



Département d'Hydraulique
Laboratoire de Recherche des Sciences de l'Eau

Thèse de Doctorat Science
en Hydraulique

Modélisation hydraulique des écoulements à surface libre, prise en compte du caractère 2D au niveau des singularités. Application à un réseau d'assainissement

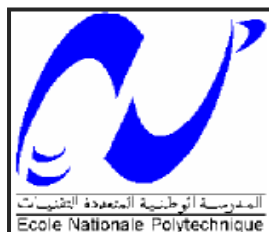
Khaled KOUIDER

Sous la direction de Mme. Saâdia BENMAMAR Professeure

Présentée et soutenue publiquement le 11/05/2017

Composition du jury :

Président	M. Ahmed KETTAB,	Professeur	ENP
Rapporteur	Mme Saâdia BENMAMAR	Professeure	ENP
Examinatrice	Mme Jazzia ARRAR	Maitre de Conférences	ENP
Examineur	M. Mohamed KHETTAOUI	Professeur	Univ. de Tiziouzhou
Examineur	M. Boulem REMINI	Professeur	Univ. de Blida
Examineur	M. Ali BERREKSI	Maitre de Conférences	Univ. de Bejaia
Invitée	Mme Christine POULARD	Divisionnaire	Irstea Centre Lyon



Département d'Hydraulique
Laboratoire de Recherche des Sciences de l'Eau

Thèse de Doctorat Science
en Hydraulique

Modélisation hydraulique des écoulements à surface libre, prise en compte du caractère 2D au niveau des singularités. Application à un réseau d'assainissement

Khaled KOUIDER

Sous la direction de Mme Saâdia BENMAMAR Professeure

Présentée et soutenue publiquement le 11/05/2017

Composition du jury :

Président	M. Ahmed KETTAB,	Professeur	ENP
Rapporteur	Mme Saâdia BENMAMAR	Professeure	ENP
Examinatrice	Mme Jazzia ARRAR	Maitre de Conférences	ENP
Examineur	M. Mohamed KHETTAOUI	Professeur	Univ deTiziouzou
Examineur	M. Boulem REMINI	Professeur	Univ. de Blida
Examineur	M. Ali BERREKSI	Maitre de Conférences	Univ. de Bejaia
Invitée	Mme Christine POULARD	Divisionnaire	Irstea Centre Lyon

Dédicaces

A mes chers parents,

A qui je dois ce que je suis,

Qu'ils trouvent dans cette thèse, le fruit de leurs sacrifices consentis pour mon éducation, et l'expression de mon amour et de ma gratitude pour la bienveillance avec laquelle ils m'ont toujours entouré.

Que Dieu leur préserve longue vie et bonne santé.

A mes sœurs,

A mes frères,

A toute ma famille,

A tous mes amis.

Khaled

Remerciements

Merci à notre bon Dieu, notre guide, notre force, notre bonheur, et la raison de notre existence. C'est lui qui nous a fait comprendre le but de cette vie, et qui nous a donné le pouvoir d'aimer les gens et d'apprécier les choses. Merci d'être là dans les moments les plus difficiles.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance et ma gratitude au Professeur Benmamar Saâdia, pour son soutien, sa patience et ses orientations.

Mes vifs remerciements vont au Professeur Ahmed Kettab, directeur du Laboratoire de Recherche des Sciences de l'eau LRSeau, pour les moyens qu'il a mis à notre disposition.

Je tiens à remercier :

Monsieur Ahmed Kettab Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, de m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du Jury.

Madame Djazia Arrar, Maître de conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, qui a accepté d'examiner cette thèse et de faire partie du Jury.

Monsieur Boualem Remmini Professeur à l'Université de Blida, qui a accepté d'examiner cette thèse et de faire partie du jury.

Monsieur Mohamed Khattaoui, Professeur à l'université de Tizi ouzou, pour avoir accepté d'examiner cette thèse et de faire partie du jury.

Monsieur Ali Berreksi, Maître de conférences à l'Université de Béjaia, pour avoir accepté d'examiner cette thèse et de faire partie du jury.

Madame Christine Poulard, Docteur à l'unité de recherche Hydrologie-Hydraulique de l'Institut de Recherche en Sciences et Technologies pour l'Environnement et l'Agriculture de Lyon, France d'avoir accepté d'être membre invité du jury.

Une grande reconnaissance et un grand merci aux enseignants du département d'hydraulique et aux responsables du laboratoire LRSeau, qui ont contribué à ma formation et de m'avoir donné la chance d'apprendre, et de nous faire partager leurs savoirs, sans eux je ne serai jamais arrivé à ce stade.

Pour finir, je tiens à remercier l'ensemble de mes ami(es) et collègues pour leurs sympathies et gentillesse.

ملخص:

تتعرض أنظمة جمع وتصريف مياه الأمطار والصرف الصحي إلى بعض الأعطال مما يمكن أن يسبب الفيضانات والتلوث. محاكاة سلوك هذه الشبكات في طقس ممطر هو وسيلة فعالة لوضع تشخيص هيدروليكي لعمل هذه الشبكات. وتستند المحاكاة على النمذجة الهيدروليكية القائمة على أساس حل معادلات باري سانت فينان. من أجل زيادة تحسين نمذجة تدفق في هذه الشبكات، تم تطوير نموذج اقتران بعد1/بعد2 مع الأخذ بعين الاعتبار طبيعة ذات بعد واحد من التدفق في الأنابيب ومراعاة أن التدفق ثنائي الأبعاد على مستوى روابط الأنابيب. تم تقييم نماذج الثبات والأداء من خلال تنفيذها على جزء من شبكة الصرف الصحي.

كلمات مفتاحية: التدفق حر السطح, معادلات باري سانت فينان, النمذجة, المحاكاة

ABSTRACT:

Sewer network systems malfunctions may result in floods and pollution. The simulation of the behavior of these networks during rainfall events is an effective way to establish a diagnosis of flow, and thus to better identify causes of malfunction. It involves hydraulic modeling of free surface flow governed by the one-dimensional and two-dimensional Saint Venant systems. A 1-D model was first developed to simulate the free surface flows, and adapted to the simulation of flows in sewer network. A 2-D model free surface flows will also be developed, but to be used only in singularities. Coupling these two models allows to refine the resolution of Saint Venant equations by improving boundary conditions to internal limits. Our coupled model 1D/2D takes into account the one-dimensional nature of the flow in pipes, and considers that the flow is two-dimensional in manholes, which connect pipes together. The models solve the Saint Venant equations using finite difference method, with an explicit discretization scheme. The consistency and performance of the models were evaluated by implementing them on a sewer collector portion with upstream and downstream measures for the rainfalls that occurred on its associated catchment.

Keywords: Free surface flows, shallow water equations, modeling, simulation

RESUME :

Les dysfonctionnements des réseaux de collecte et d'évacuation des eaux pluviales et usées peuvent entraîner des inondations et des pollutions. La simulation du comportement de ces réseaux en temps de pluie est un moyen efficace pour établir un diagnostic hydraulique de leur fonctionnement. La simulation est basée sur la modélisation hydraulique des écoulements à surface libre régie par le système de Barré Saint Venant. Dans le but d'affiner davantage la modélisation de l'écoulement dans ces réseaux, un modèle de couplage 1D/2D a été élaboré

Résumé

prenant en compte le caractère unidimensionnel de l'écoulement au niveau des canalisations tout en considérant que l'écoulement est bidimensionnel au droit des raccords reliant les canalisations. La consistance et la performance des modèles ont été évaluées en les mettant en application sur une portion de collecteur d'assainissement disposant de mesures de vitesse et de hauteur amont et aval pour les pluies survenues sur son bassin versant associé.

Mots clés : Ecoulement à surface libre, équations de Saint Venant, Modélisation, Simulation.

Liste des figures

Notations

Liste des abréviations

Introduction générale.....	13
Chapitre I: Problématique des écoulements à surface libre en présence de singularités	16
Introduction	16
1. Approches de résolution des équations régissant les écoulements à surface libre	17
2. Traitement des conditions aux limites	18
3. Les modèles de jonctions.....	19
Conclusion	24
Chapitre II: Modèles mathématiques régissant les écoulements	26
à surface libre	26
Introduction	26
1. Equations de base des écoulements à surface libre	26
1.1. Equation de continuité	26
1.2. Equation de quantité de mouvement.....	27
2. Modèle bidimensionnel	28
2.1. Hypothèses	28
3.1. Modèles simplifiés	31
3.2. Forme conservative	32
4. Modèle unidimensionnel	33
4.1. Hypothèses	33
4.2. Etablissement du système d'équations unidimensionnel	34
4.3. Modèles simplifiés	40
Conclusion	41
Chapitre III: Modèles de résolution des systèmes d'équations de Barré de Saint Venant 1D et 2D	42
Introduction	42
1. Discrétisation des équations aux dérivées partielles	42
2. Méthode des différences finies pour les systèmes hyperboliques.....	43
3. Résolution du système 1-D.....	45
3.1. Discrétisation du système 1D par un schéma de différences finies explicite	47
3.2. Stabilité du système 1D	50
4. Résolution du système 2-D.....	51

4.1. Discrétisation du système 2D par un schéma de différences finies explicite	53
4.2. Stabilité du système 2D	56
5. Structure des modèles élaborés	57
6. Algorithme de résolution	58
Chapitre IV: Prise en compte du caractère 2D au niveau des singularités	66
Introduction	66
1. Description des écoulements au niveau des singularités.....	67
2. Traitement des singularités	68
3. Modélisation des singularités type raccordement	70
3.1. Approche bidimensionnelle	70
3.2. Connectivité 1D/2D	73
Conclusion	73
Chapitre V: Application des modèles élaborés à un réseau d'assainissement d'Alger	74
Introduction	74
1. Présentation de la zone d'application	74
2. Validation des modèles.....	76
2.1. Évènement pluvieux du 13/11/08	77
2.2. Evènement pluvieux du 15/11/08	77
2.3. Evènement pluvieux du 16/11/08	78
3. Résultats de simulation issus du modèle 1D.....	79
3.1. Simulation de l'évènement pluvieux du 13/11/08	79
3.2. Simulation de l'évènement pluvieux du 15/11/08	83
3.3. Simulation de l'évènement pluvieux du 16 Novembre.....	86
4. Résultats de simulation issus du modèle de couplage 1D-2D	90
4.1. Simulation de l'évènement pluvieux du 15/11/08	90
4.2. Simulation de l'évènement pluvieux du 16/11/08	94
5. Comparaison des résultats issus des deux approches	97
5.1. Comparaison des résultats issus de l'évènement pluvieux du 15/11/08	98
5.2. Comparaison des résultats issus de l'évènement pluvieux du 16/11/08	101
6. Interprétation des résultats	105
Conclusion	106
Conclusion générale	107
Références bibliographiques.....	110
Annexes	113

Liste des figures

Figure I.1 :	Jonction avec deux conduites horizontales	23
Figure II.1 :	Choix des coordonnées	28
Figure II.2 :	Conventions du modèle bidimensionnel	30
Figure II.3 :	Schéma de définition pour les équations 1-D	34
Figure II.4 :	Forces exercées par le fluide sur la paroi et réaction de la paroi sur le fluide	39
Figure III.1:	Schéma de résolution explicite 1D	48
Figure III.2 :	Schéma de résolution explicite 2D	53
Figure III.3:	Algorithme de résolution	59
Figure IV.1 :	Raccord type convergent, divergent	69
Figure VI.2 :	Schématisation d'une singularité simple type raccord	70
Figure VI.3 :	Schématisation de la singularité	72
Figure V.1 :	Schématisation du réseau	76
Figure V.2 :	Schématisation du réseau avec prise en compte des raccords	76
Figure V.3 :	Hydrogramme d'entrée de l'événement pluvieux du 13 Novembre	77
Figure V.4 :	Hydrogramme d'entrée de l'événement pluvieux du 15 Novembre	78
Figure V.5 :	Hydrogramme d'entrée de l'événement pluvieux du 16 Novembre	78
Figure V.6 :	Chronique de débit à l'aval du collecteur	80
Figure V.7 :	Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	80
Figure V.8 :	Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	81
Figure V.9 :	Profil de hauteur d'eau le long du collecteur	81
Figure V.10 :	Variation du nombre de Froude le long du collecteur	82
Figure V.11 :	Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	82
Figure V.12 :	Chronique de débit à l'aval du collecteur	83
Figure V.13 :	Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	84
Figure V.14 :	Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	84
Figure V.15 :	Profil de hauteur d'eau le long du collecteur	85
Figure V.16 :	Variation du nombre de Froude le long du collecteur	85
Figure V.17 :	Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	86
Figure V.18 :	Chronique de débit à l'aval du collecteur	87
Figure V.19 :	Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	87
Figure V.20 :	Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	88
Figure V.21 :	Profil de hauteur d'eau le long du collecteur	88

Liste des figures

Figure V.22 : Variation du nombre de Froude le long du collecteur	89
Figure V.23 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	89
Figure V.24 : Chronique de débit à l'aval du collecteur	91
Figure V.25 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	91
Figure V.26 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	92
Figure V.27 : Profil de hauteur d'eau le long du collecteur	92
Figure V.28: Variation du nombre de Froude le long du collecteur	93
Figure V.29 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	93
Figure V.30 : Chronique de débit à l'aval du collecteur	94
Figure V.31 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	95
Figure V.32 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	95
Figure V.33 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur	96
Figure V.34: Variation du nombre de Froude le long du collecteur	96
Figure V.35 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	97
Figure V.36 : Chronique de débit à l'aval du collecteur	98
Figure V.37 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	99
Figure V.38 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	99
Figure V.39 : Profil de hauteur d'eau le long du collecteur	100
Figure V.40: Variation du nombre de Froude le long du collecteur	100
Figure V.41 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	101
Figure V.42 : Chronique de débit à l'aval du collecteur	102
Figure V.43 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur	102
Figure V.44 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur	103
Figure V.45 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur	103
Figure V.46: Variation du nombre de Froude le long du collecteur	104
Figure V.47 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur	104
Tableau V-1 : Caractéristiques géométriques du collecteur.....	76

Notations

Symbole	Signification	Unité
A	: Section mouillée	(m^2)
a	: Pas de discrétisation des schémas aux différences finies	(m)
b	: Pas de discrétisation des schémas aux différences finies	(m)
C	: Célérité de l'onde	(m/s)
C_{cfl}	: Courant-Friedrich-Lévy	(-)
C_h	: Coefficient de Chézy	($m^{1/2}/s$)
C_w	: Coefficient de trainée du vent	(-)
D_h	: Diamètre hydraulique	(m)
f	: Fonction quelconque	(-)
F	: Nombre de Froude	(-)
F_x, F_y et F_z	: Forces de Volumes, respectivement suivant les axes x,y et z	(N)
g	: Accélération de la pesanteur	(m/s^2)
h	: Hauteur d'eau par rapport au radier ou au fond	(m)
h_i^n	: Hauteur d'eau au pas d'espace $i\Delta x$ et au pas de temps $n\Delta t$	(m)
i	: Indice de maillage suivant la direction x	(-)
I	: Pente du radier	(m/m)
j	: Indice de maillage suivant la direction y	(-)
J	: Perte de charge	(m/m)
J_i^n	: Perte de charge au pas d'espace $i\Delta x$ et au pas de temps $n\Delta t$	(m/m)
k	: Indice de maillage suivant la direction z	(-)
K	: Paramètre des modèles type Muskingum	(s)
K_C	: Coefficient du convergent	(-)
K_D	: Coefficient du divergent	(-)
K_{ms}	: Coefficient de Manning-Strickler	($m^{1/3}/s$)
l	: largeur	(m)
n	: Coefficient de Manning	($s^{-1}/m^{1/3}$)
N	: Nombre total de pas d'espace sur un tronçon	(-)
P_{atm}	: Pression atmosphérique	(Pa)
P^*	: Pression absolue	(Pa)
q	: Débit latéral éventuel entrant ($\varepsilon = 0$) ou sortant ($\varepsilon = 1$)	(m^2/s)
Q	: Débit	(m^3/s)
Q_e	: Débit d'entrée d'un tronçon	(m^3/s)

Notations

Q_1^n	: Débit au pas d'espace $i\Delta x$ et au pas $n\Delta t$	(m^3/s)
Q_{max}	: Débit maximum	(m^3/s)
Q_s	: Débit de sortie d'un tronçon	(m^3/s)
R_h	: Rayon hydraulique	(m)
R_{ij}	: Contrainte de Reynolds	(m^2/s^2)
t	: Temps	(s)
T_0	: Temps de transit d'une onde (time-offset)	(s)
U	: Composante de la vitesse suivant l'axe des x	(m/s)
\bar{U}	: Vitesse moyenne de l'écoulement suivant l'axe des x	(m/s)
U_1^n	: Vitesse d'écoulement au pas d'espace $i\Delta x$ et au pas de temps $n\Delta t$	(m/s)
u	: Fluctuation de la vitesse suivant l'axe des x	(m/s)
V	: Composante de la vitesse suivant l'axe des y	(m/s)
\bar{V}	: Vitesse moyenne de l'écoulement suivant l'axe des y	(m/s)
v	: Fluctuation de la vitesse suivant l'axe des y	(m/s)
V_C	: Vitesse du courant	(m/s)
W	: Composante de la vitesse suivant l'axe des z	(m/s)
\bar{W}	: Vitesse moyenne de l'écoulement suivant l'axe des z	(m/s)
w	: Fluctuation de la vitesse suivant l'axe des z	(m/s)
W_{wx}	: Composante de la vitesse du vent suivant x	(m/s)
W_{wy}	: Composante de la vitesse du vent suivant y	(m/s)
x	: Coordonnée suivant l'axe des x	(m)
y	: Coordonnée suivant l'axe des y	(m)
z	: Coordonnée suivant l'axe des z	(m)
α	: Coefficient de pondération dans les modèles type Muskingum	$(-)$
α_j	: Coefficients d'implicitation dans les schémas aux différences finies	$(-)$
χ	: Périmètre mouillé	(m)
ε	: Coefficient de transfert de la quantité de mouvement du débit latéral	$(-)$
ρ	: Masse volumique	(Kg/m^3)
ν	: Viscosité cinématique	(m^2/s)
ν_t	: Viscosité turbulente	(m^2/s)

Notations

Δt : Pas de temps (s)

Δx : Pas d'espace (m)

Liste des abréviations

BSV Barrée de Saint Venant

BV Bassin Versant

EP Eaux pluviales

EU Eaux usées

SEAAL Société des Eaux et de l'Assainissement d'Alger

Introduction générale

Depuis très longtemps, l'homme se préoccupe de la compréhension des phénomènes des écoulements des eaux en particulier en zones urbaines dont il est en interaction directe et constituant ainsi un facteur important dans la gestion du cycle urbain de l'eau. Cette préoccupation est liée aux risques qui peuvent être engendrés dans le cas d'une mauvaise prise en charge de ces écoulements. La pollution des milieux aquatiques, les inondations sont des conséquences directes. Aujourd'hui, la situation s'est aggravée davantage d'une part avec l'extension urbanistique entraînant une imperméabilisation des sols et favorisant le ruissellement, et d'autre part avec les effets du changement climatique augmentant l'intensité et la fréquence d'apparition des crues violentes. C'est pourquoi, il demeure nécessaire de s'adapter à cette situation en améliorant les méthodes de conception, de diagnostic, de gestion des ouvrages de collecte et d'évacuation des eaux.

L'étude des écoulements à surface libre a toujours été une priorité dans la mesure où les cours d'eau ainsi que la majeure partie des réseaux d'évacuation des eaux fonctionnent à surface libre. L'approche classique basée généralement sur la formule de Manning est toujours largement utilisée pour concevoir et dimensionner les réseaux de collecte et d'évacuation des eaux. Cette approche statique ne permet pas de savoir le fonctionnement réel des réseaux par temps de pluie. Aujourd'hui, avec l'évolution des moyens de calcul, l'approche dynamique peut être mise en application en se basant sur la modélisation et ce, en passant par la résolution numérique des équations dites de Barré de Saint Venant régissant les écoulements à surface libre.

La résolution de ces équations se traduit par le calcul des paramètres caractérisant l'écoulement à surface libre, ce qui permet de simuler le comportement des réseaux d'évacuation des eaux en temps de pluie.

Pour résoudre le système de Saint Venant, différentes approches modélisatrices peuvent être utilisées : 1D, 2D ou 3D. L'approche unidimensionnelle est largement utilisée à l'échelle des canalisations en raison de sa simplicité et sa rapidité de résolution. Les approches bidimensionnelle et tridimensionnelle sont coûteuses en temps de calcul et très peu utilisées pour modéliser les écoulements à l'intérieur des canalisations, elles sont plutôt utilisées pour la modélisation en surface.

Les modèles filaires sont simples à mettre en œuvre, ils reposent sur certaines hypothèses simplificatrices considérant ainsi la continuité des variables entre les différentes branches d'un réseau faisant l'objet d'une modélisation hydraulique. Or, les réseaux d'assainissement sont en général constitués de tronçons reliés entre eux par des raccords de type regard. Ces ouvrages assurent la liaison entre les différentes parties du réseau et provoquent entre autre une discontinuité des variables caractérisant l'écoulement. L'approche unidimensionnelle ne permet pas de prendre en charge le problème de discontinuité des variables. C'est la raison pour laquelle, nous avons mis en œuvre et comparé deux approches : un modèle 1D avec une discrétisation variable et un couplage 1D/2D pour prendre en compte le caractère bidimensionnel de l'écoulement au niveau des raccords.

Les objectifs du présent travail se résument comme suit:

1. développement d'un modèle 1-D pour simuler les écoulements à surface libre. Ce modèle est adapté à la simulation des écoulements en réseaux d'assainissement.
2. développement d'un modèle 2-D pour simuler les écoulements à surface libre. Ce modèle doit être intégré seulement pour modéliser les écoulements au niveau des singularités de type raccords des réseaux d'assainissement.
3. Réalisation d'un couplage des modèle 1-D et 2D en faisant améliorer les conditions aux limites internes.

La mise en œuvre de ces modèles nous a permis de quantifier l'utilité de chaque approche et d'évaluer la performance de l'approche de couplage.

La mise en application de ces modèles s'est fait sur un collecteur d'assainissement permettant ainsi de vérifier leur degré de représentativité de la réalité et ce en comparant les résultats issus des modèles à des mesures des paramètres de l'écoulement.

Ce document est composé de cinq chapitres :

Dans le premier chapitre est présentée la problématique de l'étude des écoulements à surface libre en présence de singularités. Un état de connaissance sur les modèles numériques couplés 1D-2D est donné.

Le chapitre deux expose les modèles mathématiques régissant les écoulements à surface libre. Les approches tridimensionnelle, bidimensionnelle et unidimensionnelle de Saint Venant sont développées.

Le chapitre trois est consacré à la résolution numérique des systèmes 1D et 2D suivant un schéma de différences finies.

Dans le chapitre quatre, le traitement des singularités avec prise en compte du caractère 2D est présenté.

La mise en application des modèles élaborés sur un collecteur d'assainissement, la présentation des résultats de simulation issus de chaque approche (1D et couplage 1D-2D) sont données dans le cinquième chapitre.

Et enfin, nous terminons par une conclusion générale sur tout le travail.

Chapitre I

Problématique des écoulements à surface libre en présence de singularités

Introduction

Depuis longtemps, l'homme se préoccupe de la compréhension du comportement hydraulique des différentes sources d'eau et ce, afin de mieux traiter les problèmes d'aménagement de ces eaux et surtout se protéger contre les risques qui peuvent être engendrés par les divers usages.

L'étude des écoulements à surface libre a été toujours une préoccupation majeure des scientifiques afin de comprendre les phénomènes régissant les différentes interactions dont plusieurs problèmes peuvent survenir : la pollution des eaux et des milieux aquatiques, l'érosion et le transport des sédiments, l'inondation...

Il n'y a pas très longtemps, la seule voie pour étudier le comportement des écoulements à surface libre était l'utilisation des modèles réduits. Aujourd'hui, avec le développement des outils de calcul, il devient plus intéressant d'utiliser les modèles numériques. Les équations régissant ce type d'écoulement peuvent ainsi être discrétisées finement afin d'obtenir un degré de précision admissible.

Les éléments finis, les différences fines et les volumes finis sont les trois méthodes numériques pouvant être utilisées pour résoudre les équations hyperboliques dites de Saint Venant.

Le but de notre travail a consisté à développer une approche de modélisation des écoulements à surface libre adaptée pour la simulation des écoulements des réseaux de collecte d'eau avec une discrétisation spatiale et temporelle la plus fine possible tout en prenant en compte le problème de discontinuité des variables au niveau des singularités.

Au cours de ce chapitre, nous allons mettre en évidence les différentes approches modélisatrices des écoulements à surface libre. Nous mettons particulièrement l'accent sur les travaux portant sur la modélisation des écoulements dans les canaux à surface libre avec traitement des discontinuités.

1. Approches de résolution des équations régissant les écoulements à surface libre

Les équations de Barré de Saint Venant qui régissent les écoulements à surface libre sont de nature non linéaire hyperbolique, elles sont déduites des équations de Navier Stokes à l'aide de certaines hypothèses simplificatrices. Ces équations représentent un modèle mathématique qui permet de prévoir le comportement de l'écoulement dans les réseaux hydrauliques naturels ou artificiels, et dans de nombreuses autres applications comme le domaine maritime, les avalanches de neige, la climatologie, la météorologie... (*Kesserwani*, 2008).

La modélisation des écoulements à surface libre peut être traitée avec différentes approches (*Vasquez*, 2010) :

- Une approche unidimensionnelle dans les branches couplée à des formulations analytiques de nature permettant de traiter les jonctions. Cette méthodologie est généralement accompagnée d'une phase expérimentale permettant de valider les relations semi-empiriques traitant la répartition des débits à la jonction.
- Une approche complète bidimensionnelle au niveau des raccords et branches.
- Une approche tridimensionnelle de l'écoulement basée sur la résolution des équations de Navier Stokes.
- Une approche bidimensionnelle de l'écoulement dans la jonction en utilisant les équations de Barre de Saint-Venant 2D couplées à une approche unidimensionnelle dans les branches.

La complexité de la résolution des équations de Saint Venant est due d'une part à leur nature hyperbolique ainsi qu'au nombre important de variables caractérisant l'écoulement et d'autre part au problème de discontinuité de ces variables au niveau des raccords et des singularités. Cela limite l'utilisation généralisée des approches unidimensionnelles.

L'adoption d'hypothèses simplificatrices permet de mieux gérer certaines situations complexes et surtout diminuer le temps de calcul. C'est pourquoi, les logiciels de modélisation des réseaux de collecte des eaux utilisent des modèles simplifiés et optimisent davantage la discrétisation spatiale et temporelle afin d'alléger les calculs.

Le recours à l'approche 1D est souvent justifié par la réduction des différents niveaux de complexité à travers une approximation simplifiée des variables hydrauliques, ce qui conduit à une amélioration considérable des temps d'exécution. Cependant, l'existence d'ouvrages de

connexion et de contrôle de débit (cas des réseaux d'assainissement) représente des points singuliers pour les équations de BSV ce qui nécessite un traitement particulier des conditions aux limites.

L'approche 2D fournie à priori une représentation plus réaliste de l'écoulement à surface libre. Néanmoins, sa mise en œuvre reste très délicate en raison de la lenteur des temps de calcul.

2. Traitement des conditions aux limites

L'hyperbolicité et la non-linéarité des systèmes de lois de conservation en l'occurrence le système de Barré de Saint Venant qui régit les écoulements à surface libre complique d'avantage leurs résolution. L'utilisation des modèles unidimensionnels permet de simplifier le traitement de ce type d'équations et donne des résultats satisfaisant.

La modélisation des écoulements transitoires nécessite de fournir à chaque pas de temps des informations hydrauliques (hauteur, vitesse...) correspondantes aux frontière limites amont et aval du segment analysé ainsi que toute l'information initiale de tout les éléments du maillage (*Kesserwani*, 2008).

Toutefois, au niveau des réseaux de collecte et d'évacuation des eaux, les écoulements à surface libre sont confrontés à des ouvrages spéciaux et à des jonctions de canaux.

Pour une modélisation unidimensionnelle, la prise ne compte de l'existence de singularités n'est pas tout à fait évidente. Le point de jonction est un point aveugle pour le système 1D de BSV dont il est nécessaire d'introduire des conditions aux limites internes pour relier les informations hydrauliques au niveau de la jonction (*Kesserwani*, 2008).

Dans le cas d'une discrétisation bidimensionnelle, le modèle prend en considération l'existence de la jonction à travers le calcul des deux composantes du vecteur vitesse (suivant x et y).

A ce titre se pose la question de la pertinence de cette approche 1D et en d'autres termes, quel est le domaine de validité de cette approche (le degré de précision) ?

Plusieurs chercheurs ont essayé d'apporter des éléments de réponse à cette question à travers l'étude et la comparaison de différentes approches.

L'approche 1D est largement utilisée pour la simulation des écoulements dans les réseaux, elle est en accord avec les données expérimentales à l'échelle d'une précision admissible vérifiant la conservation des volumes et l'adéquation entre les allures des paramètres calculés et mesurés.

L'approche 2D est peu utilisée pour modéliser les écoulements au niveau des canalisations en raison des difficultés liées au temps de calcul. Cette approche est plutôt utilisée pour modéliser les écoulements de surface dont l'approche 1D n'est pas valide.

Dans le but d'améliorer la résolution des systèmes de BSV tout en optimisant le temps de calcul et en prenant en considération l'existence de singularités, plusieurs chercheurs ont développées des modèles couplant les deux approches 1D et 2D. Nous décrivons ci-dessous certains travaux portant sur l'étude d'écoulement dans les canaux à surface libre avec prise en compte de jonctions.

3. Les modèles de jonctions

En 1990, Boudreau a été parmi les premiers travaillant sur l'aspect de couplage des modèles unidimensionnels et bidimensionnels par le biais d'une discrétisation variable 1D-2D pour modéliser les écoulements à surface libre (*Boudreau*, 1990). Son but a été de créer un modèle à degrés de discrétisation variable au sein d'un même domaine en fonction de la précision requise et des ressources informatiques disponibles. A l'aide de l'élément de jonction, le modèle 1-D peut être utilisé afin de faciliter la prise en compte des conditions limites pour le cas d'un domaine à traiter en 2-D.

Pour assurer la connectivité des modèles 1-D et 2-D, la méthode dite des "contraintes multiples" a été employée. Cette méthode intervient dans l'espace d'accroissement des variables afin d'y introduire les contraintes nécessaires à la conservation de la quantité de mouvement et de la masse.

Pour ce faire, quatre contraintes différentes ont été étudiées afin d'identifier les conditions nécessaires aux jonctions 1D-2D. La première assure l'égalité des niveaux d'eau, la deuxième impose l'égalité des débits, la troisième s'assure qu'il n'y ait pas de rupture de la pente de la ligne d'énergie et la quatrième s'assure de l'égalité des vitesses de part et d'autre de la jonction.

Boudreau a exposé le problème de sensibilité au choix des degrés de liberté utilisé pour appliquer les contraintes. En effet, l'imposition des contraintes sur certains degrés de liberté pouvait aller jusqu'à empêcher le modèle de converger.

En 2002, Buyer a réalisé un travail sur le transport de flux en réseau d'assainissement tout en développant un modèle 1D pour l'hydraulique des collecteurs et avec prise en compte des discontinuités. Ces discontinuités apparaissent notamment au niveau des raccords et jonctions provoquées généralement par le changement des régimes d'écoulement (**Buyer, 2002**).

Buyer a mis au point des modèles numériques 1D basés sur le système d'équations de Barré de Saint-Venant en utilisant des schémas numériques dits à capture de chocs capables de gérer de fortes variations sur les variables étudiées (hauteurs d'eau et débits). Le système de Saint-Venant a été mis en œuvre sous sa forme conservative pour tenir compte de la variabilité des hauteurs d'eau dans le système.

Quatre schémas numériques ont été mises en œuvre en l'occurrence :

- ✓ Méthode symmetric
- ✓ Méthode amont (Upwind)
- ✓ Schéma prédicteur-correcteur (T.V.D Mac Cormack)
- ✓ Schéma MUSCL

Les outils réalisés ont permis de traiter les discontinuités grâce à un emploi spécifique des conditions aux limites applicables aux extrémités du domaine de calcul. Pour les méthodes numériques, elles possèdent toutes le caractère TVD qui les rend non oscillatoires (Sauf pour la méthode Mac-Cormack) et sont toutes au moins du second ordre de précision.

Buyer a mis en évidence la possibilité de mettre en place un bilan de masse et de quantité de mouvement de part et d'autre d'une discontinuité de l'écoulement pour palier au problème de variabilité des paramètres caractérisant l'écoulement.

Parmi les situations étudiées, la jonction de collecteurs n'a pas été traitée en raison de la complexité géométrique et physique du phénomène. Ce phénomène est très complexe à prendre en compte car les liens entre les conditions d'écoulement dans les collecteurs qui constituent le système et leurs implications au niveau du comportement de l'eau au niveau du raccord ne sont pas bien définies.

Donnant suite directe aux travaux de Buyer, Abdallah a initié en 2005 des travaux de recherche visant à améliorer la résolution des équations régissant les écoulements dans les conduites à surface libre en présence de jonctions. Pour ce faire, il a procédé à un couplage des modèles 1D avec des modèles de jonctions dérivés des principes de conservation (*Abdallah*, 2005).

Dans ce contexte, Abdallah est intéressé au traitement de jonctions de type confluence ou défluence. Il a mis en évidence les différents modèles de nature empiriques existants dans la littérature ainsi que le couplage de ces modèles avec les équations unidimensionnelles de Barrée de Saint Venant. Pour ce faire, l'approche utilisée est celle de Garcia-Navarro et Saviron (1992) basée sur la description des régimes d'écoulement dans les branches de la jonction en se basant sur le nombre de Froude. Cette description permet de traiter différents cas séparément par le biais d'un bilan de masse et de quantité de mouvement.

Abdallah a recommandé une modélisation bidimensionnelle au niveau des jonctions, ce qui va permettre de mieux comprendre l'hydrodynamique à travers ces ouvrages et permettre ainsi de représenter l'écoulement d'une manière plus fine.

Etant donné le caractère essentiellement bidimensionnel des jonctions, Ghostine a mis en œuvre un modèle 2D pour prendre en compte la multitude de facteurs qui influencent les caractéristiques de l'écoulement à travers les jonctions (Ghostine, 2009).

Ghostine a mis en évidence la difficulté des modèles mathématiques simplifiés 1D à décrire complètement les conditions complexes de l'écoulement dans une jonction. Dans ce contexte, il a envisagé l'utilisation d'un code 2D pour décrire l'écoulement.

La démarche de Ghostine a consisté à développer et comparer deux approches différentes. La première est basée sur l'emploi de la méthode des caractéristiques pour résoudre les équations unidimensionnelles de Barré de Saint Venant, couplé à un modèle de jonction pour assurer la connectivité des branches par le biais d'un traitement particulier des conditions aux limites internes. L'autre approche consiste à utiliser un maillage non structuré issu d'une discrétisation triangulaire pour résoudre les équations bidimensionnelles de Barré de Saint Venant, afin de prendre en compte le caractère 2D de l'écoulement au niveau des jonctions.

Les résultats expérimentaux des études antérieures menées par différents auteurs ont été utilisées pour valider et comparer les deux approches 1D et 2D dans la simulation des

écoulements à travers les confluences et les bifurcations et ce, pour plusieurs types d'écoulement (fluvial, transcritique et torrentiel).

Les résultats de la simulation numérique montrent que l'approche 1D est satisfaisante en régime fluvial. En régime transcritique ou torrentiel, il a été constaté un écart net entre cette approche et les résultats expérimentaux. Cependant, l'approche 2D a donné des résultats plus satisfaisants pour tous les types d'écoulement.

Les résultats obtenus confirment l'avantage de l'approche 2D qui parvient à des résultats similaires aux données expérimentales dans tous les types d'écoulement. L'erreur maximale de cette approche est de 3 %, alors que l'erreur de l'approche 1D est satisfaisante pour le cas fluvial et devient de plus en plus significative pour les deux types d'écoulement (transcritique et torrentiel) et atteint 7.32 %.

En 2014, Borsche et Klar ont initié un travail de recherche sur l'étude des inondations dans les systèmes de drainage urbain basée sur le couplage des lois de conservation hyperboliques régissant les systèmes d'égouts et des flux de surface (*Borsche et Klar, 2014*). Etant donné que les jonctions reliant les canalisations fournissent des points naturels pour l'interaction du système d'égout et le ruissellement de surface modélisés par les équations de Saint Venant, les auteurs ont porté une attention particulière au modèle du réseau et ce, en proposant un modèle dédié aux jonctions et regards. Pour ce faire, un modèle numérique a été développé résolvant le système de Saint-Venant unidimensionnel avec prise en compte des conditions de couplage aux jonctions qui sont modélisées en utilisant la solution des problèmes de Riemann. Le modèle de jonction est basé sur l'équilibre de l'énergie totale. La démarche consiste à considérer les jonctions comme étant des conduites verticales connectées aux conduites horizontales (Figure I.1) tout en adoptant l'hypothèse que le débit d'eau entrant par le bas de la jonction induit un mouvement de la colonne complète d'eau. Afin de maintenir la conservation globale de la masse dans l'ensemble du réseau, la masse entrante dans la jonction par le bas doit être soustraite des tubes raccordés.

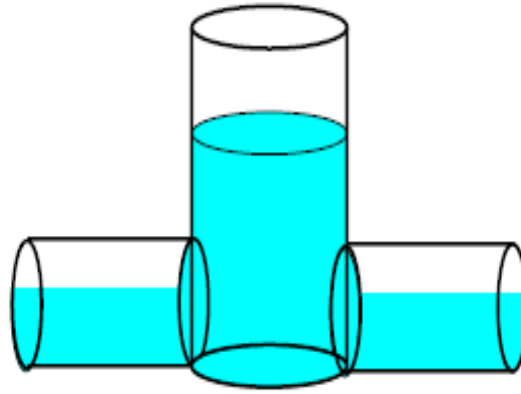


Figure I.1 : Jonction avec deux conduites horizontales

L'énergie totale dans un réseau composé de plusieurs conduites raccordées par des jonctions est la somme de l'énergie dans ses composantes. L'énergie dans une jonction est composée de l'énergie potentielle et cinétique.

Un ensemble de tests a été effectué sur les modèles élaborés en changeant les conditions initiales et/ou aux limites et ce afin d'étudier l'influence des jonctions sur la propagation de l'écoulement. Les résultats de calcul ont mis en évidence l'influence des jonctions sur l'écoulement des réseaux d'assainissement. En effet, l'influence de la taille des jonctions est modérée car il peut stocker l'eau selon sa taille, mais il ne modifie pas les structures réelles des ondes. Dans le cas d'une mise en charge des oscillations sont enregistrées.

En 2015, Safarkhani et Katebizaki ont testé une autre approche visant à prendre en considération les jonctions. En effet, il existe deux méthodes pour le calcul des pertes de charge des réseaux d'égout avec prise en charge des singularités:

- Rajouter les pertes de charge locales aux pertes linéaires
- Augmenter le coefficient de rugosité des canalisations lors du calcul des pertes de charge linéaires

Les auteurs ont mis en examen le degré de représentativité de l'augmentation des coefficients de rugosité des conduites pour prendre en compte les pertes de charge singulières.

Pour étudier l'effet de l'augmentation du coefficient de rugosité des canalisations sur la somme des pertes de charge linéaires et singulières, quatre réseaux pilotes ont fait l'objet d'une modélisation hydraulique par le biais du logiciel Sewer CAD (*Safarkhani et Katebizaki, 2015*).

Pour ce faire, les pertes de charge correspondant à différentes formes de jonctions ont été calculées en utilisant l'équation de la perte de charge locale dont le coefficient a été calculé par trois méthodes différentes :

- Méthode utilisant les tableaux et les abaques,
- Méthode d'énergie HEC 22,
- Méthode AASHTO intégrée dans le logiciel Sewer CAD.

Les résultats ont montré que l'augmentation du coefficient de rugosité pour prendre en charge la perte de charge locale n'est pas similaire dans le cas de réseau principal ou secondaire. Cette étude recommande d'ajuster les pertes de charge totales en rajoutant 2 % de la perte de charge linéaire pour les réseaux secondaires avec peu de jonctions alors qu'il est recommandé d'ajouter 5 % du coefficient de rugosité des conduites dans les réseaux principaux plus compliqués avec beaucoup de singularités.

Conclusion

Cette synthèse des travaux de recherche portant sur le traitement des problèmes de discontinuités des variables au niveaux de raccords et jonctions nous a permis de mettre en évidence les différentes approches développées.

Les deux approches d'Abdallah et Buyer traitent les jonctions comportant trois branches (confluence ou défluence) avec un traitement des conditions aux limites internes et externes pour assurer la connectivité entre le modèle 1D et le modèle de jonction.

