

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département d'Automatique

*Mémoire de fin d'étude en vue de l'obtention
du diplôme d'ingénieur d'état en automatique*

**Conception à l'aide d'approches structurelles
d'un système de diagnostic**
-Application au procédé biologique de traitement des eaux usées

Etudié par :
Soulaïmane BERKANE
Amine BOUKABOUS

Proposé et dirigé par :
PR. D. BOUKHETALA

Promotion : 2012/2013

Remerciement

Tout d'abord, nous remercions الله ,le tout puissant de nous avoir accordé le savoir, le droit chemin, l'opportunité de poursuivre nos études et la force pour réaliser ce travail.

Le présent travail de ce mémoire a été effectué sous la direction de Monsieur D.Boukhetala que nous remercions pour son encadrement, son aide, ses directives, ses conseils précieux et surtout la confiance qu'il nous a accordée.

Notre sincère remerciement et notre profonde gratitude vont également à toute l'équipe de l'Ecole Nationale Polytechnique pour les connaissances et le savoir faire qu'ils nous ont transmis pendant les cinq années de notre formation.

Enfin, nous remercions les membres du jury qui ont accepté d'évaluer notre travail.

Dédicace

Je dédie ce travail à ma très chère mère pour l'effort fournie et les immenses sacrifices consentis pour mon éducation et mon succès. Que الله te protège et te garde pour moi et pour la famille.

Sans oublier, ce travail est dédié à la mémoire de mon père à qui je porte tout l'amour,

Je dédie ce travail également :

À mes adorables sœurs,

À mes amis et frères Sheikh Mohamed, Sherif, Tayeb, Mourad, Oussama,...

À Abdelkrim pour son soutien durant toutes mes années de Polytech,

À tous mes camarades automaticiens et polytechniciens,

À tous mes enseignants du primaire à l'université pour leur contribution à mon éducation.

Soulaimane,

Dédicace

*A ceux qui n'ont jamais cessé de m'encourager et
de me soutenir, à ceux qui leur amour m'a donné*

la volonté d'aller toujours ver l'avant

à ceux qui ont sacrifié tout pour moi

A mes très chers parents, que الله les protège

A mes très chères sœurs

A toute ma famille

A tous mes amis

Et A tous mes collègues

Je dédie ce travail

Amine,

ملخص

يتمثل الهدف العام من هذه المذكرة في اقتراح طرق هيكلية لتصميم نظم التشخيص المعتمدة على النموذج الديناميكي للأنظمة المركبة. هذه الطرق و الأساليب، التي تدعم منهجية التصميم الآلي، أثبتت نجاعتها في كشف الأخطاء و عزلها بعد تطبيقها على محطة معالجة المياه المستعملة.

كلمات مفاتيح: نظام التشخيص، الأخطاء، الرواسب، التحليل الهيكلي، عزل الأخطاء، محطة معالجة المياه المستعملة.

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'utilisation des approches structurelles pour la conception des systèmes de diagnostic de défauts à base de modèles dynamiques des systèmes complexes. Ces méthodes, avec leur potentiel de conception automatisée, sont évaluées par l'application sur un modèle d'un procédé de traitement des eaux usées. Le système de diagnostic obtenu était capable de détecter et d'isoler la plus part des défauts en utilisant une configuration minimal de capteurs.

Mots clés : système de diagnostic, défauts, résidus, analyse structurelle, placement de capteurs, procédé de traitement des eaux usées.

Abstract

In this work, structural algorithms for the design of model-based diagnosis systems were presented. These approaches are of special interest for applications in large scale and complex systems. The presented methods are evaluated on a complex, highly non-linear, model of a wastewater treatment process. The obtained diagnosis system is able to detect and isolate most of the faults using a minimal configuration of sensors.

Key words : model-based diagnosis, faults, residus, structural analysis, sensor placement, wastewater treatment process.

Table des matières

Table des matières	xii
Table des figures	xii
Liste des tableaux	xii
Abréviations et symboles	xiii
Introduction générale	1
I Conception à l'aide des méthodes de l'analyse structurelle d'un système de diagnostic à base de modèle	3
1 Diagnostic de défauts : état de l'art et généralités	4
1.1 Introduction	4
1.2 Classification des défauts	4
1.2.1 Défauts actionneurs	4
1.2.2 Défauts capteurs	4
1.2.3 Défauts système	5
1.3 Méthodes de diagnostic	5
1.3.1 Méthodes sans modèle	6
Détection par outils statistiques	6
Diagnostic par reconnaissance de formes	6
1.3.2 Méthodes avec modèle	7
Approche FDI	8
Approche DX	12
Approche hybride entre FDI et DX	12
1.4 La terminologie du diagnostic	14
1.5 Définitions	14
1.6 Conclusion	17

2	Outil de l'analyse structurelle pour le diagnostic de défauts	18
2.1	Introduction	18
2.2	Modélisation structurelle par un graphe biparti	19
2.2.1	Représentation d'un système par un graphe biparti et matrice d'adjacence	19
	Graphe biparti	19
	Matrice d'adjacence (ou matrice d'incidence)	19
2.2.2	Couplage dans un graphe biparti (Matching)	21
2.2.3	Graphe biparti orienté associé à un couplage	23
2.2.4	Cycles algébriques	24
2.2.5	Discussion sur la causalité dans les contraintes différentielles	25
2.3	Diagnostic de défauts à base de méthodes de l'analyse structurelle	25
2.3.1	Modélisation structurelle des défauts	26
2.3.2	La décomposition canonique (Décomposition de Dulmage-Mendelsohn)	27
2.3.3	Caractérisation structurelle des propriétés de diagnostic de défauts	28
	Surveillabilité	28
	Détectabilité d'un défaut	29
	Isolation des défauts	29
2.3.4	Méthode structurelle pour la génération des résidus	30
2.4	Conclusion	34
3	Algorithmes d'analyse structurelle pour le diagnostic des systèmes complexes	35
3.1	Introduction	35
3.2	Recherche des sous systèmes surveillables	36
3.2.1	Ensemble structurellement surdéterminé minimal(MSO)	37
	Algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux (algorithme MSO)	37
3.2.2	La méthode de génération d'un résidu à partir d'un sous ensemble MSO	38
3.3	Diagnostic de défauts sous des contraintes de causalité	42
3.3.1	Motivation	42
3.3.2	Modèle structurel causal	42
3.3.3	Calculabilité causale	44
3.3.4	Diagnostic à base d'un modèle structurel causal	46
	Génération des sous ensembles MSO causalement calculables	47
3.4	Sélection d'un ensemble minimal de générateurs de résidus	48
3.4.1	Formulation du problème de sélection des générateurs de résidus	48
3.4.2	Sélection basée sur l'algorithme MHS (Minimal Hitting Set)	49

3.5	Placement de capteurs pour le diagnostic structurel à base de modèle	50
3.5.1	Caractérisation de la détectabilité et l'isolabilité causale maximale	50
3.5.2	Algorithme de placement de capteurs	51
3.6	Une vue d'ensemble sur la méthodologie de conception d'un système de diagnostic par approche structurelle	51
3.6.1	La procédure de design d'un système FDI	52
3.7	La boîte à outils S-FDIToolBox	54
3.7.1	Description de la boîte à outils	55
3.7.2	Interface principale	56
3.7.3	Interface de diagnostic structurel	58
	Génération des ensembles MSO	59
	Génération des résidus	59
3.7.4	Placement de capteurs	63
3.8	Conclusion	64
 II Diagnostique d'un Procédé de Traitement des Eaux Usées		65
 4 Description et modélisation d'un procédé de traitement des eaux usées		66
4.1	Introduction	66
4.2	Description d'un procédé de traitement des eaux usées	66
4.2.1	La biomasse	66
4.2.2	Classification des types de pollution	67
4.3	Description d'une station de traitement des eaux usées par boues activées	68
4.3.1	Les étapes de traitement des eaux usées dans une station d'épuration	70
	Le pré-traitement	70
	Le bioréacteur	70
	Le clarificateur ou décanteur	71
	Le recyclage de boues	71
4.4	Modélisation du procédé de traitement des eaux usées	71
4.4.1	Types de modèle	71
4.4.2	Bilan de matière	72
4.4.3	Variables d'état du système	73
4.4.4	Dynamique du procédé	73
4.4.5	Variables d'entrée	74
4.4.6	Modèle dynamique du procédé	75
4.4.7	Simulation du modèle	77
4.5	Conclusion	78

5	Diagnostic structurel d'un procédé de traitement des eaux usées	79
5.1	Introduction	79
5.2	Modèle structurel du procédé de traitement des eaux usées	79
5.2.1	Modélisation des défauts	80
5.3	Analyse de placement optimal des capteurs	82
5.3.1	Caractérisation de la détectabilité et de l'isolabilité maximales	82
5.3.2	Analyse du placement de capteurs	82
5.4	Génération des résidus : configuration de capteurs S_{min_1}	83
5.4.1	Recherches des sous ensembles MSO	84
5.4.2	Sélection d'un ensemble minimal de générateurs de résidus	84
5.5	Génération des résidus : configuration de capteurs S_{min_2}	86
5.5.1	Recherches des sous ensembles MSO	86
5.5.2	Sélection d'un ensemble minimal de générateurs de résidus	87
5.5.3	Comparaison entre les deux configurations de capteurs S_{min_1} et S_{min_2}	88
5.6	Implémentation de l'ensemble des générateurs de résidus \mathcal{R}_2	89
5.6.1	Détermination des fonctions de résidus et leurs séquences de calcul correspondantes	89
5.6.2	Résultats de simulation des résidus	90
5.7	Considération de tous les défauts possibles : défauts actionneurs, paramètres et défauts de capteurs	96
5.8	Conclusion	97
	Conclusion générale et perspectives	98
	Annexes	100
	A Recherche des ensembles MSO	101
A.1	Algorithme de Krysender	101
A.2	Algorithme de Krysender amélioré	102
A.3	Algorithme de calcul des ensembles MSO causalement calculables	102
	B Calculabilité Causale	104
B.1	Recherche des variables causales	104
B.2	Recherches des variables linéaires	104
B.3	Recherche de la partie calculable du système	105
	C Résultats	106
C.1	Les générateurs de résidus	106

Table des figures

1.1	Système de commande	5
1.2	Schéma général pour le module de FDI basé sur le modèle	8
1.3	Schéma général de détection des défauts	9
1.4	Schéma générale des générateurs de résidus	9
1.5	Génération des résidus à base d'observateurs	11
1.6	Principe de l'approche par estimation de paramètres	11
1.7	Diagnostic à base de modèle	12
2.1	Schéma d'un circuit RC	20
2.2	Le graphe biparti du circuit RC	21
2.3	Deux couplages possibles pour le même système : les arêtes $e \in \mathcal{C}$ sont dessinées en gras.	22
2.4	Exemple d'un couplage maximal (en rouge).	22
2.5	Un couplage complet sur l'ensemble des variables inconnues \mathcal{X} dans le graphe biparti du circuit RC	23
2.6	Graphe biparti orienté	24
2.7	Exemple d'un cycle algébrique	24
2.8	Décomposition Dulmage-Mendelsohn de la matrice d'adjacence	28
2.9	Graphe biparti du système (2.6) : les arêtes en rouge représentent un couplage complet sur les inconnues	31
2.10	Graphe orienté générant le résidu r	32
2.11	Simulation du résidu	34
3.1	Schéma bloc du système de diagnostic	36
3.2	Orientation conduisant a une boucle différentielle	41
3.3	Structure calculable causale (Absence de variables linéaires)	45
3.4	Une décomposition calculable	45
3.5	La méthodologie de conception des générateurs de résidus	54
3.6	Vue de l'interface d'entrée	55
3.7	Vue de l'interface principale	56

3.8	Boite de liste pour les contraintes différentielles	56
3.9	Fenêtre pour le remplissage des informations liées aux contraintes différentielles	57
3.10	Boite de liste pour les contraintes non différentielles	57
3.11	Boite de liste pour les sorties	57
3.12	Boite de liste pour la commande	58
3.13	Affichage de la matrice d'adjacence et la liste des MSO	58
3.14	Fonctions des résidus	61
3.15	Simulation des résidus	61
3.16	Matrice de sensibilité	62
3.17	Simulation des résidus avec un défaut f_1 affectant l'équation e_1	62
3.18	Simulation des résidus avec un défaut capteur f_{y_1}	63
4.1	Cycle de l'eau dans une station d'épuration	69
4.2	Schéma descriptif d'une station d'épuration par boues activées	69
4.3	Schéma du bioréacteur	70
4.4	Processus de boues activées	71
4.5	Schéma d'un système de traitement des eaux usées	74
4.6	Les actionneurs à surveiller	75
4.7	Courbes de la réponse du système à des entrées de type échelon	77
5.1	Graphe orienté générant le résidu r_1 associé à l'ensemble MSO_1	89
5.2	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_i = 0$)	90
5.3	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{Q_L} \neq 0$)	91
5.4	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{Q_r} \neq 0$)	91
5.5	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{Q_w} \neq 0$)	92
5.6	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{\mu_{H,max}} \neq 0$)	93
5.7	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{K_S} \neq 0$)	93
5.8	Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 lorsque les défauts sont ap- pliquées à des instants différents (f_{Q_L} à $t=300h$, f_{Q_r} à $t=600h$, f_{Q_w} à $t=900h$, $f_{\mu_{H,max}}$ à $t=1200h$ et f_{K_S} à $t=1500h$	94
5.9	Courbes des sorties lorsque les défauts sont appliquées à des instants différents (f_{Q_L} à $t=300h$, f_{Q_r} à $t=600h$, f_{Q_w} à $t=900h$, $f_{\mu_{H,max}}$ à $t=1200h$ et f_{K_S} à $t=1500h$)	95
C.1	Graphe orienté générant le résidu r_1 associé à l'ensemble MSO_1	106
C.2	Graphe orienté générant le résidu r_2 associé à l'ensemble MSO_7	107
C.3	Graphe orienté générant le résidu r_3 associé à l'ensemble MSO_9	108
C.4	Graphe orienté générant le résidu r_4 associé à l'ensemble MSO_{11}	109

Liste des tableaux

1.1	Table de signature de défauts	16
1.2	Table d'isolabilité de défauts	17
2.1	Matrice d'adjacence du modèle (2.1)	20
2.2	Algorithme de calcul des défauts détectables	29
2.3	Algorithme de calcul de l'isolabilité des défauts	30
2.4	Matrice d'adjacence du système (2.6)	32
2.5	DM décomposition de la sous matrice avec couplages	32
3.1	Matrice d'adjacence du modèle (2)	38
3.2	Les matrices d'adjacence correspondantes aux ensembles MSO	38
3.3	Matrice d'adjacence du modèle (3.4)	44
3.4	Matrice d'adjacence du modèle (3.4)	46
3.5	Algorithme de calcul de la détectabilité causal	46
3.6	Algorithme de calcul de l'isolabilité causale	47
3.7	Modèle structurel causal	47
3.8	Algorithme de placement minimal de capteurs	51
4.1	Table donnant les conditions initiales et les valeurs des paramètres utilisées pour la simulation	78
5.1	Matrice d'adjacence du modèle du procédé de traitement des eaux usées	81
5.2	Un tableau donnant les sous ensembles MSO calculable ainsi que l'équation redondante générant le résidu	84
5.3	Relation entre les ensembles MSO et les défauts du système	84
5.4	Les différentes possibilités du choix minimal des ensembles générateurs de résidus assurant l'exigence de diagnostic \mathcal{F}	85
5.5	Matrice de signature des cinq défauts	85
5.6	Un tableau donnant les sous ensembles MSO calculable ainsi que l'équation redondante générant le résidu	86
5.7	Relation entre les ensembles MSO et les défauts du système	87

5.8	Les différentes possibilités du choix minimal des ensembles générateurs de résidus assurant l'exigence de diagnostic \mathcal{F}	87
5.9	Matrice de signature des cinq défauts	88
5.10	Comparaison entre les deux configurations de capteurs	88
5.11	Matrice d'isolabilité maximale atteinte	96
5.12	Les différentes possibilités du choix minimal des ensembles générateurs de résidus assurant l'isolabilité maximale du tableau(5.11)	97
5.13	Matrice de signature des 9 défauts	97
A.1	Algorithme de recherche des sous ensembles MSO	101
A.2	Algorithme de recherche des sous ensembles MSO calculables	102
A.3	Algorithme amélioré de recherche des sous ensembles MSO	103

Abréviations et symboles

Abréviations

FDI	Fault Detection and Isolation (Détection et Localisation des Défauts)
SO	Structurally Over-determined sets
MSO	Minimal Structurally Over-determined sets
CCMSO	Causally Computable MSO
RRA	Relation de Redondance Analytique
ARR	Analytical Redondancy Relation
HS	Hitting Set
MHS	Minimal Hitting Set
DCO	demande chimique en oxygène

Symboles

\mathcal{Z}	ensemble des variables
\mathcal{K}	ensemble des variables connues (entrées, sorties, consignes,...)
\mathcal{X}	ensemble des variables inconnues
\mathcal{E}	ensemble des contraintes (équations)
$\mathcal{E}_{\mathcal{K}}$	sous ensemble des contraintes contenant seulement des variables connues
$\mathcal{E}_{\mathcal{X}}$	sous ensemble des contraintes où au moins une variable inconnue apparaît
\mathcal{A}	ensemble des arêtes tel que $\mathcal{A} \subset \mathcal{E} \times \mathcal{Z}$
\mathcal{A}_L	sous ensemble des arêtes reliant les variables linéaires
\mathcal{A}_{\times}	sous ensembles des arêtes reliant les variables non linéaires causales
\mathcal{A}_{Δ}	sous ensembles des arêtes reliant les variables non causales
$2^{\mathcal{A}}$	ensemble de tous les sous ensembles de \mathcal{A}
$ \cdot $	le cardinal d'un ensemble ($ \mathcal{E} = \text{card}(\mathcal{E})$)
\mathcal{E}^+	les contraintes formant la partie surdéterminée du système
\mathcal{E}^+	les contraintes formant la partie juste-déterminée du système
\mathcal{E}^-	les contraintes formant la partie sous-déterminée du système
\mathcal{L}	une fonction linéaire
$\partial^{\mathcal{E}}\mathcal{M}$	sous ensemble d'équations dans \mathcal{E} affectées par le couplage \mathcal{M}
\mathcal{E}_{cal}	la partie calculable de \mathcal{E}

- \mathcal{E}_{S_k} ensemble d'équations de capteurs correspondantes à l'ensemble de capteurs S_k
 R_i système générateur de résidu r_i
 \mathcal{F} exigence de diagnostic en terme d'isolabilité exigée
 \mathcal{R} ensemble minimal de générateurs de résidus assurant une exigence de diagnostic \mathcal{F}

Introduction générale

Avec le développement rapide des nouvelles technologies, les systèmes industriels sont devenus très performants en terme de productivité mais de plus en plus complexes. Cette complexité les rend vulnérables aux défauts, ce qui nécessite une attention particulière afin de sécuriser leur fonctionnement. En effet, les approches de conception des systèmes de diagnostic de défauts sont devenues une préoccupation majeure des chercheurs dans le monde. Les méthodes développées visent à détecter et isoler les éventuelles pannes pouvant affecter le fonctionnement normal de l'installation.

Par ailleurs, les approches souvent proposées par les chercheurs permettent d'éviter la redondance matérielle et par conséquent réduire le coût, ce qui rend le nombre de capteurs installés limité. De ce fait, l'isolation des pannes dans les systèmes complexes devient une tâche difficile[59, 13]. Pour cette raison, beaucoup de chercheurs se sont focalisés sur le développement des méthodes modernes permettant de résoudre les problèmes liés à la complexité de cette classe des systèmes.

Parmi les solutions proposées, nous pouvons citer l'approche structurelle[19, 33, 29, 15]. Cette approche s'appuie sur la description du système par graphe. Ce graphe met en évidence les interactions entre les composants et les variables physiques du système ; sa construction ne nécessite aucune connaissance exacte sur les numériques des paramètres du système.

Le travail présenté dans ce mémoire rentre dans ce cadre. En premier lieu, nous nous sommes intéressés à l'étude des méthodes de l'analyse structurelle utilisées pour la conception des systèmes de diagnostic. Les méthodes structurelles de détection et d'isolation de défaut à base de modèle utilisent la redondance analytique pour générer des tests de diagnostic. L'analyse structurelle est un outil puissant utilisé pour déterminer les redondances dans un modèle donné à l'aide de la théorie des graphes [28, 33].

Les redondances analytiques sont systématiquement trouvées dans les sous-systèmes avec plus d'équations que d'inconnues, ils sont appelés sous-systèmes *surdéterminés*. De plus, parmi tous ces sous systèmes, les sous systèmes surdéterminés minimaux, en anglais *Minimal Structurally Over-determined sets (MSO)*, sont les plus utilisés pour obtenir les relations de redondances analytiques (RRA) qui sont utilisées dans la génération des résidus[36]. Les résidus sont des quantificateurs d'anomalie entre le comportement du système à l'état sein prévu et celui à l'état défailant. Leur analyse amène à la détection et à l'isolation de défauts.

En second, nous nous intéressons à la conception d'un système de diagnostic à base de modèle pour le procédé biologique de traitement des eaux usées en utilisant les algorithmes et les méthodes de l'analyse structurelle. L'application a permis de valider les approches structurelles présentées en minimisant le nombre de capteurs installés.

Ce mémoire est organisé en cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, nous donnons des généralités sur les différentes approches existantes dans la littérature relatives au problème de diagnostic de défauts, en classant l'approche structurelle de détection et d'isolation de défauts sous la catégorie des approches de diagnostic à base de modèle.

Dans le deuxième chapitre, nous rappelons quelques notions liées à la description d'un système par graphe biparti, ainsi que les outils de l'analyse structurelle utilisés dans le diagnostic de défauts.

Le troisième chapitre offre une méthodologie de conception d'un système de diagnostic FDI à base de modèle utilisant les algorithmes de l'analyse structurelle. Cette méthodologie est systématique et peut être automatisée pour l'utilisation dans un contexte industriel.

Le quatrième chapitre concerne la description de la station d'épuration et l'élaboration d'un modèle mathématique du procédé biologique de traitement des eaux usées.

Enfin, le cinquième et dernier chapitre traite la conception d'un système de détection et d'isolation de défauts pour un procédé de traitement des eaux usées en suivant la méthodologie structurelle de conception présentée dans le troisième chapitre.

Une conclusion générale donnera une synthèse du travail effectué et résumera les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées.

Première partie

Conception à l'aide des méthodes de
l'analyse structurelle d'un système de
diagnostic à base de modèle

Chapitre 1

Diagnostic de défauts : état de l'art et généralités

1.1 Introduction

Les premiers travaux de recherche dans le domaine du diagnostic des systèmes datent depuis les années 70s. Les premiers secteurs dans lesquels le diagnostic a été appliqué étaient les usines de production chimiques et les applications aérospatiales. Par ailleurs, c'est seulement dans le début des années 90s[21, 49, 46] que les chercheurs partout dans le monde ont intensifiés leurs intérêt pour les systèmes de détection et d'isolation de défauts. Aujourd'hui, ce domaine de recherche est toujours en expansion avec une variété d'approches et méthodes développées. Dans ce chapitre nous allons faire le tour d'horizon sur les différentes approches de diagnostic de défauts développées, dans la littérature scientifique, jusqu'à ce jour.

1.2 Classification des défauts

1.2.1 Défauts actionneurs

Les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie de l'opérateur du système de commande et perturbe le signal d'entrée (conduisent à une perte partielle ou totale du signal d'entrée). Une partie du système devient non commandable et de nouveaux actionneurs doivent être utilisés. Ces défauts peuvent causer une perte totale ou partielle de l'actionneur. Une perte totale d'un actionneur peut se produire, par exemple, à la suite d'une fracture ou coupure d'un fil électrique reliant l'actionneur au système.

1.2.2 Défauts capteurs

Les défauts capteurs caractérisent une mauvaise image de la grandeur physique à mesurer. Un défaut capteur peut aussi être partiel ou total. Un capteur totalement défectueux donne

une information qui ne correspond pas du tout à la vraie valeur de la variable à mesurer. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus ou moins d'adéquation avec la vraie valeur de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une réduction de la valeur affichée par rapport à la vraie valeur, ou de la présence d'un biais ou de bruit accru empêchant une bonne lecture. Une des solutions pour augmenter la tolérance aux défauts capteurs est de dupliquer les capteurs (redondance matérielle). Une vérification est faite sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non. Cette approche entraîne un coût important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et simple à implanter. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à haut risque tels que les centrales nucléaires ou les avions [44].

1.2.3 Défauts système

Ce sont des défauts qui apparaissent dans les composants du système lui-même, c'est-à-dire des défauts qui ne peuvent pas être classifiés ni parmi les défauts capteurs, ni parmi les défauts actionneurs. Ils représentent des changements dans les paramètres du système, ce qui induit un changement du comportement dynamique de ce dernier.

Si les défauts doivent être classés relativement à leurs effets sur les performances du système, deux types de défauts peuvent être distingués : des défauts additifs et des défauts multiplicatifs. Les défauts additifs influencent la moyenne du signal de sortie du système, alors que les défauts multiplicatifs induisent des changements sur la variance et les corrélations du signal de sortie du système, ainsi que des changements dans la dynamique du système.

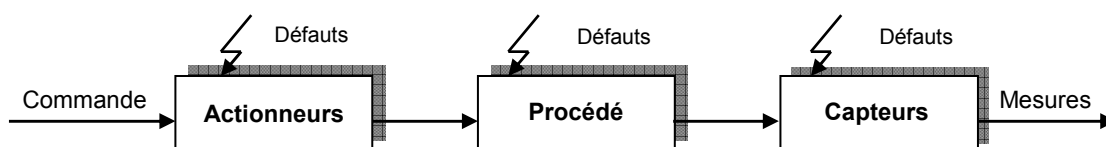


FIGURE 1.1 – Système de commande

1.3 Méthodes de diagnostic

La littérature sur la détection et l'isolation de défauts et celle dédiée au diagnostic montre une grande diversité à la fois dans les points de vue et dans les méthodes. Il existe plusieurs façons de catégoriser ces méthodes, mais on les classe généralement en deux groupes : les approches qui n'utilisent pas de modèle mathématique et les approches à base de modèle.

1.3.1 Méthodes sans modèle

Les méthodes sans modèle, comme leur nom l'indique, ne disposent pas de modèle décrivant le comportement nominal et le comportement défaillant [38]. Elles sont divisées en deux catégories : les méthodes utilisant les outils statistiques et les méthodes de reconnaissance des formes. Les outils statistiques établissent des tests sur les signaux d'acquisition et n'assurent que la fonction de détection de la défaillance, tandis que, les techniques de surveillance par reconnaissance de formes sont plus élaborées par rapport aux simples tests statistiques et sont capables de détecter et de diagnostiquer les défaillances.

Détection par outils statistiques

Ils existent plusieurs approches, on peut citer :

- **Test de franchissement de seuil** : Le test le plus simple est de comparer ponctuellement les signaux avec des seuils préétablis. Le franchissement de ce seuil par un des signaux capteurs génère une alarme. Il existe deux types de seuils dans l'industrie : le premier type est le seuil de pré-alarme qui permet d'entreprendre une action de maintenance préventive, le second type, dit seuil d'alarme, impose l'arrêt de la production et l'engagement d'une action de maintenance corrective. Ce type de méthode est très simple à mettre en oeuvre mais ne permet pas d'établir un diagnostic des défaillances. Cette méthode est aussi très sensible aux fausses alarmes [41].

- **Test de la moyenne** : Contrairement à la méthode précédente, le test de comparaison est effectué sur la moyenne \bar{y} contenue dans la fenêtre de n valeurs plutôt que sur une valeur ponctuelle :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^t y_i$$

Où y_i représente les mesures issues des capteurs

- **Test de variance** : [45] On peut également calculer la variance d'un signal. Tant que la valeur de cette variance est dans une bande située autour de sa valeur nominale, l'évolution est supposée normale. La variance de l'échantillon est définie par :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^t (y_i - \hat{y})^2$$

Diagnostic par reconnaissance de formes

La reconnaissance de formes consiste à déterminer à quelles formes un objet observé est similaire, ou autrement dit, à quelle classe d'objectifs connu il peut être associé. Reconnaître des formes est donc un processus qui peut être considéré comme similaire à celui du diagnostic pour lequel la classe correspond à la cause de la défaillance du système, et où la forme

représente l'ensemble des observations, ou symptômes, donné par le système [17]. Parmi les techniques développées dans cette approche on peut citer :

- **Reconnaissance des formes par outils statistiques** : L'approche par reconnaissance de formes statistiques pour le diagnostic se base sur la connaissance d'un ensemble de mesures effectuées sur le processus et des états de fonctionnement associés et de prendre une décision concernant ces mesures en utilisant les lois de probabilité, pour plus de détails voir [41]. Ces techniques supposent la connaissance a priori de tous les états de fonctionnement (normal et en fautes), et ne prennent pas en compte l'évolution du système.
- **Reconnaissance des formes par l'approche floue** : [41] En reconnaissance des formes par approche floue les classes sont représentées par des sous-ensembles flous. Une fonction d'appartenance quantifie le degré d'appartenance $\lambda(x)$ de chaque vecteur x a la classe a_i . Généralement, on donne pour chaque vecteur x l'ensemble des degrés d'appartenance a toutes les classes $(\lambda_1(x), \dots, \lambda_M(x))$. La mise en œuvre d'une méthode de classification floue implique deux étapes : la construction des fonctions d'appartenance et la définition des règles de décision.
- **Reconnaissance des formes par réseaux de neurones** : [58] Les architectures basées sur les réseaux de neurones les plus utilisées en diagnostic, sont le Perception Multi Couches (PMC) et les Réseaux à Fonctions de base Radiales (RFR). L'expert humain joue un rôle très important dans ce type d'application. Toute la phase d'apprentissage supervisé du réseau de neurones dépend de son analyse des modes de fonctionnement du système. Chaque mode est caractérisé par un ensemble de données recueillies sur le système. A chaque mode, on associe une expertise faite par l'expert. Cette association (ensemble de données - modes de fonctionnement) sera apprise par le réseau de neurones. Après cette phase d'apprentissage, le réseau de neurones associera les classes représentant les modes de fonctionnement aux formes d'entrée caractérisées par les données du système [41],[17].

1.3.2 Méthodes avec modèle

La méthode de diagnostic de défauts à base de modèle s'appuie uniquement sur la vérification de la consistence entre le comportement réellement observé du système et le comportement attendu de ce système. Selon la connaissance du processus, il est possible de définir trois formulations différentes de cette approche à base de modèle : l'approche FDI (Fault Detection and Isolation), issue de la communauté de l'Automatique, s'appuie sur des modèles quantitatifs, l'approche de diagnostic logique de la communauté de l'Intelligence

Artificielle cette approche est appelée DX, s'appuie sur les modèles qualitatifs et l'approche hybride entre FDI et DX.

Approche FDI

L'approche FDI [47], [4] utilise des techniques provenant de la théorie de la commande et de la décision statistique. Cette approche se consacre principalement à la partie détection qui consiste à générer des symptômes les plus révélateurs possibles de l'état courant du système. Cette approche se base sur les modèles quantitatifs. Elle utilise la redondance de l'information présente dans le système. Deux types de redondance peuvent être distingués : la redondance physique et la redondance analytique.

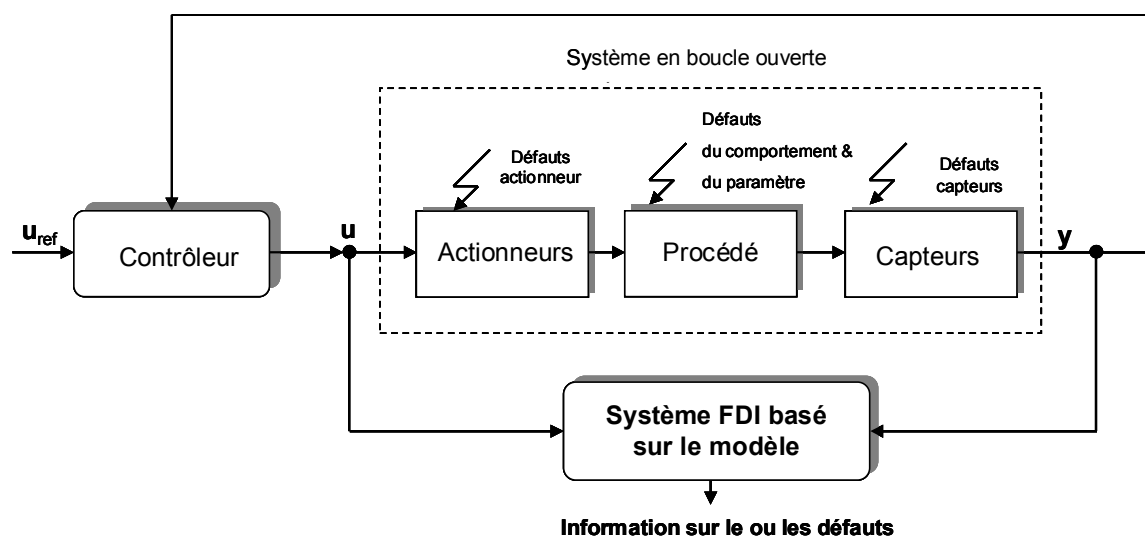


FIGURE 1.2 – Schéma général pour le module de FDI basé sur le modèle

- **Redondance physique** : [41] La redondance physique est utilisée pour rendre la détection des défaillances, à partir des signaux mesurés, plus efficace et aussi distinguer les défaillances capteur des défaillances système. Elle consiste à doubler ou à tripler les composants de mesure du système. Si ces derniers sont placés dans le même environnement et émettent des signaux identiques, on considère qu'ils sont dans un état normal, dans le cas contraire on peut conclure qu'une défaillance capteur s'est produite dans au moins un des composants.
- **Redondance analytique** : [41] Les méthodes de redondance analytique nécessitent un modèle du système à surveiller. Ce dernier dépend d'un nombre de paramètres supposés connus lors de son fonctionnement nominal. Le but des méthodes de redondance analytique est d'estimer l'état du système afin de le comparer à son état réel. L'estimation de l'état du système peut être réalisée soit à l'aide de techniques d'estimation d'état, soit par obtention de relations de redondance analytique. Le but des techniques

d'estimations d'états est de reconstruire au moyen d'observateurs, les états et les sorties du système, à partir des entrées et des sorties mesurées. On disposera donc d'une estimation du vecteur d'état et du vecteur de sortie. Les sorties du système sont alors comparées aux sorties réelles et tout écart est révélateur d'une défaillance. La théorie de la décision est ensuite utilisée pour déterminer si l'écart observé est dû à des aléas normaux du fonctionnement ou à des défaillances.

Cette méthode dite méthode de résidus comportent trois étapes : la génération des résidus, leur évaluation et la prise de décision figure (1.3)

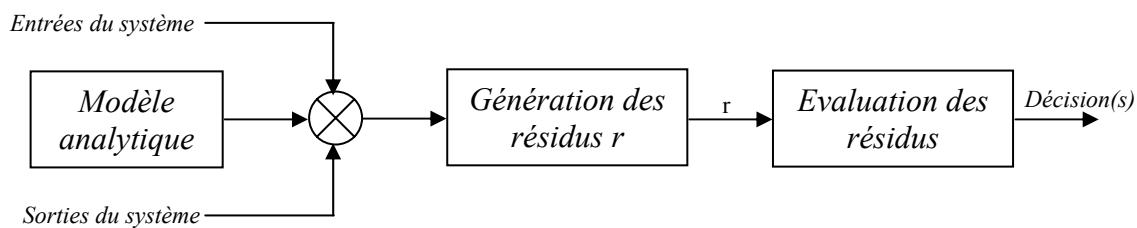


FIGURE 1.3 – Schéma général de détection des défauts

• Génération des résidus

Les résidus représentent des changements ou des divergences entre le comportement réel du processus et celui prévu par le modèle [57]. La figure (1.4) montre le principe général pour la génération des résidus. Les techniques les plus utilisées pour la

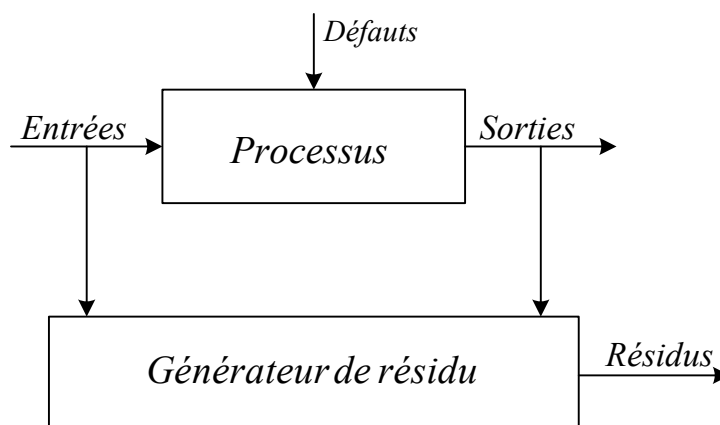


FIGURE 1.4 – Schéma générale des générateurs de résidus

génération des résidus à partir d'un modèle analytique sont :

– **Espace de parité [61]**

L'idée principale est de trouver des relations algébriques entre les entrées et les sorties du système, tout en ignorant les autres variables. Considérons un système (1.1) continu décrit par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u + E_p d + F_p f \\ y = C_p x_p + D_p u + G_p d + H_p f \end{cases} \quad (1.1)$$

Où u désigne les variables d'entrée connues, f les fautes, d des perturbations et y les mesures et (A_p, B_p, C_p, D_p) , sont respectivement des matrices d'états, de commande, de mesure, de transmission directe, (E_p, G_p) sont des matrices relatives aux bruits et (F_p, H_p) sont des matrices relatives aux fautes. Soit s la variable de Laplace, un résidu est obtenu par un filtrage de la forme.

$$r = F(s) \begin{pmatrix} u \\ y \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Pour d et f nuls, r doit être identiquement nul, et la redondance dynamique décrite par (1.2) permet alors de paramétrer $F(s)$ sous la forme

$$F(s) = w(s) \begin{pmatrix} -B_p & 0 \\ -D_p & I \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Où $w(s)$ est calculé pour éliminer la variable d'état non mesurée x dans le modèle (1.2) du système :

$$w(s) \begin{pmatrix} A_p - sI \\ C_p \end{pmatrix} = 0 \quad (1.4)$$

On vérifie aisément que

$$r = w(s) \begin{pmatrix} -E_p & F_p \\ -G_p & H_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ f \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Une fois synthétisé le filtre $w(s)$ par résolution de (1.4), le résidu est effectivement calculé par filtrage des grandeurs accessibles à la mesure via la relation (1.2).

