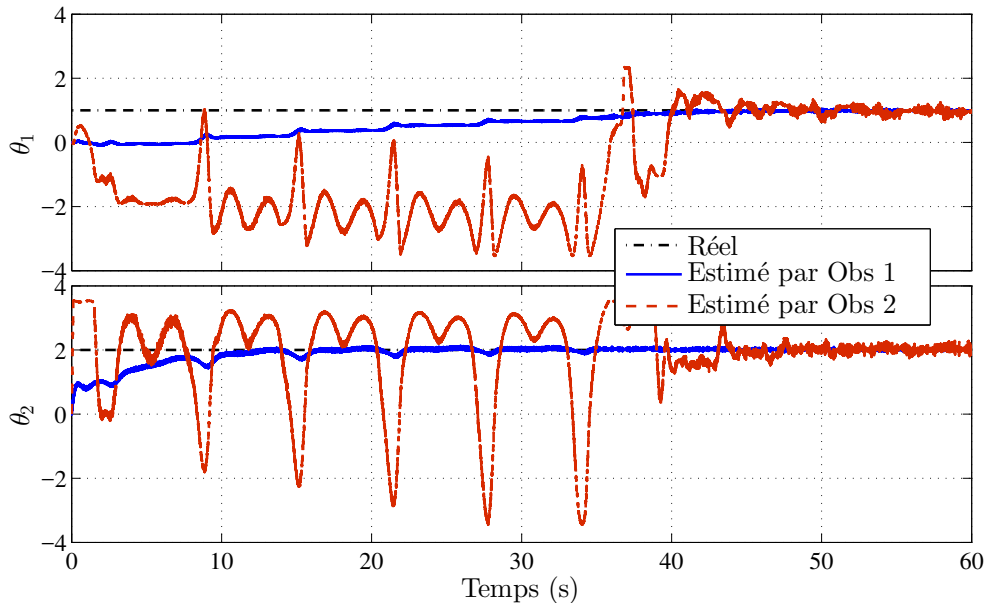


FIGURE 3.3 – Estimation des paramètres inconnus (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47))(Test 1).

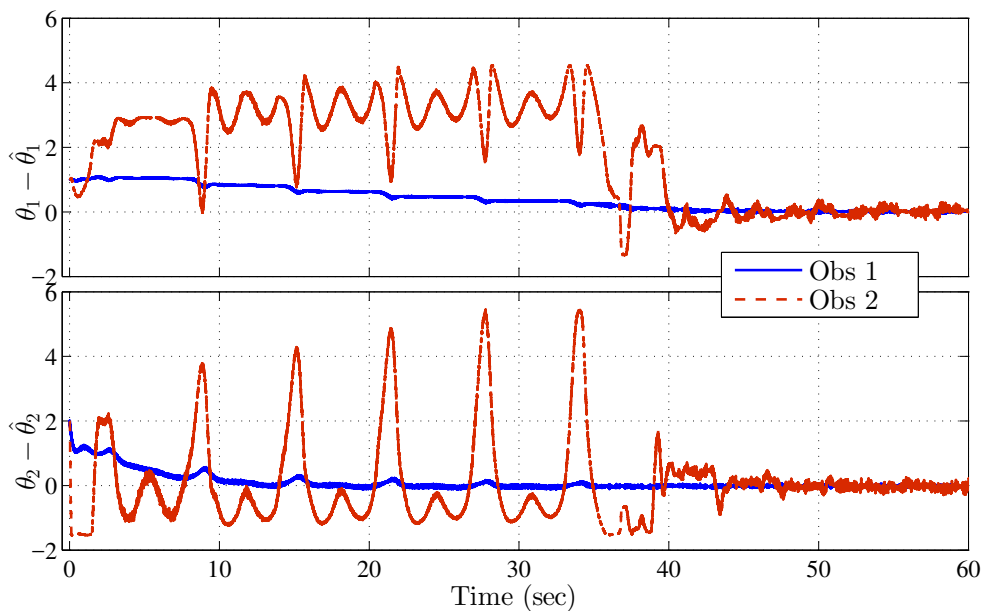


FIGURE 3.4 – Erreurs d'estimation paramétrique (Ob1 : observateur d'état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d'état et de paramètres (3.47))(Test 1).

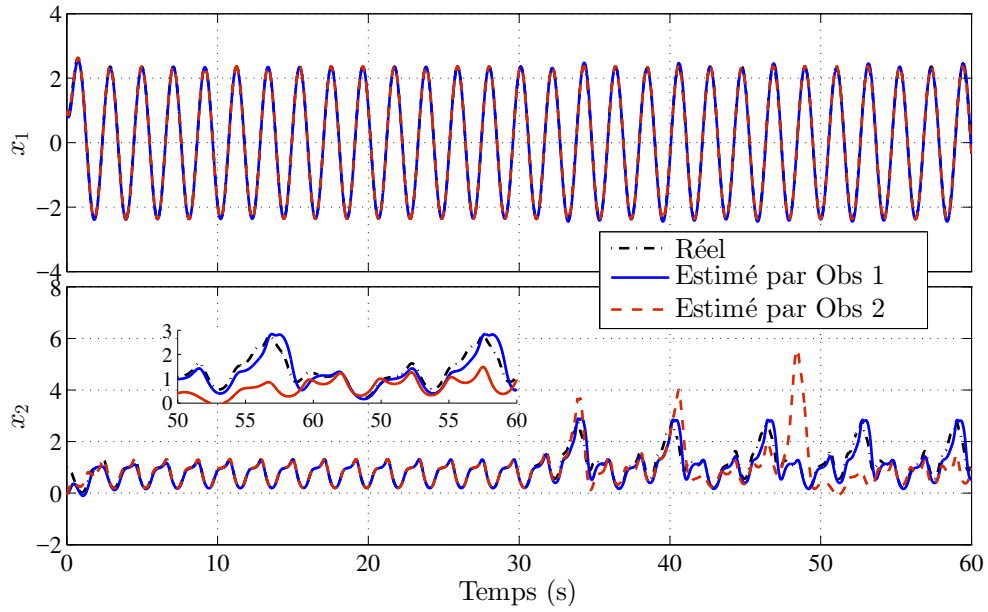


FIGURE 3.5 – Estimation d’état par l’observateur d’état adaptatif (3.19) (Ob1) et l’observateur adaptatif d’état et de paramètres (3.47) (Ob2)(Test 2).

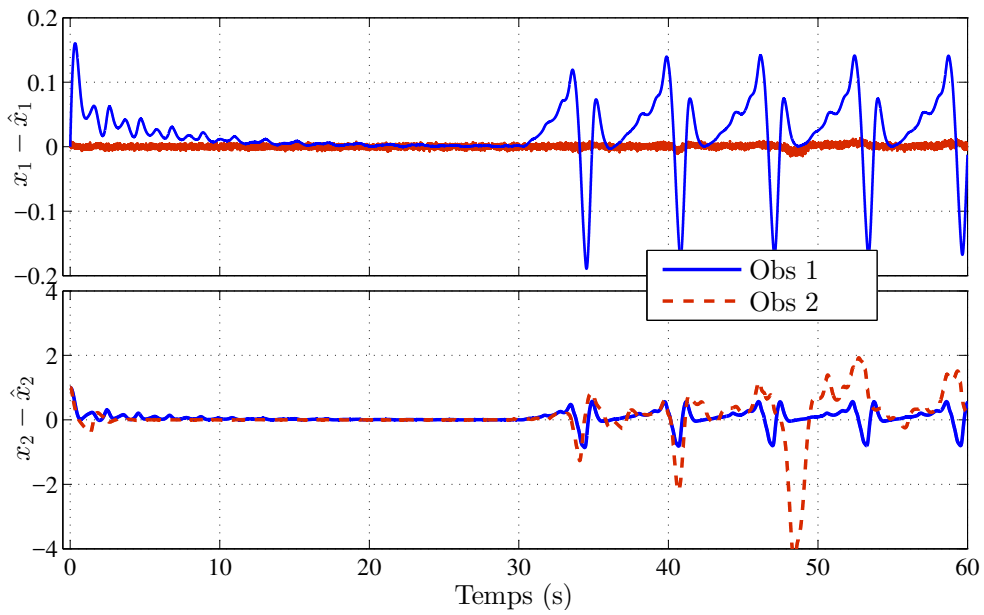


FIGURE 3.6 – Erreurs d’estimation d’ tat (Ob1 : observateur d’état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d’état et de paramètres (3.47))(Test 2).

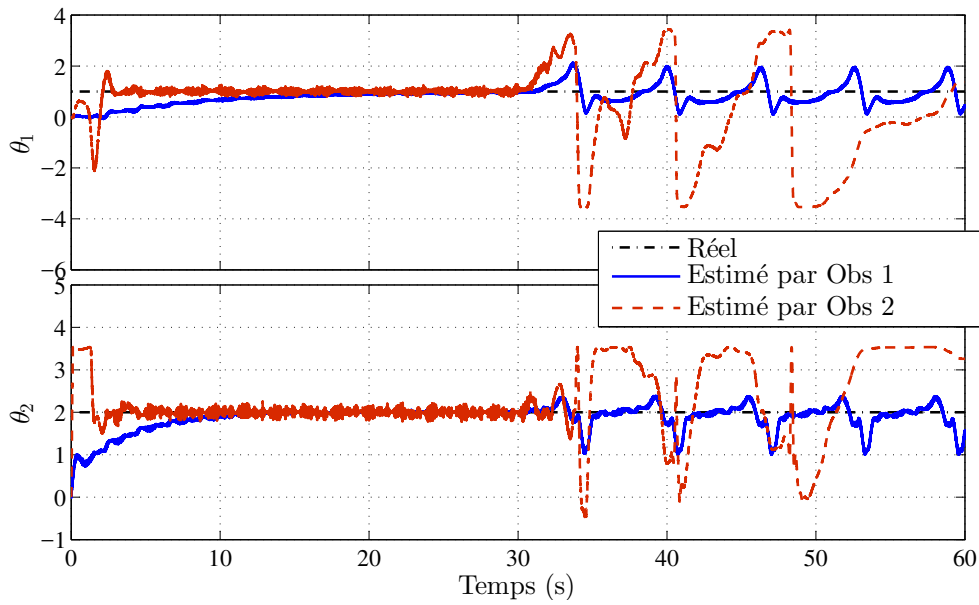


FIGURE 3.7 – Estimation des paramètres inconnus par l’observateur d’état adaptatif (3.19) (Ob1) et l’observateur adaptatif d’état et de paramètres (3.47) (Ob2) (Test 2).

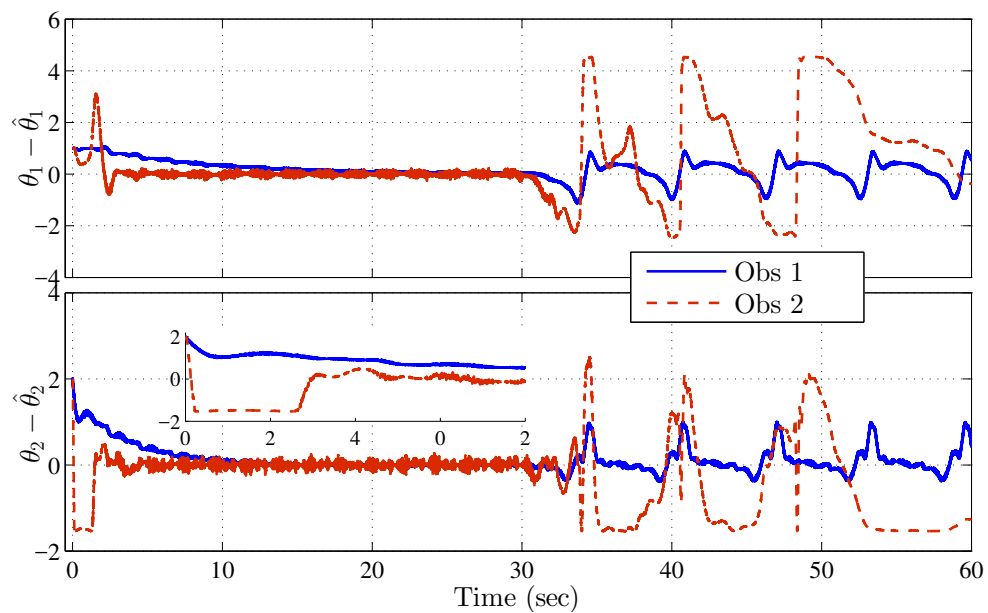


FIGURE 3.8 – Erreurs d’estimation paramétrique (Ob1 : observateur d’état adaptatif (3.19), Ob2 : observateur adaptatif d’état et de paramètres (3.47))(Test 2).

Lemme 3.3. On considère le système (3.1) avec $CE = 0_{p \times q}$. L'égalité $\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E)$ est vérifiée si et seulement s'il existe des matrices $P = P^T > 0$, H et G telles que

$$HCA - GC = E^T P \quad (3.49)$$

Démonstration. (Nécessité) En multipliant (3.49) à droite par la matrice E et en utilisant la relation $CE = 0_{p \times q}$, on trouve

$$HCAE = E^T PE \quad (3.50)$$

Comme E est de plein rang en colonne et P est définie positive, $E^T PE$ est également définie positive (cela est dû au fait que pour tout vecteur $a \neq 0$, on a $a^T (E^T PE) a = (aE)^T P (Ea) = b^T P b > 0$ où le vecteur $b = Ea \neq 0$ car E est de plein rang). Donc, évidemment $E^T PE$ est de plein rang, et il en résulte

$$\text{rang}(E^T PE) = \text{rang}(E) \quad (3.51)$$

(puisque $n \geq q$). Alors, de (3.50) et (3.51) on obtient

$$\text{rang}(HCAE) = \text{rang}(E) \quad (3.52)$$

Ainsi

$$\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E) \quad (3.53)$$

(Suffisance) On rappelle d'abord le lemme 3.2 qui stipule que pour le système transformé (3.14), l'égalité $\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E)$ implique l'existence de deux matrices $P_3 = P_3^T > 0$ et H telles que

$$E_2^T P_3 = H A_{12} \quad (3.54)$$

Pour le système (3.14), l'égalité (3.49) s'écrit

$$H\bar{C}\bar{A} - G\bar{C} = \bar{E}^T \bar{P} \quad (3.55)$$

ou encore

$$HCT^{-1}TAT^{-1} - GCT^{-1} = (TE)^T (T^T)^{-1} P T^{-1} \quad (3.56)$$

On choisit la structure de la matrice $\bar{P} = (T^T)^{-1} P T^{-1}$ comme suit :

$$(T^T)^{-1} P T^{-1} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

où P_3 satisfait (3.54). En remplaçant dans (3.55) \bar{A} , \bar{B} et \bar{C} par leurs structures données dans (3.15), on trouve

$$\begin{bmatrix} H A_{11} - G & H A_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2^T P_2^T & E_2^T P_3 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Par conséquent, en considérant (3.54), on déduit que le choix

$$G = H A_{11} - E_2^T P_2^T \quad (3.59)$$

garanti la satisfaction de (3.55). □

3.4.2 Conception de l'observateur

On considère le système (3.1). Pour estimer l'état x et le vecteur θ on se propose d'utiliser l'observateur suivant [22] :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Omega(y, u) + B\Phi(\hat{x}, u) + E\Psi(\hat{x})\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (3.60a)$$

$$\hat{\theta} = W + \Gamma\Psi^T(\hat{x})Hy \quad (3.60b)$$

$$\dot{W} = -\Gamma \frac{d\Psi^T(\hat{x})}{dt} Hy - \Gamma\Psi^T(\hat{x})(HC(A\hat{x} + \Omega(y, u)) + G(y - C\hat{x})) \quad (3.60c)$$

où \hat{x} , $\hat{\theta}$ et L sont définies conformément à (3.5), $\Gamma = \Gamma^T > 0$ et H et G sont des matrices constantes à calculer.

