

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Ecole Nationale Polytechnique**  
Département d'automatique

Laboratoire de Commande des Processus



# Thèse de Doctorat

## Département Automatique

Option :

Automatique des systèmes de conversion d'énergie

Présentée par :

**BOUDJELLAL Mustapha**

Intitulé :

## **Contribution aux méthodes de diagnostic à base d'observateurs non linéaires : Application à un CSTR**

**Soutenu publiquement le : 30/05/2021. Devant le jury composé de :**

M. Djamel BOUKHETALA	Professeur à l'ENP	Président
M. Rachid ILLOUL	MC/A à l'ENP	Directeur de thèse
M. Mohamed TADJINE	Professeur à l'ENP	Examineur
M. Djamel BOUDANA	Professeur à l'ENP	Examineur
M. Nourddine BALI	Professeur à l'USTHB	Examineur
M. Ouahid BOUCHHIDA	Professeur à UYF Médéa	Examineur



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Ecole Nationale Polytechnique**  
Département d'automatique

Laboratoire de Commande des Processus



# Thèse de Doctorat

## Département Automatique

Option :

Automatique des systèmes de conversion d'énergie

Présentée par :

**BOUDJELLAL Mustapha**

Intitulé :

## **Contribution aux méthodes de diagnostic à base d'observateurs non linéaires : Application à un CSTR**

**Soutenu publiquement le : 30/05/2021. Devant le jury composé de :**

M. Djamel BOUKHETALA	Professeur à l'ENP	Président
M. Rachid ILLOUL	MC/A à l'ENP	Directeur de thèse
M. Mohamed TADJINE	Professeur à l'ENP	Examineur
M. Djamel BOUDANA	Professeur à l'ENP	Examineur
M. Nourddine BALI	Professeur à l'USTHB	Examineur
M. Ouahid BOUCHHIDA	Professeur à UYF Médéa	Examineur

# Avant propos

Avant tout, je remercie **Allah** -le très-Haut- pour m'avoir assisté et armé de patience afin d'accomplir ce modeste travail. Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au Laboratoire de Commande des Processus (LCP), à l'Ecole National polytechnique d'Alger sous la direction de Monsieur **ILLOUL Rachid**, Docteur à l'ENP. Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur **ILLOUL Rachid**, Docteur à l'ENP, pour avoir accepté de diriger ce travail et pour les orientations qu'il m'a donné. Je tiens à remercier très vivement les membres de jury, Les professeurs : Mr **Djamel BOUKHETALA**, Mr **Mohamed TADJINE**, Mr **Djamel BOUDANA**, Mr **Nourddine BALI** et Mr **Ouahid BOUCHHIDA**, pour m'avoir fait l'honneur en acceptant de juger ce modeste travail. Je tiens à remercier également tous les professeurs de département de l'automatique, et de l'Ecole Nationale Polytechnique.

## Dédicace

A mes précieux parents  
A mes frères et ma chère sœur  
A toute ma famille  
A tous mes amis  
A tous mes enseignants  
A tous qui me connaissent

Mustapha

## Références Personnelles

### 1- Articles acceptés dans une revue internationale :

[1] **M.Boudjellal and R.Illoul** “Design of a Robust Observer with Super-Twisting Algorithm for Simultaneous Concentration Estimation and Faults Reconstruction in a CSTR”. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, Vol 17, N°18, 2019.  
<https://doi.org/10.1515/ijcre-2018-0073>

### 2-Articles soumis à une revue internationale :

[2] **M.Boudjellal and R.Illoul** “Robust observer with Super-twisting algorithm for State and Fault Estimation of a class nonlinear systems”. *Submitted to Archives of Control Sciences*.

### 3- Articles Présentés dans des Conférences Internationales :

[3] **M.Boudjellal and R.Illoul** “High-order sliding mode and high-gain observers for state estimation and fault reconstruction for a nonlinear CSTR”. *In : 2017 6th International Conference on Systems and Control (ICSC). IEEE, 2017. p. 231-236.*

[4] **M.Boudjellal and R.Illoul** “Sensor fault estimation for a nonlinear CSTR using super-twisting and high-gain observers”. *In : 2017 5th International Conference on Electrical Engineering-Boumerdes (ICEE-B). IEEE, 2017. p. 1-5.*

[5] **M.Boudjellal, R.Illoul, and M.Hazerchi**, “State Estimation and Fault Reconstruction for a Nonlinear CSTR: A Comparative Study” *International Conference on Applied Automation and Industrial Diagnostics (ICAAID 2017), Djelfa on September 2017, Algeria.*

[6] **M.Boudjellal, O.Benzineb, C.Boultifat and M.Tadjine**, “ Mathematical Modeling and Simulation of Stator and Rotor Faults in DFIG : Analysis of a Case Study for Diagnosis Purpose” *International Conference on Electronics and New Technologies (ICENT'2017). 14-15-Novembre 2017. M'sila, Algeria.*

### 4- Articles acceptés dans des Conférences Internationales :

[7] **M.Boudjellal, O.Benzineb, C.Boultifat and M.Tadjine**, “Direct Active and Reactive Power Control of DFIG Using an Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller” *3rd International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb 29 - 31 Octobre 2018, Algiers, Algeria.*

## المخلص

سياق هذه الأطروحة هو في مجال التشخيص والسيطرة على الأخطاء، والهدف الرئيسي من هذا العمل هو المساهمة في تقنيات التشخيص وبالتحديد تلك التي تستند إلى الملاحظين غير الخطيين بفضل الأداء التي تتضمنها. بعد تقديم حوصلة على بعض أنواع الملاحظين المستخدمة في مجال التشخيص وكذلك عرض بعض المفاهيم الأساسية حول نظريات الأنماط الزلقة والمنطق الغامض نوع-2. في الجزء الأول، قمنا بتصميم طريقة لتقدير وكشف العيوب استنادا إلى الملاحظين عاليي المعامل بالاقتران مع تقديرات الأنماط الانزلاقية لفئة معينة من الأنظمة غير الخطية من ناحية، ومن ناحية أخرى، قمنا بتعميم هذه التقنية لفئة واسعة من الأنظمة غير الخطية التي تحتوي على ديناميكيات مجهولة باستخدام المقدر الشامل عبر المنطق الغامض نوع-2. في الجزء الثاني، قمنا بتطبيق بعض التقنيات المقترحة لتشخيص نظام CSTR لإثبات مميزات التقنيات التي تم تطويرها.

### كلمات مفتاحية:

كشف الأعطاب باستعمال الملاحظ، إعادة إنشاء الأخطاء، الملاحظ بمعامل كبير، الأنماط الزلقة عالية المستوى، المنطق الغامض نمط2، التحكم القابل للخطأ، المفاعل الكيميائي المستمر ذو تحرك مثالي.

## Abstract

The context of this thesis is in the field of diagnosis and fault-tolerant control, the main objective of this work is to make a contribution in diagnostic techniques and more specific those based on non-linear observers, thanks to the performances they can guarantee. After presenting a state of the art of some types of observers used in the field of diagnosis as well as reviewing some fundamental notions about sliding mode and fuzzy logic theories, in the first part, we proposed an approach for fault estimation based on high-gain observers combined with the sliding mode estimation for a class of multi-variable non-linear systems, after that, we generalized this approach for a large class of non-linear systems with uncertainties using an universal approximator of unknown dynamics via fuzzy logic type-2. In the second part, to enhance the study, and in order to prove the performance of the developed techniques, we applied some of the proposed fault detection techniques in a nonlinear CSTR.

**Keys words** : Diagnosis observer-based, Fault Reconstruction, High gain observer, High-order sliding mode, Fuzzy logic type-2, Fault tolerant control, CSTR (Continuis stirred tank recteur).

## Résumé

Le contexte de cette thèse s'inscrit dans le domaine du diagnostic et la commande tolérante aux défauts, l'objectif principale de ce travail est la contribution aux techniques de diagnostic et plus spécifiques celles à base d'observateurs non linéaires grâce aux performances qu'ils garantissent. Après présentation d'un état de l'art sur quelques types d'observateurs utilisé dans le domaine du diagnostic ainsi qu'exposer quelques notions fondamentales sur les théories de mode glissant et la logique floue. En première partie, nous avons synthétisé une approche d'estimation et de détection des défauts à base d'observateurs à grand gain conjointement avec l'estimation par mode glissant pour une classe de système non linéaire multi-variable d'une part, d'autre part, nous avons généralisé cette technique pour une large classe de systèmes non linéaires avec incertitudes en utilisant un approximateur universel des dynamiques inconnues via la logique flou type-2. En deuxième partie, pour valoriser l'étude, nous avons appliqué certains techniques proposées pour le diagnostic du CSTR afin de prouver les performances des techniques développées.

**Mots clés** : Diagnostic à base d'observateurs, Reconstruction des défauts, Observateur à grand gain, Mode glissant d'ordre-supérieur, Logique flou type-2, Commande tolérante aux défauts, CSTR (Réacteur chimique continue parfaitement agité).

# Table des matières

Avant propos	2
Table des figures	9
Liste des tableaux	11
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>12</b>
<b>1 Les Méthodes de diagnostic à base d'observateurs non linéaires</b>	<b>22</b>
1.1 Introduction	22
1.2 Les systèmes non linéaires	23
1.2.1 Modélisation des systèmes non linéaires	23
1.2.2 Stabilité des systèmes non linéaires	24
1.2.3 Observabilité des systèmes non linéaires	25
1.3 Observateurs des systèmes non linéaires	25
1.3.1 Observateur par transformations non linéaires	26
1.3.2 Observateur de Luenberger étendu	28
1.3.3 Filtre de Kalman Etendu (EKF)	30
1.3.4 Observateur à grand gain	32
1.3.5 Observateur par mode glissant	33
1.3.6 Observateurs non linéaires adaptatifs	35
1.3.7 Les observateurs à entrées inconnues	36
1.4 Conclusion	38
<b>2 Théories des modes glissants et systèmes flous</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction	39
2.2 Modes glissants	39
2.2.1 Propriétés de robustesse	40
2.2.2 Phénomène de Chattering	40
2.2.3 Modes glissants d'ordre supérieur	41
2.3 La logique floue	46
2.3.1 Théorème des approximateurs universels	47
2.3.2 Concept et ensembles flous de type-2	47
2.4 Conclusion	56

<b>3</b>	<b>Observateur à grand gain avec algorithme super-twisting</b>	<b>57</b>
3.1	Introduction . . . . .	57
3.2	Préliminaires et description du système étudié . . . . .	58
3.2.1	Notations . . . . .	58
3.2.2	Définitions . . . . .	58
3.2.3	Hypothèses . . . . .	58
3.2.4	Transformation de coordonnées . . . . .	59
3.2.5	Position du problème . . . . .	60
3.3	Synthèse de l'observateur global . . . . .	60
3.4	Analyse de la stabilité globale . . . . .	62
3.5	Reconstruction des défauts . . . . .	66
3.6	Exemple de simulation . . . . .	67
3.6.1	Modèle dynamique . . . . .	67
3.6.2	Transformation des coordonnées . . . . .	68
3.6.3	Synthèse de l'observateur . . . . .	68
3.6.4	Résultats de simulation . . . . .	69
3.7	Conclusion . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Observateur à grand gain avec mode glissant et adaptation floue type-2 intervalle pour les systèmes non linéaires MIMO incertains</b>	<b>72</b>
4.1	Introduction . . . . .	72
4.2	Préliminaires et description du système étudié . . . . .	74
4.2.1	Transformation des coordonnées . . . . .	74
4.2.2	Position du problème . . . . .	76
4.3	Conception de l'observateur global . . . . .	77
4.3.1	Synthèse de l'observateur à grand gain . . . . .	77
4.3.2	Conception de l'algorithme flou de type-2 adaptatif . . . . .	78
4.4	Analyse de la stabilité globale de l'observateur . . . . .	81
4.5	Reconstruction du défaut à partir du terme robuste . . . . .	83
4.6	Application sur un exemple académique . . . . .	84
4.6.1	Modèle du système avec les incertitudes paramétriques et défauts . . . . .	85
4.6.2	Transformation des coordonnées . . . . .	85
4.6.3	Conception de l'observateur . . . . .	85
4.6.4	Résultats de simulation . . . . .	86
4.7	Conclusion . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Application au diagnostic d'un CSTR</b>	<b>90</b>
5.1	introduction . . . . .	90
5.2	Etat de l'art sur le diagnostic des réacteurs chimiques . . . . .	90
5.3	Le diagnostic du CSTR . . . . .	94

5.4	Description et Modélisation du CSTR non linéaire . . . . .	95
5.4.1	Description du CSTR . . . . .	95
5.4.2	Modélisation et représentation d'état continue du CSTR . . . . .	96
5.5	Diagnostic de défauts pour CSTR à base d'un observateur robuste à grand gain avec un estimateur par un algorithme de super-twisting . . . . .	97
5.5.1	Position du problème . . . . .	97
5.5.2	Transformation des coordonnées . . . . .	99
5.5.3	Estimation de la température et la concentration à base d'observateur à grand gain . . . . .	100
5.5.4	Stabilité de l'observateur global . . . . .	101
5.5.5	Reconstruction du défaut via l'algorithme du super-twisting . . . . .	104
5.5.6	Résultats de simulation . . . . .	105
5.6	Conclusion . . . . .	108

**CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES** **110**

# Table des figures

2.1	Phénomène de Chattering . . . . .	41
2.2	Plan de phase de l'algorithme du twisting . . . . .	44
2.3	Plan de phase de l'algorithme du super-twisting . . . . .	45
2.4	Allure du régime glissant pour les ordres supérieurs . . . . .	46
2.5	(a) Représentation tridimensionnelle d'un ensemble flou de type-2 Gaussien. (b) Degré d'appartenance flou correspondant à $x = 4.25$ . . . . .	49
2.6	Ensemble flou de type-2 intervalle avec une incertitude de variance $w \in [0.42, 0.8]$ , l'intervalle d'activation appartient à $[0.05, 0.45]$ pour $x = 4$ . . . . .	50
2.7	Ensemble flou de type-2 intervalle avec une incertitude de moyenne $m \in [2.4, 3.15]$ , l'intervalle d'activation appartient à $[0.29, 0.69]$ pour $x = 4$ . . . . .	51
2.8	(a) Structure d'un système flou de type-2, (b) Le réducteur de type avec ses deux sorties ordinaire et floue type-1. . . . .	52
3.1	$\theta_m$ et $\hat{\theta}_m$ en présence de défauts . . . . .	70
3.2	$\omega_m$ et $\hat{\omega}_m$ en présence de défauts . . . . .	70
3.3	Dynamique de l'erreur entre $\theta_m$ et $\hat{\theta}_m$ . . . . .	70
3.4	Dynamique de l'erreur entre $\omega_m$ et $\hat{\omega}_m$ . . . . .	70
3.5	La reconstruction du défaut $\mathbf{f}_1$ . . . . .	70
3.6	La reconstruction du défaut $\mathbf{f}_2$ . . . . .	70
3.7	La reconstruction du défaut $\mathbf{f}_1$ sous bruits de mesure. . . . .	71
3.8	La reconstruction du défaut $\mathbf{f}_2$ sous bruits de mesure. . . . .	71
4.1	L'estimation de l'état $\hat{x}_1$ . . . . .	87
4.2	L'estimation de l'état $\hat{x}_2$ . . . . .	87
4.3	La Reconstruction du défaut $\mathbf{f}_1$ . . . . .	88
4.4	L'estimation de la fonction inconnue $\lambda_2$ . . . . .	88
5.1	Schéma général d'un réacteur continu parfaitement mélangé (CSTR) . . . . .	97
5.2	L'estimation de la concentration du réacteur en présence des défauts et bruits de mesure . . . . .	106
5.3	L'estimation de la température du réacteur en présence des défauts et bruits de mesure . . . . .	106
5.4	L'erreur d'estimation de la concentration $C_A$ en présence des défauts et bruits de mesure . . . . .	107

5.5	L'erreur d'estimation de la température $T$ en présence des défauts et bruits de mesure . . . . .	107
5.6	La reconstruction du défaut $\mathbf{f}_1$ sous bruits de mesure . . . . .	108
5.7	La reconstruction du défaut $\mathbf{f}_2$ sous bruits de mesure . . . . .	108

# Liste des tableaux

3.1	Paramètres de l'observateur . . . . .	71
4.1	Paramètres de l'observateur . . . . .	88
5.1	Données d'exploitation du processus CSTR simulé . . . . .	98
5.2	Paramètres de l'observateur . . . . .	109

# Introduction générale

## **Les performances attendues d'un système de commande, et l'importance du diagnostic**

Dans nos jours, l'automatisation des outils de production ainsi que les performances des équipements ont atteint un niveau très élevé, et par conséquent, de nouvelles notions liées à la fiabilité, la disponibilité, la sûreté de fonctionnement et la protection de l'environnement sont devenues de véritables enjeux aux niveaux technique et économique dans le milieu industriel ; En effet, la capacité d'un procédé à accomplir les tâches ciblées lors de son fonctionnement normal, peut être gênées par l'existence de phénomènes anormaux qui risquent de dégrader ses performances, ou pire encore, les conséquences au niveau des installations, de l'environnement et de la sécurité des personnes peuvent être catastrophiques [30]. Par conséquent, des approches de traitement et de prise en compte des défauts sont devenues une question cruciale. Pour cela, de nombreux travaux destinés au diagnostic de défauts ont été effectués dans les domaines de la recherche scientifique et industrielle pour apporter une contribution à la solution de cette problématique [51].

## **L'objectif du diagnostic**

Un système de conduite de procédés doit être capable de maintenir sa stabilité avec un certain degré de performance en présence de défauts. Un défaut est défini comme étant un écart non permis d'une variable caractéristique d'un système. L'objectif du diagnostic est alors l'identification de ces défauts à partir de l'étude de leurs effets sur la dynamique du système étudié. Cette procédure nous permet de traiter les défauts le plus rapidement possible de telle manière que le système puisse fonctionner d'une façon acceptable en mode dégradé en cas de problèmes ne nécessitant pas un arrêt immédiat. D'une autre façon, le diagnostic des systèmes automatiques consiste à remonter des symptômes perçus vers les causes. La détection de défauts correspond à la mise en évidence de tout phénomène anormal pouvant affecter le comportement du système surveillé. L'isolation et l'identification de défauts sont définies comme la détermination des composants affectés par ce phénomène [91].

## Domaines d'applications du diagnostic

Actuellement, le diagnostic joue un rôle primordial dans l'amélioration de la disponibilité opérationnelle des équipements dans les procédés industriels, ce qui est un facteur déterminant de la rentabilité des équipements. Par conséquent, l'application du diagnostic dans le domaine industriel a bénéficié d'une attention croissante de la part de nombreux chercheurs durant ces deux dernières décennies. Dans la littérature, il existe plusieurs secteurs dans lesquels le diagnostic a été appliqué : les industries chimiques, les systèmes mécaniques ainsi que les installations électriques, etc... A titre d'exemple, [85], a proposé une synthèse de certaines techniques appliquées dans le domaine aérospatial, où elles donnent de meilleures performances surtout au niveau de la robustesse et précision. Dans le domaine d'énergie, [80] a exposé un état de l'art sur les approches de diagnostic et détection de défauts dans les systèmes nucléaires. Dans [83], on trouve une classification générale sur les techniques les plus couramment utilisées dans la détection des défauts pour les réacteurs chimiques. Le diagnostic a été également appliqué à d'autres systèmes comme les hélicoptères et les systèmes thermiques, idem pour les systèmes électriques, ainsi que dans le domaine de la robotique.

## Travaux dans le domaine du diagnostic : Contributions et limitations

D'une manière générale, pour répondre à la démarche du diagnostic, il existe de nombreuses techniques qui ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux, dans ce travail, notre attention va être portée exclusivement sur les techniques qui abordent le problème de diagnostic de défauts à base de modèles analytiques [61]. En effet ; Le diagnostic à base de modèles analytiques a suscité beaucoup d'intérêt récemment dans la communauté scientifique, grâce à sa contribution majeure dans nombreuse applications industrielles au niveau de la sûreté, la protection de l'environnement, la protection du procédé, et la disponibilité, de plus l'exécution en temps réel de partiels algorithmes est devenue actuellement possible [46].

Les méthodes de diagnostic à base de modèles analytiques pour les systèmes linéaires ont été amplement étudiées dans la littérature. Quelques résultats principaux ont été résumés dans [62]. En revanche, les approches appliquées aux systèmes non linéaires restent encore un axe de recherche très fertile. Certains auteurs comme [119] ont proposé la méthode de linéarisation des systèmes non linéaires autour des points de fonctionnement pour pouvoir appliquer des méthodes linéaires. Cela n'est pas toujours applicable à cause des fortes non linéarités présentées de la majorité des systèmes physiques ou à cause de l'inefficacité de la méthode de linéarisation appliquées. Pour cela, plusieurs recherches dans ce domaine ont été proposées pour traiter également certaines classes plus larges des systèmes non

linéaires. Dans la littérature, d'une manière globale, on peut classer ces techniques selon trois axes de recherche distincts et parallèles : les techniques à base d'observateurs [56], les approches à base l'espace de parité, [93], et les approches à base de données historiques [116].

Plus particulièrement, les approches basées sur les observateurs ont fait l'objet d'un intérêt croissant récemment, une synthèse de ces travaux est proposée dans [123]. Un observateur représente un système dynamique auxiliaire qui a pour rôle d'estimer l'état interne d'un système donné à partir de la connaissance à priori de ses entrées/sorties. Cette technique d'estimation est très utile surtout dans les applications industrielles du fait qu'il permet d'optimiser le nombre de capteurs installés ou parfois lorsqu'il n'est pas possible de les installer pratiquement ; d'où son intérêt du point de vue économique et sécurité. A ce jour, beaucoup de travaux dans la littérature ont été orientés sur le développement et l'amélioration des observateurs [123]. Les deux principales applications les plus rencontrées dans la littérature sur les observateurs sont l'estimation d'état et la détection des défauts, dans notre travail de cette thèse, nous nous intéressons à l'estimation conjointe de l'état avec la reconstruction des défauts.

Dans [96], on propose une approche géométrique différentielle qui fournit les conditions nécessaires et suffisantes pour traiter le problème de l'identification des défauts. L'observateur de Luenberger, qui présente une structure simple, a été employé pour la détection de défaut comme dans [53]. Cependant, cette méthode ne s'applique qu'à une classe particulière et limitée de systèmes non linéaires. La détection de défaut basée sur l'observateur d'intervalle pour une classe de systèmes linéaires basés sur l'algorithme d'optimisation a été considérée dans [102]. Le filtre de Kalman a été également appliqué pour une classe limitée de systèmes pour traiter le problème de diagnostic des défauts [86]. Pour généraliser l'utilisation du filtre de Kalman, le filtre de Kalman étendu (EKF) a été proposé pour le diagnostic des défauts dans une large classe de processus non linéaires [76], cependant, cette méthode souffre d'un effort de calcul élevé. Des observateurs adaptatifs ont été également utilisés pour traiter le problème de l'estimation des défauts par plusieurs chercheurs, comme dans [127], mais cette approche exige la condition des positives strictement réelles (SPR) sur la dynamique des erreurs d'estimation, ce qui n'est pas applicable dans nombreux domaines pratiques.

L'une des approches les plus largement adoptées parmi toutes les techniques de détection des défauts à base d'observateurs est l'approche par modes glissants [25]. Dans [39], un observateur par mode de glissant est proposé pour obtenir une meilleure précision d'estimation, robustesse contre les incertitudes de modélisation, et un rejet des perturbations externes. En outre, cette approche peut être également employée pour reconstruire les signaux de défauts [111]. Dans [39], une autre méthodologie d'observation par modes glissants a été proposé pour assurer une grande précision d'estimation robuste, grâce à son insensibilité par rapport aux perturbations externes, et grâce à sa convergence en

temps fini. Plusieurs techniques d'observation par modes glissants pour la détection et l'identification des défauts ont été également proposées pour les systèmes linéaires et pour certaines classes de systèmes non linéaires. Yan et Edwards [121] ont proposé une approche de reconstruction de défauts, via un terme d'injection équivalent au signal d'erreur, pour une classe de systèmes non linéaire avec incertitudes au modèle dynamique. Cependant, cette technique impose une forte contrainte structurelle sur la matrice de distribution des incertitudes. Dans [122], un observateur par mode glissant adaptatif pour la reconstruction des défauts a été proposé pour les systèmes non linéaires avec incertitudes paramétriques, cette méthode exige la connaissance des dérivées de la sortie du système pour définir les paramètres inconnus via une approche adaptative. Récemment, dans [115], on développe un observateur à grand gain avec modes de glissement multiples pour l'estimation de l'état et la reconstruction des défauts pour une classe de systèmes non linéaires MIMO, cette technique n'exige pas de contrainte sur la constante Lipchitzienne de la non-linéarité du système. Cependant, la commutation à haute fréquence produite par le mode glissant peut causer un phénomène appelé «Chattering». Une solution à ce problème a été proposée et approuvée par [72] en développant un observateur par mode glissant d'ordre supérieur, qui a donné une meilleure précision que le mode glissant classique, avec élimination de l'effet gênant du «chattering». En parallèle, un observateur par mode glissant d'ordre supérieur pour l'estimation simultanée d'état et des entrées inconnues dans les systèmes non linéaires a été développé, dans lequel les entrées inconnues sont reconstruites asymptotiquement. [44] a proposé un observateur par mode glissant d'ordre supérieur pour les systèmes linéaires invariants dans le temps avec des entrées inconnues qui satisfont certaines contraintes liées à l'observabilité/déteçtabilité. Récemment, un observateur par mode glissant d'ordre supérieur pour l'estimation des entrées inconnues a été proposé pour une classe de système lorsque la «Matching Condition» d'observabilité n'est pas considérée [130]. Plus récemment, [129] a développé aussi un observateur hybride non linéaire comprenant un observateur à grand gain avec des modes glissants d'ordre supérieur pour traiter le problème d'estimation d'une classe de systèmes non linéaires Lipchitziens mono-entrée/mono-sortie (SISO) lorsque la condition de correspondance incertitude/perturbation n'est pas satisfaite. Des observateurs adaptatifs en parallèle ont été proposés dans [45], ils donnent un certain degré de précision acceptable, néanmoins, il est très difficile d'atteindre un niveau de précision élevé pour l'estimation des défauts, par ce que tels approches utilisent souvent des informations indirectes pour estimer les défauts

Toutefois, ces techniques sont limitées à traiter les problèmes d'estimation des perturbations et des entrées inconnues, afin de surmonter les limites de ces approches, plusieurs types d'observateurs ont été proposés; A l'instar des techniques citées ci-dessus, l'estimation des entrées totalement inconnues pour les systèmes non linéaires est considérée également comme l'un des défis majeurs dans les théories de commande et d'observation

modernes, grâce à son rôle important dans l'identification et l'isolation des défauts ; En effet. Plusieurs techniques ont été proposées pour améliorer la précision d'estimation en présence de défauts qui ont été considérés comme des entrées inconnues . On peut citer, par exemple, [28] une approche de diagnostic de défaut robuste à base des observateurs à entrées inconnues a été proposée pour générer un résidu robuste en présence d'incertitudes et de perturbations externes, elle a prouvé sa capacité à compenser les effets des bruits de mesure et des perturbations externes. D'une autre manière, pour surmonter les inconvénients des approches de détection des défauts ci-dessus, les techniques d'observation par modes glissants ont été combinés conjointement avec d'autres techniques. L'une de ces approches est un observateur à grand gain combiné avec le mode glissant, ceci a permis de concevoir une méthodologie d'observation robuste pour la détection des défauts dans les systèmes non linéaires avec des incertitudes [115]. Cependant, la commutation à haute fréquence générée par le terme discontinu du mode glissant classique peut provoquer un effet de Chattering , ce qui peut être dangereux dans certaines applications. Pour cela, l'observateur par modes glissants d'ordre supérieur a été conçue pour éviter l'effet de Chattering, en parallèle, ceci a permis de garantir une précision beaucoup plus élevée que celle du mode glissant classique .

## Position du problème et motivations

Il existe une littérature riche concernant l'étude et la synthèse des observateurs dédiés aux problèmes d'estimation d'état et des défauts des systèmes dynamiques. Au début, la plupart des approches développées se concentraient uniquement sur les systèmes linéaires. Récemment, L'un des axes de recherche privilégiés qu'on rencontre souvent dans la littérature, est bien le diagnostic des systèmes non linéaires. Les auteurs dans [56] et [25] ont bien discuté sur ce problème d'estimation des défauts dans tels types de systèmes. Les chercheurs se sont penché alors sur le problème d'estimation de ce type de systèmes en proposant des techniques diverses et performantes. La majorité de ces techniques sont limitées uniquement à certaines classes particulières de systèmes dont leur synthèse est faite sous certaines hypothèses restrictives. Face à ce problème-là, certains auteurs ont proposé de nouvelles approches pour traiter une plus large classe de systèmes non linéaires [24]. Néanmoins, cet axe de recherche reste encore figé dans certains cas, du fait de l'incapacité de plusieurs travaux à donner une méthodologie systématique standards pour couvrir une large classe de systèmes non linéaires.

D'autre part, le réacteur continu parfaitement agité (CSTR) est l'un des réacteurs chimiques les plus connus ; Il a été largement utilisé dans nombreuses applications dans le domaine du génie chimique [11]. Ces types de systèmes sont vulnérables aux défauts, qui peuvent entraîner une dégradation des performances des procédés dont résulte la dégradation dans la qualité des produits ou même causer des dommages graves. Par

conséquent, la détection et l'isolation des défauts sont devenus importants de nos jours [98]. Beaucoup de techniques de diagnostic appliquées aux réacteurs chimiques exigent une connaissance a priori des variables d'état pour l'estimation de défaut. Malheureusement, dans les applications courantes, la concentration à l'intérieur du réacteur est difficile d'être disponible en temps réel par des mesures directes. Par conséquent, il est nécessaire d'élaborer une approche qui permet d'estimer les états à partir de quelques mesures requises de variables du processus. D'après ce qui précède, certaines questions se posent alors, quelle méthodologies à adopter pour pouvoir estimer conjointement l'état d'un système donné avec le signal des défauts dès son apparition dans le système? Et quelle est la stratégie convenable permettant d'estimer à la fois les états du CSTR ainsi que les défauts susceptibles à y affecter?.

La réponse à ces questions et autres sera l'objectif principal de la suite de cette thèse. La synthèse des observateurs constitue un grand domaine d'intérêt et d'étude. Des contributions importantes dans ce domaine ont été apportées par les auteurs cités ci-dessus. Motivé par leurs travaux développés et résultats atteints, dans cette thèse, nous essayerons d'apporter certaines contributions au domaine du diagnostic des défauts en développant des observateurs robustes capables d'estimer l'état d'une classe particulière de systèmes non linéaires conjointement avec la reconstruction des défauts susceptibles à les affecter.

## Contexte et objectif de cette thèse

Le présent travail s'inscrit dans le domaine du diagnostic des défauts des systèmes non linéaires à base de modèle dynamique continu du procédé, et plus précisément, nous avons focalisé notre recherche sur l'estimation des défauts à base d'observateurs non linéaires. Ce manuscrit a pour objectif principal de synthétiser des méthodes robustes permettant l'estimation des états conjointement avec la reconstruction des défauts à base des observateurs non linéaires pour une classe de systèmes non linéaires multi-variables affines en la commande globalement lipschitziens. Notre approche est basée essentiellement sur l'utilisation d'une combinaison de certaines techniques modernes robustes développées dans la littérature [18], [15]. Des outils de la théorie de Lyapunov ont été employés pour prouver la stabilité globale des observateurs développés.

Comme nous l'avons cité, ces approches proposées doivent être capables d'estimer simultanément les états et les défauts affectant le système. Dans la première phase d'étude, nous nous sommes intéressés aux systèmes sans incertitudes dans le modèle dynamique. Pour cela, sous certaines hypothèses simplificatrices, nous essayerons de synthétiser un observateur à grand gain pour estimer le système nominal sans défauts, tandis qu'un terme d'estimation par mode glissant d'ordre supérieur sera employée pour compenser l'effet des défauts, puis à l'aide de ce qu'on l'appelle l'injection de l'erreur de la sortie équivalente, la reconstruction du signal des défauts sera effectuée par conséquent. Ceci a conduit à des

techniques robustes, rapides et performantes.

Notre objectif de recherche dans la deuxième phase a pour but de développer un observateur robuste pour l'estimation simultanée des états et des défauts pour les systèmes non linéaires avec incertitudes dans le modèle dynamique. Pour cela, nous essayerons d'employer les performances d'un approximateur universel via la théorie de la logique flou de type-2 pour compenser l'effet des dynamiques non modélisées sur l'erreur d'estimation afin de garantir la stabilité globale de l'observateur.

En troisième phase, nous insisterons sur le problème de diagnostique des réacteurs chimiques et plus particulièrement le réacteur chimique parfaitement agité connu sous l'abréviation « CSTR », ce dernier est un système industriel très connu à travers ses applications dans la littérature, nous essayerons d'appliquer certaines des techniques proposées sur ce genre de procédé industriel afin de valider leurs performances.

## **Contributions de cette thèse**

### **Observateur à grand gain et mode glissant d'ordre supérieur pour une classe de systèmes multi-variables non linéaires**

Cette contribution consiste en la synthèse d'un observateur pour une classe de systèmes non linéaires. L'approche proposée est constituée d'un observateur à grand gain avec une estimation conjointe par mode glissant d'ordre supérieur, cela a permis d'assurer une stabilité de l'erreur d'observation par rapport aux défauts et bruit de mesures sur les sorties du système. L'observateur à grand gain est destiné pour reconstruire l'état du système nominal, tandis que l'estimation par mode glissant d'ordre supérieur sert à compenser l'effet des défauts système/actionneur affectant le modèle. Ce travail est une extension des travaux de [115], où la combinaison d'un observateur à grand gain avec des termes d'estimations par mode glissant a été proposée pour reconstruire les signaux de défauts sous une hypothèse de découplage sur la matrice de distribution de défauts. Cependant, l'inconvénient majeur de cette approche est la présence du phénomène de chattering causé par le mode glissant classique. Pour cela, dans notre cas, nous avons employé les propriétés pertinentes de l'algorithme super-twisting des mode glissants d'ordre supérieur afin de compenser l'effet des défauts sur le système nominal, et par conséquent les reconstruire via l'injection de sortie en fonction de l'estimation fournie par l'observateur d'une part, et d'autre part pour réduire le phénomène de chattering qui a des effets indésirables sur le système d'observation [18], ce dernier, représente l'une des principales avantages de notre approche. Cependant, l'inconvénient de cette approche est le fait qu'elle ne s'applique qu'au cas des systèmes sans incertitudes. Une façon de remédier cette insuffisance est d'utiliser un algorithme adaptatif capable d'approximer toutes les dynamiques non modélisées afin de compenser leurs effets sur la stabilité globale de l'observateur. Ceci

est présenté dans notre deuxième contribution. En parallèle, Nous avons validé notre approche proposée par son application sur un système industriel qui est un réacteur chimique connue sous le nom CSTR, cette dernière est considérée comme une autre contribution à part entière grâce aux performances qu'elles garantissent.

## **Observateur à grand gain et mode glissant avec un algorithme d'adaptation via la théorie de logique floue type-2 pour une classe de systèmes multi-variables non linéaires avec incertitudes.**

Il est bien connu que la majorité des systèmes non linéaires comportent de nombreuses incertitudes dans leurs modèles dynamiques dues aux imperfections de modélisation, perturbations externes et variations paramétriques. Dans le but de s'approcher de la réalité et aussi d'améliorer l'efficacité de la méthodologie de diagnostic déjà proposée, nous avons considéré en deuxième contribution les systèmes non linéaires multi-variables avec incertitudes. Pour cela nous avons développé l'observateur conçu précédemment avec un algorithme d'approximation universel via la théorie de logique floue type-2 avec des termes adaptatifs pour traiter les dynamiques non modélisées appliquées aux cas des systèmes multi-variables non linéaires incertains. Nous avons utilisé également un terme calculé par mode glissant adaptatif pour compenser l'erreur d'estimation de cet algorithme. Nous avons utilisé les outils de la théorie de Lyapunov pour synthétiser les lois d'adaptation, les algorithmes employés ainsi que pour prouver la stabilité globale de l'observateur afin de garantir la convergence asymptotique de l'erreur d'observation vers zéro.

L'intérêt de cette approche réside dans le fait qu'elle contient des gains adaptatifs. Ceci permet de compenser considérablement l'effet des incertitudes sur l'erreur d'observation. Ce résultat représente une généralisation de notre première contribution en considérant une large classe de systèmes non linéaire. Les performances et la robustesse de notre algorithme ont été validées sur un exemple académique. Par ailleurs, il est à noter que la contrainte majeure dans cette approche et la désynchronisation entre la dynamique de l'algorithme avec la dynamique lente du système d'application choisie.

## **Observateur à grand gain et mode glissant d'ordre supérieur pour CSTR**

Dans cette contribution, nous avons étudié le problème de diagnostic des réacteurs chimiques, et plus précisément, les réacteurs chimiques parfaitement agités connus sous l'appellation « CSTR », nous avons proposé une conception d'un observateur de type grand gain avec estimation de son état conjointement avec la reconstruction des défauts qui lui sont affectés via un algorithme du super-twisting [15]. Le CSTR est un procédé industriel possédant une forte non linéarité due à sa dynamique complexe. Cette méthodologie d'estimation de défauts peut être très utile pour l'amélioration de l'étape de reconfiguration

de la loi de commande. Cette technique de diagnostic a été validée à partir des résultats de simulation qui illustrent ses performances et son insensibilité aux bruits de mesure.

## Organisation de la thèse

La présentation du rapport de thèse s'articule autour de de cinq chapitres, il est organisé de la façon suivante :

**Chapitre 1 :** Le premier chapitre est un chapitre introductif consacré à un état de l'art sur les observateurs non linéaires de diagnostic les plus rencontrés dans la littérature. Une brève description sur les principaux observateurs développés pour les systèmes non linéaires est donnée en analysant leurs avantages et limites, et en motivant l'utilisation des grands gains et modes glissants dans notre approche. Ce volet bibliographique va alors nous permettre d'établir une analyse objective et de justifier le choix de notre méthodologie.

**Chapitre 2 :** Le deuxième chapitre présente un bref rappel et généralités sur les principaux outils de la théorie de mode glissant et la logique floue qui seront utilisés par la suite dans le reste du manuscrit afin de bien comprendre la suite de la thèse.

**Chapitre 3 :** Le troisième chapitre présente principalement notre première contribution dans le domaine du diagnostic à base de d'observateurs. A travers lequel nous proposerons une méthode d'estimation d'état et de reconstruction de défauts pour une classe de systèmes non linéaires multi-variables affine en la commande. Notre objectif dans ce chapitre est de synthétiser une approche robuste capable d'estimer l'état d'un système donné simultanément avec la reconstruction des défauts. Tout en essayant de remédier à l'inconvénient du phénomène de chattering causé par le mode glissant classique. Nous adopterons l'algorithme du super-twisting, cela permettra de donner de meilleures performances en comparaison avec celles données par le mode glissant classique. Les performances de l'approche développée seront illustrées à travers un exemple de simulation académique.

**Chapitre 4 :** Dans ce chapitre, nous présenterons une approche permettant la synthèse d'un observateur robuste pour l'estimation des défauts pour une large classe de systèmes non linéaires multi-variables avec entrées inconnues et incertitudes dans le modèle dynamique. Un exemple d'application sur un bras manipulateur illustre l'efficacité de l'approche proposée pour l'estimation simultanée et robuste de l'état et des défauts.

**Chapitre 5 :** Dans le cinquième chapitre, nous étudierons le problème de diagnostic des réacteurs chimiques, et plus particulièrement les réacteurs chimiques parfaitement agités connus sous l'appellation « CSTR ». En première partie, nous proposerons une conception d'un observateur de type grand gain avec estimation de défauts via un algorithme du super-twisting. Avant de concevoir l'observateur, nous exposerons une brève état de l'art sur les différentes techniques de diagnostic appliquées aux réacteurs chimiques qui existent

dans la littérature, puis nous exposerons une description générale sur le modèle CSTR choisi. Le modèle de conception de l'observateur sera élaboré via un changement de coordonnées à partir de la dynamique du système considéré. L'efficacité de cette approche sera validée via les résultats de simulation. Enfin, à la lumière des résultats obtenus, nous terminerons ce mémoire de thèse avec une conclusion générale et nous proposerons quelques perspectives.