– **Approche par observateurs**

L'idée de base est d'estimer les sorties du système via des observateurs (Luenberger, Kalman ou autres). Les résidus sont ensuite obtenus en effectuant la différence entre les sorties mesurées et leurs estimations [45], figure (1.5) :

– **Génération des résidus par estimation paramétrique**

Les méthodes d'estimation paramétrique ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle à partir des signaux d'entrée/sortie. Les paramètres Θ du système

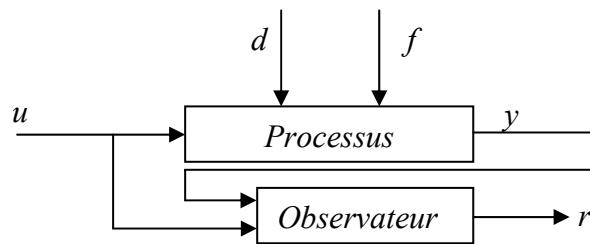


FIGURE 1.5 – Génération des résidus à base d'observateurs

sont estimés en utilisant des procédures d'identification. Les résidus sont ensuite générés simplement en comparant les valeurs estimées de $\hat{\Theta}(t)$ avec les valeurs nominales $\Theta(t)$ (que l'on suppose connues). Le vecteur des résidus est alors :

$$r = \hat{\Theta}(t) - \Theta(t)$$

Lorsque les valeurs nominales ne sont pas connues, une autre approche consiste à les remplacer par des valeurs estimées précédemment :

$$r = \hat{\Theta}(t) - \hat{\Theta}(t - k)$$

Dans ce cas, l'écart des résidus par rapport au zéro (0) est le résultat des variations de paramètres. La connaissance sous jacente exprime simplement que dans des conditions opératoires normales, les paramètres du système demeurent constants[38].

Un schéma de principe de cette approche est donné par la figure (1.6)

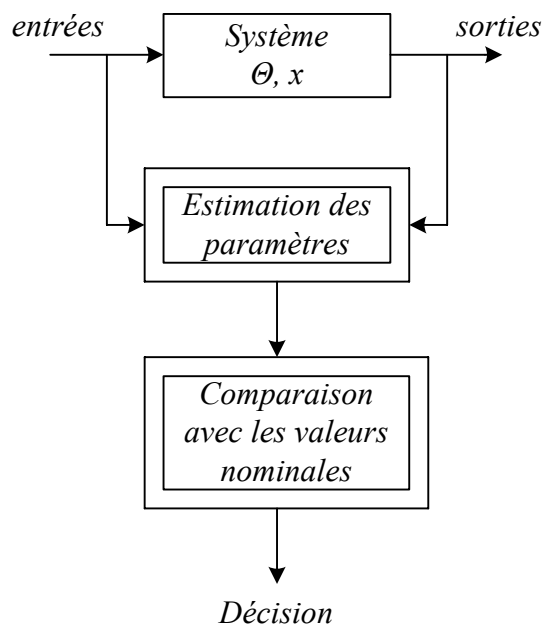


FIGURE 1.6 – Principe de l'approche par estimation de paramètres

– Approche structurelle

Elle consiste à utiliser un modèle structurel dont on va extraire les relations de

redondances analytiques. Ces dernières nous permettent de générer les résidus. Cette approche sera étudiée en détail dans le prochain chapitre.

Approche DX

L'approche DX exprime explicitement le lien entre un composant et les formules décrivant son comportement. Reiter [49] propose une théorie logique du diagnostic intitulée diagnostic issu des principes premiers (diagnosis from the first principles). Le but de cette théorie est de déterminer les composants défectueux d'un système physique. Cette approche est basée sur l'analyse d'inconsistance entre les observations et le comportement attendu (figure 1.7). L'approche DX est basée sur un raisonnement à base logique et ne repose sur aucune hypothèse implicite telle l'hypothèse d'exonération. Elle offre par conséquent une garantie de résultat : si les modèles du comportement sont justes, alors nécessairement l'état réel du système fait partie de la liste des diagnostics calculés. Cette approche est adaptée aux systèmes qui peuvent être modélisés sous formules logiques et elle s'adapte mal aux systèmes dynamiques. Pour analyser la diagnosticabilité des systèmes, l'approche DX utilise le concept de conflit. Un conflit est un ensemble de composants dont les hypothèses de comportement correct ne sont pas consistantes avec les observations réelles. Si un défaut se produit dans le système, alors l'utilisation de la technique de raisonnement à base de consistance nous permet de localiser les composants défectueux.

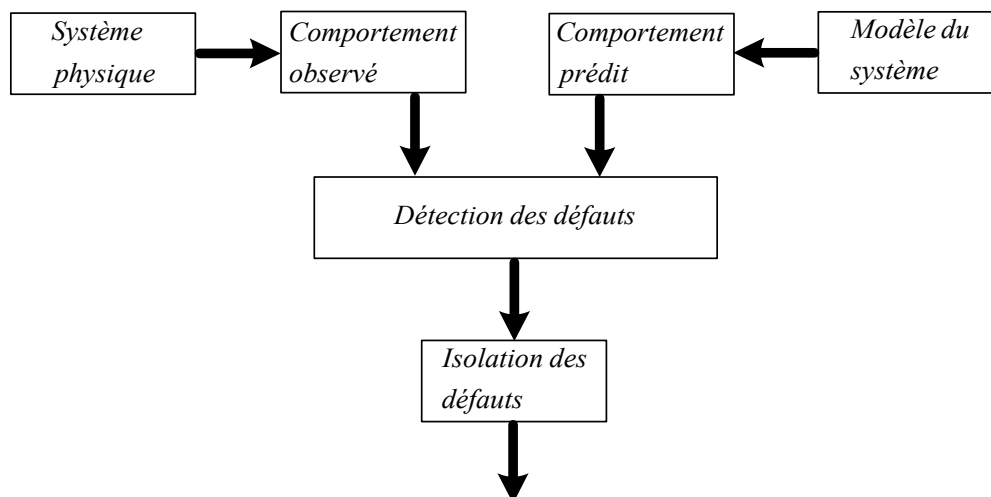


FIGURE 1.7 – Diagnostic à base de modèle

Approche hybride entre FDI et DX

Une nouvelle approche de diagnostic à base de modèles est conçue en utilisant les idées des FDI et DX [34], [40]. Dans cette approche, le mécanisme de localisation de défauts est basé sur l'approche DX et l'avantage principal est que les défauts multiples peuvent être

implicitement manipulés.

Dans cette approche, il est supposé que le système est composé d'un ensemble de composants C . Le comportement de chaque composant $c \in C$ est modélisé par un ensemble de relations. Ce comportement peut varier selon le mode comportemental du composant. Il existe différents modes de comportement ($ok(c), \neg ok(c), \text{defaut1}(c), \text{defaut2}(c), \dots$) tels que $ok(c)$ signifie que le composant c se comporte normalement et $\neg ok(c)$ signifie qu'il y a une anomalie sur le comportement du composant c .

L'outil principal de diagnostic dans l'approche hybride est la conception des relations de redondances analytiques (RRAs). Une relation de redondance analytique RRA est une contrainte déduite du modèle du système, qui ne contient que des variables connues et qui peut être évaluée à chaque observation. Les composants (vu les contraintes modélisant les composants) utilisés pour obtenir les RRAs sont nommés les supports de RRAs (supp - RRAs).

La conception du système de diagnostic peut être décomposée en trois étapes principales (voir figure 1.7) :

- Extraire les symptômes des informations disponibles sur l'état actuel du système en étudiant la consistance entre les relations de redondance analytique obtenues et les modèles du comportement du système à diagnostiquer.
- appliquer la stratégie de diagnostic pour déterminer les composants défectueux dans le système et satisfaire des conditions telles que la fiabilité de diagnostic, le temps requis par les algorithmes de diagnostic...

Dans l'approche hybride, la matrice de signature des défauts est un concept central pour analyser la diagnosticabilité des systèmes. Dans cette matrice, les relations de redondance analytique ARRs (Analytical Redundancy Relations) correspondent aux lignes et les défauts aux colonnes. En supposant que F_j représente un défaut sur le composant c_j , la signature de F_j est donnée par un vecteur binaire $SF_j = [\lambda_{1j}, \lambda_{2j}, \dots, \lambda_{nj}]^T$, où n est le nombre de ARR dans la matrice de signature de défauts, et λ_{ij} est donné par :

$(ARR_i, F_j) \longrightarrow \lambda_{ij} = 0$ si le composant c_j n'appartient pas au support de ARR_i , $\lambda_{ij} = 1$ sinon.

Les signatures de l'ensemble de défauts $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ constituent la matrice de signature de défauts (MSD) de dimension $n \times m$.

1.4 La terminologie du diagnostic

Nous rappelons dans cette partie quelques définitions de termes utilisés dans le domaine du diagnostic des systèmes. Le comité technique L'IFAC SAFERPROCESS a proposé des définitions dans le but de créer une terminologie unifiée, que nous reprenons ici. [13].

- **défaut ou faute (fault)** : déviation non permise d'au moins une propriété ou un paramètre caractéristique du système des conditions acceptables ou(et)standard. Dans l'analyse structurelle, un défaut est un *changement dans une ou plusieurs contraintes*.
- **défaillance (failure)** : interruption permanente de la capacité d'un système à assurer une fonction requise dans des conditions opérationnelles spécifiées.
- **panne (break down)** : inaptitude d'un dispositif à accomplir sa fonction requise.
- **détection de défaut (fault detection)** : détermination des défauts présents dans un système et de leur instant d'apparition.
- **localisation de défaut (fault isolation)** : détermination de la nature, de l'endroit et de l'instant d'apparition d'un défaut.
- **identification de défaut (fault identification)** : détermination de la taille et de l'évolution d'un défaut. Suit la localisation.
- **diagnostic (diagnosis)** : détermination du type, de la taille, de l'endroit et de l'instant d'apparition d'un défaut. Suit la détection de défaut. Inclut la localisation et l'identification d'un défaut.
- **symptôme (symptom)** : caractère distinctif d'un état fonctionnel anormal.
- **résidu (residual)** : indicateur de défauts basé sur la différence entre des mesures et des résultats de calcul à partir d'équations de modèle.

1.5 Définitions

Nous donnons dans cette partie quelques définitions qui seront utiles dans la suite de ce mémoire.

Définition 1. (*Relation de Redondance Analytique (RRA)*)

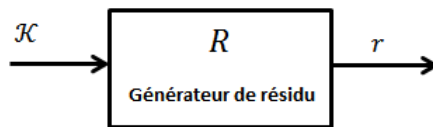
Une relation de redondance analytique est une contrainte statique ou dynamique liant l'évolution dans le temps des variables connues z (commandes et mesures), ainsi que leurs dérivées successives : $f(z, \dot{z}, \ddot{z}, \dots) = 0$. Elle ne sera vérifiée que si le système fonctionne dans son état normal, i.e. le comportement du système coïncide avec le modèle utilisé obtenir cette relation.

Remarque 1. Une relation de redondance analytique $f(z, \dot{z}, \dots) = 0$ fournit donc un résidu $r = f(z_r, \dot{z}_r, \dots)$ (z_r étant les signaux de commande et les mesures provenant du système réel). Si le comportement du système coïncide avec le modèle, r doit être nul, autrement dit la relation de redondance doit être vérifiée. Dans le cas contraire, lors de l'apparition d'un défaut ou d'une perturbation, le résidu r sera différent de 0. L'existence des RRAs est une condition préalable pour le design d'une procédure de détection de défauts par approche structurelle.

Définition 2. (Générateur de résidus)

Soit un modèle $M = (\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{K}, F)$ contenant un ensemble d'équations ou contraintes \mathcal{E} reliant les variables inconnues \mathcal{X} , les mesures \mathcal{K} et les défauts F . Un système R d'entrée \mathcal{K} et de sortie r est un générateur de résidus pour le modèle M , et r est un résidu, si

$$(\forall f \in F : f = 0) \implies r = 0$$



Le générateur de résidus peut ou ne pas répondre à certains défauts. On définit alors la notion de sensibilité.

Définition 3. (Sensibilité d'un défaut)

Soit R un générateur de résidus pour le modèle M , alors R est sensible à un défaut $f \in F$ si $f \neq 0$ implique $r \neq 0$.

Remarque 2. En pratique, les résidus ne sont pas typiquement égale à zéro même dans le cas où tous les défauts sont égales à zéros. Cela est due par exemple à des conditions initiales inconnues, changement dans les conditions d'opération et aux incertitudes tel que les erreurs de modélisation et le bruit. Pour régler ce problème, une étude sur l'évaluation des résidus est nécessaire afin de décider sur la nullité du résidu où non mais cela dépasse le cadre de ce mémoire.

Définition 4. (Isolabilité d'un défaut)

Soit $M = (\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{K}, F)$ un modèle et \mathcal{R} un ensemble de générateurs de résidus pour M . Un défaut $f_i \in F$ est isolable d'un défaut $f_j \in F$ avec \mathcal{R} s'il existe un générateur de résidus $R \in \mathcal{R}$ sensible à f_i mais non sensible à f_j .

Définition 5. (Table de signature)

La table de signature appelée aussi matrice de sensibilité de défauts est la matrice rassemblant toutes les structures de résidus possibles. Chaque ligne correspond à un résidu et chaque colonne à une défaillance. Un 1 à la position (i, j) indique qu'une défaillance f_j est détectable par le résidu r_i . Le mot binaire formé par la colonne j est appelé "signature de la défaillance f_j ".

L'analyse de cette table permet de déterminer les propriétés de *déTECTABILITÉ* et *d'ISOLABILITÉ* structurelles des défaillances. Une défaillance est détectable si sa signature comporte au moins un "1". Deux défaillances sont isolables si leurs signatures sont différentes.

Définition 6. (Table d'isolabilité)

La table d'isolabilité appelée aussi matrice d'incidence de défauts est une matrice carrée où chaque ligne et chaque colonne correspondent à une défaillance. Un 1 à la position (i, j) indique que la défaillance f_i n'est pas isolable de la défaillance f_j . Par permutation de lignes et de colonnes, la table d'isolabilité peut être mise sous forme bloc-diagonale, où chaque bloc est une matrice carrée constituée uniquement de 1. Chaque bloc représente un sous-ensemble de défaillances non isolables entre elles.

Exemple 1. Pour montrer comment peut on construire ces tables, les résidus suivants sont utilisés :

$$r_1 = y_1 - f_1 + 2f_2 + u - f_3$$

$$r_2 = y_2 + f_1$$

$$r_3 = y_1 - y_2 + f_3 - f_2$$

Où u, y_1, y_2 sont les variables mesurées et f_1, f_2, f_3 sont les défauts. La table de signature de défauts est représentée dans le tableau (1.1).

D'après cette table de signature de défauts on constate que f_2 et f_3 ont la même signature

	f_1	f_2	f_3
r_1	1	1	1
r_2	1		
r_3		1	1

TABLE 1.1 – Table de signature de défauts

	f_1	f_2	f_3
f_1	1		
f_2		1	1
f_3		1	1

TABLE 1.2 – Table d'isolabilité de défauts

ce qui implique la non distinction entre ces deux défauts, par contre la signature de f_1 est différente des autres, donc f_1 est distinguée des autres défauts. Cette remarque est résumée sur la table d'isolabilité (1.2).

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur les différentes techniques et méthodes de diagnostic développées au sein de la communauté scientifique. Le diagnostic de défauts consiste à détecter et isoler les défauts survenus dans un système. Une classification des méthodes de diagnostic a été donnée, deux approches ont été distinguées : celles qui n'utilisent pas un modèle et celles basées sur un modèle, ces dernières sont les plus utilisées. Parfois, modéliser un procédé est très délicat vu la pauvreté de la connaissance sur ces paramètres, d'où vient l'idée de l'utilisation de l'approche structurelle. Cette approche fera l'objet de notre étude dans les prochains chapitres

Chapitre 2

Outil de l'analyse structurelle pour le diagnostic de défauts

2.1 Introduction

L'analyse structurelle est un outil puissant qui permet de déterminer de nombreuses propriétés du système considéré [11]. Ces propriétés sont obtenues à partir de la seule connaissance de l'existence de liens (contraintes) entre variables sans que les valeurs numériques des paramètres soient nécessairement connues. Ce prétraitement, qui peut être entièrement automatisé de manière efficace notamment pour les systèmes de grandes dimension, permet par exemple de connaître les conditions structurelles d'observabilité ou de commandabilité [33], les possibilités de détection et de localisation des défaillances ou d'étudier la reconfigurabilité du système en cas de perte de composants [39], [12],[33]. Cette analyse est effectuée lors de la phase de conception et permet aussi de déterminer le nombre et la place des capteurs à implanter afin de respecter le cahier de charges de surveillance [29, 28, 60, 48, 59, 11, 1, 43]

Cette analyse est basée sur un modèle structurel qui est conçu à partir de la structure du système, représentée par un graphe. Parmi les représentations graphiques on peut citer la représentation par bond graph (également appelé Graphe à liens ou Graphe de liaisons) [5], par un graphe orienté [15] et par un graphe biparti[12]. Dans ce travail on s'intéressera à cette dernière représentation, à savoir la représentation par graphe biparti.

Ce chapitre est consacré d'abord à la modélisation structurelle des systèmes par graphe biparti, puis à la présentation de quelques outils qui seront utilisés pour le diagnostic de défauts. Ils consistent à utiliser un modèle structurel dont on va extraire les relations de redondances analytiques.

2.2 Modélisation structurelle par un graphe biparti

2.2.1 Représentation d'un système par un graphe biparti et matrice d'adjacence

Graphe biparti

Un graphe biparti $G = (\mathcal{E}, \mathcal{Z}, \mathcal{A})$ est un graphe composé de deux ensembles de sommets distincts \mathcal{E} , \mathcal{Z} et d'arêtes \mathcal{A} où $\mathcal{A} \subset \mathcal{E} \times \mathcal{Z}$. Dans la modélisation des systèmes dynamiques physiques :

- $\mathcal{Z} = \mathcal{X} \cup \mathcal{K}$ représente l'ensemble des **variables** avec :
 - \mathcal{X} est l'ensemble des variables inconnues (états, perturbations, entrées inconnues,...)
 - \mathcal{K} est l'ensemble des variables connues (entrées, sorties, consignes...).
- $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\mathcal{X}} \cup \mathcal{E}_{\mathcal{K}}$ représente l'ensemble des **contraintes** avec :
 - $\mathcal{E}_{\mathcal{K}}$ est le sous ensembles des contraintes contenant seulement des variables connues ;
 - $\mathcal{E}_{\mathcal{X}}$ est le sous ensemble des contraintes où au moins une variables inconnue apparaît.

Une arête $a = (e_i, z_j)$ relie un élément e_i de \mathcal{E} et un élément z_j de \mathcal{Z} , lorsque la variable z_j est contrainte par la relation e_i (la contrainte e_i contient la variable z_j).

Matrice d'adjacence (ou matrice d'incidence)

Chaque graphe est représenté par une matrice appelée *matrice d'adjacence* (ou *matrice d'incidence*). C'est une matrice booléenne où chaque ligne correspond à une équation ou contrainte et chaque colonne à une variable. Un 1 à la position (i, j) indique que la variable z_j apparaît dans l'équation e_i . Les représentations par le graphe biparti et par la matrice d'adjacence sont illustrées sur l'exemple ci-dessous.

Exemple 2. Nous considérons l'exemple d'un circuit RC de la figure (Figure 2.1), décrit par les equations du système (2.1) ci-après :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : u_R = Ri \\ e_2 : q = Cu_C \\ e_3 : E = u_R + u_C \\ e_4 : i = \frac{dq}{dt} \\ e_5 : i_m = i \\ e_6 : u_{R,m} = u_R \end{array} \right. \quad (2.1)$$

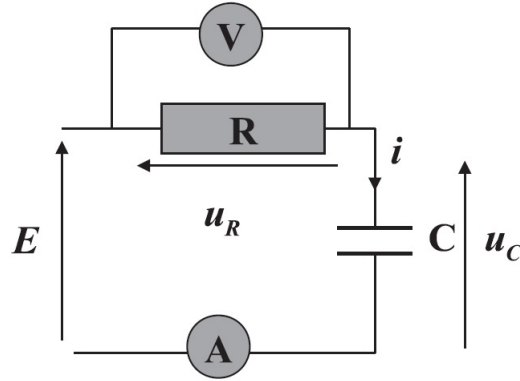


FIGURE 2.1 – Schéma d'un circuit RC

La matrice d'incidence de ce système est donnée dans la table (2.1) ci-après, dont les variables ont été divisé en deux ensembles : l'ensemble des variables inconnues $\{q, i, u_R, u_C\}$ et celui des variables connues $\{E, u_{R,m}, i_m\}$. Nous avons ajouté la contrainte différentielle e_4 modélisant le lien entre la charge q et l'intensité i . Le graphe biparti du modèle structurel du circuit RC est représenté dans la figure (2.2).

	inconnues				connues		
	q	i	u_R	u_C	E	$u_{R,m}$	i_m
e_1		1	1				
e_2	1			1			
e_3			1	1	1		
e_4	1	1					
e_5		1					1
e_6			1			1	

TABLE 2.1 – Matrice d'adjacence du modèle (2.1)

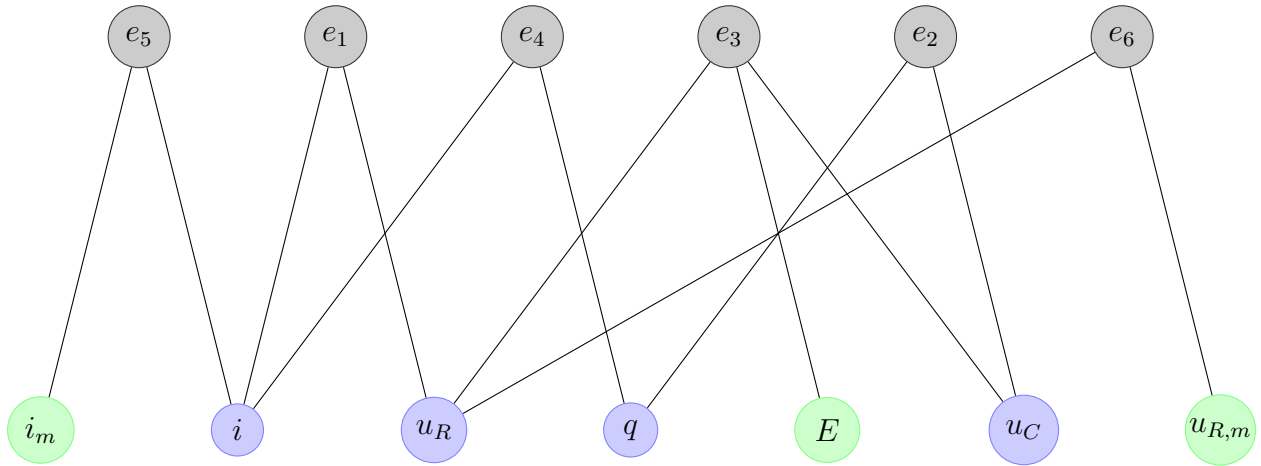


FIGURE 2.2 – Le graphe biparti du circuit RC

2.2.2 Couplage dans un graphe biparti (Matching)

Soit $G(\mathcal{E}, \mathcal{Z}, \mathcal{A})$ un graphe biparti avec \mathcal{E} et \mathcal{Z} l'ensemble des sommets et \mathcal{A} l'ensemble des arêtes. Soit $a \in \mathcal{A}$ tel que $a = (e, z)$ une arête reliant la contrainte e et la variable z . Considérons les deux projections $p_{\mathcal{E}}$ et $p_{\mathcal{Z}}$:

$$\begin{aligned} p_{\mathcal{E}} &: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{E} \\ &a \mapsto p_{\mathcal{E}}(a) = e \\ p_{\mathcal{Z}} &: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{Z} \\ &a \mapsto p_{\mathcal{Z}}(a) = z \end{aligned}$$

Définition 7. (Couplage)

Un couplage \mathcal{C} est un sous ensemble de \mathcal{A} tel que les restrictions de $p_{\mathcal{E}}$ et $p_{\mathcal{Z}}$ sur \mathcal{C} sont injectives, i.e.,

$$\forall a_1, a_2 \in \mathcal{C} : a_1 \neq a_2 \Rightarrow p_{\mathcal{E}}(a_1) \neq p_{\mathcal{E}}(a_2) \wedge p_{\mathcal{Z}}(a_1) \neq p_{\mathcal{Z}}(a_2)$$

De manière plus simple, un couplage dans un graphe biparti est un ensemble d'arcs $\mathcal{C} \subset \mathcal{A}$ tel que deux arcs quelconques de \mathcal{C} n'ont aucun sommet commun (ni dans \mathcal{E} ni dans \mathcal{Z}). En général, plusieurs couplage peuvent être trouvés pour un graph biparti donné comme le montre la figure (2.3) suivante.

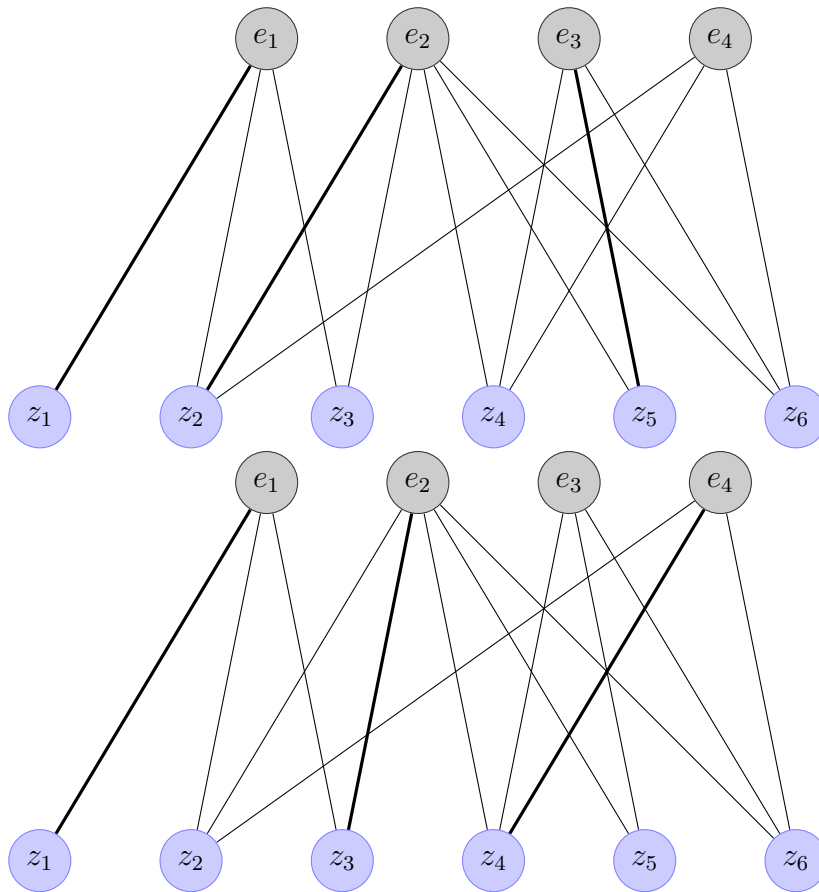


FIGURE 2.3 – Deux couplages possibles pour le même système : les arêtes $e \in \mathcal{C}$ sont dessinées en gras.

Définition 8. (Couplage Maximal)

Un couplage \mathcal{C} est dit **maximal** ssi

$$\forall \mathcal{N} \in 2^{\mathcal{A}} \text{ avec } \mathcal{C} \subset \mathcal{N}, \mathcal{N} \text{ n'est plus un couplage.}$$

avec $2^{\mathcal{A}}$ représente l'ensemble de tous les sous ensemble de \mathcal{A} .

En d'autres termes, le couplage \mathcal{C} est maximal lorsque le nombre d'arcs de \mathcal{C} est le plus grand possible. Pour le graphe de la figure (2.3) on peut tirer le couplage maximal suivant :

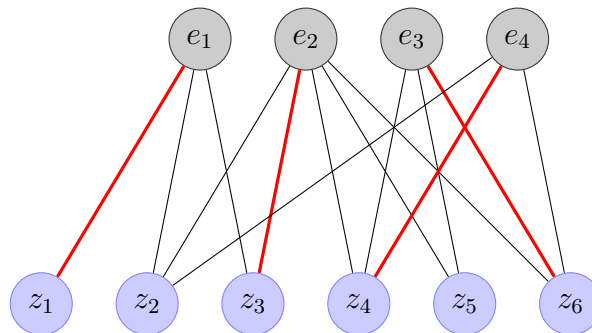


FIGURE 2.4 – Exemple d'un couplage maximal (en rouge).

Définition 9. (Couplage Complet)

Un couplage \mathcal{C} est dit **complet** relativement à \mathcal{E} si $|\mathcal{C}| = |\mathcal{E}|$ ($|\cdot|$ représente le cardinal d'un ensemble). De même \mathcal{C} est dit complet relativement à \mathcal{Z} si $|\mathcal{C}| = |\mathcal{Z}|$. Cela est traduit par :

$$\begin{aligned} \forall e \in \mathcal{E} & : \exists z \in \mathcal{Z} \text{ tel que } (e, z) \in \mathcal{C} \\ \forall z \in \mathcal{Z} & : \exists e \in \mathcal{E} \text{ tel que } (e, z) \in \mathcal{C} \end{aligned}$$

Pour un couplage complet \mathcal{C} sur \mathcal{E} (respectiv. sur \mathcal{Z}), chaque contrainte (respect. variable) correspond exactement à une arête du couplage. Dans l'exemple (2) d'un circuit RC, le couplage de la figure (2.5) est un couplage complet relativement aux variables inconnues $\mathcal{X} = \{i, q, u_R, u_C\}$.

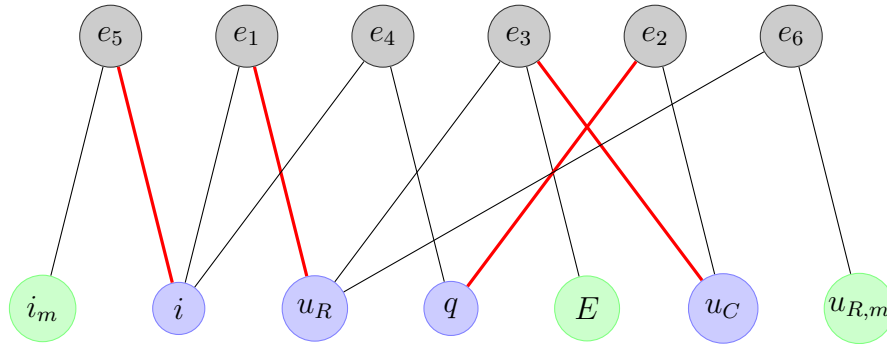


FIGURE 2.5 – Un couplage complet sur l'ensemble des variables inconnues \mathcal{X} dans le graphe biparti du circuit RC

2.2.3 Graphe biparti orienté associé à un couplage

Un couplage sur un graphe biparti introduit une orientation des arêtes du fait que chaque contrainte dans le couplage est associée à une seule variable couplée et à des autres variables non couplées. Dans l'exemple (2) du circuit RC la contrainte

$$e_3 : E = u_R + u_C$$

peut être utilisée pour calculer soit la variable u_R ou u_C (figure 2.6a). Si par exemple cette contrainte est couplée avec u_C alors E et u_R seront utilisées comme des variables d'entrées pour calculer u_C à partir de e_3 . Les règles de transformation du graphe en un graphe biparti orienté sont :

- **Contraintes couplées** : Les arêtes liées à une contrainte couplée sont orientées :
 - de variables non couplées (entrées) vers la contrainte

– de la contrainte vers la variable couplée (sortie)

- **Contraintes non couplées** : Toutes les variables sont considérées comme des entrées, et donc toutes les arêtes sont orientées vers la contrainte (figure (2.6b)). Dans ce cas la contrainte représente une équation redondante qui peut être utilisée comme une fonction de résidu ($r = E - u_R - u_C \triangleq 0$).

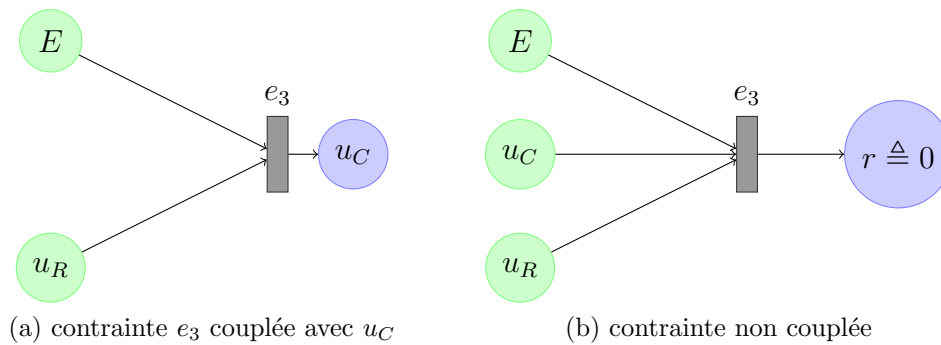


FIGURE 2.6 – Graphe biparti orienté

2.2.4 Cycles algébriques

Pour introduire la notion des cycles algébriques, on considère l'ensemble des équations non linéaires (2.2), où x_1 et x_2 sont des variables inconnues et y_1 et y_2 sont des variables connues.

$$\begin{aligned} e_1 & : h_1(x_1, x_2, y_1) = 0 \\ e_2 & : h_2(x_1, x_2, y_2) = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

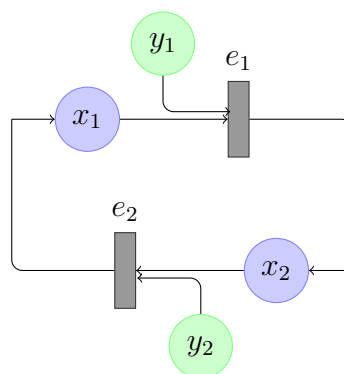


FIGURE 2.7 – Exemple d'un cycle algébrique

Si x_1 est une variable causale dans e_1 et x_2 est une variable causale dans e_2 , alors les deux équations e_1 et e_2 peuvent être réarrangées comme :

$$\begin{aligned} e'_1 & : x_1 = g_1(x_2, y_1) \\ e'_2 & : x_2 = g_2(x_1, y_2) \end{aligned} \tag{2.3}$$

En remplaçant la variable x_2 tirée de e'_2 dans l'équation e_1 , on obtient l'équation

$$h_1(x_1, g_1(x_1, y_2), y_1) = 0$$

où x_1 n'est pas nécessairement calculable à partir de cette équation. Ce type de structure est connu sous le nom de *cycle algébrique*. Généralement, les cycles algébriques non linéaires causent des problèmes de calculabilité lors de l'exécution des algorithmes de diagnostic qui seront présentés dans le chapitre qui suit. Pour cette raison ils seront évités le maximum possible.

2.2.5 Discussion sur la causalité dans les contraintes différentielles

Les contraintes différentielles peuvent être toujours représentées par :

$$e : x_2(t) - \frac{d}{dt}x_1(t) = 0 \quad (2.4)$$

Si la trajectoire de $x_1(t)$ est connue, la dérivée peut toujours se calculée (absence de perturbation) ce qui implique que la contrainte peut être toujours couplée avec la variable x_2 uniquement définie. Ce couplage est appelé *causalité dérivée*. Par contre, si la variables x_2 est connue, coupler la contrainte avec x_1 (*causalité intégrale*) engendre le calcul :

$$x_1(t) = x_1(0) + \int_0^t x_2(\sigma)d\sigma \quad (2.5)$$

qui ne détermine pas $x_1(t)$ uniquement que si la condition initiale $x_1(0)$ est connue. Les valeurs initiales sont connues dans l'environnement de simulation, car elles sont directement contrôlées par l'utilisateur, alors qu'en général cela n'est pas vrai dans le contexte de détection des défauts. Par conséquent, nous n'utiliserons jamais la causalité intégrale dans les contraintes différentielles que si les conditions initiales peuvent être estimées. Dans la matrice d'adjacence, la causalité dérivée peut être forcée en mettant le symbole "Δ" dans la case correspondante ce qui interdit cette case d'être choisie dans un couplage.

2.3 Diagnostic de défauts à base de méthodes de l'analyse structurelle

La représentation structurelle d'un système comme vue dans la section précédente(2.2) offre la possibilité d'utiliser des outils et des algorithmes de l'analyse structurelle pour des fins de diagnostic de défauts. Le diagnostic par l'analyse structurelle est basé sur la détermination du sous système qui comporte les redondances d'informations appelé sous système surdéterminé. L'outil pour déterminer ce dernier est la décomposition de Dulmage-

Mendelsohn appelé aussi la décomposition canonique [33]. Une méthode purement structurelle permet d'exploiter les relations de redondances analytiques et les transformer en générateurs de résidus.

2.3.1 Modélisation structurelle des défauts

Dans [11], trois niveaux de connaissance des défaillances sont considérés :

- **Niveau 1** : c'est le niveau de connaissance le plus élémentaire. Il consiste à indiquer les équations du modèle (contraintes) qui ne sont plus valides en cas de défaillances. *Un défaut correspond donc à un viol d'une contrainte (loi physique).*
- **Niveau 2** : Il consiste à décrire, grâce à des variables supplémentaires (dites de défaut) la façon dont sont modifiées les équations de fonctionnement normal lorsqu'une défaillance survient. Les défauts peuvent être additifs ou multiplicatifs suivant la manière dont les variables de défaut influent sur les équations du modèle.
- **Niveau 3** : Il consiste à modéliser l'évolution dynamique du défaut. Des équations supplémentaires liant les variables de défaut sont ajoutées au modèle de bon fonctionnement, qui sont obtenues soit par la connaissance des phénomènes physiques mis en jeu, soit à partir de données expérimentales du processus défectueux.

