

M0018/984

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département de Génie Civil



Présentée par

Yamina AIMENE

Ingénieur d'Etat en Génie Civil

En vue de l'obtention du titre de
MAGISTER en GENIE CIVIL

THEME

**INVESTIGATION DU PHENOMENE
DE PROPAGATION D'ONDES SISMIQUES
DANS LES VALLEES RECTANGULAIRES**

Soutenue publiquement le 30 juin 1998 devant le jury d'examen :

Mr. B. TILIOUINE	Professeur, ENP	Président
Mr. M.K. BERRAH	Maître de Conférences, ENP	Rapporteur
Mr. S. BELKACEMI	Maître de Conférences, ENP	Examineur
Mr. M. DEMIDEM	Chargé de Cours, ENP	Examineur
Mr. M. HAMMOUTENE	Maître de Conférences, ENP	Examineur

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département de Génie Civil



Présentée par

Yamina AIMENE

Ingénieur d'Etat en Génie Civil

En vue de l'obtention du titre de
MAGISTER en GENIE CIVIL

THEME

**INVESTIGATION DU PHENOMENE
DE PROPAGATION D'ONDES SISMIQUES
DANS LES VALLEES RECTANGULAIRES**

Soutenue publiquement le 30 juin 1998 devant le jury d'examen :

Mr. B. TILIOUINE	Professeur, ENP	Président
Mr. M.K. BERRAH	Maître de Conférences, ENP	Rapporteur
Mr. S. BELKACEMI	Maître de Conférences, ENP	Examineur
Mr. M. DEMIDEM	Chargé de Cours, ENP	Examineur
Mr. M. HAMMOUTENE	Maître de Conférences, ENP	Examineur

RESUME

Une approche basée sur la méthode des couches minces (Thin Layer Method ou T.L.M.) est utilisée pour l'évaluation de l'effet sur le champ sismique d'une géométrie bi-dimensionnelle en l'occurrence une inclusion souple (vallée) enclavée dans un demi-espace surmontant une base rigide.

Le but principal de cette étude est d'expliquer et de prévoir les amplifications du champ sismique au droit des inclusions souples avec un intérêt particulier pour le cas d'inclusions très étendues.

Les résultats obtenus montrent que le cas des vallées souples ne peut être abordé de façon correcte qu'en ayant recours à des méthodes sophistiquées telle que la T.L.M. même lorsque celles-ci sont d'étendue latérale élevée.

En effet, les résultats obtenus mettent en évidence une forte variabilité en terme d'amplitude du mouvement sismique, ce qui entraînera des implications importantes au plan de la conception parasismique des structures étendues et à appuis multiples.

Mots clefs: -M.E.F. - Hyperélément - Frontière transmettante - Inclusion souple - Propagation d'ondes - Réponse Sismique.

ABSTRACT

An approach based on the Thin Layer Method (T.L.M.) is used to evaluate the effect of the two-dimensional geometry characterized by a soft inclusion in a half-space resting on a rigid base, on the seismic field.

The aim of this work, is to explain and predict for the seismic field amplification characteristics with a particular attention for the case of a very large soft inclusion.

The results obtained show that the case of soft inclusions could not be correctly treated without having recourse to sophisticated methods such as the T.L.M., even for the case of large inclusions.

In fact, the results obtained have shed light on the spatial variability in terms of amplitudes, which has important implications on earthquake resistant design of extended or multiply-supported structures.

Key words: -F.E.M. - Hyperelement - Transmitting boundary - Soft inclusion - Wave propagation - Seismic response.

ملخص

تستعمل طريقة الطبقات الرقيقة (T.L.M.) لدراسة تأثير التكوينات الطبيعية مع تخصيص السهول المرنة ذات ثنائية الأبعاد المحتواة في نصف مستوى محدود من الأسفل بطبقة صلبة, على الحقل المهتز.

الهدف من هذا البحث هو تحليل و استدراك بلاغ حركي للحقل المهتز عند اقترابه من هذه التكوينات الطبيعية مع الأخذ بعين الاعتبار السهول الممتدة.

نتائج هذا الاستدراك تبين أن مثل هذه المنشآت الطبيعية لا يمكن دراستها إلا باللجوء إلى طرق جد فعالة مثل طريقة الطبقات الرقيقة و لو كانت هذه السهول المرنة ممتدة.

خلاصة هذا البحث تبين عدم تجانس حركة التربة إذ أنها تتعرض لحركات جد عالية تتميز بتغيرات تفاضلية . هذه الظاهرة تمثل أهمية ملموسة لتصميم الأسس الحاملة المتعددة و المنشآت الممتدة للأماكن المهتزة .

REMERCIEMENTS

Je remercie chaleureusement mon directeur de thèse M^r M. K. BERRAH, Maître de Conférences (ENP) qui, malgré ses occupations combien nombreuses, n'a jamais ménagé aucun effort pour suivre de près cette étude. Qu'il trouve ici le témoignage de ma sincère gratitude pour ses conseils avisés et ses encouragements.

Je remercie vivement les membres de jury : M^r B. TILIOUINE, Professeur (ENP) président, M^r S. BELKACEMI, Maître de Conférences (ENP), M^r M. HAMMOUTENE, Maître de Conférences (ENP) et M^r M. DEMIDEM, Chargé de Cours (ENP) pour m'avoir fait l'honneur de présider ou d'examiner ce travail.

M^r D. ZENDAGUI, M^r N. SLIMANI et M^r M. HADID doivent trouver ici mes sincères remerciements pour l'aide qu'ils m'ont apportée.

Enfin, je ne saurai oublier d'exprimer mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

SOMMAIRE



CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE	1
I-1- Objectifs	1
I-2- Organisation	3

CHAPITRE II

EFFETS DE CONDITIONS LOCALES DE SITE : REVUE DES TRAVAUX ANTERIEURS.	4
II-1- Introduction.	4
II-2- Revue des travaux antérieurs.	4
II-3- Méthodes d'analyse existantes.	8
II-4- Conclusion.	11

CHAPITRE III

NOTIONS D'ELASTODYNAMIQUE ET DE PROPAGATION D'ONDES.	12
III-1- Introduction.	12
III-2- Notions d'élastodynamique.	13
III-2-1- Milieu élastique.	13
III-2-1-1- Equations de mouvement.	13
III-2-1-2- Potentiels de champ de déplacement.	14
III-2-1-3- Equations d'ondes.	15
III-2-2- Milieu viscoélastique.	17
III-2-2-1- Milieu viscoélastique - Modules complexes.	17
III-3- Notions de propagation d'ondes.	19
III-3-1- Ondes dans un milieu non borné.	19
III-3-1-1- Ondes dans un milieu élastique.	19
III-3-1-2- Ondes dans un milieu viscoélastique.	22
III-3-2- Ondes harmoniques planes dans un demi-espace.	22

III-3-2-1- Ondes de volume.	22
III-3-2-2- Ondes de surface.	26
III-3-3- Ondes dans un milieu hétérogène multicouche.	27
III-3-3-1- Matrice de transfert.	27
III-3-3-1- Matrice de rigidité.	29
III-4- Conclusion.	29

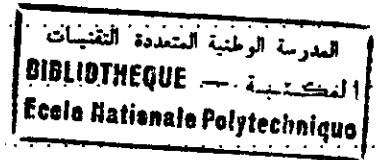
CHAPITRE IV

PRESENTATION DE LA METHODE DES COUCHES MINCES (T.L.M.)	30
IV-1- Introduction.	30
IV-2- Revue des travaux antérieurs.	31
IV-3- Considérations générales.	32
IV-3-1- Notions préliminaires.	32
IV-3-2- Fondement théorique.	33
IV-3-3- Description du modèle de K & R	34
IV-4- Présentation de la T.L.M.	36
IV-4-1- Application au stratum en Mouvement plan.	36
IV-4-2- Application au stratum en cisaillement anti-plan.	45
IV-4-3- Application au cas d'un mouvement à la base (excitation sismique)	50
IV-5- Précision de la méthode.	52
IV-6- Conclusion.	53

CHAPITRE V

REPONSE SISMIQUE DES VALLEES RECTANGULAIRES.	54
V-1- Introduction.	54
V-2- Application de la T.L.M à la détermination des réponses sismiques des vallées rectangulaires.	55
V-3- Paramètres affectant la réponse sismique des vallées rectangulaires.	58
V-3-1- Influence des conditions géométriques.	59

V-3-2- Influence des conditions rhéologiques.	62
V-3-3- Influence des paramètres sismiques.	65
V-4 Conclusion.	67



CHAPITRE VI

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.	105
VI-1- Conclusions.	105
VI-2- Recommandations pour travaux futurs.	106

ANNEXES

Annexe A: Détermination des fréquences naturelles.	107
Annexe B: Présentation des matrices élémentaires pour une extension linéaire.	109
Annexe C: Détermination du champ de déplacement.	111

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.	112
--------------------------------------	-----

*” On observe que les vallées resserrées dans les hautes montagnes ont
ressenti des secousses plus violentes ”*

J. C. F. Ladoucette, Note sur le tremblement de terre piémontais du 2 avril 1808,
dans *”Histoire , topographie, antiquités, usages, dialectes des Hautes-Alpes ”*
Paris 1848.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

I-1- OBJECTIFS

La détermination de la réponse dynamique des structures à des excitations sismiques est sans doute d'une importance capitale dans l'estimation de la sécurité et de la stabilité des ouvrages. En effet, les séismes représentent l'une des plus importantes sollicitations dynamiques auxquelles une structure est soumise durant sa durée de vie. Ce sont des phénomènes très complexes qui se traduisent par des désordres mécaniques et qui se propagent dans le sol sous forme d'ondes susceptibles de transporter un niveau d'énergie très élevé.

L'onde sismique qui traverse un massif de sol de caractéristiques fortement inconnues, induit des vibrations qui présentent une grande variabilité en surface et en profondeur dont l'importance est établie pour les structures étendues ou à appuis multiples et les structures enterrées. Cette variabilité spatiale du mouvement sismique est étroitement liée à quatre phénomènes distincts [19]:

- (1) la modification de l'onde sismique lors de son trajet du foyer au site de projet, en raison de la dispersion des ondes sismiques par réflexion ou réfraction, ou de la superposition différentielle des ondes provenant du foyer: c'est l'effet d'incohérence ;
- (2) la différence dans le temps d'arrivée des ondes au niveau de stations distinctes : c'est l'effet de passage d'ondes ;
- (3) la diminution des amplitude des ondes due à l'énergie de dissipation dans le massif de sol: c'est l'effet d'atténuation;
- (4) l'altération du mouvement sismique en raison des conditions locales de site : c'est l'effet de réponse de site.

Généralement l'effet de l'atténuation est insignifiant dans le cas des structures non étendues car leurs dimensions sont généralement petites par rapport à la distance nécessaire pour la mise en évidence de ces effets.

Dans la perspective d'une réelle prise en charge du phénomène de variabilité spatiale du chargement sismique dans toute sa complexité, il s'avère important de considérer le cas des vallées alluviales ou sédimentaires qui sont des structures géomorphologiques intéressantes où ces effets sont générés simultanément. Succinctement, on dira que ces effets responsables de la variabilité du mouvement sismique, recouvrent tous les phénomènes dus aux propriétés du voisinage immédiat du site considéré. Ils provoquent une altération significative des caractéristiques spectrale et temporelle des signaux sismiques; ils seront désignés dans la suite par "effet de conditions locales de site".

Bien que l'étude de la variabilité spatiale et temporelle du signal sismique a été prise en charge par le biais de données de denses réseaux d'accélérographes (déployés en surface et en profondeur) et ceci par la mise au point d'approches expérimentales, il reste que ces modèles ne sont valables que pour les sites étudiés. A cet effet, la prédiction de ces effets sur des sites quelconques passerait obligatoirement par une bonne modélisation numérique. Malheureusement, celle-ci se heurte à une triple complexité : la première a trait à la constitution du champ incident d'ondes sismiques, la seconde concerne la rhéologie des matériaux traversés par ces ondes et enfin, la troisième provient de la structure géologique au

voisinage du site considéré. Afin de quantifier l'effet de la variabilité spatio-temporelle du signal sismique, un certain nombre de travaux ont été effectués.

Dans un premier temps, les procédures communément utilisées pour étudier ces effets se sont basées sur l'hypothèse d'une propagation d'ondes dans un milieu stratifié verticalement et ayant une extension latérale infinie [33, 69] c'est le modèle de géométrie unidimensionnelle 1D. Cependant, il existe un volume croissant d'observations évidentes et de phénomènes à complexités rehaussées qui montrent que cette configuration n'est pas suffisante pour interpréter tous les aspects observés, notamment des amplifications importantes et à des fréquences inattendues. En effet, les dépôts de sol sont souvent en forme de bassin et cette situation a motivé de nouvelles recherches permettant la réelle quantification de ces effets par des modèles bi ou tridimensionnels.

La solution du problème de propagation d'ondes sismiques par les modèles de géométrie bidimensionnelle est rendue possible par plusieurs approches, à savoir la méthode d'Aki-Larner (A-L) [3], la méthode des éléments finis (M.E.F.) [21, 48] ou la méthode des éléments aux frontières (B.E.M.) [54, 58, 80]. Cependant ces différentes approches posent le problème de la discrétisation du domaine (éléments finis) ou de la frontière (méthode d'Aki-Larner ou des éléments aux frontières) ce qui limite leur utilisation à des structures d'étendue latérale relativement moyenne. Ceci nous a motivé à prendre en charge les structures étendues où d'importants mouvements différentiels ont été observés [1].

Une méthodologie a été développée en 1977 par Kausel et Roësset **K & R** [37] pour l'étude des milieux stratifiés de largeur finie. Elle consiste à modéliser le sol en éléments finis rectangulaires basés sur une expression arbitraire du déplacement dans la direction verticale et un champ analytique connu dans la direction horizontale: c'est la méthode semi-analytique de **K & R**. Cette méthode approximative est fondée sur des concepts éléments finis. Elle est basée sur la discrétisation du milieu dans le sens des couches (i.e. vertical) en couches minces; elle fait partie de la grande famille de méthodes appelées communément la méthode des couches minces (Thin Layer Method ou T.L.M.) [42, 43]. La finitude artificielle du milieu considéré nécessite une prise en charge particulière consistant à imposer aux frontières du modèle des conditions spéciales. Basé sur la T.L.M., Waas [74] a proposé des modèles de conditions aux frontières susceptibles de reproduire correctement la nature semi-infinie du milieu étudié, c'est à dire la prise en compte des radiations d'ondes en champ lointain. Ces frontières sont utilisées dans le but de séparer le modèle élément fini conventionnel correspondant à la région irrégulière ou de conditions aux frontières non homogènes (fondation,...), du milieu semi-infini du champ lointain, elles sont connues sous le nom de frontières transmittantes (fig.4.4a,b, chap.VI).

La T.L.M., avec l'utilisation conjointe de la méthode de **K et R** et des frontières transmittantes de Waas (fig.1a) peut constituer une approche globale pour l'estimation de la réponse dynamique des vallées sédimentaires et alluviales. Elle présente une alternative intéressante aux méthodes précédentes dans le sens où la discrétisation du milieu est considéré dans la direction verticale seulement; l'effort de calcul étant indépendant des dimensions latérales des structures géomorphologiques considérées.

L'évaluation des effets de conditions locales de sites au droit des vallées alluviales et sédimentaires constitue le but principal de la présente étude, avec un intérêt particulier pour les structures très étendues, en vue de la mise en évidence des effets de la variabilité spatiale du mouvement sismique ne pouvant être décelés par les modèles de géométrie unidimensionnelle. La variabilité spatiale est prise en compte dans ses différents volets.

I-2- ORGANISATION

Nous avons consacré le deuxième chapitre de cette thèse à un exposé de l'état de l'art en matière d'analyse des effets de conditions locales de sites ainsi qu'à une description des différentes méthodes de traitement de la variabilité du mouvement sismique en surface et en profondeur.

Le troisième chapitre donne un aperçu général de certaines notions de l'élastodynamique et de propagation d'ondes, l'accent a été particulièrement mis sur la propagation d'ondes en milieu viscoélastique avec l'introduction de modules complexes ainsi que sur la propagation d'ondes en milieux stratifiés.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des couches minces restreinte à la présentation de la méthode semi-analytique de **K** et **R** et des frontières transmittantes. Une application de cette théorie est présentée d'une part aux cas du stratum en mouvement plan et cisaillement anti-plan et d'autre part à son application au cas d'un mouvement à la base permettant ainsi l'analyse du stratum sous l'effet d'une excitation sismique.

Une partie du cinquième chapitre est consacrée à l'application de la T.L.M. aux cas d'un profil de sol présentant une hétérogénéité mécanique et géométrique pour se prêter à l'étude de la réponse sismique des vallées, une deuxième partie reprend les résultats obtenus à partir d'essais paramétriques. Il s'agit des résultats concernant l'influence des paramètres géologique, rhéologique et sismique sur les caractéristiques de vibrations des vallées.

Enfin, les différentes conclusions tirées de cette étude sont données au sixième chapitre, suivies par quelques recommandations pour travaux futurs.

CHAPITRE II
EFFETS DE CONDITIONS LOCALES DE SITE :
REVUE DES TRAVAUX ANTERIEURS

EFFETS DE CONDITIONS LOCALES DE SITE :

REVUE DES TRAVAUX ANTERIEURS

II-1- INTRODUCTION

Il n'existe aucun doute sur le fait que le mécanisme de source gouverne l'irradiation de l'énergie sismique. Il n'est guère moins certain non plus que les ondes sismiques émises par la source sont fortement altérées par les propriétés du matériau traversé ainsi que par les hétérogénéités rencontrées sur le chemin.

Lors d'un passage d'ondes dans un sol, les lois d'atténuation suggèrent que des niveaux d'accélération inférieurs soient attendus à des sites situés à des distances importantes de l'épicentre. En effet, le signal d'origine se propage et en raison des caractéristiques dissipatives du sol, il y a perte d'énergie, une diminution des amplitudes des déplacements et un étalement du signal d'origine à cause du caractère dispersif des ondes. Cependant, il arrive que des accélérations importantes parfois proches de celles observées au niveau de l'épicentre soient enregistrées au niveau de certains sites, à l'instar du séisme de Mexico 1985 [1].

La modification du signal sismique par les paramètres géologiques et géométriques est un phénomène observé sur plusieurs sites, notamment lors de la comparaison du même événement sur divers sites géologiques équidistants [48]. Les données expérimentales et théoriques concernant les amplifications locales de sol montrent que ces effets particuliers sont observés au droit de deux types de structures géomorphologiques :

- les reliefs topographiques dont les effets ont été évoqués afin d'expliquer les observations des séismes de Provence (1909), San-Francisco (1963) et Irpinia (1980).

- Les vallées sédimentaires et alluviales dont les effets ont été observés lors des séismes de Skopje (1963), Caracas (1967) et de Mexico (1985).

L'importance des phénomènes observés dus aux propriétés du voisinage, transparaît nettement au travers des observations macroscopiques les plus anciennes à l'échelle de la sismologie : San Francisco 1906, Provence 1909 jusqu'aux résultats les plus récents [9]. Ces phénomènes de modification qui sont à l'origine de dégâts importants ont énormément intéressé la communauté des ingénieurs et des sismologues, et ont fait l'objet de plusieurs investigations.

II-2- REVUE DES TRAVAUX ANTERIEURS

Les effets de conditions locales de site sur le mouvement du sol sont assez observés dans les documents de sismologie. Ces effets liés d'une part aux reliefs topographiques et d'autre part aux hétérogénéités latérales du sol ont été observés macrosismiquement ces trois dernières décennies lors des tremblements de terre naturels ou artificiels, et sont à la base

d'altérations significatives des caractéristiques spectrales ou temporelles des signaux sismiques [4, 9].

En effet, la distribution des dommages localisés à Skopje Yougoslavie lors du séisme du 26 juillet 1963 et les conséquences désastreuses observées à Mexico-City lors du séisme de Michoacán du 19 septembre 1985 sont fortement liées aux hétérogénéités latérales des sites; de même, les reliefs topographiques à savoir les irrégularités souterraines et de surface ont été à l'origine d'une part d'accélération élevées enregistrées au barrage des Pacoima durant le séisme de San Fernando, Californie du 9 février 1971, et d'autre part d'incrémentations au delà de 2 degrés sur l'échelle d'intensité MSK lors du séisme d'Irpinia en Italie du 23 novembre 1980 [1, 59].

Aussi, dans un champ d'étude dans les montagnes des Appalaches utilisant des mines explosives, des rapports moyens d'amplitude entre les sommets et les vallées montrent des amplifications du mouvement aux crêtes variant de 1.7 à 3.4, avec des dommages accentués au droit des reliefs raides et des surfaces topographiques compliquées [59].

Ces observations ont suscité l'intérêt d'un certain nombre de chercheurs, théoriciens et numériques, et c'est dans cette optique que s'inscrivent et pour la première fois les investigations de Wood en 1908 et Ried en 1910, suite au séisme de San Francisco de 1906, portant sur l'étude du phénomène de modification du signal sismique par les conditions locales de site. Dans son étude, Wood montra que le taux de dégâts causés par le séisme dans les différentes localités dépendait énormément des caractéristiques géologiques du sol. De même Kanai (1954, 1959) et Gutenberg (1957) [in[4, 9]] montrèrent que durant de faibles séismes, l'accélération au niveau du sol était considérablement supérieure à celle obtenue au niveau de la roche affleurante. Ces résultats ont été confirmés avec l'introduction d'appareils d'enregistrement.

Pendant de longues années, ces études étaient essentiellement qualitatives résultant des champs d'observation des dommages durant les grands séismes ou de la comparaison entre les enregistrements du même événement sur divers sites géologiques équidistants. Ces dernières années, l'analyse des données expérimentales concernant l'amplification locale de site a conduit un nombre de chercheurs à penser que les perturbations latérales de la géométrie telles que les reliefs topographiques et l'hétérogénéité latérale du sol peuvent induire de fortes disparités locales du mouvement sismique [64].

A cet effet, la rareté des données quantitatives appropriées qui ne sont valables que depuis 1979 avec les travaux de Tucker et King (1979) [in[9, 72]] et Giffiths et Bollinger (1979) [in [9]] et la large dispersion des données expérimentales ont et très tôt, encouragé et aussitôt lancé les études analytiques et numériques de propagation d'ondes dans les milieux stratifiés, irréguliers... et c'est ainsi que des essais et tentatives ont été effectués ces dernières décennies afin d'évaluer théoriquement de tels effets.

Dans un premier temps, les procédures communément utilisées pour étudier ces problèmes de propagation d'ondes ont été basées sur l'hypothèse d'une propagation verticale des ondes de cisaillement. Cette hypothèse a été utilisée car d'une part il est difficile, voire impossible, de prédire correctement la nature des ondes provenant d'un certain potentiel sismique; d'autre part la transmission ascendante des ondes à travers des couches de rigidités graduellement décroissantes, tend à polariser l'onde dont la direction de propagation devient subverticale. En outre, seuls les mouvements de cisaillements présentaient un intérêt majeur. Dans le cadre de ces études, le sol a été considéré stratifié horizontalement ou semi-infini avec une extension latérale infinie : c'est le modèle mathématique unidimensionnel [50, 55, 64].

Or il est important de rappeler qu'à une incidence oblique, même les ondes de pression peuvent générer des mouvements de cisaillement importants en surface [4, 54]. Le formalisme d'étude du phénomène de propagation d'ondes dans un milieu stratifié sujet à des incidences obliques existent à la lumière du travail fondamental effectué par Thomson (1950) [69], et Haskell (1960-1962) [33] qui ont développé une méthode matricielle basée sur le calcul des coefficients de transfert dans le domaine fréquence-nombre d'ondes (The Haskell-Thomson transfer matrix method). Il est généralement admis que ces prédictions simples sont en conformité avec les observations expérimentales surtout avec l'introduction de la méthode linéaire équivalente par Seed et Idriss en 1969 [50, 63].

Cependant, il existe un volume croissant d'observations évidentes et de phénomènes à complexités rehaussées qui montrent que le modèle unidimensionnel n'est pas suffisant pour interpréter tous les aspects observés. En effet, pour certains séismes, il existe de fortes présomptions (Poceski, 1969 [in[9]]) pour que les irrégularités souterraines aient joué un rôle important dans la répartition spatiale des dommages. De plus, en 1983, King et Tucker [72] ont montré sur la base de données expérimentales extrêmement fiables l'inadéquation totale des interprétations unidimensionnelles pour certaines structures géologiques telles que les vallées alluviales ou sédimentaires. En effet, les dépôts de sol sont souvent en forme de bassin et cette méthode conduit à des désamplifications considérables du mouvement en surface. Ces observations ont incité de nouvelles recherches, et ainsi le problème est traité comme un phénomène spatial [4].

Une revue partielle des travaux effectués sur ce phénomène de propagation d'ondes dans les vallées sédimentaires a été présentée en 1988 par Aki [4]. Si un examen de la littérature révèle une augmentation substantielle des travaux traitant le cas des ondes SH (problème antiplan) [5, 24, 25, 58, 63, 70...], celui-ci met par contre en évidence le manque des études du mouvement plan, cas des ondes P, SV et de Rayleigh (mouvement plan) qui ne sont d'ailleurs disponibles que depuis ces deux dernières décennies [1, 6, 28, 34, 45, 54, 62, 67, 77...].

Les premières études de l'effet des frontières latérales inclinées par opposition aux couches horizontales (cas des vallées de sections triangulaire ou trapézoïdale) pour l'estimation de l'influence des bassins sédimentaires sur un signal plan incident revient à Aki et Larner (1970) [3] qui ont développé à cet effet une méthode semi-analytique semi-numérique (la méthode de Aki-Larner) [4, 5, 6, 7, 8, 9, ...].

Trifunac (1971) [70], Wong et Trifunac (1974) ont étudié la réponse de plusieurs types de vallées à des ondes SH moyennant des méthodes analytiques [71, 79]. Ces travaux étaient limités à l'étude de quelques configurations simples et restent généralement valables tant que la longueur d'ondes des ondes incidentes reste comparable à l'épaisseur des sédiments, aussi ces méthodes ne donnent-elles pas d'informations complètes de la réponse de certaines structures géologiques pour des ondes SV et P. Cependant, tout au long de ces études, de larges amplifications différentes de celles prédites par les modèles unidimensionnels ont été souvent observées.

Bard et Bouchon (1980a, 1985) [5, 10] et Bard et Gariel (1986) [11] ont effectué des travaux sur la propagation d'ondes sur deux types de vallées: des vallées de sections trapézoïdales et sinusoïdales non profondes soumises à des ondes incidentes SH. Ces derniers ont constaté que pour une incidence verticale, la différence principale par rapport au problème classique unidimensionnel est la génération d'ondes de surface qui prennent naissance aux bords de la vallée et se propagent de long en large de la couverture superficielle. Leurs

amplitudes quelques fois plus larges que celles du signal incident, sont amplifiées au centre par des interférences constructives. Cet effet est particulièrement observé dans les vallées sinusoïdales. Par contre, dans le cas d'une section trapézoïdale, ces ondes peuvent s'atténuer rapidement en présence d'amortissement interne du matériau traversé. Pour une valeur d'amortissement de 10%, la solution est quasiment identique à celle donnée par la théorie unidimensionnelle dans pratiquement toute la vallée.

Les effets bidimensionnels sont plus prononcés et plus intéressants lorsque l'incidence est oblique. Il se produit une transformation directe des ondes obliques en ondes de Love, dont l'amplitude est importante même dans le cas d'un amortissement important.

Les études menées par Bard et Bouchon (1980b) [6] sur des ondes P et SV dans les deux mêmes types de vallées, montrent un comportement qualitativement similaire au cas des ondes SH. Dans ce cas, les bords des vallées génèrent des ondes de Rayleigh et les mouvements résultant sont plus compliqués en raison du couplage des ondes SV, P et Rayleigh.

Certains résultats expérimentaux et théoriques ont conduit certains chercheurs à étendre les précédentes études au cas des vallées encaissées. Un certain nombre d'observations ont été faites en 1984 par Tucker et King [8, 72]. Ces auteurs ont instrumenté trois vallées approximativement bidimensionnelles dans la région du Tadjikistan (ex. URSS) ayant des coefficients de forme (hauteur / demi largeur de la vallée) variables entre 0.2 et 0.3. Ils ont noté dans leurs travaux que ces vallées profondes exhibaient des modèles de résonance bidimensionnelle spécifiques. En effet, les résultats numériques de Bard et Bouchon (1985) [10] montrent l'existence et l'importance de ces modèles de résonance dans de telles vallées, ces résonances peuvent induire de très larges amplifications même dans le cas d'un amortissement significatif du matériau. L'existence de cette résonance est contrôlée par les différents paramètres de la vallée à savoir le facteur de forme, le contraste d'impédance entre les sédiments et le substratum, le coefficient de poisson, le coefficient d'amortissement, ainsi que par les caractéristiques du champ d'ondes incident (type d'ondes et angle d'incidence).

A cet effet, Bard et Bouchon (1985) [10] ont montré que toute la vallée commence à vibrer en phase avec une fréquence unique lorsque le rapport $h/l > V_{cr}$: valeur critique. La résonance bidimensionnelle se produit à une fréquence élevée et produit de grands pics d'amplification par rapport à la résonance observée dans le cas unidimensionnel. Le mouvement en surface aura des amplitudes différentes, un contenu fréquentiel varié et des phases différentes.

De ces différentes études, les auteurs ont conclu que dans le cas de dépôts de couches fines c'est à dire les vallées caractérisées par une très grande largeur par rapport à la profondeur, les valeurs des amplifications du sol peuvent être suffisamment approchées par la théorie unidimensionnelle. Mais un modèle bidimensionnel doit-être utilisé afin d'estimer les mouvements différentiels aux voisinages des bords, par contre dans le cas de vallées profonde, un modèle bidimensionnel est indispensable.

En résumé, une extension latérale finie d'un dépôt de sol introduit des effets complexes à travers la génération des ondes de surfaces et parfois la résonance suite au phénomène d'interférence dans la direction horizontale. Les effets résultants intéressant l'ingénieur sont les larges rehaussements du mouvement qui est amplifié au centre de la vallée, la prolongation de la durée du mouvement et le développement de mouvement différentiels significatifs.

II-3- METHODES D'ANALYSE EXISTANTES

Afin de quantifier les effets de conditions locales de site i.e. évaluer la réponse du sol à des excitations dynamiques au droit de ces structures géomorphologiques et ainsi la mise en évidence de sa variabilité spatiale, il existe un certain nombre de techniques de calcul qui sont soit bidimensionnelles soit tridimensionnelles [4, 22, 23, 51, 50, 58, 59, 80]. Nous distinguons trois grandes classes de méthodes: les méthodes analytiques, les méthodes numériques et entre les deux, les méthodes semi-analytiques. Nous nous limiterons ici juste à passer brièvement les méthodes les plus en vue.

II-3-1- LES METHODES ANALYTIQUES

Les problèmes simples de propagation d'ondes élastiques sont les problèmes 2D d'ondes SH, car celles-ci peuvent être analysées séparément des autres ondes de volume en procédant à une séparation de variables. Pour le cas des ondes P et SV, les mouvements d'ondes en surface sont couplés à travers les conditions aux frontières. Cette difficulté est surmontée avec l'utilisation de fonctions d'ondes sphériques.

Des solutions exactes ont été obtenues pour des cas simples de problèmes de géométrie bidimensionnelle : les canôns et les vallées alluviales semi-circulaire (Trifunac, 1971, 1973) [70], ou semi-elliptique (Wong et Trifunac, 1974) [79], ou de géométrie tridimensionnelle semi-sphérique (Singh et Sabina, 1977) [in[59]].

Même avec ces modèles simples d'irrégularités géométriques locales, des modèles d'interférence compliqués ont été établis et le champ de déplacement présente une forte variabilité en surface.

Ces configurations sont purement idéales par le type de problème traité qui ne présente qu'un intérêt académique, elles procurent par contre l'immense intérêt de fournir une solide base de comparaison des méthodes numériques.

II-3-2- LES METHODES NUMERIQUES

A- LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Cette méthode est couramment utilisée dans le calcul des structures. Néanmoins, son utilisation dans l'analyse dynamique des sols et en particulier dans la réponse de site, présente une restriction causée par les dimensions infinies du sol : souvent l'analyse dans le domaine temporel nécessite la réduction du temps de calcul afin d'éviter les réflexions aux frontières artificielles imposées par la discrétisation [50, 59].

Cette méthode nécessite alors une prise en charge particulière qui consiste à imposer au modèle des conditions aux frontières pour éviter toute réflexion des ondes à ce niveau et reproduire aussi fidèlement que possible le phénomène radiatif des ondes à l'infini. Ces conditions sont simulées à travers l'emploi de frontières spéciales.

Plusieurs techniques peuvent être utilisées, soit par la technique de transmission ou d'absorption des ondes incidentes avec l'utilisation de frontières absorbantes (absorbing boundaries) ou transmettantes aussi dites consistantes (transmitting or consistent boundaries), soit par un couplage éléments finis-éléments de frontières.

La méthode des éléments finis a fait l'objet de plusieurs recherches dans le cadre des problèmes de dynamique des sols et de géotechnique; elle est capable de prendre en charge

des milieux géométriquement et rhéologiquement très complexes. Elle a été adoptée afin de traiter différents problèmes: ceux de l'interaction sol-structure, de l'influence de la stratification irrégulière sur le mouvement du sol (Lysmer et Drake, 1972 [47, 48]; Drake, 1972 [20, 21, 22]; Ayala et Aranda, 1977 [in[50]]), celui de la propagation des ondes de Love dans un milieu de propriétés mécaniques variant dans les deux directions avec le modèle tridimensionnelle, (Schlue, 1979 [61]), ainsi que le problème de réponse de site ayant des irrégularités de surface bidimensionnelles (Castellani et al., 1982 [in[59]]).

Plusieurs situations pratiques nécessitent l'utilisation d'un nombre important d'éléments pouvant ainsi dépasser les capacités de l'outil informatique. Pour s'affranchir de cette difficulté, une approche très élégante a été proposée par Kausel et Roësset (1977) [37]. C'est la méthode de l'hyperélément semi-analytique.

a. Frontières absorbantes

Les frontières absorbantes également appelées visqueuses ont été développées pour la première fois par Lysmer et Kuhlmeyer [44]. Physiquement, celles-ci sont basées sur l'application aux frontières du modèle discrétisé, des amortisseurs visqueux dont les caractéristiques sont fonction des propriétés mécaniques du sol à leur voisinage, de sorte que la plus grande partie de l'énergie transportée par les ondes puisse être totalement absorbée au niveau de la frontière du modèle discrétisé. L'avantage principal de ces frontières réside dans leur facilité d'implémentation dans les calculs numériques, effectués aussi bien dans le domaine fréquentiel que temporel.

Cependant d'après Kuhlmeyer [44], l'utilisation de ces frontières dans le cas d'un sol stratifié semi-infini ne fournit pas de résultats fiables à cause de la difficulté à quantifier l'énergie transportée par les ondes, du fait des réflexions et des réfractions aux interfaces des couches. En effet ces frontières constituent des absorbeurs parfaits d'ondes planes les atteignant avec une incidence normale. Des raffinements ont été proposés par White et al. (1977) [76].

Une famille de frontières étroitement liées à ce concept a été développée par Lindmark (1973-1975), Smith (1975), White et al., (1977), Engquist et Majda, Clayton et Enquist (1977), [17, 41, 66,].

b. Frontières transmettantes

Les frontières transmettantes aussi dite consistantes ont été développées en 1972 par Lysmer et Waas [49] et Waas [74] pour une situation de déformation plane, puis généralisée en 1974 par Kausel [35] pour un cas de problème présentant une symétrie de révolution pour l'analyse de fondations sur un sol stratifié. Elles consistent à appliquer aux frontières du modèle des forces couplant tous les déplacements de la frontière, nécessaires pour maintenir l'équilibre entre le modèle et la partie du sol non discrétisée. Ces forces s'obtiennent à partir de considérations de propagation d'ondes dans les éléments de frontière sous l'hypothèse d'une propagation horizontale parallèle aux couches. Dans le même contexte des frontières consistantes, nous citons, les frontières proposées en 1982 par Kausel et Peek [39] qui combinent les fonctions de Green et la méthode des éléments aux frontières.

Ces frontières constituent des absorbeurs parfaits, néanmoins les insuffisances présentées par celles-ci dans le cas de problèmes non linéaires ont motivé la recherche d'approximations de qualité supérieure.

Une étude comparative de la performance et l'efficacité des différentes frontières a été conduite par Roësset and Ettouney [57] et Ettouney and Roësset [26] dans la cas des ondes planes.

B- LES METHODES DES ELEMENTS AUX FRONTIERES

Ce sont actuellement les méthodes les plus en vue, elles s'adaptent bien aux problèmes de propagation des ondes car, elles réduisent les dimensions du problème d'une unité et ne nécessitent pas l'introduction de frontières fictives telle que la méthode des éléments finis; la radiation des ondes à l'infini est prise implicitement dans la formulation et de manière inhérente, ce qui rend la méthode particulièrement adaptée aux problèmes de sol.

On distingue deux principales approches de formulations des méthodes aux frontières:

- la méthode directe dans laquelle les inconnues à la frontière sont les inconnues physiques du problèmes [15]. Elle a connue quelques applications dans l'évaluation des effets de conditions locales de site, notamment sous des ondes incidentes SH (Wong et al., 1977), l'étude de la diffraction des ondes SH par les irrégularités de surface dans des canôns de formes arbitraire (Wong et Jennings, 1975) [59].

- la méthode indirecte dans laquelle les inconnues du problème sont des sources fictives n'ayant pas de signification physique. Elle semblent plus prometteuse car elle est capable de prendre en compte des géométries multizones. Elle a été développée afin de traiter les problèmes bidimensionnels de dispersion des ondes par les canôns (Sanshez-Sesma, 1978, 1981; Sabina et al., 1979, dans les dépôts alluviaux (Sanchez-Sesma et Esquivel., 1979; Ize et al., 1981; Dravinski, 1982, 1983) [4, 59, 80,...].

Cette approche a été extrapolée aux problèmes tridimensionnels par Sanchez-Sesma, 1983, Sanchez-Sesma et al., 1984 [59].

II-3-3- LES METHODES SEMI-ANALYTIQUES

A- LA METHODE D'AKI-LARNER (A-L)

Une technique très puissante a été développée par Aki et Larner en 1970 pour traiter le problème de dispersion des ondes SH par les irrégularités d'interface [3].

Dans cette méthode, le champ diffracté est représenté par la superposition d'ondes planes, la solution générale est obtenue par intégration dans le domaine des nombres d'ondes. Cette méthode a été appliquée par plusieurs auteurs Bouchon (1973) et Aki (1977) pour l'étude des milieux de géométrie bidimensionnelle ayant une topographie de surface irrégulière et les bassins sédimentaires pour des incidence SH, SV et P [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13]. Une extension au domaine temporel a été effectuée par Bard et Bouchon (1980) [5, 6] pour l'étude des vallées alluviales.

Cette technique peut être utilisée pour modéliser le mouvement du sol, la source, le chemin suivi et les conditions locales de sites; cependant le calcul numérique est souvent très coûteux.

B- LA METHODES DES COUCHES MINCES (T.L.M.)

La T.L.M. (Thin Layer Method) est une méthode numérique pour le traitement des problèmes de propagation d'ondes dans les milieux stratifiés [42, 43]. Cette technique est basée sur des concepts éléments finis, elle consiste à discrétiser le milieu dans la direction verticale en couches minces à l'intérieures desquelles les déplacements sont approchés par des fonctions arbitraires dans la direction verticale. C'est cette technique qui a été utilisée dans la présente étude et son développement fait l'objet du chapitre IV.

II-4- CONCLUSION

La solution du problème de propagation d'ondes sismiques avec les modèles de géométrie bidimensionnelle à savoir l'emploi de la méthode d'Aki-Larner, la méthode des éléments finis ou la méthode des éléments aux frontières (directe ou indirecte) pose le problème de la discrétisation du domaine (éléments finis) ou de la frontière (méthode d'Aki-Larner ou des éléments aux frontières). Nous rappelons que le principe de toute méthode de discrétisation consiste à remplacer un milieu continu par un nombre d'éléments dont le comportement est connu à partir d'un nombre fini de paramètres. Les dimensions de ces éléments doivent être choisies plus petites que la fraction de la longueur d'ondes des ondes de cisaillement du milieu étudié.

CHAPITRE III

NOTIONS D'ELASTODYNAMIQUE ET DE PROPAGATION D'ONDES

NOTIONS D'ELASTODYNAMIQUE ET DE PROPAGATION D'ONDES

III-1-INTRODUCTION

L'évaluation de la réponse d'un dépôt de sol à des excitations dynamiques causées par des sollicitations sismiques ou par des forces dues à des machines vibrantes, des mines explosives, relève mathématiquement de la théorie de la propagation d'ondes.

En effet, ces excitations sont une source d'ondes qui se propagent dans le sol et transportent la perturbation sur des distances plus ou moins grandes dépendant de l'énergie communiquée ainsi que de la capacité du sol à transporter cette énergie libérée.

Ce chapitre a donc pour objet dans un premier temps, la discussion de certaines notions de propagation d'ondes élastiques tout en présentant certains aspects conventionnels de la théorie de l'élasticité dynamique à savoir la décomposition d'Helmholtz d'un vecteur et le théorème de complétude. Ensuite il sera question de prendre en ligne de compte le caractère dissipatif du sol à travers les lois de comportement de la viscoélasticité linéaire. Il est important d'indiquer que les lois de comportement de la viscoélasticité permettent non seulement la prise en charge du phénomène d'atténuation exercé par le milieu traversé, mais aussi l'utilisation des équations de l'élasticité linéaire. Finalement, une présentation générale du formalisme mathématique de propagation d'ondes dans un milieu multicouche est exposée.

On se limitera dans cette étude à la propagation des ondes planes harmoniques. L'intérêt porté à ce type d'ondes est justifié, car dans la théorie linéaire, la propagation résultant d'une excitation impulsive de forme arbitraire peut être représentée par des ondes sinusoïdales avec l'utilisation des séries ou des intégrales de Fourier.

Pour un traitement complet du phénomène de propagation d'ondes, on pourra se référer aux travaux de Achenbach [2], Ewing et al.[27] et Wolf [78].

III-2-NOTIONS D'ELASTODYNAMIQUE

III-2-1- MILIEU ELASTIQUE

III-2-1-1- EQUATIONS DE MOUVEMENT

En général, les équations régissant un problème élastodynamique sont tridimensionnelles et sont fortement non linéaires. Cependant certains effets de propagation d'ondes dans un solide élastique peuvent être adéquatement décrits par la théorie linéaire.

Considérons une région de volume V , délimitée par un contour de surface S (fig.3-1) repéré par rapport à un système de coordonnées (X, Y, Z) défini par la base vectorielle $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$. Soient les fonctions vectorielles $\underline{U}(\underline{x}, t)$ et $\underline{\sigma}(\underline{x}, t)$ définies sur $S \times T$ où T est un intervalle de temps arbitraire. Nous définissons un état élastodynamique sur $S \times T$ par le couple $\Omega = [\underline{U}, \underline{\sigma}]$ caractérisé par le champ de déplacement $\underline{U}(\underline{x}, t)$ et de contrainte $\underline{\sigma}(\underline{x}, t)$, correspondant à la densité volumique de forces $\underline{f}(\underline{x}, t)$ et la masse volumique ρ , vérifiant les équations suivantes:

- Les équations d'équilibre :

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{U}_i \quad (3-1)$$

- Les équations déformations-déplacements :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (3-2)$$

où $\sigma_{ij,j}$ resp. $\varepsilon_{ij,j}$ représente un élément du tenseur contrainte resp. déformation correspondant à la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne différentié par rapport à la variable x_j .

- Les équations contraintes-déformations :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 G \varepsilon_{ij} \quad (3-3)$$

où δ_{ij} représente le symbole de Kronecker.

λ et G représentent les constantes de Lamé.

En remplaçant l'équation (3-2) dans l'équation (3-3), puis l'équation résultante dans l'équation d'équilibre (3-1), nous obtenons l'équation de Navier suivante:

$$G U_{i,jj} + (\lambda + G) U_{j,ij} + \rho f_i = \rho \ddot{U}_i \quad (3-4)$$

Aux équations précédentes s'ajoutent :

les conditions sur la frontière S , avec $S = S_u + S_t$.

de déplacements prescrits: $\underline{U} = \underline{\bar{U}} \quad \underline{x} \in S_u$

et de contraintes prescrites: $\underline{t} = \underline{\bar{t}} \quad \underline{x} \in S_t$

ainsi que les conditions initiales à $t = 0$:

$$\underline{U} = \underline{U}_0$$

$$\vec{U} = \vec{V}_0$$

où

$\vec{\sim}$ dénote un vecteur repéré par rapport au système de coordonnées (X, Y, Z).

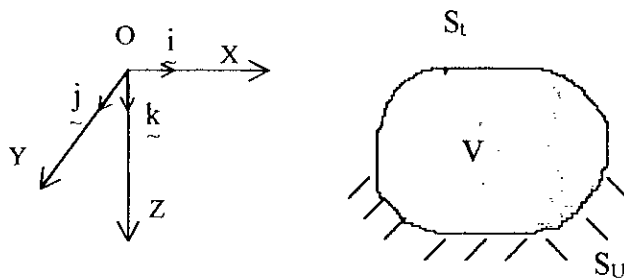


Fig.(3-1): système de coordonnées

III-2-1-2- POTENTIELS DE CHAMP DE DEPLACEMENT

En l'absence des forces de volume, l'équation du mouvement (3-4) s'écrit sous forme vectorielle comme suit:

$$G \nabla^2 \vec{U} + (\lambda + G) \nabla \nabla \cdot \vec{U} = \rho \ddot{\vec{U}} \quad (3-5a)$$

or

$$\nabla^2 \vec{U} = \nabla \nabla \cdot \vec{U} - \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{U}$$

où \cdot dénote le produit scalaire,

\wedge dénote le produit vectorielle,

∇ est le vecteur gradient défini par : $\nabla = \frac{\partial}{\partial x_j} \vec{j}$,

∇^2 est l'opérateur de Laplace défini par : $\nabla^2 \vec{U} = U_{k,jj} \vec{k}$.

En remplaçant cette dernière équation dans l'équation (3-5a), nous obtenons la forme suivante de l'équation de Navier:

$$(\lambda + 2G) \nabla \nabla \cdot \vec{U} - G \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{U} = \rho \ddot{\vec{U}} \quad (3-5b)$$

Les équations (3-5a,b) représentent chacune un système de trois équations couplées. Une approche pratique susceptible de découpler ce système d'équations consiste à exprimer les composantes du vecteur déplacement en terme de dérivées de potentiels. Ces potentiels ont l'avantage de satisfaire des équations d'ondes découplées.

- DECOMPOSITION D'HELMHOLTZ D'UN VECTEUR

Etant donné un vecteur $\vec{P}(\vec{x})$, différentiable dans la région finie de volume V. En chaque point de l'espace, on lui associe le vecteur suivant [2] :

$$\vec{W}(\vec{x}) = \frac{-1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{P}(\vec{\xi})}{|\vec{x} - \vec{\xi}|} dV_{\xi} \quad (3-6a)$$

où

$$dV_{\xi} = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3.$$

et
$$\left| \underline{x} - \underline{\xi} \right| = \left[(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2 + (z - \xi_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Le vecteur \underline{W} satisfait les équations suivantes:

$$\nabla^2 \underline{W} = \underline{P}(\underline{x}) \quad \underline{x} \in V \quad (3-6b)$$

$$\nabla^2 \underline{W} = 0 \quad \underline{x} \notin V \quad (3-6c)$$

or,

$$\nabla^2 \underline{W} = \nabla \nabla \cdot \underline{U} - \nabla \wedge \nabla \wedge \underline{W} \quad (3-6d)$$

En remplaçant l'équation (3-6b) dans l'équation (3-6d), nous obtenons l'équation suivante:

$$\underline{P} = \nabla \left[\nabla \cdot \underline{W} \right] + \nabla \wedge \left[- \nabla \wedge \underline{W} \right]$$

Celle-ci peut se mettre alternativement sous la forme suivante:

$$\underline{P} = \nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi} \quad (3-6e)$$

Où $\underline{\psi}$ et φ sont définies, continues et différentiables.

III-2-1-3- EQUATIONS D'ONDES

Soit l'expression du vecteur déplacement donnée par la décomposition d'Helmholtz illustrée par l'équation suivante :

$$\underline{U} = \nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi} \quad (3-7)$$

où : φ : représente un potentiel scalaire.
 $\underline{\psi}$: représente un potentiel vectoriel.