# Chapitre 1

## Les Méthodes de diagnostic à base d'observateurs non linéaires

---

### 1.1 Introduction

La connaissance de l'état global d'un procédé physique instantanément est nécessaire, pas uniquement pour assurer sa commande par retour d'état, mais en outre, elle est devenue indispensable dans un contexte plus général, à savoir le diagnostic, la détection de panne, la sécurité, etc. Néanmoins, à cause des contraintes technologiques et économiques, il n'est souvent pas possible d'accéder à toutes les variables d'état du système. D'où la nécessité de l'estimation des variables d'état non mesurables à l'aide des observateurs robustes basés sur des mesures disponibles. Le diagnostic à base de modèles peut être réalisé soit à base d'observateurs ou filtres, soit à base de l'espace de parité ou l'estimation paramétrique, chacune d'entre elles a ses avantages et ses inconvénients [27]. Dans le cadre de notre travail on s'intéresse uniquement aux méthodes de diagnostic de défauts à base d'observateurs.

Durant ces dernières années, le diagnostic des systèmes physiques à base d'observateurs a porté un intérêt considérable de la part de nombreux chercheurs. Les observateurs dédiés au diagnostic des systèmes linéaires ont bénéficié d'un regain d'intérêt pour aboutir à des approches robustes et performantes. Contrairement au problème de synthèse d'observateurs d'état des systèmes linéaires qui est presque entièrement résolu. Le cas des systèmes non linéaires de fait de leurs complexités, rendent les problèmes de détection de défauts relativement difficile à résoudre. C'est la raison pour laquelle, une attention particulière a été portée récemment dans la littérature à aborder ce problème, en se basant sur des

classes spécifiques de systèmes non linéaires . Il existe deux approches pour traiter le problème d'observation des systèmes non linéaires, la première consiste à adopter les approches linéaires fondées sur la linéarisation du système autour d'un point d'opération, cette technique est applicable pour une large classe de systèmes non linéaires, néanmoins, cette technique n'est pas précise, elle peut engendrer des pertes d'informations, et par conséquent des fausses alarmes peuvent être déclenchées . La deuxième méthodologie consiste à développer des observateurs purement non linéaires, cette méthode est très puissante et robuste. Toutefois, elle exige une connaissance exacte du système .

Après une présentation de certaines propriétés des systèmes dynamiques non linéaires ainsi que certaines notions de base liées aux théories de la stabilité et l'observabilité, ce chapitre a pour objet, de présenter les techniques de synthèse d'observateurs les plus utilisés dans le domaine d'estimation des états ainsi que dans le domaine du diagnostic de défauts pour les systèmes non linéaires.

## 1.2 Les systèmes non linéaires

Pratiquement tous les systèmes physiques sont de nature non linéaire, en outre, les modèles linéaires ne sont valables que très localement autour du point de fonctionnement. Néanmoins, dans certaines applications, l'emploi des approches linéaires peut donner des performances satisfaisantes. En revanche, dans de nombreuses autres applications, seule les méthodes d'analyse et de synthèse non linéaires conduira aux objectifs de commande ou d'observation ciblés. On étudiera dans ce chapitre les notions de stabilité et d'observabilité ainsi que les méthodes de synthèse d'observateurs non linéaires les plus utilisées pour l'estimation d'état ainsi que pour le diagnostic des systèmes non linéaires.

### 1.2.1 Modélisation des systèmes non linéaires

Un système dynamique variant dans le temps est siège d'un ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux selon certaines lois physiques. Le problème majeur lors de l'études des procédés industriels est de trouver un modèle mathématique précis et simple à partir duquel on peut décrire son comportement physique au cours du temps afin de nous permettre de concevoir, comprendre, prévoir et commander ce système. En fait, La modélisation des systèmes dynamiques est une solution très utile pour l'étude d'un système physique donné. Elle regroupe un ensemble de techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique du système à étudier. Le processus de développement d'un modèle mathématique constitue le lien entre la réalité et la théorie mathématique. Le modèle ne doit pas être trop simple au risque de ne pas représenter la réalité et il doit être suffisamment simple pour ne pas rendre inutilement complexe les étapes d'étude des propriétés du système [105].

Généralement, On peut classer les systèmes selon trois catégories : les systèmes discrets,

les systèmes hybrides et les systèmes à temps continus. Dans le cadre de notre travail, nous nous intéressons à la dernière catégorie. Pour les systèmes continus, le modèle du système dynamique peut être linéaire ou non linéaire et stationnaire, ou non stationnaire. Une classe particulière dont l'importance pratique est remarquable est celle des systèmes décrits par des équations différentielles non linéaires [67].

Tous les systèmes réels sont non linéaires, et ils ne peuvent être considérés comme linéaires que d'une manière approximative. Les dynamiques non linéaires sont modélisés mathématiquement par des équations différentielles non linéaires, pour lesquelles il n'existe pas de méthodes générales de résolution. Lorsque les termes non linéaires de ces équations dépendent de petits paramètres, nous pouvons utiliser la théorie des perturbations. Dans le cas de fortes non linéarités il faut recourir à la simulation numérique. La structure de la représentation d'état commune pour un système non linéaire est donnée par l'équation d'état suivante [105] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.1)$$

Où :  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^l$  représentent respectivement le vecteur d'état et le vecteur de sortie du système dynamique.  $f(x)$  et  $h(x)$  représentent deux fonctions non linéaires de  $\mathbb{R}^n$ .  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée du système dynamique.

### 1.2.2 Stabilité des systèmes non linéaires

L'étude de la stabilité des systèmes non linéaires est très complexe et possède une importance énorme en théorie des systèmes ; Plusieurs types de problèmes liés à la notion de stabilité sont rencontrés lors de l'étude des systèmes dynamiques. En général, la stabilité d'un point d'équilibre est étudiée à l'aide de la notion de stabilité au sens de Lyapunov. Ce dernier représente un outil analytique très puissant, elle repose essentiellement sur la notion d'énergie pour analyser la stabilité, « *un système physique est stable, si son énergie mécanique totale, diminue avec le temps* », Lyapunov a pu décrire une fonction similaire ayant les propriétés de l'énergie pour laquelle l'analyse de stabilité devient plus aisée. Par définition, si un système est dans un état d'équilibre, il restera dans cet état pour  $t$  variant dans le temps. L'étude de la stabilité au sens de Lyapunov consiste donc en l'étude des trajectoires du système quand l'état initial est près d'un état d'équilibre. Cela reflète la possibilité de perturbations affectant le système, sous forme de conditions initiales non nulles. L'objet de la théorie de la stabilité est de tirer des conclusions quant au comportement du système sans calculer explicitement ses trajectoires. La contribution majeure fut apportée par le mathématicien russe Alexandre Mikhailovich Lyapunov dans son travail intitulé, « *The général problem of the motion stability* » en 1892, dont les travaux n'ont été connus qu'à partir des années 60. Il a introduit la majorité des concepts et définitions de base concernant la stabilité des systèmes représentés par des systèmes

différentiels arbitraires mais a aussi fourni les principaux résultats théoriques.

Dans la littérature, on distingue deux méthodes de Lyapunov pour l'analyse de la stabilité : La méthode de linéarisation et la méthode directe. La première concerne la stabilité locale autour d'un point d'équilibre. Par contre, la deuxième détermine la stabilité des systèmes en construisant une fonction scalaire des états du système dont on examinera la variation temporelle.

L'objectif de la méthode directe de Lyapunov, est de définir une méthode permettant l'analyse la stabilité d'un système non linéaire donné sans connaître explicitement les solutions des équations différentielles qui le décrivent. La philosophie de cette méthode n'est que l'extension mathématique d'un phénomène physique observé, car les systèmes mécaniques et électriques perdent de l'énergie pour se stabiliser au point d'équilibre .

### 1.2.3 Observabilité des systèmes non linéaires

Avant de présenter les observateurs non-linéaires, il est indispensable d'étudier l'observabilité de ce type de systèmes. L'étude de l'observabilité est une analyse qui permet de confirmer la possibilité de la sensibilité de la sortie mesurée d'un système aux variations des variables d'état qu'on veut estimer. L'étude de l'observabilité des systèmes non linéaires reste un sujet de recherche important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour estimer les états d'un système donné, il faut tout d'abord juger la possibilité d'observation de ces variables ou non. Cependant, Cette dernière n'est pas une tâche commode vue les non-linéarités incontournables des processus réels. Généralement on se limite juste à vérifier l'observabilité locale ou bien on procède la fameuse approche de linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement. Cependant, dans certains cas, les méthodes linéaires ne sont parfois plus adaptées. Dans ce sens, plusieurs recherches ont été consacrées à l'étude de l'observabilité de systèmes non-linéaires tel que [77]. Plus explicite, l'observabilité d'un système est la propriété permettant de décider si l'état peut être déterminé seulement à partir de la connaissance a priori des signaux d'entrées appliquées et celles de sorties. Contrairement au cas linéaire, dans les systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées appliquées et aux conditions initiales. Pour plus de détails se référer à [14].

## 1.3 Observateurs des systèmes non linéaires

Comme signifié précédemment, au début, les chercheurs ont largement entamé les systèmes linéaires à travers leurs études en développant des observateurs qui ont donné de bons résultats, à savoir, les observateurs de Kalman et Luenberger. Le filtre de Kalman a été utilisé dans le cas des systèmes stochastiques en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation, tandis que l'observateur de Luenberger a été utilisé pour les systèmes linéaires déterministes. En revanche, dans le cas des systèmes non linéaires,

l'observation d'état présente certains problèmes plus délicats, à ce jour, il n'existe pas de méthode universelle pour la conception des observateurs dédiés aux systèmes non linéaires. Généralement, les techniques proposées sont soit une extension des algorithmes linéaires, soit des algorithmes non linéaires pour certaines classes particulières de systèmes non linéaires. En fait, Les observateurs d'état non linéaires suscitent un intérêt croissant de la part des chercheurs dans plusieurs domaines, à savoir la commande des systèmes, la supervision et le diagnostic de fautes. Dans cette section nous allons présenter quelques méthodes de synthèse d'observateurs de systèmes non linéaires les plus rencontrés dans la littérature. Différentes techniques ont été proposées pour résoudre le problème de synthèse d'observateur non linéaires, à titre d'exemple : Les observateurs basés sur les méthodes de transformations non linéaires qui utilisent un changement de coordonnées pour but de transformer un système non linéaire en un système linéaire, pour pouvoir lui appliquer un observateur linéaire pour estimer l'état du système transformé, et par la suite l'état du système original via le changement de coordonnées inverse . Dans les observateurs étendus [82], le calcul du gain de l'observateur est fait à partir du modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement, comme le cas du filtre de Kalman étendu et l'observateur de Luenberger étendu. Les observateurs à grand gain comme dans [43], ont été utilisés en général pour les systèmes lipschitziens, comme l'indique son nom, le gain de cet observateur doit être suffisamment grand pour dominer la non-linéarité du système. Les observateurs par mode glissant , sont largement étudié et ils ont bénéficié d'une considération particulière de la part des chercheurs, grâce à leur insensibilité aux parasites et variations paramétriques. Les observateurs adaptatifs [100], de leur part ont été également considéré dans plusieurs travaux de recherche grâce à leurs souplesse et adaptation surtout dans le cas des systèmes à paramètres variables. L'observateur à entrées inconnues comme dans [125], a aussi étudié récemment dans la littérature, grâce aux performances qu'il garantit. Notre objectif dans cette section n'est pas d'exposer en profondeur chacune d'elles, mais de faire une présentation non exhaustive sur ces techniques en mentionnant les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

### 1.3.1 Observateur par transformations non linéaires

Cette méthode est basée sur la transformation d'un système non linéaire en un système linéaire via un changement de coordonnées, pour estimer l'état du système transformé à l'aide d'un observateur linéaires [92].

Considérons un système non linéaire de la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.2)$$

Ce système peut être transformé, via un changement de coordonnées non linéaire  $z = \Phi(x)$ , en un système linéaire sous la forme canonique observable suivante :

$$\begin{cases} \dot{z} = A_c z + \lambda(y) \\ y = C_c z \end{cases} \quad (1.3)$$

Telles que  $A_c$  et  $C_c$  sont sous la forme duale de Brunovsky, i.e :  $A_c = \begin{bmatrix} 0_{n-1} & I_{n-1} \\ 0 & 0_{n-1} \end{bmatrix}$ ,  $C_c = [1 \ 0_{n-1}]^T$ . Un observateur de type Luenberger peut être conçu pour (1.3) de la forme :

$$\dot{\hat{z}} = A_c \hat{z} + \lambda(y) + K(y - C_c \hat{z}) \quad (1.4)$$

La dynamique de l'erreur  $\varepsilon = z - \hat{z}$ , s'écrit comme suit

$$\dot{\varepsilon} = (A_c - K C_c) \varepsilon \quad (1.5)$$

Par la suite, le gain  $K$  est calculé par la méthode de placement de pôles. Pour le cas des systèmes multi-variables, dans [71], on propose une approche généralisée suivante :

$$\begin{cases} z = \Phi(x) \\ v = \Phi(y) \end{cases} \quad (1.6)$$

Où  $v$  est la transformation de la sortie  $y$  à l'aide du changement de coordonnées non linéaire  $\Psi(\cdot)$ . Les conditions sous lesquelles une telle transformation existe ont été établies. Cependant, trois problèmes sont liés à cette approche à savoir, la classe des systèmes pour lesquels une telle transformation existe est très restreinte, de plus, la procédure d'obtention d'une telle transformation est très compliquée, en outre, dans le cas des systèmes avec entrées (systèmes commandés), le système transformé contient toutes les dérivées des entrées. [126].

Considérons le système suivant

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (1.7)$$

Il existe une transformation permettant de récrire le système sous la forme canonique généralisée suivante :

$$\begin{cases} \dot{z} = A_c z + (y, u') \\ v = C_c z \end{cases} \quad (1.8)$$

où  $u = [u \ \dot{u} \ \dots \ \dot{u}^{(n)}]^T$ . La transformation non linéaire utilisée est

$$\begin{cases} z = \Phi(x, u') \\ v = \Psi(x, u') \end{cases} \quad (1.9)$$

En supposant que les dérivées de l'entrée  $u$  sont disponibles, la structure de l'observateur suggéré est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A_c \hat{z} + \lambda(y, u') + K(v - \hat{v}) \\ \hat{v} = C_c \hat{z} \end{cases} \quad (1.10)$$

Comme indiqué dans [126], la dynamique de l'erreur est donnée par (1.5). D'autres généralisations aux systèmes à sorties multiples ont été proposées dans [57]. Un algorithme simplifié permettant de calculer la transformation convenable, pour le cas des systèmes autonomes, a été conçu dans [97]. Des conditions nécessaires et suffisantes d'existence de la transformation pour les systèmes mono-sortie ont été données dans [52]. Ces résultats ont été généralisés dans [99] aux systèmes à sorties multiples, et un algorithme de calcul du changement de variables a été donné. Une des raisons pour laquelle la classe des systèmes qui peuvent être transformés sous forme linéaire observable est restreinte est due au fait que la sortie doit être linéaire comme dans (1.3) et (1.8). Cette condition est relaxée dans [66] pour la classe des systèmes autonomes monosortie. L'idée est de transformer le système (1.2), en utilisant le changement de variables  $z = \Phi(x)$ , en

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = Az + Ly \\ y = \eta(z) \end{cases} \quad (1.11)$$

où  $\eta(z) = h(x)|_{x=\Phi^{-1}(z)}$ .

L'observateur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A\hat{z} + Ly \end{cases} \quad (1.12)$$

et la dynamique de l'erreur  $\varepsilon = z - \hat{z}$  est

$$\dot{\varepsilon} = A\varepsilon \quad (1.13)$$

La transformation  $\Phi$  est choisie de façon à obtenir une matrice  $A$  avec des propriétés souhaitables.

Comme mentionné dans [126], afin de surmonter la difficulté d'obtention de la transformation convenable, indépendamment des travaux précédents, une autre approche a été présentée dans [66], pour la classe des systèmes non linéaires autonomes et mono-sortie. Une méthode constructive basée sur des techniques de synthèse linéaires a été proposée. Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence de la forme canonique ont été énoncées dans [112]. Plusieurs extensions de cette approche au cas des systèmes non linéaires commandés et multi-sorties sont données dans [13].

### 1.3.2 Observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger est l'un des estimateurs d'état les plus basiques appliqués pour les systèmes non linéaires, il est utilisé aussi pour la détection des défauts. Pour les systèmes non linéaires, on peut linéariser le modèle non linéaire autour d'un point de fonctionnement avant d'appliquer cet observateur. Une approche similaire pour l'estimation d'état ainsi que la détection de défauts a été proposée dans [110]. Toutefois, si l'intervalle de fonctionnement est trop large, le modèle linéarisé risque de s'écarter du point de linéarisation, et plus particulièrement, si le système fonctionne loin des points linéarisés. Par conséquent, au cours du temps, la recherche pour la conception des observateurs a

rencontré des défis en raison des exigences de la précision et performances de prédiction [2]. Actuellement, plusieurs observateurs qui existent dans la littérature sont des modifications des versions étendues de l'observateur luenberger classique. L'idée principale de l'observateur luenberger étendu repose sur la linéarisation du modèle et l'utilisation de la théorie de placement de pôles pour le calcul du gain, sous la condition que l'état reste toujours au voisinage de l'état d'équilibre. Ce type d'observateur convient aux systèmes linéaires peu complexes avec des méthodes de calcul relativement plus simples. Cependant, en raison des exigences de calcul répétitif du gain d'observateur (ce qui signifie plus de calculs en ligne) et des erreurs de linéarisation, l'observateur de Luenberger étendu est rarement utilisé dans la pratique et ne peuvent être appliquées que pour une classe particulière de systèmes non linéaires.

Prenons, par exemple, les systèmes non linéaires de la forme

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), & x(0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (1.14)$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$  désigne le vecteur des variable d'état,  $u = [u_1, \dots, u_m] \in \mathfrak{R}^m$  représente le vecteur des variables d'entrées,  $y \in [y_1, \dots, y_p]^T \in \mathfrak{R}^p$  représente le vecteur des variables de sorties.  $f(x) \in \mathfrak{R}^n$  est un vecteur de fonctions non linéaires,  $f(x)$  et  $h(x)$  sont des fonctions lisses dans leurs domaines de définition. L'observateur de Luenberger étendu correspondant est donné par

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + K(\hat{x}(t), u(t)) (y(t) - h(\hat{x}(t), u(t))), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y}(t) = h(\hat{x}(t), u(t)) \end{cases} \quad (1.15)$$

Où que  $K(\hat{x}, u)$  représente le gain d'observateur calculé instantanément en ligne de telle façon les valeurs propres de  $((\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}) - K(\hat{x}, u)(\frac{\partial h(x,u)}{\partial x}))$  soient stables. En fait, L'observateur de Luenberger étendu intervient, soit au niveau du système original avec un gain constant, soit via un changement de coordonnées avec un gain variant dépendant de l'état à estimer. Dans le premier cas, un modèle linéarisé est nécessaire, et le gain de l'observateur est calculé par placement de pôles. Cependant, ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsqu'on garantit que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre. Pour cela, cette méthode n'est pas très utilisée, parce que son utilisation peut être compromise par les instabilités qui peuvent se révéler si l'on s'éloigne du point de fonctionnement. En outre, dans le deuxième cas, les méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires. En effet, beaucoup d'approches utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solutions approchées est envisageable [126].

### 1.3.3 Filtre de Kalman Étendu (EKF)

Le filtre de Kalman étendu est considéré comme l'une des méthodologies d'estimation d'état des systèmes dynamiques les plus répandues et amplement étudiés dans la littérature. L'idée de base consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman classique pour un modèle non linéaire linéarisé par la formule de Taylor du premier ordre. Cette approche a été appliquée sur plusieurs types de procédés industriels non linéaires, et elle a donnée de bons résultats. Cependant, les preuves de stabilité et de convergence développées dans le cas des systèmes linéaires, ne peuvent être appliquées de manière générale dans le cas des systèmes non linéaires. Une preuve de la convergence du filtre de Kalman étendu a été développée dans un environnement déterministe dans [19] pour la classe des systèmes non linéaires à temps discret. Cependant, cette convergence n'est que locale. L'analyse de la convergence de cet estimateur reste, à ce jour, un problème ouvert [126].

Avant d'introduire le fameux filtre de Kalman étendu, il convient bien de présenter l'estimateur de Kalman classique pour les systèmes linéaires à temps variant (LTV).

#### 1.3.3.1 Cas des systèmes LTV à temps continu

Pour un système linéaire variant dans temps de la forme

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A(t)x + B(t)u + v_1(t) \\ y = C(t)x + v_2(t) \end{cases} \quad (1.16)$$

Un estimateur de Kalman classique peut être donné par la forme suivante

$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x} + B(t)u + PC^T(t)R^{-1}(y - C(t)\hat{x}) \quad (1.17)$$

Où  $P$  est la solution symétrique et définie positive de l'équation de Riccati suivante

$$\dot{P} = AP + PA^T + Q - PC^T R^{-1} CP \quad (1.18)$$

Tq  $Q$  et  $R$  sont des matrices de pondération dépendant des variables stochastiques  $v_1$  et  $v_2$ .

#### 1.3.3.2 Cas des systèmes LTV à temps discret

Considérons un système linéaire variant dans temps de la forme

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + v_k \\ y_k = C_k x_k + w_k \end{cases} \quad (1.19)$$

Un estimateur de Kalman classique peut être donné par la forme suivante

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} (y_{k+1} - C_{k+1} \hat{x}_{k+1/k}) \\ P_{k+1} = \left( P_{k+1/k}^{-1} + C_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} C_{k+1} \right)^{-1} \\ K_{k+1} = P_{k+1/k} C_{k+1}^T (C_{k+1} P_{k+1/k} C_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \end{cases} \quad (1.20)$$

où

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1/k} = A_k \hat{x}_k + B_k u_k \\ P_{k+1/k} = A_k P_k A_k^T + Q_k \end{cases} \quad (1.21)$$

où  $P_0 = \mu I_n > 0$ .  $\hat{x}_{k+1}$  et  $\hat{x}_{k+1/k}$  sont l'estimation et la prédiction de l'état  $x_{k+1}$ . Les matrices  $P_{k+1}$  et  $P_{k+1/k}$  sont les covariances des erreurs d'estimation et de prédiction.  $Q_k$  et  $R_{k+1}$  sont des matrices de pondération dépendants des variables stochastiques  $v_k$  et  $w_k$ . Le filtre de Kalman étendu est une extension directe du filtre de Kalman standard en remplaçant les matrices d'état et de sortie,  $(A, C)$  du système linéaire (1.16) ou (1.19) par les jacobiniennes des non-linéarités du système en question. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \hat{x} = f(x, u) + v(t) \\ y = h(x, u) + w(t) \end{cases} \quad (1.22)$$

Le filtre de Kalman correspondant s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{cases} \hat{x} = f(\hat{x}, u) + PH(\hat{x}, u)R^{-1}(y - h(\hat{x}, u)) \\ \hat{P} = F(\hat{x}, u)P + PF^T(\hat{x}, u) + Q - PH^T(\hat{x}, u)R^{-1}H(\hat{x}, u)P \end{cases} \quad (1.23)$$

où  $F(\hat{x}, u) = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}, u)$  ;  $H(\hat{x}, u) = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}, u)$

Dans le cas des systèmes à temps discret de la forme :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) + G_k v_k \\ y_k = h(x_k, u_k) + D_k w_k \end{cases} \quad (1.24)$$

Le filtre de Kalman correspondant est donné par :

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} e_{k+1} \quad (1.25)$$

où

$$\begin{cases} P_{k+1} = I_n - K_{k+1} H_{k+1} P_{k+1/k} \\ \hat{x}_{k+1/k} = f(\hat{x}_k, u_k) \\ P_{k+1/k} = F_k P_k F_k^T + Q_k \\ K_{k+1} = P_{k+1/k} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \\ e_{k+1} = y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1/k}, u_{k+1}) \\ F_k = F(\hat{x}_k, u_k) = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}_k, u_k) \\ H_k = H(\hat{x}_k, u_k) = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}_k, u_k) \end{cases} \quad (1.26)$$

Où  $P_0 = \mu I_n > 0$ . Généralement, en pratique, on choisit pour l'optimalité du filtre de Kalman étendu,  $Q_k$  et  $R_{k+1}$  comme les matrices de covariance des bruits du système et des mesures, i.e :

$Q_k = G_k G_k^T, R_{k+1} = D_{k+1} D_{k+1}^T$  (1.27) Ce choix est valable sous certaines conditions [4]. Dans un contexte déterministe, la synthèse de  $Q_k$  et  $R_{k+1}$  joue un rôle primordial dans l'amélioration des performances du filtre de Kalman étendu. Pour plus de détails sur ce dernier point, nous invitons le lecteur à consulter [49].

### 1.3.4 Observateur à grand gain

L'observateur à grand gain est développé spécifiquement pour les systèmes non linéaires affine en entrée basée sur une transformation non linéaire décrite dans [49]. Cette approche consiste à transformer localement le système par un changement approprié de coordonnées dans une forme canonique constituée de deux parties : une première linéaire et observable, et une seconde qui est commandable mais non linéaire possédant une structure triangulaire. Basé sur le modèle du système transformé, un observateur non linéaire peut être conçu là où le gain d'observateur est obtenu en résolvant une équation algébrique linéaire appelé « équation de Lyapunov ». Ce type d'observateurs est plus simple à mettre en œuvre. Il peut être appliqué à une grande classe de systèmes non linéaires dont la conception est effectuée de manière systématique. Cependant, un inconvénient de l'observateur à grand gain est la sensibilité élevée de la transformation non linéaire aux incertitudes de modèle. En outre, un autre inconvénient est le phénomène de « pic » qui peut provoquer une déstabilisation dû au gain d'observateur très élevé, en effet, l'observateur à grand gain est basé sur l'idée de choisir un gain suffisamment important de manière à dominer l'effet non linéaire sur la dynamique de l'erreur d'estimation.

Un tel observateur est un système dynamique avec une copie de la dynamique originale et un terme additif de correction basé sur l'erreur de sortie. Ce type d'observateur peut être appliqué à la classe de systèmes non linéaires suivante :

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = A(x(t)) + g(x(t)) + \sum_{i=1}^m u_i \Psi_i(x) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.28)$$

$$\text{Où } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ g_n(x) \end{bmatrix}, C = [1, 0, \dots, 0], \Psi_i(x) = [\Psi_1(x), \dots, \Psi_n(x)]$$

En supposant que  $g(x)$  et  $\Psi_i$  sont globalement Lipchitziennes, l'observateur est donné par la forme

$$\hat{x}(t) = A(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t)) + \sum_{i=1}^m u_i \Psi_i(\hat{x}(t)) - S_\theta^{-1} C^T (C\hat{x}(t) - y(t)) \quad (1.29)$$

Où  $S_\theta$  est la solution unique de l'équation algébrique de Lyapunov

$$\theta S_\theta + A^T S_\theta + S_\theta A - C^T C = 0 \quad (1.30)$$

La technique à grand gain a été étendue pour une large classe de système non linéaire comme dans [31]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + \Psi(t, u, x) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.31)$$

Où  $A = \begin{bmatrix} 0 & a_1(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$ ,  $c = [1, 0, \dots, 0]$  et le  $i$ -ième composant  $\Psi_i(t, u, x)$  est telle que

$$\Psi_i(t, u, x) = \Psi_i(t, u, x_1, \dots, x_i)$$

En outre, Sous les hypothèses suivantes :

$\Psi$  est globalement Lipschitzienne par rapport à  $x$  et  $t$  et localement par rapport à  $u$  ;  
 $a_i$ , ( $i = 1, \dots, n - 1$ ) sont des fonctions différentiables connues avec des dérivés inconnus, il existe  $\epsilon > 0$ ,  $M' > 0$  telle que, pour tout  $t \geq 0$ ,  $\epsilon \leq |a_i(t)| \leq M'$  et  $|\frac{d}{dt}a_i(t)|' \leq M'$ , pour  $i = 1, \dots, n - 1$ .

Un observateur pour le système (1.31) est donné par la forme

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x} + \Psi(t, u, \hat{x}) - \lambda^{-1}S_\theta^{-1}C^T(C\hat{x} - y) \quad (1.32)$$

Telle que  $S_\theta$  est la solution unique de l'équation (1.30) et  $\lambda$  est une matrice de dimension  $n \times n$  :

$$\lambda^{-1} = \text{diag} \{1, a_1(t), a_1(t)a_2(t), \dots, a_1(t) \cdots a_{n-1}(t)\}$$

### 1.3.5 Observateur par mode glissant

Les observateurs par mode glissant sont largement appliqués au diagnostic des défauts dans les systèmes linéaires et non linéaires avec des incertitudes [39], [121]. La propriété inhérente de l'observateur par mode de glissement réside dans sa robustesse aux erreurs de modélisation, aux erreurs paramétriques et aux perturbations bornées. Par la suite, cette caractéristique le rend approprié pour l'estimation de l'état et la détection des défauts pour les systèmes non linéaires dont la dynamique comprend une partie linéaire et une partie non linéaire mais Lipschitzienne. La conception d'un observateur par mode glissant consiste en deux étapes : (1) la conception d'une surface de glissement de telle sorte que le système possède les performances souhaitées lorsqu'il converge vers cette surface ; (2) la conception d'une loi de commande à structure variable qui conduit les trajectoires du système à la surface de glissement en un temps fini et maintient un mouvement de glissement sur elle par la suite. Au fur et à mesure que les trajectoires atteignent la surface de glissement, les estimations deviennent insensibles aux perturbations extérieures. Par conséquent, l'observateur par mode de glissement peut forcer l'erreur d'estimation de sortie à converger vers zéro en un temps fini, tandis que les états de l'observateur convergent asymptotiquement vers les états du système. Les observateurs par mode glissant sont appliqués aussi pour le diagnostic des défauts, la reconstruction et pour la conception des systèmes de contrôle tolérants aux défauts [87]. Néanmoins, la principale limitation de cette approche est le phénomène connu sous le nom de « chattering » causé par la structure à mode glissant. Ci-dessous, nous donnons une brève description sur la conception de l'observateur en mode glissant. Cette discussion est basée sur les travaux de .

Considérons la classe des systèmes non linéaires suivante qui peut être transformé sous la forme suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + g_1(x_1, u) \\ \dot{x}_2 = x_2 + g_2(x_1, x_2, u) \\ \dots = \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_{n-1} + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1.33)$$

Où  $x(t)$ ,  $u(t)$  et  $y(t)$  sont des vecteurs d'état, d'entrées et sortie qui sont tous bornés respectivement.

Une structure d'observateur à mode glissant peut être décrite par

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + g_1(x_1, u) + \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + g_2(x_1, x_2, u) + \lambda_2 \text{sign}(x_2 - \hat{x}_2) \\ \dots = \dots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \hat{x}_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) + \lambda_{n-1} \text{sign}(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) + \lambda_n \text{sign}(x_n - \hat{x}_n) \end{cases} \quad (1.34)$$

Où  $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i + \lambda_{i-1} \text{sign}(\tilde{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1})$ , pour  $i = 2, \dots, n-1$  La dynamique de l'erreur d'estimation  $e = x - \hat{x}_i$  est donnée par

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - g_2(x_1, \tilde{x}_2, u) - \lambda_2 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \dots = \dots \\ \dot{e}_{n-1} = \hat{x}_{n-1} + g_{n-1}(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{n-1}, u) - \lambda_{n-1} \text{sign}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) - g_n(x_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, u) \\ \quad - \lambda_n \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \end{cases} \quad (1.35)$$

Ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans la première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures)  $e_y = y - \hat{y}$  sont nulles. Cette étape, est connue sous le nom de « mode d'atteinte ». Dans la seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est connu sous le nom de « mode de glissement ». Pendant cette phase, le gain d'ajustement agit de telle sorte à satisfaire la condition d'invariance suivante  $\dot{S}$  et  $S = 0$ .

Plus de détails pour la synthèse d'un observateur à mode glissant sont donnés dans . Ce type d'observateur est utilisé pour résoudre le problème de détection de défauts [121].

### 1.3.6 Observateurs non linéaires adaptatifs

L'un des problèmes les plus rencontrés dans les méthodes de diagnostic à base d'observateur est leur faiblesse de détection des défauts à dynamiques lentes, particulièrement quand les incertitudes de modélisation se présentent [42]. Pour remédier à ce problème, un observateur adaptatif proposé en [41] pourrait être une solution. En fait, pour certains systèmes à paramètres variables on a besoin d'estimer conjointement l'état et les paramètres qui varient au cours du temps. Ces techniques sont appelées observateurs adaptatifs. Un observateur adaptatif est un algorithme récursif permettant d'estimer l'état d'un système dynamique et/ou ses paramètres inconnus qui varient en fonction du temps. Les observateurs adaptatifs sont basés sur l'adaptation en ligne pour l'estimation simultanée de l'état et de certains paramètres (ou même pour l'estimation de l'état seul, malgré la présence de certains paramètres inconnus) [128]. Les premiers travaux sur les observateurs adaptatifs pour les systèmes linéaires ont été développés dans les années 70. La conception pour le cas non linéaire est a commencé au début des années 90. Initialement, les observateurs adaptatifs ont été largement étudiés afin de les utiliser dans la commande adaptative. Récemment, les chercheurs se sont penchés sur leur utilisation dans le domaine de la détection et le diagnostic de pannes dans des systèmes dynamiques. Il existe deux approches principales de synthèses de tels observateurs pour les systèmes non linéaires : La première est appliquée pour les systèmes non linéaires qui sont intrinsèquement associées à une forme canonique, éventuellement après une transformation de coordonnées non linéaire et une injection de sortie. La deuxième concerne des systèmes ayant une forme plus au moins générale .

L'observateur adaptatif non linéaire peut être réalisé pour les systèmes non linéaires dont la dynamique peut être linéarisée par le changement de coordonnées et l'injection de sortie [84], où elle peut également être accomplie par certaines fonctions de Lyapunov satisfaisant des conditions particulières au lieu de la linéarisation. Les observateurs adaptatifs fournissent des méthodes directes et indirectes pour le diagnostic des défauts si les paramètres estimés sont liés directement à des défauts. Ils ont été utilisés pour le diagnostic de défaut par différents auteurs, Par exemple, dans [40], un observateur non linéaire est utilisé afin de détecter les défauts additifs du capteur et d'actionneur dans un processus de traitement des eaux usées, et d'observateur est amélioré grâce à l'adaptation en ligne. Alors que dans [128], un observateur est proposé qui permet non seulement de détecter et d'isoler les défauts additifs, mais aussi les défauts non additifs, chaque observateur est conçu pour estimer un paramètre en plus des états.

Considérons un système non linéaire décrit dans par

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + g(x(t), u(t))\theta(t) \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (1.36)$$

Où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  désigne les états,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sorties du système,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrées du système supposé être mesurable et borné et  $\theta \in \mathbb{R}^l$  est le vecteur

des paramètres inconnues.

La conception de l'observateur adaptatif se fait en deux étapes, la première consiste en la transformation du système sous la forme suivante

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = \alpha(y(t), z(t), u(t)) + \beta(y(t), z(t), u(t))\theta(t) \\ \dot{z}(t) = \gamma(y(t), z(t), u(t)) \end{cases} \quad (1.37)$$

Où  $y(t) \in \mathfrak{R}_p$  est le vecteur de sortie du système qui est l'état du système mesurable,  $z(t) \in \mathfrak{R}_r$  est le vecteur d'état non mesurable.  $\beta(y(t), z(t), u(t))$  est globalement bornée.  $(y(t), z(t), u(t))$  and  $\beta(y(t), z(t), u(t))$  sont des fonctions globalement Lipchitziennes par rapport à  $z(t)$ , et uniformément par rapport à  $(y(t), u(t), t)$ .

La deuxième étape est la synthèse de l'observateur adaptatif, qui a la forme suivante

$$\begin{cases} \dot{\hat{y}}(t) = \alpha(y(t), \hat{z}(t), u(t), t) + \beta(y(t), \hat{z}(t), u(t))\hat{\theta}(t) - \kappa_y(\hat{y}(t) - y(t)) \\ \dot{\hat{z}}(t) = \gamma(y(t), \hat{z}(t), u(t)) \\ \dot{\hat{\theta}}(t) = -\kappa_\theta\beta_T(y(t), \hat{z}(t), u(t))(\hat{y}(t) - y(t)) \end{cases} \quad (1.38)$$

Où les constantes  $\kappa_y > 0$  et  $\kappa_\theta > 0$  représentent les gains d'ajustement de l'observateur. Généralement, ces gains d'observation sont positifs de différentes valeurs. Cependant, il est recommandé de prendre  $\kappa_y < \kappa_\theta$ , de telle sorte que pour tout  $\hat{y}(0)$ ,  $\hat{z}(0)$ , tout  $y(0)$ ,  $z(0)$  et tout  $u(t)$  mesurable et borné, les erreurs d'estimation  $\|\hat{y}(t) - y(t)\|$  et  $\|\hat{z}(t) - z(t)\|$  convergent asymptotiquement vers zéro quand  $t$  tend vers l'infini, telle que  $\|\hat{\theta}(t) - \theta(t)\|$  reste borné. En outre, si la dérivée de  $\beta_T(y(t), \hat{z}(t), u(t))$  est bornée, alors  $\|\hat{\theta}(t) - \theta(t)\|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ .

### 1.3.7 Les observateurs à entrées inconnues

Les origines des observateurs à entrées inconnues remontent au début des années 1970, c'est l'une des approches d'observation robustes les plus courantes qui tolère un certain degré d'incertitude de modélisation et donc augmente la fiabilité du diagnostic de défaut. L'idée principale de cet observateur consiste à découpler le signal des résidus et des entrées inconnues, ceci a été introduit au début par Une contribution considérable a été apportée à la conception et à l'amélioration de ce type d'observateurs par [21].

[34] a développé une technique basée sur la transformation du système non linéaire satisfaisant la condition de Lipschitz en un autre système singulier découplé avec des entrées inconnues, ensuite, une méthode constructive de conception d'observateurs d'ordre plein et d'ordre réduit a été appliquée, elle est essentiellement basée sur la théorie de Lyapunov et les transformations matricielles. [54] propose une méthode basée sur la détermination d'une transformation non linéaire  $T(x)$  telle que l'état découplé  $z = T(x)$  évolue dans l'espace orthogonal engendré par les entrées inconnues. Cette approche est basée sur la technique LMIs (Linear Matrix Inequality). Plusieurs travaux ont été faits en exploitant cette technique pour le diagnostic des défauts à base de modèle, comme dans [125].

Considérons un système non linéaire qui peut être découplé selon la structure suivante

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(y(t), u(t)) + Ed(t) + K(x(t), u(t))f(t) \\ y(t) = Cx(t) + K_s(x(t), u(t))f_s(t) \end{cases} \quad (1.39)$$

Où  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathfrak{R}^p$  et  $d(t) \in \mathfrak{R}^q$  sont les vecteurs d'état, d'entrées, de sorties et les entrées inconnues respectivement.  $f(t)$  représente les défauts système/actionneurs tandis que  $f_s(t)$  représente les défauts capteurs.

La méthode consiste alors à estimer l'état découplé à l'aide d'un observateur à structure choisie telle que :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = F\hat{x}(t) + J(y(t), u(t)) + Gy(t) \\ r(t) = L_1\hat{x}(t) + L_2y(t) \end{cases} \quad (1.40)$$

Afin d'aboutir aux objectif de découplage, certaines conditions doivent être vérifiées par la matrice de distribution de l'observateur [42]

$$\begin{aligned} TA - FT &= GC, \text{ où } F \text{ est stable} \\ J(y(t), u(t)) &= TB(y(t), u(t)) \\ L_1T + L_2C &= 0, \quad TE = 0 \\ k \, TK(x, u) &= \text{rang } K(x, u) \\ \text{rang}([G \ L_2]^T) &= \text{rang}(K_s(x(t), u(t))) \end{aligned}$$

Etant donné que l'erreur d'estimation est définie comme  $e \triangleq T(x - \hat{x})$ , d'où, la dynamique des résidus est décrite par les équations suivantes

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) - GK(x(t), u(t))f(t) + TK_s(x(t), u(t))f_s(t) \\ r(t) = L_1e(t) + L_1K_s(x(t), u(t))f_s(t) \end{cases} \quad (1.41)$$

La classe des observateurs non linéaires à entrées inconnues se focalise uniquement sur les perturbations ou les variables liées à la détection des défauts pendant l'estimation. Ils conviennent principalement à l'estimation des perturbations et des défauts, qui fournissent un avertissement précoce aux opérateurs lors du processus. Les inconvénients de cette approche sont les conditions difficiles exigées, et la mauvaise détectabilité des défauts. De plus, cette technique est appliquée à une classe de systèmes limitée. Il existe certaines méthodes qui peuvent transformer d'autres modèles non linéaires sous une forme appropriée à cette approche ; cependant, les conditions d'existence pour de telles transformations sont très restrictives. Même si les conditions d'existence sont satisfaites, trouver les transformations impliquent la solution d'équations différentielles partielles d'ordre supérieur ce qui peut être délicat . Une extension directe des résultats de cette approche pour les systèmes linéaires au cas non linéaire a été considérée dans [48]. L'approche exploite l'avantage de la structure du modèle du système, qui est supposé être sous forme canonique observable. Dans ce cas, une transformation de l'état pourrait être utilisée (comme dans le cas linéaire), et par la suite une procédure de conception complète peut être réalisée .