Remarque 3. Le premier niveau de connaissance indique qu'un défaut peut être représenté par un viol d'une et d'une seule contrainte. Par ailleurs, il se peut que le même défaut f apparaisse dans plusieurs équations. Pour régler ce problème, nous devons simplement remplacer le défaut dans les équations affectées par une variable x_f , et ajouter une contrainte auxiliaire $x_f = f$. Ainsi, le défaut f représente un seul viol dans la contrainte auxiliaire ajoutée.

Exemple 3. Dans l'exemple (2) du circuit RC, une défaillance de l'appareil de mesure du courant peut être décrite comme :

- le viol de la contrainte $e_5 : i_m = i$, c'est le premier niveau de connaissance de la défaillance ;
- ou bien grâce à une variable de défaut f venant modifier la relation $e_5 : i_m = i + f$ (défaut additif), ce qui constitue le deuxième niveau de connaissance.

- Le troisième niveau de connaissance consiste par exemple à exprimer la dynamique de la défaillance par l'ajout d'une relation. Par exemple, si l'expérience nous montre que le défaut du capteur se traduit par un biais de mesure, l'ajout de la relation $\dot{f} = 0$ permet de le modéliser (un défaut constant).

2.3.2 La décomposition canonique (Décomposition de Dulmage-Mendelsohn)

La décomposition de Dulmage-Mendelsohn (1958)[16], est une description équivalente d'un graphe biparti, qui précise la chaîne de calcul d'un système. La décomposition travaille sur le modèle structurel, et réorganise les lignes et les colonnes pour obtenir la structure représentée à la figure (2.8). Pour un système donné, cette décomposition est unique et résulte dans trois sous systèmes qui jouent un rôle très important dans l'analyse des propriétés structurelles à savoir : l'observabilité, la commandabilité, surveillabilité et la reconfigurabilité.

Remarque 4. La DM-décomposition peut être obtenue à l'aide de la commande `dmperm` sous MATLAB.

Les trois sous systèmes obtenus donnés par cette décomposition sont :

$$S^+ = (\mathcal{E}^+, \mathcal{Z}^+)$$

$$S^0 = (\mathcal{E}^0, \mathcal{Z}^+ \cup \mathcal{Z}^0)$$

$$S^- = (\mathcal{E}^-, \mathcal{Z}^+ \cup \mathcal{Z}^0 \cup \mathcal{Z}^-)$$

tel que $(\mathcal{E}^+, \mathcal{E}^0, \mathcal{E}^-)$ (respect. $(\mathcal{Z}^+, \mathcal{Z}^0, \mathcal{Z}^-)$) forme une partition de \mathcal{E} (respect. \mathcal{Z}).

- S^+ est appelé un sous système **sur-déterminé** car le nombre d'équations \mathcal{E}^+ est supérieur au nombre de variables \mathcal{Z}^+ . Ceci indique que la redondance est disponible, et le degré de redondance est fonction du nombre de capteurs de mesure disponibles.
- S^0 est appelé un sous système **juste-déterminé** car le nombre d'équations dans \mathcal{E}^0 est égal au nombre de variables \mathcal{Z}^0 . Un composant a_i , qui se compose de plus d'une équation, est dit être fortement connecté, ce qui signifie que les équations contiennent des boucles ou cycles. Pour des fins de diagnostic, la partie juste-déterminé du modèle ne fournit aucune information supplémentaire. Par conséquent, cette partie du modèle peut être enlevé sans perdre la redondance.
- S^- est appelé un sous système **sous-déterminé** car le nombre d'équations \mathcal{E}^- est inférieur au nombre de variables dans \mathcal{Z}^- .

La figure(2.8) montre une décomposition de Dulmage-Mendelsohn d'un modèle structurel. La zone d'ombre gris clair correspond aux éléments nuls de la matrice.L'élément de matrice dans la zone gris foncé peut être soit zéro ou égal a un. Les éléments qui reste couvrent les cases $a_0...a_\infty$.

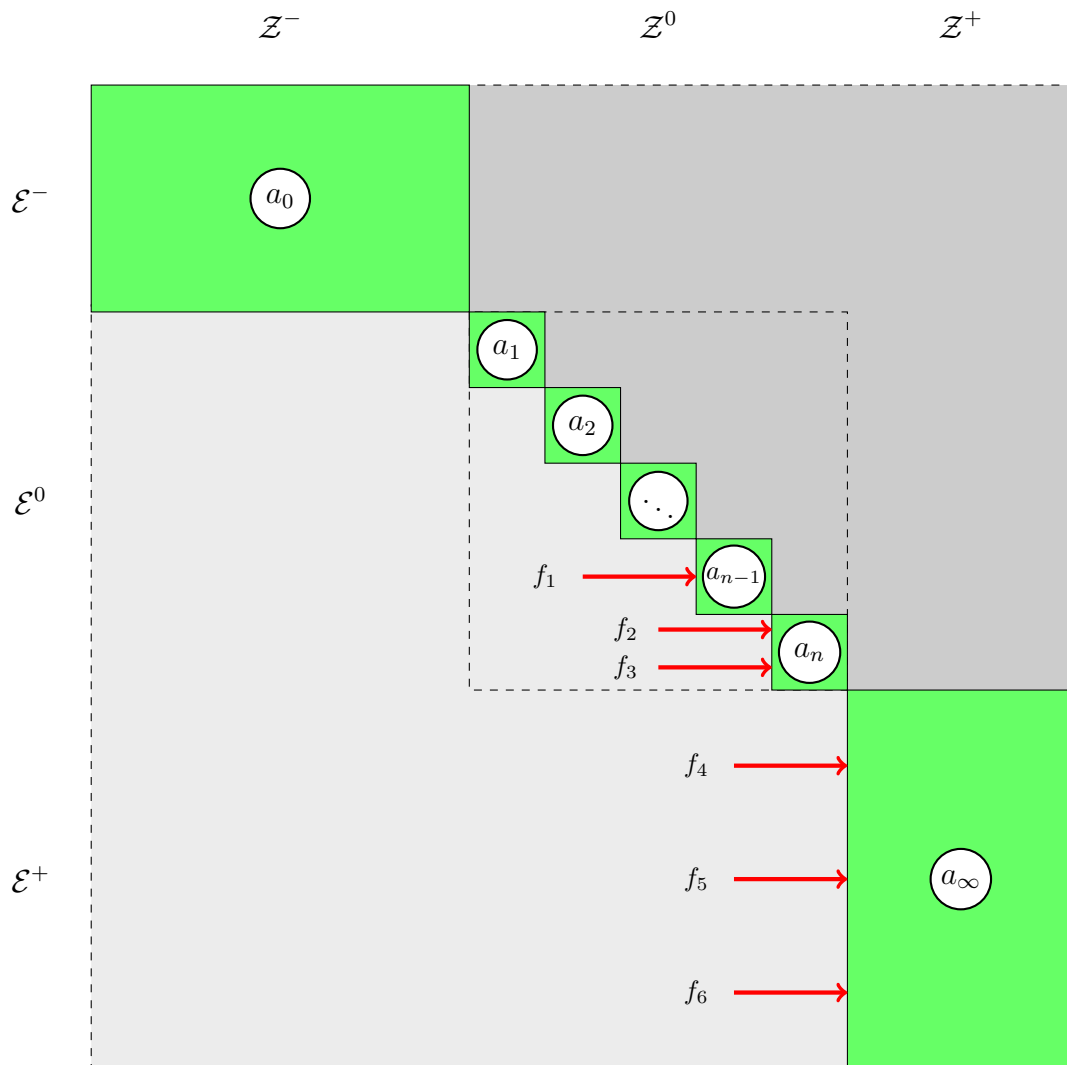


FIGURE 2.8 – Décomposition Dulmage-Mendelsohn de la matrice d'adjacence

2.3.3 Caractérisation structurelle des propriétés de diagnostic de défauts

Surveillabilité

C'est dans la partie surdéterminée \mathcal{E}^+ du système qu'on trouve les redondances nécessaires pour la génération de résidus. Pour cette raison, elle est appelée la partie *surveillable* du système.

Soit F un ensemble de défauts, et $e_f \in \mathcal{E}$ l'équation qui sera affectée par le défaut $f \in F$ car

la remarque (3) implique que chaque défaut affecte une seule équation. Par exemple, dans l'exemple (2) du circuit RC, un défaut f dans le capteur mesurant la tension u_R peut être représenté par un viol de la contrainte e_6 ; ainsi on écrit $e_f = e_6$.

DéTECTABILITÉ D'UN DÉFAUT

Un défaut f est détectable s'il existe une observation consistante avec le mode de défaillance de f et inconsistante avec le mode sans défaillance. Cela veut dire qu'un défaut détectable doit affecter une équation surveillable, c.à.d, une équation $e \in \mathcal{E}^+$ dans le modèle décrivant le comportement du système sans défauts. La détectabilité structurelle peut être alors définie [33] :

Définition 10. (*Détectabilité Structurelle*)

Un défaut f affectant l'équation e_f dans un système $S = (\mathcal{E}, \mathcal{Z})$ est structurellement détectable si

$$e_f \in \mathcal{E}^+$$

Par conséquent, pour des raisons de diagnostic, il est seulement nécessaire de considérer la partie sur-déterminé \mathcal{E}^+ parce que les défauts qui apparaissent dans les équations de la partie juste-déterminée ne sont pas détectables en raison de l'absence de redondance. Dans la figure (2.8), les défauts f_1, f_2, f_3 ne sont pas détectables, et les défauts f_4, f_5, f_6 sont dans un cas idéal détectable.

L'algorithme 1 (table 2.2) est conçu pour trouver l'ensemble F_D de tous les défauts détectables. Les entrées sont le modèle structurel $G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A})$ et l'ensemble des défauts, $F \subseteq \mathcal{E}$ (les équations affectées par les défauts).

Algorithme 1 $F_D = \text{Detectability}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F)$ $F_D := \mathcal{E}^+ \cap F$
--

TABLE 2.2 – Algorithme de calcul des défauts détectables

ISOLATION DES DÉFAUTS

La détection est un cas spécial de l'isolation, c.à.d., un défaut est détectable si le défaut est isolable du mode sans-défaut. En notant cette similitude, on dit qu'un défaut f_i est isolable d'un défaut f_j si f_i peut affecter une équation surveillable dans le modèle décrivant le comportement du système avec le défaut f_j . Par ailleurs, les équations du modèle qui sont *valide* en présence du défaut f_j sont dans $\mathcal{E} \setminus \{e_{f_j}\}$, car l'équation e_{f_j} n'est plus valide en présence du défaut f_j dans le système. Cela motive la définition suivante :

Définition 11. (Isolabilité Structurelle)

Un défaut f_i est structurellement isolable d'un défaut f_j si

$$e_{f_i} \in (\mathcal{E} \setminus \{e_{f_j}\})^+$$

Cela implique que pour chaque défaut détectable $f \in F_D$, ils existent un ensemble de défauts $F_I(f)$ qui sont isolables de f . L'algorithme 2 (table 2.3) utilise l'algorithme 1 (table 2.2) afin de calculer, sous une causalité, l'ensemble des défauts isolables pour chaque défaut détectable.

Algorithme 2 $F_I = \text{Isolability}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_D)$

for each $f \in F_D$ **do**
 $\mathcal{E}_f := \mathcal{E} \setminus \{f\}$
 $F_I(f) := \text{Detectability}(G(\mathcal{E}_f, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_D)$
end for

TABLE 2.3 – Algorithme de calcul de l'isolabilité des défauts

Exemple 4. Dans l'exemple (2) du circuit RC, on considère que l'ensemble des défauts $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ affectant respectivement les équations $\{e_1, e_2, e_3, e_5, e_6\}$.

L'algorithme 1 renvoi $F_D = F$, ce qui veut dire que tous les défauts sont détectables.

L'algorithme 2 renvoi une matrice d'isolabilité :

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
$F_I(f_1) = \{f_2, f_3, f_4, f_5\}$	1				
$F_I(f_2) = \{f_1, f_4, f_5\}$		1	1		
$F_I(f_3) = \{f_1, f_4, f_5\}$		1	1		
$F_I(f_4) = \{f_1, f_2, f_3, f_5\}$				1	
$F_I(f_5) = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$					1

Les deux défauts f_2 et f_3 sont, donc, non isolables entre eux. Dans ce cas la, il faut remarquer la propriété de symétrie, ç.à.d le défaut f_2 n'est pas isolable du défaut f_3 et inversement. Cette propriété sera perdu dans le prochaine chapitre quand on considère la notion de causalité.

2.3.4 Méthode structurelle pour la génération des résidus

La DM-décomposition fournit le sous-système sur-déterminé comportant n variables inconnues et $n + p$ équations (ou contraintes). Un couplage complet causal sur les n variables,

lorsqu'il existe, permet de choisir n équations parmi les $n + p$ afin de générer une séquence de calcul des variables inconnues. Les séquences de calcul des résidus sont alors obtenues en considérant les p équations redondantes et les séquences de calcul des variables inconnues induites par le couplage complet causal choisi. La forme de calcul est obtenue en suivant la séquence de calcul et en utilisant les équations de fonctionnement normal. On obtient *une relation de redondance analytique (RRA)* du type : $r(y, u) = 0$, où u et y sont les vecteurs d'entrées et de sorties et leur dérivées successives jusqu'à un certain ordre.

Exemple 5. Pour illustrer cette méthode de génération des résidus à partir des relations de redondances analytiques (RRA), considérons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u \\ e_2 : \dot{x}_2 = x_1 + x_2 \\ e_3 : y_1 = x_1 + f \\ e_4 : \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \\ e_5 : \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} \end{array} \right. \quad (2.6)$$

La représentation par graphe biparti :

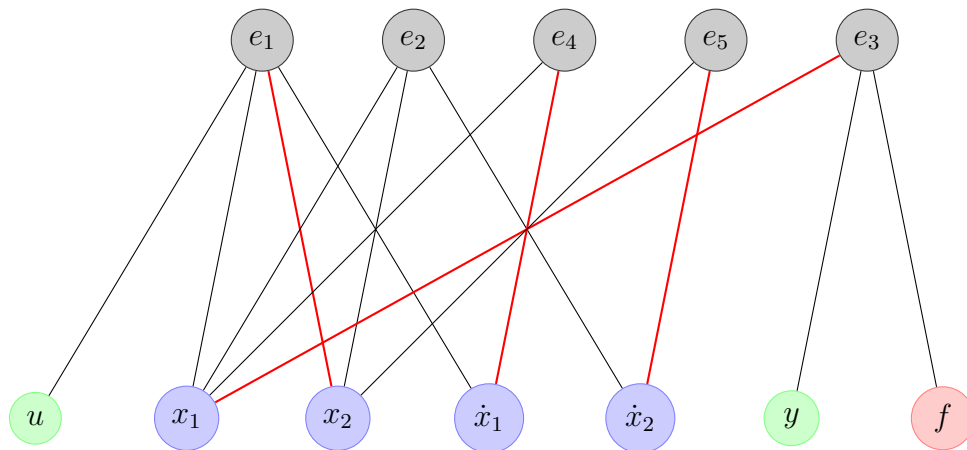


FIGURE 2.9 – Graphe biparti du système (2.6) : les arêtes en rouge représentent un couplage complet sur les inconnues

La représentation par la matrice d'adjacence :

Afin de calculer toutes les variables d'état, il faut d'abord appliquer la DM-décomposition à la sous matrice des variables inconnues, ensuite on cherche tous les couplages complets des variables dans le sous-système sur-déterminé. Dans l'exemple précédent, les couplages

	non mesurées				mesurées		
	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	u	y	f
e_1	Δ	1	1		1		
e_2	1		Δ	1			
e_3	1					1	1
e_4	Δ	1				1	
e_5			Δ	1			

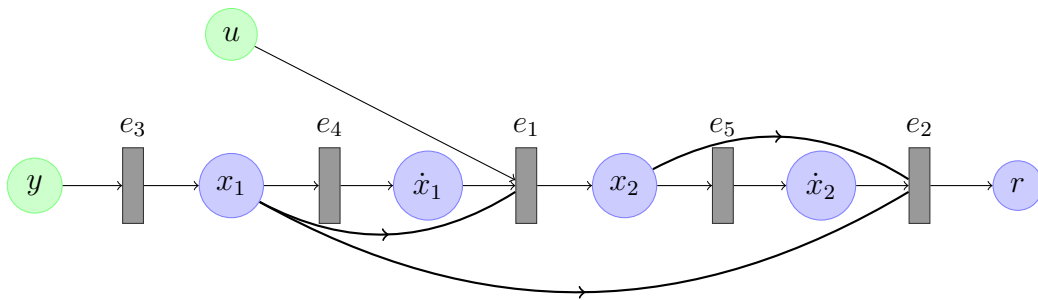
TABLE 2.4 – Matrice d'adjacence du système (2.6)

sont représentés par des 1 dans un cercle (arêtes en rouge dans le graphe biparti de la figure(2.9)). Un 1 dans un cercle à la position (i, j) , dans le tableau qui représente le sous système sur-déterminé, signifie que la variable j est calculée par la contrainte i . La contrainte correspondante à la ligne où il n'existe pas de un dans un cercle s'appelle équation redondante.

La DM décomposition montre que la sous matrice ne contient qu'un sous système sur déterminé.

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2
e_1	Δ	1	(1)	
e_4	Δ	(1)		
e_2	1		Δ	1
e_5			Δ	(1)
e_3	(1)			

TABLE 2.5 – DM décomposition de la sous matrice avec couplages

FIGURE 2.10 – Graphe orienté générant le résidu r

L'équation redondante est e_2 . Elle sera utiliser comme une équation de redondance analytique(RRA). En effet, pour générer la fonction du résidu, il faut calculer les variables inconnues puis les remplacer dans e_2 avec l'hypothèse de $f = 0$. Le calcul des variables inconnues se fait de la manière suivante :

- x_1 est calculée en utilisant la contrainte e_3 , on trouve $x_1 = y$.
- \dot{x}_1 est calculée en utilisant la contrainte e_4 , on trouve $\dot{x}_1 = \dot{y}$.

- x_2 est calculée en utilisant la contrainte e_1 , on trouve $x_2 = \dot{y} - y - u$.
- \dot{x}_2 est calculée en utilisant la contrainte e_5 , on trouve $\dot{x}_2 = \ddot{y} - \dot{y} - \dot{u}$.

Finalement, à partir de l'équation redondante e_2 nous tirons l'expression du résidu :

$$r_0(y, u) = \ddot{y} - 2\dot{y} - \dot{u} - u \quad (2.7)$$

Le graphe orienté de la figure (2.10) résume la séquence de calcul permettant de générer le résidu r .

La forme d'écriture du résidu dans (2.7) est appelé *la forme d'évaluation* du résidu car elle permet d'évaluer le résidu à partir des mesures d'entrées et de sorties. Il existe une autre forme d'écriture du résidu qui fait apparaître l'effet du défaut sur le résidu. Par exemple, en appliquant la même séquence de calcul mais en utilisant les équations du modèle défaillant, on obtient à partir de l'équation e_2 ,

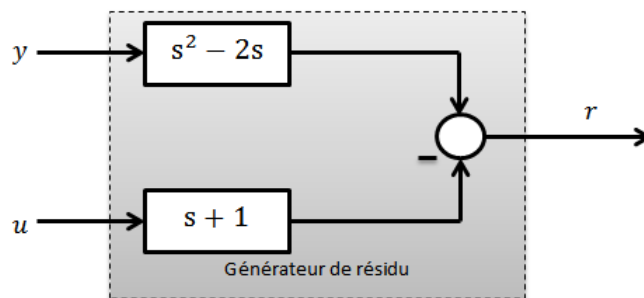
$$r_f(y, u, f) = \ddot{y} - \ddot{f} - 2\dot{y} + 2\dot{f} - \dot{u} - u$$

. La *forme interne* du résidu s'écrit donc :

$$r = r_f - r_0 = 2\dot{f} - \ddot{f} \quad (2.8)$$

Dans cet exemple, le générateur de résidu est un filtre linéaire d'entrée et de sortie qui a pour fonction de transfert du résidu :

$$r(s) = (s^2 - 2s)y(s) - (s + 1)u(s)$$



En simulant ce résidu, pour différents types de défauts (échelon et rampe), nous obtenons le résultat de la figure (2.11). Nous vérifions que le résidu répond bien au défaut. En effet, pour un défaut f de type échelon, le résidu répond par un pic à l'instant d'introduction du défaut mais il revient à sa valeur nulle. Cela est expliqué par l'expression de la forme

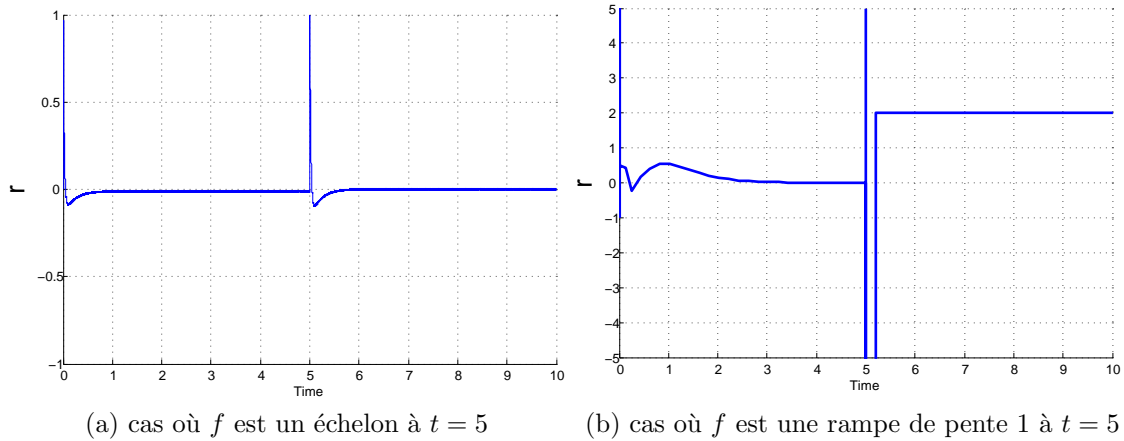


FIGURE 2.11 – Simulation du résidu

interne du résidu (2.8). Dans cette expression le résidu ne contient que les dérivées du défaut (\dot{f}, \ddot{f}) et pour une entrée échelon les dérivées sont nulles juste après l'instant d'apparition de l'échelon. D'autre part, pour un défaut f de type rampe de pente égale à 1, l'évaluation du résidu par la forme (2.8) conduisent à conclure que le résidu doit être égale à 2 après l'application du défaut, ce qui est confirmé par le résultat de simulation (2.11b).

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné un aperçu sur les bases et les fondements théoriques sur les quelles on doit se référer pour construire un système de diagnostic à base de modèle (FDI) en utilisant une approche purement structurelle. Un rappel sur la représentation structurelle d'un système par graphe biparti et matrice d'adjacence a été donné ainsi que quelques notions liées à la théorie des graphes. Nous avons vu comment exploiter la DM-décomposition de la matrice d'adjacence du modèle structurel afin d'étudier les propriétés de détectabilité et d'isolabilité des défauts. Cette décomposition de la matrice d'adjacence permet de déterminer le sous système surdéterminé contenant les équations redondantes. Ces dernières, dites relations de redondances analytiques (RRA), peuvent être exploitées pour générer des résidus.

Chapitre 3

Algorithmes d'analyse structurelle pour le diagnostic des systèmes complexes

3.1 Introduction

Les propriétés inhérentes des systèmes réels complexes posent plusieurs difficultés quand il s'agit de concevoir un système de diagnostic FDI à base de modèle. Un système FDI typique se compose d'un ensemble de tests de détection de défauts et un système de localisation des pannes, voir figure (3.1). L'entrée du système de diagnostic est un ensemble d'observations, c'est à dire, les mesures, du système surveillé, et la sortie est un résultat de diagnostic. Ce résultat de diagnostic contient une collection de défauts qui peuvent être utilisés pour expliquer les observations. Étant donné un ensemble d'observations, y , le résultat d'un test de détection τ_i est un résultat de détection binaire d_i , par exemple égale à 1 si le test a alarmé, ou égal à 0, autrement. Pour activer l'isolation des pannes, des tests de détection différentes surveillent généralement différents défauts, et ainsi les différentes parties du système. Chaque test de détection de défauts utilise généralement un sous-ensemble des observations afin de déterminer si un défaut est présent dans sa partie surveillée.

Le long des section de ce ce chapitre, nous allons construire une méthodologie de conception d'un système de diagnostic à base de modèle en utilisant des méthodes et des algorithmes issues de l'analyse structurelle. Cette méthodologie, basée sur les redondances analytiques dans le modèle, est systématique et pourra être facilement automatisée pour une utilisation dans un contexte industriel [9]. Dans la première section (3.2), nous allons donner un algorithme pour la recherche exhaustive de tous les sous systèmes surveillables minimaux (appelés MSO) contenant une seule relation de redondance analytique(RRA). En effet, à partir d'un sous système surveillable minimal et en exploitant la RRA y contenue, un générateur de résidu peut être conçu. Ensuite dans la section (3.3), la notion de causalité est introduite.

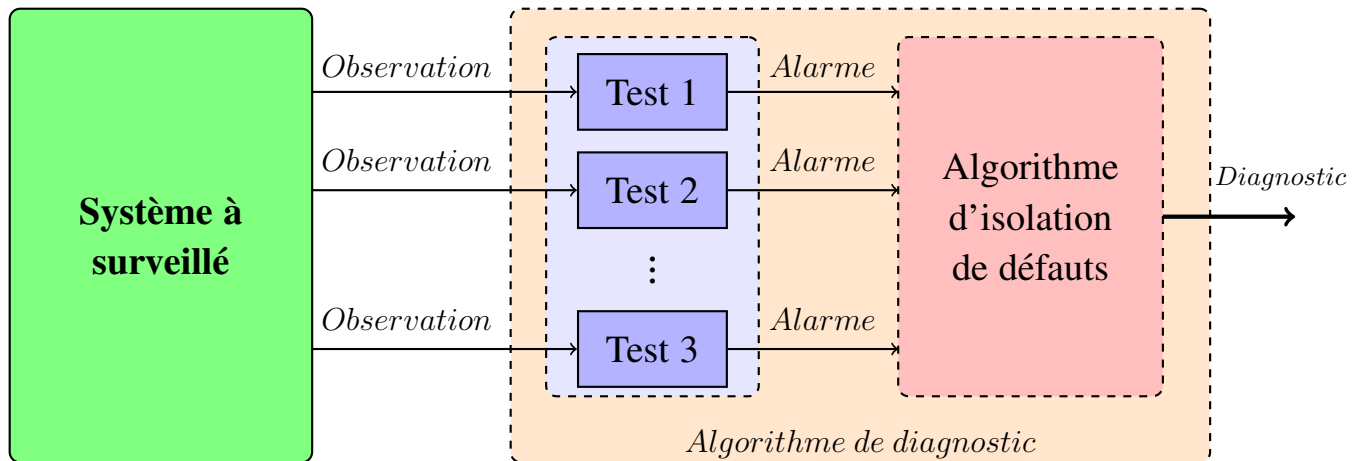


FIGURE 3.1 – Schéma bloc du système de diagnostic

L'utilisation de l'interprétation causale permet de réduire l'ensemble de tous les MSO trouvés en un ensemble des MSO calculables. Après, dans la section (3.4), un ensemble minimal de générateurs de résidus, assurant un cahier de charges de surveillance, est sélectionné pour l'implémentation. Le problème de placement de capteurs est traité dans la section (3.5) pour déterminer la configuration minimale de capteurs assurant une détectabilité et une isolabilité maximales des défauts.

3.2 Recherche des sous systèmes surveillables

Dans le chapitre précédent nous avons vu que pour créer un test de diagnostic (générateur de résidu), une relation de redondance analytique (RRA) est nécessaire. En effet, pour qu'une redondance analytique existe dans le système, ce dernier doit impérativement contenir un sous système surdéterminé. Par ailleurs, dans un sous système surdéterminé nous pouvons extraire plusieurs RRA, c.à.d, construire plusieurs générateurs de résidus. La question est donc comment, à partir d'un modèle structurel donné, déterminer tous les RRA possibles. Cette question a été largement traité dans la littérature, et plusieurs algorithmes ont été développés qui diffèrent entre eux dans leur complexité de calcul. On peut citer :

- Algorithme basé sur la possibilité de calcul des conflits (algorithme PCC)[7]
- Algorithme basé sur la structure minimale des ARR (algorithme SARR) [32]
- Algorithme de combinaison des bases MSOs : (CBMSOs Algorithm Combination of Basic MSOs algorithm) [33]
- Algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux (algorithme MSO) [36]

Tous ces algorithmes sont conçu pour trouver les sous systèmes surdéterminés minimaux contenant une seule équation redondante. Dans ce mémoire, nous avons choisi de travailler avec le dernier algorithme MSO de Krysander, qui est le plus récent, pour sa simplicité, pas de redondance dans les calculs et son degré de complexité est faible.

3.2.1 Ensemble structurellement surdéterminé minimal(MSO)

Les ensembles MSO sont utilisés principalement dans la génération des fonctions de résidus (tests de diagnostic). Une méthode pour transformer un ensemble MSO en un générateur de résidu est d'éliminer tous les variables inconnues dans l'MSO résultant d'une seule équation où seules des variables connues sont y impliquées. Cette équation peut être utilisée pour vérifier la cohérence du sous système.

Définition 12. (*Ensemble structurellement surdéterminé*)

Un ensemble d'équations \mathcal{E} est structurellement surdéterminé (SO), si \mathcal{E} a plus d'équations (contraintes) que de variables inconnues.

Définition 13. (*Redondance structurelle*)

La redondance structurelle notée par ϕ est la différence entre le nombre d'équations et le nombre de variables inconnues dans le modèle d'un système.

Définition 14. (*Ensemble structurellement surdéterminé Minimal (MSO)*)

Un ensemble structurellement surdéterminé minimal (MSO), $S_{min}^+ = (\mathcal{E}_{min}^+, \mathcal{Z}_{min}^+)$, est un ensemble dont aucun sous-ensemble n'est structurellement surdéterminé. Pour un sous système surdéterminé minimal nous avons la propriété :

$$|\mathcal{E}_{min}^+| = |\mathcal{Z}_{min}^+| + 1 \iff \phi = 1$$

Algorithme basé sur les ensembles sur-déterminés minimaux (algorithme MSO)

Cet algorithme est proposé par Krysander et al. en 2008 [36], il est basé sur une approche top-down (technique dite descendante (lit. de haut en bas)). L'algorithme commence avec l'ensemble des équations du modèle, puis il réduit la taille du modèle étape par étape jusqu'à l'obtention des ensembles MSO minimaux. L'algorithme MSO, donné en annexe (A.1), détermine les ensembles MSO en procédant par élimination des équations dans le sous système sur-déterminé du modèle structurel original jusqu'à ce que la redondance structurelle (différence entre le nombre d'équations et le nombre de variables inconnues) soit égal à 1. En raison de la redondance de calcul trouvée dans le cet algorithme, l'équipe de Krysander et al. a proposé une amélioration de l'algorithme [36]. Elle consiste à regrouper des ensembles d'équations afin de réduire la taille et la complexité de la structure. L'algorithme amélioré est donné dans l'annexe (A.2).

Exemple 6. Reprenons ici le modèle structurel de l'exemple (2) d'un circuit RC, la matrice d'adjacence est la suivante :

	q	i	u_R	u_C
e_1		1	1	
e_2	1			1
e_3			1	1
e_4	1	1		
e_5		1		
e_6			1	

TABLE 3.1 – Matrice d'adjacence du modèle (2)

L'algorithme de Krysanter de l'annexe (A.2), a retourné 4 sous ensembles MSO :

- $MSO_1 = \{e_1, e_5, e_6\}$
- $MSO_2 = \{e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$
- $MSO_3 = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$
- $MSO_4 = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$

MSO_1	i	u_R	$u_{R,m}$	i_m
e_1	1	1		
e_5	1			1
e_6		1	1	

MSO_3	q	i	u_R	u_C	E	$u_{R,m}$
e_1		1	1			
e_2	1			1		
e_3			1	1	1	
e_4	1	1				
e_6			1			1

MSO_2	q	i	u_R	u_C	E	$u_{R,m}$	i_m
e_2	1			1			
e_3			1	1	1		
e_4	1	1					
e_5		1					1
e_6			1			1	

MSO_4	q	i	u_R	u_C	E	i_m
e_1		1	1			
e_2	1			1		
e_3			1	1	1	
e_4	1	1				
e_5		1				1

TABLE 3.2 – Les matrices d'adjacence correspondantes aux ensembles MSO

3.2.2 La méthode de génération d'un résidu à partir d'un sous ensemble MSO

Une approche pour générer des résidus pour un modèle donné est de trouver une séquence de calcul des variables inconnues à partir d'un sous ensemble d'équations, puis d'utiliser les

équations restantes (non utilisées) comme des résidus. La génération d'un résidu consistera alors d'une séquence finie de calcul des variables terminée par une évaluation d'une équation résiduelle.

En résumé, la méthode de génération d'un résidu consiste en 4 étapes suivantes :

- Trouver un ensemble MSO dans le modèle.
- En supprimant une équation, former un sous système juste-déterminé à partir du MSO.
- Trouver une séquence de calcul dans l'ensemble d'équations juste-déterminé (i.e. un couplage complet sur les inconnues).
- Utiliser l'équation redondante, supprimée dans l'étape 2, comme une équation de résidu.

Pour la première étape, plusieurs méthodes existent pour la recherche de tous les ensembles MSO. Dans ce mémoire l'algorithme de Krysander [36] présenté précédemment a été utilisé. Théoriquement, il est possible pour un seul MSO de générer au moins un nombre de résidus égal au nombre d'équations dans l'ensemble MSO.

Exemple 7. Considérons le système linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \quad \dot{x}_1 = x_2 \\ e_2 : \quad x_2 = -\alpha x_1 + u \\ e_3 : \quad y_1 = x_1 \\ e_4 : \quad y_2 = x_2 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

L'algorithme de Krysander implémenté dans MATLAB a donné en total 4 ensembles MSO : $\{e_1, e_2, e_3\}$, $\{e_1, e_2, e_4\}$, $\{e_1, e_3, e_4\}$ et $\{e_2, e_3, e_4\}$.

Prenant par exemple le premier ensemble $MSO_1 = \{e_1, e_2, e_3\}$ qui représente le sous système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \quad \dot{x}_1 = x_2 \\ e_2 : \quad x_2 = -\alpha x_1 + u \\ e_3 : \quad y_1 = x_1 \end{array} \right.$$

- En supprimant une équation, par exemple e_1 , et en utilisant la séquence de calcul correspondante au couplage $\mathcal{C}_1 = \{(x_1, e_3), (x_2, e_2)\}$ on obtient :

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 \\ x_2 &= -\alpha x_1 + u \end{aligned}$$

- Maintenant, on utilise l'équation supprimée e_1 pour créer le résidus

$$r = \dot{x}_1 - x_2 = \dot{y}_1 + \alpha y_1 - u$$

De la même manière, les équations e_2 et e_3 peuvent être supprimées pour générer deux autres résidus possibles. Finalement les trois résidus avec leurs séquences de calcul correspondantes sont :

\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	\mathcal{C}_3
$x_1 = y_1$	$x_1 = y_1$	$\dot{x}_1 = x_2$
$x_2 = -\alpha x_1 + u$	$x_2 = \dot{x}_1$	$x_2 = -\alpha x_1 + u$
$r_1 = \dot{x}_1 - x_2$	$r_2 = \alpha x_1 + x_2 - u$	$r_3 = x_1 - y_1$

Les expressions des trois résidus en fonctions des variables connues sont :

$$r_1 = \dot{y}_1 - u + \alpha y_1 \quad r_2 = \alpha y_1 + \dot{y}_1 - u \quad r_3 = x_1 - y_1$$

Il faut noter que les deux résidus r_1 et r_2 sont identiques si les variables calculées sont substituées dans l'équation du résidus. L'utilisation de r_1 et r_2 nécessite une causalité dérivée (calcul de dérivée \dot{y}_1). Alors que pour r_3 la causalité intégrale est utilisée.

Pour illustrer la notion de la causalité intégrale et les boucles algébro-différentielles, nous considérons l'exemple suivant.

Exemple 8. Reprenons l'exemple (2) d'un circuit RC.

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : u_R = Ri \\ e_2 : q = Cu_C \\ e_3 : E = u_R + u_C \\ e_4 : i = \frac{dq}{dt} \\ e_5 : i_m = i \\ e_6 : u_{R,m} = u_R \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Considérons le sous-système $MSO_4 = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ trouver dans l'exemple (6). Ci-après, dans le figure (3.2), ce trouve le graphe biparti orienté de ce sous système correspondant au couplage complet $\mathcal{C} = \{(e_3, u_R), (e_1, i), (e_4, q), (e_2, u_C)\}$.

La boucle différentielle $e_3 \rightarrow u_R \rightarrow e_1 \rightarrow i \rightarrow e_4 \rightarrow q \rightarrow e_2 \rightarrow u_C \rightarrow e_3$ qui apparait correspond à l'équation de la charge du circuit RC, qui est une equation différentielle algébrique.