Théorème 3.3. *On considère le système (3.1) sous les hypothèses 3.1–3.4 et l'observateur adaptatif (3.60). L'état estimé \hat{x} converge asymptotiquement vers l'état réel x et $E\Psi(\hat{x})\hat{\theta}$ converge vers $E\Psi(x)\theta$, s'il existe des constantes positives réelles ε_1 et ε_2 et des matrices $P = P^T > 0$, H et G telles que*

$$\begin{bmatrix} \Lambda & PB & PE \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q \end{bmatrix} < 0 \quad (3.61)$$

$$HCA - GC = E^T P \quad (3.62)$$

où $\Lambda = (A - LC)^T P + P(A - LC) + (\varepsilon_1^{-1} l_\Phi^2 + \varepsilon_2^{-1} l_\Phi^2 \gamma^2) I_n$. De plus, si $E\Psi(x)$ satisfait la condition d'excitation persistante, alors $\hat{\theta}$ converge vers θ .

Démonstration. De (3.1) et (3.60), il s'ensuit que

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + B\tilde{\Phi} + E(\tilde{\Psi}\theta + \Psi(\hat{x})\tilde{\theta}) \quad (3.63)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma\Psi^T(\hat{x})(HCA - GC)\tilde{x} \quad (3.64)$$

où $\tilde{x} = x - \hat{x}$, $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)$ et $\tilde{\Psi} = \Psi(x) - \Psi(\hat{x})$.

Maintenant, on considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (3.65)$$

Sa dérivée le long des trajectoires des systèmes (3.63) et (3.64) est

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T PB\tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T PE\tilde{\Psi}\theta + 2\tilde{x}^T PE\Psi(\hat{x})\tilde{\theta} \\ & - 2\tilde{\theta}^T \Psi^T(\hat{x})(HCA - GC)\tilde{x} \end{aligned} \quad (3.66)$$

La relation (3.62) permet de réduire l'expression de \dot{V} à la forme suivante :

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T PB\tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T PE\tilde{\Psi}\theta \quad (3.67)$$

Maintenant, il suffit de suivre de très près les étapes de la démonstration du théorème 3.2 pour prouver la stabilité de l'observateur telle qu'elle est indiquée dans le théorème 3.3. \square

Remarque 3.9. De même que dans la sous-section 3.3.4, l'inégalité (3.61) peut être transformée en LMI en utilisant le changement de variable

$$L = P^{-1}M \quad (3.68)$$

En outre, en poursuivant la même démarche utilisée pour transformer (3.24) au problème d'optimisation LMI (3.42), la résolution de (3.62) peut être effectuée en résolvant le problème LMI suivant :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser } \eta \text{ tel que} \\ & \begin{bmatrix} \eta I_q & HCA - GC - E^T P \\ * & \eta I_n \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.69)$$

3.4.3 Exemple 2

On considère les équations différentielles non linéaires qui décrivent le système de Rössler [163] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(x_2 + x_3) \\ \dot{x}_2 = x_1 + ax_2 \\ \dot{x}_3 = b + x_3(x_1 - c) \end{cases} \quad (3.70)$$

Il est bien connu que ce système présente un comportement chaotique quand $a = 0.2$, $b = 0.2$ et $c = 5.7$. On suppose que $a = 0.2$, et que b et c sont des constantes inconnues qui appartiennent respectivement aux intervalles $[0 \ 8]$ et $[0 \ 1]$. En conséquence, la borne γ dans l'hypothèse 3.3 peut être choisie comme $\gamma = 8.1$. En prenant comme sortie $y = x_1 + x_2$, le système ci-dessus peut être réécrit sous la forme (3.1) avec

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E = B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Phi(x) &= x_1 x_3, \Psi(x) = \begin{bmatrix} 1 & -x_3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Les fonctions $\Phi(x)$ et $\Psi(x)$ sont lipschitziennes comme l'exige l'hypothèse 3.2. De toute évidence $\Psi(x)$ est globalement lipschitzienne avec la constante de Lipschitz $l_\Psi = 1$. Cependant, $\Phi(x)$ est localement lipschitzienne, ce qui signifie que sa constante de Lipschitz l_Φ dépend de la région où le système opère. On suppose que les trajectoires du système évoluent dans l'ensemble $\Omega_2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 / |x_1| \leq 20, |x_2| \leq 20, |x_3| \leq 20\}$, et donc $\Phi(x)$ peut être assimilée à $\Phi(\text{sat}(x))$ qui coïncide avec $\Phi(x)$ dans Ω_2 . Ainsi l_Φ peut être calculée par la relation $l_\Phi =$

$\max \left\| \frac{\partial \Phi(\text{sat}(x))}{\partial x} \right\|$, ce qui donne $l_\Phi = 28.3$. Enfin, il est facile de vérifier que l'hypothèse 3.4 est satisfaite.

On commence la conception de l'observateur par le calcul de ces matrices. Soit $\varepsilon_1 = 1/150$, $\varepsilon_2 = 1/15$ et $\Gamma = 100 \times I_2$. Après le changement de variable (3.68), la résolution de (3.61) et (3.69), à l'aide de CVX donne :

$$P = \begin{bmatrix} 253.6936 & 245.5466 & 5.7071 \\ 245.5466 & 415.4404 & 6.2103 \\ 5.7071 & 6.2103 & 0.2795 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 551.7183 \\ 192.0864 \\ -223.6543 \end{bmatrix},$$

$$H = -0.2795, G = -5.9867, \eta = 0.1, L = 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.0337 \\ 0.0042 \\ -1.5809 \end{bmatrix}.$$

La simulation a été réalisée en utilisant les conditions initiales $x = [-5 \ 5 \ -5]$, $\hat{x} = [0 \ 0 \ 0]$ et $\hat{\theta} = [0 \ 0]$. Initialement, le vecteur des paramètres inconnus est choisi comme $\theta = [0.2 \ 5.7]$, puis à $t = 30$ sec, il commence à dériver lentement selon $[0.2 + 0.05(t - 40) \ 5.7 - 0.05(t - 40)]$. Les résultats sont représentés dans les figures 3.9–3.12. On voit que l'état estimé converge rapidement vers l'état réel, peu importe la vitesse de convergence des paramètres estimés. En outre, il est clair que les paramètres estimés convergent vers les valeurs constantes des paramètres réels et poursuivent leurs trajectoires avec une précision satisfaisante.

3.4.4 Modification de l'approche de Stamnes

Dans [149, 150] O. N. Stamnes propose le premier observateur d'état adaptatif non linéaire pour une classe de systèmes non transformable à la FOAN. Mais, comme on l'a mentionné précédemment, la conception de la loi d'adaptation dans cette approche requiert d'abord la mise du système sous la forme canonique (3.16).

Le but ici est de présenter une modification de l'approche de Stamnes en utilisant le résultat du lemme 3.3 pour s'affranchir de la forme canonique (3.16).

Rappel sur l'approche de Stamnes

On reprend le système (3.16) :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 &= A_{11}z_1 + A_{12}z_2 + \Omega_1(y, u) \\ \dot{z}_2 &= A_{21}z_1 + A_{22}z_2 + \Omega_2(y, u) + B_2\Phi(T^{-1}z, u) + E_2\Psi(T^{-1}z)\theta \\ y &= z_1 \end{cases} \quad (3.71)$$

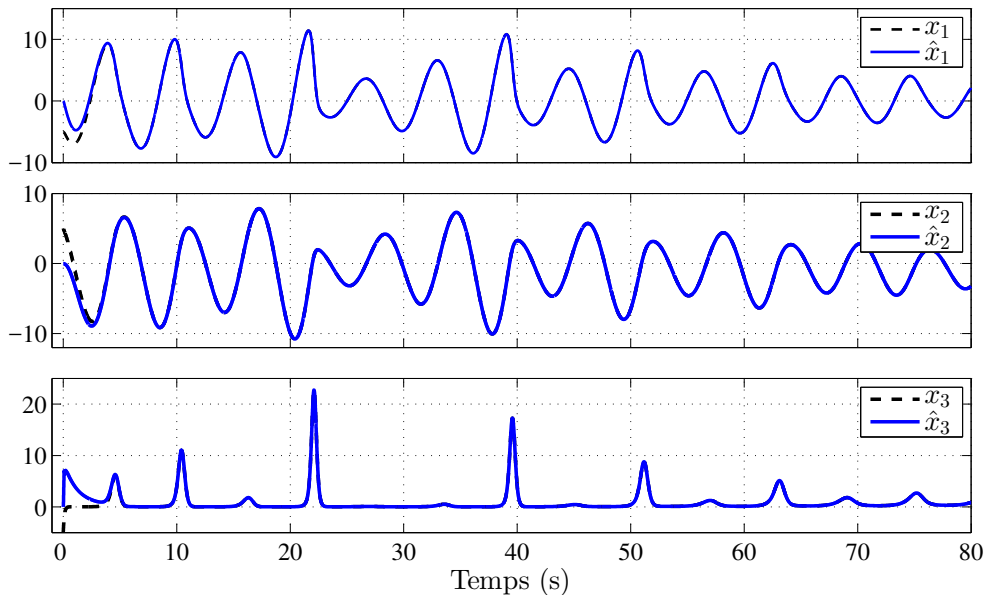


FIGURE 3.9 – Évolution de l'état et son estimé.

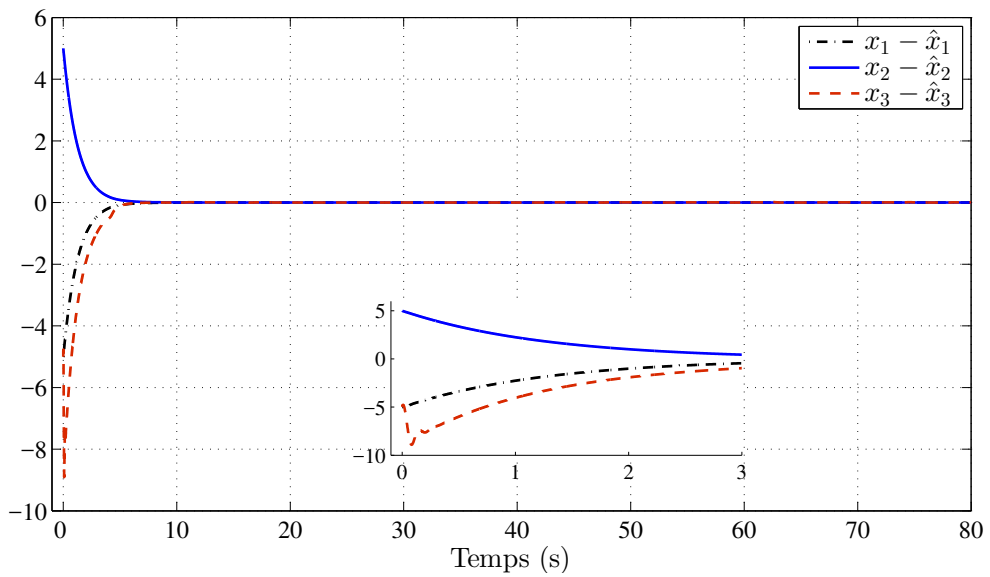


FIGURE 3.10 – Évolution de l'erreur d'estimation d'état.

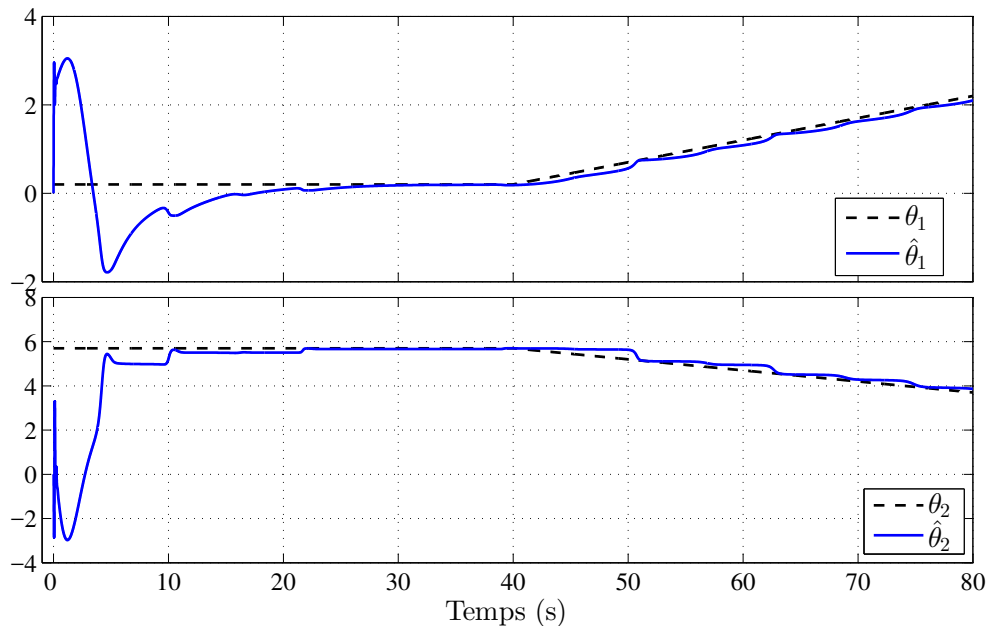


FIGURE 3.11 – Paramètres réels et leurs estimés.