## 1.4 Conclusion

Ce chapitre a été consacré d'une part à quelques rappels sur les propriétés générales des systèmes non linéaires, à savoir les éléments de base des théories de stabilité et d'observabilité des systèmes non linéaires. Et d'autre part, à la synthèse des différents observateurs dédiés au diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires, en précisant la méthodologie de synthèse de quelques un d'entre eux. Notons qu'ils existent d'autres méthodes d'observation et qui représentent des mécanismes hybrides entre les méthodes et approches citées dans ce chapitre. Nous pouvons constater qu'il n'y a pas de méthodologie générale pour la construction d'observateurs, c'est un domaine de recherche où il reste encore beaucoup de problèmes non résolus. Parmi les techniques d'observation, nous nous intéressons dans cette thèse à la synthèse d'un observateur robuste par la combinaison d'un observateur à grand gain et mode glissant d'ordre supérieur d'une part et d'autre part par la des techniques de grand gain, mode glissant et logique flou de type-2.

# Chapitre 2

## **Théories des modes glissants et systèmes flous**

---

### **2.1 Introduction**

Pour une bonne compréhension des outils qui seront utilisés dans cette thèse, dans ce chapitre, nous présenterons dans la section 2 quelques généralités sur les modes glissant d'ordre un et d'ordre supérieur, ensuite dans la section 3, nous présenterons certaines notions de base des systèmes flous de type-1 et type-2 qui seront utilisés pour développer les observateurs pour l'estimation d'état globale des systèmes non linéaires ainsi que pour la reconstruction des défauts.

### **2.2 Modes glissants**

Durant ces dernières années, les techniques issues de la théorie des modes glissants ont trouvé une large application dans les domaines de la commande, de l'observation ainsi que dans la détection des défauts, leur reconstruction et la surveillance de la santé. Leurs avantages bien connus sont la robustesse et l'insensibilité aux perturbations externes. Par ailleurs, les techniques par modes glissants d'ordre supérieur ont de meilleures performances que les modes glissants classiques grâce à la nature continue de sa sortie qui ne nécessite pas de filtrage. Dans cette partie, nous essayerons d'exposer d'une manière non exhaustive le contexte théorique des modes glissants, qui seront employés par la suite lors du développement des observateurs proposés dans cette thèse dans les chapitres 3 et 4.

### 2.2.1 Propriétés de robustesse

Plusieurs techniques de commande et d'observation ont été développées pour être robustes par rapport aux incertitudes. La majorité de ces techniques sont basées sur des approches adaptatives, reposant essentiellement sur l'identification, l'observation, ou sur des méthodes impliquant la stabilité absolue. Généralement, de telles techniques mènent à des lois de commande assez compliquées du point de vue implantation. Les modes glissants de leur côté, permettent d'associer la qualité de robustesse et la réalisation relativement simple.

Pour étudier la robustesse des modes glissants vis-à-vis des perturbations, nous considérons le système perturbé suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(k) \quad (2.1)$$

Où  $p$  représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le modèle ou des perturbations externes.

La robustesse du régime glissant vis-à-vis des perturbations est donnée par le théorème suivant, qui est la généralisation de la condition classique d'invariance vis-à-vis des perturbations externes, établi par Draznovic dans le cas des systèmes linéaires.

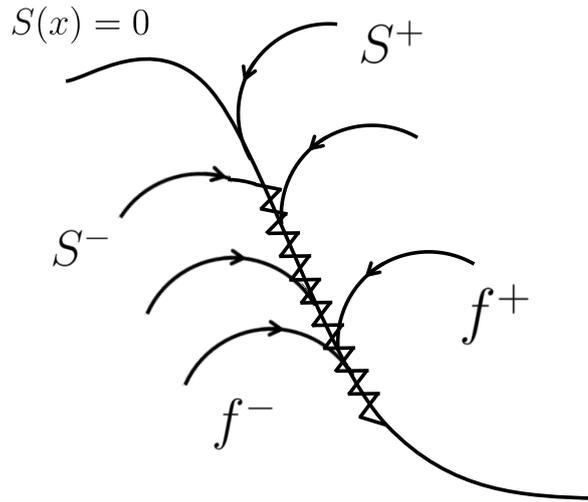
**Théorème 2** Le régime glissant sur  $s$  du système perturbé (2.1) est invariant vis-à-vis de  $p$ , si et seulement si le vecteur perturbation  $p$  vérifie la condition suivante :

$$p \in Vectg(x) \quad (2.2)$$

Avec  $Vectg$  l'espace engendré par la base  $g(x)$ . La condition (2.2) est appelée condition de recouvrement ou "matching condition".

### 2.2.2 Phénomène de Chattering

Le caractère discontinu de la technique des modes glissants classique la rend robuste par rapport à certains types d'incertitude . Malgré les différents avantages des modes de glissement, son utilisation a été entravée par un inconvénient majeur appelé « phénomène du chattering » (Voir la figure 2.1).



**Figure 2.1** – Phénomène de Chattering

Ce phénomène est une conséquence naturelle du comportement dynamique réel du système à commander. Il est à l'origine des commutations persistantes de la commande, qui peuvent provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande, ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système. Afin de réduire cette phénomène, les chercheurs ont proposée d'utiliser, d'une part des fonctions dites sigmoïdes (saturation, arctangente, tangente hyperbolique, pseudo-signe) , et d'autre part, de la commande à structure variable généralisée afin de réduire ce phénomène. (

### 2.2.3 Modes glissants d'ordre supérieur

L'un des inconvénients majeurs de la théorie des modes glissants est le phénomène de chattering, ce qui rend très difficile leur mise en place pour des applications pratiques alors que leur implantation implique une usure relativement rapide des organes de commande du processus. Pour traiter ce problème, une nouvelle façon de glisser a été proposée par les chercheurs, où il est alors possible de réduire ou même d'éviter tout phénomène de chattering, tout en gardant les propriétés désirées, d'où la simplicité d'application, et aussi les bonnes performances, telles que sa robustesse vis-à-vis des perturbations. Cette méthode a été développée dans plusieurs travaux, comme dans et [47].

Le principe de la technique de la commande par modes glissants d'ordre supérieur, d'ordre  $r$  à titre d'exemple, consiste à contraindre le système à évoluer sur une surface de glissement déterminée comme suit :

$$s = \dot{s} = \dots = s^{r-1} = 0 \quad (2.3)$$

$r$  étant l'ordre de la commande, si la  $i$ -ème dérivée de la fonction  $s$  par rapport au temps. Dans la littérature, il existe plusieurs algorithmes de commande par modes glissants d'ordre supérieur. Parmi ces algorithmes nous présentons dans ce qui suit, l'algorithme du twisting, l'algorithme du super-twisting, et l'algorithme du sous optimal.

### 2.2.3.1 Algorithme du sous-optimal

La Loi de commande du sous-optimal est donnée ainsi [6] :

$$u(t) = -\alpha \lambda_M \operatorname{sign}(y_1(t) - \frac{1}{2}y_{1M}) \quad (2.4)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} \alpha^* & \text{si } [y_1(t) - \frac{1}{2}y_{1M}][y_{1M}(t) - y_1] > 0 \\ 1 & \text{si } [y_1(t) - \frac{1}{2}y_{1M}][y_{1M}(t) - y_1] \leq 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $y_{1M}$  représente la valeur de  $y_1$  au dernier instant d'annulation de  $y_2$  (i.e. la dernière valeur singulière de la fonction  $y_1(t)$ ).

Les conditions suffisantes de convergence sont :

$$\alpha^* \in ]0, 1[ \cap ]0, \frac{3K_m}{K_M}[, \quad (2.6)$$

$$\lambda_M > \max\left(\frac{C_0}{\alpha^* K_m}, \frac{4C_0}{3K_m - \alpha^* K_M}\right) \quad (2.7)$$

La borne supérieure du temps de convergence :

$$T_{so\infty} \leq t_{M_1} + \Theta_{so} \frac{1}{1 - \theta_{so}} \sqrt{|y_{1M_1}|} \quad (2.8)$$

Où  $y_{1M_1}$ ,  $t_{M_1}$  sont définis comme pour l'algorithme du twisting et

$$\begin{aligned} \Theta_{so} &= \frac{(K_m + \alpha^* K_M) \lambda_M}{(K_m \lambda - C_0) \sqrt{\alpha^* K_M \lambda_M + C_0}} \\ \theta_{so} &= \sqrt{\frac{(\alpha^* K_M - K_m) \lambda_M + 2C_0}{2(K_m \lambda_M - C_0)}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

**Intérêt** : la connaissance de la valeur de  $y_2$  n'est pas nécessaire.

**Inconvénient** : il faut tout de même avoir une estimation assez précise de la dernière valeur singulière de  $y_1$ , et ceci relativement souvent.

Il a été prouvé dans [7] que, dans le cas d'un gain unitaire  $\chi = 1$ , la loi de commande pouvait être simplifiée en posant  $\alpha = 1$  et en choisissant  $V_M > 2C_0$ . Bartolini et al. ont récemment développé des extensions de cet algorithme à des classes plus larges de systèmes avec incertitudes [8] et ont également donné une version discrète de l'algorithme [9]. La preuve de convergence de cet algorithme, ainsi que l'évaluation du temps de convergence est disponible dans [7].

**Remarque 2** Cet algorithme, ainsi que le terme sous-optimal employé ici, sont inspirés de la commande bang-bang qui génère des trajectoires optimales (en temps minimum) pour un double intégrateur ( $\zeta(t, y) = 0, \chi(t, y, u) = 1$ ) mais dont le défaut est d'utiliser  $y_2$ , dont on n'a pas forcément la mesure.

### 2.2.3.2 Algorithme du twisting

L'algorithme de twisting a été présenté dans [73]. La convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase  $(s, \dot{s})$  est obtenue à l'aide de la commutation de l'amplitude de la commande entre deux valeurs, de manière que l'abscisse et l'ordonnée soient croisées de plus en plus près de l'origine.

Pour un système de degré relatif un, la variable  $u$  est considérée comme une variable d'état, alors que sa dérivée  $\dot{u}$  est la nouvelle commande. En effet, considérons le système à commander, décrit comme suit :

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad (2.10)$$

Où  $f(t, x, u)$  est un vecteur de fonctions suffisamment dérivable.

L'algorithme du twisting est défini alors de la manière suivante :

**Définition** Soit le système (2.10) et la surface de contrainte  $s = 0$ ; l'algorithme de commande est donné par :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & si \quad |u| > U_{max} \\ -\lambda_m sign(s) & si \quad s\dot{s} > 0 \text{ et } |u| \leq U_{max} \\ -\lambda_M sign(s) & si \quad s\dot{s} \leq 0 \text{ et } |u| \leq U_{max} \end{cases} \quad (2.11)$$

Où les paramètres  $\lambda_m$  et  $\lambda_M$  vérifient les inégalités suivantes :

$$\lambda_M > \lambda_m > 0 \quad (2.12)$$

$$\lambda_m > \frac{4G_2}{s_0} \quad (2.13)$$

$$\lambda_m > \frac{H}{G_1} \quad (2.14)$$

$$\lambda_M > \frac{G_2\lambda_m}{G_1} + \frac{2H}{G_1} \quad (2.15)$$

La figure 2.2 montre le plan de phase où la loi de commande est caractérisée par un mouvement de spirale autour de l'origine. La convergence vers l'origine est assurée après un nombre infini de tours. L'amplitude de ces mouvements est décroissante.

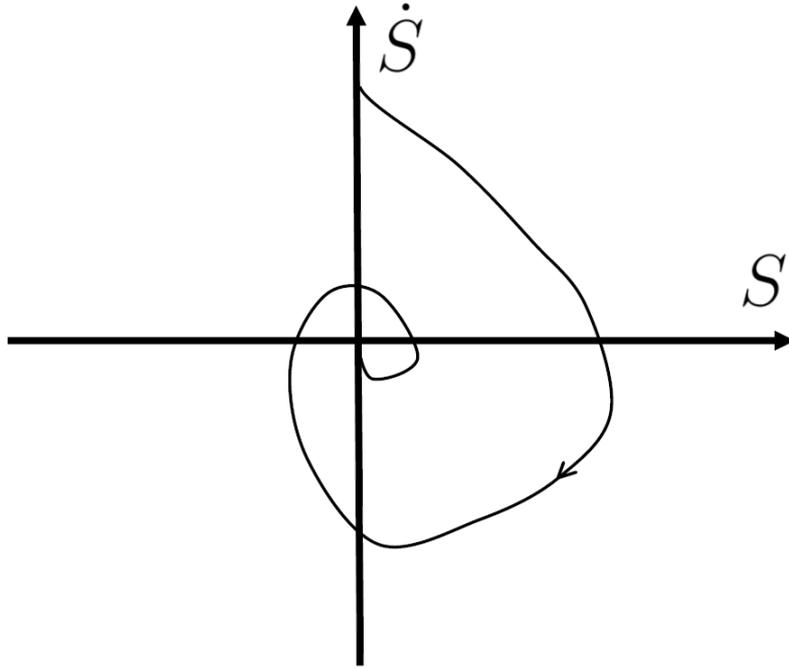


Figure 2.2 – Plan de phase de l’algorithme du twisting

### 2.2.3.3 Algorithme du super-twisting

L’algorithme de super-twisting a été développé par Levant [74] pour commander les systèmes d’ordre relatif un, tout en éliminant le phénomène de chattering. Dans ce cas, la trajectoire de la commande dans le plan de phase est caractérisée par une convergence rapide vers l’origine (Voir la figure 2.3). La loi de commande  $u$  est constituée ici de deux termes :

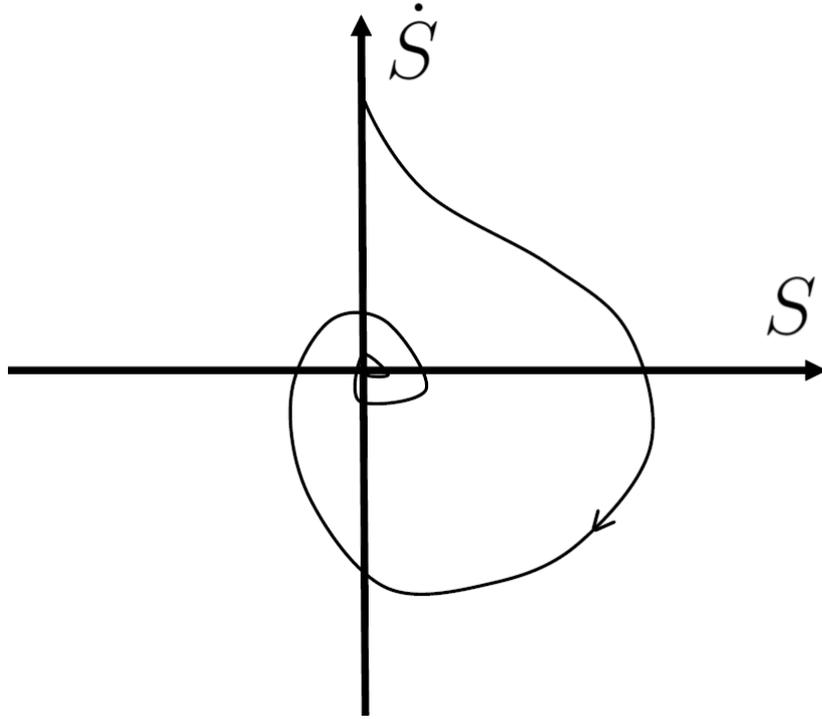
$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (2.16)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -W \text{sign}(s) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\dot{u}_2 = \begin{cases} -\lambda|s_0|^p & \text{si } |s| > s_0 \\ -\lambda|s|^p & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Les conditions suffisantes de convergence en temps fini sont les suivantes : [74]

$$\begin{aligned} W &> \frac{C_0}{K_m} \\ \lambda^2 &\leq \frac{4C_0}{K_m} \frac{K_m(W + C_0)}{K_M(W - C_0)} \\ 0 &< \rho \leq 0.5 \end{aligned} \quad (2.19)$$



**Figure 2.3** – Plan de phase de l’algorithme du super-twisting

#### 2.2.3.4 Réduction du Chattering

A l’origine, Emel’yanov et al. [69] ont introduit les modes glissants d’ordre supérieur afin de réduire le phénomène de chattering dans les commandes par modes glissants d’ordre un. Afin d’illustrer cette propriété, considérons le système (2.10) et dérivons 2 fois la fonction de glissement :

$$\dot{s} = L_u s(t, x) + \frac{\partial s}{\partial t}(t, x) + \frac{\partial s}{\partial x}(t, x)(f(x) + g(x)u) \quad (2.20)$$

Ce qui donne

$$\ddot{s} = \frac{\partial \dot{s}}{\partial t}(t, x, u) + \frac{\partial \dot{s}}{\partial x}(t, x, u)f(t, x, u) + \frac{\partial \dot{s}}{\partial u}(t, x, u)\dot{u}(t) \quad (2.21)$$

Suivant le degré relatif du système, différents cas doivent être considérés :

1. le degré relatif est  $p = 1$ , c’est-à-dire

$$\frac{\partial \dot{s}}{\partial u}(t, x, u) \neq 0$$

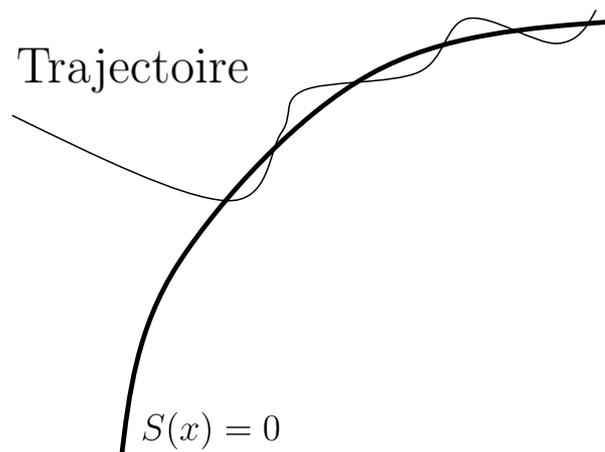
2. le degré relatif est  $p \geq 2$ , c’est-à-dire

$$\frac{\partial s^i}{\partial u}(t, x, u) = 0, (i = 1, 2, \dots, p - 1), \frac{\partial s^p}{\partial u}(t, x, u) \neq 0$$

Dans le premier cas, une commande par modes glissants d’ordre-un peut résoudre le problème, c’est-à-dire forcer le système à évoluer au bout d’un temps fini sur la surface  $S$ . Néanmoins, l’utilisation d’un mode glissant d’ordre deux permet d’éviter le phénomène

de chattering. En utilisant une telle stratégie, la commande  $u$  se trouve alors être la sortie d'un système dynamique du premier ordre. Les algorithmes discontinus sont appliqués en fait à la dérivée par rapport au temps  $\dot{u}$ , qui devient la nouvelle variable de commande du système considéré et conduit à l'obtention d'un régime glissant d'ordre deux sur la surface  $S$ . De cette façon, l'entrée  $u$  du système est maintenant continue et permet d'éviter le phénomène de chattering [7].

Dans le second cas, du fait des incertitudes affectant le système considéré et de la connaissance partielle (le plus souvent) de l'état, une approche par un mode glissant d'ordre  $r$ , avec  $r \geq p$ , apparaît être la méthode de commande la plus appropriée. L'application d'un algorithme glissant d'ordre  $p+1$  sur  $\dot{u}$  est une solution pour venir converger sur  $S$  tout en éludant les problèmes de chattering et en restant robuste par rapport aux incertitudes du système. Schématiquement, lorsqu'un algorithme d'ordre supérieur est utilisé, la surface est atteinte de manière plus douce ainsi qu'il est montré sur la figure suivante (Voir la figure 2.4).



**Figure 2.4** – Allure du régime glissant pour les ordres supérieurs

## 2.3 La logique floue

La logique floue de type-1 est largement appliquée dans nombreuses domaines de recherche et de développement, surtout dans les domaines de l'observation et la commande des systèmes non linéaires incertains, grâce à son aptitude à prendre en compte toutes sortes de connaissances qualitatives de concepteurs et d'opérateurs dans les systèmes automatisés. Néanmoins, ce type de logique est devenue une solution dépassée, notamment pour les systèmes qui présentent une forte non linéarité avec des incertitudes paramétriques et/ou des perturbations internes ou externes dans leurs dynamiques internes. Pour cela, la logique floue de type-2 a été développé par la communauté scientifique pour traiter ces types de problèmes et remédier les insuffisances de la logique floue classique.

### 2.3.1 Théorème des approximateurs universels

Deux raisons principales amènent à incorporer les systèmes flous dans un contrôleur adaptatif :

- Ils présentent la propriété d'approximation universelle,
- La possibilité d'intégrer dans les contrôleurs des informations linguistiques issues d'une expertise.

Dans la littérature floue, on dispose d'un nombre important de travaux montrant que les systèmes flous sont bien des approximateurs universels . Dans [117], Wang a montré que les systèmes flous sont des approximateurs universels s'ils respectent certains critères. Il voit son résultat comme un théorème d'existence d'un système flou optimal pour une large variété d'applications. Buckley de son côté [20], a démontré qu'une classe de systèmes flous (les modèles de Takagi-Sugeno) sont des approximateurs universels et des contrôleurs universels. Le mot "*approximateur universel*" dans les travaux de Buckley a la même signification que dans les travaux de Wang. Buckley a écrit « *pour un procédé donné, si on peut le commander par un contrôleur classique on peut également le commander par un contrôleur de Takagi-Sugeno* ». Les algorithmes de commande floue proposés dans cette thèse sont basés sur le théorème suivant dit théorème d'approximateurs universels.

**Théorème 3 :** *Soit  $f(x)$  une fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact  $\omega_x$ , et pour toute constante positive  $\epsilon$ , il existe un système flou  $y(x)$  de la forme (1.40) tel que :*

$$\text{Sup}_{x \in \omega_x} |f(x) - \theta^T \phi(x)| < \epsilon \quad (2.22)$$

La démonstration de ce théorème est donnée dans [118].

Dans cette thèse, nous supposons que la structure du système flou et les fonctions floues de base sont convenablement spécifiées à priori par l'utilisateur. Cela signifie que la décision de l'utilisateur est nécessaire pour déterminer la structure du système flou à savoir : les entrées pertinentes, le nombre de fonctions d'appartenance pour chaque entrée, les paramètres des fonctions d'appartenance et le nombre de règles. Quant aux paramètres des conclusions, i.e.  $\theta$ , ils seront déterminés en ligne via un algorithme adéquat d'adaptation.

### 2.3.2 Concept et ensembles flous de type-2

Comme il est connu dans la littérature, les systèmes flous sont construits à partir d'un ensemble de règles basées sur des connaissances généralement incertaines. Cette imprécision mène alors à obtenir des règles dont les prémisses et/ou les conséquences sont incertaines, ce qui va entacher les fonctions d'appartenance. Les systèmes flous de type-1 sont incapables de prendre en compte de telles contingences de règles. Nous introduisons dans cette partie du chapitre une nouvelle classe de systèmes flous appelée système flou de type-2 dans laquelle les valeurs d'appartenance des prémisses ou des conséquences sont

elles-mêmes des ensembles flous. Les ensembles flous de type-2 sont très efficaces dans le cas où il nous est difficile de déterminer exactement les fonctions d'appartenance pour les ensembles flous, par conséquent ils sont pratiques pour l'incorporation des incertitudes. La théorie des probabilités est utilisée pour modéliser l'incertitude aléatoire, dans laquelle la fonction de distribution de probabilité (Pdf) incarne la totalité des informations concernant les incertitudes aléatoires. Dans la plupart des applications pratiques, il est impossible de connaître ou de déterminer la Pdf; ainsi, nous serons obligés d'admettre le fait qu'une Pdf sera complètement caractérisée par tous ses moments. Il n'est pas très pratique et efficace d'utiliser seulement le moment d'ordre 1, parce que les incertitudes aléatoires exigent la connaissance de la dispersion autour de la valeur moyenne, et cette information est fournie par la variance. Alors, nous devons au moins utiliser les deux premiers moments de la Pdf.

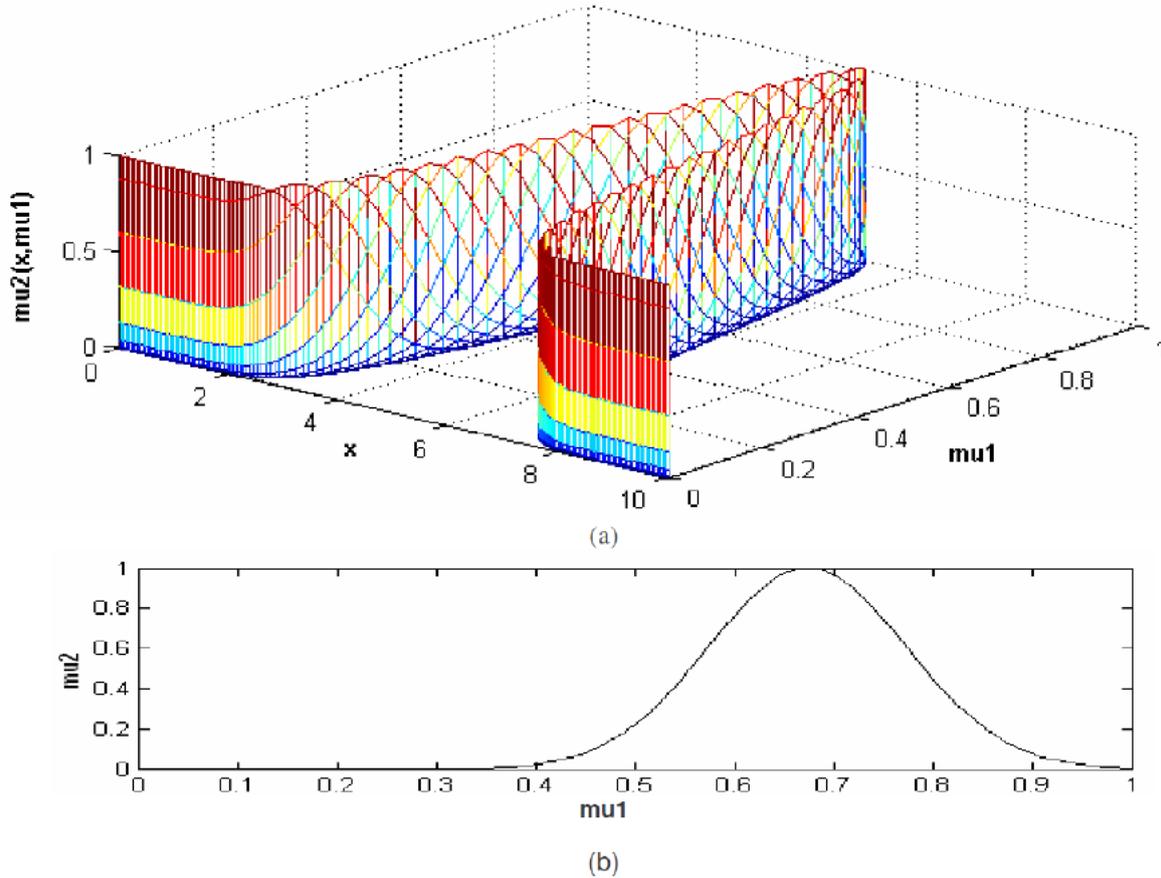
A l'heure actuelle, on considère que la sortie d'un système flou de type-1 correspond à la valeur moyenne d'une densité de probabilité pdf. Donc nous devons considérer que le calcul de la defuzzification pour un système flou de type-1 est équivalent au calcul de la moyenne d'une pdf. La variance nous fournit une mesure de dispersion autour de la valeur moyenne, et elle est généralement utilisée pour capturer plus d'informations concernant les incertitudes statistiques. Par conséquent, les systèmes flous ont aussi besoin d'une certaine mesure de dispersion pour mieux incorporer les incertitudes de règles [81].

### 2.3.2.1 Représentation d'un ensemble flou de type-2

Une fonction d'appartenance de type-2 peut être vue comme une fonction à deux variables. Pour chaque  $x$  de l'univers du discours et de degré d'appartenance primaire  $\mu_1$ , nous aurons une appartenance secondaire  $\mu_2$  qui est un nombre dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Ainsi, une fonction d'appartenance peut être définie par :

$$\mu_2(x, \mu_1) : X \times [0, 1] \rightarrow [0, 1] \quad (2.23)$$

$X$  définit l'espace des entrées  $x$ . La figure (2.5.a) est une représentation en trois dimensions d'un ensemble flou de type-2 gaussien, dont la fonction d'appartenance principale est gaussienne. La figure (2.5.b) représente le degré d'appartenance flou de type gaussien correspondant à  $x = 4.25$ .



**Figure 2.5** – (a) Représentation tridimensionnelle d'un ensemble flou de type-2 Gaussien. (b) Degré d'appartenance flou correspondant à  $x = 4.25$

### 2.3.2.2 Types d'ensemble flous de type-2

Selon la forme de l'appartenance primaire, on distingue principalement trois sortes d'ensembles flous type-2 :

**Ensemble type-2 gaussien** Dans ce type d'ensembles, le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble type-1 Gaussien dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Notons qu'il n'est pas nécessaire que la fonction d'appartenance principale soit aussi Gaussienne [32].

**Ensemble type-2 triangulaire** Dans ce type d'ensembles, le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble type-1 triangulaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle  $[0, 1]$  [68].

**Ensemble type-2 intervalle** Dans ce type d'ensembles, le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble ordinaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle  $[0, 1]$  [68]. Dans ce cas, toutes les appartenances secondaires sont égales à 1.

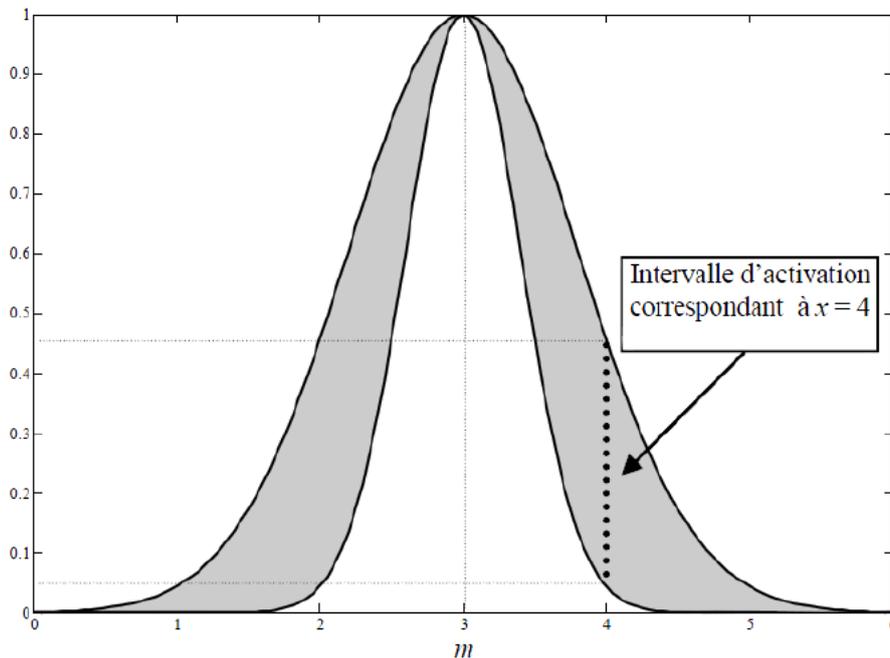
Notons que malgré chaque degré d'un ensemble type-2 intervalle est un ensemble ordinaire, l'ensemble lui-même est de type-2, parce que les degrés d'appartenance sont des ensembles et non pas des nombres ordinaires.

**Remarque 2 :** En terme de calcul pour la réduction de type, les ensembles de type-2 Gaussien et triangulaire nécessitent un grand effort de calcul. Ce qui est un inconvénient pour une implémentation en temps réel à cause de la capacité limitée des calculateurs et des interfaces. Contrairement aux deux premiers ensembles flous, les type-2 intervalle sont moins gourmands en calcul, ce qui les avantage et justifie leurs choix pour les simulations et applications réelles.

**Exemple 1 :** La forme d'un ensemble flou de type-2 intervalle est le résultat de l'incertitude qui peut être soit au niveau de la variance ou de son centre (appelé aussi moyenne). Pour élucider cette différence, on considère les deux cas suivants :

a. Soit un ensemble flou caractérisé par une fonction d'appartenance gaussienne de moyenne  $m$  et d'écart-type (déviatoin standard)  $w$  qui prend ses valeurs dans l'intervalle  $[w_1, w_1]$ , tel que :

$$\mu(x) = \exp[-1/2((x - m)/w)^2], m \in [m_1, m_2] \quad (2.24)$$



**Figure 2.6** – Ensemble flou de type-2 intervalle avec une incertitude de variance  $w \in [0.42, 0.8]$ , l'intervalle d'activation appartient à  $[0.05, 0.45]$  pour  $x = 4$ .

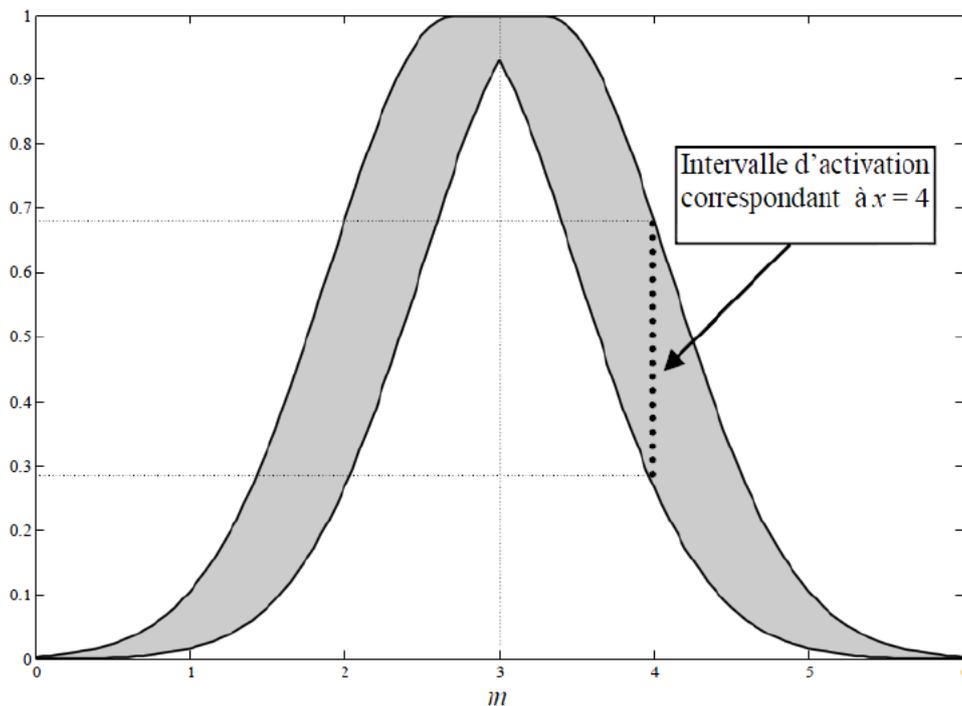
A chaque valeur de  $\omega$ , nous allons avoir une courbe d'appartenance différente (Voir la figure 2.6). La valeur d'appartenance de n'importe quel  $x$  (excepte pour  $x = m$ ) peut

prendre plusieurs valeurs (dépendant de  $w$ ), ce qui veut dire que le degré d'appartenance n'est pas un nombre ordinaire, mais un ensemble flou.

**b.** Soit un ensemble flou avec une fonction d'appartenance gaussienne ayant un écart type  $w$  fixe, mais une valeur moyenne incertaine, prenant ses valeurs dans l'intervalle  $[m_1, m_2]$ , tel que :

$$\mu(x) = \exp[-1/2((x - m)/w)^2], m \in [m_1, m_2] \quad (2.25)$$

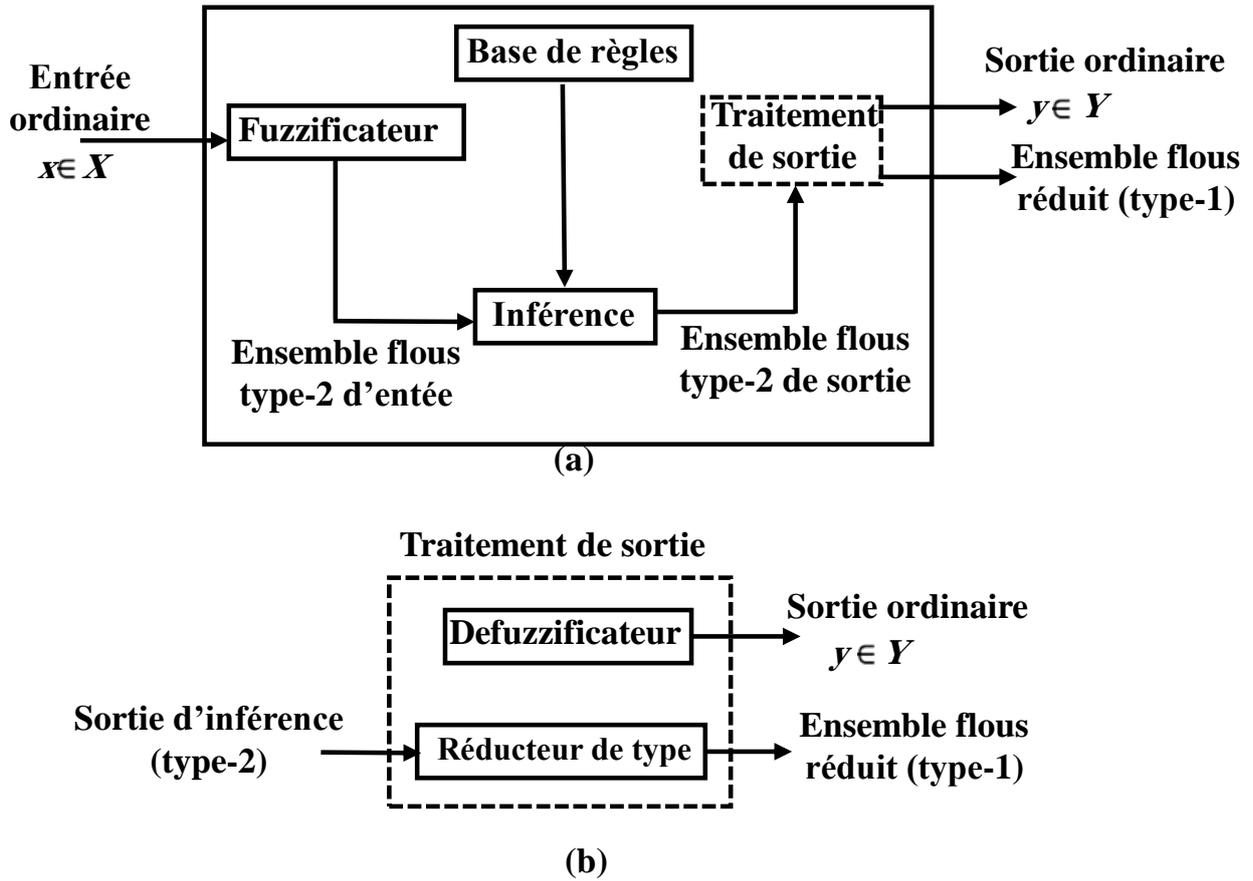
Comme pour le premier cas, à chaque valeur de  $m$ , nous allons avoir une courbe d'appartenance différente (Voir la figure 2.7).



**Figure 2.7** – Ensemble flou de type-2 intervalle avec une incertitude de moyenne  $m \in [2.4, 3.15]$ , l'intervalle d'activation appartient à  $[0.29, 0.69]$  pour  $x = 4$ .

### 2.3.2.3 Systèmes flous type-2

La structure d'un système flou de type-2 est représentée par la figure 2.8 [32].



**Figure 2.8** – (a) Structure d'un système flou de type-2, (b) Le réducteur de type avec ses deux sorties ordinaire et floue type-1.

Cette structure est similaire à celle du type-1, on remarque l'apparition d'un cinquième bloc au niveau du traitement de la sortie, celui de la réduction de type.

**Fuzzification** Dans cette thèse, seule la fuzzification de type singleton sera utilisée [89], en d'autres termes, l'entrée floue est un point singulier possédant une valeur d'appartenance unitaire.