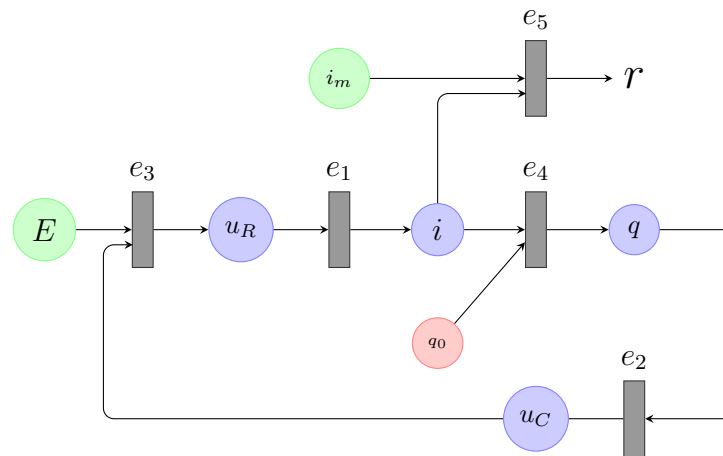


FIGURE 3.2 – Orientation conduisant a une boucle différentielle

Regardons de plus près cette boucle algébro-différentielle : e_4 est la contrainte différentielle, orientée dans le sens de l'intégrale ; e_2 , e_3 , e_1 sont les contraintes algébrique. En réécrivant les contraintes algébriques dans l'ordre donné par le graphe de la boucle, on obtient :

- $u_C = \frac{q}{C}$
- $u_R = E - \frac{q}{C}$
- $i = -\frac{q}{RC} + \frac{E}{R}$, i.e. $\dot{q} = -\frac{q}{RC} + \frac{E}{R}$

Le système d'équation associé à ce couplage à donc la forme d'état (3.3) dont l'état représente la variable q :

$$\begin{cases} \dot{q} = -\frac{q}{RC} + \frac{E}{R} \\ \dot{i}_m = -\frac{q}{RC} + \frac{E}{R} \end{cases} \quad (3.3)$$

Remarquons que, avec MSO_4 , l'orientation ne peut pas conduire à l'écriture d'une RRA. Néanmoins, un résidu peut toujours être calculé en simulant la forme d'état (3.3) obtenue en réécrivant les équations du modèle dans le sens indiqué par le couplage. Le graphe de simulation du résidu est obtenu en faisant une projection du graphe structurel orienté de la figure (3.2) sur le schéma de simulation du système.

Il faut aussi noter que pour simuler la forme d'état (3.3) la condition initiale q_0 est nécessaire. La causalité utilisée ici est une causalité intégrale. La notion de causalité est détaillée dans la section suivante. Le modèle structurel est modifié afin de tenir en compte la causalité et le problème lié à la *calculabilité* de l'ensemble MSO.

3.3 Diagnostic de défauts sous des contraintes de causalité

3.3.1 Motivation

Nous avons montré dans la section précédente la procédure à suivre pour obtenir un résidu à partir d'un sous système MSO via un schéma de calcul séquentiel des variables inconnues. Par ailleurs, résoudre une certaine variable dans une équation non linéaire peut être une tâche non aisée, voir impossible, ce qui pose des restrictions sur la conception d'un générateur de résidu. Cela signifie qu'il est impossible de trouver un couplage pour chaque sous ensemble MSO qui donne une séquence de calcul générant un résidu. Par conséquent, le nombre des ensembles MSO utilisés pour la génération des résidus sera réduit ce qui réduit donc le nombre des résidus.

Spécifiquement, les générateurs de résidus associés à des sous ensembles où la séquence de calcul nécessite une résolution d'une fonction non-inversible sont exclues. De plus, les ensembles d'équations qui contiennent des cycles algébriques ou différentiels dans la séquence de calcul seront aussi exclues. D'autre part, pour conserver la simplicité de l'approche et en même temps réduire les restrictions, les cycles linéaires ne seront pas exclus car résoudre un système d'équations linéaires n'est pas une tâche complexe.

Une conséquence de cette extension est que la méthode structurelle de génération des résidus présentée précédemment doit être adapter afin de tenir compte de cette notion de *calculabilité causale*.

3.3.2 Modèle structurel causal

À fin de tirer le modèle structurel qui tient en compte la causalité des variables dans les équations, nous donnons les définitions suivantes.

Définition 15. (*Variable causale (calculable)*)[2]

Soit $h(\mathbf{x}) = 0$ une équation du modèle. La variable $x_i \in \mathbf{x}$ est dite **causale** dans h , si x_i peut être calculée à partir de l'équation h , assumant que les autres variables, $\mathbf{x} \setminus x_i$, sont connues. On dit alors qu'il existe une relation de causalité entre x_i et h .

Définition 16. (*Variable linéaire*)

Soit $h(\mathbf{x}) = 0$ une équation du modèle. Un ensemble de variables $\mathbf{x}_i \subseteq \mathbf{x}$ est linéaire dans h si h peut être arrangé comme $\mathcal{L}(\mathbf{x}_i) + g(\mathbf{x} \setminus \mathbf{x}_i) = 0$ et $|\mathbf{x}_i| > 1$, où \mathcal{L} est une fonction linéaire.

Dans ce mémoire, les algorithmes de génération des résidus ont été modifié pour s'adapter aux critères suivants :

- À partir de la définition (15) il suit que l'équation h ne peut être jamais utilisée dans une séquence de calcul pour déterminer une variable non-causale.

- Les variables causales impliquées dans des boucles algébriques non-linéaires sont difficilement calculables en utilisant des approximations numériques ou l'optimisation non-linéaire. Par conséquent, dans ce mémoire, toute séquence de calcul qui induit une boucle algébrique non-linéaire sera rejetée.
- D'autre part, les boucles algébriques linéaires sont facilement manipulées donc elles seront acceptées dans une séquence de calcul.

Considérons un modèle structuré représenté par le graph biparti $G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A})$, où $\mathcal{E} = \{\dots, e_i, \dots\}$ est l'ensemble des équations du modèle, $\mathcal{X} = \{\dots, x_j, \dots\}$ l'ensemble des variables inconnues et \mathcal{A} représente l'ensemble des arêtes. L'information sur les relations causales et linéaires sera intégrée en partitionnant l'ensemble des arêtes $\mathcal{A} = \mathcal{A}_L \cup \mathcal{A}_\times \cup \mathcal{A}_\Delta$ tel que :

- \mathcal{A}_L est le sous ensemble des arêtes tel que x_j est une variable linéaire dans e_i .
- \mathcal{A}_\times est le sous ensemble des arêtes tel que x_j est une variable causale mais non linéaire dans e_i .
- \mathcal{A}_Δ est le sous ensemble restant des arêtes où x_j est une variable non causale dans e_i .

Dans la matrice d'adjacence, les arêtes dans \mathcal{A}_L seront représentées par le symbole "L", les arêtes dans \mathcal{A}_\times par le symbole "×" alors que celles dans \mathcal{A}_Δ par "Δ".

Exemple 9. Pour illustrer la méthode d'élaboration d'un modèle structurel causal, considérons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \quad \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2^2 \\ e_2 : \quad \dot{x}_2 = x_2 + \sqrt{x_1} \\ e_3 : \quad \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \\ e_4 : \quad \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} \\ e_5 : \quad y_1 = \arccos(x_1) \end{array} \right. \quad (3.4)$$

L'ensemble des variables inconnues est $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2\}$. La résolution de la variable x_2 dans l'équation e_1 donne deux valeurs possibles de x_2 , cela implique qu'on peut considérer x_2 comme une variable non causale dans e_1 . De plus, la variable x_1 est causale dans e_2 et e_4 car nous pouvons calculer facilement la valeur de x_1 connaissant les autres variables. La variable x_1 (respect. x_2) dans e_3 (respect. e_4) peut être soit linéaire causale soit non causale. En effet, cela dépend du choix de la causalité (dérivée ou intégrale). Si les conditions initiales sont disponibles la variable x_1 (respect. x_2) dans e_3 (respect. e_4) est considérée comme une variable linéaire. Nous pouvons donc obtenir la matrice d'incidence suivante :

	x_1	x_2	\dot{x}_1	\dot{x}_2
e_1	L	Δ	L	
e_2	\times	L		L
e_3	L		L	
e_4		L		L
e_5	\times			

TABLE 3.3 – Matrice d'adjacence du modèle (3.4)

3.3.3 Calculabilité causale

Donnant un modèle structurel, il est nécessaire de connaître quel ensemble de variables peuvent être calculées quand des relations causales et linéaires sont considérées. Soit $G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A})$ un modèle structurel avec $\mathcal{A} = \mathcal{A}_L \cup \mathcal{A}_\times \cup \mathcal{A}_\Delta$. Pour simplifier nous considérons d'abord qu'il n'y a pas de variables linéaires, i.e. $\mathcal{A}_L = \emptyset$. Dans la section précédente, nous avons expliqué comment un résidu peut être généré à partir d'une séquence de calcul associée à un couplage complet sur les inconnues. Par conséquent, dans le cas où la causalité est prise en compte, une condition nécessaire de trouver une séquence de calcul est qu'il existe un couplage complet \mathcal{C} sur \mathcal{X} , tel que $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{A}_\times$, c'est à dire que seulement les variables causales sont couplées.

En absence de variables linéaires, les cycles algébriques ne sont pas autorisées. Cela implique que le sous système juste déterminé $G'(\partial^{\mathcal{E}}\mathcal{C}, \mathcal{X})$ n'a pas de *composantes de Hall* avec plus d'une équation, où $\partial^{\mathcal{E}}\mathcal{C}$ est le sous ensemble d'équations dans \mathcal{E} affectées par le couplage \mathcal{C} . Par conséquent, si un couplage avec ces propriétés existe alors l'ensemble des variables inconnues, \mathcal{X} , peut être calculé en utilisant une séquence de calcul sans boucles. Il faut noter que cela implique que la matrice d'adjacence peut être réarrangé afin d'obtenir une forme triangulaire avec une diagonale contenant que des " \times ". La figure(3.3) montre ce schéma où toutes les variables inconnues peuvent être évaluées. L'algorithme donné en annexe (B.1) cherche les variables qui seront calculées comme des variables causales.

Nous considérons que l'algorithme 6 a été exécuté pour trouver les variables causales. Nous nous intéressons maintenant qu'au détermination des variables linéaires qui peuvent être calculé. Noter que les boucles algébriques, dans le cas des variables linéaires, sont autorisées. L'algorithme 7, annexe (B.2), permet de trouver l'ensemble \mathcal{X}_L des variables linéaires.

Le couplage diagonale présenté dans la figure (3.3) est étendu pour inclure les variables linéaires calculables. La structure résultante est comme montre la figure (3.4) où la forme triangulaire est conservée, mais les composantes de Hall maintenant peuvent inclure plus qu'une variable, car les boucles linéaires sont autorisées. Cette décomposition est donné par l'algorithme 8 de l'annexe (B.3), où les algorithmes 6 et 7 sont alternés d'une manière itérative, et finalement il renvoi le sous-graphe $G(\mathcal{E}_{cal}, \mathcal{X}_{cal}, \mathcal{A})$ correspondant à la partie calculable du système.

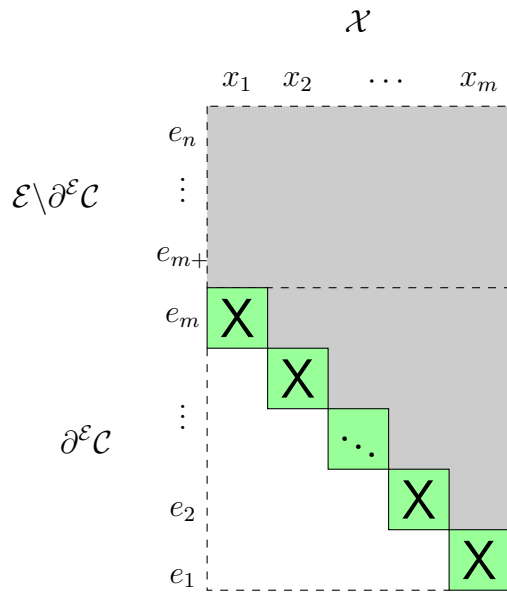


FIGURE 3.3 – Structure calculable causale (Absence de variables linéaires)

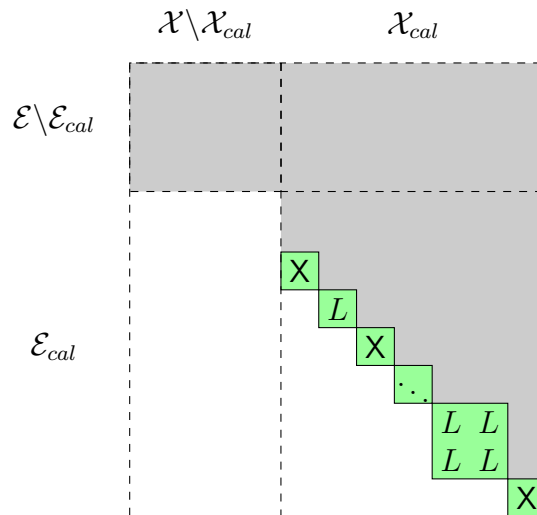


FIGURE 3.4 – Une décomposition calculable

À partir de la discussion ci-dessus, il est clair que les équations restantes $\mathcal{E} \setminus \mathcal{E}_{cal}$ ne seront pas utiles car elles contiennent les variables non calculables $\mathcal{X} \setminus \mathcal{X}_{cal}$. Noter que l'extraction de la séquence de calcul donnée par le sous-graphe $G(\mathcal{E}_{cal}, \mathcal{X}_{cal}, \mathcal{A})$, décomposé comme dans la figure, est simple car le diagonal donne directement quelle équation à utiliser dans le calcul de chaque variable (couplage diagonal).

Exemple 10. Pour illustrer le déroulement de l'algorithme 5, nous appliquons ce dernier au modèle structurel causal de l'exemple (3.4). On obtient la forme suivante :

	x_2	\dot{x}_2	\dot{x}_1	x_1
e_1	Δ		L	L
e_2	L	L		\times
e_4	L	L		
e_3			L	Δ
e_5				\times

TABLE 3.4 – Matrice d'adjacence du modèle (3.4)

3.3.4 Diagnostic à base d'un modèle structurel causal

Définition 17. (Déteçtabilité Structurelle Causale)

Un défaut $f \in F$ dans un système d'équations \mathcal{E} est causalement déteçtable si

$$e_f \in \mathcal{E}_{cal}^+$$

où \mathcal{E}_{cal} est la partie calculable de \mathcal{E} .

L'algorithme 9 (table 3.5) utilise l'algorithme 8 (annexe (B.3)) pour trouver l'ensemble F_D de tous les défauts causalement déteçtables. Les entrées sont le modèle structurel causal $G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A})$ et l'ensemble des défauts, $F \subseteq \mathcal{E}$ (les équations affectées par les défauts).

Algorithme 9 $F_D = \text{CausalDetectability}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F)$
 $\{\mathcal{X}_{cal}, \mathcal{E}_{cal}\} := \text{ComputableSystem}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}))$
 $F_D := \mathcal{E}_{cal}^+ \cap F$

TABLE 3.5 – Algorithme de calcul de la déteçtabilité causal

Définition 18. (Isolabilité Structurelle Causale)

Considérons une interprétation causale, un défaut f_i est structurellement isolable d'un défaut f_j si

$$e_{f_i} \in (\mathcal{E} \setminus \{e_{f_j}\})_{cal}^+$$

Cela implique que pour chaque défaut causalement déteçtable $f \in F_D$, ils existent un ensemble de défauts $F_I(f)$ qui sont causalement isolables de f . L'algorithme 9 (table 3.6) utilise l'algorithme 10 (table 3.5) afin de calculer, sous une causalité, l'ensemble des défauts isolables pour chaque défaut déteçtable.

Il faut noter que la relation d'isolabilité entre deux défauts n'est pas symétrique, i.e., un défaut f_j est isolable d'un défaut f_i n'implique pas que f_i est isolable de f_j . Cela est du au

Algorithme 10 $F_I = \text{CausalIsolability}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_D)$

for each $f \in F_D$ do
 $\mathcal{E}_f := \mathcal{E} \setminus \{f\}$
 $F_I(f) := \text{CausalDetectability}(G(\mathcal{E}_f, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_D)$
end for

TABLE 3.6 – Algorithme de calcul de l'isolabilité causale

fait que la détectabilité causale dépend du sous système causalement calculable.

Exemple 11. Considérons le système structurel causal représenté dans la table (??), où les défauts f_1 et f_2 affectent les équations e_1 et e_2 respectivement. L'algorithme 9 (table 3.5) montre que les deux défauts sont détectables $F_D = \{e_1, e_2\}$. En appliquant l'algorithme 10

	x_1	x_2
$f_1 \rightarrow e_1$	Δ	Δ
$f_2 \rightarrow e_2$	\times	\times
e_3	Δ	\times
e_4		\times

TABLE 3.7 – Modèle structurel causal

(table 3.6), on obtient

$$\begin{aligned} F_I(e_1) &= \{e_2\} \\ F_I(e_2) &= \emptyset \end{aligned}$$

La matrice d'isolabilité s'écrit donc :

$$I = \left(\begin{array}{c|cc} & f_1 & f_2 \\ \hline f_1 & 1 & 1 \\ f_2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

on peut donc conclure que f_2 est isolable de f_1 mais le contraire n'est pas vrai (la propriété de symétrie n'est plus satisfaite).

Génération des sous ensembles MSO causalement calculables

L'algorithme de Krysander donné en annexe (A.1), et qui permet de trouver tous les ensembles MSO utilisés pour la génération des résidus, a été modifié afin de chercher seulement les ensembles MSO permettant de générer un résidu à partir d'une séquence de calcul. Ce genre de MSO est appelé *les ensembles MSO causalement calculables*. Par conséquent, un ensemble MSO causalement calculable (CCMSO) est un ensemble MSO qui contient

une structure calculable, i.e., il peut être décomposé suivant la structure de la figure (3.4). L'extension de l'algorithme est donnée dans l'annexe (A.3).

3.4 Sélection d'un ensemble minimal de générateurs de résidus

En général pour les systèmes complexes de grandes dimensions, le nombre de sous-ensembles MSO générés à partir des algorithmes détaillés dans la section précédente est très grand. Par conséquent, le nombre de générateurs de résidus candidats d'être implémentés est aussi d'un ordre de grandeur très important. En pratique, il n'est pas nécessaire d'implémenter tous les générateurs de résidus trouvés car il est possible d'assurer le cahier de charges de surveillance (exigence de diagnostic) avec un nombre réduit de générateurs de résidus.

Dans cette section, le problème de sélection des générateurs de résidus est formulé comme un problème d'optimisation : *assurer une exigence en terme d'isolabilité des défauts en minimisant le nombre de générateurs de résidus.*

Les entrées de la procédure de sélection des générateurs de résidus sont : un modèle $M = (\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, F)$ et une exigence d'isolabilité \mathcal{F} . La sortie de cette procédure est un ensemble de générateurs de résidus \mathcal{R} vérifiant deux conditions :

1. \mathcal{R} doit assurer l'exigence d'isolabilité \mathcal{F} , et
2. Le cardinal de \mathcal{R} doit être minimal.

Définition 19. (*Exigence d'isolabilité*)

L'exigence d'isolabilité est définie comme étant un ensemble de paires ordonnées $(f_i, f_j) \in F \times F$, où (f_i, f_j) est interprétée comme étant f_i doit être isolable de f_j avec l'ensemble de générateurs de résidus \mathcal{R} . Par conséquent, \mathcal{F} est assurée par \mathcal{R} si pour chaque paire (f_i, f_j) , f_i est isolable de f_j en utilisant l'ensemble des générateurs de résidus \mathcal{R} .

3.4.1 Formulation du problème de sélection des générateurs de résidus

Considérons l'exigence d'isolabilité \mathcal{F} et soit \mathcal{M} l'ensemble de tous les sous-ensembles MSO obtenus à partir des algorithmes de la section précédente. Avant de procéder, on définit :

Définition 20. (*Classe d'isolabilité*)

Pour une paire $(f_i, f_j) \in \mathcal{F}$, on définit la classe d'isolabilité associée comme étant la collection de tous les sous-ensembles MSO dans \mathcal{M} contenant le défaut f_i mais pas le défaut f_j ,

$$I_{f_i f_j} = \{MSO \in \mathcal{M} : e_{f_i} \in MSO \wedge e_{f_j} \notin MSO\} \quad (3.5)$$

Soit l'ensemble $\mathcal{I} = \{I_{f_i f_j} : \forall (f_i, f_j) \in \mathcal{F}\}$ contenant toutes les classes d'isolabilité de \mathcal{F} .

Lemme 1. *Soit $M = (\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, F)$ un modèle et \mathcal{F} une exigence d'isolabilité. Soit aussi \mathcal{M} l'ensemble de tous les sous ensembles MSO calculables obtenus et \mathcal{I} l'ensemble de toutes les classes d'isolabilité pour \mathcal{F} . Alors, l'exigence d'isolabilité \mathcal{F} est assurée par un ensemble minimal de générateurs de résidus $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{M}$ si et seulement si*

$$\begin{aligned} \min_{\mathcal{R} \subseteq \mathcal{M}} \quad & |\mathcal{R}| \\ \text{tel que} \quad & \forall I \in \mathcal{I}, \quad \mathcal{R} \cap I \neq \emptyset \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.4.2 Sélection basée sur l'algorithme MHS (Minimal Hitting Set)

En théorie des ensembles, un ensemble est dit *hitting set* (HS) quand il a une intersection non-vide avec chaque ensemble dans une collection d'ensembles. En effet, l'ensemble \mathcal{R} vérifiant l'exigence d'isolabilité est un ensemble HS pour la collection d'ensembles \mathcal{I} . Pour vérifier la condition de minimalité de cardinal, cet ensemble doit être un ensemble HS de cardinal minimal appelé également *Minimal Hitting Set* (MHS).

Exemple 12. Pour illustre comment trouver les ensembles HS et MHS, nous considérons la collection d'ensembles suivante :

$$\mathcal{I} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{4\}\}$$

Les ensembles HS possibles sont :

$$\mathcal{H} = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 1, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 4\}\}$$

En effet, chaque ensembles $H \in \mathcal{H}$ a une intersection non-vide avec la collection d'ensembles dans \mathcal{I} , ç.à.d.

$$\forall H \in \mathcal{H}, \forall I \in \mathcal{I} \quad H \cap I \neq \emptyset$$

Dans ce cas, le HS de cardinal minimal est l'ensemble $\{1, 4\}$. L'algorithme générant tous les ensembles MHS a été implémenté dans MATLAB avec succès.

3.5 Placement de capteurs pour le diagnostic structurel à base de modèle

Pour un ensemble d'équations (contraintes), le sous ensemble de variables inconnues qui peuvent être calculées dépendra de l'ensemble des capteurs installés (i.e., les mesures ou les variables connues). L'idée principale est de faire l'analyse de la détectabilité et de l'isolabilité des défauts en considérant, en premier lieu, que tous les capteurs sont installés. Sous cette configuration, l'ensemble des défauts détectables ainsi que l'ensemble des défauts isolables donnent une limite supérieure (maximum) de la caractéristique du diagnostic. Une fois le maximum de la caractéristique du diagnostic est connu, on cherche l'ensemble minimal de capteurs qui satisfait cette caractéristique.

3.5.1 Caractérisation de la détectabilité et l'isolabilité causale maximale

La caractéristique maximale de la détectabilité est assurée quand tous les capteurs disponibles sont installés. Par conséquent, avant de faire l'analyse de placement de capteurs, il est judicieux de sélectionner les défauts qui seront détectables parmi celles qui ne seront jamais. L'ensemble des capteurs disponibles est défini comme étant un sous ensemble de variables inconnues, $S \subseteq \mathcal{X}$. Chaque capteur introduit une équation de capteur $y = x$, où y étant le signal de mesure et $x \in S$ la variable mesurée. Cette équation doit être ajoutée dans le modèle à chaque fois quand le capteur correspondant est sélectionné pour être installé. Pour une configuration de capteurs $S_k \subseteq S$, l'ensemble d'équations de capteurs correspondantes est noté \mathcal{E}_{S_k} .

Même si tous les capteurs sont ajoutés, il se peut qu'ils existent quelques capteurs qui n'intervient dans le calcul des résidus. Il est important d'identifier ces capteurs afin de les exclure de l'analyse de placement de capteurs. Ces capteurs sont caractérisés par la propriété que l'équation de capteur correspondante n'appartient pas à la partie calculable du sous-système sur-déterminé. Par conséquent, nous pouvons déterminer l'ensemble des capteurs utiles à partir de :

$$\mathcal{E}_{S_d} = (\mathcal{E} \cup \mathcal{E}_S)_{cal}^+ \cap \mathcal{E}_S \quad (3.7)$$

Le nouveau ensemble de candidats de capteurs, $S_d \subseteq S$, est maintenant défini comme tous les capteurs qui ont une équation appartient à \mathcal{E}_{S_d} . Par conséquent, dorénavant il est *inutile* de considérer les capteurs de $S \setminus S_d$ dans l'analyse de placement de capteurs.

Maintenant, la caractéristique maximale de la détectabilité causale est calculée, en utilisant l'algorithme 4, avec le nouveau ensemble de capteurs S_d ajouté au modèle :

$$F_{D_{max}} = \text{CausalDetectability}(G(\mathcal{E} \cup \mathcal{E}_{S_d}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F)$$

La caractéristique maximale de l'isolabilité causale est calculée, en utilisant l'algorithme 10 (table 3.6), avec le nouveau ensemble de capteurs S_d installés, et pour les défauts de système qui sont détectables, $F_{D_{max}}$:

$$F_{I_{max}} = \text{CausalIsolability}(G(\mathcal{E} \cup \mathcal{E}_{S_d}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_{D_{max}})$$

3.5.2 Algorithme de placement de capteurs

Une fois les caractéristiques maximales de la détectabilité $F_{D_{max}}$ et de l'isolabilité causale $F_{I_{max}}$ sont connues, l'algorithme de placement de capteurs est introduit. L'algorithme 11 (table 3.8) utilise les deux algorithmes 9 et 10 (table 3.5 et 3.6) à fin de chercher l'ensemble minimal de capteurs qui satisfait cette caractéristique (c.à.d. $F_{D_{max}}$ et $F_{I_{max}}$).

Algorithme 11 $S_{min} = \text{CausalSensorPl}(\mathcal{E}, S_d, F_{D_{max}}, F_{I_{max}})$

```

 $S_{min} := \emptyset$ 
repeat
     $S_k :=$  le sous ensemble minimal de  $S_d$  non testé précédemment
     $F_D = \text{CausalDetectability}(G(\mathcal{E} \cup \mathcal{E}_{S_k}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_{D_{max}})$ 
    if  $F_D = F_{D_{max}}$  then
         $F_I = \text{CausalIsolability}(G(\mathcal{E} \cup \mathcal{E}_{S_k}, \mathcal{X}, \mathcal{A}), F_{D_{max}})$ 
        if  $F_I = F_{I_{max}}$  then
             $S_{min} := S_k$ 
        end if
    end if
until  $S_{min} \neq \emptyset$ 
    
```

TABLE 3.8 – Algorithme de placement minimal de capteurs

L'algorithme commence chaque itération en choisissant le sous ensemble de capteurs S_k non testé dans les itérations précédentes. Après, l'algorithme calcul la détectabilité causale assurée par cet ensemble de capteurs choisi et teste si la détectabilité causale maximale $F_{D_{max}}$ est atteinte ou non. Si oui le même teste est fait pour l'isolabilité causale maximale. Quand les deux caractéristiques, détectabilité et isolabilité causales maximales, sont atteintes la solution S_{min} est obtenue. L'algorithme se termine inévitablement car au moins l'ensemble S_d vérifie les caractéristiques maximales.

3.6 Une vue d'ensemble sur la méthodologie de conception d'un système de diagnostic par approche structurelle

Une vue d'ensemble sur la méthodologie utilisée pour la conception d'un système de diagnostic complet, en utilisant les approches structurelles présentées précédemment, est montrée

dans la figure (3.5). Cette méthode a été développée afin d'être complètement automatisée nécessitant une moindre interaction humaine. La méthodologie nécessite comme entrées :

- *Un ensemble de capteurs* disponibles et prêts pour l'installation.
- *Un modèle* $M = (\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, F)$ du système, avec \mathcal{E} est l'ensemble des équations reliant les variables inconnues \mathcal{X} , les mesures \mathcal{Y} et les défauts F .
- *Une exigence de diagnostic* \mathcal{F} (cahier de charges de surveillance) donnant un ensemble de paires ordonnées de défauts $(f_i, f_j) \in F \times F$. L'interprétation d'une paire $(f_i, f_j) \in \mathcal{F}$ est que le défaut f_i doit être détectable et isolable du défaut f_j . Bien évidemment, l'exigence de diagnostic \mathcal{F} est défini préalablement par le concepteur.

La sortie est un ensemble de générateurs de résidus R_1, R_2, \dots, R_n de taille minimale assurant l'exigence de diagnostic \mathcal{F} . En général, pour des modèles complexes, il est possible de créer un grand nombre de générateurs de résidus par la méthode de Svard et Nyberg (2010)[55]. En considérant les aspects d'implémentation comme la complexité et la charge de calcul, il est infaisable, ou même impossible, d'utiliser tous ces générateurs de résidus dans le système FDI. En outre, il est possible d'assurer l'exigence de diagnostic avec un petit sous ensemble de tous les générateurs de résidus possibles. Par conséquent, l'ensemble des générateurs de résidus qui sera implémenté dans le système FDI est sélectionné en utilisant l'approche en deux étapes (two-step approach) décrit dans Nyberg(2012)[52]. Dans ce mémoire, nous avons ajouté une étape en amont qui a pour fonction de placer les capteurs assurant une caractéristique maximale de diagnostic par rapport à un ensemble de défauts considérés.

3.6.1 La procédure de design d'un système FDI

Soit un modèle donné M du système, un ensemble S de capteurs prêts à être installés et une exigence de diagnostic \mathcal{F} défini par le concepteur. L'approche de design d'un système de diagnostic à base de modèle est illustrée dans la figure (3.5). Elle consiste en 4 étapes suivantes :

- **Étape 1** : Un sous ensemble minimal de capteurs est choisi à partir de l'ensemble de tous les capteurs disponibles. Cette configuration minimale de capteurs assure une détectabilité et une isolabilité maximales des défauts considérés. À la fin de cette étape, les capteurs sélectionnés seront installés et leurs équations correspondantes seront ajoutées aux équations du modèle.
- **Étape 2** : Un grand ensemble de *candidats de générateurs de résidus*, dans la forme de sous ensembles d'équations du modèle, est trouvé. Il a été démontré dans (Svard et Nyberg, 2010 [55]) que les candidats de générateurs de résidus, nécessairement, sont

basés sur les ensembles Structurellement Surdéterminé Minimal (MSO). L'algorithme de Krysander [36] donné dans la section (3.2) et l'annexe (A.1) permet alors de trouver tous les ensembles MSO et par conséquent tous les candidats de générateurs de résidus.

- **Étape 3** : En général, la plus part des candidats de générateurs de résidus obtenus dans l'étape 2 ne sont pas *réalisables* ou *calculables*, i.e., il n'est pas possible de créer un générateur de résidu avec la méthode d'implémentation disponible. Ce ci est du principalement à des problèmes tel que : la causalité, non linéarités, non inversibilité, équations différentielles non solubles...etc. Par conséquent, un nombre réduit d'ensembles MSO sera donc choisis. Ces ensembles, comme discuter dans la section en considérant (3.3) doivent contenir une séquence causale de calcul des variables inconnues ce qui permet d'obtenir un générateur de résidu implémentable (réalisable).
- **Étape 4** : L'algorithme MHS, section (3.4) est utilisé afin d'extraire un ensemble minimal de générateurs de résidus assurant l'exigence de diagnostic \mathcal{F} . Néanmoins, cet algorithme à une complexité de calcul énorme pour les systèmes de grandes dimensions. L'algorithme "Greedy-selection" développé dans l'article [53] est un algorithme heuristique de complexité moins. Par ailleurs, pour des raisons de planning, nous n'avons qu'implémenter le premier algorithme.

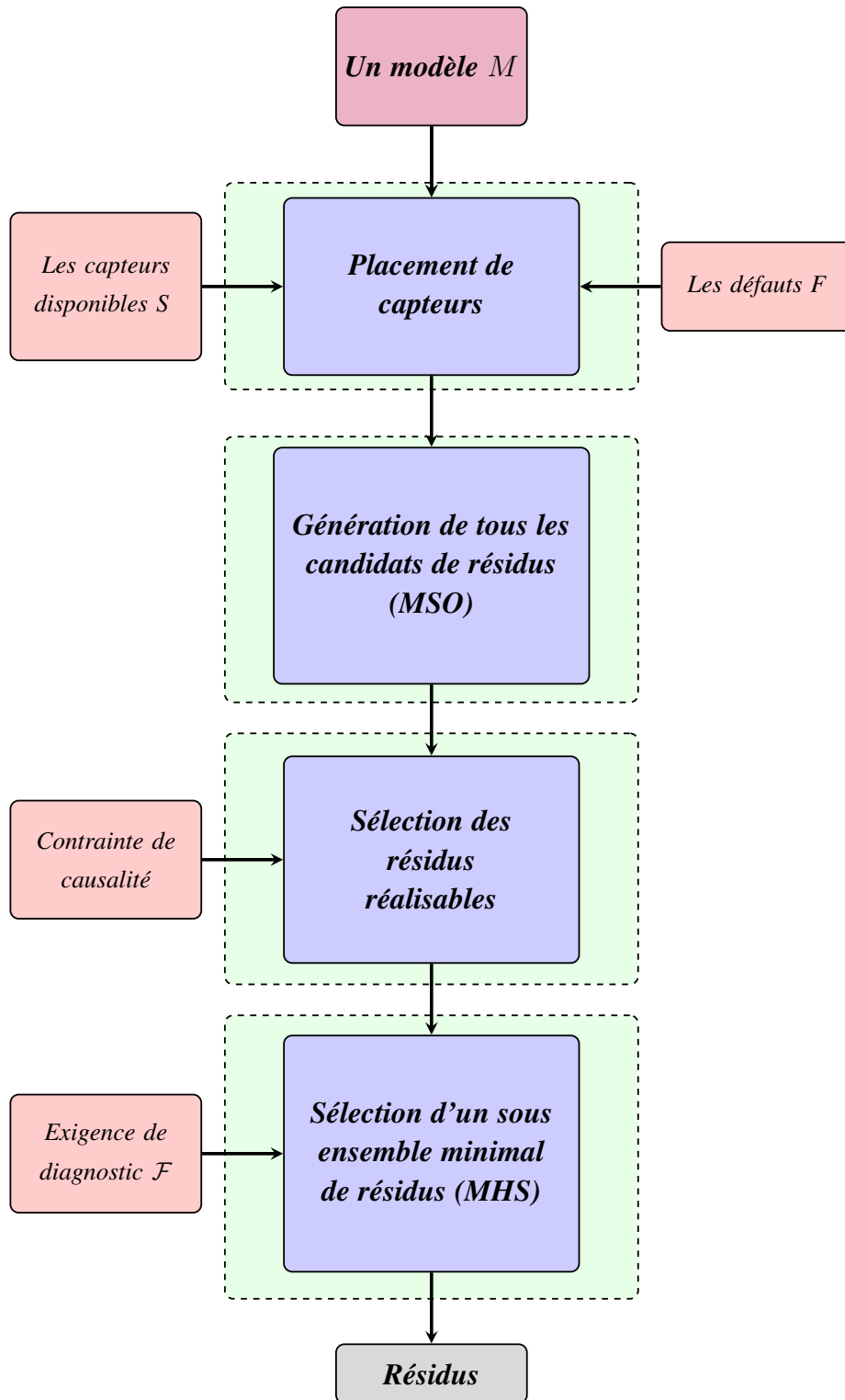


FIGURE 3.5 – La méthodologie de conception des générateurs de résidus

3.7 La boîte à outils S-FDIToolBox

Afin d'encourager l'utilisation des principaux résultats et algorithmes structurels de diagnostic de défauts présentés dans ce mémoire, il est très souhaitable de disposer d'un support logiciel dans le processus de conception. Cette section décrit une boîte à outils MATLAB

appelée S-FDITollBox qui a été conçu spécialement pour soutenir un ingénieur des systèmes de diagnostic de défauts.

3.7.1 Description de la boîte à outils

Cette boîte à outils consiste en trois fonctions principales :

- **fonction I** : Simulation d'un système d'équations différentielles

Les équations différentielles décrivant le système peuvent être introduites une par une ou elles pourraient être chargées à partir d'un fichier ".mat" enregistré au préalable via un bouton "sauvegarder". la résolution des équations différentielles se fait à l'aide des solveurs de MATLAB qui peuvent être sélectionner à partir d'un menu déroulant en précisant les paramètres nécessaires. On peut aussi préciser l'intervalle du temps et le pas dans la case "temps" de la façon [début :pas :fin]. Jusque là, cette fonction a été développé par Lab432 software et publier dans Matlabcentral[]. Nous avons ajouté la commande et les sorties pour qu'on puisse simuler un système dynamique.

- **fonction II** : Diagnostic structurel

Les algorithmes structurels de diagnostic de défauts présentés le long de ce mémoire ont été implémentés avec succès dans cette boîte à outils. Nous avons donc accès à; la matrice d'incidence, liste des ensembles MSO causals et non causals, nombre des résidus, les expressions des résidus, simulation des résidus, matrice d'isolabilité, matrice de sensibilité...etc.

- **fonction III** : Placement de capteurs

L'algorithme de placement de capteurs introduit dans la section précédente permet de trouver toutes les configurations minimales possibles assurant une détectabilité et une isolabilité maximales des défauts.

Pour commencer, dans la première interface qui apparaît (3.6), on clique sur le bouton "commencer".



FIGURE 3.6 – Vue de l'interface d'entrée

Ensuite, la fenêtre principale apparaît comme le montre la figure (3.7). Cette fenêtre contient des "boîtes de listes" prêtes à être remplies par des équation différentielles, valeurs

initiales, défauts, les entrées, les sorties,...etc. Le fonctionnement des différentes cases et boutons de cette fenêtre sera détaillé par la suite.

