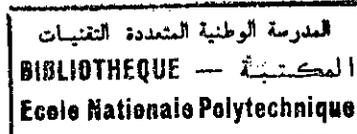


M0046/98B

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Mécanique



MEMOIRE DE MAGISTER

Option : Construction Mécanique

Présenté par : BEROUAKEN Ali
Ingénieur d'état en Génie Mécanique (ENP)

Intitulé :

**MODELES SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE
DES MOTEURS A COMBUSTION INTERNE**

Soutenue publiquement le 01 décembre 1998

devant le Jury :

M.M.			
N. LOUAM	Président	Maître de Conférences	ENP
M. BOUKABACHE	Rapporteur	Maître de Conférences	ENP
S. RECHAK	Rapporteur	Professeur	ENP
T. BOUKHAROUBA	Examineur	Maître de Conférences	IGM-USTHB
M. BOUAZIZ	Examineur	Maître de Conférences	ENP
S. SADKI	Invité	Ingénieur	SNVI (Rouiba)

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE DE MAGISTER

Option : Construction Mécanique

Présenté par : BEROUAKEN Ali
Ingénieur d'état en Génie Mécanique (ENP)

Intitulé :

**MODELES SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE
DES MOTEURS A COMBUSTION INTERNE**

Soutenue publiquement le 01 décembre 1998

devant le Jury :

M.M.

N. LOUAM

M. BOUKABACHE

S. RECHAK

T. BOUKHAROUBA

M. BOUAZIZ

S. SADKI

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Invité

Maître de Conférences

Maître de Conférences

Professeur

Maître de Conférences

Maître de Conférences

Ingénieur

ENP

ENP

ENP

IGM-USTHB

ENP

SNVI (Rouiba)

ملخص :

هذه الدراسة تهتم بتطوير نماذج رياضية، الهدف منها تمثيل التصرف الإهتزازي لمحركات أسطواناتها موضوعة وفق خط مستقيم أو على شكل حرف V، و هذا تحت فعل التأثيرات الداخلية أثناء العمل بالنظام المنخفض. في الجزء الأول من الدراسة، نأخذ نموذج المحرك المستند إلى قاعدة ثابتة بستة درجات حرية. أمّا في الجزء الثاني، نأخذ حالة المحرك المستند إلى قاعدة متحركة بعشرة درجات حرية. النموذجان المطوران في هذه الدراسة، يمكن إستعمالهما بالتبّاء بتصرف محرك ذو خصائص معينة للحامل وكذلك تأثير الإرتدادات القصوى من أجل سرعات دوران منخفضة.

Résumé:

Cette étude consiste à développer des modèles mathématiques simulant le comportement vibratoire des moteurs en ligne et en V, sous l'effet de l'excitation interne à bas régime de fonctionnement. On considère au premier lieu le modèle du moteur monté sur une fondation fixe et ayant six degrés de liberté. En second lieu, le modèle tient compte de la mobilité du châssis et se limite à dix degrés de liberté. Avec les deux modèles développés, il est possible de prévoir d'une part le comportement du moteur, pour des caractéristiques de supports données, et d'autre part, les effets de résonance à de basses vitesses de rotation.

Abstract:

This study consists to develop two mathematical models in order to simulate vibratory behaviour of line and V-engines submitted to internal excitation. In the first model, the engine with six degrees of freedom, in mounted on fixed foundations. The second model include the frame motion and is restricted to ten degrees of freedom. Then, it is possible to predict the behaviour of the engine with these two complementary models with given support characteristics. Indeed, the vibratory resonance effects are avoided for lower angular velocities.

Mots clés : Modèle Mathématique, Comportement Dynamique, Moteur à Combustion Interne, Support Moteur, Véhicule, Isolation Vibratoire.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur M. BOUKABACHE, Maître de conférences au département de Génie Mécanique à l'école nationale polytechnique d'Alger, pour m'avoir guidé dans ma recherche avec patience et efficacité.

Je voudrais assurer Monsieur S. RECHAK, Professeur à l'ENP de ma très sincère reconnaissance et de l'estime que je lui porte pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail, qu'il trouve ici, l'expression de mes sincères remerciements.

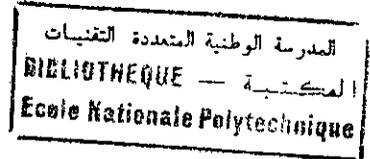
Mes remerciements s'adressent également à MM :

N. LOUAM Maître de conférences au département d'Electrotechnique de l'ENP pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail et de présider le jury,
M. BOUAZIZ Chargé de cours au département de Génie Mécanique de l'ENP,
T. BOUKHAROUBA Maître de conférences à l'Institut de Génie Mécanique de l'U.S.T.H.B
pour avoir accepté d'être membre de jury à ma soutenance.

Il m'est agréable de remercier Monsieur S. SADKI, ingénieur du bureau d'études à la SNVI de Rouiba, pour les moyens et la documentation technique mis à ma disposition pour la réalisation de ce travail.

Enfin, que tous ceux qui m'ont aidé et encouragé, trouvent ici l'expression de ma parfaite considération, plus particulièrement MM A. MILOUDI, chargé de cours à l'IGM-USTHB et M. HABIB, ingénieur à la SNTF.

SOMMAIRE



	page
INTRODUCTION	1
chapitre 1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	
1.1 Aperçu bibliographique	3
1.2 Isolation vibratoire	4
1.3 Suspension élastique du moteur	5
1.4 Propriétés et comportement des plots élastiques	8
1.5 Modes propres de la suspension du moteur	10
1.6 Conclusion	12
chapitre 2 SOURCE D'EXCITATION DU MOTEUR	
2.1 Considérations générales	14
2.2 Cinématique de l'attelage mobile du moteur	16
2.3 Actions mécaniques sur le système piston-bielle-manivelle	20
2.4 Actions mécaniques sur le système bielle-bielle accolée du moteur en V	23
2.5 Forces et moments extérieurs au moteur	27
2.6 Applications	30
chapitre 3 MODELE DU MOTEUR STATIONNAIRE	34
3.1 Relations cinématiques	36
3.2 Formulation des équations de mouvement	38
chapitre 4 MODELE DU MOTEUR SUR CHASSIS MOBILE	40
4.1 Relations géométriques entre les coordonnées	42
4.2 Formulation des équations de mouvement	46

chapitre 5 CALCUL ET APPLICATIONS

5.1 Méthode de résolution	48
5.2 Applications	53
5.2.1 Moteur KHD F41912 stationnaire	54
5.2.2 Moteur KHD F8L413 stationnaire	62
5.2.3 Moteur KHD F4L912 monté sur le véhicule K66 SNVI	69

CONCLUSION GENERALE

76

ANNEXES

- A.1 Coefficients des matrices du modèle à six degrés de liberté
- A.2 Coefficients des matrices du modèle à dix degrés de liberté

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

NOTATIONS ET SYMBOLES



Lettres majuscules

C_x, C_y, C_z : couples induits par le moteur vers l'extérieur

C_m : couple moteur

D : diamètre du piston du moteur en ligne

D_1, D_2 : diamètres des pistons du moteur en V

F_x, F_y, F_z : efforts induits par le moteur vers l'extérieur

G : centre de gravité

I : tenseur d'inertie

I_{Gz} : moment d'inertie au centre de gravité autour de l'axe Z

K : rigidité

L : entraxe de la bielle du moteur en ligne

L_1, L_2 : entraxes des bielles du moteur en V

L_G : distance de pied de bielle du moteur en ligne à son centre de gravité

L_{G1}, L_{G2} : distance du pied de bielle du moteur en V à son centre de gravité

M : masse du moteur

M_1 : masse du châssis-cabine

M_2 : masse de l'essieu avant

M_3 : masse de l'essieu arrière

M_4 : masse du groupe motopropulseur

N : vitesse de rotation du moteur

N_c : nombre de cylindres

Q_i : force généralisée

R : rayon de la manivelle

$\{B\}$: vecteur excitation

$[M], [D], [K]$: matrices masse, amortissement et rigidité

T : énergie cinétique

D : énergie de dissipation

V : énergie potentielle

X_{pi}, Y_{pi}, Z_{pi} : coordonnées des plots de suspension par rapport au centre de gravité du moteur

Lettres minuscules

m_m : masse de la manivelle

m_b : masse de la bielle du moteur en ligne

m_p : masse du piston du moteur en ligne

m_{b1}, m_{b2} : masses des bielles du moteur en V

m_{p1}, m_{p2} : masses des pistons du moteur en V

n_p : nombre des plots de suspension

$p(\theta)$: pression des gaz de combustion

p : nombre d'harmoniques de la série de Fourier

$q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$: coordonnées, vitesse et accélération généralisées

r : distance de l'axe de la manivelle du vilebrequin à son centre de gravité

$\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$: vecteurs déplacement, vitesse et accélération généralisés

Lettres grecques

$\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i$: déplacements virtuels

θ : angle de rotation de la manivelle

ϕ : angularité de la bielle du moteur en ligne et de la bielle principale du moteur en V

γ : angle d'ouverture du V

ω : vitesse angulaire de la manivelle

ψ : angularité de la bielle secondaire

$\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\psi}$: vitesses angulaires

$\ddot{\theta}, \ddot{\psi}$: accélérations angulaires

α : constante d'amortissement

δ : angle de perte de l'élastomère

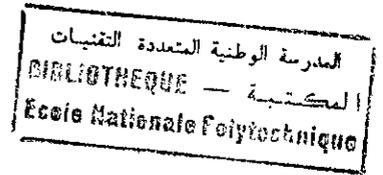
$\vec{\Omega}_{(i,j)}$: vecteur rotation du repère R_i par rapport au repère R_j

$\vec{\Gamma}_p$: vecteur accélération du point P

$\vec{\sigma}$: vecteur moment cinétique

$\vec{\delta}$: vecteur moment dynamique

TABLE DES FIGURES



- Figure 1.1 plot de suspension
- Figure 1.2 disposition des points de fixation du moteur
- Figure 1.3 modèle mathématique d'un plot élastique en élastomère
- Figure 2.1 types de moteurs
- Figure 2.2 liaisons entre les bielles des moteurs en V
- Figure 2.3 choix des repères liés au système bielle-manivelle.
- Figure 2.4 choix des repères liés au système bielle-bielle accolée du moteurs en V
- Figure 2.5 actions mécaniques sur le piston des moteurs en ligne
- Figure 2.6 actions mécaniques dues aux gaz et à l'inertie de la bielle
- Figure 2.7 actions mécaniques dues aux gaz et à l'inertie de la manivelle
- Figure 2.8 actions mécaniques sur les pistons du moteur en V
- Figure 2.9 actions mécaniques sur les bielles du moteur en V
- Figure 2.10 actions mécaniques sur la manivelle du moteur en V
- Figure 2.11 définition des efforts et des couples sur les trois axes du moteur
- Figure 2.12 efforts sur les parois internes du monocylindre
- Figure 2.13 composition des efforts internes sur le multicylindres en ligne
- Figure 2.14 efforts sur les parois internes du multicylindres en V
- Figure 2.15 effort de pilon du moteur F4L912
- Figure 2.16 effort de pilon du moteur F8L413
- Figure 2.17 couple de roulis du moteur F4L912
- Figure 2.18 couple de roulis du moteur F8L413
- Figure 2.19 effort de tamis du moteur F8L413
- Figure 3.1 schématisation de la géométrie de la suspension du modèle du moteur stationnaire
- Figure 4.1 vue longitudinale du véhicule
- Figure 4.2 disposition des points de fixation du moteur sur le châssis
- Figure 4.3 géométrie de la suspension avant du système moteur véhicule
- Figure 4.4 géométrie de la suspension arrière du système moteur véhicule.
- Figure 5.1 déplacement horizontal du point P_1 (moteur F4L912). Variante 1
- Figure 5.2 accélération horizontale du point P_1 (moteur F4L912). Variante 1
- Figure 5.3 effort horizontal transmis au point P_1 (moteur F4L912). Variante 1
- Figure 5.4 déplacement vertical du point P_1 (moteur F4L912). Variante 1