**Règles** Si l'on désire faire une comparaison entre les règles d'un système de type-1 et celles d'un type-2, la différence résidera seulement dans la nature des fonctions d'appartenance, donc, la structure des règles dans le cas du type-2 va rester exactement la même que celle du type-1. La seule différence étant que quelques (ou toutes) les fonctions d'appartenance seront de type-2, alors, la  $j^{ième}$  règle d'un système flou de type-2 aura la forme[32] :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^j \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^j \cdots \text{ et } x_p \text{ est } \tilde{F}_p^j \text{ Alors } y \text{ est } \tilde{G}^j \quad (2.26)$$

où  $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_p \in X_p$  sont les entrées, les  $\tilde{F}_i^j$  sont les ensembles des prémisses tel que pour  $i = 1, 2, \dots, p, y \in Y$  est la sortie, et les  $\tilde{G}^j$  sont les ensembles des conséquences.

A noter qu'il n'est pas nécessaire que toutes les fonctions d'appartenance des prémisses

et des conséquences soient de type-2. Il suffit qu'une seule fonction d'appartenance dans une prémisse ou dans une conséquence le soit pour que tout le système soit de type-2.

**Inférence** L'inférence dans un système flou de type-2 utilise la base de règles floues (2.26) pour effectuer une relation entre un vecteur d'entrée  $x = (x_1, \dots, x_p)$  et la sortie  $y$ . La première étape dans l'opération d'inférence floue est le calcul de l'intervalle d'activation associe au  $j^{\text{ième}}$  ensemble flou de sortie :

$$F(\underline{x}) = \prod_{i=1}^P \mu_{\bar{f}_i^j}(x_i) \quad (2.27)$$

$\mu_{\bar{f}_i^j}$  est l'intervalle d'activation associé à la variable  $x_i$ .

Si l'on note l'ensemble flou de sortie correspondant à la  $j^{\text{ième}}$  règle  $R^j$  par  $\tilde{B}$ , lorsque'une entrée  $\underline{x}'$  est appliquée, comme nous utilisons une fuzzification de type singleton, qui veut dire que l'ensemble  $\tilde{X}'$  auquel appartient  $\underline{x}'$  possède un degré d'appartenance unitaire à  $\underline{x} = \underline{x}'$  et zéro ailleurs. Par conséquent l'ensemble de sortie correspondant à la  $j^{\text{ième}}$  règle est calculé en utilisant l'implication minimum ou produit (équivalent à l'opération *meet* avec  $T$ -norm minimum ou produit dans le cas du type-2) comme suit :

$$\mu_{\tilde{B}^j}(y) = \mu_{\tilde{G}^j}(y) \cap \left[ \prod_{i=1}^p \mu_{\bar{f}_i^j}(x_i) \right] \quad (2.28)$$

Où  $\cap$  dénote l'opération *meet* basée sur la  $T$ -norme choisie.

Comme dans le cadre de notre thèse uniquement les ensembles flous type-2 intervalles sont utilisés et en choisissant l'opération  $T$ -norm produit, l'intervalle d'activation associe à la  $j^{\text{ième}}$  règle sera donné par :

$$F^j(\underline{x}) = [\underline{f}^j(\underline{x}), \bar{f}^j(\underline{x})] \quad (2.29)$$

où  $\underline{f}^j(x) = \underline{\mu}_{\bar{F}_1^j} * \underline{\mu}_{\bar{F}_2^j} * \dots * \underline{\mu}_{\bar{F}_p^j}$  et  $\bar{f}^j(\underline{x}) = \bar{\mu}_{\bar{F}_1^j} * \bar{\mu}_{\bar{F}_2^j} * \dots * \bar{\mu}_{\bar{F}_p^j}$

Les termes  $\underline{\mu}_{\bar{F}_i^j}$  et  $\bar{\mu}_{\bar{F}_i^j}$  sont respectivement la valeur inférieure et supérieure de l'intervalle d'activation correspondant. L'opérateur  $*$  désigne une multiplication.

**Réduction de type** Etant donné que la sortie du système d'inférence est un ensemble flou de type-2, elle doit être réduite avant qu'elle soit defuzzifiée. Pour transformer la sortie floue type-2 en un ensemble flou de type-1, la méthode des centres d'ensembles (center of sets en anglais (cos)) est utilisée [88]. L'expression de l'ensemble flou de type réduit par cette méthode est donnée par [88], [120] :

$$Y_{COS}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k) = \int_{y^1} \dots \int_{y^k} \dots \int_{f^1} \dots \int_{f^k} 1 / \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} (2.30)$$

Etant donné que chaque ensemble dans l'équation (2.30) est un ensemble type-1 intervalle, alors  $Y_{cos}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k)$  est aussi un ensemble type-1 intervalle dont le domaine

est situé sur l'axe des réels :

$$Y_{cos}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k) = [y_l, y_r] \quad (2.31)$$

$y_l$  et  $y_r$  sont les deux points gauche, droit caractérisant l'ensemble réduit  $Y_{cos}$ .  $f^l(\underline{x})$  est l' $l^{\text{ème}}$  élément de l'intervalle d'activation de (2.27) et  $y_j$  est un élément de l'intervalle type-2  $Y^j = [y_l^j, y_r^j]$ . Afin de calculer les points extrêmes  $y_l$  et  $y_r$ , Karnik et Mendel [120] ont développé un algorithme itératif dont la procédure est donnée comme suit :

### Le calcul de $y_l$

1. Discrétiser l'espace de sorti  $Y$  en un nombre ne suffisant de points en choisissant comme segment les centroïdes des ensembles flous impliqués dans l'activations des règles.
2. Trier  $y^j$  dans un ordre croissant :  $y^1 \leq y^2 \leq \dots \leq y^k$
3. Initialiser  $f^j$  en prenant comme point de départ

$$f^j = \frac{\bar{f}^j + \underline{f}^j}{2}, j = 1, \dots, k \quad (2.32)$$

ensuite calculer

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (2.33)$$

et poser  $y_l' = y_l$

4. Trouver un point de commutation  $N$  ( $1 \leq N \leq k-1$ ) qui satisfait :  $y_k \leq y_l \leq y_{k+1}$ .
5. Poser

$$f^j = \begin{cases} \bar{f}^j, & j < N \\ \underline{f}^j, & j > N \end{cases} \quad (2.34)$$

Calculer

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (2.35)$$

et poser  $y_l'' = y_l$

6. Si  $y_l'' \neq y_l'$ , aller à l'étape 6. Si  $y_l'' = y_l'$ ,
7. Poser  $y_l = y_l''$  et aller à l'étape 3.

### Le calcul de $y_r$

1. Discrétiser l'espace de sorti  $Y$  en un nombre ne suffisant de points en choisissant comme segment les centroïdes des ensembles flous impliqués dans l'activations des règles.
2. Trier  $y^j$  dans un ordre croissant :  $y^1 \leq y^2 \leq \dots \leq y^k$

3. Initialiser  $f^j$  en prenant comme point de départ

$$f^j = \frac{\bar{f}^j + \underline{f}^j}{2}, j = 1, \dots, k \quad (2.36)$$

ensuite calculer

$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (2.37)$$

et poser  $y'_r = y_r$

4. Trouver un point de commutation  $N (1 \leq N \leq k-1)$  qui satisfait :  $y_k \leq y_l \leq y_{k+1}$ .

5. Poser

$$f^j = \begin{cases} \bar{f}^j, j < N \\ \underline{f}^j, j > N \end{cases} \quad (2.38)$$

Calculer

$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (2.39)$$

et poser  $y''_r = y_r$

6. Si  $y''_r \neq y'_r$ , aller à l'étape 6. Si  $y''_r = y'_r$ ,

7. Poser  $y_r = y''_r$  et aller à l'étape 3.

**Defuzzification** Le type réduit (2.30) sera déterminé par ses deux points extrêmes droit, gauche respectivement  $y_l$  et  $y_r$ . En appliquant le centre de gravité au type réduit, la sortie numérique sera donnée par [33], [32] :

$$Y = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (2.40)$$

Contrairement aux systèmes flous de type-1 où la sortie est caractérisée par un seul vecteur de fonctions de bases flous (FBF), un système flou de type-2 est caractérisé par deux vecteurs de FBF. Dans ce cas  $y_l$  peut être écrit comme suit :

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^k f_l^j y_l^j}{\sum_{j=1}^k f_l^j} = \sum_{j=1}^k y_l^j \xi_l^j = \underline{y}_l^T \xi_l(\underline{x}) \quad (2.41)$$

Où  $f_l^j$  désigne le degré d'activation soit  $\underline{f}^j$  ou  $\bar{f}^j$  contribuant au point extrême de gauche

$y_l$ ,  $\xi_l^j = \frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^k f_l^j}$  sont les composantes du premier vecteur de FBF,  $\xi_l^T(\underline{x}) = [\xi_l^1, \dots, \xi_l^k]$

et  $\underline{y}_l^T = [y_l^1, \dots, y_l^k]$  est la conclusion du système flou de type-2.

De même,

$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k f_r^j y_r^j}{\sum_{j=1}^k f_r^j} = \sum_{j=1}^k y_r^j \xi_r^j = \underline{y}_r^T \xi_r(\underline{x}) \quad (2.42)$$

Où  $f_r^j$  désigne le degré d'activation  $\underline{f}^j$  ou  $\bar{f}^j$  contribuant au point extrême de droite  $y_r$ ,

$\xi_r^j = \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^k f_r^j}$  sont les composantes du premier vecteur de FBF,  $\xi_r^T(\underline{x}) = [\xi_r^1, \dots, \xi_r^k]$  et

$\underline{y}_r^T = [y_r^1, \dots, y_r^k]$

Finalement, l'équation (2.40) après substitution de (2.41) et (2.42) peut être donnée par :

$$Y = \frac{\underline{y}_l^T \xi_l + \underline{y}_r^T \xi_r}{2} \quad (2.43)$$

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de faire une brève description des outils mathématiques utilisés dans cette thèse. Au début, nous avons commencé par présenter les idées clés de la théorie de modes glissants. Les principes ont été décrits dans le cas des régimes glissants classiques d'ordre un, à savoir : notions de surface de glissement, la commande équivalente, les conditions d'existence, propriétés de robustesse. Cependant, l'inconvénient majeur de cette technique, est l'occurrence du phénomène de « chattering », ce dernier peut être contourné par l'utilisation des modes glissants d'ordre supérieur. Ceux-ci semblent être des outils efficaces pour commander ou observer des systèmes sujets à des incertitudes en obtenant une meilleure précision de convergence par rapport au mode glissant classique. Par la suite, nous avons abordé certains concepts principaux liés à la théorie de la logique floue de type-1 et de type-2. Nous avons illustré qu'il existe deux différences essentielles de la logique floue de type-2 par rapport à celle de type-1, comme les formes des fonctions d'appartenance et le processus de sortie. Nous avons vu aussi que dans le cas de type-1, les fonctions d'appartenance sont certaines, cependant, pour le cas du type-2, les fonctions d'appartenance sont incertaines, la sortie du contrôleur classique de type-1 nécessite uniquement la défuzzification, par contre, le processus de sortie type-2 comporte une étape supplémentaire qui est la réduction de type.

# Chapitre 3

## Observateur à grand gain avec algorithme super-twisting

---

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons la conception d'un observateur de type grand gain avec une estimation par modes glissants d'ordre supérieur pour une classe de systèmes non linéaires multivariés. L'observateur de type grand gain développé peut donc être employé pour le système nominal, tandis que l'estimation par mode glissant d'ordre supérieur permet la reconstruction des défauts. Le gain de l'observateur est calculé par une équation différentielle ordinaire de Lyapunov appropriée. La convergence de l'erreur d'observation est garantie en utilisant l'approche de Lyapunov. Ce chapitre est structuré comme suit : La section 2 donne la description du système à étudier avec certains préliminaires avant la conception de l'observateur. Ce dernier, va être présenté en détail dans la section 3. Dans la section 4, la stabilité globale de l'observateur va être prouvée. La section 5 focalise sur la reconstruction des défauts via la technique d'injection du signal de l'erreur équivalente. Afin de valider les performances de l'approche d'observation proposée, elle sera testée sur un exemple académique par simulation.

## 3.2 Préliminaires et description du système étudié

Considérons le système dynamique non linéaire multi-entrées multi-sorties avec défauts ou entrées inconnues décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x)u_j + \sum_{j=1}^q \omega_j(x)\mathbf{f}_j(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

tel que

$x(t) \in \mathfrak{R}^n$  : représente le vecteur d'état du système,

$u(t) \in \mathfrak{R}^m$  : représente l'entrée de commande du système supposée être connue,

$y(t) \in \mathfrak{R}^p$  : est le vecteur sortie du système, où  $(n \leq p)$ ,

$f(x), g_i(x), \omega_j(x)$  : est un champ de vecteur lisse,

$h_j(x), j = 1, \dots, p$  : est une fonction lisse. Les termes  $f \in \mathfrak{R}^q$  représente les défauts/entrées inconnues directement agissants sur le système.

Dans ce qui suit, la transformation des coordonnées sera considérée.

### 3.2.1 Notations

Etant donnée une matrice  $\mathcal{A}$ ,  $\text{Im}(\mathcal{A})$  indique l'image de  $\mathcal{A}$ . où  $\mathcal{A}$  est une matrice carrée,  $\mathcal{A} > 0$  signifie symétrique définie positive, et  $\lambda_{\min}(\mathcal{A})$  ( $\lambda_{\max}(\mathcal{A})$ ) est le minimum (maximum) des valeurs propres de  $\mathcal{A}$ .

$I_n$  représente une matrice d'identité d'ordre  $n$ . Le terme lipchitzien de la fonction  $f$  est noté comme  $\mathcal{L}_f \cdot \|\cdot\|$  signifie la norme Euclidienne.

### 3.2.2 Définitions

Par souci d'exhaustivité, on rappelle quelques notations et définitions standards liées à la dérivée de Lie de la géométrie différentielle [63], qui vont être exploitées plus tard.

**D1)**  $L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)$  désigne la dérivée de Lie de la sortie  $h(x)$  par rapport au champ de vecteur  $f(x)$ .

**D2)** la  $k$ -ième dérivée de Lie est définie par  $L_f(L_f^{k-1}h(x)) = L_f^k h(x)$ .

**D3)** Un système nonlinéaire (3.1) peut avoir un vecteur de degré relative  $rv = (r_1 \ \dots \ r_m)^T$  au voisinage de n'importe quel point  $x \in \Omega$ , si pour tout  $i = 1, \dots, m$

$$\begin{cases} (i)L_g L_f^k h_i(x) = 0 & \text{pour } k < r_i - 1 \\ (ii)L_g L_f^k h_i(x) \neq 0 & \text{pour } k = r_i - 1 \end{cases} \quad (3.2)$$

### 3.2.3 Hypothèses

Pour atteindre les objectifs de notre travail, les hypothèses suivantes ont été adoptées. Au voisinage de n'importe quel point dans la trajectoire de système  $x_0 \in \Omega$ .

**A1)** On choisit  $s$  sorties (avec degré relatif  $r_j$ ) pour définir la première composante de la transformation.

Par souci de simplicité, on suppose que ces sorties sont données par les premières  $s$  sorties  $y_1, \dots, y_s$ . Pour toutes les sorties  $y_j$ , on forme  $r_j$ , d'où on définit les transformations comme suit

$$z = \Phi(x) = ( \phi_1 \quad \dots \quad \phi_s \quad \bar{\phi}_{s+1} \quad \dots \quad \bar{\phi}_p )^T \quad (3.3)$$

où

$$\begin{aligned} \phi_i &= ( h_i(x) \quad \dots \quad L_f^{r_i-1} h_i(x) )^T, \text{ pour } i = 1, \dots, s \\ \bar{\phi}_j &= ( h_j(x) \quad \dots \quad h_m(x) )^T, \text{ pour } j = s+1, \dots, p \end{aligned} \quad (3.4)$$

**A2)** le degré relatif du système (1) par rapport à  $h(x)$  est connue, sa dynamique des zéros est asymptotiquement stable.

**A3)** Le mapping  $\Phi(x) = \text{col} \{ \phi_1(x), \dots, \phi_p(x) \}$  est un difféomorphisme locale au voisinage de tout point  $x_0 \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$ , ce qui conduit à

$$x = \Phi^{-1}(z) \quad (3.5)$$

**A4)** Le sous-système  $x_j$  est uniformément observable comme dans [49] pour tous les points  $\phi_i(x)$ ,  $\bar{\phi}_j$ ,  $u$  et  $f$ .

**A5)** L'entrée du système  $u$  est limitée par une couche frontière,  $f_i(t)$  est un vecteur borné, ce qui veut dire, il existe un nombre réel positive  $\bar{f}_i$  tel que  $|f_i(t)| \leq \bar{f}_i$ .  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $w_i(x)$  sont aussi des fonctions bornées par rapport à leurs arguments.

### 3.2.4 Transformation de coordonnées

Aux fins d'une analyse générale de faisabilité, considérons le système (3.1). Si les hypothèses 1-5 sont satisfaites. Alors les équations peuvent être écrites dans un nouvel espace  $z = \Phi(x)$  comme suit

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + v(u, z, \bar{z}) + \sum_{j=1}^q W_j(z, \bar{z}) f_j(t) \\ y = Cz \end{cases} \quad (3.6)$$

où  $z = ( z^{1T} \quad \dots \quad z^{sT} )^T$ ,  $z^i$  est la  $i^{\text{ième}}$  partition de l'état  $z$ ,

$W_j(z, \bar{z}) = ( W_j^1(z, \bar{z}) \quad \dots \quad W_j^s(z, \bar{z}) )^T$ ,  $A = \text{diag}[A_1, \dots, A_s]$ ,  $C = \text{diag}[C_1, \dots, C_s]$  pour  $i = 1, \dots, s$ . Le  $i^{\text{ième}}$  sous-système du système (3.6) peut être composé par les formes normales suivantes :

$$\begin{cases} \dot{z}^i = A_i z^i + v^i(u, z, \bar{z}) + \sum_{j=1}^q W_j^i(z) f_j(t) \\ y_i = C_i z^i \end{cases} \quad (3.7)$$

où  $A_i = \begin{pmatrix} 0 & I_{r_i-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$ ,  $z^i = \begin{pmatrix} z_1^i & \cdots & z_{r_i}^i \end{pmatrix}^T$ ,

$W_j^i(z) = \begin{pmatrix} W_{1j}^i & \cdots & W_{n_j j}^i \end{pmatrix}^T$ ,  $W_{lj}^i = L_{\omega_j} L_f^l h_i(\Phi^{-1}(x))$

et  $v^i = \sum_{j=1}^m (L_f^{r_i} h_i(\Phi^{-1}(x)) + L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(\Phi^{-1}(x)) u_j)$

Pour aboutir à nos résultats principaux, les hypothèses spécifiques suivantes sont imposées [115].

**A6)** les matrices de distribution d'entrées inconnues  $W^i(z)$  et  $v^i(u, y, z)$  sont des fonctions Lipchitziennes par rapport à l'argument  $z$  pour tout  $i = 1, \dots, q$ .

**A7)** La dynamique des états qui sont estimés comme sortie (3.7) des  $s$  sous-systèmes peut être écrite sous la forme suivante :

$$\dot{y}_i = z_i^2 + \sum_{j=1}^q W_{1j}^i \mathbf{f}_j \quad (3.8)$$

où  $W_{1j}^i(z, \bar{z}) = 0$  pour  $j > i$ , et  $W_{1i}^i(z, \bar{z}) \neq 0$  pour  $i = 1, \dots, m$ .

### 3.2.5 Position du problème

Le problème considéré dans ce travail est la synthèse d'un observateur robuste à grand gain avec un mode glissant d'ordre supérieur pour l'estimation des états et la reconstruction des défauts pour une classe de systèmes multi-entrées et multi-sorties Lipchitziens non-linéaire soumis à des défauts et entrées inconnues. Notre objectif est alors d'estimer l'état du système et reconstruire les défauts  $\mathbf{f}(t)$  dès leur occurrence dans le système. Notons aussi que l'objectif principal de la méthode proposée est de réduire le phénomène de chattering ainsi qu'assurer la stabilité et la robustesse de l'observateur global. Pour cela, nous précisons les tâches principales conduisant à la synthèse d'une technique robuste de reconstruction de défauts comme suit :

- Synthèse d'un observateur à grand gain comme (3.6) pour garantir la bornitude de l'erreur de l'estimation pour chaque sous-système  $z_1, \dots, z_s$ ,
- Synthèse du mode glissant d'ordre supérieur basé sur l'algorithme du super-twisting pour traiter les signaux de défauts,
- Reconstruction des défauts via l'injection équivalente de l'erreur de sortie des termes du mode glissant d'ordre supérieur.

## 3.3 Synthèse de l'observateur global

Considérons le sous-système (3.7) satisfaisant les hypothèses 5-7, un observateur peut être développé sous la forme :

$$\dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + v^i(u, \hat{z}) + L_i (y_i - C_i \hat{z}^i) + \sum_{j=1}^q \tau_j (e_1^i) \quad (3.9)$$

où  $L_i = ( l_1^i \ \dots \ l_{r_i}^i )$ , pour tout  $i = 1, \dots, s$

tels que  $L_i$  est le gain de l'observateur,  $\hat{z}$  est l'estimation du vecteur d'état. En définissant l'erreur telle que  $e = z - \hat{z}$  et  $e^i = z^i - \hat{z}^i$ , la dynamique de l'erreur de l'observateur est donnée comme suit

$$\dot{e}^i = (A_i - L_i C_i) e^i + \tilde{v}^i(u, z, \hat{z}) + \sum_{j=1}^q (W_j^i(z) f_j(t) - \tau_j(e_1^i)) \quad (3.10)$$

Où  $\tau(e_1^i)$  est le terme robuste calculé par l'estimation du mode glissant d'ordre supérieur, dans ce travail, on adopte l'algorithme super-twisting avec gain adaptatif de l'observateur du mode glissant proposé par [75],

$$\tau(e_1^i) = \alpha_i(t) |e_1^i|^{1/2} \text{sign}(e_1^i) + \beta_i(t) \int_0^t \text{sign}(e_1^i) d\tau$$

Où  $\lambda_i(t), \alpha_i(t)$  sont les gains de l'algorithme qui sont en fonction du temps, plus de détails concernant ce point sera donné dans la partie analyse globale d'observateur.

**Remarque 1 [115] :** Dans la synthèse de l'observateur, les signaux de défauts du système considéré peuvent être remplacés par les termes  $\tau(e_1^i)$  qui sont fournis via l'algorithme du super-twisting.

De la même façon que dans (3.9), l'observateur global peut être également écrit sous la forme

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + Bv + L(y - C\hat{z}) + \sum_{j=1}^q \tau_j(e_1^i) \quad (3.11)$$

où  $L = \begin{bmatrix} L_1 & \dots & L_s \end{bmatrix}$ .

Etant donné que la structure des matrices  $(A_i, C_i)$  satisfait la contrainte lipchitzienne comme mentionnée dans l'hypothèse 6, un observateur à grand gain peut être synthétisé de telle sorte à garantir que l'erreur d'estimation converge asymétriquement vers zéro [49]. Considérons l'observateur (3.11), le gain de retour  $L$  est donnée par

$$L = \text{diag} \left[ S_1^{-1}(\theta_1) C_1^T \ \dots \ S_k^{-1}(\theta_s) C_k^T \right] \quad (3.12)$$

où  $S_i(\theta_i)$  est la solution unique de l'équation de Lyapunov

$$-\theta_i S_i(\theta_i) - A_i^T S_i(\theta_i) - S_i(\theta_i) A_i + C_i^T C_i = 0 \quad (3.13)$$

où  $\theta_j$  est un paramètre positif.

En raison de l'observabilité du  $(C_i, A_i)$ ,  $S_i(\theta_i)$  est définie positivement avec un forme spécial [49].

$$(S_i(\theta_i))_{j,k} = (S_i(1))_{j,k} \frac{1}{\theta_I^{j+k-1}} \quad (3.14)$$

où  $1 \leq j \leq r_i$ , et  $1 \leq k \leq r_i$ . De (3.6) et (3.9), la dynamique de l'erreur est réécrite comme suit

$$\dot{e}^i = (A_i + S_i^{-1}(\theta_i) C_i^T C_i) e^i + \sum_{j=1}^m (W_j^i(z) f_j(t) - \tau_j(e_1^i)) \quad (3.15)$$

**Remarque 2 :** L'erreur dépend essentiellement de la limite supérieure des défauts. Cependant elle peut être réduite en choisissant un grand  $\theta$  [115].

La stabilité globale de l'observateur sera discutée dans la section suivante.

### 3.4 Analyse de la stabilité globale

Le lemme suivant porte sur les conditions qui maintiennent l'erreur d'estimation des sous-systèmes bornées.

**Lemme :** *Considérons le sous-système (3.9), si les hypothèses 3-5 sont satisfaites. Alors il existe  $\theta_0 > 0$  tel que si  $\theta > \theta_0$  avec laquelle la bornitude de la dynamique de l'erreur est garantie.*

**Preuve du lemme [115] :** Par souci de simplicité, dans cet analyse, on met  $\Gamma_i(\theta_i)$  et  $\Gamma(\theta)$  pour désigner la matrice diagonale, d'où on aura les équations suivantes :

$$\Gamma_i(\theta_i) = \text{diag}\left(1, \frac{1}{\theta_i}, \dots, \frac{1}{\theta_i^{r_i-1}}\right) \quad \Gamma(\theta) = \text{diag}(\Gamma(\theta_1), \Gamma(\theta_2), \dots, \Gamma(\theta_k)) \quad (3.16)$$

et

$$\begin{aligned} S_i(\theta_i) &= \frac{1}{\theta_i} \Gamma_i(\theta_i) S(1_i) \Gamma_i(\theta_i) \\ \Gamma_i(\theta_i) A_i \Gamma_i^{-1}(\theta_i) &= \theta_i A_i \\ C_i \Gamma_i(\theta_i) &= C_i \Gamma_i^{-1}(\theta_i) = C_i \end{aligned} \quad (3.17)$$

où  $S_i(1)$  est la solution (3.13) pour  $\theta_i = 1$ . En mettant

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^i &= \Gamma_i(\theta_i) \mathbf{e}^i = (\mathbf{e}_1^i \quad \mathbf{e}_2^i \quad \dots \quad \mathbf{e}_{r_i}^i)^T \\ \mathbf{e} &= \Gamma(\theta) \mathbf{e} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Il peut être établi que

$$\dot{\mathbf{e}}^i = \theta_i \bar{A}_i \mathbf{e}^i + \Gamma(\theta_i) \tilde{\nu}(u, z, \hat{z}) + \Gamma(\theta_i) (W^i(z) \mathbf{f}(t) - \tau(e_1^i)) \quad (3.19)$$

où  $\bar{A}_i = A_i - S_i(\theta_i) C_i^T C_i$ .

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i(\mathbf{e}^i) = \mathbf{e}^{iT} S_i(1) \mathbf{e}^i \quad (3.20)$$

En la dérivant en fonction du temps, on obtient alors

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\theta_i \mathbf{e}^{iT} S(1_i) \mathbf{e}^i - \theta_i \|C_i \mathbf{e}^i\| + 2\mathbf{e}^{iT} S(1_i) \Gamma(\theta_i) \tilde{\nu}(u, z, \hat{z}) \\ &\quad + 2\mathbf{e}^{iT} S(1_i) (W^i(z) \mathbf{f}(t) - \tau(e_1^i)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

En supposant  $\theta_i > 1$  et selon l'hypothèse 6, on obtient

$$\Gamma(\theta_i) \tilde{\nu}_i(u, z, \hat{z}) \leq \varrho_k \mathcal{L}_{\nu_i} \|\mathbf{e}^i\| \quad (3.22)$$

Il peut être aussi démontré que  $(W^i(z)f(t) - \tau(e_1^i)) \leq b_{W_i}(\bar{f}(t) + \sigma)$  avec une limite supérieur  $b_{\bar{W}_i}$

Par conséquent, d'après (3.13) on aura

$$\dot{V}_i \leq -\theta_i V_i + 2q\rho_k \mathcal{L}_{\nu_i} \|e^i\| + b_{W_i}(\bar{f}(t) + \sigma) \quad (3.23)$$

Cela mène à

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^s \leq -\theta V + 2q\rho_k \mathcal{L}_{\nu_i} \rho V + 2qb_W \lambda_{max}(S_1) \|e^i\| \quad (3.24)$$

où  $\theta = \inf\{\theta_1, \dots, \theta_k\}$ ,  $S_1 = \text{Sup}\{S_{1_1}, \dots, S_{1_k}\}$ ,  $b_\pi = \text{Sup}_i \left\{ \sum_{j=1}^q b_{W^i}^i(\bar{f}_j + \rho_j) \right\}$

Le théorème suivant se focalise sur la stabilité de la dynamique de l'erreur dans le système global incluant la stabilité de l'estimation via le mode glissant d'ordre supérieur.

**Théorème :** *Considérons le système (3.6), avec l'observateur synthétisé comme dans (3.9), où  $\tau_j$  sont calculés par l'algorithme du super-twisting, tels que*

$$\begin{cases} \alpha_i(t) = 2\sqrt{\varphi_i(t)} \\ \beta_i(t) = 4\varphi_i(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

La loi adaptative de la fonction  $\varphi_i(t)$  est donnée par

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} k & \text{if } |e_i(t)| \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.26)$$

où  $k > 0$  est un constant positive.

Il existe  $\theta^* > 0$  telle que  $\forall \theta > \theta^*$ , l'observateur est asymptotiquement stable localement au voisinage de zéro.

**Preuve du théorème :** Selon l'hypothèse 7, la première dynamique de l'erreur  $e_1^i$  de la dynamique de l'erreur  $e^i$  à partir de (3.15) peut être exprimée comme suit

$$\dot{e}_1^i = -l_1^i e_1^i + e_2^i + \tilde{\nu}_1^i(u, z, \hat{z}) \sum_{j=1}^{i-1} (W_{1j}^i f_j - \tau(e_1^j)) + W_{11}^1 f_1(t) - \tau(e_1^i) \quad (3.27)$$

Considérons le premier sous système pour  $i = 1$

$$\dot{e}_1^1 = -l_1^1 e_1^1 + e_2^1 + \tilde{\nu}_1^1(u, z, \hat{z}) + W_{11}^1 f_1(t) - \tau(e_1^1) \quad (3.28)$$

Elle peut être formulée comme suit

$$\begin{cases} \dot{e}_1^1 = \alpha_1(t)\xi_1^1 + \xi_2^1 \\ \dot{\xi}_1^1 = |e_1^1|^{1/2} \text{sign}(e_1^1) \\ \dot{\xi}_2^1 = -\beta_1(t)\text{sign}(e_1^1) + \dot{\phi}_1 \end{cases} \quad (3.29)$$

telle que

$$\dot{\phi}_1 = -l_1^1 \dot{e}_1^1 + \theta_1 \dot{e}_2^1 + \dot{\tilde{\nu}}_1^1(u, z, \hat{z}) + W_{11}^{11} \dot{f}_1(t) + \dot{W}_{11}^{11} f_1(t) \quad (3.30)$$

Pour démontrer la convergence de l'observateur précédent, considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V_1(\zeta^1, \tilde{\varphi}_1) = \frac{1}{\varphi(t)^2} \zeta^{1T} \mathcal{P}_1 \zeta^1 + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_1^2 \quad (3.31)$$

où

$$\zeta^{1T} = \left[ |e_1^1|^{1/2} \text{sign}(e_1^i) \quad \dot{\xi}_2^1 \right] \quad (3.32)$$

et

$$\mathcal{P}_1 = \begin{bmatrix} 2\alpha_1(t) + \beta_1^2(t) & -\lambda_1(t) \\ -\lambda_1(t) & 2 \end{bmatrix}$$

Le système (3.32) peut être réécrit comme

$$\dot{\zeta}^1 = \frac{1}{2|\zeta_2^1|} \bar{\mathcal{A}}_1 \zeta^1 + \mathcal{B}_1 \dot{\phi}_1 \quad (3.33)$$

où  $\bar{\mathcal{A}}_1 = \begin{bmatrix} -2\alpha_1(t) & 1 \\ -2\beta_1(t) & 0 \end{bmatrix}$  et  $\bar{\mathcal{B}}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

A partir le *lemme 1* qui assure la bornitude de la dynamique de l'erreur  $e_1^i$  et sous l'hypothèse 5-6, on obtient

$$\begin{aligned} \|l_1^1 \dot{e}_1^1\| &\leq \kappa_{11}, \quad \|\theta_1 e_2^1\| \leq \kappa_{12} \\ \|\tilde{v}_1(u, z, \hat{z})\| &\leq \kappa_{13}, \quad \|\dot{W}_{11}^1 f_1(t)\| \leq \kappa_{14} \\ \|W_{11}^1 \dot{f}_1(t)\| &\leq \kappa_{15} \end{aligned} \quad (3.34)$$

où  $\kappa_{11}, \kappa_{12}, \kappa_{13}, \kappa_{14}$ , et  $\kappa_{15}$  sont des constants non-négatifs. Par conséquent

$$\|\dot{\phi}_1\| \leq \kappa_*^1 \quad (3.35)$$

D'où, à partir la dérivée en fonction du temps de (3.31), il en résulte

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{\sigma_1^1}{\hat{\varphi}} (\zeta_1^T \mathcal{P}_1 \zeta_1)^{1/2} + \sigma_2^1 \left( \frac{\tilde{\varphi}_1}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.36)$$

où  $\sigma_1^1 = \lambda_{\min}(\mathcal{Q}_1)/(\lambda_{\max}(\mathcal{P}_1))^{1/2}$ , et

$$\mathcal{Q}_1 = \begin{pmatrix} 8\varphi_1^{3/2} - \varphi_1 - 4\kappa_1^* & \varphi_1^{1/2} \\ \varphi_1^{1/2} & 2\varphi_1^{1/2} - 1 \end{pmatrix}$$

La matrice  $\mathcal{Q}_1$  est définie positive si

$$8\varphi_1^{3/2} - \varphi_1 - \frac{\varphi_1}{2\varphi_1^{1/2} - 1} > 4\kappa_1^* \quad (3.37)$$

D'où (3.36) peut être réécrite,

$$\dot{V}_1 \leq -\sigma_3^1 \left( \frac{1}{\varphi(t)^2} \xi^{1T} \mathcal{P}_1 \xi^1 + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_1^2 \right)^{1/2} \quad (3.38)$$

avec  $\sigma_3^1 = \text{Min}(\sigma_1^1, \sigma_2^1)$

Considérons (3.38), il en résulte que  $e_1^1$  et  $\dot{e}_1^1$  converge asymptotiquement au voisinage de

zéro.

Donc, le terme équivalent de  $\tau(e_1^1)$  est obtenu à partir (3.28) comme suit

$$0 = e_1^2 + \tilde{v}(u, z, \hat{z}) + W_{11}^1 f_1 - \tau(e_1^1) \quad (3.39)$$

Selon l'hypothèse 6, on a  $\tilde{v}_1(u, z, \hat{z}) = 0$ , d'où

$$\tau(e_1^1) = e_1^2 + W_{11}^1 f_1 \quad (3.40)$$

De la même manière pour le sous-système 1, on peut démontrer que

$$\tau(e_i^1) = \chi(e_i^2, \hat{z}) + W_{1i} f_i \quad (3.41)$$

d'où pour le  $i$ -ième sous-système on a

$$\begin{aligned} \dot{e}_1^i &= \alpha_i(t) \xi_i^1 + \xi_2^i \xi_1^i = |e_i^1|^{1/2} \text{sign}(e_i^1) \\ \dot{\xi}_2^i &= -\beta_i(t) \text{sign}(e_i^1) + \dot{\phi}_i \end{aligned} \quad (3.42)$$

telle que

$$\dot{\phi}_i = -l_1^i \dot{e}_1^i + \theta_i \dot{e}_2^i + \dot{v}_i^1(u, z, \hat{z}) + \dot{\chi}(e_i^2, \hat{z}) + W_{11}^1 \dot{f}_i(t) + \dot{W}_{1i} f_i(t) \quad (3.43)$$

Pour démontrer la convergence de l'observateur, considérons la fonction de Lyapunov suivante qui est une fonction définie positive

$$V_i(\zeta^i, \tilde{\varphi}_i) = \frac{1}{\varphi_i(t)^2} \zeta_i^{iT} \mathcal{P}_i \zeta_i^1 + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_i^2 \quad (3.44)$$

où

$$\zeta^{iT} = \begin{bmatrix} \xi_1^i & \xi_2^i \end{bmatrix}$$

,

$$\mathcal{P}_i = \begin{bmatrix} 2\beta_i(t) + \alpha_i^2(t) & -\alpha_i(t) \\ -\alpha_i(t) & 2 \end{bmatrix}$$

Le système (3.33) peut être exprimé comme suit,

$$\dot{\zeta}^i = \frac{1}{2|\zeta_2^i|} \bar{\mathcal{A}}^1 \zeta^i + \mathcal{B}_i \dot{\phi}_i \quad (3.45)$$

tel que  $\bar{\mathcal{A}}_i = \begin{bmatrix} -2\alpha_i(t) & 1 \\ -2\beta_i(t) & 0 \end{bmatrix}$

Donc, à partir la dérivée de (3.44) en fonction du temps et en supposant que

$$\|\dot{\phi}_i\| \leq \kappa_*^i \quad (3.46)$$

Il en résulte

$$\dot{V}_i \leq -\frac{\sigma_1^i}{\hat{\varphi}} (\zeta_i^T \mathcal{P}_i \zeta_i)^{1/2} + \sigma_2^i \left( \frac{\tilde{\varphi}_i}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.47)$$

où  $\sigma_1^i = \lambda_{\min}(\mathcal{Q}_i) / (\lambda_{\max}(\mathcal{P}_i))^{1/2}$ , et  $\mathcal{Q}_i = \begin{pmatrix} 8\varphi_i^{3/2} - \varphi_i - 4\kappa_i^* & \varphi_i^{1/2} \\ \varphi_i^{1/2} & 2\varphi_i^{1/2} - 1 \end{pmatrix}$  La matrice  $\mathcal{Q}_i$  est définie positive si

$$8\varphi_i^{3/2} - \varphi_i - \frac{\varphi_i}{2\varphi_i^{1/2} - 1} > 4\kappa_i^* \quad (3.48)$$

Il s'ensuit à partir (3.47) que  $e$  et  $\dot{e}$  convergent vers zéro dans un temps fini. Par conséquent, l'erreur de l'observateur converge asymptotiquement au voisinage de zéro. Cela complète la démonstration. L'observateur proposé global peut être reformulé comme suit

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + \hat{v}^i(u, \hat{z}) + l_i(y_i - C_i \hat{z}^i) + \sum_{j=1}^q \tau_j(e_1^i) \\ l_i = S_i^{-1}(\theta_i) C_i^T \\ \tau_j(e_1^i) = \alpha_i(t) |e_1^i|^{1/2} \text{sign}(e_1^i) + \dot{\mu}(e_1^i) \\ \mu(e_1^i) = \beta_i(t) \text{sign}(e_1^i) \end{cases} \quad (3.49)$$

Finalement, l'estimation du mapping (3.47) est exprimée comme

$$\hat{z}^i = \hat{\Phi}^i(x) = (\hat{\phi}_1^i, \dots, \hat{\phi}_{r_i}^i)^T \in \mathfrak{R}^n$$

Par conséquent, en se basant sur la transformation inverse, l'observateur global (11) dans les coordonnées originales peut être réécrit comme

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x}, u) + \sum_{j=1}^m \tau_j(t) + \left( \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}}^{-1} \begin{pmatrix} L_1 (y_1 - \hat{z}_1^1) \\ \vdots \\ L_s (y_s - \hat{z}_1^s) \\ 0_{(p-s) \times 1} \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Où  $0_{(p-s) \times 1}$  se réfère pour les états du sous-système  $\bar{z}$  qui peuvent être traitées comme leurs sorties.

### 3.5 Reconstruction des défauts

Il est supposé dans cette section que le mode glissant d'ordre supérieur proposé dans la section précédent a été synthétisé. L'objectif alors est de reconstruire le système défauts basé sur l'observateur proposé via l'injection de l'erreur de sortie équivalente.

La première dynamique de l'erreur du sous-système  $e_1^i$  de la dynamique de l'erreur  $e^i$  peut être réécrite comme suit

$$\dot{e}_1^i = -l_1^i e_1^i + \theta_i e_2^i + \tilde{v}_i(u, z, \hat{z}) + \sum_{j=1}^{i-1} (\tau_j - W_{1j}^i f_j(t)) + \tau_i - W_{1i}^i f_i(t) \quad (3.51)$$

Comme mentionné dans la section précédant,  $e_1^i$  et  $\dot{e}_1^i$  convergent vers zéro dans un temps finis, et selon l'hypothèse 6-7. Une injection d'un signal équivalent peut être obtenue par l'expression suivante

$$\tau_i^{eq} = \theta_i e_2^i + \tilde{v}_i(u, z, \hat{z}) + \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j e_2^j + W_{1i}^i f_i(t) \quad (3.52)$$

En supposant que les fonctions  $W_{1i}^i \neq 0$ , d'où, les estimations de  $f_i(t)$  sont directement reconstruit comme

$$\hat{f}_i(t) = (W_{1i}^i)^{-1} \left( \tau_i^{eq} - \theta_i e_2^i - \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j e_2^j \right) \quad (3.53)$$

## 3.6 Exemple de simulation

Dans cette section, pour vérifier l'efficacité de l'observateur proposé, nous l'appliquons au bras d'un robot à joint flexible étudiée dans [103].