En substituant l'équation (3-7) dans l'équation (3-5b), nous avons :

$$G \nabla^2 (\nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi}) + (\lambda + G) \nabla \nabla \cdot (\nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi}) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi}) \quad (3-8a)$$

or
$$\nabla \cdot \nabla \varphi = \nabla^2 \varphi \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \nabla \wedge \underline{\psi} = 0 \quad (3-8b)$$

On obtient après réarrangement des termes:

$$\nabla \left[(\lambda + 2G) \nabla^2 \varphi - \rho \ddot{\varphi} \right] + \nabla \wedge \left[G \nabla^2 \underline{\psi} - \rho \ddot{\underline{\psi}} \right] = 0 \quad (3-9)$$

En prenant la divergence et le rotationnel de l'équation (3-9), la représentation (3-7) satisfait les deux équations du mouvement suivantes :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c_p^2} \ddot{\varphi} \quad (3-10a)$$

$$\nabla^2 \underline{\psi} = \frac{1}{c_s^2} \ddot{\underline{\psi}} \quad (3-10b)$$

où

$$c_p^2 = \frac{\lambda + 2G}{\rho} \quad \text{et} \quad c_s^2 = \frac{G}{\rho} \quad (3-10c)$$

Les équations (3-10a,b) sont des équations d'ondes découplées. Bien que les potentiels scalaire φ et vectoriel $\underline{\psi}$ soient généralement couplés à travers les conditions aux frontières, l'utilisation de la décomposition du déplacement simplifie considérablement l'analyse. Les solutions d'un problème aux valeurs initiales peuvent être déterminées en sélectionnant des solutions particulières appropriées satisfaisant à la fois les conditions initiales et les conditions aux frontières. La solution est unique en vertu du théorème d'unicité [2].

L'équation (3-7) indique que le déplacement dans le solide, s'écrit comme étant la somme de deux mouvements, en effet nous avons :

$$\underline{U} = \underline{U}_p + \underline{U}_s \quad (3-11)$$

$$\underline{U}_p = \nabla \varphi \quad \text{d'où} \quad \nabla \wedge \underline{U}_p = 0 \quad (3-12a)$$

$$\underline{U}_s = \nabla \wedge \underline{\psi} \quad \text{d'où} \quad \nabla \cdot \underline{U}_s = 0 \quad (3-12b)$$

Deux équations d'ondes (10a,b) caractérisent un solide. Celles-ci représentent la propagation des ondes de compression qui engendre un mouvement irrotatonnel : ondes P, et de distorsion ou cisaillement engendrant un mouvement équivolumental : ondes S avec les vitesses c_p et c_s respectivement.

Notons tout de suite que la décomposition (3-7) relie les trois composantes du champ déplacement à quatre autres fonctions inconnues. le potentiel scalaire φ et les trois composantes du potentiel vectoriel $\underline{\psi}$. Il apparaît donc que ces potentiels doivent être sujets à une condition additionnelle. En général, mais pas toujours, celle-ci concerne les composantes ψ_j du potentiel vectoriel elle est donnée par:

$$\nabla \cdot \underline{\psi} = 0 \quad (3-13)$$

Cette relation est suffisante pour qu'un déplacement élastodynamique soit de la forme donnée par l'équation (3-7) et ceci en vertu du théorème de complétude [2].

- THEOREME DE COMPLETUDE

Considérons le déplacement \underline{U} et le vecteur force de volume \underline{f} continus et dérivables sur un volume V et dans l'intervalle de temps T.

Soit l'équation du mouvement (3-4) appliquée au volume V et l'intervalle de temps T et considérons le vecteur force de volume suivant:

$$\underline{f} = c_s^2 \nabla F + c_p^2 \nabla \wedge \underline{G}$$

Alors il existe une fonction scalaire φ et vectorielle $\underline{\psi}$ telles que le déplacement \underline{U} admette la représentation suivante:

$$\underline{U} = \nabla \varphi + \nabla \wedge \underline{\psi}$$

où:

$$\nabla \cdot \underline{\psi} = 0$$

φ et $\underline{\psi}$ satisfont les équations inhomogènes suivantes:

$$\nabla^2 \varphi + F = c_p^2 \ddot{\varphi} \quad \text{avec} \quad c_p^2 = \frac{\lambda + 2G}{\rho}$$

$$\nabla^2 \underline{\psi} + \underline{G} = c_s^2 \ddot{\underline{\psi}} \quad \text{avec} \quad c_s^2 = \frac{G}{\rho}$$

III-2-2- MILIEU VISCOELASTIQUE

Contrairement au milieu élastique, le milieu viscoélastique se "mémorise" des sollicitations qui lui ont été appliquées au cours du temps. La viscosité affecte d'une manière très significative la propagation d'ondes.

- MILIEU VISCOELASTIQUE - MODULES COMPLEXES

Dans les matériaux viscoélastiques, les fonctions contraintes-déformations sont linéairement reliées mais les déformations dépendent non seulement de l'amplitude mais aussi du mode d'application des sollicitations. La vitesse de déformation joue un rôle important, agit directement sur les relations constitutives du milieu viscoélastique et se traduit par des modules complexes, dépendant de la fréquence, reliant les contraintes complexes aux déformations complexes. Les parties réelles représentent le comportement purement élastique et les parties imaginaires sont associées aux comportement visqueux.

Du point de vue rhéologie, le comportement viscoélastique peut être représenté par l'un des modèles élémentaires de la viscoélasticité, à savoir le modèle de Kelvin-Voigt, ou le modèle de Maxwell. Dans ces modèles, le comportement élastique est représenté par un ressort de rigidité G et le comportement visqueux par un amortisseur de viscosité η .

Pour une meilleure description du comportement viscoélastique, examinons le cas simple d'un milieu unidimensionnel et considérons une déformation harmonique définie par:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \exp(i \omega_0 t) \quad (3-14)$$

La relation contrainte-déformation s'écrit dans le cas viscoélastique [55] :

$$\sigma = \frac{dR}{dt} * \varepsilon \quad (3-15)$$

où

* est le produit de convolution;

$R(t)$ est la fonction de relaxation du matériau supposé non vieillissant.

En insérant l'équation (3-14) dans l'équation (3-15) et en prenant la transformée de Fourier de l'équation obtenue nous avons :

$$\sigma^*(\omega) = \varepsilon_m G^*(\omega_0) \delta(\omega - \omega_0) \quad (3-16)$$

$G^*(\omega_0)$ est le module complexe dépendant de la fréquence ω_0 .

La transformée de Fourier de $\exp(i \omega_0 t)$ étant la fonction de Dirac $\delta(\omega - \omega_0)$, en prenant la transformée inverse de Fourier de l'expression (3-16), nous obtenons:

$$\sigma(t) = \varepsilon_m G^*(\omega_0) \exp(i \omega_0 t) \quad (3-17a)$$

L'équation (3-17a) peut se mettre alternativement sous la forme :

$$\sigma(t) = \varepsilon_m |G^*| \exp(i \omega_0 t - i \varphi) \quad (3-17b)$$

où la phase φ et le module sont donnés par :

$$|G^*| = (G_R^2 + G_I^2)^{1/2}, \quad \text{tg}(\varphi) = G_I(\omega_0) / G_R(\omega_0)$$

La représentation du couple $(\sigma-\varepsilon)$ dans le plan complexe montre que le vecteur déformation est déphasé par rapport au vecteur contrainte d'un angle φ appelé angle de perte, directement lié à la viscosité du matériau. Cette viscosité provoque donc, un retard entre la réponse du milieu et la sollicitation appliquée dans le problème harmonique. En effet, l'équation (3-17a) traduit que sous sollicitations harmoniques, la contrainte peut être décomposée en une composante en phase avec la déformation et une autre déphasée de 90° . Quand la pulsation ω_0 tend vers zéro, l'influence de la viscosité s'estompe, et la limite élastique est atteinte.

Pour certaines sollicitations, La courbe $(\sigma-\varepsilon)$ est une ellipse d'hystérésis, elle met en évidence une dissipation d'énergie dans le matériau, qui est à la base de l'amortissement interne. Ainsi, l'énergie dissipée aux cours d'un cycle est donnée par:

$$\Delta W = \int_0^T \operatorname{Re}(\sigma) \operatorname{Re}(\dot{\varepsilon}) dt$$

i.e.

$$\Delta W = \pi \varepsilon_m^2 G_1(\omega_0) \quad (3-18a)$$

L'énergie emmagasinée dans un milieu élastique exhibant les même amplitudes que le milieu viscoélastique est donnée par:

$$W = \frac{1}{2} G_R \varepsilon^2 \quad (3-18b)$$

La tangente de l'angle de perte peut être reliée au rapport de l'énergie dissipée et l'énergie totale au cours d'une période T ; en effet, le rapport est donné par l'expression suivante [14, 55] :

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\pi \operatorname{tg}\varphi(\omega) \quad (3-19)$$

Dans le modèle de Kelvin-Voigt, l'énergie dissipée au cours d'un cycle est proportionnelle à la fréquence ω , ce qui n'est souvent pas le cas des matériaux réels, tel que le sol. Si l'amortissement du matériau est faible ce qui est généralement le cas pour les sols, la tangente de l'angle de perte peut être relié au pourcentage d'amortissement critique, est nous avons :

$$\operatorname{tg} \varphi = 2\beta \quad (3-20a)$$

Le module élastique devient:

$$G^* = G(1 + 2i\beta) \quad (3-20b)$$

La dépendance du pourcentage critique de la fréquence n'apparaît plus explicitement. Un tel amortissement est dit hystérétique.

Considérons à présent le cas du milieu viscoélastique tridimensionnel. La formulation générale de la loi de comportement d'un matériau viscoélastique linéaire, isotrope s'écrit selon le modèle de Kelvin-Voigt comme suit:

$$\sigma_{ij} = \lambda (\varepsilon_{kk} + \theta_\lambda \dot{\varepsilon}_{kk}) \delta_{ij} + 2G (\varepsilon_{ij} + \theta_G \dot{\varepsilon}_{ij}) \quad (3-21)$$

où: θ_λ , et θ_G sont les viscosités du matériau identifiées pendant l'essai unidimensionnel de traction et de cisaillement de fluage.

Après une transformation de Fourier dans le domaine des fréquences, nous avons:

$$\varepsilon^* = i\omega \varepsilon^* \quad \sigma^* = i\omega \sigma^*$$

en posant $\theta_\lambda = \theta_G = \theta$, on en déduit:

$$\sigma_{ij}^* = (\lambda + i\omega\lambda') \varepsilon_{kk}^* \delta_{ij} + 2(G + i\omega G') \varepsilon_{ij}^* \quad (3-22)$$

où: λ et G sont les paramètres élastiques et λ' et G' sont les paramètres visqueux.

Les équations (3-5) se ramènent à une forme viscoélastique par l'introduction de paramètres complexes λ^* et G^* fonction de ω , soit:

$$\lambda^* = \lambda [1 + (i\omega\lambda')/\lambda] \quad (3-23a)$$

$$G^* = G [1 + (i\omega G')/G]$$

Compte tenu de l'équation (3-20b), les modules complexes deviennent:

$$\lambda^* = \lambda (1 + 2i\beta) \quad (3-23b)$$

$$G^* = G (1 + 2i\beta)$$

III-3- NOTIONS DE PROPAGATION D'ONDES

III-3-1- ONDES DANS UN MILIEU NON BORNE

III-3-1-1- ONDES DANS UN MILIEU ELASTIQUE

A- ONDES PLANES

Considérons une solution de l'équation de Navier de la forme suivante :

$$\underline{U} = \underline{d} f(ct - \underline{x} \cdot \underline{p}) \quad (3-24)$$

où \underline{d} et \underline{p} sont des vecteurs unitaires définissant la direction du mouvement des particules et celle de la propagation, \underline{x} est le vecteur position. L'argument $ct - \underline{x} \cdot \underline{p}$ est appelé phase de l'onde f .

Il ressort qu'à un instant donné t_0 , le déplacement est constant sur tout plan normal au vecteur unitaire \underline{p} déterminé par $ct_0 - \underline{x} \cdot \underline{p} = \text{constante}$, ainsi l'équation (3-24) représente une onde plane. Le plan normal à la direction de propagation est dit plan de phase, la vitesse de propagation c est appelée vitesse de phase. En remplaçant l'équation (3-24) dans l'équation de Navier (3-4), celle-ci impose que:

$$\left[(G - \rho c^2) \underline{d} + (\lambda + G)(\underline{p} \cdot \underline{d}) \underline{p} \right] f''(\underline{x} \cdot \underline{p} - ct) = 0 \quad (3-25a)$$

soit

$$(G - \rho c^2) \underline{d} + (\lambda + G)(\underline{p} \cdot \underline{d}) \underline{p} = 0 \quad (3-25b)$$

Les vecteurs unitaires étant arbitraires, l'équation (3-25b) peut être satisfaite de deux façons:

$$\text{soit } \underline{p} = \pm \underline{d} \quad \text{soit } \underline{p} \cdot \underline{d} = 0$$

Suivant que \underline{p} est parallèle ou perpendiculaire à \underline{d} , nous distinguons deux types d'ondes: ondes de compression P ou de cisaillement S.

Ondes de compression: si $\underline{p} = \pm \underline{d}$ c'est à dire que $\underline{p} \cdot \underline{d} = \pm 1$, l'équation (3-25b) impose:

$$c = c_p = \left(\frac{\lambda + 2G}{\rho} \right)^{1/2} \quad (3-26a)$$

C'est l'onde irrotationnelle ou onde de compression. Le vecteur déplacement induit par l'onde P aussi appelée ondes primaires, est parallèle à la direction de propagation.

Ondes de cisaillement: si $\underline{p} \cdot \underline{d} = 0$ alors l'équation (3-25b) donne:

$$c = c_s = \left(\frac{G}{\rho} \right)^{1/2} \quad (3-26b)$$

Le mouvement est celui des ondes équivolumentales ou ondes S aussi appelées ondes secondaires, le vecteur déplacement engendré par ces ondes est perpendiculaire à la direction de propagation.

Si les vecteurs unitaires \underline{p} et \underline{d} sont coplanaires, les ondes sont polarisées verticalement: SV.

Si les vecteurs \underline{p} et \underline{d} sont antiplanaires, les ondes sont polarisées horizontalement: SH.

Des équations (3-26a), (3-26b), nous définissons la constante matériau κ donnée par :

$$\kappa = \frac{c_p}{c_s} = \left(\frac{\lambda + 2G}{G} \right)^{1/2} = \left(\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right)^{1/2} \quad (3-27)$$

où ν est le coefficient de Poisson.

Du fait que $0 < \nu < 0.5$, il s'en suit que $\kappa > 0$ i.e. $c_p > c_s$, d'où la terminologie ondes primaires et ondes secondaires.

B- ONDES PLANES HARMONIQUES

Une onde plane harmonique se propageant avec la vitesse de phase c dans la direction définie par le vecteur unitaire \underline{p} est représentée par le champ de déplacement suivant:

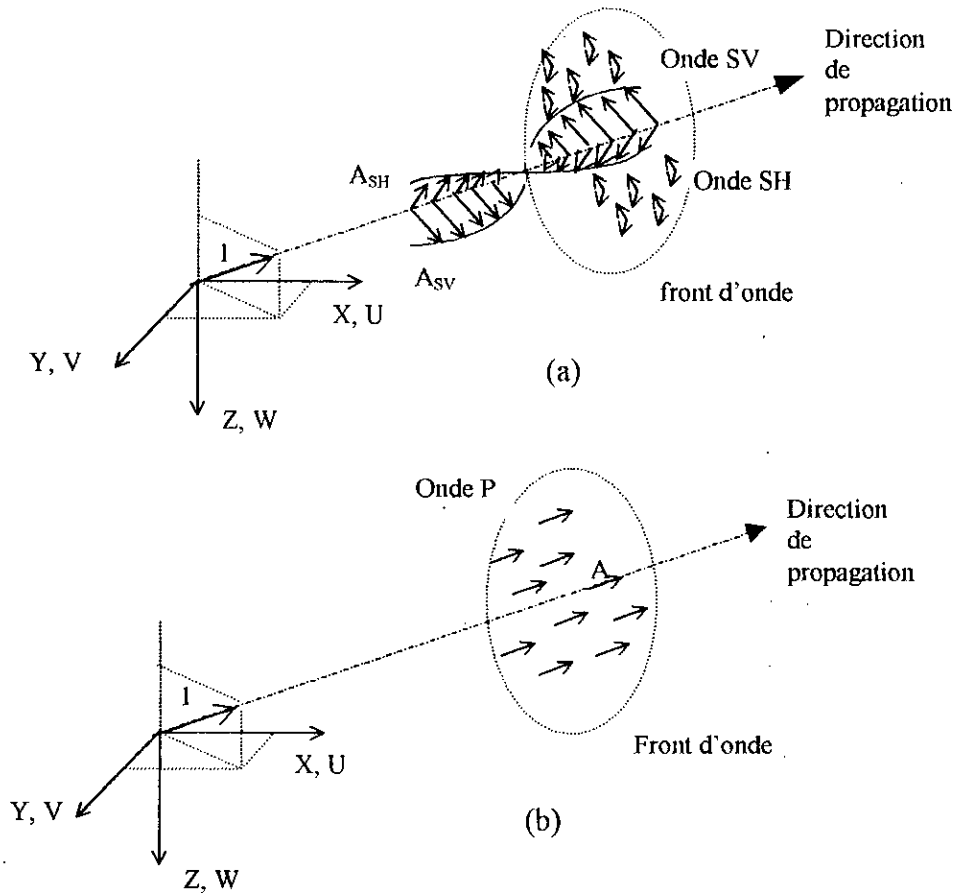
$$\underline{U} = A \underline{d} \exp \left[ik(ct - \underline{x} \cdot \underline{p}) \right] \quad (3-28)$$

Dans l'équation (3-28), il est sous-entendu que le déplacement est la partie réelle. L'amplitude A peut être réelle ou complexe, mais indépendante du vecteur déplacement \underline{x} et du temps t .

l'argument $k(ct - \underline{x} \cdot \underline{p})$ est appelé la phase de l'onde; les points de phase constante se propagent à la vitesse de phase c , l'onde est alors dite progressive.

k est appelé le nombre d'onde, il est donné par: $k = \omega / c$ où ω est la fréquence circulaire.

A toute instant t , le déplacement \underline{U} est harmonique de période T , où $T = 2\pi / \omega$, et une longueur d'onde Λ donnée par: $\Lambda = 2\pi / k$.



**Fig. (3-2): Les déplacements associés aux
(a) ondes S; (b) ondes P**

L'équation (3-28) est un cas particulier de l'équation (3-24), par conséquent nous sommes en présence de deux types d'ondes harmoniques planes: les ondes longitudinales et les ondes transversales se propageant avec des vitesses de phase c_p et c_s respectivement. On note que la vitesse de phase est distincte de la vitesse de la particule qui est donnée par:

$$\underline{\dot{U}} = -ikcA \underline{d} \exp\left[ik\left(ct - \underline{x} \cdot \underline{p}\right)\right] \quad (3-29)$$

C- ONDES PLANES NON HOMOGENES

Une généralisation intéressante de l'équation (3-28) est obtenue lorsque nous considérons que le vecteur unitaire \underline{p} est complexe i.e.:

$$\underline{p} = \underline{p}' + i \underline{p}'' \quad (3-30)$$

\underline{p} étant un vecteur unitaire, ceci implique que:

$$\underline{p} \cdot \underline{p} = 1 \quad (3-31a)$$

$$\text{i.e.} \quad \underline{p}' \cdot \underline{p}' - \underline{p}'' \cdot \underline{p}'' = 1 \quad (3-31b)$$

$$\text{et} \quad \underline{p}' \cdot \underline{p}'' = 0 \quad (3-31c)$$

En substituant l'équation (3-30) dans (3-28), nous obtenons:

$$\underline{U} = A \underline{d} \exp\left[k(\underline{x} \cdot \underline{p}'')\right] \exp\left[ik(ct - \underline{x} \cdot \underline{p}')\right] \quad (3-32)$$

L'expression (3-32) décrit une onde plane non homogène, celle-ci se propage dans la direction définie par le vecteur \underline{p}' et son amplitude varie dans la direction définie par le vecteur unitaire \underline{p}'' , normal à \underline{p}' d'après l'équation (3-31c).

III-3-1-2- ONDES DANS UN MILIEU VISCOELASTIQUE

Nous avons établi précédemment que toutes les équations de la viscoélasticité dépendant de λ^* et G^* , sont de forme identique aux équations de l'élasticité dépendant de λ et G , tandis que leurs solutions changent fondamentalement. Ainsi, à la différence de l'équation de Navier de l'élasticité qui accepte comme solution des "harmoniques pures", l'équation de Navier de la viscoélasticité accepte des "harmoniques évanescentes"[2].

L'équation équivalente à (3-25a) correspondant à un solide viscoélastique est donnée dans le cas d'une onde harmonique par :

$$(G^*k^2 - \rho\omega^2)\underline{d} + (\lambda^* + G^*)k^2(\underline{p} \cdot \underline{d}) = 0$$

De manière similaire au cas élastique, cette équation est satisfaite pour deux types d'ondes: ondes longitudinales et transversales.

Le nombre d'ondes k est complexe. Si le milieu dans lequel les ondes se propagent est un demi-espace, $x \geq 0$, le nombre d'onde k physiquement admissible est donnée par:

$$k^* = k - i\alpha(\omega)$$

où:

k et $\alpha(\omega)$ sont des quantités réelles positives.

Les ondes harmoniques dans un milieu non borné sont sujettes à des atténuations et des dispersions dues au comportement constitutif viscoélastique. L'onde correspondant au nombre d'onde $k^*(\omega)$ est une onde d'atténuation $\alpha(\omega)$ à la pulsation ω .

III-3-2- ONDES HARMONIQUES PLANES DANS UN DEMI ESPACE

Dans un demi-espace, nous distinguons des ondes de volume et des ondes de surface. Les ondes de volume se propagent à partir de l'hypocentre et elles induisent un mouvement de compression et de dilatation (ondes P) et un mouvement de cisaillement (ondes S). Lorsqu'elles heurtent une surface libre, les conditions de contraintes nulles imposent que pour une onde de volume incidente donnée, il résultera deux ondes réfléchies. Aussi, dans certaines situations, il se produit des changements de modes, et il peut exister des ondes planes qui ne sont pas uniformes dans les plans de phase constante; ces ondes sont les ondes de surface car elles se propagent parallèlement à la surface libre. Celles-ci possèdent la caractéristique de produire des perturbations qui décroissent rapidement avec la profondeur.

III-3-2-1- ONDES DE VOLUME

Nous présentons dans ce qui suit, les résultats des phénomènes mis en évidence par les mouvements d'ondes planes de volume se propageant dans un demi-espace élastique plan ($x-z$), $z \geq 0$.

Selon la nature de l'onde considérée, les ondes planes représentées par l'équation (3-28) seront référencées par l'indice (n), et nous avons:

$$\underline{U}^{(n)} = A_n \underline{d}^{(n)} \exp[ik_n (ct - xp_1^{(n)} - zp_2^{(n)})] \quad (3-33)$$

Dans ce qui suit, nous désignerons l'onde incidente par l'indice $n = 0$; les ondes réfléchies longitudinale et transversale seront représentées par les indices $n = 1$ et $n = 2$ respectivement.

A- ONDE SH DANS UN DEMI-ESPACE

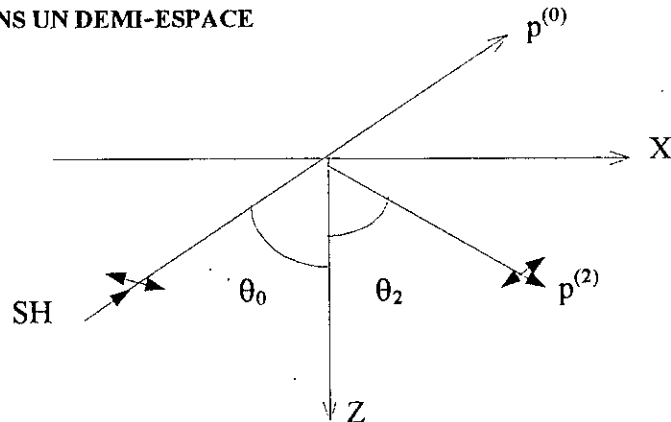


Fig. (3-3): Réflexion d'une onde SH.

Le déplacement de l'onde incidente dans le demi-espace $z \geq 0$ est défini par l'indice $n=0$, celui de l'onde réfléchi par $n=2$. La seule composante non nulle du déplacement est V :

$$V^{(0)} = A_0 \exp [i k_0 (c_s t - x \sin\theta_0 + z \cos\theta_0)] \quad (3-34)$$

Nous notons qu'à $z = 0$, le déplacement peut être vu comme une onde se propageant dans la direction x avec le nombre d'onde apparent $k_0 \sin\theta_0$ et la vitesse apparente $c_s / \sin\theta_0$; celle-ci excède c_s sauf dans le cas d'une incidence affleurant la surface libre [53].

Le mouvement anti-plan étant découplé du mouvement plan, l'onde incidente SH se réfléchit en onde SH seule. Elle est représentée par:

$$V^{(2)} = A_2 \exp [i k_2 (c_s t - x \sin\theta_2 - z \cos\theta_2)] \quad (3-35)$$

Aussi, dans le plan $z = 0$, la seule composante non triviale du tenseur contrainte relative à l'onde incidente SH est:

$$\sigma_{yz}^{(0)} = i k_0 G \cos\theta_0 \exp [i k_0 (c_s t - x \sin\theta_0)] \quad (3-36)$$

et celle relative à l'onde réfléchi est donnée par:

$$\sigma_{yz}^{(2)} = -i k_2 G \cos\theta_2 \exp [i k_2 (c_s t - x \sin\theta_2)] \quad (3-37)$$

La condition de contrainte nulle à l'interface libre est satisfaite seulement si :

$$k_2 = k_0 \quad , \quad \theta_2 = \theta_0 \quad , \quad A_2 = A_0. \quad (3-38)$$

Pour une surface libre, l'onde réfléchie est en phase avec l'onde incidente.

Le champ déplacement total est la superposition de l'onde incidente et réfléchie, il est donné par:

$$V = 2A_0 \cos(k_0 z \cos \theta_0) \exp [i k_0 (c_s t - x \sin \theta_0)] \quad (3-39)$$

L'équation (3-39) représente une onde stationnaire dans la direction z et une onde progressive dans la direction x . Pour une incidence normale, $\theta_0 = 0$, l'expression (3-39) représente une onde stationnaire pure.

B- ONDE P DANS UN DEMI-ESPACE

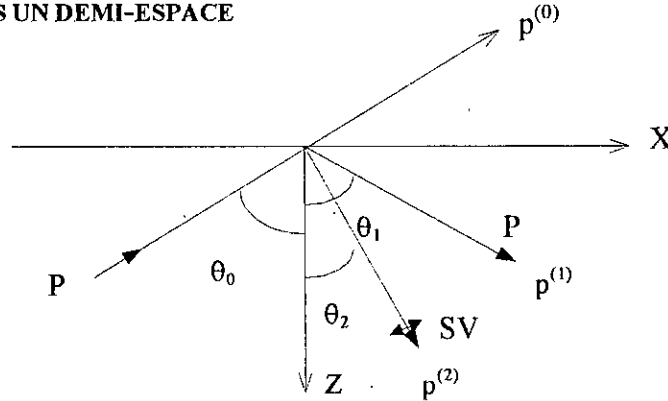


Fig. (3-4): Réflexion d'une onde P

Les équations gouvernant les ondes incidentes et réfléchies en surface libre de toutes contraintes sont un système donné par:

$$\sigma_{zx}^{(0)} + \sigma_{zx}^{(1)} + \sigma_{zx}^{(2)} = 0 \quad (3-40a)$$

$$\sigma_{zz}^{(0)} + \sigma_{zz}^{(1)} + \sigma_{zz}^{(2)} = 0 \quad (3-40b)$$

Ces deux équations devant être satisfaites quelque soit x et t , imposent :

$$k_1 = k_0, \quad k_2/k_0 = c_p/c_s = \kappa \quad (3-41a)$$

$$\theta_1 = \theta_0, \quad \sin \theta_2 = \kappa^{-1} \sin \theta_0 \quad (3-41b)$$

où κ est la constante matériau donnée par l'équation (3-27).

En utilisant les équations (3-41a,b), le système d'équations algébriques (3-40a,b) après simplification admet les solutions suivantes:

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_2}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_2} \quad (3-42a)$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_0 \cos^2 2\theta_2}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_2} \quad (3-42b)$$

L'examen des rapports d'amplitudes (3-42a,b) conduit aux conclusions suivantes:

pour une incidence normale $\theta_0 = 0$, l'onde incidente P est totalement réfléchie en onde P, si $\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 = \kappa^2 \cos^2 2\theta_2$, alors celle-ci est totalement réfléchie en onde SV; ce phénomène est désigné par: conversion de mode.

C- ONDES SV DANS UN DEMI-ESPACE

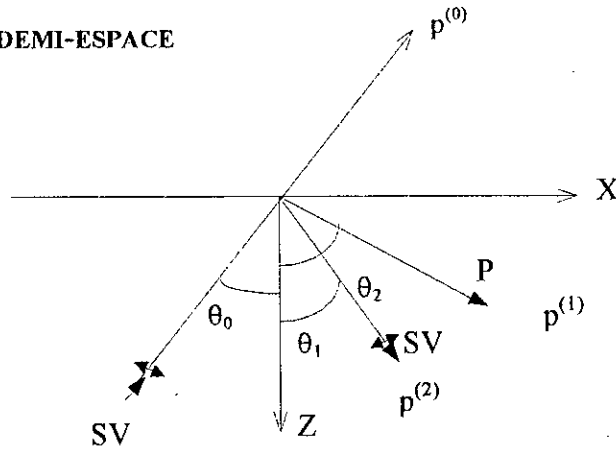


Fig. (3-4): Réflexion d'une onde SV

Afin d'examiner la réflexion d'une onde SV, les équations (3-40a,b) sont utilisées. Le système d'équations obtenu pour une incidence SV conduit aux solutions suivantes:

$$k_2 = k_0, \quad k_1 / k_0 = c_s / c_p = \kappa^{-1} \quad (3-43a)$$

$$\theta_2 = \theta_0 \quad (3-43b)$$

$$\sin \theta_1 = \kappa \sin \theta_0 \quad (3-43c)$$

Les rapports des amplitudes sont donnés par les expressions suivantes:

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\kappa \sin 4\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \quad (3-44a)$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \quad (3-44b)$$

De l'expression (3-44a), nous remarquons que l'onde réfléchie P s'annule pour $\theta_0 = 0$, $\theta_0 = \pi/4$ et $\theta_0 = \pi/2$; pour ces valeurs particulières, l'onde SV est réfléchie en onde SV seule. quand $\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_0 = 0$, une onde SV est réfléchie en onde P seule.

Nous considérons à présent un cas très intéressant de l'équation (3-43c). Cette équation montre que l'angle θ_1 est réel seulement quand θ_0 est inférieur à un angle critique θ_{cr} donné par l'expression suivante:

$$\theta_{cr} = \sin^{-1} (1/\kappa)$$

Si $\theta_0 > \theta_{cr}$ le vecteur unitaire de l'onde réfléchie P est complexe, il est donné par:

$$\underline{P}^{(1)} = \sin \theta_1 \underline{i} + \cos \theta_1 \underline{k} \quad (3-45a)$$

i.e. $\underline{P}^{(1)} = \kappa \sin \theta_0 \underline{i} + i\kappa\beta \underline{k} \quad (3-45b)$

où $\beta = (\sin^2 \theta_0 - \kappa^{-2})^{1/2}$

L'onde réfléchie s'écrit alors:

$$\underline{U}^{(1)} = S \underline{d}^{(1)} \exp(k_0 \beta z) \exp[ik_0 \sin \theta_0 (c_p t / \kappa \sin \theta_0 - x) + i\alpha] \quad (3-46)$$

où

$$S = \frac{A_0 \sin 4\theta_0}{[\kappa^2 \cos^4 2\theta_0 + 4(\kappa^2 \sin^2 \theta_0 - 1) \sin^2 2\theta_0 \sin^2 \theta_0]}$$

et

$$\tan \alpha = \frac{2(\kappa^2 \sin^2 \theta_0 - 1)^{1/2} \sin 2\theta_0 \sin \theta_0}{\kappa \cos^2 2\theta_0}$$

L'équation (3-46) est un exemple d'onde plane non homogène; en faisant une analogie avec l'expression (3-32) nous avons:

$$\begin{aligned} \tilde{p}' &= \kappa \sin \theta_0 \tilde{i} \\ \tilde{p}'' &= \kappa (\sin^2 \theta_0 - \kappa^{-2}) \tilde{k} \\ \tilde{k} &= k_1 = k_0 / \kappa, \quad c = c_p \end{aligned}$$

On dira alors que l'onde réfléchie P est une onde se propageant dans la direction x avec un nombre d'onde $k_0 \sin \theta_0$ et une vitesse de phase $c_p / \kappa \sin \theta_0$. L'amplitude du déplacement de l'onde P décroît avec la profondeur z. Ce type d'onde est appelé onde de surface.

III-3-2-2- ONDES DE SURFACE

La possibilité qu'une onde se propage le long de la surface libre du demi-espace élastique fût considérée par Lord Rayleigh en 1887. Les ondes de surface ou ondes de Rayleigh sont des ondes planes qui se propagent le long de la surface du sol suivant la direction x. Leur caractéristique principale est la localisation de leur énergie au voisinage de la frontière, aussi leur déplacement décroît exponentiellement avec la profondeur. Ces ondes sont représentées par:

$$U = A e^{-bz} \exp [i k (ct - x)] \quad (3-47a)$$

$$V = 0 \quad (3-47b)$$

$$W = B e^{-bz} \exp [i k (ct - x)] \quad (3-47c)$$

La partie réelle de la constante b est supposée être positive afin que le déplacement décroisse avec la profondeur.

En substituant les équations (3-47a,b,c) dans les équations du mouvement, nous obtenons deux équations homogènes reliant les constantes A et B. La solution non triviale de ce système d'équations existe si le déterminant des coefficients est égale à zéro. Elles sont données par:

$$b_1 = k (1 - c^2 / c_p^2)^{1/2}, \quad b_2 = k (1 - c^2 / c_s^2)^{1/2}$$

Il est à noter que les constantes b_1 , et b_2 sont réelles et positives pour $c < c_s < c_p$.

Les rapports des amplitudes sont données par :

$$B_1 / A_1 = -b_1 / ik, \quad B_2 / B_2 = b_2 / ik.$$

Les solutions générales des équations (3-47a,b,c) s'écriront alors:

$$U = [A_1 e^{-b_1 z} + A_2 e^{-b_2 z}] \exp [i k (ct - x)] \quad (3-48a)$$

$$V = 0 \quad (3-48b)$$

$$W = [(-b_1 / ik) A_1 e^{-b_1 z} + (-ik / b_2) A_2 e^{-b_2 z}] \exp [i k (ct - x)] \quad (3-48c)$$

Les constantes A_1 et A_2 et la vitesse de phase sont déterminées de manière à satisfaire les conditions de surface libre à $z = 0$. On obtient ainsi le système d'équations:

$$\begin{cases} 2b_1 A_1 + (2 - c^2/c_s^2) k^2 A_2 / b_2 = 0 \\ (2 - c^2/c_p^2) A_1 + 2A_2 = 0 \end{cases} \quad (3-49)$$

Une solution non triviale est obtenue si le déterminant du système (3-49) s'annule. L'équation ainsi obtenue est l'équation de Rayleigh, elle permet de déterminer la vitesse de phase des ondes de Rayleigh, elle est donnée par:

$$(2 - c^2/c_s^2)^2 - 4(1 - c^2/c_p^2)^{1/2} (1 - c^2/c_s^2)^{1/2} = 0 \quad (3-50)$$

Une bonne approximation de la vitesse de phase des ondes de Rayleigh notée c_r est donnée par l'équation suivante.

$$c_r = \frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu} c_s$$

III-3-3- ONDES DANS UN MILIEU HETEROGENE MULTICOUCHE

Le système d'ondes planes dans un milieu multicouche peut être superposé afin de représenter une onde incidente en conjonction avec des ondes réfléchies et réfractées à l'interface séparant deux couches. La question est de savoir quelle combinaison d'ondes additionnelles est requise afin de satisfaire les conditions de continuité des contraintes et des déplacements aux interfaces des couches. Nous mentionnons à ce niveau que pour une onde incidente donnée, nous aurons deux ondes réfléchies et deux ondes réfractées. Le système d'ondes incidentes, réfléchies et réfractées est gouverné par les quatre conditions sur les contraintes et les déplacements à l'interfaces des couches.

III-3-3-1- MATRICE DE TRANSFERT

Considérons le système stratifié illustré par la figure (3-6) et pour lequel, des ondes incidentes se propagent dans le demi-espace. Les interfaces entre les couches sont imposées par les discontinuités matérielles du système étudié.

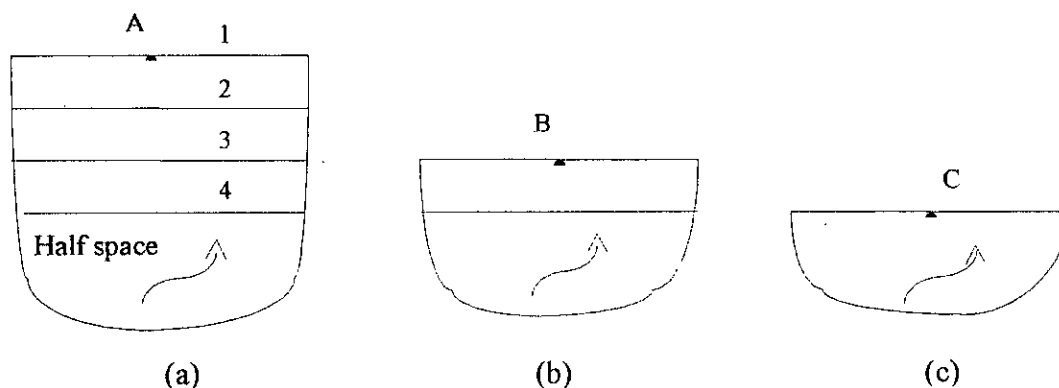


Fig. (3-6) : Le profil multicouche.

L'élément de base de l'analyse des systèmes stratifiés est la couche horizontale de propriétés mécaniques constantes de la figure (3-7) repéré par rapport à un système de coordonnées locales.

La théorie sera développée pour le cas du mouvement anti-plan seulement (ondes SH).

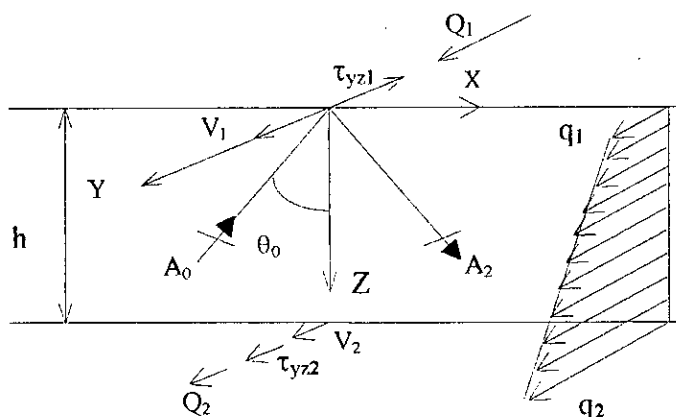


Fig. (3-7): Couche de sol dans le cas du mouvement anti-plan.

Le champ de déplacement total à l'intérieur de la couche est la superposition de l'onde incidente A_0 et réfléchie A_2 . Celui-ci est donné par l'équation suivante [78] :

$$V(x, z) = [A_0 \exp (ik_0 \cos \theta z) + A_2 \exp (-ik_0 \cos \theta z)] \exp [ik_0 (ct - \sin \theta x)] \quad (3-51)$$

Cette équation peut-être réécrite, pour des raisons de simplicité sous la forme suivante:

$$V(x, z) = V(z) \exp [ik_0 (ct - \sin \theta x)] \quad (3-52a)$$

$V(z)$ est interprété comme étant l'amplitude de l'onde qui se propage dans la direction x , elle est donnée par :

$$V(z) = A_0 \exp (i k t z) + A_2 \exp (-i k t z) \quad (3-52b)$$

avec :

$$t = \cos \theta.$$

$$k = k_0 \sin \theta.$$

L'amplitude de la contrainte de cisaillement $\sigma_{yz}(z)$ est calculée conformément à l'équation (3-37), en adoptant la même simplification précédente, celle-ci est donnée par :

$$\sigma_{yz}(z) = G V_{,z}$$

soit :

$$\sigma_{yz}(z) = i k t G [A_0 \exp (i k t z) + A_2 \exp (-i k t z)] \quad (3-53)$$

On définit le vecteur d'état, le vecteur de composantes V et σ_{yz} . Celui-ci au sommet de la couche soit $z = 0$, est donné par le système suivant:

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ \sigma_{yz1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i k t G & -i k t G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0 \\ A_2 \end{Bmatrix} \quad (3-54a)$$

De manière similaire, l'expression du vecteur d'état à la base de la couche ($z = h$) est donnée par :

$$\begin{Bmatrix} V_2 \\ \sigma_{yz2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp (i k t h) & \exp (-i k t h) \\ i k t G \exp (i k t h) & -i k t G \exp (-i k t h) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} \quad (3-55b)$$

En éliminant les amplitudes A_0 et A_2 , nous relierons ainsi le vecteur d'état du sommet de la couche à celui de la base. La matrice de liaison est appelée matrice de transfert, elle est donnée par :

$$\begin{Bmatrix} V_2 \\ \sigma_{yz2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k t h & (k t G)^{-1} \sin k t h \\ -k t G \sin k t h & \cos k t h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \sigma_{yz1} \end{Bmatrix} \quad (3-56)$$

Par une relation réursive, l'état de déplacement et de contrainte au niveau d'une couche quelconque du milieu stratifié est déterminé en fonction de ceux en surface [33, 69, 78].

III-3-3-1- MATRICE DE RIGIDITE

La matrice de transfert est non symétrique, elle peut-être transformer en une matrice symétrique moyennant quelques transformations algébriques. En préservant l'équilibre de la couche ($Q_1 = -\sigma_{yz1}$, $Q_2 = \sigma_{yz2}$), nous réarrangeons les termes de la matrice de transfert et après une inversion partielle, nous obtenons la matrice de rigidité suivante [38, 78]:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \frac{k t G}{\sin k t h} \begin{bmatrix} \cos k t h & -1 \\ -1 & \cos k t h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} \quad (3-57)$$

La matrice de rigidité globale est obtenue par assemblage des matrices de rigidité élémentaires en supposant la continuité des déplacements et la compatibilité des contraintes aux interfaces des couches. Pour le système de la figure (3-6), le système d'équation est le suivant:

$$\begin{bmatrix} R_{11}^1 & R_{12}^1 & & & & \\ R_{21}^1 & R_{22}^1 + R_{11}^2 & R_{12}^2 & & & \\ & R_{21}^2 & R_{22}^2 + R_{11}^3 & R_{12}^3 & & \\ & & R_{21}^3 & R_{22}^3 + R_{11}^4 & R_{12}^4 & \\ & & & & R_{21}^4 & R_{22}^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Q_4 \end{Bmatrix} \quad (3-58)$$

dans lequel l'exposant identifie la couche. La matrice de rigidité globale est triangulaire et symétrique.

Dans le problème classique de propagations d'ondes sismiques à travers un sol stratifié, les solutions sont déterminées en utilisant l'approche par la matrice de transfert [24, 25, 33, 69] ou par la matrice de rigidité [12, 38, 78] du sol et ceci, connaissant les solutions d'un système de référence caractérisé par un point de contrôle défini, soit sur un affleurement rocheux point (c) de la figure.(3-6c), ou sur un système arbitraire fig.(3-6b). Le choix du point de contrôle affecte le vecteur force du système (3-58) et est dicté par le type d'ondes incidentes, ainsi, pour une onde de surface le point de contrôle ne peut être considéré au point c [78].

III-4- CONCLUSION

Nous avons présenté les solutions des équations de propagation exclusivement sous forme d'ondes planes. Ceci est justifié par le fait qu'à grande distance d'une source ponctuelle, la courbure du front d'onde est suffisamment faible pour assimiler l'onde à une onde plane.

Les excitations sismiques sont une source d'onde qui se propagent dans le sol et transportent la perturbation sur des distances plus ou moins grandes dépendant de l'énergie communiquée, ainsi que de la capacité du sol à transporter cette énergie libérée. Lorsque celle-ci agit sur un massif de sol multicouche, il se produit une multitude de réflexions et de réfractions, identiques à celles observées en optique au droit des interfaces des couches. Aussi, des phénomènes nouveaux prennent naissance dans le massif, tels que les phénomènes de conversion de modes, de propagation d'ondes de surface. Ainsi, même si la nature de l'onde incidente primaire est connue, il reste très difficile de connaître et quantifier les ondes résultantes dans le massif multicouches.

CHAPITRE IV
PRESENTATION DE LA
METHODE DES COUCHES MINCES
(T.L.M.)

PRESENTATION DE LA METHODE DES COUCHES MINCES (T.L.M.)

IV-1-INTRODUCTION

L'analyse des mouvements d'ondes dans les milieux stratifiés intéresse à la fois les sismologues et les ingénieurs. Son application dans l'aire de la sismologie consiste en l'étude de la propagation des ondes sismiques dans les milieux stratifiés, et dans le domaine de l'ingénierie, elle est relative à l'investigation du comportement dynamique des structures reposant sur les dépôts de sols stratifiés, étape fondamentale pour toute conception parasismique des structures.

Les solutions analytiques qui ont été développées sont applicables à des situations largement idéalisées. Pour l'analyse des problèmes survenant en pratique, les méthodes numériques sont d'un grand apport, voire indispensables.

Les années précédentes ont été marquées par une utilisation considérable de la technique des éléments finis pour la résolution des problèmes de dynamique des sols stratifiés, en raison de la flexibilité et l'aisance avec lesquelles cette méthode peut être mise en œuvre. La méthode des éléments finis a largement été employée pour divers problèmes dont nous citons: l'analyse des effets de l'interaction sol-structure dans des structures enterrées, la détermination des fonctions d'impédance des fondations de formes arbitraires, l'étude des problèmes de propagation d'ondes dans les dépôts de sol à géométrie variable... La méthode des éléments finis (M.E.F) présente cependant un inconvénient majeur, celui de la finitude artificielle du domaine. Elle nécessite alors une prise en charge particulière consistant à imposer au modèle des conditions spéciales, ayant fait l'objet d'investigations soutenues.

A cet effet, des méthodologies ont été développées [35, 49, 74] dans le but de proposer des modèles de conditions aux frontières susceptibles de reproduire correctement la nature semi-infinie du milieu étudié, c'est à dire la prise en compte des radiations d'ondes en champ lointain. Ces frontières sont utilisées afin de séparer le modèle élément fini conventionnel correspondant à la région irrégulière ou de conditions aux frontières non homogènes (fondation,...), du milieu semi-infini du champ lointain. Malgré l'utilisation de frontières spéciales, plusieurs situations pratiques nécessitent l'utilisation d'un nombre important d'éléments finis, pouvant atteindre les limites imposées par l'outil informatique. Il est de ce fait important de rechercher des moyens efficaces permettant de réduire le nombre d'équations nécessaires pour modéliser convenablement certaines portions du sol sans perte de précision.

Une méthodologie a été développée en 1977 par Kausel et Roësset [37] pour l'étude des milieux stratifiés de largeur finie et de conditions aux frontières homogènes correspondant à une surface libre et une base rigide. Elle consiste à modéliser le sol en éléments finis rectangulaires basés sur une expression arbitraire du déplacement dans la direction verticale et un champ analytique connu dans la direction horizontale: c'est la méthode semi-analytique. Cette méthode approximative fondée sur des concepts éléments finis est basée sur la discrétisation du milieu dans le sens des couches (i.e. vertical) en couches minces; ainsi, elle fait partie de la grande famille de méthodes appelées communément la méthode des couches

minces (Thin Layer Method ou T.L.M.) [42, 43]. Précisons que la T.L.M est une méthode numérique pour le traitement des problèmes de propagation d'ondes dans les milieux stratifiés, elle a largement été employée ces 25 dernières années.

IV-2- REVUE DES TRAVAUX ANTERIEURS

Il existe une littérature extensive sur l'application de la T.L.M dans les problèmes de l'ingénierie et de la sismologie [42]. Cette méthode, généralement adoptée pour l'analyse des mouvements d'ondes dans des milieux stratifiés, a été proposée pour la première fois en 1970 par Lysmer [45] pour l'étude du phénomène de propagation d'ondes de Rayleigh dans les milieux stratifiés. Deux ans plus tard, Waas [74] a proposé une extension substantielle de la méthode de Lysmer aux problèmes bidimensionnels en déformation plane, dans laquelle il a développé des frontières transmittantes pour la représentation en éléments finis d'un milieu bidimensionnel fig. 4.4a,b. En 1974, Kausel [35] a généralisé cette méthode pour obtenir une formulation de cette théorie pour les problèmes tridimensionnels exhibant une symétrie matérielle cylindrique. En 1977, Kausel et Roësset [37] ont développé une méthodologie basée sur la T.L.M pour l'étude des milieux stratifiés de largeur finie et de conditions aux frontières homogènes de surface libre et de base rigide: c'est la méthode semi-analytique caractérisée par le concept de l'hyperélément. Cette dernière méthode a été généralisée en 1980 par Tassoulas [67] pour l'étude des milieux stratifiés de conditions aux frontières non homogènes permettant ainsi de simuler des plaques rigides surmontant un milieu stratifié.