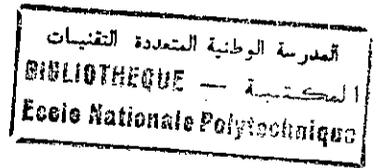
- Figure 5.5 accélération verticale du point P_1 (moteur F4L912). Variante 1
- Figure 5.6 effort vertical transmis au point P_1 (moteur F4L912). Variante 1
- Figure 5.7 déplacement horizontal du point P_1 (moteur F4L912). Variante 2
- Figure 5.8 accélération horizontale du point P_1 (moteur F4L912). Variante 2
- Figure 5.9 effort horizontal transmis au point P_1 (moteur F4L912). Variante 2
- Figure 5.10 déplacement vertical du point P_1 (moteur F4L912). Variante 2
- Figure 5.11 accélération verticale du point P_1 (moteur F4L912). Variante 2
- Figure 5.12 effort vertical transmis au point P_1 (moteur F4L912). Variante 2
- Figure 5.13 déplacement horizontal du point P_1 (moteur F8L413). Variante 1
- Figure 5.14 accélération horizontale du point P_1 (moteur F8L413). Variante 1
- Figure 5.15 effort horizontal transmis au point P_1 (moteur F8L413). Variante 1
- Figure 5.16 déplacement vertical du point P_1 (moteur F8L413). Variante 1
- Figure 5.17 accélération verticale du point P_1 (moteur F8L413). Variante 1
- Figure 5.18 effort vertical transmis au point P_1 (moteur F8L413). Variante 1
- Figure 5.19 déplacement horizontal du point P_1 (moteur F8L413). Variante 2
- Figure 5.20 accélération horizontale du point P_1 (moteur F8L413). Variante 2
- Figure 5.21 effort horizontal transmis au point P_1 (moteur F8L413). Variante 2
- Figure 5.22 déplacement vertical du point P_1 (moteur F8L413). Variante 2
- Figure 5.23 accélération verticale du point P_1 (moteur F8L413). Variante 2
- Figure 5.24 effort vertical transmis au point P_1 (moteur F8L413). Variante 2
- Figure 5.25 déplacement vertical du point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 1
- Figure 5.26 accélération verticale du point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 1
- Figure 5.27 effort vertical transmis au point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 1
- Figure 5.28 déplacement vertical du point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 2
- Figure 5.29 accélération verticale du point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 2
- Figure 5.30 effort vertical transmis au point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 2
- Figure 5.31 comparaison des déplacements verticaux côté châssis et côté moteur du point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 1
- Figure 5.32 comparaison des déplacements verticaux côté châssis et côté moteur du point P_1 (moteur F4L912). Châssis mobile, variante 2

LISTE DES TABLEAUX

- Tableau 2.1 données géométriques et massiques du moteur F4L912.
- Tableau 2.2 données géométriques et massiques du moteur F8L413.
- Tableau 5.1 données du moteur F4L912
- Tableau 5.2 harmoniques de l'excitation du moteur F4L912 à $N=600$ tr/min.
- Tableau 5.3 fréquences propres du moteur F4L912 pour les deux variantes des plots
- Tableau 5.4 données du moteur F8L413
- Tableau 5.5 harmoniques de l'excitation du moteur F8L413 à $N=600$ tr/min
- Tableau 5.6 fréquences propres du moteur F8L413 pour les deux variantes des plots
- Tableau 5.7 caractéristiques physiques du véhicule K66 normal
- Tableau 5.8 fréquences propres du système à dix degrés de liberté pour les deux variantes de plots.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE



INTRODUCTION GENERALE

L'évolution de la technologie et les normes de sécurité imposées au transport routier nécessitent l'amélioration continue des performances des véhicules industriels en matière de fiabilité et de confort.

Dans la littérature consacrée aux vibrations des véhicules, on considère comme principale l'excitation due aux irrégularités de la route, sans tenir compte de celle provenant du moteur ou du groupe motopropulseur. Ces dernières années, la tendance à construire des véhicules de plus en plus légers, équipés de moteurs puissants, a soulevé le problème d'isolation des vibrations aux constructeurs automobiles et à leurs fournisseurs [1]. En effet, le niveau vibratoire au sein du véhicule est fortement influencé par les vibrations transmises par le moteur à la caisse, via les points de fixation.

La conception de la suspension du moteur ou du groupe motopropulseur conduit à la recherche de bonnes caractéristiques de filtrage de vibrations en provenance de celui-ci. Ces vibrations sont dues aux efforts et couples résiduels produits par les déplacements des pièces mobiles et à la pression des gaz de combustion.

L'application de la théorie de l'isolation vibratoire à l'étude de la suspension des moteurs consiste à choisir le nombre, l'emplacement et les rigidités des supports. On prend en considération dans cette étude, la position souhaitée du moteur au repos, les débattements de ce dernier lors des efforts quasi-statiques (réactions de couple, freinage, virage, etc...), les six modes de vibrations de l'ensemble suspendu, ainsi que les couplages entre ces modes. Il est largement fait appel à l'ordinateur pour effectuer les calculs, et chaque nouveau véhicule ou chaque nouveau moteur sur un véhicule existant nécessite une étude complète. En effet, le développement de modèles mathématiques destinés à analyser les effets de modifications apportés à la conception, ont pour objectif de prédire quel sera le comportement dynamique de l'ensemble, afin d'éviter certains phénomènes de résonance qui apparaissent au cours du fonctionnement [2].

Le but de ce travail est basé sur l'élaboration d'un code de calcul des vibrations du moteur sur son support, au bas régime de fonctionnement (jusqu'à 1200 tr/mn). C'est aux vitesses de ralenti extrême que se situent les fréquences propres du moteur suspendu.

Par cette procédure, nous nous proposons de prévoir le comportement dynamique du moteur à partir de la détermination de l'excitation interne et des caractéristiques mécaniques et géométriques de la suspension: rigidités, amortissements, positions des points de fixation. On peut donc agir sur ces paramètres pour arriver à un comportement prévisionnel satisfaisant.

Nous proposons deux modèles linéaires de calcul :

- le premier modèle considère le moteur comme stationnaire ayant six degrés de liberté ; celui-ci est lié par l'intermédiaire de plots élastiques à un support fixe,
- le second modèle est plus général et prend en compte les mouvements prédominants du châssis et des essieux d'un véhicule à l'arrêt, l'ensemble est à dix degrés de liberté.

Ce rapport comporte cinq chapitres, une conclusion générale et trois annexes.

Les notions générales sur l'isolation vibratoire des moteurs à combustion interne sont présentées dans le chapitre (1), dans lequel les propriétés des plots élastiques en élastomères ainsi que la méthode de calcul des modes propres de la suspension ont été abordées.

Dans le second chapitre, nous faisons une étude de l'excitation induite par le fonctionnement du moteur. Celle-ci commence par une étude cinématique et dynamique pour le calcul des actions mécaniques sur le système piston-bielle-manivelle des moteurs en ligne d'une part et sur le système bielle-bielle accolée des moteurs en V d'autre part. Nous calculons ensuite les efforts et couples d'excitation sur le moteur monocylindrique qui se composent pour donner l'excitation des multicylindres en ligne et en V.

Les chapitres trois et quatre sont consacrés respectivement au développement des équations de mouvement pour les deux modèles proposés.

Dans le chapitre cinq nous présentons la méthode numérique de résolution du système d'équations linéaire obtenu (méthode de développement en série de Fourier). A la fin de ce chapitre, nous présentons des applications sur des moteurs fabriqués par le complexe CMT de Constantine et utilisés par la SNVI et l'ENPMA.

Nous terminons par une conclusion générale proposant quelques recommandations.

Chapitre 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

chapitre 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Aperçu historique

Le problème d'isolation vibratoire est devenu assez complexe dès l'apparition des premières machines alternatives. Les études théoriques et expérimentales traitant de ce thème sont nombreuses, et se limitent aux vibrations à un seul degré de liberté et pour un régime de fonctionnement constant. Plusieurs auteurs ont proposé des solutions allant dans le même sens; celles-ci sont basées sur des calculs de vitesses critiques où le rôle de l'amortissement est prépondérant. La condition d'atténuation des vibrations par l'analyse de la courbe de transmissibilité selon une direction principale, est jugée satisfaisante [2, 3, 4, 5].

JULIEN M.A. [6, 7], a élaboré une technique de mise en œuvre de la suspension élastique des machines soumises à des excitations multidirectionnelles. Il envisage le découplage des modes de vibration par une disposition géométrique appropriée.

GRIEGER N. [8], a étudié le problème d'instabilité au démarrage des moteurs de navires. Ce phénomène nocif aux structures, trouve une solution satisfaisante par un équilibrage minutieux, et par le passage rapide des résonances.

Plusieurs auteurs [2, 3, 9] se sont intéressés aux comportements des moteurs de transport, par le développement de nouveaux matériaux des supports élastiques. Les travaux élaborés sur ce sujet sont généralement basés sur le comportement du véhicule sous l'effet des excitations aléatoires provenant du contact des roues avec le sol. Le moteur est considéré comme un élément passif où son effet est supposé négligeable après un équilibrage minutieux des masses en mouvement [2, 3].

Actuellement, avec l'apparition de moteurs suralimentés, les bureaux d'études des constructeurs automobiles, où la concurrence nécessite des développements continus, approfondissent leurs recherches sur l'effet du moteur sur le véhicule. Les travaux sont concentrés généralement sur la recherche de nouveaux matériaux, ou sur l'amélioration de ceux déjà existants.

Parmi ces études, citons celle faite par MITSKE M. [3], où une comparaison entre l'effet de l'excitation de la route et celle du moteur a montré que la première, d'amplitudes plus importantes, se manifestant dans la bande [0, 25 Hz], requiert l'utilisation d'amortissements hydrauliques plus souples pour contenir les débattements de la masse du moteur. Tandis que la deuxième est d'ordre acoustique pour des moteurs à plus de quatre cylindres (bande de 30 à 200 Hz) nécessitant l'utilisation de l'amortissement caoutchoutique. Celui-ci étant beaucoup plus rigide et se caractérise par son faible taux d'amortissement.

Le domaine de ralenti du moteur, à lequel nous nous intéresserons, rentre dans le premier cas (bande de fréquence de 10 à 30 Hz pour un quatre cylindres) selon nos investigations n'a pas fait l'objet d'une étude approfondie.

1.2 Isolation vibratoire des moteurs [7]

L'isolation vibratoire est le moyen d'empêcher ou de réduire la transmission d'efforts pulsatoires qui apparaissent au cours d'un processus de fonctionnement entre un corps suspendu et son support.

L'isolation vibratoire est directe (ou active) lorsque le corps suspendu est source de vibrations. A l'opposé, l'isolation vibratoire est inverse (ou passive) lorsque on veut protéger une machine non vibrante contre les vibrations de l'environnement.

Les moteurs sont des machines vibrantes qui englobent les deux cas cités précédemment, ils pourront être considérés :

- soit source de vibrations, et il faut faire en sorte d'éviter la transmission de celles-ci à la fondation; l'isolation serait donc directe ou active,
- soit soumis aux excitations provenant des inégalités de la route; l'isolation est dans ce cas inverse ou passive.

Par contre, la fixation d'un moteur au châssis peut se faire de deux manières différentes :

- suspension rigide, les efforts développés au sein du moteur sont transmis intégralement à son support,
- suspension élastique ou à moteur flottant. Ce type de fixation, lorsque elle est bien conçue, réduit en général à un niveau très bas les variations cycliques des réactions d'un moteur sur son support, mais moyennant une mobilité accrue du moteur par rapport au châssis [15].