### 3.6.1 Modèle dynamique

En dénotant par  $\theta_m, \omega_m, \theta_l$  et  $\omega_l$ , la position et la vitesse angulaire du moteur à courant continu et du bras respectivement, le modèle non linéaire d'un robot à joint flexible avec incertitudes est décrit par le système d'équations suivant

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m = \omega_m \\ \dot{\omega}_m = \frac{k}{J_m}(\theta_m - \theta_l) - \frac{S}{J_m}\omega_m + \frac{K_\tau}{J_m}u \\ \dot{\theta}_l = \omega_l \\ \dot{\omega}_l = -\frac{K}{J_l}(\theta_l - \theta_m) - \frac{mgb}{J_l}\sin(\theta_l) \end{cases} \quad (3.54)$$

Où  $\theta_m$  et  $\omega_m$  sont respectivement, la positions et la vitesse angulaires du moteur à courant continu,  $\theta_l$  et  $\omega_l$  sont respectivement la position et la vitesse du bras.  $J_m$  et  $J_l$  signifient l'inertie du moteur et du bras, respectivement,  $K$  représente la constante élastique, l'entrée de commande  $u$  est le couple du moteur,  $m$  représente la masse du bras,  $g$  est la gravité,  $b$  est le centre de gravité,  $K_\tau$  est la constante de raideur du ressort, et  $S$  est le coefficient de frottement visqueux. Afin d'évaluer l'efficacité de l'approche proposée, on introduit certaines perturbations dans le modèle nominale qui peut être exprimé comme suit :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta_m \ \omega_m \ \theta_l \ \omega_l]^T$$

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x, u) + \sum_{j=1}^2 \omega_j(x) f_j(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.55)$$

tel que

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -48.6x_1 - 12.5x_2 - 48.6x_3 \\ x_4 \\ 19.35x_1 - 19.35x_3 - 83.45 \sin(x_3) \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$f_1$  et  $f_2$  désignent les défauts,  $w(x)$  leurs matrices de distribution.

$$w(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.1 & 1 \\ 1 & 0.02 \\ 0.2 & 0.98 \end{bmatrix}$$

### 3.6.2 Transformation des coordonnées

Les sorties sont  $y_1 = h_1(x) = x_1$  et  $y_2 = h_2(x) = x_2$  qui ont des degrés relatifs  $r_1 = 1$  et  $r_2 = 3$  respectivement. La transformation des coordonnées est choisie comme

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & L_f h_2(x) & L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix}^T \quad (3.56)$$

Les sorties dans le nouveau espace sont  $y_1 = x_1^1$  et  $y_2 = x_2^1$ . Notons que les hypothèses 1-3 sont bien vérifiées dans ce système. Le vecteur de transformation peut être exprimé comme suit

$$Z = \Phi(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -48.6x_1 - 12.5x_2 - 48.6x_3 \\ 607.5x_1 + 107.65x_2 - 607.5x_3 + 48.6x_4 \end{bmatrix}$$

$$\left[ \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & 12.5 & 48.6 & 0 \\ 607.5 & 107.65 & 607.5 & 48.6 \end{bmatrix}$$

Les deux sous-systèmes dans le domaine d'observation sous les nouvelles coordonnées sont exprimés comme suit

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1^1 \\ - \\ \dot{z}_2^1 \\ \dot{z}_2^2 \\ \dot{z}_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ z_2^2 \\ z_2^3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1^1 \\ - \\ v_1^2 \\ v_2^2 \\ v_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ - & - \\ 0 & 1 \\ 0.5 & 1.54 \\ 7^1 & 0.74 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

tel que  $v_1^1 = 0$ ,  $v_1^2 = 21.6u$ ,  $v_2^2 = -252u$ ,  $v_3^2 = -24.375z_1^2 + 68.1z_2^2 + 1.25z_3^2 - 161.838\sin(z_1^2 + 22z_2^2 + 35z_3^2) + 3335u$

### 3.6.3 Synthèse de l'observateur

Les observateurs pour les deux sous-systèmes sont synthétisés séparément. Les gains de retour sont obtenus par l'approche à grand gain comme suit

$$L_1 = \theta_1 L_2 = \begin{bmatrix} l_1^2 \\ l_2^2 \\ l_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ 2\theta_2^2 \\ 4\theta_2^2 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

L'observateur peut être exprimé selon (3.9) comme suit

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{z}}_1^1 \\ - \\ \dot{\hat{z}}_1^2 \\ \dot{\hat{z}}_2^2 \\ \dot{\hat{z}}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ \hat{z}_2^2 \\ \hat{z}_3^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1^1 \\ - \\ v_1^2 \\ v_2^2 \\ v_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1^1 e_1^1 \\ - \\ l_1^2 e_1^2 \\ l_2^2 e_1^2 \\ l_3^2 e_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ - & - \\ 0 & 1 \\ 0 & 0.2 \\ 9.7 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1(e_1^1) \\ \tau_2(e_1^2) \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Les termes de compensation robustes sont obtenus comme suit :

$$\begin{aligned}\tau_1(e_1^1) &= \alpha_1(t)|e_1^1|^{1/2}\text{sign}(e_1^1) + \beta_1(t) \int_0^t \text{sign}(e_1^1) d\nu \\ \tau_2(e_1^2) &= \alpha_2(t)|e_1^2|^{1/2}\text{sign}(e_1^2) + \beta_2(t) \int_0^t \text{sign}(e_1^2) d\nu\end{aligned}\quad (3.60)$$

Les gains adaptatifs  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont calculés comme illustré dans la section 4.

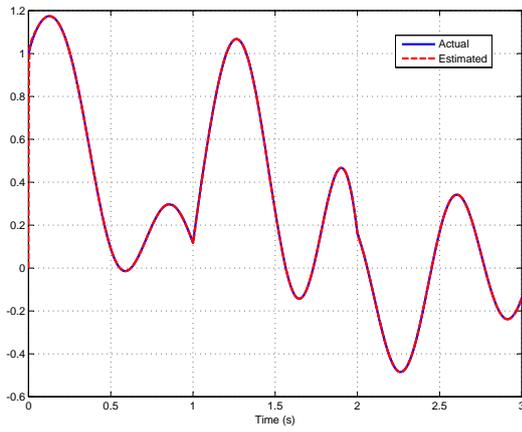
### 3.6.4 Résultats de simulation

Dans cette section, les résultats de simulation sont présentés pour prouver l'efficacité de l'approche d'estimation et de reconstruction des défauts proposée dans les sections précédentes. Soient  $x_0 = (1 \ 2 \ 1 \ 3)^T$  et  $\hat{x}_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$  les conditions initiales, une entrée constante de commande  $u = 0.1Nm$  est appliquée pour le système, les paramètres de synthèse de l'observateur sont données dans le **Tableau 3.1**. Un bruit aléatoire est introduit sur la sortie mesurée, pour vérifier la robustesse de la méthode en question. Les signaux de défauts  $\mathbf{f}(t)$  agissant sur le système sont choisis comme suit

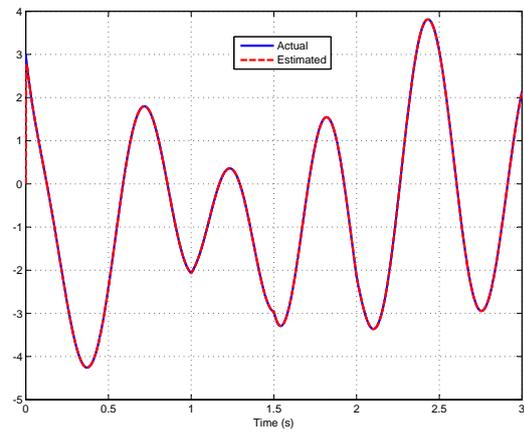
$$\mathbf{f}_1(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1 \\ 4\sin(2t) + 4\sin(8t) & 1 < t \leq 2 \\ 0 & 2 \leq t \leq 3 \end{cases} \quad (3.61)$$

$$\mathbf{f}_2(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1 \\ 8 & 1 < t \leq 1.5 \\ -8 & 1.5 \leq t \leq 2 \\ 0 & 2 \leq t \leq 3 \end{cases} \quad (3.62)$$

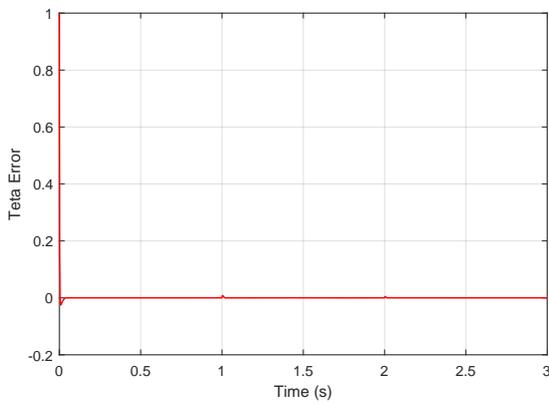
Les deux Figures 3.3 and 3.4 montrent les performances d'estimation des états sous défauts  $\mathbf{f}_1(t)$  et  $\mathbf{f}_2(t)$  respectivement. Les états estimés  $x_1$  et  $x_2$  convergent vers les vraies valeurs. Un bon accord entre l'état réelle et celui estimé est atteint via le terme robuste proposé. La reconstruction des signaux de défauts à partir du mode glissant d'ordre supérieur est montrée dans les figures 3.5 et 3.6 sans bruit de mesures. Dans les figures 3.7 et 3.8, l'estimation des défauts sous bruits de mesures montre clairement la robustesse de l'observateur proposé. En comparant avec les résultats de simulation dans [115], la méthode proposée dans cette thèse est plus performante, les défauts sont complètement reconstruits par le gain adaptatif robuste de l'algorithme du super-twisting et phénomène de chattering généré par le mode glissant classique a été parfaitement réduit. L'approche proposée est globalement efficace et elle est applicable aux systèmes multivariables non linéaires incertains.



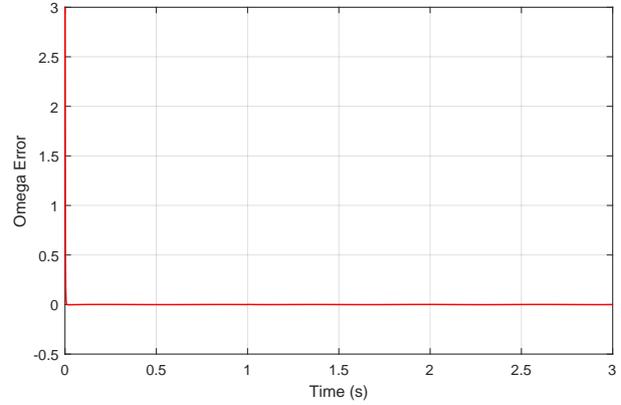
**Figure 3.1** –  $\theta_m$  et  $\hat{\theta}_m$  en présence de défauts



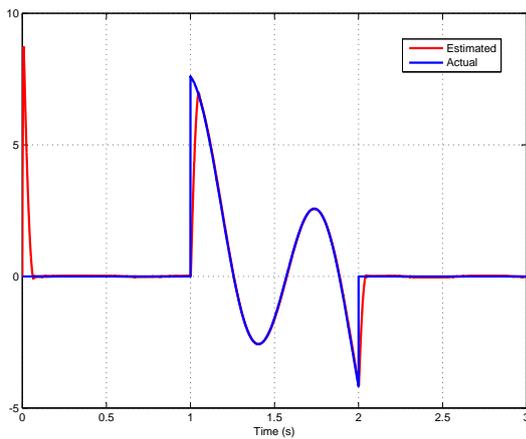
**Figure 3.2** –  $\omega_m$  et  $\hat{\omega}_m$  en présence de défauts



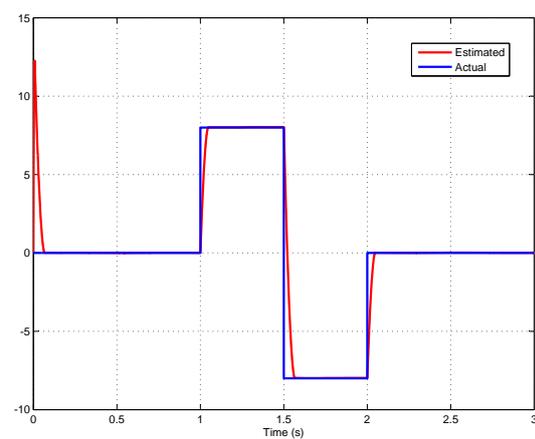
**Figure 3.3** – Dynamique de l'erreur entre  $\theta_m$  et  $\hat{\theta}_m$



**Figure 3.4** – Dynamique de l'erreur entre  $\omega_m$  et  $\hat{\omega}_m$



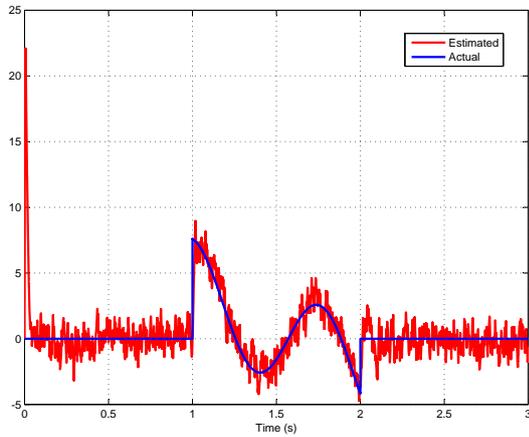
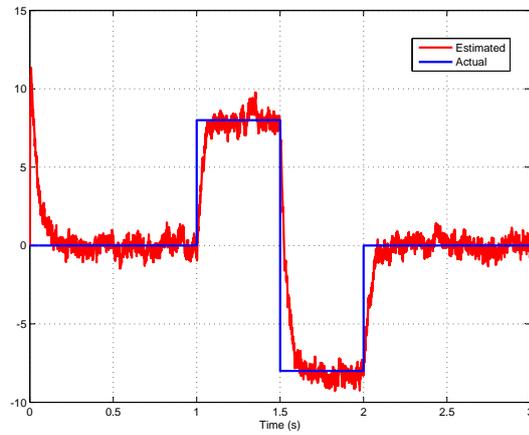
**Figure 3.5** – La reconstruction du défaut  $f_1$



**Figure 3.6** – La reconstruction du défaut  $f_2$

**Table 3.1** – Paramètres de l'observateur

$\theta_1 = 5$	$\alpha_1 = 8$	$\beta_1 = 7$
$\theta_2 = 22$	$\alpha_1 = 21$	$\beta_1 = 41$

**Figure 3.7** – La reconstruction du défaut  $f_1$  sous bruits de mesure.**Figure 3.8** – La reconstruction du défaut  $f_2$  sous bruits de mesure.

### 3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, le problème de l'estimation des états et la reconstruction des défauts de façon conjointe a été considéré pour une classe de systèmes non linéaires multi-variable avec défauts, l'observateur à grand gain a été employé pour le système nominal. Tandis que l'algorithme du super-twisting a été utilisé pour traiter les signaux de défauts via le signal d'injection de l'erreur de sortie équivalente. Grâce à ce dernier, l'observateur proposé a permis de reconstruire les défauts sans présence du phénomène du chattering, la stabilité globale de l'observateur a été prouvée en utilisant le théorème de Lyapunov. Les résultats de simulation de la technique proposée appliquée à un bras de robot manipulateur montrent son efficacité et sa robustesse.

## Chapitre 4

# Observateur à grand gain avec mode glissant et adaptation floue type-2 intervalle pour les systèmes non linéaires MIMO incertains

---

### 4.1 Introduction

La majorité des systèmes industriels peuvent être considérées comme des systèmes multi-variables soumis à de fortes non linéarités et incertitudes incluant des variations de paramètres, des erreurs de modélisation et des perturbations externes. La raison principale pour laquelle certaines techniques classiques sont moins précises est que les non-linéarités et les incertitudes dans tels systèmes ne sont pas correctement compensés. Récemment, pour surmonter ce problème, les systèmes par logique floue (FLS) grâce à leurs capacités d'approximation et d'adaptation et les réseaux neuronaux (NN) en raison de leurs capacités d'apprentissage et d'adaptation ont été largement adoptés dans la conception des approches de contrôle, d'observation et de diagnostic pour les systèmes non linéaires incertains [58]. Les systèmes flous ont prouvé leurs performances dans le traitement des problèmes liés à l'observation et à la commande à travers plusieurs travaux de recherche qui existent dans la littérature, grâce à la possibilité d'incorporer des informations linguistiques que numériques.

Récemment, La logique floue de type-2 a gagné une popularité dans un large éventail d'applications en raison de sa capacité à gérer des degrés plus élevés d'incertitude, car elle peut facilement les modéliser et minimiser leurs effets. Dans ce contexte, J.Mendel a développé toute une théorie complète des systèmes flous de type-2, pour plus de détails voir [90].

À ce jour, ces techniques floues ont été utilisées dans la prise de décision, la résolution d'équations de relations floues, la prévision des séries chronologiques, l'approximation des fonctions, le contrôle du mobile et le prétraitement des données . Les systèmes flous en tant qu'approximateurs de fonctions universels ajustés de façon adaptative ont été largement adoptés dans les systèmes de commande et d'observations des systèmes non linéaires incertains . Plusieurs approches floues adaptatives de type-2 ont été présentées dans la littérature pour résoudre les problèmes d'estimation des systèmes non linéaires inconnus .

Comme cité ci-dessus, il a été prouvé que les systèmes flous sont capables d'approximer n'importe quelle fonction continue sur un ensemble compact [20] [118]. Ils ont également été considéré comme des approximations universels, pour cela, plusieurs techniques d'observation et de commande floues adaptatives ont été développées pour les systèmes non linéaires avec des dynamiques non modélisées . Généralement, la stabilité de ce type d'approches est prouvée via la théorie de Lyapunov. L'un des atouts principaux des méthodologies d'observation ou de commande basées sur les systèmes flous adaptatifs est que la condition sur la paramétrisation linéaire des dynamiques non linéaires incertains n'est plus exigée, c'est pourquoi ils sont les plus usités dans la pratique que les systèmes adaptatifs classiques.

Des contributions importantes sur les systèmes non linéaires ont été apportées dans les papiers mentionnés ci-dessus. Motivés par ces travaux, dans ce chapitre, nous proposons la conception d'un observateur étendu de type grand gain avec une estimation par modes glissants et un algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif pour une large classe de systèmes non linéaires multi-variables. La classe considérée ici est une extension de la classe considérée dans le chapitre précédent. En effet, le modèle est composé de la dynamique nominale avec le modèle des dynamiques non modélisés. La méthode proposée utilise une combinaison d'observateur à grand gain, le mode glissant d'ordre supérieur (Super-Twisting) et les systèmes flous type-2. L'observateur à grand gain est conçu pour la dynamique nominale du système, tandis que l'estimation du mode glissant d'ordre supérieur est employée pour traiter les défauts, l'algorithme flou est conçu pour compenser les dynamiques inconnues du système. La principale contribution de l'observateur proposé à l'instar de celui proposé dans [115] est l'introduction des deux techniques du mode glissant d'ordre supérieur et la logique floue type-2 qui est utilisé avec certaines lois adaptatives appropriées et la théorie du mode glissant comme un terme robuste additif pour approximer les fonctions non linéaires inconnues et les limites supérieures inconnues de l'approximation, respectivement. Sur la base du théorème de Lyapunov, la stabilité globale de l'observateur est prouvée.

Ce chapitre est structuré comme suit : La partie 2 donne la description du système à étudier avec certains préliminaires avant la conception de l'observateur. Ce dernier, va être présenté en détail dans la partie 3. Dans la partie 4, la stabilité globale de l'obser-

vateur va être prouvée. La partie 5 se focalise sur la reconstruction des défauts via la technique d'injection du signal de l'erreur équivalente. Afin de valider les performances de l'approche d'observation proposée, elle sera testée sur un exemple académique par simulation.

## 4.2 Préliminaires et description du système étudié

La classe des systèmes dynamiques considérée dans ce chapitre est décrite par les équations d'états d'un modèle non linéaire multi-variable affine en la commande avec des dynamiques non modélisées sujet aux défauts :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta(x, t) + \sum_{j=1}^m g_j(x)u_j + \sum_{j=1}^q \omega_j(x)\mathbf{f}_j(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.1)$$

où

$x(t) \in \mathfrak{R}^n \subset \Omega$  : est le vecteur d'état du système,

$u(t) \in \mathfrak{R}^m$  : est l'entrée de commande supposée être connue,

$y(t) \in \mathfrak{R}^p$  : est le vecteur de sortie, telle que ( $n \geq p$ ),

$f(x), \Delta(x, t), g_i(x), \omega_j(x)$  : sont des champs de vecteurs lisses dans  $\Omega$ ,

$h_j(x), j = 1, \dots, p$  : sont des fonctions lisses.

Les non linéarités inconnues  $\Delta(x, t)$  représentent les dynamiques non modélisées, les incertitudes paramétriques et les perturbations externes, tandis que  $\mathbf{f} \in \mathfrak{R}^q$  désignent les entrées inconnues ainsi que les défauts agissants sur le système, qui sont totalement inconnues, avec ( $q \leq p < n$ ).

Similaire au chapitre précédent, dans ce qui suit, la transformation des coordonnées va être adoptée, où les propriétés et les hypothèses globales seront conservées.

### 4.2.1 Transformation des coordonnées

Sans perte de généralité, si les hypothèses 1-2 (voir le chapitre 3) sont satisfaites, alors il existe un difféomorphisme global  $Z = \Phi(x)$  avec  $Z(0) = 0$  et  $Z \in \mathfrak{R}^n$ , permettant de transformer (4.1) en une forme canonique comme suit

$$\begin{cases} \dot{Z} = \mathcal{A}Z + \nu(u, y) + \Lambda(z, \Theta^*) + \sum_{j=1}^q \mathcal{W}_j(z)\mathbf{f}_i(t) \\ y = \mathcal{C}Z \end{cases} \quad (4.2)$$

tels que  $Z = (z \quad \bar{z})^T$ ,  $z = (z^1 \quad \dots \quad z^l)^T$  et  $\bar{z} = (\bar{z}^1 \quad \dots \quad \bar{z}^{n-l})^T$ ,  $z^i$  ( $i = 1, l$ ) est la  $i^{\text{ième}}$  partition de l'état  $z$  et  $\bar{z}^j$  ( $j = 1, n-l$ ) est la  $j^{\text{ième}}$  partition de l'état  $\bar{z}$ ,  $\mathcal{W}(z) =$

$$\begin{pmatrix} W(z)_{l \times q} & 0 \end{pmatrix}^T, A = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix}, A = \text{diag}[A_1, \dots, A_l], \bar{A} = \text{diag}[\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_{n-l}],$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} I_{l \times l} & 0 \\ 0 & C_{(p-l) \times (n-l)} \end{bmatrix}, C = \text{diag}[C_1, \dots, C_{n-l}], \nu(u, y) = \begin{bmatrix} v(u, y) & \bar{v}(u, y) \end{bmatrix}^T,$$

$$\Lambda(z, \Theta^*) = \left[ \Lambda_1(z, \Theta^*) \quad \Lambda_2(\bar{z}, \bar{\Theta}^*) \right]^T \text{ Pour } i = 1, \dots, s.$$

Avant d'énoncer le résultat principal de ce chapitre, nous avons besoin des hypothèses additionnelles suivantes.

**A1)** Il existe un vecteur de fonctions  $\delta_1(z, \Theta)$  et  $\delta_2(z, \Theta)$  et une fonction scalaire  $\eta_i$  ( $i = 1, 2$ ) telles que

$$\begin{aligned} P\Lambda_1(\bar{z}, \Theta) &= C^T \delta_1(\bar{z}, \Theta), \quad \|\delta_1(z, \Theta)\| \leq \eta_1(y) \\ \bar{P}\Lambda_2(\bar{z}, \Theta) &= C^T \delta_2(\bar{z}, \Theta), \quad \|\delta_2(\bar{z}, \Theta)\| \leq \eta_2(y) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Avec  $P^{(l) \times (n-l)}$  et  $\bar{P}^{(n-l) \times (n-l)}$  sont des fonctions symétriques définies positives, solutions des équations de Lyapunov suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^T P + P \mathcal{A} &= -Q \\ \bar{\mathcal{A}}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{\mathcal{A}} &= -\bar{Q} \end{aligned} \quad (4.4)$$

où  $Q > 0$  et  $\bar{Q} > 0$  tels que  $\mathcal{A}_i = A_i - L_i C_i$ ,  $\bar{\mathcal{A}}_i = \bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i$  Sont strictement *Herwitz*, où la conception de  $L$  et  $\bar{L}$  sera discutée plus tard.

**A2)** Le vecteur de distribution  $W^i(z)$  est Lipchitzien par rapport à  $z$  pour tout  $i = 1, \dots, q$ .

**A3)** Les dynamiques de l'état considérées comme des sorties (4.2) des  $m$  sous-systèmes ont la structure suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \vdots \\ \dot{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2^1 \\ z_2^2 \\ \vdots \\ z_2^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ W_{11}^2(z) & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{11}^m(z) & W_{12}^m(z) & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_q \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

telles que  $W_{1i}^i(z, \bar{z}) \neq 0$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Notons que les matrices diagonales  $W_{1i}^i(z, \bar{z})$  dans la matrice de distribution des entrées inconnues dans l'équation (4.5) peuvent être normalisé en matrice unité pour simplicité [115].

Le  $i^{\text{ième}}$  sous-système du système (4.2) dans les nouvelles coordonnées  $Z = \Phi(x)$  peut être représenté par la forme normale suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}^i = A_i z^i + v^i + \Lambda_1^i(z, \Theta^*) + \sum_{k=1}^q W_k^i(z) \mathbf{f}_k(t) \\ y_i = C_i z^i \\ \dot{\bar{z}}^j = \bar{A}_j \bar{z}^j + \bar{v}^j + \Lambda_2^j(\bar{z}, \Theta^*) \\ \bar{y}_i = \bar{C}_i \bar{z}^i \end{cases} \quad (4.6)$$

tel que

$$W(z) = \begin{bmatrix} L_{w_1} h_1 & \cdots & L_{w_q} h_1 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{w_1} h_l & \cdots & L_{w_q} h_l \end{bmatrix}^T \quad (4.7)$$

avec

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & I_{r_i-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_i = (1 \ 0 \ \dots \ 0), \text{ pour } i = 1, n$$

$$\bar{A}_i = \begin{pmatrix} 0 & I_{\bar{r}_i-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{C}_i = (1 \ 0 \ \dots \ 0), \text{ pour } i = 1, n-l$$

$$v^i = \begin{bmatrix} v_1^i & \dots & v_{r_i}^i \end{bmatrix}, \bar{v}^j = \begin{bmatrix} \bar{v}_1^j & \dots & \bar{v}_{\bar{r}_j}^j \end{bmatrix} \text{ où}$$

$$v_s^i = \begin{cases} L_f^s h_i(\Phi^{-1}(x)) & \text{pour } s = 1, r_i - 1 \\ L_f^s h_i(\Phi^{-1}(x)) + L_g L_f^{s-1} h_i(\Phi^{-1}(x)) u_i & \text{pour } s = r_i \end{cases}$$

$$\bar{v}_s^i = \begin{cases} L_{\bar{f}}^s h_j(\Phi^{-1}(x)) & \text{pour } s = 1, \bar{r}_j - 1 \\ L_{\bar{f}}^s h_j(\Phi^{-1}(x)) + L_{g_j} L_{\bar{f}}^{s-1} h_j(\Phi^{-1}(x)) u_j & \text{pour } s = \bar{r}_j \end{cases}$$

$$\Lambda^i = \begin{pmatrix} L_{\Delta f} h_i(x) & \dots & L_{\Delta f}^{r_i} h_i(x) \end{pmatrix}^T$$

pour  $i = 1, \dots, l$ ,  $j = 1, \dots, n-l$ , et  $k = 1, \dots, q$ .

**Remarque 1** Dans ce chapitre, il a été supposé que le degré relatif global  $r = \sum_{i=1}^s r_i + (m - s) = m$ . Cependant, dans le cas où  $r < n$ , il existe des dynamiques internes, supposées être localement asymptotiquement stable.

## 4.2.2 Position du problème

Le problème considéré dans ce chapitre est la conception d'un observateur à grand gain robuste avec un algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif pour l'estimation d'état et des défauts pour une classe de systèmes non linéaires incertains. L'objectif principal est de pouvoir estimer les défauts  $\mathbf{f}(t)$  agissant dans un système sujet aux dynamiques non modélisées et aux entrées connues.

Pour cela, nous formulons les tâches suivantes pour aboutir à notre objectif :

- Synthèse d'un observateur à grand gain pour maintenir l'erreur d'estimation bornée pour tous les sous-systèmes  $z_1, \dots, z_k$ .
- Synthèse d'un estimateur par mode glissant d'ordre supérieur afin de reconstruire les défauts.
- Synthèse d'un algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif qui va être utilisé comme un approximateur universel des fonctions non linéaires inconnues des dynamiques non modélisées. La loi d'adaptation sera calculée dans l'analyse de la stabilité globale de l'observateur.
- Conception d'un terme robuste, à base de mode glissant, qui va être ajouté à l'observateur principale pour compenser l'erreur d'estimation de l'algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif. La bornitude de l'erreur d'estimation globale est ajustée par une loi adaptative.

## 4.3 Conception de l'observateur global

### 4.3.1 Synthèse de l'observateur à grand gain

#### 4.3.1.1 Synthèse de l'observateur pour le premier sous-système

Dans cette section, nous proposons la synthèse de l'observateur pour le premier sous-système qui n'est pas affecté par les incertitudes

Pour le sous-système (4.6) satisfaisant les hypothèses 6-7, si le modèle est parfaitement connu i.e.,  $\eta_1 = 0$ , alors un observateur de la forme suivante peut être conçu :

$$\dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + v^i + L_i (y_i - C_i \hat{z}^i) + \sum_{j=1}^q W_j^i(\hat{z}) \tau_j(e_1^i) \quad (4.8)$$

telle que  $L_i = (l_1^i \ \dots \ l_k^i)$ , pour tous  $i = 1, \dots, k$

où  $L_i$  est le gain d'observation, et  $\hat{z}$  représente l'estimation du vecteur d'état. En définissant l'erreur comme  $e = z - \hat{z}$  et  $e^i = z^i - \hat{z}^i$ , la dynamique de l'erreur d'observation est obtenu alors

$$\dot{e}^i = (A_i - L_i C_i) e^i + \sum_{j=1}^q (W_j^i(z) \mathbf{f}_j(t) - W_j^i(\hat{z}) \tau_j(e_1^i)) \quad (4.9)$$

avec  $e^i = z^i - \hat{z}^i$  et  $\tau(e_1^i)$  est un terme robuste de valeur scalaire obtenu à partir l'estimation par mode glissant d'ordre supérieur, dans ce chapitre, nous considérons l'algorithme du super-twisting [75].

D'où

$$\tau(e_1^i) = \alpha_i(t) \text{sign}(e_1^i) + \beta_i \int_0^t \text{sign}(e_1^i) d\tau \quad (4.10)$$

Avec  $\alpha_i(t)$ ,  $\beta_i(t)$  sont les gains de l'algorithme qui varient en fonction du temps. Plus de détails sur ce point seront exposés dans la partie d'analyse de la stabilité globale de l'observateur.

Etant donné le premier sous-système (4.6), avec la structure des matrices  $(A_i, C_i)$ , satisfaisant la condition de Lipschitz comme dans l'hypothèse 8, un observateur à grand gain [49] peut être conçu pour assure la convergence de l'erreur d'estimation.

Pour l'observateur (4.8), le gain  $L$  peut être calculé comme suit

$$L = \text{diag} \left[ S_1^{-1}(\theta_1) C_1^T \ \dots \ S_k^{-1}(\theta_k) C_k^T \right] \quad (4.11)$$

avec  $S_i(\theta_i)$  solution unique de l'équation de Lyapunov

$$-\theta_i S_i(\theta_i) - A_i^T S_i(\theta_i) - S_i(\theta_i) A_i + C_i^T C_i = 0 \quad (4.12)$$

tel que  $\theta_j$  est un paramètre positif. Du à l'observabilité des  $(C_i, A_i)$ ,  $S_i(\theta_i)$  sont définies positives avec une forme spéciale définie dans [49]

$$(S_i(\theta_i))_{j,k} = (S_i(1))_{j,k} \frac{1}{\theta_i^{j+k-1}} \quad (4.13)$$

En plus,  $\theta_j$  est symétrique définie positive (SPD) pour tout  $\theta_j > 0$ .

D'où, on peut réécrire la dynamique de l'erreur d'estimation comme suit

$$\dot{e}^i = (A_i + S_i^{-1}(\theta_i)C_i^T C_i) e^i + \sum_{j=1}^m (W_j^i(z)\mathbf{f}_j(t) - W_j^i(\hat{z})\tau_j(e_1^i)) \quad (4.14)$$

**Remarque 2** La bornitude de l'erreur est essentiellement dépendante de la borne supérieure des signaux de défauts inconnus. Cependant, on peut la réduire en choisissant un  $\theta$  assez élevé.

#### 4.3.1.2 Synthèses de l'observateur pour le second sous système

Dans cette sous-section, nous donnons la méthodologie de conception de l'observateur proposée pour le système qui n'est pas affectée par les signaux de défauts

Considérons le second sous-système, avec  $\Lambda_2^i(\bar{z}, \Theta)$  dans (4.6) n'est pas parfaitement connue. De manière similaire au premier sous système, l'observateur va être de la forme

$$\dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + \bar{v}^i + \bar{L}_i(y_i - \bar{C}_i \hat{z}^i) + \hat{\Lambda}_2(\bar{z}, \Theta) \quad (4.15)$$

Avec  $\Lambda_2^i(\bar{z}, \Theta)$  sont des fonctions lisses positives inconnues qui peuvent être estimée via l'algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif qui va être discutée en détails dans la section suivante. La dynamique de l'observation peut être donnée comme suit

$$\dot{\bar{e}}^i = (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) \bar{e}^i + \tilde{\Lambda}_2^i(\bar{z}, \hat{z}) \quad (4.16)$$

avec  $\bar{e}^i = \bar{z}^i - \hat{z}^i$  et  $\tilde{\Lambda}^i(\bar{z}, \hat{z}) = \Lambda(\bar{z}) - \hat{\Lambda}^i(\hat{z})$ .

**Remarque 3 :** La procédure de synthèse de l'observateur à grand gain pour le second sous-système est similaire à celle du premier, par souci d'exhaustivité, nous l'omettons ici.

**Remarque 4 :** Dans la conception de l'observateur, la fonction inconnue  $\Lambda_2^i(\bar{z}, \Theta)$  et les signaux de défauts  $\tau(e_1^i)$  du système sont exactement remplacés par les termes robustes de valeurs scalaires qui sont donnés par l'algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif et le mode glissant d'ordre supérieur, respectivement, qui seront détaillés et discutés plus tard.

La stabilité de l'observateur va être discutée dans la section suivante.

### 4.3.2 Conception de l'algorithme flou de type-2 adaptatif

Afin de minimiser le comportement de la partie non linéaire inconnue de l'observateur, un terme additif via l'algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif est utilisé pour approximer la fonction inconnue  $\Lambda^*(.)$  en temps réel. L'objectif principale de  $\hat{\Lambda}_2(.)$  dans (4.15) est de traiter les incertitudes, tandis que  $\tau_j(e_1^i)$  dans (4.14) est spécialement conçu

pour traiter les signaux de défaut et pour améliorer en parallèle l'exactitude de l'estimation en présence de défauts. Pour atteindre l'objectif principal de l'observation, l'algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif est décrit dans la Section suivante.

#### 4.3.2.1 Systèmes à logique flou de type-2 intervalle

Dans cette section, nous proposons un algorithme flou de type-2 intervalle adaptatif avec une estimation par modes glissants afin de forcer le deuxième sous-système de (4.6) pour assurer une bonne performance de l'estimation en présence des dynamiques non modélisées, des incertitudes paramétriques et des perturbations externes.

Les systèmes de logique floue type-2 intervalle (IT2FLSs), qui sont un cas particulier des systèmes de logique floue type-2, sont actuellement les algorithmes les plus utilisés dans le domaine d'approximation des fonctions inconnues, grâce à leur coût réduit de compilation, et aussi leur simplicité d'utilisation. Ces algorithmes sont particulièrement utiles lorsqu'il est difficile de déterminer la fonction d'appartenance exacte, ou pour modéliser les diverses opinions des différents individus. Comme il a déjà été mentionné dans le chapitre 2, un système flou de type-2 intervalle est presque similaire à un système flou du type-1, la différence majeure réside dans le fait que au moins un parmi les ensembles flous dans la base de règle est un IT2FS. La sortie de la machine d'inférence est donc IT2FSs, et un réducteur de type est nécessaire pour les convertir en un ensemble flou de type-1 avant l'étape de défuzzification. Il existe cinq principales parties dans un IT2FLS : La Fuzzification, la base de règles, la machine d'inférence, la réduction du type et defuzzification. Comme il a été déjà illustré dans le chapitre 2, la sortie du système flou de type-2 peut être exprimée sous la forme suivante :

$$y = \frac{\Theta_l^T \xi_l + \Theta_r^T \xi_r}{2} \quad (4.17)$$

qui peut être réécrite sous cette forme générale

$$y = \Theta^T \Psi \quad (4.18)$$

avec  $\Theta^T = [\Theta_l^T \Theta_r^T]$  et  $\Psi^T = \frac{1}{2}[\xi_l^T \xi_r^T]$

Si les systèmes flous peuvent approximer toutes les fonctions continues non linéaires avec une précision arbitraire, alors ils seraient très utiles dans une grande variété d'applications.

**Lemme 1 (Théorème d'approximation universelle [117]) :** *Soit  $\Lambda(z, \Theta)$  une fonction continue définie dans ensemble compact  $\Omega$ . Alors, pour toute constante  $\varsigma > 0$ , il existe un système de logique floue (4.18) telle que*

$$\sup_{z \in \Omega} \|\Lambda(z, \Theta) - \Theta^T \Psi(z)\| \leq \varsigma \quad (4.19)$$

En considérant la Lemme 1, les systèmes flous sont des approximateurs universels, i.e., ils peuvent approximer n'importe quelle fonction lisse dans un ensemble compact. On

suppose que les termes non linéaires inconnus  $\Lambda_2^*(z, t)$  dans (4.15) peuvent être estimés par le système flou suivant  $\hat{\Lambda}(z, \Theta) = \hat{\Theta}^T \Psi(\hat{z})$ , tel que  $\hat{\Lambda}^i(z^i, \Theta^i)$  est considéré comme le modèle flou de  $\Lambda^i(z^i)$ . Par conséquent, on peut écrire

$$\Lambda^{i*}(z^i, \Theta^i) = \hat{\Lambda}^i(z^i, \Theta^i) + \epsilon^i \quad (4.20)$$

avec  $\epsilon^i$  est une constante positive qui représente l'erreur minimale d'approximation. Afin d'ajuster les paramètres dans les systèmes à logiques floues, nous devons dériver des lois adaptatives. Par conséquent, les estimations optimales des paramètres  $\Theta^{i*}$  sont définies par

$$\Theta^{i*T} = \arg \min_{\Theta^i \in \Omega_i} \left( \sup_{z^i \in U_i, \hat{z}^i \in \hat{U}_i} \|\Lambda^i(\hat{z}^i, \Theta^i) - \Lambda^i(z^i)\| \right) \quad (4.21)$$

tels que  $\Omega_i$ ,  $U_i$  et  $\hat{U}_i$  sont des ensembles compacts par rapport aux  $\Theta^i, z^i$  et  $\hat{z}^i$ , respectivement, qui sont définies comme suit  $\Omega_i = \{|\Theta^i| |\Theta^i| \}$ ,  $M_i, \Omega_i = \{|\bar{z}^i| |\bar{z}^i| \}$ ,  $N_i$  et  $\Omega_i = \{|\hat{z}^i| |\hat{z}^i| \}$ ,  $\hat{N}_i$ , tels que  $M_i, N_i$  et  $\hat{N}_i$  sont des constantes positifs.