Ce n'est que vers les années 1980 que cette méthode a connu un essor fondamental lorsque Tadjimi [65], Waas [75] et Kausel [39] indépendamment les uns des autres, ont appliqué cette méthode pour obtenir la réponse des systèmes stratifiés de largeur finie à des sources concentrées agissant à l'intérieur (ou sur) le milieu. De ces trois travaux, le plus important est le dernier cité car il a fourni un cadre général pour la prise en compte des charges de caractéristiques spatio-temporelles arbitraires via les transformations de Fourier et de Hankel. Sur la base de cette formulation, Kausel et Peek [40] ont développé des fonctions de Green pour des charges ponctuelles, qui de nos jours sont à la base de nombreux programmes et procédures d'analyse des mouvements d'ondes dans les milieux stratifiés (ex: PUNCH, SASSI, SASW). Depuis, un important nombre d'applications et d'extensions relatives à cette méthode ont été effectuées, c'est le cas du traitement des problèmes renfermant des milieux infinis ou ceux correspondant à des dépôts de sol surmontant un demi-espace élastique, l'étude des matériaux anisotropes dans le domaine fréquentiel ou temporel.

Cette technique a vu son application dans différents domaines, elle a été utilisée pour l'étude des phénomènes de propagation d'ondes dans les milieux multicouches (même renfermant des milieux anisotropes ou poroélastiques) [21, 22, 23, 31, 60, 61, 62, 68, ...] par divers auteurs [14, 20, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 51, 52, ...] pour l'étude des problèmes d'interaction sol-structure; cette méthode s'adapte également aux problèmes d'interaction structure-structure [37], d'interaction sol-fluide [34], l'investigation de la réponse des barrages aux excitations sismiques [73] ainsi que l'étude des structures enterrées soumises à des excitations dynamiques tel que les tunnels [42, 43].

Précisons tout de suite que l'appellation T.L.M. dans le cadre de cette étude est utilisée ici dans un sens un peu particulier, car nous la restreignons en fait à l'utilisation conjointe de la méthode semi-analytique développée par Kausel et Roësset en 1977 et des frontières transmittantes développées par Lysmer et Waas et Waas en 1972. En effet, cette association peut constituer une approche globale attrayante pour étudier le phénomène de propagation d'ondes sismiques dans les vallées alluviales ou sédimentaires, ce qui fait l'objet du présent travail.

IV-3- CONSIDERATIONS GENERALES

IV-3-1- NOTIONS PRELIMINAIRES

La méthode présentée dans cette partie est applicable à l'analyse des mouvements d'ondes harmoniques dans le temps dans un milieu stratifié isotrope viscoélastique et linéaire.

Dans un système de coordonnées cartésiennes (X, Y, Z), le stratum est considéré comme la région $0 \leq z \leq H$, délimitée par les plans parallèles $z = 0$ et $z = H$ (H étant la profondeur totale du stratum). Les frontières $z = 0$ et $z = H$ sont la surface et la base, supposée rigide, du stratum respectivement. Les couches de propriétés généralement différentes sont supposées homogènes d'interfaces planes, parallèles à la surface et la base du stratum (fig. 4.1). Elles sont supposées juxtaposées aux interfaces où les déplacements et les contraintes sont continus.

Si M est le nombre total de couches, la couche j, $1 \leq j \leq M$, est la région située entre deux plans $z = z_j$ et $z = z_{j+1}$, dont l'épaisseur notée H_j est donnée par: $H_j = z_{j+1} - z_j$.

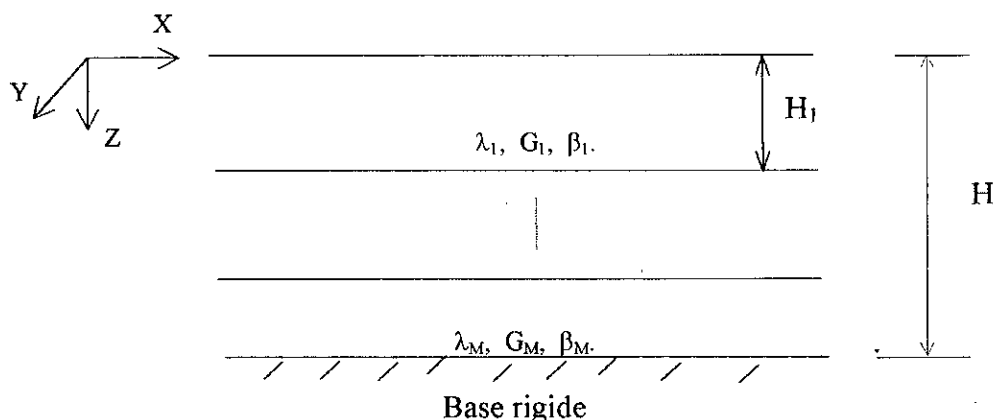


Fig.(4-1): Le profil de sol.

Les caractéristiques d'une couche j sont notées:

- ρ_j : densité;
- λ_j : coefficient de Lamé;
- G_j : module de cisaillement;
- ν_j : coefficient de Poisson donné par:

$$\nu_j = \frac{\lambda_j}{2(\lambda_j + G_j)}$$

Les coefficients de Lamé sont réels pour un solide linéaire élastique, et sont des fonctions à valeurs complexes de la fréquence ω pour un solide viscoélastique linéaire. Sous l'hypothèse d'un comportement dissipatif du sol de type hystérétique, les modules complexes sont donnés par l'équation (3-24), soit :

$$\lambda_j^* = \lambda_j (1 + 2i \beta_j)$$

$$G_j^* = G_j (1 + 2i \beta_j)$$

Où β_j est la fraction d'amortissement critique.

Les équations différentielles du mouvement régissant le champ de déplacement harmonique dans un solide viscoélastique linéaire sont identiques à celles d'un matériau linéaire élastique avec remplacement des coefficients réels par les fonctions complexes λ_j^* , G_j^* (voir chapitre III). La présence des coefficients complexes provoque une augmentation légère du nombre d'opérations. Cependant, le comportement dissipatif du matériau viscoélastique élimine la résonance et ainsi les instabilités numériques sont évitées.

IV-3-2- FONDEMENT THEORIQUE

La solution des équations du mouvement est établie dans le domaine fréquence-nombre d'ondes sous l'hypothèse de forces et de déplacements harmoniques dans le temps et dans l'espace, en procédant à une séparation de variables. Ceci correspond formellement à la résolution des équations du mouvement en termes de leur transformée de Fourier temporelle et spatiale.

Dans ce domaine, les contraintes sont reliées aux déplacements par une matrice de rigidité, laquelle est une caractéristique du massif de sol, ne dépendant que des propriétés physiques et géologiques du milieu et n'étant influencée par les forces extérieures qu'à travers leurs fréquences d'excitation (chapitre III). Ce système d'équations associé aux conditions homogènes de surface libre et de base rigide ainsi que les conditions de continuité des contraintes et des déplacements aux interfaces des couches, définit un problème aux valeurs propres.

Pour chaque pulsation d'excitation ω , cette matrice admet une infinité de valeurs propres (nombre d'ondes k) dont le spectre est discret. A chaque valeur propre, correspond un vecteur propre. Le déplacement résultant dans le massif de sol s'obtient par combinaison linéaire de ces vecteurs propres.

La démarche générale présentée ci-dessus ne doit pas cacher la complexité inhérente à la détermination analytique de ces modes de propagation. En effet, aussi longtemps que le milieu est continu, le calcul de ces valeurs propres est très complexe en raison de l'aspect transcendantal des termes de la matrice de rigidité auquel s'ajoute la géométrie relativement complexe du milieu : couches. Afin de s'affranchir de cette difficulté, chaque couche du stratum est discrétisée en un certain nombre de sous-couches d'épaisseurs appropriées h_j (fig.4.2), à l'intérieur desquelles les déplacements sont supposés une fonction arbitraire des déplacements des interfaces. En raison de l'approximation introduite, les déplacements ne vont pas satisfaire les équations d'ondes identiquement. En adoptant la même procédure de base de la formulation par éléments finis, une solution approximative est obtenue en utilisant les méthodes énergétiques; la matrice de rigidité du massif devient algébrique. Le problème aux valeurs propres résultant est par conséquent algébrique et quadratique en k (nombre d'ondes). Ceci résulte de l'aspect algébrique des matrices de rigidité des sous-couches.

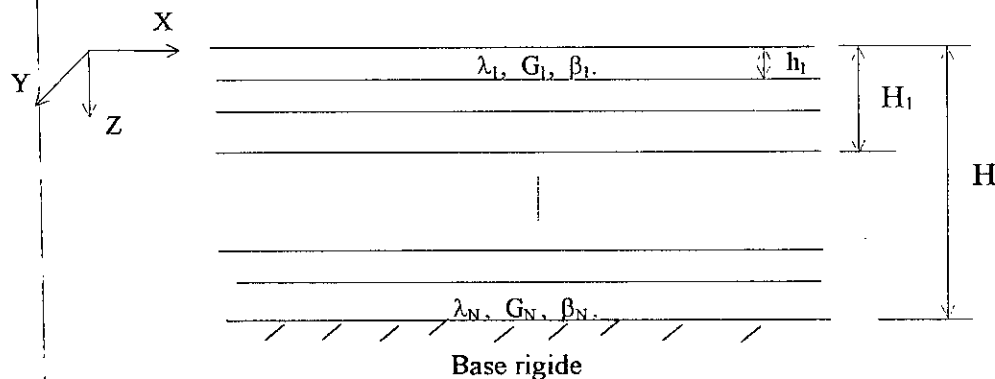


Fig.(4-2): Le profil de sol discrétisé.

Pour chaque pulsation d'excitation ω , la solution de ce problème aux valeurs propres est un nombre fini de valeurs propres complexes (milieu amortissant), égal à 6 fois le nombre de sous-couches : $3N$ (N étant le nombre total de couches) correspondent à des ondes se propageant dans la direction horizontale positive et le reste correspond à une propagation des ondes dans la direction horizontale négative. A chaque valeur propre correspond un vecteur propre. Le déplacement résultant s'obtient par combinaison linéaire de ces vecteurs propres.

Si nous considérons à présent une section du stratum discrétisé considéré, soit par exemple la région $x \geq 0$ (fig. 4.3), alors le déplacement résultant sur la section plane $x = 0$ s'obtient par la combinaison linéaire des modes cinématiquement admissibles dans cette région. L'équilibre dans cette région doit être préservé au sens énergétique. En appliquant le principe des travaux virtuels, nous relierons les forces nodales consistantes statiquement équivalentes agissant sur le plan $x = 0$ aux déplacements nodaux par une matrice de rigidité dynamique.

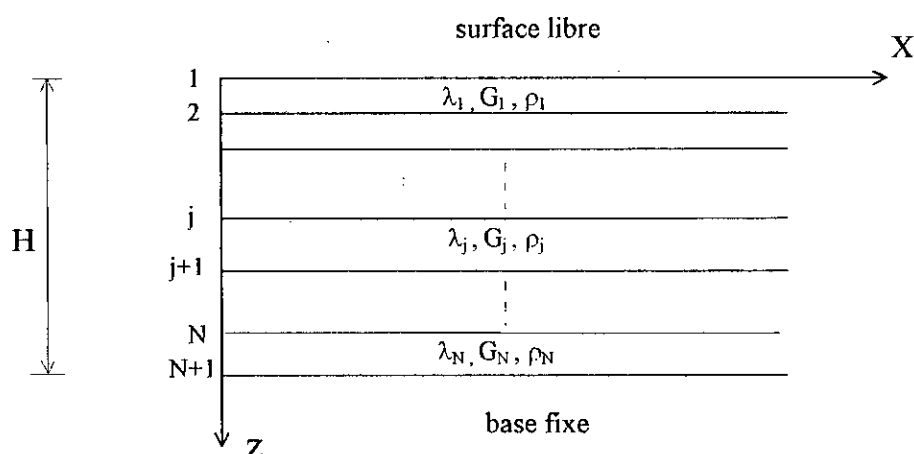


Figure (4-3): La frontière transmettante consistante.

La région $x \geq 0$ est connue sous le nom de frontière consistante transmettante, elle a été développée en 1972 par Waas [74]. Cette frontière consistante est utilisée afin de séparer le modèle éléments finis conventionnel du milieu stratifié par rapport au milieu semi-infini du champ lointain. Elle est visualisée comme une extension virtuelle des éléments finis à l'infini (fig. 4.4b).

Kausel et Roësset (K & R) [37] ont fait une extension de cette frontière transmettante pour étudier les mouvements d'ondes dans les milieux de largeur finie de conditions aux frontières homogènes correspondant à une surface libre et une base rigide (fig. 4.5). Le déplacement à l'intérieur de chaque sous-couche est approché par des fonctions arbitraires dans la direction verticale, conformément à la description précédente, et un champ analytique est utilisé dans la direction horizontale. L'équilibre devant être préservé dans cette région sur les plans $x = 0$ et $x = L$, les forces nodales consistantes statiquement équivalentes appliquées sur ces deux plans verticaux sont reliées aux déplacements par une matrice de rigidité.

IV-3-3- DESCRIPTION DU MODELE DE K & R

On considère une section de largeur finie d'un milieu stratifié horizontal d'épaisseur H reposant sur une base rigide (fig. 4.1), soumise à une excitation harmonique arbitraire de fréquence ω appliquées sur ses sections verticales S_1 et S_2 d'abscisses ξ_1 et ξ_2 respectivement (fig. 4.5). Les couches H_j (fig. 4.1) sont discrétisées en sous-couches d'épaisseurs appropriées

h_j conformément à la description précédente; soit N le nombre total de couches. Les sections S_1 et S_2 sont distantes de L arbitraire. En considérant un modèle bidimensionnel en déformations planes, la figure (4.5) représente un long corps prismatique de section droite rectangulaire. L'intersection des deux frontières verticales avec une des interfaces des sous-couches définit deux nœuds, ayant chacun un ou deux degrés de liberté (d.d.l.) selon que l'on considère un cas de mouvement plan ou antiplan. Les d.d.l. de l'interface sol-roche ne sont pas pris en considération car les déplacements sont supposés prescrits (zéro) [37].

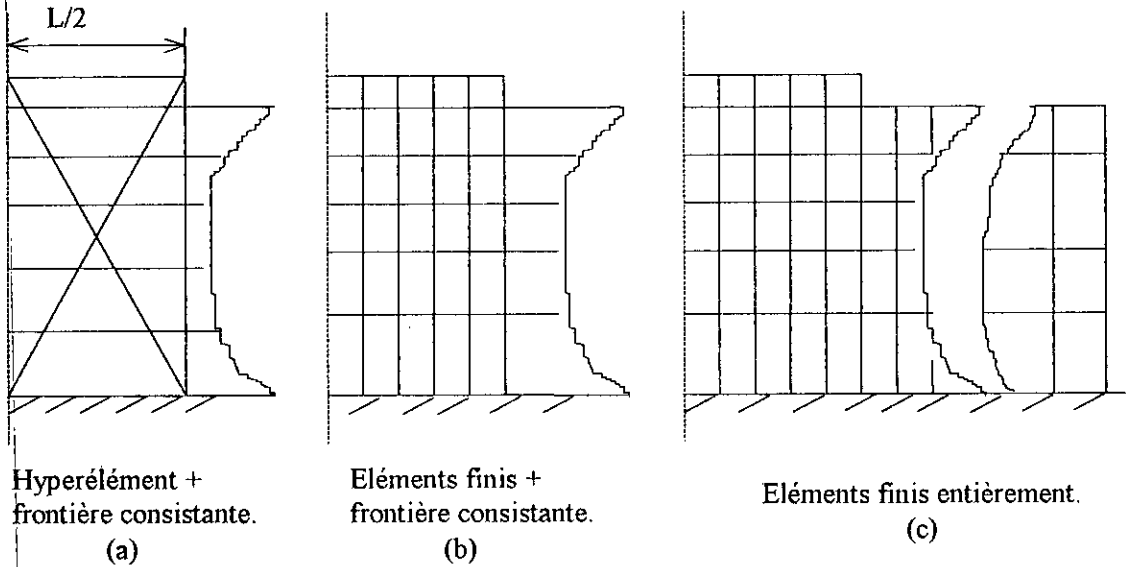


Fig. (4-4): Les modèles alternatifs en éléments finis.

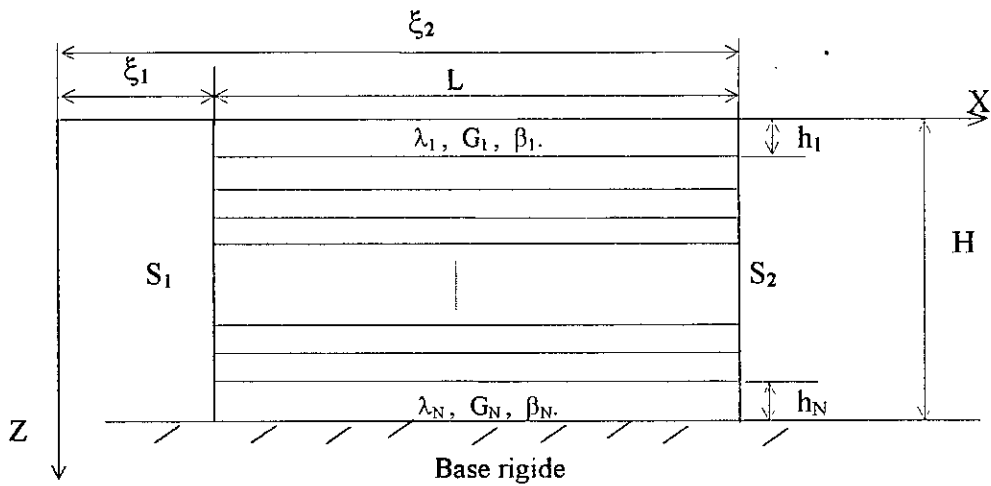


Fig.:(4.5).-Système de coordonnées.

En l'absence de forces ou de contraintes dans la région stratifiée, il est possible de relier les forces harmoniques agissant sur les deux frontières verticales seulement en terme de déplacements à ses frontières [37]:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \underline{\underline{U}} \quad \underline{\underline{U}} = \begin{Bmatrix} \underline{\underline{U}}^1 \\ \underline{\underline{U}}^2 \end{Bmatrix} \quad \underline{\underline{F}} = \begin{Bmatrix} \underline{\underline{F}}^1 \\ \underline{\underline{F}}^2 \end{Bmatrix}$$

\underline{U}_i : le vecteur des déplacements nodaux sur la section S_i .

\underline{F}_i : le vecteur des forces nodales résultantes agissant sur la section S_i .

\underline{R} : la matrice de rigidité dynamique du stratum fonction de la fréquence d'excitation ω .

Il résulte alors que toute la région délimitée par les deux sections verticales, la surface libre et l'interface sol-roche est considérée comme un "hyperélément" ayant $2N$ nœuds. L'interaction entre les différentes sous-couches se fait uniquement par l'intermédiaire des nœuds. Ainsi l'équilibre global dans le massif s'entend au sens d'équilibre nodal i.e. en termes d'éléments finis. Les degrés de liberté du massif de sol considéré se réduisent aux d. d. l. des nœuds. La taille de sa matrice de rigidité dépend seulement du nombre de couches discrètes N et non de la distance séparant les deux frontières verticales L . L'avantage principal de cette méthode est la réduction du nombre de degrés de liberté d.d.l. (fig. 4.4c dans le cas d'une modélisation par éléments finis) nécessaires pour modéliser convenablement le stratum (fig. 4.4a), aussi l'effort de l'investigation est indépendant de la largeur de l'hyperélément.

Dans ce qui suit, nous présentons le développement théorique du concept de la frontière transmittante et de l'hyperélément, inspiré pour l'essentiel des travaux de Tassoulas [67], Kausel and Roësset [37, 38].

IV-4- PRESENTATION DE LA T.L.M.

IV-4-1- APPLICATION AU STRATUM EN MOUVEMENT PLAN

Dans un système de coordonnées rectangulaires cartésiennes, le vecteur déplacement résultant de vibrations harmoniques d'un stratum est obtenu par restriction de l'équation (3-28) aux conditions de mouvement plan dans le plan $(x-z)$, il est donné par l'expression suivante:

$$\underline{U} = \begin{Bmatrix} U(x, z) \\ 0 \\ W(x, z) \end{Bmatrix} \exp(i\omega t) \quad (4-1)$$

Où ω est la fréquence de vibrations donnée par $\omega = k c$.

Le mouvement des particules est dans le plan $(x-z)$ et est indépendant de la coordonnée y .

Les équations différentielles (équations de Navier (3-5b)) gouvernant le mouvement dans la couche j , $1 \leq j \leq M$ s'écriront alors:

$$(\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \lambda_j \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} + G_j \left[\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right] + \rho_j \omega^2 U = 0 \quad (4-2a)$$

$$(\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \lambda_j \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} + G_j \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \right] + \rho_j \omega^2 W = 0 \quad (4-2b)$$

Les amplitudes des contraintes de la couche j sont données par :

$$\sigma_x = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda_j \frac{\partial W}{\partial z} \quad (4-3a)$$

$$\sigma_z = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial W}{\partial z} + \lambda_j \frac{\partial U}{\partial x} \quad (4-3b)$$

$$\tau_{xz} = G_j \left[\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (4-3c)$$

Les conditions de continuité des contraintes aux interfaces des couches imposent à l'interface $z = z_j, 2 \leq j \leq M$:

$$(\lambda_{j-1} + 2G_{j-1}) \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=z_j^-} + \lambda_{j-1} \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{z=z_j^-} = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=z_j^+} + \lambda_j \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{z=z_j^+} \quad (4-4a)$$

$$G_{j-1} \left[\frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{z=z_j^-} + \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=z_j^-} \right] = G_j \left[\frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{z=z_j^+} + \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=z_j^+} \right] \quad (4-4b)$$

et les conditions homogènes de surface libre et de base fixe sont :

$$(\lambda_1 + 2G_1) \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} + \lambda_1 \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{z=0} = 0 \quad (4-4c)$$

$$G_1 \left[\frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{z=0} + \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=0} \right] = 0 \quad (4-4d)$$

$$U(x, H) = 0 \quad (4-4e)$$

$$W(x, H) = 0 \quad (4-4f)$$

Dans un sol ayant des frontières latérales non bornées et des conditions aux frontières homogènes (4-4c, d, e, f), il est possible d'exprimer tout champ de déplacement arbitraire comme la superposition de fonctions propres représentant les modes naturels de propagation, obtenus par une séparation des variables x, z et la résolution d'un problème aux valeurs propres dans l'intervalle $0 \leq z \leq H$.

Soient les solutions des équations différentielles (4-1a, b) de la forme suivante:

$$U(x, z) = U(z) f(x) \quad (4-5a)$$

$$W(x, z) = W(z) f(x) \quad (4-5b)$$

En substituant les équations (4-5a,b) dans les équations (4-2a,b), nous avons:

$$\frac{d^2 f}{d x^2} + k^2 \frac{d^2 f}{d z^2} = 0 \quad (4-5c)$$

où k est une constante. Aussi U et W doivent satisfaire les équations suivantes:

$$k^2 (\lambda_j + 2G_j) U - G_j \frac{d^2 U}{d z^2} + ik (\lambda_j + G_j) \frac{d W}{d z} - \omega^2 \rho_j U = 0 \quad (4-6a)$$

$$k^2 G_j W - (\lambda_j + 2G_j) \frac{d^2 U}{d z^2} + ik (\lambda_j + G_j) \frac{d U}{d z} - \omega^2 \rho_j W = 0 \quad (4-6b)$$

d'après l'équation (4-5c), les modes U et W seront donnés par :

$$U(x,z) = U(z) \exp(-i k x)$$

$$W(x,z) = W(z) \exp(-i k x)$$

de même, les conditions aux frontières s'écrivent :

$$(\lambda_1 + 2G_1) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=0} - ik\lambda_1 U(0) = 0 \quad (4-6c)$$

$$-ikW(0) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (4-6d)$$

$$U(H)=0 \quad (4-6e)$$

$$W(H)=0 \quad (4-6f)$$

Les équations différentielles et les conditions (4-6c,d,e,f) définissent un problème aux valeurs propres dans l'intervalle $0 \leq z \leq H$. Les valeurs de k pour lesquelles les solutions non triviales U et W existent, sont les valeurs propres du problème.

En utilisant la décomposition d'Helmholtz, soit l'équation (3-7), les déplacements à l'intérieur d'une couche j dans le cas de mouvement plan, sont donnés par :

$$U = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (4-7a)$$

$$W = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4-7b)$$

où les grandeurs ϕ , ψ , sont les potentiels scalaire et vectoriel de Lamé satisfaisant les équations d'ondes (3-10a,b) soient :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2}{(c_p^j)^2} \phi \quad (4-8a)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2}{(c_s^j)^2} \psi \quad (4-8b)$$

où c_p^j , et c_s^j sont données d'après l'équation (3-10c) par:

$$c_p^j = \left(\frac{\lambda_j + 2G_j}{\rho_j} \right)^{1/2} \quad c_s^j = \left(\frac{G_j}{\rho_j} \right)^{1/2}$$

De manière similaire si nous considérons les solutions des équations d'ondes de la forme:

$$\phi(x,z) = \phi(z) e^{-i k x} \quad (4-9a)$$

$$\psi(x,z) = \psi(z) e^{-i k x} \quad (4-9b)$$

après substitution dans les équations d'ondes (4-8a,b), donnent :

$$\frac{d^2 \phi}{dz^2} + q_j^2 \phi = 0 \quad (4.10a)$$

$$\frac{d^2 \psi}{d z^2} + p_j^2 \psi = 0 \quad (4-10b)$$

où

$$q_j = \frac{\omega^2}{(c_p^j)^2} - k^2 \quad (4-11a)$$

$$p_j = \frac{\omega^2}{(c_s^j)^2} - k^2 \quad (4-11b)$$

les solutions sont alors données par :

$$\phi(z) = A_1^j \cos(q_j z) + A_2^j \sin(q_j z) \quad (4-12a)$$

$$\psi(z) = A_3^j \cos(q_j z) + A_4^j \sin(q_j z) \quad (4-12b)$$

Les déplacements U, W résultent des équations (4-7a,b), ils sont donnés par :

$$U = ik\phi - \frac{d\psi}{dz} \quad (4-13a)$$

$$W = \frac{d\phi}{dz} - ik\psi \quad (4-13b)$$

Les équations (4-12a,b) (4-13a,b) indiquent que les coefficients $A_1^j, A_2^j, A_3^j, A_4^j$, peuvent être exprimés par les déplacements aux interfaces de la couche j : $U(z_j), W(z_j), U(z_{j+1}), W(z_{j+1})$. Par conséquent les fonctions propres U, W sont complètement spécifiées par les $2M$ valeurs des déplacements aux interfaces des couches $j, 1 \leq j \leq M$ et $U(H) = W(H) = 0$.

On obtient alors un système de $2M$ équations linéaires homogènes, la matrice des coefficients inclut des fonctions élémentaires, transcendantales dont les solutions non triviales sont les valeurs de k pour lesquelles la matrice est singulière. Le problème aux valeurs propres ainsi posé est une tâche ardue qui est celle de rechercher les racines d'un polynôme d'ordre $2M$, nécessite des méthodes très recherchées; en effet, aussi longtemps que le milieu est continue, le calcul de ces valeurs propres est très complexe car les termes des matrices sont des expressions transcendantales dans lesquelles la valeur k apparaît dans l'argument.

Pour une fréquence donnée ω , il existe une infinité quoique nombrable modes de propagation. Les fréquences pour lesquelles $k = 0$ est une valeur propre, font souvent référence aux fréquences de coupure ou fréquences naturelles. Les modes correspondant sont des ondes se propageant verticalement à travers les couches.

- Si le nombre d'onde k est réel, i.e. $\text{Im}[k] = 0$, alors la phase de l'onde se propage dans la direction des x -positifs quand $k > 0$, et dans les x -négatifs quand $k < 0$.
- Si le nombre d'onde k est complexe, le mode est une onde évanescente, de plus quand $\text{Re}[k] \neq 0$, il y a propagation de phase alors que quand $\text{Re}[k] = 0$, le mode est une onde stationnaire.
- Si la région est d'extension finie, tous les modes sont admissibles, par contre lorsque celle-ci est infinie, le mode est admissible seulement s'il satisfait la condition de radiation.

A- FORMULATION D'UN PROBLEME AUX VALEURS PROPRES ALGEBRIQUE

Considérons à présent la dérivation d'un problème aux valeurs propres algébrique pour le calcul approximatif des nombres d'ondes k et des fonctions propres correspondantes U, W. Selon Waas [74] et Tassoulas [67] la modélisation du profil de sol est réalisée à l'aide

d'éléments finis dans la direction verticale est d'éléments infinis dans la direction horizontale, conformément à la description ci-avant. Les éléments finis sont donc des segments $[z_j, z_{j+1}]$, $1 \leq j \leq N$ à l'intérieur desquels le champ de déplacement est approché par des fonctions d'interpolation arbitraires de z ; i.e. $U(z)$, $W(z)$ sont exprimés en terme de valeurs nodales.

Si nous considérons une sous-couche donnée j du massif discrétisé, le vecteur déplacement à l'intérieur de cette sous-couche est relié aux déplacements nodaux (au niveau des interfaces) par les relations suivantes :

$$U(z) = U_j N_j^j(z) + U_{j+1} N_{j+1}^j(z) \quad (4-14a)$$

$$W(z) = W_j N_j^j(z) + W_{j+1} N_{j+1}^j(z) \quad (4-14b)$$

De manière similaire, soient δU et δW les amplitudes des déplacements virtuels dans la sous-couche j , celle-ci sont données conformément aux équations (4-14a,b) comme suit:

$$\delta U(z) = \delta U_j N_j^j(z) + \delta U_{j+1} N_{j+1}^j(z) \quad (4-14c)$$

$$\delta W(z) = \delta W_j N_j^j(z) + \delta W_{j+1} N_{j+1}^j(z) \quad (4-14d)$$

Les fonctions N_j^j , N_{j+1}^j sont des fonctions d'interpolation, qui dans le cas d'une variation linéaire des déplacements sont données par :

$$N_j^j(z) = \frac{z_{j+1} - z}{h_j} \quad z_j \leq z \leq z_{j+1}$$

$$N_{j+1}^j(z) = \frac{z - z_j}{h_j}$$

L'hypothèse de la variation linéaire des déplacements dans la direction vertical équivaut à la substitution des expressions transcendantales gouvernant le déplacement dans la direction verticale, par des expressions algébriques linéaires.

En adoptant la même procédure de base de la formulation par éléments finis, i.e. en appliquant le principe des travaux virtuels, nous obtenons pour la couche j , après multiplication à gauche des équations (4-6a) et (4-6b) par δU et δW resp. et sommation, l'expression suivante:

$$\begin{aligned} & k^2(\lambda_j + 2G_j) \int_{z_j}^{z_{j+1}} U \delta U dz + k^2 G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} W \delta W dz \\ & + ik\lambda_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{dW}{dz} \delta U dz + ikG_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{dU}{dz} \delta W dz \\ & - G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{d}{dz} \left[\frac{dU}{dz} - ikW \right] \delta U dz - \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{d}{dz} \left[(\lambda_j + 2G_j) \frac{dW}{dz} - ik\lambda_j U \right] \delta W dz \\ & - \omega^2 \rho_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} U \delta U dz - \omega^2 \rho_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} W \delta W dz = 0. \end{aligned} \quad (4-15a)$$

En intégrant chaque terme de l'équation (4-15a) par partie et après réarrangement, nous aurons toujours pour la couche j l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 & k^2(\lambda_j + 2G_j) \int_{z_j}^{z_{j+1}} U \delta U dz + k^2 G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} W \delta W dz \\
 & + ik\lambda_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \left[\frac{dW}{dz} \delta U - U \frac{d}{dz} (\delta W) \right] dz + ikG_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \left[\frac{dU}{dz} \delta W - W \frac{d}{dz} (\delta U) \right] dz \\
 & + G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{dU}{dz} \frac{d}{dz} (\delta U) dz + (\lambda_j + 2G_j) \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{dW}{dz} \frac{d}{dz} (\delta W) dz \\
 & - \omega^2 \rho_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} U \delta U dz - \omega^2 \rho_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} W \delta W dz \\
 & = G_j \left[\frac{dU}{dz} - ikW \right] \delta U \Big|_{z_j}^{z_{j+1}} + \left[(\lambda_j + 2G_j) \frac{dW}{dz} - ik\lambda_j U \right] \delta W \Big|_{z_j}^{z_{j+1}} .
 \end{aligned} \tag{4-15b}$$

En substituant les équations (4-14a,b) et (4-14c,d) dans l'équation (4-15b), nous obtenons

$$\left(k^2 \underline{\underline{A}}^j + ik \underline{\underline{B}}^j + \underline{\underline{G}}^j - \omega^2 \underline{\underline{M}}^j \right) \begin{Bmatrix} U_j \\ W_j \\ U_{j+1} \\ W_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\tau_j \\ -\sigma_j \\ \tau_{j+1} \\ \sigma_{j+1} \end{Bmatrix} \tag{4-16}$$

k est le nombre d'onde.

$\underline{\underline{A}}^j$, $\underline{\underline{G}}^j$, $\underline{\underline{M}}^j$, resp. $\underline{\underline{B}}^j$ sont des matrices élémentaires 4×4 symétriques resp. antisymétrique, dépendant de l'interpolation utilisée, de la géométrie ainsi que des propriétés des couches (voir annexe B).

L'équilibre globale du stratum s'obtient en imposant l'équilibre à chaque élément et les conditions de continuité des contraintes et des déplacements aux interfaces des sous-couches, il s'en suit après assemblage et suppression des degrés de liberté prescrits à l'interface rigide :

$$\left(k^2 \underline{\underline{A}} + ik \underline{\underline{B}} + \underline{\underline{G}} - \omega^2 \underline{\underline{M}} \right) \underline{\underline{\chi}} = \underline{\underline{0}} \tag{4-17}$$

où :

$$\chi_{2j-1} = U_j$$

$$1 \leq j \leq N$$

$$\chi_{2j} = W_j$$

La relation (4-17) représente un problème aux valeurs propres quadratique et algébrique en k . Pour une pulsation d'excitation ω , il existe $4N$ valeurs propres k_j , complexes, (milieu amortissant), une partie (la moitié) correspond à des ondes se propageant dans la direction horizontale positive et le reste dans la direction horizontale négative. A chaque valeur propre k correspond un mode propre $\underline{\underline{\chi}}$.

B- FORMULATION DE LA FRONTIERE CONSISTANTE

Considérons une région stratifiée $x \geq 0$ ayant comme frontière latérale $x = 0$. Choisissons pour cette région, les $2N$ valeurs propres k_j , et les $2N$ vecteurs propres associés linéairement indépendants, pour lesquels les modes correspondants sont ceux dont les amplitudes diminues en s'éloignant de la frontière.

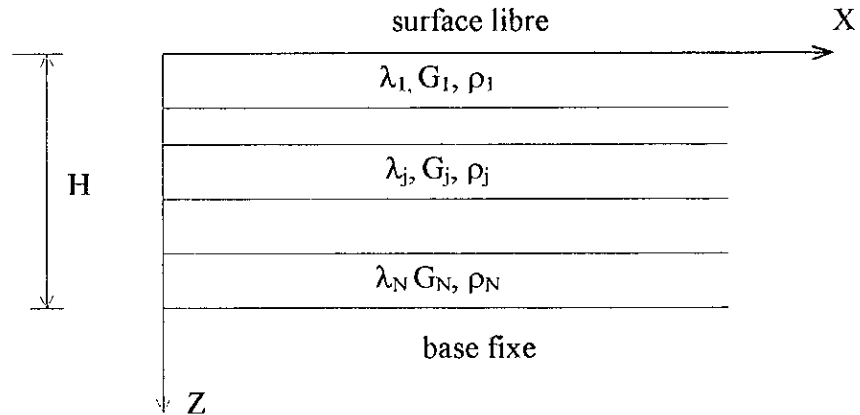


Figure (4-6): La région $x \geq 0$, $0 \leq z \leq H$, en déformation plane

Donc nous construisons la matrice diagonale \underline{K} ($2N, 2N$):

$$\underline{K} = \text{diag} [k_j, j = 1, 2N] \quad (4-18a)$$

et la matrice modale \underline{X} ($2N, 2N$), dont les colonnes sont les vecteurs propres correspondant, est donnée par:

$$\underline{X} = [\underline{\chi}^1, \underline{\chi}^2, \dots, \underline{\chi}^{2N}] \quad (4-18b)$$

Le vecteur déplacement résultant sur la frontière latérale s'obtient par combinaison linéaire de ces vecteurs propres i. e:

$$\underline{U} = \underline{X} \underline{\Gamma} \quad (4-19)$$

où

$$\begin{aligned} U_{2j-1} &= U(0, z_j) \\ U_{2j} &= W(0, z_j) \end{aligned} \quad 1 \leq j \leq N$$

$\underline{\Gamma}$ est le vecteur de participation modale.

Il est à noter que de manière similaire à la formulation par éléments finis, l'équilibre doit être préservé au sens énergétique à toute section verticale de l'élément considéré. Ainsi, le vecteur force nodale consistante agissant dans la région $x \geq 0$, sur la section $x = 0$, qui correspond au mode propre de nombre d'onde k et de vecteur propre $\underline{\chi}$ est déterminé pour chaque couche j , par intégration des tractions que multiplient les fonctions de forme sur les sections $z_j \leq z \leq z_{j+1}$:

Forces dans la direction x :

$$\text{nœud } j : \quad P_{x,j}^j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} -\sigma_x|_{x=0} N_j^j(z) dz \quad (4-20a)$$

$$\text{nœud } j+1 : \quad P_{x,j+1}^j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} -\sigma_x|_{x=0} N_{j+1}^j(z) dz \quad (4-20b)$$

Forces dans la direction z :

$$\text{nœud } j : \quad P_{z,j}^j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} -\tau_{xz}|_{x=0} N_j^j(z) dz \quad (4-20c)$$

$$\text{nœud } j+1 : \quad P_{z,j+1}^j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} -\tau_{xz}|_{x=0} N_{j+1}^j(z) dz \quad (4-20d)$$

où l'exposant indique le numéro de la couche et l'indice le numéro du nœud;
les contraintes sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_x|_{x=0} = -ik(\lambda_j + 2G_j) U + \lambda_j \frac{dW}{dz} \quad (4-21a)$$

$$\tau_{xz}|_{x=0} = G_j \left[-ikW + \frac{dU}{dz} \right] \quad (4-21b)$$

En substituant les équations (4-14a,b) dans les équations (4-21a,b) et les expressions résultantes dans les équations (4-20a,b) et (4-20c,d), nous obtenons :

$$\left[ik \underline{\underline{A}}^j + \underline{\underline{D}}^j \right] \begin{Bmatrix} U_j \\ W_j \\ U_{j+1} \\ W_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{x,j}^j \\ P_{z,j}^j \\ P_{x,j+1}^j \\ P_{z,j+1}^j \end{Bmatrix} \quad (4-22)$$

En assemblant les matrices pour la région $0 \leq z \leq H$, nous obtenons:

$$\underline{\underline{P}} = \left[i k \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{D}} \right] \underline{\underline{\chi}} \quad (4-23)$$

$\underline{\underline{D}}$ est une matrice $(2N \times 2N)$ obtenu par assemblage de matrice élémentaire $\underline{\underline{D}}^j$ (4×4) (voir annexe B).

Soit $\underline{\underline{P}}^j$ le vecteur forces correspondant au mode de valeur propre k_j et de vecteur propre $\underline{\underline{\chi}}^j$, son expression d'après l'équation (4-23) est la suivante:

$$\underline{\underline{P}}^j = \left[i k_j \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{D}} \right] \underline{\underline{\chi}}^j \quad (4-24)$$

Le vecteur force $\underline{\underline{F}}$ correspondant au déplacement $\underline{\underline{U}}$ s'écrit comme une combinaison linéaire des forces nodales consistantes, il est donné par:

$$\underline{\underline{F}} = \sum_{j=1}^{2N} \Gamma_j \underline{\underline{P}}^j \quad (4-25)$$

ou alternativement, par

$$\underline{\underline{F}} = \left[i \underline{\underline{A}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \underline{\underline{X}} \right] \underline{\underline{\Gamma}} \quad (4-26)$$

En combinant les équations (4-19) et (4-26), nous éliminons le facteur de participation modale et nous avons:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \underline{\underline{U}} \quad (4-27)$$

Tel que $\underline{\underline{R}}$ est la matrice de rigidité dynamique, elle est donnée par :

$$\underline{\underline{R}} = i \underline{\underline{A}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{K}} \underline{\underline{X}}^{-1} + \underline{\underline{D}} \quad (4-28)$$

Si nous choisissons les $2N$ valeurs propres et les vecteurs propres associés linéairement indépendant, correspondant à une propagation d'ondes dans la direction des x -positifs, la région $x \geq 0$ (fig.4-6) est désignée par: frontière transmittante ou consistante [67, 74].

C- FORMULATION DE L'HYPERELEMMENT

Cette procédure peut être étendue pour l'établissement de la matrice de rigidité de la région rectangulaire i.e. l'hyperélément délimité par les sections S_1, S_2 . Cette région étant d'extension latérale finie tous les modes sont alors admissibles.

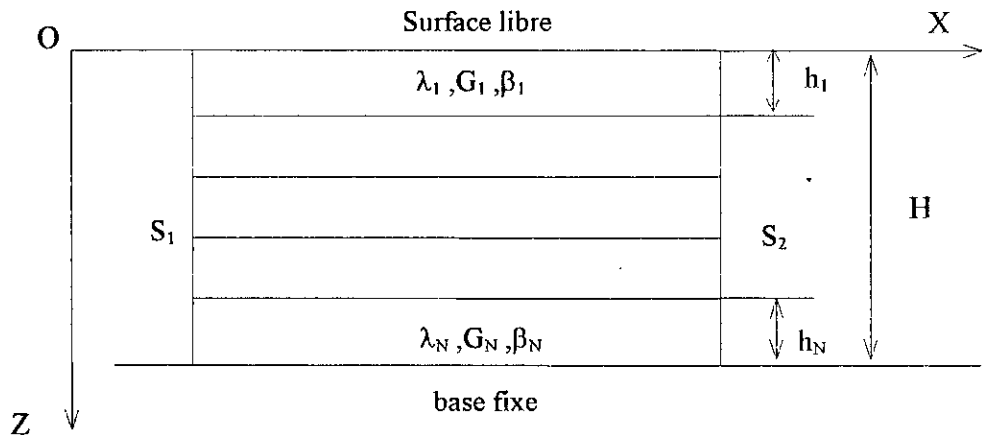


Fig. (4-7) : Le stratum en déformations planes

Soient $\underline{\underline{U}}^1, \underline{\underline{U}}^2$, les vecteurs des déplacements nodaux sur les sections verticales S_1, S_2 . Ces vecteurs peuvent être écrit comme une combinaison linéaire des vecteurs déplacements correspondant aux $4N$ modes. Pour un mode caractérisé par son nombre d'onde k et son vecteur propre $\underline{\underline{\chi}}$, si le vecteur déplacement à la frontière verticale S_1 ($x=\xi_1$), est pris $\underline{\underline{U}}$, alors celui-ci sur la frontière verticale S_2 , ($x=\xi_2$) est donné par : $\underline{\underline{U}} \exp(-i k (\xi_1 - \xi_2))$ (fig.4-5). Par conséquent les déplacements sont donnés par :

$$\underline{\underline{U}}^1 = \underline{\underline{X}} \underline{\underline{\Gamma}}^1 + \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{\Gamma}}^2 \quad (4-29a)$$

$$\underline{\underline{U}}^2 = \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{\Gamma}}^2 + \underline{\underline{X}} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{\Gamma}}^1 \quad (4-29b)$$

$\underline{\underline{E}}$ est la matrice diagonale donnée par :

$$\underline{\underline{E}} = \text{diag}\{\exp(-i k_j L)\} \quad (4-30)$$

$\underline{\underline{X}}$, resp. $\overline{\underline{\underline{X}}}$ sont les matrices modales, correspondant à la propagation des ondes dans la direction des x-positifs, resp. des x-négatifs, avec :

$$\overline{\underline{\underline{X}}} = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{X}} \quad (4-31)$$

Où $\underline{\underline{T}}$ désigne la matrice diagonale de transformation donnée par :

$$\begin{aligned} T_{2j-1, 2j-1} &= 1 \\ &1 \leq j \leq N \\ T_{2j, 2j} &= -1 \end{aligned} \quad (4-32)$$

Les matrices des valeurs propres correspondantes sont $\underline{\underline{K}}$ resp $\overline{\underline{\underline{K}}}$ avec :

$$\overline{\underline{\underline{K}}} = -\underline{\underline{K}} \quad (4-33)$$

tel que $\underline{\underline{K}}$ est donnée par l'expression (4-18a).

$\underline{\underline{\Gamma}}^1$, $\underline{\underline{\Gamma}}^2$, sont les 2N vecteurs de participation modale des ondes se propageant dans la direction x-positive resp. x-négative.

Soient $\underline{\underline{F}}^1$, $\underline{\underline{F}}^2$ les vecteurs forces nodales agissant sur les deux sections verticales S_1 , S_2 . En utilisant les équations (4-25) et (4-26), ces vecteurs sont donnés par les expressions suivantes :

$$\underline{\underline{F}}^1 = \left[i \underline{\underline{A}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \underline{\underline{X}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^1 + \left[-i \underline{\underline{A}} \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{E}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^2 \quad (4-34a)$$

$$\underline{\underline{F}}^2 = -\left[i \underline{\underline{A}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{E}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^1 - \left[-i \underline{\underline{A}} \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \overline{\underline{\underline{X}}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^2 \quad (4-34b)$$

En combinant les équations (4-29a,b), (4-34a,b), nous supprimons les facteurs de participation modale, et nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} \underline{\underline{F}}^1 \\ \underline{\underline{F}}^2 \end{Bmatrix} = \underline{\underline{R}} \begin{Bmatrix} \underline{\underline{U}}^1 \\ \underline{\underline{U}}^2 \end{Bmatrix} \quad (4-35)$$

Où $\underline{\underline{R}}$ est la matrice de rigidité de l'hyperélément considéré, fig. (4-7).

IV-4-2- APPLICATION AU STRATUM EN CISAILLEMENT ANTI-PLAN

Considérons à présent les vibrations harmoniques d'un stratum de M couches distinctes en cisaillement anti-plan. Le vecteur déplacement est obtenu par restriction de l'équation (3-28) aux conditions de cisaillement anti-plan, il est donné par :

$$\underline{\underline{U}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ V(x, z) \\ 0 \end{Bmatrix} \exp(i \omega t) \quad (4-36)$$

$\underline{\underline{E}}$ est la matrice diagonale donnée par :

$$\underline{\underline{E}} = \text{diag}[\exp(-i k_j L)] \quad (4-30)$$

$\underline{\underline{X}}$, resp. $\overline{\underline{\underline{X}}}$ sont les matrices modales, correspondant à la propagation des ondes dans la direction des x-positifs, resp. des x-négatifs, avec :

$$\overline{\underline{\underline{X}}} = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{X}} \quad (4-31)$$

Où $\underline{\underline{T}}$ désigne la matrice diagonale de transformation donnée par :

$$\begin{aligned} T_{2j-1, 2j-1} &= 1 \\ T_{2j, 2j} &= -1 \end{aligned} \quad 1 \leq j \leq N \quad (4-32)$$

Les matrices des valeurs propres correspondantes sont $\underline{\underline{K}}$ resp $\overline{\underline{\underline{K}}}$ avec :

$$\overline{\underline{\underline{K}}} = -\underline{\underline{K}} \quad (4-33)$$

tel que $\underline{\underline{K}}$ est donnée par l'expression (4-18a).

$\underline{\underline{\Gamma}}^1$, $\underline{\underline{\Gamma}}^2$, sont les 2N vecteurs de participation modale des ondes se propageant dans la direction x-positive resp. x-négative.

Soient $\underline{\underline{F}}^1$, $\underline{\underline{F}}^2$ les vecteurs forces nodales agissant sur les deux sections verticales S_1 , S_2 .