1.3 Suspension élastique du moteur [22, 23]

La suspension élastique du moteur consiste à intercaler entre celui-ci et son assise des supports élastiques. Le type de supports, leur nombre, leur répartition, leur disposition et leurs caractéristiques individuelles sont fonction des caractéristiques d'ensemble à donner à la suspension pour obtenir les résultats recherchés.

L'isolation vibratoire des moteurs est obtenue par les éléments ayant les propriétés d'élasticité et d'amortissement dans divers directions, ceux-ci sont appelés couramment plots de suspension.

Les plots de suspension classiques sont constitués de deux armatures métalliques adhérentes sur deux faces parallèles du caoutchouc. Ces plots peuvent donc travailler en compression, ou en cisaillement ou en mode combiné des deux sollicitations (figure 1.1).

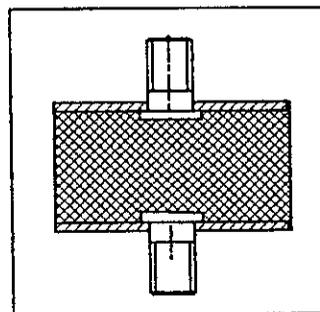


Figure 1.1 Plot de suspension en élastomère.

1.3.1 Fonctions principales de la suspension moteur [9, 11]

Les supports moteur permettent d'assurer un bon niveau de confort à l'intérieur de la caisse du véhicule. Ainsi donc ces supports ont pour fonction :

- de positionner le moteur par rapport au châssis et aux autres organes environnants,
- de limiter les mouvements relatifs moteur/châssis sous les efforts et couples transmis par le moteur et par le châssis,
- de limiter la transmission du bruit par voie solidienne.

Pour réaliser ces fonctions, les supports moteurs doivent donc respecter des conditions qui ne pourront être prises en compte totalement qu'à travers des compromis. Ceci est dû à l'incompatibilité des fonctions suscitées.

1.3.2 Sollicitations exercées sur la suspension moteur [1,3, 9]

Les principales sollicitations exercées sur la suspension du moteur sont de types statiques et dynamiques :

1.3.2.1 sollicitations statiques : dues au poids propre du moteur. Le nombre et la position des points de fixation sont choisis de telle sorte qu'un taux de travail maximum devra être respecté pour assurer un bon comportement en endurance.

1.3.2.2 sollicitations dynamiques : causées principalement par les forces des gaz du cycle thermodynamique et par les forces d'inertie des masses en mouvement alternatif.

Les forces des gaz du cycle thermodynamique peuvent être identifiées par :

- ◇ couple de roulis autour de l'axe du vilebrequin,
- ◇ amplitude vibratoire de quelques dixièmes à quelques millimètres,
- ◇ domaine de fréquence de 10 à 50 Hz.

Par contre les forces d'inertie des masses en mouvement alternatif peuvent se traduire par :

- ◇ couple de roulis d'axe parallèle à celui du vilebrequin ,
- ◇ force d'inertie parallèle à l'axe des cylindres,
- ◇ amplitude vibratoire de 0.05 à 0.15 mm,
- ◇ domaine de fréquence de 20 à 200 Hz.

En troisième lieu les inégalités de la route peuvent être introduites par l'intermédiaire de :

- ◇ amplitude vibratoire de 0.5 à 2 mm (fonction de la chaussée et de la réponse dynamique de la suspension du véhicule),
- ◇ domaine de fréquence de 0 à 25 Hz.

Enfin, les accélérations longitudinales du véhicule varient de $1g$ à $2g$. où g est l'accélération de la pesanteur.

1.3.3 Disposition du moteur et de sa suspension [1]

La disposition du moteur peut être longitudinale ou transversale. On rencontre les types de suspension suivants (figure 1.2) :

- suspension pendulaire (figure 1.2.a) : deux points de fixation proches de l'axe de rotation principal du moteur (vilebrequin) avec un dispositif de reprise de couple,
- suspension à trois points (figure 1.2.b) : utilisée pour les moteurs légers,
- suspension à quatre points (figure 1.2.c): utilisée sur les moteurs stationnaires et les véhicules de transport.

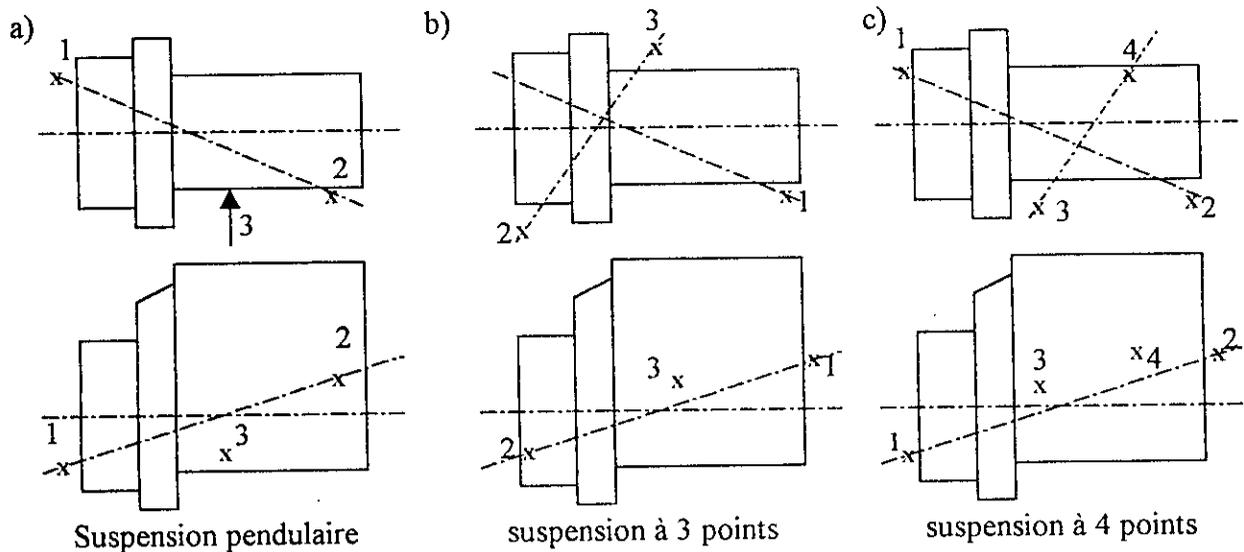


Figure 1.2 Disposition des points de fixation du moteur.

1.4 Propriétés et comportement des plots élastiques

Généralement les plots élastiques sont fabriqués à partir des élastomères. Pour les caractériser, on utilise de nombreux paramètres dont les principaux sont :

- la dureté Shore Δ : la mesure de celle-ci consiste essentiellement à déterminer la déformation élastique réversible produite par un poinçon de forme spéciale sous une charge donnée,
- le module de Young E ,
- le module de glissement G ,
- le facteur de perte qui rend compte de l'hystérésis en régime dynamique représenté par la tangente de l'angle $\text{tg}\delta$ que fait la déformation avec la contrainte appliquée en régime harmonique, dans le plan complexe [2, 3, 15].

La nature des mélanges et la proportion des charges renforçantes (tel que les noirs de carbone) influent beaucoup sur les propriétés de l'élastomère. Pour des plots élastiques en caoutchouc naturel $\text{tg}\delta$ varie de 0.02 à 0.1. Pour ceux en caoutchouc synthétique (nitrile, butyl) on a $\text{tg}\delta=0.2$; pour les vulcanisants renforçés $\text{tg}\delta$ peut atteindre la valeur de 0.5.

Par contre les caractéristiques principales de l'élastomère sont :

- une élasticité multidirectionnelle,
- un amortissement qui se traduit par une dissipation de l'énergie sous forme calorifique au sein de la matière.

Ces deux propriétés caractérisent les matériaux viscoélastiques. Divers modèles mathématiques ont été proposés pour les représenter dont le plus classique étant le modèle de Kelvin [1], composé d'un ressort pur et d'un amortisseur en parallèle selon les trois directions de l'espace.

Par rapport à des axes fixes OX, OY, OZ, on appellera rigidités les coefficients de proportionnalité K_x , K_y , K_z des efforts aux déplacements respectifs à un degré de liberté suivant chacun de ces trois axes (figure 1.3).

Nous définirons également les coefficients d'amortissement suivant les trois directions : α_x , α_y et α_z .

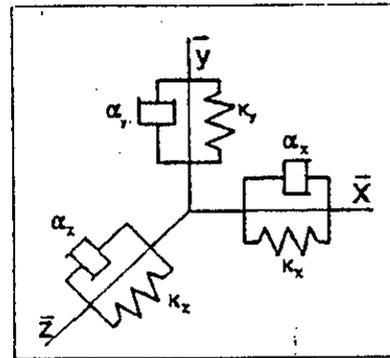


Figure 1.3 Modèle mathématique d'un plot élastique en élastomère.

Dans l'hypothèse de la linéarité, en particulier pour les petits mouvements, l'effort F transmis par le support dans la direction OX est :

$$F_x = K_x X + \alpha_x \dot{X} \quad (1.1)$$

où X est le déplacement, \dot{X} est la vitesse, K_x est la rigidité et α_x le coefficient d'amortissement.

Pour une oscillation sinusoïdale de pulsation ω dans la direction OX, l'effort transmis sous la forme complexe :

$$F_x = (K_x + j\alpha_x\omega)X \quad (1.2)$$

Notons que le coefficient α_x est constant lorsque l'amortissement est de type hydraulique, par contre pour le cas de l'amortissement de type élastomérique, on a en valeur approchée :

$$\alpha_x \cdot \omega = K_x \cdot \text{tg} \delta = \text{constante} \quad (1.3)$$

L'amortissement de ces matériaux varie donc d'une façon inverse avec la fréquence des vibrations [3, 4, 5].

1.5 Modes propres d'une suspension de moteur

Le moteur suspendu peut avoir jusqu'à six degrés de liberté (trois rotations et trois translations). Il y a autant de fréquences propres que de degrés de liberté, celles-ci n'étant pas indépendantes mais couplées. Si l'une de ces fréquences propres est excitée suivant un degré de liberté, elle peut faire naître une vibration suivant plusieurs directions.

La position du moteur dépend, dans le cas le plus général, de six coordonnées dû à la translation et à la rotation, soit par exemple les coordonnées X, Y, Z du centre de gravité et les rotations θ , ψ , ϕ autour des trois axes de référence. Le choix de ces axes étant arbitraire et on peut toujours les coïncider avec les axes principaux d'inertie du moteur.

1.5.1 Mise en équation

Dans l'hypothèse de petits mouvements autour d'une position d'équilibre stable, l'expression de l'énergie cinétique s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} (I_x \dot{\theta}^2 + I_y \dot{\psi}^2 + I_z \dot{\phi}^2) \quad (1.4)$$

m étant la masse du moteur et I_x , I_y , I_z ses moments d'inertie principaux par rapport aux axes principaux d'inertie.

La suspension est réalisée par des supports reliant le moteur à une structure fixe. Les petits mouvements $X, Y, Z, \theta, \psi, \varphi$, comptés à partir de la position d'équilibre engendrent dans ces supports des réactions élastiques. Connaissant l'arrangement et les caractéristiques de ces supports, l'expression de l'énergie potentielle correspondante V en fonction des coordonnées généralisées q_i, q_j s'écrit :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1,6} a_{ij} q_i q_j \quad (q_i, q_j = X, Y, Z, \theta, \psi, \varphi) \quad (1.5)$$

Des équations de Lagrange pour le système libre et conservatif suivantes :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_i} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = 0 \quad (q_i = X, Y, Z, \theta, \psi, \varphi) \quad (1.6)$$

On obtient les six équations du mouvement libre qui peuvent être représentées sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = 0 \quad (1.7)$$

où:

$[M]$: matrice d'inertie

$[K]$: matrice de rigidité de la suspension

$\{q\}, \{\ddot{q}\}$: vecteurs des coordonnées et accélérations généralisées

Les pulsations propres ω_0^i peuvent être déterminés à partir des équations différentielles (1.7) par la recherche de six racines réelles et positives de l'équation du sixième ordre en ω^2 représentée par le déterminant :

$$\Delta(\omega^2) = |[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (1.8)$$

1.5.2 Conditions de découplage

Si le système est soumis suivant un ou plusieurs degrés de liberté à des sollicitations périodiques, des vibrations forcées prennent naissance, chaque fois que la pulsation perturbatrice ω

sera égale à l'une des pulsations propres ω_0^i donnant lieu à une résonance affectant les autres degrés de liberté.