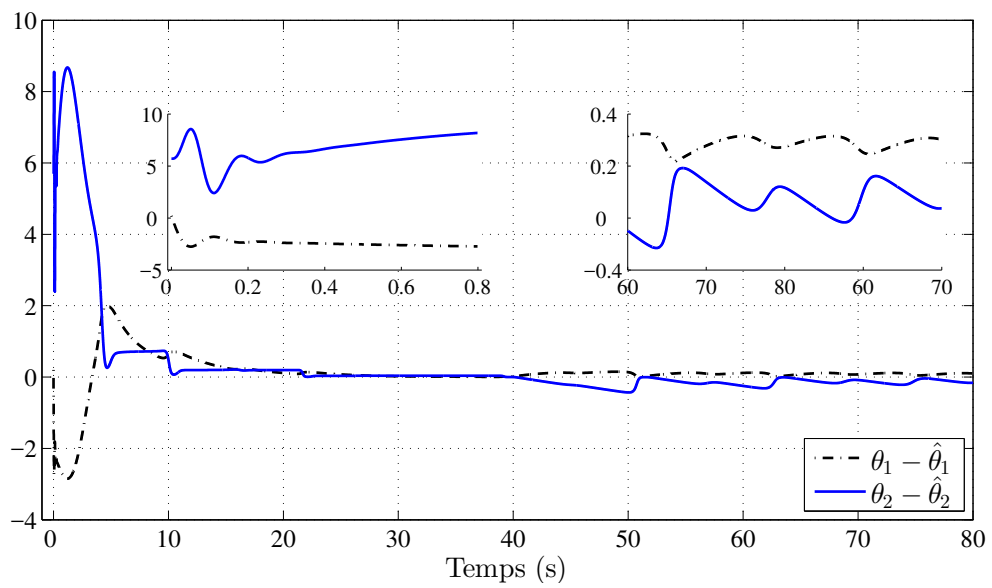


FIGURE 3.12 – Évolution de l'erreur d'estimation des paramètres.

Une version simplifiée de l'observateur d'état adaptatif de Stannes est donné par

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 &= A_{11}\hat{z}_1 + A_{12}\hat{z}_2 + \Omega_1(y, u) + L_1(y - \hat{z}_1) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= \zeta + L_2 y \\ \dot{\hat{\zeta}} &= A_{21}\hat{z}_1 + A_{22}\hat{z}_2 + \Omega_2(y, u) + B_2\Phi(T^{-1}\hat{z}, u) + E_2\Psi(T^{-1}\hat{z})\hat{\theta} \\ &\quad - L_2(A_{11}z_1 + A_{12}\hat{z}_2 + \Omega_1(y, u)) \end{cases} \quad (3.72)$$

où le vecteur $\hat{\theta}$ est la solution de la loi d'adaptation suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}} &= \bar{\mu}(y, \zeta) - \bar{\sigma} \\ \dot{\bar{\sigma}} &= \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y}(A_{11}z_1 + A_{12}\hat{z}_2 + \Omega_1(y, u)) + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \zeta}\dot{\zeta} \end{cases} \quad (3.73)$$

On rappelle que $\dot{\theta} \simeq 0$, alors d'après (3.73), la dynamique de l'erreur $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ est

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} A_{12}(z_2 - \hat{z}_2) \quad (3.74)$$

Soit $\tilde{z}_1 = z_1 - \hat{z}_1$ et $\tilde{z}_2 = z_2 - \hat{z}_2$ et on considère la fonction de Lyapunov

$$V = \tilde{z}_1^T \bar{P}_1 \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2^T \bar{P}_2 \tilde{z}_2 + \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta} \quad (3.75)$$

où \bar{P}_1 et \bar{P}_2 sont des matrices symétriques définies positives. En calculant \dot{V} le long des dynamiques des erreurs d'estimation d'état et des paramètres inconnus, on peut facilement constater que l'observateur (3.72)–(3.73) assure l'estimation asymptotique de l'état et des paramètres inconnus sous excitation persistante si

$$2\tilde{z}_2^T \bar{P}_2 E_2 \Psi(T^{-1}\hat{z})\tilde{\theta} - 2\tilde{\theta}^T \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} A_{12} \tilde{z}_2 = 0 \quad (3.76)$$

ou encore

$$\frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} A_{12} = \Psi(T^{-1}\hat{z})^T E_2^T \bar{P}_2 \quad (3.77)$$

Donc, pour concevoir la loi d'adaptation (3.73), on doit d'abord résoudre le système PDE (3.77).

Modification de l'approche de Stannes

On reprend maintenant le système (3.1)

$$\dot{x} = Ax + \Omega(y, u) + B\Phi(x, u) + E\Psi(x)\theta \quad (3.78a)$$

$$y = Cx \quad (3.78b)$$

et on considère l'observateur d'état adaptatif suivant :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Omega(y, u) + B\Phi(\hat{x}, u) + E\Psi(\hat{x})\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (3.79a)$$

$$\hat{\theta} = \mu(\beta, \hat{x}) - \sigma \quad (3.79b)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \mu}{\partial \beta} (HCA\hat{x} + \Omega(y, u) + G(y - C\hat{x})) + \frac{\partial \mu}{\partial \hat{x}} \dot{\hat{x}} \quad (3.79c)$$

où $\beta = Hy$. On peut aisément vérifier que la dynamique de l'erreur d'estimation paramétrique se donne par

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\frac{\partial \mu}{\partial \beta} (HCA - GC) \tilde{x} \quad (3.80)$$

Maintenant, si l'on analyse la stabilité des erreurs d'estimation \tilde{x} et $\tilde{\theta}$ en utilisant la fonction de Lyapunov

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (3.81)$$

on peut démontrer sans difficulté que l'observateur (3.79) est asymptotiquement stable si

$$2\tilde{x}^T P E \Psi(\hat{x}) \tilde{\theta} - 2\tilde{\theta}^T \frac{\partial \mu}{\partial \beta} (HCA - GC) \tilde{x} = 0 \quad (3.82)$$

En utilisant (3.49), l'égalité précédente conduit à la relation

$$\frac{\partial \mu}{\partial \beta} = \Psi(\hat{x})^T \quad (3.83)$$

Ainsi la résolution de ce système PDE permet d'évaluer la fonction $\mu(\beta, \hat{x})$ utilisée dans la conception de la loi d'adaptation (3.79b)–(3.79c) sans passer à la forme (3.71).

3.5 Conclusion

Il existe dans la littérature très peu de résultats sur la conception des observateurs d'état adaptatifs pour des systèmes non linéaires non transformables à la FOAN, malgré l'importance du sujet. Les solutions qui existent sont fondées sur la transformation du système en une certaine forme avec une structure spécifique et la résolution d'un système PDE pour la conception de la loi d'adaptation ou l'approximation des dérivées temporelles de certaines sorties du système avec un filtre différenciateur séparé de l'observateur.

Dans ce chapitre, on a présenté deux nouvelles solutions apportées au problème de synthèse de l'observateur d'état adaptatif pour une classe de systèmes non linéaires lipschitziens non transformables à la FOAN. La première approche est basée sur un concept similaire à celui de la condition de recouvrement, mais elle exige le passage à une certaine forme canonique. La nouveauté de cette approche réside dans le fait qu'elle peut être appliquée à une classe générale des systèmes lipschitziens sans exiger la résolution d'un système PDE ou l'approximation des dérivées des sorties. La deuxième approche est en réalité une perfection de la première approche. A l'instar des observateurs d'état adaptatifs

conventionnels, elle est basée sur une certaine égalité matricielle qui caractérise la structure de la classe des systèmes considérée et n'exige plus donc la mise du système sous une forme particulière. Dans les deux approches proposées, le problème de calcul des matrices des gains est formulé en un problème d'optimisation LMI.

L'étape suivante dans le développement de ces approches vise leur application à l'estimation robuste des défauts multiplicatifs. Cela sera abordé dans le prochain chapitre.

ESTIMATION ROBUSTE DES DÉFAUTS MULTIPLICATIFS DANS LES SYSTÈMES NON TRANSFORMABLES À LA FOAN

4.1 Introduction

Les premières solutions apportées pour répondre au problème du diagnostic robuste à base d'observateur sont des techniques de découplage pour éliminer l'effet des perturbations sur le résidu [164, 165, 166]. L'extension de ces méthodes au cas de l'estimation et la reconstruction des défauts et loin d'être une tâche simple. Cette difficulté s'explique surtout par les conditions structurelles strictes qu'impose ces approches sur l'emplacement des défauts par rapport aux sorties. Afin d'être en mesure d'atténuer l'effet du bruit d'état sur les grandeurs estimés, une solution consiste à calculer le gain de l'observateur de façon à satisfaire un certain critère en termes de la norme H_∞ [91, 92]. Toutefois, ce critère détermine d'une façon optimale la précision de l'état estimé, mais pas celle des défauts estimés. En réalité cette solution s'inspire principalement et directement des outils de conception des observateurs d'état adaptatifs robustes [85, 84].

Dans ce chapitre on se penche à appliquer l'observateur d'état adaptatif proposé dans le chapitre précédent à l'estimation des défauts multiplicatifs en présence du bruit d'état. Tout comme les observateurs d'état adaptatifs conventionnels, on utilise des techniques du filtrage H_∞ plus un terme discontinu, situé dans la loi d'adaptation, pour forcer les défauts estimés à rester dans un certain intervalle borné. La mise sous forme LMI des conditions suffisantes de stabilité est réalisée en se servant des techniques acquises lors des chapitres précédents, ce qui conduit à un problème d'optimisation LMI multiobjectif. Afin de réduire celui-ci en un problème d'optimisation LMI simple, on propose une nouvelle conception de l'observateur d'état adaptatif basée sur un paramétrage de ses matrices.

Ce chapitre est construit ainsi : la formulation du problème est présentée dans la section 4.2. La conception de l'observateur d'état adaptatif robuste est donnée dans la section 4.3. La section 4.4 introduit une reconception de l'observateur d'état adaptatif par paramétrage de ses matrices. Enfin, dans la section 4.5, on présente l'étude en simulation des approches étudiées.

4.2 Position du problème

On considère le système suivant :

$$\dot{x} = Ax + \Omega(y, u) + B(\Phi(x, u) + \delta(x, u, t)) + Ef \quad (4.1a)$$

$$y = Cx \quad (4.1b)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée, $y \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie, $f \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des défauts et $\delta(x, u, t)$ un terme qui représente les perturbations externes et les imprécisions non paramétriques du modèle. Les matrices A, B, E et C sont des matrices constantes avec (C, A) étant observable ou du moins détectable et E et C étant de plein rang sans perte de généralité. Les fonctions non linéaires $\Omega(y, u) : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\Phi(x, u) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^s$ sont connues et n'altèrent pas l'observabilité du système. Pour des raisons de clarté on note δ pour $\delta(x, u, t)$.

Dans ce chapitre on projette à utiliser l'observateur adaptatif proposé dans le chapitre précédent pour estimer les défauts composants. Pour ce faire, on adopte le modèle suivant des défauts multiplicatifs :

$$\Psi(x)\theta = f \quad (4.2)$$

où $\Psi(x)$ est une fonction connue et $\theta \in \mathbb{R}^r$ le vecteur des défauts multiplicatifs que l'on souhaite estimer.

A l'instar du chapitre précédent, on suppose que le système (4.1) vérifie les hypothèses suivantes :

Hypothèse 4.1. L'entrée u est bornée et assure la bornitude de l'état x .

Hypothèse 4.2. La fonction $\Omega(y, u)$ est continue par rapport à ses variables et les fonctions $\Phi(x, u)$ et $\Psi(x)$ vérifient les conditions de Lipschitz suivantes :

$$\|\Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)\| \leq l_\Phi \|x - \hat{x}\| \quad (4.3)$$

$$\|\Psi(x) - \Psi(\hat{x})\| \leq l_\Psi \|x - \hat{x}\| \quad (4.4)$$

où l_Φ et l_Ψ sont des constantes positives connues.

Hypothèse 4.3. Le vecteur θ est constant ou lentement variable et vérifie l'inégalité suivante :

$$\|\theta\| \leq \gamma \quad (4.5)$$

où γ est une constante positive connue.

Hypothèse 4.4. Les matrices A, B, E et C vérifient les conditions suivantes :

$$C \begin{bmatrix} B & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{p \times s} & 0_{p \times q} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E) \quad (4.7)$$

De surcroît, on adopte l'hypothèse suivante concernant le terme δ .

Hypothèse 4.5. Le vecteur δ est à énergie finie, soit

$$\int_0^\infty \|\delta\|^2 dt \leq \infty \quad (4.8)$$

L'objectif ici est d'utiliser le résultat du chapitre précédent pour synthétiser un observateur d'état adaptatif H_∞ pour l'estimation de l'état et des défauts. Le problème donc est de calculer le gain L de l'observateur de façon à atténuer l'effet du bruit d'état δ sur l'état estimé. Il est important de souligner que la minimisation de l'effet de δ sur les défauts estimés se fait indirectement à travers l'état estimé. En effet, jusqu'à maintenant, dans le cadre des observateurs adaptatifs, il n'existe aucune méthode qui permet d'inclure les défauts multiplicatifs dans un critère H_∞ que l'on peut optimiser.

Remarque 4.1. Tout comme les non-linéarités non mesurables $\Phi(x, u)$, la condition (4.6) stipule que le bruit d'état δ ne contamine directement que les dynamiques des états non mesurés. Cela est en fait indispensable pour la démonstration de la stabilité de l'observateur proposé.

4.3 Synthèse de l'observateur

Pour l'estimation de l'état et des défauts du système (4.1), on se propose d'utiliser l'observateur adaptatif suivant :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Omega(y, u) + B\Phi(\hat{x}, u) + E\Psi(\hat{x})\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (4.9a)$$

$$\hat{\theta} = W + \Gamma\Psi^T(\hat{x})Hy \quad (4.9b)$$

$$\dot{W} = -\Gamma \frac{d\Psi^T(\hat{x})}{dt}Hy - \Gamma\Psi^T(\hat{x})(HC(A\hat{x} + \Omega(y, u)) + G(y - C\hat{x})) - \Gamma\beta\hat{\theta} \quad (4.9c)$$

où \hat{x} est l'état estimé, $\hat{\theta}$ l'estimé du vecteur des défauts multiplicatif, L la matrice des gains de l'observateur, $\Gamma = \Gamma^T > 0$, H et G des matrices constantes à calculer et

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{si } \|\hat{\theta}\| \leq \gamma \\ \kappa & \text{si } \|\hat{\theta}\| > \gamma \end{cases} \quad (4.10)$$

où κ est une constante positive. Le rôle du terme $\Gamma\beta\hat{\theta}$ dans (4.9c) est de forcer $\|\hat{\theta}\|$ à rester dans un domaine borné par γ .