En utilisant les équations (4-25) et (4-26), ces vecteurs sont donnés par les expressions suivantes :

$$\underline{\underline{F}}^1 = \left[i \underline{\underline{A}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \underline{\underline{X}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^1 + \left[-i \underline{\underline{A}} \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{E}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^2 \quad (4-34a)$$

$$\underline{\underline{F}}^2 = -\left[i \underline{\underline{A}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{E}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{E}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^1 - \left[-i \underline{\underline{A}} \overline{\underline{\underline{X}}} \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{D}} \overline{\underline{\underline{X}}} \right] \underline{\underline{\Gamma}}^2 \quad (4-34b)$$

En combinant les équations (4-29a,b), (4-34a,b), nous supprimons les facteurs de participation modale, et nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} \underline{\underline{F}}^1 \\ \underline{\underline{F}}^2 \end{Bmatrix} = \underline{\underline{R}} \begin{Bmatrix} \underline{\underline{U}}^1 \\ \underline{\underline{U}}^2 \end{Bmatrix} \quad (4-35)$$

Où $\underline{\underline{R}}$ est la matrice de rigidité de l'hyperélément considéré, fig. (4-7).

IV-4-2- APPLICATION AU STRATUM EN CISAILLEMENT ANTI-PLAN

Considérons à présent les vibrations harmoniques d'un stratum de M couches distinctes en cisaillement anti-plan. Le vecteur déplacement est obtenu par restriction de l'équation (3-28) aux conditions de cisaillement anti-plan, il est donné par :

$$\underline{\underline{U}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ V(x, z) \\ 0 \end{Bmatrix} \exp(i \omega t) \quad (4-36)$$

Où ω est la fréquence de vibration.

Le mouvement des particules est perpendiculaire au plan (x-z) et est indépendant de la coordonnée y.

L'équation différentielle régissant le mouvement dans une couche j est :

$$G_j \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + G_j \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \rho_j \omega^2 V = 0 \quad (4-37)$$

les amplitudes des contraintes sont :

$$\tau_{yz} = G_j \frac{\partial V}{\partial z} \quad (4-38a)$$

$$\tau_{yx} = G_j \frac{\partial V}{\partial x} \quad (4-38b)$$

L'amplitude des déplacements doit être continue aux interfaces des couches, de plus les conditions de continuité des contraintes aux interfaces imposent pour la couche j :

$$G_{j-1} \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=z_j^-} = G_j \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=z_j^+} \quad (4-38c)$$

Le stratum est considéré comme un dépôt de sol idéalisé, reposant sur une base rigide; les conditions aux frontières de surface libre et de base rigide sont :

$$\left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (4-38d)$$

$$V(x, H) = 0 \quad (4-38e)$$

Le mouvement d'ondes harmoniques dans le stratum en cisaillement anti-plan peut-être obtenu comme la superposition de modes de la forme:

$$V(x, z) = V(z) \exp(-i k x) \quad (4-39)$$

Après substitution de l'équation (4-39) dans l'équation (4-37), il s'en suit que l'amplitude V doit satisfaire dans la couche j:

l'équation de mouvement suivante :

$$k^2 G_j V - G_j \frac{d^2 V}{dz^2} - \rho_j \omega^2 V = 0 \quad (4-40)$$

les conditions de continuités des contraintes aux interfaces $z = z_j \quad 2 \leq j \leq M$

$$G_{j-1} \left. \frac{dV}{dz} \right|_{z=z_j^-} = G_j \left. \frac{dV}{dz} \right|_{z=z_j^+} \quad (4-41a)$$

et finalement les conditions aux frontières suivantes:

$$\left. \frac{dV}{dz} \right|_{z=0} = 0 \quad (4-41b)$$

$$V(H) = 0 \quad (4-41c)$$

Il est clair que l'équation d'équilibre (4-40) admet comme solution des modes propres V de la forme:

$$V(z) = A_1^j \cos(p_j z) + A_2^j \sin(p_j z) \quad (4-42)$$

avec :

$$p_j = \frac{\omega^2}{(c_s^j)^2} - k^2$$

Alternativement, les coefficients A_1^j , A_2^j , sont exprimés en termes de déplacements nodaux $V(z_j)$, $V(z_{j+1})$, et ainsi la fonction propre V est totalement spécifiée par les M valeurs de ces déplacements aux interfaces sachant $V(H) = 0$. Nous obtenons alors un système de M équations linéaires homogènes pour lesquelles les solutions non triviales sont les valeurs de k rendant la matrice singulière; ce qui équivaut à rechercher les racines d'un polynôme caractéristique d'ordre M où k apparaît dans l'argument de fonctions transcendentes.

A- FORMULATION D'UN PROBLEME AUX VALEURS PROPRES ALGEBRIQUE

En utilisant la Méthode des Eléments Finis, on peut dériver un problème aux valeurs propres algébrique pour le calcul approximative des nombres d'ondes et des fonctions propres V . Et selon Waas [74], chaque couche du stratum est divisée en sous-couches d'épaisseur appropriée, à l'intérieur desquelles le déplacement est approché par des fonctions d'interpolation linéaire, soit N le nombre total de couches.

En adoptant la même procédure de base de la formulation par éléments finis, i.e. en utilisant les méthodes énergétiques, un problème aux valeurs propres linéaire en k est alors obtenu.

En prémultipliant l'équation (4-40) par un déplacement virtuel δV , nous obtenons pour une couche j l'expression suivante :

$$k^2 G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} V \delta V dz - \omega^2 \rho_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} V \delta V dz - \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{d}{dz} \left(\frac{dV}{dz} \right) \delta V dz = 0. \quad (4-43)$$

En intégrant par partie l'équation (4-43), nous avons :

$$k^2 G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} V \delta V dz - \omega^2 \rho_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} V \delta V dz + G_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \frac{dV}{dz} \frac{d}{dz} (\delta V) dz = G_j \frac{dV}{dz} \delta V \Big|_{z_j}^{z_{j+1}} \quad (4-44)$$

En introduisant les fonctions d'interpolation linéaire comme dans le cas du mouvement plan, nous obtenons pour la couche j :

$$\left(k^2 \underline{A}^j + \underline{G}^j - \omega^2 \underline{M}^j \right) \begin{Bmatrix} V_j \\ V_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\tau_j \\ \tau_{j+1} \end{Bmatrix} \quad (4-45)$$

où $V_j = V(z_j)$
 $\tau_j = \tau_{yz} |_{z=z_j}$

La continuité des contraintes et des déplacements aux interfaces des couches z_j $2 \leq j \leq N$ (4-41a) et les conditions homogènes de base rigide et de surface libre donnent dans la région $0 \leq z \leq H$, après assemblage des matrices élémentaires et élimination de la dernière ligne et la dernière colonne le problème aux valeurs propres suivant:

$$\left(\underline{A} k^2 + \underline{G} - \omega^2 \underline{M} \right) \underline{\chi} = 0 \quad (4-46)$$

Pour chaque fréquence d'excitation ω , cette matrice admet $2N$ valeurs propres. Si k est une valeur propre du vecteur propre $\underline{\chi}$, alors $-k$ l'est aussi.

\underline{A} , \underline{G} , \underline{M} sont obtenues par assemblage de matrices élémentaires des sous couches, elles sont fonction de l'interpolation utilisée, de la géométrie ainsi que des propriétés des couches. Ces matrices élémentaires \underline{A}^j , \underline{G}^j , \underline{M}^j sont d'ordre 2×2 , symétriques, elles sont données dans l'annexe B.

B- FORMULATION DE LA FRONTIERE TRANSMETTANTE

Considérons à présent une région $x \geq 0$, (fig.4-8). Cette région est considérée comme un élément ayant des nœuds à sa frontière $x = 0$, définis par les positions $(0, z_j)$, $1 \leq j \leq N$. Choisissons les N valeurs propre k_j et les N vecteurs propres correspondant linéairement indépendant $\underline{\chi}^j$ pour lesquels les modes sont des ondes se délabrant pour les positions des x croissantes et se propageant dans la direction des x -positifs, i.e. $\text{Im}[k_j] < 0$, où $\text{Re}[k_j] > 0$ et $\text{Im}[k_j] = 0$.

Le vecteur des forces nodales consistantes agissant sur la région $x \geq 0$, à la section $x = 0$, est obtenu par assemblage des vecteurs forces élémentaires, calculés par intégration des tractions que multiplient les fonctions de forme sur les segments $[z_j, z_{j+1}]$, $j = 1, N$; nous avons:

$$\text{nœud } j : \quad P_j^j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} -\tau_{yx} \Big|_{x=0} N_j^j(z) dz \quad (4-47a)$$

$$\text{nœud } j+1 : \quad P_{j+1}^j = \int_{z_j}^{z_{j+1}} -\tau_{yx} \Big|_{x=0} N_{j+1}^j(z) dz \quad (4-47b)$$

Où $N_j^j(z)$, $N_{j+1}^j(z)$ sont des fonctions de forme données dans le cas de mouvement plan; nous avons :

$$\tau_{yx} = -i k G_j V \quad (4-48a)$$

or

$$V(z) = V_j N_j^j(z) + V_{j+1} N_{j+1}^j(z) \quad (4-48b)$$

En remplaçant les équations (4-48a,b) dans (4-47a,b), nous avons:

$$i k \underline{A}^j \begin{Bmatrix} V_j \\ V_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_j^j \\ P_{j+1}^j \end{Bmatrix} \quad (4-49)$$

En assemblant les matrices dans la région $0 \leq Z \leq H$, nous avons :

$$\underline{P} = i k \underline{A} \underline{\chi} \quad (4-50)$$

\underline{P} est le vecteur forces nodales consistantes agissant sur la frontière $x = 0$ correspondant au mode défini par la valeurs propre k et le vecteur propre correspondant $\underline{\chi}$.

Le vecteur déplacement \underline{U} résultant sur la frontière $x = 0$ est une combinaison linéaire des vecteurs propres, il est donné par:

$$\underline{U} = \underline{X} \underline{\Gamma} \quad (4-51)$$

où

$$U_j = V(0, z_j) \quad 1 \leq j \leq N$$

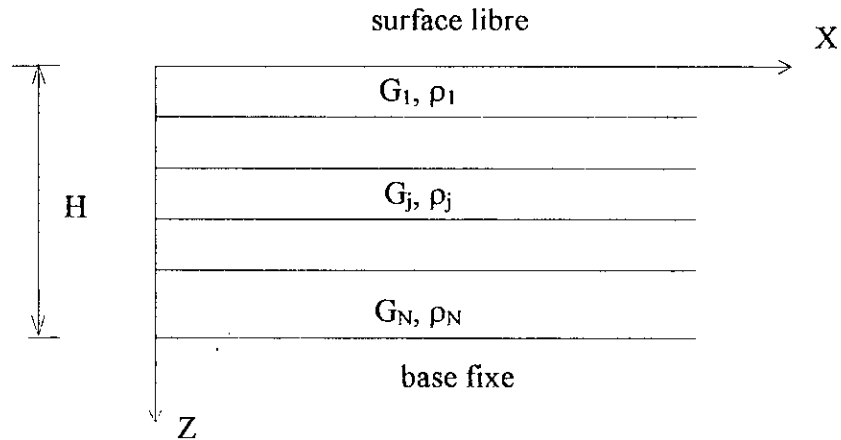


Figure (4-8): La région $x \geq 0$, $0 \leq z \leq H$, en cisaillement antiplan

De même le vecteur force agissant sur la frontière $x = 0$ est écrit en terme de combinaison linéaire des vecteurs forces élémentaire à sa frontière et nous avons:

$$\underline{F} = i \underline{A} \underline{X} \underline{K} \underline{\Gamma} \quad (4-52)$$

$\underline{\Gamma}$ est le vecteur de participation modale.

\underline{K} est la matrice ($N \times N$) des valeurs propres donnée par l'équation (4-18):

\underline{X} est la matrice modale, elle est donnée par :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \underline{\chi}^1 & \underline{\chi}^2 & \underline{\chi}^3 & \dots & \underline{\chi}^N \end{bmatrix}$$

En combinant les équations (4-51) et (4-52), nous éliminons les fonctions de participation modale et nous obtenons :

$$\underline{F} = \underline{R} \underline{U}$$

avec:

$$\underline{R} = i \underline{A} \underline{X} \underline{K} \underline{X}^{-1} \quad (4-53)$$

\underline{R} est la matrice de rigidité de la région $x \geq 0$, elle est visualisée comme une frontière transmettante consistante.

C- FORMULATION DE L'HYPERELEMENT

De manière similaire que pour le cas du mouvement plan, cette procédure est utilisée afin d'établir la matrice de rigidité de l'hyperélément délimité par les frontières verticales S_1 , S_2 i.e.

$0 \leq x \leq L$ et $0 \leq z \leq h$. Dans cette région, tous les modes sont admissibles.

Soient $\underline{U}^1, \underline{U}^2$ les vecteurs déplacements nodaux aux points $(0, z_j), (L, z_j)$. Ils sont obtenus par superposition modale, et ils sont donnés par:

$$\underline{U}^1 = \underline{X}\underline{\Gamma}^1 + \underline{X}\underline{E}\underline{\Gamma}^2 \quad (4-54a)$$

$$\underline{U}^2 = \underline{X}\underline{\Gamma}^2 + \underline{X}\underline{E}\underline{\Gamma}^1 \quad (4-54b)$$

\underline{E} est une matrice diagonale ($N \times N$), elle est donnée par l'équation (4-30).

Soient $\underline{F}^1, \underline{F}^2$ les vecteurs de forces nodales correspondant aux déplacements $\underline{U}^1, \underline{U}^2$. Ils sont donnés en fonction des facteurs de participation modale par les expressions ci-dessous :

$$\underline{F}^1 = i \underline{A} \underline{X} \underline{K} \underline{\Gamma}^1 - i \underline{A} \underline{X} \underline{E} \underline{K} \underline{\Gamma}^2 \quad (4-55a)$$

$$\underline{F}^2 = -i \underline{A} \underline{X} \underline{E} \underline{K} \underline{\Gamma}^1 + i \underline{A} \underline{X} \underline{K} \underline{\Gamma}^2 \quad (4-55b)$$

$\underline{\Gamma}^1, \underline{\Gamma}^2$ sont les N vecteurs de facteurs de participation modale.

En combinant les équations (4-54a,b) et (4-55a,b), nous éliminons les facteurs de participation modale et nous obtenons:

$$\begin{Bmatrix} \underline{F}^1 \\ \underline{F}^2 \end{Bmatrix} = \underline{R} \begin{Bmatrix} \underline{U}^1 \\ \underline{U}^2 \end{Bmatrix} \quad (4-56)$$

\underline{R} est la matrice de rigidité dynamique de l'hyperélément. Nous mentionnons que l'effort de calcul nécessaire à la détermination de la matrice de rigidité est indépendant de la largeur de l'élément.

IV-4-3- APPLICATION AU CAS D'UN MOUVEMENT A LA BASE (EXCITATION SISMIQUE)

Dans le développement précédent, les nœuds correspondant à l'interface sol-roche ne sont pas considérés car ils sont supposés implicitement fixes. Cependant, la procédure peut être généralisée pour étudier la réponse du profil de sol sous l'effet d'une excitation sismique à la base.

Le mouvement total au niveau d'un point quelconque du massif de sol est la somme de deux déplacements : le déplacement obtenu par une combinaison linéaire des modes de vibrations déterminé dans le cas d'une base rigide et d'un déplacement particulier correspondant à un mouvement prescrit à la base. Ainsi, sur une section verticale arbitraire du profil de sol, le déplacement s'écrit:

$$\underline{U} = \underline{U}_0 + \underline{U}_p \quad (4-57)$$

où

où \underline{U}_0 : déplacement obtenu par superposition modale correspondant à une base rigide, (dans ce qui suit, \underline{U}_0 représente les déplacements obtenus dans les développements des deux sections précédentes A et B).

$\underline{U}_{\sim p}$: déplacement particulier du à un mouvement prescrit à la base.

\underline{U} : déplacement total.

De même, le vecteur des forces consistantes total \underline{F} correspondant au déplacement total \underline{U} est donné par:

$$\underline{F} = \underline{F}_{\sim 0} + \underline{F}_{\sim p} \quad (4-58)$$

$\underline{F}_{\sim p}$: vecteur des forces nodales consistantes correspondant au déplacement particulier résultant du mouvement prescrit à la base.

$\underline{F}_{\sim 0}$: vecteur des forces nodales consistantes correspondant au déplacement obtenu par superposition modale.

L'équation (4-57) va se réécrire conformément aux équations (4-19) et (4-51) comme suit:

$$\underline{U} = \underline{X}\underline{\Gamma} + \underline{U}_{\sim p} \quad (4-59)$$

d'où le facteur de participation modale est donné par:

$$\underline{\Gamma} = (\underline{U} - \underline{U}_{\sim p}) \underline{X}^{-1} \quad (4-60)$$

En substituant l'équation (4-60) dans les équations (4-26) et (4-53), nous obtenons les équations d'équilibre dynamique des frontières transmettantes correspondant au mouvement plan et au mouvement anti-plan suivantes:

$$\underline{F} = \underline{R} (\underline{U} - \underline{U}_{\sim p}) + \underline{F}_{\sim p} \quad (4-61)$$

l'équation (4-61) peut se réécrire comme suit :

$$\underline{R}\underline{U} = \underline{F} + \underline{R}\underline{U}_{\sim p} - \underline{F}_{\sim p} \quad (4-62)$$

De façon similaire, les vecteurs déplacements et forces nodales agissant sur les frontières latérales de l'hyperélément sont données conformément à la description précédente par:

$$\underline{U}^1 = \underline{U}_{\sim 0}^1 + \underline{U}_{\sim p}^1 \quad \underline{U}^2 = \underline{U}_{\sim 0}^2 + \underline{U}_{\sim p}^2 \quad (4-63)$$

et

$$\underline{F}^1 = \underline{F}_{\sim 0}^1 + \underline{F}_{\sim p}^1 \quad \underline{F}^2 = \underline{F}_{\sim 0}^2 + \underline{F}_{\sim p}^2 \quad (4-64)$$

où $\underline{U}_{\sim 0}^1$ et $\underline{U}_{\sim 0}^2$ resp. $\underline{F}_{\sim 0}^1$ $\underline{F}_{\sim 0}^2$ sont les déplacements resp. les forces nodales obtenus dans le cas d'une base rigide illustrés par les équations (4-29a,b) resp. (4-34a,b) dans le cas du

mouvement en déformation plane et les équations (4-54a,b) resp. (4-55a,b) dans le cas de cisaillement anti-plan.

Les équations d'équilibre dynamique de l'hyperélément sont données en substituant les systèmes (4-35) et (4-56) dans les équations (4-63) et (4-64), celles-ci donnent après réarrangement le système suivant:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{F}^1 \\ \tilde{F}^2 \end{Bmatrix} = \tilde{R} \begin{Bmatrix} \tilde{U}^1 - \tilde{U}^1_p \\ \tilde{U}^2 - \tilde{U}^2_p \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tilde{F}^1_p \\ \tilde{F}^2_p \end{Bmatrix} \quad (4-65)$$

Le système (4-65) se réécrit de la manière suivante:

$$\tilde{R} \begin{Bmatrix} \tilde{U}^1 \\ \tilde{U}^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{F}^1 \\ \tilde{F}^2 \end{Bmatrix} + \tilde{R} \begin{Bmatrix} \tilde{U}^1_p \\ \tilde{U}^2_p \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \tilde{F}^1_p \\ \tilde{F}^2_p \end{Bmatrix} \quad (4-66)$$

Les équations (4-62) et (4-66) indiquent que les systèmes d'équations obtenus dans le cas d'une excitation à la base sont comparables aux cas du modèle de profil de sol à base rigide en ajoutant des forces fictives additionnelles $\Delta \tilde{F}$ données par:

- dans le cas de la frontière transmettante :

$$\Delta \tilde{F} = \tilde{R} \tilde{U} - \tilde{F}_p \quad (4-67)$$

- dans le cas de l'hyperélément :

$$\Delta \tilde{F} = \tilde{R} \begin{Bmatrix} \tilde{U}^1_p \\ \tilde{U}^2_p \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \tilde{F}^1_p \\ \tilde{F}^2_p \end{Bmatrix} \quad (4-68)$$

Ces forces fictives sont facilement obtenues en résolvant le problème d'amplification d'ondes unidimensionnel.

IV-5- PRECISION DE LA METHODE

L'utilisation de modèles discrets pour représenter le profil de sol, pose la question de la finesse de la discrétisation. Il est évident que plus petite est la discrétisation plus grande est la précision du modèle utilisé, par contre le temps de résolution devient important ainsi que l'espace mémoire requis par l'outil informatique.

Divers auteurs (Lysmer et al., 1975; Roësset, 1977) [55], ont proposé une règle permettant de fixer la dimension maximale des éléments, en effet ils ont suggéré que chaque couche du stratum soit divisée en sous-couches d'épaisseur inférieure à une fraction de la longueur d'onde des ondes de cisaillement susceptibles de le traverser.

Si f_{\max} est la fréquence maximale que l'on désire représenter avec le modèle, la longueur d'onde associée est donnée par :

$$\Lambda = c_s / f_{\max} \quad (4-69)$$

Le déplacement à l'intérieur d'un élément associé à cette longueur d'onde sera correctement approché par :

$$h_j \leq \frac{c_s}{(6 \text{ à } 8)f_{\max}} \quad (4-70)$$

IV-6- CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre une technique pour l'analyse numérique de mouvements d'ondes dans les milieux stratifiés de conditions aux frontières homogènes correspondant à une base fixe et une surface libre. Ces éléments qui ont été développés dans leur intégralité, renferment ceux qui modélisent la région latérale $x \geq 0$ et centrale rectangulaire $0 \leq z \leq H$, $0 \leq x \leq L$ du milieu stratifié en mouvement plan et en cisaillement anti-plan.

La procédure peut-être généralisée pour simuler la solution particulière d'un problème de conditions aux frontières non homogènes [67]. Ainsi, celle-ci peut-être employée pour l'étude des problèmes d'interaction, sol-structure, pour l'analyse et l'estimation de l'effet de l'interaction structure-structure à travers le sol. Aussi, avec quelques modifications appropriées, cette technique se prête bien à l'investigation du comportement dynamique des plaques en sandwich et autres systèmes stratifiés d'une part et estimer un mouvement du sol à la base et permettre par conséquent, l'analyse des systèmes sous excitations sismiques [37, 67, 74, ...].

L'avantage principal de la présente procédure réside dans la réduction substantielle du nombre de points nodaux nécessaires pour modéliser le système, au dépend de résoudre les équations dans le domaine fréquentiel et de calculer les matrices de rigidités pour chaque fréquence ce qui restreint la technique à la résolution de problèmes linéaires. Aussi l'utilisation de frontières consistantes latérales permet de reproduire aussi fidèlement que possible le caractère radiatif des ondes à l'infini. L'amortissement du matériau est justifié par l'utilisation de modules complexes.

Les déplacements à des points autres que les sections des frontières peuvent être calculés et ils sont reliés aux seuls déplacements de celles-ci (annexe C).

CHAPITRE V
REPONSE SISMIQUE DES
VALLEES RECTANGULAIRES

REPONSE SISMIQUE DES VALLEES RECTANGULAIRES

V-1-INTRODUCTION

Les conditions locales de site peuvent affecter de manière très significative la nature du mouvement du sol durant les excitations sismiques tant en amplitude qu'en contenu fréquentiel. Un cas spectaculaire de séisme historique a été offert par le séisme de Mexico du 19 septembre 1985 qui a causé une destruction sans précédent de Mexico-City. En effet, en plus de l'influence de la source ainsi que du chemin suivi par les ondes sismiques, la géométrie et la topographie de surface et souterraine de la vallée ont créé des amplifications du mouvement sismique de 10 à 15 fois celles observées sur les sols fermes voisins et ceci dans la bande fréquentielle 0.2 Hz à 1 Hz [1].

En effet, ces variations mécanique et géométrique peuvent induire de fortes disparités locales du mouvement sismique par l'introduction de phénomènes nouveaux: nous désignons par diffraction tout changement dans le trajet des ondes en dehors des réflexions et des réfractions. Ces ondes diffractées se forment sur les moindres variations latérales de géométrie. Ce sont les ondes de love (cas d'ondes SH) et les ondes de Rayleigh (Cas des ondes P et SV) (voir chapitre III). Au phénomène de diffraction s'ajoute des réflexions pour lesquelles des interférences complexes peuvent générer des amplifications importantes en surface.

Ainsi, une question d'intérêt majeur pour les ingénieurs et les sismologues est de comprendre et expliquer les propriétés vibratoires de ce type de formation sous l'effet des excitations sismiques. Plusieurs caractéristiques relatives à l'amplification du mouvement sismique à la surface du sol ont été expliquées par un modèle simple de géométrie unidimensionnelle (1D) correspondant aux cas de couches planes horizontales surmontant un demi-espace. Les charges sismiques étaient souvent, en raison de la profondeur importante du foyer ainsi que de l'augmentation de la rigidité des couches avec la profondeur, considérées comme résultant d'un mouvement de propagation vertical. Or, les dépôts de sol se font généralement sous forme de bassin donnant naissance à des modèles d'amplification plus complexes associés à des phénomènes d'interférence bidimensionnelle, et la prise en compte de tous les types d'ondes pour tous types d'incidences est devenu indispensable surtout dans le cas de foyer peu profond ou de couches de sol dures à la surface.

Dans le cadre de l'évaluation de la réponse sismique des vallées alluviales où sédimentaires, plusieurs contributions ont été apportées par différents auteurs et par différentes approches, rappelons qu'il existe des approches analytiques, semi-analytique et numériques.

La T.L.M. est ici appliquée à l'investigation de la réponse sismique de certaines structures géomorphologiques à savoir les vallées rectangulaires. Ce travail est une extension du travail de Tassoulas et Roësset [68]. Ces deux auteurs ont limité leur étude au cas d'ondes planes d'incidence rasante. Pour notre part, nous assumons l'excitation sismique par un train d'ondes qui se propage avec un angle θ variant de 0° à 90° , de fréquence ω et une amplitude spécifiée en champ libre de valeur unité. Les ondes sismiques incidentes considérées, dont l'origine présumée lointaine justifie un modèle par ondes planes, sont les ondes SH et Rayleigh R. L'environnement sismique est calculé à partir d'un mouvement de contrôle spécifié en un point de contrôle situé au niveau du matériau rigide avoisinant la vallée.

V-2-APPLICATION DE LA T.L.M A LA DETERMINATION DES REPONSES SISMIQUES DES VALLEES RECTANGULAIRES

V-2-1- FORMULATION

Considérons une vallée de géométrie bidimensionnelle de section droite rectangulaire enclavée dans un demi-espace reposant sur une base rigide, fig.5.1a. Le profil complet du sol est divisé en trois régions tel que le montre la figure (5-1b), et chaque région est discrétisée en un certain nombre de sous-couches. Les deux régions latérales gauche et droite sont modélisées en frontières consistantes transmettantes gauche et droite, la région centrale est modélisée en hyperélément semi-analytique.

Selon Waas [74], les déplacements et les forces nodales équivalentes le long de la frontière droite de la région gauche peuvent être exprimés comme une combinaison linéaire des nombres d'ondes et des modes propres cinématiquement admissibles dans la région. Ceci conduit aux équations d'équilibre dynamique suivantes (voir chapitre VI):

$$\underset{\sim}{R}_L \underset{\sim}{U}^1 = \underset{\sim}{P}^1 \quad (5-1)$$

$\underset{\sim}{R}_L$: La matrice de rigidité de la frontière gauche visualisée comme une frontière transmettante gauche.

$\underset{\sim}{U}^1$: Le vecteur des déplacements des nœuds situés le long de la frontière droite de la région gauche.

$\underset{\sim}{P}^1$: le vecteur des forces appliquées (forces consistantes) aux mêmes nœuds.

Et lorsque nous considérons un train d'ondes se propageant à travers le dépôt de sol, nous avons :

$$\underset{\sim}{R}_L (\underset{\sim}{U}^1 - \underset{\sim}{U}_P^1) = \underset{\sim}{P}^1 - \underset{\sim}{P}_P^1 \quad (5-2)$$

Où

- $\underset{\sim}{U}_P^1$: le vecteur des déplacements nodaux en champ libre, obtenu en supposant une extension latérale infinie du massif du sol de la même manière qu'en théorie unidimensionnelle.

- $\underset{\sim}{P}_P^1$: le vecteur des forces nodales équivalentes résultant des contraintes exercées le long de la ligne verticale S_1 en champ libre.

De manière similaire, la matrice de rigidité dynamique de la frontière droite est de la forme:

$$\underset{\sim}{R}_R (\underset{\sim}{U}^2 - \underset{\sim}{U}_P^2) = \underset{\sim}{P}^2 - \underset{\sim}{P}_P^2 \quad (5-3)$$

Où

- $\underset{\sim}{R}_R$: La matrice de rigidité de la frontière droite, cette dernière est visualisée comme une frontière transmettante consistante.

- $\underset{\sim}{U}_P^2$, resp. $\underset{\sim}{P}_P^2$ sont les vecteurs des déplacements, respectivement des forces nodales en champ libre le long de la ligne verticale S_2 .

La région centrale qui inclue la vallée, est modélisée par un hyperélément exprimant les déplacements et les forces nodales en fonction des modes de propagation de la région: la région centrale étant finie, tous les modes sont admissibles.

Les équations d'équilibre dynamique sont de la forme suivante (voir chapitre IV):

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{R}_{11} & \underset{\sim}{R}_{12} \\ \underset{\sim}{R}_{21} & \underset{\sim}{R}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{V}^1 - \underset{\sim}{V}_P^1 \\ \underset{\sim}{V}^2 - \underset{\sim}{V}_P^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{Q}^1 - \underset{\sim}{Q}_P^1 \\ \underset{\sim}{Q}^2 - \underset{\sim}{Q}_P^2 \end{Bmatrix} \quad (5-4)$$

- $\underset{\sim}{V}^1$ et $\underset{\sim}{V}^2$ sont les déplacements aux nœuds des deux frontières verticales délimitant la région centrale.

- $\underset{\sim}{Q}^1$ et $\underset{\sim}{Q}^2$ sont les forces nodales consistantes agissant sur les mêmes nœuds.

- $\underset{\sim}{V}_P^1$, $\underset{\sim}{V}_P^2$, $\underset{\sim}{Q}_P^1$ et $\underset{\sim}{Q}_P^2$ sont les déplacements et les forces nodales correspondantes appliqués sur les deux lignes verticales S_1 et S_2 causés par la propagation d'ondes dans la région centrale en assumant que celle-ci est d'extension latérale infinie dans les deux directions (solution unidimensionnelle).

Afin de combiner les trois régions, nous imposons la compatibilité des déplacements :

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{U}^1 &= \underset{\sim}{V}^1 \\ \underset{\sim}{U}^2 &= \underset{\sim}{V}^2 \end{aligned}$$

et l'équilibre des forces :

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{P}^1 + \underset{\sim}{Q}^1 &= 0 \\ \underset{\sim}{P}^2 + \underset{\sim}{Q}^2 &= 0 \end{aligned}$$

Ceci conduit au système d'équations d'équilibre suivant :

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{B}_{11} + \underset{\sim}{B}_{\sim{L}} & \underset{\sim}{B}_{12} \\ \underset{\sim}{B}_{21} & \underset{\sim}{B}_{22} + \underset{\sim}{B}_{\sim{R}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{U}^1 \\ \underset{\sim}{U}^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{B}_{11} & \underset{\sim}{B}_{12} \\ \underset{\sim}{B}_{21} & \underset{\sim}{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{V}_P^1 \\ \underset{\sim}{V}_P^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{\sim}{B}_{\sim{L}} & \\ & \underset{\sim}{B}_{\sim{R}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{U}_P^1 \\ \underset{\sim}{U}_P^2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{P}_P^1 + \underset{\sim}{Q}_P^1 \\ \underset{\sim}{P}_P^2 + \underset{\sim}{Q}_P^2 \end{Bmatrix} \quad (5-5)$$

En résolvant le système d'équations précédent, nous déterminons les inconnues du problème sur les frontières latérales $\underset{\sim}{U}^1$ et $\underset{\sim}{U}^2$.

Les déplacements en toute section verticale se trouvant sur l'une des trois régions sont déterminés en utilisant les extensions des fonctions propres utilisées pour développer les matrices des différentes régions, en conjonction avec la solution particulière obtenue par le modèle unidimensionnelle (voir annexe C) i.e. :

$$\underset{\sim}{U}_{\sim{\xi}} = \underset{\sim}{U}_{\sim{0}} + \underset{\sim}{U}_{\sim{p}}$$

$\underset{\sim}{U}_{\sim{p}}$ correspond aux déplacements nodaux, obtenus en supposant une extension latérale infinie du massif du sol de la même manière que dans le modèle unidimensionnel. Dans le cas d'une propagation verticale des ondes, selon que l'on considère la région centrale ou les régions latérales, $\underset{\sim}{U}_{\sim{p}} = \underset{\sim}{V}_P^1 = \underset{\sim}{V}_P^2$ ou $\underset{\sim}{U}_{\sim{p}} = \underset{\sim}{U}_P^1 = \underset{\sim}{U}_P^2$ respectivement.

Il est à noter également que lorsque les propriétés mécaniques des différentes régions sont identiques, ce modèle reproduit les solutions unidimensionnelles en champ libre.

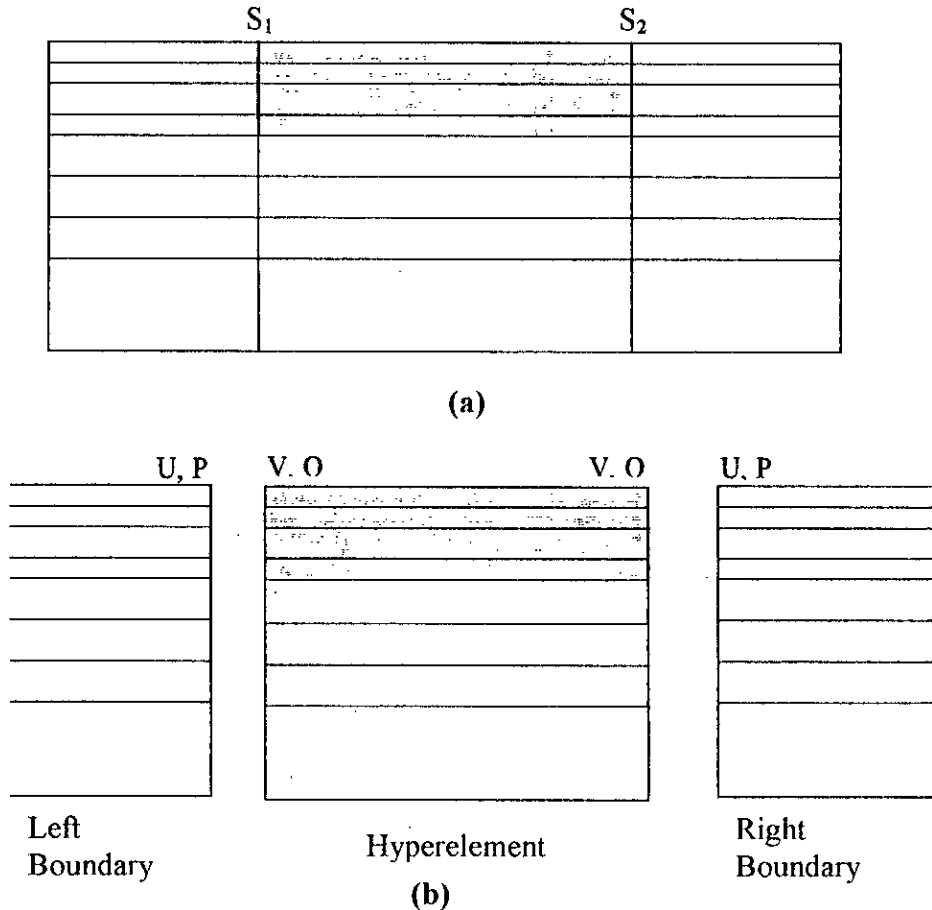


Fig. 5.1. Modèle du profil de sol

V-2-2- REMARQUES GENERALES SUR L'UTILISATION DE CETTE METHODE

Deux paramètres influent significativement sur les résultats établis par cette méthode. Ce sont la discrétisation verticale des couches et la profondeur de la base rigide.

A- La discrétisation

Rappelons que le déplacement à l'intérieur de chaque sous-couche est approché par des fonctions d'interpolation linéaire, ce qui implique ainsi une discrétisation importante du profil de sol dans la direction verticale. On se propose d'étudier l'influence de la taille des éléments sur la qualité des résultats. Les figures 5.5a,b montrent que les résultats associés à une taille d'élément inférieur ou égale à $\lambda_s / 8$ (λ_s étant la longueur d'onde des ondes de cisaillement), sont d'allure acceptable. Ceci est conforme à la norme en la matière qui préconise une hauteur de la sous-couche de l'ordre de :

$$h_j = \frac{c_s}{(6 \text{ à } 8) f_{\max}} \tag{5-6}$$

L'application de la formule précédente a montré que la fréquence maximale f_{\max} transmise par le modèle (Lysmer et al.[48, 55]) est:

$$f_{\max} = \frac{16}{6 \text{ à } 8} \frac{c_s}{h} \quad \text{i.e.} \quad f_{\max} = (8 \text{ à } 10) f_h \quad (5-7)$$

Où:

h : indique la hauteur totale de la couche de sol.

f_h : la fréquence fondamentale d'une couche plane horizontale reposant sur une base rigide, celle-ci est donnée (voir annexe A) pour une incidence verticale ($\theta = 0^\circ$) par :

$$f_h = \frac{c_s}{4h} \quad (5-8)$$

Dans ce qui suit, nous retenons une hauteur de la sous-couche d'un huitième de la longueur d'ondes ($\lambda/8$) des ondes de cisaillement susceptibles de traverser la couche de sol.

B- La profondeur de la base rigide

Le système stratifié surmontant un demi-espace est simulé par l'utilisation d'une base rigide à une très grande profondeur comme c'est le cas dans les modèles en éléments finis. A la lumière des investigations de Lysmer [47], des résultats probants s'obtiennent pour une profondeur de la base rigide d'au moins trois à cinq fois la longueur d'onde.

Les fig. 5.6a,b montrent que les résultats associés à des profondeurs situées entre 3λ et 5λ sont d'un ordre de grandeur similaire. En effet, nous remarquons que la profondeur de la base rigide affecte légèrement la réponse en surface en provoquant quelques oscillations. Celles-ci diminuent avec l'augmentation de la profondeur.

Une fois les deux paramètres cernés pour donner des résultats satisfaisants, on procède à la validation des résultats en les comparant aux résultats publiés. Pour ce faire, nous avons retrouvé les résultats de Tassoulas et Roësset [68] dans le cas d'incidence rasante.

V-3- PARAMETRES AFFECTANT LA REPONSE SISMIQUE DES VALLEES RECTANGULAIRES

Dans ce qui suit, nous nous intéressons à l'investigation de la réponse sismique des vallées de géométrie bidimensionnelle (2D) de section droite rectangulaire.

Le modèle comporte deux régions (fig. 5.2):

- la région centrale représente la vallée (indice 1).
- la région entourant la vallée correspond à un demi-espace (indice 2).

La réponse des vallées à une excitation dynamique telle que les séismes est fortement liée à divers paramètres:

1. Paramètre géométrique lié essentiellement au facteur de forme h/L (hauteur/demi largeur).
2. Paramètres rhéologiques liés aux vitesses des ondes élastiques, au facteur de qualité i.e à l'atténuation dans le sol représentée par le coefficient d'amortissement ainsi qu'au coefficient de Poisson.
3. Paramètre sismique lié à la nature des ondes incidentes, à leur mode d'incidence ainsi qu'à leur fréquence d'excitation.

La modélisation adoptée dans cette étude, permettra d'apprécier les effets intrinsèques de chacune de ses différentes composantes caractérisant la propagation d'ondes dans les vallées. La grandeur étudiée est essentiellement le déplacement (fréquence, amplification) et ce pour chacun des points de la vallée. Dans ce qui suit, nous désignons par U et W les déplacements

horizontal et vertical induits par les ondes de surface R et V le mouvement de cisaillement anti-plan induit par les ondes SH, conformément au chapitre IV. Les déplacements U W et V sont complexes. Les amplitudes de ces quantités sont données pour les différentes composantes par les expressions suivantes:

$$|U| = \left[(\text{Re } U)^2 + (\text{Im } U)^2 \right]^{1/2}$$

Cette quantité dépend de la fréquence, du mode d'incidence des ondes ainsi que des propriétés mécaniques et géométriques des structures simples envisagées dans la présente étude. En vue d'éviter la résonance et les instabilités numériques, nous considérons un coefficient d'amortissement dans la vallée de 5%, sauf en cas d'indication contraire.

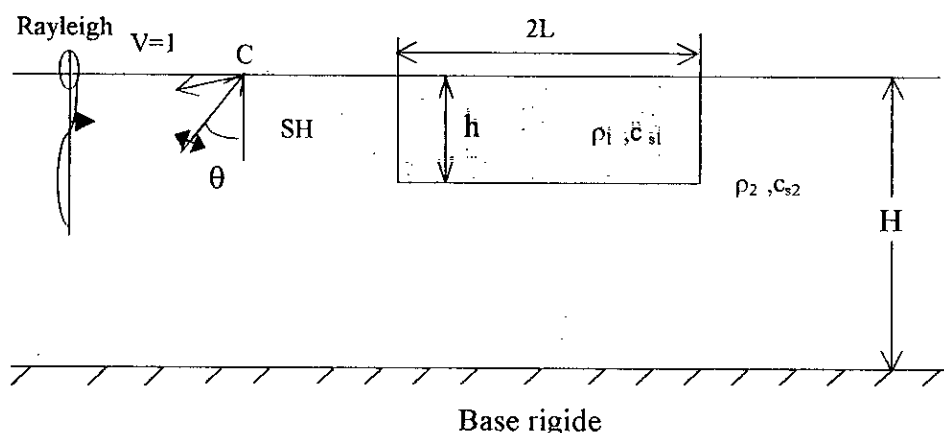


Fig.5.2: Configuration de la vallée.

Notation

Lors de la présentation des résultats, nous avons souvent recours à des procédures de normalisation ainsi qu'à l'utilisation de facteurs adimensionnels, permettant ainsi la comparaison des résultats obtenus avec ceux d'autres exemples.

La fréquence d'excitation est normalisée par rapport à la fréquence fondamentale f_h d'une couche plane de sol reposant sur une base rigide, équation (5-8), de caractéristiques identiques à celles de la vallée; soit η cette fréquence adimensionnelle : $\eta = f / f_h$.

Les caractéristiques mécaniques du système sont normalisées par rapport à celles de la vallée; nous désignons ainsi par contraste des vitesses le rapport c_{s2} / c_{s1} , par contraste des densités massiques le rapport ρ_2 / ρ_1 et par contraste d'impédance entre le demi-espace et la vallée $\rho_2 c_{s2} / \rho_1 c_{s1}$.

Les caractéristiques géométriques sont représentées par le facteur de forme h/L qui représente le rapport de la hauteur de la vallée sur sa demi-largeur L (dans ce qui suit, L représente la demi-largeur de la vallée et non pas sa largeur totale comme c'est le cas dans le chapitre IV et l'annexe C et ceci pour se conformer aux notations des travaux antérieurs).

V-3-1- INFLUENCE DES CONDITIONS GEOMETRIQUES

Les conditions géométriques dépendent de la structure géomorphologique au voisinage des vallées, c'est-à-dire de l'arrangement géométrique de la formation superficielle. La situation actuelle dans les vallées est très complexe, elle correspond à des surfaces de contact très variables entre le demi-espace et la vallée : une topographie souterraine et en

surface compliquée. Cependant, pour le modèle de vallée étudié, la géométrie étant relativement simple, les conditions géologiques se réduisent uniquement au facteur de forme hauteur / demi-largeur.

Dans ce qui suit, nous nous proposons d'étudier l'influence du facteur de forme sur l'amplitude du déplacement en surface et ceci pour une incidence verticale des ondes SH et une incidence des ondes R. Les caractéristiques mécaniques de la vallée sont illustrées sur la figure 5.3, celles-ci correspondent à un fort contraste d'impédance. La réponse de la vallée est examinée dans la bande fréquentielle $[0, 4f_h]$.

Afin d'apprécier l'influence du facteur de forme h/L , nous ferons varier les dimensions latérales de la vallée (l'effort de calcul étant indépendant de la largeur de la structure considérée). Sa hauteur étant maintenue constante soit $h = 40$ m. La profondeur de la base rigide est fixée à 5040m.

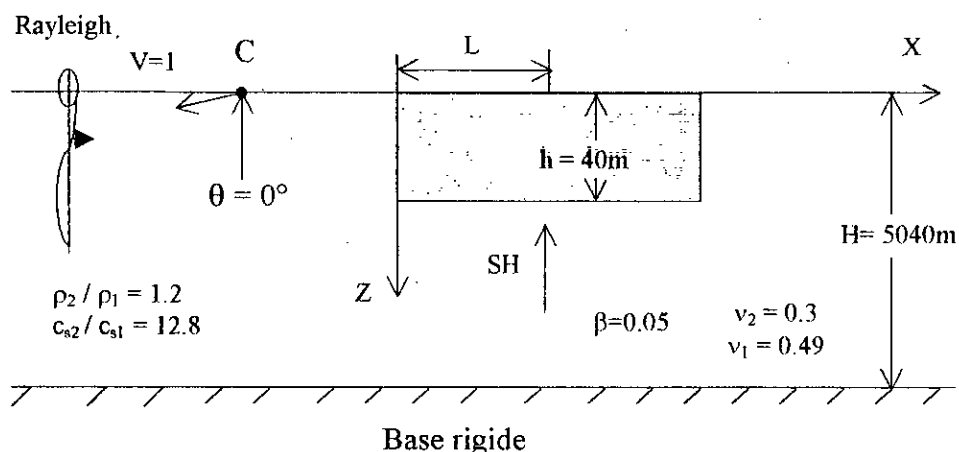


Fig. 5.3 Configuration de la vallée.

- INFLUENCE DU FACTEUR DE FORME

Les fig. 5.7 - 5.8 montrent la variation spatiale en terme d'amplitude de 6 vallées rhéologiquement identiques, ayant un facteur de forme h/L variable de 0.004, 0.01, 0.1, 0.5, 1.0, 2.0 respectivement excitées par les ondes SH verticales. L'amplitude du mouvement en surface libre du matériau rigide (sans la vallée) est pris égal à l'unité. Les amplitudes des déplacements en surface qui correspondent aux amplifications sont portées sur l'axe vertical. Les deux axes horizontaux correspondent à l'abscisse adimensionnelle $X/2L$ et la fréquence adimensionnelle η respectivement. Les points $X/L = 0$ resp. 1 correspondent aux bords de la vallée.

De ces différentes figures, il ressort que les enveloppes des déplacements en surface présentent dans la bande fréquentielle $[0, 4f_h]$ des différences fondamentales. De prime abord, nous remarquons que la localisation du premier pic d'amplification diffère d'une vallée à une autre. Celui-ci correspond à un pic localisé à $\eta = 1$ lorsque le facteur de forme est très faible ($h/L = 0.004, 0.01$), par contre pour les vallées restantes, la localisation de ce pic tend à accroître avec le facteur de forme pour atteindre $\eta = 2.2$ pour $h/L = 2$. Aussi, nous remarquons que l'enveloppe des déplacements en surface est plus compliquée lorsque le facteur de forme est faible ($h/L = 0.1, 0.5, 1.0$).

La fig. 5.7a représente l'enveloppe des déplacements en surface de la vallée comme si celle-ci était d'extension latérale infinie (modèle 1D). La comparaison des figures précédentes et de la solution 1D nous conduit aux remarques suivantes :

- Lorsque le facteur de forme est très faible ($h/L = 0.004, 0.01$), nous remarquons, pour une incidence verticale, une bonne correspondance (amplitude, fréquence) obtenus par les deux modèles : 1D et bidimensionnel 2D.

- L'aspect bidimensionnel du problème est mis en relief dans la vallée lorsque le facteur de forme devient important. Celui-ci est caractérisé d'une part par une enveloppe des déplacements en surface d'allure compliquée et d'autre part, par l'existence de deux pics spectraux localisé à des fréquences nettement différentes de celles prédites par le modèle 1D pour certaines vallées.

- La valeur de la fréquence du premier pic spectral augmente avec le facteur de forme. Nous observons les valeurs :

$$f_0 / f_h = 1.0, 1.2, 1.48 \text{ et } 2.27, \text{ pour } h/L = 0.1, 0.5, 1.0 \text{ et } 2.0.$$

Donc, ces fréquences sont d'autant plus importantes que le facteur de forme est élevé et peuvent atteindre 200 % de celles données par les approximations 1D.

Ce résultat est conforme quantitativement à l'interprétation simple proposée à l'annexe B [9, 10] qui prévoit:

$$f_0 / f_h = 1.004, 1.12, 1.41 \text{ et } 2.23.$$

Selon la valeur du facteur de forme, nous pouvons distinguer trois types de comportement des différentes vallées: les vallées pour lesquelles le facteur de forme est très faible. Celles-ci peuvent être adéquatement étudiées par les approximations 1D dans le cas d'une incidence verticale des ondes SH ($h/L < 0.1$), néanmoins, l'amplitude en surface est caractérisée par la présence de quelques fluctuations. Les vallées pour lesquelles le facteur de forme est faible ($0.1 \leq h/L \leq 0.5$), elles présentent des pics d'amplification supplémentaires, et enfin les vallées dont le facteur de forme est important ($h/L \geq 1.0$), celles-ci agissent comme des filtres pratiquement monochromatiques. Ces deux dernières catégories de vallées, ne se prêtent nullement aux interprétations 1D.