Les possibilités d'apparition de résonances se trouvent donc multipliées à cause du couplage entre les modes. Ce couplage, du point de vue de l'isolation vibratoire est donc doublement nocif :

- une excitation suivant un degré de liberté se répercute obligatoirement sur tous les autres,
- la gamme des régimes critiques est plus élargie.

Il faudra donc agir sur l'arrangement et les caractéristiques des supports élastiques de telle manière que :

- tous les coefficients de couplage soient nuls,

$$a_{x_i x_j} = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (1.9)$$

- les pulsations propres découplées répondent individuellement à la condition d'isolation vibratoire :

$$\omega_0^i \cdot \sqrt{2} \leq \omega_r \quad q_i = (X, Y, Z, \theta, \psi, \varphi) \quad (1.10)$$

où ω_r est la pulsation d'excitation de valeur la plus petite.

1.6 Conclusion

La suspension du moteur, notamment les plots de suspension, doivent satisfaire aux conditions de comportement vibratoire. Ils doivent donc :

- situer les modes propres du moteur à un certain niveau de fréquence,
- assurer autant que possible le découplage entre ces modes,
- assurer le découplage de ces modes de la résonance des masses non suspendues.

L'appréciation de la qualité de l'isolation vibratoire du moteur dépend principalement des paramètres suivants :

- les amplitudes de mouvement de l'ensemble suspendu et plus précisément ceux des points de fixation,
- les accélérations des points de fixation,
- les efforts transmis à la fondation,
- rapport des fréquences excitatrices aux fréquences propres de l'ensemble du moteur et de la suspension.

Tous ces paramètres dépendent essentiellement du type de suspension, souple ou rigide. Le constructeur s'efforce donc de rechercher des solutions acceptables :

- ◇ en agissant sur la source par une architecture convenable du moteur suivie d'un équilibrage minutieux.
- ◇ par la recherche sur des supports à base de nouveaux matériaux ou de solutions composites appelés supports hydroélastiques formés d'élastomère et de liquide visqueux. Ces dernières trouvent déjà des applications industrielles [1].

Chapitre 2

SOURCE D'EXCITATION DU MOTEUR

Chapitre 2

SOURCE D'EXCITATION DU MOTEUR

2.1 Considérations générales

Selon la disposition des cylindres, on distingue deux types essentiels de moteurs :

- moteurs à embiellage en ligne (figure. 2.1.a),
- moteurs à embiellage en V (figure. 2.1.b).

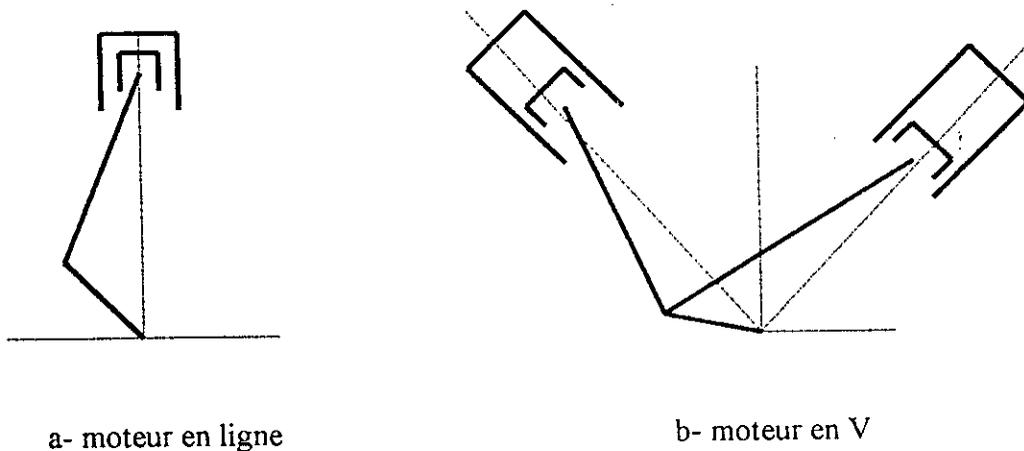


Figure 2.1 Types d'embellage de moteurs.

L'attelage mobile du moteur en V comporte deux bielles, dont la liaison peut-être du type :

- bielle-biellette (figure 2.2.a), la biellette est fixée sur la bielle principale (à oeil),
- bielle-bielle à fourche (figure 2.2.b), la tête de la bielle principale est constituée par une fourche dans la partie centrale de laquelle se fixe l'autre bielle, les deux bielles sont identiques,
- bielles accolées (figure 2.2.c), les deux bielles sont rangées côte à côte.

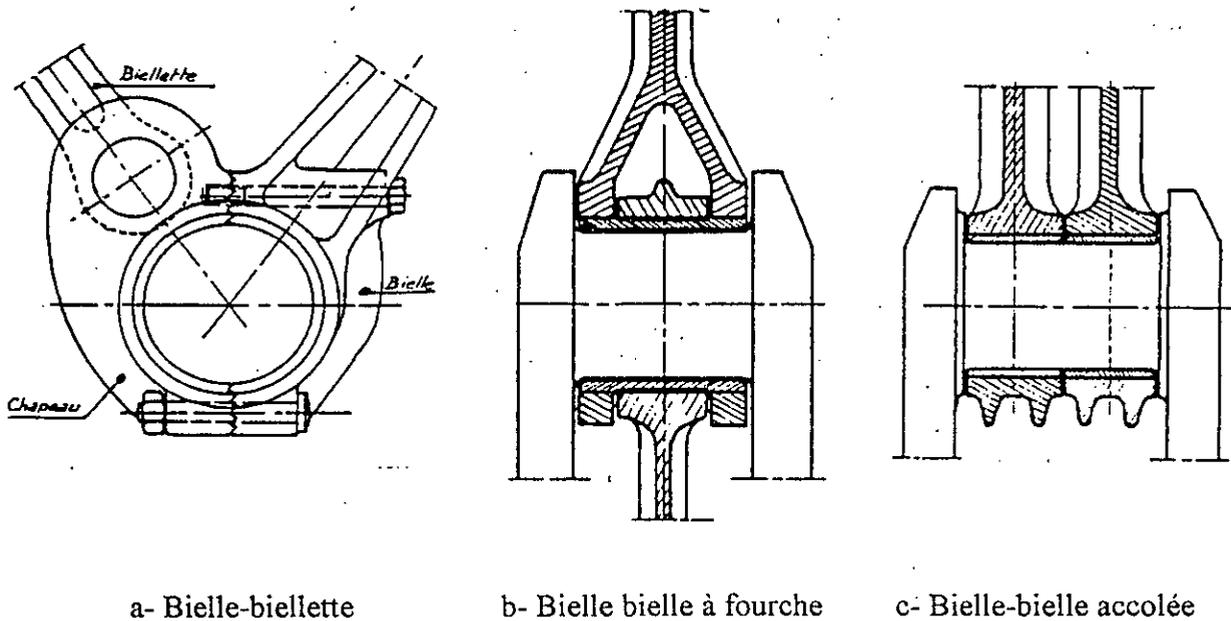


Figure 2.2 Liaisons entre les bielles du moteur en V.

Pour les moteurs en ligne, l'avant du moteur est le côté volant et on numérote les cylindres de l'avant vers l'arrière. Par contre pour le moteur en V, sur une rangée donnée, on numérote les cylindres de l'avant vers l'arrière en commençant par la rangée de droite.

Les pièces mobiles du moteur peuvent, en fonction de leur mouvement, être classées en trois catégories :

- pistons, axes et segments : pour les masses animées d'un mouvement de translation,
- Vilebrequin, volant moteur, poulie et amortisseur : pour les masses tournantes,
- les bielles : pour les masses animées d'un mouvement composé.

Ces pièces massives connaissent donc des déplacements à des vitesses cycliquement variables, même à régime de moteur constant. Des forces d'inertie variables, dont les intensités maximales croissent avec la vitesse, sont transmises à la structure. L'adjonction des contrepoids d'équilibrage à l'extrémité des manivelles du vilebrequin limite les intensités de ces efforts.

A cause des difficultés technologiques, l'équilibrage n'est généralement que partiel. Il est limité au seul effet des inerties rotatives, le moteur serait donc soumis à des forces et couples résiduels qui l'entraînent en mouvement cyclique autour de son centre de gravité.

Nous considérons les hypothèses suivantes :

- la vitesse angulaire de l'arbre vilebrequin est supposée constante au cours d'un cycle,
- la condition de régularité cyclique optimale est toujours assurée.

$$\delta_m = \frac{k\pi}{N_c} \quad (2.1)$$

avec : δ_m : déphasage des impulsions successives des cylindres.

N_c : nombre de cylindres

k : nombre de temps du cycle (2 ou 4 temps)

2.2 Cinématique de l'attelage mobile du moteur

On se propose de déterminer dans cette partie les expressions des accélérations des centres de gravité des éléments mobiles des moteurs en ligne et des moteurs en V.

2.2.1 Cinématique des moteurs en ligne

Considérons le système bielle-manivelle représenté dans la figure. 2.3. On peut associer à ce système trois repères qui sont respectivement :

$R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ repère lié au bâti,

où O est le centre du vilebrequin,

\vec{Z}_0 est l'axe du vilebrequin, le volant est placé sur les \vec{Z}_0 positifs et \vec{Y}_0 est l'axe du cylindre,

$R_1(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ repère lié à la manivelle,

$R_2(B, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ repère lié à la bielle.

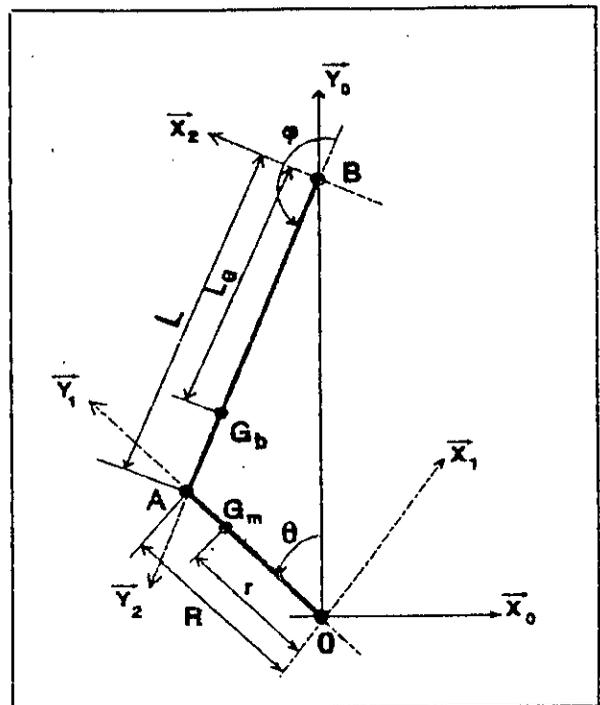


Figure 2.3 Choix des repères liés au système bielle-manivelle.

Considérons que,

$\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du vilebrequin,

$\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$ la vitesse et l'accélération angulaires de la bielle,

On peut écrire les relations cinématiques suivantes :

$$\dot{\phi} = \frac{R\dot{\theta} \cos\theta}{L \cos\phi} \quad (2.2)$$

$$\ddot{\phi} = (\dot{\phi}^2 - \dot{\theta}^2) \operatorname{tg}\phi \quad (2.3)$$

R est le rayon de la manivelle

et

L est l'entraxe de la bielle.