L'erreur minimum d'approximation de du système flou  $\epsilon^i$  et l'erreur d'approximation  $\varepsilon^i$  sont définies par

$$\begin{aligned} \epsilon^i &= \Lambda^i(z^i) - \hat{\Lambda}^i(\hat{z}^i, \Theta^{i*}) \\ \varepsilon^i &= \Lambda^i(z^i) - \hat{\Lambda}^i(\hat{z}^i, \hat{\Theta}^i) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Un observateur pour le  $i$ -ième sous-système peut être conçu comme suit

$$\dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + B_i v^i + L_i (y_i - C_i \hat{z}^i) + (\hat{\Lambda}^i(z, t) + \epsilon_i) + \sum_{j=1}^q (W_j^i(z) \tau_j(e_1^i)) \quad (4.23)$$

**Remarque 5 :** Si  $\varepsilon_i$  est différent de zéro, on peut supposer que  $\varepsilon_i$  est bornée, alors, en se basant sur la théorie de mode glissant, un terme robuste  $v^{rb}$  est conçu pour compenser l'erreur d'approximation de l'algorithme flou.

#### 4.3.2.2 Convergence de l'erreur d'estimation dans le terme additif

Pour compenser l'erreur d'approximation de l'algorithme flou, un terme additif robuste  $v_i^{rb}$  est conçu basé sur la théorie de modes glissants, i.e.,

$$v_i^{rb} = -S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \text{sign}(e^i) \hat{\epsilon}_i \quad (4.24)$$

où  $\hat{\epsilon}$  est la valeur approximée des bornes de l'erreur qui est ajustée par

$$\dot{\hat{\epsilon}}_i = -\sigma_i (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(e^i) e^i \quad (4.25)$$

L'observateur proposé peut être reformulé par les équations suivantes

$$\dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + B_i v^i + L_i (y_i - C_i \hat{z}^i) + (\hat{\Lambda}^i(z, t) + \epsilon_i + v_i^{rb}) + \sum_{j=1}^q W_j^i(\hat{z}) \tau_j(e_1^i) \quad (4.26)$$

La dynamique de l'erreur d'observation peut être donné par

$$\dot{e}^i = (A_i - L_j C_i) e^i + (\tilde{\Lambda}^i(z, t) - \epsilon_i - v_{rb^i}) + \sum_{j=1}^q (W_j^i(z) \mathbf{f}_j(t)) - \sum_{j=1}^q (W_j^i(\hat{z}) \tau_j(e_1^i)) \quad (4.27)$$

Il peut être réécrit comme suit, pour la dynamique d'erreur  $e^i$

$$\dot{e}^i = \bar{A}_i e^i + \left( \tilde{\Theta}_i^T \Psi_i - \epsilon_i - v_i^{rb} \right) + \sum_{j=1}^q (W_j^i(z) \mathbf{f}_j(t)) - \sum_{j=1}^q (W_j^i(\hat{z}) \tau_j(e_1^i)) \quad (4.28)$$

La section suivante est dévolue à prouver la convergence de l'estimation vers la vraie valeur. Dans cette section, nous énonçons un théorème qui fournit les conditions de synthèse de notre observateur.

## 4.4 Analyse de la stabilité globale de l'observateur

**Théorème 1 :** *Considérons le système non linéaire décrit par (4.2). Avec un observateur conçu comme dans (4.6), tel que  $\hat{\Lambda}(\hat{z}, \hat{\Theta})$  est approximée par l'algorithme flou de type-2 adaptatif comme décrit dans la section 3, tandis que  $\tau(e_1^i)$  est estimé par l'algorithme super-twisting des modes glissants d'ordre supérieur (4.10),  $\Theta^*$  est ajusté d'une façon adaptative par (4.21), où les termes robustes  $v_i^{rb}$  sont conçu comme dans (4.24), pour compenser l'erreur d'estimation de l'algorithme flou dans lequel  $\epsilon_i$  sont ajustée par (4.25). L'erreur de l'observateur converge alors asymptotiquement au voisinage de zéro, d'où la stabilité de la méthodologie d'observation proposée est garantie*

**Preuve du théorème 1 :** Pour objectif de simplifier l'analyse, soient  $\Gamma_i(\theta_i)$  et  $\Gamma(\theta)$  dénotent des matrices diagonales, qui vérifient les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \Gamma_i(\theta_i) &= \text{diag}\left(1, \frac{1}{\theta_i}, \dots, \frac{1}{\theta_i^{n_i-1}}\right) \\ \Gamma(\theta) &= \text{diag}(\Gamma(\theta_1), \Gamma(\theta_2), \dots, \Gamma(\theta_k)) \end{aligned} \quad (4.29)$$

et

$$\begin{aligned} S_i(\theta_i) &= \frac{1}{\theta_i} \Gamma_i(\theta_i) S(1_i) \Gamma_i(\theta_i) \\ \Gamma_i(\theta_i) A_i \Gamma_i^{-1}(\theta_i) &= \theta_i A_i \\ C_i \Gamma_i(\theta_i) &= C_i \Gamma_i^{-1}(\theta_i) = C_i \end{aligned} \quad (4.30)$$

telle que  $S(1_i)$  est la solution de l'équation (4.25) pour  $\theta_i = 1$ .

En mettant

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^i &= \Gamma_i(\theta_i) e^i = \left( e_1^i \quad e_2^i \quad \dots \quad e_{n_i}^i \right)^T \\ \mathbf{e} &= \Gamma(\theta) e \end{aligned} \quad (4.31)$$

(4.28) peut être réécrite comme suit

$$\begin{aligned} \dot{e}^i &= \xi_1^i + \xi_2^i + \bar{A}_i e^i + \tilde{\Theta}_i^T \Psi_i + \epsilon_i + v_i^{rb} \\ \dot{\xi}_2^i &= -\alpha_i \text{sign}(e^i) + \dot{W}^i \mathbf{f}(t) + W^i \dot{\mathbf{f}}(t) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Pour prouver la convergence (Stabilité) de l'observateur précédent, considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V = V_1 + \dots + V_i$$

telle que

$$V_i(\mathbf{e}^i, \tilde{\varphi}, \tilde{\epsilon}) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^{iT} S_i(1) \mathbf{e}^i + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\Theta}^{iT} \tilde{\Theta}^i \frac{1}{2\sigma_i} \tilde{\epsilon}^{iT} \tilde{\epsilon}^i + \frac{1}{\theta(t)^2} \zeta^{iT} P_i \zeta^i + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^2 \quad (4.33)$$

telles que  $\mathbf{e}^i = \Gamma_i(\theta_i)(z^i - \hat{z}^i)$ ,  $\tilde{\epsilon}_i = \epsilon_i - \epsilon_i^*$ ,  $\tilde{\Theta}^i = \Theta^i - \Theta^{i*}$ , et  $\zeta^{iT} = [ |e_1^i|^{1/2} \text{sign}(e_1^i) \quad \phi_i ]$ ,  
 $P_i = \begin{bmatrix} 2\alpha_1 + \beta_1^2 & -\lambda \\ -\lambda & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\gamma_i$  et  $\sigma_i$  sont des constantes positives.

D'où, en dérivant (4.33) et en supposant que

$$\| \dot{W}^i \mathbf{f}(t) + W^i \dot{\mathbf{f}}(t) \| \leq \kappa_*^i \quad (4.34)$$

Il en résulte

$$\dot{V}_i \leq -\mathbf{e}^{iT} Q_i \mathbf{e}^i + \mathbf{e}^{iT} S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \tilde{\Theta}_i^T \Psi_i + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\Theta}_i^T \dot{\tilde{\Theta}}_i - \frac{\kappa_1^i}{\theta} (\zeta_i^T \mathcal{P}_i \zeta_i)^{1/2} + \mathbf{e}^{iT} S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) (\epsilon_i + v_i^{rb}) + \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\epsilon}_i^T \dot{\tilde{\epsilon}}_i \quad (4.35)$$

avec  $\Upsilon_1 = \lambda_{\min}(\mathcal{M}_i) / (\lambda_{\max}(\mathcal{P}_i))^{1/2}$ , et  $Q_i = \begin{bmatrix} 8\theta_i^{3/2} - \theta - 4\kappa_i & \theta^{1/2} \\ \theta^{1/2} & 2\theta^{1/2} - 1 \end{bmatrix}$

La matrice  $\mathcal{M}_i$  est définie positive si

$$8\theta_i^{3/2} - \theta - \frac{\theta}{2\theta^{1/2} - 1} > 4\kappa_i \quad (4.36)$$

Car  $Q_i > 0$  est strictement *Herwitz*, d'où,

$$-\mathbf{e}^{iT} Q_i \mathbf{e}^i < 0 \quad (4.37)$$

Pour les autres termes dans (4.35), i.e.,  $\mathbf{e}^{iT} S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) (\epsilon_i + v_i^{rb}) + \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\epsilon}_i^T \dot{\tilde{\epsilon}}_i$ , on a

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{iT} S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) (\epsilon_i + v_i^{rb}) + \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\epsilon}_i^T \dot{\tilde{\epsilon}}_i &= \epsilon_i^T S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \mathbf{e}^i - \mathbf{e}^{iT} S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \text{sign}(\mathbf{e}^i) \hat{\epsilon}_i) \\ &\quad + \frac{1}{\sigma_i} \tilde{\epsilon}_i^T (-\sigma_i (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(\mathbf{e}^i) \mathbf{e}^i) \\ &= \epsilon_i^T S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \mathbf{e}^i - \epsilon^T (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(\mathbf{e}^i) \mathbf{e}^i \\ &\leq \epsilon_i^T \text{sign}(\epsilon_i) (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(\mathbf{e}^i) \mathbf{e}^i - \epsilon_i^T (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(\mathbf{e}^i) \mathbf{e}^i \\ &= (\epsilon_i^T \text{sign}(\epsilon_i) - \epsilon_i^T) (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(\mathbf{e}^i) \mathbf{e}^i \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

En considérant (4.38), l'équation (4.35) peut être réécrite comme suit,

$$\dot{V}_i \leq -\mathbf{e}^{iT} Q_i \mathbf{e}^i - \kappa_{i3} \left( \frac{1}{\theta(t)^2} \zeta^{iT} \mathcal{P}_i \zeta^i + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^2 \right)^{1/2} \quad (4.39)$$

Avec  $\kappa_{i3} = \text{Min}(\kappa_{i2}, \kappa_{i2})$ . Donc, en utilisant (4.39) on peut montrer que  $\dot{V}$  est définie négative, i.e., au moins, si  $V$  tend vers zéro, alors  $e_i$  et  $\Phi_i^{-1}(e_i)$  sont égales à zéro, ce qui

veut dire que les estimations convergent vers leurs vraies valeurs.

Alors, on peut dire que  $e$  et  $\dot{e}$  convergent vers zéro en un temps fini. D'où, l'erreur d'observation converge asymptotiquement au voisinage de zéro. Ceci termine la démonstration du théorème.

Donc, l'observateur proposé pour le premier sous-système est donné par les équation suivantes

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}^i = A_i \hat{z}^i + B_i v^i + l_i (y_i - C_i \hat{z}^i) + \sum_{j=1}^q W_j^i(\hat{z}) \tau_j(e_1^i) \\ l_i = S_i^{-1}(\theta_i) C_i^T \\ \tau_j(e_1^i) = \alpha_i(t) |e_1^i|^{1/2} \text{sign}(e_1^i) + \dot{\mu}(e_1^i) \\ \mu(e_1^i) = \beta_i(t) \text{sign}(e_1^i) \end{cases} \quad (4.40)$$

Pour le deuxième sous-système

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}^i = \bar{A}_i \hat{z}^i + \bar{v}^i + \left( \hat{\Lambda}^i(\hat{z}\Theta) + v^{rbi} \right) + \bar{l}_i (y_i - \bar{C}_i \hat{z}^i) \\ \bar{l}_i = \bar{S}_i^{-1}(\bar{\theta}_i) \bar{C}_i^T \\ \hat{\Lambda}^i(\hat{z}\Theta) = \hat{\Theta}_i^T \Psi_i(z) \\ \dot{\hat{\Theta}}_i = -\gamma_i S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \Psi_i e^i \\ v_i^{rb} = -S_i(1) \Gamma_i(\theta_i) \text{sign}(e^i) \hat{e}_i \\ \dot{\hat{e}}_i = -\sigma_i (S_i(1) \Gamma_i(\theta_i))^2 \text{sign}(e^i) e^i \end{cases} \quad (4.41)$$

avec

$$\begin{cases} e^i = \Gamma_i(\theta_i) e^i \\ \Gamma_i(\theta_i) = \text{diag}\left(1, \frac{1}{\theta_i}, \dots, \frac{1}{\theta_i^{r_i-1}}\right) \end{cases} \quad (4.42)$$

L'estimation asymptotique  $\hat{x}$  du vecteur d'état  $x$  peut être facilement donnée comme suit

$$\hat{x} = \Phi^{-1}(\hat{Z}) \quad (4.43)$$

En utilisant la transformation inverse, l'observateur (4.1) dans l'espace originale peut être décrit comme suit

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \sum_{j=1}^m \omega_j(\hat{x}) \tau_j(e) + \Delta(z, t) + \left( \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}}^{-1} \begin{pmatrix} L_1 (y_1 - \hat{Z}_1^1) \\ \vdots \\ L_n (y_n - \hat{Z}_1^n) \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

## 4.5 Reconstruction du défaut à partir du terme robuste

Dans cette section, en supposant que l'observateur proposé dans la section précédente est synthétisé, l'objectif est de reconstruire les signaux de défauts en utilisant la sortie estimée de l'observateur ainsi que ses états. Comme illustré dans [115], la dynamique de l'erreur du sous-système correspondant  $e^i$  converge séquentiellement vers les modes

glissants de  $e_1^1 = 0, \dots, e_m^1 = 0$ . D'où, on aura  $e_1^1 = 0$  et  $\dot{e}_1^1 = 0$ ,  $x_1^1 = \hat{x}_1^1$ , la commande équivalente de  $\tau_j$  peut être obtenue à partir l'équation (4.10) comme suit :

$$\tau_1^{eq} = -e_2^1 + \mathbf{f}_1(t)$$

où  $\tau_1^{eq}$  représente la commande équivalente de la dynamique de  $\tau_1$ .

De façon similaire pour  $e_2^2$ , dans le mode glissant  $e_1^1 = 0$  et  $e_1^2 = 0$ , on peut écrire

$$\tau_2^{eq} = -e_2^2 + (W_{11}^2(z, \bar{z})\mathbf{f}_1(t) - W_{11}^2(\hat{z}, \bar{z})\tau_1^{eq}) + \mathbf{f}_2(t)$$

D'où, on aura

$$\tau_2^{eq} = \mathbf{f}_2(t) - e_2^2 + W_{11}^2(\hat{z}, \bar{z})e_2^1 \quad (4.45)$$

Tant que,  $W_{11}^2(z, \bar{z}) \approx W_{11}^2(\hat{z}, \bar{z})$  dans les modes glissants  $e_1^1$  et  $e_1^2$ , alors, dans les modes glissants  $e_2^1, \dots, e_m^2$ , la commande équivalente de  $\tau_m^{eq}$  peut être déduites, ce qui est similaire à (4.45) et aussi contient les dynamiques de l'erreur seconde de tous les sous-systèmes  $e_2^1, \dots, e_m^2$ .

En résumé, la commande équivalente de  $e_1^i$  peut être représentée comme suit

$$\tau_j(e_1^i) = \mathbf{f}_j + \chi_j^i(\cdot) \quad (4.46)$$

Où  $\chi_j^i(\cdot)$  est une fonction de résidu des dynamiques de l'erreur seconde des sous-systèmes. Pour estimer les signaux de défauts  $\mathbf{f}_j(t)$  à partir des termes robustes, il est nécessaire de récupérer l'injection du signal de l'erreur de sortie équivalente  $\tau_j(e_1^i)$ . En supposant que la fonction de  $W^i(z) \neq 0$ , alors l'estimation de  $\mathbf{f}(t)$  peut être construit comme énoncé dans le théorème suivant :

**Théorème 2 :** *Supposons que les conditions du Théorème 1 sont satisfaites, alors  $\hat{\mathbf{f}}(t)$  définies dans (4.46) est la reconstruction du défaut  $\mathbf{f}(t)$  d'où*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{f}(t) - \hat{\mathbf{f}}(t)\| = 0 \quad (4.47)$$

**Preuve du théorème 2 :** A partir les équations (4.46), on a

$$\begin{aligned} \|\mathbf{f}(t) - \hat{\mathbf{f}}(t)\| &= \|W^{i-1}(z)W^i(\hat{z}) \left( \bar{A}_i e^i + \tilde{\Theta}_i^T \Psi_i(z) - (\varepsilon_i + v_i^{rb}) \right)\| \\ &\leq \|W^{i-1}(z)W^i(\hat{z})\bar{A}_i\| e^i \end{aligned} \quad (4.48)$$

Tant que  $W^i(\hat{z})$  est supposée non singulière, alors à partir du théorème 1,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_{i1}\| = 0$ , et on a

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{f}(t) - \hat{\mathbf{f}}(t)\| = 0 \quad (4.49)$$

D'où, le Théorème 2 est prouvé.

## 4.6 Application sur un exemple académique

Dans cette section, pour vérifier l'efficacité de l'approche développée, l'observateur proposé est appliqué sur un bras manipulateur étudié dans [103]. La description du système considéré est donnée dans le chapitre 3.

### 4.6.1 Modèle du système avec les incertitudes paramétriques et défauts

Pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée par rapport aux incertitudes paramétriques et dynamiques non modélisées, un terme inconnu mais borné est ajouté dans le modèle qui a la forme suivante :

$$\Delta(x, \Theta) = [ 0 \quad 3\zeta(t) \quad 0 \quad 0 ]^T \quad (4.50)$$

Le modèle général avec la présence des dynamiques non modélisées et des défauts est donné par les équations suivantes

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u + \Delta(x, t) + \omega(x)\mathbf{f}(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.51)$$

Avec  $\mathbf{f}$  représentent les défauts, et  $w(x)$  leur matrice de distribution qui a la forme suivante.

$$w(x) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

### 4.6.2 Transformation des coordonnées

Les sorties  $y_1 = h_1(x) = x_1$  et  $y_2 = h_2(x) = x_2$  qui ont des degrés relatifs  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 3$  et  $r_3 = 1$  respectivement. La fonction de transformation des coordonnées est choisie comme suit

$$\Phi(x) = \left[ x_1 \quad x_2 \quad L_f h_2(x) \quad L_f^2 h_2(x) \right]^T \quad (4.52)$$

Les sorties du nouveau système transformé sont  $y_1 = x_1^1$  et  $y_2 = x_2^1$ . On peut facilement démontrer que ce système vérifie les hypothèses 1-3.

Les deux sous-systèmes dans le domaine d'observation sous les nouvelles coordonnées sont exprimés comme suit

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1^1 \\ - \\ \dot{z}_2^1 \\ \dot{z}_3^1 \\ \dot{z}_3^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ \bar{z}_2^1 \\ \bar{z}_3^1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1^1 \\ - \\ \bar{v}_1^1 \\ \bar{v}_2^1 \\ \bar{v}_3^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ \Lambda_1^1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1^1 \\ - \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{f}(t) \quad (4.53)$$

### 4.6.3 Conception de l'observateur

Dans ce qui suit, nous allons synthétiser l'observateur afin d'estimer conjointement les signaux de sorties et de défauts. L'observateur est conçu séparément pour les deux sous-systèmes.

$$L_1 = \theta_1 \bar{L}_1 = \begin{bmatrix} \bar{l}_1^1 \\ \bar{l}_2^1 \\ \bar{l}_3^1 \end{bmatrix} = \bar{S}_2^{-1}(\bar{\theta}_2) \bar{C}_2^T = \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1^2 \\ 2\bar{\theta}_1^2 \\ 4\bar{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

L'estimation par modes glissants des systèmes cités dessus peut être donnée comme suit

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{z}}_1^1 \\ - \\ \dot{\hat{z}}_1^1 \\ \dot{\hat{z}}_2^1 \\ \dot{\hat{z}}_3^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ \hat{z}_2^1 \\ \hat{z}_3^1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1^1 \\ - \\ \bar{v}_1^2 \\ \bar{v}_2^2 \\ \bar{v}_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1^1 e_1^1 \\ - \\ \bar{l}_1^1 \bar{e}_1^1 \\ \bar{l}_2^1 \bar{e}_1^1 \\ \bar{l}_3^1 \bar{e}_1^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ \hat{\Lambda}_1^1 + v_1^{rb1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ - \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_1(e_1^1) \quad (4.55)$$

Les termes robustes sont conçus en fonction de l'équation suivante

$$\tau_1(e_1^1) = \alpha_1(t)|e_1^1|^{1/2}\text{sign}(e_1^1) + \beta_1(t) \int_0^t \text{sign}(e_1^1) d\nu \quad (4.56)$$

Nous remarquons que l'observateur copie la structure du système tout en remplaçant les signaux de défauts par les termes robustes. les fonctions non linéaires inconnues ainsi que les signaux de défauts peuvent être estimés à partir les équations (4.20) et (4.45), respectivement.

#### 4.6.4 Résultats de simulation

Dans cette section, nous exposons certains résultats qui prouvent l'efficacité de la méthod ologie d'observation décrite dans les sections précédentes. Nous avons fixé l'état initial, l'estimation initiale de l'état et la valeur initiale de la loi d'adaptation comme suit  $x = (1 \ 2 \ 1 \ 3)^T$  et  $\hat{x} = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$  respectivement. Un couple d'entrée constant  $u = 0.1Nm$  est appliqué au système. Les paramètres de conception des observateurs sont indiqués dans le **tableau 4.1**. Étant donné que les paramètres et les perturbations externes sont incertains. Les signaux de défauts industriels typiques  $\mathbf{f}(t)$  et les incertitudes  $\Delta(x, t)$  sont sélectionnés comme suit

$$\mathbf{f}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 2 \\ 4 & 0 < t \leq 2.5 \\ 0 & 2.5 < t \leq 3.5 \\ -4 & 3.5 < t \leq 4 \end{cases} \quad (4.57)$$

$$\zeta(t) = \sin(2t + 1) \quad (4.58)$$

Les figures 4.1 et 4.2 montrent les résultats d'estimation en présence des défauts dans le premier sous-système. Les états mesurés  $x_1$  et  $x_2$  convergent vers leurs vraies valeurs avec certaines erreurs dues aux contraintes rencontrés lors de l'implémentation de l'algorithme flou de type-2. Les figures 4.3 et 4.2 monterent que les défauts sont compensés par les termes robustes avec une certaines tolérance de l'erreur due au même problème cités dessus . La partie non linéaire de l'observateur est estimée via l'algorithme IT2FLS adaptatif. Selon les résultats, l'observateur proposé a une performance robuste acceptable.

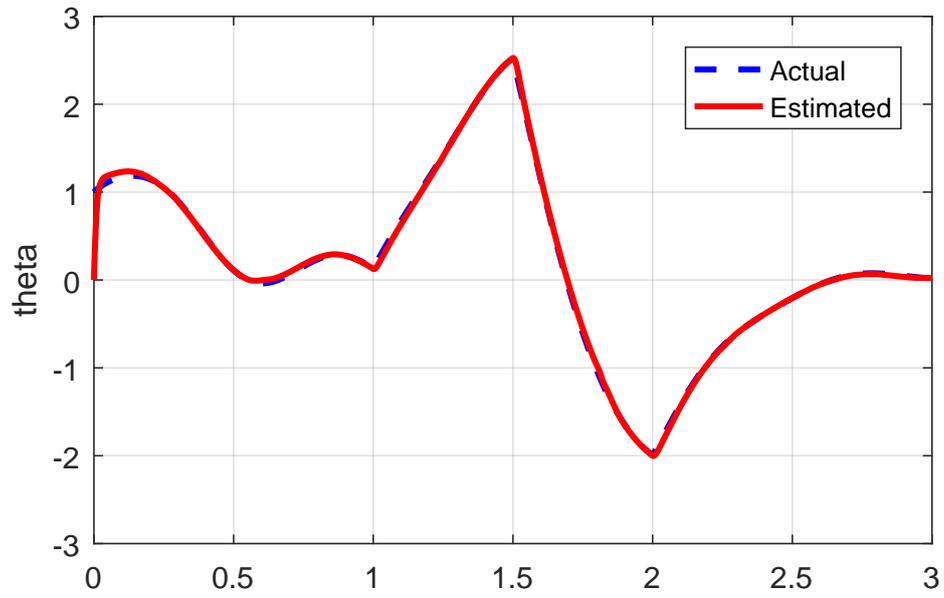


Figure 4.1 – L'estimation de l'état  $\hat{x}_1$

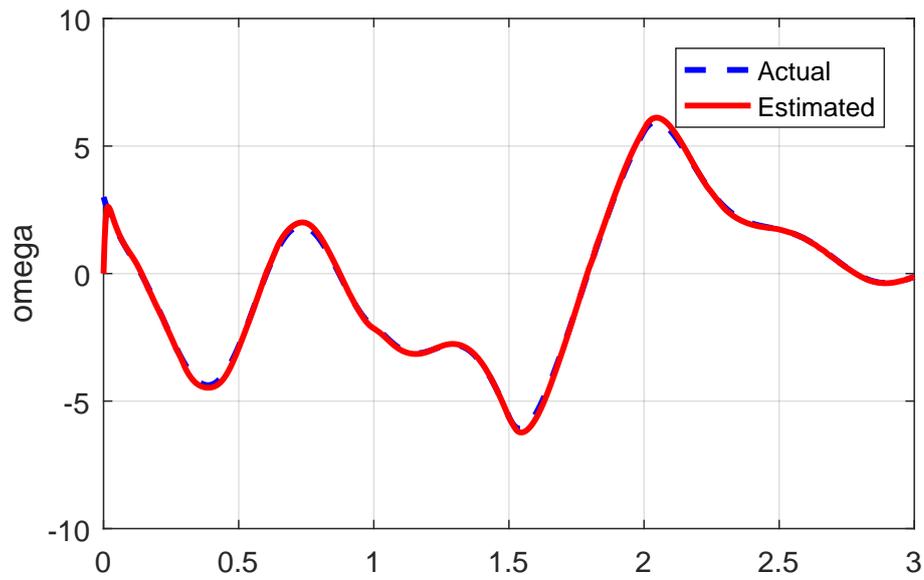
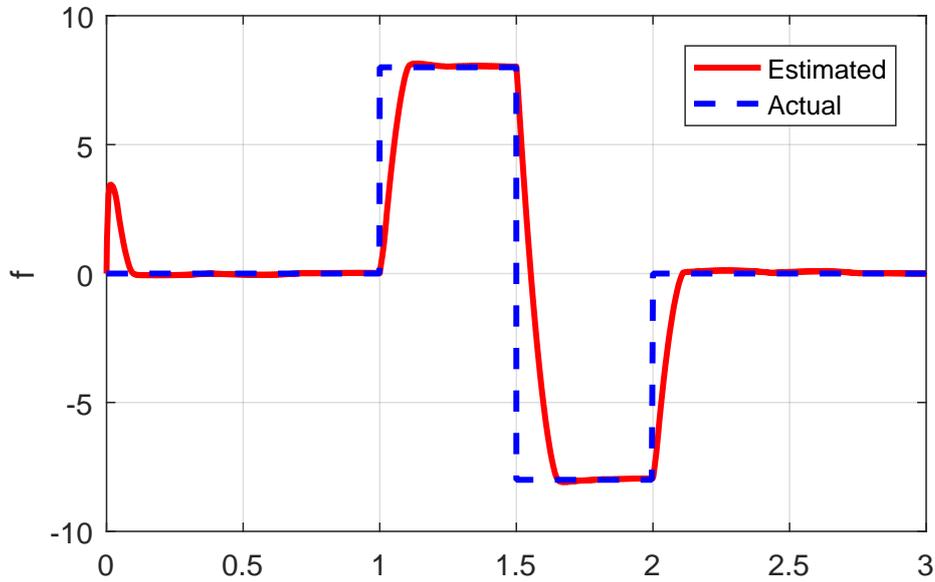


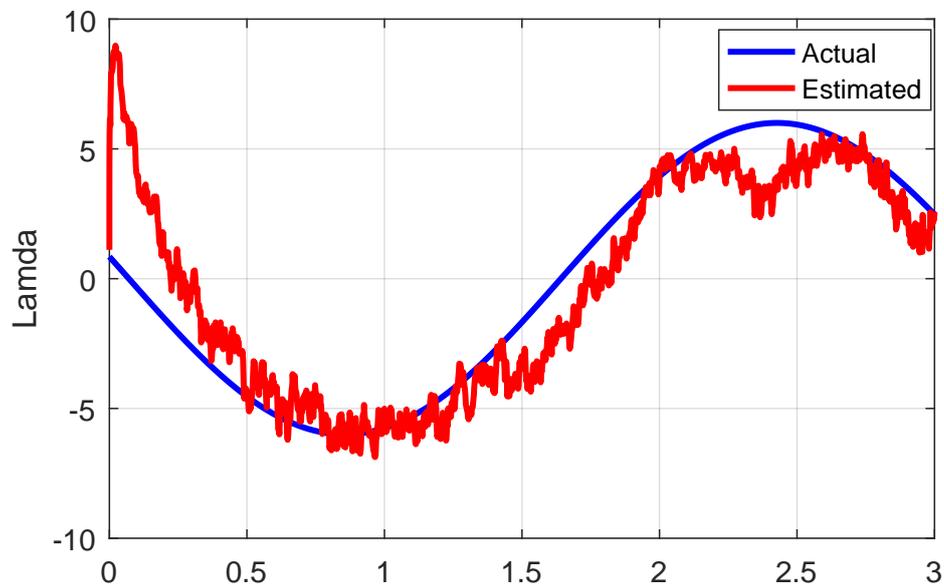
Figure 4.2 – L'estimation de l'état  $\hat{x}_2$

**Table 4.1** – Paramètres de l'observateur

$\theta_1 = 6$	$\gamma_1 = 2100$	$\sigma_1 = 75$	$\rho_1 = 24$
$\theta_2 = 4$	$\gamma_2 = 3400$	$\sigma_2 = 88$	$\rho_2 = 34$



**Figure 4.3** – La Reconstruction du défaut  $f_1$



**Figure 4.4** – L'estimation de la fonction inconnue  $\lambda_2$

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, le problème d'estimation et de reconstruction des défauts a été envisagé pour une classe de systèmes multi-variables non linéaires incertains. Nous avons étendu la conception de l'observateur proposé dans le chapitre 3 pour les systèmes non linéaires plus généraux avec incertitude en introduisant un algorithme IT2FLS adaptatif. Les systèmes flous type-2 ont été employés pour approximer la fonction non linéaire inconnue présentée comme des incertitudes. Nous avons essayé de traiter le problème de détection des défauts pour une classe pratique plus large de systèmes, par rapport à celles trouvées dans la littérature. Cette technique a le potentiel de surmonter certaines limites des approches précédentes. Un système de reconstruction des fautes est proposé qui peut être mis en œuvre en temps réel. Du point de vue théorique, le signal de reconstruction proposé peut approximer le signal de défaut à n'importe quelle précision requise même en présence de paramètres incertains. Il permet de combiner les avantages des ensembles de système flous de type-2 qui est la caractéristique clé de l'approche avec une technique basée sur la théorie du mode glissant. Cependant, dans notre application, nous avons rencontré certains problèmes au niveau de la simulation qui ont dégragé les performances souhaitées. Néanmoins, la méthodologie proposée peut non seulement garantir la stabilité de l'ensemble de l'observateur, mais aussi obtenir de bonnes performances d'estimation.

# Chapitre 5

## Application au diagnostic d'un CSTR

---

### 5.1 introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la mise en œuvre et l'évaluation des performances des techniques de détection des défauts proposées dans les chapitres précédents sur le CSTR. Dans la première partie, nous tenterons d'exposer un bref état de l'art sur le diagnostic des réacteurs chimiques ainsi que pour le réacteur chimique parfaitement agité CSTR, puis nous rappellerons sur quelques concepts fondamentaux et des généralités liés au CSTR qui va être l'objet de notre application. Un modèle mathématique d'état de CSTR sera ensuite donné. En deuxième partie, nous développerons un observateur à grand gain avec un estimateur par mode glissant pour le modèle choisi.

### 5.2 Etat de l'art sur le diagnostic des réacteurs chimiques

Les réacteurs chimiques représentent une catégorie importante des procédés industriels présente une difficulté en raison de l'existence de plusieurs phénomènes complexes. Dans de tels réacteurs chimiques, les performances des procédés, la haute qualité exigée au produit, la fiabilité, la sécurité et la rentabilité optimale deviennent des facteurs cruciaux. Pour cela, ce domaine a bénéficié d'une grande attention de la part des chercheurs en développant des techniques avancées de contrôle qui ont apporté des avantages significatifs à l'industrie chimique. Toutefois, un fonctionnement sans défauts de ces processus n'est pas assuré, par conséquent, leur surveillance en ligne est donc nécessaire. Généralement, dans les réacteurs chimiques, la mesure directe d'un paramètre, que ce

soit une concentration d'un composant d'un processus, une fonction chimique ou des paramètres de réactions spécifiques, etc., exige l'installation des capteurs physiques. Or, cela est toujours difficile dans tels types de procédés, si ce n'est pas impossible dans certains cas, à cause de leur cheté due à l'environnement dans lequel sont installés, ou parfois à cause de l'instabilité physique [64]. D'où la nécessité d'avoir un outil logiciel pour remédier ce problème. L'estimation d'état joue un rôle important pour la conception des lois de commande, le diagnostic des défauts et même la reconfiguration de la loi de commande en présence de défauts afin d'éviter l'arrêt du processus. Le diagnostic des procédés chimiques a connu un développement important ces dernières décennies, notamment pour les réacteurs chimiques, en raison de leur caractère à risque et de leur forte sensibilité aux conditions opératoires .

Les observateurs sont souvent employés pour pouvoir accomplir les tâches de mesures avec les contraintes rencontrées . Ils sont très couramment utilisés également pour le diagnostic de tels procédés industriels. L'objectif principal ciblé dans ce domaine est la détection en temps réel des anomalies afin d'assurer un bon fonctionnement, de la réduction des coûts de production et l'amélioration de la qualité des produits.

A cause de la diversité des processus chimiques, il existe diverses techniques proposées dans la littérature pour l'estimation d'état et des défauts, ainsi il est un peu difficile du point de vue théorique ou même pratique de choisir une approche standard pour la conception et la mise en œuvre des techniques de diagnostic à base d'observateurs.

Dans les dernières décennies, Plusieurs types d'observateurs ont été développés pour l'estimation exacte d'état dans les procédés chimiques [59]. Ils ont été largement étudiés théoriquement et pratiquement par des simulations et des essais réels . Les chercheurs ont également proposé des observateurs robustes pour traiter certains problèmes liés aux perturbations, et aux défauts pour tels systèmes. Par exemple, pour estimer les perturbations, un observateur de perturbation (DOB) a été introduit [26] plus tard, l'observateur de perturbation modifié (MDOB) a été étendu pour traiter une large classe de perturbations [37].

Par la suite, l'observateur d'ordre fractionnaire dédié aux perturbations (FO-DOB) [94] a été développé pour optimiser les performances de l'estimation. Un autre exemple est l'observateur asymptotique, qui a été d'abord développé sur la base des mesures disponibles pour la température d'un mélange, plus tard, il a été étendu sur la base d'un bilan énergétique presque similaire à la thermodynamique des mélanges [55].

Dochain a présenté les résultats relatifs aux estimations des états et des paramètres pour les processus chimiques et biochimiques, en particulier les observateurs de Luenberger (ELO), Kalman (EKO), asymptotique et intervalle [36]. Kravaris et ses collègues ont donné un aperçu des développements récents concernant la conception des observateurs non linéaires de Luenberger, en mettant l'accent sur les techniques de linéarisation exactes, ils ont discuté des questions générales, notamment la discrétisation des observa-

teurs, l'échantillonnage de données et l'utilisation de mesures retardées [70]. En outre, les collègues de Prakashand ont passé en revue les estimateurs bayésiens récemment développés [101]. Tandis que Daum s'est concentré seulement sur les filtres non linéaires étendus basées sur le filtre du Kalman (KF) classique. La formulation des méthodologies de synthèse des observateurs dans les travaux de recherche a été écrites et expliquées avec une simple démarche théorique sous certaines contraintes. La sélection de l'observateur approprié pour un système spécifique industriel donné reste donc une tâche difficile en raison de la diversité des approches disponibles de la nature complexe des procédés chimiques. Jusqu'à présent, ce domaine de recherche a été très actif et attire l'attention de nombreux chercheurs.

Sur la base d'une étude approfondie des observateurs récents appliqués aux systèmes de chimiques réalisé par [2], On peut les différencier en six grandes classes :

**La catégorie** des observateurs de Luenberger est la **première** classe qui regroupe tous les observateurs conçus à la base de la méthodologie d'observation Luenberger, ou, en d'autres termes, il s'agit des versions étendues de l'observateur Luenberger classique lui-même. L'observateur Luenberger étendu (ELO), l'observateur de mode glissant (SMO), l'observateur adaptatif (AO) et les observateurs backstepping sont des exemples d'observateurs entrant dans cette classe. Ce type d'observateur convient aux systèmes linéaires moins complexes avec des méthodes de calcul relativement plus simples.

**La deuxième catégorie** regroupe les observateurs dédiés aux systèmes de dimension finie (y compris les systèmes d'ordre réduit et d'ordre faible) et les observateurs asymptotiques et exponentiels. Ces observateurs de dimension finie sont conçus pour les systèmes de processus chimiques dont la dynamique est décrite par des équations différentiels ordinaires (ODE), ils sont assez simples à mettre en œuvre et conviennent à des systèmes avec peu d'informations cinétiques, mais l'exactitude du taux de convergence est incertaine. Par exemple, dans le cas d'observateurs asymptotiques et exponentiels, le taux de convergence ne peut être indiqué que si les conditions d'exploitation du processus tel que le taux de dilution soit borné [55]. Il convient de noter que les observateurs asymptotiques/exponentiels et d'intervalle peuvent également être étendus à des systèmes en dimension infinie (c.-à-d., des systèmes à paramètres distribués) tels que pour les réacteurs tubulaires [1].

Les estimateurs bayésiens, dans **la troisième catégorie**, fournissent une approche basée sur l'estimation de la distribution de probabilité des variables d'état en utilisant les données disponibles du système. Il suppose que toutes les variables sont de nature stochastique, et donc, la distribution des variables d'état est réalisable en fonction des variables mesurées. Un des exemples d'estimateurs bayésiens est le filtre Kalman étendu (EKF). Il est basé sur la distribution de probabilité, il constitue donc un estimateur cohérent et polyvalent, qui est fortement conseillé pour l'estimation rapide. Cependant, la complexité de calcul impliquée dans l'utilisation de cette approche les rend infaisables pour les systèmes de haute dimension.

**La quatrième classe** regroupe les observateurs de détection des perturbations et des défauts. Bien qu'ils puissent être de classes différentes, les deux sont inclus dans une catégorie parce qu'ils sont principalement appliqués pour estimer les « irrégularités » dans le système, que ce soient des perturbations ou des défauts. Des observateurs de détection de défauts peuvent être également appliqués pour estimer les signaux des défauts des systèmes de processus chimiques. Des exemples d'observateurs de perturbation et de détection de défaut sont l'observateur de perturbation (DOB), l'observateur de perturbation modifié (MDOB), l'observateur à entrées inconnues (UIO) et l'observateur non linéaire à entrées inconnues (NUIO). Il s'agit de classes d'observateurs très spécifiques qui se concentrent uniquement sur les perturbations ou la détection des défauts au cours du processus d'estimation. Ils conviennent principalement à l'estimation des perturbations et des défauts, qui fournissent un avertissement précoce aux exploitants avant de perturber les unités de traitement .

**La cinquième classe** regroupe tous les observateurs basés sur l'intelligence artificielle (IA). L'IA est la science de conception des algorithmes exécutants des tâches basées sur l'intelligence artificielle, qui comprennent des méthodes telles que la logique floue, les réseaux de neurones artificielles (ANN), les systèmes experts et les algorithmes génétiques. Ces types d'observateurs ont été largement utilisés comme estimateurs ces derniers temps. Par exemple, les travaux de Hussain et ses collaborateurs ont utilisé les réseaux de neurones hybrides (HNN) pour prédire la porosité dans un processus de séchage des aliments [60], et les recherches menées par Aziz et ses collègues ont appliqué ANN pour estimer la chaleur libérée d'un réacteur de polymérisation [5]. Toutefois, les observateurs purement IA ont des résultats décevants . La majorité des travaux récents s'intéressent aux observateurs basés sur l'IA combinés à des observateurs classiques, à titre d'exemple, le filtre flou de Kalman (FKF) et les observateurs de Kalman avec les réseaux de neurones. Ces observateurs basés sur l'IA surmontent les limites des observateurs classiques pour des systèmes avec des dynamiques non modélisées. La formulation de l'observateur basé sur l'IA peut être difficile et longue en comparaison avec autres observateurs hybrides dans certains systèmes . En outre, les éléments de l'IA doivent d'abord être adaptés à la mise en œuvre en ligne .