Soit $\tilde{x} = x - \hat{x}$, $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ et on rappelle que selon l'hypothèse 4.3 $\dot{\theta} = 0$. De (4.1), (4.6) et (4.9), il s'ensuit donc que

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + B(\tilde{\Phi} + \delta) + E(\tilde{\Psi}\theta + \Psi(\hat{x})\tilde{\theta}) \quad (4.11a)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma\Psi^T(\hat{x})(HCA - GC)\tilde{x} + \Gamma\beta\hat{\theta} \quad (4.11b)$$

où $\tilde{\Phi} = \Phi(x, u) - \Phi(\hat{x}, u)$ et $\tilde{\Psi} = \Psi(x) - \Psi(\hat{x})$. Le problème de conception d'observateur adaptatif H_∞ revient à déterminer la matrice L telle que la condition suivante soit vérifiée :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0 \text{ et } \lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(\hat{x})\tilde{\theta} = 0 \quad \text{pour } \delta = 0, \quad (4.12a)$$

$$\int_0^\infty \tilde{x}^T D \tilde{x} dt < \mu \int_0^\infty (d^T d) dt \quad \text{pour } \delta \neq 0. \quad (4.12b)$$

où μ est un réel positif à minimiser et D est une matrice symétrique semi-définie positive.

Avant d'énoncer les conditions suffisantes de la stabilité de l'observateur (4.9), on rappelle le lemme 3.3 du chapitre précédent.

Lemme 4.1. *On considère le système (4.1) avec $CE = 0_{p \times q}$. L'égalité $\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E)$ est vérifiée si et seulement s'il existe des matrices $P = P^T > 0$, H et G telles que*

$$HCA - GC = E^T P \quad (4.13)$$

Théorème 4.1. *On considère le système (4.1) sous les hypothèses 4.1–4.5 et l'observateur d'état adaptatif (4.9). Les erreurs \tilde{x} et $\tilde{\theta}$ données par (4.11) satisfont les conditions exprimées dans (4.12) s'il existe des constantes réelles strictement positives ε_1 et ε_2 et des matrices $P = P^T > 0$, M , H et G telles que le problème LMI suivant soit faisable :*

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T M^T - MC + D + (l_\Phi^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2) I_n & PB & PE & PB \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} & 0_{s \times s} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q & 0_{q \times s} \\ * & * & * & -\mu I_s \end{bmatrix} < 0 \quad (4.14)$$

$$HCA - GC = E^T P \quad (4.15)$$

où μ est un réel positif. Une fois ce problème est résolu, on met

$$L = P^{-1} M \quad (4.16)$$

Démonstration. On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (4.17)$$

Sa dérivée le long des trajectoires du système des erreurs (4.11) est

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T PB \tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T PE \tilde{\Psi} \tilde{\theta} + 2\tilde{x}^T PE \Psi(\hat{x}) \tilde{\theta} \\ & + 2\tilde{x}^T PB \delta - 2\tilde{\theta}^T \Psi^T(\hat{x})(HCA - GC) \tilde{x} + 2\tilde{\theta}^T \beta \hat{\theta} \end{aligned} \quad (4.18)$$

D'autre part, on a

$$\begin{aligned}
2\tilde{\theta}^T \beta \hat{\theta} &= 2(\theta - \hat{\theta})^T \beta \hat{\theta} \\
&= 2\theta^T \beta \hat{\theta} - 2\beta \|\hat{\theta}\|^2 \\
&\leq 2\beta(\gamma - \|\hat{\theta}\|) \|\hat{\theta}\| \leq 0
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Ainsi, en utilisant (4.13) et (4.19), \dot{V} vérifie

$$\dot{V} \leq \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T PB\tilde{\Phi} + 2\tilde{x}^T PE\tilde{\Psi}\theta + 2\tilde{x}^T PB\delta \tag{4.20}$$

Par ailleurs, des conditions de Lipschitz (4.3) et (4.4), on obtient respectivement les inégalités suivantes :

$$l_{\tilde{\Phi}}^2 \varepsilon_1 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \geq 0 \tag{4.21}$$

$$\varepsilon_2 l_{\tilde{\Psi}}^2 \gamma^2 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_2 \theta^T \tilde{\Psi}^T \tilde{\Psi} \theta \geq 0 \tag{4.22}$$

où ε_1 et ε_2 sont des constantes réelles strictement positives. En ajoutant le coté gauche des inégalités (4.21) et (4.22) au coté droit de (4.20), on obtient l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T PB\tilde{\Phi} + l_{\tilde{\Phi}}^2 \varepsilon_1 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_1 \tilde{\Phi}^T \tilde{\Phi} \\
&\quad + 2\tilde{x}^T PE\tilde{\Psi}\theta + \varepsilon_2 l_{\tilde{\Psi}}^2 \gamma^2 \tilde{x}^T \tilde{x} - \varepsilon_2 \theta^T \tilde{\Psi}^T \tilde{\Psi} \theta + 2\tilde{x}^T PB\delta
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Par réarrangeant des termes et en effectuant le changement de variable $L = P^{-1}M$, on peut exprimer (4.23) sous la forme

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{\Phi} \\ \tilde{\Psi}\theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T M^T - MC + (l_{\tilde{\Phi}}^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_{\tilde{\Psi}}^2 \gamma^2) I_n & PB & PE \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{\Phi} \\ \tilde{\Psi}\theta \end{bmatrix} \\
&\quad + 2\tilde{x}^T PB\delta
\end{aligned} \tag{4.24}$$

A présent, on considère le critère

$$J = \tilde{x}^T D\tilde{x} + \mu\delta^T \delta + \dot{V} \tag{4.25}$$

où D est une matrice symétrique semi-définie positive. Compte tenu de (4.24), J vérifie

$$J \leq \xi^T \mathcal{Q}\xi + 2\tilde{x}^T PB\delta \tag{4.26}$$

où $\xi = [\tilde{x}^T \quad \tilde{\Phi}^T \quad (\tilde{\Psi}\theta)^T \quad \delta^T]^T$ et

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T M^T - MC + D + (l_\Phi^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2) I_n & PB & PE & PB \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} & 0_{s \times s} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q & 0_{q \times s} \\ * & * & * & -\mu I_s \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Ainsi, si $\mathcal{Q} < 0$, alors $J < 0$ et donc

$$\int_0^\infty J dt = \int_0^\infty (\tilde{x}^T D \tilde{x} - \mu \delta^T \delta) dt + V(\infty) - V(0) < 0 \quad (4.28)$$

Par conséquent, comme $V(\infty) > 0$, sous des conditions initiales nulles on obtient

$$\int_0^\infty \tilde{x}^T D \tilde{x} dt < \mu \int_0^\infty (\delta^T \delta) dt \quad (4.29)$$

Au cas où $\delta = 0$, il est évident de (4.24) que si \mathcal{Q} (donnée par (4.27)) est définie négative, alors \dot{V} est semi-définie négative et donc selon le théorème 3.3 (voir chapitre 3) l'erreur \tilde{x} converge asymptotiquement vers zéro. De plus, si $E\Psi(x)$ satisfait la condition d'excitation persistante, $\tilde{\theta}$ converge également vers l'origine. \square

Pour minimiser l'effet du bruit d'état δ sur l'erreur \tilde{x} , on transforme LMI (4.14) en la forme suivante :

Minimiser μ tel que :

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T M^T - MC + D + (l_\Phi^2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 l_\Psi^2 \gamma^2) I_n & PB & PE & PB \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} & 0_{s \times s} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q & 0_{q \times s} \\ * & * & * & -\mu I_s \end{bmatrix} < 0 \quad (4.30)$$

En outre, la solution de la contrainte structurelle (4.15) peut être approximée par la solution du problème d'optimisation LMI suivant (voir chapitre 3, remarque 3.9) :

Minimiser η tel que

$$\begin{bmatrix} \eta I_q & HCA - GC - E^T P \\ * & \eta I_n \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.31)$$

4.4 Reconception de l'observateur d'état adaptatif par paramétrage de ses matrices

La synthèse de l'observateur (4.9) requiert la résolution du problème d'optimisation LMI multiobjectif formulé par (4.30) et (4.31) pour P , M , G et H en minimisant simultanément les valeurs de μ et η . Or, théoriquement, la condition suffisante pour que les matrices P , G et H vérifient l'égalité (4.15) est que la valeur de η retournée par le problème d'optimisation

(4.31) soit nulle. De plus, pour minimiser l'effet du bruit d'état sur l'état estimé, la matrice P doit également vérifier l'inégalité dans (4.30) pour de faibles valeurs de μ . Ainsi, la résolution simultanée de (4.30) et (4.31) peut mener à un compromis entre, d'une part, la robustesse vis-à-vis le bruit d'état et, d'autre part, la précision de la solution obtenue de l'inégalité (4.15).

Dans cette section on propose une reconception de l'observateur (4.9) par paramétrage des matrices P , M , G et H afin d'enlever ce compromis et obtenir toujours une solution exacte de (4.15).

4.4.1 Résultat préliminaire

Le paramétrage proposé est exprimé dans le lemme suivant :

Lemme 4.2. *L'égalité $HCA - GC = E^T P$ est soluble pour $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ définie positive, $H \in \mathbb{R}^{q \times p}$ et $G \in \mathbb{R}^{q \times p}$ si et seulement si*

$$P = E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C \quad (4.32)$$

$$H = E^T A^T C^T X_2 \quad (4.33)$$

$$G = -E^T X_3^T \quad (4.34)$$

où $X_1 = X_1^T \in \mathbb{R}^{(n-q) \times (n-q)}$ et $X_2 = X_2^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont des matrices définies positives et $X_3 \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

Démonstration. (Nécessité) Pour des raisons de clarté, on décompose la preuve de nécessité en deux parties.

Partie 1 : On considère deux matrices $\mathcal{H} \in \mathbb{R}^{(n+p-q) \times n}$ et $\Upsilon \in \mathbb{R}^{n \times n}$ telles que

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} E_{\perp}^T \\ CA \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

et

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} E & E_{\perp} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

La multiplication à droite de \mathcal{H} par Υ , donne

$$\mathcal{H}\Upsilon = \begin{bmatrix} 0_{(n-q) \times q} & E_{\perp}^T E_{\perp} \\ CAE & CAE_{\perp} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

On rappelle le résultat du lemme (4.1) qui stipule que l'égalité $HCA - GC = E^T P$ est équivalente à $\text{rang}(CAE) = \text{rang}(E) = q$ et que $\text{rang}(E_{\perp}^T E_{\perp}) = (n - q)$ (puisque E est de plein rang en colonnes). De ces faits, en considérant la structure de $\mathcal{H}\Upsilon$ donnée par (4.37), on conclut facilement que $\text{rang}(\mathcal{H}\Upsilon) = n \leq \min\{\text{rang}(\mathcal{H}), \text{rang}(\Upsilon)\}$ (car $q \leq p$) et, par conséquent, $\text{rang}(\mathcal{H}) = n$.

Partie 2 : On considère maintenant la matrice $X \in \mathbb{R}^{(n+p-q) \times (n+p-q)}$ symétrique et définie

positive qui a la structure

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & 0_{(n-q) \times p} \\ 0_{p \times (n-q)} & X_2 \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

où $X_1 = X_1^T \in \mathbb{R}^{(n-q) \times (n-q)}$ et $X_2 = X_2^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ (qui sont évidemment symétriques et définies positives). Puisque \mathcal{H} est de plein rang en colonnes, la matrice Ξ donnée par

$$\Xi = \mathcal{H}^T X \mathcal{H} \quad (4.39)$$

est symétrique et définie positive. Ainsi, on peut toujours trouver une matrice $X_3 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ de sorte qu'une matrice P définie par

$$P = \mathcal{H}^T X \mathcal{H} + C^T X_3 + X_3^T C \quad (4.40)$$

soit symétrique est définie positive. En remplaçant dans (4.40) les matrices \mathcal{H} et X par leurs structures données respectivement par (4.35) et (4.38), on obtient

$$P = E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C + C^T X_3 + X_3^T C. \quad (4.41)$$

En remplaçant la matrice P dans $HCA - GC = E^T P$ par sa structure donnée dans (4.41), on trouve

$$HCA - GC = E^T A^T C^T X_2 CA + E^T X_3^T C. \quad (4.42)$$

De (4.42), il est évident que $H = E^T A^T C^T X_2$ et $G = -E^T X_3^T$.

(*Suffisance*) Il est évident que les structures paramétrées des matrices P , H et G données respectivement dans (4.32), (4.33) et (4.34) satisfassent l'égalité $HCA - GC = E^T P$. \square

Remarque 4.2. A notre connaissance, il n'existe dans la littérature aucune approche de conception des observateurs adaptatifs par paramétrage de leurs matrices. L'approche proposée dans cette section est inspiré des travaux présentés dans [167, 23] sur la synthèse des observateurs par mode de glissement.

4.4.2 Reconception de l'observateur

Le théorème suivant fournit les conditions suffisantes de la stabilité de l'observateur (4.9) en termes des formes paramétrées des matrices P , H et G .

Théorème 4.2. *On considère le système (4.1) sous les hypothèses 4.1–4.5 et l'observateur d'état adaptatif (4.9). Les erreurs \tilde{x} et $\tilde{\theta}$ données par (4.11) vérifient les conditions exprimées dans (4.12) s'il existe deux constantes positives ε_1 et ε_2 et des matrices $X_1 = X_1^T > 0$, $X_2 = X_2^T > 0$, X_3 et M telles que le problème d'optimisation LMI suivant est soluble :*

$$E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 CA + C^T X_3 + X_3^T C > 0 \quad (4.43)$$

Minimiser μ tel que

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_2 \\ * & -\varepsilon_1 I_s & 0_{s \times q} & 0_{s \times s} \\ * & * & -\varepsilon_2 I_q & 0_{q \times s} \\ * & * & * & -\mu I_s \end{bmatrix} < 0 \quad (4.44)$$

où μ est un réel positif et

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & A^T (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) + \\ & (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) A - C^T M^T - M C + D + \varepsilon_1^{-1} l_{\Phi}^2 I_n + \varepsilon_2^{-1} l_{\Phi}^2 \gamma^2 I_n \end{aligned}$$

$$\Omega_2 = (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) B$$

$$\Omega_3 = (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) E$$

Une fois ce problème est résolu, les gains de l'observateur seront calculés comme suit :

$$L = (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C)^{-1} M \quad (4.45)$$

$$H = E^T A^T C^T X_2 \quad (4.46)$$

$$G = -E^T X_3^T \quad (4.47)$$

Démonstration. La démonstration de ce théorème s'effectue en considérant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (4.48)$$

En calculant sa dérivée le long des trajectoires de (4.11) et en remplaçant P , L , H et G par leurs expressions données respectivement par (4.32), (4.45), (4.46) et (4.47), on trouve après simplification des termes

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{x}^T [A^T (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) + \\ & (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) A - C^T M^T - M C] \tilde{x} \\ & + 2\tilde{x}^T (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) (B\tilde{\Phi} + E\tilde{\Psi}\theta) \\ & + 2\tilde{x}^T (E_{\perp} X_1 E_{\perp}^T + A^T C^T X_2 C A + C^T X_3 + X_3^T C) B\delta + 2\tilde{\theta}^T \beta\hat{\theta} \end{aligned} \quad (4.49)$$

La suite de cette démonstration se fait en poursuivant de très près la même démarche effectuée dans la preuve du théorème 4.1 \square

Remarque 4.3. Malgré la complexité apparente dans la conception de l'observateur (4.9) par paramétrage de ses matrices, cette approche est en réalité plus directe et plus maniable à traiter en utilisant les logiciels d'optimisation LMI que l'approche présentée dans le théorème 4.1. Il convient tout de même de souligner qu'il est difficile de dire que l'une de ces approches est plus ou moins conservatrice que l'autre, car elles impliquent le même nombre de variables matricielles.