Par contre les composantes des vecteurs accélérations du centre de gravité de la manivelle (G_m), de la bielle (G_b) et du piston (B) sont exprimées dans le repère R_0 par :

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{G_m} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -R\dot{\theta}^2 \sin\theta \\ -R\dot{\theta}^2 \cos\theta \end{bmatrix}_{R_0} & \vec{\Gamma}_{G_b} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -L_G(\ddot{\phi} \cos\phi - \dot{\phi}^2 \sin\phi) \\ -R\dot{\theta}^2 \cos\theta + (L - L_G)(\ddot{\phi} \sin\phi + \dot{\phi}^2 \cos\phi) \end{bmatrix}_{R_0} \\ \\ \vec{\Gamma}_B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R\dot{\theta}^2 \cos\theta + L(\ddot{\phi} \sin\phi + \dot{\phi}^2 \cos\phi) \end{bmatrix}_{R_0} \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.2.2 Cinématique de l'embellage des moteurs en V

Considérons l'embellage du moteur en V de type bielle-bielle accolée (figure 2.4). On peut définir alors les repères suivants :

$R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ repère fixe lié au bâti,

$R_1(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ repère fixe lié à la rangée de droite,

$R_2(O, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ repère fixe lié à la rangée de gauche,

$R_3(B_1, \vec{X}_3, \vec{Y}_3, \vec{Z}_3)$ repère mobile lié à la bielle principale,

$R_4(B_2, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_4)$ repère mobile lié à la bielle secondaire.

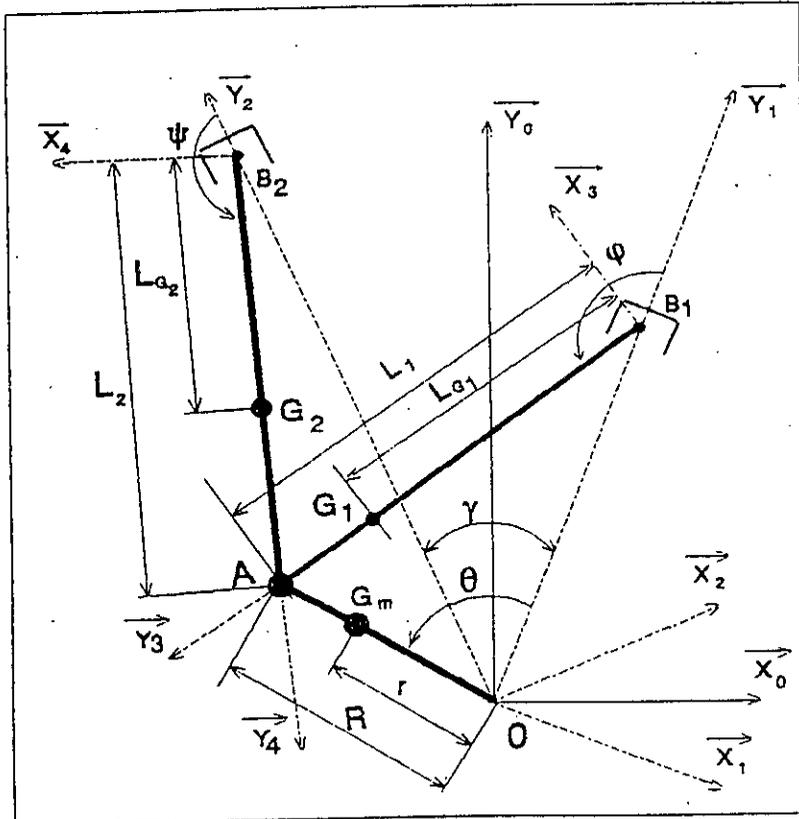


Figure 2.4 Choix des repères liés à l'embellage du moteur en V.

On a alors les relations cinématiques suivantes :

$$\dot{\phi} = \frac{R\dot{\theta}\cos\theta}{L_1\cos\phi} \quad (2.5)$$

$$\ddot{\phi} = (\dot{\phi}^2 - \dot{\theta}^2)\text{tg}\phi \quad (2.6)$$

$$\dot{\psi} = \frac{R\dot{\theta}\cos(\theta - \gamma)}{L_2\cos\psi} \quad (2.7)$$

$$\ddot{\psi} = (\dot{\psi}^2 - \dot{\theta}^2) \operatorname{tg} \psi \quad (2.8)$$

avec :

γ : angle d'ouverture du V

θ : angle de rotation de la manivelle pris à partir de la rangée de droite.

φ, ψ : angles de rotation de la bielle principale et de la bielle secondaire.

Les composantes des vecteurs accélérations du centre de gravité de la manivelle (G_m), de la bielle principale (G_1), du piston de droite (B_1) sont exprimées dans le repère R_1 système d'équations (2.9.a). Par contre ceux de la bielle secondaire (G_2), et du piston de droite (B_2) sont exprimées dans le repère R_2 système d'équations (2.9.b).

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{G_m} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -R\dot{\theta}^2 \sin \theta \\ -R\dot{\theta}^2 \cos \theta \end{bmatrix}_{R_1} & \vec{\Gamma}_{G_1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{G_1}(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \\ -R\dot{\theta}^2 \cos \theta + (L_1 - L_{G_1})(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \end{bmatrix}_{R_1} \\ \vec{\Gamma}_{B_1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R\dot{\theta}^2 \cos \theta + L_1(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \end{bmatrix}_{R_1} \end{aligned} \quad (2.9.a)$$

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{B_2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R\dot{\theta}^2 \cos(\theta - \gamma) + L_2(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) \end{bmatrix}_{R_2} \\ \vec{\Gamma}_{G_2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{G_2}(\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi) \\ -R\dot{\theta}^2 \cos(\theta - \gamma) + (L_2 - L_{G_2})(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) \end{bmatrix}_{R_2} \end{aligned} \quad (2.9.b)$$

Le calcul cinématique se fait de degré en degré, sur une période de un tour du vilebrequin, pour un seul plan de cylindres et pour toutes les vitesses de rotation.

2.3 Actions mécaniques sur le système piston-bielle-manivelle

Le calcul des actions mécaniques sur les liaisons de l'attelage mobile du moteur formé par le piston, la bielle et la manivelle se fait dans ce qui suit par une étude dynamique où :

- On néglige les efforts de pesanteur devant les efforts des gaz,
- On suppose que les contacts sont ponctuels et sans frottement,
- On suppose que les éléments internes sont géométriquement parfaits et symétriques.

2.3.1 Le piston

Le piston est soumis aux divers efforts comme le montre la figure (2.5). On note par \vec{F}_B l'effort de la bielle sur l'axe du piston, \vec{F}_p l'effort des gaz sur la tête du piston, et par \vec{F}_c l'effort latéral de la chemise sur le piston. D'où \vec{F}_B , \vec{F}_p et \vec{F}_c peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\vec{F}_B = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \quad \vec{F}_c = \begin{bmatrix} X_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \quad \vec{F}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_p(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0}$$

avec : $Y_p(\theta) = S.p(\theta)$

où : $p(\theta)$: pression relative des gaz en fonction de l'angle de manivelle

S : section du piston

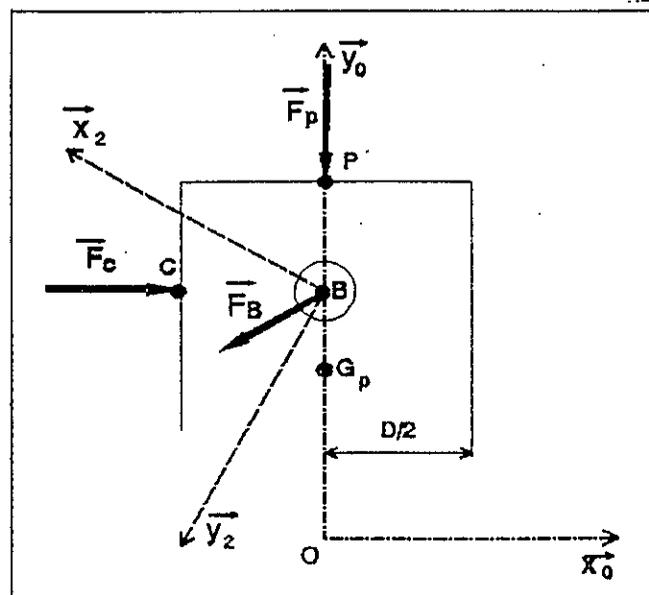


Figure 2.5 Actions mécaniques sur le piston.

2.3.2 La bielle

La bielle est soumise aux divers efforts comme le montre la figure (2.6). On note par \overline{F}_A l'effort du maneton sur la bielle, et par \overline{F}_B l'effort de l'axe du piston sur la bielle, d'où \overline{F}_A et \overline{F}_B peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\overline{F}_A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \quad \overline{F}_B = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0}$$

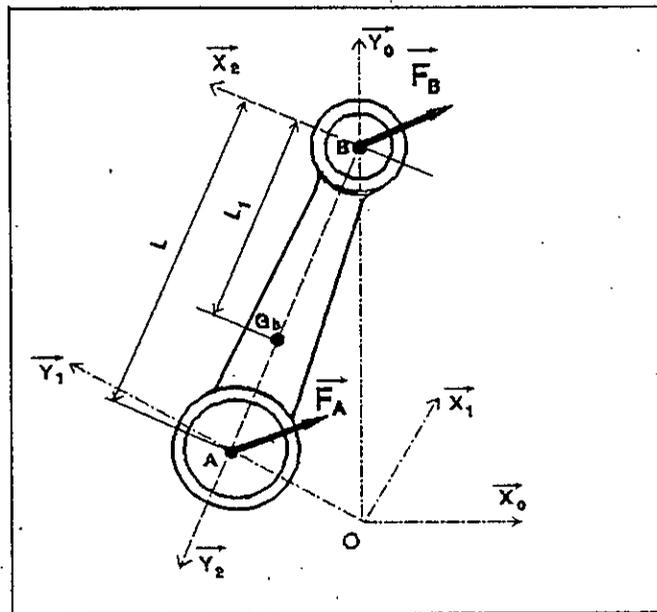


Figure 2.6 Actions mécaniques sur la bielle.

2.3.3 La manivelle

La manivelle du vilebrequin est soumise à l'effort de la bielle sur le maneton \overline{F}_A , à l'effort \overline{R}_O des paliers sur la manivelle et au couple \overline{C}_m transmis par le moteur (figure 2.7). \overline{F}_A , \overline{R}_O et \overline{C}_m peuvent être mis sous la forme suivante :

$$\overline{F}_A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \quad \overline{R}_O = \begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0} \quad \overline{C}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_m \end{bmatrix}_{R_0}$$

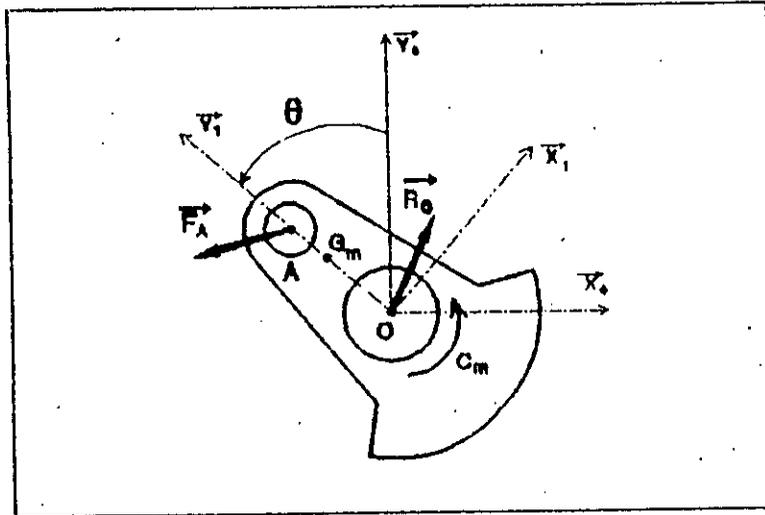


Figure 2.7 Actions mécaniques sur la manivelle.