L'approche utilisée par Boudreau est différente. En effet, l'emploi d'une discrétisation variable 1D-2D permet d'améliorer la prise en compte de la continuité des variables caractérisant l'écoulement à surface libre.

La démarche de Ghostine a mis en évidence l'avantage du traitement bidimensionnel de la jonction notamment dans le cas de réseau en milieu urbain où la multiplication des carrefours rend l'erreur inacceptable dans le cas monodimensionnel.

Les études récentes de Borsche & Klar et de Safarkhani & Katebizaki ont essayé une approche tout à fait différente en se basant sur l'étude de l'influence des singularités sur l'écoulement et la prise en compte des pertes de charges singulières à l'échelle des canalisations.

La complexité physique du phénomène a fait qu'il n'y ait que peu d'études traitant cette problématique. C'est la raison pour laquelle, notre travail est basé sur l'emploi d'une approche bidimensionnelle au niveau des raccords en couplage avec une approche unidimensionnelle au niveau des branches ce qui permet d'assurer la continuité des variables et d'affiner entre autre la résolution du système d'équations caractérisant l'écoulement à surface libre.

Chapitre II

Modèles mathématiques régissant les écoulements à surface libre

Introduction

L'étude des écoulements à surface libre est nécessaire afin de mieux comprendre les interactions engendrées sur les systèmes de transport et d'évacuation des eaux, ce qui permet de protéger et de mieux gérer ces systèmes.

Les modèles mathématiques qui régissent les écoulements à surface libre permettent de décrire le comportement physique et le mouvement des eaux transitant les différents systèmes.

Il existe maintenant des modèles unidimensionnels (1-D), bidimensionnel (2-D) et même tridimensionnel (3-D) permettant de simuler ce type d'écoulement. Chaque approche permet d'étudier les écoulements à surface libre avec un niveau de détail différent.

L'objectif de ce chapitre est d'explicitier les trois approches modélisatrices tout en mettant en évidence les hypothèses adoptées et les étapes d'élaboration des équations correspondant à chaque approche.

1. Equations de base des écoulements à surface libre

Dans un problème d'écoulement à surface libre, le fluide s'écoule entre le fond du canal et la surface libre de l'eau. L'écoulement du fluide est régi par les équations de continuité et de Navier–Stokes exprimant respectivement le principe de conservation de la masse et celui de la conservation de la quantité de mouvement.

En utilisant un système de coordonnées cartésiennes tel qu'il est défini à la figure II.1, les équations générales de conservation de la masse et du mouvement sont :

1.1. Equation de continuité

L'équation de continuité pour un fluide incompressible est donnée par :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (\text{II-1})$$

1.2. Equation de quantité de mouvement

L'équation dynamique s'exprime comme suit :

$$\rho \left(\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II-2})$$

$$(U, V, W) = (U_j) ; i = 1, 2, 3 \text{ et } j = 1, 2, 3.$$

Où, F_i ($i = 1, 2, 3$) représente les forces extérieures de volume. La masse volumique ρ et la viscosité dynamique μ sont supposées constantes.

Les termes de vitesse et de pression sont traités comme des fonctions aléatoires de l'espace et du temps dont on décompose les valeurs instantanées en :

$$U_i(x_j, t) = \overline{U}_i(x_j, t) + u_i(x_j, t) \quad (\text{II-3})$$

$$\text{Et } P(x_j, t) = \overline{P}(x_j, t) + p(x_j, t) \quad (\text{II-4})$$

Le symbole $\overline{(\quad)}$ représente l'opérateur de moyenne statistique ou moyenne d'ensemble et les lettres minuscules, les fluctuations ou écarts par rapport à ces moyennes. Par définition, ces fluctuations sont centrées, de sorte que l'on a identiquement que :

$$\overline{u_i(x_j, t)} = 0 \quad (\text{II-5})$$

$$\text{et de même } \overline{p(x_j, t)} = 0 \quad (\text{II-6})$$

Les équations sont obtenues en intégrant sur une période T les équations de base locales instantanées. Les vitesses \overline{U} , \overline{V} , \overline{W} et la pression \overline{P} sont donc des valeurs moyennes sur cette période. Les contraintes de Reynolds découlent de cette manipulation.

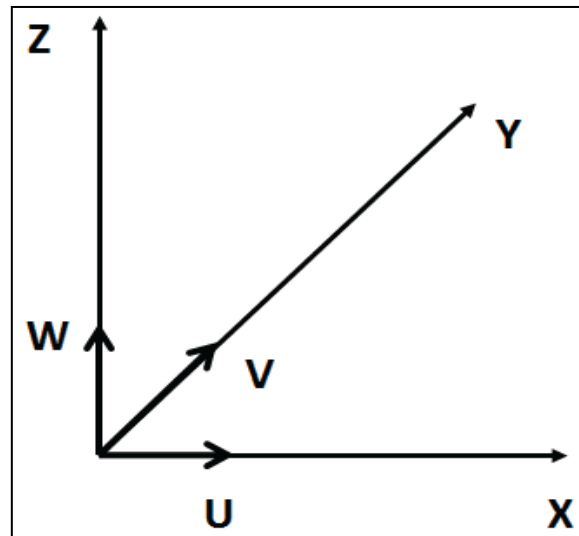


Figure II.1 : Choix des coordonnées

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \right) = F_i - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II-7})$$

L'équation dynamique suivant x :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} + \overline{u \frac{\partial u}{\partial x}} + \overline{v \frac{\partial u}{\partial y}} + \overline{w \frac{\partial u}{\partial z}} = F_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial z \partial z} \right) \quad (\text{II-8})$$

L'équation dynamique suivant y :

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} + \overline{u \frac{\partial v}{\partial x}} + \overline{v \frac{\partial v}{\partial y}} + \overline{w \frac{\partial v}{\partial z}} = F_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial z \partial z} \right) \quad (\text{II-9})$$

L'équation dynamique suivant z :

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} + \overline{u \frac{\partial w}{\partial x}} + \overline{v \frac{\partial w}{\partial y}} + \overline{w \frac{\partial w}{\partial z}} = F_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial z \partial z} \right) \quad (\text{II-10})$$

2. Modèle bidimensionnel

2.1. Hypothèses

Les hypothèses adoptées par Saint Venant sont :

- Profondeur faible devant l'échelle horizontale de variation de la surface libre et de la vitesse ;
- La pression est hydrostatique sur la profondeur car l'accélération verticale est négligeable devant l'accélération de la pesanteur ;
- La variation de la masse volumique de l'eau est négligeable ;

- d- La composante verticale de la vitesse W ainsi que ces variations (spatiales et temporelles) sont faibles, ceci implique :

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-11})$$

- e- Les variations verticales des deux composantes horizontales U et V sont faibles ;
f- Les pertes de charges en régime transitoire sont supposées être calculables de la même manière que pour les écoulements permanents. On a ainsi une expression du type :

$$J = f(Q, U, h, \dots) \quad (\text{II-12})$$

Différentes formules existent dans la littérature :

- ✓ Formule de Chézy :

$$U = C_h \sqrt{J R_H} \quad \text{d'où :} \quad J = \frac{U^2}{C_h^2 R_H} \quad (\text{II-13})$$

Avec, C_h coefficient de Chézy ($\text{m}^{1/2}/\text{s}$) et R_h rayon hydraulique (m).

- ✓ Formule de Manning-Strickler :

$$Q = K_{ms} R_h^{2/3} S J^{1/2} \quad \text{d'où :} \quad J = \frac{U^2}{K_{ms}^2 R_H^{4/3}} = \frac{Q^2}{K_{ms}^2 S^2 R_H^{4/3}} \quad (\text{II-14})$$

Avec, K_s coefficient de Manning-Strickler ($\text{m}^{1/3}/\text{s}$).

Il existe plusieurs possibilités pour définir le coefficient de Chézy, à partir des caractéristiques du matériau constituant la paroi des collecteurs :

- ✓ formule du coefficient de frottement à la paroi C_f : $C_h^2 = \frac{2g}{C_f}$

- ✓ formule de Bazin : $C_h = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_H}}}$

Avec γ coefficient de Bazin ($\text{m}^{1/2}$) qui dépend du matériau.

- ✓ Formule de Manning-Strickler : $C_h = K_{ms} R_h^{1/6}$

- g- Faible pente du fond du canal.

2.2. Etablissement du système d'équations bidimensionnel

En considérant que la pression est hydrostatique et en intégrant les équations tridimensionnelles sur la verticale, un modèle bidimensionnel est obtenu. En utilisant les conventions illustrées à la figure II.2, les équations sont :

i. Conservation de la masse

Elle est donnée par :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-15})$$

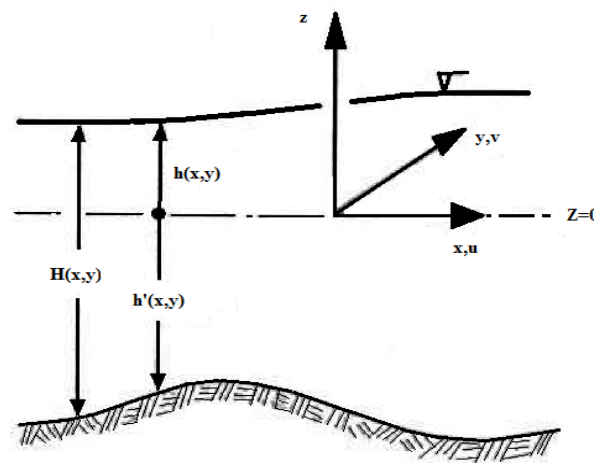


Figure II.2 : Conventions du modèle bidimensionnel

3. Conservation de la quantité de mouvement

Elle est donnée par les équations ci-dessous :

$$\frac{\partial hU}{\partial t} + \frac{\partial hU^2}{\partial x} + \frac{\partial hUV}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = F_x \quad (\text{II-16})$$

(1) (2) (3) (4) (5)

$$\frac{\partial hV}{\partial t} + \frac{\partial hVU}{\partial x} + \frac{\partial hV^2}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = F_y \quad (\text{II-17})$$

(6) (7) (8) (9) (10)

$$F_x = \frac{gn^2|V_c|U}{h^{4/3}} + f_c V + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) + \frac{C_w \rho |W_w| W_{wx}}{\rho H} \quad (\text{II-18})$$

(11) (12) (13) (14)

$$F_y = \frac{g n^2 |V_c| V}{h^{4/3}} + f_c U + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + \frac{C_w \rho |W_w| W_{wy}}{\rho H} \quad (\text{II-19})$$

(15) (16) (17) (18)

Tels que :

C_w : Coefficient de traînée du vent ; F_x ou F_y résultantes des forces massiques exercées sur une particule d'eau selon x ou y ; f_c : Coefficient de Coriolis ; g : gravité ; h : hauteur d'eau ; H : profondeur totale; n : Coefficient de rugosité de Manning ; U, V : Composantes de la vitesse intégrées verticalement ; V_c : vitesse du courant ; W_{wx} et W_{wy} : composantes du vecteur vitesse du vent ; (x, y) : coordonnées cartésiennes ; lorsque les forces de Coriolis sont prises en compte, x est orienté à l'Est et y au Nord ; ρ : masse spécifique de l'eau ;

Par analogie avec les contraintes d'un fluide visqueux, les contraintes de Reynolds sont définies comme suit :

$$-R_{ij} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)_{i=1,2; j=1,2} \quad (\text{II-20})$$

R_{ij} : Contrainte de Reynolds ; ν_t : Viscosité turbulente.

Les termes 1 et 6 représentent l'accélération locale (dans le temps) produite par un déséquilibre des forces au sein de l'écoulement. L'accélération convective est prise en compte par les termes 2, 3, 7 et 8. L'effet gravitationnel est donné par les termes 4 et 9. Les forces massiques sont définies par les équations (II-16) et (II-17).

Les forces massiques comprennent : le frottement du lit d'écoulement (termes 11 et 15), la force de Coriolis (termes 12 et 16), les compressions et cisaillements turbulents (contraintes de Reynolds, termes 13 et 17) et la contrainte du vent (termes 14 et 18).

3.1. Modèles simplifiés

Des simplifications peuvent être apportées aux équations précédentes en fonction des phénomènes étudiés et des objectifs fixés.

Les hypothèses suivantes sont adoptées:

- Il n'y a pas d'apport latéral, ce qui signifie : $q = 0$.

- L'effet de la force de Coriolis est considéré négligeable devant les autres paramètres. Par conséquent, les termes (12) et (16) des équations (II-8 et II-19) sont négligés.
- L'effet de vent est considéré également négligeable ce qui conduit à l'élimination des termes (14) et (18) des équations (II-18 et II-19).
- Dans un régime d'écoulements turbulent, pour une profondeur d'eau constante les contraintes effectives des équations ((II-18 et II-19), sont données par les relations suivantes (*Chassaing*, 2000):

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) = v_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \right) \quad (\text{II-21})$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) = v_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right) \quad (\text{II-22})$$

Le système d'équations bidimensionnel s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h U}{\partial x} + \frac{\partial h V}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-23})$$

$$\frac{\partial h U}{\partial t} + \frac{\partial h U^2}{\partial x} + \frac{\partial h U V}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{g n^2 |V_c| U}{h^{4/3}} + v_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \right) \quad (\text{II-24})$$

$$\frac{\partial h V}{\partial t} + \frac{\partial h V U}{\partial x} + \frac{\partial h V^2}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{g n^2 |V_c| V}{h^{4/3}} + v_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right) \quad (\text{II-25})$$

3.2. Forme conservative

Le système d'équations ci-dessus dit de Barrée de Saint Venant peut s'écrire sous la forme conservative suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \mathbf{F} = \mathbf{S} \quad (\text{II-26})$$

Avec,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ h U \\ h V \end{bmatrix} \text{ le vecteur d'écoulement ou le vecteur des valeurs inconnues.}$$

$$F = (E, G) \text{ avec } E = \begin{bmatrix} h U \\ h U^2 \\ h U V \end{bmatrix} \text{ et } G = \begin{bmatrix} h V \\ h U V \\ h V^2 \end{bmatrix} \text{ sont les vecteurs flux}$$

$$S = \begin{bmatrix} gh(S_{ox} - S_{fx}) + v_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \right) \\ gh(S_{oy} - S_{fy}) + v_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right) \end{bmatrix} \text{ est le vecteur source}$$

Avec, $S_{ox} = -\frac{\partial h}{\partial x}$ et $S_{oy} = -\frac{\partial h}{\partial y}$ sont les pentes du canal dans les deux directions x et y

S_{fx} et S_{fy} sont les pentes énergétiques qui tiennent compte des frottements dans le canal. Elles sont données soit par la relation de Manning-Strickler :

$$S_{fx} = \frac{n^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{R_h^{4/3}} \quad S_{fy} = \frac{n^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{R_h^{4/3}} \quad (\text{II-27})$$

Soit par la relation de Chézy :

$$S_{fx} = \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{R_h C^2}; \quad S_{fy} = \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{R_h C^2} \quad (\text{II-28})$$

Où, C : coefficient de frottement de Chézy.

Les coefficients de frottement de Manning et de Chézy n et C sont considérés constants durant la totalité de l'événement quelles que soient les caractéristiques de l'écoulement et ne dépendent que des caractéristiques du fond (*Ghostine, 2009*).

4. Modèle unidimensionnel

4.1. Hypothèses

Les équations unidimensionnelles font appel aux hypothèses suivantes :

- L'eau est incompressible, sa masse volumique ρ est donc constante ;
- Les accélérations verticales et transversales des particules fluides sont négligeables par rapport aux accélérations longitudinales. Ceci équivaut à faire l'hypothèse de faible courbure des filets fluides dans une section en travers, par conséquent la distribution de la pression au sein d'une section est hydrostatique ;

- Le régime d'écoulement est turbulent, les pertes d'énergie par frottement sur les berges sont considérées proportionnelles au carré de la vitesse ;
- La pente du bief est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer que la cordonnée longitudinale et la cordonnée horizontale coïncident.

4.2. Etablissement du système d'équations unidimensionnel

On emploie les notions suivantes (figure II.3) :

$A(x)$: est la section en travers mouillée de l'écoulement;

$b(x)$: représente la largeur du miroir (largeur de chenal au niveau de la surface libre) ;

$h(x)$: est la profondeur du chenal (différence entre la cote de la surface libre et le point le plus bas du chenal) à l'abscisse x ;

$W(x, z)$: est la largeur du lit à l'abscisse x et l'altitude z , $z_b(x)$ est l'altitude du point le plus bas du chenal à l'abscisse x ;

$\xi(x)$: est la cote de la surface libre à l'abscisse x ;

$\chi(x)$: est le périmètre mouillé.

On notera que par définition de A et b , la relation suivante est validée : $dA = b dz$

Les forces de pression sur les faces du volume de contrôle sont données par la surface des triangles de pression (figure II.3).

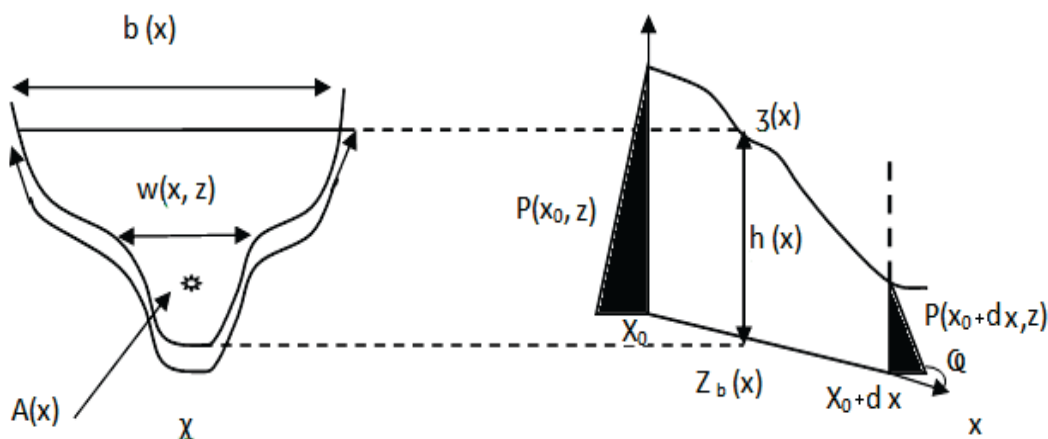


Figure II.3 : Schéma de définition pour les équations 1-D

4.2.1. Equation de continuité

L'équation de continuité s'établit par une opération de bilan (figure II.3) : on considère un élément de volume de section unitaire compris entre l'abscisse x_0 et $x_0 + \delta x$ et on effectue un bilan sur l'évolution, entre deux dates t_0 et $t_0 + \delta t$ de la quantité totale de U dans cet élément de volume, alors le bilan de masse s'écrit (*Guinot, 2006*) :

$$\delta U(x, t_0 + \Delta t) - \delta U(x, t_0) - \delta F(x_0, t) + \delta F(x_0 + \Delta x, t) = \delta S \quad (\text{II-29})$$

Où, $\delta U(t)$ est la masse de fluide, contenue dans le volume de contrôle à la date t et $\delta F(x)$ est la masse de fluide passée entre les dates t_0 et $t_0 + \Delta t$ par la section de contrôle située à l'abscisse x .

Entre les dates t_0 et $t_0 + \delta t$, le terme source est responsable de l'apparition de la quantité suivante dans le volume :

$$\delta S = \int_{t_0}^{t_0 + \delta t} \int_{x_0}^{x_0 + \delta x} S(U, x, t) dx dt \quad (\text{II-30})$$

Les quantités $\delta U(t)$ et $\delta F(x)$ sont par définition, égales à :

$$\delta U(t) = \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} \rho A(x, t) dx \quad (\text{II-31})$$

$$\delta F(t) = \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} \rho UA(x, t) dx \quad (\text{II-32})$$

Où, A est la section mouillée, U est la vitesse moyenne du fluide et ρ sa masse volumique.

En remplaçant ces expressions dans le bilan de masse, il en résulte :

$$\begin{aligned} \delta U(t) &= \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} [\rho A(x, t_0 + \Delta t) - \rho A(x, t_0)] dx - \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} [\rho UA(x_0, t) - \rho UA(x_0 + \Delta x, t)] dt \\ &= \int_{t_0}^{t_0 + \delta t} \int_{x_0}^{x_0 + \delta x} S(U, x, t) dx dt \end{aligned} \quad (\text{II-33})$$

En faisant tendre ∂t et ∂x vers 0, il s'en suit :

$$\rho A(x_0, t_0 + \Delta t) - \rho A(x_0, t_0) = \delta t \frac{\partial U}{\partial t} + O(\delta t^2) \quad (\text{II-34})$$

$$\rho UA(x_0, t_0) - \rho UA(x_0 + \Delta x, t_0) = \delta x \frac{\partial F}{\partial x} + O(\delta x^2) \quad (\text{II-35})$$

Où, les quantités $O(\delta t^2)$ et $O(\delta x^2)$ sont des polynômes de degré supérieur ou égal à 2 par rapport à δt et δx respectivement. Ces polynômes contiennent également les dérivées d'ordre 2 et supérieur par rapport à t et x . Lorsque δt et δx tendent vers 0, $O(\delta t^2)$ devient négligeable par rapport à $\delta t \frac{\partial U}{\partial t}$ car δx^2 décroît plus vite que δx , de la même façon, $O(\delta x^2)$ devient négligeable par rapport à $\delta x \frac{\partial F}{\partial x}$. Les égalités (II-34) et (II-35) deviennent donc :

$$\rho A(x_0, t_0 + \Delta t) - \rho A(x_0, t_0) \approx^{\delta t \rightarrow 0} \delta t \frac{\partial U}{\partial t} \quad (\text{II-36})$$

$$\rho U A(x_0, t_0) - \rho U A(x_0 + \Delta x, t_0) \approx^{\delta x \rightarrow 0} \delta x \frac{\partial F}{\partial x} \quad (\text{II-37})$$

De même, l'intégrale du terme source tend vers la quantité suivante :

$$\int_{t_0}^{t_0 + \delta t} \int_{x_0}^{x_0 + \delta x} S(U, x, t) dx dt \approx^{\substack{\delta t \rightarrow 0 \\ \delta x \rightarrow 0}} \delta t \delta x S \quad (\text{II-38})$$

En substituant les équivalences (II-36) et (II-37) dans (II-29), il vient :

$$\delta t \frac{\partial}{\partial t} (\rho A) \delta x + \delta t \frac{\partial}{\partial t} (\rho U A) \delta x = \delta t \delta x S \quad (\text{II-39})$$

En utilisant l'hypothèse de l'incompressibilité, on peut diviser cette équation par la masse volumique ρ constante et en notant que $AU = Q$, on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = S \quad (\text{II-40})$$

4.2.2. Equation de quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement est donné par le théorème fondamental de la dynamique :

$$\delta U(t_0 + \Delta t) - \delta U(t_0) = \delta F(x_0) - \delta F(x_0 + \Delta x) + \delta P(x_0) - \delta P(x_0 + \Delta x) + \delta F_p \quad (\text{II-41})$$

Où, $\delta U(t)$ est la quantité de mouvement de fluide contenu dans le volume de contrôle à la date t et $\delta F(x)$ est la quantité de mouvement attachée au volume de fluide qui traversé, entre les dates t_0 et $t_0 + \Delta t$, de la section de contrôle située à l'abscisse x . $\delta P(x)$ représente l'intégrale, entre les dates t_0 et $t_0 + \Delta t$, de la force de pression s'exerçant sur la face du volume de contrôle située à l'abscisse x et δF_p est l'intégrale entre t_0 et $t_0 + \Delta t$ de la

résultante des forces de paroi (frottement et réaction de la paroi de la conduite aux forces de pression) (Guinot, 2006).

Les quantités δU et δF sont par définition, égales à :

$$\delta U(t) = \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} (\rho U A)(x, t) dx \quad (\text{II-42})$$

$$\delta F(t) = \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} (\rho U^2 A)(x, t) dx \quad (\text{II-43})$$

La force de pression $P(x)$ est égale à l'intégrale de la pression $p(x)$ sur la section en travers $A(x)$. En adoptant l'hypothèse de la pression hydrostatique, c'est-à-dire qu'elle est proportionnelle à la distance du point considéré à la surface libre. La pression à l'altitude z est donc donnée par :

$$p(x, z) = (\xi - z)\rho g \quad (\text{II-44})$$

Cette pression s'exerce sur toute la largeur $l(x, z)$. La force de pression $P(x)$ est donc :

$$P(x) = \int_{z_b(x)}^{\xi(x)} (p(x, z)l(x, z)) dz = \int_{z_b(x)}^{\xi(x)} [(\xi(x) - z)\rho g l(x, z)] dz \quad (\text{II-45})$$

La force de paroi est la résultante de trois forces :

$$\delta F_p = \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} (R_p + R_f + R_b)(x, t) dx \quad (\text{II-46})$$

Où, R_p , R_f et R_b sont respectivement, les forces de paroi dues à la réaction du fond sur le fluide dans le plan vertical, au frottement et à la réaction de paroi aux forces de pression dans le plan horizontal. On ramène habituellement R_f à la pente S_f de la ligne d'énergie par le biais de l'équation :

$$R_f = -\rho g h S_f \quad (\text{II-47})$$

A noter que R_f s'exerce parallèlement au fond sous l'hypothèse de la faible pente qui permet d'assimiler R_f à sa projection sur l'axe des x . De même, du fait de la pente du fond R_f s'exerce sur une longueur légèrement supérieure à la dimension δx , mais l'hypothèse sur la pente permet d'assimiler cette longueur à δx .

Il existe plusieurs formules pour caractériser S_f . Toutes les formules usuelles de l'hydraulique à surface libre font appel à l'hypothèse du régime turbulent qui considère que les pertes

d'énergie par frottement sont proportionnelles au carré de la vitesse. Les lois les plus souvent utilisées sont les suivantes :

$$S_f = \frac{U^2}{C^2 R_H} \quad (\text{Chézy})$$

$$S_f = \frac{U^2}{K_s^2 R_H^{4/3}} \quad (\text{Strickler}) \quad (\text{II-48})$$

$$S_f = \frac{1}{n^2} \frac{U^2}{R_H^{4/3}} \quad (\text{Manning})$$

Où, C , K_s et n sont respectivement les coefficients de frottement de Chézy, Strickler et Manning et R_H est le rayon hydraulique, défini comme le quotient de la section en travers A et du périmètre mouillé χ :

$$R_H = \frac{A}{\chi} \quad (\text{II-49})$$

Le coefficient de Chézy est traditionnellement préféré par les ingénieurs travaillant dans les domaines maritimes, alors que le coefficient de Strickler est préféré par les ingénieurs Européens du domaine fluvial. Les américains de nord emploient de préférence le coefficient de Manning, un coefficient de Chézy ou de Strickler élevé, comme un coefficient de Manning faible, traduisent une faible résistance.

Ces coefficients sont reliés par la formule :

$$K_s = \frac{1}{n} = \frac{C}{R_H^{1/6}} \quad (\text{II-50})$$

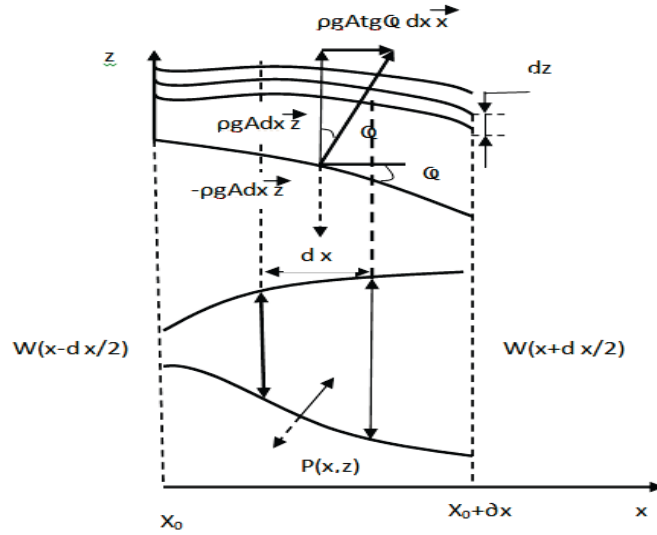


Figure II.4 : Forces exercées par le fluide sur la paroi et la réaction de la paroi sur le fluide

$$dR_p = \left[1 \left(x + \frac{dx}{2} \right) - 1 \left(x - \frac{dx}{2} \right) \right] p(x, z) dz = \left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_{\xi - z = Cste} (\xi - z) \rho g dx dz \quad (II-51)$$

Où, la notion $\left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_{\xi - z = Cste}$ indique que la dérivée de la largeur par rapport à x n'est pas prise à z constante, mais à distance constante par rapport à la surface libre.

La force R_p s'obtient en intégrant dR_p par rapport à z et z_b et ξ et par rapport à x entre x_0 et $x_0 + \Delta x$:

$$R_p = \rho g \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} \int_{z_b(x)}^{\xi(x)} (\xi - z) \left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_{\xi - z = Cste} dx dz \quad (II-52)$$

La dernière force restant à estimer est la composante R_b selon x de la réaction du fond du chenal sur le volume d'eau. On la calcule en effectuant un bilan des forces sur une tranche de fluide comprise entre $x - \frac{dx}{2}$ et $x + \frac{dx}{2}$. Cette force s'exerce dans le plan vertical, dans la direction normale au fond (figure II.4). Sa projection selon l'axe des z compense exactement le poids $\rho g A dx$ de la tranche du fluide. Le fond étant incliné d'un angle φ par rapport à l'horizontale, la réaction du fond sur le fluide a une composante horizontale égale à :

$$R_b = \rho g A(x) \tan(\varphi) dx \quad (II-53)$$

La tangente de l'angle φ est la pente du fond du chenal. Elle est souvent notée S_0 et est liée à la cote du fond par :

$$S_0 = \tan(\varphi) = -\frac{\partial z_b}{\partial x} \quad (\text{II-54})$$

En remplaçant les relations (II-42), (II-43), (II-45), (II-46), (II-47), (II-49), (II-52) et (II-53) dans l'équation (II-41), en faisant tendre x et t vers 0 et en divisant par la masse volumique ρ constante, il en sort la formulation suivante :

$$\frac{\partial(UA)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2 A)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA - I_p \quad (\text{II-55})$$

Où, l'intégrale I_p est donnée par :

$$I_p = \frac{1}{\rho} \frac{\partial R_p}{\partial x} = g \int_{z_b(x)}^{\xi(x)} (\xi - z) \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)_{\xi - z = \text{Cste}} dz \quad (\text{II-56})$$

Le système de BSV s'écrit sous la forme conservative suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \\ U = Q \\ F = \frac{Q^2}{A} + \frac{P}{\rho} \end{cases} \quad (\text{II-57})$$

$$S = (S_0 - S_f)gA + I_p$$

4.3. Modèles simplifiés

Plusieurs simplifications peuvent être apportées aux équations des systèmes unidimensionnels et bidimensionnels en fonction des objectifs fixés.

Dans l'équation de continuité néglige le terme source est négligé, c'est à dire $S = 0$ et l'équation de continuité devient :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{II-58})$$

Dans l'équation dynamique, la réaction de la paroi sur le fluide est négligée, c'est-à-dire $I_p = 0$. L'équation dynamique devient :

$$\frac{\partial(UA)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2 A)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{II-59})$$

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5)$$

- (1) : Premier terme d'inertie (énergie due à l'accélération dans la direction Ox) ;
 (2) : Deuxième terme d'inertie (accélération convective) ;
 (3) : Terme de pression, lié à la pente de la surface libre ;
 (4) : Terme de gravité
 (5) : Terme de frottement, lié aux pertes de charge.

Selon les ordres de grandeur relatifs des différents termes, des simplifications de l'équation de continuité et de l'équation dynamique sont possibles. En effet, il est rare que tous les termes aient le même ordre de grandeur, en fonction des caractéristiques géométriques et des conditions aux limites (*Bertrand-Krajewski*, 2006).

Modèles à frottements prépondérants et inertie négligeable

De même, en négligeant l'effet de l'inertie (termes (1) et (2)), nous retrouvons le modèle dit de l'onde diffusante :

$$\frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f) g A \quad (\text{II-60})$$

En considérant l'effet de la pression, il en résulte la forme la plus simple de l'équation dynamique. Cette forme est appelé modèle de l'onde cinématique :

$$(S_0 - S_f) g A = 0 \Leftrightarrow S_0 = S_f \quad (\text{II-61})$$

Conclusion

Pour étudier les écoulements à surface libre, des approches 3D, 2D et 1D peuvent être utilisées. L'établissement de modèles correspondant à ces approches nécessite l'adoption de différentes hypothèses. De plus, des simplifications peuvent être introduites afin d'alléger l'utilisation de ces modèles.

L'ensemble des modèles présentés dans cette partie met en évidence la difficulté qui existe afin de représenter le comportement hydraulique des écoulements à surface libre tout en prenant en compte la variabilité des différents paramètres caractérisant ce type d'écoulement.

En se basant sur ces approches modélisatrices, nous pouvons simuler le comportement hydraulique des écoulements à surface libre par le biais de la résolution numérique des équations constituant chaque modèle.

Chapitre III

Modèles de résolution des systèmes d'équations de Barré de Saint Venant 1D et 2D

Introduction

L'étude des écoulements à surface libre a été toujours d'importance majeure. Le sujet est en effet d'un intérêt particulier, plusieurs phénomènes sont régis par ce type d'écoulement.

La maîtrise a historiquement été d'abord assurée par les maquettes et les modèles physiques, mais ceux-ci ont progressivement cédé le terrain face à la modélisation numérique (*Hervouet*, 2003).

Sous l'action conjuguée du progrès des techniques et moyens de calcul d'une part, et la montée des besoins de maîtrise de certains phénomènes d'autre part, la modélisation des écoulements à surface libre s'est imposée comme un outil vital dans le domaine de l'hydraulique.

La compréhension des phénomènes transitant les réseaux de collecte des eaux urbaines est l'une des applications de la modélisation des écoulements à surface libre. La simulation de ce type d'écoulement est basée sur la résolution des systèmes d'équation décrits dans le chapitre précédent.

Le présent chapitre est consacré à la discrétisation numérique des systèmes 1D et 2D décrivant le mouvement des eaux à surface libre et ce, dans le but de construire des modèles numériques pouvant simuler le comportement de conduites fonctionnant à surface libre.

1. Discrétisation des équations aux dérivées partielles

Les équations régissant les écoulements à surface libre sont des équations aux dérivées partielles, avec des dérivées en temps et en espace. La non-linéarité de ces équations a pour conséquence l'existence de solutions discontinues, même avec des conditions initiales continues (*Hervouet*, 2003). La résolution numérique de ce type d'équation nécessite une discrétisation spatiale et temporelle fine dans le but de simplifier ces équations en remplaçant

les dérivées partielles par des gradeurs calculées. Dans ces conditions, les propriétés numériques attendues englobent la précision, la consistance et la stabilité.

2. Méthode des différences finies pour les systèmes hyperboliques

Les systèmes hyperboliques de lois de conservations n'ont pratiquement pas de solution analytique. En effet, en raison de la complexité des géométries et des conditions initiales et aux limites de ce genre de problème, le recours à des solutions approchées est inévitable pour résoudre les équations différentielles qui décrivent les écoulements à surface libre.

Les équations approchées que l'on résout s'obtiennent à partir des équations originales à partir du biais d'une opération appelée la discrétisation. Pour les méthodes dites aux différences finies, cette opération de discrétisation est appliquée de façon identique à l'espace et au temps.

La discrétisation consiste à convertir les variables d'espace et de temps, qui sont des variables continues, en variables discrètes.

Dans le cas d'une discrétisation à une seule dimension d'espace, on choisit à l'avance des valeurs particulières x_j ($j = 1, 2, \dots, M$) de la coordonnée d'espace et des dates prédéfinies t^i ($i = 1, 2, \dots, N$) auxquelles nous allons chercher à calculer de manière approchée la solution des équations aux dérivées partielles. Les points sélectionnés forment un quadrillage de l'espace. On exprime ensuite les dérivées partielles présentes dans l'équation à discrétiser en fonction des valeurs de la solution aux différents points (x_j, t^i) de l'espace.

Dans le cas d'une discrétisation à plusieurs dimensions d'espace, les points de calcul sont rangés en lignes et en colonnes. Un point de calcul dans un espace à deux dimension est repéré par deux indices j et k , j étant le numéro de la rangée dans la direction de la coordonnée x , k étant l'indice de la rangée suivant la coordonnée y .

On considère une fonction f de deux variables : une variable d'espace x et une variable de temps t : $f = f(x, t)$.

On pose ' a ' petit, les dérivées partielles par rapport à x s'expriment de la manière suivante :

$$f(x + a) = f(x) + a f'(x) + \frac{a^2}{2} f''(x) + \theta_1(a) \quad (\text{III-1})$$

$$f(x-a) = f(x) - a f'(x) + \frac{a^2}{2} f''(x) + \theta_2(a) \quad (\text{III-2})$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur à 2, la dérivée est calculée par la relation suivante : (schéma centré avec approximation d'ordre 2)

$$f'(x) = \frac{f(x+a) - f(x-a)}{2a} \quad (\text{III-3})$$

On peut également utiliser les relations négligeant les termes d'ordre supérieur à 1 seulement, ce qui conduit :

- Soit à un schéma progressif (ou avancé) avec approximation d'ordre 1:

$$f'(x) = \frac{f(x+a) - f(x)}{a} \quad (\text{III-4})$$

- Soit un schéma régressif (ou retardé) avec approximation d'ordre 1:

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-a)}{a} \quad (\text{III-5})$$

Si on remplace « a » par un pas d'espace Δx , il vient :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x} \quad (\text{III-6})$$

Ou :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (\text{III-7})$$

Ou :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x} \quad (\text{III-8})$$

Les quantités $\frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$; $\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ et $\frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x}$ fournissent une

bonne approximation à la dérivée $\frac{\partial f}{\partial x}$ entre les abscisses x_j et x_{j+1} à la date t^i .

En approchant les différentes dérivées partielles présentes dans l'équation à résoudre par les différences entre les valeurs aux points de calcul, on parvient à une approximation de l'équation différentielle complète (*Guinot, 2006*).

Les équations hyperboliques contiennent des dérivées partielles par rapport à l'espace et par rapport au temps en plus d'un terme source. Selon la manière dont les différents termes de l'équation sont estimés, on parle de schéma explicite ou implicite.

Dans le cas où ces termes sont estimés en utilisant des valeurs connues à la date t^i , on parle de schéma numérique explicite. Cependant, si ces termes sont approchées par des valeurs inconnues à la date t^{i+1} , on parle de schéma numérique implicite.

Selon le pas de temps auquel sont calculées les dérivées partielles par rapport à x , on utilise soit des schémas explicites lorsque toutes les valeurs de f sont calculées au pas de temps $n \Delta t$, soit des schémas implicites lorsque les valeurs de f sont calculées au pas de temps $(n+1) \Delta t$. Il est également possible d'utiliser un schéma implicite combinant les deux types de schémas précédents, appelé schéma mixte (*Bertrand-Krajewski*, 2006).