Remarque 4.4. La majorité des observateurs construits pour l'estimation et la reconstruction des défauts sont testés sur des modèles considérés précis et sans perturbations externes [93, 25, 17]. Dans ces conditions, l'occurrence d'un défaut peut être simplement détectée par la déviation de son estimé de l'origine. Or, les erreurs de modélisation et les perturbations sont inévitables dans la plupart des systèmes réels. De plus, ce bruit d'état est souvent non structurés ou structurés d'une façon qui ne permet pas le découplage de son effet des défauts estimés. Par ailleurs, jusqu'à nos jours, il n'existe aucune technique qui permet d'atténuer son effet sur les estimés des défauts multiplicatifs. Il est donc clair que la décision sur l'occurrence d'un défaut ne peut se fier à son estimé. Par conséquent, pour compléter la procédure du diagnostic, l'observateur adaptatif (4.9) doit être accompagné d'un autre système qui sert à détecter l'occurrence des défauts.

4.5 Exemple numérique

On reprend le modèle du bras à liaison flexible, présenté dans la sous-section 1.2.3 du chapitre 1, avec comme défauts : la déformation de la liaison flexible et une augmentation anormale du frottement visqueux de la liaison. En supposant que θ_m et θ_l sont mesurées, ce système peut être réécrit sous la forme (4.1) avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_m} & -\frac{b}{J_m} & \frac{k}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_l} & 0 & -\frac{k}{J_l} & 0 \end{bmatrix}, B = E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta k \\ \Delta b \end{bmatrix}$$

$$\Phi(x, u) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \Omega(y, u) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_\tau}{J_m} u \\ 0 \\ \frac{-mgh}{J_l} \sin(x_3) \end{bmatrix}, \Psi(x) = \begin{bmatrix} (x_3 - x_1)/J_m & -x_2/J_m \\ -(x_3 - x_1)/J_l & 0 \end{bmatrix}$$

Les valeurs des paramètres du systèmes sont : $J_m = 0.037 \text{ Kg m}^2$, $J_l = 0.093 \text{ Kg m}^2$, $k = 0.18 \text{ Nm/rad}$, $b = 0.0083 \text{ Nms/rad}$, $m = 0.21 \text{ Kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $h = 0.15 \text{ m}$ et $k_\tau = 0.18 \text{ Nm/V}$ [28]. Pour ces valeur la constante de Lipschitz de $\Psi(x)$ est $l_\Psi = 27$.

Pour valider les approches présentées dans ce chapitre, on a effectué deux conceptions de l'observateur (4.9). La première, que l'on désigne par OB1 est conçu selon les conditions de stabilité du théorème 4.1 et la deuxième, désignée par OB2, est conçue selon le théorème 4.2. La résolution des LMI exprimés dans ces théorèmes avec les paramètres de design : $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$, $l_\Phi = 0$, $\gamma = 0.125$, $D = \text{Diag}(1, 10, 1, 10)$, $E_\perp = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ et $\Gamma = \text{Diag}(100, 100)$ a donnée les résultats suivants :

OB1 :

$$L = \begin{bmatrix} 0.0399 & 0.0001 \\ 2.4905 & 0.0080 \\ -0.0001 & 0.0405 \\ -0.0012 & 2.5628 \end{bmatrix} \times 10^4, H = \begin{bmatrix} 0.2403 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.2382 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 6.0837 & -0.0000 \\ 0.0000 & 6.1223 \end{bmatrix},$$

$$\eta = 0.1, \mu = 0.0016.$$

OB2 :

$$L = \begin{bmatrix} 0.0526 & 0.0002 \\ 2.7986 & 0.0097 \\ -0.0002 & 0.0551 \\ -0.0031 & 2.9692 \end{bmatrix} \times 10^4, H = \begin{bmatrix} 0.2248 & -0.0000 \\ -0.0000 & 0.2190 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 6.1695 & -0.0000 \\ -0.0000 & 6.1897 \end{bmatrix},$$

$$\mu = 5.7 \times 10^{-4}.$$

Les simulations ont été effectuées en utilisant l'entrée $u = \sin(0.2t)$, la perturbation $\delta = [\sin(t) + 1 \quad \sin(t)]^T$ et des conditions initiales nulles pour les observateurs et le système.

Pour montrer la réduction de l'effet des perturbations sur les grandeurs estimées par les conceptions présentées dans ce chapitre, on effectue d'abord un test avec l'observateur (4.9), mais conçu selon le théorème 3.3 du chapitre précédent. Les résultats de ce test sont montrés sur les figures 4.1 et 4.2. On remarque que les performances d'estimation d'état sont légèrement atteintes par l'effet du bruit d'état, mais en revanche, les performances d'estimation des défauts sont dramatiquement dégradées.

Les résultats d'estimation d'état par les observateurs OB1 et OB2 sont présentés dans les figures 4.3 et 4.4. On remarque que l'effet des perturbations sur l'état estimé est très réduit tandis qu'il est très discernable sur les défauts estimés, mais il reste acceptable et beaucoup plus réduit que celui du test précédent. Pour expliquer ces résultats, on rappelle que dans cet exemple les défauts surviennent dans les mêmes dynamiques infectées par les perturbations. Ainsi, la réduction de l'effet des perturbations sur l'état estimé réduit également la sensibilité de ce dernier envers les défauts réels, ce qui influe à son tour sur la dynamique d'estimation de ces défauts. D'autre part, il faut signaler que l'amplitude du vecteur θ des défauts considérés est beaucoup plus petite que celle du vecteur des perturbations δ .

Une solution évidente pour réduire la sensibilité des défauts estimés envers le bruit d'état est de réduire $\|\Gamma\|$. Cependant, cela provoquera la lenteur des dynamiques des défauts estimés.

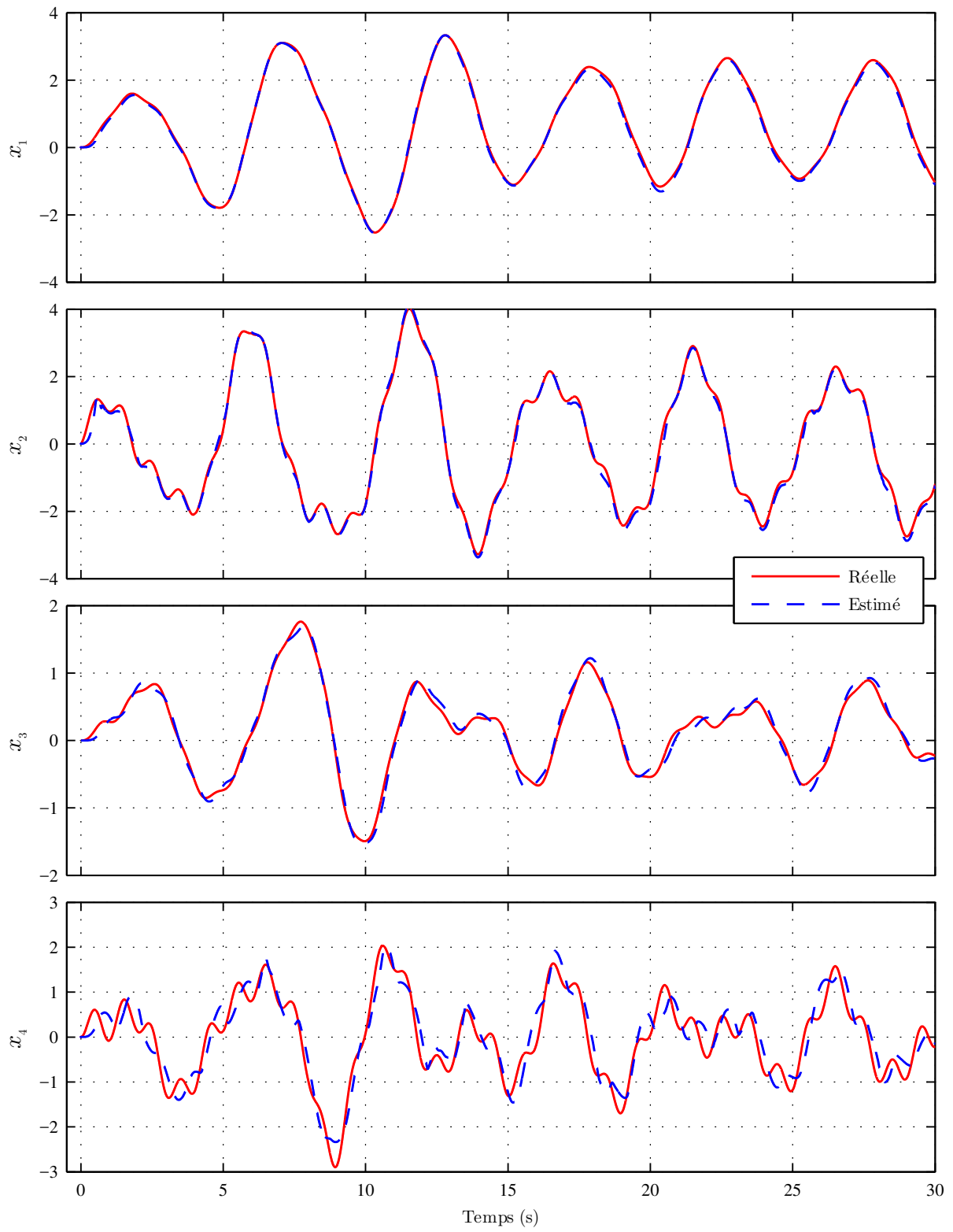


FIGURE 4.1 – État réel et son estimé.

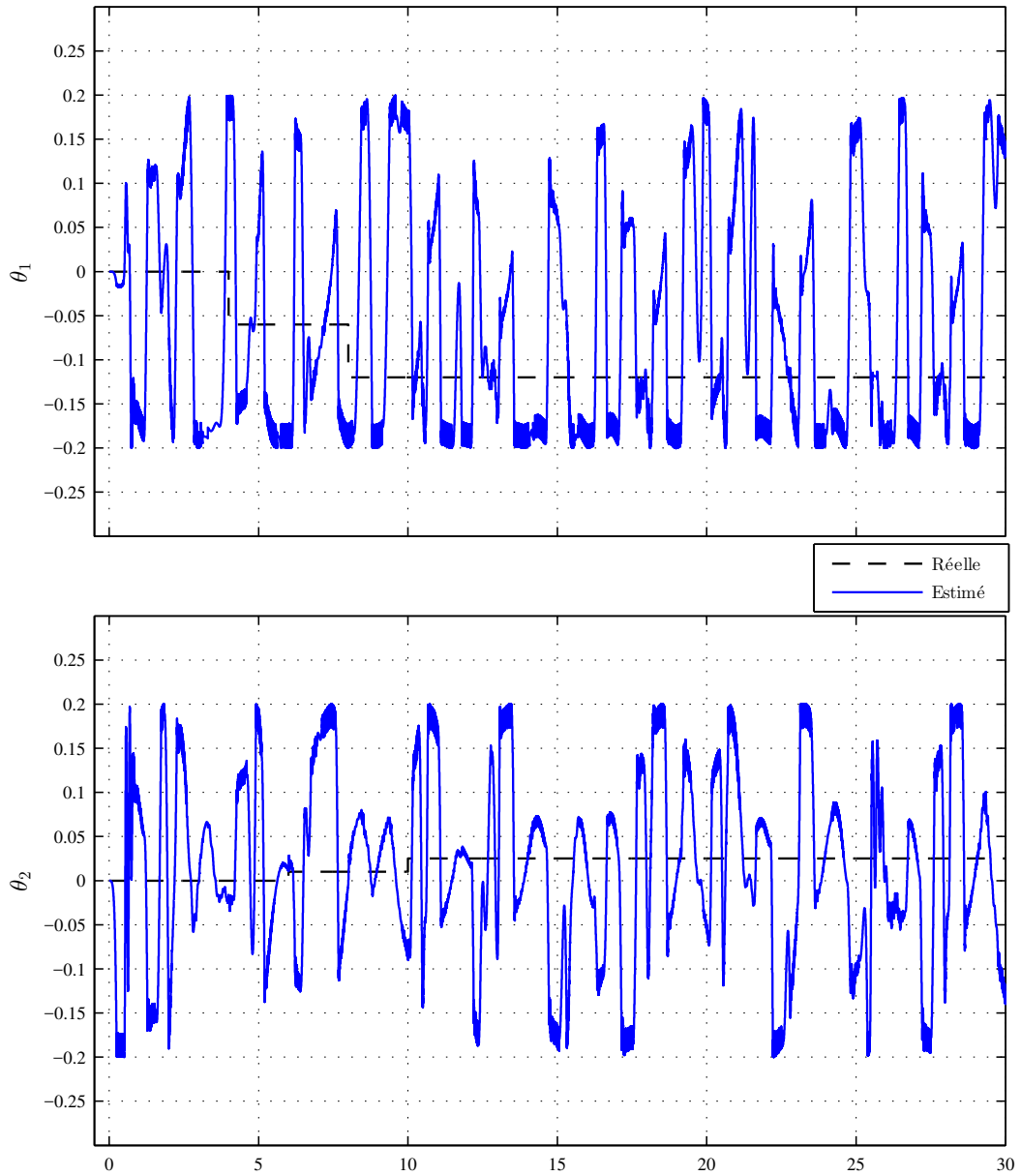


FIGURE 4.2 – Défaut réel et son estimé.