**La sixième classe** regroupe tous les observateurs hybrides, qui sont des combinaisons de plus d'un observateur pour obtenir une estimation améliorée dans certaines classes de systèmes. Un exemple de ceci est l'observateur étendu de Luenberger (ELO) combiné avec l'observateur asymptotique (AO) . ELO fournit de bons facteurs de convergence, tandis que AO estime les paramètres sans aucune donnée cinétique. Par conséquent, la combinaison donne un observateur hybride amélioré qui combine les deux avantages. Les observateurs hybrides sont bons pour surmonter les limites de l'observateur classiques, toutefois, choisir la combinaison appropriée peut être fastidieux et long . Généralement, cette catégorie d'observateurs convient à des conditions où l'observateur classique n'est

pas assez précis pour certains systèmes .

Dans le cadre de cette thèse, nous allons traiter uniquement le problème de diagnostic et de commande tolérante aux défauts du CSTR, plus particulièrement, au problème de détection de défauts à base d'observateurs d'état et à la commande tolérante aux défauts active.

### 5.3 Le diagnostic du CSTR

Le réacteur continu parfaitement agité (CSTR) est l'un des réacteurs chimiques les plus connus ; Il a été largement utilisé dans nombreuses applications dans le domaine du génie chimique [11]. Ces types de systèmes sont vulnérables aux défauts, qui peuvent entraîner une dégradation des performances des procédés dont résulte la dégradation de la qualité des produits ou même causer de graves dommages . Par conséquent, la détection et l'isolation des défauts sont devenus importants de nos jours [98]. En fait, le diagnostic de défaut des réacteurs chimiques est un problème difficile, et crucial ; en raison de leur forte non linéarité, de leur large gamme de conditions d'exploitation ainsi que leur instabilité en boucle ouverte. Beaucoup de techniques de diagnostic appliquées aux réacteurs chimiques exigent une connaissance a priori des variables d'état pour l'estimation des défauts. Malheureusement, il est difficile d'obtenir la concentration à l'intérieur du réacteur dans les applications courantes. Par conséquent, il est nécessaire d'élaborer une approche permettant d'estimer les états à partir de quelques mesures requises de variables du processus. Pour cela, des observateurs non linéaires ont été développés pour traiter un tel problème [36].

De nombreuses techniques ont été également proposées dans ce contexte, nous pouvons citer comme exemple, le travail basé sur l'observateur généralisé de Luenberger est proposé [113]. Cependant, les dérivés peuvent générer de fausses détections de défauts, ce qui rend impossible la détection des défauts dans certains cas. [38] a proposé un schéma généralisé de détection des défauts pour les processus ayant plusieurs points de fonctionnement, un réacteur chimique est pris comme exemple d'illustration. [29] a proposé la combinaison d'une méthode basée sur le traitement du signal résidu conjointement avec plusieurs filtres de Kalman, ce schéma est conçu et appliqué avec succès à un CSTR non linéaire. Le filtre kalman étendu a également été largement utilisé pour la détection et le diagnostic des défauts dans les processus chimiques [104]. Un observateur basé sur la technique  $H_\infty$  dédié à la détection des défauts de capteur dans les réacteurs à lots chimiques a été proposé par [98], cette méthode est capable de détecter et d'isoler les signaux de défauts se produisant sur la centrale incorporant des perturbations externes et des incertitudes de modélisation. L'observateur adaptatif a été également conçu et appliqué pour une certaine classe de processus à réaction chimique [22]. L'application des observateurs à entrées inconnues pour l'estimations des défauts et des paramètres du modèle dans des processus chimiques

complexes a été examinée par [108]. L'observateur du mode glissant a également été appliqué au processus chimique. [111] a proposé une approche basée sur la reconstruction des défauts du capteur en mode glissant. L'estimateur en mode glissant d'ordre supérieur a été également appliqué au CSTR pour l'estimations de la concentration et de la cinétique conjointement avec un observateur asymptotique comme dans [114], cependant, ce travail n'a pas considéré le problème des estimations simultanées d'état et de défaut.

En tant qu'extension des approches mentionnées dessus, notre objectif principal dans cette partie est de développer une méthodologie non linéaire robuste pour l'estimation d'état simultanément avec la reconstruction de défaut pour un CSTR. Pour cela, un observateur à grand gain est employé pour l'estimation d'état du processus, conjointement avec un algorithme du super-twisting issu de mode glissant d'ordre supérieur, le signal de défaut est reconstruit simultanément via l'injection de l'erreur de sortie équivalente.

## 5.4 Description et Modélisation du CSTR non linéaire

### 5.4.1 Description du CSTR

Dans cette section, nous nous limiterons à un aperçu général sur quelques notions de base. On va présenter la modélisation du CSTR en tenant compte des phénomènes chimiques et physico-chimiques qui peuvent avoir lieu en à partir des équations de bilans du réacteur.

Le réacteur continu parfaitement agité (CSTR) est un cas particulier des réacteurs chimiques industriels abondamment étudié au cours des dernières décennies, surtout lorsque les paramètres critiques, la température et la concentration d'un constituant donné sont approximativement identiques en tout point du réacteur et conservent leurs valeurs dans le courant de sortie [3]. Il s'agit donc d'un mélangeur qui effectue le mélange entre composants de base et produits et une homogénéité satisfaisante des propriétés physico-chimiques de la mixture. Le modèle du réacteur considéré dans notre travail est siège d'une réaction exothermique irréversible d'ordre 1 ( $A \rightarrow B$ ), consistant en la transformation d'un réactif liquide en présence d'un catalyseur solide situé dans le réacteur, le modèle se compose d'une équation de bilan de matière en réactif A couplée à un bilan thermique pour l'ensemble mélange-catalyseur. Le réacteur fournit une chaleur de réaction  $H$ . Il est entouré d'une double enveloppe (indiquée  $j$ ) de volume constant  $V$  traversée par un fluide à débit constant  $F_j$  avec une température d'entrée  $T_{j,in}$ . Cette température d'entrée est une fonction linéaire des températures caractéristiques de deux échangeurs (l'un chaud :  $T_c$ , l'autre froid :  $T_f$ ) et est manipulée par la position  $u$  d'une vanne à trois voies qui oriente le caloporteur vers l'un ou l'autre des échangeurs.

$$T_{j,in} = uT_c + (1 - u)T_f \quad (5.1)$$

## 5.4.2 Modélisation et représentation d'état continue du CSTR

Cette section présente la modélisation d'un réacteur CSTR tel que présenté à la figure 5.1. Le réacteur CSTR englobe de nombreux phénomènes chimiques et physiques plus ou moins complexes. En considérant les réacteurs chimiques de type parfaitement agité, deux grandes classes de réacteur peuvent être mises en avant : les réacteurs continus et les réacteurs discontinus. Chaque classe est modélisée à partir des mêmes équations mais en utilisant des simplifications différentes. Dans le cadre de notre application, nous considérons un réacteur continu parfaitement agité. Le réacteur est alimenté par un produit dont la concentration est constante, avec une certaine température d'entrée  $T_{in}$ . Tandis que l'intérieur du réacteur est le siège des réactions chimiques, le mélange est constamment agité grâce à un mélangeur. On commande le réacteur en apportant de la chaleur, il y a principalement deux façons d'apporter de la chaleur selon la géométrie du réacteur [79] :

- Réacteurs chauffés par un fluide circulant dans l'enveloppe entourant le réacteur. Ces réacteurs sont les plus couramment utilisés.
- Réacteurs chauffés par un fluide circulant à l'intérieur de bobines installés à l'intérieur du réacteur.

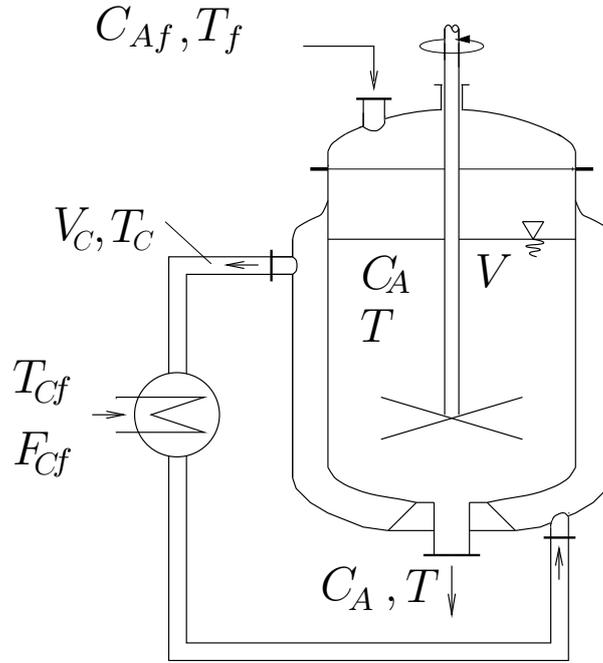
Afin de modéliser ce réacteur, nous considérons les hypothèses suivantes :

- Mélange parfaitement homogène au niveau moléculaire.
- Température interne homogène dans tout le réacteur.
- La densité du mélange et le volume de réacteur sont constants (débit d'entrée = débit de sortie)
- Les concentrations et les températures du flux de sortie sont les mêmes que celles dans le réacteur.

Comme déjà mentionné, dans le cadre de notre travail, nous considérons le CSTR non linéaire à trois états internes étudié dans [11] et [35], avec une réaction exothermique irréversible du premier ordre ( $A \rightarrow B$ ). En appliquant le bilan de matière qui permet d'écrire les quantités de matière de l'évolution ainsi que le bilan d'énergie décrivant l'évolution énergétique du procédé, le système peut être régi par les équations suivantes

$$\begin{cases} \dot{C}_A = \frac{q}{v}(C_{A0} - C_A) - K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \\ \dot{T} = \frac{q}{v}(T_0 - T) - \left(\frac{-\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \left(\frac{hA}{\rho C_p V}\right)(T - T_c) \\ \dot{T}_c = \frac{q_c}{v_c}(T_{cin} - T_c) + \frac{hA}{\rho_c C_{pc} V_c}(T - T_c) \end{cases} \quad (5.2)$$

telles que  $C_A$  est la concentration du composant  $A$  dans le CSTR ( $C_{A0}$  est sa valeur initiale),  $T$  est la température du CSTR ( $T_0$  est sa valeur initiale), et  $T_c$  est la température l'enveloppe de refroidissement, le CSTR est contrôlé en utilisant la température d'alimentation de l'enveloppe  $T_{c,in}$ , cela est considéré plus tard comme la variable manipulée. Pour



**Figure 5.1** – Schéma général d'un réacteur continu parfaitement mélangé (CSTR)

plus de détails, voir le **tableau 5.1**, qui donne les paramètres du procédé CSTR choisi.

## 5.5 Diagnostic de défauts pour CSTR à base d'un observateur robuste à grand gain avec un estimateur par un algorithme de super-twisting

Dans cette section, nous décrivons les étapes à suivre pour la synthèse d'une technique basée sur la combinaison d'un observateur à grand gain avec l'estimation par mode glissant permettant la reconstruction des défauts qui affectent le système nominal.

### 5.5.1 Position du problème

Le modèle d'état du CSTR (5.2) peut être exprimé dans la forme générale comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5.3)$$

telles que les variables d'états sont

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} C_A & T & T_c \end{bmatrix}^T \in R^{3 \times 1}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{q}{v} (C_{A0} - C_A) - K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \\ \frac{q}{v} (T_0 - T) - \left(\frac{-\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \frac{hA}{\rho C_p V} (T - T_c) \\ -\frac{q_c}{v_c} T_c + \frac{hA}{\rho_c C_{pc} V_c} (T - T_c) \end{bmatrix} \in R^{3 \times 1} \text{ qui peut être}$$

**Table 5.1** – Données d'exploitation du processus CSTR simulé

La variable	Valeurs opératoires normales
Débit volumétrique du fluide refroidissant ( $q_c$ )	130 l/min
Débit volumétrique du réactif ( $q$ )	100 l/min
Concentration du réactif entrant ( $C_{A0}$ )	1 mol/l
Température du réactif entrant ( $T_f$ )	290 K
Température de l'eau refroidissante ( $T_{c0}$ )	290 K
Volume du réacteur ( $V$ )	100 l
Volume de la double enveloppe ( $V_c$ )	10 l
Coefficient global de transfert de chaleur ( $hA$ )	$7 \cdot 10^5$ cal/(min K)
Facteur exponentiel ( $k_0$ )	$7.2 \cdot 10^{10}$ min <sup>-1</sup>
Terme d'énergie d'activation $E/R$	10000 K
Chaleur de la réaction $-\Delta H$	$-2 \times 10^{-5}$ J/mol
Masse volumique ( $\rho, \rho_c$ )	$1 \cdot 10^3$ g/l
Capacité calorifique ( $C_p, C_{pc}$ )	1 cal/(g.K)

réécrite sous cette forme  $f(x) = \begin{bmatrix} -a_1x_1 + K_0x_1\exp(-\gamma/x_2) + a_1x_{10} \\ -a_2x_2 + 2DK_0x_1\exp(-\gamma/x_2) + b_2x_2 + a_2x_{20} \\ -a_3x_3 + b_3(x_2 + x_3) \end{bmatrix}$ ,

et  $g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}^T$  où  $g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{q_c}{v_c} \end{bmatrix}^T \in R^{3 \times 1}$

et  $h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) & h_2(x) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} C_A & T \end{bmatrix}^T \in R^{2 \times 1}$   $x_1$  est la concentration du composant  $A$  dans le réacteur ( $x_{10}$  est sa valeur initiale),  $x_2$  est la température du réacteur ( $x_{20}$  est sa valeur initiale), et  $x_3$  est la température de l'enveloppe,  $a_1 = a_2 = q/v$ ,  $\gamma = E/R$ ,  $D = (-\Delta H/\rho C_p)$ ,  $b_3 = (\rho_c C_{pc} q_c)/(\rho C_p V)$ ,  $u(t)$  est la température de l'eau refroidissante. Avant d'aborder la conception de la méthodologie proposée pour l'estimation des défauts du réacteur CSTR, il convient bien de donner une modélisation des défauts qui peuvent affecter le modèle du CSTR (5.3). Dans notre travail, nous considérons les défauts actionneurs/systèmes modélisés comme signaux additifs à l'état du système.

Avec la présence des actionneurs de la dynamique du système, (5.3) peut être réécrite sous cette forme

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u + \psi(x)\mathbf{f}(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5.4)$$

où  $\mathbf{f}(t) = [\mathbf{f}_1(t) \quad \mathbf{f}_2(t)]^T$ , et  $\psi(x)$  est la matrice de distribution des défauts (actionneur/système).

**Hypothèse 1 :** L'entrée du système  $u$  est bornée avec certaines limites supérieures, les fonctions inconnues  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $\psi(x)$  sont bornées par rapport à leurs arguments, et les signaux de défauts du vecteur  $\mathbf{f}(t)$  sont inconnus mais bornés satisfaisant les conditions

suivantes :

$$\|\mathbf{f}(t)\| \leq \rho_1, \|\dot{\mathbf{f}}(t)\| \leq \rho_2, \|u\| \leq \bar{u} \quad (5.5)$$

tels que  $\bar{u}$ ,  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont de constantes positives qui peuvent être connues ou pas.

Dans cette partie du travail, nous considérons le problème d'estimation conjointe d'état et des défauts, pour cela nous proposons une technique avec laquelle la concentration du réacteur et la température seront estimées à partir d'un observateur robuste de grand gain, ensuite, en utilisant l'injection de la sortie équivalente via un terme calculé par un algorithme de super-twisting, la reconstruction du signal défauts sera possible. L'observateur global est supposé être capable de garantir l'estimation asymptotique de  $\hat{C}$ ,  $\hat{T}$ , et  $\hat{\mathbf{f}}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \|C_A - \hat{C}_A\| = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \|T - \hat{T}\| = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \|\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}}\| = 0$$

### 5.5.2 Transformation des coordonnées

Afin d'estimer les états et les défauts instantanément, nous avons proposé une méthodologie pour estimer l'état et les défauts dans les systèmes non linéaires basés sur la forme nominale de Brunovsky [18]. Dans le cas de notre système étudié, les sorties sont  $y_1 = h_1(x) = C_A$  et  $y_2 = h_2(x) = T$ . Pour le sous-système  $h_1(x)$  nous sélectionnons  $r_1 = 1$ , et  $r_2 = 2$  pour  $h_2(x)$ . En utilisant la transformation non linéaire classique [63], les équations (5.4) peuvent être présentées dans la forme nominal suivant sous la nouvelle base  $z = \Phi(x)$ .

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & L_f h_2(x) \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} C_A & T & \frac{q}{v}(T_0 - T) - \left(\frac{-\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \frac{hA}{\rho C_p V} (T - T_c) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (5.6)$$

On a donc deux sous-systèmes dans les nouvelles coordonnées

$$\begin{cases} \dot{C}_A = A_C C_A + \mu_C(u, C, T) + \Psi_{C_A}(C_A) \mathbf{f}(t) \\ \dot{T} = A_T T + \mu_T(u, C, T) + \Psi_T(T) \mathbf{f}(t) \\ C_A = H_C C_A \\ T = H_T T \end{cases} \quad (5.7)$$

tels que  $C_A = C_A \in R^{1 \times 1}$  et  $T^T = [T_1 \ T_2] = [h_2(x) \ L_f h_2(x)] \in R^{2 \times 1}$ ,  $\mu_C(u, C_A, T) = -K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$ ,  $\mu_T(u, C_A, T) = \left[-\left(\frac{-\Delta H}{p}\right) K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \ L_f^2 h_2(x) + L_g h_2(x) u\right]$

$\Psi_C(C_A) = L_\omega L_f h_C(x)$ ,  $\Psi_T(T) = L_\omega L_f h_T(x)$ ,  $A_C = -q/v$ ,  $A_T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $H_A = 1$  et  $H_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

**Hypothèse 2 :** On suppose que  $\Psi_C$  et  $\Psi_T$  ont les formes suivantes  $\Psi_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$  et  $\Psi_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  respectivement. D'où, finalement, on a

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_A \\ - \\ \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ T_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_c(u, C_A, T) \\ - \\ \mu_{T_1}(u, C_A, T) \\ \mu_{T_2}(u, C_A, T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ - & - \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f}(t) \quad (5.8)$$

### 5.5.3 Estimation de la température et la concentration à base d'observateur à grand gain

Dans cette partie, l'objectif principal est de concevoir un observateur qui ne dépend pas des défauts qui sont considérés comme des entrées inconnus. Pour le système (5.8), un observateur de la forme suivante peut être proposé pour estimer les deux états (concentration et température)

$$\begin{cases} \dot{\hat{C}}_A = A_C \hat{C}_A + \hat{\mu}_C(u, \hat{C}_A) + L_C(C_A - H_C \hat{C}_A) + \hat{\Psi}_C(C) \tau(\tilde{C}_A) \\ \dot{\hat{T}} = A_T \hat{T} + \hat{\mu}_T(u, \hat{T}) + L_T(T - H_T \hat{T}) + \hat{\Psi}_T(T) \tau(\tilde{T}) \end{cases} \quad (5.9)$$

tels que  $L_i$  est le gain de l'observateur,  $\hat{C}_A$  et  $\hat{T}$  sont les valeurs estimées de  $C_A$  et  $T$  respectivement.

En définissant les erreurs par  $\tilde{C}_A = C_A - \hat{C}_A$  et  $\tilde{T} = T - \hat{T}$ , la dynamique de l'erreur d'observation est obtenue par la soustraction de (5.9) de (5.8)

$$\begin{cases} \dot{\tilde{C}}_A = (A_C - L_C H_C) \tilde{C}_A + \tilde{\mu}_C(u, C_A, \hat{C}_A) + (\Psi_C(C_A) \mathbf{f}(t) - \Psi_C(\hat{C}_A) \tau_C(\tilde{C}_A)) \\ \dot{\tilde{T}} = (A_T - L_T H_T) \tilde{T} + \tilde{\mu}_T(u, T, \hat{T}) + (\Psi_T(T) \mathbf{f}(t) - \Psi_T(\hat{T}) \tau_T(\tilde{T})) \end{cases} \quad (5.10)$$

tels que  $\tau(\tilde{C}_A)$  et  $\tau(\tilde{T})$  sont des valeurs scalaires données par l'estimation du mode glissant d'ordre supérieur, ici on considère l'algorithme du super-twisting [75].

$$\begin{cases} \tau(\tilde{C}_A) = \alpha_{C_A}(t) |\tilde{C}_A|^{1/2} \text{sign}(\tilde{C}_A) + \beta_{C_A}(t) \int_0^t \text{sign}(\tilde{C}_A) dv \\ \tau(\tilde{T}) = \alpha_{\tilde{T}}(t) |\tilde{T}|^{1/2} \text{sign}(\tilde{T}) + \beta_{\tilde{T}}(t) \int_0^t \text{sign}(\tilde{T}) dv \end{cases} \quad (5.11)$$

où  $\alpha_C(t)$ ,  $\alpha_T(t)$ ,  $\beta_C(t)$  et  $\beta_T(t)$  sont les gains de l'algorithme qui varient en fonction du temps. Plus de détails sur ce point seront fournis dans la partie analyse de la stabilité de l'observateur globale.

Pour le modèle (5.9), un observateur type grand gain peut être synthétisé pour assurer la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro [49].

où les gains  $L_C$  et  $L_T$  peuvent être calculés comme suit

$$L = \text{diag} \left[ \begin{array}{cc} S_{\theta_C}^{-1} H_C^T & S_{\theta_T}^{-1} H_T^T \end{array} \right] \quad (5.12)$$

tels que  $S_{\theta_C}$  et  $S_{\theta_T}$  sont les solutions uniques des équations de Lyapunov

$$\begin{aligned} -\theta_C S_{\theta_C} - A_C^T S_{\theta_C} - S_{\theta_C} A_C + H_C^T H_C &= 0 \\ -\theta_T S_{\theta_T} - A_T^T S_{\theta_T} - S_{\theta_T} A_T + H_T^T H_T &= 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

respectivement, où  $(\theta_T, \theta_{C_A}) \in \mathfrak{R}_+^2$

A partir (5.11) et (5.13) les dynamiques de l'erreur peut être réécrite comme suit

$$\begin{cases} \dot{\tilde{C}}_A = (A_C - S_{\theta_C}^{-1} H_C^T H_C) \tilde{C} + \left( \Psi_C(C_A) \mathbf{f}(t) - \Psi_C(\hat{C}_A) \tau(C_A) \right) \\ \dot{\tilde{T}} = (T - S_{\theta_T}^{-1} H_T^T H_T) \tilde{T} + \left( \Psi_T(T) \mathbf{f}(t) - \Psi_T(\hat{T}) \tau(T) \right) \end{cases} \quad (5.14)$$

### 5.5.4 Stabilité de l'observateur global

Dans cette section, la stabilité et la convergence de l'observateur global sont assurées par le théorème suivant :

**Théorème 1 :** *Etant donné le système décrit par (5.7). Avec un observateur conçu comme dans (5.9), tels que  $\tau(\tilde{C}_A)$ , et  $\tau(\tilde{T})$  sont estimés par le gain de l'algorithme super-twisting, tel que*

$$\begin{cases} \alpha_C(t) = 2\sqrt{\varphi_C(t)} \\ \alpha_T(t) = 2\sqrt{\varphi_T(t)} \\ \beta_C(t) = 4\varphi_C(t) \\ \beta_T(t) = 4\varphi_T(t) \end{cases} \quad (5.15)$$

telle que l'adaptation des fonctions positives variantes dans le temps  $\varphi_C(t)$ , et  $\varphi_T(t)$  est donné par la loi adaptative suivante

$$\varphi_C(t) = \begin{cases} k_C & \text{si } |\tilde{C}_A(t)| \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad \varphi_T(t) = \begin{cases} k_T & \text{si } |\tilde{T}(t)| \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.16)$$

où  $k_C$ , et  $k_T$  sont des constantes positives. Alors, il existe  $\theta_c^* > 0$  et  $\theta_T^* > 0$  tels que  $\forall \theta_c > \theta_c^*$  et  $\forall \theta_T > \theta_T^*$ , la dynamique de l'erreur de l'observateur converge asymptotiquement au voisinage de zéro.

**Preuve :** Considérons l'équation représentant la dynamique de la concentration du réacteur, sa dynamique de l'erreur  $\tilde{C}_A$  à partir (5.10) peut être exprimée comme par

$$\dot{\tilde{C}}_A = -l_C \tilde{C}_A + \tilde{\mu}_C(u, C_A, \hat{C}_A) + \mathbf{f}_C(t) - \tau(\tilde{C}_A) \quad (5.17)$$

Cela peut être écrit sous cette forme

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{C}}_A &= -\alpha_C(t) \xi_{C1} + \dot{\xi}_{C2} \\ \xi_{C1} &= |\tilde{C}_A|^{1/2} \text{sign}(\tilde{C}_A) \\ \dot{\xi}_{C2} &= -\beta_C \text{sign}(\tilde{C}_A) + \dot{\phi}_C \end{aligned} \quad (5.18)$$

tel que

$$\dot{\phi}_C = -l_C \dot{C}_A + \tilde{\mu}_C(u, C_A, \hat{C}_A) + \dot{\mathbf{f}}_C(t) \quad (5.19)$$

Afin de prouver la convergence de la dynamique de l'erreur  $\tilde{C}_A$ , considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_C(\zeta_C, \tilde{\varphi}_C) = \frac{1}{\varphi_C^2(t)} \zeta_C^T P_C \zeta_C + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_C^2 \quad (5.20)$$

tel que  $\zeta_C^T = [\xi_{C1} \quad \xi_{C2}]$  et  $P_C = \begin{bmatrix} 2\alpha_C(t) + \beta_C^2(t) & -\beta_C(t) \\ -\beta_C(t) & 2 \end{bmatrix}$

Les équations (5.18) peuvent être réécrites comme suit

$$\dot{\zeta}_C = \frac{1}{2|\xi_{C2}|} A_C \zeta_C + B_C \dot{\phi}_C \quad (5.21)$$

où  $A_C = \begin{bmatrix} -2\alpha_C(t) & 1 \\ -2\beta_C(t) & 0 \end{bmatrix}$  et  $B_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Il a été prouvé mathématiquement dans [115] qu'il existe  $\theta_0 > 0$  de telle sorte que  $\theta > \theta_0$ , pour le système sous la forme (5.17) satisfaisant l'hypothèse 1, la dynamique de l'erreur de l'observateur reste dans une couche limite qui dépend principalement de la limite supérieure du signal de défaut, cependant, la limite peut être petite en donnant un  $\theta$  grand. Il convient bien de noter que  $\mu_C(u, C_A)$  et  $\mu_T(u, T)$  sont considérées comme des fonctions Lipchitziennes par rapport à  $C_A$  et  $T$ , respectivement, d'où, on a

$$\|\dot{\phi}_C\| \leq \kappa_c^*, \quad \|\dot{\phi}_T\| \leq \kappa_T^* \quad (5.22)$$

tels que  $\kappa_c^* \in R_+$  et  $\kappa_T^* \in R_+$  sont des constantes inconnues.

La dérivée de la fonction de Lyapunov (5.20) par rapport au temps est donnée comme suit

$$\dot{V}_C \leq -\frac{\kappa_{C1}}{\hat{\varphi}} (\zeta_C^T P_C \zeta_C)^{1/2} + \kappa_{C2} \left( \frac{\tilde{\varphi}_C}{\sqrt{2}} \right) \quad (5.23)$$

tel que  $\kappa_{C1} = \lambda_{\min}(Q_C) / (\lambda_{\max}(P_C))^{1/2}$ , et  $Q_C = \begin{pmatrix} 8\varphi_C^{3/2} - \varphi - 4\kappa_C^* & \varphi_C^{1/2} \\ \varphi_C^{1/2} & 2\varphi_C^{1/2} - 1 \end{pmatrix}$

La matrice  $Q_C$  est définie positive si

$$8\varphi_C^{3/2} - \varphi_C - \frac{\varphi_C}{2\varphi_c^{1/2} - 1} > 4\kappa_C^* \quad (5.24)$$

alors (5.23) peut être exprimée comme suit

$$\dot{V}_C \leq -\kappa_{C3} \left( \frac{1}{\varphi_C(t)^2} \zeta_C^T P_C \zeta_C + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_C^2 \right)^{1/2} \quad (5.25)$$

avec  $\kappa_{C3} = \text{Min}(\kappa_{C1}, \kappa_{C2})$  Il s'ensuit à partir (5.25) que  $\tilde{C}_A$  et  $\dot{\tilde{C}}_A$  convergent vers zéro en un temps fini. Similaire pour le sous-système  $C_A$ , on peut être démontré pour le second sous-système de la température que  $\tilde{T}$  et  $\dot{\tilde{T}}$  convergent aussi vers zéro en un temps fini.

Considérons l'équation de la dynamique de la température du réacteur, sa dynamique de l'erreur  $\tilde{T}$  à partir (5.11) peut être réécrite comme suit

$$\dot{\tilde{T}} = -l_T \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 + \tilde{\mu}_T(u, T, \hat{T}) + f_T(t) - \tau(T) \quad (5.26)$$

qui peut être réécrite sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{T}} &= -\alpha_T(t)\xi_{T1} + \dot{\xi}_{T2} \\ \xi_{T1} &= |\tilde{T}|^{1/2}\text{sign}(\tilde{T}) \\ \dot{\xi}_{T2} &= -\beta_T\text{sign}(\tilde{T}) + \dot{\phi}_T \end{aligned} \quad (5.27)$$

avec

$$\dot{\phi}_T = -l_T \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 + \dot{\tilde{\mu}}_T(u, T, \hat{T}) + \dot{f}_T(t) \quad (5.28)$$

Afin de prouver la convergence de la dynamique de l'erreur  $\tilde{T}$ , considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V_T(\zeta_T, \tilde{\varphi}_T) = \frac{1}{\varphi_T^2(t)} \zeta_T^T P_T \zeta_T + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_T^2 \quad (5.29)$$

avec  $\zeta_T^T = [\xi_{T1} \quad \xi_{T2}]$  et

$$P_T = \begin{bmatrix} 2\alpha_T(t) + \beta_T^2(t) & -\beta_T(t) \\ -\beta_T(t) & 2 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Les équations (5.27) peuvent être exprimées comme suit

$$\dot{\zeta}_T = \frac{1}{2|\dot{\xi}_{T2}|} A_T \zeta_T + B_T \dot{\phi}_T \quad (5.31)$$

avec  $A_C = \begin{bmatrix} -2\alpha_T(t) & 1 \\ -2\beta_T(t) & 0 \end{bmatrix}$  et  $B_T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  La dérivée de la fonction de Lyapunov (5.29) par rapport au temps est

$$\dot{V}_T \leq -\frac{\kappa_{T1}}{\hat{\varphi}} (\zeta_T^T P_T \zeta_T)^{1/2} + \kappa_{T2} \left( \frac{\tilde{\varphi}_T}{\sqrt{2}} \right) \quad (5.32)$$

avec  $\kappa_{T1} = \lambda_{\min}(Q_T) / (\lambda_{\max}(P_T))^{1/2}$ , et  $Q_T = \begin{pmatrix} 8\varphi_T^{3/2} - \varphi - 4\kappa_T^* & \varphi_T^{1/2} \\ \varphi_T^{1/2} & 2\varphi_T^{1/2} - 1 \end{pmatrix}$  La matrice  $Q_T$  est définie positive si

$$8\varphi_T^{3/2} - \varphi_T - \frac{\varphi_T}{2\varphi_T^{1/2} - 1} > 4\kappa_T^* \quad (5.33)$$

D'où, (5.32) peut être exprimée par

$$\dot{V}_T \leq -\kappa_{T3} \left( \frac{1}{\varphi_T(t)^2} \zeta_T^T P_T \zeta_T + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}_T^2 \right)^{1/2} \quad (5.34)$$

Avec  $\kappa_{T3} = \text{Min}(\kappa_{T1}, \kappa_{T2})$  D'où, à partir (37),  $\tilde{T}$  et  $\hat{T}$  convergent vers zéro en un temps fini.

Ainsi, l'erreur de l'observateur converge asymptotiquement au voisinage de zéro, ceci complète la preuve du théorème 1.

Par conséquent, l'observateur global proposé est donnée par

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{C}}_A = A_C \hat{C}_A + \hat{\mu}_C(u, \hat{C}_A) + L_C(\tilde{C}_A - H_C \hat{C}_A) + \hat{\Psi}_C(z) \tau_C(t) \\ L_C = S_{\theta_C}^{-1} H_C^T \\ \tau(\tilde{C}_A) = \alpha_C(t) |\tilde{C}_A|^{1/2} \text{sign}(\tilde{C}_A) + \dot{\eta}(\tilde{C}_A) \\ \eta(\tilde{C}_A) = \beta_C(t) \text{sign}(\tilde{C}_A) \\ \dot{\hat{T}} = A_T \hat{T} + \hat{\mu}_T(u, \hat{T}) + L_T(T - H_T \hat{T}) + \hat{\Psi}_T(T) \tau_T(\tilde{T}) \\ L_T = S_{\theta_T}^{-1} H_T^T \\ \tau(\tilde{T}) = \alpha_T(t) |\tilde{T}|^{1/2} \text{sign}(\tilde{T}) + \dot{\eta}(\tilde{T}) \\ \eta(\tilde{T}) = \beta_T(t) \text{sign}(\tilde{T}) \end{array} \right. \quad (5.35)$$

D'où, en utilisant la transformation inverse, l'observateur (5.9) dans les coordonnées originales est exprimé comme suit

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x}) u + \psi(x) \chi(t) + \left( \frac{\partial \Gamma(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}}^{-1} \begin{pmatrix} L_C(C_A - \hat{C}_A) \\ L_T(T - \hat{T}) \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

### 5.5.5 Reconstruction du défaut via l'algorithme du super-twisting

En supposant que l'observateur du mode glissant d'ordre supérieur proposé dans la section précédente a été conçu, ici, l'objectif est de reconstruire le signal des défauts en utilisant cette approche d'observation par l'intermédiaire de l'injection de l'erreur de sortie équivalente. Le terme équivalent de  $\tau(\tilde{C}_A)$  est obtenu à partir (5.11)

$$0 = \tilde{C}_A + \tilde{\mu}_C(u, C_A, \hat{C}_A) + \mathbf{f}_C(t) - \chi^{eq}(C_A) \quad (5.37)$$

On a  $\tilde{\mu}_C(u, C_A, \hat{C}_A) = 0$ , il en résulte

$$\chi^{eq}(C_A) = C_A + \mathbf{f}_C(t) \quad (5.38)$$

D'où,  $\mathbf{f}_C(t)$  peut être reconstruite facilement comme suit

$$\mathbf{f}_C(t) = \tau^{eq}(C_A) - \theta_C C_A \quad (5.39)$$

Selon la matrice de distribution de défauts  $\Psi_T$ , et de la même manière que l'équation de concentration  $C_A$ ,  $\mathbf{f}_T(t)$  dans l'équation de température peut être reconstruite comme

$$\mathbf{f}_T(t) = \chi^{eq}(T) - \mathbf{f}_C(t) \quad (5.40)$$

telles que  $\chi^{eq}(C)$  et  $\chi^{eq}(T)$  sont des fonctions résidus à dynamique de second d'ordre des deux sous-systèmes, respectivement.

### 5.5.6 Résultats de simulation

Pour illustrer la validité et l'efficacité de l'approche proposée, certains résultats des tests de simulations seront donnés. Les états et ses estimations initiales sont données comme  $x_0 = (1 \ 290 \ 290)^T$  et  $\hat{x}_0 = (0.7 \ 250 \ 250)^T$ , respectivement. Une entrée constante  $u = 100K$  est appliquée au système, où les paramètres de conception de l'observateur sont fournis dans le **tableau 5.2**. Les signaux de défauts industriels typiques  $\mathbf{f}(t)$  [107],[124] agissant sur le système sont donnés comme suit

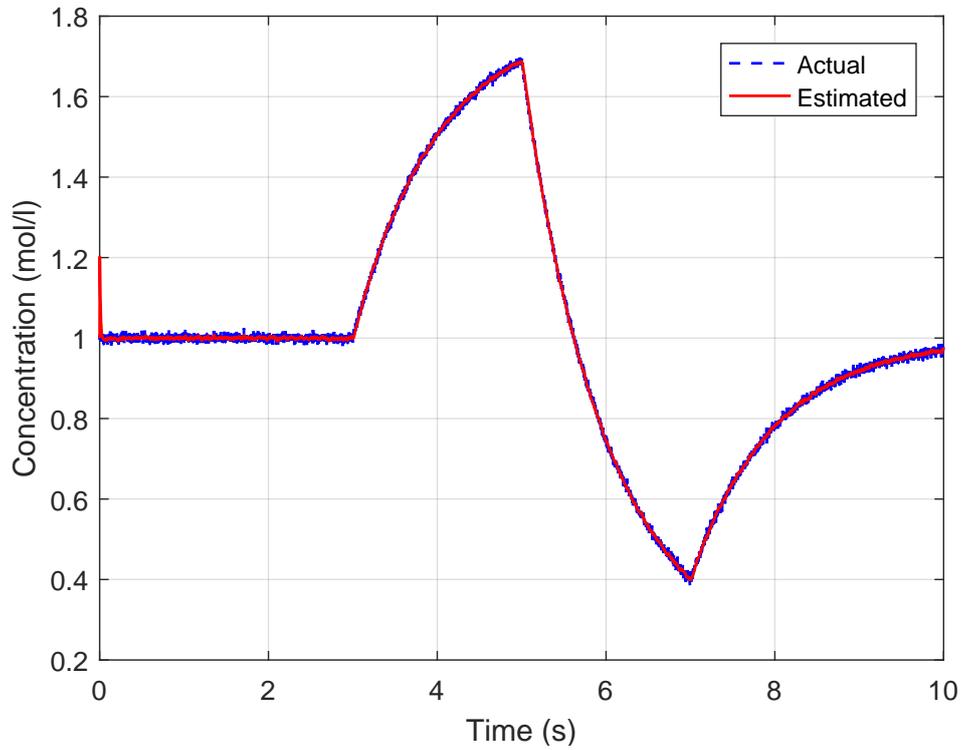
$$\mathbf{f}_1(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 3 \\ 0.8 & 3 \leq t < 7 \\ -0.8 & 5 \leq t < 7 \\ 0 & 7 \leq t \leq 10 \end{cases} \quad (5.41)$$

$$\mathbf{f}_2(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 80 & 2 \leq t < 4 \\ 0 & 4 \leq t < 6 \\ 80 & 6 \leq t < 8 \\ 0 & 8 \leq t \leq 10 \end{cases} \quad (5.42)$$

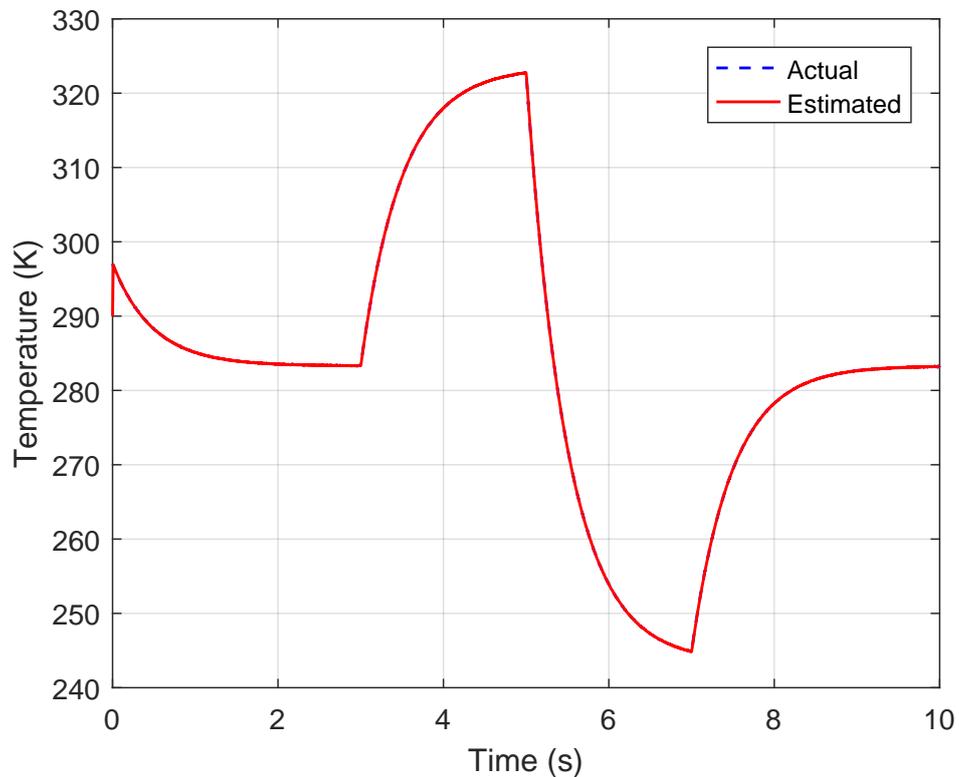
Pour illustrer la robustesse de la technique proposée, un certain bruit de mesure supplémentaire a été introduit dans la simulation.