3. Résolution du système 1-D

En adoptant les hypothèses simplificatrices citées dans le chapitre II, le système d'équations unidimensionnel régissant les écoulements à surface libre dans les canaux et conduites est composé de l'équation de continuité et de l'équation dynamique :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-9})$$

$$\frac{\partial(UA)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2 A)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)g A \quad (\text{III-10})$$

En considérant une vitesse d'écoulement moyenne pour une section rectangulaire $A = hl$, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial hl}{\partial t} + \frac{\partial hlU}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-11})$$

Sachant que :

$$\frac{\partial hU}{\partial x} = U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U}{\partial x} \quad (\text{III-12})$$

Il en résulte :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-13})$$

Pour une section rectangulaire $A = hl$, la force de pression s'exprime comme suit:

$$dP = p dA \quad \Rightarrow \quad P = \int p l dh \quad (\text{III-14})$$

$$\text{Donc } P = \int \rho g h l dh \quad \Rightarrow \quad P = \frac{1}{2} \rho g h^2 l$$

Nous introduisons l'expression de P dans l'équation dynamique :

$$\frac{\partial(Uhl)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2 hl)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2\rho} \rho g h^2 l = (S_0 - S_f) g h l \quad (\text{III-15})$$

$$\frac{\partial(Uh)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2 h)}{\partial x} + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x} h^2 = (S_0 - S_f) g h \quad (\text{III-16})$$

$$U \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial t} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U^2}{\partial x} + g h \frac{\partial}{\partial x} h = (S_0 - S_f) g h \quad (\text{III-17})$$

$$U \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial t} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x} + 2 h U \frac{\partial U}{\partial x} + g h \frac{\partial}{\partial x} h = (S_0 - S_f) g h \quad (\text{III-18})$$

$$\left(U \frac{\partial h}{\partial t} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x} + h U \frac{\partial U}{\partial x} \right) + h \frac{\partial U}{\partial t} + h U \frac{\partial U}{\partial x} + g h \frac{\partial}{\partial x} h = (S_0 - S_f) g h \quad (\text{III-19})$$

En multipliant l'équation (III- 13) (l'équation de continuité) par U , on obtient :

$$U \frac{\partial h}{\partial t} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x} + h U \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-20})$$

L'équation dynamique s'écrit donc :

$$0 + h \frac{\partial U}{\partial t} + h U \frac{\partial U}{\partial x} + g h \frac{\partial}{\partial x} h = (S_0 - S_f) g h \quad (\text{III-21})$$

D'où :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial}{\partial x} h = (S_0 - S_f) g \quad (\text{III-22})$$

De même, pour une section non rectangulaire :

$$\frac{\partial(UA)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2 A)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-23})$$

$$U \frac{\partial(A)}{\partial t} + A \frac{\partial(U)}{\partial t} + U^2 \frac{\partial(A)}{\partial x} + A \frac{\partial(U^2)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-24})$$

$$U \frac{\partial(A)}{\partial t} + A \frac{\partial(U)}{\partial t} + U^2 \frac{\partial(A)}{\partial x} + 2AU \frac{\partial(U)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-25})$$

$$U \left(\frac{\partial(A)}{\partial t} + U \frac{\partial(A)}{\partial x} + AU \frac{\partial(U)}{\partial x} \right) + A \frac{\partial(U)}{\partial t} + AU \frac{\partial(U)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-26})$$

$$\frac{\partial(A)}{\partial t} + U \frac{\partial(A)}{\partial x} + AU \frac{\partial(U)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-27})$$

L'équation dynamique devient :

$$A \frac{\partial(U)}{\partial t} + AU \frac{\partial(U)}{\partial x} + \frac{P}{\rho} = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-28})$$

$$dP = p dA \quad \Rightarrow \quad P = \int p dA \quad (\text{III-29})$$

$$\text{Donc } P = \int \rho g h dA \quad \Rightarrow \quad P = \rho g h A$$

$$A \frac{\partial(U)}{\partial t} + AU \frac{\partial(U)}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\rho g h A) = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-30})$$

$$A \frac{\partial(U)}{\partial t} + AU \frac{\partial(U)}{\partial x} + g A \frac{\partial}{\partial x} (h) = (S_0 - S_f)gA \quad (\text{III-31})$$

$$\frac{\partial(U)}{\partial t} + U \frac{\partial(U)}{\partial x} + g \frac{\partial}{\partial x} (h) = (S_0 - S_f)g \quad (\text{III-32})$$

3.1. Discrétisation du système 1D par un schéma de différences finies explicite

Un schéma explicite est basé sur le fait que chaque valeur approchée de la solution au temps $t+\Delta t$ et au point x est écrite à partir des valeurs de la solution précédente au temps t .

Pour la résolution du système unidimensionnel, nous avons utilisé un schéma explicite centré avec une approximation d'ordre 2 par rapport à l'espace, et d'ordre 1 progressif par rapport au temps.

Pour simplifier les écritures, nous notons i l'indice relatif au pas de temps et j l'indice relatif au pas d'espace. Dans ces conditions, on peut écrire : $f(i\Delta t, j\Delta x) = f_j^i$

Pour ce faire, on pose :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_j^{i+1} - U_j^i}{\Delta t} \quad (\text{III-33})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_j^{i+1} - h_j^i}{\Delta t} \quad (\text{III-34})$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} \quad (\text{III-35})$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} \quad (\text{III-36})$$

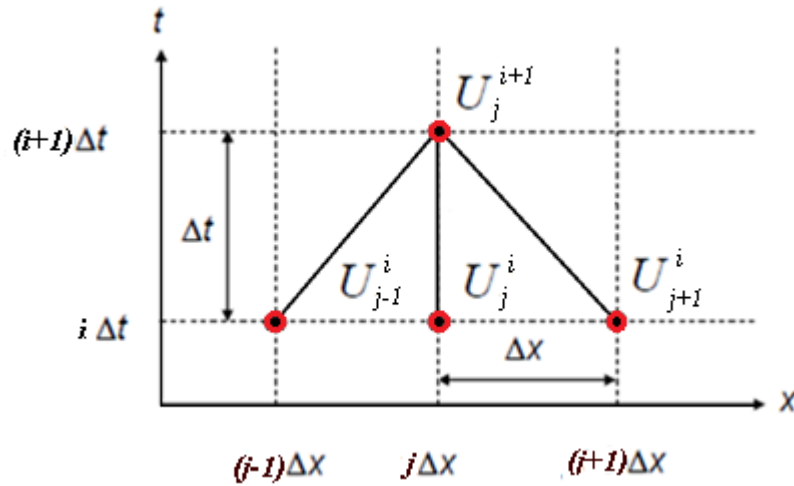


Figure III.1: Schéma de résolution explicite 1D

En substituant ces opérateurs dans l'équation dynamique, on obtient :

$$\frac{\partial(U)}{\partial t} + U \frac{\partial(U)}{\partial x} + g \frac{\partial}{\partial x}(h) = (S_0 - S_f)g \quad (\text{III-37})$$

$$\frac{U_j^{i+1} - U_j^i}{\Delta t} + U_j^i \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} + g \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} = g(S_0 - (S_f)_j^i) \quad (\text{III-38})$$

D'où :

$$2 \Delta x \left(U_{j+1}^i - U_j^i \right) + \Delta t U_j^i \left(U_{j+1}^i - U_{j-1}^i \right) + g \Delta t \left(h_{j+1}^i - h_{j-1}^i \right) = 2 g \Delta x \Delta t \left(S_0 - (S_f)_j^i \right) \quad (\text{III-39})$$

$$2 \Delta x U_{j+1}^i - 2 \Delta x U_j^i = 2 g \Delta x \Delta t \left(S_0 - (S_f)_j^i \right) - \Delta t U_j^i \left(U_{j+1}^i - U_{j-1}^i \right) - g \Delta t \left(h_{j+1}^i - h_{j-1}^i \right) \quad (\text{III-40})$$

Et finalement :

$$U_{j+1}^i = U_j^i + g \Delta t \left(S_0 - (S_f)_j^i \right) - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \left(U_j^i \left(U_{j+1}^i - U_{j-1}^i \right) + g \left(h_{j+1}^i - h_{j-1}^i \right) \right) \quad (\text{III-41})$$

La perte de charge $(S_f)_j^i$ est calculée par la formule de Manning-Strickler.

Pour une section rectangulaire ($A = hl$), l'équation de continuité s'écrit:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-42})$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = A \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial A}{\partial t} = l \frac{\partial h}{\partial t}$$

On peut donc écrire :

$$l \frac{h_{j+1}^i - h_j^i}{\Delta t} + l h_j^i \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2 \Delta x} + l U_j^i \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2 \Delta x} = 0 \quad (\text{III-43})$$

$$2 \Delta x \left(h_{j+1}^i - h_j^i \right) + h_j^i \Delta t \left(U_{j+1}^i - U_{j-1}^i \right) + 2 \Delta x \left(h_{j+1}^i - h_{j-1}^i \right) U_j^i = 0 \quad (\text{III-44})$$

$$h_{j+1}^i = h_j^i - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \left(h_j^i \left(U_{j+1}^i - U_{j-1}^i \right) + U_j^i \left(h_{j+1}^i - h_{j-1}^i \right) \right) \quad (\text{III-45})$$

Dans le cas d'une section non rectangulaire, les calculs sont plus complexes car il faut conserver les expressions complètes de $A(h)$ et $A'(h)$. Ce qui conduit aux expressions suivantes pour la dérivée partielle de A :

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III-46})$$

D'où, après substitution dans l'équation dynamique, il en résulte :

$$A \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (\text{III-47})$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (\text{III-48})$$

$$A_j^i \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} + U_j^i \frac{\partial A}{\partial h} \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} + \frac{\partial A}{\partial h} \frac{h_j^{i+1} - h_j^i}{\Delta t} = 0 \quad (\text{III-49})$$

$$A_j^i \frac{U_{j+1}^i - U_{j-1}^i}{2\Delta x} \frac{\Delta t}{\Delta t} + U_j^i \frac{\partial A}{\partial h} \frac{h_{j+1}^i - h_{j-1}^i}{2\Delta x} \frac{\Delta t}{\Delta t} + \frac{\partial A}{\partial h} \frac{h_j^{i+1} - h_j^i}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\Delta t} = 0 \quad (\text{III-50})$$

$$2 \frac{\partial A}{\partial h} \Delta x h_j^{i+1} - 2 \frac{\partial A}{\partial h} \Delta x h_j^i = \Delta t A_j^i (U_{j+1}^i - U_{j-1}^i) - \Delta t U_j^i \frac{\partial A}{\partial h} (h_{j+1}^i - h_{j-1}^i) \quad (\text{III-51})$$

$$\frac{\partial A}{\partial h} h_j^{i+1} = \frac{\partial A}{\partial h} h_j^i - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left(A_j^i (U_{j+1}^i - U_{j-1}^i) + U_j^i \frac{\partial A}{\partial h} (h_{j+1}^i - h_{j-1}^i) \right) \quad (\text{III-52})$$

Qui conduisent finalement à :

$$h_j^{i+1} = h_j^i - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left(\frac{A_j^i}{\frac{\partial A_j^i}{\partial h}} (U_{j+1}^i - U_{j-1}^i) + U_j^i (h_{j+1}^i - h_{j-1}^i) \right) \quad (\text{III-53})$$

3.2. Stabilité du système 1D

Pour tous les schémas numériques de nature explicite se pose le problème de choix du pas du temps à utiliser pour la résolution du système d'équation, de ce choix dépend la stabilité du schéma numérique considéré. En effet, la condition de stabilité exige une certaine adéquation entre les pas de discrétisation spatiale et temporelle. C'est ainsi que ce type de schéma doit vérifier la condition dite de Courant-Friedrich-Levy exprimée sous la forme :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|U \pm C|} \quad (\text{III-54})$$

Avec,

$$C = \sqrt{2g \frac{A(h)}{A'(h)}} \quad (\text{III-55})$$

4. Résolution du système 2-D

Le système d'équations bidimensionnel s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h U}{\partial x} + \frac{\partial h V}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-56})$$

$$\frac{\partial h U}{\partial t} + \frac{\partial h U^2}{\partial x} + \frac{\partial h UV}{\partial y} = gh(S_0 - S_{fx}) \quad (\text{III-57})$$

$$\frac{\partial h V}{\partial t} + \frac{\partial h UV}{\partial x} + \frac{\partial h V^2}{\partial y} = gh(S_0 - S_{fy}) \quad (\text{III-58})$$

Nous pouvons écrire l'équation de continuité comme suit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U}{\partial x} \mp V \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-59})$$

De même, l'équation dynamique devient :

$$\overbrace{\frac{\partial h U}{\partial t} + \frac{\partial h U^2}{\partial x} + \frac{\partial h UV}{\partial y}}^{\alpha} = gh(S_0 - S_{fx}) \quad (\text{III-60})$$

$$\overbrace{\frac{\partial h V}{\partial t} + \frac{\partial h UV}{\partial x} + \frac{\partial h V^2}{\partial y}}^{\beta} = gh(S_0 - S_{fy}) \quad (\text{III-61})$$

On note :

$$\alpha = \frac{\partial h U}{\partial t} + \frac{\partial h U^2}{\partial x} + \frac{\partial h UV}{\partial y} \quad (\text{III-62})$$

$$\beta = \frac{\partial h V}{\partial t} + \frac{\partial h UV}{\partial x} + \frac{\partial h V^2}{\partial y} \quad (\text{III-63})$$

$$\alpha = U \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial t} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U^2}{\partial x} + h U \frac{\partial V}{\partial y} + h V \frac{\partial U}{\partial y} + U V \frac{\partial h}{\partial y} \quad (\text{III-64})$$

$$\alpha = U \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial t} + U^2 \frac{\partial h}{\partial x} + 2hU \frac{\partial U}{\partial x} + hU \frac{\partial V}{\partial y} + hV \frac{\partial U}{\partial y} + UV \frac{\partial h}{\partial y} \quad (\text{III-65})$$

$$\alpha = U \left(\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial V}{\partial y} + V \frac{\partial h}{\partial y} \right) + h \frac{\partial U}{\partial t} + hU \frac{\partial U}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial y} \quad (\text{III-66})$$

On fait apparaître les termes de l'équation de continuité multipliés par la vitesse:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial V}{\partial y} + V \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-67})$$

L'expression de α se simplifie comme suit :

$$\alpha = h \frac{\partial U}{\partial t} + hU \frac{\partial U}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial y} \quad (\text{III-68})$$

On procède de la même manière pour simplifier l'expression de β :

$$\beta = \frac{\partial h V}{\partial t} + \frac{\partial h UV}{\partial x} + \frac{\partial h V^2}{\partial y} \quad (\text{III-69})$$

$$\beta = h \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial x} + UV \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial V^2}{\partial y} + V^2 \frac{\partial h}{\partial y} \quad (\text{III-70})$$

$$\beta = h \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial x} + UV \frac{\partial h}{\partial x} + 2Vh \frac{\partial V}{\partial y} + V^2 \frac{\partial h}{\partial y} \quad (\text{III-71})$$

$$\beta = V \left(\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial V}{\partial y} + V \frac{\partial h}{\partial y} \right) + h \frac{\partial V}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial V}{\partial y} \quad (\text{III-72})$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial V}{\partial y} + V \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{III-73})$$

$$\text{D'où : } \beta = h \frac{\partial V}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial V}{\partial y} \quad (\text{III-74})$$

Les deux expressions de l'équation dynamique s'écrivent comme suit :

$$h \frac{\partial U}{\partial t} + hU \frac{\partial U}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial y} = gh(S_0 - S_{fx}) \quad (\text{III-75})$$

$$h \frac{\partial V}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial V}{\partial y} = gh(S_0 - S_{fy}) \quad (\text{III-76})$$

4.1. Discrétisation du système 2D par un schéma de différences finies explicite

De même, pour simplifier les écritures, nous noterons i l'indice relatif au pas de temps et j l'indice relatif au pas d'espace suivant l'axe Ox et k l'indice relatif au pas d'espace suivant l'axe Oy. Dans ces conditions, on peut écrire : $f(i\Delta t, j\Delta x, j\Delta y) = f_{j,k}^i$

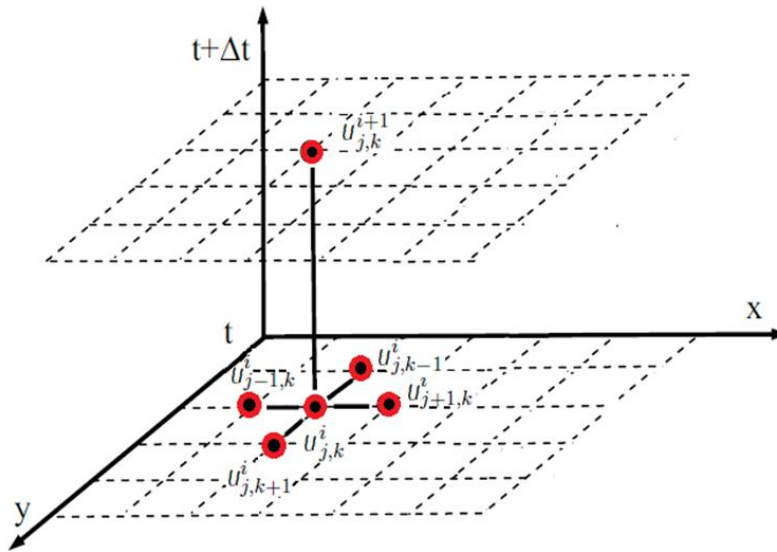


Figure III.2 : Schéma de résolution explicite 2D

Le système d'équation bidimensionnel s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-77})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h \frac{\partial U}{\partial t} + hU \frac{\partial U}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial y} = gh(S_0 - S_{fx}) \end{array} \right. \quad (\text{III-78})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h \frac{\partial V}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial V}{\partial y} = gh(S_0 - S_{fy}) \end{array} \right. \quad (\text{III-79})$$

On pose :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_{j+1}^{i+1} - U_{j+1}^i}{\Delta t} \quad (\text{III-80})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_{j+1}^{i+1} - V_{j+1}^i}{\Delta t} \quad (\text{III-81})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{j+1}^{i+1} - h_{j+1}^i}{\Delta t} \quad (\text{III-82})$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{j+1,k}^i - U_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \quad (\text{III-83})$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{V_{j+1,k}^i - V_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \quad (\text{III-84})$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{j+1,k}^i - h_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \quad (\text{III-85})$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{U_{j,k+1}^i - U_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \quad (\text{III-86})$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{V_{j,k+1}^i - V_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \quad (\text{III-87})$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = \frac{h_{j,k+1}^i - h_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \quad (\text{III-88})$$

En substituant ces opérateurs dans l'équation de continuité, il en résulte :

$$\begin{aligned} \frac{h_{j,k}^{i+1} - h_{j,k}^i}{2\Delta y} + h_{j,k}^i \left(\frac{U_{j+1,k}^i - U_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \right) + U_{j,k}^i \left(\frac{h_{j+1,k}^i - h_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \right) + \\ + h_{j,k}^i \left(\frac{V_{j,k+1}^i - V_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \right) + V_{j,k}^i \left(\frac{h_{j,k+1}^i - h_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-89})$$

En multipliant cette équation par Δt , il s'en suit :

$$\begin{aligned} & \left(h_{j,k}^{i+1} - h_{j,k}^i \right) + h_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{j+1,k}^i - U_{j-1,k}^i) + U_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (h_{j+1,k}^i - h_{j-1,k}^i) + \\ & + h_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (V_{j,k+1}^i - V_{j,k-1}^i) + V_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (h_{j,k+1}^i - h_{j,k-1}^i) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-90})$$

D'où :

$$\begin{aligned} h_{j,k}^{i+1} = & h_{j,k}^i + h_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{j+1,k}^i - U_{j-1,k}^i) + U_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (h_{j+1,k}^i - h_{j-1,k}^i) + \\ & + h_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (V_{j,k+1}^i - V_{j,k-1}^i) + V_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (h_{j,k+1}^i - h_{j,k-1}^i) \end{aligned} \quad (\text{III-91})$$

En substituant ces mêmes opérateurs dans l'équation dynamique suivant x , il en résulte :

$$h_{j,k}^i \left(\frac{U_{j,k}^{i+1} - U_{j,k}^i}{\Delta t} \right) + h_{j,k}^i U_{j,k}^i \left(\frac{U_{j+1,k}^i - U_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \right) + h_{j,k}^i V_{j,k}^i \left(\frac{U_{j,k+1}^i - U_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \right) = g h_{j,k}^i (S_0 - (S_{fx})_{j,k}^i) \quad (\text{III-92})$$

Tel que:

$$(S_{fx})_{j,k}^i = \mu^2 U_{j,k}^i \sqrt{\frac{(U_{j,k}^i)^2 + (V_{j,k}^i)^2}{((R_h)_{j,k}^i)^{4/3}}} \quad (\text{III-93})$$

En multipliant l'équation par $\frac{\Delta t}{h_{j,k}^i}$, il s'en suit :

$$(U_{j,k}^{i+1} - U_{j,k}^i) + U_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{j+1,k}^i - U_{j-1,k}^i) + V_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (U_{j,k+1}^i - U_{j,k-1}^i) = g \Delta t (S_0 - (S_{fx})_{j,k}^i) \quad (\text{III-94})$$

La discrétisation de l'équation dynamique suivant x s'écrit :

$$U_{j,k}^{i+1} = U_{j,k}^i + U_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{j-1,k}^i - U_{j+1,k}^i) + V_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (U_{j,k-1}^i - U_{j,k+1}^i) = g \Delta t (S_0 - (S_{fx})_{j,k}^i) \quad (\text{III-95})$$

On procède de la même manière pour discrétiser l'équation dynamique suivant y :

$$h_{j,k}^i \left(\frac{V_{j,k}^{i+1} - V_{j,k}^i}{\Delta t} \right) + h_{j,k}^i U_{j,k}^i \left(\frac{V_{j+1,k}^i - V_{j-1,k}^i}{2\Delta x} \right) + h_{j,k}^i V_{j,k}^i \left(\frac{V_{j,k+1}^i - V_{j,k-1}^i}{2\Delta y} \right) = g h_{j,k}^i (S_0 - (S_{fy})_{j,k}^i) \quad (\text{III-96})$$

Tel que:

$$(S_{fy})_{j,k}^i = \mu^2 V_{j,k}^i \sqrt{\frac{(U_{j,k}^i)^2 + (V_{j,k}^i)^2}{((R_h)_{j,k}^i)^{4/3}}} \left(\frac{1 + h_{j,k}^i}{h_{j,k}^i} \right) \quad (\text{III-97})$$

En multipliant cette équation par $\frac{\Delta t}{h_{j,k}^i}$, il en résulte :

$$(V_{j,k}^{i+1} - V_{j,k}^i) + U_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta x} (V_{j+1,k}^i - V_{j-1,k}^i) + V_{j,k}^i \frac{\Delta t}{2\Delta y} (V_{j,k+1}^i - V_{j,k-1}^i) = g \Delta t (0 - (S_{fy})_{j,k}^i) \quad (\text{III-98})$$

La discrétisation de l'équation dynamique suivant y s'écrit :

$$V_{j,k}^{i+1} = V_{j,k}^i + \frac{\Delta t}{2\Delta x} U_{j,k}^i (V_{j-1,k}^i - V_{j+1,k}^i) + \frac{\Delta t}{2\Delta y} V_{j,k}^i (V_{j,k-1}^i - V_{j,k+1}^i) - g \Delta t - (S_{fy})_{j,k}^i \quad (\text{III-99})$$

4.2. Stabilité du système 2D

Les schémas aux différences finies explicites sont très sensibles et sont toujours soumis à une condition de stabilité. C'est la raison pour laquelle nous utilisons la condition de stabilité de *courant-Friedrichs-levy* (c.f.l). Cette dernière est exprimée dans le cas des écoulements bidimensionnels en coordonnées cartésiennes x et y , par (Fennema et Chaudhry, 1986 ; Nujic, 1995 ; Rahman et Chaudhry, 1997):

$$C = \frac{(V + \sqrt{gh}) \Delta t}{\Delta x \Delta y} \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad (\text{III-100})$$

Où, V et C sont dans l'ordre la vitesse résultante au point du maillage et le nombre de courant.

La plupart des schémas aux différences finies implicites ne nécessitent pas de condition de stabilité, l'utilisation du critère stabilité constitue donc une manière effective pour choisir un pas de temps approprié. Le calcul du pas de temps t pour chaque point du maillage se fait, dans le cas des équations en coordonnées cartésiennes x et y , par les relations suivantes :

$$\Delta t = \min(\Delta t_1, \Delta t_2) \quad (\text{III-101})$$

$$\Delta t_1 = C \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta x}{|U| + C} \right) \quad (\text{III-102})$$

$$\Delta t_2 = C \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta x}{|V| + C} \right) \quad (\text{III-103})$$

Tels que : U, V et C représentent respectivement, la vitesse longitudinale, la vitesse transversale et la célérité de l'onde \sqrt{gh} .

5. Structure des modèles élaborés

Après avoir discrétisé les équations complètes régissant les écoulements à surface libre selon un schéma de différence finies type explicite. Nous avons développé tout d'abord un code de calcul décrivant l'écoulement unidimensionnel des eaux à l'intérieur des canalisations toute en adoptant l'hypothèse de continuité des paramètres au niveau des raccords. Par la suite, et afin d'affiner davantage la résolution de ces équations, nous avons développé un autre code de calcul couplant les deux approches unidimensionnelle et bidimensionnelle au niveau des canalisations et des raccords respectivement.

Les modèles développés, représentent le réseau à modéliser comme une suite de canalisations reliées par des nœuds. Les conditions aux limites sont données par l'hydrogramme des débits entrants en amont de chaque tronçon du réseau et par une relation hauteur-débit à l'aval.

Les deux modèles ont été développés sous MATLAB. La structure de chacun d'eux est décrite ci-dessous. Les paramètres de l'écoulement à surface libre en l'occurrence le débit, la hauteur et la vitesse sont calculés à l'aide des équations de conservation de la masse et de l'énergie, en admettant certaines hypothèses pour chaque approche modélisatrice. En effet, le modèle 1D se base sur l'hypothèse de la continuité des débits et des hauteurs d'eau à chaque nœud. Cela permet de simplifier les calculs et améliorer surtout le temps de calcul. Néanmoins, cette hypothèse peut constituer une source de perte de précision étant donné qu'une telle continuité ne peut avoir lieu que très rarement. De plus, au niveau des raccords, l'approche unidimensionnelle n'est pas tout à fait valide en raison de la dispersion des particules fluides suivant les deux axes ox et oy . C'est la raison pour laquelle, nous avons pensé à élaborer un modèle 2D pour modéliser l'écoulement au niveau de ces raccords et procéder ensuite à un couplage de ce modèle au modèle 1D afin de pouvoir construire une approche plus complète.

De manière globale, les valeurs de la hauteur d'eau et du débit qui transitent une série de conduites sont obtenues par l'intermédiaire des relations décrites précédemment.

Les modèles sont scindés en trois strates :

- ✓ Définition de la géométrie du problème ;
- ✓ Définition des conditions aux limites ;
- ✓ Numérisation du problème.

Les données d'entrées des modèles englobant la géométrie du réseau modélisé sont tout d'abord traitées et intégrées. La lecture de données est suivie par l'affectation des conditions initiales aux cellules de calcul.

Les conditions aux limites sont définies à l'issue de chaque extrémité de conduite en adoptant l'une des hypothèses de calcul.

En se basant sur la résolution numérique des deux systèmes d'équations régissant les écoulements à surface libre (1D et 2D), les paramètres de l'écoulement sont calculés en tout point du maillage défini par le schéma numérique employé.

Les calculs sont faits d'une manière itérative, les trois phases de la modélisation peuvent s'exécuter successivement le long de la période de simulation.

Le processus de calcul adopté pour les deux modèles (1D et couplage 1D/2D) englobant les différentes étapes de la mise en œuvre des programmes MATLAB est décrit en annexe.

6. Algorithme de résolution

Une fois le système d'équations algébrique est déterminé, l'étape suivante a consisté à résoudre ce système à chaque pas de temps pour un écoulement non permanent en se basant sur la discrétisation de l'équation de conservation de la masse et celle de la quantité de mouvement.

Le processus de calcul itératif permet, d'estimer les valeurs des paramètres calculés et de les améliorer petit à petit jusqu'à ce qu'on aboutit à la solution du problème à une certaine valeur prédéfinie (critère de convergence).

L'organigramme de résolution des systèmes d'équation régissant les écoulements à surface libre utilisant un schéma numérique par différences finies peut être schématisé comme suit :

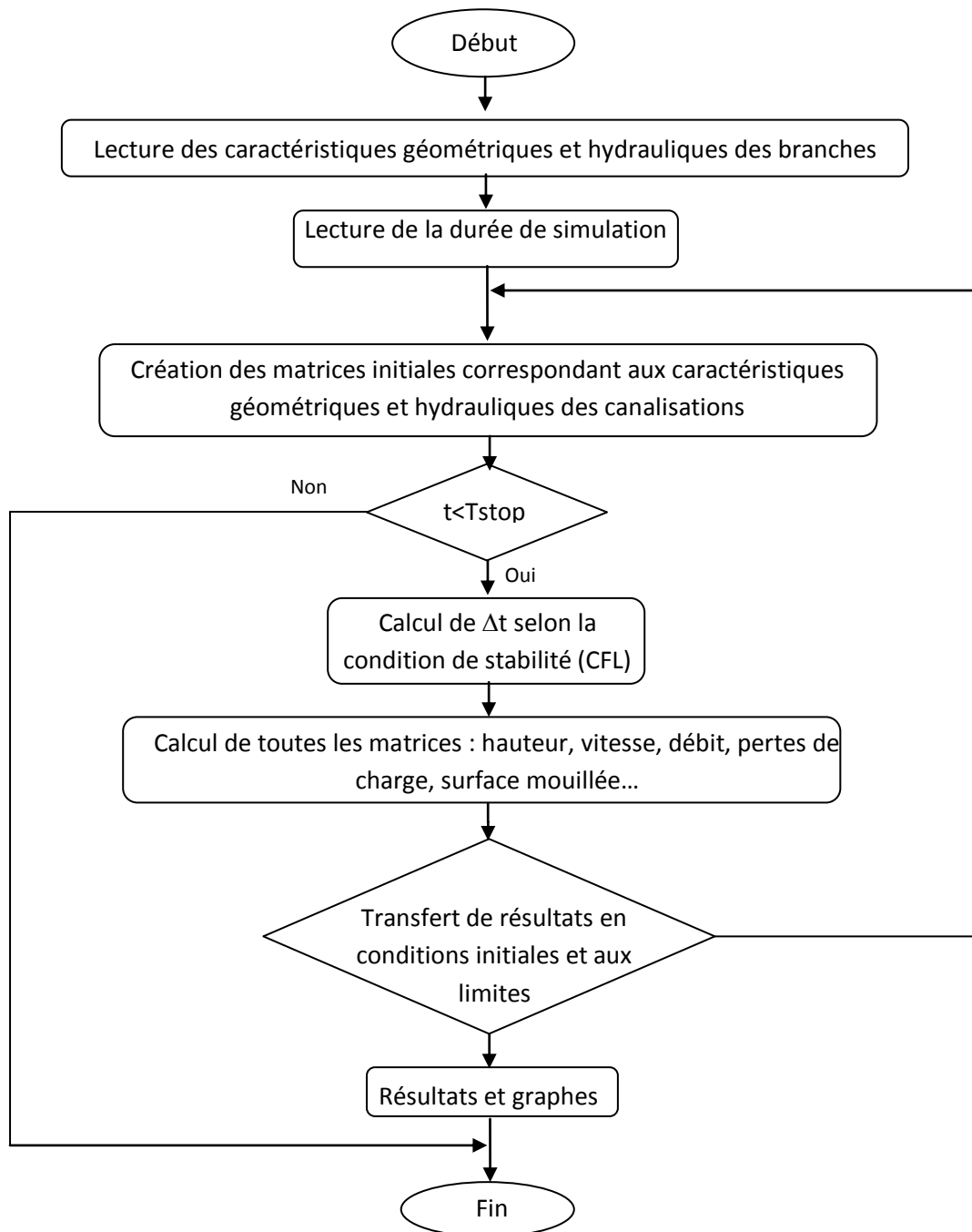


Figure III.3: Algorithme de résolution

Les deux codes de calcul sont élaborés sous MATLAB selon l'algorithme décrit ci-dessus.

L'approche unidimensionnelle est facile à mettre en œuvre comparativement à l'approche de couplage en raison de la difficulté de connectivité 1D-2D. Mis à part le calcul hydraulique, le processus de calcul est analogue en ce qui concerne : la prise en compte des données d'entrée, la discrétisation spatiale et temporelle et l'affichage des résultats.

Nous présentons ci-dessous les principaux modules des codes de calcul élaborés comportant respectivement :

- Module conditions initiales 2D ;
- Module affectation des conditions aux limites 2D ;
- Module calcul hydraulique 2D ;
- Connectivité 2D/1D ;
- Module affectation conditions initiales 1D ;
- Module affectation conditions aux limites 1D ;
- Module calcul hydraulique des tronçons 1D ;
- Connectivité 1D/2D.

```

disp('*****Module conditions initiales 2D*****')
    for i=1:I(k)+1
        for iy=1:Iy(k)+1
h(i,iy,1)=0.001.*DN(k); %%%%Débit de mouillage ne doit pas dépasser 4 mm
TETA(i,iy,1)=2*acos(1-(2.*h(i,iy,1)./DN(k)));
Rh(i,iy,1)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(i,iy,1)-
sin(TETA(i,iy,1))).*(2./(DN(k).*TETA(i,iy,1))));
u(i,iy,1)=(kms.*((Rh(i,iy,1)).^(2/3)).*(pt(k)^(1/2)));
s(i,iy,1)=(DN(k).*DN(k))./8).*(TETA(i,iy,1)-sin(TETA(i,iy,1)));
ds(i,iy,1)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(i,iy,1)-h(i,iy,1).*h(i,iy,1)));
v(i,iy,1)=u(i,iy,1)./10;
Q(i,iy,1)=u(i,iy,1).*s(i,iy,1);
j(i,iy,1)=(((NU)^2).*u(i,iy,1).*((sqrt(u(i,iy,1).^2)+(v(i,iy,1).^2))./((h(
i,iy,1).^(4/3))))));
jy(i,iy,1)=(((NU)^2).*v(i,iy,1).*((sqrt(u(i,iy,1).^2)+(v(i,iy,1).^2))./((
(i,iy,1).^(4/3)))))).*(DN(k)+h(i,iy,1)./(DN(k).*h(i,iy,1))).^(1/3));
C(i,iy,1)=sqrt(g.*(s(i,iy,1)./ds(i,iy,1)));
Froude(i,iy,1)=u(i,iy,1)./C(i,iy,1);
        end
    end

```

```

disp('*****Module affectation des conditions aux limites 2D*****')
    for iy=1:Iy(k)+1
        for n=2:N(k)+1
h(1,iy,n)=h(1,iy,1)+interp1(Ti,Hi,(n-1).*dt(k));
TETA(1,iy,n)=2*acos(1-(2.*h(1,iy,n)./DN(k)));
Rh(1,iy,n)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(1,iy,n)-
sin(TETA(1,iy,n))).*(2./(DN(k).*TETA(1,iy,n))));
u(1,iy,n)=interp1(Ti,Ui,(n-1).*dt(k));
v(1,iy,n)=interp1(Ti,Vi,(n-1).*dt(k));
s(1,iy,n)=(DN(k).*DN(k))./8).*(TETA(1,iy,n)-sin(TETA(1,iy,n)));
        end
    end

```

```

ds(1,iy,n)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(1,iy,n)-h(1,iy,n).*h(1,iy,n));
Q(1,iy,n)=u(1,iy,n).*s(1,iy,n);
j(1,iy,n)=(((NU)^2).*u(1,iy,n).*(((sqrt(u(1,iy,n).^2)+(v(1,iy,n).^2))./(h(1,iy,n).^4/3)))));
jy(i,iy,n)=(((NU)^2).*v(1,iy,n).*(((sqrt(u(1,iy,n).^2)+(v(1,iy,n).^2))./(h(1,iy,n).^4/3))))).*((DN(k)+h(1,iy,n)./(DN(k).*h(1,iy,n))).^(1/3));
C(i,iy,n)=sqrt(g.*(s(i,iy,n)./ds(i,iy,n)));
Froude(i,iy,n)=u(i,iy,n)./C(i,iy,n);
    end
    end
    for i=1:I(k)+1
        for n=2:N(k)+1
h(i,1,n)=h(i,1,1)+interp1(Ti,Hi,(n-1).*dt(k));
Rh(i,1,n)=(DN(k).*h(i,1,n))./(DN(k)+2.*h(i,1,n));
TETA(i,1,n)=2*acos(1-(2.*h(i,1,n)./DN(k)));
Rh(i,1,n)=(((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(i,1,n)-sin(TETA(i,1,n))).*(2./ (DN(k).*TETA(i,1,n)));
u(i,1,n)=u(i,1,1)+interp1(Ti,Ui,(n-1).*dt(k));
s(i,1,n)=((DN(k).*DN(k))./8).* (TETA(i,1,n)-sin(TETA(i,1,n)));
ds(i,1,n)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(i,1,n)-h(i,1,n).*h(i,1,n));
v(i,1,n)=v(i,1,1)+interp1(Ti,Vi,(n-1).*dt(k));
j(i,1,n)=(((NU)^2).*u(i,1,n).*(((sqrt(u(i,1,n).^2)+(v(i,1,n).^2))./(h(i,1,n).^4/3)))));
Q(i,1,n)=s(i,1,n).*u(i,1,n);
jy(i,1,n)=(((NU)^2).*v(i,1,n).*(((sqrt(u(i,1,n).^2)+(v(i,1,n).^2))./(h(i,1,n).^4/3))))).*((DN(k)+h(i,1,n)./(DN(k).*h(i,1,n))).^(1/3));
C(i,1,n)=sqrt(g.*(s(i,1,n)./ds(i,1,n)));
Froude(i,iy,n)=u(i,iy,n)./C(i,iy,n);
        end
    end
end
end

```

```

disp('*****Module calcul hydraulique 2D*****')
    for n=1:N(k)
        for i=2:I(k)+1
            for iy=2:Iy(k)+1
h(i,iy,n+1)=h(i,iy,n)+(h(i,iy,n).*(dt(k)./(2.*dx(k))).*(u(i-1,iy,n)-u(i+1,iy,n)))+(u(i,iy,n).*(dt(k)./(2.*dx(k))).*(h(i-1,iy,n)-h(i+1,iy,n)))+(dt(k)./(2.*dy(k))).*h(i,iy,n)...
                .*(v(i,iy-1,n)-v(i,iy+1,n)))+(v(i,iy,n).*(dt(k)./(2.*dy(k))).*(h(i,iy-1,n)-h(i,iy+1,n))));
                u(i,iy,n+1)=u(i,iy,n)+((dt(k)./(2.*dx(k))).*u(i,iy,n).*(u(i-1,iy,n)-u(i+1,iy,n)))+(dt(k)./(2.*dy(k))).*v(i,iy,n).*(u(i,iy-1,n)-u(i,iy+1,n)))+(g.*(pt(k)-j(i,iy,n)).*dt(k));
                v(i,iy,n+1)=v(i,iy,n)+((dt(k)./(2.*dx(k))).*u(i,iy,n).*(v(i-1,iy,n)-v(i+1,iy,n)))+(dt(k)./(2.*dy(k))).*v(i,iy,n).*(v(i,iy-1,n)-v(i,iy+1,n)))-
            end
        end
    end

```

```

(g.*jy(i,iy,n)).*dt(k);
j(i,iy,n+1)=(((NU)^2).*u(i,iy,n+1).*((sqrt(u(i,iy,n+1).^2)+(v(i,iy,n+1).^2))./(h(i,iy,n+1).^(4/3)))));

jy(i,iy,n+1)=(((NU)^2).*v(i,iy,n+1).*((sqrt(u(i,iy,n+1).^2)+(v(i,iy,n+1).^2))./(h(i,iy,n+1).^(4/3))))).*(DN(k)+h(i,iy,n+1)./(DN(k).*h(i,iy,n+1))).^(1/3));
TETA(i,iy,n+1)=2*acos(1-(2.*h(i,iy,n+1)./DN(k)));
Rh(i,iy,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(i,iy,n+1)-sin(TETA(i,iy,n+1))).*(2./(DN(k).*TETA(i,iy,n+1)));
s(i,iy,n+1)=(DN(k).*DN(k))./8).*(TETA(i,iy,n+1)-sin(TETA(i,iy,n+1)));
Q(i,iy,n+1)=u(i,iy,n+1).*s(i,iy,n+1);
ds(i,iy,n+1)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(i,iy,n+1)-h(i,iy,n+1).*h(i,iy,n+1)));
C(i,iy,n+1)=sqrt(g.*(s(i,iy,n+1)./ds(i,iy,n+1)));
Froude(i,iy,n+1)=u(i,iy,n+1)./C(i,iy,n+1);

    end
    end
    end

```

```

disp('*****connectivité 2D/1D*****')
    for n=1:N(k)+1
Uex(n)=u(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
Vex(n)=v(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
Hex(n)=h(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
Qex(n)=Q(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
Froudex(n)= Froude(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
t(n)=(n-1).*dt(k) ;
Ti(n)=(n-1).*dt(k);
        if k==r
Hi(n)=0;
Ui(n)=0;
pt(k+1)=0;
DN(k+1)=0;
        else
Hi(n)=h(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
Ui(n)=u(I(k)+1,Iy(k)+1,n);
        end
    end

```

```

disp('*****Modul affectation conditions initiales 1D*****')
clear('s','ds','Rh','TETA')
    for i=1:I(k)+1
h(i,1)=0.001.*DN(k); %%Débit de mouillage au départ c'était 3mm
%h(i,1)=Hi(1)
TETA(i,1)=2*acos(1-(2.*h(i,1)./DN(k)));

```



```

Rh(i,1)=(((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(i,1)-
sin(TETA(i,1))).*(2./(DN(k).*TETA(i,1)));
u(i,1)=kms*((Rh(i,1)).^(2/3)).*(pt(k)).^(1/2));
s(i,1)=((DN(k).*DN(k))./8).* (TETA(i,1)-sin(TETA(i,1)));
ds(i,1)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(i,1)-h(i,1).*h(i,1));
Q(i,1)=u(i,1).*s(i,1);
j(i,1)=((u(i,1).^2)./((kms^2).* (Rh(i,1)))^(4/3)));
C(i,1)=sqrt(g.*(s(i,1)./ds(i,1)));
Froude(i,1)=u(i,1)./C(i,1);
end

```

```

disp('*****Module affectation conditions aux limites 1D*****')
for n=2:N(k)+1
h(1,n)=h(1,1)+interp1(Ti,Hi,(n-1).*dt(k));
TETA(1,n)=2*acos(1-(2.*h(1,n)./DN(k)));
Rh(1,n)=(((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(1,n)-
sin(TETA(1,n))).*(2./(DN(k).*TETA(1,n)));
u(1,n)=interp1(Ti,Ui,(n-1).*dt(k));
j(1,n)=((u(1,n).^2)./((kms^2).* (Rh(1,n)))^(4/3)));
s(1,n)=((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(1,n)-sin(TETA(1,n)));
ds(i,n)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(i,n)-h(i,n).*h(i,n));
Q(1,n)=u(1,n).*s(1,n);
C(1,n)=sqrt(g.*(s(1,n)./ds(1,n)));
Froude(1,n)=u(1,n)./C(1,n);
end

```

```

disp('*****Module CALCUL hydraulique des tronçons 1D*****')
for n=1:N(k)
for i=2:I(k)+1
if i==I(k)+1
h(i,n+1)=h(I(k),n+1);
u(i,n+1)=u(I(k),n+1);
Q(i,n+1)=Q(I(k),n+1);
TTTETA(i,n+1)=2*acos(1-(2.*h(I(k)+1,n+1)./DN(k+1)));
ss(i,n+1)=((DN(k+1).*DN(k+1))./8).* (TTTETA(I(k)+1,n+1)-
sin(TTTETA(I(k)+1,n+1)));
RRh(i,n+1)=(((DN(k+1)).^(2))./8).* (TTTETA(I(k)+1,n+1)-
sin(TTTETA(I(k)+1,n+1))).*(2./(DN(k+1).*TTTETA(I(k)+1,n+1)));
ud(i,n+1)=kms.* (RRh(I(k)+1,n+1)).^(2/3)).*(pt(k+1)).^(1/2));
jd(i,n+1)=(-0.5/(2*g)).*(((u(I(k)+1,n+1))^2)-(ud(I(k)+1,n+1)^2));
dss(i,n+1)=2.*sqrt(2.*(DN(k+1)./2).*h(I(k)+1,n+1)-
h(I(k)+1,n+1).*h(I(k)+1,n+1));
TETA(i,n+1)=2*acos(1-(2.*h(I(k)+1,n+1)./DN(k)));
Rh(i,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(I(k)+1,n+1)-
sin(TETA(I(k)+1,n+1))).*(2./(DN(k).*TETA(I(k)+1,n+1)));

```

```

j(i,n+1)=jd(I(k)+1,n+1)+(u(I(k)+1,n+1).^2)/((kms.^2).*((Rh(I(k)+1,n+1)).^(4/3)));
C(i,n+1)=sqrt(g.*(ss(I(k)+1,n+1)./dss(I(k)+1,n+1)));
Froude(i,n+1)=u(I(k)+1,n+1)./C(I(k)+1,n+1);
    else
u(i,n+1)=u(i,n)+g.*dt(k).*(pt(k)-j(i,n))-(dt(k)/(2.*dx(k))).*(u(i,n)...
.*(u(i+1,n)-u(i-1,n))+g.*(h(i+1,n)-h(i-1,n))));
h(i,n+1)=h(i,n)-(dt(k)/(2.*dx(k))).*(s(i,n)./ds(i,n)).*(u(i+1,n)-u(i-1,n))+u(i,n).*(h(i+1,n)-h(i-1,n)));
TETA(i,n+1)=2*acos(1-(2.*h(i,n+1)./DN(k)));
ds(i,n+1)=2.*sqrt(2.*(DN(k)./2).*h(i,n+1)-h(i,n+1).*h(i,n+1));
Rh(i,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(i,n+1)-sin(TETA(i,n+1))).*(2./(DN(k).*TETA(i,n+1)));
j(i,n+1)=(u(i,n+1).^2)/((kms.^2).*((Rh(i,n+1)).^(4/3)));
s(i,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).* (TETA(i,n+1)-sin(TETA(i,n+1)));
Q(i,n+1)=u(i,n+1).*s(i,n+1);
C(i,n+1)=sqrt(g.*(s(i,n+1)./ds(i,n+1)));
Froude(i,n+1)=u(i,n+1)./C(i,n+1);
end
end
end

```

```

disp('*****connectivité 1D/2D*****')
    for n=1:N(k)+1
t(n)=(n-1).*dt(k);
Uex(n)=u(I(k)+1,n);
Hex(n)=h(I(k)+1,n);
Qex(n)=Q(I(k)+1,n);
Froudex(n)= Froude(I(k)+1,n);
Ti(n)=(n-1).*dt(k);
Hi(n)=h(I(k)+1,n);
Ui(n)=u(I(k)+1,n);
Vi(n)=Ui(n)/10;
    end

```

Conclusion

Les équations de Saint Venant 1D et 2D décrivant le mouvement des eaux à surface libre sont des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique. La compréhension des modalités d'écoulement passe impérativement par la résolution de ces équations. La résolution analytique demeure très difficile voire impossible vu leur complexité. C'est pourquoi, le recours aux méthodes numériques permettant ainsi la discrétisation des différents termes de chaque équation par le biais d'une approximation des dérivées partielles.