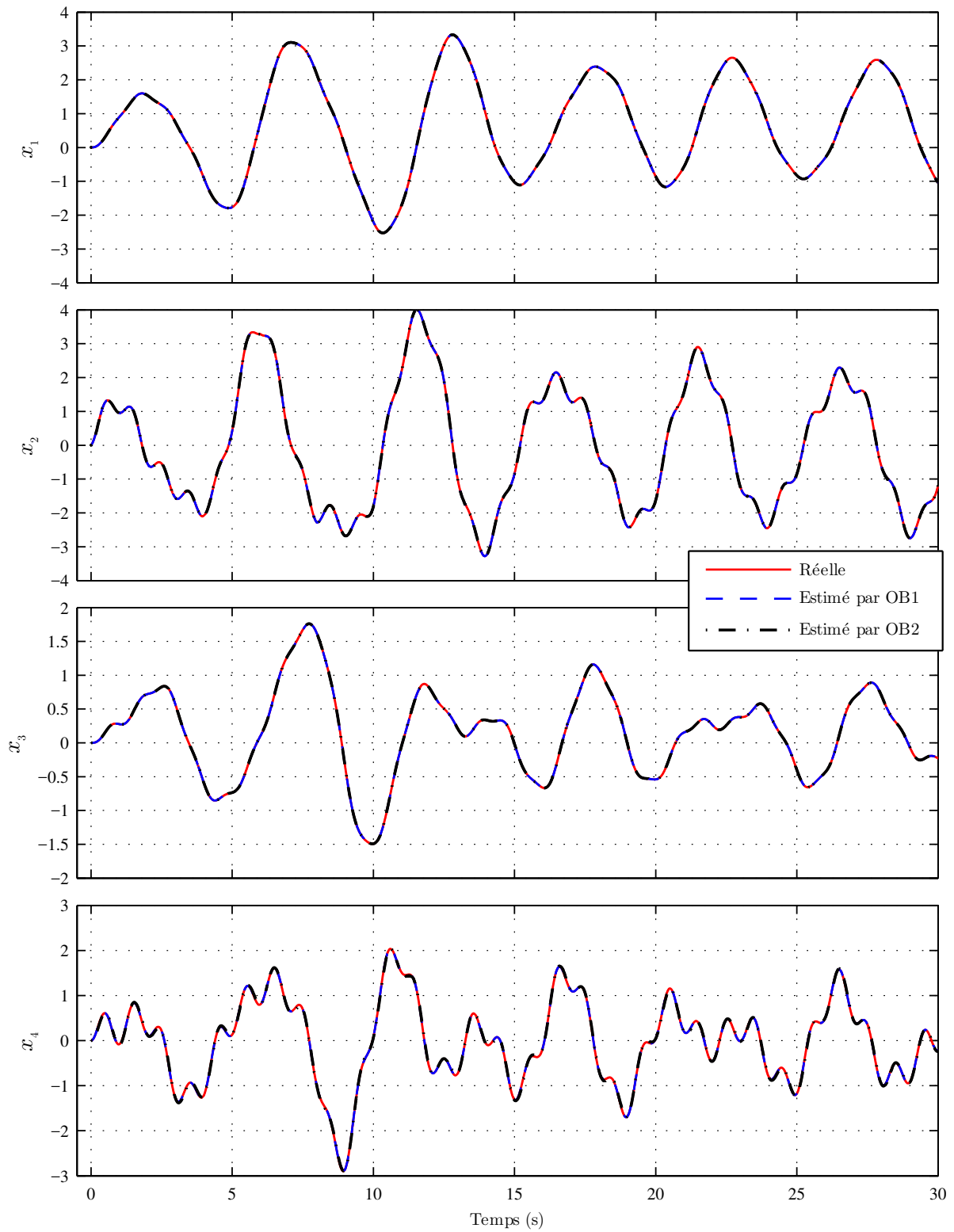


FIGURE 4.3 – État réel et ses estimés.

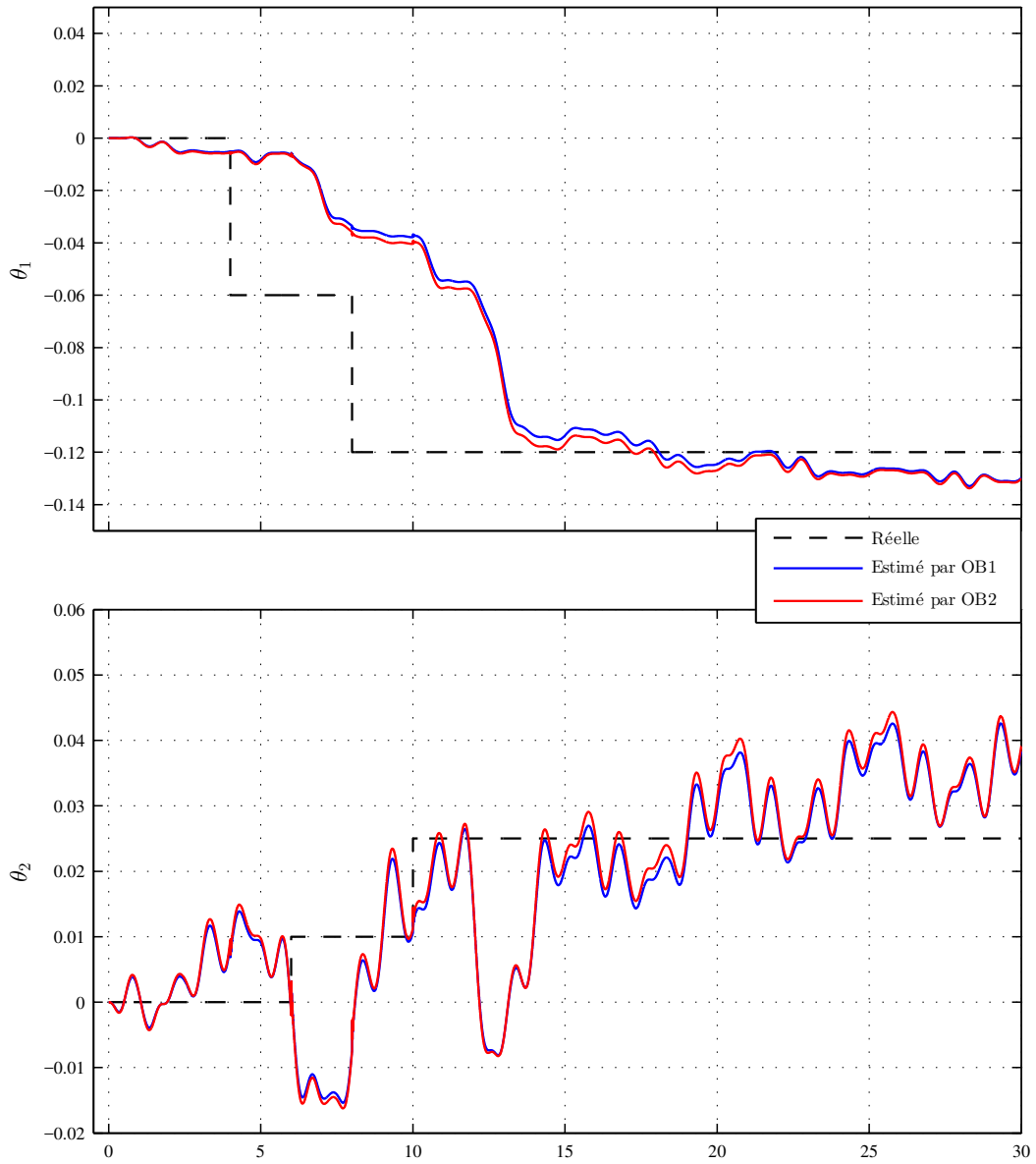


FIGURE 4.4 – Défaut réel et ses estimés.

4.6 Conclusion

Ce chapitre a pour objet d'appliquer l'observateur d'état adaptatif proposé dans le chapitre précédent à estimer l'état et les défauts en présence d'incertitudes de modèle. Pour accentuer la robustesse de l'observateur et atténuer l'effet du bruit d'état sur les grandeurs estimées, on a utilisé les techniques du filtrage H_∞ . La formulation du problème de calcul des gains de l'observateur en LMI a conduit à un problème d'optimisation LMI multiobjectif. Pour transformer cette formulation en un problème d'optimisation LMI simple, on a développé une nouvelle procédure de design de l'observateur par paramétrage de ces matrices. Les conditions d'existence du paramétrage ont été rigoureusement prouvées. Sur le plan théorique, cette solution semble très utile, mais l'étude en simulation a révélé qu'elle donne des performances semblables à celles obtenues par la résolution du problème d'optimisation LMI multiobjectif.

Les résultats de simulation ont montré que la réduction de l'effet du bruit d'état sur les grandeurs estimées se fait au prix de l'obtention d'un grand gain, ce qui augmente la sensibilité au bruit de mesure.

Conclusion générale

Les observateurs d'état adaptatifs figurent parmi les techniques les plus utilisées dans le domaine d'estimation et reconstruction des défauts. Le point fort de ce type d'observateurs adaptatifs réside dans leur simplicité qui permet d'intégrer les outils de robustesse développés dans les cadres des observateurs d'état et de la commande adaptative. De plus, ils n'exigent pas la condition PE pour estimer correctement l'état du système. Néanmoins, leur application nécessite que les défauts surviennent seulement dans les dynamiques des sorties. Outre cela, ils sont mieux adaptés à estimer les défauts constants ou lentement variables dans le temps (en particulier lorsqu'il s'agit de défauts multiplicatifs). Partant de ces constats, le travail effectué dans le cadre de ce mémoire concerne la mise au point de nouvelles méthodes de synthèses des observateurs d'état adaptatifs.

Dans le premier chapitre, on a introduit, dans un premier temps, les notions et les définitions relatives au diagnostic à base de modèle ainsi qu'un aperçu sur les stratégies du diagnostic à base d'observateur. Dans un deuxième temps, on a présenté une étude bibliographique sur les observateurs adaptatifs et leur application à l'estimation des défauts ainsi que les trois formes des observateurs d'état adaptatifs qui existent dans la littérature pour les systèmes non linéaires. On a constaté que toutes ces formes traduisent la même structure dans laquelle les paramètres incertains (ou les défauts à estimer) apparaissent seulement dans les dynamiques des sorties.

Dans le deuxième chapitre, après l'analyse des conditions structurelles nécessaires à l'existence des observateurs d'état adaptatifs, on a présenté une étude sur les observateurs : adaptatif conventionnel, adaptatif à estimation rapide, adaptatif à retard et PI. On a proposé également une approche de synthèse de l'observateur PI en utilisant les techniques du filtrage H_∞ pour améliorer ses performances à estimer les défauts variants dans le temps. L'objectif de l'étude effectuée dans ce chapitre était d'analyser les spécificités des approches précitées et comparer leurs performances à estimer les défauts additifs. On a vu que malgré que les observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard présentent des résultats très satisfaisants en ce qui concerne l'estimation des défauts variants dans le temps en l'absence de bruits, ces deux solutions présentent l'inconvénient d'être très sensible au bruit de mesure. Cette sensibilité provient des natures de leurs lois d'adaptation. L'approche qui a satisfait le mieux le compromis rapidité sensibilité au bruit de mesure et la moins exigeante en termes des conditions structurelles est l'observateur PIH_∞ .

Les contributions principales de notre travail sont présentées dans le troisième chapitre.

Afin de réduire le conservatisme imposé par la condition de recouvrement d'observateur, on a développé une méthodologie de synthèse des observateurs d'état adaptatifs pour les systèmes non linéaires lipschitziens avec les paramètres incertains (ou défauts à estimer) dans des dynamiques des états non mesurés. L'approche proposée est basée sur la transformation du système en une certaine forme canonique et l'utilisation d'une loi d'adaptation que l'on peut qualifier de type proportionnel dérivé.

Une deuxième approche qui n'exige aucune forme canonique a été également proposée dans le troisième chapitre. Cette dernière est en réalité une amélioration de l'approche précédemment présentée. Elle repose sur une égalité matricielle qui caractérise la structure de la classe des systèmes considérés.

Dans le quatrième chapitre, on a présenté l'application de la deuxième approche développée dans le troisième chapitre à l'estimation robuste des défauts multiplicatifs survenant dans les dynamiques des états non mesurés. Les outils de robustification que l'on a utilisé sont un terme discontinu dans la loi d'adaptation pour forcer le vecteur des défauts estimés à rester borné dans un certain domaine et les techniques du filtrage H_∞ pour réduire l'effet du bruit d'état sur les états estimés. La formulation du problème de calcul des gains de l'observateur en LMI a conduit en un problème d'optimisation LMI multiobjectif. Pour ramener ce problème en un problème d'optimisation LMI simple, on a proposé une conception de l'observateur par paramétrage de ses matrices. L'étude en simulation a montré que la réduction de l'effet du bruit d'état sur les grandeurs estimées conduit à un grand gain ce qui augmente la sensibilité au bruit de mesure.

Il reste plusieurs directions à envisager pour des développements futurs en perspective de ces travaux de thèse.

Le premier point qui semble être un cadre d'investigation est de généraliser l'observateur adaptatif à retard à l'estimation des défauts multiplicatifs.

Une autre piste intéressante est la robustification des observateurs adaptatifs à estimation rapide et à retard en employant les techniques du filtrage H_∞ . Cela peut amener à la réduction directe de l'effet du bruit d'état sur les défauts estimés.

Une autre perspective est d'utiliser la technique développée dans [16] afin de pouvoir estimer les défauts multiplicatifs avec une condition PE relaxée.