Les figures 5.2 et 5.3 illustrent les performances d'estimation de l'observateur proposé en comparant les variables réelles avec leurs estimations en présence de défauts  $\mathbf{f}_1$  et  $\mathbf{f}_2$  respectivement.

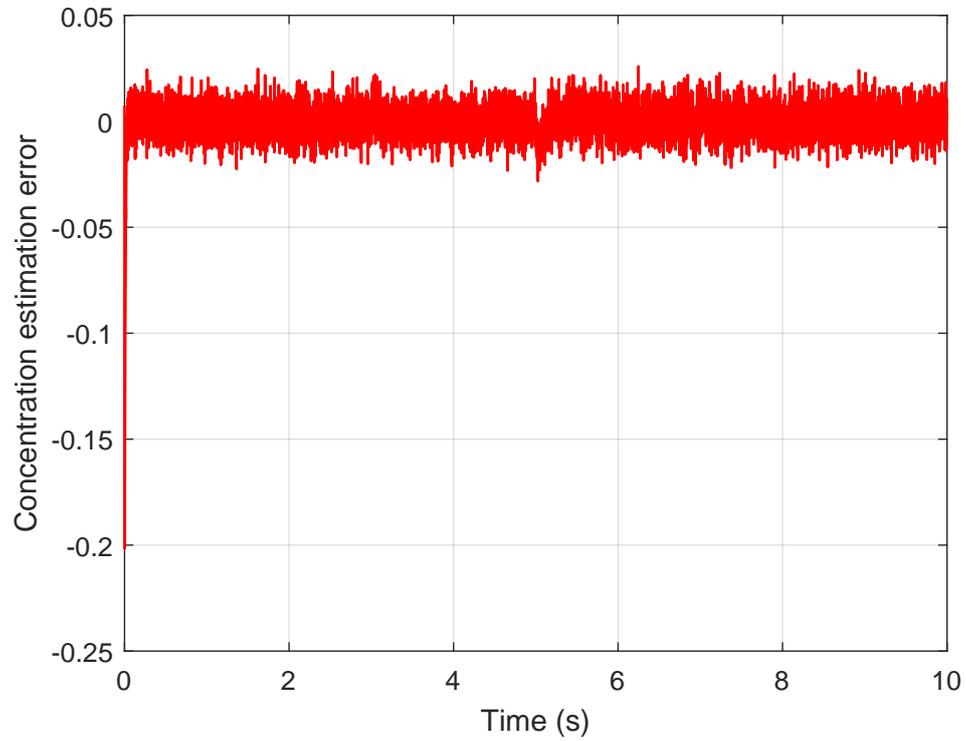
Les défauts sont reconstruits avec précision à partir des modes de glissement via l'algorithme du super-twisting comme illustré dans les figures 5.6 et 5.7. Ces résultats ont clairement démontré l'efficacité de la méthode proposée. le phénomène de Chattering généré par le mode glissant classique a été effectivement réduit. Les variables d'estimation  $x_1$  et  $x_2$  convergent rapidement vers leurs vraies valeurs comme le montrent les dynamiques des erreurs dans les figures 5.4 et 5.5 . Une grande précision des états estimés a été établie. Cela signifie que les défauts ont été totalement compensés par les termes robustes supplémentaires de l'approche. En outre, nous remarquons que l'observateur proposé estime non seulement la concentration, la température et les défauts, mais qu'il est également robuste aux bruit de mesures.



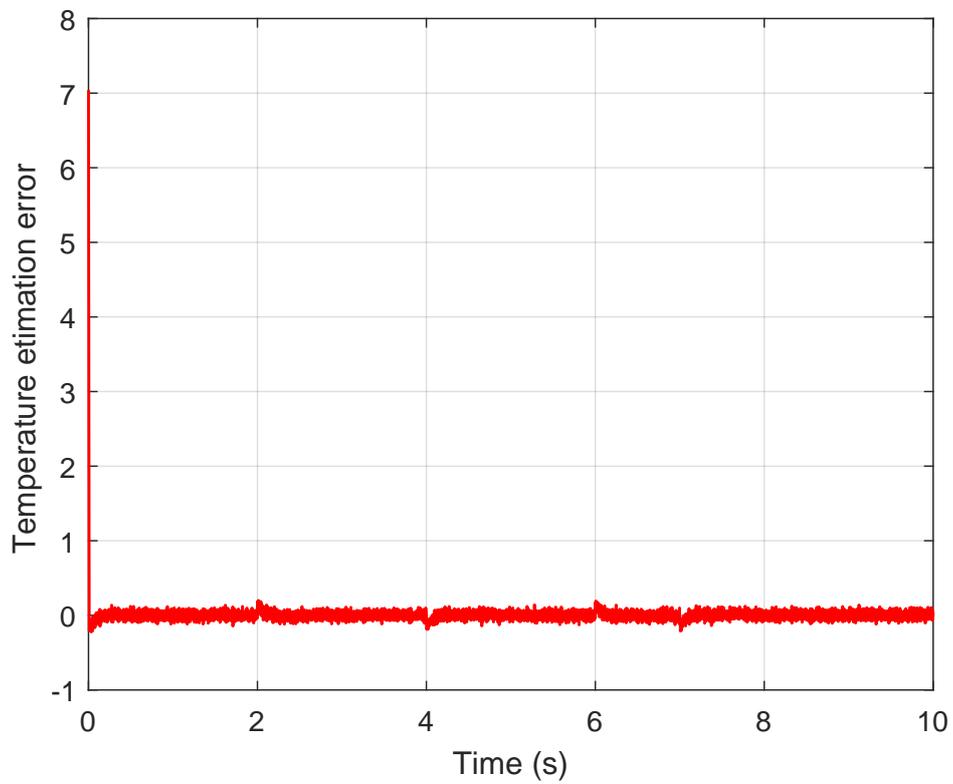
**Figure 5.2** – L'estimation de la concentration du réacteur en présence des défauts et bruits de mesure



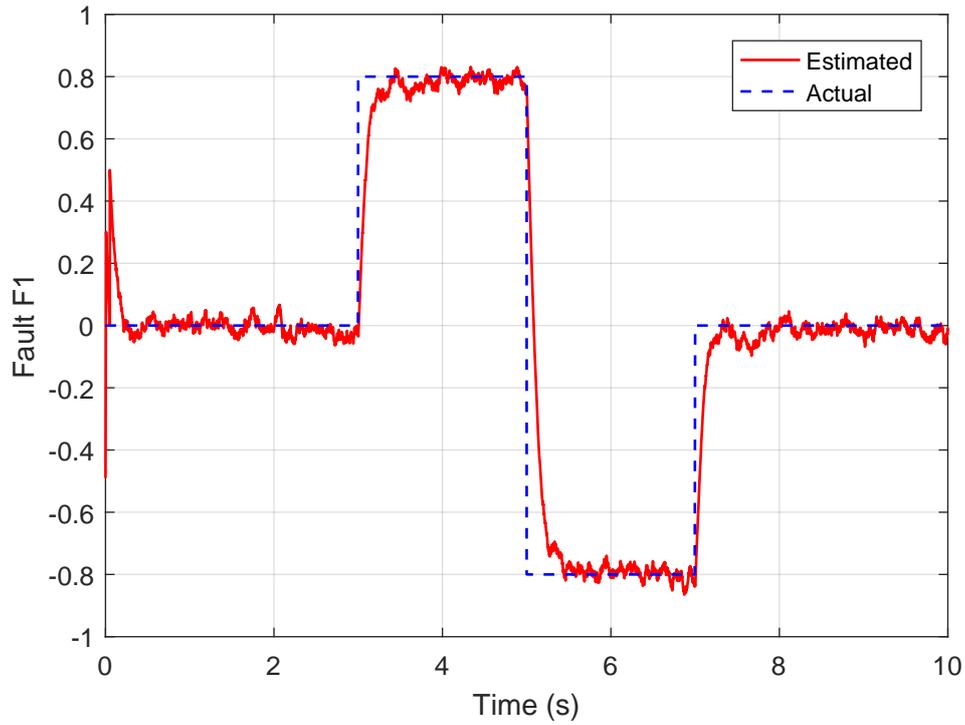
**Figure 5.3** – L'estimation de la température du réacteur en présence des défauts et bruits de mesure



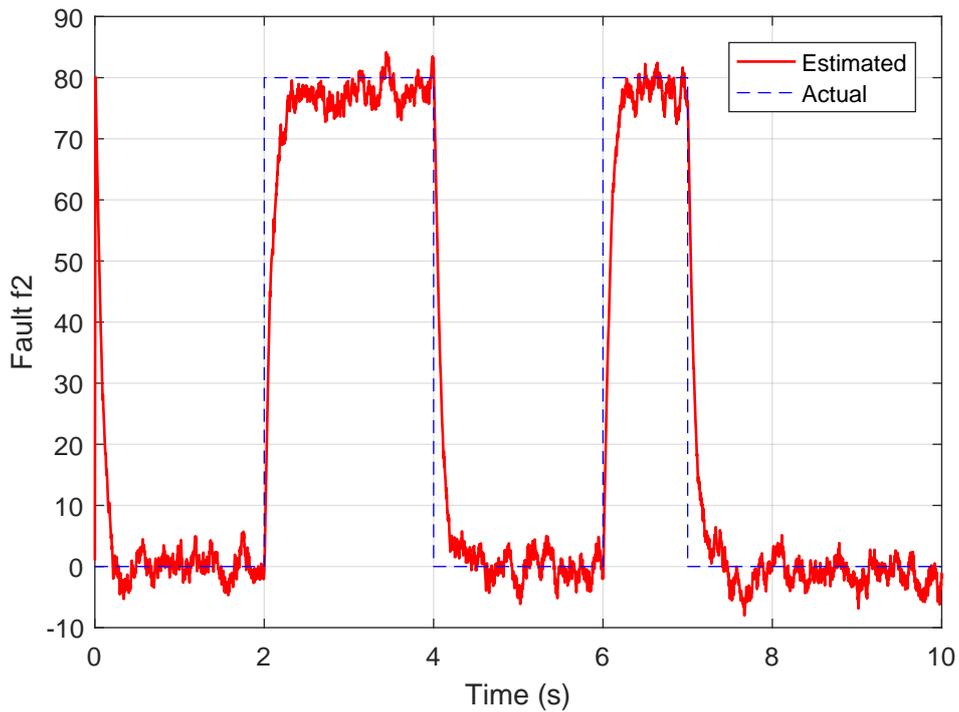
**Figure 5.4** – L'erreur d'estimation de la concentration  $C_A$  en présence des défauts et bruits de mesure



**Figure 5.5** – L'erreur d'estimation de la température  $T$  en présence des défauts et bruits de mesure



**Figure 5.6** – La reconstruction du défaut  $f_1$  sous bruits de mesure



**Figure 5.7** – La reconstruction du défaut  $f_2$  sous bruits de mesure

## 5.6 Conclusion

Pour les procédés chimiques, il est toujours indispensable de synthétiser des techniques avancées pour la commande de leurs paramètres opératoires, l'estimation de leurs états et

**Table 5.2** – Paramètres de l'observateur

$\theta_1 = 12$	$\alpha_1 = 15$	$\beta_1 = 10$
$\theta_2 = 50$	$\alpha_1 = 64$	$\beta_1 = 33$

le diagnostic de leurs défauts. Dans ce chapitre, nous avons étudié un cas particulier des réacteur chimiques très répandu dans le domaine industriel, connu sous le nom de CSTR, dans un premier temps, nous avons présenté un bref état de l'art sur les différentes techniques utilisées pour le diagnostic des défauts des réacteurs chimiques ainsi que pour le cas particulier du CSTR. Ensuite, après avoir donné une brève description du système choisi ainsi que son modèle dynamique, nous appliqué au CSTR une méthode d'estimation conjointe avec la reconstruction de défauts basée sur l'observateur à grand gain avec l'utilisation de l'estimation par modes glissant d'ordre supérieur. Les résultats de la simulation ont montré l'efficacité de l'observateur proposé qui donne une stabilité robuste et garantit une bonne estimation et la reconstruction des défauts.

# Conclusion générale et Perspectives

L'ensemble des travaux présentés dans cette thèse ont été consacrés au développement des méthodes d'estimation d'état et des défauts à base d'observateurs. Ces méthodes sont dédiées à une classe générale de systèmes non linéaires multi-variables affines en la commande. Notre attention s'est également portée sur l'étude du diagnostic des défauts. D'une manière générale, il n'existe pas dans la littérature des méthodes standards pour la conception des observateurs pour les systèmes non linéaires. En fait, de nombreux travaux de synthèses imposent des hypothèses particulières sur la structure des systèmes étudiés, ou bien des conditions particulières sur les matrices de distribution de défauts dans sa dynamique.

Nous avons commencé notre thèse en exposant les principaux observateurs les plus rencontrés dans la littérature pour les systèmes non linéaires. Ceci avait pour objectif de dresser un état de l'art sur les techniques les plus adaptées pour traiter le problème d'observation des systèmes non linéaires d'une part, et d'autre part, de positionner notre contribution sur les travaux déjà développés dans ce domaine.

Dans le deuxième chapitre nous avons fait un bref rappel sur les outils nécessaires de la théorie de modes glissants ainsi que la logique floue, afin de mieux comprendre les outils employés lors de la conception des techniques proposés dans le cadre de notre travail de recherche.

Par la suite, dans le troisième chapitre, nous avons entamé le développement d'une méthode d'estimation conjointe d'état pour les systèmes non linéaires avec les défauts qui peuvent y affecter. Dans ce sens, sous certaines contraintes et hypothèses simplificatrices sur la structure de la matrice de distribution de défauts, et après avoir effectué un changement de coordonnée du système original, nous avons synthétisé un observateur à grand gain en combinaison avec l'estimation par mode glissant d'ordre supérieur. En utilisant une approche issue de la théorie de Lyapunov, nous avons prouvé sa stabilité globale où l'erreur d'estimation a convergé asymptotiquement vers zéro. Cette approche a été validée par une application sur un robot manipulateur, les résultats de simulation ont bien illustré ses performances. La motivation du choix de cette approche est qu'elle utilise une combinaison des techniques diverses très puissantes en termes de précision et robustesse.

Une autre stratégie d'estimation d'état et des défauts basée sur une extension de l'observateur proposé dans le troisième chapitre a été mise en œuvre au cours du quatrième

chapitre. cette stratégie a pour objectif de généraliser cette technique sur une classe de systèmes non linéaires multi-variables sujet à des incertitudes dans le modèle dynamique. L'idée principale de cette technique était d'employer la propriété pertinente de la logique flou de type-2 pour approximer les dynamiques non modélisées dans le système et ainsi compenser leurs effets incontrôlables sur la stabilité globale de l'observateur. Pour prouver ses performances et sa robustesse, nous avons testé cette approche sur un exemple académique (Bras manipulateur d'un robot), les résultats étaient satisfaisants en comparaison avec la complexité de l'approche. En effet ; Nous avons rencontré certains obstacles concernant l'implémentation de l'algorithme adaptatif par logique flou de type-2 intervalle, cela est dû à cause de la dynamique lente de l'algorithme par rapport à celle de l'observateur principale.

Dans le cinquième chapitre, notre intérêt s'est précisément porté sur l'application de la technique proposée dans le chapitre 3 pour le diagnostic du réacteur chimique parfaitement agité (CSTR), qui est un système de nature non linéaire. Pour valider l'efficacité des algorithmes développés dans ce chapitre, nous avons présentés des résultats de simulation à la fin de ce chapitre.

En conclusion, nous pouvons dire que les résultats obtenus ont confirmé les avantages de notre approche à synthèse de deux observateurs pour le diagnostic de défauts susceptibles d'affecter le comportement du système. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que les techniques proposées dans ce manuscrit sont efficaces pour résoudre les problèmes de détection de défauts et de la synthèse de la commande tolérante aux défauts.

A l'issue de ce travail de thèse, le sujet est loin d'être épuisé, plusieurs problématiques demeurent néanmoins suspendues. Nous présentons en dessous certains perspectives de recherches envisageables :

- L'extension des approches développées dans cette thèse à des classes plus larges de systèmes non linéaires que celles envisagées dans ce mémoire.
- Dans la stratégie d'observation développées dans le chapitre 3 de cette thèse, nous avons supposé certaines hypothèses simplificatrices comme la structure de la matrice de distribution de défauts. Cependant, en pratique, cela n'est pas toujours vérifié, il serait alors intéressant de développer une technique relaxant ces hypothèses. Il serait également intéressant d'explorer d'autres structures. L'objectif serait alors de proposer une approche plus performante et moins contraignante, facile à implémenter et qui assure les performances désirées.
- Dans le chapitre 3, nous avons supposé le découplage entre les dynamiques non modélisées avec les signaux de défauts, une extension de cette approche au cas général serait intéressante.
- Les approches développées dans ce travail garantissent seulement la bornitude des erreurs d'observation, on peut alors les améliorer pour assurer la convergence vers zéro de toutes les erreurs d'observation.

- Nous proposons dans le futur l'amélioration des techniques basés sur l'algorithme de logique flou de type-2 afin d'améliorer les résultats obtenus.
- Toutes les approches développées dans cette thèse ont été validé uniquement sur des programmes de simulation sous MATLAB, il serait alors intéressant de de tester sur des bancs d'essai.
- Malgré tous les travaux qui existent dans la littérature, les réacteurs chimiques semblent là encore n'avoir servi pour l'instant que des exemples formels pour une application spécifique. Pour cela, la maîtrise de ce type de procédé reste un champ de recherche très fertile, de nombreuses améliorations sont envisageables, à savoir : la prise en compte des incertitudes de modélisation, les variations paramétriques, la détection d'autres types de défauts plus compliqués que ceux considéré ici...etc.

# Bibliographie

- [1] Aguilar-Garnica E, Garcia-Sandoval JP, Gonzalez-Figueredo C. A robust monitoring tool for distributed parameter plug flow reactors. *Comp Chem Eng* 2011 ;35 :510–8.
- [2] J. Mohd Ali, N. Ha Hoang, M. a. Hussain, and D. Dochain, “Review and classification of recent observers applied in chemical process systems,” *Comput. Chem. Eng.*, vol. 76, pp. 27–41, 2015.
- [3] Antonelli, R., Astolfi, A., 2003. Continuous stirred tank reactors : easy to stabilise ? *Automatica* 39 (10), 1817-1827.
- [4] D. Aubry, M. Boutayeb, and M. Darouach. On extended Kalman type observers design with application to the ball and beam system. In 5th IFAC Symposium of the 15th IMACS Nonlinear Systems- NOLCOS 2001, Saint Petersburg, Russia, pages 1431–1436, 2001.
- [5] Aziz N, Hussain MA, Mujtaba IM. Performance of different types of controllers in tracking optimal temperature profiles in batch reactors. *Comp Chem Eng* 2000 ;24 :1069–75.
- [6] G. Bartolini, A. Ferrara et E. Usai, ”Applications of a sub-optimal discontinuous control algorithm for uncertain second order systems”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 7, No 4, pp. 299-310, 1997.
- [7] G. Bartolini, A. Ferrara et E. Usai, ”Chattering Avoidance by Second-Order Sliding Mode Control”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, No 2, pp. 241-246, 1998.
- [8] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant et E. Usai, ”On second order sliding mode controllers”, *Proceedings of the 5th Int. Workshop on VSS*, Longboat Key, Florida, 1998.
- [9] G. Bartolini, A. Pisano et E. Usai, ”A digital 2-sliding control algorithm for a class of uncertain nonlinear plants”, *Proceedings of the ECC*, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [10] Bejarano FJ, Fridman L. High order sliding mode observer for linear systems with unbounded unknown inputs. *Int J Control* 2010 ;83 :1920–9.
- [11] B. W. Bequette, «Behavior of a CSTR with a recirculating jacket heat transfer system,» *chez Proceedings of the 2002 American Control Conference*, 2002.

- [12] Biagiola, I. Silvina, L. José et Figueroa, «A high gain nonlinear observer : application to the control of an unstable nonlinear process,» *Computers chemical engineering*, vol. 28, n° 19, p. 1881–1898, 2004.
- [13] J. Birk and M. Zeitz. Extended Luenberger observer for nonlinear multi-variable systems. *International Journal of Control*, 47(6) :1823–1836, 1988.
- [14] Bornard, G., Celle-Couenne, F., Gilles, G., *Observabilité et observateurs sur les systèmes non linéaires T.1, Modélisation-Estimation*, pages 177-221. Masson, 1993.
- [15] Boudjellal, M., Illoul, R. (2017, May). High-order sliding mode and high-gain observers for state estimation and fault reconstruction for a nonlinear CSTR. In 2017 6th International Conference on Systems and Control (ICSC) (pp. 231-236). IEEE.
- [16] Boudjellal, M., Illoul, R. (2017, October). Sensor fault estimation for a nonlinear CSTR using super-twisting and high-gain observers. In 2017 5th International Conference on Electrical Engineering-Boumerdes (ICEE-B) (pp. 1-5). IEEE.
- [17] M.Boudjellal, R.Illoul, and M.Hazerchi, “State Estimation and Fault Reconstruction for a Nonlinear CSTR : A Comparative Study” *International Conference on Applied Automation and Industrial Diagnostics (ICAAID 2017)*, Djelfa on September 2017, Algeria.
- [18] Boudjellal, M., Illoul, R. (2019). Design of a Robust Observer with Super-Twisting Algorithm for Simultaneous Concentration Estimation and Faults Reconstruction in a CSTR. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 17(8).
- [19] M. Boutayeb and D. Aubry. A strong tracking extended Kalman observer for nonlinear discrete-time systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 44(8) :1550–1556, 1999.
- [20] J. Buckley, “Universal fuzzy controllers,” *Automatica*, vol. 28, no. 6, pp. 1245-1248, 1992.
- [21] T. S. a J. K. K. J. Burnham, “Nonlinear Unknown Input Observer Design for Nonlinear Systems : A New Method,” *Int. Fed. Auto. Con.*, 2011, pp. 11067–11072.
- [22] F. Caccavale, F. Pierri, M. Iamarino et V. Tufano, «An integrated approach to fault diagnosis for a class of chemical batch processes,» *Journal of process control*, vol. 19, n° 15, pp. 827-841, 2009.
- [23] Chen Z. Bayesian filtering : from Kalman filters to particle filters, and beyond. *Statistics* 2003 ;182 :1–69.
- [24] CHEN, Weitian et SAIF, Mehrdad. Fault detection and isolation based on novel unknown input observer design. In : 2006 American Control Conference. IEEE, 2006. p. 6 pp.
- [25] CHEN, Weitian et SAIF, Mehrdad. A sliding mode observer-based strategy for fault detection, isolation, and estimation in a class of Lipschitz nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 2007, vol. 38, no 12, p. 943-955.

- [26] Chen XS, Yang J, Li SH, Li Q. Disturbance observer based multi-variable control of ball mill grinding circuits. *J Process Control* 2009;19 :1205–13.
- [27] Chen, J., Patton, R. J. (2012). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems* (Vol. 3). Springer Science Business Media.
- [28] J. Chen et R. J. Patton, «Robust residual generation using unknown input observers,» In *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, Springer, p. 65–108, 1999.
- [29] Y. Chetouani, «Design of a multi-model observer-based estimator for Fault detection and Isolation (FDI) strategy : Application to a chemical reactor,» *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, vol. 25, n° 14, pp. 777-788, 2008.
- [30] Chiang, L. H., Russell, E. L., Braatz, R. D. (2000). *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. Springer Science Business Media.
- [31] R. N. Clark, “Instrument Fault Detection,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-14, no. 3, pp. 456–465, 1978.
- [32] O. Castillo and P. Melin. *Type-2 fuzzy logic : theory and applications*. Springer Verlag, 2008.
- [33] K. Chafaa, L. Saidi, M. Ghanai, and K. Benmahammed. Indirect adaptive interval type-2 fuzzy control for nonlinear systems. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2(2) :106–119, 2007.
- [34] DAROUACH, M. et BOUTAYEB, M. Design of observers for descriptor systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 1995, vol. 40, no 7, p. 1323-1327.
- [35] D. Dochain, «State and parameter estimation in chemical and biochemical processes : a tutorial,» *Journal of process control* (2003), pp. 13.8 : 801-818., 2003.
- [36] D. Dochain, «State and parameter estimation in chemical and biochemical processes : a tutorial,» *Journal of process control* (2003), pp. 13.8 : 801-818., 2003.
- [37] Dong Y, Yang Y. Observer design for a class of multi-input multi-output nonlinear-systems. *Int J Syst Sci* 2011;42 :695–703.
- [38] M. Du et P. Mhaskar, «Active fault isolation of nonlinear process systems,» *AICHE Journal*, vol. 59, n° 17, pp. 2435-2453, 2013
- [39] C. P. Tan et C. Edwards, «Sliding Mode Observers for Detection and Reconstruction of Sensor Faults,» *Automatica*, vol. 38, p. 1815–1821, 2002.
- [40] D. Fragkoulis, G. Roux, and B. Dahhou, “Detection, isolation and identification of multiple actuator and sensor faults in nonlinear dynamic systems : Application to a waste water treatment process,” *Appl. Math. Model.*, vol. 35, no. 1, pp. 522–543, 2011.
- [41] P. M. Frank, S. X. Ding, and T. Marcu, “Model-based fault diagnosis in technical processes,” *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 22, no. 2000, pp. 57–101, 2000.

- [42] P. M. Frank and X. Ding, “Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems,” *J. Process Control*, vol. 7, no. 6, pp. 403–424, 1997.
- [43] L. B. Freidovich and H. K. Khalil, “Lyapunov-based switching control of nonlinear systems using high-gain observers,” *Automatica*, vol. 43, pp. 150–157, 2007.
- [44] L. Fridman, J. Davila, A. Levant : High-order sliding-mode observation for linear systems with unknown inputs. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, (2011), 5(2), 189-205.
- [45] C. Gao, G. Duan : Robust adaptive fault estimation for a class of nonlinear systems subject to multiplicative faults. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, (2012), 31(6), 2035-2046.
- [46] GAO, Zhiwei, CECATI, Carlo, et DING, Steven X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques—Part I : Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, vol. 62, no 6, p. 3757-3767.
- [47] Gao, W., Wang, Y., Homaifa, A. (1995). Discrete-time variable structure control systems. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 42(2), 117-122.
- [48] E. A. García and P. M. Frank, “Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis : A survey,” *Control Eng. Pract.*, vol. 5, no. 5, pp. 663–670, 1997.
- [49] F. Deza, E. Busvelle, J. P. Gauthier, and D. Rakotopara. High gain estimation for nonlinear systems. *Systems Control letters*, 18, 1992.
- [50] J. P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman, “A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactor,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37. pp. 875–879, 1992.
- [51] Gertler, J. (2017). *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. Routledge.
- [52] A. Glumineau, C. H. Moog, and F. Plestan. New algebro-geometric conditions for the linearization by input-output injection. *IEEE Trans. Automatic Control*, 41(4) :598–603, 1996.
- [53] R. D. Guang et R. J. Patton, «Robust fault detection using Luenberger-type unknown input observers-a parametric approach,» *International Journal of Systems Science*, vol. 32, n° 14, p. 533–540, 2001.
- [54] Henry D. (1999). *Diagnostic et contrôle de cohérence des systèmes multivariables incertains*. Thèse de doctorat. Laboratoire d’Automatique et de Productique (LAP), Université Bordeaux I, Talence, France.
- [55] Hoang H, Couenne F, Le Gorrec Y, Chen C-L, Ydstie BE. Passivity-based nonlinear-control of CSTR via asymptotic observers. *Annu Rev Control* 2013 ;37(2) :278–88.

- [56] LI, Hongyi, GAO, Yabin, SHI, Peng, et al. Observer-based fault detection for nonlinear systems with sensor fault and limited communication capacity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, vol. 61, no 9, p. 2745-2751.
- [57] M. Hou and A.C. Pugh. Observer with linear error dynamics for nonlinear multi output systems. *Systems and Control Letters*, 37(1) :1–9, 1999.
- [58] C. C. Hua, X. P. Guan, and P. Shi, “Robust output feedback tracking control for time-delay nonlinear systems using neural network,” *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 18, no. 2, pp. 495–505, Mar. 2007.
- [59] Huang R, Patwardhan SC, Biegler LT. Stability of a class of discrete-time nonlinearrecursive observers. *J Process Control* 2010 ;20 :1150–60.
- [60] Hussain MA, Shafiur Rahman M, Ng CW. Prediction of pores formation (porosity) infoods during drying : generic models by the use of hybrid neural network. *J FoodEng* 2002 ;51 :239–48.
- [61] HWANG, Inseok, KIM, Sungwan, KIM, Youdan, et al. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods. *IEEE transactions on control systems technology*, 2009, vol. 18, no 3, p. 636-653.
- [62] Isermann, R. (2005). Model-based fault-detection and diagnosis–status and applications. *Annual Reviews in control*, 29(1), 71-85.
- [63] A. Isidori : *Nonlinear control systems*. Springer Science Business Media, (2013).
- [64] Jana AK. A nonlinear exponential observer for a batch distillation. In : 11th international conference on control automation robotics vision (ICARCV) ; 2010. p.1393–6.
- [65] Jiang, B., Staroswiecki, M., Cocquempot, V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9), 1578.
- [66] N. Kazantzis and C. Kravaris. Nonlinear observer design using Lyapunov’s auxiliary theorem. *Systems Control Letters*, 34(5) :241–247, 1998.
- [67] Khalil, Hassan K. *Nonlinear systems*. Upper Saddle River, 2002.
- [68] Karnik, N. N., Mendel, J. M. (1998, May). Introduction to type-2 fuzzy logic systems. In 1998 IEEE international conference on fuzzy systems proceedings. IEEE world congress on computational intelligence (Cat. No. 98CH36228) (Vol. 2, pp. 915-920). IEEE.
- [69] S.V. Emel’yanov, S.V. Korovin et L.V. Levantovsky, ”Higher Order Sliding Modes in the Binary Control System”, *Soviet Physics*, Vol. 31, No 4, pp. 291-293, 1986.
- [70] Kravaris C, Hahn J, Chu Y. Advances and selected recent developments in state and parameter estimation. *Comp Chem Eng* 2012 ;51 :111–23.
- [71] A. J. Krener and W. Respondek. Nonlinear observer with linearizable error dynamics. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 23(2) :197–216, 1985.
- [72] Levant, A. (2007). Principles of 2-sliding mode design. *automatica*, 43(4), 576-586.

- [73] Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control*, 58(6), 1247-1263.
- [74] Levant, A. (1997, July). Higher order sliding : collection of design tools. In 1997 European Control Conference (ECC) (pp. 3043-3048). IEEE.
- [75] A. Levant : Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control*, 1993, 58(6), 1247-1263.
- [76] R. Li et J. H. Olson, «Fault detection and diagnosis in a closed-loop nonlinear distillation process : application of extended Kalman filters,» *Industrial Engineering Chemistry Research*, vol. 30, n° 15, p. 898–908, May 1991.
- [77] LIU, Yang-Yu, SLOTINE, Jean-Jacques, et BARABÁSI, Albert-László. Observability of complex systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2013, vol. 110, no 7, p. 2460-2465.
- [78] P. Lopez, A. S. Nouri, “Théorie élémentaire et pratique de la commande par les régimes glissants”, Edit Springer (in French), 2006.
- [79] Luyben, W., L., *Chemical Reactor Design and Control*, 2007, John Wiley and Sons.
- [80] MA, Jianping et JIANG, Jin. Applications of fault detection and diagnosis methods in nuclear power plants : A review. *Progress in nuclear energy*, 2011, vol. 53, no 3, p. 255-266.
- [81] Manceur, M. (2012). *Commande robuste des systèmes non linéaires complexes* (Doctoral dissertation, Reims).
- [82] P. R. Mangsuli and N. J. Rao, “Nonlinear Luenberger-Like Observers for Nonlinear MIMO Systems,” *Asian Journal of Control*, vol. 10, no. 4, pp. 495–506, 2008.
- [83] Manimozhi, M. (2010). Fault detection and diagnosis in biochemical processes. *International Journal of Chemical Science*, 8(5), 2010.
- [84] R. Marino and P. Tomei, “adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear system,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 40, no. 7, pp. 1–5, 1995.
- [85] Marzat, Julien, Piet-lahanier, Hélène, Damongeot, Frédéric, et al. Model-based fault diagnosis for aerospace systems : a survey. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of aerospace engineering*, 2012, vol. 226, no 10, p. 1329-1360.
- [86] R. K. Mehra et J. Peschon, «An innovations approach to fault detection and diagnosis in dynamic systems,» *Automatica*, vol. 7, n° 15, p. 637–640 , 1971.
- [87] H. Mekki, O. Benzineb, D. Boukhetala, M. Tadjine, and M. Benbouzid, “Sliding mode based fault detection, reconstruction and fault tolerant control scheme for motor systems,” *ISA Trans.*, pp. 1–12, 2015.

- [88] J.M. Mendel. Uncertain rule-based fuzzy logic systems : introduction and new directions. Prentice-Hall, 2001.
- [89] Kim, H. M., Mendel, J. M. (1995). Fuzzy basis functions : Comparisons with other basis functions. IEEE Transactions on Fuzzy systems, 3(2), 158-168.
- [90] J. M. Mendel. Type-2 fuzzy sets and systems : An overview. IEEE Computational Intelligence Magazine, vol. 2, no. 1, pp. 20-29, 2007.
- [91] Miljković, D. (2011, May). Fault detection methods : A literature survey. In 2011 Proceedings of the 34th international convention MIPRO (pp. 750-755). IEEE.
- [92] NOH, Daejong, JO, Nam H., et SEO, Jin H. Nonlinear observer design by dynamic observer error linearization. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, vol. 49, no 10, p. 1746-1753.
- [93] Odendaal, Hendrik M. et Jones, Thomas. Actuator fault detection and isolation : An optimised parity space approach. Control Engineering Practice, 2014, vol. 26, p. 222-232.
- [94] Olivier LE, Craig IK, Chen YQ. Fractional order and BICO disturbance observers for arun-of-mine ore milling circuit. J Process Control 2012 ;22 :3-10.
- [95] Park, Jae-Do et Candelaria, Jared. Fault detection and isolation in low-voltage DC-bus microgrid system. IEEE transactions on power delivery, 2013, vol. 28, no 2, p. 779-787.
- [96] C. D. Persis et A. Isidori, «A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation,» IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 46 , n° 1 6, pp. 853-865,, 2001.
- [97] A. R. Phelps. On constructing nonlinear observers. SIAM Journal on Control and Optimization, 29(3) :516-534, 1991.
- [98] F. Pierri et al, «Observer-based sensor fault detection and isolation for chemical batch reactors,» Engineering Applications of Artificial Intelligence, pp. vol. 21, pp. 1204-1216., 2008.
- [99] F. Plestan and A. Glumineau. Linearization by generalized input-output injection. Systems and Control Letters, 31(2) :115-128, 1997.
- [100] M. Pourgholi and V. J. Majd, “Robust Adaptive Observer Design for Lipschitz Class of Nonlinear Systems,” System, pp. 29-33, 2012.
- [101] Prakash J, Gopaluni RB, Patwardhan SC, Narasimhan S, Shah SL. Nonlinear Bayesian state estimation : review and recent trends. In : 2011 international symposium on advanced control of industrial processes (ADCONIP) ; 2011. p. 450-5.
- [102] V. Puig, A. Stancu, T. Escobet, F. Nejjari, J. Quevedo et R. J. Patton, «Passive robust fault detection using interval observers : application to the DAMADICS benchmark problem,» Control Engineering Practice, vol. 14, n° 16, p. 621-633, 2006.

- [103] S. Raghavan, J. K. Hedrick :Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 1994, 59(2), 515-528.
- [104] L. A. Rusinov, N. V. Vorobiev et V. V. Kurkina, «Fault diagnosis in chemical processes and equipment with feedbacks,» *Chemometrics and intelligent laboratory systems*, vol. 126, pp. 123-128, 2013.
- [105] Sallem, Fatma. Détection et isolation de défauts actionneurs basées sur un modèle de l'organe de commande. 2013. Thèse de doctorat. Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier.
- [106] Senthil R, Janarthanan K, Prakash J. Nonlinear state estimation using fuzzy Kalmanfilter. *Ind Eng Chem Res* 2006 ;45 :8678–88.
- [107] Shams, M. Bin, H. Budman, and T. Duever. "Finding a trade-off between observability and economics in the fault detection of chemical processes." *Computers chemical engineering* 35.2 (2011) : 319-328.
- [108] O. A. Sotomayor et D. Odloak, «Observer-based fault diagnosis in chemical plants,» *Chemical Engineering Journal*, vol. 112, n° 11-3, pp. 93-108, 2005.
- [109] Soukkou, Yassine. Commande adaptative par backstepping d'une classe des systèmes non linéaires incertains. 2014. Thèse de doctorat. Université Abdelhak Benhamouda de Jijel.
- [110] S. S. Stankovi, D. M. Stipanovi, and D. D. Iljak, "Decentralized dynamic output feedback for robust stabilization of a class of nonlinear interconnected systems," *Automatica*, vol. 43, pp. 861–867, 2007.
- [111] C. P. Tan et C. Edwards, «Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults,» *Automatica*, vol. 38, n° 110, pp. 1815-1821, 2002.
- [112] C. W. Li and L. W. Tao. Observing nonlinear time-variable systems through a canonical form observer. *International Journal of Control*, 44(6) :1703-1713, 1987.
- [113] R. Tarantino, F. Szigeti et E. Colina-Morles, «Generalized Luenberger observer-based fault-detection filter design : an industrial application,» *Control Engineering Practice*, vol. 8, n° 16, pp. 665-671, 2000.
- [114] J. D. S. Torres, H. A. Botero, E. Jiménez, O. Jaramillo et A. G. Loukianov, «A Robust Extended State Observer for the Estimation of Concentration and Kinetics in a CSTR,» *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, vol. 14, n° 11, pp. 481-490, 2016.
- [115] Veluvolu, Kalyana C., Defoort, Michael, et Soh, Yeng Chai. High-gain observer with sliding mode for nonlinear state estimation and fault reconstruction. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, vol. 351, no 4, p. 1995-2014.
- [116] Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Yin, K., Kavuri, S. N. (2003). A review of process fault detection and diagnosis : Part I : Quantitative model-based methods. *Computers chemical engineering*, 27(3), 293-311.

- [117] L.X. Wang and J.M. Mendel, "Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least square learning," *IEEE Trans. Neural Networks*, 3, pp. 807–814, 1992.
- [118] L.X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [119] W. Lin and H. Wang. Linearization techniques in fault diagnosis of non-linear systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, 214(4) :241–245, 2000.
- [120] D. Wu and J.M. Mendel. Enhanced karnik–mendel algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(4) :923–934, 2009.
- [121] Yan, Xing-Gang et Edwards, Christopher. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica*, 2007, vol. 43, no 9, p. 1605-1614.
- [122] Yan, Xing-Gang et Edwards, Christopher. Adaptive sliding-mode-observer-based fault reconstruction for nonlinear systems with parametric uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, vol. 55, no 11, p. 4029-4036.
- [123] Yang, Y., Ding, S. X., Li, L. (2015). On observer-based fault detection for nonlinear systems. *Systems Control Letters*, 82, 18-25.
- [124] Du, Yuncheng. "Classification Algorithms based on Generalized Polynomial Chaos." (2016).
- [125] J. Zarei and E. Shokri, "Robust sensor fault detection based on nonlinear unknown input observer," *Measurement*, vol. 48, pp. 355–367, 2014.
- [126] Zemouchz, Ali. *Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires*. 2007. Thèse de doctorat.
- [127] K. Zhang, B. Jiang et V. Cocquempot, «Adaptive observer-based fast fault estimation.,» *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 6, n° 13, pp. 320-326, 2008.
- [128] Q. Zhang, "Fault detection and isolation based on adaptive observers for nonlinear dynamic systems," Rennes, Frances, 1999.
- [129] Y. Zhou, Y. C. Soh, J. X. Shen : High-gain observer with higher order sliding mode for state and unknown disturbance estimations. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(15), 2136-2151.
- [130] F. Zhu : State estimation and unknown input reconstruction via both reduced-order and high-order sliding mode observers. *Journal of Process Control*, 2012, 22(1), 296-302.