L'emploi de la méthode des différences finies était un choix poussé par sa flexibilité et sa précision. En effet, les schémas numériques par différences finies sont très utilisés étant donnée la simplicité de leur mise en œuvre comparativement aux schémas issus des autres méthodes. Cette approximation numérique conduit généralement à des résultats satisfaisants néanmoins, leur stabilité numérique reste une contrainte à prendre en considération.

En se basant sur un schéma numérique par différences finies, nous avons élaboré sous Matlab, deux codes de calcul adaptés à la simulation des écoulements dans les conduites à surface libre et ce, en prenant en considération deux approches différentes. La première est basée sur la résolution du système unidimensionnel tandis que la deuxième résout le système bidimensionnel.

Chapitre IV

Prise en compte du caractère 2D au niveau des singularités

Introduction

Nous avons présenté lors des trois premiers chapitres les différentes approches modélisatrices des écoulements à surface libre. Théoriquement, l'écoulement peut être considéré 1D, 2D et même 3D. L'approche unidimensionnelle est largement utilisée tandis que les deux autres approches sont coûteuses et lourdes à mettre en œuvre.

Les écoulements transitant les canaux et conduites à surface libre présentent une particularité du fait que les conduites sont généralement constituées de branches reliées entre elles par des raccords et jonctions appelées singularités.

L'étude de l'écoulement au niveau de ces singularités reste à ce jour complexe en raison de la discontinuité des variables caractérisant les équations régissant l'écoulement à surface libre. C'est pourquoi, il demeure nécessaire de traiter ces singularités d'une manière différente afin d'améliorer la résolution des équations dites de Saint Venant.

Notre approche est basée base sur une modélisation bidimensionnelle au niveau des raccords reliant les canalisations à surface libre tout en gardant une approche unidimensionnelle à l'échelle des branches. Le couplage entre les modèle 1D et 2D a permis d'affiner la résolution numérique des équations de Saint Venant en améliorant le traitement des conditions aux limites.

Dans un réseau de collecte des eaux, une multitude de singularités peut être retrouvée créant ainsi des comportements différents et des pertes de charge différentes. Certain type de singularités nécessite un traitement particulier en vue de prendre en compte leur complexités (cas des déversoirs, confluence et défluence).

Dans notre cas, nous sommes limités au traitement des singularités type raccord constituant la quasi-totalité des éléments reliant les conduites des réseaux de collecte.

Le présent chapitre est consacré au traitement des singularités en vue de la modélisation des écoulements en conduites à surface libre.

1. Description des écoulements au niveau des singularités

Les singularités sont fréquemment rencontrées dans les réseaux de collecte des eaux caractérisant ainsi des changements de géométrie, de pente ou simplement des jonctions entre canalisations. Elles peuvent représenter également des seuils ou des ouvrages de régulation.

Pour décrire la réalité complexe des écoulements au niveau des singularités, plusieurs approches peuvent être utilisées. En effet, Pour mener à bien les calculs de ligne d'eau, il est alors possible d'utiliser, à la place des équations de Saint-Venant, de nouvelles équations (relations de transfert) définissant la loi de singularité traitée.

Dans ce cas, nous pouvons établir les équations du nœud en nous plaçant dans le cas simple suivant:

- Ecoulement permanent,
- Vitesses amont et aval le long de l'axe moyen soient identiques,
- Frottement nul.

Ainsi, l'équation de continuité donne la conservation des débits aux nœuds, et l'équation dynamique donne l'identité des hauteurs.

Dans le cas général, les hypothèses simples utilisées ici ne sont pas vérifiées, en particulier (*Lebosse et Ladreyt*, 2000):

- les vitesses le long de l'axe sont rarement semblables,
- si les frottements peuvent souvent être négligés, s'ajoute cependant une perte de charge singulière beaucoup plus importante.

Sur le plan numérique, cette approche est très utilisée en raison de la simplicité de leur mise en œuvre.

En pratique, la conservation des débits est toujours vérifiée, mais l'égalité des hauteurs pose au contraire un problème. Pour résoudre ces difficultés, il est judicieux de prendre en considération la géométrie des singularités tout en introduisant les pertes de charge singulières engendrées sur les branches amont et aval, pour rendre compte de la dissipation supplémentaire d'énergie.

Dans notre cas, nous nous sommes intéressés à la modélisation des singularités de type raccord. Pour modéliser ce type d'ouvrage, nous avons proposé une modélisation bidimensionnelle de l'écoulement transitant ces raccords. En effet, ces ouvrages sont considérés comme étant des tronçons de réseau permettant la connexion des canalisations. La mise en application des équations de Saint Venant 2D permet non seulement de prendre en considération les pertes de charge linéaires mais aussi les pertes singulières et ce en rajoutant aux extrémités limitant l'ouvrage (section amont et aval) les termes de pertes de charge singulières.

2. Traitement des singularités

Les équations de Saint-Venant sont appliquées seulement entre deux sections d'un même tronçon. A chaque jonction (tuyau / regard) on écrit l'égalité des côtes et la conservation des débits (*Lebosse et Ladreyt, 2000*). Le modèle ne prend donc pas en compte actuellement les particularités de l'écoulement au niveau de ces raccords (3D) et les pertes de charge spécifiques ainsi engendrées. Cette généralisation induit bien évidemment des erreurs générées par le comportement différent de l'écoulement au niveau de ces raccords en plus des pertes de charge engendrées.

Dans les équations dynamiques (III-32, III-78, III-79), le terme J représente les pertes de charge dites régulières, résultant du frottement sur le fond et les berges. Des pertes de charge plus localisées, dites singulières, peuvent se produire en présence d'obstacle, de variations brusques de sections, de confluent (*Lebosse et Ladreyt, 2000*). Elles sont modélisées à l'aide d'un terme J_s s'ajoutant à J . En effet, les écoulements à surface libre subissent des pertes de charge singulières, notamment lors de changement de direction ou de section d'écoulement. Dans le cas de raccordement qui assure la liaison entre deux canaux, ces raccords sont soit convergents avec un accroissement de vitesse de l'amont vers l'aval, soit divergent avec réduction de vitesse (*Soutter et al., 2007*).

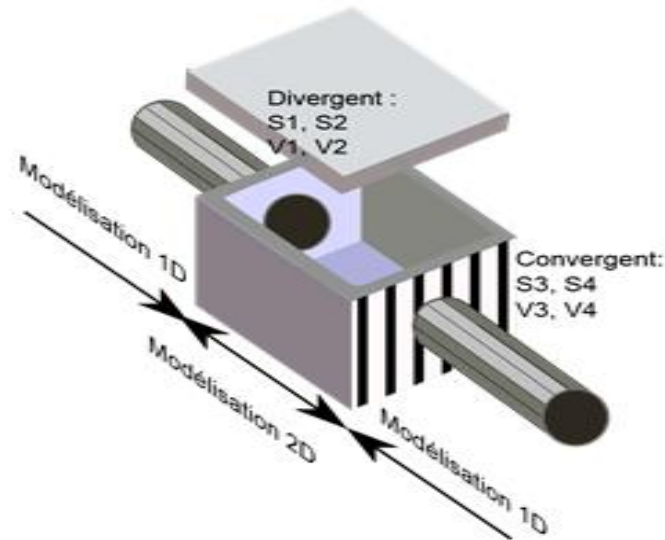


Figure IV.1 : Raccord type convergent, divergent

Les pertes de charge dépendent des vitesses d'écoulement V_1 et V_2 dans les sections S_1 et S_2

En sachant que $V = Q/S$, les pertes de charge décrivant le convergent s'écrit comme suit :

$$J_{S,C} = \left(\frac{1+K_c}{2g} \right) Q^2 \left(\frac{1}{S_4^2} - \frac{1}{S_3^2} \right) = \left(\frac{1+K_c}{2g} \right) (V_4^2 - V_3^2) \quad (\text{IV-1})$$

Avec, K_C : Coefficient du convergent, Q : le débit et S la section mouillée

De même, l'expression de la perte de charge décrivant le divergent s'écrit comme suit :

$$J_{S,D} = \left(\frac{K_D - 1}{2g} \right) Q^2 \left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2} \right) = \left(\frac{K_D - 1}{2g} \right) (V_1^2 - V_2^2) \quad (\text{IV-2})$$

Avec, K_D : Coefficient du divergent

Le coefficient du convergent K_C vaut 0,5 pour un raccordement brusque et varie entre 0,05 et 0,3 pour un raccordement progressif.

Le coefficient de divergent K_D prend la valeur de 1 en cas de raccordement brusque et varie entre 0,1 et 0,6 pour un raccordement progressif.

Dans le cas fréquent où l'ouvrage comporte des raccordements convergent à l'amont et divergent à l'aval, avec des canaux de sections identiques S_1 (S_2 étant la section de l'ouvrage) de part et d'autre, la perte de charge s'écrit :

$$J_s = \left(\frac{K_C + K_D}{2g} \right) Q^2 \left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2} \right) = \left(\frac{K_C + K_D}{2g} \right) (V_1^2 - V_2^2) \quad (\text{IV-3})$$

Dans le cas d'un raccordement brusque, la perte de charge devient alors :

$$J_s = 1,5 \frac{V_2^2}{2g} \quad (\text{IV-4})$$

3. Modélisation des singularités type raccordement

Dans notre cas, les raccordements reliant les canalisations sont considérés comme étant de simples singularités constituées d'un divergent en amont et d'un convergent à l'aval (figure IV.2). Cette disposition particulière permet de prendre en compte les pertes de charge singulières engendrées par le convergent et le divergent.

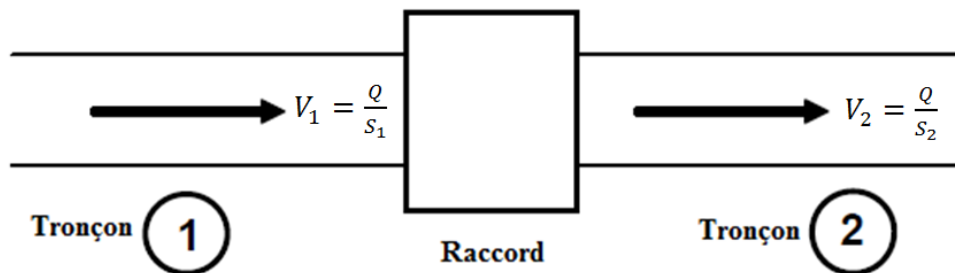


Figure IV.2 : Schématisation d'une singularité simple type raccord

La modélisation des singularités se base généralement sur la simplification des équations de Saint Venant. En effet, l'équation de continuité est toujours réduite à $Q_{\text{amont}} = Q_{\text{aval}}$ traduisant l'égalité du débit de chaque côté de la singularité. L'équation dynamique est remplacée soit par la loi de la singularité étudiée (seuil, régulation...) ou bien réduite à sa forme en régime permanent ($I = J$).

3.1. Approche bidimensionnelle

En régime non permanent, l'hypothèse de l'égalité des débits n'est pas tout à fait valide étant donné l'effet de stockage des volumes. De même, la simplification de l'équation dynamique ne permet pas de caractériser la discontinuité de la ligne d'eau au niveau de la singularité.

Cette approche semble être très limitative à propos d'une modélisation fine des écoulements transitant des réseaux de collecte des eaux. C'est la raison pour laquelle, il est nécessaire de développer une approche basée sur la prise en considération des nœuds reliant les canalisations, comme étant des tronçons de réseau caractérisés par un écoulement bidimensionnel.

Le traitement des équations de Saint Venant bidimensionnelles s'est développé dans le chapitre II. La résolution numérique de ces équations par un schéma de différences finies s'est également développée dans le chapitre III.

La modélisation des singularités de type raccordement se fait par la résolution du système de Saint Venant 2D avec intégration des pertes de charge singulières caractérisant le convergent et le divergent.

L'utilisation des équations complètes de Saint Venant permet, de palier d'une part au problème de discontinuité des variables et d'autre part, de prendre en considération le caractère bidimensionnel de l'écoulement au niveau des singularités.

De ce fait, les nœuds reliant les canalisations sont considérés comme étant une continuité du réseau avec prise en considération de leurs géométries. La discrétisation spatiale se fait selon deux sens privilégiés de l'écoulement (x et y) avec intégration des pertes de charge régulières engendrées par frottement.

La discrétisation spatiale de la singularité type raccord permet d'appliquer les équations de Saint Venant entre les deux extrémités amont et aval correspondant au divergent et au convergent.

$$\frac{\partial hU}{\partial t} + \frac{\partial hU^2}{\partial x} + \frac{\partial hUV}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = gh (S_{0x} - S_{fx}) \quad (\text{VI-5})$$

$$\frac{\partial hV}{\partial t} + \frac{\partial hUV}{\partial x} + \frac{\partial hV^2}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = gh (S_{0y} - S_{fy}) \quad (\text{VI-6})$$

Les termes S_{fx} et S_{fy} traduisent les pertes de charge par frottement dites régulières générées entre les parois amont et aval de la singularité. L'expression de la perte de charge singulière est rajoutée uniquement à la composante longitudinale de la perte de charge régulière. La

composante latérale est considérée négligeable en raison de l'ordre de grandeur des vitesses latérales qui est en effet négligeable devant celui des vitesses longitudinales.

Au niveau des extrémités amont et aval de la singularité, des pertes de charges singulières caractérisant le divergent et le convergent respectivement sont rajoutées à l'expression de la perte de charge dans l'équation dynamique. Cela permet théoriquement d'améliorer les conditions aux limites internes et contribuera à l'amélioration de la résolution des équations de Saint Venant.

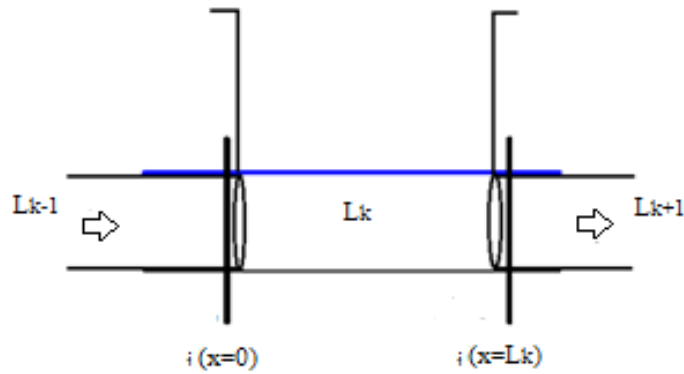


Figure IV.3 : Schématisation de la singularité

Avec,

i : Indice d'incrémantation de la discrétisation spatiale

k : Indice d'incrémantation des tronçons reliés par des singularités type raccordement

L_{k-1} : Longueur du tronçon amont,

L_k : Longueur de la singularité,

L_{k+1} : Longueur du tronçon aval,

$$J_k(x=0) = n^2 U_{(x=0)} \frac{\sqrt{\left(U_{(x=0)}\right)^2 + \left(V_{(x=0)}\right)^2}}{R_{h(x=0)}^{4/3}} + \left(\frac{K_C - 1}{2g}\right) \left(\left(U_{x=L_{k-1}}\right)^2 - \left(U_{(x=0)}\right)^2 \right) \quad (\text{IV-7})$$

$$J_k(x=L_k) = n^2 U_{(x=L_k)} \frac{\sqrt{\left(U_{(x=L_k)}\right)^2 + \left(V_{(x=L_k)}\right)^2}}{R_{h(x=L_k)}^{4/3}} + \left(\frac{K_D - 1}{2g}\right) \left(\left(U_{x=L_{k+1}}\right)^2 - \left(U_{(x=L_k)}\right)^2 \right) \quad (\text{IV-8})$$

3.2. Connectivité 1D/2D

La résolution numérique des équations de Saint Venant 2D se fait en prenant en considération la dissipation d'énergie provoquée par les convergents et les divergents par le biais d'une connexion avec l'écoulement filaire caractérisant les tronçons amont et aval.

La connectivité 1D/2D exprime les conditions aux limites internes ce qui permet une meilleure continuité des variables, la perturbation de l'écoulement (écoulement graduellement varié) au niveau des convergents et divergents est prise en compte par les pertes de charge singulières prenant en considération la variabilité des vitesses et des débits.

La connectivité est assurée par la continuité des variables longitudinales $Q(x, t)$, $h(x, t)$ et $v(x, t)$.

Conclusion

La modélisation des jonctions de type raccord permet non seulement de prendre en compte le caractère bidimensionnel de l'écoulement au niveau de ces singularités, mais aussi d'améliorer les calculs en assurant une meilleure représentation de la discontinuité des variables et ce, en considérant le raccordement comme étant un tronçon reliant deux autres tronçons amont et aval.

La mise en application des équations de Saint Venant bidimensionnelles à l'échelle des raccords avec prise en compte des pertes de charge par frottement générées par les convergents et les divergents, constitue une manière plus efficace dans le traitement des conditions aux limites internes, ce qui peut contribuer à l'amélioration de la résolution globale des systèmes de Saint Venant 1D et 2D, conduisant ainsi à une meilleure simulation du comportement des écoulements transitant les canaux à surface libre.

Chapitre V

Application des modèles élaborés à un réseau d'assainissement d'Alger

Introduction

Après avoir mis en œuvre les deux approches de modélisation adoptées (modèle 1D et modèle de couplage 1D/2D), il demeure nécessaire de valider ces modèles afin de tester leur capacité à reproduire la réalité des écoulements et vérifier entre autre leur robustesse. La mise en application des modèles sur un réseau d'assainissement constitue une étape très importante, il s'agit en effet de l'étape de calage et validation.

La validation des modèles nécessite la disposition de données d'entrée fiables et des mesures en aval du réseau pour permettre la comparaison des résultats de calcul à ceux issus des mesures.

L'objectif de ce chapitre est de mettre en évidence le degré de précision des modèles et identifier également leurs limites d'utilisation sur le plan hydraulique et surtout numérique.

1. Présentation de la zone d'application

Afin de mettre en œuvre les modèles réalisés, la Société des Eaux et de l'Assainissement d'Alger (SEAAL) a mis à notre disposition des données hydrologiques et hydrauliques issues d'une campagne de mesure réalisées en 2008 dans le cadre du projet d'actualisation du schéma directeur d'assainissement de la wilaya d'Alger.

La campagne de mesure s'est effectuée du 22 octobre au 22 novembre 2008. Des points de mesure hydrologiques ont été implantés au niveau des bassins versants pour quantifier la pluviométrie locale. En même temps, des mesures de débit et/ou hauteur et vitesse ont été effectuées dans des endroits bien sélectionnés du réseau.

Dans le but de valider nos modèles, la partie amont du collecteur d'assainissement appelé « *Oued Ouchaiah* » a fait l'objet d'une modélisation hydraulique. Le choix de cette portion du collecteur est fondé uniquement sur la disponibilité des mesures hydrauliques en amont et en

aval permettant ainsi de mettre en œuvre le modèle et comparer les résultats de simulation à ceux des mesures.

Le collecteur Oued Ouchaiah suit le tracé de l'oued du même nom sur une longueur de près de 6 000 ml, entre la Rocade Sud et l'avenue de l'ALN. Il traverse les communes de Kouba, Bach Djerrah et El Magharia. Le collecteur Oued Ouchaiah se jette dans l'oued quelques dizaines de mètres avant la confluence de celui-ci avec l'oued El Harrach.

Deux tronçons principaux peuvent être distingués :

- ✚ en amont, un premier tronçon de 900 ml est composé de deux conduites circulaires de 2 m de diamètre; sur ce tronçon, l'oued Ouchaiah a entièrement disparu ;
- ✚ en aval, sur une longueur de près de 5 100 ml, la section de l'ouvrage diminue de façon importante (canalisation unique de type ovoïde 1,60 m x 1,20 m), mais l'oued a ici été préservé et assure l'évacuation des eaux excédentaires par temps de pluie.

Plusieurs collecteurs secondaires alimentent le collecteur Oued Ouchaiah:

- ✓ en tête de l'ouvrage, le collecteur reçoit les apports d'un important bassin versant situé au Sud de la Rocade Sud (communes de Kouba et de Bir Khadem), par l'intermédiaire des collecteur Oued Romana et Oued Abki, et des oueds du même nom qui ont été conservés ;
- ✓ ensuite, deux collecteurs secondaires rejoignent le collecteur principal :
 - le collecteur Jolie Vue,
 - le collecteur Ben Omar,

La portion du collecteur d'évacuation des eaux pluviales située en amont et se trouvant entre les deux points de mesure hydrauliques appelés M106 et M108 (figure V.1) a fait l'objet d'une modélisation hydraulique, dans le but de s'assurer de la consistance des modèles élaborés ainsi que leur degré de représentativité de la réalité. Cette partie du collecteur comporte quatre tronçons (figure V.1).

Les caractéristiques géométriques correspondantes sont présentées dans le tableau V-1 ci-dessous.

Tableau V-1 : Caractéristiques géométriques du collecteur

Jonction	M1_06-A1	A1-A2	A2-A3	A3-M1_08
Longueur (m)	120,16	140,98	104,68	114,67
Pente(%)	0,65	0,21	0,21	0,55
Diamètre (mm)	2000	2000	2000	1500

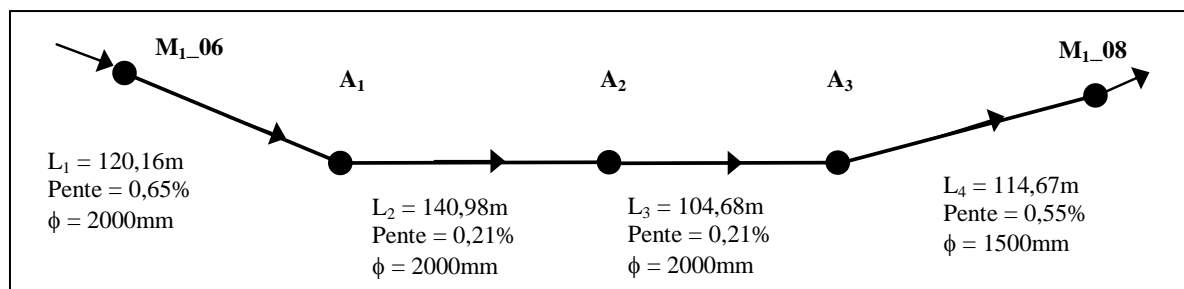


Figure V.1 : Schématisation du réseau

Dans le cas de l'approche bidimensionnelle, il est nécessaire de prendre en considération la géométrie des raccords reliant les branches du réseau (figure V.2).

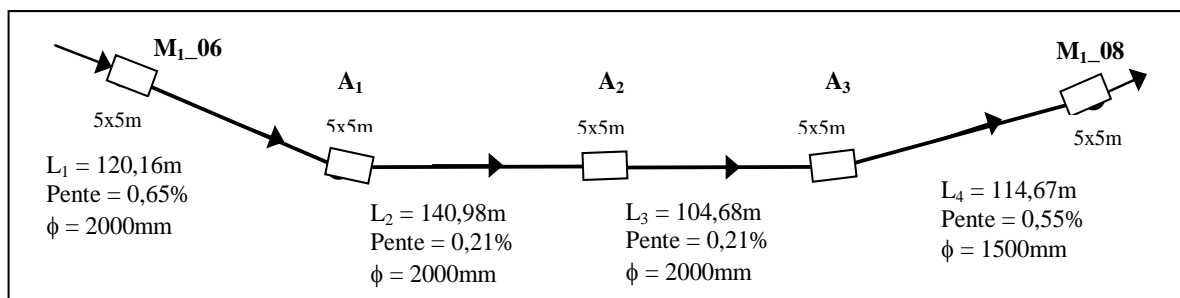


Figure V.2 : Schématisation du réseau avec prise en compte des raccords

2. Validation des modèles

La phase de validation des modèles a consisté à tester leur capacité à reproduire les débits, hauteurs et vitesses en comparant les résultats obtenus aux mesures effectuées à l'aval du collecteur modélisé.

Durant la campagne de mesure, il y a eu neuf (09) événements pluvieux significatifs enregistrés au niveau du pluviomètre associé qui se trouve à Kouba (siège de la SEAAL).

Parmi ces neuf (09) événements pluvieux, nous choisissons pour la validation de nos modèles ceux les plus significatifs, c'est-à-dire, ceux qui génèrent des intensités de pluie maximales. Par conséquent, les pluies du 13, 15 et 16 Novembre 2008 ont été modélisées.

Les données d'entrée du modèle correspondent aux mesures effectuées en amont du collecteur (point de mesure M1-06) (Figures V.1 et V.2).

Toutefois, et afin d'éviter des temps de calcul assez longs, nous avons pris pendant le même événement pluvieux, des intervalles de temps plus au moins étroits durant lesquels, l'écoulement dans le collecteur de l'Oued Ouchaiah a fait l'objet d'une simulation dans le but de déterminer les paramètres hydrauliques (Débit, Hauteur, Vitesse) aux points souhaités.

2.1. Événement pluvieux du 13/11/08

La journée du 13 Novembre 2008 a enregistré un événement pluvieux significatif qui s'étale de 06h30 jusqu'à 08h40 soit une durée de 02heurs et 10 minutes (figure V.3).

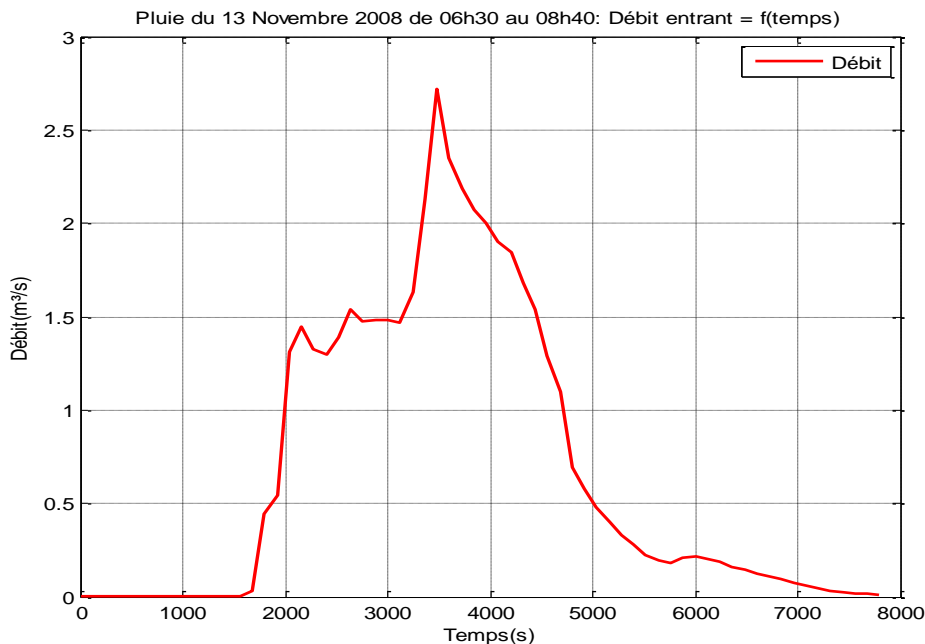


Figure V.3 : Hydrogramme d'entrée de l'événement pluvieux du 13/11/08

2.2. Événement pluvieux du 15/11/08

De même, la journée du 15 Novembre 2008 a enregistré un événement pluvieux qui s'est étalé de 19h30 jusqu'à 23h58 soit une durée de 04heurs et 28 minutes (figure V.4).

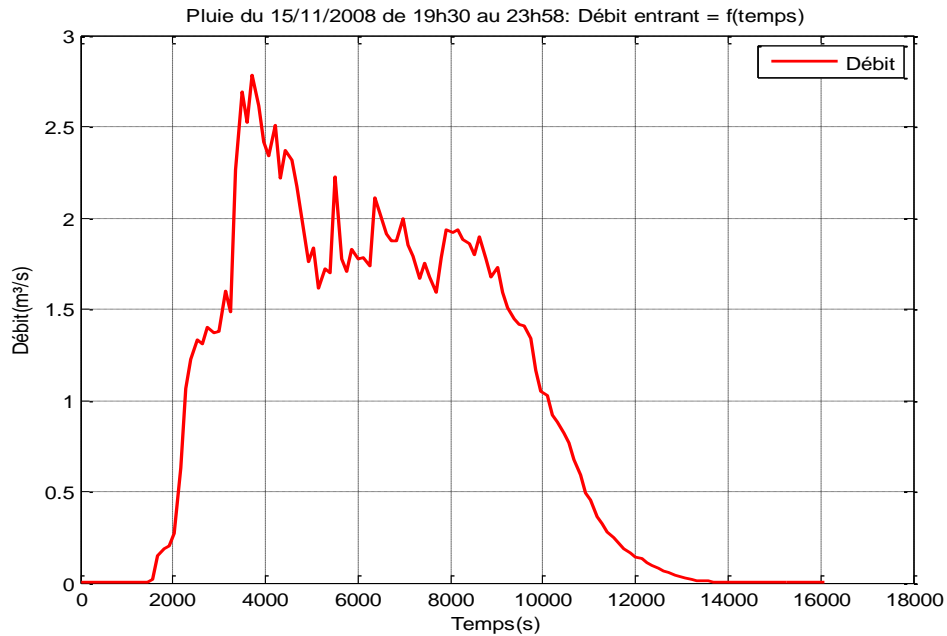


Figure V.4 : Hydrogramme d'entrée de l'événement pluvieux du 15/11/08

2.3. Evènement pluvieux du 16/11/08

L'événement pluvieux du 16 Novembre 2008 a été enregistré entre 02h40 et 08h58 soit une durée de 06heurs et 18 minutes (figure V.5).

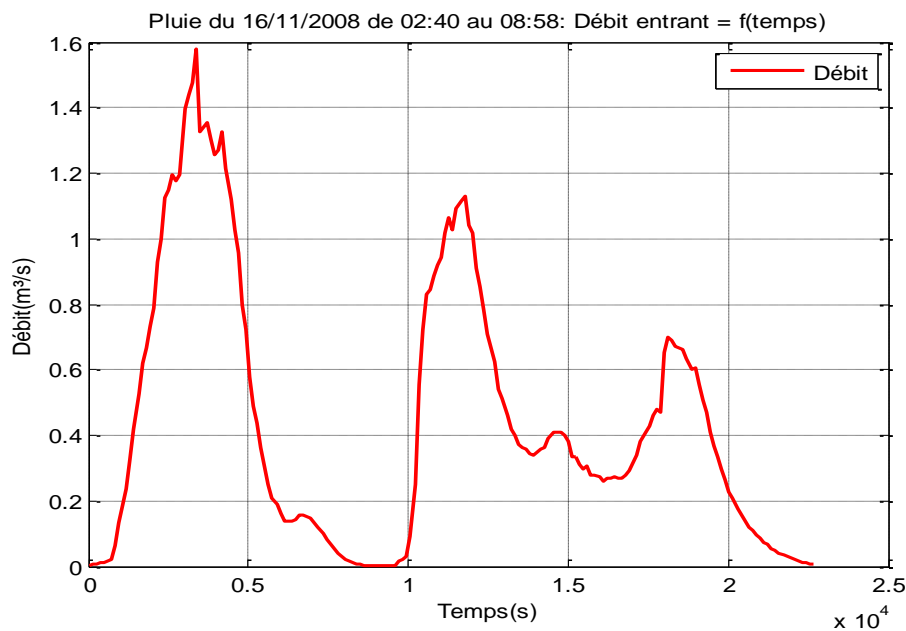


Figure V.5 : Hydrogramme d'entrée de l'événement pluvieux du 16/11/08

En plus des données géométriques et hydrauliques caractérisant la portion du collecteur modélisé, ces hydrogrammes constituent des données d'entrée des modèles élaborés. L'évolution spatiale et temporelle des paramètres de l'écoulement durant chaque événement pluvieux choisi doit être comparée à celle des mesures. Cela permet d'évaluer le degré de précision des approches modélisatrices réalisées.

Les données de calage correspondent aux mesures effectuées en aval du collecteur (point de mesure M1-08).

3. Résultats de simulation issus du modèle 1D

Nous présentons ci-dessous, les résultats de simulation de l'écoulement transitant la portion amont du collecteur de l'Oued Ouchaiah durant les événements pluvieux choisis. Une comparaison des résultats obtenus avec ceux de la campagne de mesure a permis d'évaluer la consistance et la pertinence du modèle unidimensionnel. Il est également question de savoir l'évolution de la ligne d'eau le long du collecteur, cela est exprimé par la Profil de hauteur d'eau le long du collecteur du collecteur.

En plus des résultats de la ligne d'eau, il est également nécessaire d'établir les courbes de variation spatiale et temporelle du nombre de Froude, dans le but de localiser les éventuels ressauts hydrauliques.

Il est également question de savoir la variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur à la sortie de chaque tronçon. Nous présentons ci-dessous les courbe de Froude=f(temps) à l'aval du dernier tronçon du réseau modélisé (tronçon A3-M1_08).

3.1. Simulation de l'événement pluvieux du 13/11/08

A travers la simulation de l'événement pluvieux du 13 Novembre, nous constatons que le modèle élaboré a reproduit parfaitement l'allure du débit tout en élargissant la courbure du pic. Le débit de pointe à l'aval est proche de la valeur de celui enregistré en amont du collecteur (Figure V-6).

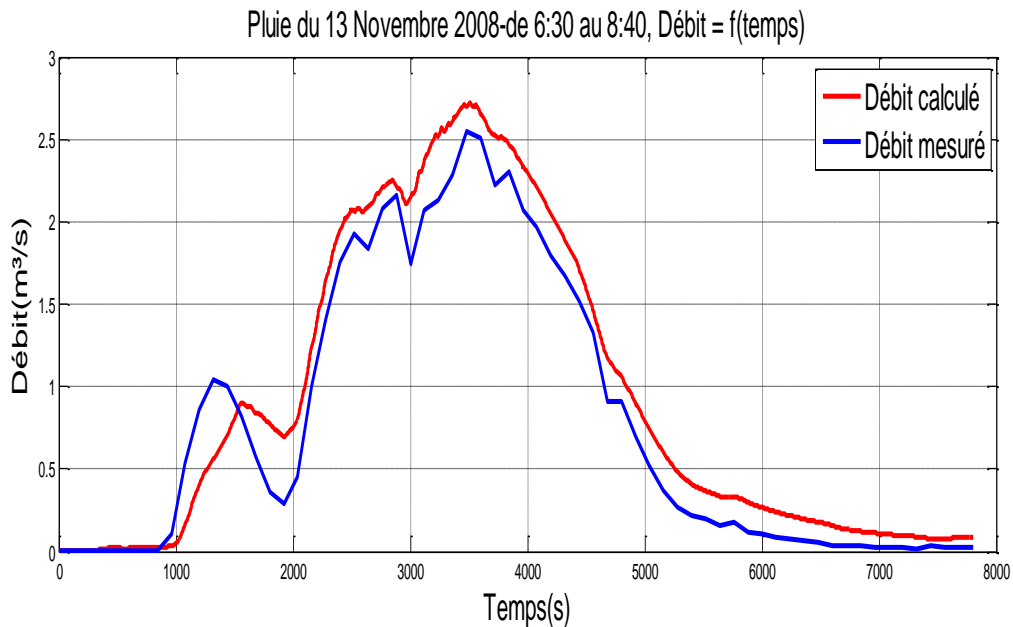


Figure V.6 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

De même, les courbes de vitesse et hauteurs d'eau calculées sont avérées semblables à celles des grandeurs mesurées avec un décalage horizontal et vertical plus au moins significatif (Figure V-7 et V-8). Le décalage en termes de vitesse est plus significatif notamment au moment de la décrue.