Nous appliquons les équations vectorielles de la dynamique qui projetées dans le repère fixe R_0 donnent pour chacun des éléments le système d'équations suivant :

Piston

$$X_C - X_B = 0$$

$$-Y_B - Y_P(\theta) = m_p \Gamma_{B_y}$$

$$Y_P(\theta) = \frac{\pi D^2}{4} p(\theta)$$

Bielle

$$X_A + X_B = m_b \Gamma_{G_b_x}$$

$$Y_A + Y_B = m_b \Gamma_{G_b_y}$$

$$I_{G_b_z} \ddot{\varphi} = -(L - L_G)[X_A \cos\varphi + Y_A \sin\varphi] + L_G[X_B \cos\varphi + Y_B \sin\varphi]$$

(2.11)

Manivelle

$$X_O - X_A = m_m \Gamma_{G_m_x}$$

$$Y_O - Y_A = m_m \Gamma_{G_m_y}$$

$$(R - r)[X_A \cos\theta + Y_A \sin\theta] + r[X_O \cos\theta + Y_O \sin\theta] + C_m = 0$$

2.4 Actions mécaniques sur le système bielle-bielle accolée des moteurs en V

L'attelage mobile du moteur en V étant constitué des pistons de droite et celui de gauche, des bielles principale et secondaire ainsi que de la manivelle du vilebrequin. On considère les liaisons de bielles de type bielle-bielle accolée (figure 2.2).

2.4.1 Actions mécaniques sur les pistons

Chacun des pistons est soumis aux divers efforts comme le montre les figures (2.8.a et 2.8.b). On note par $\overline{F_{B_i}}$ l'effort de la bielle sur l'axe du piston, $\overline{F_{p_i}}$ l'effort des gaz sur la tête du piston et par $\overline{F_{c_i}}$ l'effort latéral de la chemise sur le piston. D'où $\overline{F_{B_i}}$, $\overline{F_{p_i}}$ et $\overline{F_{c_i}}$ peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\overline{F_{B_i}} = \begin{bmatrix} X_{B_i} \\ Y_{B_i} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_i} \quad \overline{F_{c_i}} = \begin{bmatrix} X_{c_i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_i} \quad \overline{F_{p_i}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_{p_i}(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}_{R_i}$$

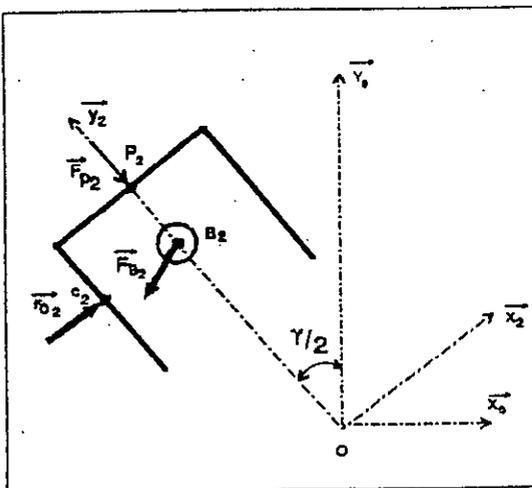
avec : $Y_{p_i}(\theta) = S_i \cdot p_i(\theta)$

où : $i = 1$ pour le piston de droite et $i = 2$ pour le piston de gauche,

S_i est la section du piston,

$p_i(\theta)$ est la pression relative des gaz en fonction de l'angle de manivelle.

a) piston de gauche



b) piston de droite

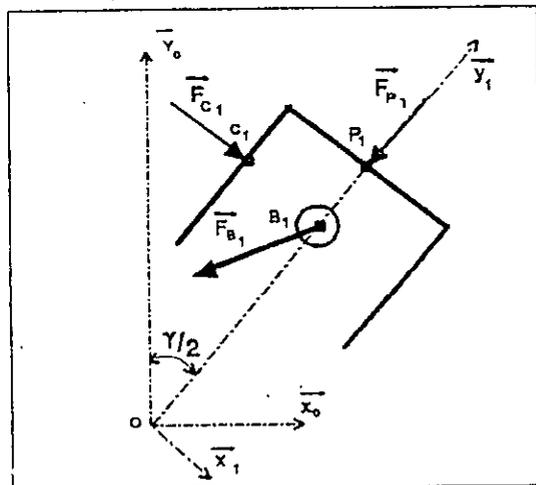


Figure 2.8 Actions mécaniques dues aux gaz et à l'inertie sur les pistons du moteurs en V.

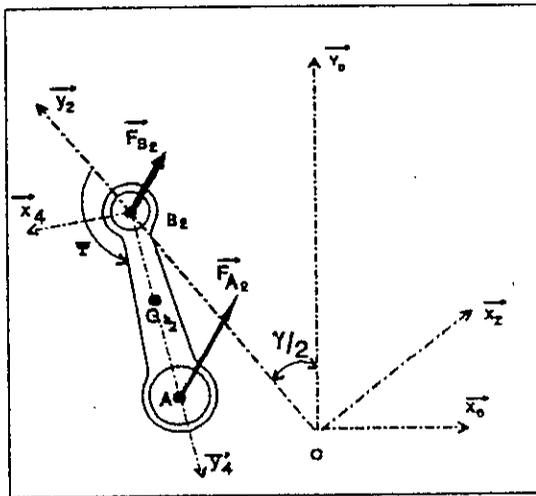
2.4.3 La bielle principale et la bielle secondaire

Les deux bielles sont soumises aux différents types d'efforts comme le montre les figures (2.9.a et 2.9.b). En notant par $\overline{F_{A_i}}$ effort du maneton sur la bielle et par $\overline{F_{B_i}}$ effort de l'axe du piston sur la bielle, on peut les exprimer sous la forme suivante :

$$\overline{F_{A_i}} = \begin{bmatrix} X_{A_i} \\ Y_{A_i} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_i} \quad \overline{F_{B_i}} = \begin{bmatrix} X_{B_i} \\ Y_{B_i} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_i}$$

où : $i = 1$ pour la bielle principale et $i = 2$ pour la bielle secondaire.

a) la bielle secondaire



b) la bielle principale

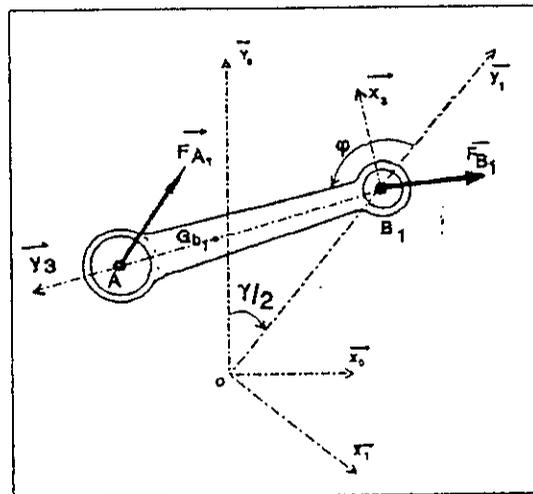


Figure 2.9 Actions mécaniques dues aux gaz et à l'inertie sur les bielles du moteur en V.

2.3.3 La manivelle

Comme le montre la figure (2.10), la manivelle du moteur en V est soumise à l'effort de la bielle principale sur le maneton $\overline{F_{A_1}}$, à l'effort de la bielle secondaire sur le maneton $\overline{F_{A_2}}$, aux efforts du tourillon sur la manivelle $\overline{R_{o_1}}$ et $\overline{R_{o_2}}$ ainsi qu'au couple $\overline{C_m}$ transmis par le moteur. $\overline{F_{A_1}}$, $\overline{F_{A_2}}$, $\overline{R_{o_1}}$, $\overline{R_{o_2}}$ et $\overline{C_m}$ peuvent être mis sous la forme suivante :

$$\vec{F}_{A_1} = \begin{bmatrix} X_{A_1} \\ Y_{A_1} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_1} \quad \vec{F}_{A_2} = \begin{bmatrix} X_{A_2} \\ Y_{A_2} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_2} \quad \vec{R}_{O_1} = \begin{bmatrix} X_{O_1} \\ Y_{O_1} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_1} \quad \vec{R}_{O_2} = \begin{bmatrix} X_{O_2} \\ Y_{O_2} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_1} \quad \vec{C}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_m \end{bmatrix}_{R_1}$$

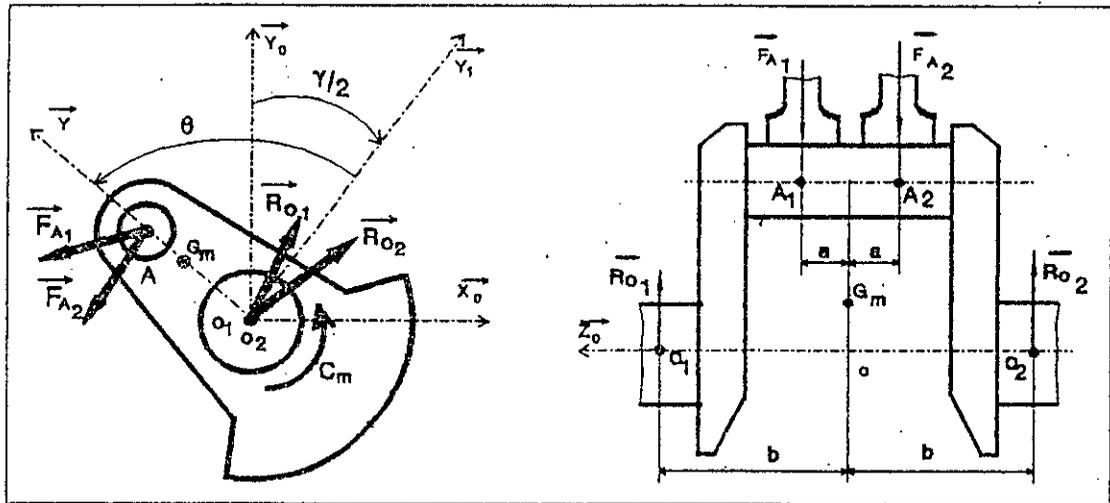


Figure 2.10 Actions mécaniques dues aux gaz et à l'inertie sur la manivelle du moteur en V.

Nous appliquons au éléments de l'attelage mobile, les équations vectorielles fondamentales de la dynamique projetées dans le repère fixe R_1 . Nous obtenons au niveau de chaque élément le système d'équations suivant :

Piston 1

$$X_{C_1} - X_{B_1} = 0$$

$$-Y_{B_1} - Y_{P_1}(\theta) = m_{p_1} \Gamma_{B_{1y}}$$

$$Y_{P_1}(\theta) = \frac{\pi D_1^2}{4} P_1(\theta)$$

Piston 2

$$-X_{B_2} \cos \gamma + Y_{B_2} \sin \gamma + X_{C_2} \cos \gamma = m_{p_2} \Gamma_{B_{2x}} - Y_{P_2}(\theta) \sin \gamma$$

$$-X_{B_2} \sin \gamma - Y_{B_2} \cos \gamma + X_{C_2} \sin \gamma = m_{p_2} \Gamma_{B_{2y}} + Y_{P_2}(\theta) \cos \gamma$$

$$Y_{P_2}(\theta) = \frac{\pi D_2^2}{4} P_2(\theta)$$

Bielle principale

$$\begin{aligned}
X_{A_1} + X_{B_1} &= m_{b_1} \Gamma_{Gb1_x} \\
Y_{A_1} + Y_{B_1} &= m_{b_1} \Gamma_{Gb1_y} \\
I_{Gb1_z} \ddot{\phi} &= -(L_1 - L_{G_1}) [X_{A_1} \cos \phi + Y_{A_1} \sin \phi] + L_{G_1} [X_{B_1} \cos \phi + Y_{B_1} \sin \phi]
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Bielle secondaire

$$\begin{aligned}
(X_{A_2} + X_{B_2}) \cos \gamma - (Y_{A_2} + Y_{B_2}) \sin \gamma &= m_{b_2} \Gamma_{Gb2_x} \\
(X_{A_2} + X_{B_2}) \sin \gamma + (Y_{A_2} + Y_{B_2}) \cos \gamma &= m_{b_2} \Gamma_{Gb2_y} \\
I_{Gb2_z} \ddot{\psi} &= -(L_2 - L_{G_2}) [X_{A_2} \cos \psi + Y_{A_2} \sin \psi] + L_{G_2} [X_{B_2} \cos \psi + Y_{B_2} \sin \psi]
\end{aligned}$$

Manivelle

$$\begin{aligned}
X_{O_1} + X_{O_2} - X_{A_1} - X_{A_2} \cos \gamma + Y_{A_2} \sin \gamma &= m_m \Gamma_{Gm_x} \\
Y_{O_1} + Y_{O_2} - Y_{A_1} - X_{A_2} \sin \gamma - Y_{A_2} \cos \gamma &= m_m \Gamma_{Gm_y} \\
(R - r) [X_{A_1} \cos \theta + Y_{A_1} \sin \theta + X_{A_2} \cos(\theta - \gamma) + Y_{A_2} \sin(\theta - \gamma)] \\
+ r [(X_{O_1} + X_{O_2}) \cos \theta + (Y_{O_1} - Y_{O_2}) \sin \theta] + C_m &= 0
\end{aligned}$$

Les actions mécaniques sont calculées, de degré en degré, à partir du système d'équations établi et dépendant du type de moteur, ceci pour deux tours du vilebrequin.