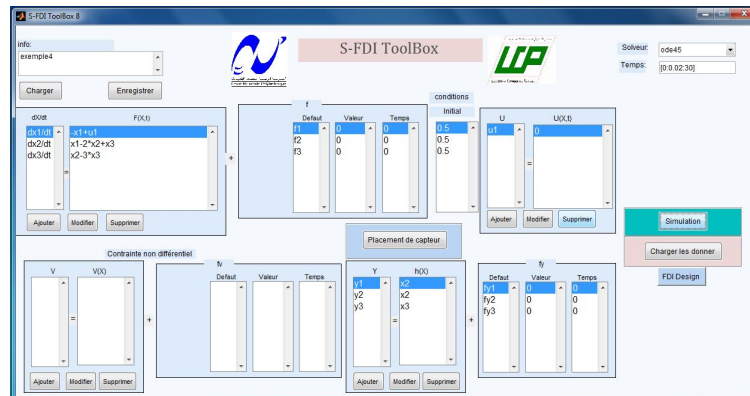


FIGURE 3.7 – Vue de l'interface principale

3.7.2 Interface principale

1. Boite de liste pour les contraintes différentielles

Cette fonction contient six "boîtes de listes" (figure (3.8)), la première à gauche est systématiquement remplie par dx_i/dt à chaque fois qu'on ajoute une equation différentielle. Dans la deuxième liste, l'utilisateur peut entrer directement les expressions des équations différentielles. Les trois boîtes de listes à droite sont conçues pour les informations liées aux défauts (l'équation affectée, la valeur, l'instant d'apparition). Dans la dernière liste, nous pouvons entrer les conditions initiales.

Pour ajouter, modifier ou supprimer une information dans ce système, il suffit d'ap-

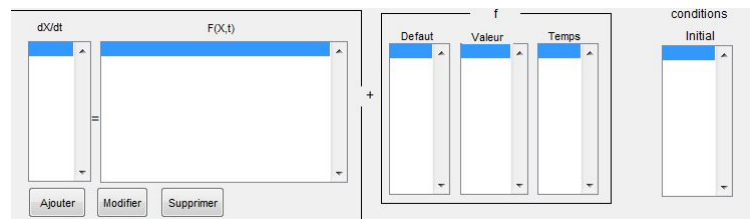


FIGURE 3.8 – Boite de liste pour les contraintes différentielles

puyer sur l'un des trois boutons montrés dans la figure (3.8), en appuyant sur le bouton ajouter ou modifier une fenêtre va apparaître pour pouvoir remplir les nouveaux informations (une équations, un défaut, conditions initiales...etc).

2. Boite de liste pour les contraintes non différentielles

Par exemple, comme nous l'avons vu précédemment dan la section (2.3.1), si le défaut

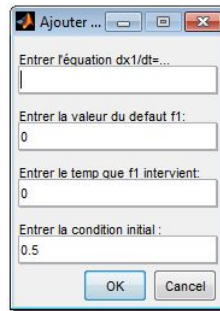


FIGURE 3.9 – Fenêtre pour le remplissage des informations liées aux contraintes différentielles

apparaît dans plusieurs équations on doit ajouter une variable auxiliaire $x_f = f$ et l'ajouter dans tous les équations où le défaut apparaît. Par conséquent, nous avons ajouté une contrainte non différentielle $x_f = 0$. Cette boîte de liste permet donc d'ajouter ce type de contraintes algébriques.

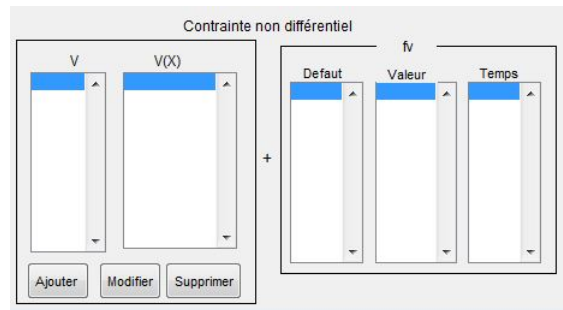


FIGURE 3.10 – Boite de liste pour les contraintes non différentielles

3. Boite de liste pour les sorties

Dans cette boîte on met les équations des sorties ou les mesures disponibles par la configuration de capteurs choisie.

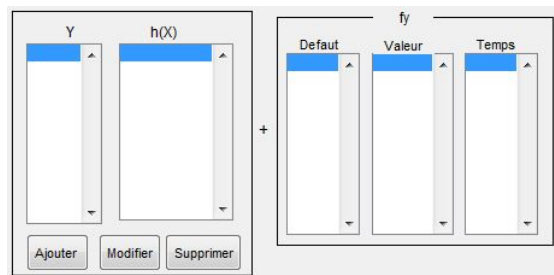


FIGURE 3.11 – Boite de liste pour les sorties

4. Boite de liste pour les entrées

L'expression de la commande en fonction du temps peut être directement insérée.

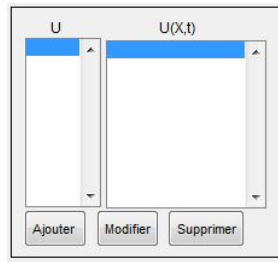


FIGURE 3.12 – Boite de liste pour la commande

Remarque 5. Il est possible de charger les données de sorties et d'entrées à partir d'un fichier Excel ou autre via le bouton "charger" en bas à droite. Cela permet d'introduire des données expérimentales.

3.7.3 Interface de diagnostic structurel

La matrice d'adjacence est systématiquement générée à partir des équations différentielles et algébriques du système. Néanmoins, si une matrice d'adjacence est disponible, nous pouvons la charger directement sans avoir besoin des équations du modèle dynamique.

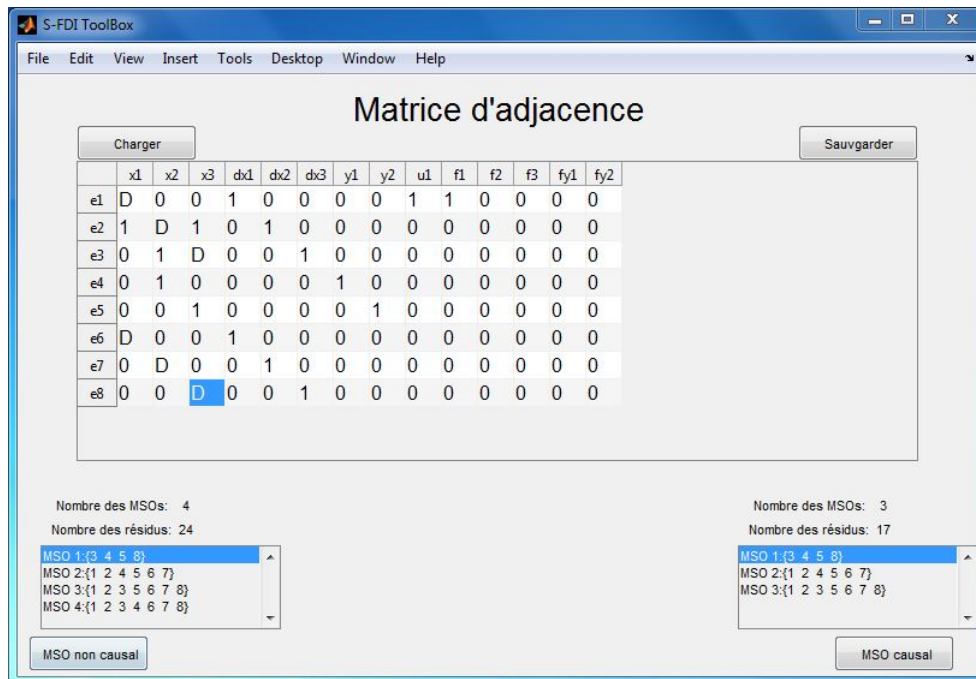


FIGURE 3.13 – Affichage de la matrice d'adjacence et la liste des MSO

Génération des ensembles MSO

Il y a deux possibilité pour générer les ensembles MSO. Soit en considérant la notion de calculabilité causale ou non. Si on choisit de calculer les ensembles MSO calculables on doit préciser dans la matrice d'adjacence les positions des "L", "×" et "Δ" (dans la fenêtre les trois symboles sont représentés respectivement par les lettres romains "L", "X" et "D") représentant la matrice structurelle causale de la section (3.3.2). Le nombre des ensembles MSO et le nombre des résidus qu'on peut généré pour chaque méthode sont aussi disponibles.

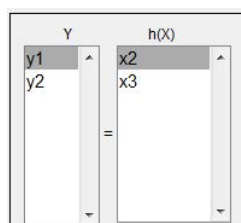
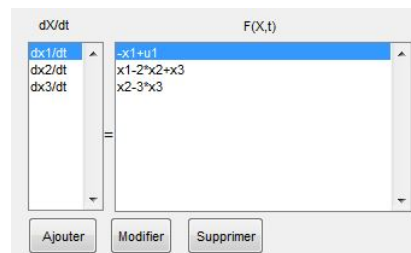
Génération des résidus

En générant les ensembles MSO, les résidus seront systématiquement calculés en suivant des séquences de calcul causales. Trois boutons vont apparaitre; un pour visualiser les expressions des fonctions des résidus sachant que $m_{derive}(T, f(y, u))$ représente la dérivé de f par rapport à t , un bouton pour visualiser les graphes de ces résidus, et le troisième bouton permet d'afficher le tableau de sensibilité des défauts par rapport à ces résidus.

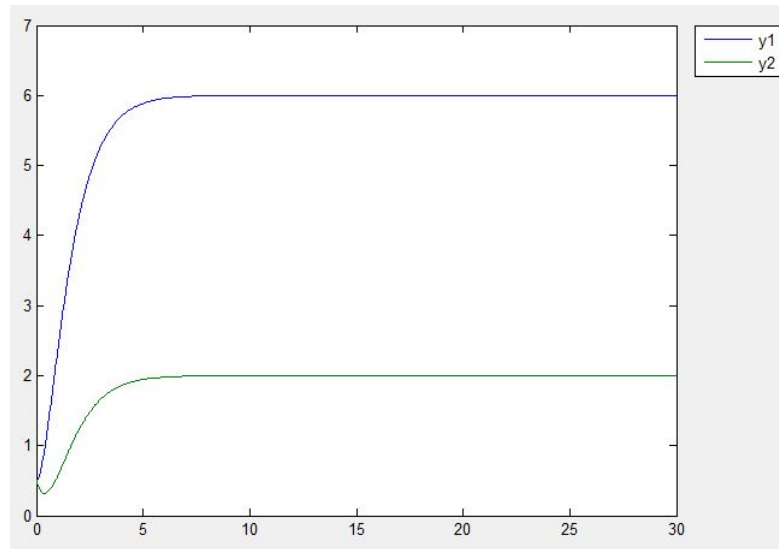
Exemple 13. Considérons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \quad \dot{x}_1 = -x_1 + u \\ e_2 : \quad \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 + x_3 \\ e_3 : \quad \dot{x}_3 = x_2 - 3x_3 \\ e_4 : \quad y_1 = x_2 \\ e_5 : \quad y_2 = x_3 \end{array} \right.$$

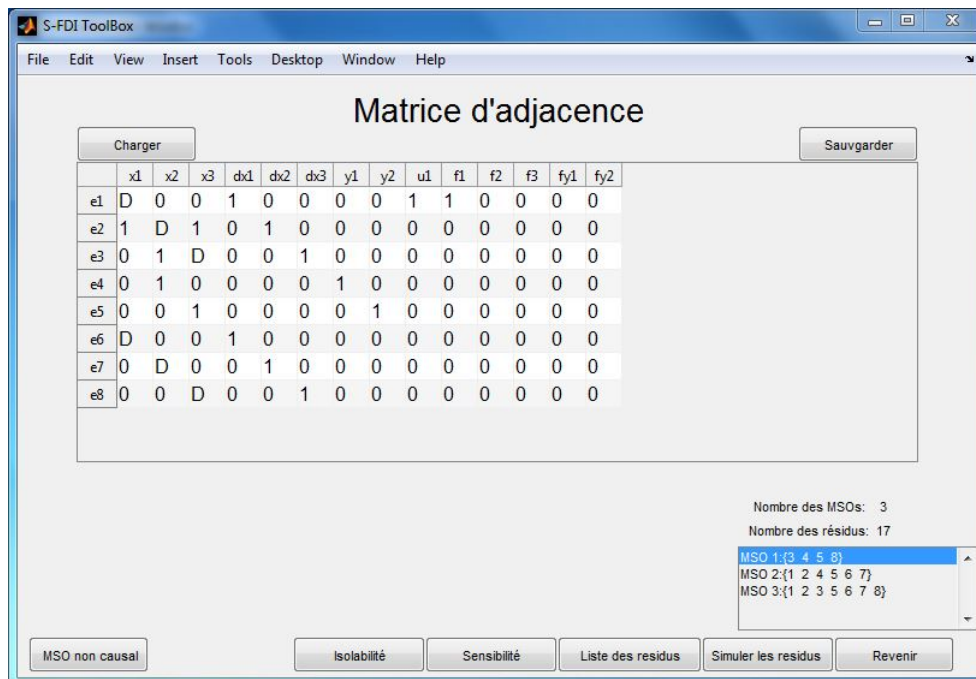
- Nous introduisons ce système dans la boîte à outil :



- Nous prenons une commande u de type échelon égal à 10 et nous appuyons sur le bouton "simuler" pour obtenir les graphes des sorties :



- En appuyant sur le bouton FDI la fenêtre de diagnostic s'affiche et la matrice d'adjacence est systématiquement générée. Les deux boutons en bas permettent de donner tous les ensembles MSO causals et non causals.



- Pour afficher la liste des résidus, nous appuyons sur le bouton "liste des résidus". Nous obtenons ainsi les fonctions des résidus générés.

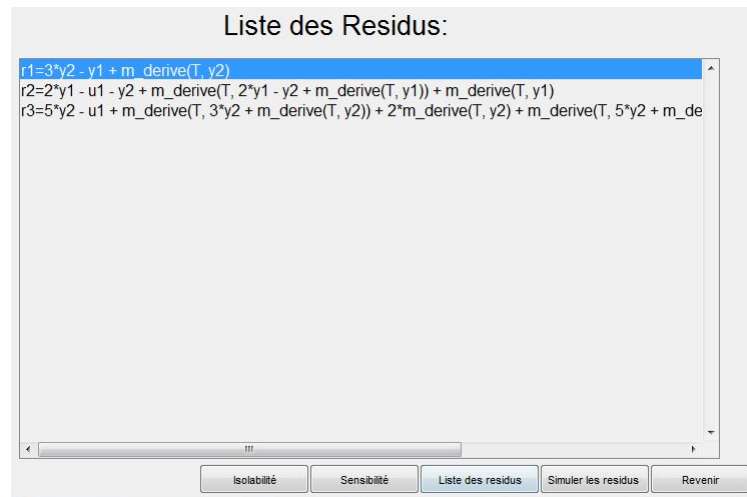


FIGURE 3.14 – Fonctions des résidus

- Le bouton "simuler les résidus" permet d'afficher les graphes des résidus en fonction du temps :

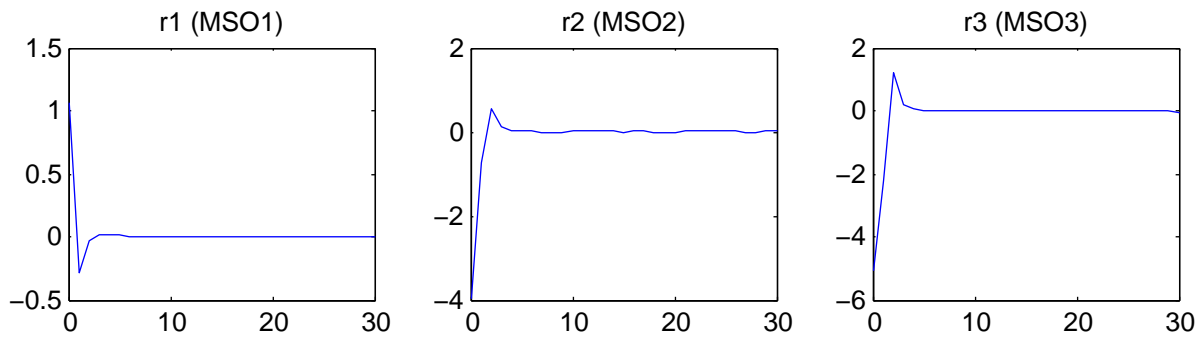


FIGURE 3.15 – Simulation des résidus

- Le dernier bouton affiche la matrice de sensibilité :

Matrice de sensibilité

	r1	r2	r3	fy1	fy2
r1	0	0	1	1	1
r2	1	1	0	1	1
r3	1	1	1	0	1

FIGURE 3.16 – Matrice de sensibilité

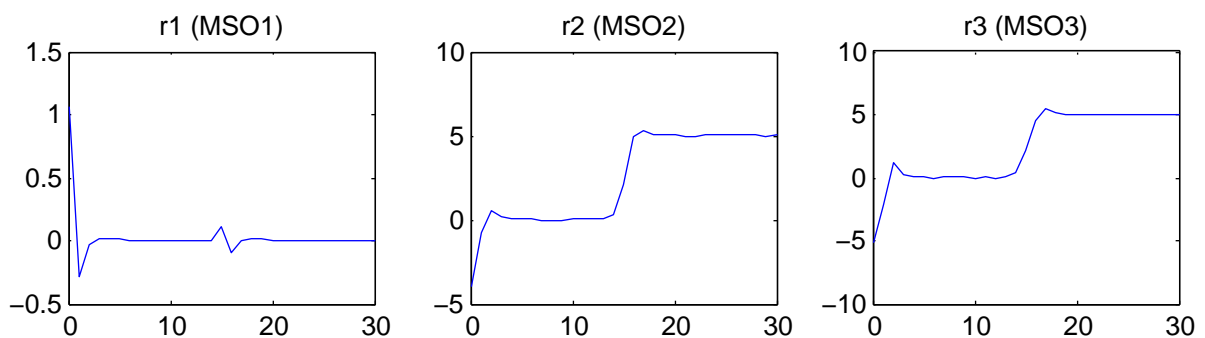
Injection des défauts

- **Défaut dans la première equation**

Nous introduisons dans la boîte des défauts un défaut f_1 affectant l'équation e_3

f		
Défaut	Valeur	Temps
f1	5	15
f2	0	0
f3	0	0

Nous obtenons ainsi les graphes des résidus suivants :


 FIGURE 3.17 – Simulation des résidus avec un défaut f_1 affectant l'équation e_1

Les trois résidus r_1, r_2 et r_3 sont alarmés par ce défauts. Ce résultat est conforme avec la structure de la matrice de sensibilité.

- **Défaut dans la première sortie (capteur)**

Nous introduisons un défaut dans la sortie y_1 , en précisant le temps d'intervention et

la valeur du défaut.

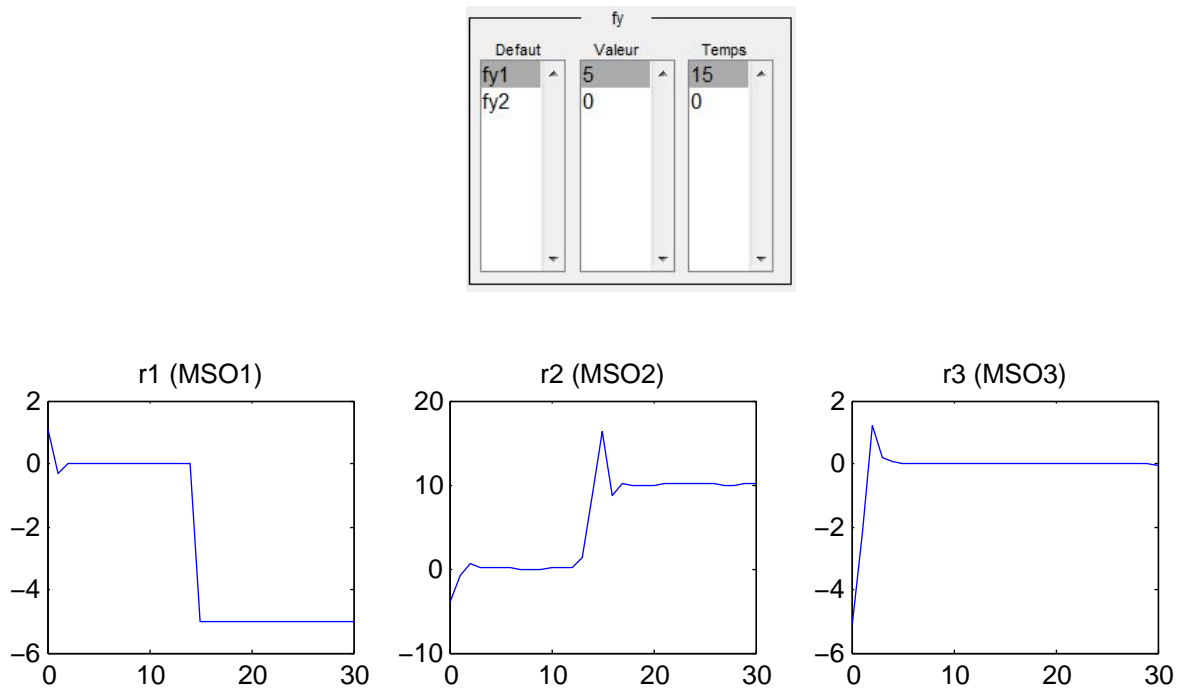
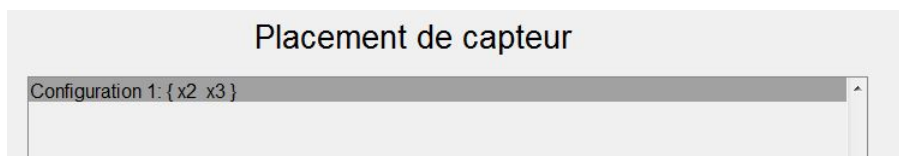


FIGURE 3.18 – Simulation des résidus avec un défaut capteur f_{y_1}

D'après la matrice de sensibilité le défauts f_{y_1} est sensible aux résidus r_2, r_3 et r_5 , ce qui le confirme les graphes de la figure (3.18).

3.7.4 Placement de capteurs

En fait, l'étape de placement de capteurs est là avant toute analyse et diagnostic du système. En effet, en fonction des défauts considérés l'algorithme de placement de capteurs présenté dans ce mémoire permet de déterminer les différentes configurations minimales de capteurs permettant d'assurer la caractéristique maximale de détectabilité et d'isolabilité des défauts. Le résultat de l'algorithme est les deux capteurs $y_1 = x_2$ et $y_2 = x_3$, comme il a été choisi dans l'exemple.



3.8 Conclusion

Dans ce chapitre une méthodologie de conception d'un système de diagnostic à base de modèle a été présentée. Cette technique de conception, basée sur l'analyse structurelle, peut être facilement automatisée et implémentée afin d'être appliquée à n'importe quel système industriel.

La première étape consiste à faire un placement optimal de capteurs en vue d'assurer une isolabilité maximale des défauts. Dans la deuxième étape, tous les ensembles MSO générateurs de résidus sont trouvés et seulement les ensembles MSO calculables sont retenus. Ensuite, un algorithme de minimisation permet de trouver l'ensemble minimal de générateurs de résidus assurant un cahier de charges de surveillance.

Nous avons pu construire une boîte à outils de diagnostic sous MATLAB dans laquelle nous avons inclus tous les algorithmes constituant les différentes étapes de cette méthodologie.

Deuxième partie

Diagnostic d'un Procédé de Traitement des Eaux Usées

Chapitre 4

Description et modélisation d'un procédé de traitement des eaux usées

4.1 Introduction

La conduite des procédés biologiques a connu un développement important ces dernières années, notamment dans les industries de traitement des eaux usées, grâce à la prise de conscience collective de préserver l'environnement, en particulier la qualité de l'eau. Le but recherché dans ce domaine du point de vue de l'automatique est la détection précoce des anomalies de fonctionnement et l'amélioration de la qualité des produits afin d'assurer un bon fonctionnement. Dans ce chapitre, nous allons décrire le procédé de traitement des eaux usées sujet de notre application et le modèle retenu pour sa conduite.

4.2 Description d'un procédé de traitement des eaux usées

Les eaux usées sont toutes les eaux chargées de déchets, qui sont de nature à polluer les milieux dans lesquelles elles seront déversées. C'est pourquoi, dans un souci de respect de ces différents milieux, des traitements sont réalisés sur ces effluents. Ces traitements peuvent être réalisés de manière collective dans une station d'épuration ou de manière individuelle. La plupart des stations d'épuration fonctionnent selon les mêmes processus de base, mais des différences plus ou moins importantes peuvent exister dans la manière de mettre en place ces processus [42].

4.2.1 La biomasse

La biomasse représente l'ensemble des êtres vivants, animaux et végétaux, qui sont présents dans le milieu considéré. Les bactéries sont les actrices principales du traitement mais les

autres formes biologiques gravitant autour d'elles sont indispensables au bon équilibre de l'écosystème[8]. Les espèces varient suivant le type de station de traitement et sont caractéristiques du fonctionnement d'une station. Entre toutes ces espèces se créent alors des relations de compétition, certaines vont se développer plus facilement au détriment d'autres qui resteront minoritaires ou tendront à disparaître. Les bactéries utilisées dans les procédés à boues activées sont classées en deux catégories :

1. Les bactéries hétérotrophes pouvant se développer en milieu aéré (aérobie) ou non aéré (anoxique) : elles utilisent du carbone organique comme substrat et, selon leur type et le milieu considéré, peuvent dégrader la matière carbonée ou les nitrates-nitrites.
2. les bactéries autotrophes ne se développant qu'en milieu aéré (aérobie) : elles utilisent du carbone minéral (CO_2) comme substrat, elles ne dégradent pas les matières carbonées mais permettent d'éliminer les composés azotés.

Le terme substrat désigne les stances constituant la nourriture nécessaire au développement des micro-organismes. Les composés organiques à dégrader représentent la majorité de ces stances. Si le substrat n'est pas sous une forme directement assimilable par la bactérie, il sera hydrolysé à l'extérieur de la cellule bactérienne par des exoenzymes. L'azote ammoniacal et les phosphates sont utilisés en tant que nutriments car ils entrent dans la composition des composés cellulaires (protéines, membrane cellulaire, ADN). L'oxygène dissous est également indispensable au développement des bactéries aérobies. Suivant la composition de l'effluent à traiter, il sera nécessaire de rajouter un ou plusieurs de ces composants afin de favoriser le métabolisme des bactéries .

4.2.2 Classification des types de pollution

La plupart des effluents pollués sont des mélanges très complexes dont la composition varie suivant leur provenance : industrielle, agricole ou urbaine. L'évaluation de la pollution est donc basée sur des classifications selon les propriétés globales de l'effluent. La pollution se définit comme l'introduction dans un milieu naturel de stances provoquant sa dégradation. Les effets néfastes peuvent avoir lieu à tous les niveaux (sanitaire, écologique et économique). Ainsi, les polluants sous forme particulaire provoquent entre autre une augmentation de la turbidité de l'eau et un envasement [51]. Les deux grandes catégories des polluants sont :

1. Matières biodégradables : elles sont dégradées par les micro-organismes, et peuvent être structurées en deux groupes :
 - matières rapidement biodégradables : elles sont dégradées par les micro-organismes, elles sont directement assimilées par les bactéries

- matières lentement biodégradables : composées de substrats particuliers formés par un mélange de stances organiques solides, colloïdales et solubles. Ces matières sont soumises à certains processus intermédiaires avant d'être assimilées par les populations bactériennes.
2. Matières non biodégradables : ces stances inertes neissent aucun phénomène biologique de transformation. Elles peuvent être de nature aussi variée que des métaux lourds ou des composés issus de la mortalité des micro-organismes par exemple.

Les polluants nécessitant un traitement biologique sont d'une part les matières carbonées ou organiques biodégradables qui constituent de loin la première cause de pollution des ressources en eau et, d'autre part, les matières azotées qui sont principalement présentes dans les eaux usées urbaines ou industrielles de type agro-alimentaire. Leurs conséquences sur le milieu naturel sont les suivantes :

- les matières carbonées ou organiques sont polluantes lorsque leur quantité dépasse la capacité d'auto-épuration naturelle du milieu récepteur. En effet, la dégradation de ces stances (oxydation par des micro-organismes) provoque une consommation d'oxygène au détriment des organismes aquatiques. Nous noterons également l'existence de matières inorganiques carbonées pouvant être dégradées
- les matières azotées qui sont des éléments nutritifs entraînent la prolifération d'algues et de végétaux aquatiques, ce qui génère un phénomène d'eutrophisation. La présence de phosphates accélère ce phénomène d'eutrophisation.

La structure chimique des polluants permet de distinguer les matières organiques (hydrates de carbone, protéines, matières grasses, huiles, pesticides, phénols, azote organique, ...) des matières inorganiques (métaux lourds, azote ammoniacal, nitrates et nitrites, phosphates, sulfates, chlorures, ...). La caractérisation de ces composés au sein de l'effluent s'effectue grâce à des mesures globales de pollution [6] : les matières en suspension (l'ensemble des matières solides et colloïdales floculées, organiques ou minérales, contenues dans une eau usée et pouvant être retenues par filtration ou centrifugation), les matières organiques (Demande Chimique en Oxygène DCO) et les composés azotés (l'azote est présent dans les effluents sous différentes formes : azote organique (N_{org}), azote ammoniacal (ammoniac NH_3 , ion ammonium NH_4^+), nitrates (NO_3^-), nitrites (NO_2^-)).

4.3 Description d'une station de traitement des eaux usées par boues activées

Une station d'épuration des eaux usées par boues activées est composée principalement d'un système de prétraitement, qui comprend généralement le dégraissage, le dessablage et

le déshuilage, et de deux réacteurs (bassin d'aération et décanteur) placés en cascade (figures 4.1 et 4.2). Dans d'autres configurations une étape intermédiaire, appelée traitement primaire est envisagée avant les deux réacteurs principaux, mais dans ce mémoire nous l'avons ignoré sans aucune influence sur l'étude menée.



FIGURE 4.1 – Cycle de l'eau dans une station d'épuration

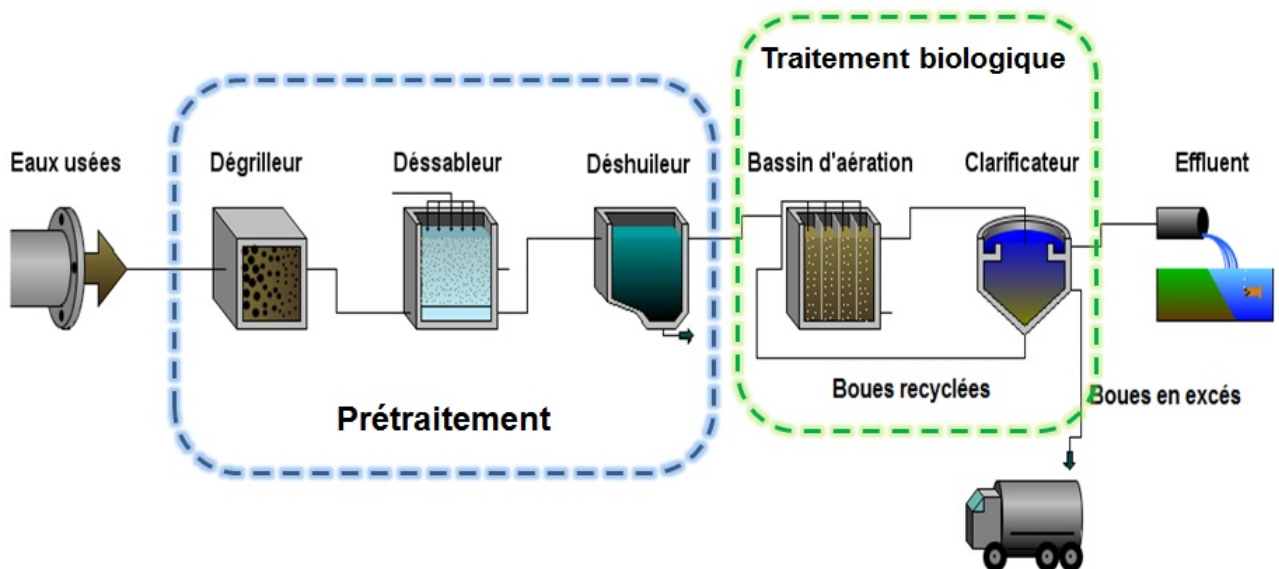


FIGURE 4.2 – Schéma descriptif d'une station d'épuration par boues activées

4.3.1 Les étapes de traitement des eaux usées dans une station d'épuration

Le pré-traitement

L'unité de pré-traitement a pour objectif l'extraction des matières les plus grossières (brindilles, feuilles, tissus, ...) et des éléments susceptibles de gêner les étapes ultérieures du traitement. Elle comprend : le dégrillage (en capturant les déchets volumineux à l'aide d'une succession de grilles), le dessablage (pour prévenir les dépôts dans les canalisations, protéger les mécaniques -pompes- contre l'abrasion), le dégraissage-déshuilage (pour éviter l'encrassement de la station par des corps gras).

Le bioréacteur

L'eau pénètre ensuite dans le premier réacteur appelé bassin d'aération ou bioréacteur qui constitue le coeur de la station. Ce traitement est basé sur la mise en contact d'une population bactérienne (micro-organismes) avec des matières organiques contenues dans l'effluent à traiter. Dans le bassin d'aération, se produit d'abord une adsorption rapide et une floculation des matières colloïdales en suspension et des matières organiques solubles par les boues activées. Arrive ensuite une oxydation progressive de la synthèse des matières organiques adsorbées et des matières organiques extraites.

Pour éliminer la matière azotée, le réacteur biologique peut être séparé en deux zones distinctes : aérobie et anoxique (voir figure 4.3). Dans la majorité des cas, la zone anoxique est placée en amont de la zone aérobie, juste à l'entrée de l'effluent dans le réacteur, pour que les bactéries aient suffisamment de matière organique biodégradable pour effectuer la réaction de dénitrification. Le recyclage de la liqueur mixte de la zone aérobie vers la zone anoxie permet l'élimination des polluants azotés oxydés. Dans le bassin d'aération, l'oxygène est habituellement fourni par des bulles d'air insufflées dans le mélange de liquide et de boues dans des conditions de turbulence ou par des unités d'aération de surface mécaniques ou d'autres types [26].

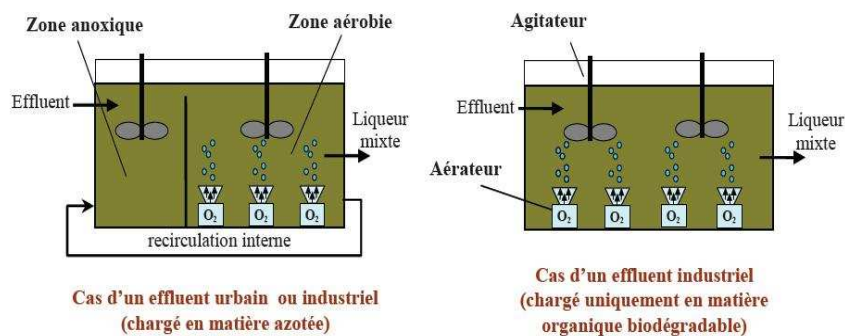


FIGURE 4.3 – Schéma du bioréacteur

Le clarificateur ou décanteur

Enfin, l'eau subit un dernier traitement dans le deuxième réacteur appelé décanteur ou clarificateur. Celui-ci délivre de l'eau épurée après décantation des boues.

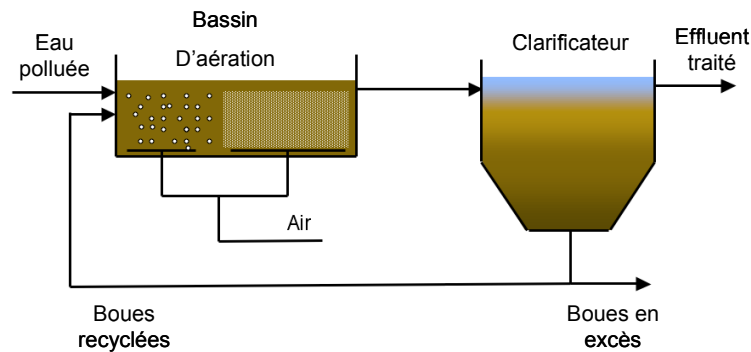


FIGURE 4.4 – Processus de boues activées

Le recyclage de boues

La croissance de la biomasse au sein du bioréacteur n'est pas suffisante pour compenser la perte engendrée par le débit de sortie de la liqueur mixte. Pour conserver une concentration en biomasse constante dans le réacteur, une partie des boues du clarificateur est recyclée vers le réacteur. Des purges ont également lieu afin d'extraire la quantité de boues en excès dans le procédé. Les taux de recyclage et de purge permettent également de maîtriser l'âge des boues c'est-à-dire le temps au bout duquel la biomasse est entièrement renouvelée. Ce temps caractérise la forme physiologique de la biomasse dans le réacteur mais aussi la composition de celle-ci.