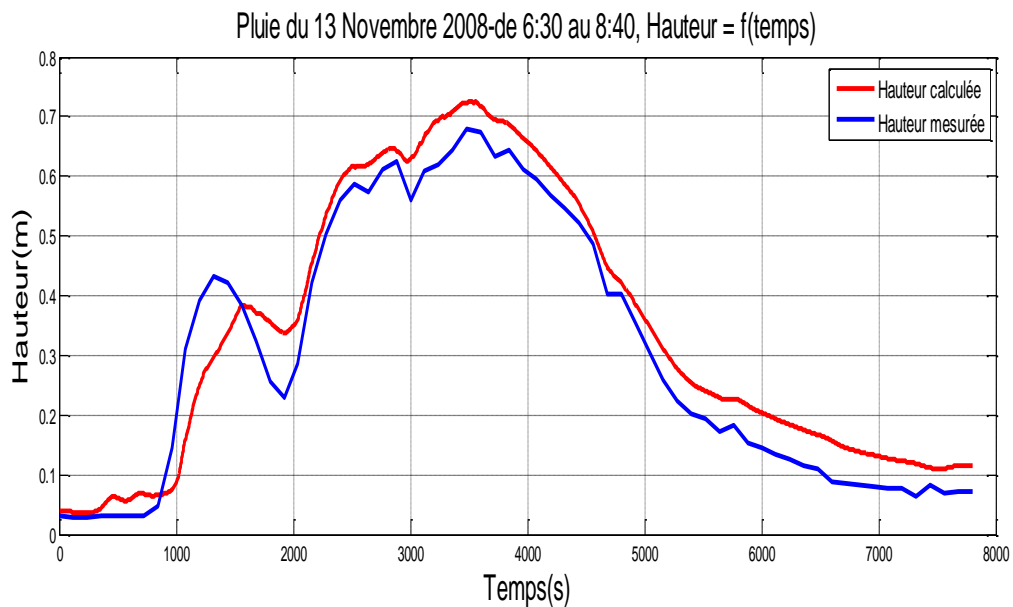


Figure V.7 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

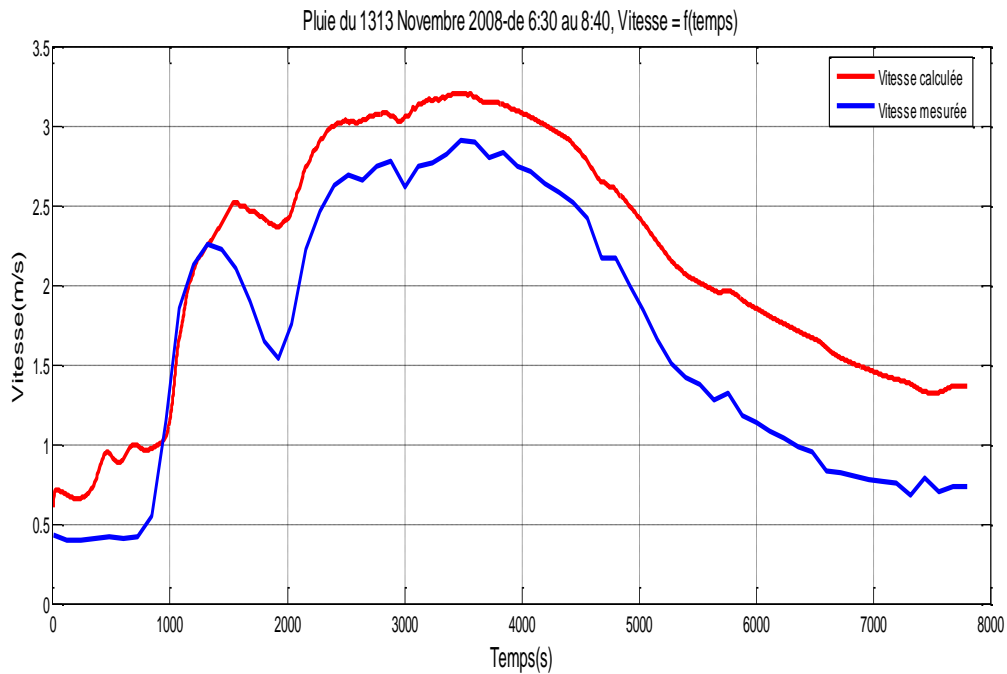


Figure V.8 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

Au moment du pic, on constate à travers la variation spatiale de la hauteur d'eau, une atténuation de la hauteur d'eau dans le premier et le dernier tronçon, une hausse dans le deuxième et troisième tronçon.

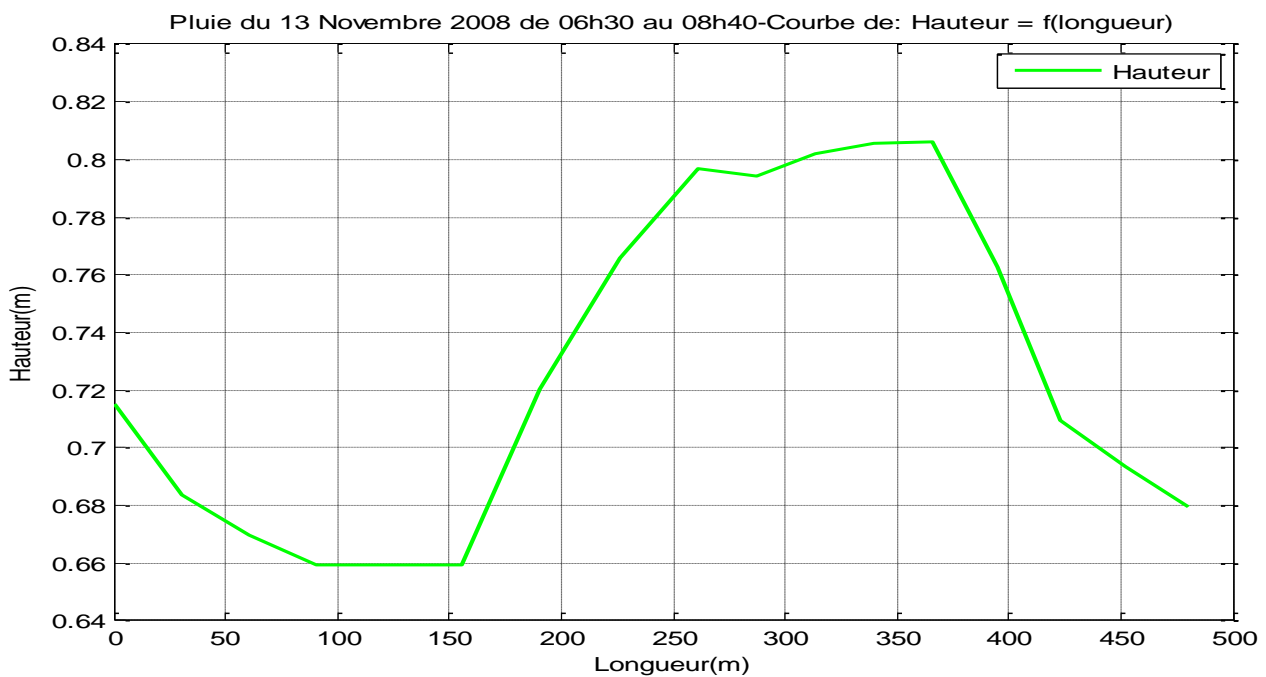


Figure V.9 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

La courbe de variation spatiale du nombre de Froude suit inversement celle de la variation spatiale de la hauteur d'eau dont, le régime d'écoulement est torrentiel (Figure V.10).

Pluie du 13 Novembre 2008 de 06h30 au 08h40-Variation du nombre de Froude = f(longueur)

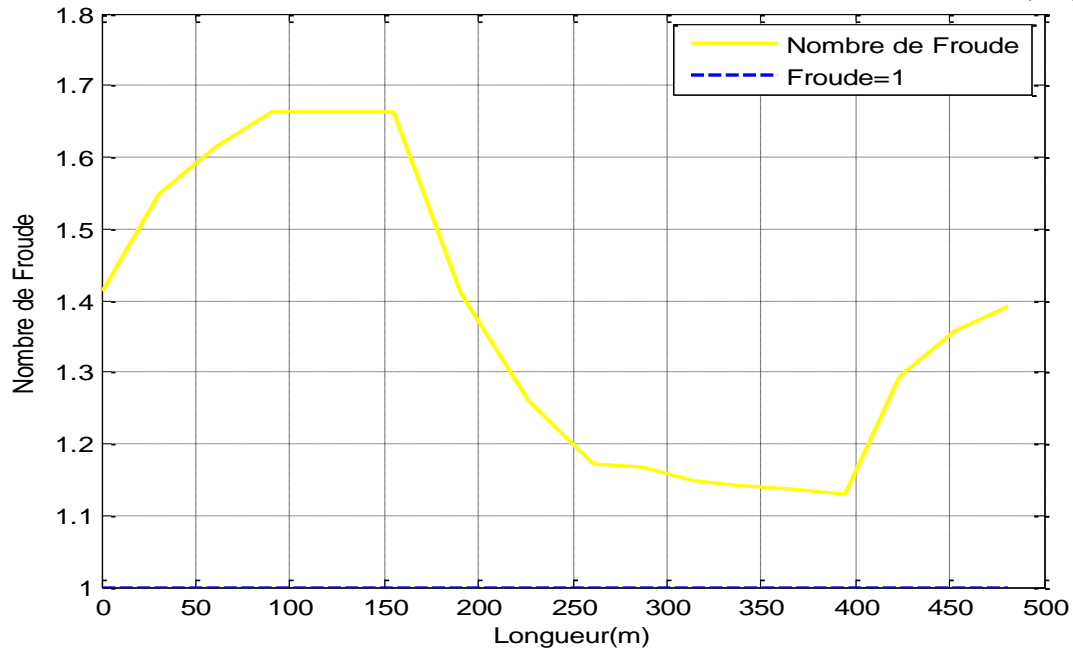


Figure V.10 : Variation du nombre de Froude le long du collecteur

Le passage du régime fluvial au régime torrentiel est enregistré au début et au milieu de l'événement pluvieux (Figure V.11).

Pluie du 13/11/2008 de 06h30 au 08h40: Variation du nombre de Froude = f(temps)

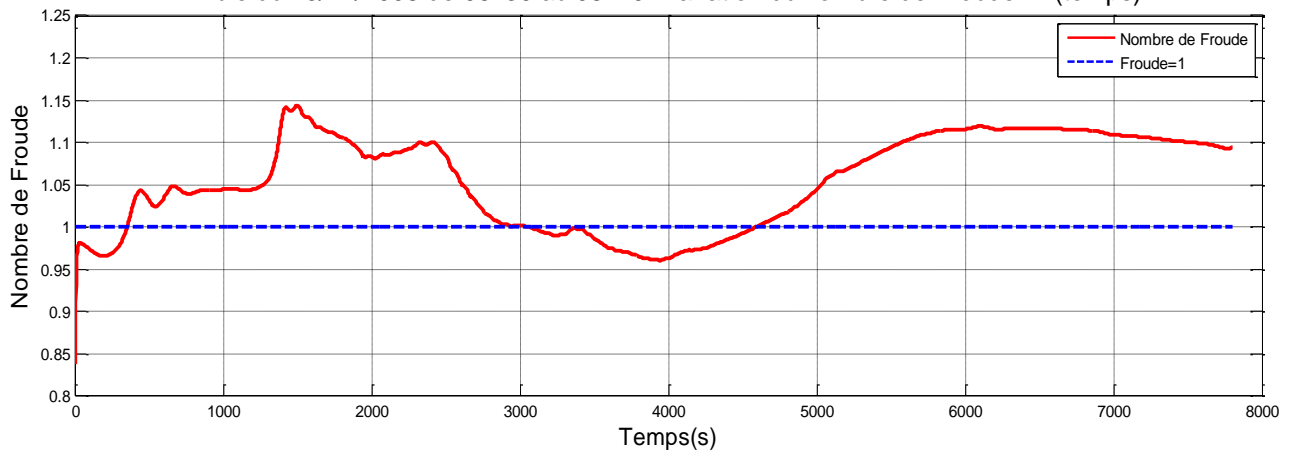


Figure V.11 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

3.2. Simulation de l'événement pluvieux du 15/11/08

Par rapport à l'hydrogramme d'entrée, l'allure du débit simulé est parfaitement reproduite, avec unhaussement du débit au moment de la pointe. On observe une adéquation presque parfaite entre le débit mesuré et celui calculé notamment au moment de la crue, toutefois, le décalage est observé au moment de la décrue (Figure V.12).

On observe également une analogie entre l'allure des courbes de vitesse et hauteurs d'eau en amont et en aval du collecteur. On enregistre une légère augmentation de la hauteur et une hausse de la vitesse à l'aval du dernier tronçon (Figures V.13 et V.14).

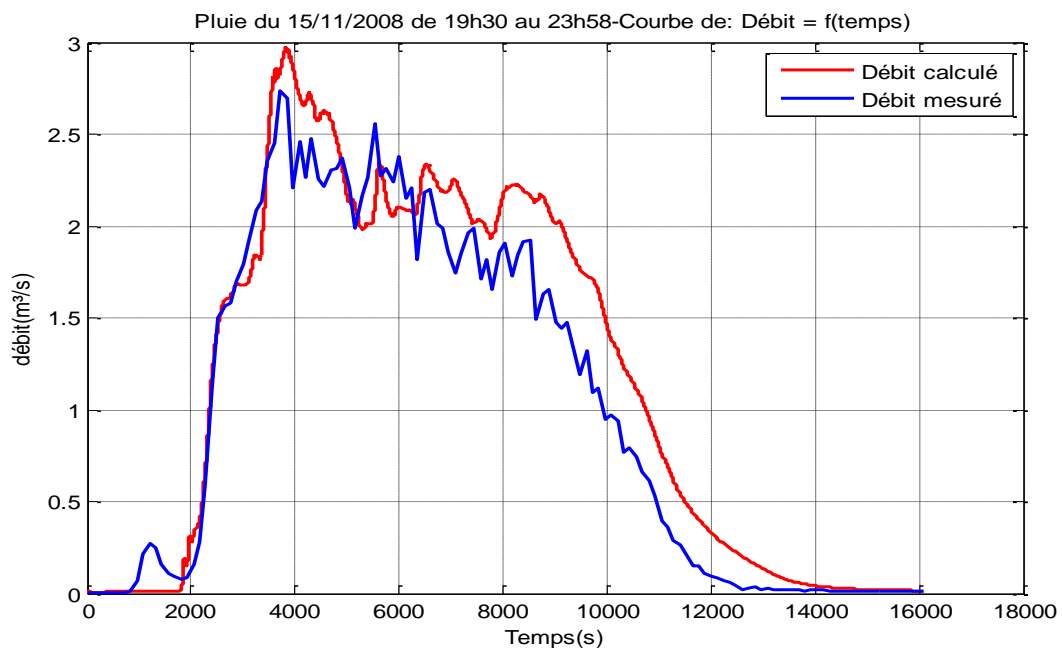


Figure V.12 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

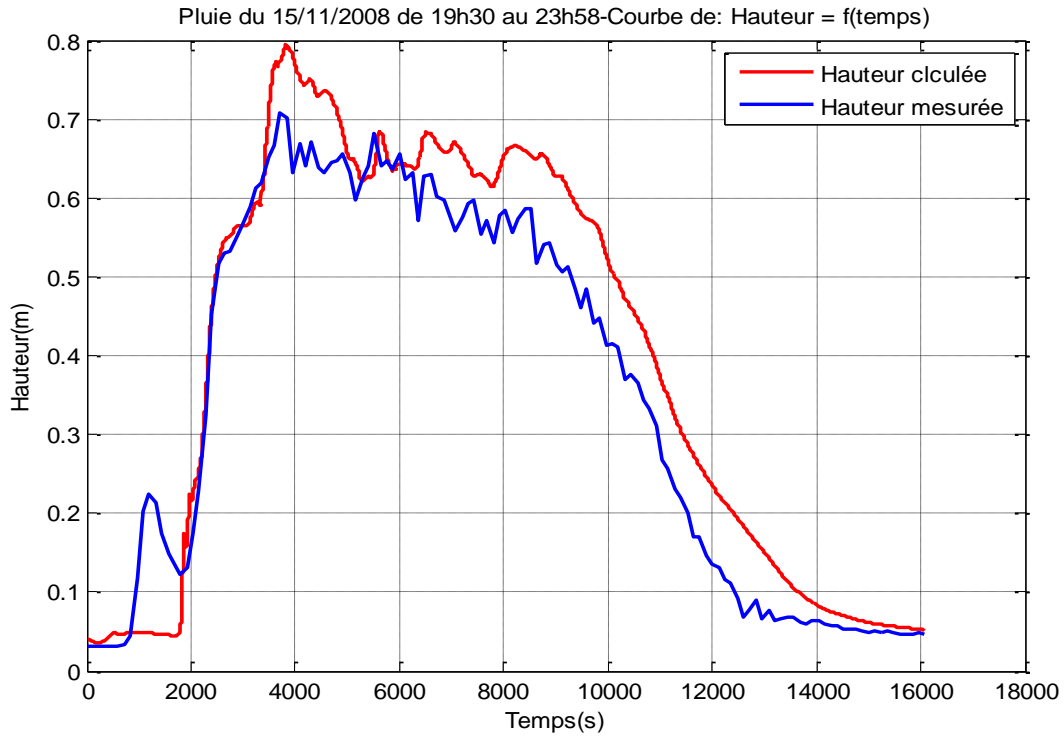


Figure V.13 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

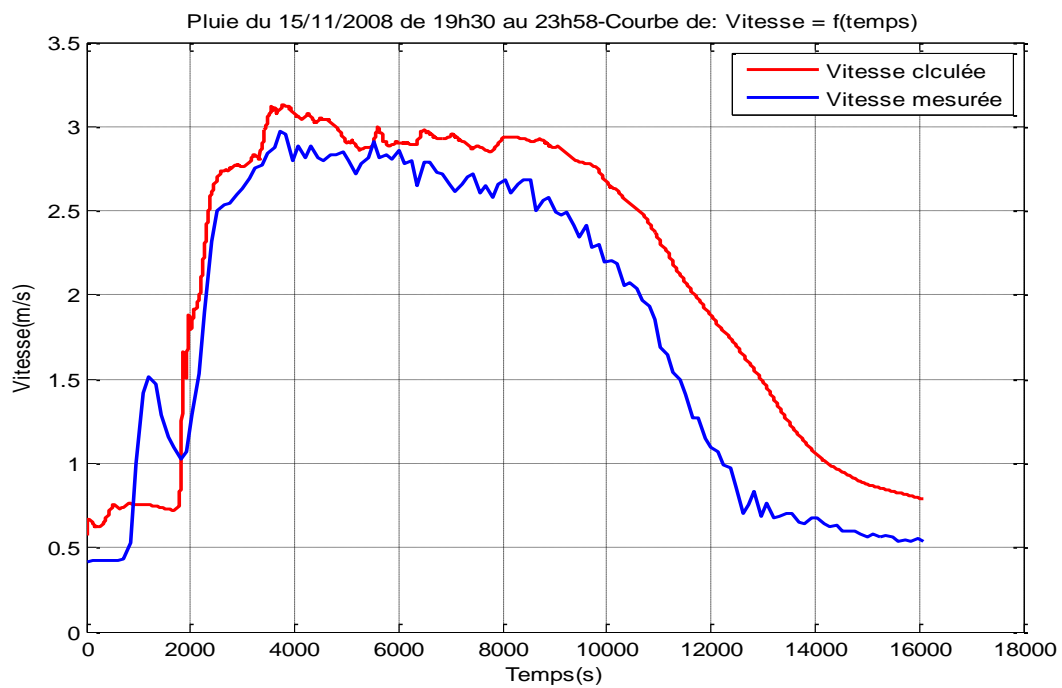


Figure V.14 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

Dans la figure (V.15), le calcul de la variation spatiale de la hauteur montre une hausse de la hauteur d'eau dans le deuxième et le troisième tronçon du collecteur et une légère atténuation au niveau du premier et le dernier tronçon.

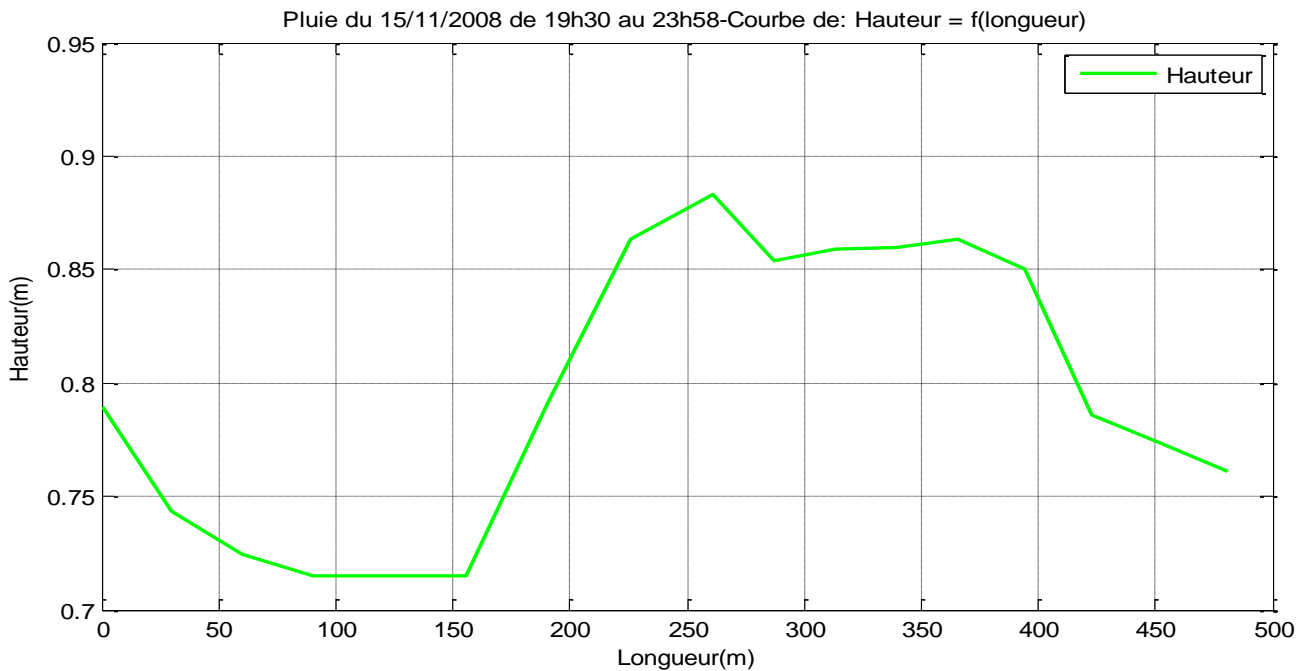


Figure V.15 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

Dans la figure (V.16), le calcul de la variation spatiale du nombre de Froude au moment du pic a montré que le régime d'écoulement reste torrentiel le long du collecteur.

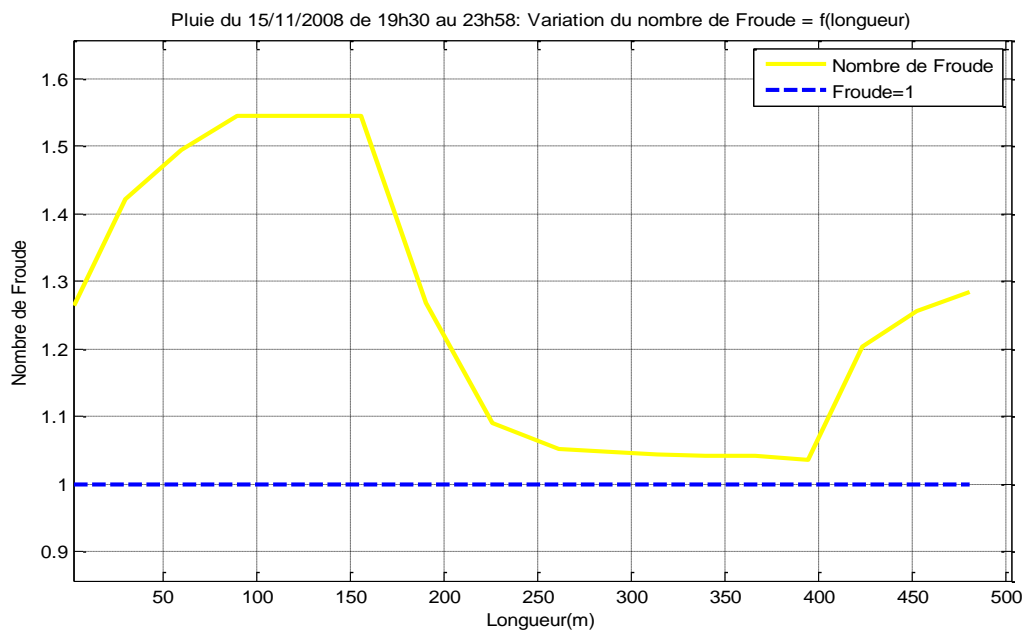


Figure V.16 : Variation du nombre de Froude le long du collecteur

Durant l'événement pluvieux du 15 Novembre, il n'y a pas eu de transition des régimes d'écoulement à la sortie du dernier tronçon, il reste torrentiel le long de l'épisode pluvieux (Figure V.17).

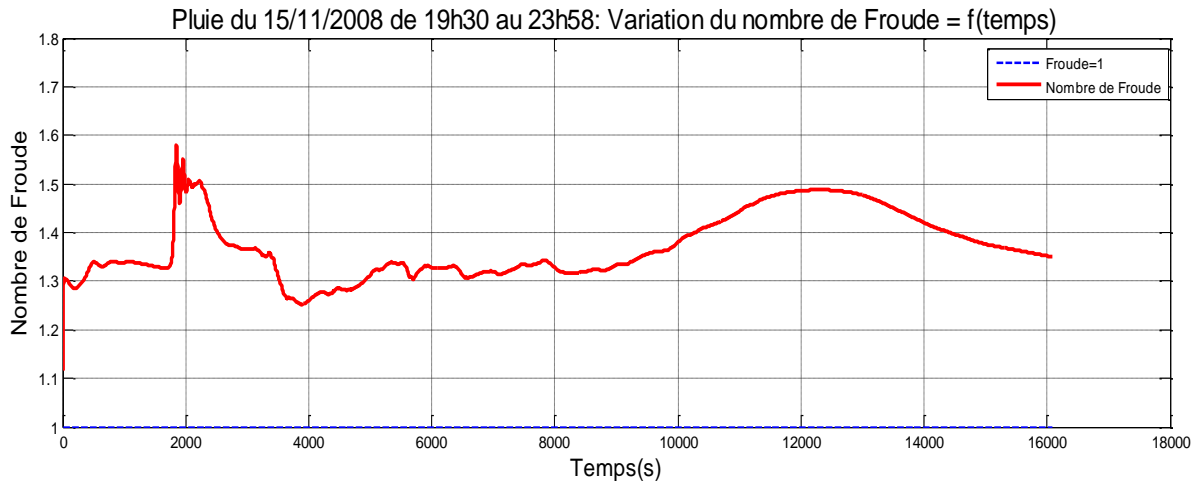


Figure V.17 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

3.3. Simulation de l'événement pluvieux du 16 Novembre

La courbe du débit de sortie suit toujours celle du débit mesuré avec reproduction des pics. Cette adéquation devient moins significative au moment de la décrue dont un décalage est observé (Figure V.18).

De même, l'analogie entre l'allure des courbes de vitesse et hauteurs d'eau en amont et en aval du collecteur est observée tout en enregistrant une légère hausse de la hauteur d'eau et de la vitesse de l'écoulement (Figures V.19 et V.20).

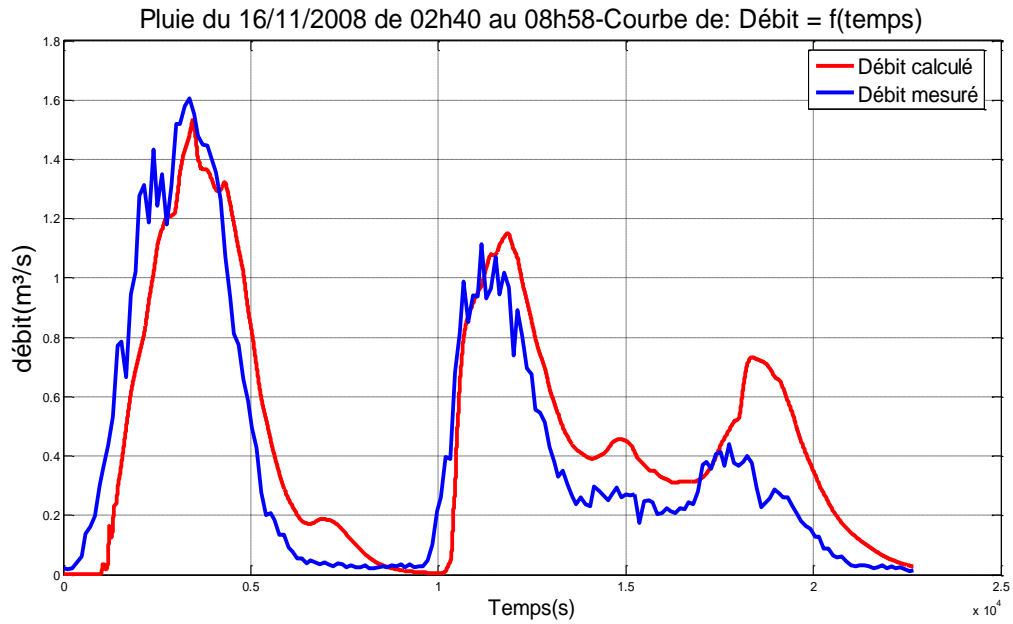


Figure V.18 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

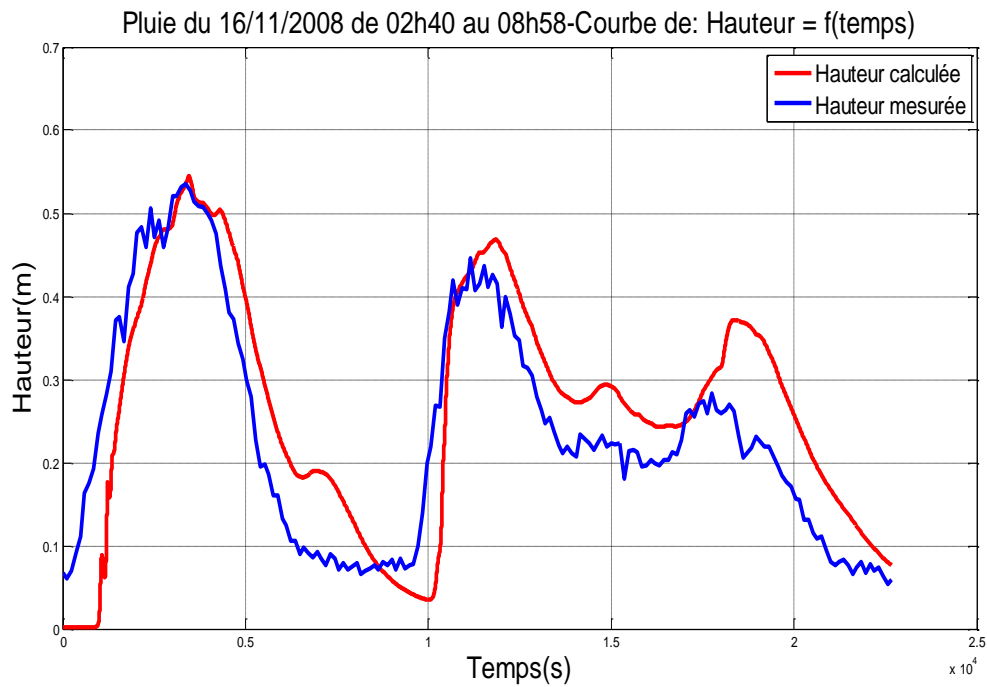


Figure V.19 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

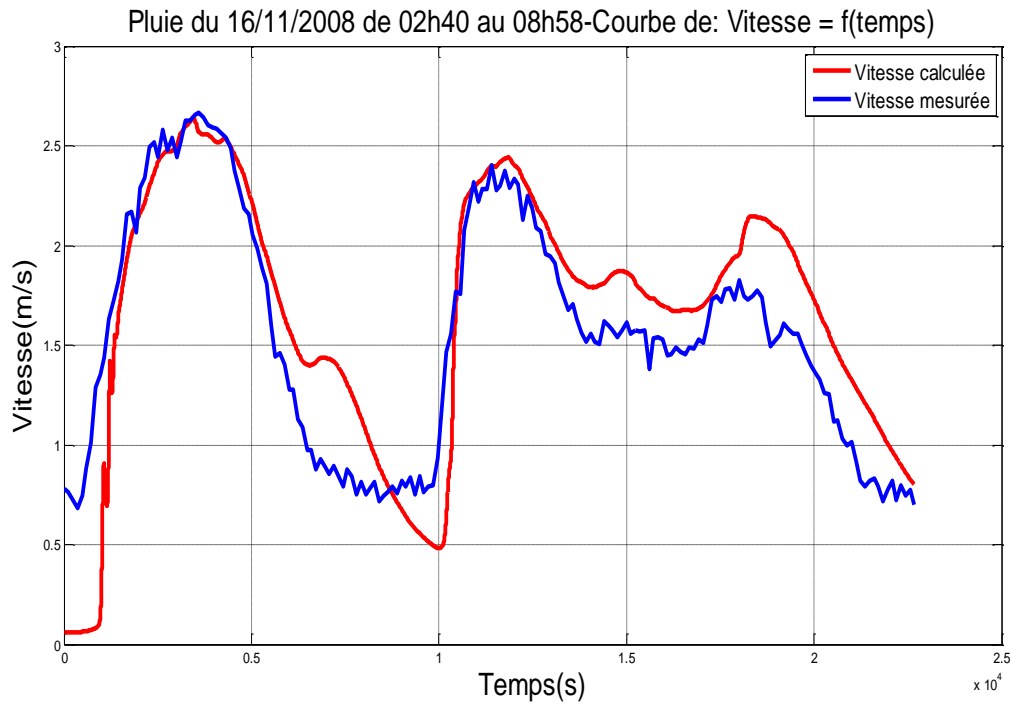


Figure V.20 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

Au moment du pic, le calcul de la ligne d'eau le long du collecteur montre une hausse plus importante de la hauteur d'eau au niveau des deux tronçons intermédiaires (deuxième et le troisième tronçon) comparativement aux deux autres tronçons (Figure V-21).

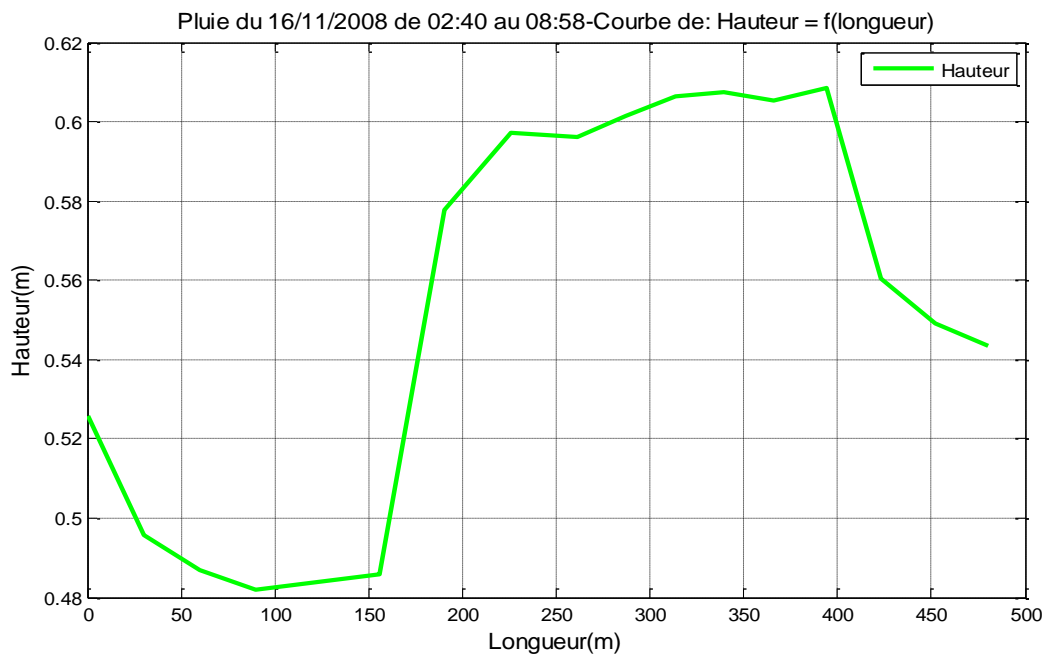


Figure V.21 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

Dans la figure (V.22), le calcul de la variation spatiale du nombre de Froude au moment du pic a permis de caractériser le régime d'écoulement qui reste torrentiel le long du collecteur.

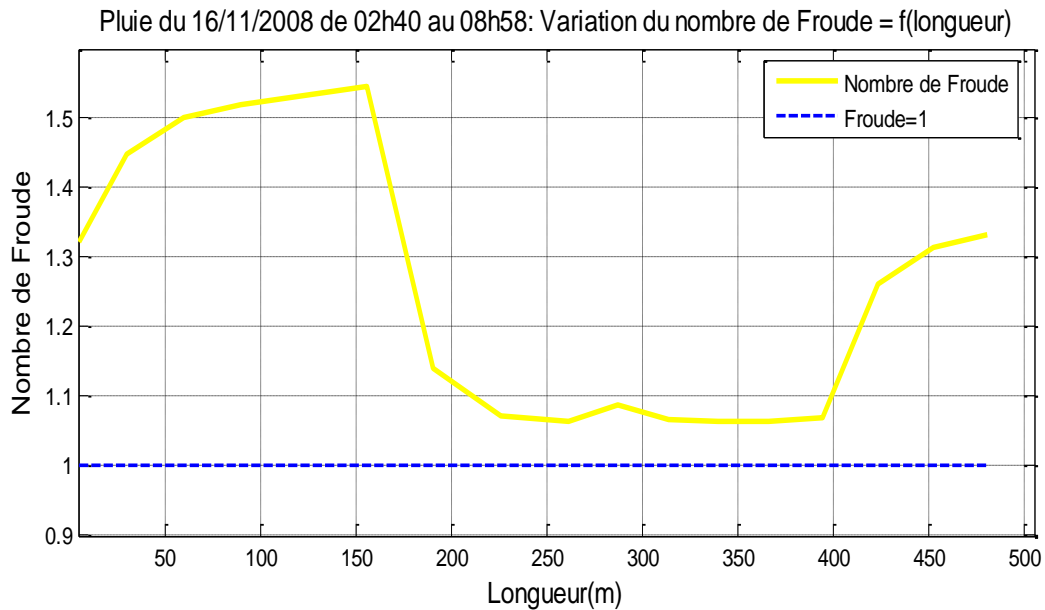


Figure V.22 : Variation du nombre de Froude le long du collecteur

Le passage du régime fluvial au régime torrentiel est observé au début de la crue, il se rapproche du régime critique avec la diminution de l'intensité de la pluie, il reste torrentiel jusqu'à la fin de l'événement pluvieux (Figure V.23).

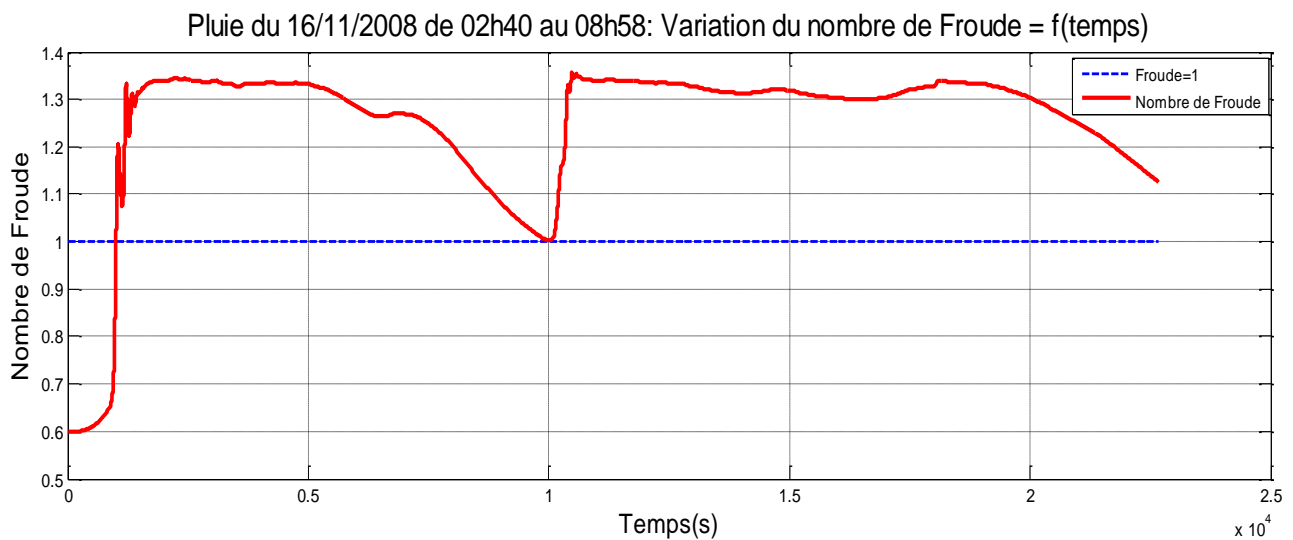


Figure V.23 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

4. Résultats de simulation issus du modèle de couplage 1D-2D

Afin d'examiner la possibilité de couplage des modèles unidimensionnels à l'échelle des canalisations aux modèles bidimensionnels au niveau des raccords reliant ces canalisations, nous allons mettre en application le modèle couplé en faisant une simulation de l'écoulement transitant la portion du collecteur Oued Ouchaiah. Pour ce faire, les événements pluvieux utilisés pour la validation de l'approche unidimensionnelle sont utilisés pour tester la capacité du modèle de couplage 1D-2D à reproduire la réalité de l'écoulement.