Cette variation de l'amplitude en surface est due à l'étendue latérale finie des vallées. En effet, au niveau des frontières latérales, les ondes incidentes se réfractent à l'intérieur de la vallée et se propagent vers l'autre bord. L'amplitude du déplacement en surface est la combinaison d'ondes incidentes et réfléchies provenant de la base et les bords de la vallée. Le facteur de forme agit sur la localisation spectrale, une explication qu'il serait possible d'avancer est que compte tenu des ondes présentes dans la vallée, la résonance est une combinaison de résonance verticale analogue à celle rencontrée dans le modèle 1D (paramètre h de la vallée) et de résonance latérale (paramètre L). Les fréquences de résonance de la vallée sont par conséquent élevées par rapport à celles du modèle 1D (voir annexe A).

Pour certains facteurs de forme, ($h/L = 0.1, 0.5$) nous remarquons que l'amplitude du mouvement en surface est inférieure à celle prédite par le modèle 1D. Ceci est probablement dû à une interférence négative entre les ondes qui se propage dans la vallée, en plus de la présence aux bords d'un matériau très rigide. C'est la raison pour laquelle, le mouvement est maximum au milieu et décroît aux bords pour la fréquence fondamentale. Cependant, pour ces vallées, des amplifications de l'ordre de 8 sont pronostiquées.

Les fig. 5.9-5.16 illustrent l'influence du facteur de forme sur la vallée sous l'effet d'une incidence des ondes de Rayleigh R se propageant dans la partie gauche du matériau rigide. Les amplitudes des mouvements horizontal et vertical sont divisées par les amplitudes correspondantes à la surface du matériau rigide (fig. 5.3, point C).

Ces différentes figures montrent que l'amplitude du mouvement horizontal à l'intérieur de la vallée est amplifiée (l'amplification maximale est de l'ordre de 12) lorsque le facteur de forme est faible et pour une fréquence d'excitation adimensionnelle $\eta = 1$; de plus, du fait de la présence de l'amortissement dans le sol, cette amplification décroît rapidement avec la largeur de la vallée pour s'annuler pratiquement sur l'autre bord. La variation de l'amplitude du mouvement vertical est similaire, mais dans ce cas, il n'existe presque pas d'amplification. Pour $\eta = 2$ et 4, le mouvement horizontal dans ces vallées a une amplitude de 40% à 50% celle du matériau rigide et décroît légèrement avec la largeur de la vallée. Aussi, il exhibe des oscillations d'autant plus prononcées que l'on s'approche des bords. Une tendance similaire est observée dans le cas du mouvement vertical, mais l'amplitude est légèrement amplifiée (valeur relative supérieure à 1).

Lorsque le facteur de forme devient important, l'onde R incidente se réfracte dans la vallée, atteint le deuxième bord, s'y réfléchit en raison du fort contraste d'impédance. Ces différentes figures mettent en évidence l'existence dans ces vallées, de mouvements différentiels qui se développent de long en large des vallées et dont l'importance croît avec l'augmentation de la fréquence d'excitation des ondes R. La variation spatiale en amplitude de la composante verticale et la valeur de l'amplification du mouvement augmente avec la fréquence d'excitation.

Ainsi, la nature bidimensionnelle de l'inclusion induit d'importants mouvements verticaux dans la vallée. Ils sont susceptibles de provoquer des mouvements de balancement importants sur les structures implantées au niveau de ces sites surtout aux niveaux des bords.

V-3-2- INFLUENCE DES CONDITIONS RHEOLOGIQUES

Dans les approximations unidimensionnelles, les conditions rhéologiques ont une grande influence sur la valeur de l'amplification en surface. Dans ce qui suit, nous nous proposons d'étudier l'influence de ces conditions sur la réponse sismique des vallées.

V-3-2-1- INFLUENCE DU CONTRASTE DES VITESSES

La réponse des vallées est examinée dans le cas d'ondes SH dans la bande fréquentielle $[0, 6f_n]$. Les vallées ont un rapport de forme $h/L=1.0$. La profondeur de la vallée est de 100 m, la base rigide est fixée à 2100 m.

Les figures 5.17-5.18 montrent les enveloppes des déplacements en surface de 6 vallées ayant des contrastes d'impédance différents, sous l'effet d'une incidence verticale d'ondes SH ($\theta = 0^\circ$). L'amplitude du déplacement est d'une unité en surface libre du matériau rigide. Les amplitudes des déplacements en surface qui correspondent aux facteurs d'amplification sont portées sur l'axe vertical. Les deux axes horizontaux correspondent à l'abscisse adimensionnelle X/L et la fréquence adimensionnelle η respectivement. Les points $X/L = \pm 1$ correspondent aux bords de la vallée, et $X/L = 0$ à son centre.

La fig. 5.17a représente l'amplitude en surface de la vallée comme si celle-ci était de caractéristiques mécaniques identiques à celles du matériau rigide voisin (demi-espace) i.e., ($\rho_2/\rho_1 = 1$ et $c_{s2}/c_{s1} = 1$); elle est par conséquent égale à l'unité et est constante sur toute la surface libre. Les vallées des figures (5.17c,d, et 5.18) ont des contrastes d'impédance supérieurs à un ($\rho_2/\rho_1 > 1$ et $c_{s2}/c_{s1} > 1$). Ceci correspond à un matériau "souple" à

l'intérieur de la vallée et "ferme" à l'extérieur de celle-ci. La figure (5.17b) pour laquelle $\rho_2/\rho_1 = 0.6$ et $c_{s2}/c_{s1} = 0.5$ est par contre un exemple de matériau "ferme" dans la vallée et "souple" à l'extérieur de celle-ci.

De ces différentes figures, il ressort très nettement que les enveloppes des déplacements en surface sont d'allures compliquées pour les vallées "souples"; celles-ci sont les résultats directs des phénomènes d'interférences causés par les bords des vallées. Les amplitudes des déplacements à l'extérieur des vallées ($X/L \geq 1$) sont moins compliquées car, à mesure que l'on s'éloigne des bords, l'amplitude tend vers une valeur d'amplification de 1. Ceci est prévisible car en champ libre, le déplacement est pris égal à l'unité ce qui correspond seulement à l'onde incidente associée à l'onde réfléchie. Une situation contraire est observée dans le cas de vallées rigides, elle est telle que l'enveloppe des déplacements est plus compliquée à l'extérieur qu'à l'intérieur de la vallée.

Le comportement des vallées souples est caractérisé par des amplifications correspondant à des fréquences quasiment indépendantes du contraste d'impédance; une différence notable réside dans la valeur de l'amplification pour le premier pic d'amplification et l'existence le long de la vallée de sections bien déterminées où des amplifications locales prennent place pour les fréquences supérieures. Ces régions sont une conséquence directe du contraste d'impédance entre le demi-espace et la vallée; ceci peut s'expliquer de la manière suivante: lorsqu'une onde sismique est transmise dans la vallée, celle-ci est réfléchie aux bords. Le déplacement total résultant en surface est d'autant plus important que le contraste d'impédance l'est car l'énergie des ondes réfractées dans la vallée augmente avec l'augmentation du contraste d'impédance alors que leur perte d'énergie à chaque fois qu'elles se réfléchissent sur les bords est d'autant plus grande que le contraste est faible [9, 70]; la localisation des amplifications le long de la vallée est le résultat d'une interférence d'ondes au droit de ces sections bien déterminées.

En résumé, l'amplification des déplacements en surface se produit lorsque l'onde sismique traverse une interface géologique d'un milieu hautement rigide à un milieu souple. Les amplitudes des déplacements changent rapidement avec la distance. Pour des propriétés mécaniques et géométriques fixées du milieu (vallée et matériau voisin), le degré de complexité du modèle d'amplification croît avec l'augmentation de la fréquence des ondes incidentes.

Les fig. 5.19-5.22 montrent la variation de l'amplitude du déplacement en surface dans le cas d'une incidence d'ondes R sur une vallée de facteur de forme $h/L = 0.004$. Nous remarquons qu'une augmentation du contraste d'impédance augmente la valeur du déplacement en surface pour $\eta=1$, celui-ci décroît rapidement avec la largeur de la vallée pour s'annuler au centre dans le cas d'un contraste des vitesses très élevé et alors que l'amplification concerne la totalité de la vallée dans le cas de faibles contrastes des vitesses. Des remarques similaires s'appliquent à la composante verticale. Par contre lorsque le contraste d'impédance est inférieur à 1, nous remarquons un déplacement notamment nul en surface est ceci est du au fait que l'onde incidente est presque totalement réfléchie à la frontière gauche de la vallée (le train d'onde se propage de la gauche vers la droite).

V-3-2-2- INFLUENCE DE L'ATTENUATION DANS LA COUVERTURE

L'étude des problèmes dynamiques dans les milieux viscoélastiques est rendue possible grâce à l'utilisation de modules complexes G^* prenant ainsi l'amortissement interne du matériau en considération.

Nous envisageons dans cette section l'étude de la réponse de la vallée illustrée en figure (5.4) à des ondes SH verticales, et des ondes R en prenant en compte l'atténuation dans le remplissage de la vallée. Nous avons considéré différentes valeurs du facteur d'amortissement critique.

Les figures 5.23-5.24 représentent les enveloppes des déplacements en surface de la vallée ($h/L = 1.0$) sous l'effet des ondes SH verticales, sur la bande fréquentielle $[0., 4f_b]$. De ces différentes figures, il apparaît nettement que l'atténuation dans la couverture souple n'affecte nullement la localisation spectrale mais plutôt agit sur la valeur de l'amplification. En effet, plus grande est l'atténuation, plus petite est l'amplitude du déplacement en surface. Ces deux constatations, à savoir l'invariance qualitative des phénomènes et la grande sensibilité à l'atténuation pour l'amplitude s'explique de la même manière que dans tous les phénomènes de résonance, l'atténuation agit seulement sur l'amplitude de cette résonance.

Les fig. 5.25-5.26 montrent l'influence du facteur d'amortissement sur la vallée étendue ($h/L = 0.004$) sous une incidence verticale des ondes SH. Nous remarquons que lorsque la fréquence d'excitation correspond à une fréquence naturelle du sol, soit $\eta = 1$ ou 3 , l'amplitude à la surface de la vallée est d'autant plus importante que l'atténuation du sol est faible. Par contre pour $\eta = 2$ et 4 , les amplitudes sont caractérisées par des oscillations localisées autour de certaines valeurs et elles sont très importantes lorsque l'on s'approche des bords. A mesure que le coefficient d'amortissement diminue, ces fluctuations tendent à se généraliser par rapport à toute la largeur de la vallée. Pour $\beta = 10\%$, nous remarquons que la réponse de la vallée est quasiment identique à celle donnée par le modèle 1D.

Les figures 5.27-5-30 montrent l'influence du facteur d'amortissement interne sur la réponse en surface de la vallée à une incidence d'ondes R se propageant dans le matériau rigide situé à gauche de la vallée (propagation de gauche à droite) (fig. 5.4). L'amplitude du mouvement à la surface de la vallée est divisée par l'amplitude correspondante sur le matériau rigide (sans la vallée). Nous remarquons que lorsque la fréquence d'excitation correspond à une fréquence naturelle du sol $\eta = 1$, l'amplitude relative à la surface de la vallée est d'autant plus importante que l'atténuation du sol est faible; en effet, nous remarquons pour la composante horizontale du mouvement, une amplification de 28 et de 10 pour $\beta = 0.01$ et $\beta = 0.05$ respectivement. Par contre lorsque la fréquence d'excitation est différente de la fréquence naturelle du sol soit $\eta = 2$, nous remarquons que les amplitudes présentent des oscillations concentrées autour des valeurs de 0.4 pour la composante horizontale et de 1.2 pour la composante verticale. Le coefficient d'amortissement agit sur l'amplitude de ces oscillations qui sont très importantes lorsque l'on s'approche des bords. Aussi, une augmentation de l'atténuation dans la vallée, tend à décroître l'amplitude du déplacement le long de la vallée tout aussi bien pour la composante verticale qu'horizontale et pour les différentes fréquences considérées.

Nous notons également au passage que l'atténuation agit surtout sur la durée du signal et qu'il serait intéressant d'examiner l'effet de cette atténuation dans le domaine temporel.

V-3-2-3- INFLUENCE DU COEFFICIENT DE POISSON

L'influence du coefficient de Poisson sur la réponse de la vallée à des ondes incidentes de Rayleigh est examinée dans le cas d'une vallée superficielle $h/L = 0.004$. Les propriétés rhéologiques sont indiquées sur la figure 5.3.

A première vue, l'effet du coefficient de Poisson sur les vallées est faible sauf pour la composante verticale. En effet celui-ci n'affecte pratiquement pas la composante horizontale,

mais une augmentation du coefficient de Poisson réduit légèrement l'amplitude du déplacement verticale (fig. 5.31).

V-3-3- INFLUENCE DES PARAMETRES SISMIQUES

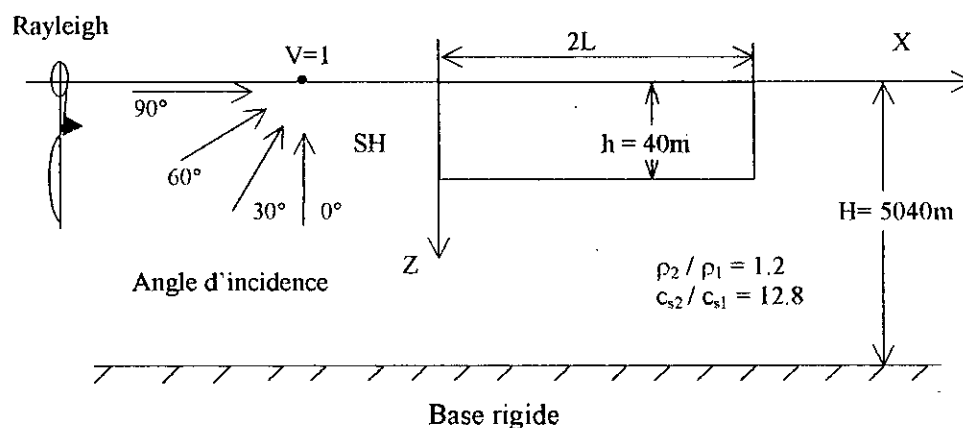


Fig. 5.4- Configuration de la vallée.

Nous nous proposons dans ce qui suit d'étudier l'influence du mode d'incidence des ondes sismiques SH sur des vallées ayant des facteurs de forme de 0.004 et 1.0 respectivement. Dans ce qui suit, elles seront désignées par vallée superficielle lorsque h/L vaut 0.004 et profonde pour un facteur de forme de 1.0 (fig. 5.4).

Les fig 5.32-5.37 donnent les amplitudes des déplacements en surface, déterminées pour les fréquences adimensionnelles $\eta = 1.0, 2.0, 3.0$ et 4.0 dans le cas de la vallée superficielle et $\eta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0$ et 5.0 pour la vallée profonde, sous l'action de différentes incidences des ondes à savoir $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ et 90° ; où 0° traduit une propagation verticale alors que 90° exprime une propagation horizontale. L'amplitude du mouvement en champ libre (sans la vallée) est considéré unitaire. La ligne discontinue représente l'amplitude du déplacement à la surface du sol meuble comme si celui-ci était d'extension latérale infinie (modèle 1D). Il peut être remarqué que l'angle d'incidence des ondes SH a une influence importante sur la réponse de la vallée. Quand les ondes arrivent verticalement, le mouvement en surface est symétrique, l'amplification maximale concerne les points situés au centre des vallées, par contre celle-ci se déplace vers les bords dans la cas d'une incidence oblique.

De ces différentes figures, nous constatons que la réponse obtenue par les deux modèles 1D et 2D sont complètement différentes. Si le modèle 1D donne une bonne approximation des réponses pour les vallées étendues et pour une incidence sub-verticale, le modèle 2D montre l'existence dans ce genre de structures, de mouvements différentiels importants qui ne peuvent être décelés par les approximations 1D, surtout en ce qui concerne l'arrivée rasante des ondes. En outre même par rapport à une incidence sub-verticale, le modèle 2D met en évidence des mouvements différentiels importants aux bords. Ces mouvements différentiels peuvent être le siège d'importants mouvements de torsion. La raison de ces différences non négligeables est liée à la nature unidimensionnelle de la couche de sol et la nature bidimensionnelle de la vallée rectangulaire. Une explication qu'il serait possible d'avancer est que dans le modèle 1D le mouvement en surface est la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchi. Par contre dans le modèle 2D, le mouvement total résulte de la superposition des deux mouvements précédents en conjonction avec deux autres types d'ondes susceptibles de se propager dans la vallée en raison de la stratification et de

l'étendue latérale finie de cette dernière; ce sont les ondes réfléchies et diffractées par les discontinuités $X/2L = 0$ et $X/2L = 1$.

- Cas de la vallée superficielle

Les fig. 5.32 et 5.33 correspondant aux fréquences adimensionnelles $\eta = 2.0$ et $\eta = 4.0$ montrent que la largeur finie de la vallée tend à accroître légèrement l'amplitude du mouvement en surface et cause des oscillations d'autant plus importantes que la fréquence augmente. Nous pouvons aussi remarquer que ces fluctuations sont petites et l'utilisation du modèle 1D peut fournir des solutions acceptables tant que l'angle d'incidence des ondes reste sub-vertical.

Pour des fréquence de 1.0 et 3.0, nous mentionnons tout de suite que ces fréquences correspondent aux fréquences naturelles d'une couche meuble de mêmes caractéristiques que la vallée reposant sur une base rigide. Nous pouvons remarquer qu'il se produit à présent de très larges amplifications surtout en ce qui concerne l'incidence oblique (pour $\eta = 1.0$, l'amplitude maximale atteint 12). Généralement, l'amplitude du déplacement tend à décroître rapidement de la gauche vers la droite (les ondes traversent la vallée de la gauche vers la droite).

Aussi nous pouvons remarquer que l'effet de l'onde SH pour une faible incidence est comparable à celui de l'onde R en ce qui concerne la composante horizontale.

Les fig. 5.38 et 5.39 illustrent la répartition en profondeur de l'amplitude des mouvements pour deux fréquences. Ces figures reprennent les remarques précédentes; en effet, l'amplitude maximale se situe pour une incidence rasante sur le bord gauche de la vallée et se généralise sur la totalité de la vallée pour une incidence verticale. Lorsque $\eta = 1.0$ l'amplitude à la base de la vallée s'annule. Et pour $\eta = 3.0$, nous remarquons deux régions où le mouvement est très amplifié : en surface et à la profondeur adimensionnelle $z/h = 0.67$.

- Cas de la vallée profonde

Plusieurs propriétés importantes du modèle sont reflétées dans les fig. 5.33-5.37. De prime abord, ces figures montrent qu'une augmentation de la fréquence d'excitation i.e la diminution de la longueur d'onde des ondes incidentes, tend à augmenter l'effet de la vallée sur la réponse en surface. Ces figures mettent aussi en évidence l'existence le long de la surface de la vallée de plusieurs sections où se produisent des amplifications importantes. Ces régions ne sont pas nécessairement concentrée dans la partie gauche de la vallée comme c'est le cas pour les vallées superficielles. Celles-ci dépendent principalement du contraste des vitesses entre le matériau rigide et la vallée [70]; pour l'exemple considéré dans cette étude (fig. 5.4), ces régions se situent au centre pour une incidence verticale et à une abscisse de 0.6 à 0.8 pour une incidence oblique et pour des fréquences élevées.

La localisation des amplifications maximales est une conséquence de la concentration des ondes sur les bords de la vallée. L'onde qui arrive dans la vallée s'y réfracte, et une augmentation de l'angle d'incidence accroît le nombre d'ondes sismiques qui arrivent sur le bord droit de la vallée et qui s'y réfléchissent. Lorsque ces ondes interfèrent d'une manière constructive ceci donne lieu à des maximums locaux et lorsqu'elles interfèrent d'une manière destructive, nous remarquons plutôt des minimums locaux.

Les fig. 5.40 et 5.41 illustrent la répartition en profondeur de l'amplitude des mouvements pour deux fréquences. Ces figures mettent en relief également les zones d'amplifications maximales situées en surface et au centre pour $\eta = 1.5$ et se rapprochant du bord droit lorsque l'angle d'incidence augmente dans le cas $\eta = 1.5$.

Enfin, les fig. 5.38-41 mettent en relief une variation de l'amplitude du mouvement en profondeur dont l'importance est établie pour les structures enterrées.

V-4- CONCLUSION

Un modèle bidimensionnel a été proposé pour l'analyse de la variabilité en surface et en profondeur de l'action sismique sur les structures géomorphologiques : les vallées. La variabilité a été prise en compte dans ses différents volets.

La solution du problème de propagation d'ondes sismiques par les modèles de géométrie bidimensionnelle à savoir l'utilisation de la méthode d'Aki-Larner, la méthode des éléments finis ou la méthode des éléments aux frontières pose le problème de la discrétisation du domaine (éléments finis) ou de la frontière (méthode d'Aki-Larner ou des éléments aux frontières). Ceci confère à l'approche adoptée dans la présente étude un intérêt particulier qui réside dans le fait que la discrétisation est seulement nécessaire dans la direction verticale. Ceci est d'autant plus attrayant que la structure est étendue (l'effort de calcul étant indépendant de la largeur des structures étudiées).

Donc bien que la restriction principale de ce modèle est son application à des vallées de forme rectangulaires, il n'en demeure pas moins qu'il prend en charge des phénomènes d'interférence compliqués qui peuvent prendre place dans les vallées réelles, ainsi il peut fournir des indications importantes sur plusieurs aspects de la réponse (contenu fréquentiel et amplification). Cependant, il est aussi nécessaire de mentionner que la situation réelle dans les vallées est complexe par rapport à celle reproduite par le modèle : profondeur constante, couches planes, versants verticaux topographie régulière en surface et en profondeur... Tous ces paramètres provoquent dans les vallées des modèles d'amplifications très complexes associés à des phénomènes d'interférences compliqués ainsi que la génération d'ondes de surface.

En résumé, tout modèle est perfectible et celui proposé dans cette étude n'est pas une exception. Néanmoins, les résultats obtenus mettent en évidence d'une part, la nécessité d'un modèle, au moins bidimensionnel afin d'interpréter les observations expérimentales ainsi que la prédiction des mouvements forts en surface même lorsqu'il s'agit de vallées étendue et d'autre part, à la base de ce modèle déterministe, Il est possible d'expliquer pourquoi les amplitudes le long d'une vallée de propriétés mécaniques constantes ne sont pas égales, pourquoi des structures visiblement similaires distantes de quelques mètres seulement l'une de l'autre sont endommagées différemment et pourquoi les dégâts sont plus importants sur les structures situées aux bords des vallées.

Il est important de signaler que la réponse sismique de ces structures sous l'effet des ondes incidentes SH sont quantitativement les mêmes en terme de contenu fréquentiel que celles de formes sinusoidales et trapézoïdales de Bard [10], semi-circulaire de Trifunac[70], aussi se prêtent bien aux interprétations qualitatives des observations expérimentales de Tucker et King [72].

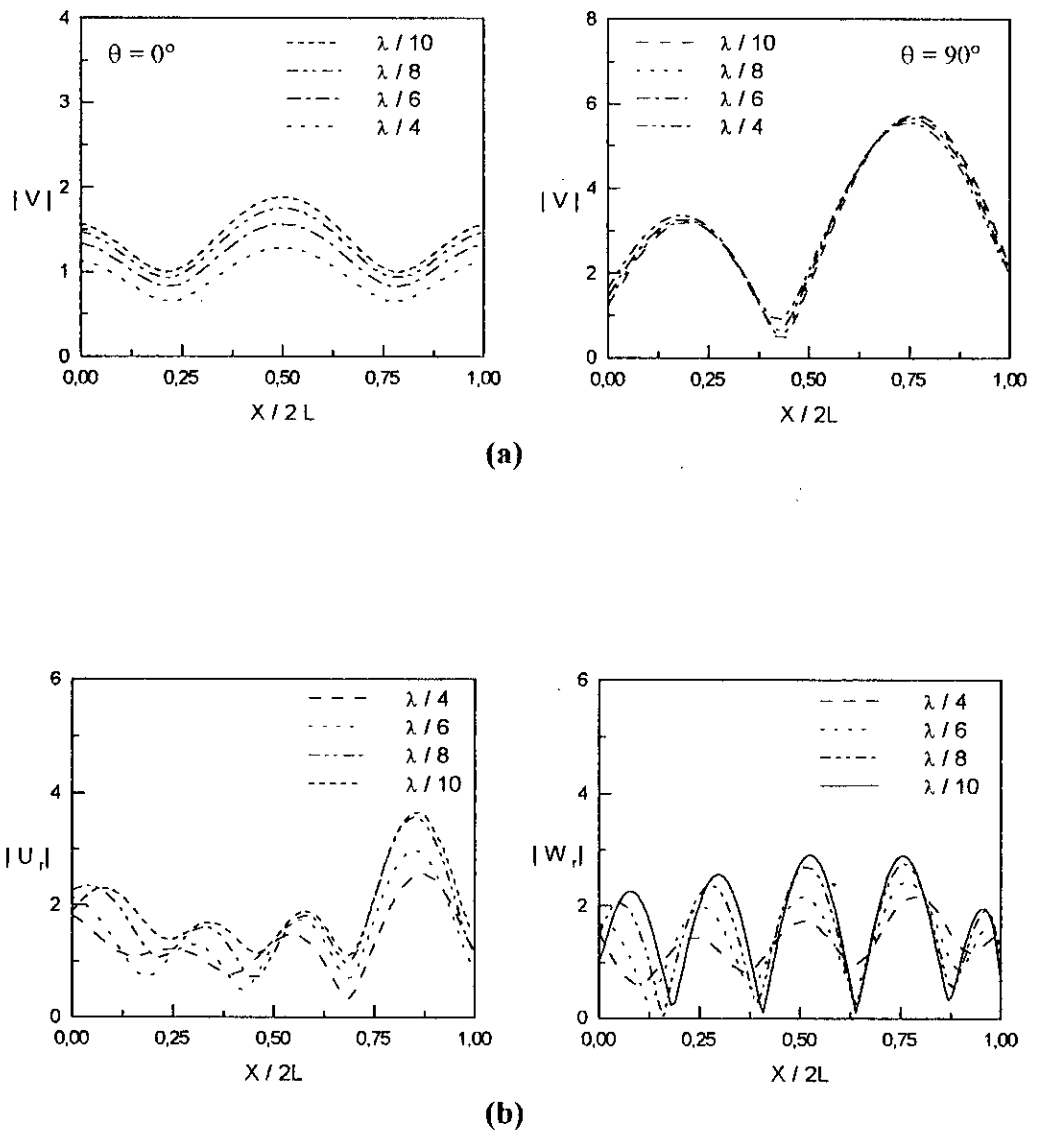


Fig. 5.5: Influence de la discrétisation

(a) ondes SH

(b) Ondes de Rayleigh

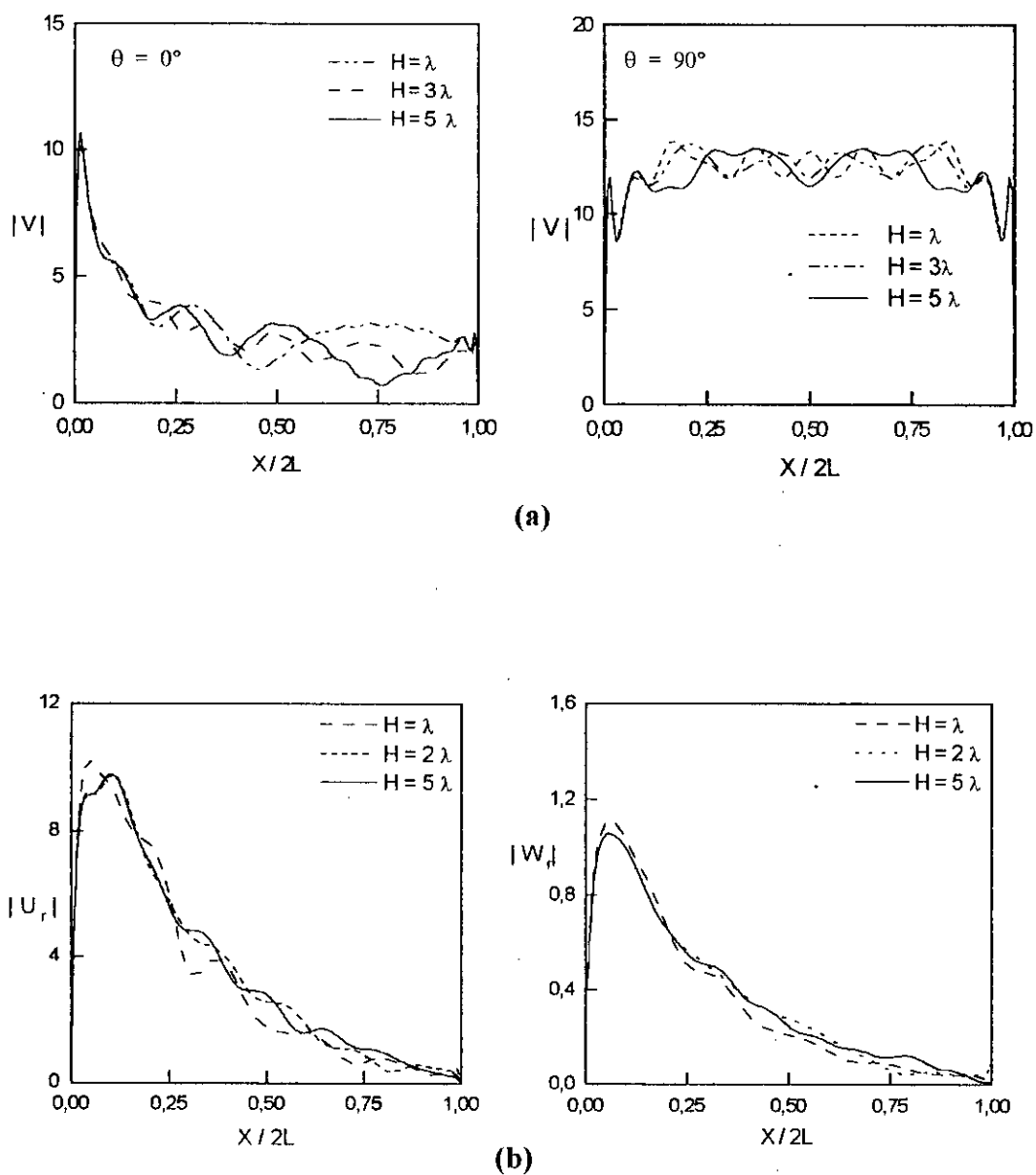


fig.5.6. Influence de la profondeur de la base rigide
(a) Ondes SH
(b) Ondes de Rayleigh

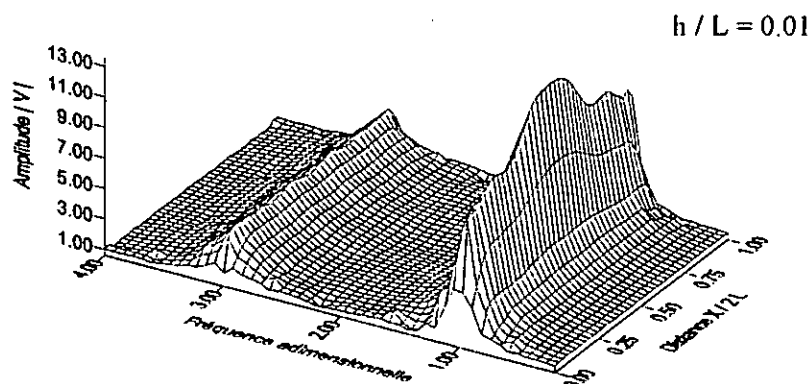
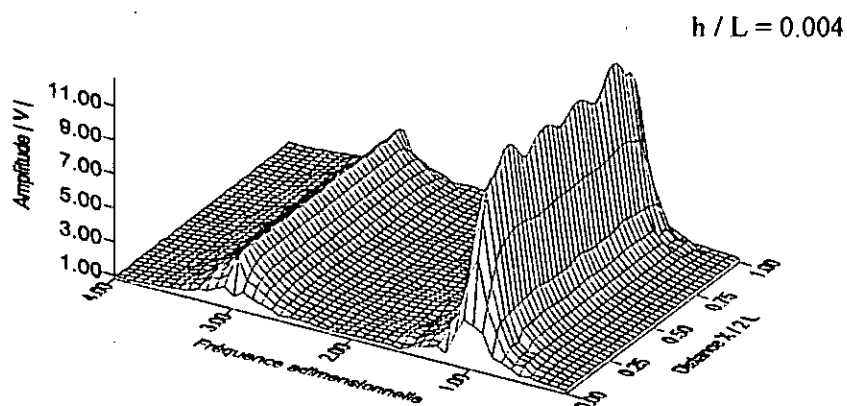
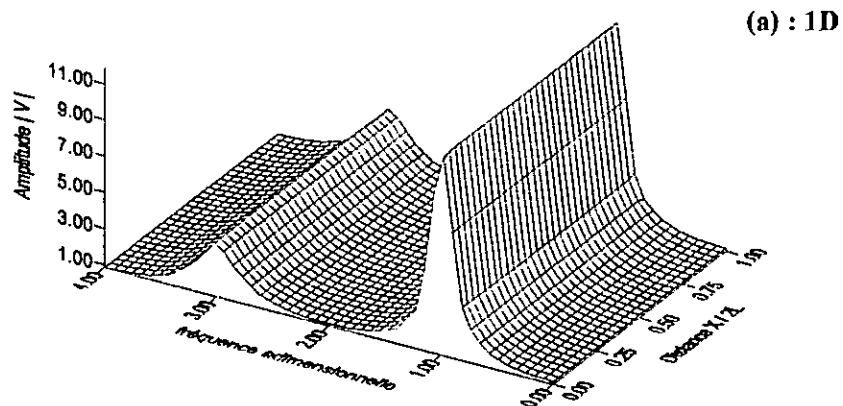


Fig. (5.7): Enveloppe des déplacements en surface pour une incidence verticale des ondes SH ($\theta = 0$) : Influence du facteur de forme.

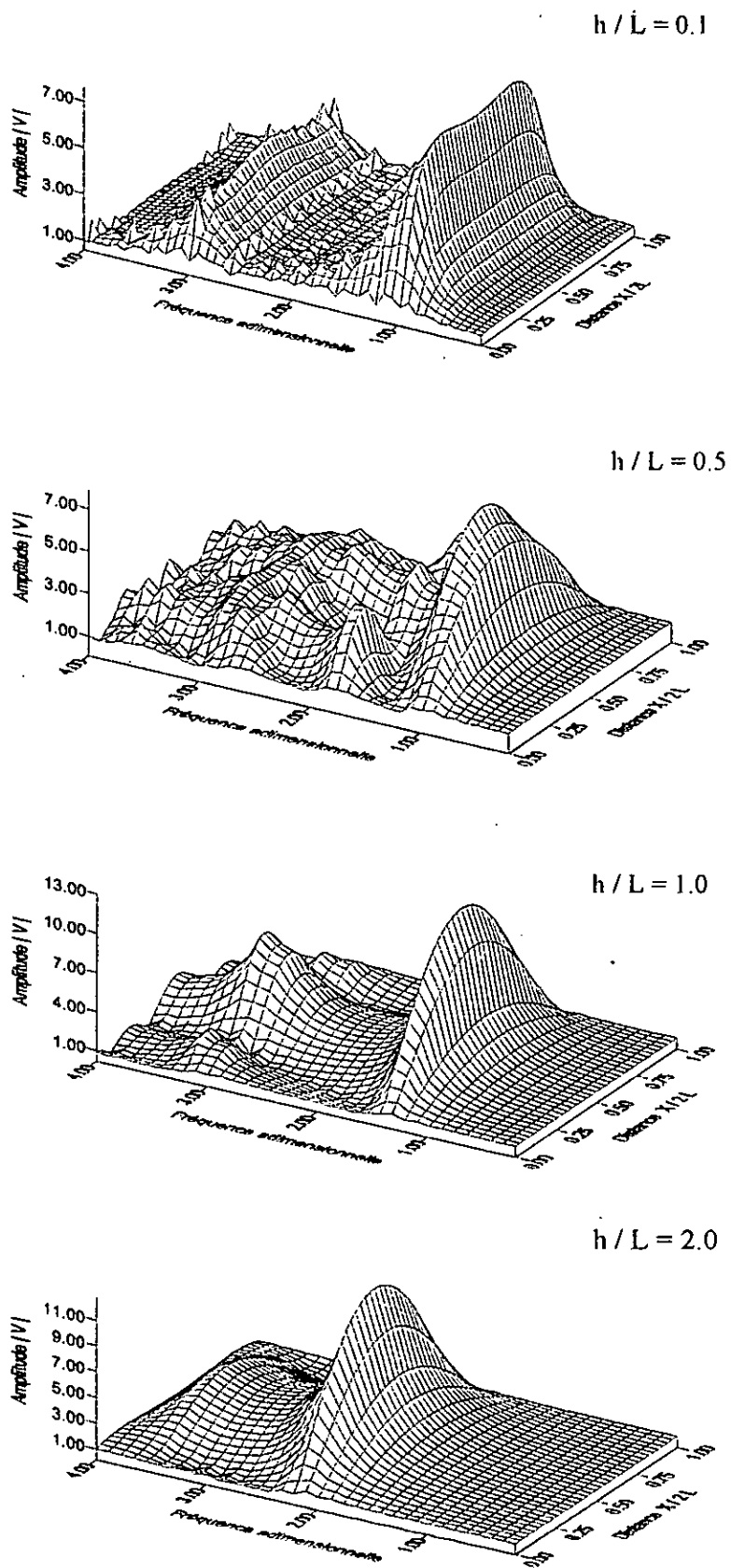
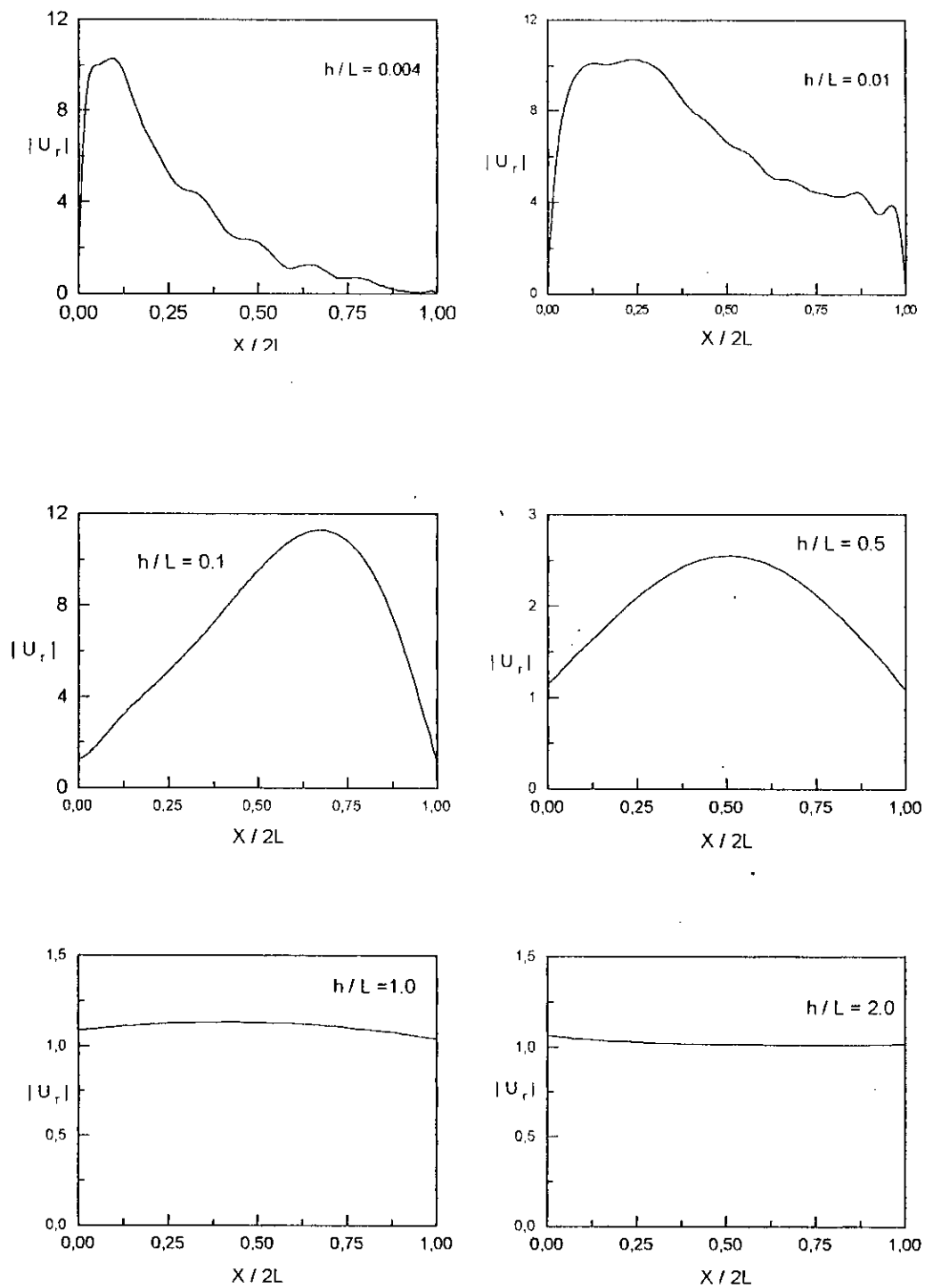
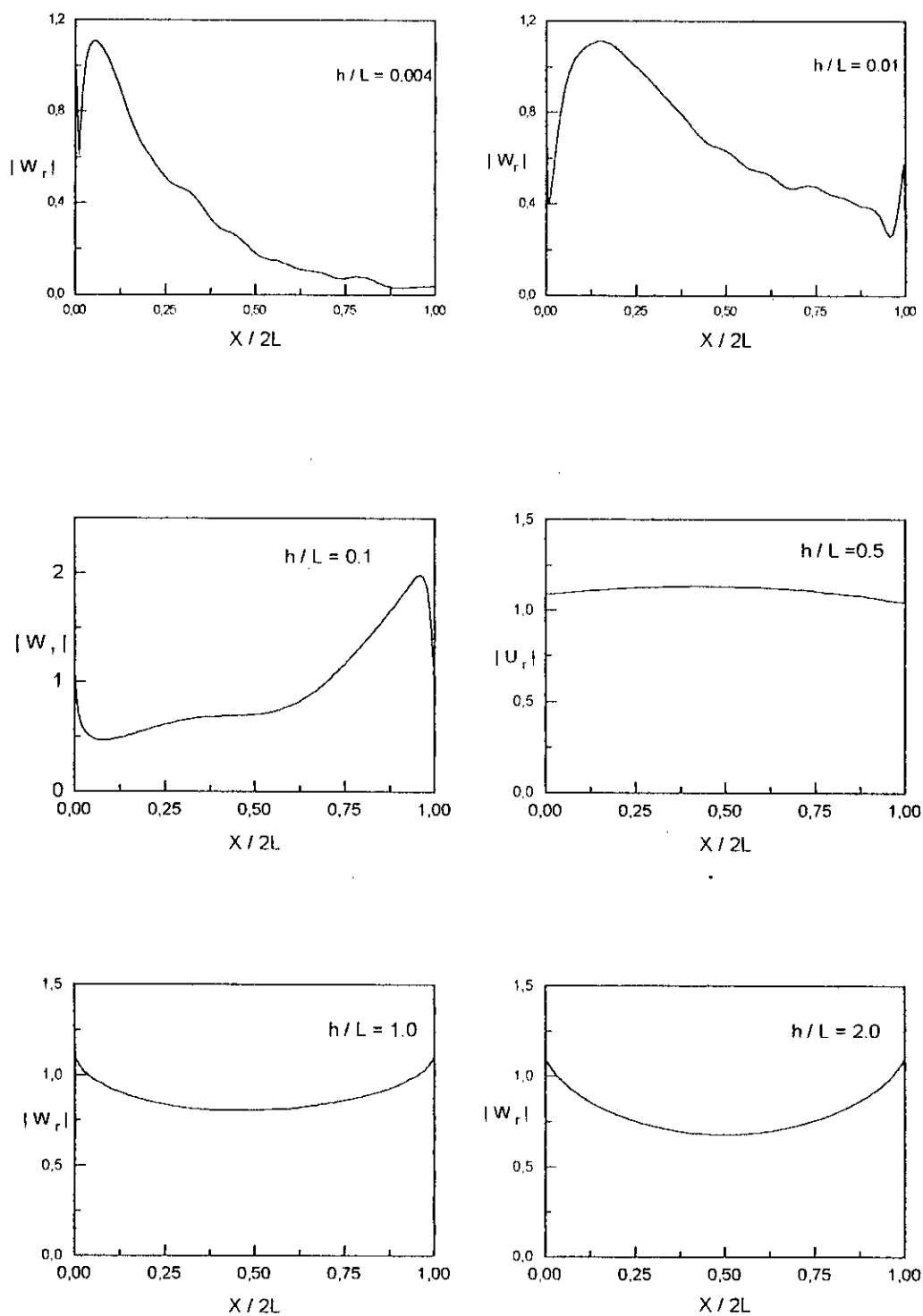


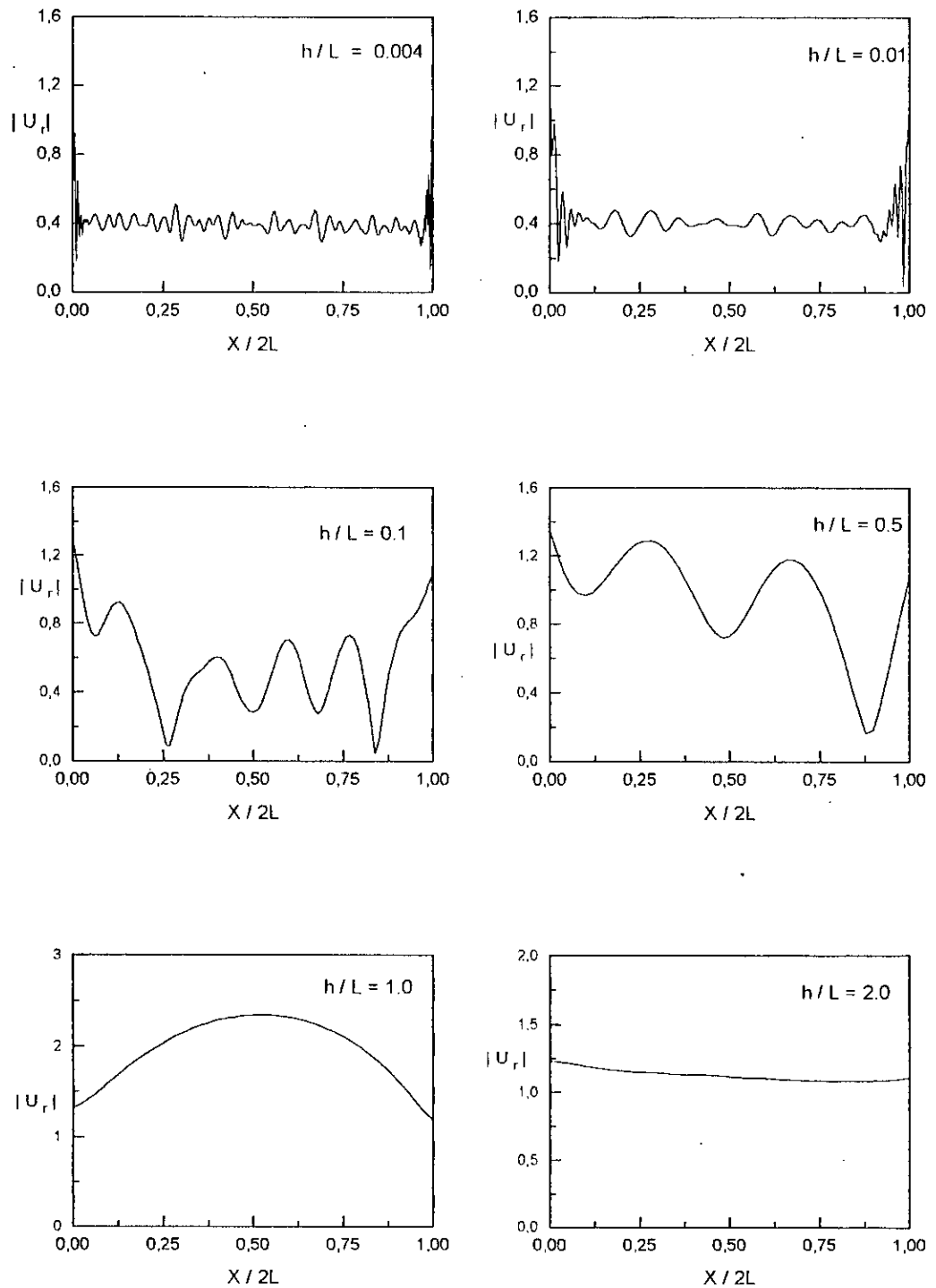
Fig. (5.8): Enveloppe des déplacements en surface pour une incidence verticale des ondes SH ($\theta = 0$) : Influence du facteur de forme.