4.4 Modélisation du procédé de traitement des eaux usées

4.4.1 Types de modèle

L'étape fondamentale dans la modélisation mathématique des procédés de traitement par boues activées consiste à déterminer les vitesses de réactions des variables microscopiques du système à savoir les vitesses : de croissance de la biomasse, de dégradation de substrat et de consommation de l'oxygène dissous. La deuxième étape permet de déterminer les équations d'états du système dont les variables d'états sont les concentrations en micro-organismes, en substrat, en biomasse recyclée et en oxygène dissous. Ces variables ainsi que les variables d'entrée et de sortie sont regroupées dans des expressions mathématiques constituant ainsi

le modèle du procédé. Ce modèle est établi à partir de l'écriture des bilans matière relatifs aux différents composés de la réaction biochimique pendant un certain intervalle de temps. Ce bilan est basé sur l'égalité suivante :

$$Accumulation = \pm Conversion + Alimentation - Soutirage$$

Il y a plusieurs modèles décrivant le processus biologique par boues activées, les développements proposés par l'association internationale pour la qualité de l'eau (IAW) représentent une contribution majeure :

- **ASM1** : le modèle du processus par boues activées No.1 [37] peut être considéré comme le modèle de référence puisque il a déclenché l'acceptation générale de la modélisation des processus biologiques. Le modèle a été principalement développé pour décrire l'épuration des composés et de l'azote organiques avec consommation simultanée de l'oxygène et du nitrate comme accepteur d'électron. Le modèle, en outre, vise à rapporter une bonne description de la production de boues. La DCO (demande chimique en oxygène) a été adoptée comme mesure de la concentration de la matière organique.
- **ASM2** : le modèle du processus par boues activées No.2 [23] complète la modélisation ASM1 en incluant la description du phosphore biologique.
- **ASM2d** : le modèle du processus par boues activées No.2d [24] est basé sur le modèle ASM2 en y incluant l'activité de dénitrification des PAO (Accumulation de Polyphosphate Organique) pour permettre une meilleure description de la dynamique du phosphate et du nitrate.
- **ASM3** : le modèle du processus par boues activées No.3 [22]. a été également développé pour l'épuration biologique d'azote, avec fondamentalement le même but que l'ASM1. La principale différence entre les modèles ASM1 et ASM3 est que ce dernier identifie l'importance des polymères de stockage dans la conversion hétérotrophe des boues activées.

Dans ce travail, le modèle adopté est le modèle ASM1.

4.4.2 Bilan de matière

Le modèle se présente sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles non linéaires obtenues à partir des équations dynamiques de bilan du bioréacteur. Entre deux instants, un bilan de matière définit la variation de la quantité d'un composé comme étant la somme de ce qui est apporté ou produit, diminué de ce qui est soutiré ou consommé, soit :

$$(\text{Entrée} + \text{Production}) - (\text{Sortie} + \text{Consommation}) = \text{Accumulation}$$

ou de façon équivalente la partie traduisant les réactions biologiques étant représentée par les termes Production et Consommation :

$$\text{Entrée} - \text{Sortie} + \text{Réaction} = \text{Accumulation}$$

L'écriture d'un bilan pour chaque composé conduit au modèle global du procédé.

4.4.3 Variables d'état du système

Dans le modèle ASM1, la pollution organique est composée de la demande chimique en oxygène (DCO) biodégradable et de la DCO non biodégradable . La DCO biodégradable est divisée en substrat aisément biodégradable S_S et en substrat lentement biodégradable X_S . La DCO non biodégradable est divisée en fractions soluble S_I et particulaire X_I , elle traverse le procédé sans ir de modification. La biomasse est constituée de microorganismes hétérotrophes X_H , le composé X_P représente le débris inerte de ceux issus de l'analyse bactérienne [42].

4.4.4 Dynamique du procédé

1. Croissance aérobie des hétérotrophes

L'expression du taux de croissance la plus utilisée et répandue dans la littérature est celle adoptée par Monod [27] pour modéliser la croissance microbienne. Ce modèle ne prend en compte que le facteur limitant dû à un manque de substrat SS et s'exprime sous la forme :

$$\mu(S) = \mu_{max} \frac{S_S}{S_S + K_S}$$

Où μ_{max} est le taux maximum de croissance et K_S la constante d'affinité appelée paramètre de Michaelis-Menten. K_S traduit la facilité d'assimilation du substrat par la biomasse. Une autre forme du taux spécifique de croissance en tenant compte de l'inhibition par la concentration en oxygène dissous S_O .

$$\mu(S, S_O) = \mu_{max} \frac{S_S}{S_S + K_S} \frac{S_O}{S_O + K_O}$$

C'est cette dernière structure que nous allons utiliser dans la suite du travail.

2. Décomposition hétérotrophe

Le processus est modélisé selon l'hypothèse de la régénération et de la mortalité. Les organismes meurent à un certain taux et une partie du matériau est considérée comme non biodégradable et s'ajoute à la fraction du produit particulaire inerte X_P . Le reste s'ajoute à la quantité du substrat biodégradable.

3. Hydrolyse de la matière organique absorbée

Le substrat lentement biodégradable est décomposé par un mécanisme extra cellulaire en produisant du substrat aisément biodégradable utilisable par la biomasse. Le taux d'hydrolyse se construit quand la concentration du substrat absorbé devient grande par rapport à la biomasse. Dans la formulation du modèle, les hypothèses suivantes sont faites :

- Aucune réaction biologique n'a lieu dans le clarificateur.
- Les bassins sont considérés comme parfaits.
- Le bassin d'aération est considéré comme étant parfaitement mélangé de sorte que la concentration de chaque composant soit homogène dans l'espace.
- Les substrats et l'oxygène dissous sont considérés comme masses limitantes avec cinétique bi-substrat du type de Monod [DIM08].
- Le produit particulaire inerte XP est considéré comme une matière organique inerte X_I .

On peut se faire une idée satisfaisante d'une station à boues activées, comportant un aérateur et un décanteur, moyennant quelques simplifications, à partir du schéma dans la figure (4.5) :

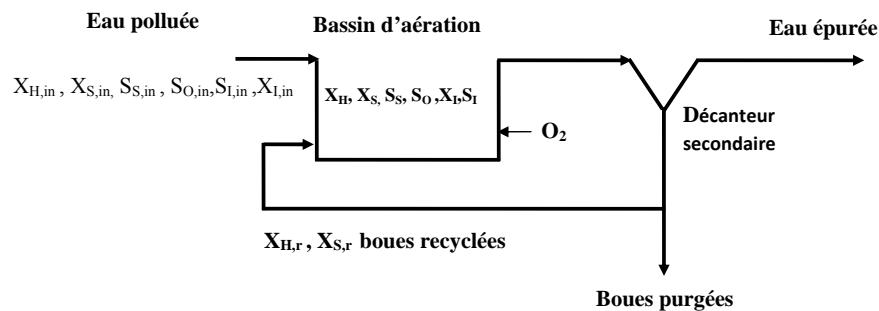


FIGURE 4.5 – Schéma d'un système de traitement des eaux usées

4.4.5 Variables d'entrée

Un procédé par boues activées est constitué de quatre actionneurs : Q_{in} le débit d'entrée, Q_r débit du recyclage entre le décanteur et le réacteur, Q_w le débit de purge et Q_L le débit d'air dans le bassin d'aération (figure 4.6). Les concentrations de la matière organique soluble inerte ($S_{.,in}$) et particulaires inerte ($X_{.,in}$) dans l'alimentation qui arrive au niveau du bassin d'aération sont considérées comme des variables d'entrée du modèle.

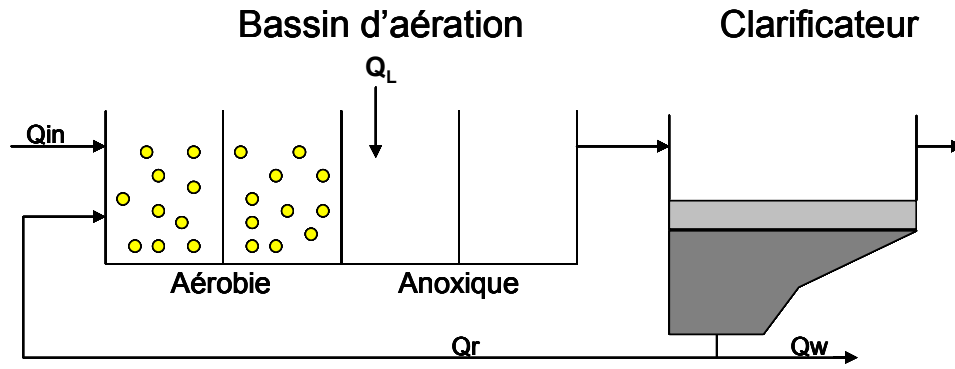


FIGURE 4.6 – Les actionneurs à surveiller

4.4.6 Modèle dynamique du procédé

Par l'application du bilan massique au niveau du bassin d'aération, les équations différentielles qui décrivent l'évolution de la concentration en biomasse, en substrat, et en oxygène dissous au sein du procédé de dépollution ont été établies comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{S}_I = \frac{Q_{in}}{V_r}(S_{I,in} - S_I) \\
 \dot{S}_S = \frac{Q_{in}}{V_r}(S_{S,in} - S_S) - \frac{1}{Y_H}\rho_1 + \rho_3 \\
 \dot{X}_I = \frac{Q_{in}}{V_r}(X_{I,in} - X_I) + \frac{Q_r}{V_r}(X_{I,rec} - X_I) + f_{xi}\rho_2 \\
 \dot{X}_S = \frac{Q_{in}}{V_r}(X_{S,in} - X_S) + \frac{Q_r}{V_r}(X_{S,rec} - X_S) + (1 - f_{xi})\rho_2 - \rho_3 \\
 \dot{X}_H = \frac{Q_{in}}{V_r}(X_{H,in} - X_H) + \frac{Q_r}{V_r}(X_{H,rec} - X_H) + \rho_1 - \rho_2 \\
 \dot{S}_O = \frac{Q_{in}}{V_r}(S_{O,in} - S_O) + \frac{\beta}{C_S}Q_L(C_s - S_O) - \frac{(1 - Y_H)}{Y_H}\rho_1 \\
 \dot{X}_{H,rec} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}}X_H - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}}X_{H,rec} \\
 \dot{X}_{I,rec} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}}X_I - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}}X_{I,rec} \\
 \dot{X}_{S,rec} = \frac{Q_{in} + Q_r}{V_{dec}}X_S - \frac{Q_r + Q_w}{V_{dec}}X_{S,rec}
 \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Où

$$\rho_1 = \mu_{H,max} \frac{S_s}{K_s + S_s} \frac{S_O}{K_O + S_O}$$

$$\rho_2 = b_H X_H$$

$$\rho_3 = \frac{K_h \frac{X_S}{X_H} S_O}{(K_X + \frac{X_S}{X_H})(K_O + S_O)}$$

Et

$S_I(t)$: Concentration en substrat soluble non-biodégradable (mg/l)

$S_S(t)$: Concentration en substrat aisément biodégradable (mg/l)

$X_I(t)$: Concentration en substrat particulaire non-biodégradable (mg/l)

$X_H(t)$: Concentration en biomasse hétérotrophe (mg/l)

$X_S(t)$: Concentration en substrat lentement biodégradable (mg/l)

$S_O(t)$: Concentration en oxygène dissous (mg/l)

$X_{I,rec}(t)$: Concentration en biomasse recyclée (mg/l)

$X_{H,rec}(t)$: Concentration de la biomasse hétérotrophe recyclée (mg/l)

$X_{S,rec}(t)$: Concentration de substrat lentement biodégradable recyclé (mg/l)

$S_{I,in}$: Concentration en substrat soluble non-biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$S_{S,in}$: Concentration en substrat aisément biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$X_{I,in}$: Concentration en substrat particulaire non biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$X_{H,in}$: Concentration en biomasse hétérotrophe dans l'alimentation (mg/l)

$X_{S,in}$: Concentration en substrat lentement biodégradable dans l'alimentation (mg/l)

$S_{O,in}$: Concentration en oxygène dissous d'alimentation (mg/l)

$\rho_1(t)$: Vitesse spécifique de croissance des hétérotrophes (1/h)

$\rho_2(t)$: Vitesse spécifique de mortalité des hétérotrophes (1/h)

$\rho_3(t)$: Vitesse spécifique d'hydrolyse de la matière organique absorbée (1/h)

b_H : Taux hétérotrophe d'affaiblissement

f_{X_i} : Fraction de biomasse

Y_H : Taux de conversion du substrat en biomasse

C_S : Constante de saturation en oxygène (mg/l)

β : constante strictement positive (1/l)

V_r : Volume du bassin d'aération (l)

V_{dec} : Volume du décanteur (l)

μ_{max} : Taux maximum de croissance

K_O : Coefficient de demi-saturation de l'oxygène pour la biomasse hétérotrophe (mg/l)

K_S : Coefficient de demi-saturation du substrat facilement biodégradable pour la biomasse hétérotrophe (mg/l)

K_h : Taux maximum d'hydrolyse

K_X : Coefficient de saturation d'hydrolyse du substrat

Q_{in} : Débit d'entrée (l/h)

Q_L : Débit d'air (l/h)

Q_r : Débit de boues recyclées (l/h)

Q_w : Débit de boues en excès (l/h)

4.4.7 Simulation du modèle

Nous avons simulé la réponse du système à des entrées de type échelon. Les conditions initiales utilisées et les valeurs des paramètres et des constantes sont résumées dans le tableau (4.1). Dans la simulation, nous avons considéré comme sorties :

$$y_1 = S_S$$

$$y_2 = X_S$$

$$y_3 = X_H$$

$$y_4 = S_O$$

ce choix n'est pas arbitraire, car nous verrons dans les chapitres qui suivent que ce choix de capteurs de sorties est un choix minimal qui assure une isolabilité maximale des défauts présents dans le procédé de traitement des eaux usées. Les courbes donnant les sorties en fonction du temps sont représentées dans la figure (4.7).

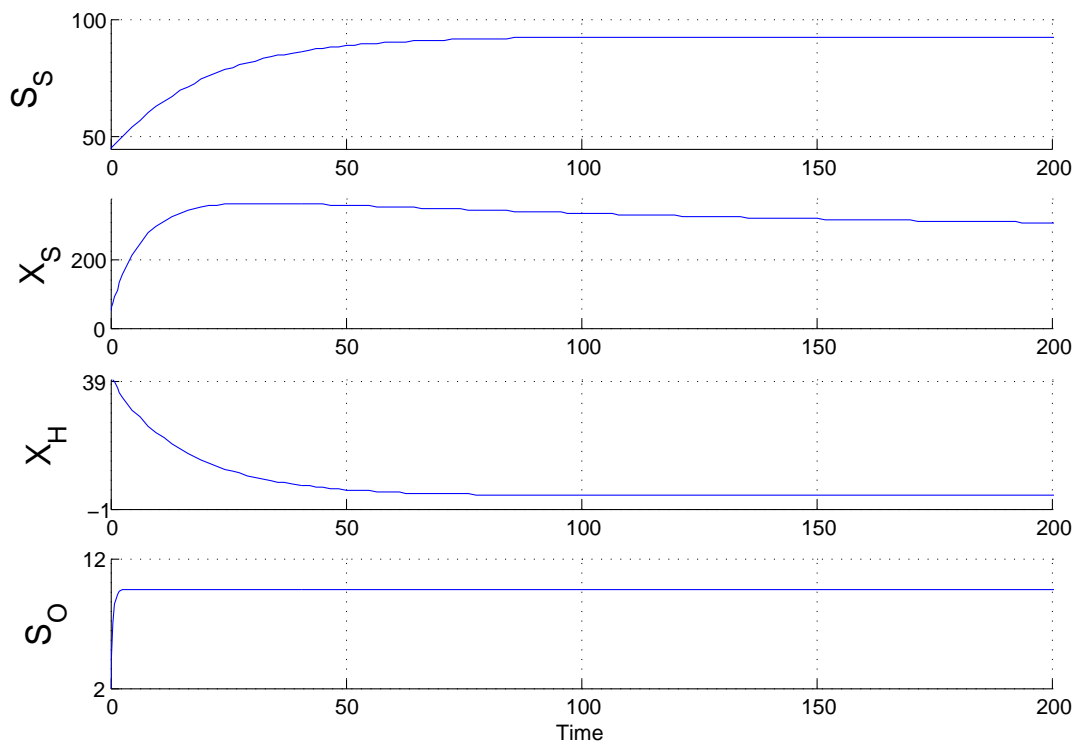


FIGURE 4.7 – Courbes de la réponse du système à des entrées de type échelon

Conditions initiales	Valeurs
S_{I0}	35 (mg/l)
X_{I0}	25 (mg/l)
X_{S0}	50 (mg/l)
X_{H0}	43 (mg/l)
S_{O0}	2 (mg/l)
S_{S0}	45 (mg/l)
$X_{H,rec0}$	583 (mg/l)
$X_{I,rec0}$	339 (mg/l)
$X_{S,rec0}$	670 (mg/l)
Paramètres du modèle	Valeurs
$S_{I,in}$	30(mg/l)
$X_{I,in}$	25 (mg/l)
$X_{S,in}$	125 (mg/l)
$X_{H,in}$	30 (mg/l)
$S_{O,in}$	0.5 (mg/l)
$S_{S,in}$	50 (mg/l)
b_H	0.62
μ_{max}	0.67
K_S	20
K_O	0.20(mg/l)
K_H	3
K_X	0.3
y_H	0.67
f_{xi}	0.08
C_S	10 (mg/l)
V_r	2000(l)
V_{dec}	1500(l)
β	(1/l)

TABLE 4.1 – Table donnant les conditions initiales et les valeurs des paramètres utilisées pour la simulation

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait une description du procédé de traitement des eaux usées par boues activées trouvé dans la plus part des stations d'épuration. Un modèle mathématique a été retenue en vue de fin de contrôle et de diagnostic des défauts.

Chapitre 5

Diagnostic structurel d'un procédé de traitement des eaux usées

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons utiliser le modèle du procédé biologique de traitement des eaux usées élaboré dans le chapitre précédent, en vue de concevoir un système de diagnostic à base de modèle capable de détecter et d'isoler la plupart des défauts et pannes susceptibles de se produire dans une station d'épuration. Les méthodes de diagnostic par approche structurelle présentées dans la première partie de ce mémoire seront utilisées et appliquées sur le modèle structurel du procédé de traitement des eaux usées.

5.2 Modèle structurel du procédé de traitement des eaux usées

Le modèle structurel utilisé ici est dérivé du modèle analytique (4.1). Les équations de ce modèle sont représentées par $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8$ et e_9 . Les équations et les variables existantes dans ce modèle constituent les sommets du graphe biparti. Dans la matrice d'adjacence, les lignes correspondent aux équations et les colonnes aux variables. Ce modèle est prolongé par l'ajout d'équations différentielles afin de modéliser les variables différentielles (système (5.1)).

Dans ce mémoire, nous avons considéré une causalité dérivée, c.à.d. que les variables x_i ne peuvent pas être calculées à partir des contraintes différentielles $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}$ car les conditions initiales ne seront pas disponibles. De plus, pour simplifier les expressions de résidus qui seront générés par la suite, nous avons considéré que les fonctions non linéaires $\rho_1(S_S, S_O)$ et $\rho_3(X_S, X_H, S_O)$ sont non-inversibles. Cela implique, par exemple, que les variables S_S et S_O ne peuvent pas être calculées à partir des contraintes qui contiennent la fonction ρ_1 .

$$\begin{aligned}
e_{10} & : \dot{S}_I = \frac{dS_I}{dt} \\
e_{11} & : \dot{S}_S = \frac{dS_S}{dt} \\
e_{12} & : \dot{X}_I = \frac{dX_I}{dt} \\
e_{13} & : \dot{X}_S = \frac{dX_S}{dt} \\
e_{14} & : \dot{X}_H = \frac{dX_H}{dt} \\
e_{15} & : \dot{S}_O = \frac{dS_O}{dt} \\
e_{16} & : \dot{X}_{H,rec} = \frac{dX_{H,rec}}{dt} \\
e_{17} & : \dot{X}_{I,rec} = \frac{dX_{I,rec}}{dt} \\
e_{18} & : \dot{X}_{S,rec} = \frac{dX_{S,rec}}{dt}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

La matrice d'adjacence du modèle structurel est donnée dans le tableau (5.1).

5.2.1 Modélisation des défauts

Dans cette partie, on considère que les défauts sont présents dans les actionneurs Q_L, Q_r et Q_w , le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}$ et la constante de Michaelis Menten K_S . Ils seront notés respectivement dans l'ordre précédent :

$$F = \{f_{Q_L}, f_{Q_r}, f_{Q_w}, f_{\mu_{H,max}}, f_{K_S}\}$$

Remarque 6. Chaque défaut de l'ensemble F , à l'exception de f_{Q_L} , est présent dans plus d'une équation. Par exemple, le défaut $f_{\mu_{H,max}}$ apparait dans les équations e_2, e_5 et e_6 . Or l'analyse et les algorithmes développés dans les chapitres précédents traitent le cas où le défaut apparait dans une et une seule contrainte (un défaut est équivalent à une contrainte non vérifiée).

Comme vu dans la remarque (3), on doit ajouter des nouvelles variables représentant les défauts dans les équations, et ajouter au même temps des contraintes auxiliaires :

$$\begin{aligned}
e_{19} & : x_{f_{Q_r}} = f_{Q_r} \\
e_{20} & : x_{f_{Q_w}} = f_{Q_w} \\
e_{21} & : x_{f_{\mu_{H,max}}} = f_{\mu_{H,max}} \\
e_{22} & : x_{f_{K_S}} = f_{K_S}
\end{aligned}$$

	S_I	S_S	X_I	X_S	X_H	S_O	$X_{H,rec}$	$X_{I,rec}$	$X_{S,rec}$	\dot{S}_I	\dot{S}_S	\dot{X}_I	\dot{X}_S	\dot{X}_H	\dot{S}_O	$\dot{X}_{H,rec}$	$\dot{X}_{I,rec}$	$\dot{X}_{S,rec}$	$x_{f_{Q_r}}$	$x_{f_{Q_w}}$	$x_{f_{\mu_{H,max}}}$	$x_{f_{K_S}}$	
e_1	Δ									L													
e_2		Δ		Δ	Δ	Δ					L											L	\times
e_3			Δ		L			\times				L								L			
e_4				Δ	Δ	Δ			\times				L							L			
e_5		Δ			Δ	Δ	\times							L						L		L	\times
e_6		Δ				Δ									L							L	\times
e_7					\times		Δ									L				L	L		
e_8			\times					Δ										L		L	L		
e_9				\times					Δ										L	L	L		
e_{10}	Δ									L													
e_{11}		Δ									L												
e_{12}			Δ									L											
e_{13}				Δ									L										
e_{14}					Δ									L									
e_{15}						Δ									L								
e_{16}							Δ									L							
e_{17}								Δ										L					
e_{18}									Δ										L				
e_{19}																			L				
e_{20}																				L			
e_{21}																					L		
e_{22}																						L	

TABLE 5.1 – Matrice d'adjacence du modèle du procédé de traitement des eaux usées

5.3 Analyse de placement optimal des capteurs

Supposant tout d'abord qu'il n'y a aucun capteur installé. L'ensemble des capteurs ou l'ensemble des variables mesurables est :

$$S = \{S_I, S_S, X_I, X_S, X_H, S_O\}$$

Il faut noter que ce sont les variables qui sont observables dans le procédé car les autres variables $X_{H,rec}$, $X_{I,rec}$ et $X_{S,rec}$ représentent des quantités recyclées et ne peuvent en aucun cas être mesurées. Le but est de choisir un ensemble minimal des capteurs, parmi ceux de l'ensemble S , qui assure une détectabilité et une isolabilité maximales pour les défauts considérés de l'ensemble F .

5.3.1 Caractérisation de la détectabilité et de l'isolabilité maximales

Dans un premier instant, nous devons faire une analyse de la détectabilité et de l'isolabilité maximales. L'ensemble des équations de capteurs \mathcal{E}_S est ajouté à l'ensemble des équations du modèle \mathcal{E} en ajoutant des lignes dans le tableau (5.1) avec un 1 dans la colonne correspondante à la variable du capteur.

En appliquant les algorithmes 4 et 5, ils renvoient :

$$F_{D_{max}} = F$$

Tous les défauts sont détectables en utilisant l'ensemble des capteurs disponibles. De plus, chaque défaut est isolable des autres défauts, sauf que le défaut f_{Q_w} n'est pas isolable de f_{Q_r} . La matrice d'isolabilité maximale obtenue s'écrit :

$$I_{max} = \left(\begin{array}{c|ccccc} & f_{Q_L} & f_{Q_r} & f_{Q_w} & f_{\mu_{H,max}} & f_{K_S} \\ \hline f_{Q_L} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{Q_r} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ f_{Q_w} & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ f_{\mu_{H,max}} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ f_{K_S} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad (5.2)$$

5.3.2 Analyse du placement de capteurs

Pour commencer, il n'y a pas de capteurs inutiles dans l'analyse de placement de capteurs, ce qui veut dire que $S_d = S$.

L'algorithme 6 de placement de capteurs renvoie deux configurations minimales :

$$S_{min_1} = \{S_S, X_I, X_H, S_O\}$$

$$S_{min_2} = \{S_S, X_S, X_H, S_O\}$$

Remarque 7. Si les relations de causalité n'ont pas été considérées, des configurations optimales avec **moins de capteurs** seraient trouvées :

$$S_{min_1} = \{S_S, X_I\}$$

$$S_{min_2} = \{S_S, X_S\}$$

$$S_{min_3} = \{S_S, X_H\}$$

$$S_{min_4} = \{X_I, X_S\}$$

$$S_{min_5} = \{X_I, S_O\}$$

$$S_{min_6} = \{X_S, X_H\}$$

$$S_{min_7} = \{X_S, S_O\}$$

$$S_{min_8} = \{X_H, S_O\}$$

Néanmoins, des résidus ne seront pas calculés aisément avec ces configurations car la causalité n'a pas été tenue compte de.

Afin de choisir entre les deux configurations de capteurs optimales S_{min_1} et S_{min_2} , nous devons les installer les deux virtuellement dans le modèle structurel et essayer de comparer les résultats obtenus par les deux configurations à savoir : nombres de MSO générés, le cardinal de l'ensemble minimal de générateurs de résidus, l'isolabilité maximale,...etc.

5.4 Génération des résidus : configuration de capteurs

$$S_{min_1}$$

Supposons que la configuration de capteurs $S_{min_1} = \{S_S, X_I, X_H, S_O\}$ a été installée. Ainsi, une extension du modèle structurel consiste à ajouter les équations de capteurs suivantes :

$$e_{23} : y_1 = S_S$$

$$e_{24} : y_2 = X_I$$

$$e_{25} : y_3 = X_H$$

$$e_{26} : y_4 = S_O$$

5.4.1 Recherches des sous ensembles MSO

En utilisant les fonctionnalités de diagnostic de la boîte à outils FDI ToolBox, nous obtenons en total 112 sous ensembles MSO. Théoriquement, et sans considéré la calculabilité, le nombre de résidus qui peuvent être générés à partir de ces MSO est égal à 1994. En effet, le nombre de résidus qui peuvent être générés à partir d'un seul sous ensemble MSO est égal au nombre d'équations dans cet MSO. C'est la raison derrière le nombre 1994 de générateurs de résidus possibles.

Parmi ces ensembles MSO, seulement 8 sont causalement calculables.

MSO	Les équations constituant le MSO	L'équation redondante générant le résidu
MSO_1	$\{e_3, e_8, e_{12}, e_{17}, e_{19}, e_{20}, e_{24}, e_{25}, \}$	e_8
MSO_2	$\{e_6, e_{15}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{26}, \}$	e_6
MSO_3	$\{e_5, e_7, e_{14}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_4	$\{e_5, e_6, e_7, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{22}, e_{23}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_5	$\{e_5, e_6, e_7, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{23}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_6	$\{e_3, e_5, e_7, e_8, e_{12}, e_{14}, e_{16}, e_{17}, e_{19}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_7	$\{e_3, e_5, e_6, e_7, e_8, e_{12}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{19}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_8	$\{e_3, e_5, e_6, e_7, e_8, e_{12}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{19}, e_{21}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7

TABLE 5.2 – Un tableau donnant les sous ensembles MSO calculable ainsi que l'équation redondante générant le résidu

	f_{Q_L}	f_{Q_r}	f_{Q_w}	$f_{\mu_{H,max}}$	f_{K_S}
MSO_1		1	1		
MSO_2	1			1	1
MSO_3		1	1	1	1
MSO_4	1	1	1		1
MSO_5	1	1	1	1	
MSO_6		1		1	1
MSO_7	1	1			1
MSO_8	1	1		1	

TABLE 5.3 – Relation entre les ensembles MSO et les défauts du système

5.4.2 Sélection d'un ensemble minimal de générateurs de résidus

Parmi ces ensembles MSO trouvés, nous devons choisir un nombre minimal de sous ensembles MSO générant les résidus qui assure l'exigence de diagnostic désirée. Par exemple, si l'exigence de diagnostic \mathcal{F} est tel que tous les défauts doivent être mutuellement isolable entre

eux, l'ensemble \mathcal{F} contient donc tous les pairs de combinaisons possibles des cinq défauts considérés, ç.à.d.

$$\mathcal{F} = \{(f_{Q_L}, f_{Q_r}), (f_{Q_L}, f_{Q_w}), \dots, \}$$

avec $|\mathcal{F}| = 5 \times 5 - 5 = 20$.

L'algorithme 7 revoit 11 ensembles minimaux de MSO générateurs de résidus qui assurent l'exigence de diagnostic \mathcal{F} . Le tableau(5.4) résume le résultat obtenu.

Configuration minimale	Les ensembles MSO générateurs de résidus
1	$MOS_1, MSO_2, MSO_4, MSO_5, MSO_6$
2	$MOS_2, MSO_3, MSO_4, MSO_5, MSO_6$
3	$MOS_2, MSO_3, MSO_4, MSO_5, MSO_7$
4	$MOS_1, MSO_2, MSO_3, MSO_5, MSO_7$
5	$MOS_1, MSO_2, MSO_5, MSO_6, MSO_7$
6	$MOS_2, MSO_3, MSO_4, MSO_5, MSO_8$
7	$MOS_1, MSO_2, MSO_3, MSO_4, MSO_8$
8	$MOS_1, MSO_2, MSO_4, MSO_6, MSO_8$
9	$MOS_2, MSO_3, MSO_4, MSO_5, MSO_8$
10	$MOS_1, MSO_2, MSO_3, MSO_7, MSO_8$
11	$MOS_1, MSO_2, MSO_6, MSO_7, MSO_8$

TABLE 5.4 – Les différentes possibilités du choix minimal des ensembles générateurs de résidus assurant l'exigence de diagnostic \mathcal{F}

Dans ce qui suit la première configuration a été choisie, ce qui fait que l'ensemble de générateurs de résidus

$$\mathcal{R}_1 = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5\}$$

correspond aux sous ensembles MSO :

$$\{MOS_1, MSO_2, MSO_4, MSO_5, MSO_6\}$$

respectivement(chaque résidu est générer à partir de l'ensemble MSO associé). La matrice de signature de défauts obtenue avec l'ensemble de générateurs de résidus \mathcal{R}_1 sélectionner est donné dans le tableau (5.5).

	f_{Q_L}	f_{Q_r}	f_{Q_w}	$f_{\mu_{H,max}}$	f_{K_S}
R_1		1	1		
R_2	1			1	1
R_3	1	1	1		1
R_4	1	1	1	1	
R_5		1		1	1

TABLE 5.5 – Matrice de signature des cinq défauts

5.5 Génération des résidus : configuration de capteurs

 S_{min_2}

Supposons maintenant que la configuration de capteurs $S_{min_2} = \{S_S, X_S, X_H, S_O\}$ a été installé. Ainsi, une extension du modèle structurel consiste à ajouter les équations de capteurs suivantes :

$$e_{23} : y_1 = S_S$$

$$e_{24} : y_2 = X_S$$

$$e_{25} : y_3 = X_H$$

$$e_{26} : y_4 = S_O$$

5.5.1 Recherches des sous ensembles MSO

En utilisant les fonctionnalités de diagnostic de la boîte à outils FDI ToolBox, nous obtenons en total 132 sous ensembles MSO. Théoriquement, et sans considéré la calculabilité, le nombre de résidus qui peuvent être générés à partir de ces MSO est égal à 2012. En effet, le nombre de résidus qui peuvent être générés à partir d'un seul sous ensemble MSO est égal au nombre d'équations dans cet MSO. C'est la raison derrière le nombre 2012 de générateurs de résidus possibles.

Parmi ces ensembles MSO, seulement 15 sont causalement calculables.

MSO	Les équations constituant le MSO	L'équation redondante générant le résidu
MSO_1	$\{e_4, e_9, e_{13}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_9
MSO_2	$\{e_6, e_{15}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{26}, \}$	e_6
MSO_3	$\{e_5, e_7, e_{14}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_4	$\{e_5, e_6, e_7, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{22}, e_{23}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_5	$\{e_5, e_6, e_7, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{23}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_6	$\{e_4, e_5, e_7, e_9, e_{13}, e_{14}, e_{16}, e_{18}, e_{19}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_7	$\{e_4, e_5, e_6, e_7, e_9, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{18}, e_{19}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_8	$\{e_4, e_5, e_6, e_7, e_9, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{18}, e_{19}, e_{21}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_9	$\{e_2, e_{11}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_2
MSO_{10}	$\{e_2, e_6, e_{11}, e_{15}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_2
MSO_{11}	$\{e_2, e_6, e_{11}, e_{15}, e_{21}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_6
MSO_{12}	$\{e_2, e_5, e_7, e_{11}, e_{14}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_{13}	$\{e_2, e_5, e_7, e_{11}, e_{14}, e_{16}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_{14}	$\{e_2, e_4, e_5, e_7, e_9, e_{11}, e_{13}, e_{14}, e_{16}, e_{18}, e_{19}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7
MSO_{15}	$\{e_2, e_4, e_5, e_7, e_9, e_{11}, e_{13}, e_{14}, e_{16}, e_{18}, e_{19}, e_{21}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, \}$	e_7

TABLE 5.6 – Un tableau donnant les sous ensembles MSO calculable ainsi que l'équation redondante générant le résidu

	f_{Q_L}	f_{Q_r}	f_{Q_w}	$f_{\mu_{H,max}}$	f_{K_S}
MSO_1		1	1		
MSO_2	1			1	1
MSO_3		1	1	1	1
MSO_4	1	1	1		1
MSO_5	1	1	1	1	
MSO_6		1		1	1
MSO_7	1	1			1
MSO_8	1	1		1	
MSO_9				1	1
MSO_{10}	1				1
MSO_{11}	1			1	
MSO_{12}		1	1		1
MSO_{13}		1	1	1	
MSO_{14}		1			1
MSO_{15}		1		1	

TABLE 5.7 – Relation entre les ensembles MSO et les défauts du système

5.5.2 Sélection d'un ensemble minimal de générateurs de résidus

Parmi ces ensembles MSO trouvés, nous devons choisir un nombre minimal de sous ensembles MSO générant les résidus qui assure l'exigence de diagnostic désirée. Par exemple, si l'exigence de diagnostic \mathcal{F} est tel que tous les défauts doivent être mutuellement isolable entre eux, l'ensemble \mathcal{F} contient donc tous les paires de combinaisons possibles des cinq défauts considérés, ç.à.d.

$$\mathcal{F} = \{(f_{Q_L}, f_{Q_r}), (f_{Q_L}, f_{Q_w}), \dots, \}$$

avec $|\mathcal{F}| = 5 \times 5 - 5 = 20,$.

L'algorithme 7 revoit 3 ensembles minimaux de MSO générateurs de résidus qui assurent l'exigence de diagnostic \mathcal{F} . Le tableau(5.12) résume le résultat obtenu.

Configuration minimale	Les ensembles MSO générateurs de résidus
1	$MOS_1, MOS_8, MOS_9, MOS_{10}$
2	$MOS_1, MOS_7, MOS_9, MOS_{11}$
3	$MOS_1, MOS_6, MOS_{10}, MOS_{11}$

TABLE 5.8 – Les différentes possibilités du choix minimal des ensembles générateurs de résidus assurant l'exigence de diagnostic \mathcal{F}

Dans ce qui suit la deuxième configuration a été choisie, ce qui fait que l'ensemble de générateurs de résidus

$$\mathcal{R}_2 = \{R_1, R_2, R_3, R_4\}$$

correspond aux sous ensembles MSO :

$$\{MOS_1, MOS_7, MOS_9, MOS_{11}\}$$

respectivement(chaque résidu est générer à partir de l'ensemble MSO associé). La matrice de signature de défauts obtenue avec l'ensemble de générateurs de résidus \mathcal{R}_2 sélectionner est donné dans le tableau (5.9).

	f_{Q_L}	f_{Q_r}	f_{Q_w}	$f_{\mu_{H,max}}$	f_{K_S}
R_1		1	1		
R_2	1	1			1
R_3				1	1
R_4	1			1	

TABLE 5.9 – Matrice de signature des cinq défauts

5.5.3 Comparaison entre les deux configurations de capteurs S_{min_1} et S_{min_2}

La table(5.10) récapitule les résultats obtenus pour chaque configuration.

Configuration de capteurs choisie	S_{min_1}	S_{min_2}
Nombre de MSO	112	132
Nombre de MSO calculables	8	15
Taille de l'ensemble minimal de générateurs des résidus	5	4
Possibilité du choix de \mathcal{R}	11	3

TABLE 5.10 – Comparaison entres les deux configurations de capteurs

On remarque que dans le cas où la configuration de capteurs S_{min_2} est installée, le nombre de résidus nécessaire pour assurer l'exigence de diagnostic est inférieur au cas de la configuration S_{min_1} ce qui présente une avantage lors de l'implémentation des générateurs de résidus. Par conséquence, dans la section suivante, nous avons choisi d'installé les capteurs de la configuration S_{min_2} .

5.6 Implémentation de l'ensemble des générateurs de résidus \mathcal{R}_2

Dans cette section la configuration de capteurs S_{min_2} a été choisie. L'ensemble de générateurs de résidus \mathcal{R}_2 sera implémenté.

5.6.1 Détermination des fonctions de résidus et leurs séquences de calcul correspondantes

Dans la figure(C.1), la séquence de calcul correspondante au générateur de résidu R_1 est représentée. Des séquence de calcul similaires peuvent être générées pour chaque générateur de résidu R_i . La fonction de résidu r_1 est donnée ci-dessous. Le reste des fonctions de résidus et leurs séquences de calcul correspondantes sont données en Annexe(C).