Nous présentons ci-dessous, les résultats de simulation du collecteur en question pour les événements pluvieux caractérisant les journées du 15 et 16 Novembre 2008. Une comparaison des résultats de modélisation à ceux de la campagne de mesure est ensuite réalisée. Nous présentons également la répartition spatiale de la ligne d'eau et du nombre de Froude.

4.1. Simulation de l'événement pluvieux du 15/11/08

Le modèle de couplage 1D-2D a pu également reproduire les allures des paramètres caractérisant l'écoulement transitant le collecteur d'assainissement durant l'événement pluvieux du 15 Novembre.

L'adéquation entre les allures des paramètres calculés et mesurés est observée en termes de débit (Figure V.24), hauteur (Figure V.25) et vitesse (Figure V.26).

Globalement, la variation temporelle de débit, hauteur et vitesses présente une analogie avec les grandeurs mesurées. Les pics se sont reproduits, un léger décalage est enregistré au moment de la décrue.

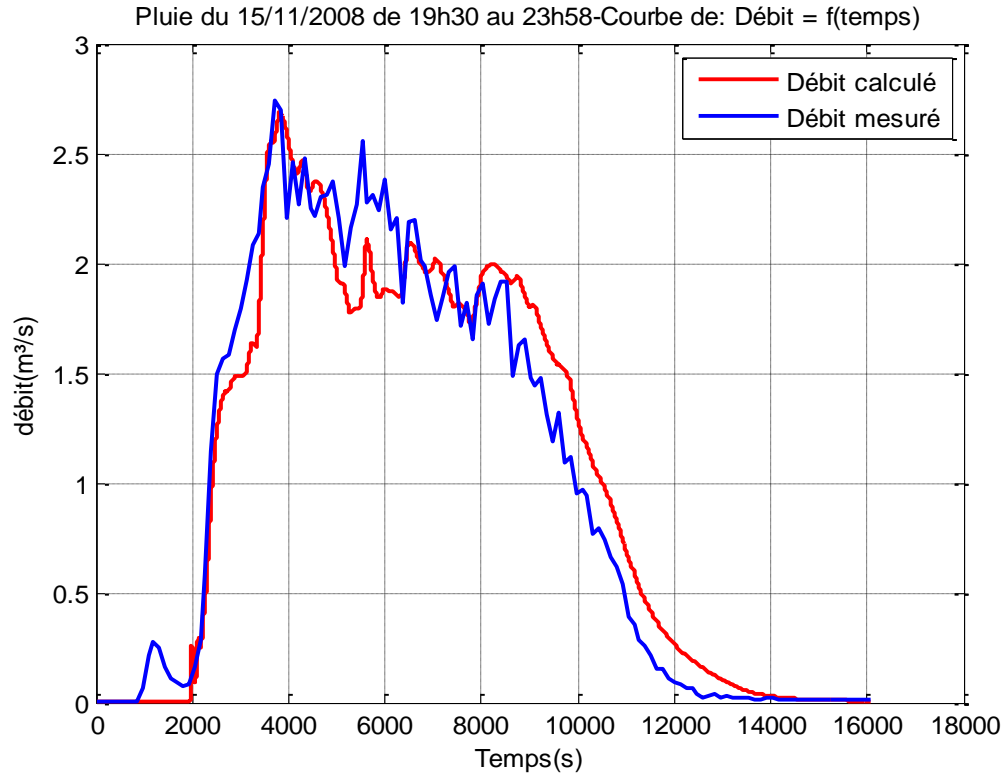


Figure V.24 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

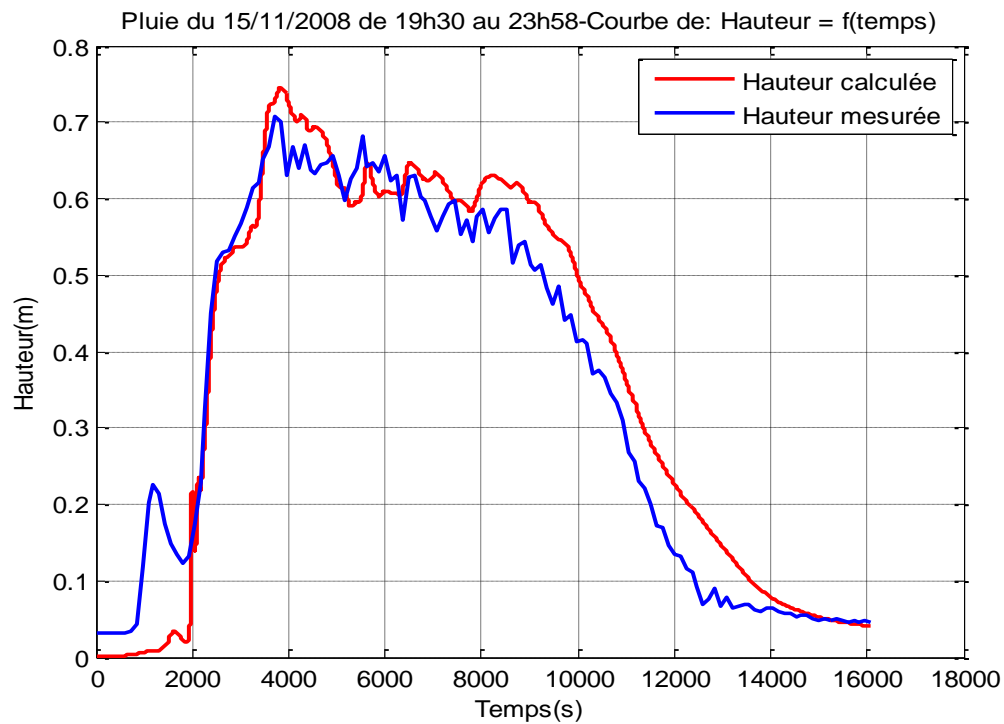


Figure V.25 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

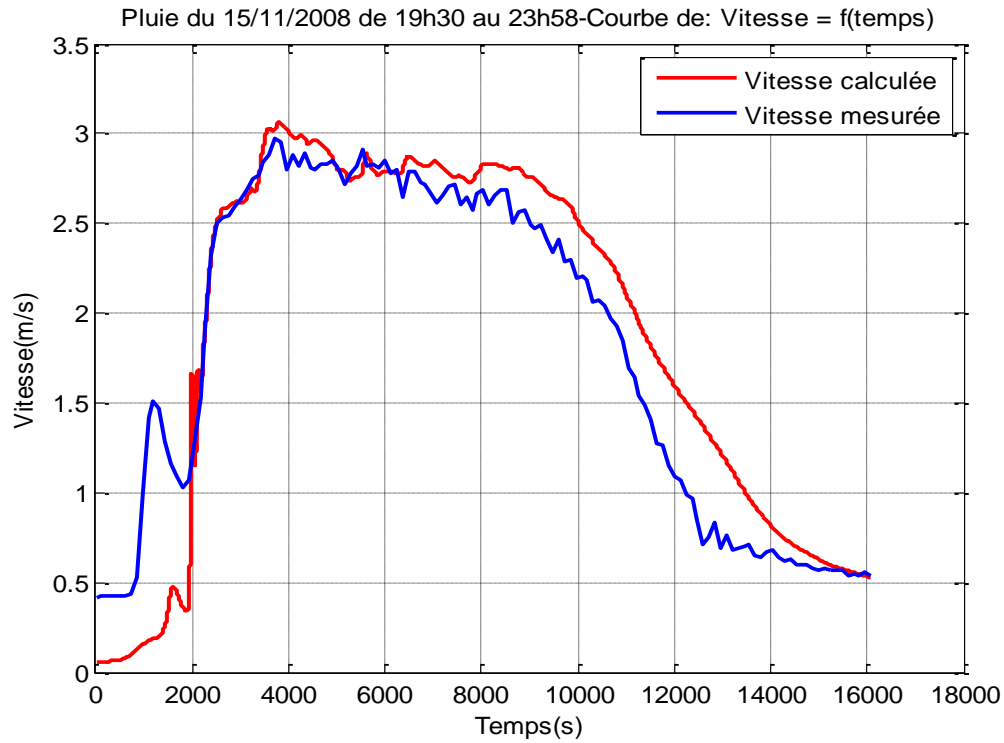


Figure V.26 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

Au moment du pic de l'intensité de pluie de cet événement pluvieux, nous constatons une hausse de la hauteur d'eau au niveau des deux tronçons intermédiaires du collecteur et une diminution à l'échelle des deux autres tronçons amont et aval (figure V.27).

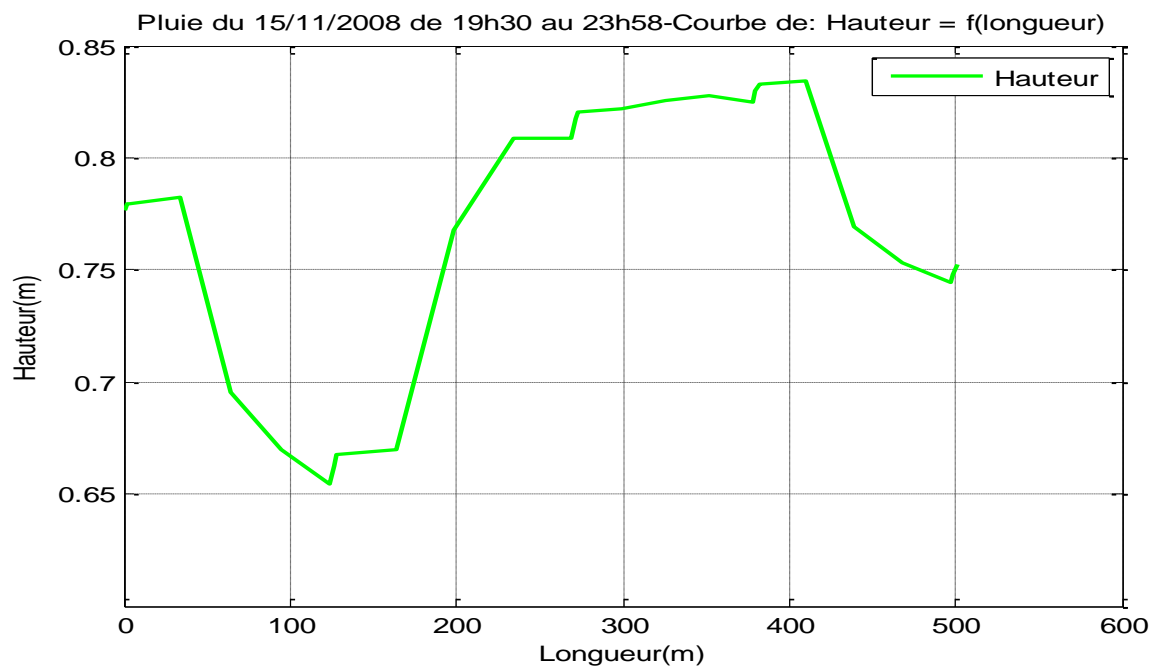


Figure V.27 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

Le régime d'écoulement est torrentiel à l'amont et à l'aval du collecteur, il se rapproche du régime critique au niveau des deux tronçons intermédiaires (Figure V.28).

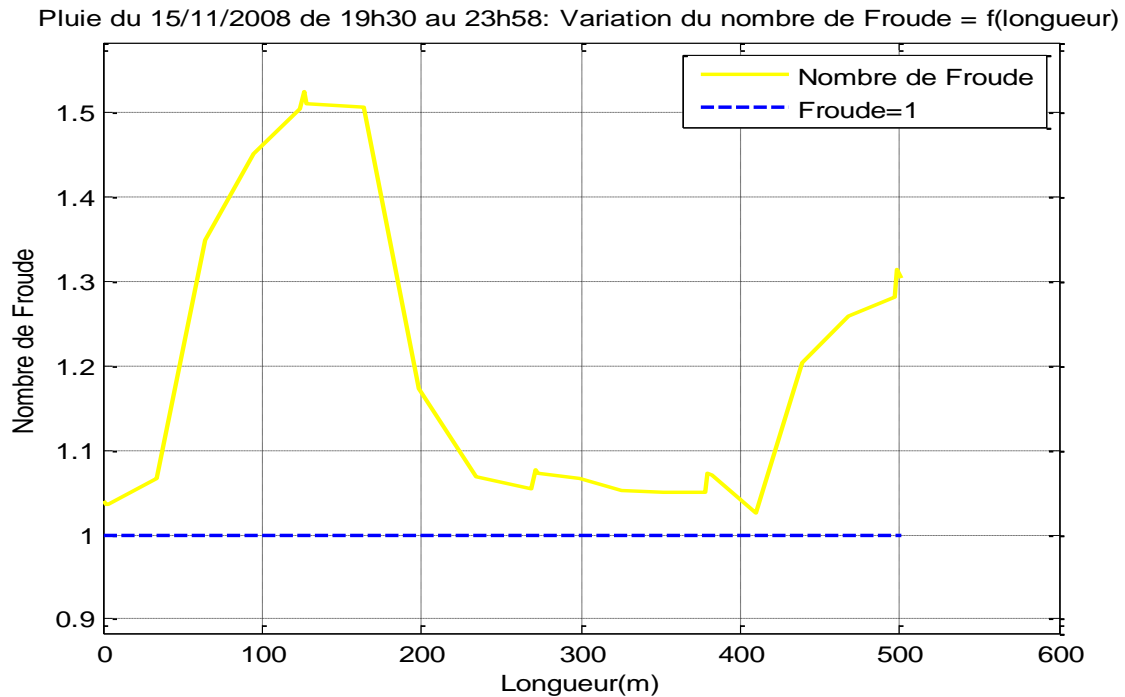


Figure V.28: Variation du nombre de Froude le long du collecteur

A l'aval du collecteur, l'évolution temporelle du nombre de Froude montre deux transitions de régime en passant du régime fluvial au régime torrentiel au début de la crue et un passage inverse à la fin de la crue (Figure V.29).

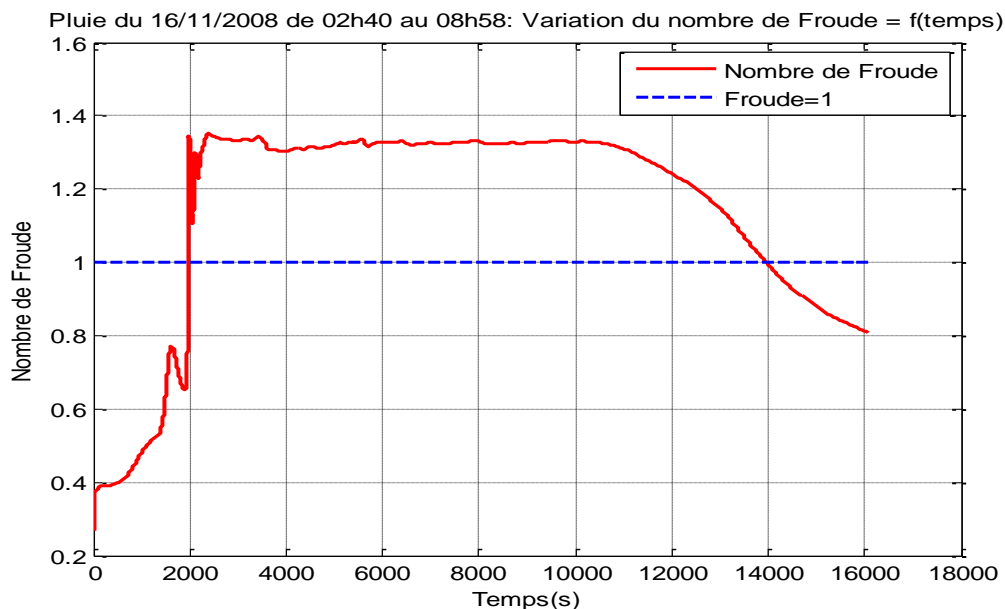


Figure V.29 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

4.2. Simulation de l'événement pluvieux du 16/11/08

A travers la simulation de l'événement pluvieux du 16 Novembre, nous constatons que, l'approche de couplage 1D-2D a permis également de reproduire les allures des courbes de débit, hauteur et vitesse comparativement de celles des grandeurs mesurées (Figures V.30, V.31 et V.32). L'analogie n'est pas tout à fait parfaite notamment à l'échelle des deux derniers pics caractérisant l'hydrogramme d'entrée.

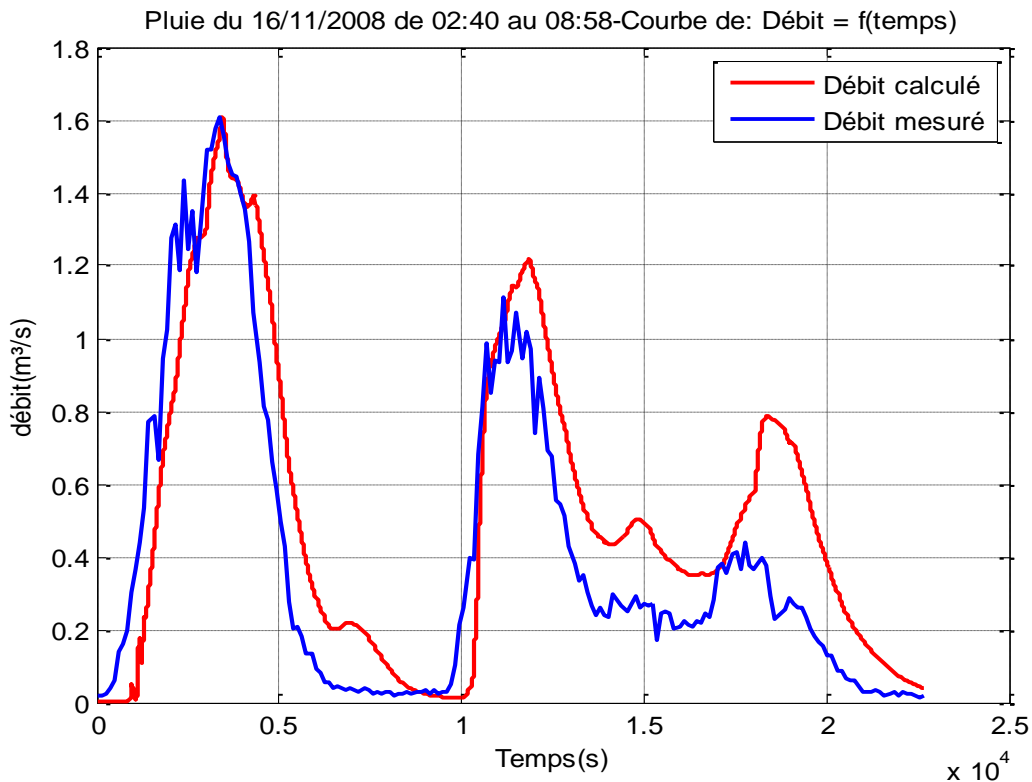


Figure V.30 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

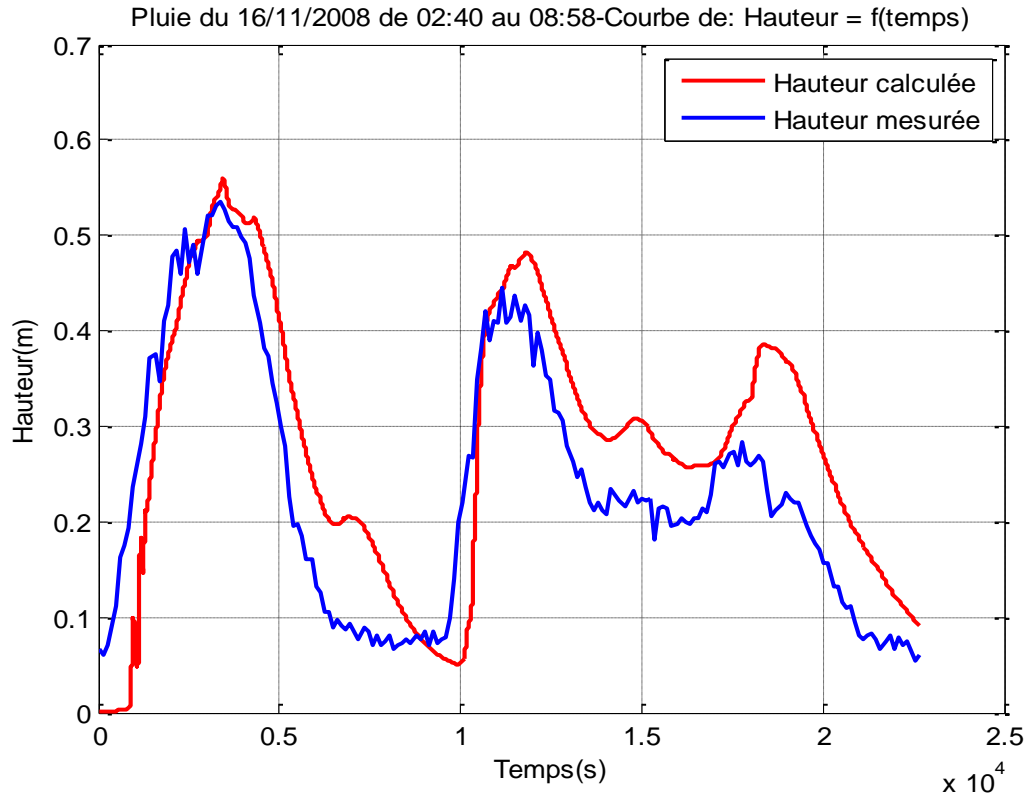


Figure V.31 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

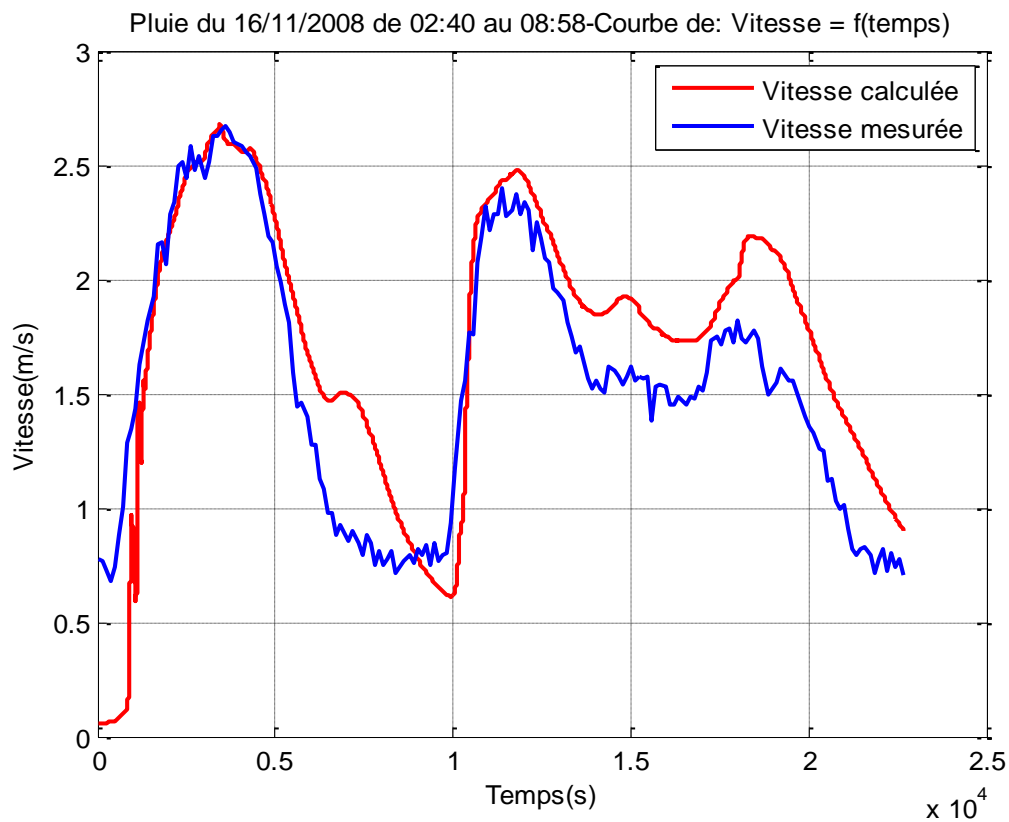


Figure V.32 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

La ligne d'eau suit toujours la même tendance (Figure V.33). C'est-à-dire, une hausse au niveau des tronçons intermédiaires et une atténuation à l'amont et à l'aval du collecteur.

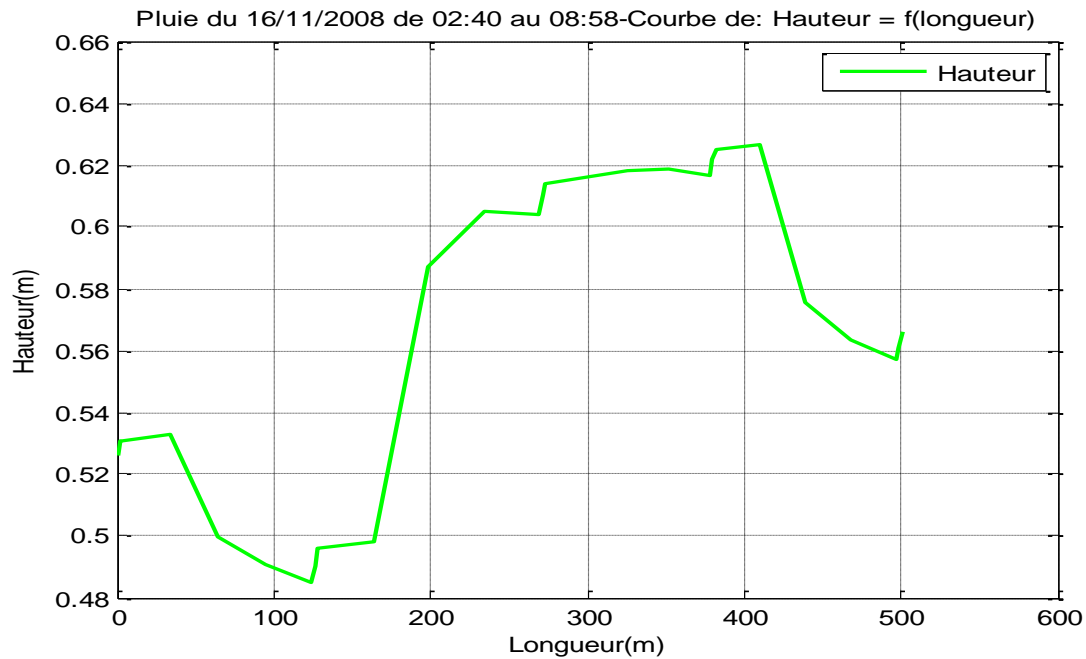


Figure V.33 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

Au moment du pic principal caractérisant l'événement pluvieux du 16 Novembre, le régime d'écoulement est torrentiel, il se rapproche du régime critique au niveau des tronçons intermédiaires (Figure V.34).

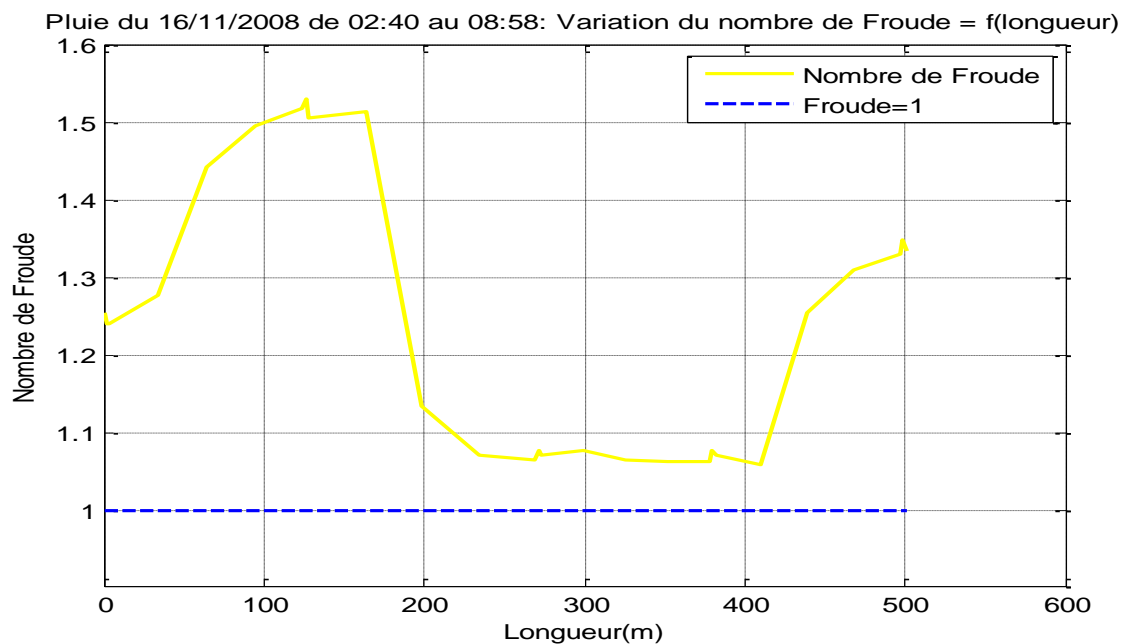


Figure V.34: Variation du nombre de Froude le long du collecteur

Deux transitions de régime d'écoulement sont enregistrées en début de l'événement pluvieux et ensuite à l'issue du premier pic d'intensité (Figure V.35).

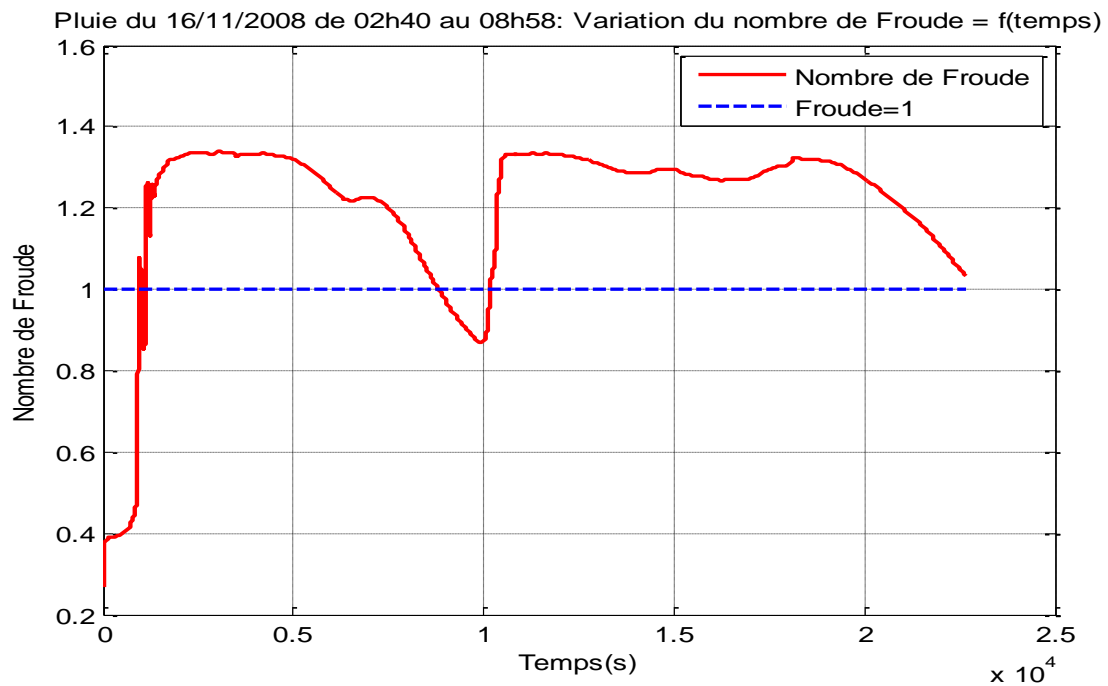


Figure V.35 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

5. Comparaison des résultats issus des deux approches

Pour pouvoir comparer des résultats de simulation issus de deux modèles différents, il est nécessaire de réaliser cette comparaison par rapport à deux critères :

- La reproduction des paramètres de l'écoulement en termes de débit, hauteur et vitesse,
- La représentativité de la ligne d'eau.

Nous allons présenter ci-dessous les graphiques de comparaison des débits, hauteurs et vitesses correspondant aux événements pluvieux du 15 et du 16 Novembre respectivement.

Les deux approches conduisent à une conservation des volumes d'eau globale admissible. Cette conservation est traduite par la reproduction de l'aire des courbes de débit transitant l'entrée et la sortie du collecteur. Comparativement au modèle de couplage, le modèle 1D exprime mieux le principe de la conservation des volumes.

De même, les deux modèles ont pu reproduire les allures des paramètres de l'écoulement, nous observons l'adéquation entre les grandeurs calculées et mesurées en termes de débit, hauteur et vitesse.

L'approche bidimensionnelle a permis d'ajuster la ligne d'eau au niveau des singularités en faisant modéliser ces ouvrages, ce qui permet de suivre l'évolution de la hauteur d'eau.

L'approche unidimensionnelle adopte l'hypothèse de l'égalité des hauteurs au niveau des raccordements des canalisations. Cela suppose la continuité parfaite de l'écoulement et ne permet pas de prendre en charge la discontinuité des variables à l'échelle de ces singularités.

5.1. Comparaison des résultats issus de l'événement pluvieux du 15/11/08

Nous présentons ci-dessous, les graphiques de comparaison des résultats de simulation de l'événement pluvieux du 15 Novembre des deux approches de modélisation réalisées. Cette comparaison affectera la répartition spatiale et temporelle des paramètres calculés.

Les deux approches ont conduit à la reproduction des courbes de débit, hauteur et vitesse tout en enregistrant une légère surestimation des paramètres de l'écoulement par le modèle 1D (Figures V.36, V.37 et V.38).

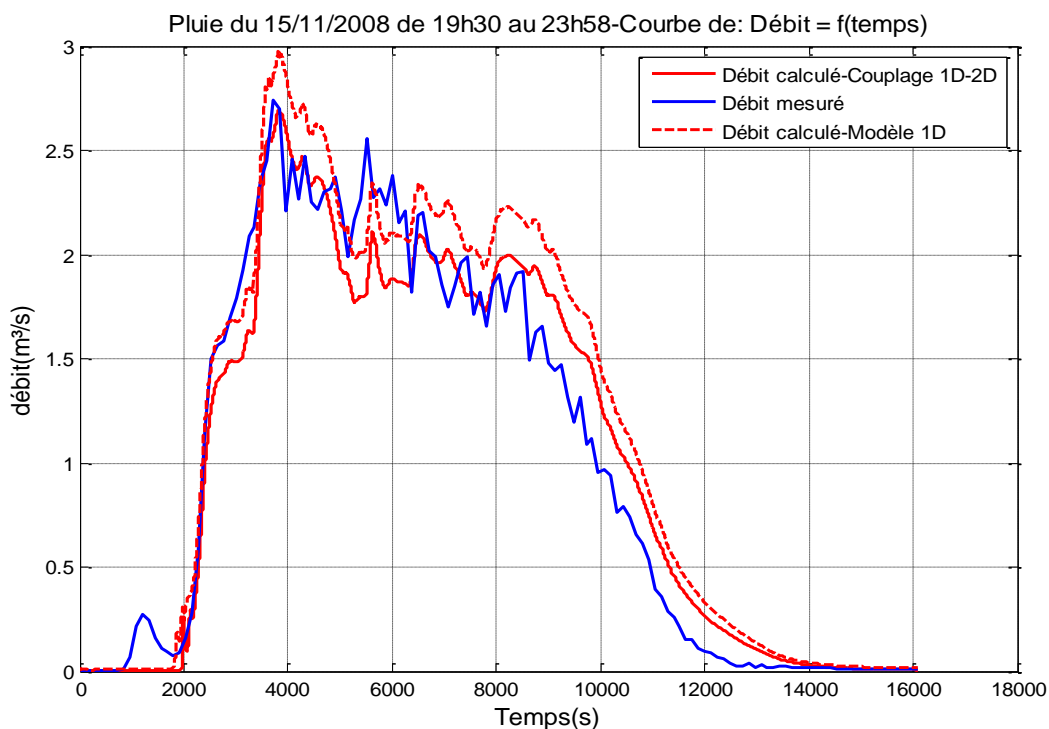


Figure V.36 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

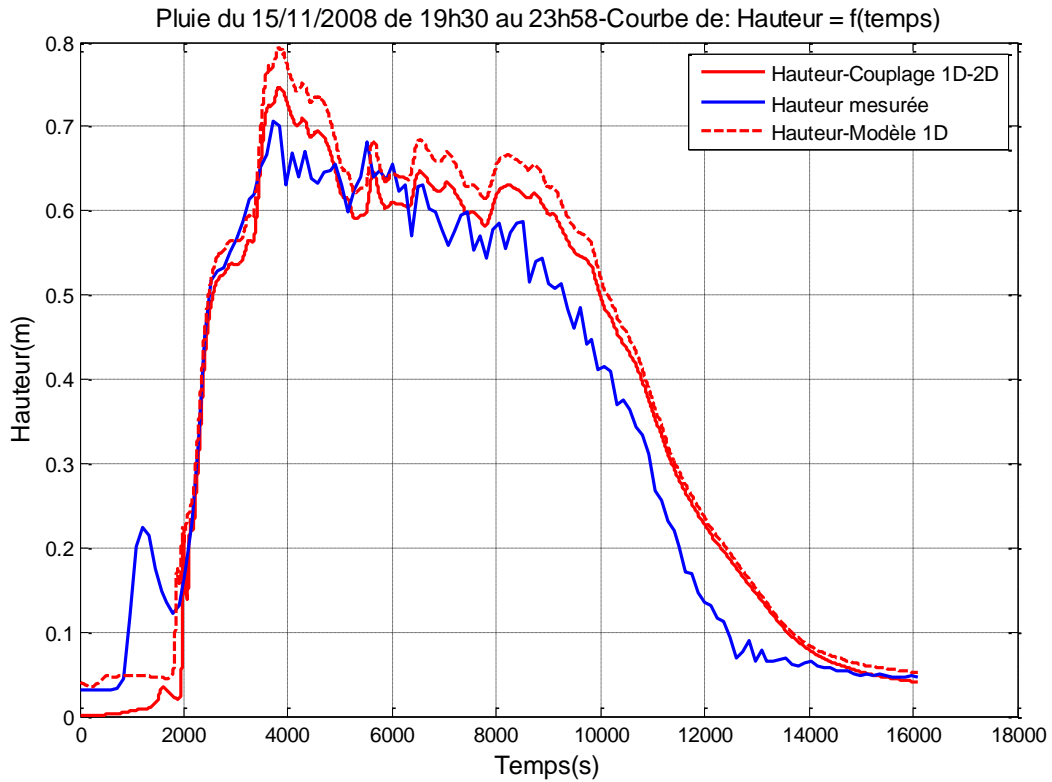


Figure V.37 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

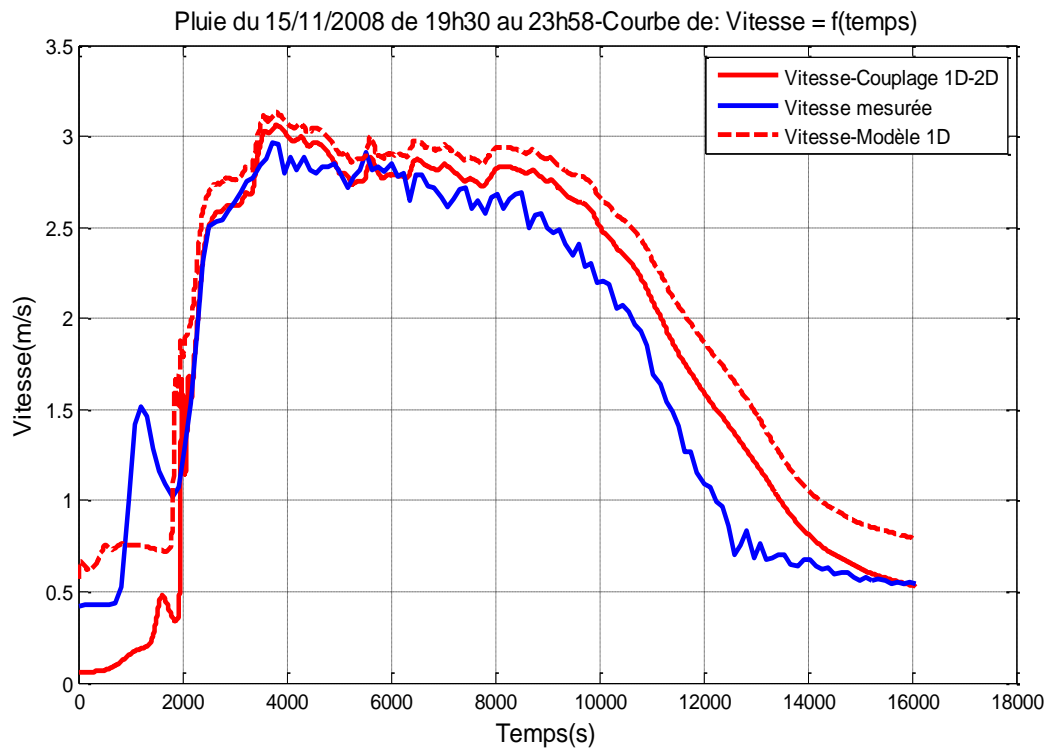


Figure V.38 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

Les lignes d'eau générées par les deux approches ont la même évolution spatiale le long du collecteur avec une légère surestimation générée par le modèle 1D (Figure V.39). Néanmoins, l'approche bidimensionnelle a mis en évidence la discontinuité de la ligne d'eau au niveau de raccords reliant les canalisations.