Pour le calcul de ces actions mécaniques, il est nécessaire de connaître les données massiques et géométriques des différents éléments ainsi que la pression dans le cylindre; celle-ci est déterminée par l'une des méthodes suivantes :

- relevée sur le cycle thermodynamique réel. Dans ce cas on doit disposer d'un diagramme de pression réelle pour le moteur étudié,
- calculée par simulation du cycle quasi-réel.

2.5 Forces et moments extérieurs au moteur

Le centre de gravité d'un moteur comme le montre la figure (2.11) est soumis lors de son fonctionnement à un système de trois forces dirigées suivant les trois axes Gx , Gy , Gz notées par F_x , F_y , F_z et de trois couples autour des trois axes du moteur Gx , Gy , Gz notés par C_x , C_y , et C_z .

avec :

F_x : effort de tamis.

F_y : effort de pilon.

F_z : effort longitudinal.

C_x : couple de galop.

C_y : couple de lacet.

C_z : couple de roulis.

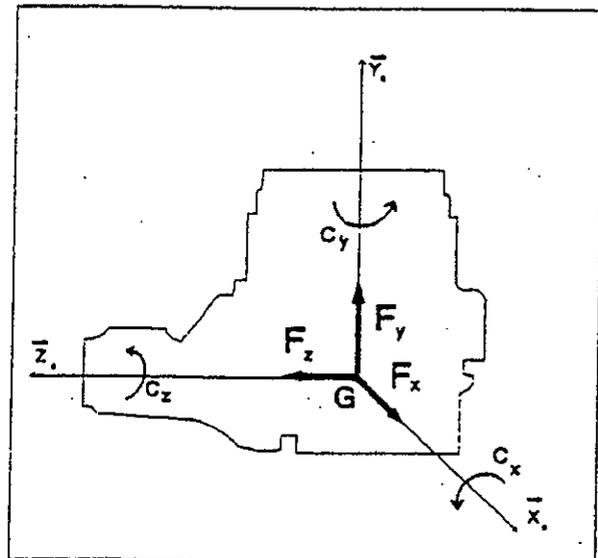


Figure 2.11 schématisation des efforts et des couples suivant les trois axes du moteur.

On note que ces efforts et ces couples sont toujours fonction des caractéristiques de la suspension du moteur, du nombre de cylindres et de leur répartition, de la forme du vilebrequin, de l'ordre d'allumage des cylindres, ainsi que de la vitesse de rotation du vilebrequin.

Un bloc cylindre d'un moteur monocylindrique est soumis à un ensemble d'efforts provenant :

- des forces nées de la compression et de la combustion des gaz,
- des forces nées du déplacement des pièces mobiles.

Le système piston-bielle-manivelle exerce à un instant donné, des efforts sur la chemise, sur la culasse et sur les paliers du vilebrequin. On mettra en évidence ces actions en isolant le système piston-bielle-manivelle de ces liaisons avec le bâti. De la figure (2.12), on peut noter que ces efforts sont du type :

- action des gaz sur la culasse notée par Y_p ,
- action du piston sur la chemise notée par X_c ,
- actions de la manivelle sur les paliers notées par X_o et Y_o .

Les expressions de ces efforts sont celles déterminées par le système d'équations (2.11) pour une étude dynamique de l'attelage mobile au niveau du piston, de la bielle et de la manivelle.

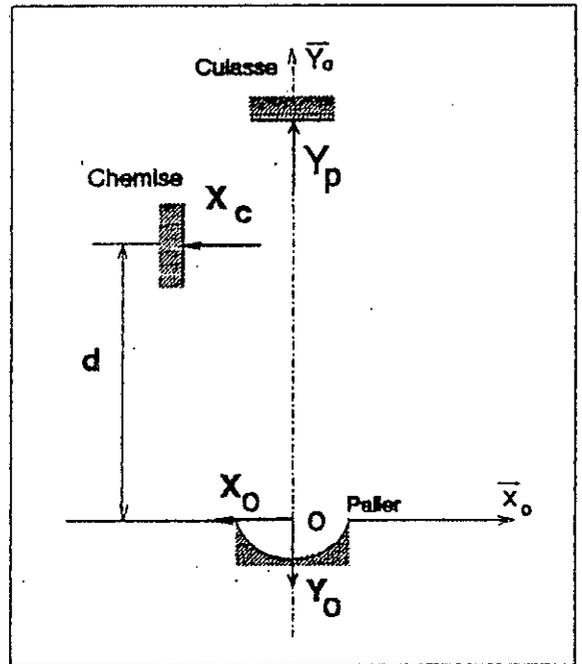


Figure 2.12 Schématisation des efforts sur les parois internes du monocylindre.

Pour un multicylindres en ligne, si on prend en considération le décalage des manivelles ainsi que l'ordre d'allumage, nous déterminons alors les expressions générales des efforts et couples résultants sur le multicylindres en ligne données par :

$$F_x = \sum_{j=1}^{N_c} F_x(\theta_j) = - \sum_{j=1}^{N_c} [X_o(\theta_j) + X_c(\theta_j)]$$

$$F_y = \sum_{j=1}^{N_c} F_y(\theta_j) = - \sum_{j=1}^{N_c} [Y_o(\theta_j) + Y_p(\theta_j)]$$

$$C_x = \sum_{j=1}^{N_c} C_x(\theta_j) = - \sum_{j=1}^{N_c} F_y(\theta_j) \cdot Z_{o_j}$$

$$\theta_j = \theta_1 + (j-1) \cdot \frac{k \cdot \pi}{N_c} \quad j = 1, N_c \quad (2.14)$$

$$C_y = \sum_{j=1}^{N_c} C_y(\theta_j) = \sum_{j=1}^{N_c} F_x(\theta_j) \cdot Z_{o_j}$$

$$C_z = \sum_{j=1}^{N_c} C_z(\theta_j) = \sum_{j=1}^{N_c} X_c(\theta_j) \cdot d(\theta_j)$$

avec :

N_c : nombre de cylindres

θ_j : angle de la manivelle correspondant au cylindre j

z_{o_j} : la distance du centre de gravité du moteur à l'axe du cylindre j .

k : nombre de temps du cycle

Par contre pour un multicylindres en V, si on prend en considération le décalage des manivelles et l'ordre d'allumage ainsi que l'angle d'ouverture du V, nous déterminons alors les expressions générales des efforts et couples résultants sur le multicylindres en V données par :

$$\begin{aligned}
 F_x &= \sum_{j=1}^{N_c} F_x(\theta_j) = \sum_{j=1}^{N_c} [-(X_{o_1} + X_{o_2} + X_{c_1} + X_{c_2}) \cos \frac{\gamma}{2} + (Y_{o_1} + Y_{o_2} - Y_{p_1} + Y_{p_2}) \sin \frac{\gamma}{2}] \\
 F_y &= \sum_{j=1}^{N_c} F_y(\theta_j) = \sum_{j=1}^{N_c} [(X_{o_1} + X_{o_2} + X_{c_1} - X_{c_2}) \sin \frac{\gamma}{2} + (-Y_{o_1} - Y_{o_2} + Y_{p_1} + Y_{p_2}) \cos \frac{\gamma}{2}] \\
 C_x &= \sum_{j=1}^{N_c} C_x(\theta_j) = - \sum_{j=1}^{N_c} F_y(\theta_j) \cdot Z_{o_j} \\
 C_y &= \sum_{j=1}^{N_c} C_y(\theta_j) = \sum_{j=1}^{N_c} F_x(\theta_j) \cdot Z_{o_j} \\
 C_z &= \sum_{j=1}^{N_c} C_z(\theta_j) = \sum_{j=1}^{N_c} [X_{o_2}(\theta_j) \cdot d_2(\theta_j) + X_{c_1}(\theta_j) \cdot d_1(\theta_j)]
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

avec : $\theta_j = \theta_1 + (j-1) \cdot \frac{2k\pi}{N_c} \quad j = 1, \frac{N_c}{2}$

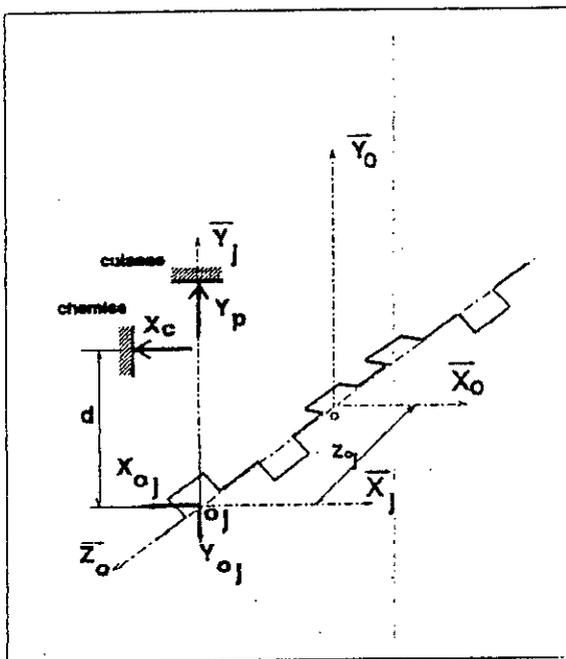


Figure 2.14 schématisation de la composition des efforts internes sur le multicylindres en ligne.

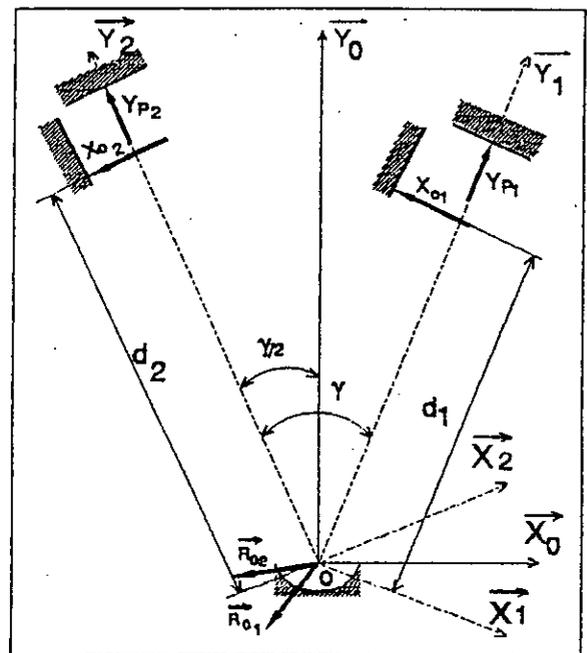


Figure 2.15 schématisation de la composition des efforts internes sur le multicylindres en V.