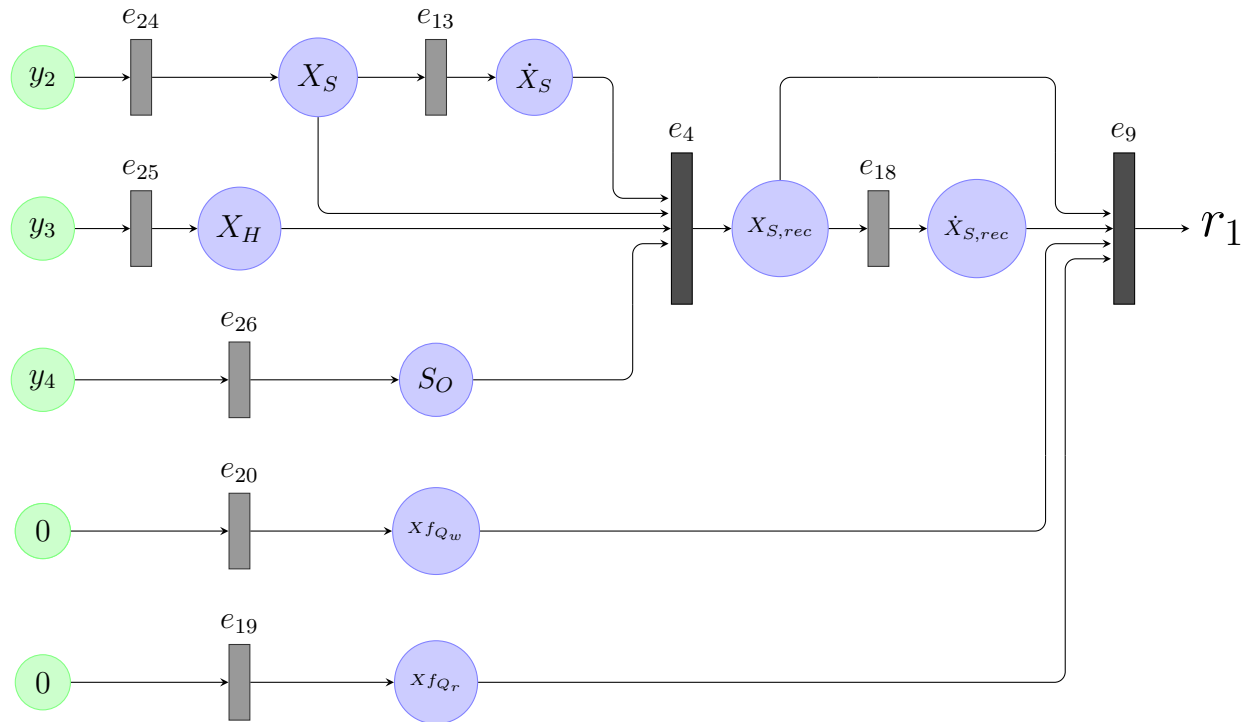


FIGURE 5.1 – Graphe orienté générant le résidu r_1 associé à l'ensemble MSO_1

$$X_{S,rec} = X_S + \frac{V_r}{Q_r} \left[\dot{X}_S - \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{S,in} - X_S) - (1 - f_{xi})\rho_2(X_H) + \rho_3(X_S, X_H, S_O) \right]$$

$$\dot{X}_{S,rec} = \frac{dX_{S,rec}}{dt}$$

$$r_1 = \dot{X}_{S,rec} - \frac{Q_{in} + Q_r + x_{f_{Q_r}}}{V_{dec}} X_S + \frac{Q_r + x_{f_{Q_r}} + Q_w + x_{f_{Q_w}}}{V_{dec}} X_{S,rec}$$

5.6.2 Résultats de simulation des résidus

Les valeurs initiales et les valeurs des paramètres du modèle utilisé pour la simulation des fonctions des résidus sont comme dans le tableau(4.1). Les défauts sont appliqués à $t = 20$ jours pour différents cas. Les résultats sont présentés sur les figures (5.2),(5.3),(5.4),(5.5),(5.6), (5.7),(5.8) représentant respectivement les courbes des résidus selon la (les) défauts (s) considérés (s).

1. Cas où aucun défaut n'est considéré (Figure (5.2))

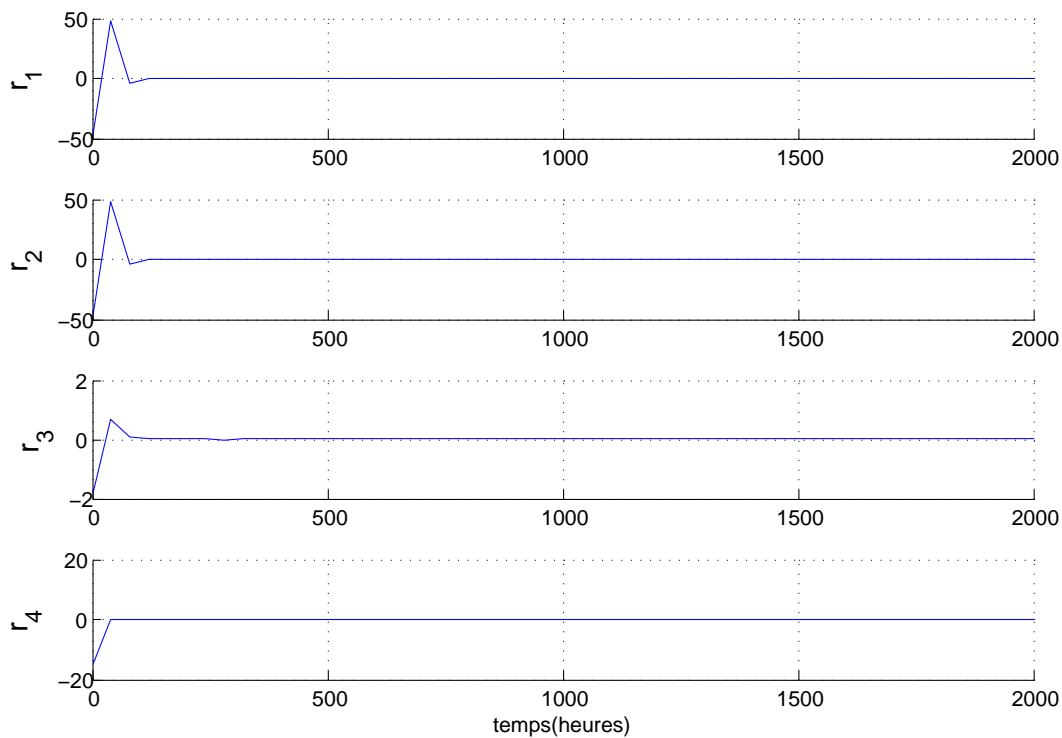


FIGURE 5.2 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_i = 0$)

Dans ce cas on vérifie bien que les résidus sont égales à zéro quand aucun défaut n'est présents dans le système. Ce qui conforme avec la définition d'une fonction de résidu. Bien évidemment le pique dans les premiers instants de simulation est dû à des erreurs de calcul surtout que le démarrage exige des amplitudes des fonctions dérivées très importantes.

2. Cas où le défaut f_{Q_L} dans l'actionneur Q_L est considéré comme un échelon de 50% à l'instant $t = 1000$ heures (Figure (5.3))

Les courbes des résidus r_2 et r_1 sont à zéro cela est dû à l'absence de f_{Q_L} dans leurs fonctions, alors que celles des résidus r_2 et r_4 s'éloignent de zéro à partir de l'instant où f_{Q_L} est appliquée, ce qui signifie que r_2 et r_4 sont sensibles au défaut f_{Q_L} . Ce résultat est conforme avec l'analyse de la sensibilité donnée dans la table de signature

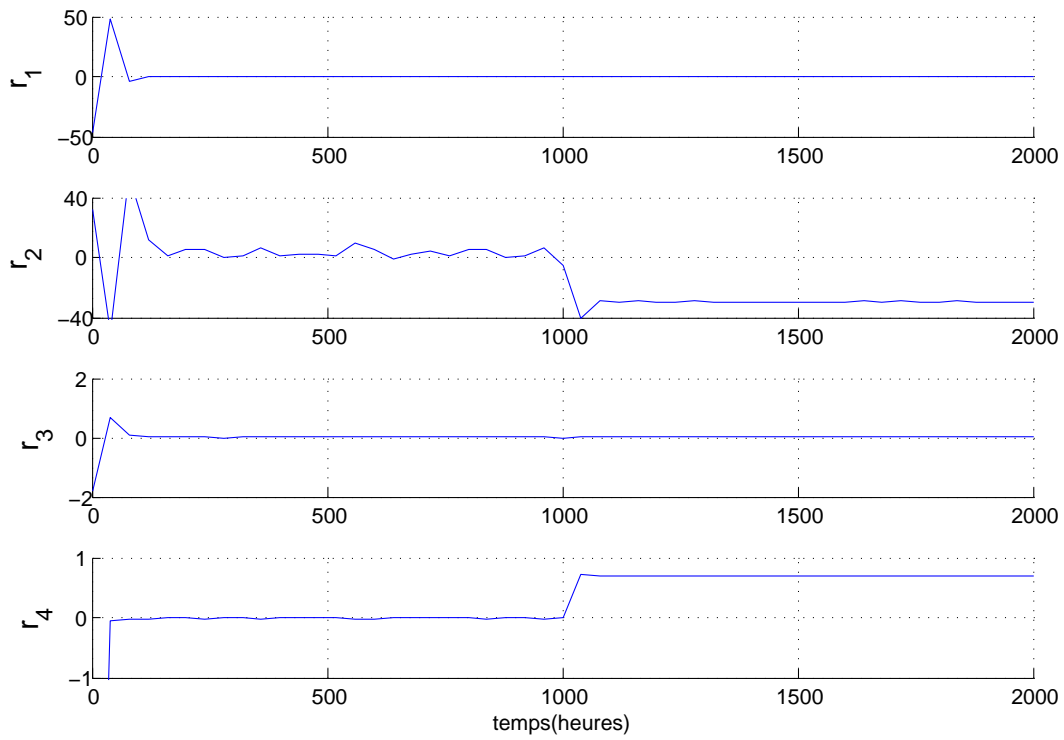


FIGURE 5.3 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{Q_L} \neq 0$)

des défauts (5.9).

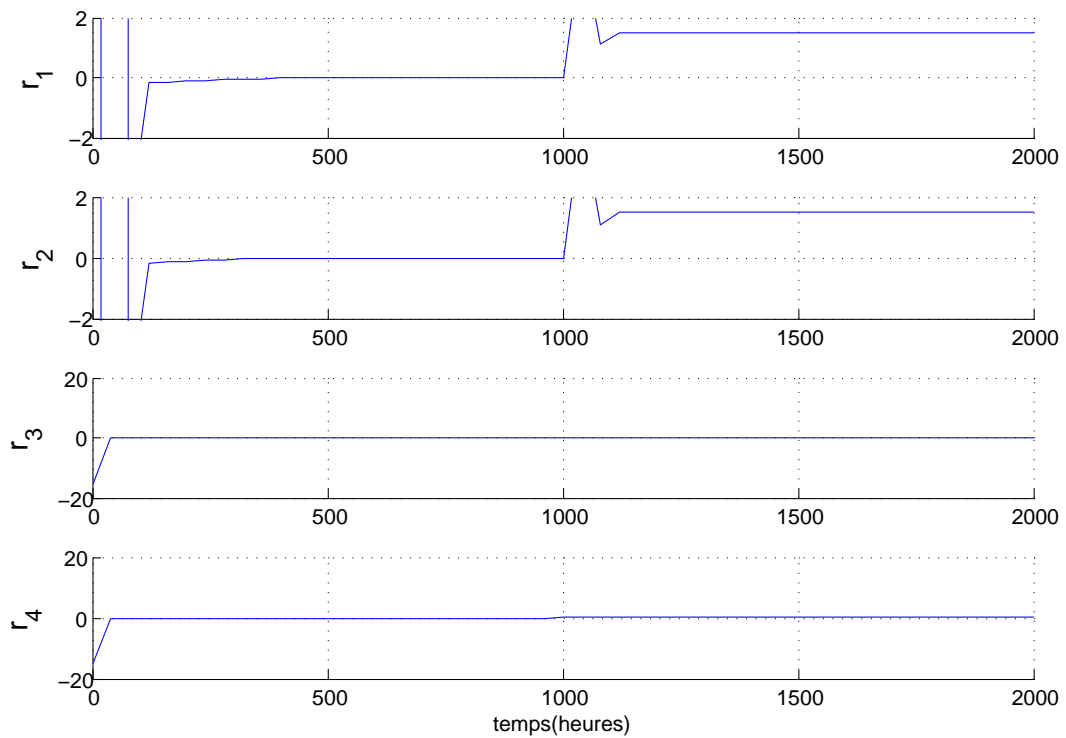


FIGURE 5.4 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{Q_r} \neq 0$)

3. **Cas où le défaut f_{Q_r} dans l'actionneur Q_r est considéré comme un échelon de 50% à l'instant $t = 1000$ heures (Figure (5.4))**

Seules les courbes des résidus r_1 et r_2 présentent un décalage par rapport à l'axe zéro à partir de l'instant de l'application du défaut f_{Q_r} , cela est dû à la présence de ce défaut (équation e19) dans les séquence de calcul des résidus r_1 et r_2 . Le défaut f_{Q_r} est donc détectable par r_1 et r_2 .

4. **Cas où le défauts f_{Q_w} dans l'actionneur Q_w est considéré comme un échelon de 50% à l'instant $t = 1000$ heures (Figure (5.5))**

Après l'application du défaut f_{Q_w} , on constate un éloignement de la courbe du résidu

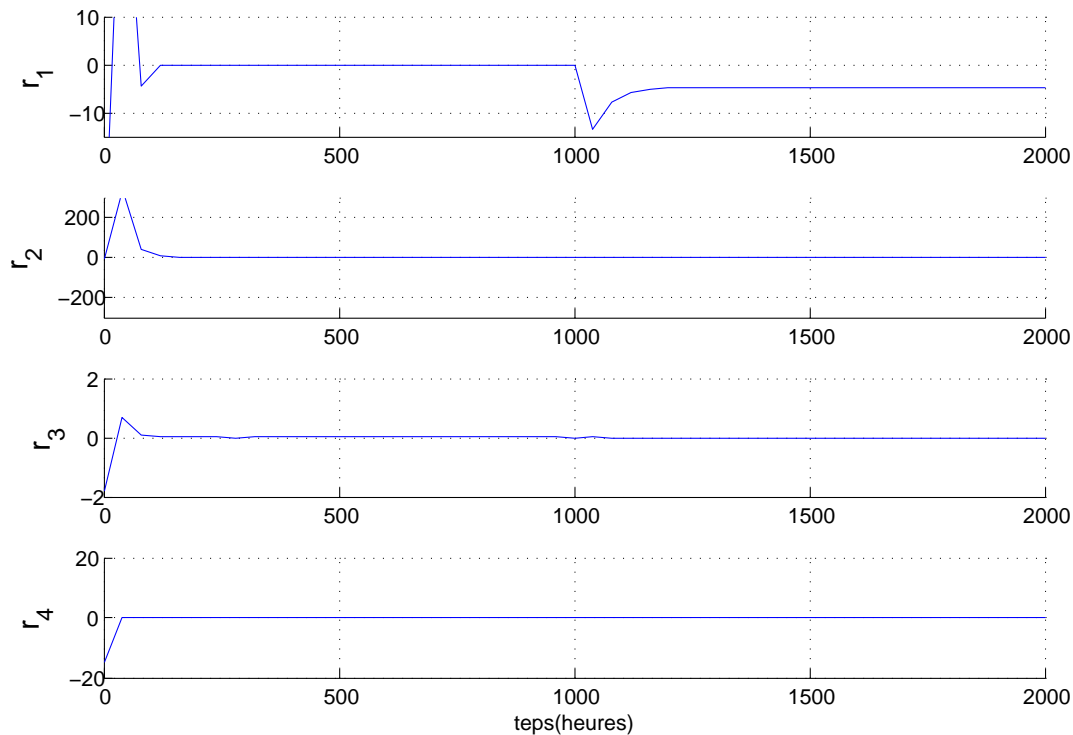


FIGURE 5.5 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{Q_w} \neq 0$)

r_1 , alors que les autres courbes des résidus restent à zéro. Cela signifie que la faute f_{Q_L} affecte seulement le résidu r_1 .

5. **Cas où le défaut paramétrique $f_{\mu_{H,max}}$ est considéré comme un échelon de 50% à l'instant $t = 1000$ heures (Figure (5.6))**

La faute $f_{\mu_{H,max}}$ affecte les deux résidus r_3 et r_4 , ce qui implique leurs éloignements de zéro à partir de l'instant où le défaut est appliqué.

6. **Cas où le défaut paramétrique f_{K_S} est considéré comme un échelon de 50% à l'instant $t = 1000$ heures (Figure (5.7))**

Comme prévu par la lecture de la table de signature des défauts (5.9), l'application

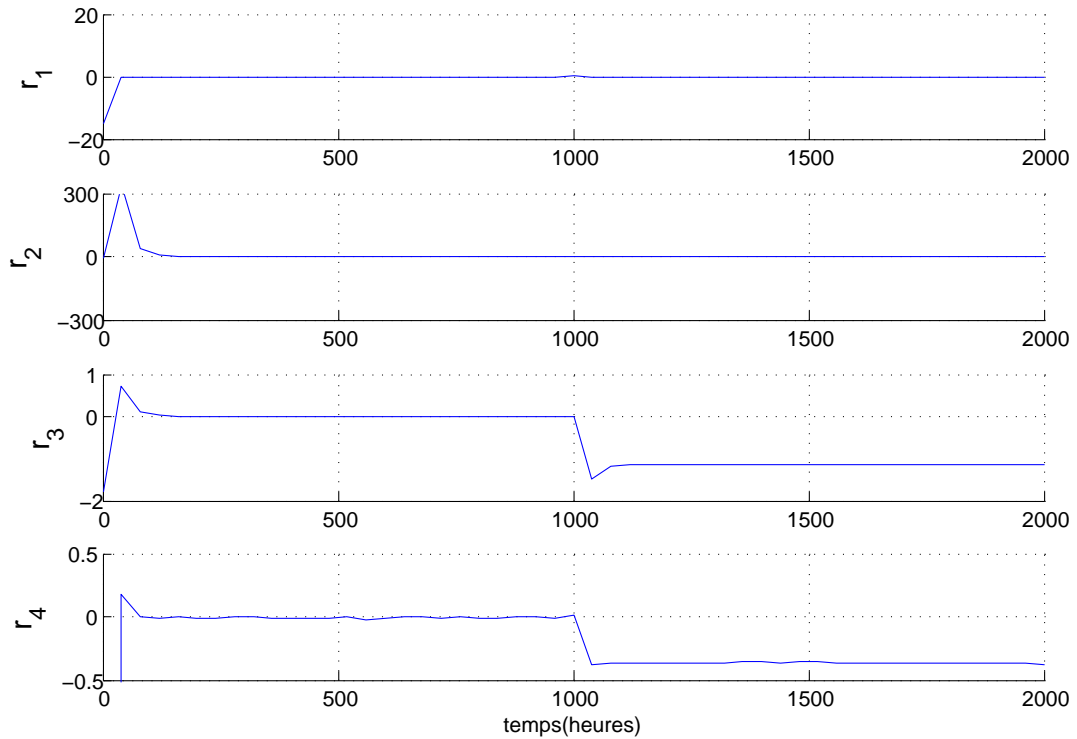


FIGURE 5.6 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{\mu_{H,max}} \neq 0$)

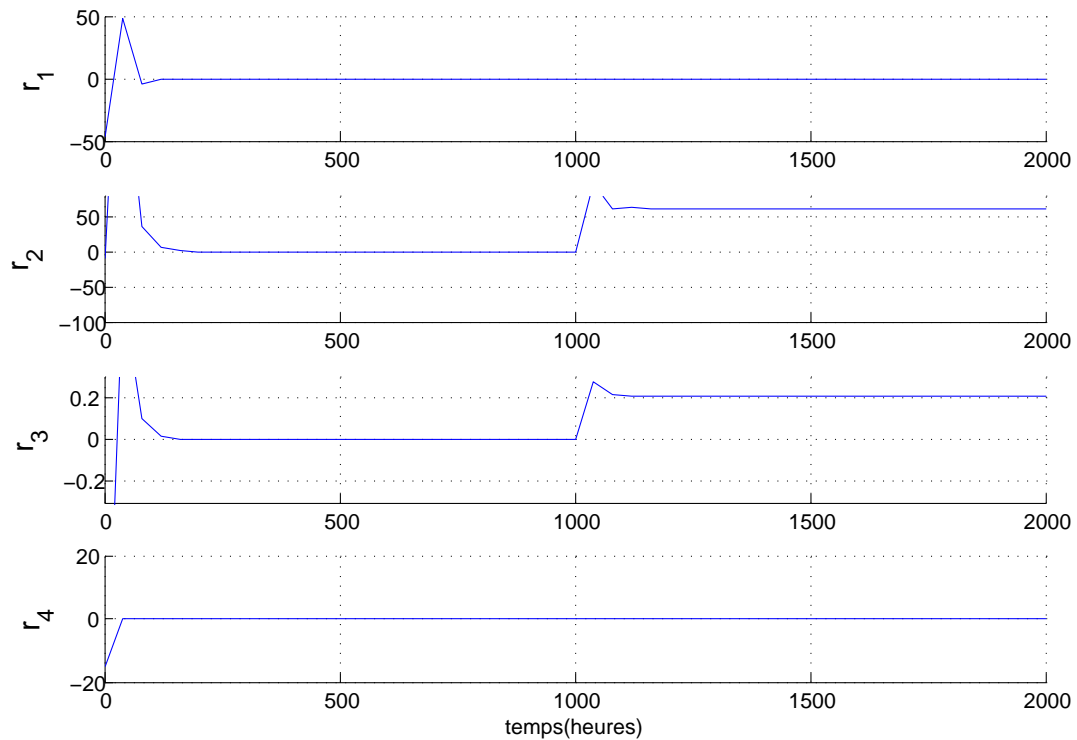


FIGURE 5.7 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 ($f_{K_S} \neq 0$)

du défaut f_{K_S} cause une alarme des résidus r_2 et r_3 alors que les deux autres résidus r_1 et r_4 restent inchangés.

7. Cas où tous les défauts sont considérés à des intervalles de temps différents (Figure (5.8))

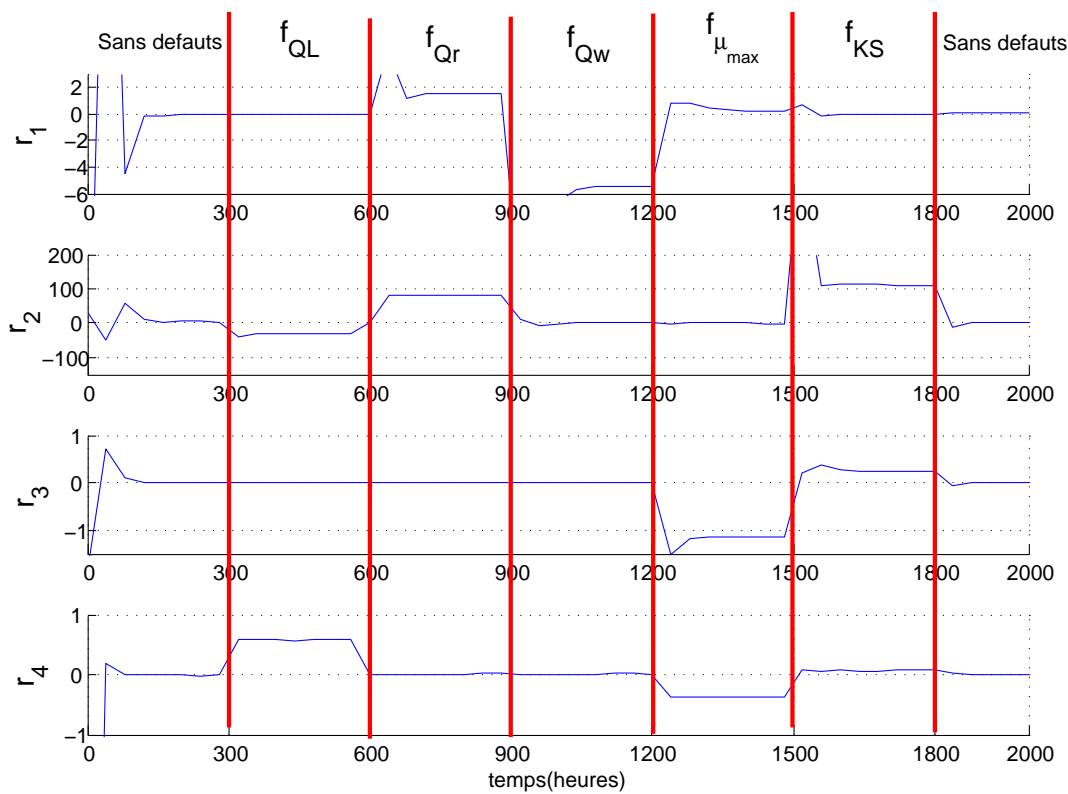


FIGURE 5.8 – Courbes des fonctions des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 lorsque les défauts sont appliqués à des instants différents (f_{Q_L} à $t=300h$, f_{Q_r} à $t=600h$, f_{Q_w} à $t=900h$, $f_{\mu_{H,max}}$ à $t=1200h$ et f_{K_S} à $t=1500h$)

Les défauts sont appliqués à des instants différents comme des fenêtres de longueur 300 heures. Il faut remarque que cette figure est une image de la table de signature des défauts (5.9). Les courbes dans les variations des sorties en fonction du temps et leurs réactions au différents défauts appliqués sont montrées dans la figure (5.9).

À partir de la figure (5.9) on remarque que :

- La sortie S_S n'est pas affectée par les défauts dans les actionneurs Q_L, Q_r et Q_w , alors qu'elle est sensible aux variations dans les paramètres $\mu_{H,max}$ et K_S . Cela peut être expliquer par le fait que l'équation différentielle donnant la dynamique de S_S (contrainte e_2) ne contient pas les actionneurs, alors qu'elle contient la fonction ρ_1 qui est elle même fonction de $\mu_{H,max}$ et K_S .
- La sortie X_S est pratiquement sensible qu'aux défauts dans les actionneurs Q_r et Q_w . Elle n'est pas sensible aux défauts paramétriques parce que l'équation e_4 donnant la dynamique de X_S ne contient pas la fonction $\rho_1(\mu_{H,max}, K_S)$.

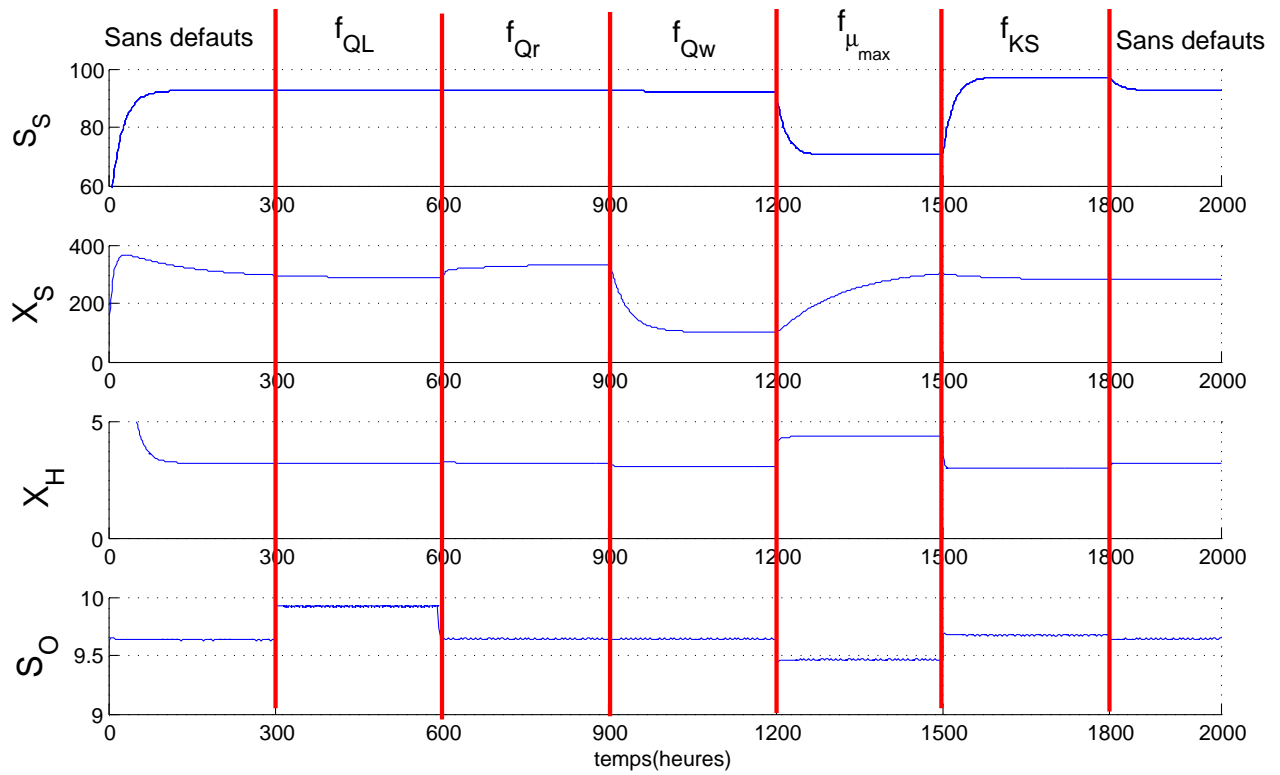


FIGURE 5.9 – Courbes des sorties lorsque les défauts sont appliqués à des instants différents (f_{Q_L} à $t=300\text{h}$, f_{Q_r} à $t=600\text{h}$, f_{Q_w} à $t=900\text{h}$, $f_{\mu_{H,max}}$ à $t=1200\text{h}$ et f_{K_S} à $t=1500\text{h}$)

- La sortie X_H est pratiquement insensible aux défauts actionneurs malgré que ces derniers apparaît dans l'équation dynamique de cette sortie.
- La sortie S_O est clairement affectée par le défaut dans l'actionneur Q_L , ce qui est très logique en regardant l'équation de la dynamique de S_O .

5.7 Considération de tous les défauts possibles : défauts actionneurs, paramètres et défauts de capteurs

Maintenant, on considère tous les défauts possibles, ç.à.d., les défauts dans les actionneurs, les défauts dans les paramètres et les défauts de capteurs, alors le vecteur défauts s'écrit :

$$F = \{f_{Q_L}, f_{Q_r}, f_{Q_w}, f_{\mu_{H,max}}, f_{K_S}, f_{S_S}, f_{X_S}, f_{X_H}, f_{S_0}\}$$

Par exemple, nous considérons le cas où l'exigence de diagnostic \mathcal{F} est tel que tous les défauts doivent être mutuellement isolable entre eux, alors l'ensemble \mathcal{F} contient donc tous les paires de combinaisons possibles des neuf défauts considérés, ç.à.d.

$$\mathcal{F} = \{(f_{Q_L}, f_{Q_r}), (f_{Q_L}, f_{Q_w}), \dots\}$$

avec $|\mathcal{F}| = 9 \times 9 - 9 = 72$.

Avec l'ensemble de capteurs déjà installés, et en considérant l'exigence de diagnostic \mathcal{F} , l'algorithme 7 renvoi 6 ensembles minimaux de MSO générateurs de résidus qui assurent une isolabilité maximale. Malheureusement, l'exigence de diagnostic n'est pas complètement assurée cette fois ci. La matrice d'isolabilité maximale atteinte est donnée dans le tableau(5.11).

	f_{Q_L}	f_{Q_r}	f_{Q_w}	$f_{\mu_{H,max}}$	f_{K_S}	f_{S_S}	f_{X_S}	f_{X_H}	f_{S_0}
f_{Q_L}	1					1			1
f_{Q_r}		1						1	1
f_{Q_w}		1	1					1	1
$f_{\mu_{H,max}}$				1		1			1
f_{K_S}					1	1			1
f_{S_S}						1			1
f_{X_S}							1	1	1
f_{X_H}								1	1
f_{S_0}									1

TABLE 5.11 – Matrice d'isolabilité maximale atteinte

Dans ce qui suit la première configuration a été choisie, ce qui fait que l'ensemble de générateurs de résidus

$$\mathcal{R}_2 = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5\}$$

correspond aux sous ensembles MSO :

$$\{MOS_1, MOS_2, MOS_4, MOS_8, MOS_9\}$$

respectivement(chaque résidu est générer à partir de l'ensemble MSO associé). La matrice

Configuration	Les ensembles MSO générateurs de résidus
1	$MOS_1, MSO_2, MSO_4, MSO_8, MSO_9$
2	$MOS_1, MSO_2, MSO_5, MSO_7, MSO_9$
3	$MOS_1, MSO_2, MSO_5, MSO_6, MSO_{10}$
4	$MOS_1, MSO_2, MSO_3, MSO_8, MSO_{10}$
5	$MOS_1, MSO_2, MSO_4, MSO_6, MSO_{11}$
6	$MOS_1, MSO_2, MSO_3, MSO_7, MSO_{11}$

TABLE 5.12 – Les différentes possibilités du choix minimal des ensembles générateurs de résidus assurant l'isolabilité maximale du tableau(5.11)

de signature de défauts obtenue avec l'ensemble de générateurs de résidus sélectionnés est donné dans le tableau (5.13).

	f_{Q_L}	f_{Q_r}	f_{Q_w}	$f_{\mu_{H,max}}$	f_{K_S}	f_{S_S}	f_{X_S}	f_{X_H}	f_{S_0}
R_1		1	1				1	1	1
R_2	1			1	1	1			1
R_3	1	1	1		1	1		1	1
R_4	1	1		1		1	1	1	1
R_5				1	1	1	1	1	1

TABLE 5.13 – Matrice de signature des 9 défauts

5.8 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre a porté sur l'application du diagnostic de défauts, en utilisant une approche purement structurelle, à un procédé de traitement des eaux usées.

Nous avons étudié les cas où les défauts sont appliqués sur les actionneurs à savoir Q_L , Q_r et Q_w , le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}$ et sur la Constante de Michaelis Menten K_S . En premier lieu, nous avons déterminé la configuration minimale de capteurs à installés afin d'assurer une isolabilité maximale des défauts. Deux configurations on été identifiées, comparées entre eux et l'une a été retenue. La comparaison est faite par rapport à la taille de l'ensemble de générateurs de résidus assurant le cahier de charge de surveillance. Ensuite, nous avons implémenter l'ensemble de générateurs de résidus associé à la configuration de capteurs installée. Après considération des 4 défauts capteurs, nous avons pu déterminer un ensemble de générateurs de résidus permettant d'isoler au maximum tous les 9 défauts considérés (défauts actionneurs, défauts dans les paramètres et défauts capteurs).

Les résultats de simulation ont montré l'efficacité et l'avantage qu'apporte les algorithmes de l'analyse structurelle dans la détection et la localisation de défauts.

Conclusion générale et perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude d'une méthodologie de conception d'un système de diagnostic de défauts en utilisant une approche issue de l'analyse structurelle. La motivation du choix de cette approche est que cette analyse utilise une connaissance qualitative du système en ne tenant compte que les liens entre contraintes et variables. Cette méthodologie est systématique et peut être facilement automatisée pour des applications sur les systèmes industriels complexes.

Le procédé de traitement des eaux usées a été utilisé comme application afin de valider les algorithmes présentés. Notre objectif a été donc de détecter et d'isoler plusieurs défauts dans le modèle du procédé de traitement des eaux usées en utilisant un nombre minimal de capteurs installés.

Après avoir donné une revue sur les résultats de recherche dédiée au diagnostic, nous avons présenté les outils d'analyse structurelle nécessaire pour le diagnostic de défauts. Ainsi, nous avons donné une modélisation structurelle d'un système par graphe biparti et matrice d'adjacence. La DM-décomposition de la matrice d'adjacence permet de déterminer le sous système surdéterminé contenant plus d'équations que de variables. Ce système est essentiel pour le diagnostic structurel. En effet, le diagnostic par approche structurelle est basé sur les relations de redondances analytiques qui peuvent être trouvées dans le sous système surdéterminé. Une relation de redondance analytique (RRA) permet de générer un résidu.

La méthodologie de conception d'un système de diagnostic par approche structurelle se fait en 4 étapes.

La première étape consiste à choisir un nombre minimal de capteurs à installer parmi ceux disponibles. Ces capteurs installés doivent assurer la détectabilité et l'isolabilité maximales des défauts.

Les étapes qui suivent consistent à trouver un nombre minimal de générateurs de résidus implémentables qui permettent de vérifier un cahier de charges de surveillance. Ce dernier représente, en général, une exigence en terme de détectabilité et d'isolabilité de défauts.

En premier lieu, nous devons trouver tous les sous ensembles MSO qui servent à la génération des résidus. En effet, un ensemble MSO, qui contient une seule équation redondante, est équivalent à une RRA. Dans la littérature, il existe plusieurs algorithmes de recherche de ces ensembles. Nous avons choisi la méthode la plus efficace, en terme de com-

plexité de calcul réduite, qui est celle de Krysanter et al. La recherche des ensembles MSO est naturellement faite dans le sous système sur-déterminé.

En second, parmi tous les ensembles MSO trouvés, nous devons choisir seulement les ensembles MSO qui sont calculables. La calculabilité d'un ensemble MSO veut dire qu'il existe une séquence de calcul causale des variables inconnues permettant de générer un résidu.

Ensuite, parmi tous les ensembles MSO calculables trouvés nous choisissons un nombre minimal d'ensembles MSO générateurs de résidus pour l'implémentation. Ces générateurs de résidus doivent assurer un cahier de charges de surveillance qui est exprimé en terme d'exigence d'isolabilité de défauts. Au final, nous obtenons des générateurs de résidus avec leur séquences de calcul correspondantes prêts pour l'implémentation.

Les résultats, les méthodes et les algorithmes présentés dans ce mémoire ont été implémentés, ainsi une boîte à outil MATLAB que nous avons applé S-FDIToolBox a été développée. En utilisant cette boîte, il suffit juste de donner le modèle dynamique du système et tous les étapes de la méthodologie structurale discutée sont exécutées systématiquement donnant un diagnostic complet du système avec les capteurs à installer.