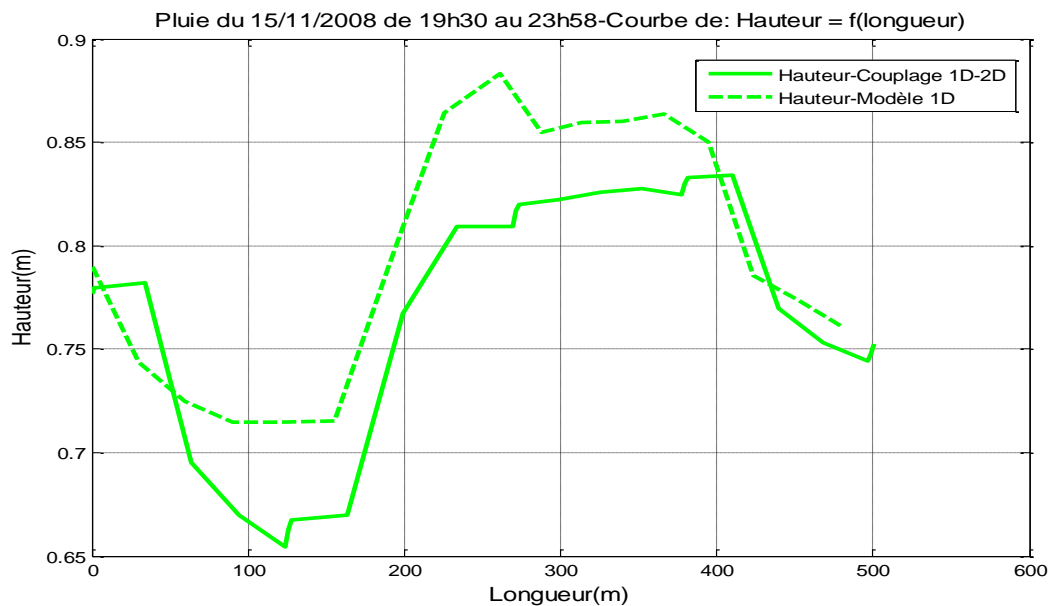


Figure V.39 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

Au moment du pic, les deux modèles montrent que régime d'écoulement reste toujours torrentiel (Figure V.40).

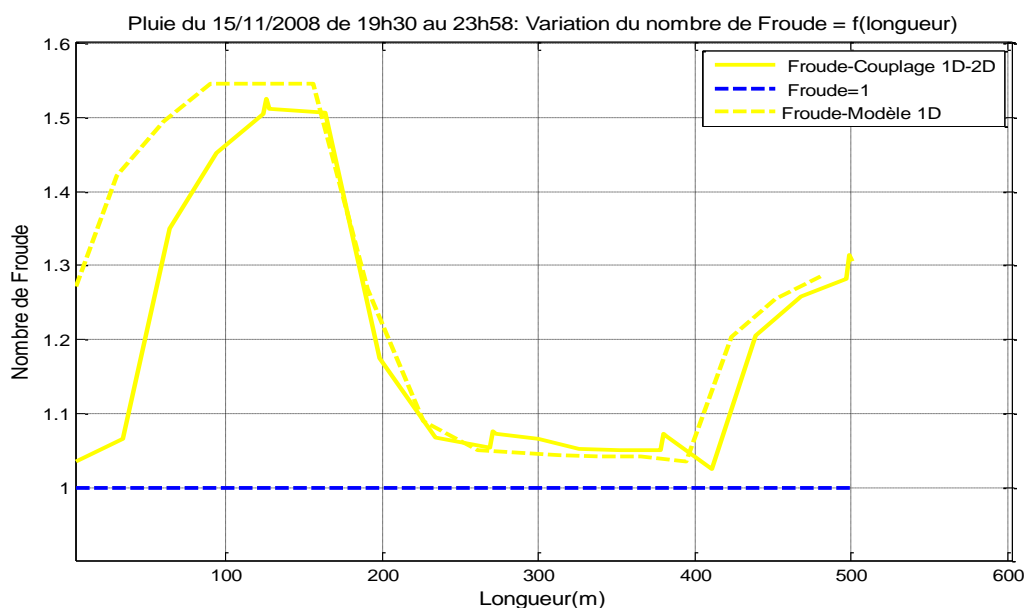


Figure V.40: Variation du nombre de Froude le long du collecteur

En ce qui concerne la Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur à l'aval du collecteur, l'approche de couplage a mis en évidence deux transitions du régime d'écoulement, tandis que l'approche 1D conduit à un régime torrentiel durant tout l'événement pluvieux (Figure V.41).

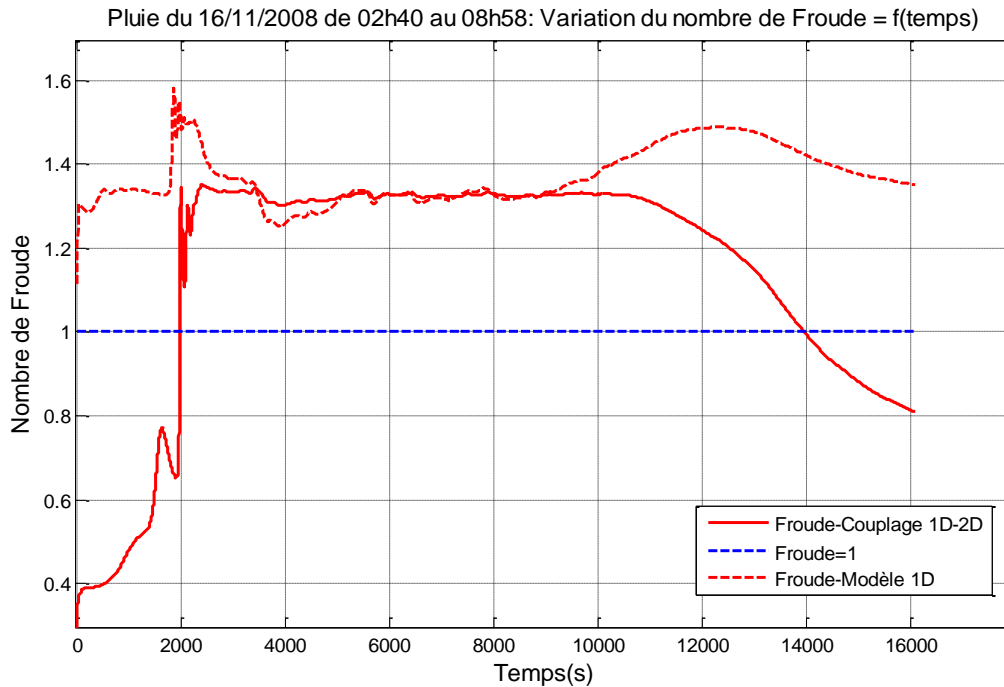


Figure V.41 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

5.2. Comparaison des résultats issus de l'événement pluvieux du 16/11/08

La simulation de l'événement pluvieux du 16 Novembre par les deux approches de modélisation nous a permis les résultats et les paramétrisations.

Nous constatons une similitude dans la reproduction des allures des courbes de débit, hauteur et vitesse (Figures V.42 ÷ V.44). Cependant, les deux approches ont conduit à une surestimation des paramètres à la fin de l'événement pluvieux.

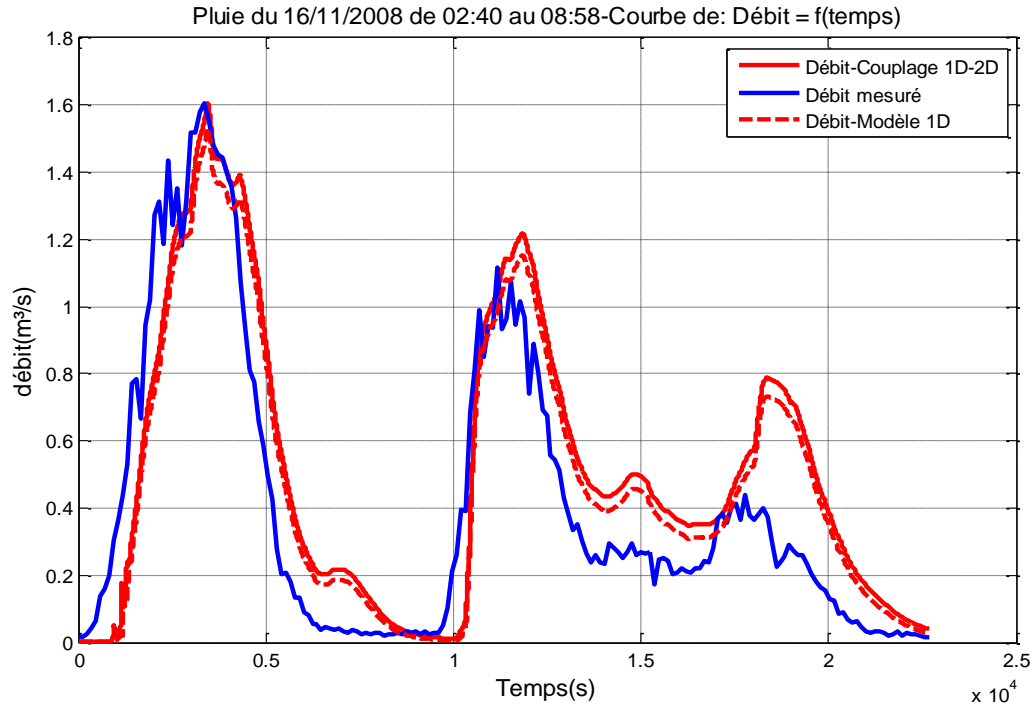


Figure V.42 : Chronique de débit à l'aval du collecteur

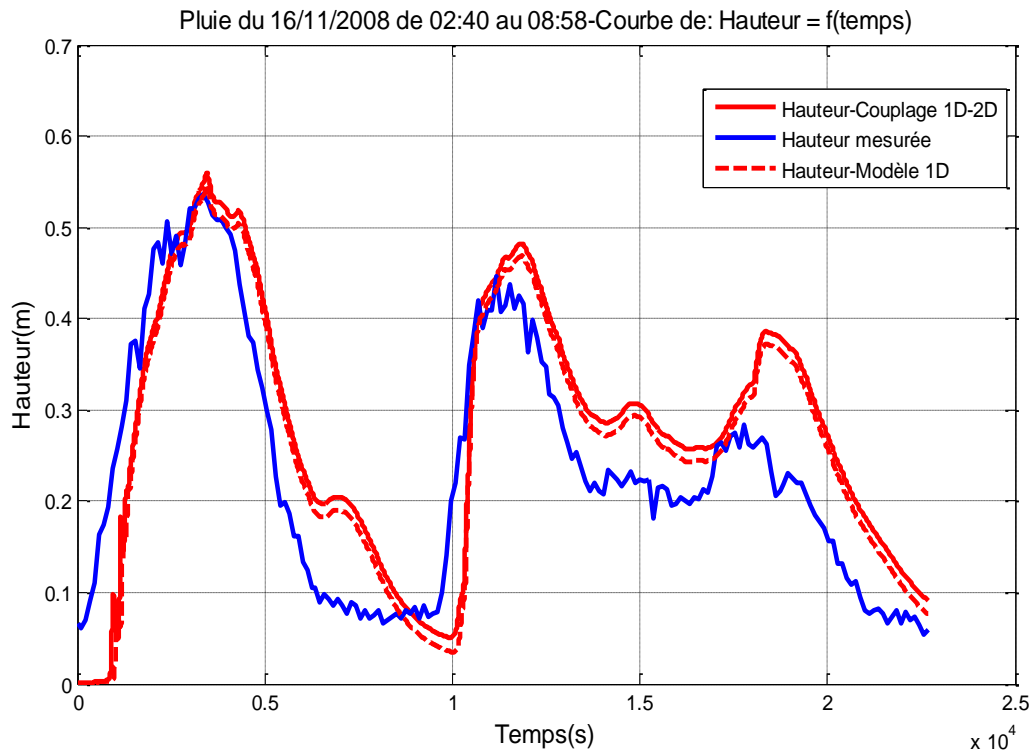


Figure V.43 : Variation temporelle de la hauteur à l'aval du collecteur

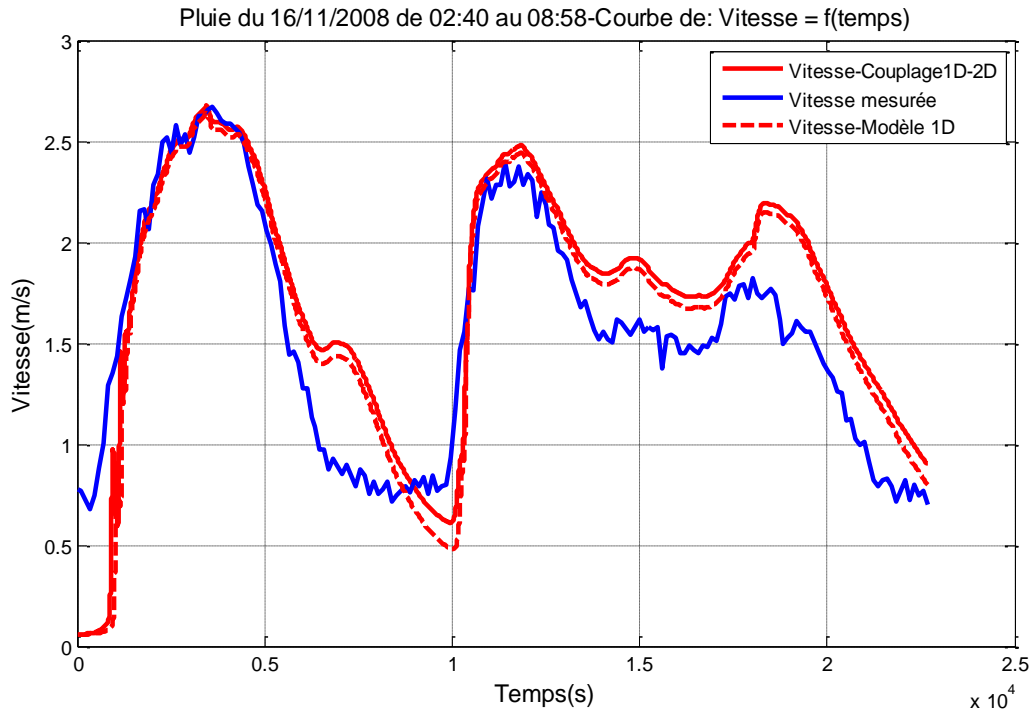


Figure V.44 : Variation temporelle de la vitesse à l'aval du collecteur

A travers la répartition spatiale de la hauteur d'eau, nous constatons une adéquation presque parfaite entre les courbes générées par les deux modèles (Figure V.45).

De même, l'approche de couplage a mis en évidence la discontinuité de la ligne d'eau au niveau des singularités.

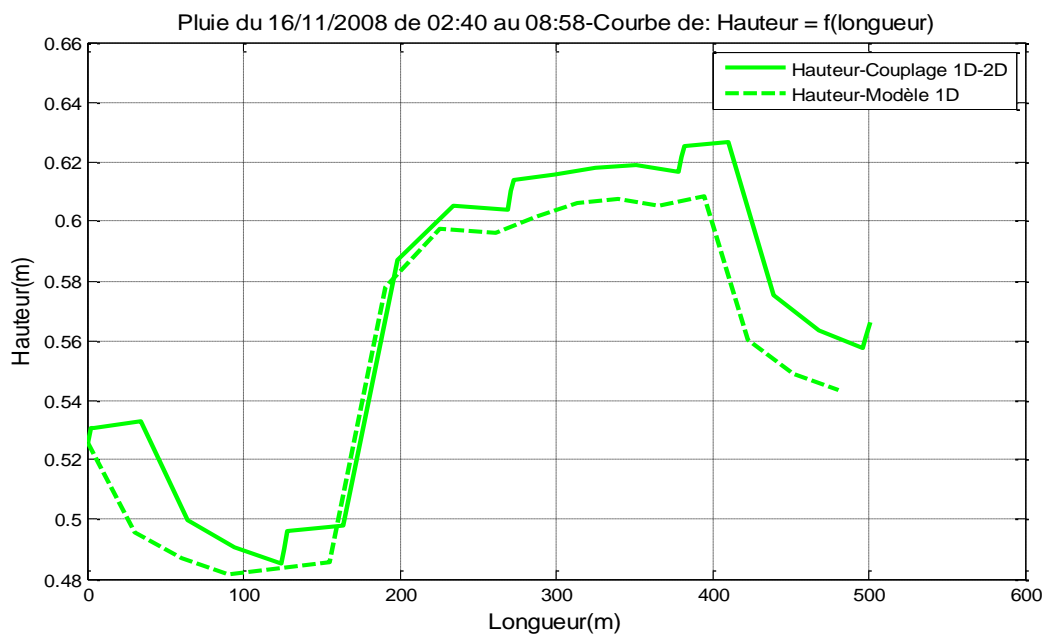


Figure V.45 : Profil de la hauteur d'eau le long du collecteur

Au moment du pic, les deux modèles conduisent à la même répartition spatiale du nombre de Froude soit un régime d'écoulement torrentiel (Figure V.46).

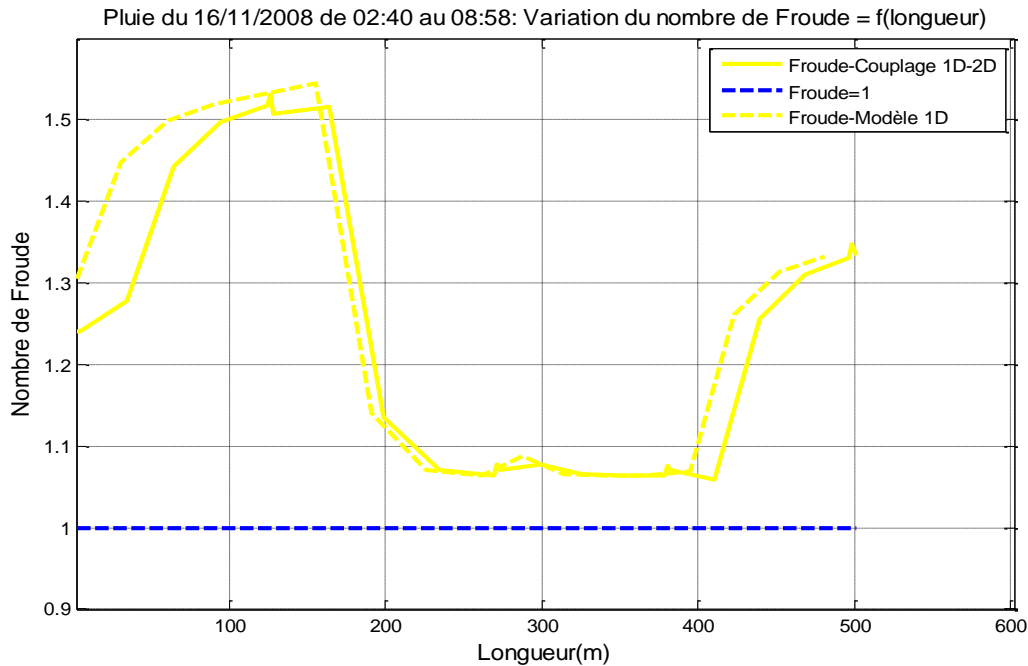


Figure V.46: Variation du nombre de Froude le long du collecteur

La Variation temporelle du nombre de Froude (Figure V.47) à l'aval du collecteur à l'aval du collecteur suit la même évolution. Contrairement à l'approche 1D, l'approche de couplage a mis en évidence un passage du régime torrentiel au régime fluvial.

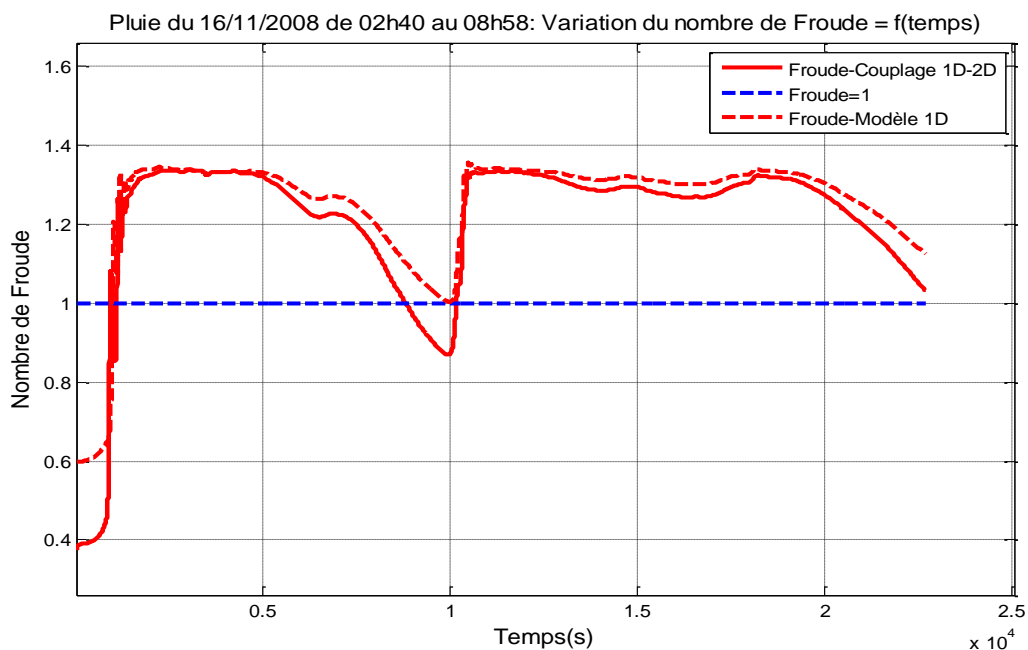


Figure V.47 : Variation temporelle du nombre de Froude à l'aval du collecteur

6. Interprétation des résultats

Globalement, les deux approches de modélisation ont conduit à des résultats satisfaisants. En effet, en utilisant deux événements pluvieux différents les deux modèles ont pu reproduire les valeurs des paramètres mesurés en termes de débit, hauteur et vitesse. Cela se traduit d'une part, par la consistance des modèles développés et d'autre part, par la convergence de la méthode numérique employée.

L'adéquation entre les valeurs calculées et mesurées montre la capacité des modèles à reproduire les variations temporelles de ces variables. A travers la reproduction des courbes de débit, les deux modèles montrent également leurs concordances avec le principe de la conservation de la masse exprimé par l'équation de continuité du système de Saint Venant.

Il est évident que cette similitude ne peut dans aucun cas être parfaite étant donnée, les erreurs de calcul liées d'une part à l'approximation numérique et le choix des conditions aux limites et d'autre part, aux erreurs de mesure. C'est pourquoi, nous constatons un écart entre les valeurs calculées et mesurées au moment de la décrue notamment pour l'événement pluvieux du 16 Novembre. Cela peut être expliqué soit par un dysfonctionnement du matériel de mesure, soit par un comportement hydraulique différent du collecteur durant cette phase, provoqué par un dépôt des matières solides charriées durant la phase intense de l'événement pluvieux, engendrant ainsi des pertes de charges variables le long du collecteur ce qui peut ralentir l'écoulement en amont du point de mesure.

En faisant une analyse des chroniques de la hauteur d'eau issue des deux approches de modélisation, nous pouvons constater une faible sollicitation du collecteur, dont le deuxième et le troisième tronçon sont les plus sollicités. Cela est dû non seulement aux faibles pentes que présentent ces deux tronçons relativement aux tronçons amont et aval, mais aussi à l'étranglement de la section au niveau du dernier tronçon. Cependant, l'approche de couplage a mis en évidence la discontinuité des variables d'écoulement traduite par un changement brusque de la ligne d'eau au niveau des raccordements reliant les canalisations contrairement à l'approche unidimensionnelle qui adopte l'hypothèse de la continuité des variables (Figure V.39 et V.45).

De même, au moment du pic d'intensité des événements pluvieux modélisés, les courbes de la variation spatiale du nombre de Froude issues des deux approches de modélisation (Figure

V.22, V.28 et V.34) conduisent à un régime d'écoulement torrentiel le long du collecteur. Le nombre de Froude représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de pesanteur, le type du régime d'écoulement observé est dû à l'apport important des forces d'inertie engendrant des vitesses plus au moins importantes.

S'agissant de l'évolution temporelle du nombre de Froude, la prise en compte de la discontinuité des variables exprimée par la modélisation bidimensionnelle des singularités a permis de définir avec plus de précision les modalités d'écoulement. Le modèle de couplage a montré des transitions de régime d'écoulement à l'aval du collecteur tandis que le modèle 1D exprime un régime homogène (Figure V.41 et V.47).

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les résultats de simulation de l'écoulement transitant un collecteur d'assainissement issus de deux approches modélisatrices différentes. Pour ce faire, deux modèles ont été développés résolvant les équations complètes de Saint-Venant, exprimant une approche purement unidimensionnelle et une autre approche couplant le modèle 1D à un modèle 2D dédié à la modélisation des singularités de type raccords reliant les canalisations d'un réseau d'assainissement.

La validation de ces modèles a été effectuée à travers une comparaison de leurs résultats aux débits, hauteurs et vitesses mesurés en aval d'un collecteur d'assainissement constitué de tronçons de pentes, de longueurs et de diamètres différents ce qui a permis d'évaluer leur degré de représentativité de la réalité.

La comparaison des résultats issus des deux modèles nous a permis également d'évaluer la pertinence des deux approches de modélisation utilisées et mettre en évidence l'utilité de la modélisation des singularité à travers un couplage des modèles 1D et 2D.

Conclusion générale

Le présent travail a comme objectif d'élaborer un outil d'aide à la décision pour le diagnostic hydraulique des réseaux d'évacuation des eaux et ce, en se basant sur deux approches modélisatrices. La première consiste à modéliser l'écoulement à l'intérieur des canalisations tout en considérant que l'écoulement se propage suivant une seule direction privilégiée et en employant une discrétisation variable. La deuxième approche consiste à coupler le modèle unidimensionnel à un modèle bidimensionnel dédié à la modélisation des singularités dans le but de raffiner la résolution des équations de Saint Venant. Une comparaison entre ces deux approches a été faite pour pouvoir évaluer leur pertinence.

Deux modèles ont été élaborés résolvant les équations complètes de Saint Venant. Ces modèles sont adaptés à la modélisation des réseaux d'assainissement, ils visent à déterminer la répartition spatio-temporelle des paramètres caractérisant l'écoulement à surface libre par temps de pluie, dans le but de simuler le comportement des réseaux durant des événements pluvieux réels.

Les modèles ont été élaborés sous MATLAB en employant la méthode des différences finies suivant un schéma de discrétisation explicite. Les résultats de simulation demeurent numériquement stables tant que le critère de stabilité de Courant-Friedrich-Levy est vérifié. En effet, pour toutes les simulations effectuées pendant la phase de validation, le pas d'espace a été choisi d'une manière à assurer la stabilité des résultats, mais aussi réduire le temps de calcul, cet ajustement a été effectué en diminuant graduellement le pas d'espace jusqu'à l'apparition de signes d'instabilité.

Les approches modélisatrices réalisées sont basées sur la résolution des systèmes de Saint-Venant 1D et 2D. Le modèle 1D suppose la continuité des paramètres de l'écoulement en définissant les conditions aux limites internes sans prendre en considération les singularités reliant les canalisations. Cette hypothèse permet de simplifier les calculs et optimiser entre autre le temps de calcul. Cependant, la démarche 2D modélise les jonctions entre les canalisations selon deux axes privilégiés d'écoulement. Cela permet non seulement de prendre en compte les pertes de charge générées par ce type d'ouvrage mais aussi l'effet de stockage, ce qui contribue théoriquement à l'amélioration de la résolution des équations de Saint Venant en améliorant le traitement des conditions aux limites internes.

Le degré de représentativité des modèles a été évalué en les mettant en application sur une portion de collecteur d'assainissement disposant de mesures amont et aval pour les pluies survenues sur son bassin versant associé.

Les résultats de nos modèles se sont révélés similaires à ceux issus de la campagne de mesure tant en termes de débits que de hauteurs d'eau. L'allure des paramètres calculés suit parfaitement celle des paramètres mesurés ce qui montre la représentativité numérique et hydraulique des modèles élaborés. Le degré de précision diffère d'une approche à une autre, le modèle 1D permet une meilleure conservation globale des volumes et entre tronçons comparativement au modèle de couplage 1D-2D. En effet, le passage de l'unidimensionnel au bidimensionnel rajoute d'autres variables à calculer ce qui constitue une autre source d'incertitude. Néanmoins, cette approche prend en considération le caractère bidimensionnel de l'écoulement à surface libre à l'échelle des singularités ce qui permet une meilleure représentation de la ligne d'eau.

Quant à la résolution numérique des équations de Saint Venant, la méthode des différences finies est simple à mettre en œuvre. L'utilisation d'un schéma par différences finies de type explicite nous a permis de concevoir des modèles moins complexes sur le plan numérique.

L'approche unidimensionnelle a montré moins de sensibilité numérique étant donnée la simplicité des calculs. Le couplage des modèles résout simultanément et en alternance les systèmes 1D et 2D de Saint Venant, il montre des limites de convergence, dues aux difficultés de connectivité des modèles 1D et 2D provoquées par la différence entre l'ordre de grandeur des variables et paramètres à calculer. La sensibilité de ce type de schéma à la variabilité des paramètres limite son utilisation. En effet, les schémas explicites demeurent soumis au critère de Courant et exigent par conséquent l'utilisation de pas de temps plus courts pour assurer la stabilité des résultats, ce qui génère d'une part, un temps de calcul assez long et d'autre part, des instabilités numériques non contrôlables. A ce titre, nous proposons d'adopter, pour les futures études des schémas numériques mixtes de type explicite-implicite afin de stabiliser davantage l'approximation numérique et remédier en même temps à la lenteur du temps de calcul. De plus, il serait judicieux de développer ce travail en utilisant des méthodes différentes pour assurer une meilleure connectivité des modèles 1D et 2D pouvant ainsi conduire à améliorer la performance du couplage.

La mise en application des modèles élaborés sur un collecteur d'assainissement nous a permis de tester leur capacité à reproduire les paramètres de l'écoulement. Toutefois, il serait pertinent d'associer à la modélisation hydraulique, une modélisation du ruissellement de surface (modélisation Hydrologique), avec prise en compte d'événements pluvieux réels et théoriques (pluies de projet), dans le but de simuler le comportement du réseau pour des pluies plus intenses et pour différentes périodes de retour, constituant ainsi un outil plus complet au diagnostic hydraulique des réseaux d'évacuation des eaux.

En outre, le collecteur d'assainissement modélisé présente une géométrie simple et uniforme et ne comporte pas de chute ou de variation importante de pente. Cela a conduit à un écoulement homogène et ne nous a pas permis de voir l'apport de la modélisation bidimensionnelle à cette échelle. C'est pourquoi, il serait nécessaire de mettre en application le modèle de couplage sur d'autre collecteur présentant une variabilité des caractéristiques géométriques et hydrauliques, et disposant de mesures intermédiaires pour permettre une meilleure comparaison des résultats.

Références bibliographiques

Abdallah, M., (2005). « Les méthodes de discrétisation numérique de problèmes hyperboliques non linéaires appliquées aux équations de Barré de Saint-Venant pour la modélisation de l'hydraulique en réseau d'assainissement ». Thèse de Doctorat en Sciences de l'Ingénieur, l'université Louis Pasteur – Strasbourg I, 173 pages.

Bentura, P., (1996). «Développement d'une méthode de propagation de crues, Délais-Stockage ». Thèse de Doctorat en sciences physiques chimiques et Ingénierie, Université Paris XII, 358 pages.

Bertrand-Krajewski, J-L., (2006). «Modélisation des écoulements en réseau d'assainissement». Cours d'Hydrologie Urbaine, Ecole Nationale de Génie de l'Eau et de l'Environnement de STRASBOURG (ENGEES), 44 pages.

Bonakdari, H & Frédérique, L, & Joannis, C., (2006). «Etude expérimentale et numérique du taux de cisaillement en réseaux d'assainissement ». IXèmes Journées Nationales Génie Civil – Génie Côtier, Brest, pp 357-364.

Borsche, R & Klar, A., (2014). « flooding in urban drainage systems: coupling Hyperbolic conservation laws for sewer systems And surface flow ». International Journal for Numerical Methods in Fluids. Volume 76-11, ISSN 789–810.

Boudreau, P., (1990), « Modélisation des écoulements a surface libre par éléments finis avec discrétisation variable (1D-2D) ». Mémoire de maîtrise en Sciences de l'eau, Institut national de la recherche scientifique (INRS-Eau), Université du Québec-Canada, 68 pages.

Buyer, M., (2002). «Transport de flux en réseaux d'assainissement : modèle 1D pour l'hydraulique des collecteurs et déversoirs avec prise en compte des discontinuité». Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 159 pages

Carlier, M., (1986)., « Hydraulique générale et appliquée ». Edition Eyrolles 1986, 655 pages

Chassaing, P., (2000). «Turbulence en mécanique des fluides : Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur». Collection Polytechnic, CEPADUES Edition, 625 pages.

Djemili, L & Houichi, L & Rezgui N & Zeghadnia, L., (2009). « Détermination de la Vitesse et la Hauteur Normale dans une Conduite Partiellement Remplie ». European Journal of Scientific Research, pp.561-566

- Duchesne, S., (2001). «Modèle pour le control en temps réel des réseaux d'égout sous surcharge». Thèse Philosophiae Doctor (Ph.D.) en Sciences de l'eau, Université du Québec, 235 pages.
- El Abboudi, N., (2000). « Modélisation des écoulements en charge ». Mémoire de Maître en sciences (M.Sc.), Université du Québec, 137 pages.
- Euvrard, D., (1988). «Résolution numérique des équations aux dérivées partielles différences Finies – Eléments Finis ». Editions Masson, 213 pages.
- Ghostine, R., (2009). «Contribution à la résolution numérique des équations de Barré de Saint Venant bidimensionnelles par une méthode de type éléments finis discontinus : application à la simulation des écoulements au sein des carrefours dans la ville». Thèse de doctorat de l'Université de Strasbourg. 202 pages.
- Guinot, V. (2006). « Ondes en mécanique des fluides, modélisation et simulation numérique», Edition Lavoisier, 387 Pages.
- Hervouet, J-M., (2003) « Hydrodynamique des écoulements à surface libre, modélisation numérique avec la méthode des éléments finis », Edition Barneoud, 312 pages.
- Kesserwani, G., (2008). « Modélisation des équations 1D de Barré de Saint Venant par la méthode des éléments finis de type discontinus de Galerkin à discrétisation temporelle de Range-Kutta ». Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. 225 pages.
- Kouider, K., (2012). « Elaboration d'un outil de modélisation des réseaux d'assainissement ». Mémoire de magister de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 109 pages.
- Kouider, K & Benmamar, S., (2015). «Elaboration of a sewer network modeling tool». *Dessalination and Water Treatment*. Volume 57-13, ISSN 6081-6090.
- Kovacs, Y., (1988). «Modèles de simulation d'écoulement transitoire en réseau d'assainissement». Thèse de doctorat ENPC, Paris, 155 pages.
- Lebosse, A & Ladreyt, S., (2000). « Logiciel de modélisation filaire des écoulements à surface libre ». Notice théorique, Centre d'Etudes Techniques Maritimes Et Fluviales. France, 50pages.
- Safarkhani, S., & Katebizaki S., (2015). « Local head loss consideration in hydraulic modeling of sewer networks ». *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. Volume 02-05, ISSN 2395-0072.

SAFEGE, (2008). « Actualisation du schéma directeur d'assainissement de la wilaya d'Alger ». Rapport SEAAL, 554 pages.

Soutter, M & Mermoud, A., (2007). « Ingénierie des eaux et du sol. Processus et aménagements ». Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 312 pages.

Telliez, M., (2010). « Traduction et adaptation libres du tutoriel du manuel de l'utilisateur : "Storm Water Management Model–User's Manuel ».Rapport, 27pages

Vazquez, J. (2010). « Les ouvrages hydrauliques en réseau d'assainissement-Du pilote expérimental et de la modélisation numérique à la finalité du site de terrain ». Habilitation à diriger les recherches, Université de Strasbourg, 79 pages.

Vazquez, J., (2006). « Hydraulique générale ». Formation CES/Master Eau potable et assainissement ». Polycope de cours de l'Ecole Nationale de Génie de l'Eau et de l'Environnement de Strasbourg (ENGEES), 64 pages.

Zug, M., & Vazquez, J., (2006). « Modélisation des réseaux d'assainissement Concepts Approches et Etapes », Polycope de cours de l'Ecole Nationale de Génie de l'Eau et de l'Environnement de Strasbourg (ENGEES), 75 pages.