Bibliographie

- [1] Elpida T KERAVALOU et Leslie JOHNSON : *Competent expert systems : a case study in fault diagnosis*. McGraw-Hill, Inc., 1986.
- [2] Leo H CHIANG, Evan L RUSSELL et Richard D BRAATZ : *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. Springer Science & Business Media, 2000.
- [3] Prithviraj KABISATPATHY, Alok BARUA et Satyabroto SINHA : *Fault diagnosis of analog integrated circuits*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [4] Steven X. DING : *Model-based fault diagnosis techniques : design schemes, algorithms, and tools*. Springer, 2008.
- [5] RJ PATTON et J CHEN : Observer-based fault detection and isolation : Robustness and applications. *Control Engineering Practice*, 5(5):671–682, 1997.
- [6] Xing-Gang YAN et Christopher EDWARDS : Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica*, 43(9):1605–1614, 2007.
- [7] Reza RAOUFI, HJ MARQUEZ et ASI ZINOBER : H_∞ sliding mode observers for uncertain nonlinear Lipschitz systems with fault estimation synthesis. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20(16):1785–1801, 2010.
- [8] KC VELUVOLU et YC SOH : Fault reconstruction and state estimation with sliding mode observers for Lipschitz non-linear systems. *IET control theory & applications*, 5(11):1255–1263, 2011.
- [9] Christopher EDWARDS, Sarah K SPURGEON et Ron J PATTON : Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36(4):541–553, 2000.
- [10] Halim ALWI, Christopher EDWARDS et Chee Pin TAN : *Fault detection and fault-tolerant control using sliding modes*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [11] Zhiwei GAO et Daniel WC HO : State/noise estimator for descriptor systems with application to sensor fault diagnosis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(4):1316–1326, 2006.
- [12] Zhiwei GAO et Hong WANG : Descriptor observer approaches for multivariable systems with measurement noises and application in fault detection and diagnosis. *Systems & Control Letters*, 55(4):304–313, 2006.
- [13] Zhiwei GAO et Steven X DING : Sensor fault reconstruction and sensor compensation for a class of nonlinear state-space systems via a descriptor system approach. *IET Control Theory & Applications*, 1(3):578–585, 2007.

- [14] H WANG et S DALEY : Actuator fault diagnosis : An adaptive observer-based technique. *IEEE transactions on Automatic Control*, 41(7):1073–1078, 1996.
- [15] Bin JIANG et Marcel STAROSWIECKI : Adaptive observer design for robust fault estimation. *International Journal of Systems Science*, 33(9):767–775, 2002.
- [16] Aiping XU et Qinghua ZHANG : Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation. *Automatica*, 40(7):1181–1193, 2004.
- [17] QX JIA, Wen CHEN, YC ZHANG et HY LI : Fault reconstruction for continuous-time systems via learning observers. *Asian J. Control*, 18(1):1–13, 2016.
- [18] Gildas BESANÇON : Parameter/fault estimation in nonlinear systems and adaptive observers. *In Nonlinear observers and applications*, pages 211–222. Springer, 2007.
- [19] Mohsen EKRAMIAN, Farid SHEIKHOESLAM, Saeed HOSSEINNIA et MJ YAZDANPANAHI : Adaptive state observer for Lipschitz nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 62(4): 319–323, 2013.
- [20] **N OUCIEF**, M TADJINE, S LABIOD et H BOUBERTEKH : Observer-based parametric fault estimation for a class of Lipschitz nonlinear systems. *In International Workshop on Advanced Control*. Guelma, 2014.
- [21] **Nabil OUCIEF**, Mohamed TADJINE et Salim LABIOD : Adaptive observer-based fault estimation for a class of Lipschitz nonlinear systems. *Archives of Control Sciences*, 26(2): 245–259, 2016.
- [22] **Nabil OUCIEF**, Mohamed TADJINE et Salim LABIOD : A new methodology for an adaptive state observer design for a class of nonlinear systems with unknown parameters in unmeasured state dynamics. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, DOI :10.1177/0142331216680288, 2016.
- [23] Reza RAOUFI : *Nonlinear robust observers for simultaneous state and fault estimation*. Thèse de doctorat, University of Alberta, Alberta, Canada, 2010.
- [24] Jian ZHANG, Akshya Kumar SWAIN et Sing Kiong NGUANG : *Robust Observer-Based Fault Diagnosis for Nonlinear Systems Using MATLAB®*. Springer, 2016.
- [25] Ke ZHANG, Bin JIANG et Peng SHI : *Observer-based fault estimation and accommodation for dynamic systems*. Springer, 2012.
- [26] R. ISERMANN et P. BALLÉ : Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice*, 5(5):709–719, 1997.
- [27] Mogens BLANKE, Michel KINNAERT, Jan LUNZE, Marcel STAROSWIECKI et J SCHRÖDER : *Diagnosis and fault-tolerant control*. Springer, 2006.
- [28] Sekhar RAGHAVAN et J Karl HEDRICK : Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 59(2):515–528, 1994.
- [29] D LUENBERGER : Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(2):190–197, 1966.

- [30] David LUENBERGER : An introduction to observers. *IEEE Transactions on automatic control*, 16(6):596–602, 1971.
- [31] John DOYLE et Guter STEIN : Robustness with observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(4):607–611, 1979.
- [32] Robert N CLARK : Instrument fault detection. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, (3):456–465, 1978.
- [33] Robert N CLARK : The dedicated observer approach to instrument failure detection. *In the 18th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*, pages 237–241. IEEE, 1979.
- [34] Henk NIJMEIJER et Iven MY MAREELS : An observer looks at synchronization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental theory and applications*, 44(10):882–890, 1997.
- [35] Teh-Lu LIAO et Nan-Sheng HUANG : An observer-based approach for chaotic synchronization with applications to secure communications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 46(9):1144–1150, 1999.
- [36] Mohamed BOUTAYEB, M DAROUACH et H RAFARALAHY : Generalized state-space observers for chaotic synchronization and secure communication. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 49(3):345–349, 2002.
- [37] Jie CHEN et Ron J PATTON : *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [38] Chee Pin TAN et Christopher EDWARDS : Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults. *Automatica*, 38(10):1815–1821, 2002.
- [39] Bin JIANG, Marcel STAROSWIECKI et Vincent COCQUEMPOT : Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust/sliding-mode observers. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 151(1):29–37, 2004.
- [40] Weitian CHEN et Mehrdad SAIF : A sliding mode observer-based strategy for fault detection, isolation, and estimation in a class of Lipschitz nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 38(12):943–955, 2007.
- [41] W CHEN et M SAIF : Observer-based strategies for actuator fault detection, isolation and estimation for certain class of uncertain nonlinear systems. *IET Control Theory & Applications*, 1(6):1672–1680, 2007.
- [42] Kalyana C VELUVOLU, MY KIM et Dongik LEE : Nonlinear sliding mode high-gain observers for fault estimation. *International Journal of Systems Science*, 42(7):1065–1074, 2011.
- [43] Sandy RAHME et Nader MESKIN : Adaptive sliding mode observer for sensor fault diagnosis of an industrial gas turbine. *Control Engineering Practice*, 38:57–74, 2015.
- [44] Xing-Gang YAN et Christopher EDWARDS : Adaptive sliding-mode-observer-based fault reconstruction for nonlinear systems with parametric uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11):4029–4036, 2008.

- [45] Chen WU : Multiplicative fault estimation using sliding mode observer with application. *In International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, pages 163–167. IEEE, 2015.
- [46] Xiaohang LI, Fanglai ZHU et Jian ZHANG : State estimation and simultaneous unknown input and measurement noise reconstruction based on adaptive H_∞ observer. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 14(3):647–654, 2016.
- [47] Junqi YANG, Yantao CHEN et Kaijiang YU : State and unknown information estimation for non-linear systems with both input uncertainty and output disturbance. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 33(2):427–439, 2016.
- [48] Zhi-Feng GAO, Bin JIANG, Peng SHI et Yue-Hua CHENG : Sensor fault estimation and compensation for microsatellite attitude control systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 8(2):228–237, 2010.
- [49] Xiaohang LI, Fanglai ZHU et Liyun XU : Actuator and sensor fault reconstructions for uncertain Lipschitz nonlinear systems based on H_∞ observers. *Asian Journal of Control*, 17(6):2206–2217, 2015.
- [50] Junqi YANG, Fanglai ZHU, Xin WANG et Xuhui BU : Robust sliding-mode observer-based sensor fault estimation, actuator fault detection and isolation for uncertain nonlinear systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 13(5):1037–1046, 2015.
- [51] Michael DEFOORT, Kalyana C VELUVOLU, Jagat J RATH et Mohamed DJEMAI : Adaptive sensor and actuator fault estimation for a class of uncertain Lipschitz nonlinear systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 30(2):271–283, 2016.
- [52] Mondher FARZA, Mohammed M'SAAD, Tarak MAATOUG et Mohamed KAMOUN : Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems. *Automatica*, 45(10):2292–2299, 2009.
- [53] Ivan Y. TYUKIN, Erik STEUR, Henk NIJMEIJER et Cees van LEEUWEN : Adaptive observers and parameter estimation for a class of systems nonlinear in the parameters. *Automatica*, 49(8):2409–2423, aug 2013.
- [54] Mondher FARZA, Ibtissem BOUROUAI, Tomas MÉNARD, Ridha Ben ABDENNOUR et Mohammed M'SAAD : Adaptive observers for a class of uniformly observable systems with nonlinear parametrization and sampled outputs. *Automatica*, 50(11):2951–2960, nov 2014.
- [55] Robert L CARROLL et D LINDORFF : An adaptive observer for single-input single-output linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 18(5):428–435, 1973.
- [56] Gerd LUDERS et Kumpati S NARENDRA : An adaptive observer and identifier for a linear system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 18(5):496–499, 1973.
- [57] Prabhakar KUDVA et Kumpati S NARENDRA : Synthesis of an adaptive observer using lyapunov's direct method. *International Journal of Control*, 18(6):1201–1210, 1973.

- [58] Gerd LUDERS et K NARENDRA : A new canonical form for an adaptive observer. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(2):117–119, 1974.
- [59] Gerhard KREISSELMEIER : Adaptive observers with exponential rate of convergence. *IEEE transactions on automatic control*, 22(1):2–8, 1977.
- [60] K ICHIKAWA : Principle of lüders-narendra's adaptive observer. *International Journal of Control*, 31(2):351–365, 1980.
- [61] Zenta IWAI, KAZUO MANOJ et Takehiko INADA : An adaptive observer for single-input single-output linear systems with inaccessible input. *International Journal of Control*, 32(1):159–174, 1980.
- [62] Takashi SUZUKI, Takumi NAKAMURA et MASANORI KOGA : Discrete adaptive observer with fast convergence. *International Journal of Control*, 31(6):1107–1119, 1980.
- [63] PV KOKOTOVIC et PA IOANNOU : Robustness redesign of continuous-time adaptive schemes. *In the 20th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*, pages 522–527. IEEE, 1981.
- [64] P IOANNOU et P KOKOTOVIC : An asymptotic error analysis of identifiers and adaptive observers in the presence of parasitics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(4): 921–927, 1982.
- [65] YH CHEN et M TOMIZUKA : Design of adaptive observer for plant under input disturbance and measurement noise. *International Journal of Control*, 47(2):625–632, 1988.
- [66] P IOANNOU et J SUN : *Robust Adaptive Control*. Prentice Hall, 1996.
- [67] Kumpati S NARENDRA et Anuradha M ANNASWAMY : *Stable adaptive systems*. Courier Corporation, 2012.
- [68] Michel GEVERS et Georges BASTIN : A stable adaptive observer for a class of nonlinear second order systems. *In Analysis and optimization of systems*, pages 143–155. Springer, 1986.
- [69] Georges BASTIN et MR GEVERS : Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(7):650–658, 1988.
- [70] RICCARDO MARINO : Adaptive observers for single output nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(9):1054–1058, 1990.
- [71] Riccardo MARINO et Patrizio TOMEI : Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(8):1239–1245, 1992.
- [72] Young Man CHO et Rajesh RAJAMANI : A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(4):534–537, 1997.
- [73] Gildas BESANÇON : Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & control letters*, 41(4):271–280, 2000.
- [74] Qinghua ZHANG : Adaptive observer for multiple-input-multiple-output (MIMO) linear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(3):525–529, 2002.

- [75] Abdesselem BOULKROUNE, Mohamed TADJINE, Mohammed M'SAAD et Mondher FARZA : Adaptive fuzzy observer for uncertain nonlinear systems. *Control and Intelligent Systems*, 39(3):145, 2011.
- [76] Tomas MENARD, A MAOUCHE, Boubekour TARGUI, Ibtissem BOUROUAI, Mondher FARZA et Mohammed M'SAAD : Adaptive high gain observer for uniformly observable systems with nonlinear parametrization. *In European Control Conference (ECC)*, pages 1735–1740. IEEE, 2014.
- [77] I BOUROUAI, M FARZA, T MÉNARD, R Ben ABDENNOUR et M M'SAAD : Adaptive high gain observers for a class of MIMO nonlinear systems. *In the 16th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, pages 827–831. IEEE, 2015.
- [78] Abdelaziz MAOUCHE, Mohammed M'SAAD, Bachir BENSACKER et Mondher FARZA : High gain adaptive observer design for sensorless state and parameter estimation of induction motors. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 13(5):1106–1117, 2015.
- [79] R MARINO, Giovanni L SANTOSUOSSO et Patrizio TOMEI : Robust adaptive observers for nonlinear systems with bounded disturbances. *IEEE Transactions on automatic control*, 46(6):967–972, 2001.
- [80] Habib DIMASSI, Antonio LORÍA et Safya BELGHITH : A robust adaptive observer for nonlinear systems with unknown inputs and disturbances. *In the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 2602–2607. IEEE, 2010.
- [81] Phanindra GARIMELLA et Bin YAO : Nonlinear adaptive robust observer design for a class of nonlinear systems. *In Proceedings of the American Control Conference*, pages 4391–4396. IEEE, 2003.
- [82] Vahram STEPANYAN et Naira HOVAKIMYAN : Robust adaptive observer design for uncertain systems with bounded disturbances. *IEEE Transactions on neural networks*, 18(5):1392–1403, 2007.
- [83] D PAESA, C FRANCO, S LLORENTE, G LOPEZ-NICOLAS et C SAGUES : On robust pi adaptive observers for nonlinear uncertain systems with bounded disturbances. *In the 18th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)*, pages 1031–1036. IEEE, 2010.
- [84] M POURGHOLI et VJ MAJD : A new non-fragile H_∞ proportional-integral filtered-error adaptive observer for a class of non-linear systems and its application to synchronous generators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, 225(1):99–112, 2011.
- [85] Jongchul JUNG, Kunsoo HUH, Hosam K FATHY et Jeffrey L STEIN : Optimal robust adaptive observer design for a class of nonlinear systems via an h-infinity approach. *In American Control Conference*, pages 6–pp. IEEE, 2006.
- [86] Sharifuddin MONDAL : Robust adaptive observer for nonlinear time-delay systems with disturbances and uncertainties. *Journal of Control and Decision*, pages 1–14, 2016.