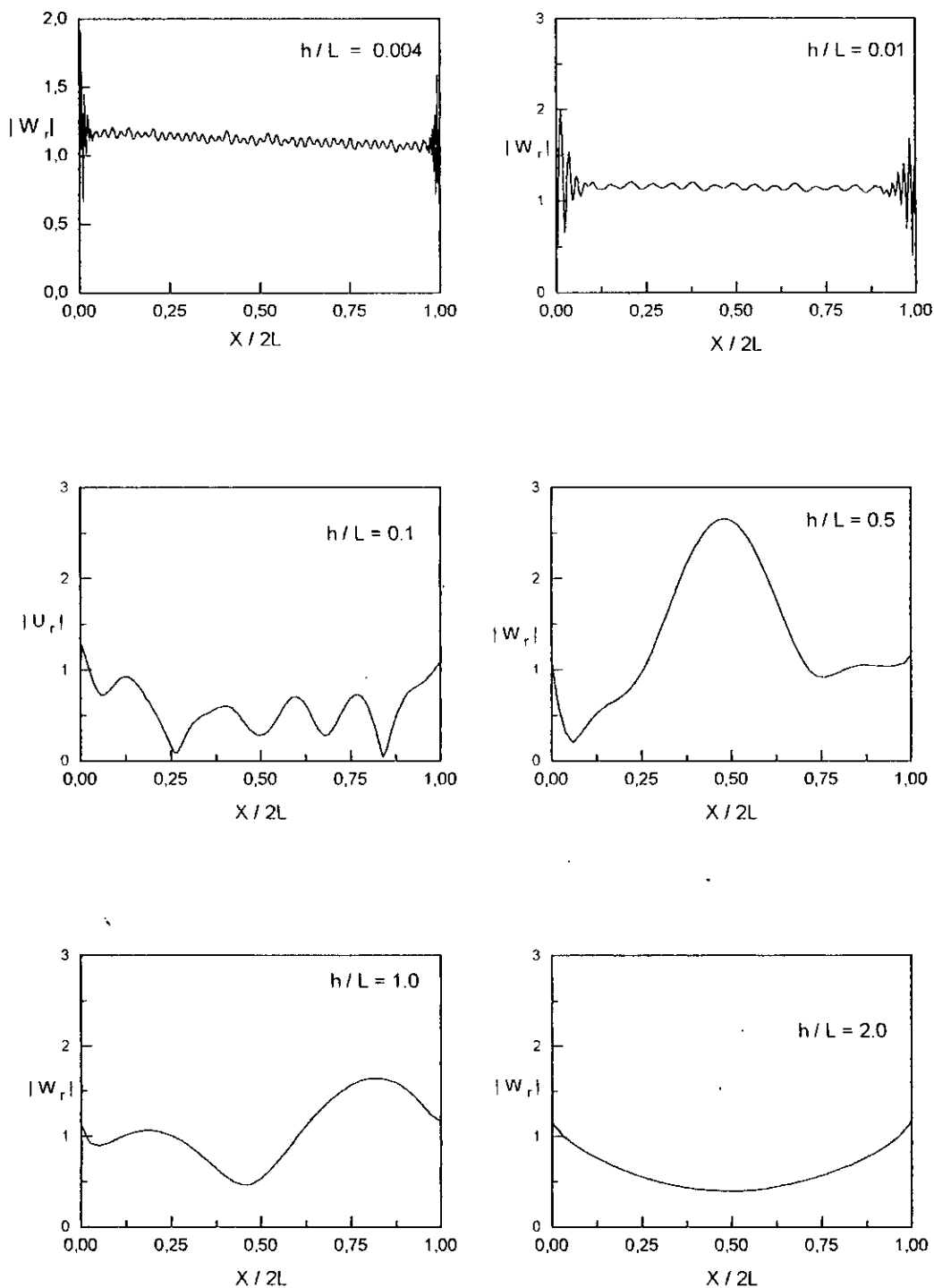
**Fig. (5.9) : Amplitude du mouvement relatif horizontal.
Ondes R. $\eta = 1.0$:
Influence du facteur de forme.**



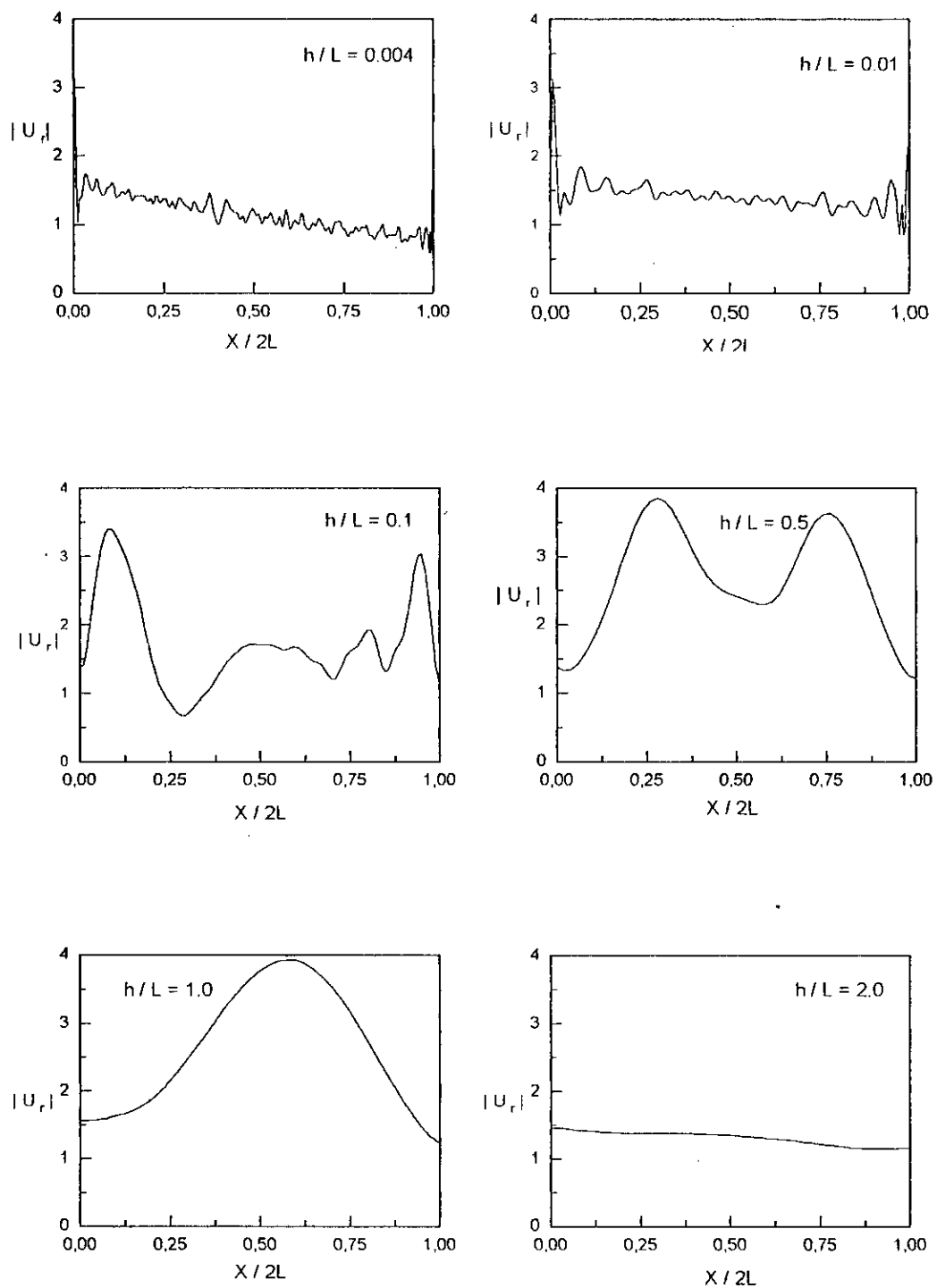
**Fig. (5.10) : Amplitude du mouvement relatif vertical.
Ondes $R \eta = 1.0$:
Influence du facteur de forme.**



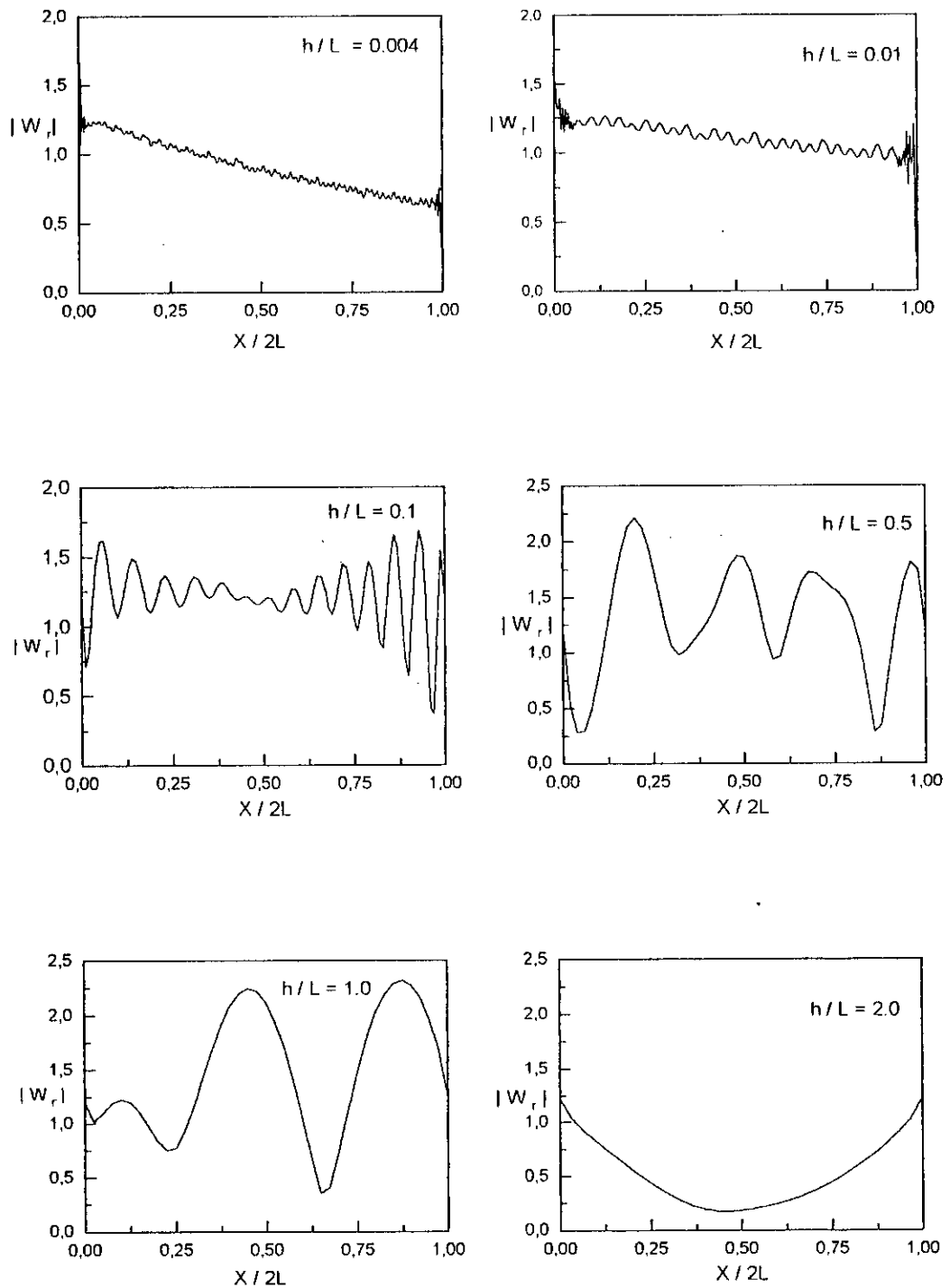
**Fig. (5.11) : Amplitude du mouvement relatif horizontal.
Ondes R $\eta = 2.0$:
Influence du facteur de forme.**



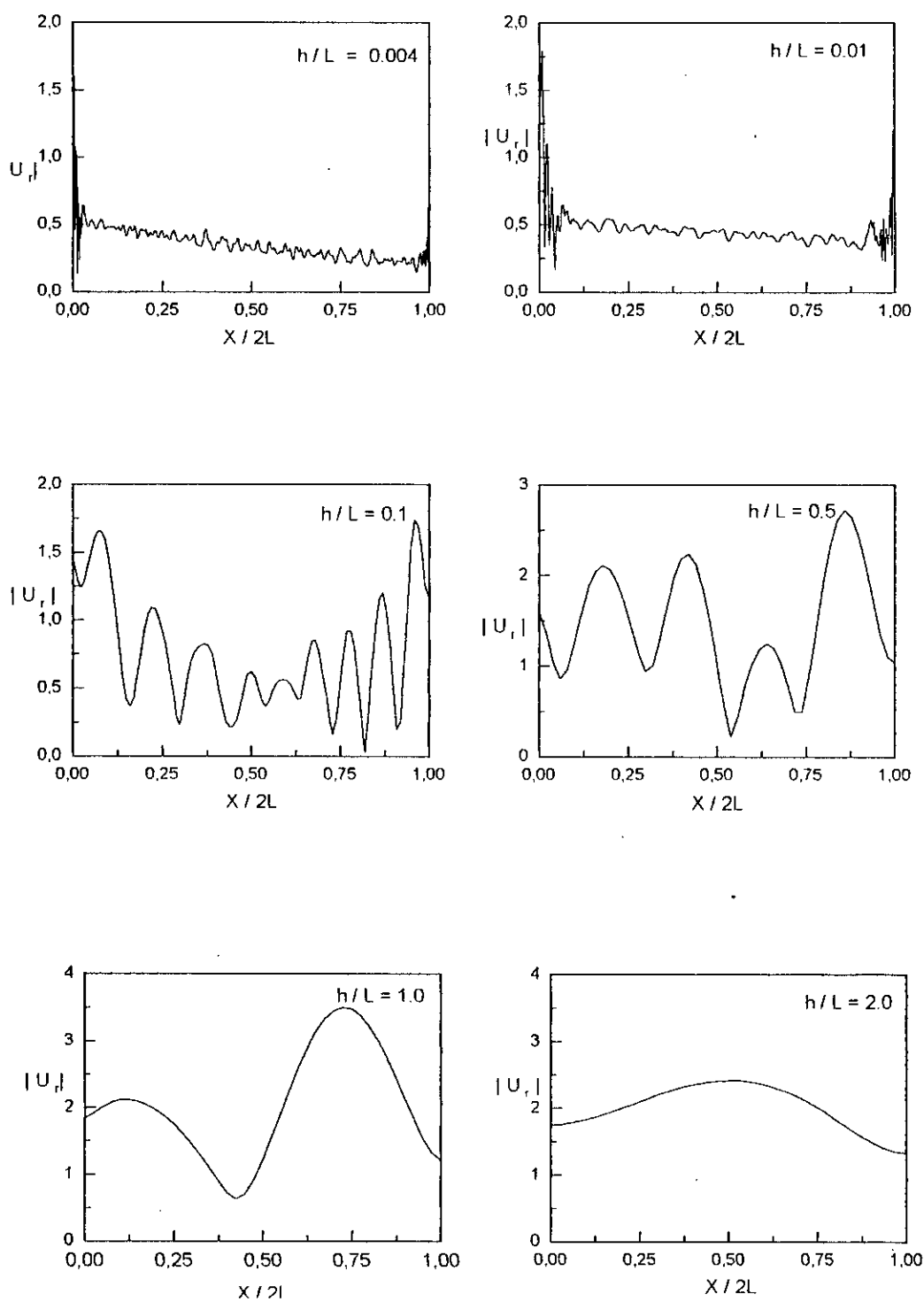
**Fig. (5.12) : Amplitude du mouvement relatif vertical.
Ondes R. $\eta = 2.0$:
Influence du facteur de forme.**



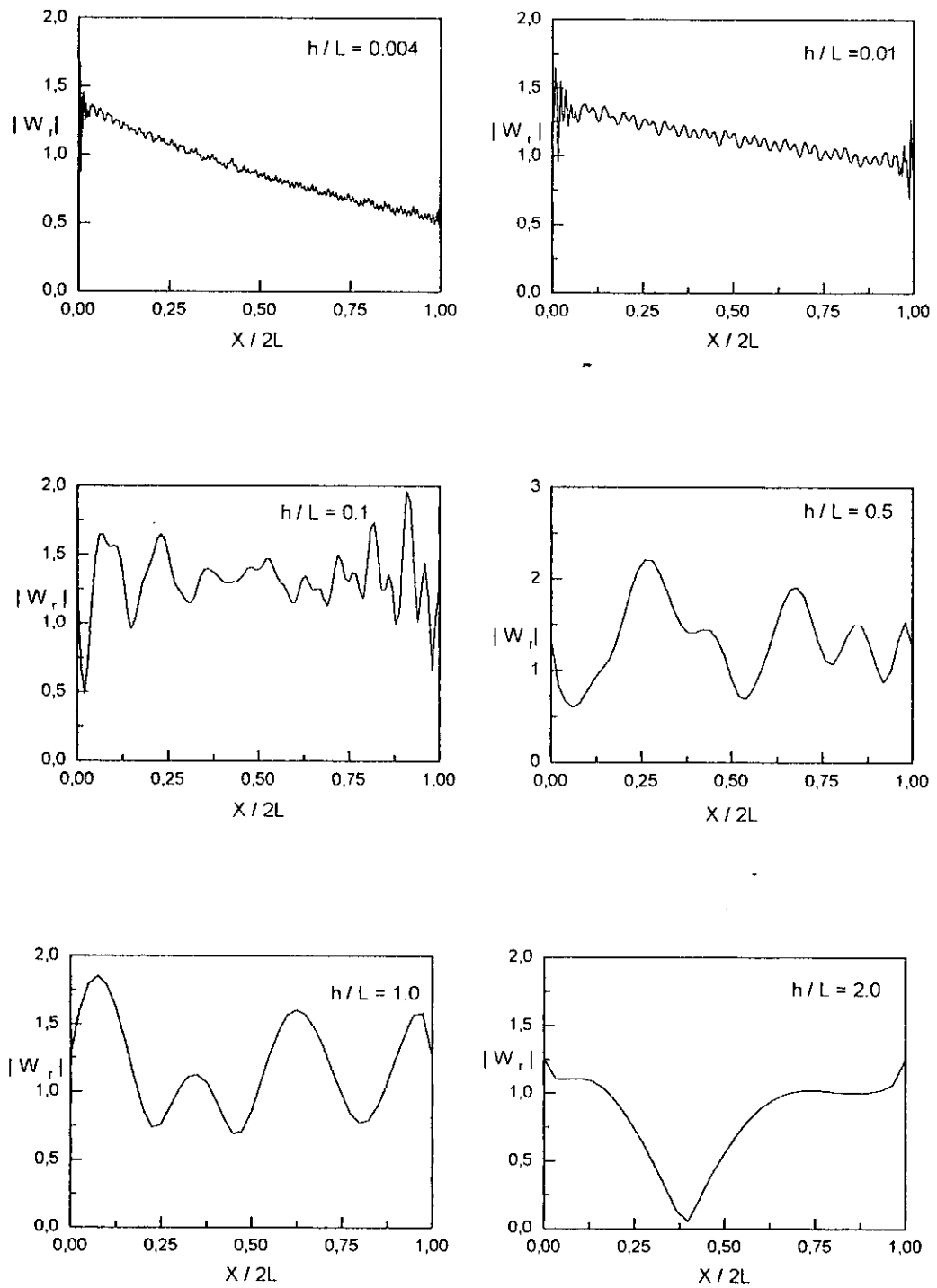
**Fig. (5.13) : Amplitude du mouvement relatif horizontal
Ondes R $\eta = 3.0$:
Influence du facteur de forme.**



**Fig. (5.14) : Amplitude du mouvement relatif vertical.
Ondes $R \eta = 3.0$:
Influence du facteur de forme.**



**Fig. (5.15) : Amplitude du mouvement relatif horizontal.
Ondes $R \eta = 4.0$:
Influence du facteur de forme.**



**Fig. (5.16) : Amplitude du mouvement relatif vertical
Ondes $R \eta = 4.0$:
Influence du facteur de forme.**

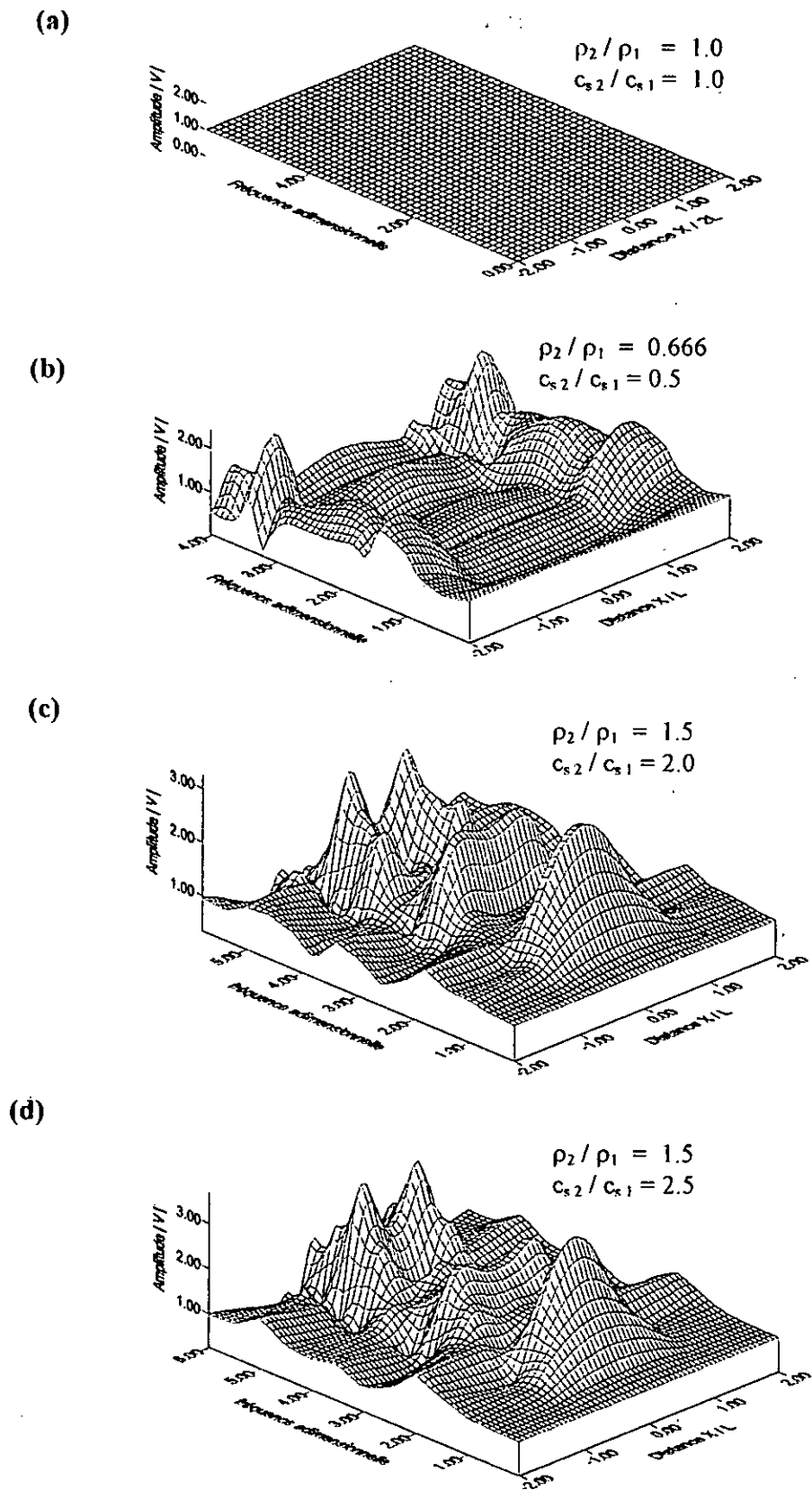
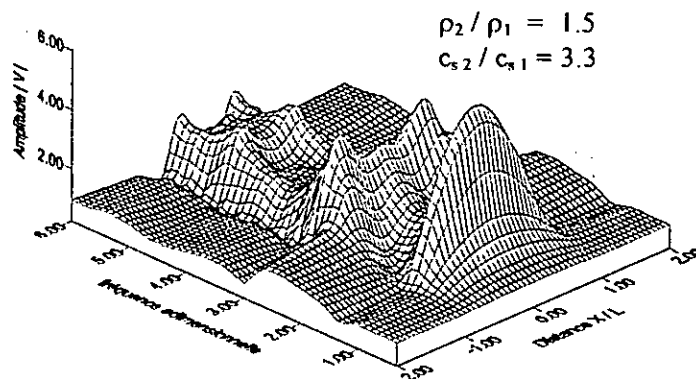
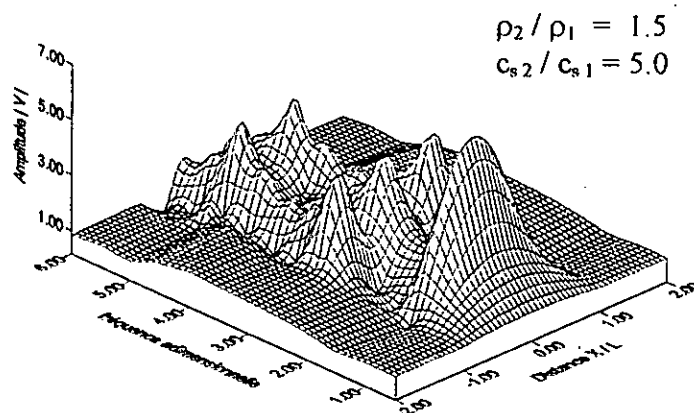


Fig. (5.17): Enveloppe des déplacements en surface.
Ondes SH ($\theta = 0$) :
Influence du contraste des vitesses.

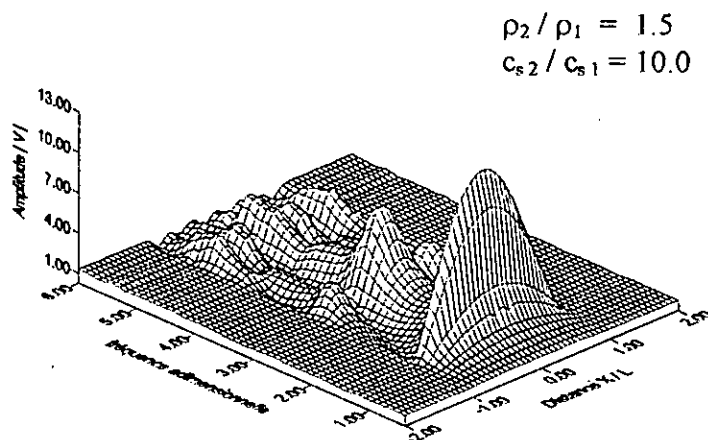
(a)



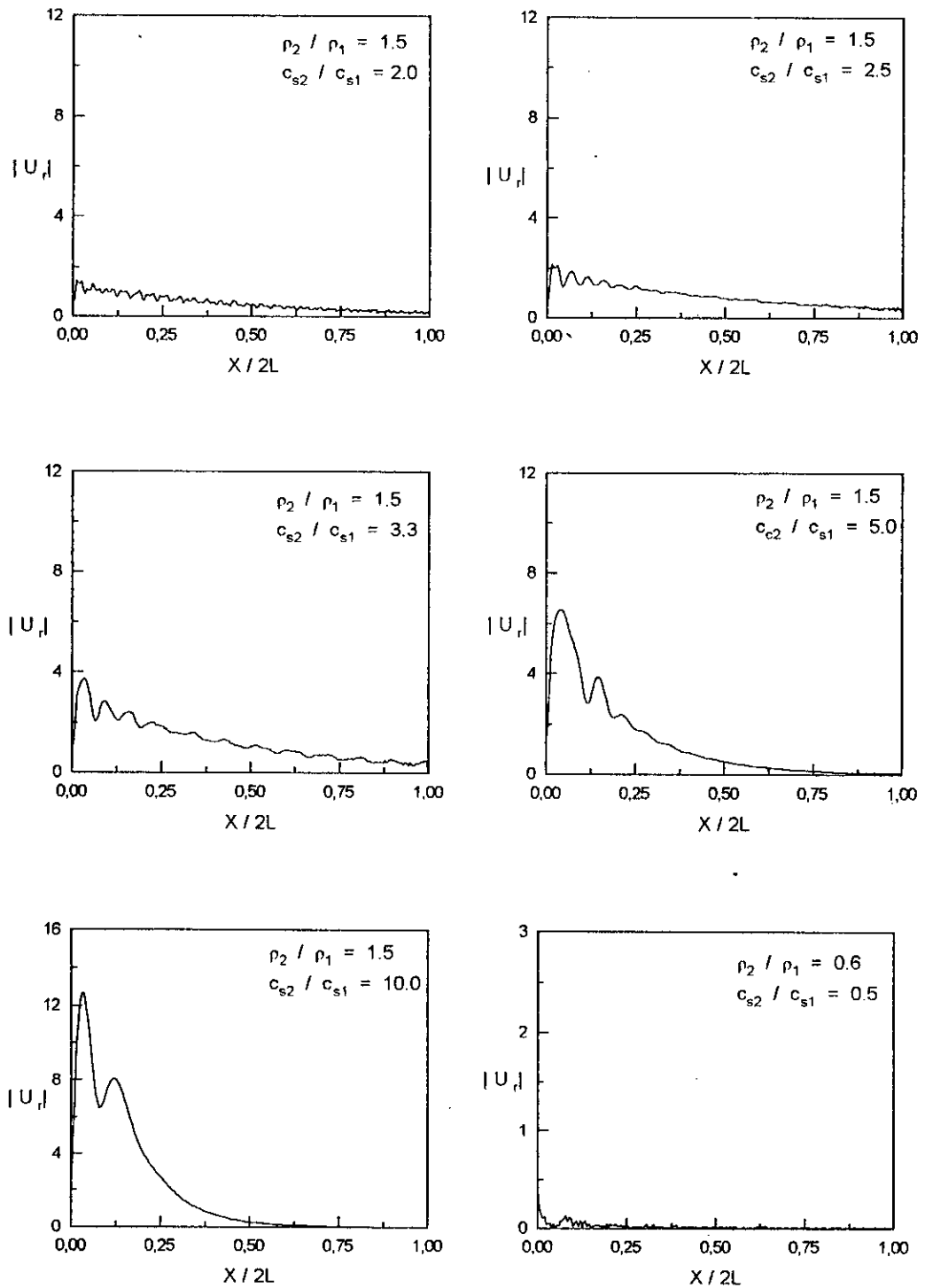
(b)



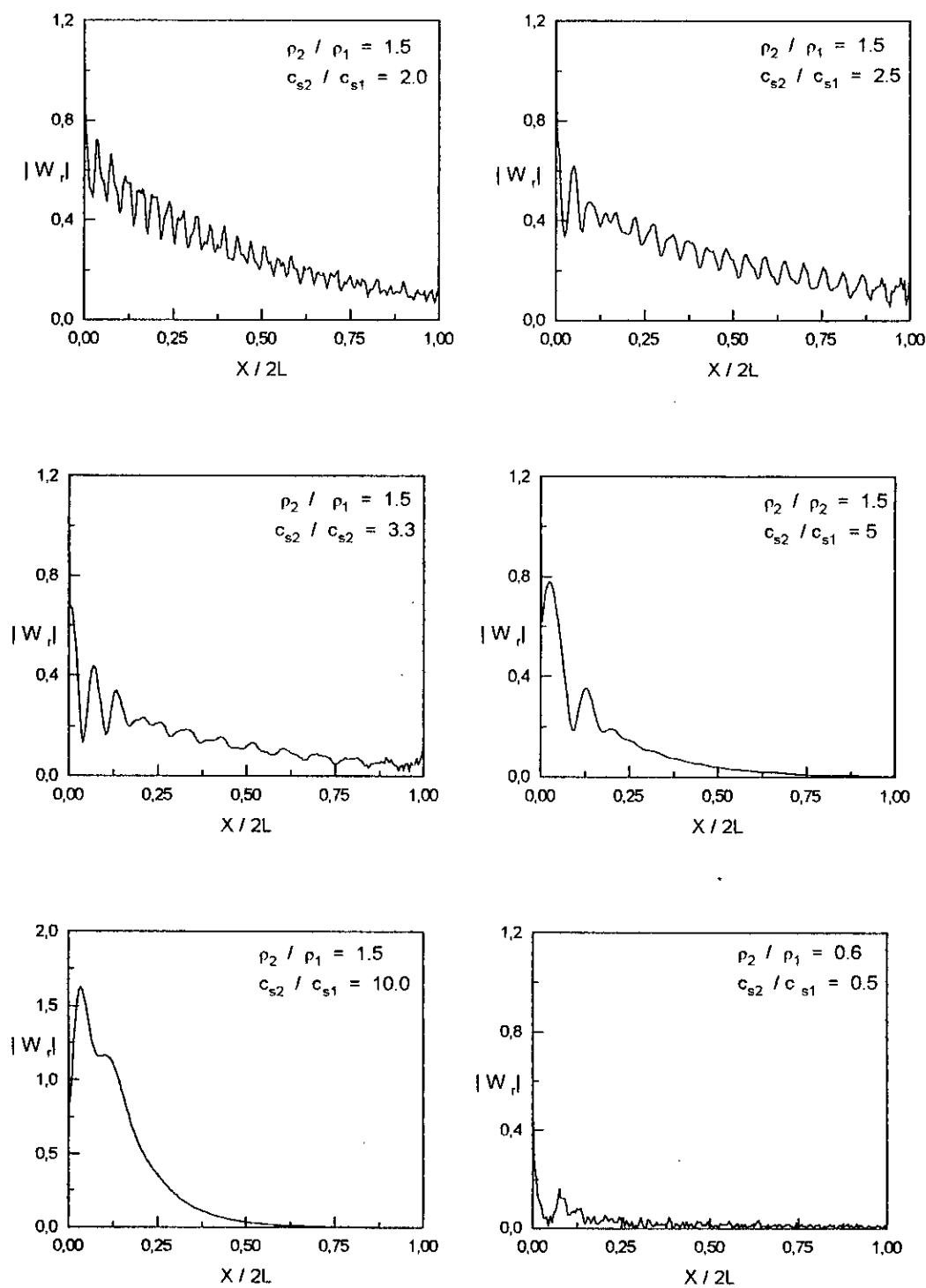
(c)



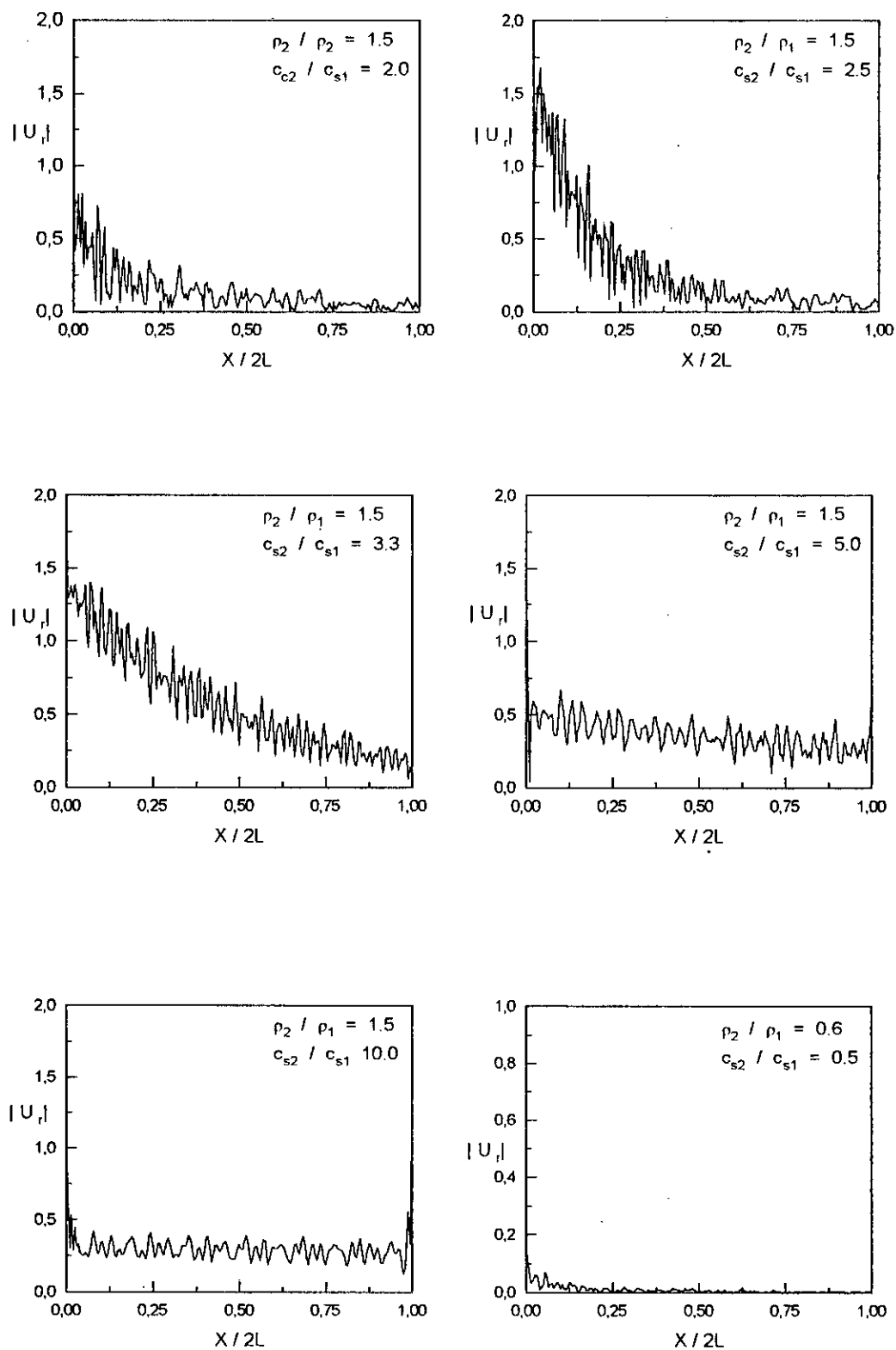
**Fig. (5.18): Enveloppe des déplacements en surface.
Ondes SH ($\theta = 0$) :
Influence du contraste des vitesses.**



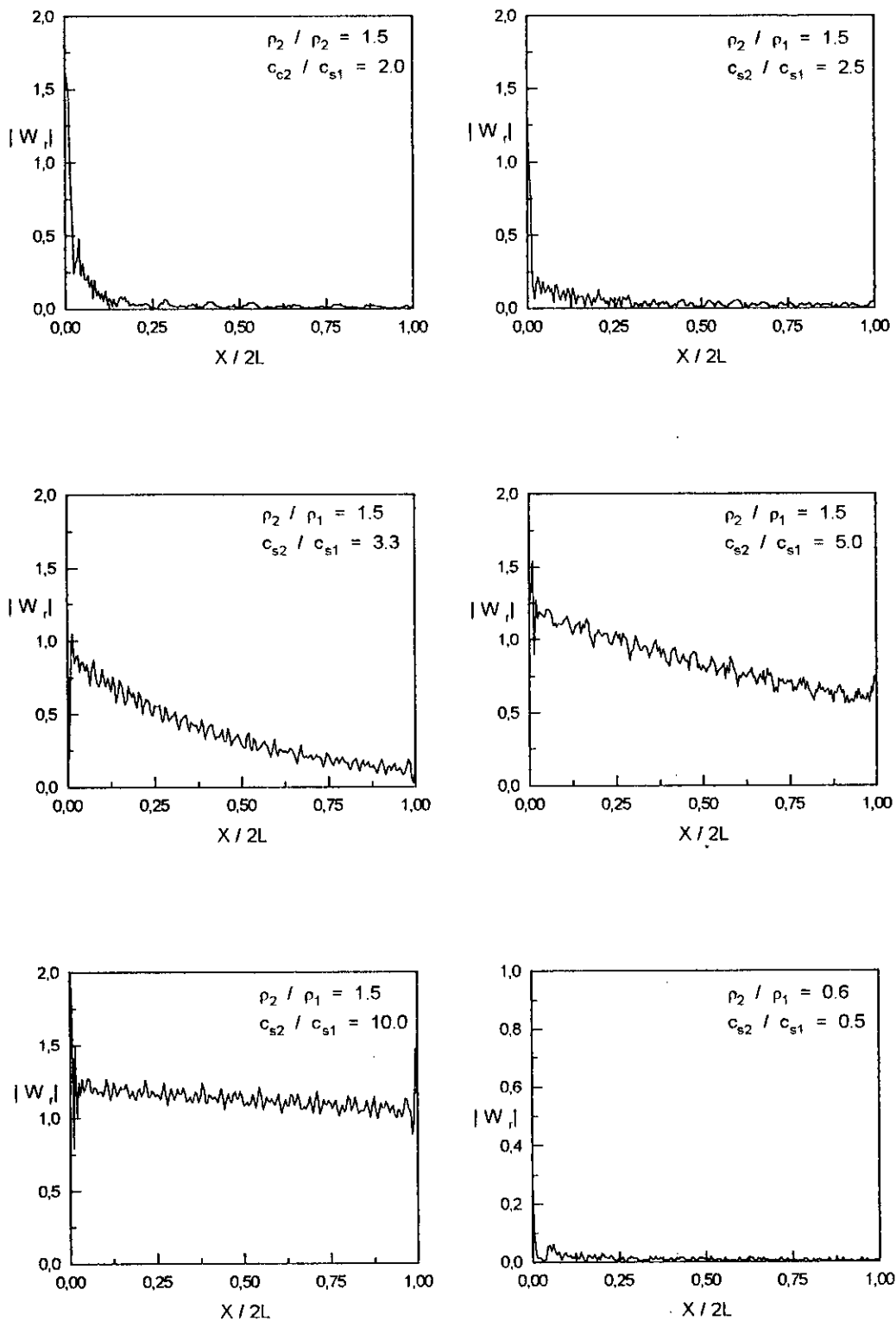
**Fig. (5.19): Amplitude du mouvement relatif horizontal en surface
Ondes de Rayleigh. $\eta = 1$.
Influence du contraste d'impédance.**



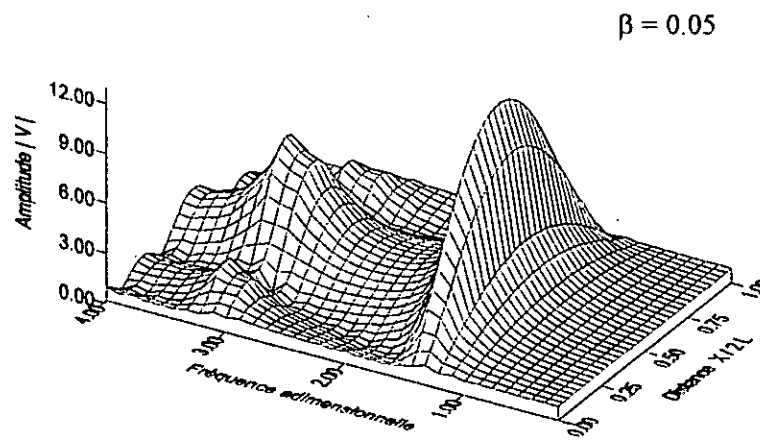
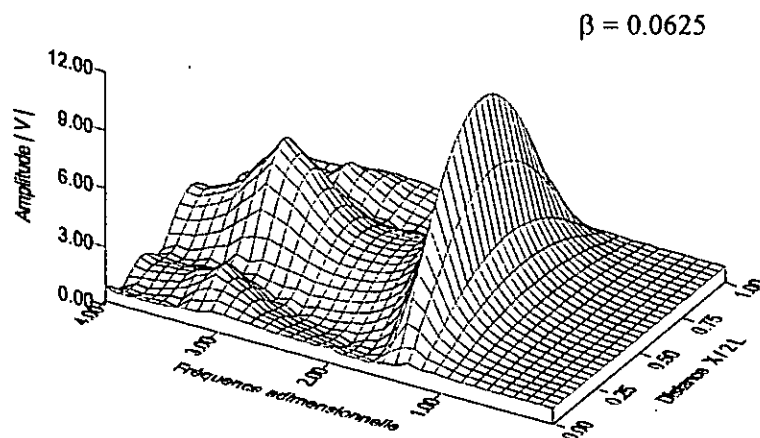
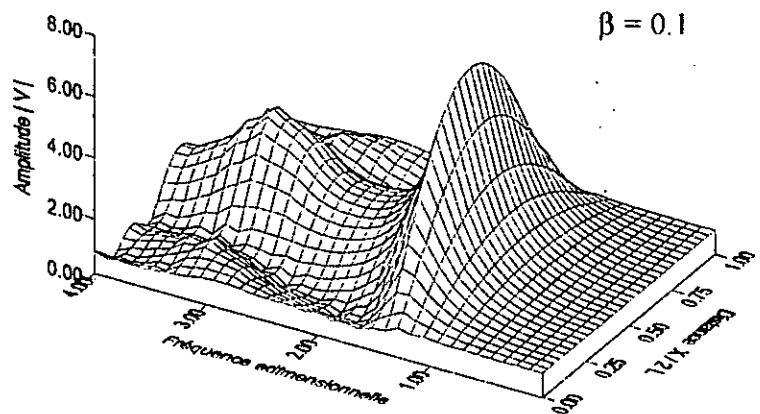
**Fig. (5.20): Amplitude du mouvement relatif vertical en surface
Ondes de Rayleigh. $\eta = 1$.
Influence du contraste d'impédance.**



**Fig. (5.21): Amplitude du mouvement relatif horizontal en surface
Ondes de Rayleigh. $\eta = 2$.
Influence du contraste d'impédance.**



**Fig. (5.22): Amplitude du mouvement relatif vertical.
Ondes de Rayleigh. $\eta = 2$.
Influence du contraste d'impédance.**



**Fig. (5.23): Enveloppe des déplacements en surface.
Ondes SH ($\theta = 0$), $h/L=1.0$:
Influence du coefficient d'amortissement β .**

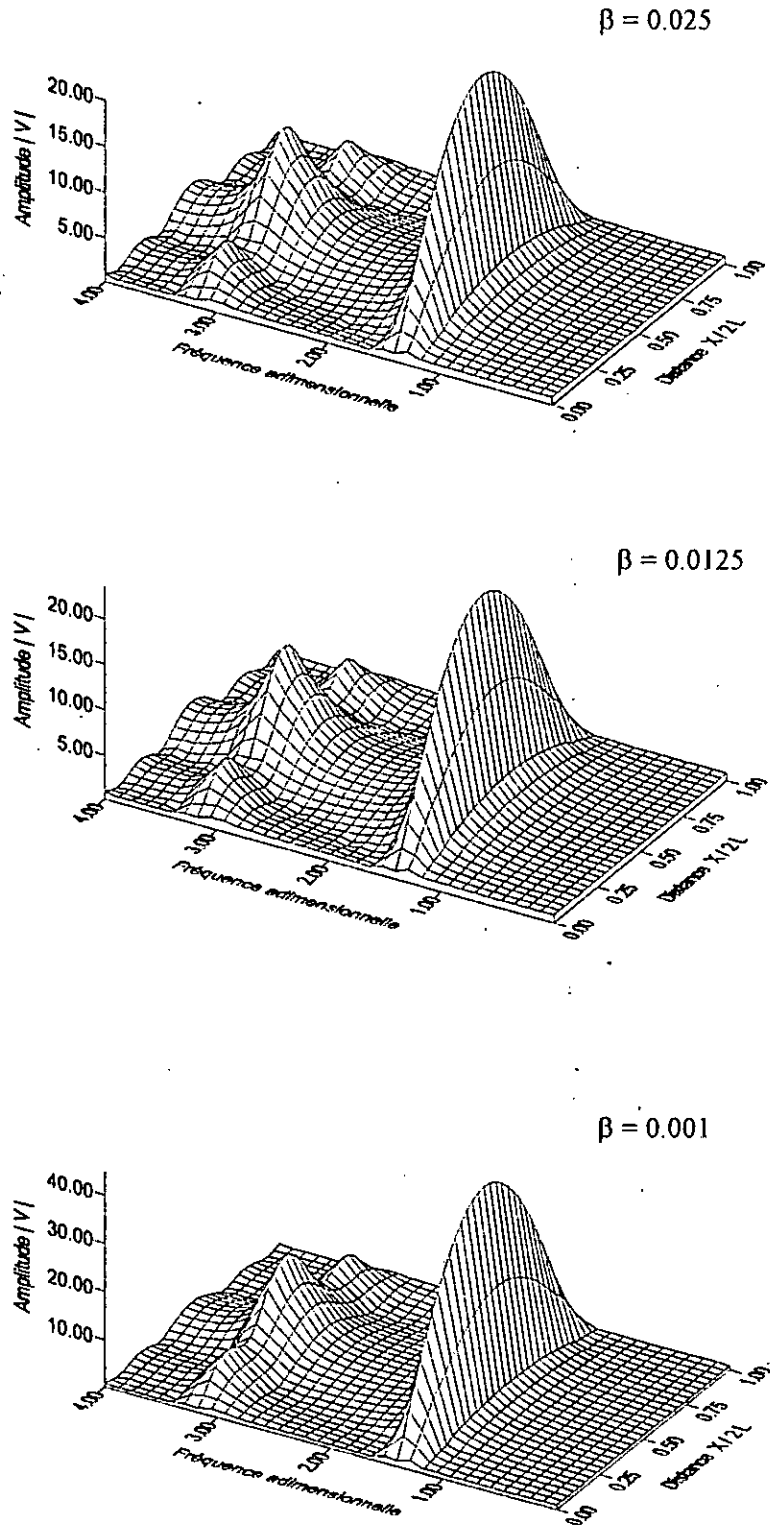
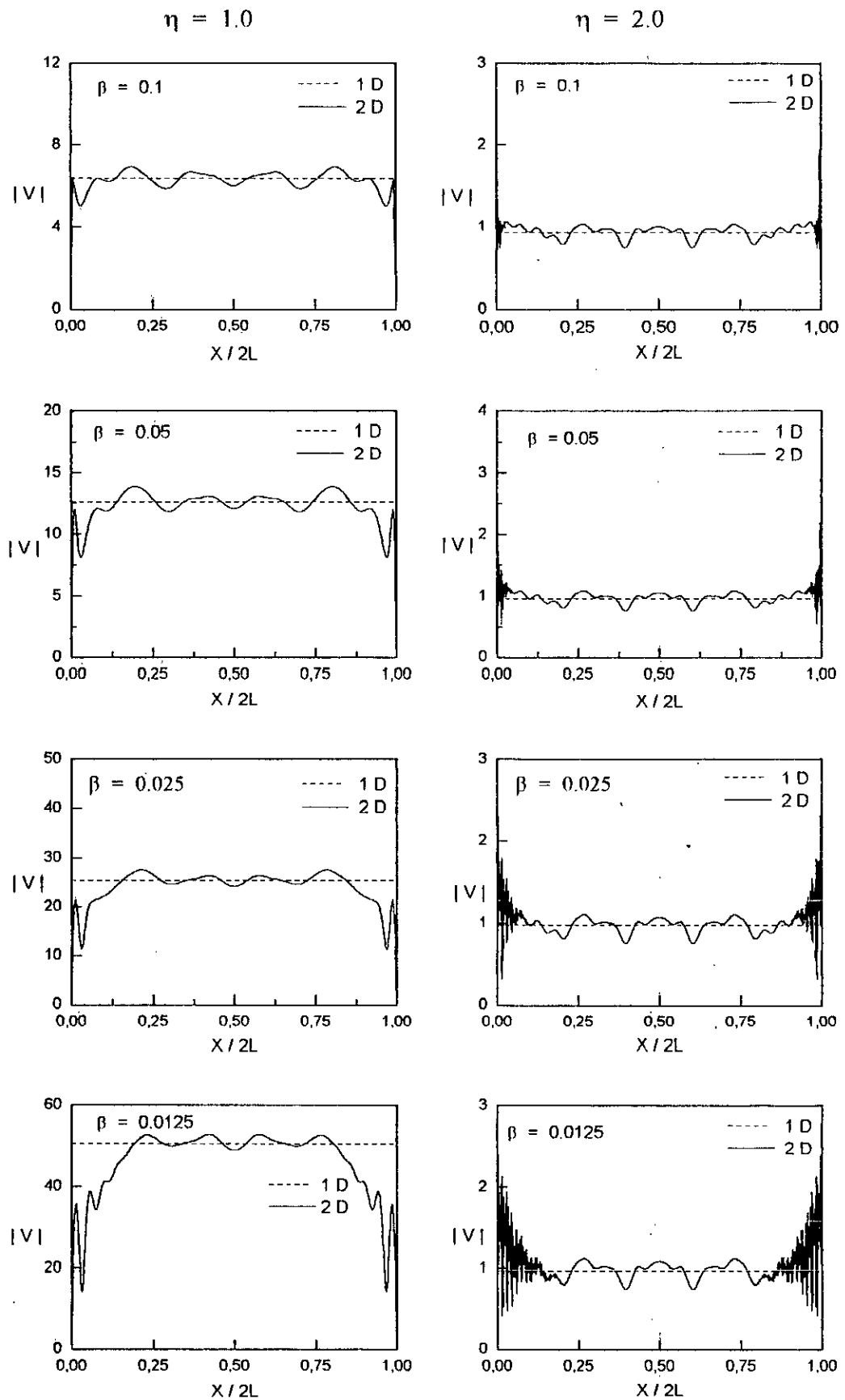


Fig. (5.24): Enveloppe des déplacements en surface.
Ondes SH ($\theta = 0$), $h/L = 1.0$
Influence du coefficient d'amortissement β .