Annexes

Présentation du code de calcul relatif au modèle 1D

a. Définition de la géométrie du problème

```

clear all
tic
disp('*****Modèle Unidimensionnel*****')
disp('Entrer les données géométriques du réseau à modéliser')
l=[120.16 140.98 104.68 114.67]
pt=[0.0065 0.0031 0.0031 0.0055]
DN=[2 2 2 1.5]
disp('Entrer les données hydrauliques de l événement pluvieux à modéliser')
Ti=xlsread('Tent.xls');
Hi=xlsread('Hent.xls');
Ui=xlsread('Uent.xls');
TETA1=2*acos(1-(2.*Hi./2));
    
```

```

*****Modèle Unidimensionnel*****
Entrer les données géométriques du réseau à modéliser

l =

    120.1600    140.9800    104.6800    114.6700

pt =

    0.0065    0.0031    0.0031    0.0055

DN =

    2.0000    2.0000    2.0000    1.5000
    
```

b. Affectation des conditions initiales

```

%conditions initiales
disp('*****Module affectation conditions initiales*****')
clear('s','ds','Rh','TETA')
for i=1:I(k)+1
h(i,1)=0.001.*DN(k); %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Débit de nouage
%h(i,1)=Hi(1)
TETA(i,1)=2*acos(1-(2.*h(i,1)./DN(k)));
Rh(i,1)=((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(i,1)-sin(TETA(i,1))).*(2./DN(k).*TETA(i,1));
u(i,1)=kms*(Rh(i,1)).^(2/3)).*(pt(k)).^(1/2)
s(i,1)=(DN(k).*DN(k))./8).*(TETA(i,1)-sin(TETA(i,1)));
ds(i,1)=2.*sqrt(2.*DN(k)./2).*h(i,1)-h(i,1).*h(i,1);
Q(i,1)=u(i,1).*s(i,1);
j(i,1)=((u(i,1).^2)./((kms^2).*(Rh(i,1)).^(4/3)));
C(i,1)=sqrt(abs(g.*s(i,1)./ds(i,1)));
Froude(i,1)=u(i,1)./C(i,1);
    
```

```

0.0781
0.0781

u =

    0.0781
    0.0781
    0.0781
    0.0781
    0.0781
    0.0781
    >>
    
```

c. Affectation des conditions aux limites

The screenshot shows the MATLAB 7.5.0 (R2007b) environment. The Editor window displays the following code for boundary conditions:

```

116 %conditions aux limites
117 disp(' *****Module affectation conditions aux limites*****')
118 for n=2:N(k)+1
119     h(1,n)=h(1,1)+interp1(T1,H1,(n-1).*dt(k)) |
120     TETA(1,n)=2*acos(1-2.*h(1,n)./DN(k));
121     Rh(1,n)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(1,n)-sin(TETA(1,n))).*(2./DN(k).*TETA(1,n));
122     u(1,n)=interp1(T1,U1,(n-1).*dt(k));
123     j(1,n)=((u(1,n).^2)./(kms.^2).*(Rh(1,n)).^(4/3));
124     s(1,n)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(1,n)-sin(TETA(1,n)));
125     ds(1,n)=2.*sqrt(2.*DN(k)./2).*h(1,n)-h(1,n).*h(1,n);
126     Q(1,n)=u(1,n).*s(1,n);
127     C(1,n)=sqrt(abs(g.*s(1,n)./ds(1,n)));
128     Froude(1,n)=u(1,n)./C(1,n);
    
```

The Command Window displays numerical results for columns 1366 through 1380 and 1381 through 1395. The values are as follows:

Column Range	0.1013	0.1015	0.1017	0.1019	0.1021	0.1023	0.1025	0.1027	0.1029	0.1031	0.1034	0.1036	0.1038	0.1040	0.1042
1366-1380	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1381-1395	0.1044	0.1046	0.1048	0.1050	0.1052	0.1054	0.1056	0.1058	0.1060	0.1063	0.1065	0.1067	0.1069	0.1071	0.1073

d. Calcul hydraulique par tronçon

The screenshot shows the MATLAB 7.5.0 (R2007b) environment. The Editor window displays the following code for hydraulic calculation by section:

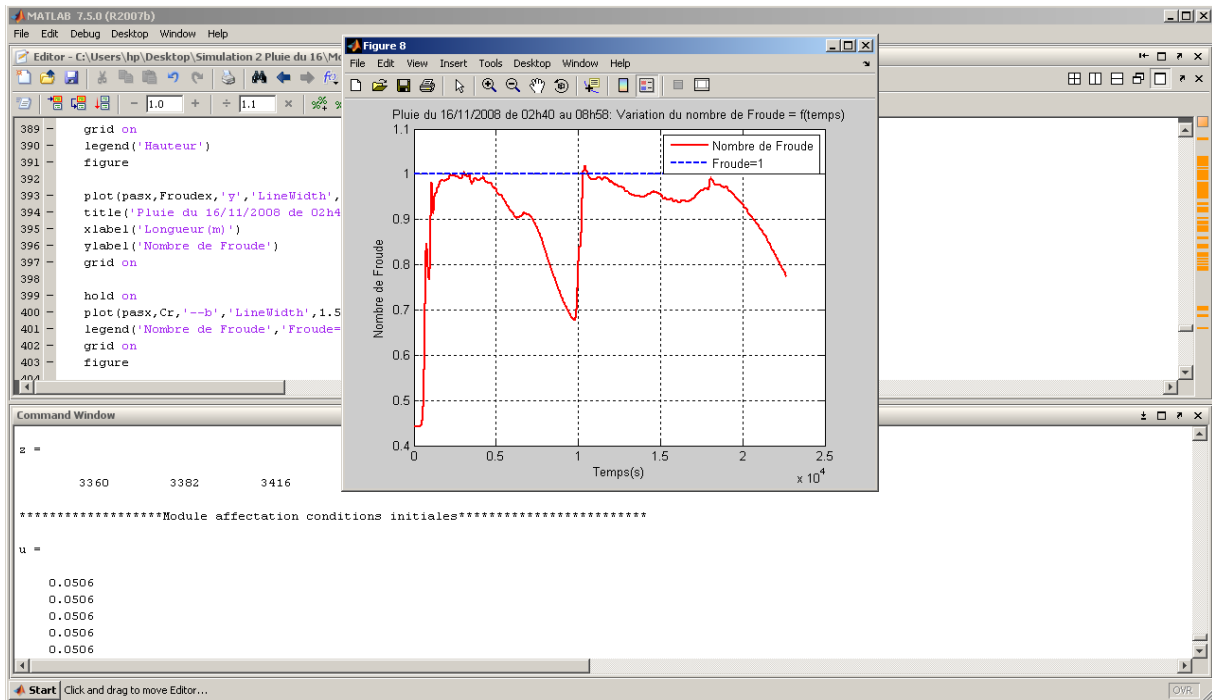
```

130 disp(' *****Module CALCUL Tronçon 1*****')
131 for n=1:N(k)
132     for l=2:I(k)+1
133         u(i,n+1)=u(i,n)+g.*dt(k).*(pt(k)-j(i,n)-(dt(k)./(2.*dx(k))).*(u(i,n)...
134         .* (u(i+1,n)-u(i-1,n))+g.*(h(i+1,n)-h(i-1,n))))
135         h(i,n+1)=h(i,n)-(dt(k)./(2.*dx(k))).*(s(i,n)./ds(i,n)).*(u(i+1,n)-u(i-1,n)...
136         +u(i,n).*(h(i+1,n)-h(i-1,n)));
137         TETA(i,n+1)=2*acos(1-2.*h(i,n+1)./DN(k));
138         ds(i,n+1)=2.*sqrt(2.*DN(k)./2).*h(i,n+1)-h(i,n+1).*h(i,n+1);
139         Rh(i,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(i,n+1)-sin(TETA(i,n+1))).*(2./DN(k).*TETA(i,n+1));
140         j(i,n+1)=(u(i,n+1).^2)./(kms.^2).*(Rh(i,n+1)).^(4/3));
141         qs(i,n+1)=(DN(k).*DN(k)./8).*(2.*acos(1-2.*h(i,n+1)./DN(k))-sin(2.*acos(1-2.*h(i,n+1)./DN(k))));
142         g(i,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(i,n+1)-sin(TETA(i,n+1)));
143         Q(i,n+1)=u(i,n+1).*qs(i,n+1);
144         C(i,n+1)=sqrt(abs(g.*qs(i,n+1)./ds(i,n+1)));
    
```

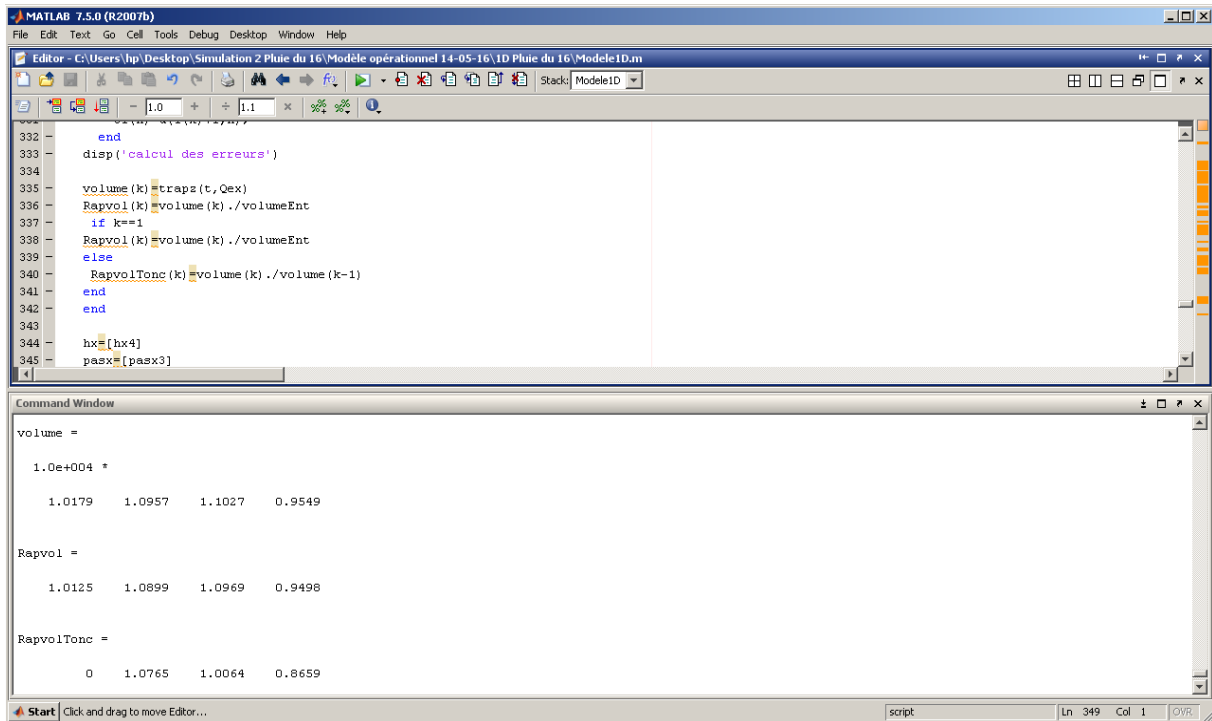
The Command Window displays numerical results for columns 38206 through 38220 and 38221 through 38235. The values are as follows:

Column Range	0.4909	0.4908	0.4906	0.4905	0.4904	0.4903	0.4902	0.4901	0.4900	0.4899	0.4898	0.4896	0.4895	0.4894	0.4893
38206-38220	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38221-38235	0.4892	0.4891	0.4890	0.4889	0.4887	0.4886	0.4885	0.4884	0.4883	0.4882	0.4881	0.4880	0.4878	0.4877	0.4876

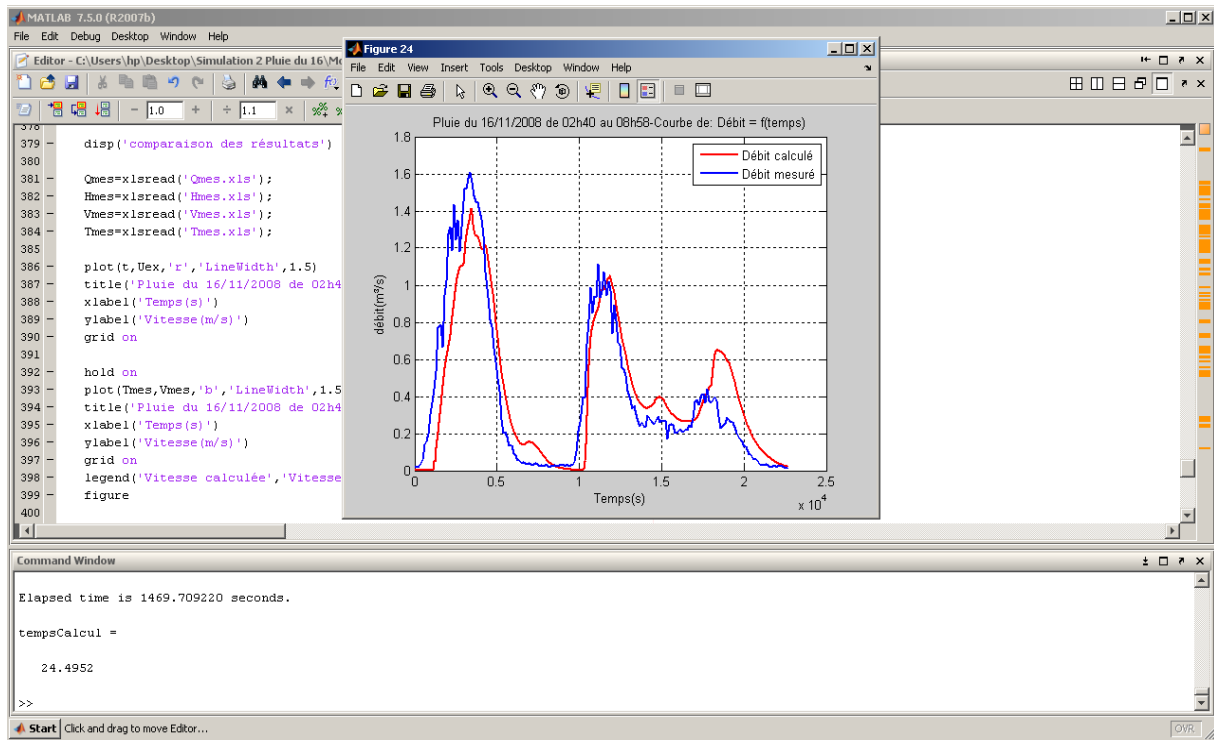
e. Affichage des résultats par tronçon



f. Calcul d'erreurs par tronçon



g. Comparaison des grandeurs calculées et mesurées



Présentation du code de calcul relatif au modèle de couplage 1D/2D

a. Définition de la géométrie du problème

```

1 - c1c
2 - clear all
3 -
4 - tic
5 - disp('*****Modèle de couplage 1D/2D*****')
6 - disp('Entrer les données géométriques du réseau à modéliser:')
7 - disp('Longueur des tronçons en mètres:')
8 - l=[4 120.16 4 140.98 4 104.68 4 114.67 4]
9 - disp('pente des tronçons:')
10 - pt=[0.001 0.0065 0.001 0.0031 0.001 0.0031 0.001 0.0055 0.001]
11 - disp('Diamètre des tronçons:')
12 - DN=[2 2 3 2 3 2 3 1.5 2]
13 - disp('entrer les données hydrauliques de l événement pluvieux à modéliser')
14 - Ti=xlsread('Tent.xls');
15 - Hi=xlsread('Hent.xls');
16 - Ui=xlsread('Uent.xls');

```

```

*****Modèle de couplage 1D/2D*****
Entrer les données géométriques du réseau à modéliser:
Longueur des tronçons en mètres:

l =

    4.0000   120.1600    4.0000   140.9800    4.0000   104.6800    4.0000   114.6700    4.0000

pente des tronçons:

pt =

    0.0010    0.0065    0.0010    0.0031    0.0010    0.0031    0.0010    0.0055    0.0010

```

b. Affectation des conditions initiales 2D

```

102 -
103 - disp('*****conditions initiales 2D*****')
104 - for i=1:I(k)+1
105 -     for iy=1:Iy(k)+1
106 -         h(i,iy)=0.001.*DN(k); %***** Débit de mouillage ne doit pas dépasser 2 mm????
107 -         TETA(i,iy)=2*acos(1-(2.*h(i,iy))./DN(k));
108 -         Rh(i,iy)=((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(i,iy)-sin(TETA(i,iy))).*(2./DN(k).*(TETA(i,iy)));
109 -         u(i,iy)=(hms.*(Rh(i,iy)).^(2/3)).*(pt(k)).^(1/2));
110 -         s(i,iy)=((DN(k).*(DN(k))./8).*(TETA(i,iy)-sin(TETA(i,iy))));
111 -         ds(i,iy)=2.*sqrt(2.*DN(k)./2).*(h(i,iy)-h(i,iy)).*(h(i,iy));
112 -         Q(i,iy)=u(i,iy).*(s(i,iy));
113 -         j(i,iy)=((NU)^2).*(u(i,iy)).*((sqrt(u(i,iy).^2)+(v(i,iy).^2))./(h(i,iy).^(4/3))));
114 -         jy(i,iy)=((NU)^2).*(v(i,iy)).*((sqrt(u(i,iy).^2)+(v(i,iy).^2))./(h(i,iy).^(4/3)))).*(DN(k)+h(i,iy))./DN(k).*(h(i,iy)).
115 -         C(i,iy)=sqrt(g.*(s(i,iy))./ds(i,iy));
116 -         Froude(i,iy)=u(i,iy)./C(i,iy);

```

```

z =

    3360

N =

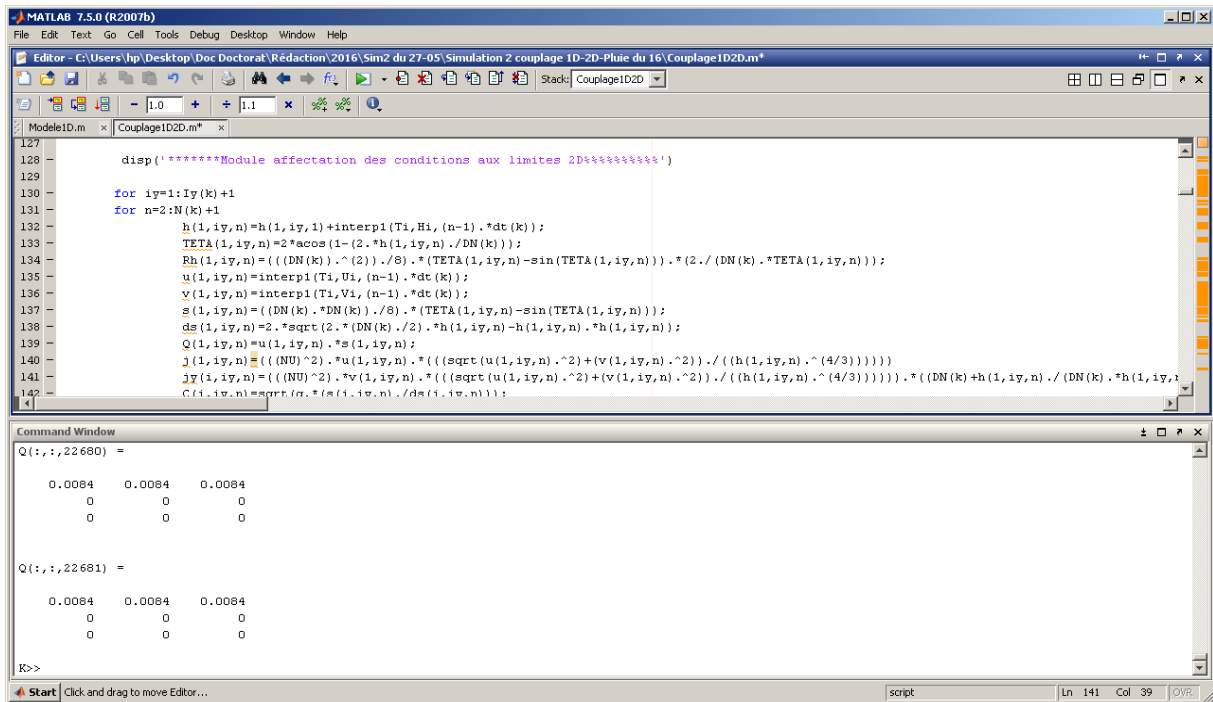
    22680

*****conditions initiales 2D*****
u =

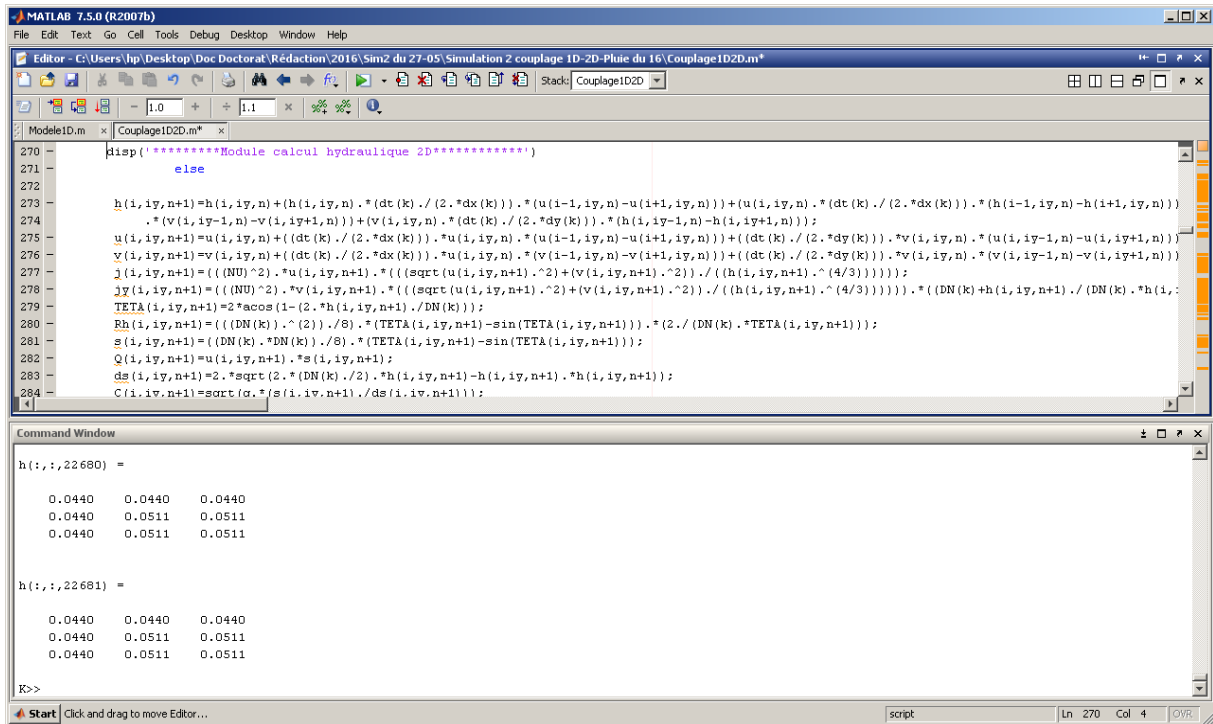
    0.0306    0.0306    0.0306

```

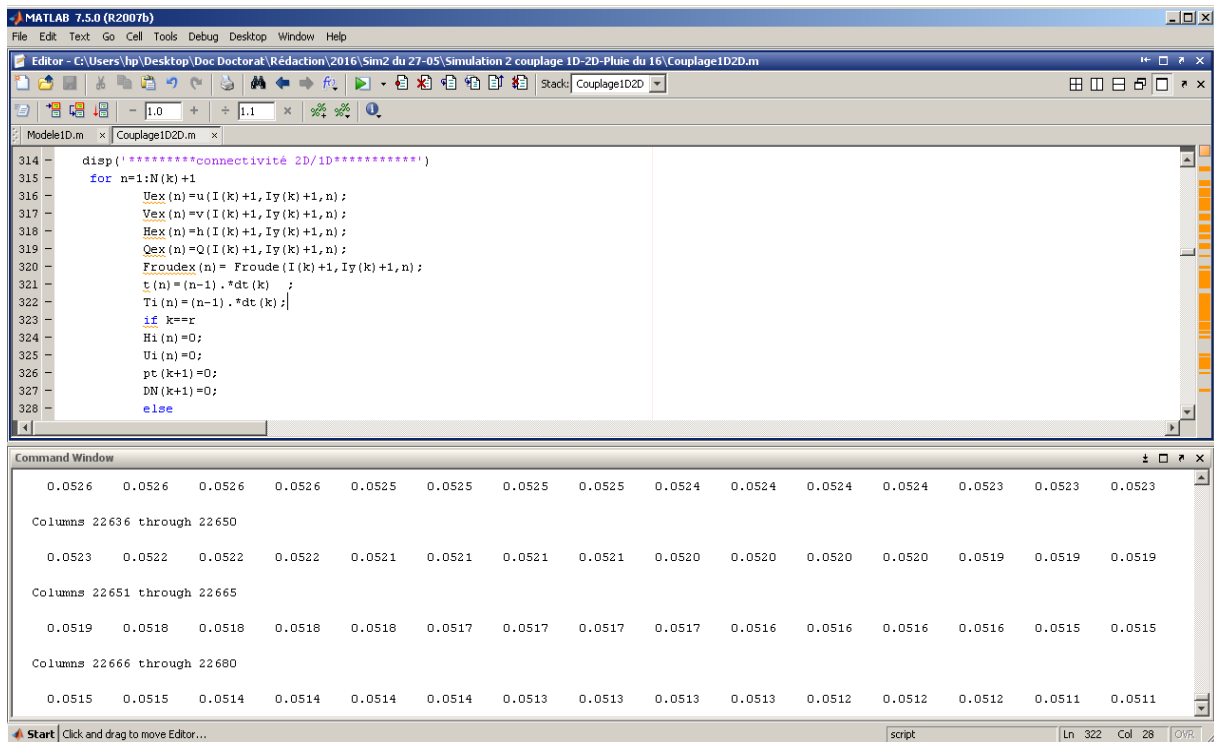
c. Affectation des conditions aux limites 2D



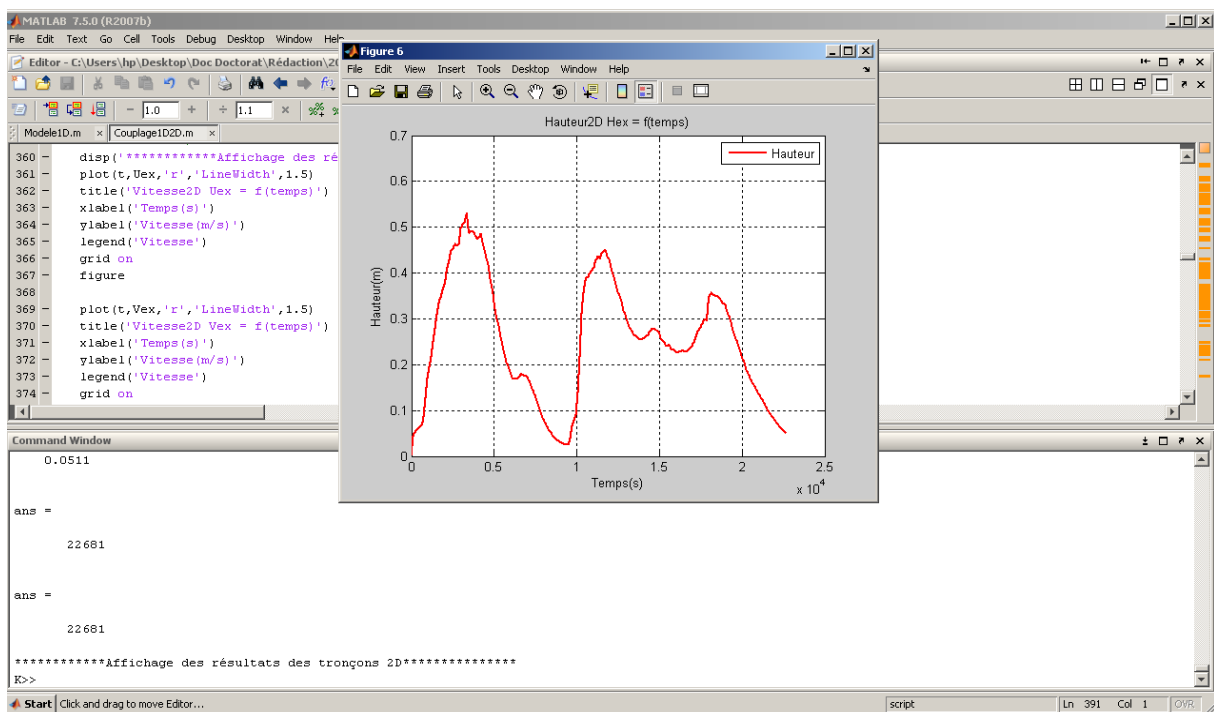
d. Calcul hydraulique 2D



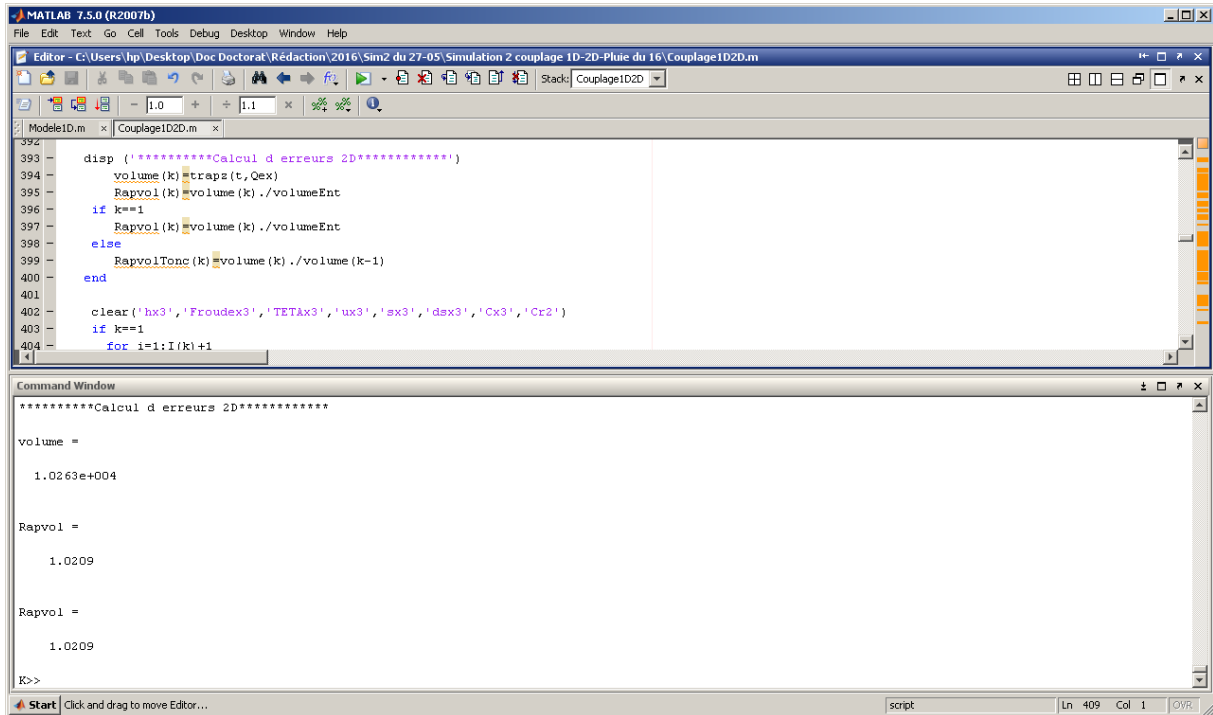
e. Connectivité 2D/1D



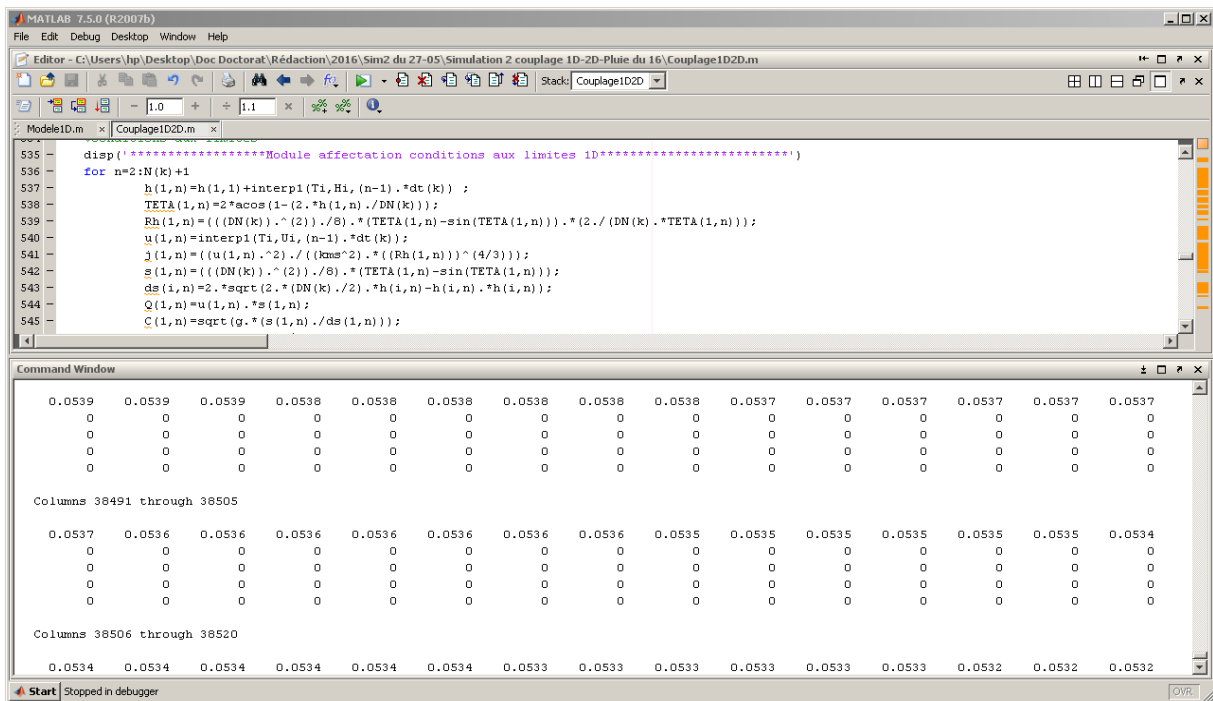
f. Affichage des résultats par tronçon 2D



g. Calcul d'erreurs par tronçon 2D



h. Affectation des conditions aux limites 1D



i. Calcul hydraulique par tronçon 1D

```

552 disp('*****Module CALCUL hydraulique des tronçons 1D*****')
553 for n=1:N(k)
554     for i=2:I(k)+1
555         if i==I(k)+1
556
557             TTTETA(i,n+1)=2*acos(1-(2.*h(I(k)+1,n+1)./DN(k+1)));
558             ss(i,n+1)=((DN(k+1).*(DN(k+1))./8).*(TTTETA(I(k)+1,n+1)-sin(TTTETA(I(k)+1,n+1)));
559             RRh(i,n+1)=(((DN(k+1)).^(2))./8).*(TTTETA(I(k)+1,n+1)-sin(TTTETA(I(k)+1,n+1)).*(2./DN(k+1).*(TTTETA(I(k)+1,n+1)));
560             ud(i,n+1)=(kms.*(RRh(I(k)+1,n+1)).^(2/3)).*(pt(k+1)).^(1/2));
561             jd(i,n+1)=(-0.5/(2*g)).*((u(I(k)+1,n+1)).^2)-(ud(I(k)+1,n+1).^2));
562             dss(i,n+1)=2.*sqrt(2.*DN(k+1)./2).*(h(I(k)+1,n+1)-h(I(k)+1,n+1).*(h(I(k)+1,n+1)));
563             TETA(i,n+1)=2*acos(1-(2.*h(I(k)+1,n+1)./DN(k)));
564             Rh(i,n+1)=(((DN(k)).^(2))./8).*(TETA(I(k)+1,n+1)-sin(TETA(I(k)+1,n+1)).*(2./DN(k).*(TETA(I(k)+1,n+1)));
565             j(i,n+1)=jd(I(k)+1,n+1)+(u(I(k)+1,n+1).^2)./(kms.^2).*((Rh(I(k)+1,n+1)).^(4/3));
    
```

Command Window

0.0102	0.0102	0.0102	0.0102	0.0102	0.0102	0.0102	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101
0.0119	0.0119	0.0119	0.0119	0.0119	0.0119	0.0119	0.0119	0.0119	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118
0.0117	0.0117	0.0117	0.0117	0.0117	0.0117	0.0117	0.0117	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116
0.0128	0.0128	0.0128	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0126	0.0126
0.0128	0.0128	0.0128	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0126	0.0126

Columns 38521 through 38528

0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0100
0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118	0.0118
0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0116	0.0115
0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126
0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126

j. Connectivité 1D/2D

```

645 disp('*****connectivité 1D/2D*****')
646 for n=1:N(k)+1
647     t(n)=(n-1).*dt(k);
648     Uex(n)=u(I(k)+1,n);
649     Hex(n)=h(I(k)+1,n);
650     Qex(n)=Q(I(k)+1,n);
651     Froudex(n)=Froudex(I(k)+1,n);
652
653     Ti(n)=(n-1).*dt(k);
654
655     H1(n)=h(I(k)+1,n);
656     U1(n)=u(I(k)+1,n);
    
```

Command Window

0.0131	0.0131	0.0131	0.0131	0.0130	0.0130	0.0130	0.0130	0.0130	0.0130	0.0130	0.0130	0.0130	0.0129	0.0129
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 38491 through 38505

0.0129	0.0129	0.0129	0.0129	0.0129	0.0129	0.0129	0.0129	0.0128	0.0128	0.0128	0.0128	0.0128	0.0128	0.0128
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

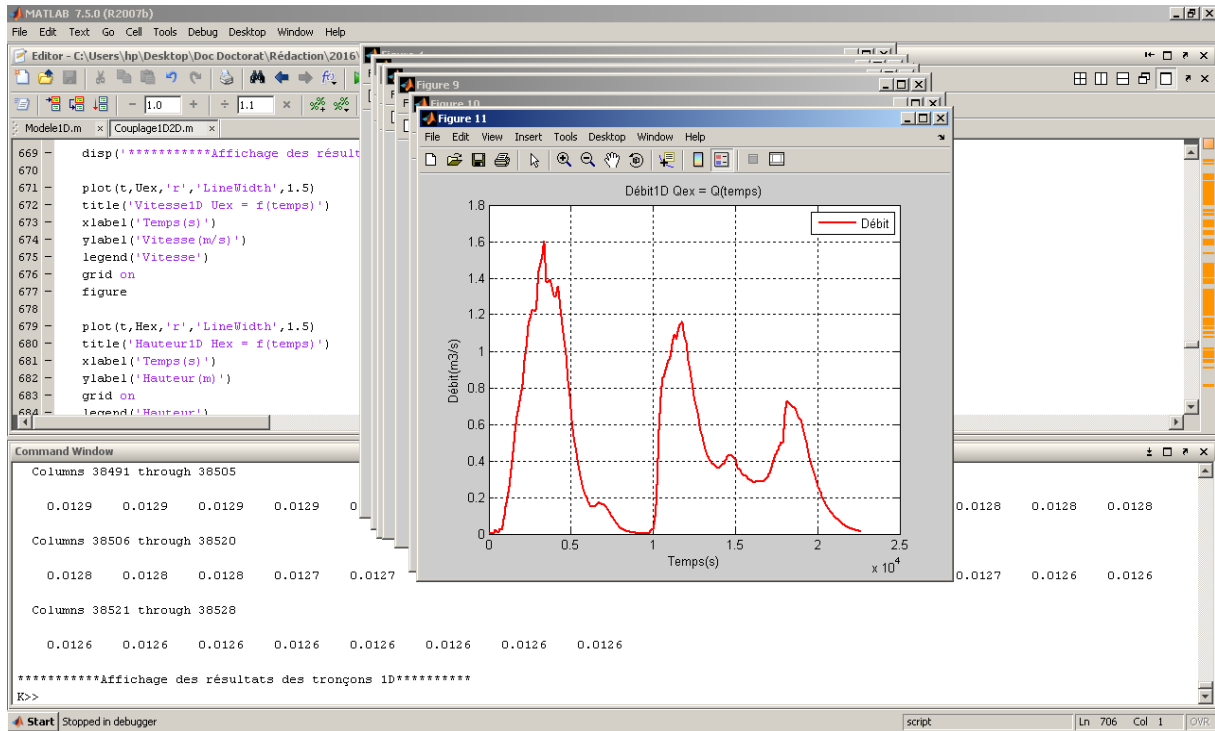
Columns 38506 through 38520

0.0128	0.0128	0.0128	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0127	0.0126	0.0126
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

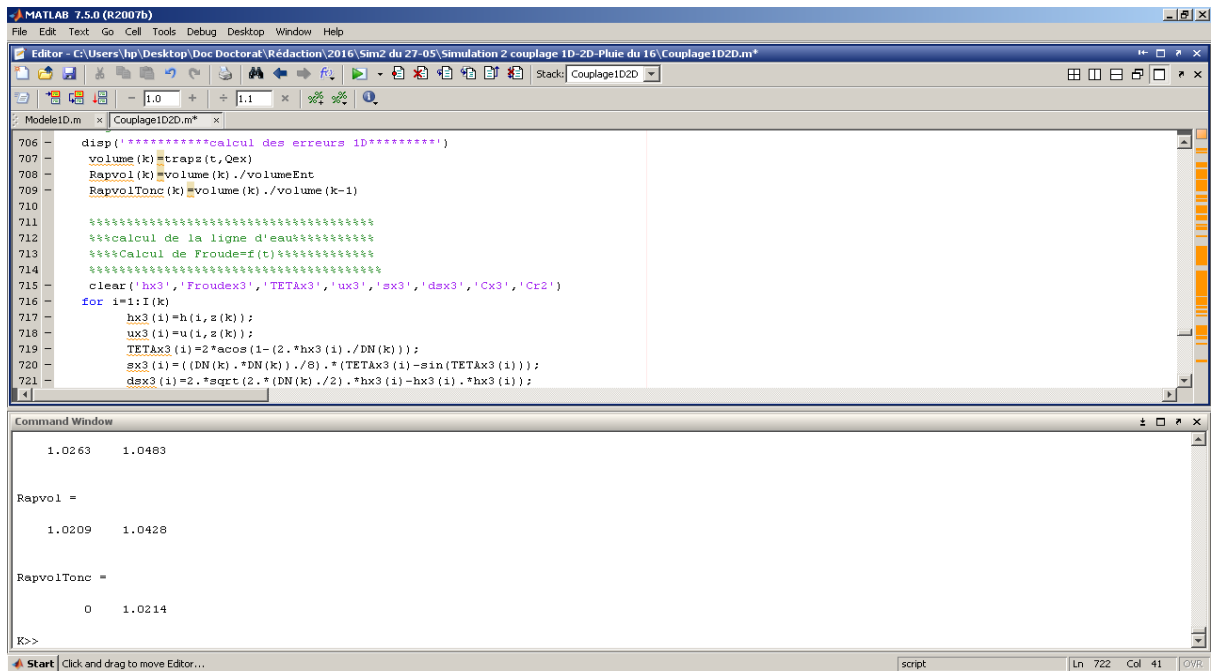
Columns 38521 through 38528

0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

k. Affichage des résultats par tronçon 1D



1. Calcul d'erreurs par tronçon 1D



m. Comparaison des grandeurs calculées et mesurées