- [87] X DING et PM FRANK : Fault diagnosis using adaptive observers. *In Singapore International Conference on Intelligent Control and Instrumentation*, pages 103–108. IEEE, 1992.
- [88] X DING et PM FRANK : An adaptive observer-based fault-detection scheme for nonlinear dynamic systems. *Control Engineering Practice*, 3(1):129, jan 1995.
- [89] Hanlong YANG et Mehrdad SAIF : Nonlinear adaptive observer design for fault detection. *In Proceedings of the American Control Conference*, pages 1136–1139. IEEE, 1995.
- [90] Bin JIANG et Fahmida N CHOWDHURY : Parameter fault detection and estimation of a class of nonlinear systems using observers. *Journal of the Franklin Institute*, 342(7):725–736, 2005.
- [91] Chunyan GAO et Guangren DUAN : Robust adaptive fault estimation for a class of nonlinear systems subject to multiplicative faults. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 31(6):2035–2046, 2012.
- [92] Maryam SHAHRIARI-KAHKESHI, Farid SHEIKHOESLAM et Javad ASKARI : Adaptive fault detection and estimation scheme for a class of uncertain nonlinear systems. *Nonlinear Dynamics*, 79(4):2623–2637, 2015.
- [93] Ke ZHANG, Bin JIANG, Vincent COCQUEMPOT *et al.* : Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control Automation and Systems*, 6(3):320, 2008.
- [94] Ke ZHANG, Bin JIANG et Peng SHI : Fast fault estimation and accommodation for dynamical systems. *IET Control Theory & Applications*, 3(2):189–199, 2009.
- [95] Wen CHEN et Fahmida N CHOWDHURY : Simultaneous identification of time-varying parameters and estimation of system states using iterative learning observers. *International Journal of Systems Science*, 38(1):39–45, 2007.
- [96] Qing-Xian JIA, Ying-Chun ZHANG, Wen CHEN et Yi SHEN : A novel fault reconstruction approach to satellite attitude control system via learning unknown input observer and H_∞ techniques. *In American Control Conference (ACC)*, pages 5160–5162. IEEE, 2012.
- [97] Qingxian JIA, Wen CHEN, Yingchun ZHANG et Xueqin CHEN : Robust fault reconstruction via learning observers in linear parameter-varying systems subject to loss of actuator effectiveness. *IET Control Theory & Applications*, 8(1):42–50, 2014.
- [98] Qingxian JIA, Wen CHEN, Yingchun ZHANG et Huayi LI : Fault reconstruction and fault-tolerant control via learning observers in takagi–sugeno fuzzy descriptor systems with time delays. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 62(6):3885–3895, 2015.
- [99] Riccardo MARINO et Patrizio TOMEI : *Nonlinear control design : geometric, adaptive and robust*. Prentice Hall International (UK) Ltd., 1996.
- [100] Harry TRENTMAN, Anton A STOORVOGEL et Malo HAUTUS : *Control theory for linear systems*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [101] Robert HERMANN et Arthur KRENER : Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on automatic control*, 22(5):728–740, 1977.

- [102] Henk NIJMEIJER et Arjan Van der SCHAFT : *Nonlinear dynamical control systems*. Springer, 1990.
- [103] Eduardo D SONTAG : A concept of local observability. *Systems & Control Letters*, 5(1):41–47, 1984.
- [104] FE THAU : Observing the state of non-linear dynamic systems. *International journal of control*, 17(3):471–479, 1973.
- [105] Rajesh RAJAMANI : Observers for Lipschitz nonlinear systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 43(3):397–401, 1998.
- [106] Ali ZEMOUCHE, Rajesh RAJAMANI, Boulaïd BOULKROUNE, Hugues RAFARALAHY et Michel ZASADZINSKI : Convex optimization based dual gain observer design for Lipschitz nonlinear systems. *In American Control Conference*, pages 125–130. IEEE, 2016.
- [107] AM PERTEW, HJ MARQUEZ et Q ZHAO : Sampled-data stabilization of a class of nonlinear systems with application in robotics. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 131(2):021008, 2009.
- [108] Fanglai ZHU et Zhengzhi HAN : A note on observers for Lipschitz nonlinear systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 47(10):1751–1754, 2002.
- [109] Amr M PERTEW, Horacio J MARQUEZ et Qing ZHAO : H_∞ observer design for Lipschitz nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(7):1211–1216, 2006.
- [110] Ali ZEMOUCHE et Mohamed BOUTAYEB : A unified H_∞ adaptive observer synthesis method for a class of systems with both Lipschitz and monotone nonlinearities. *Systems & Control Letters*, 58(4):282–288, 2009.
- [111] Ali ZEMOUCHE et Mohamed BOUTAYEB : On LMI conditions to design observers for Lipschitz nonlinear systems. *Automatica*, 49(2):585–591, 2013.
- [112] G PHANOMCHOENG et R RAJAMANI : Observer design for Lipschitz nonlinear systems using riccati equations. *In American Control Conference*, pages 6060–6065. IEEE, 2010.
- [113] M EKRAMIAN, S HOSSEINNIA et F SHEIKHOESLAM : Observer design for non-linear systems based on a generalised Lipschitz condition. *IET control theory & applications*, 5(16):1813–1818, 2011.
- [114] Jean-Jacques E SLOTINE et Weiping LI : *Applied nonlinear control*. Prentice hall, 1991.
- [115] Kendall E. ATKINSON et Weimin HAN : *Theoretical numerical analysis : a functional analysis framework*. World Publishing Corporation, 2013.
- [116] Stephen BOYD, Laurent EL GHAOUI, Eric FERON et Venkataramanan BALAKRISHNAN : *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Society for Industrial Mathematics, 1997.
- [117] R RAOUFI et ASI ZINOBER : Adaptive sliding mode observers in uncertain chaotic cryptosystems with a relaxed matching condition. *In International Workshop on Variable Structure Systems*, pages 220–225. IEEE, 2006.

- [118] Sharifuddin MONDAL : Design of unknown input observer for nonlinear systems with time-varying delays. *International Journal of Dynamics and Control*, 3(4):448–456, 2015.
- [119] Mirza Tariq HAMAYUN, Christopher EDWARDS et Halim ALWI : *Fault tolerant control schemes using integral sliding modes*. Springer, 2016.
- [120] Jakob STOUSTRUP et H H NIEMANN : Fault estimation—a standard problem approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(8):649–673, 2002.
- [121] CP TAN, F CRUSCA et M ALDEEN : Extended results on robust state estimation and fault detection. *Automatica*, 44(8):2027–2033, 2008.
- [122] Dušan KROKAVEC, Anna FILASOVÁ et Pavol LIŠČINSKÝ : On fault tolerant control structures incorporating fault estimation. *Archives of Control Sciences*, 26(4):453–469, 2016.
- [123] Jianglin LAN et Ron J PATTON : A new strategy for integration of fault estimation within fault-tolerant control. *Automatica*, 69:48–59, 2016.
- [124] Zhaohui CEN, Hassan NOURA et Younes Al YOUNES : Systematic fault tolerant control based on adaptive thau observer estimation for quadrotor uavs. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 25(1):159–174, 2015.
- [125] Jianglin LAN et Ron J PATTON : Integrated fault estimation and fault-tolerant control for uncertain Lipschitz nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016.
- [126] Thierry FLOQUET, Chris EDWARDS et Sarah K SPURGEON : On sliding mode observers for systems with unknown inputs. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 21(8-9):638–656, 2007.
- [127] Muhammad Nasiruddin MAHYUDDIN, Jing NA, Guido HERRMANN, Xuemei REN et Phil BARBER : Adaptive observer-based parameter estimation with application to road gradient and vehicle mass estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(6): 2851–2863, 2014.
- [128] B WALCOTT et S ZAK : State observation of nonlinear uncertain dynamical systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 32(2):166–170, 1987.
- [129] Sarah K SPURGEON : Sliding mode observers : a survey. *International Journal of Systems Science*, 39(8):751–764, 2008.
- [130] Stefen HUI et Stanisław H ZAK : Observer design for systems with unknown inputs. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 15(4):431, 2005.
- [131] Jan M. MACIEJOWSKI : *Multivariable feedback design*. Addison-Wesley, 1989.
- [132] Martin CORLESS et Jay TU : State and input estimation for a class of uncertain systems. *Automatica*, 34(6):757–764, 1998.
- [133] Guang-Da HU : Observers for one-sided Lipschitz non-linear systems. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 23(4):395–401, 2006.
- [134] Masoud ABBASZADEH et Horacio J MARQUEZ : Nonlinear observer design for one-sided Lipschitz systems. *In American Control Conference*, pages 5284–5289. IEEE, 2010.

- [135] Wei ZHANG, H-S SU, Yan LIANG et Z-Z HAN : Non-linear observer design for one-sided Lipschitz systems : an linear matrix inequality approach. *IET control theory & applications*, 6(9):1297–1303, 2012.
- [136] Murat ARCAK et Petar KOKOTOVIĆ : Nonlinear observers : a circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, 37(12):1923–1930, 2001.
- [137] Ali ZEMOUCHE, Mohamed BOUTAYEB et G Iulia BARA : Observers for a class of Lipschitz systems with extension to H_∞ performance analysis. *Systems & Control Letters*, 57(1):18–27, 2008.
- [138] Christopher EDWARDS et Chee Pin TAN : A comparison of sliding mode and unknown input observers for fault reconstruction. *European Journal of control*, 12(3):245–260, 2006.
- [139] Qingxian JIA, Wen CHEN, Yingchun ZHANG et Xueqin CHEN : Fault reconstruction and accommodation in linear parameter-varying systems via learning unknown-input observers. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 137(6):061008, 2015.
- [140] Qingxian JIA, Wen CHEN, Yi JIN, Yingchun ZHANG et Huayi LI : A new strategy for fault estimation in takagi-sugeno fuzzy systems via a fuzzy learning observer. *In the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*,, pages 3228–3233. IEEE, 2014.
- [141] Qingxian JIA, Wen CHEN, Yingchun ZHANG et Huayi LI : Fault reconstruction for takagi-sugeno fuzzy systems via learning observers. *International Journal of Control*, 89(3):564–578, 2016.
- [142] B SHAFAI et RL CARROLL : Design of proportional-integral observer for linear time-varying multivariable systems. *In the 24th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 597–599. IEEE, 1985.
- [143] Mehrdad SAIF : Reduced order proportional integral observer with application. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 16(5):985–988, 1993.
- [144] Dirk SÖFFKER, Tie-Jun YU et Peter C MÜLLER : State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional-integral observer. *International Journal of Systems Science*, 26(9):1571–1582, 1995.
- [145] **Nabil OUCIEF**, Mohamed TADJINE et Salim LABIOD : Design of observers for state and unknown inputs estimation for Lipschitz nonlinear systems. *In International Conference on Electrical Engineering and Automation*. Bejaia, 2010.
- [146] Jun XU, Chunting Chris MI, Binggang CAO, Junjun DENG, Zheng CHEN et Siqi LI : The state of charge estimation of lithium-ion batteries based on a proportional-integral observer. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 63(4):1614–1621, 2014.
- [147] T. YOUSSEF, M. CHADLI, H.R. KARIMI et R. WANG : Actuator and sensor faults estimation based on proportional integral observer for TS fuzzy model. *Journal of the Franklin Institute*, 354(6):2524–2542, apr 2017.
- [148] Michael GRANT, Stephen BOYD et Yinyu YE : Cvx : Matlab software for disciplined convex programming, Accessed 18 may 2016.

- [149] Oyvind Nistad STAMNES, Jing ZHOU, Ole Morten AAMO et Glenn-Ole KAASA : Adaptive observer design for nonlinear systems with parametric uncertainties in unmeasured state dynamics. *In Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control held jointly with the 28th Chinese Control Conference*, pages 4414–4419. IEEE, 2009.
- [150] Oyvind Nistad STAMNES, Ole Morten AAMO et G-O KAASA : Adaptive redesign of nonlinear observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(5):1152–1157, 2011.
- [151] Jiang ZHU et Karim KHAYATI : Adaptive observer for a class of second order nonlinear systems. *In International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA)*, pages 1–6. IEEE, 2011.
- [152] Krishna VIJAYARAGHAVAN : Nonlinear observer for simultaneous states and unknown parameter estimation. *International Journal of Control*, 86(12):2263–2273, 2013.
- [153] Long Ton THAT et Zhengtao DING : Adaptive Lipschitz observer design for a mammalian model. *Asian Journal of Control*, 16(2):335–344, 2014.
- [154] Ivan Y TYUKIN, Erik STEUR, Henk NIJMEIJER et Cees VAN LEEUWEN : Adaptive observers and parameter estimation for a class of systems nonlinear in the parameters. *Automatica*, 49(8):2409–2423, 2013.
- [155] Warren E DIXON et Siddharth P NAGARKATTI : *Nonlinear control of engineering systems : a Lyapunov-based approach*. Birkhauser, 2003.
- [156] Qinghua ZHANG et Gildas BESANÇON : Nonlinear system sensor fault estimation. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1):107–112, 2005.
- [157] Mauro H RIVA, Matthias DAGEN et Tobias ORTMAIER : Adaptive high-gain observer for joint state and parameter estimation : A comparison to extended and unscented kalman filter. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3):8558–8563, 2014.
- [158] Moez FEKI : *Synthèse de commandes et d'observateurs pour les systèmes non-linéaires : Application aux systèmes hydrauliques*. Thèse de doctorat, Université de Metz, 2001.
- [159] Hassan KHALIL : *Nonlinear systems*. Prentice hall, 2002.
- [160] RaYMC RAJAMANI et YM CHO : Existence and design of observers for nonlinear systems : relation to distance to unobservability. *International Journal of Control*, 69(5):717–731, 1998.
- [161] Ali ZEMOUCHE, Mohamed BOUTAYEB et G Iulia BARA : Observer design for nonlinear systems : An approach based on the differential mean value theorem. *In the 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pages 6353–6358. IEEE, 2005.
- [162] Gridsada PHANOMCHOENG, Rajesh RAJAMANI et Damrongrit PIYABONGKARN : Nonlinear observer for bounded jacobian systems, with applications to automotive slip angle estimation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(5):1163–1170, 2011.
- [163] Yeong-Jeu SUN : An exponential observer for the generalized rossler chaotic system. *Chaos, Solitons & Fractals*, 40(5):2457–2461, 2009.

- [164] RJ PATTON et J CHEN : Robust fault detection using eigenstructure assignment : A tutorial consideration and some new results. *In Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2242–2247. IEEE, 1991.
- [165] Jie CHEN, Ron J PATTON et Hong-Yue ZHANG : Design of unknown input observers and robust fault detection filters. *International Journal of control*, 63(1):85–105, 1996.
- [166] Paul M FRANK et Xianchun DING : Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of process control*, 7(6):403–424, 1997.
- [167] HH CHOI et K-S RO : LMI-based sliding-mode observer design method. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 152(1):113–115, 2005.