**Fig. (5.25): Amplitude du mouvement en surface.
Ondes SH ($\theta = 0^\circ$), $h/L=0.004$
Influence du coefficient d'amortissement β .**

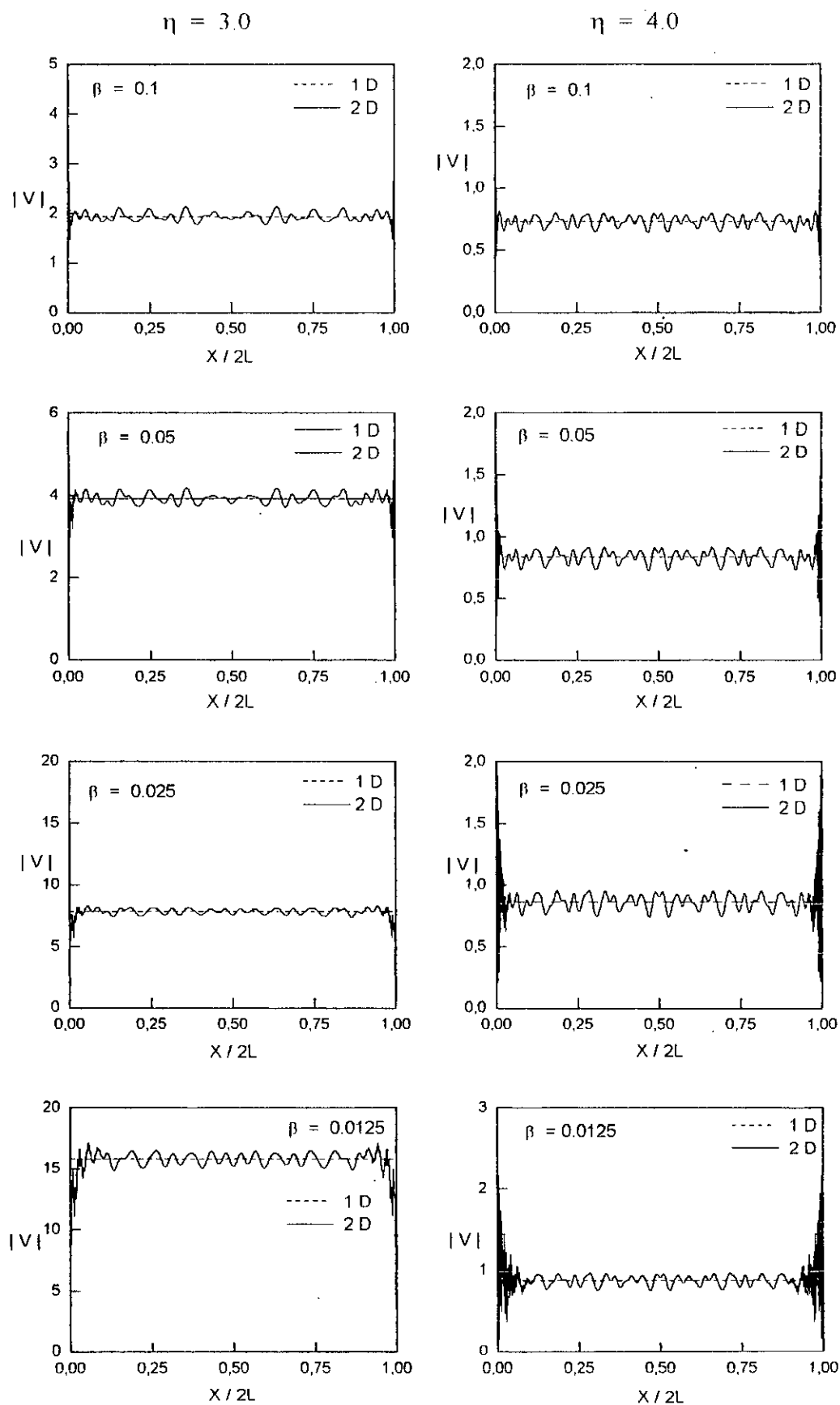
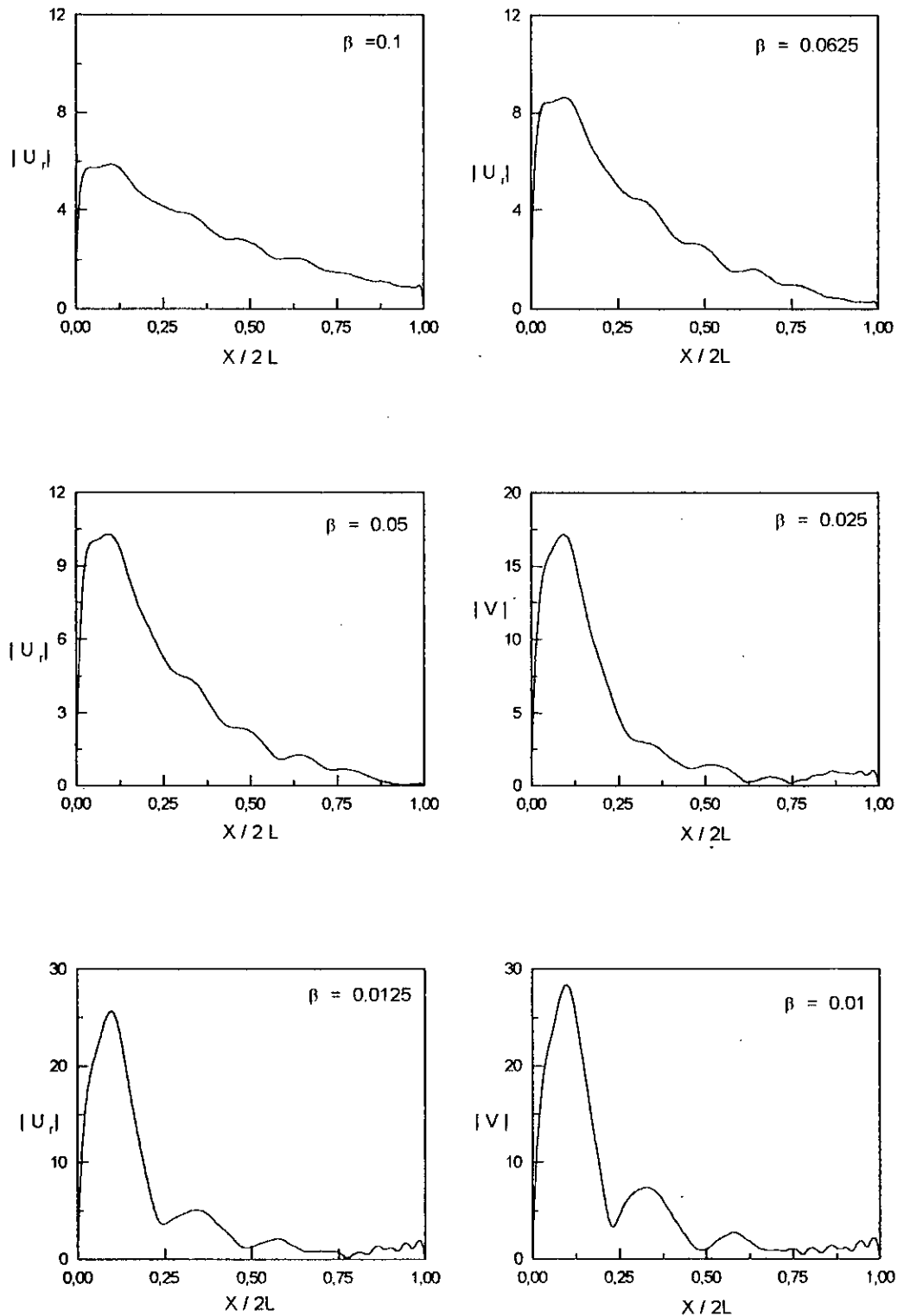
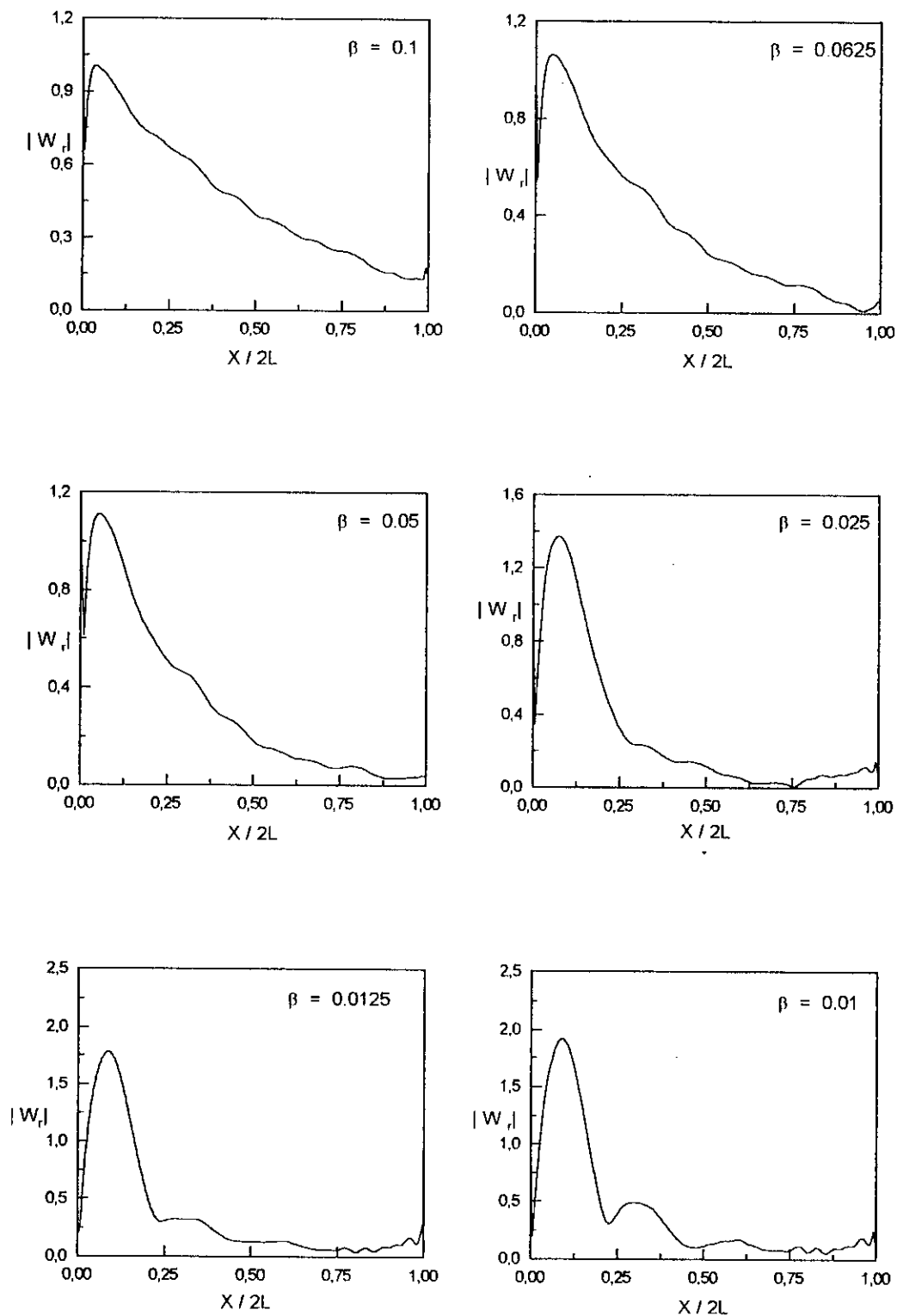


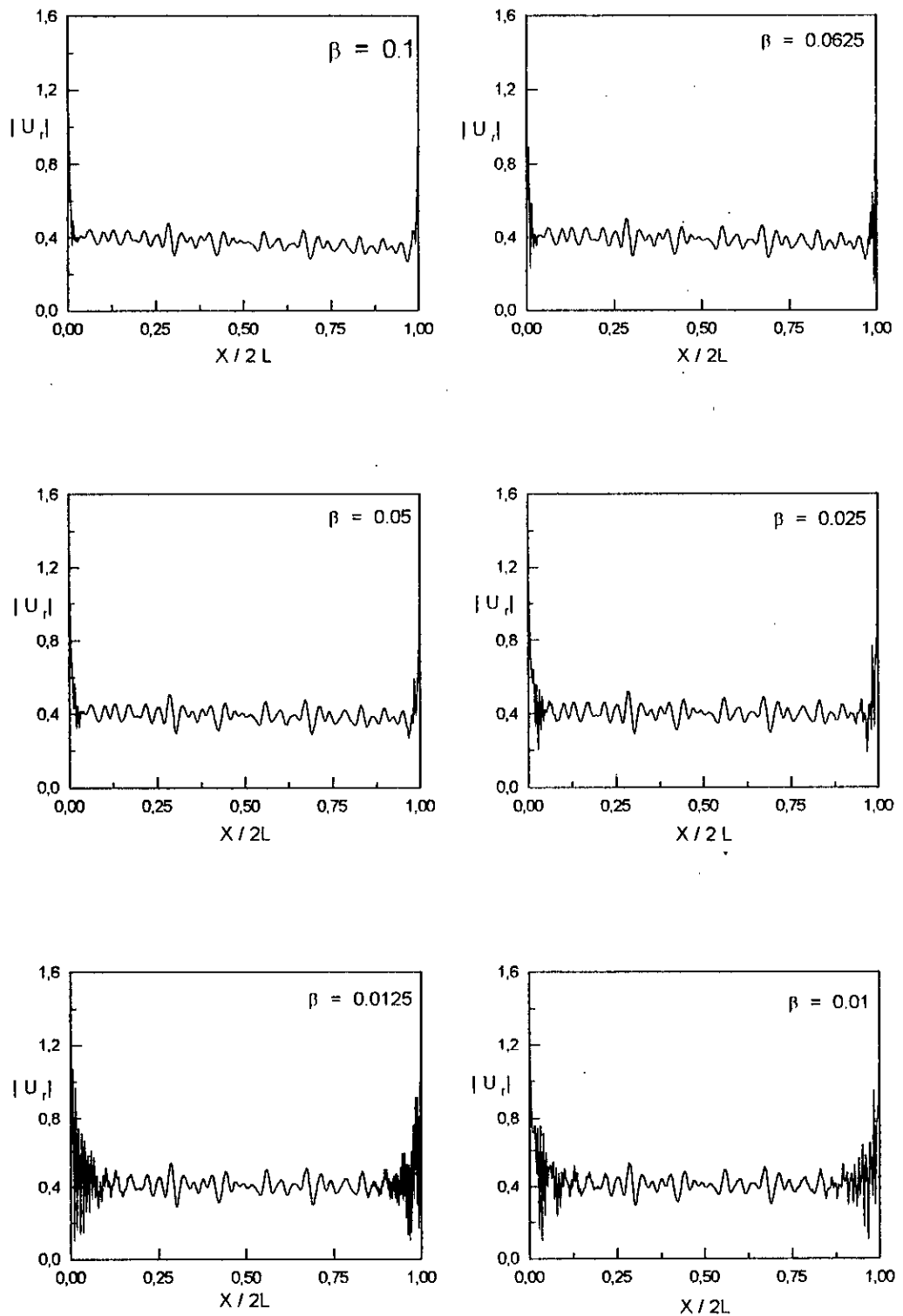
Fig. (5.26): Amplitude du mouvement en surface
Ondes SH $\theta = 0^\circ$, $h/L=0.004$
Influence du coefficient d'amortissement β .



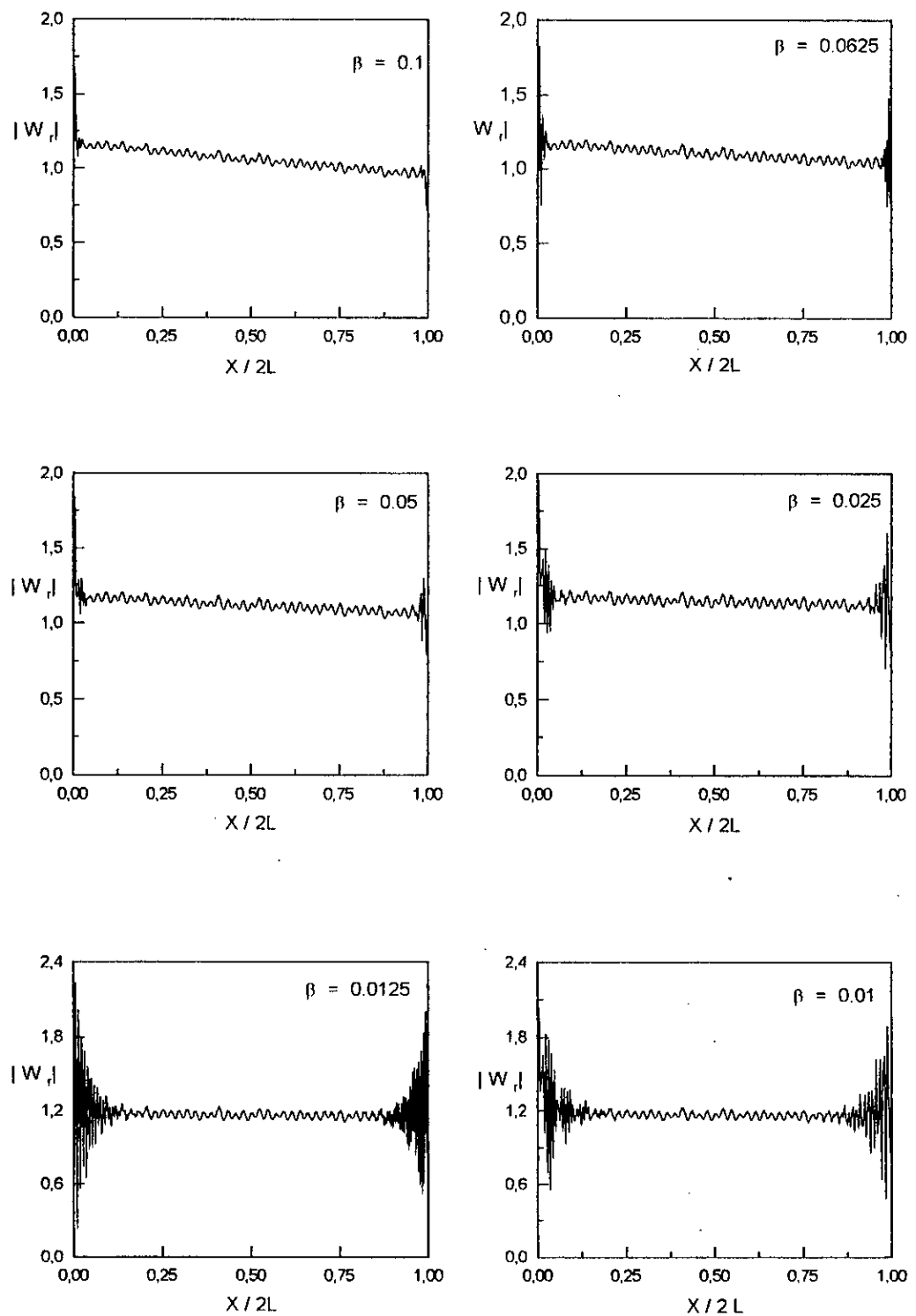
**Fig. (5.27): Amplitude du mouvement relatif horizontal en surface
Ondes de Rayleigh. $\eta = 1$, $h/L=0.004$
Influence du coefficient d'amortissement β .**



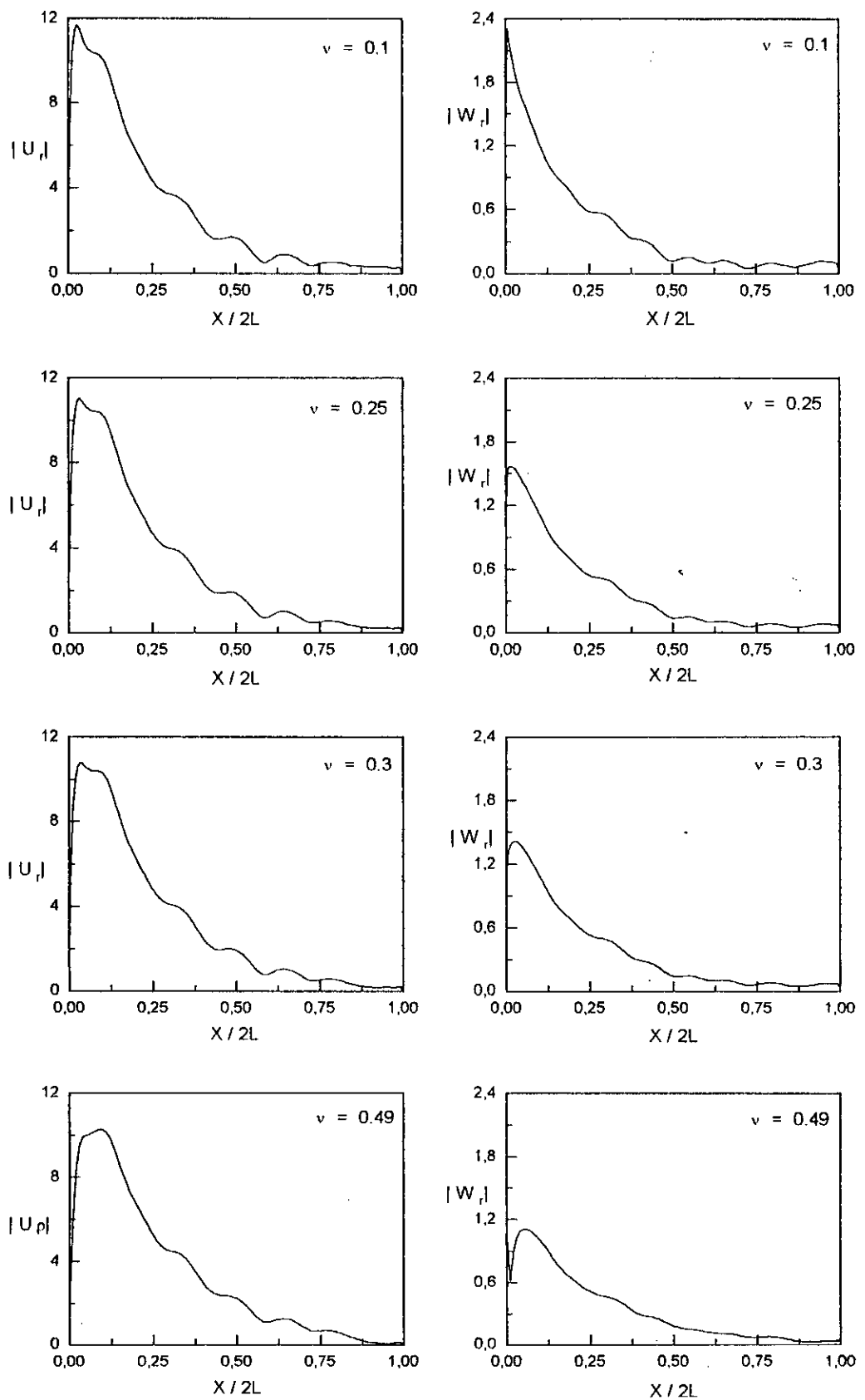
**Fig. (5.28): Amplitude du mouvement relatif vertical en surface
Ondes de Rayleigh. $\eta = 1$, $h/L=0.004$.
Influence du coefficient d'amortissement β .**



**Fig. (5.29): Amplitude du mouvement relatif horizontal en surface
Ondes de Rayleigh. $\eta = 2$, $h/L=0.004$.
Influence du coefficient d'amortissement β .**



**Fig. (5.30): Amplitude du mouvement relatif vertical en surface.
Ondes de Rayleigh. $\eta = 2.0$, $h/L=0.004$.
Influence du coefficient d'amortissement β .**



**Fig. (5.31): Mouvement relatif en surface .
Ondes de Rayleigh. $\eta = 1$, $h/L=0.004$.
Influence du coefficient de Poisson.**

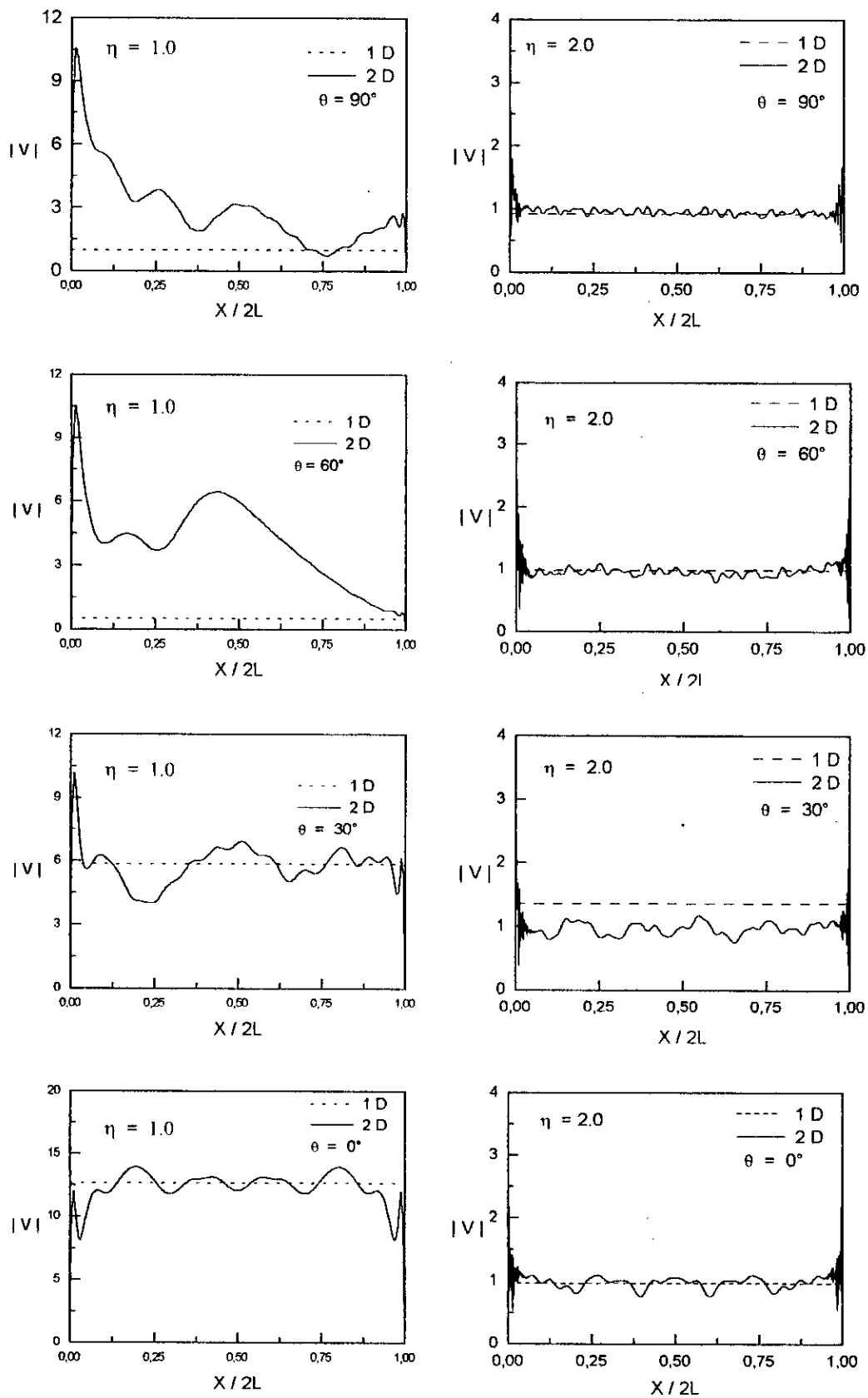


fig. (5.32): Amplitude du mouvement en surface
Ondes SH , $h/L = 0.004$:
Influence de l'angle d'incidence.

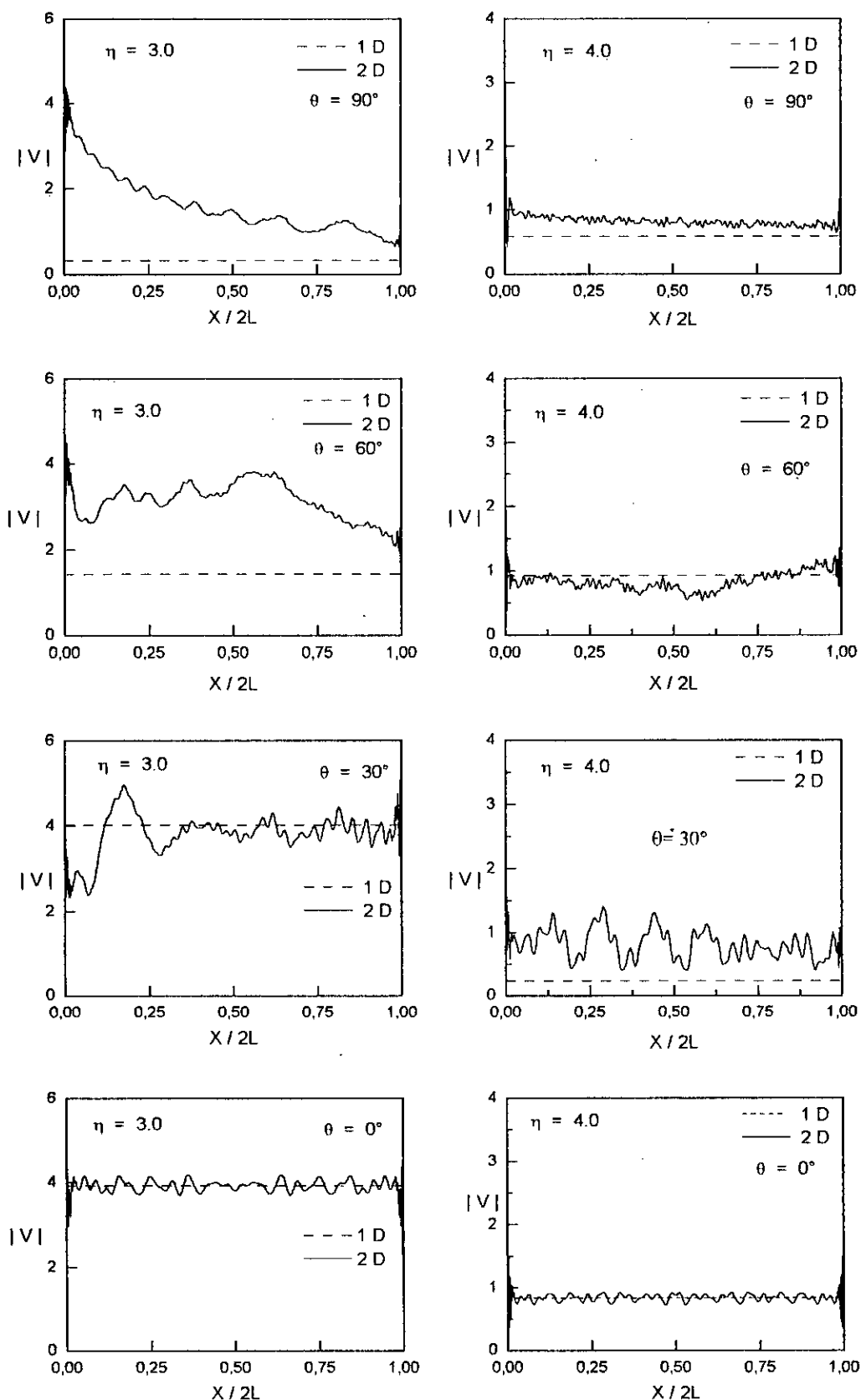
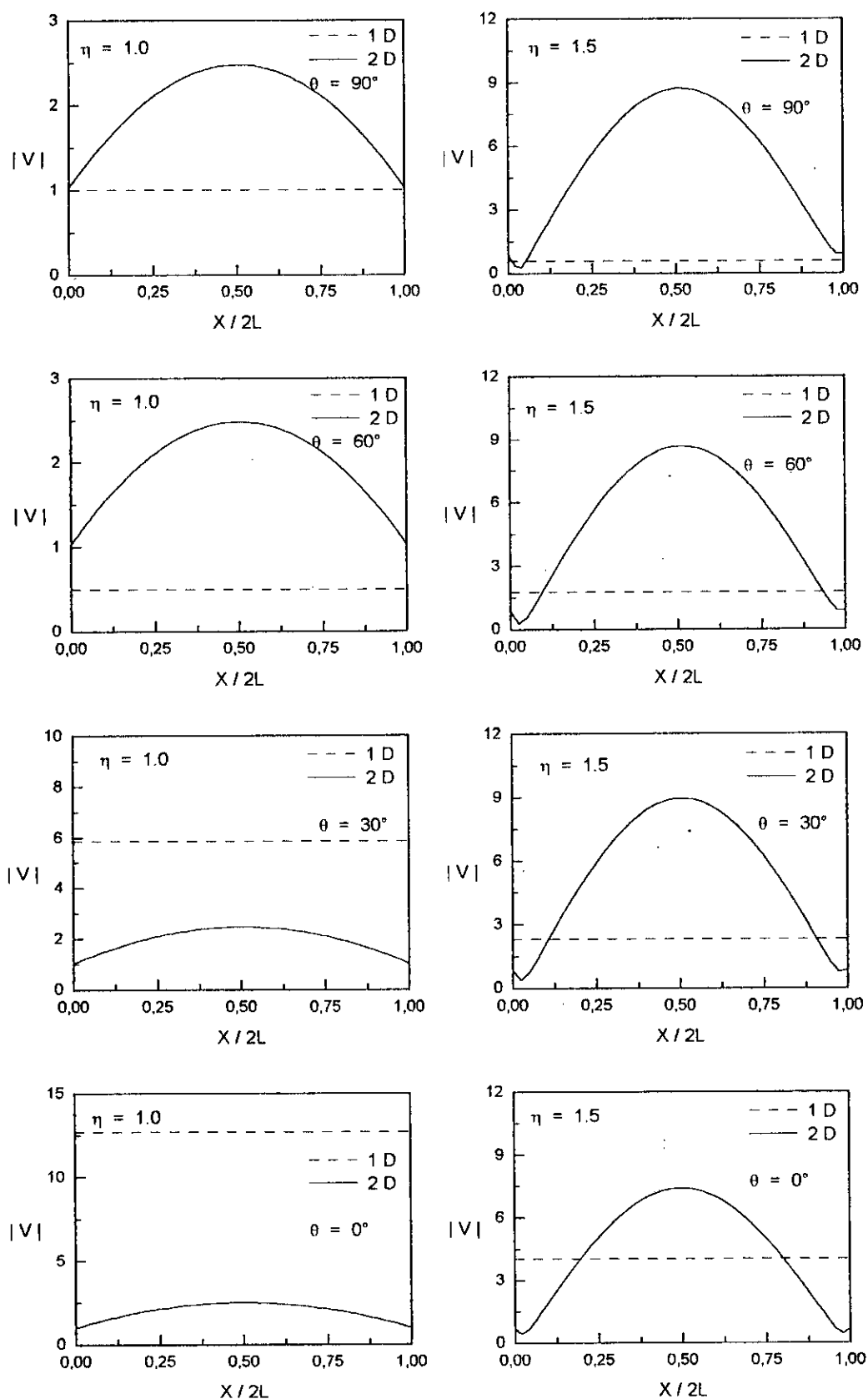
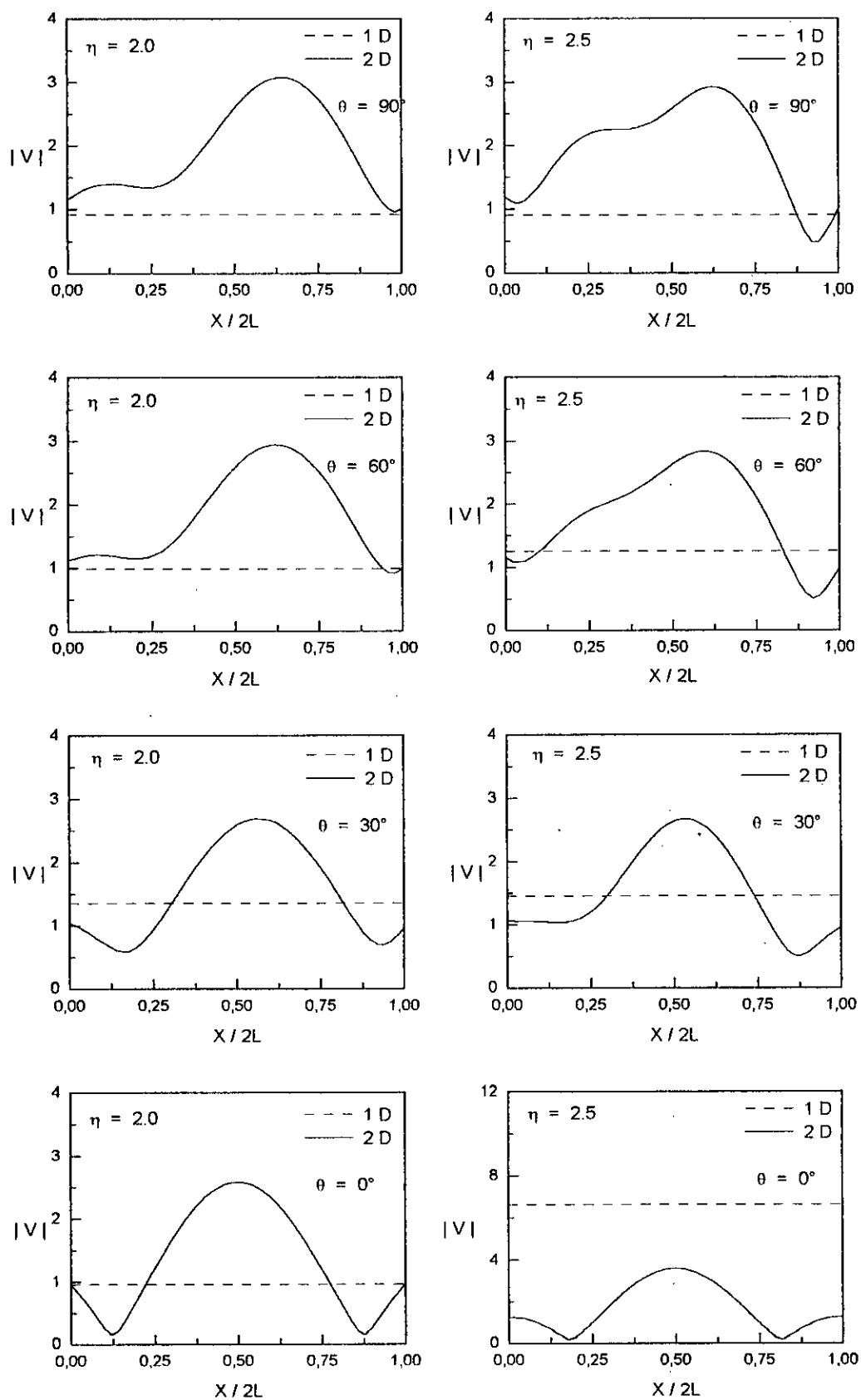


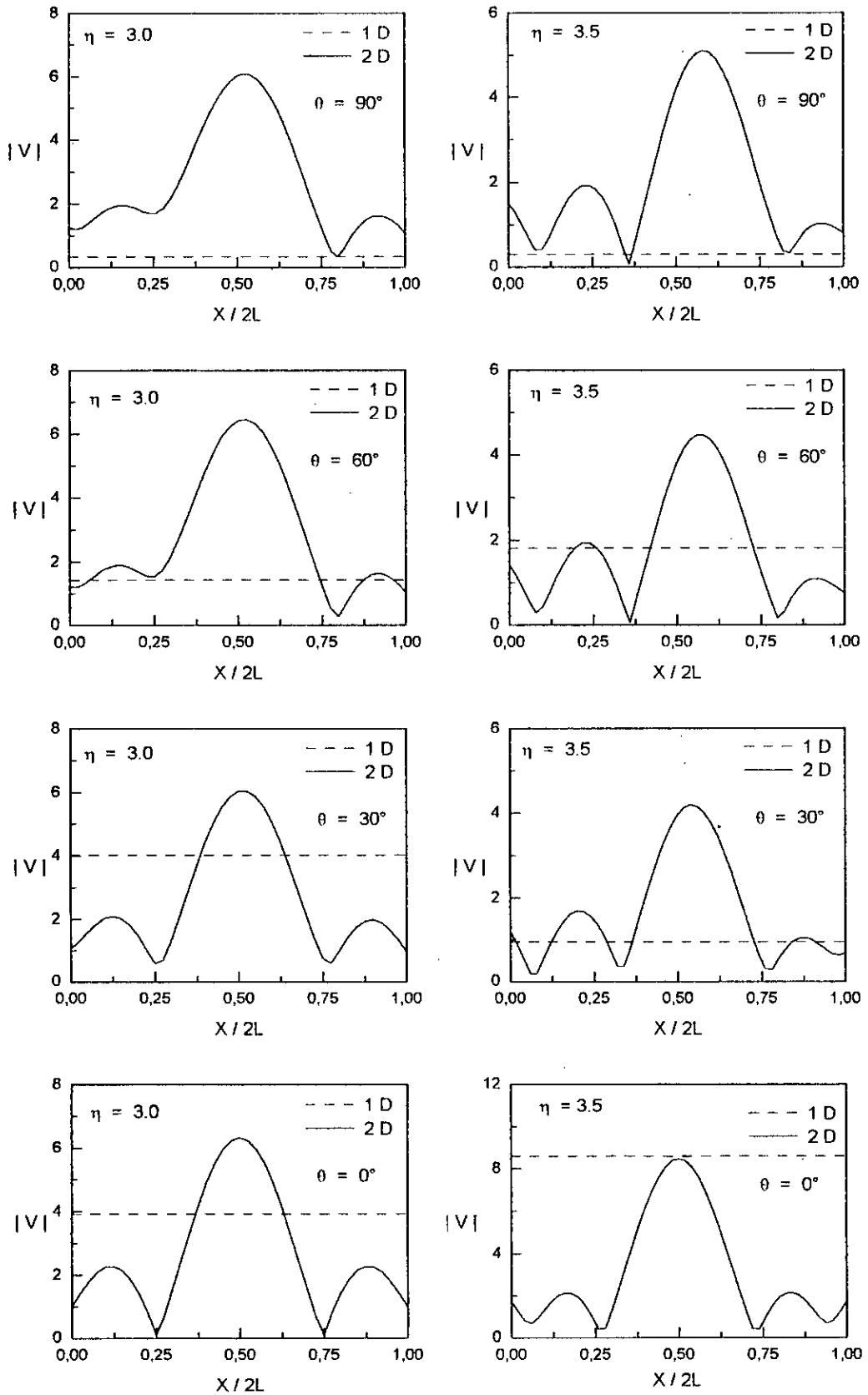
fig. (5.33): Amplitude du mouvement en surface.
 Ondes SH, $h/L = 0.004$:
 Influence de l'angle d'incidence.