Nous avons utilisé, comme application de cette méthodologie de diagnostic, un modèle du procédé de traitement des eaux usées. Nous avons étudié le cas où les défauts sont commis sur les actionneurs à savoir Q_L , Q_r et Q_w , sur le taux maximum de croissance de la biomasse $\mu_{H,max}$ et la Constante de Michaelis Menten K_S .

Au début, nous avons déterminer les configurations minimales des capteurs à installer qui satisfont la détectabilité et l'isolabilité maximales des défauts considérés. Deux configurations S_{min_1} et S_{min_2} , avec quatre capteurs chacune, on été trouvées.

Ensuite, pour chaque configuration de capteurs trouvée, nous avons calculé tous les ensembles MSO, les ensembles MSO calculables et l'ensemble minimal de générateurs de résidus obtenu. Une comparaison entre les deux configuration a permis de choisir la deuxième configuration S_{min_2} car la taille de l'ensemble minimal de générateurs de résidus associé est inférieure à celle de la configuration S_{min_1} .

Après l'installation des capteurs de l'ensemble S_{min_2} , l'ensemble de générateurs de résidu choisi a été implémenté. Chaque résidu correspond à une séquence de calcul bien déterminée. Des résultats de simulation des résidus sont obtenus.

En conclusion, nous pouvons dire que les résultats obtenus lors de l'application ont confirmé l'avantage et l'apport de l'approche structurale pour le diagnostic de défauts. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que les algorithmes du diagnostic structurel sont simples à appliquer et efficaces pour résoudre le problème de détection et d'isolation de défauts et nous encouragent à utiliser ces méthodes dans d'autres applications industrielles.

Ce travail peut faire l'objet de travaux futurs tels que :

- Étudier la possibilité de reconfiguration structurale en cas de perte de composants. Ce

ci rentre dans le cadre de la commande tolérante aux défauts.

- Adapter l'algorithme de placement minimal de capteurs afin de tenir en compte le coût d'installation de chaque capteur.

Annexe A

Recherche des ensembles MSO

A.1 Algorithme de Krysander

Algorithme 3 $\mathcal{MSO} = \text{FindMSO}(M)$
si $\phi(M) = 1$ alors
$\mathcal{MSO} := \{M\}$
sinon
$\mathcal{MSO} := \emptyset$
pour chaque equation e dans M faire
$M' := (M \setminus \{e\})^+$
$\mathcal{MSO} := \mathcal{MSO} \cup \text{FindMSO}(M')$
fin pour
fin si
return \mathcal{MSO}

TABLE A.1 – Algorithme de recherche des sous ensembles MSO

Exemple 14. Pour illustrer le déroulement de l'algorithme, considérons le système surdéterminé suivant :

	x_1	x_2
e_1	1	
e_2	1	1
e_3		1
e_4		1

La redondance structurelle de cet ensemble d'équations est $\phi = 2$. En entrant l'algorithme, e_1 est éliminée et l'ensemble M' devient $(M \setminus \{e\})^+ = \{e_3, e_4\}$. Dans ce cas $\phi(M') = 1$ et l'ensemble des équations M' est sauvegardé comme un MSO dans \mathcal{M}_{MSO} . Ensuite, e_2 est éliminée et l'ensemble $M' = (M \setminus \{e\})^+ = \{e_3, e_4\}$. Cela signifie que le même ensemble MSO est trouvé une autre fois. Après, e_3 est éliminée et le MSO $\{e_1, e_2, e_4\}$ est trouvé. Idem, e_4

est éliminée et le MSO $\{e_1, e_2, e_3\}$ est trouvé. Par conséquent, trois ensembles MSO sont trouvés et la sortie de l'algorithme est

$$\mathcal{M}_{\text{MSO}} = \{\{e_3, e_3\}, \{e_1, e_2, e_3\}, \{e_1, e_2, e_4\}\}$$

A.2 Algorithme de Krysander amélioré

Dans l'exemple précédant, l'ensemble $\{e_3, e_4\}$ est trouvé deux fois, on peut penser donc que l'algorithme n'est pas optimal en terme d'efficacité de calcul. Pour cette raison, l'équipe de Krysander a proposé une amélioration de l'algorithme (voir [35]). Cette amélioration consiste à regrouper des ensembles d'équations afin de réduire la taille et la complexité de la structure. La réduction est basée sur une décomposition unique et nouvelle de la partie surdéterminée du graphe biparti. Si \mathcal{E} est l'ensemble de toutes les équations et \mathcal{Z} l'ensemble des inconnues, la décomposition peut être définie comme suit : Soit R une relation sur l'ensemble \mathcal{E} des équations définies par (e, e) , (R est une relation d'équivalence), \mathcal{E} peut être divisé en classes d'équivalences disjointes \mathcal{E}_i . Ces dernières seront utilisées à la place des équations (voir algorithme 4 de la figure (A.3)).

A.3 Algorithme de calcul des ensembles MSO causalement calculables

Algorithme 5 $\mathcal{CMSO} = \text{CCMSO}(M)$

```

 $\mathcal{CMSO} := \emptyset;$ 
 $\mathcal{MSO} := \text{MSO}(M);$ 
 $\mathcal{X}_{\text{MSO}} = \text{Var}_{\mathcal{X}}(\mathcal{MSO});$ 
for each  $MSO \in \mathcal{MSO}$ 
   $\{\mathcal{X}, \mathcal{E}\} = \text{ComputableSysteme}(MSO, \mathcal{X}, A);$ 
  if  $|MSO| = |\mathcal{E}|$  then
     $\mathcal{CMSO} = \mathcal{CMSO} \cup \{MSO\};$ 
  end if
end for

```

TABLE A.2 – Algorithme de recherche des sous ensembles MSO calculables

Par *lump* $[E]$ *in* \mathcal{M}' dans l'algorithme, on veut dire que juste la classe d'équivalence $[E]$ dans \mathcal{M}' est regroupé. Pour plus de détail sur l'algorithme veuillez consulter l'article [36]).

Algorithme 4 $MSO = MSO(M)$

```

 $\mathcal{M} := \{\{e\} | e \in M^+\};$ 
 $MSO := \text{FindMSO}(\mathcal{M}, \mathcal{M});$ 
return  $MSO$ ;

subroutine  $MSO := \text{FindMSO}(\mathcal{M}, \mathcal{R});$ 
if  $\overline{\varphi} \mathcal{M} = 1$  then
     $MSO := \{\cup_{E \in \mathcal{M}} E\}$ 
else
     $\mathcal{R}' := \emptyset; \mathcal{M}' := \mathcal{M};$ 
    while  $\mathcal{R} \neq \emptyset$  do
        select an  $E \in \mathcal{R};$ 
        Lump  $[E]$  in  $\mathcal{M}'$ ;
        if  $[E] \subseteq \mathcal{R}$  then
             $\mathcal{R}' := \mathcal{R}' \cup \{\cup_{E' \in [E]} E'\};$ 
        end if
         $\mathcal{R} := \mathcal{R} \setminus [E];$ 
    end while
     $MSO := \emptyset;$ 
    while  $\mathcal{R}' \neq \emptyset$  do
        select an  $E \in \mathcal{R}'$ ;
         $\mathcal{R}' := \mathcal{R}' \setminus \{E\};$ 
         $MSO := MSO \cup \text{FindMSO}(\mathcal{M}' \setminus \{E\}, \mathcal{R}');$ 
    end while
end if
return  $MSO$ 

```

TABLE A.3 – Algorithme amélioré de recherche des sous ensembles MSO

Annexe B

Calculabilité Causale

B.1 Recherche des variables causales

L'algorithme 6 cherche pour l'ensemble des variables causales. D'une manière itérative, on cherche l'équation qui contient une seule variable causale,

$$e \in \mathcal{E} : |\text{var}_{\mathcal{X}}(e)| = 1 \wedge (e, \text{var}_{\mathcal{X}}(e)) \in \mathcal{A}_{\times}$$

où $\text{var}_{\mathcal{X}}(e)$ indique l'ensemble des variables contenant dans l'équation e . Noter que

$$(e, \text{var}_{\mathcal{X}}(e)) \in \mathcal{M}$$

Après trouver l'équation e le graphe est réduit en supprimant l'équation ainsi que la variable causale correspondante et l'algorithme continue la recherche des autres équations jusqu'à ce qu'il n'existe aucune paire équation-variable[2].

Algorithme 6 $\mathcal{X}_C = \text{CausalVariable}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}))$

$\mathcal{X}_C := \emptyset$

while $\exists e \in \mathcal{E} : |\text{var}_{\mathcal{X}}(e)| = 1 \wedge (e, \text{var}_{\mathcal{X}}(e)) \in \mathcal{A}_{\times}$ **do**

$\mathcal{X} := \mathcal{X} \setminus \text{var}_{\mathcal{X}}(e)$

$\mathcal{X}_C := \mathcal{X}_C \cup \text{var}_{\mathcal{X}}(e)$

end while

B.2 Recherches des variables linéaires

D'abord, l'ensemble des équations qui ne dépendent que des variables linéaires est identifié :

$$\mathcal{E}_L = \{e \in \mathcal{E} : \forall x \in \text{var}_{\mathcal{X}}(e), (e, x) \in \mathcal{A}_L\}$$

Puis, l'ensemble des variables linéaires calculables \mathcal{X}_L est déterminé en appliquant la décomposition de Dulmage-Mendelsohn sur le sous ensemble d'équations \mathcal{E}_L ,

$$\mathcal{X}_L = \text{var}_{\mathcal{X}}(\mathcal{E}_L^0) \cup \text{var}_{\mathcal{X}}(\mathcal{E}_L^+)$$

où \mathcal{E}_L^0 et \mathcal{E}_L^+ sont respectivement les ensembles d'équations juste-déterminé et sur-déterminé de \mathcal{E}_L .

Algorithme 7 $\mathcal{X}_L = \text{LinearVariable}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}))$

$\mathcal{E}_L := \{e \in \mathcal{E} : \forall x \in \text{var}_{\mathcal{X}}(e), (e, x) \in \mathcal{A}_L\}$

$\mathcal{X}_L := \text{var}_{\mathcal{X}}(\mathcal{E}_L^0) \cup \text{var}_{\mathcal{X}}(\mathcal{E}_L^+)$

B.3 Recherche de la partie calculable du système

Algorithme 8 $\{\mathcal{X}_{cal}, \mathcal{E}_{cal}\} = \text{ComputableSystem}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X}, \mathcal{A}))$

$\mathcal{X}_{cal} := \emptyset$

repeat

$\mathcal{X}_C := \text{CausalVariable}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X} \setminus \mathcal{X}_{cal}, \mathcal{A}))$

$\mathcal{X}_{cal} := \mathcal{X}_{cal} \cup \mathcal{X}_C$

$\mathcal{X}_L := \text{LinearVariable}(G(\mathcal{E}, \mathcal{X} \setminus \mathcal{X}_{cal}, \mathcal{A}))$

$\mathcal{X}_{cal} := \mathcal{X}_{cal} \cup \mathcal{X}_L$

until $\mathcal{X}_C \cup \mathcal{X}_L = \emptyset$

$\mathcal{E}_{cal} := \{e \in \mathcal{E} : \text{var}_{\mathcal{X}}(e) \subseteq \mathcal{X}_{cal}\}$

Annexe C

Résultats

C.1 Les générateurs de résidus

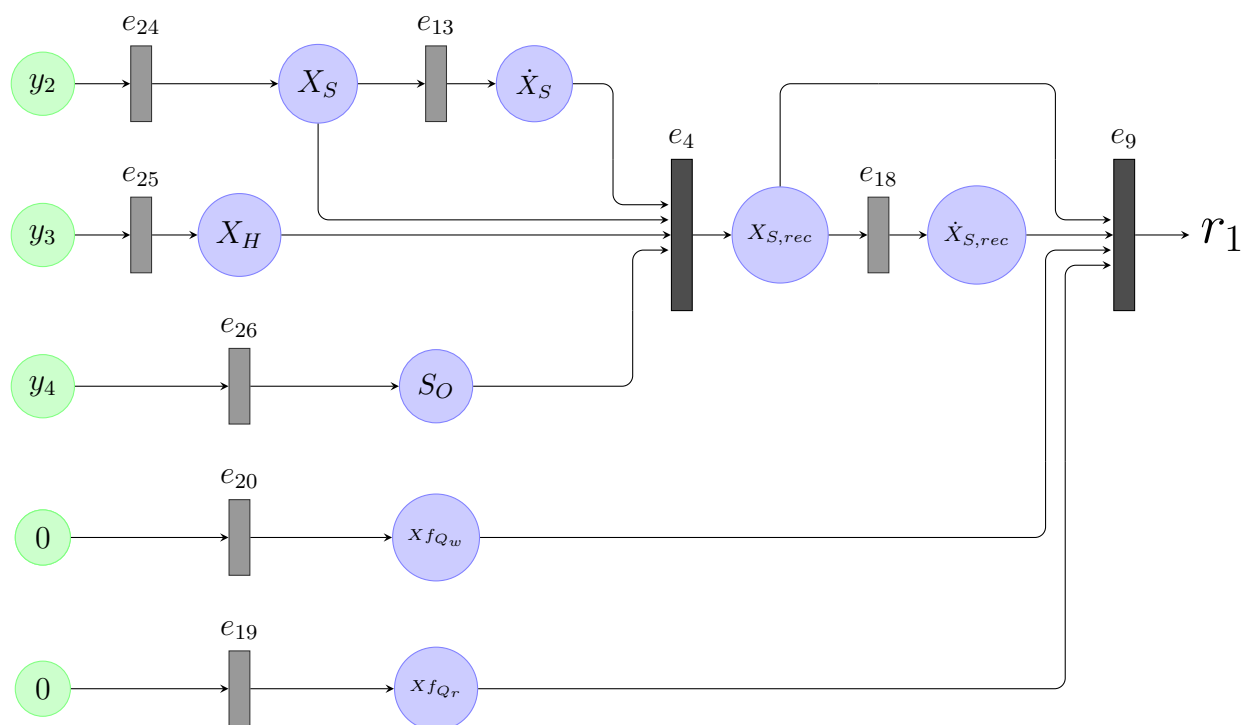


FIGURE C.1 – Graphe orienté générant le résidu r_1 associé à l'ensemble MSO_1

$$X_{S,rec} = X_S + \frac{V_r}{Q_r} \left[\dot{X}_S - \frac{Q_{in}}{V_r} (X_{S,in} - X_S) - (1 - f_{xi})\rho_2(X_H) + \rho_3(X_S, X_H, S_O) \right]$$

$$\dot{X}_{S,rec} = \frac{dX_{S,rec}}{dt}$$

$$r_1 = \dot{X}_{S,rec} - \frac{Q_{in} + Q_r + x_{f_{Q_r}}}{V_{dec}} X_S + \frac{Q_r + x_{f_{Q_r}} + Q_w + x_{f_{Q_w}}}{V_{dec}} X_{S,rec}$$

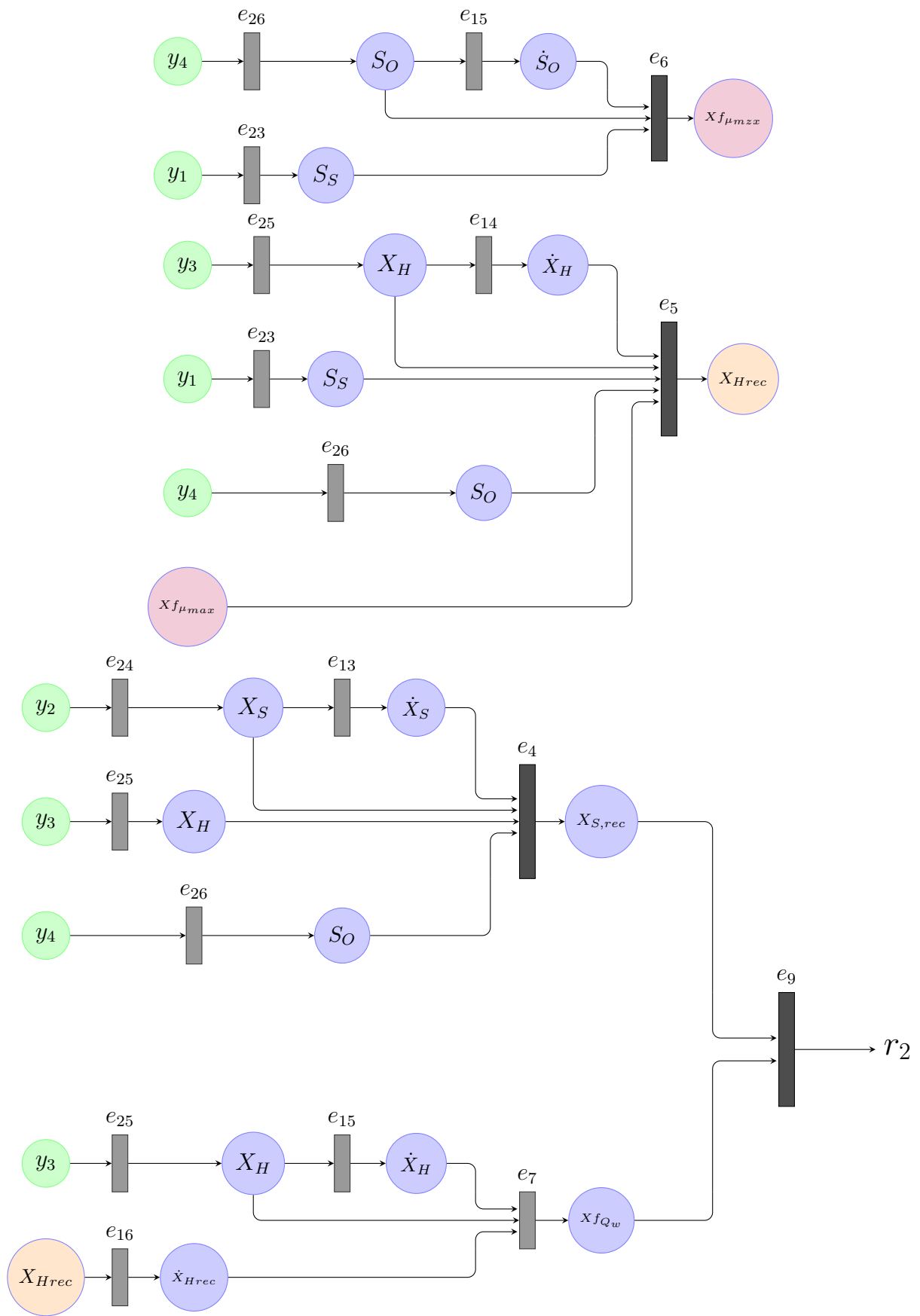


FIGURE C.2 – Graphe orienté générant le résidu r_2 associé à l'ensemble MSO_7

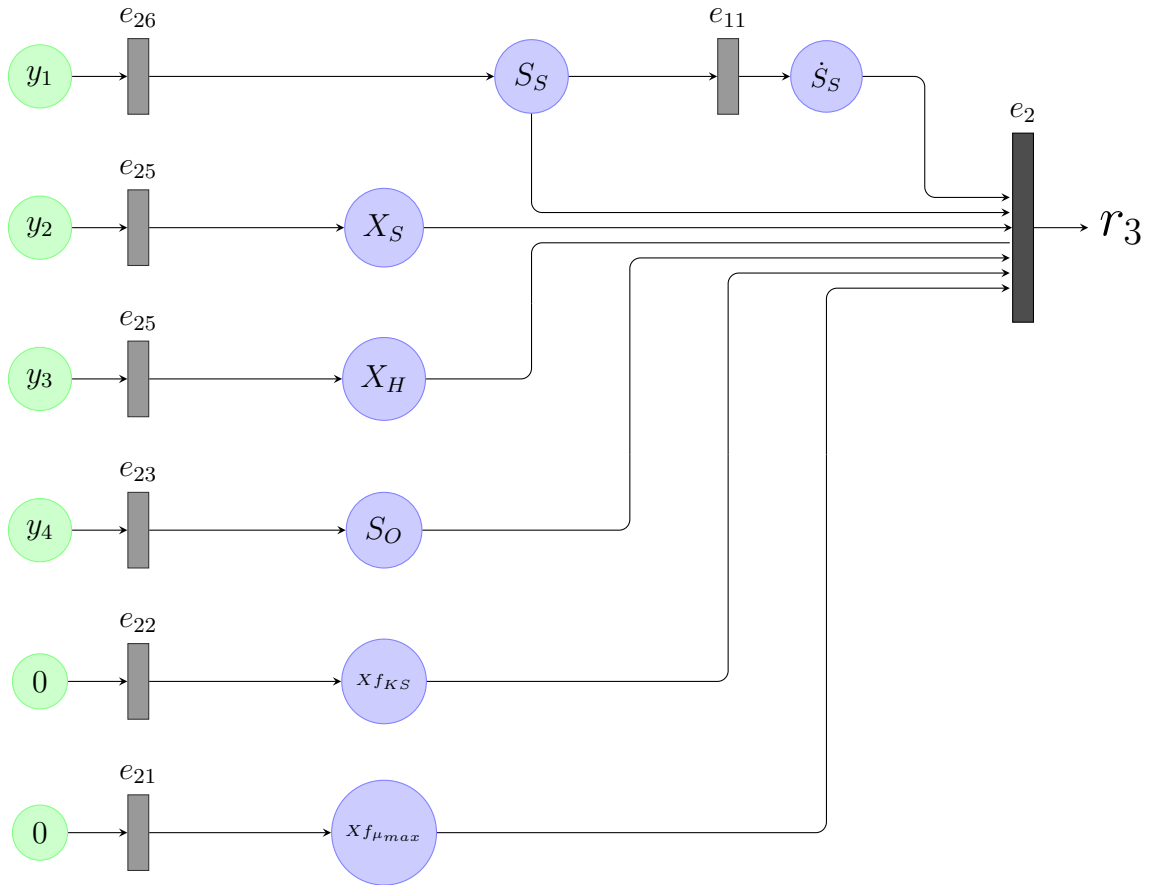
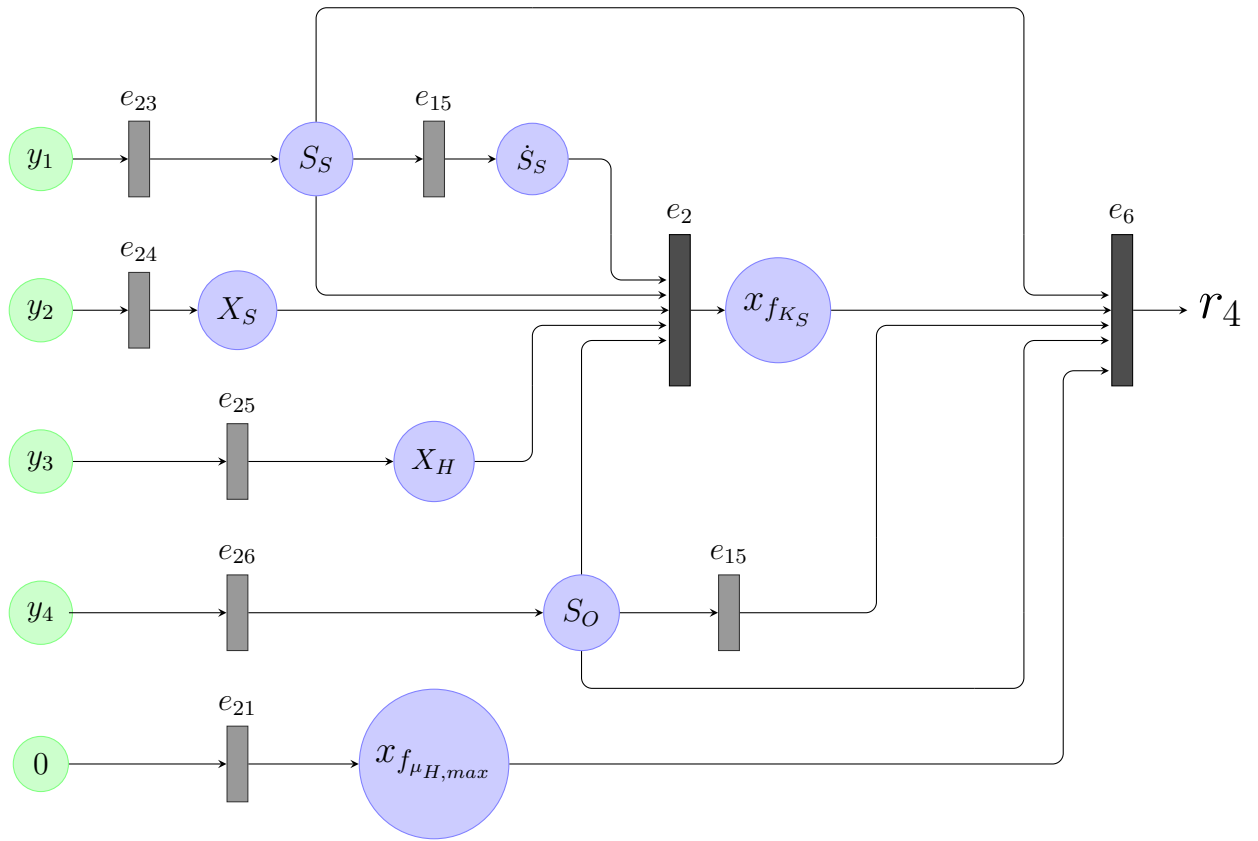


FIGURE C.3 – Graphe orienté générant le résidu r_3 associé à l'ensemble MSO_9

$$r_3 = y_2 - \frac{Q_{in}}{V_r}(S_{S,in} - y_2) - \frac{1}{Y_H} \frac{y_2}{K_s + y_2} \frac{y_4}{K_O + y_4} + \frac{K_h \frac{y_2}{y_3} y_4}{(K_X + \frac{y_2}{y_3})(K_O + y_4)}$$


 FIGURE C.4 – Graphe orienté générant le résidu r_4 associé à l'ensemble MSO_{11}

$$\rho_1 = Y_H \left[-\dot{S}_S + \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{S,in} - y_1) + \rho_3(y_1, y_2, y_3, y_4) \right]$$

$$x_{f_{K_S}} = \mu_{H,max} \frac{y_1 y_4}{\rho_1 (K_O + y_4)} - K_S - y_1$$

$$\rho_1 = (\mu_{H,max} + x_{f_{\mu_{H,max}}}) \frac{y_1 y_4}{(K_S + x_{f_{K_S}} + y_1)(K_O + y_4)}$$

$$r_4 = \dot{S}_O - \frac{Q_{in}}{V_r} (S_{O,in} - y_4) + \frac{\beta}{C_S} Q_L (C_S - y_4) - \frac{1 - Y_H}{Y_H} \rho_1$$

Bibliographie

- [1] R.I.ZAMANABADI A.JORGENSEN and M.KRISTENSEN. Prototype software for automated structural analysis of systems. In *In Proceedings of the IFAC 10th Symposium - Large Scale Systems : Theory and Applications*, 2004.
- [2] Jan Åslund Ramon Sarrate Albert Rosich, Erik Frisk and Fatiha Nejjar. Fault diagnosis based on causal computations. *IEEE transactions on systems, man and cybernetics.*, (42), 2 :371–381., 2012.
- [3] Jan Åslund Ramon Sarrate Fatiha Nejjar Albert Rosich, Erik Frisk. Sensor placement for fault diagnosis based on causal computations. *Preprints of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes. Barcelona, Spain, June 30-July3, 2009.*
- [4] A.YASSINE. *Génération des tests et placement de capteurs pour le diagnostic des systèmes physiques s'appuyant sur une modélisation structurelle.* PhD thesis, , Laboratoire Laboratoire G-SCOP de Grenoble, 2008.
- [5] B. OULD BOUAMAMA. modélisation et supervision des systèmes en génie des procédés – approche bond graphs. Technical report, Habilitation à diriger des recherches, Laboratoire d'Automatique et Informatique Industrielle de Lille, 2002.
- [6] Corrieu G. et Coulet P. Boudrant, J. Capteurs et mesures en biotechnologie. Technical report, Lavoisier, 1994.
- [7] B.PULIDO and C.ALONSO. Possible conflicts : a compilation technique for consistency-based diagnosis. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 34 :1083–4419, 2004.
- [8] Perret J. M. Duchene P. et Cotteux E. Canler, J. P. Aide au diagnostic des stations d'épuration par l'observation microscopique des boues activées. Technical report, Cemagref, 1999.
- [9] Erik Frisk Mattias Krysander Carl Svard, Mattias Nyberg. Automotive engine fdi by application of an automated model-based and data-driven design methodology. *Control Engineering Practice*, 21 :455–472, January 2013.

- [10] Christian Commault, Jean-Michel DION, and Sameh Yakoub Agha. Location of additional sensors for fdi. *Laboratoire d'Automatique de Grenoble. LAG-CNRS*, 2006.
- [11] M. Staroswiecki D. Düstegor, V. Coquempot and E. Frisk. Isolabilité structurelle des défaillances - application à un modèle de vanne. *Journal européen des systèmes automatisés*, 39 :103–124, 2004.
- [12] D.DUSTEGOR. *Aspects algorithmiques de l'analyse structurelle pour la surveillance*. PhD thesis, Laboratoire d'Automatique et de Génie Informatique et Signal de Lille, 2005.
- [13] Vincent de Flaugergues. *Algorithmes d'analyse structurelle pour le diagnostic de systèmes complexes . Application à la boucle d'air d'un moteur Diesel*. PhD thesis, Université LILLE1, 2011.
- [14] D.FRAGKOULIS. *Détection et localisation des défauts provenant des actionneurs et des capteurs : application sur un système non linéaire*. PhD thesis, l'Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2008.
- [15] Jean-Michel Dion, ChristianCommault, and Jacob vander Woude. Generic properties and control of linear structured systems : a survey. *Automatica*, 39 :1125 – 1144, 2003.
- [16] A.L. Dulmage and N.S. Mendelsohn. Coverings of bi-partite graphs. *Canadian Journal of Mathematics*, 10 :517–534, 1958.
- [17] E.BERNAUER. *Les réseaux de neurones et l'aide au diagnostic : un modèle de neurones boucles pour l'apprentissage de séquences temporelles*. PhD thesis, LAAS Toulouse, 1996.
- [18] Mattias Nyberg Erik Frisk, Mattias Krysander and Jan Aslund. Toolbox for design of diagnosis systems. Department of Electrical Engineering Linkopings universitet, 581 83 Linkoping, Sweden frisk,matkr,matny,jaasl@isy.liu.se, Copyright 2006 IFAC.
- [19] Jean-Michel DION et Christian COMMAULT. Approche structurelle des systèmes, de la géométrie à la théorie des graphes.
- [20] Erik Frisk. *Residual Generation for Fault Diagnosis*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering Linkoping University, Sweden, 2001.
- [21] J. Gertler. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. New York : Marcel Dekker, 1998.
- [22] M. Henze T. Mino Gujer, W. and M. C. M. van Loosdrecht. Activated sludge process model no. 3. *Water Science and Technology*, 39 :183–193, 1999.

- [23] W. Gujer T. Mino G. V. R. Marais Henze, M. and T. Matsuo. Activated sludge process model no. 2. *Scientific and Technical Report 3*, 1995.
- [24] W. Gujer T. Mino T. Matsuo M. C. Wetzel G. V. R. Marais Henze, M. and M. C. M. van Loosdrecht. Activated sludge process model no. 2d. *Water Science and Technology*, 39 :165–182, 1999.
- [25] I.QUEINNEC. Contribution à la commande de procédés biotechnologiques : application au traitement biologique de la pollution. Technical report, LAAS, 2000.
- [26] U Jeppsson. *Modeling aspects of wastewater treatment processes*. PhD thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1996.
- [27] J.MONOD. The growth of bacterial cultures. *Ann. Rev. Microbial*, Vol 3 :pp. 371–394, 1949.
- [28] J.P.CASSAR and M.STAROSWIECKI. A structural approach for the design of failure detection and identification systems. In *In IFAC, IFIP, IMACS Conference on control of industrial systems*, page 329–334, Belfort, France, 1997.
- [29] M.STAROSWIECKI J.P.CASSAR and P.DECLERCK. Structural decomposition of large scale systems for the design of failure detection and isolation procedures. *Journal of Systems Science*, 20(1) :31–42,, 1994.
- [30] A.M. NAGY KISS. *Analyse et sythèse de multimodèles pour le diagnostic. Application à une station dépurattion*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine Nancy-université, 2010.
- [31] Mattias Krysander and Erik Frisk. Sensor placement for fault diagnosis. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A : SYSTEMS AND HUMANS*, 38 :6, 2008.
- [32] T.ESCOBET L.TRAVE-MASSUYES and X.OLIVE. Diagnosability analysis based on-component supported analytical redundancy relations. *IEEE Transactions*, 36 :1146–1160, 2006.
- [33] J. Lunze M. Blanke, M. Kinnaert and M. Staroswiecki. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer, 2006.
- [34] F.Lévy M.DUMAS J.MONTMAIN M.STAROSWIECKI M-O.CORDIER, P.DAGUE and L.TRAV-MASSUYE. Conflicts versus analytical redundancy relations, a comparative analysis of the model-based diagnosis approach from the artificial intelligence and automatic control perspectives. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, page 2163–2177, 2004.

- [35] Jan Aslund Mattias Krysander and Erik Frisk. A structural algorithm for finding testable sub-models and multiple fault isolability analysis. *Department of Electrical Engineering, Linkoping University, 581 83 Linkoping, Sweden fmatkr,jaasl,friskg@isy.liu.se*, 2010.
- [36] Jan Aslund Mattias Krysander and Mattias Nyberg. An efficient algorithm for finding over-constrained sub-systems for construction of diagnostic tests. *Linkopings universitet, Dept. of Electrical Engineering SE - 581 83 Linkoping, Sweden fmatkr, jaasl, matnyg@isy.liu.se*, 2008.
- [37] W.GUJER G.V.R. MARIS M.HENZE, C. P.LESLIE GRADY and T. MATSUO. Activated sludge process model no. 1. *Scientific and Technical Report 1*, 1987.
- [38] M.L.ASSAS. *Analyse de la tolérance aux fautes : approche fonctionnelle et structurelle*. PhD thesis, Université de Lille, 2002.
- [39] M.L.ASSAS. *Analyse de la tolérance aux fautes : approche fonctionnelle et structurelle*. PhD thesis, Université de Lille, 2002.
- [40] M.Nyberg and M.Krysander. Combining ai, fdi, and statistical hypothesis testing in a framework for diagnosis. In *In SAFEPROCESS*, Washington DC,USA, 2003.
- [41] M.R.ZEMOURI. *Contribution à la surveillance des systèmes de production à l'aide des réseaux de neurones dynamiques : Application à la emaintenance*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2003.
- [42] M.HERAN M.SPERANDIO and S.GILLOT. Modélisation dynamique des procédés biologiques de traitement des eaux. Technical report, Edition techniques-ingénieur Référence W6500, 2007.
- [43] A.BELMEHDI N.BELKHERCHI and B.DAHHOU. Diagnosis of multi faults in bio-process by structural apporaoch. *International Conference on Systems Analysis and Automatic Control*, 2007.
- [44] Mohammed OUDGHIRI. *Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. PhD thesis, Université de picardie jules verne, 2008.
- [45] P.M.FRANK. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy – a survey and some new result. *Automatica*, 26 :479–474, 1990.
- [46] P. M. Frank R. J. Patton and R. N. Clark. *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Springer, 2000.

- [47] R.ISERMANN. Model-based fault detection and diagnosis-status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29 :71–85, 2005.
- [48] R.IZADI-ZAMANABADI. *Fault-tolerant Supervisory Control – System Analysis and Logic Design*. PhD thesis, Université d’Alborg, 1999.
- [49] R.REITER. A theory of diagnosis from first principles. *In Artificial Intelligence journal*, 32 :57–95, 1987.
- [50] Lab432 Software. Technical report. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/6703-gui-tool-for-ode-solving>.
- [51] M. Sperandio. *Développement d’une procédure de compartimentation d’une eau résiduaire urbaine et application à la modélisation dynamique de procédés à boues activées*. PhD thesis, INSA Toulouse, 1998.
- [52] C. Svard and M. Nyberg. Automated design of an fdi-system for the wind turbine benchmark. *Journal of Control Science and Engineering*, 989873 :13 pp, 2012.
- [53] C. Svard, M. Nyberg, and E. Frisk. A greedy approach for selection of residual generators. In *In proceedings of the 22nd international workshop on principles of diagnosis*, volume DX-11, Murnau, Germany, 2011.
- [54] Carl Svard and Mattias Nyberg. A mixed causality approach to residual generation utilizing equation system solvers and differential-algebraic equation theory. *Swedish Governmental Agency for Innovation Systems*, 2010.
- [55] Carl Svard and Mattias Nyberg. Residual generators for fault diagnosis using computation sequences with mixed causality applied to automotive systems. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A : SYSTEMS AND HUMANS*, 40(60) :1310–1328, 2010.
- [56] Carl Svärd. *Methods for Automated Design of Fault Detection and Isolation Systems with Automotive Applications*. PhD thesis, Linköping University, 2012. Linköping Studies in Science and Technology. Dissertations, No 1448.
- [57] T.KEMPOWSKY. *Surveillance de procédés à base de méthodes de classification : conception d’un outil d’aide pour la détection et le diagnostic des défaillances*. PhD thesis, LAAS Toulouse, 2004.
- [58] H.KOIVISTO T.SORSA, H.N.KOIVO. Neural networks in process fault diagnosis. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 21 :815– 825, 1991.

- [59] V.COCQUEMPOT. Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes. Technical report, Habilitation à diriger des recherches, Laboratoire d'Automatique et de Génie Informatique et Signal de Lille,, 2004.
- [60] M.STAROSWIECKI V.COCQUEMPOT, R.IZADI-ZAMANABADI. Residual generation for the ship benchmark using structural approach. In *UKACC International Conference on control '98, IEEE*, 1998.
- [61] Y.LOSSER and P.MOUYON. Définition d'un système de diagnostic de pannes par les outils de synthèse robuste. *RS - JESA*, 37 :257 -274, 2004.