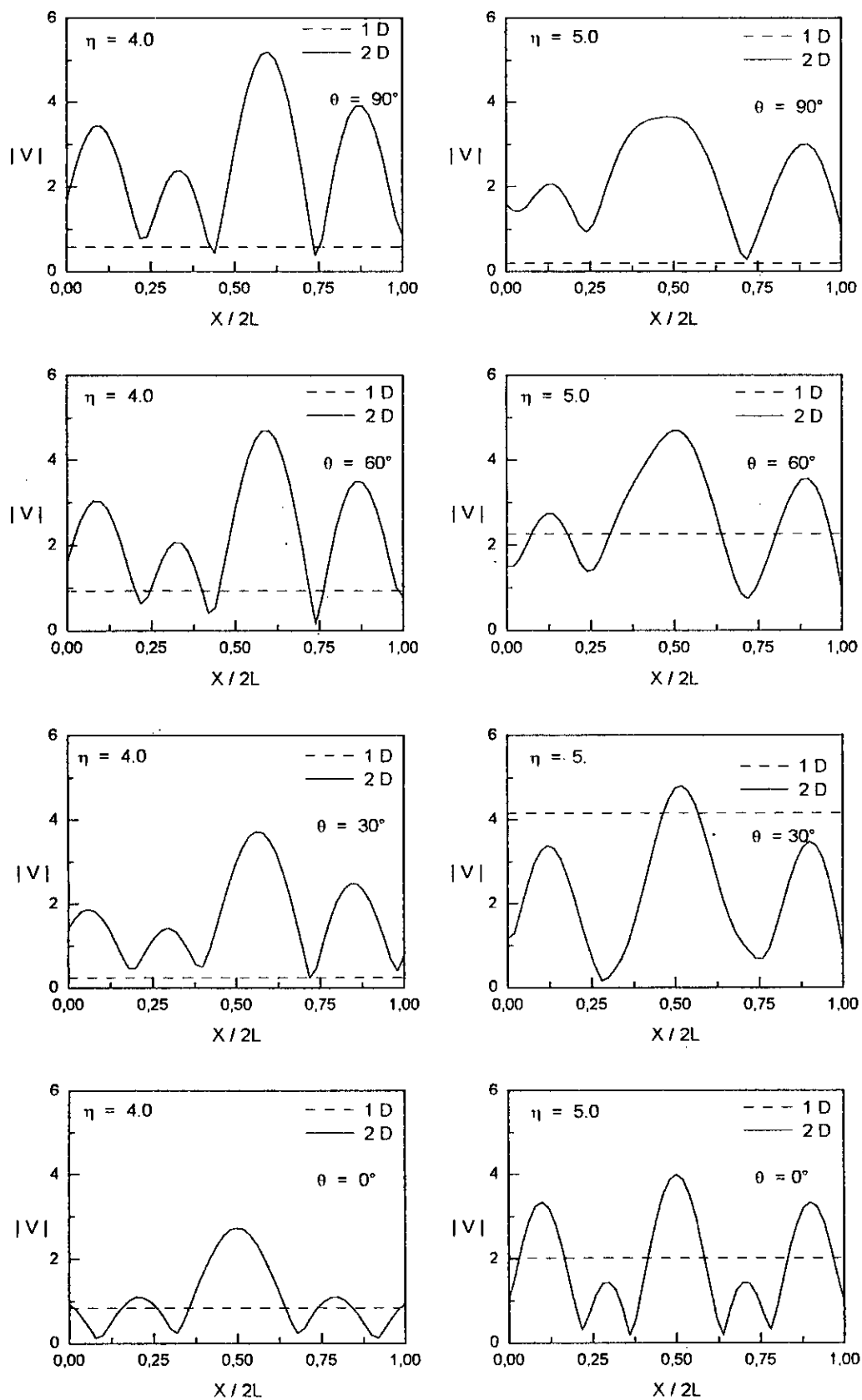
**fig. (5.34): Amplitude du mouvement en surface.
Ondes SH, $h/L = 1.0$.
Influence de l'angle d'incidence.**



**fig. (5.35): Amplitude du mouvement en surface.
Ondes SH, $h/L = 1.0$.
Influence de l'angle d'incidence.**



**fig. (5.36): Amplitude du mouvement en surface.
Ondes SH, $h/L = 1.0$.
Influence de l'angle d'incidence.**



**fig. (5.37): Amplitude du mouvement en surface.
Ondes SH, $h/L = 1.0$.
Influence de l'angle d'incidence.**

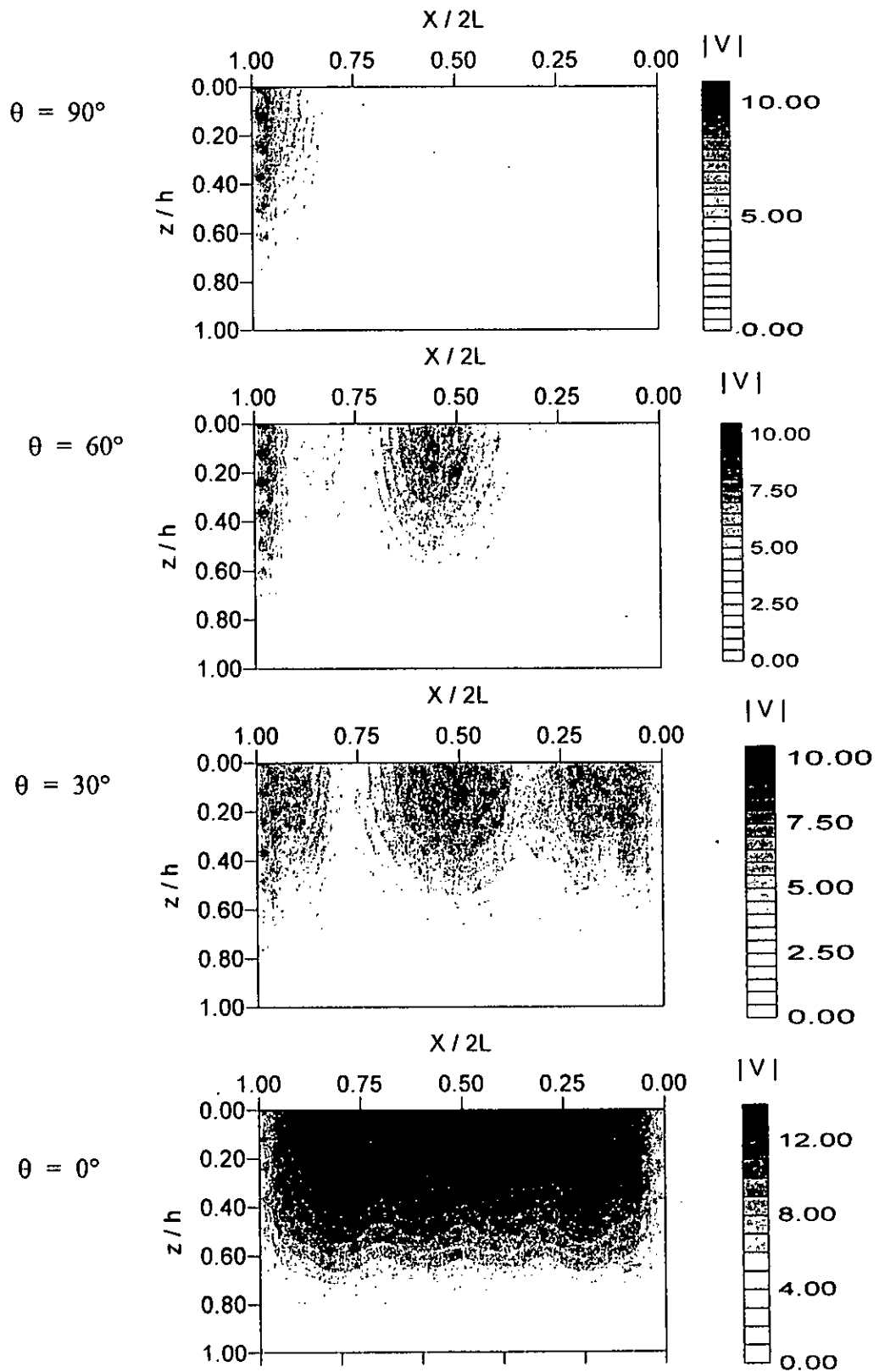


fig.(5.38): Répartition en profondeur de l'amplitude du mouvement Ondes SH , $\eta = 1$, $h / L = 0.004$

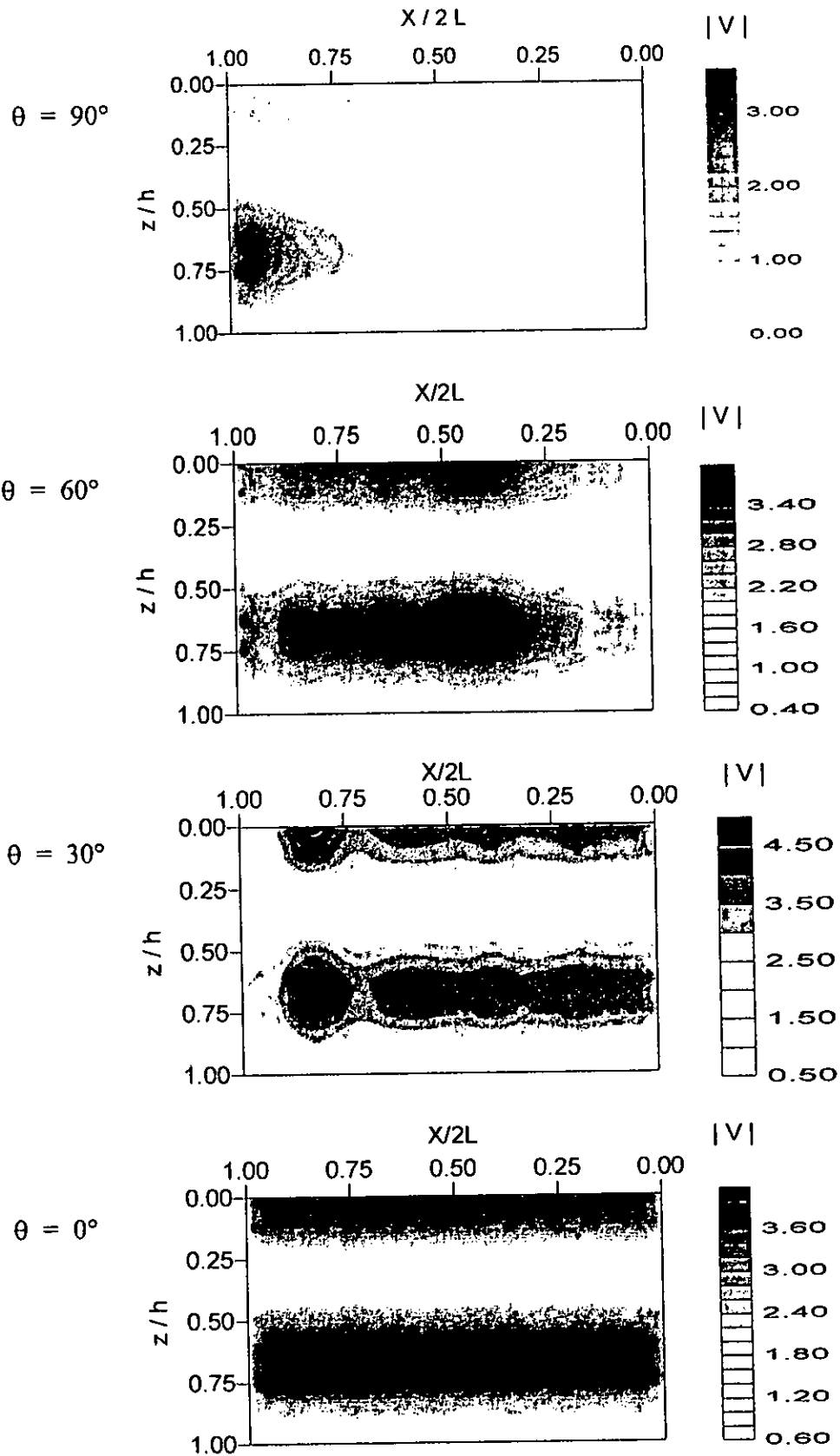


fig.(5.39): Répartition en profondeur de l'amplitude du mouvement Ondes SH , $\eta = 3$, $h / L = 0.004$

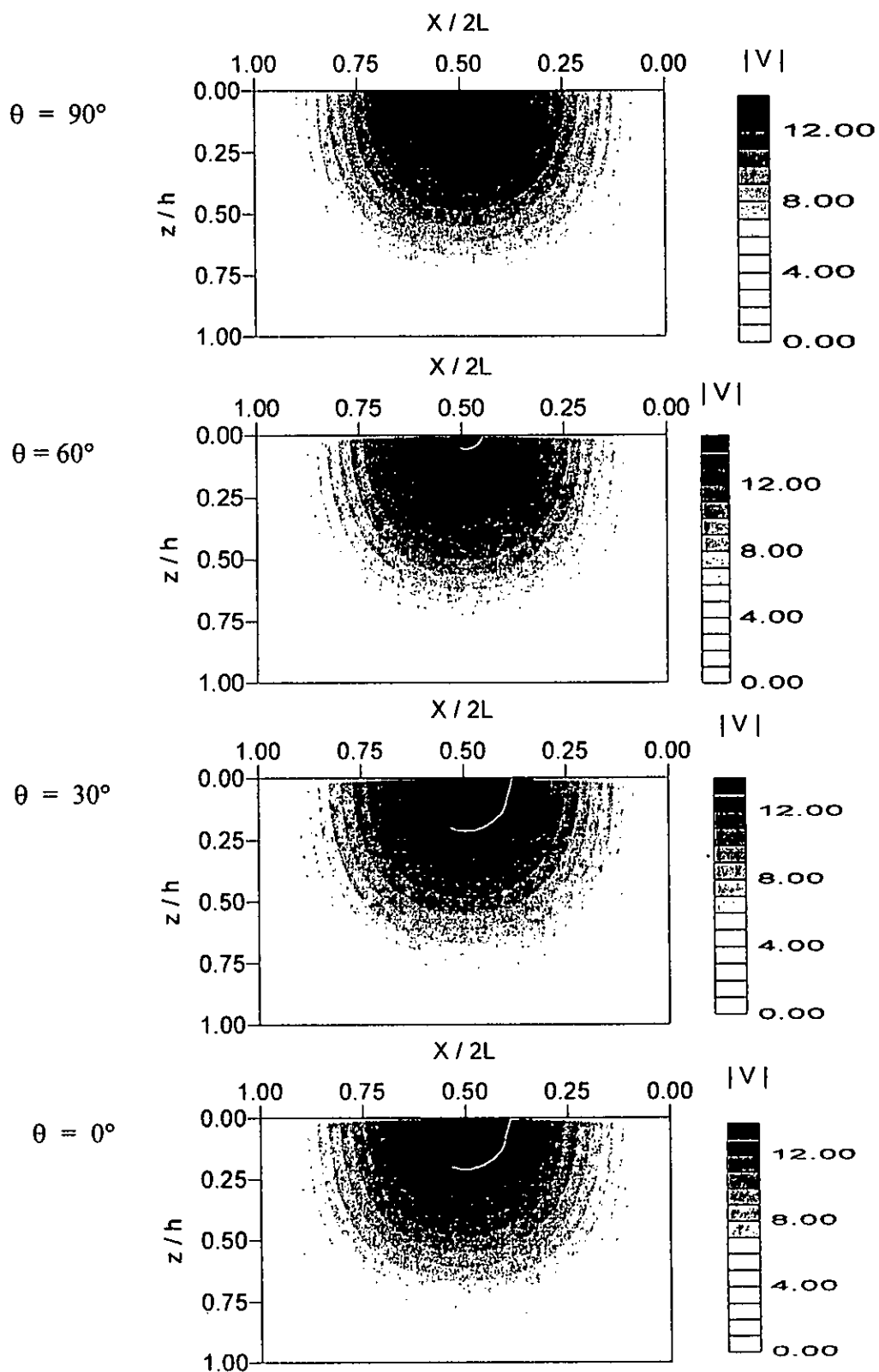


fig.(5.40): Répartition en profondeur de l'amplitude du mouvement
Ondes SH , $\eta = 1.5$, $h / L = 1.0$

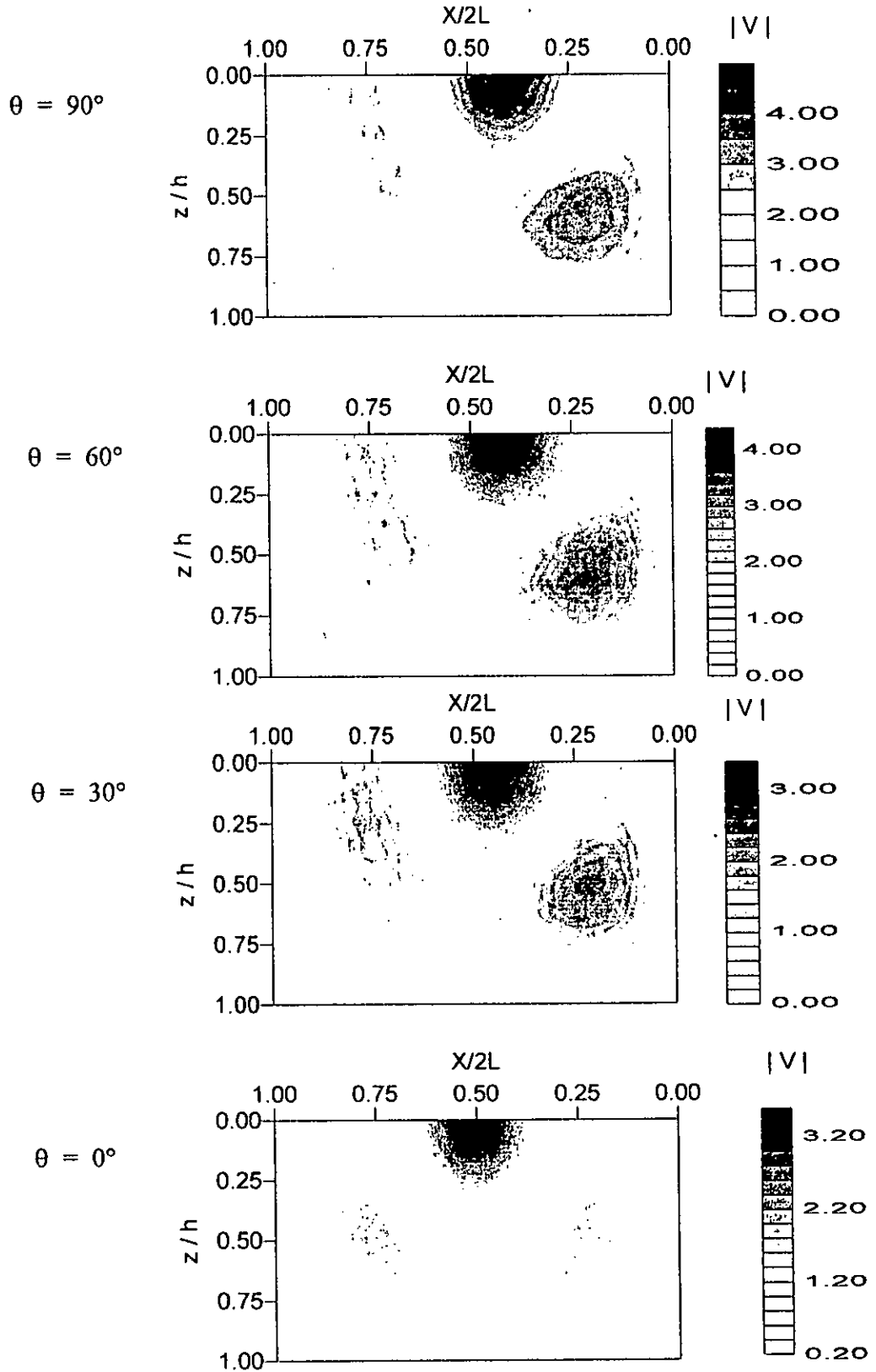


fig.(5.41): Répartition en profondeur de l'amplitude du mouvement Ondes SH , $\eta = 3.5$, $h / L = 1.0$

CHAPITRE VI
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

VI-1- CONCLUSIONS

La variabilité spatiale en surface du mouvement sismique est un aspect important dont l'effet ne peut être ignoré, surtout dans le cas des structures étendues ou à appuis multiples implantées au droit de vallées sédimentaires ou alluviales. En raison de la grande concentration de la population autour de ces aires, la prise en compte de ce phénomène dans la conception parasismique des structures est une nécessité absolue.

Dans le présent travail, un traitement numérique basé sur la méthode des couches minces avec l'utilisation conjointe de l'hyperélément semi-analytique de **K & R** et des frontières transmettantes de Waas est utilisé afin d'évaluer la variabilité spatiale du champ de déplacement en tous points du massif de sol dans le cas d'une propagation d'ondes sismiques à travers un milieu fortement hétérogène. La nécessité de recourir à une telle méthode est dictée d'une part par la nature complexe du phénomène de propagation d'ondes dans un sol caractérisé par la présence d'une inclusion souple (vallée) dans un demi-espace reposant sur un substratum, et d'autre part, par le fait que les approches basées sur les méthodes A-L, M.E.F. et B.E.M. sont limitées par les dimensions du type de vallées étudiées, car elles ne peuvent prendre en charge que les vallées d'extensions latérales faibles. Ceci confère à l'approche adoptée dans la présente étude un intérêt particulier qui réside dans le fait que l'effort de calcul est indépendant de la largeur des vallées étudiées.

En se basant sur cette méthode (T.L.M.) il est possible maintenant d'analyser le phénomène de variabilité spatiale même dans les vallées étendues. Un traitement paramétrique faisant intervenir un certain nombre de caractéristiques a été mené. Il s'agit essentiellement du facteur de forme, du contraste d'impédance entre le demi-espace et l'inclusion souple, du mode d'incidence des ondes ...

Cette étude a permis d'évaluer en terme d'amplification l'effet d'une géométrie bidimensionnelle où les propriétés mécaniques et géométriques varient tout aussi bien dans le sens vertical qu'horizontal. Les résultats obtenus montrent qu'il existe dans ces inclusions souples des phénomènes d'interférences liés essentiellement à l'étendue latérale finie et aux propriétés mécaniques de celles-ci. Ils sont responsables de la variabilité spatiale du champ sismique, susceptible de provoquer d'importants mouvements de torsion et de balancement aux structures implantées au niveau de ces sites, surtout en ce qui concerne l'arrivée oblique des ondes. En outre, il est possible d'expliquer un certain nombre d'observations faisant état d'amplification du mouvement sismique dans les inclusions souples surtout au voisinage des frontières latérales (les bords) entre le demi-espace et l'inclusion. La méthode proposée présente une alternative intéressante pour le traitement des vallées très étendues dans le sens où les approches basées sur un modèle géométrique unidimensionnel (extension latérale infinie), ne peuvent expliquer les effets d'amplification observés sur site.

VI- 2- RECOMMANDATIONS POUR TRAVAUX FUTURS

La méthode présentée peut faire l'objet d'un certain nombre d'extensions à savoir:

- La formulation peut être étendue à l'étude des vallées de section droite trapézoïdale en considérant séparément deux régions additionnelles avec des bords inclinés.
- la prise en charge d'un demi-espace implicitement dans la formulation.

Il est très clair que davantage de paramètres sont encore nécessaires pour estimer l'importance de cette variabilité spatiale du mouvement sismique pour l'analyse des situations réelles. Pour mettre en pratique ce type d'analyse, nous recommandons :

- d'avoir des informations complètes sur le contenu d'ondes issu d'un certain potentiel sismique, une meilleure connaissance des propriétés du sol sur site ainsi que leur variation non seulement en profondeur mais aussi horizontalement.
- la mise en œuvre d'une méthode analytique ou numérique pour la prise en compte réelle de la configuration complexe du massif de sol et de son comportement non linéaire.
- la combinaison des techniques probabilistes, de la théorie de vibrations aléatoires en conjonction avec la théorie de propagation d'ondes afin d'obtenir des estimations raisonnables des applications pratiques.

ANNEXE A

DETERMINATION DES FREQUENCES NATURELLES

A-1- DETERMINATION DES FREQUENCES NATURELLES D'UNE COUCHE DE SOL

Considérons le cas simple d'une couche de sol homogène surmontant un demi-espace homogène représentant la roche sous-jacente (indice R), illustrée sur la figure (A-1):

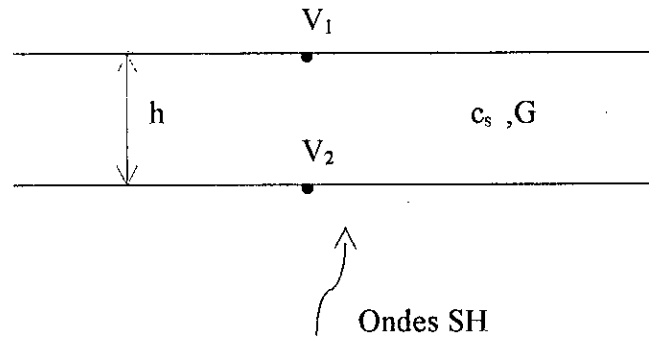


Fig. (A-1) : Amplification dans le modèle unidimensionnel simple.

La matrice de rigidité du système considéré est donnée conformément aux équations (3-57) par:

$$\frac{k t G^*}{\sin k t h} \begin{bmatrix} \cos k t h & -1 \\ -1 & \cos k t h + K^R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A-1})$$

Les conditions de surface libre nous permettent d'écrire le rapport de l'amplitude au sommet de la couche à celle de sa base comme suit :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\cos k t h} \quad (\text{A-2})$$

Pour un nombre d'onde k donné, ce rapport ne dépend pas des propriétés du demi-espace sous-jacent. En l'absence d'amortissement dans la couche de sol, ce rapport devient infini pour les valeurs suivantes:

$$\omega_n = (2n-1) \frac{\pi}{2} \frac{c_s}{h \cos \theta} \quad (\text{A-3})$$

Pour une incidence verticale des ondes SH ($\theta = 0^\circ$), ces valeurs correspondent aux fréquences naturelles d'une couche de sol reposant sur une base rigide.

A-2- DETERMINATION DES FREQUENCES NATURELLES DE VIBRATIONS PROPRES D'UNE INCLUSION RECTANGULAIRE DANS LE CAS ANTI-PLAN SH:

Considérons la vallée rectangulaire illustrée sur la figure (A-2), constituée d'un matériau élastique linéaire homogène de caractéristiques mécaniques (ρ_1, c_{s1}) encastrée dans un matériau infiniment rigide.

Cette structure possède des modes propres de vibration caractérisés par des nœuds de déplacement sur chacune des trois faces adjacentes au substratum et un ventre de déplacement sur la quatrième face (surface libre).

Le champ de déplacement V des vibrations propres SH doit satisfaire les équations suivantes:

$$V(x, z, t) = e^{i\omega t} \cos \gamma z \sin k(x+L)$$

$$k^2 + \gamma^2 = \frac{\omega^2}{c_{s1}^2} = \frac{4\pi^2 f^2}{c_{s1}^2} \quad (\text{A-4})$$

avec

$$k = \frac{(n+1)\pi}{2L} \quad (\text{nœuds en } x = -L \text{ et } x = +L) \quad (\text{A-5})$$

$$\gamma = \frac{(2m+1)\pi}{2h} \quad (\text{nœud en } z = h) \quad (\text{A-6})$$

Ces trois conditions (A-4,5,6) sont compatibles à condition de satisfaire l'équation suivante, soit:

$$f = f^{nm} = \frac{c_{s1}}{4h} \sqrt{(2m+1)^2 + \frac{h^2}{L^2}(n+1)^2} \quad (\text{A-7})$$

Le mode fondamental est associé à la fréquence :

$$f^{00} = \frac{c_{s1}}{4h} \sqrt{1 + \frac{h^2}{L^2}} \quad (\text{A-8})$$

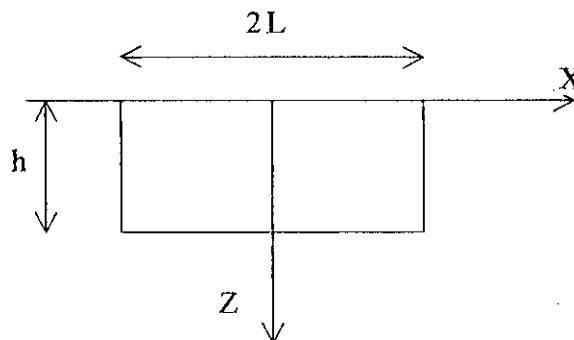


Fig. (A-2): Configuration de la vallée

ANNEXE B

PRESENTATION DES MATRICES ELEMENTAIRES
POUR UNE EXTENSION LINEAIRE

Les matrices tridiagonales \underline{A} , \underline{B} , \underline{G} et \underline{M} s'obtiennent de l'assemblage des matrices élémentaires \underline{A}^j , \underline{B}^j , \underline{G}^j et \underline{M}^j . Pour une interpolation linéaire des déplacements, les matrices élémentaires sont données par les expressions suivantes :

- CAS DU MOUVEMENT PLAN

$$\underline{\tilde{A}}^j = \frac{h_j}{6} \begin{bmatrix} 2(\lambda_j + 2G_j) & 0 & \lambda_j + 2G_j & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & G_j \\ \lambda_j + 2G_j & 0 & 2(\lambda_j + 2G_j) & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 2G_j \end{bmatrix} (1 + 2i\beta_j)$$

$$\underline{\tilde{G}}^j = \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j + 2G_j & 0 & -(\lambda_j + 2G_j) \\ -G_j & 0 & G_j & 0 \\ 0 & -(\lambda_j + 2G_j) & 0 & \lambda_j + 2G_j \end{bmatrix} (1 + 2i\beta_j)$$

$$\underline{\tilde{M}}^j = \frac{\rho_j h_j}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{B}}^j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j - G_j & 0 & \lambda_j + G_j \\ -(\lambda_j - G_j) & 0 & \lambda_j + G_j & 0 \\ 0 & -(\lambda_j + G_j) & 0 & \lambda_j - G_j \\ -(\lambda_j + G_j) & 0 & -(\lambda_j - G_j) & 0 \end{bmatrix} (1 + 2i\beta_j)$$

La matrice élémentaire \underline{D}^j est donnée par :

$$\underline{D}^j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \end{bmatrix} (1+2i\beta_j)$$

- CAS DU MOUVEMENT ANTI-PLAN

$$\underline{A}^j = \frac{h_j G_j}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} (1+2i\beta_j)$$

$$\underline{G}^j = \frac{G_j}{h_j} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} (1+2i\beta_j)$$

$$\underline{M}^j = \frac{\rho_j h_j}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

où

G_j est le module de cisaillement de la couche élémentaire j ,

β_j est l'amortissement matériel de la couche j ,

λ_j est la constante de Lamé de la couche j ,

ρ_j est la masse volumique de la couche j .

ANNEXE C

DETERMINATION DU CHAMP DE DEPLACEMENT

Les déplacements à n'importe quel point de la surface ou à l'intérieur des différentes régions sont déterminés en utilisant l'extension des fonctions propres utilisées afin de dériver la matrice de rigidité dynamique de l'hyperélément.

Désignons par ξ la distance séparant la section droite où les déplacements sont désirés (fig.4-5) et la frontière verticale gauche (soit $\xi = x - \xi_1$).

Nous définissons ainsi les matrices diagonales suivantes:

$$\underline{E}_{\sim\xi} = \text{diag} \{ e^{-ik\xi} \} \quad (\text{C-1})$$

$$\underline{E}_{\sim L-\xi} = \text{diag} \{ e^{-ik(L-\xi)} \} \quad (\text{C-2})$$

Où L désigne la largeur de l'hyperélément.

Le déplacement s'écrit conformément aux équations (4-29a,b) par:

$$\underline{U}_{\sim\xi} = \underline{X} \underline{E}_{\sim\xi} \underline{\Gamma}_{\sim 1} + \overline{\underline{X}} \underline{E}_{\sim L-\xi} \underline{\Gamma}_{\sim 2} \quad (\text{C-3})$$

En combinant l'équation (C-3) et les équations (4-29a,b), nous éliminons les facteurs de participation modale et nous obtenons après quelques manipulations matricielles le système suivant:

$$\underline{U}_{\sim\xi} = \begin{bmatrix} \underline{J}_{\sim\xi} & \overline{\underline{J}} \underline{J}_{\sim\xi}^{-1} \\ \underline{J}_{\sim\xi} & \overline{\underline{J}} \underline{J}_{\sim\xi}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{\sim} & -\overline{\underline{J}} \\ -\underline{J}_{\sim} & \underline{I}_{\sim} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\underline{I}_{\sim} - \overline{\underline{J}} \underline{J}_{\sim}^{-1})^{-1} \\ (\underline{I}_{\sim} - \underline{J}_{\sim} \overline{\underline{J}})^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{U}_{\sim 1} \\ \underline{U}_{\sim 2} \end{Bmatrix} \quad (\text{C-4})$$

Où \underline{I}_{\sim} est la matrice identité et :

$$\underline{J}_{\sim\xi} = \underline{X} \underline{E}_{\sim\xi} \underline{X}^{-1}; \quad \underline{J}_{\sim L-\xi} = \underline{X} \underline{E}_{\sim L-\xi} \underline{X}^{-1} = \underline{J}_{\sim\xi}^{-1} \quad (\text{C-5})$$

$$\overline{\underline{J}}_{\sim L-\xi} = \underline{T} \underline{J}_{\sim L-\xi} \underline{T}^{-1} = \overline{\underline{J}} \overline{\underline{J}}^{-1}$$

Pour $\xi = 0$, $\underline{J}_{\sim\xi} = \underline{I}_{\sim}$ et $\underline{U}_{\sim\xi} = \underline{U}_{\sim 1}$, aussi pour $\xi = L$, $\underline{J}_{\sim\xi} = \underline{J}_{\sim}$ et $\underline{U}_{\sim\xi} = \underline{U}_{\sim 2}$.

Notons également que si S_1 est une frontière transmittante (i.e. $S_2 \rightarrow \infty$), alors l'équation (C-5) est réduite à :

$$\underline{U}_{\sim\xi} = \underline{J}_{\sim\xi} \underline{U}_{\sim 1} \quad (\text{C-6})$$

Dans le cas d'une excitation sismique, les grandeurs $\underline{U}_{\sim\xi}$, $\underline{U}_{\sim 1}$ et $\underline{U}_{\sim 2}$ sont remplacées par $\underline{U}_{\sim\xi} - \underline{U}_{\sim p}$, $\underline{U}_{\sim 1} - \underline{U}_{\sim p}$ et $\underline{U}_{\sim 2} - \underline{U}_{\sim p}$ respectivement, où $\underline{U}_{\sim p}$ désigne la solution du problème d'amplification unidimensionnel conformément à la section (IV-4-3).

Notons que dans le cas du mouvement anti-plan, $\overline{\underline{X}} = \underline{X}$ et $\underline{T} = \underline{I}_{\sim}$.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **Abbis C. P.** (1989). "Seismic Amplification - Mexico City. "Earthq. Engng. and Struct. Dyn. vol. 18, pp. 78-88.
- [2] **Achenbach J. D.** (1973). "Wave Propagation in Elastic Solids", North-Holland, Amsterdam.
- [3] **Aki K and Larner K. L.** (1970). "Surface Motion of a Layered Medium having an Irregular Interface due to Incident Plane SH Waves", J. Geophys. Res., Vol. 75, pp. 933-954.
- [4] **Aki K.** (1988). "Local Site Effects on Strong Ground Motions", State of the Art Report. Recent Advances in Ground Motion Evaluation. Geotechnical Special Publication No. 20. ASCE, pp. 103-155.
- [5] **Bard P.Y. and Bouchon M.** (1980a). "The Seismic Response of Sediment Valleys. Part I. The Case of Incident SH Waves", Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 70, No.4, pp.1263-1286.
- [6] **Bard P.Y. and Bouchon M.** (1980b). "The Seismic Response of Sediment Valleys. Part II. The Case of Incident P and SV-Waves", Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 70, No.5, pp.1921-1941.
- [7] **Bard P.Y.** (1982). "Diffracted Waves and Displacement Field over two Dimensional Elevated Topographies", Geophys. J. R. Astr. Soc. No.71, pp. 731-760.
- [8] **Bard P.Y., Durville J.L. and Meneroud T.P.** (1983). "Amplification des ondes sismiques : Influence des conditions géologiques locales", Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, No.125, pp. 85-90.
- [9] **Bard P. Y.** (1983). "Les Effets de Site d'Origine Structurale en Sismologie. Modélisation et Interprétation. Application au Risque Sismique", Thèse de Doctorat, Université Scientifique et Médicale de Grenoble.
- [10] **Bard P.Y. and Bouchon M.** (1985). "The Two-Dimensional Resonance of Sediment-Filled Valleys", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 75, No. 2, pp. 519-541.
- [11] **Bard P. Y. and Gariel J. C.** (1986). "The Seismic Response of Two-Dimensional Sedimentary Deposit with Large vertical Velocity Gradients", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 76, pp. 343-346.
- [12] **Biot M. A.** (1983). "Fundamentals of Generalized Rigidity Matrices for Multi-layered Media", Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 73, No.3, pp. 749-763.
- [13] **Bouchon M., Aki K. and Bard P.Y.** (1982). "Theoretical Evaluation of Differential Ground Motions Produced by Earthquakes", Proc. 3rd Microzonation Conference - G2-G12. Seattle, USA.
- [14] **Boumekik A.** (1985). "Fonctions d'Impédances d'une Fondation Vibrant en Surface ou Partiellement Encastrée dans un Sol Multicouche ", Thèse de Doctorat présentée à l'Université Libre de Bruxelles, Faculté des Sciences Appliquées.
- [15] **Brebbia C. A.** (1978). "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press, London.

- [16] **Capra A. et Davidovici V. (1982).** "Calcul Dynamique des Structures en Zones Sismiques" Edition Eyrolles.
- [17] **Dai N., Vafidis A. and Kanaswich E. (1994).** "Composite Absorbing Boundaries for the Numerical Simulation of Seismic Waves", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 84 No.1, pp. 185-191.
- [18] **Deeks A. J. and Randolph M. H. (1994).** "Axisymmetric Time-Domain Transmitting Boundaries ", *J. Engng. Mech.* Vol. 120, No 1.
- [19] **Der Kiureghian A. (1996).** "A Coherency Model for Spatially Varying Ground Motions", *Earthq. Engng. and Struct. Dyn.* vol. 25, pp. 99-111.
- [20] **Dominguez J. and Roësset J. M. (1978).** "Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations ", *Research Report R78-20, M.I.T.; Cambridge, USA.*
- [21] **Drake L.A. (1972).** "Finite Element Matrices for Seismic Waves in Three Dimensional Structures", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 62, pp. 1241-1258.
- [22] **Drake L. A. and Mal A.K. (1972).** "Love and Rayleigh Waves in the San Fernando Valley", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 62, pp.1673- 1690.
- [23] **Drake L. A. (1972).** "Rayleigh Waves in Alluvial Valleys", *Nature Physical Science*, Vol. 240, pp. 113-114.
- [24] **Dravinski M. (1982).** " Scattering of SH-Waves by Subsurface Topography ", *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 108 No.EM1, pp.1-17.
- [25] **Dravinski M. (1982).** "Scattering of Elastic Waves by an Alluvial Valley." *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 108 No. EM1, pp.19-31.
- [26] **Ettouney M. M. and Roësset J. M. (1976)** " Transmitting Boundaries : A Comparison", *Report R76-8, Department of Civil Engineering, M.I.T., Cambridge, USA.*
- [27] **Ewing W. N., Jardetzky W. S. and Press F. (1957).** "Elastic Waves in Layered Media." *McGraw-Hill, New York, USA.*
- [28] **Gazetas G. and Yegian M. K. (1979).** " Shear and Rayleigh Waves In Soil Dynamics", *J. Geoth. Engng. Div.* Vol. 105, No. GT12, pp. 1455-1469.
- [29] **Gomez-Masso A. ,Lysmer J. Chen J. C. and Seed H. B. (1983).** "Soil-Structure Interaction with Rayleigh Waves" *Earthq. Engng. and Struct. Dyn.*, Vol. 11, pp. 567-583.
- [30] **Goula X., Bard P. Y. Gariel J. C. and Meneroud J. P. (1993).** "Etude Experimentale sur les Effets de Site dans la Région Epicentrale du Séisme de Provence du 11 Juin 1909", *Actes du 3ème Colloque National AFPS (France).*
- [31] **Gucunski N. and Woods R.D. (1991).** "Use of Rayleigh Modes in Interpretation of SASW Test", *Proc. 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Missouri (USA), March 11-15, Paper No.10.10 pp. 1399-1408.*
- [32] **Hadjian A. H., Luco J. E. and Tsai N. C. (1974).** "Soil-Structure Interaction Continuum or Finite Element ?.", *Nucl. Engng. Des.* 31, pp. 151-167.
- [33] **Haskell. N.A.(1953).** " The Dispersion of Surface Waves on Multilayered Media", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 43, pp. 154-174.

- [34] **Hua Hui Tan** (1991). "Generalized Rayleigh Waves in Layered Solid-Fluid Media", Proc. 2nd International Conference on Recent Advances In Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Missouri (USA), March 11-15. Paper No. 10. 22, pp. 1423-1427.
- [35] **Kausel E.** (1974). "Forced Vibration of Circular Foundations on Layered Media", Soil Publication No 336, Department of Civil Engineering, M.I.T., Cambridge, USA.
- [36] **Kausel E. and Roësset J. M.** (1975). "Dynamic Analysis of Footings on Layered Media." J. Engng. Mech. Div., ASCE, Vol.101, No. EM5, pp. 679-693.
- [37] **Kausel E. and Roësset J. M.** (1977). "Semi-analytical Hyperelement for Layered Strata", J. Engng. Mech. Div., ASCE, Vol. 103, No EM4, pp. 569-588.
- [38] **Kausel E. and Roësset J. M** (1981). "Stiffness Matrices for Layered Soils", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 71, No. 6, pp. 1743-1761.
- [39] **Kausel E.** (1981). "An Explicit Solution for the Green's Functions for Dynamic Loads in Layered Media", Technical Report R81-13, Department of Civil Engineering, M.I.T, Cambridge, MA.
- [40] **Kausel E. and Peek R.** (1982). "Dynamic Loads in the Interior of Layered Stratum : An Explicit Solution", Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 72, No.5 pp. 1459-1481.
- [41] **Kausel E.** (1987). "Local Transmitting Boundaries" J. Engng. Mech. Vol. 18, pp.1011-1027.
- [42] **Kausel E.** (1996). "Propagation of Normal Modes due to Impulsive Loading to 3-D Medium on a Rigid Basement". Discussion. Earthq. Engng. Struct. Dyn. Vol. 25, pp. 1011-1013.
- [43] **Kausel E.** (1996). "Dynamic Response of a Multi-Layered Poroelastic Medium". Discussion. Earthq. Engng. Struct. Dyn. Vol. 25, pp. 1165-1167.
- [44] **Lysmer J. and Kuhlmeyer R. L.** (1969). "Finite Dynamic Model for Infinite Media" J. Engng. Mech. Div., ASCE, Vol. 95, No. EM4, pp. 859- 877.
- [45] **Lysmer J.** (1970). "Lumped Mass Method for Rayleigh Waves", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 60, No.1, pp.89-104.
- [46] **Lysmer J., Seed H.B. and Schnabel P.B.** (1971). "Influence of Base Rock Characteristics on Ground Response", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 61, No.5, pp.1213-1231.
- [47] **Lysmer J., Drake L. A.** (1971). "The Propagation of Love Waves across Non-horizontally Layered Structures." Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 61, No. 5, pp. 1233-1251.
- [48] **Lysmer J., Drake L. A.** (1972). "A Finite Element Method for Seismology", Methods in Computational Physics -B. Alder, S. Fernbach, B.A. Bolt, ed Academic Press, Vol. 11, Chap.4, pp. 181-216, Academic Press.
- [49] **Lysmer J. and Waas G.** (1972). "Shear Waves in Plane Infinite Structures." J. Engng. Mech. Div., ASCE, Vol. 18, pp. 859-877.
- [50] **Lysmer J.** (1978). "Analytical Procedures in Soil Dynamic" State of the Art, ASCE Conference Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Pasadena, California, USA.

- [51] **Nogami T. and Kazama M.** (1997) "Thin Layer Method for Dynamis Soil-Structure Interaction of Axi-symmetric Structrure in Submerged Soil, *Soil. Dyn. Earthq. engng.* Vol.16, pp.337-351.
- [52] **Novak M. and Aboul Ella F.** (1978)."Impedance Function of Piles in Layered Media" *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 104, pp. 643- 661.
- [53] **O'Rourke M.J, Bloom M. C. and Dobry R.** (1982)."Apparent Propagation Velocity of Body Waves" *Earthq. Engng. and Struct. Dyn.* Vol. 10, pp.283-294.
- [54] **Papageorgiou A.S. and Kim J.** (1993)."Propagation and Amplification of Seismic Waves in 2-D Valleys Excited by Obliquely Incident P-and SV-Waves", *Earthq. Engng. and Struct. Dyn.* Vol.22, pp.167-182.
- [55] **Pecker A.** (1984). "Dynamique Des Sols "Presse de l'E.N.P.C. Paris.
- [56] **Press W. H. and al.** (1986)" Numerical Recipes", Cambridge University Press, London.
- [57] **Roësset J. M. and Ettouney M. M.** (1977)."Transmitting Boundaries: A Comparison", *Int. J. for Num. and Analytical Methods in Geomechanics*,Vol. 1, pp.151-176.
- [58] **Sanchez-Sesma F. J. ,Gàvez-Garcia F.J. and Bravo M. A.** (1986)."Seismic Response of a Class of Alluvial Valleys for Incident SH-Waves", Summer School. Seismic Risks in Mediteranean Regions. Institut de Physique du Globe de Strasbourg, France.
- [59] **Sanchez-Sesma F. J** (1986)."Site Effects on Strong Ground Motion". Summer School. Seismic Risks in Mediteranean Regions. Institut de Physique du Globe de Strasbourg, France.
- [60] **Schlue J. W.** (1979). "Finite Element Matrices for Seismic Surface Waves in Three-Dimensional Structures.", *Bull. Seism. Soc. Am.* Vol. 69, pp. 1425- 1438.
- [61] **Schlue J.W.** (1979). "Love-Wave Propagation in Three-Dimensional Structures using Finite Element Techniques.", *Bull. Seism. Soc. Am.* Vol. 69, pp. 1425- 1438.
- [62] **Schlue J.W.** (1981) "Seismic Surface Wave Propagation in Three-Dimensional Finite-Element Structures.", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71, pp. 1003-1010.
- [63] **Schnabel B., Lysmer J. and Seed B.** (1972)."SHAKE-A Computer Program For Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites", *Earthquake Engineering Research Center. Report No EERC 72-12.*
- [64] **Schnabel B., Seed B. and Lysmer J.** (1972). " Modification of Seismograph Records for Effects of Local Soil Conditions", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 62, pp.1649-1664.
- [65] **Tajimi H.** (1980). " A Contribution to Theoretical Prediction of Dynamic Stiffness of Surface Foundation", *Proc 7th World Conf. on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey*, Vol.5, pp. 105-112.
- [66] **Takaski A.Kiyoshi** (1978)."Compatible Viscous Boudary for Discrete Models", *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 104, No EM5, pp. 1253-1266.
- [67] **Tassoulas J. L.** (1981)."Element for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Media ", Report R81-2, Department of Civil Engineering, M. I. T. Cambridge, USA.

- [68] **Tassoulas J. L. and Roësset J. M.** (1988). "Wave Propagation in a Rectangular Valley", *Personnal notes*, pp. 1-19.
- [69] **Thomson W.T.**, (1950). "Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium", *Jour. Appl. Phys.*, 21 (1), pp. 89-93.
- [70] **Trifunac M.D.** (1971). "Surface Motion of a Semi-Cylindrical Alluvial Valley for Incident Plane SH Waves." *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 61, No. 6, pp. 1755-1770.
- [71] **Trifunac M. D.** (1980) "Effets of Site Geology on Amplitudes of Strong Motion", *Proceedings of Seventh World Conf. on Earthquake Engineering, Istanbul Turkey*, pp. 145-152.
- [72] **Tuker B. E. and King J. L.** (1984). "Dependence of Sediment-Filled Valley Response on the Input Amplitude and the Valley Properties", *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 74, pp. 153-165.
- [73] **Valid L., Roësset J. M. and Tassoulas J. L.** (1987). "A Technique for the Analysis of the Response of Dams to Earthquakes", *Earthq. Engng. and Struct. Dyn.*, Vol. 15, pp.463-490.
- [74] **Waas G.** (1972) "Linear Two-Dimensional Analysis of Soil Dynamics Problems in Semi-infinite Layered Media", *Ph.D. Thesis. University of California, at Berkeley, USA.*
- [75] **Waas G.** (1980). "Dynamisch Belastete Fundamente auf Geschichtetem Baugrund", *VDI Berichte*, 381, pp. 185-189 (in German).
- [76] **White W., Valliappan S. and Lee I. K.** (1977). "Unified Boundary for Finite Dynamic Models", *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 103, No EM5, pp.949-963.
- [77] **Wolf J. P. and Oberhuber P.** (1982). "Free-Field Response from Inclined SV-and P-Waves and Rayleigh Waves", *Earthq. Engng. Struct. Dyn.* Vol. 10, pp. 847-869.
- [78] **Wolf J. P.** (1985). "Dynamic Soil-Structure Interaction", *Printice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.*
- [79] **Wong H. L., Trifunac M. D. and Lo K. K.** (1976). "Influence of Canyon on Soil-Structure Interaction", *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 102, No EM4, pp. 671-684.
- [80] **Zeng Y. et Benites R.** (1998) "Seismic Response of Multi-Layered Basins with Velocity Gradients Upon Incident of Plane Shear Waves", *Earthq. Engng. and Struct. Dyn.*, Vol. 27, pp. 15-28.