Conclusion

La présence de plusieurs cylindres conduit à un équilibrage naturel du moteur du fait que le couple moteur est plus régulier la composition des efforts élémentaires peut conduire à une résultante d'amplitude nulle.

Pour le cas du moteur en V à embiellage en bielle-bielle à fourche, le calcul est similaire, on prendra les points d'application des efforts des bielles sur le maneton confondus.

2.6 Applications

Le calcul numérique de l'excitation se fait sur une période de deux tours du vilebrequin avec un pas de un degré suivant les étapes suivantes :

- lecture des données géométriques et massiques de l'embellage du moteur,
- calcul ou lecture de la pression du cycle thermodynamique,
- calcul cinématique de l'attelage mobile,
- calcul des actions mécaniques sur les éléments de ,
- calcul des forces et couples d'excitation pour un monocylindre par la composition des efforts et couples sur le multicylindres en tenant compte de l'ordre d'allumage et du décalage des manivelles du vilebrequin.

On déterminera à la fin de ce chapitre les efforts et couples d'excitation pour deux moteurs différents, un moteur à quatre cylindres en ligne (moteur Deutz F4L912) et un moteur à huit cylindres en V (moteur Deutz F8L413).

2.6.1 Moteur en ligne F4L912

Le choix étant porté sur le moteur à quatre cylindres en ligne fabriqué par le complexe moteurs et tracteurs de Constantine et équipant un certain nombre de véhicules de la SNVI dont les plans de construction nous ont permis de tirer les données nécessaires (tableau 2.1).

Tableau 2.1 Données géométriques et massiques du moteur F4L912.

nombre de cylindres : 4	position du centre de gravité de la bielle : $L_G = 0.14$ m
nombre de temps de cycle: 4	position du centre de gravité de la manivelle : $r = 0.03$ m
angle de calage des manivelle: 90^0	moment d'inertie de la bielle : $I_{GZ} = 0.025$ kg.m
diamètre du piston : $D = 0.1$ m	ordre d'allumage : 1, 3, 4, 2, 1
rayon de manivelle : $R = 0.06$ m	positions des manivelles par rapport au centre de gravité du moteur : $Z_{O1} = 0.212$ m, $Z_{O2} = 0.065$ m,
entraxe de la bielle : $L = 0.21$ m	$Z_{O3} = -0.065$ m, $Z_{O4} = -0.212$ m
masse de la bielle : $m_b = 1.65$ kg	
masse du piston : $m_p = 1.70$ kg	

2.6.2 Moteur en V F8L413 à bielle-bielle à fourche

De même que pour le moteur en ligne, nous présentons par la suite les données nécessaires à la modélisation du moteur en V équipant une large gamme de véhicules de la SNVI.

Tableau 2.2 Données géométriques et massiques du moteur F8L413.

nombre de cylindres : 8	position du centre de gravité des bielles:
nombre de temps de cycle: 4	$L_{G1} = L_{G2} = 0.25$ m
angle de calage des manivelle: 90^0	position du centre de gravité de la manivelle :
diamètre des pistons : $D = D = 0.12$ m	$r = 0.06$ m
rayon de manivelle : $R = 0.14$ m	moment d'inertie des bielles :
angle d'ouverture du V : $\gamma = 90^0$	$I_{Gb1z} = I_{Gb2z} = 0.05$ kg.m
entraxe des bielles : $L_1 = L_2 = 0.41$ m	ordre d'allumage : 1, 8, 2, 6, 4, 5, 3, 7, 1
masses des bielles : $m_{b1} = m_{b2} = 2.7$ kg	positions des manivelles par rapport au centre de gravité du moteur : $Z_{O1} = 0.3$ m, $Z_{O2} = 0.1$ m
masses des pistons : $m_{p1} = m_{p2} = 3.65$ kg	$Z_{O3} = -0.1$ m, $Z_{O4} = -0.3$ m

Le calcul numérique de l'excitation est fait sur une période de deux tours du vilebrequin, et on représente alors les efforts et couples non nuls des deux moteurs pour la même vitesse de rotation de 600 tr/mn (figures 2.16, 2.17, 2.18, 2.19 et 2.20). Les résultats obtenus sont validés par comparaison avec ceux des moteurs similaires présentés dans les références [12, 13, 25].

Résultats et Interprétation

A partir des efforts et couples calculés pour un cylindre, pour une période de deux tours du vilebrequin, nous faisons la combinaison de ceux-ci pour le multicylindres. Cette combinaison se fait essentiellement sur le vilebrequin.

Les figures 2.16 et 2.17 montrent l'allure de l'effort de pilon (F_y) en fonction de la position angulaire du vilebrequin pour le moteur F4L912 d'une part et le moteur F8L413 d'autre part. En comparant les deux résultats on remarque que l'effort de pilon du moteur en ligne est de période égale à un demi tour du vilebrequin correspondant à une fréquence égale à deux fois la vitesse angulaire (ordre 2). Par contre pour le moteur en V l'effort de pilon est de période égale à un quart de tour du vilebrequin correspondant à une fréquence égale à quatre fois la vitesse angulaire (ordre 4). L'amplitude maximale de l'effort de pilon pour le moteur en ligne atteint la valeur assez importante de 600 N, par contre celle-ci ne dépasse pas la valeur de 40 N pour le moteur en V.

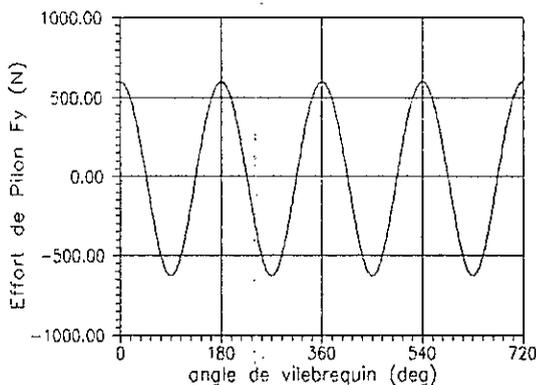


Figure 2.16 effort de pilon du moteur F4L912

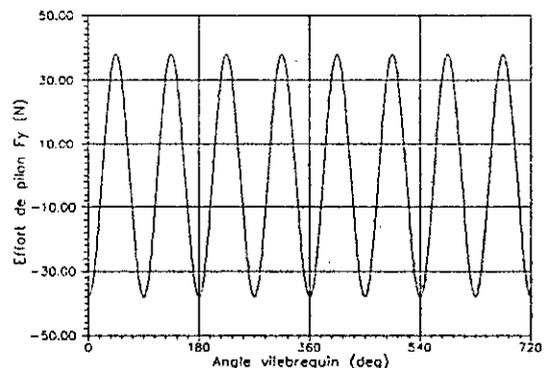


Figure 2.17 effort de pilon du moteur F8L413

Les figures 2.18 et 2.19 montrent l'allure du couple de roulis (C_x) en fonction de position angulaire du vilebrequin pour le moteur F4L912 et le moteur F8L413. Ces couples sont irréguliers et diffèrent selon la fréquence principale qui de deux fois la vitesse de rotation pour le moteur en ligne et de quatre fois la vitesse de rotation pour le moteur en V. Le fait que la valeur moyenne de ces couples est non nulle, provoquerait le phénomène du roulis ondulé [12, 13], le moteur oscille donc autour d'une position angulaire (angle de roulis moyen).

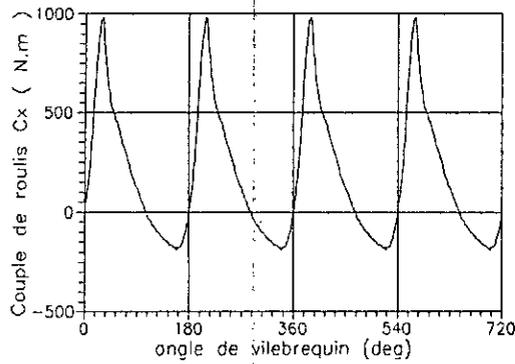


Figure 2.18 couple de roulis du moteur F4L912

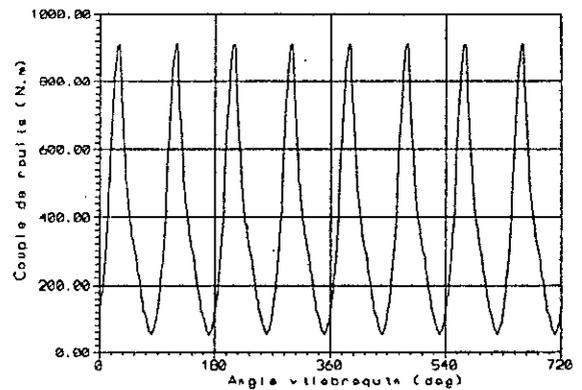


Figure 2.19 couple de roulis du moteur F8L413

La figure 2.20 montre l'allure de l'effort de tamis (F_y) en fonction de position angulaire du vilebrequin pour le moteur en V (moteur F8L413). Cet effort est du 2^{ème} ordre de la vitesse de rotation et atteint des valeurs maximales importantes de 1800 N pour la faible vitesse de rotation (600 tr/mn)

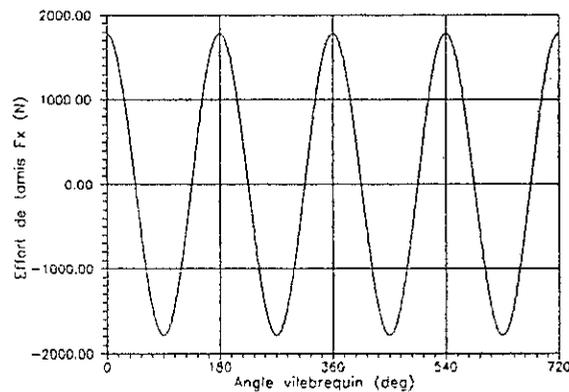


Figure 2.20 effort de tamis du moteur F8L413

Nous faisons donc les conclusions suivantes :

- le moteur en ligne est sollicité en dynamique verticale à une première fréquence dite principale égale à deux fois la vitesse de rotation (ordre 2 de l'excitation moteur),
- le moteur en V est sollicité en dynamique transversale, l'effort de tamis absent sur le moteur en ligne, est très important sur le moteur en V. Il est du deuxième ordre de la vitesse de rotation du moteur, par contre l'effort de pilon est du quatrième ordre..

Chapitre 3

MODELE DU MOTEUR STATIONNAIRE

chapitre 3

MODELE DU MOTEUR STATIONNAIRE

Généralement dans le domaine de vibration on considère le moteur comme un corps solide ayant six degrés de liberté (trois translations et trois rotations); celui-ci est lié à un support fixe par l'intermédiaire de plots élastiques [6,7].

Le système est formé donc d'une seule masse vibrante, la masse du moteur excitée en vibration forcée par l'effet de mouvement des masses de l'attelage mobile et la pression des gaz de combustion.

La disposition des plots de suspension et leurs caractéristiques mécaniques sont préalablement connues. L'objectif principal de ce modèle est de déterminer les efforts transmis à la fondation ainsi que les déplacements et les accélérations de l'extrémité des plots en liaison avec le moteur, l'autre extrémité étant fixe. Le comportement du moteur est étudié à une vitesse de rotation constante et à des excitations entretenues. Les caractéristiques élastiques et d'amortissement des plots sont considérés linéaires dans ce cas, par contre ceci ne serait plus valable si on s'intéresse aux excitations isolées (chocs, débattements et changements de régime du moteur). Ce modèle s'adapterait aux cas des moteurs stationnaires [8, 10,11], groupes électrogènes, pompes, compresseurs, etc...

Les déplacements possibles du moteur par rapport à son assise sont rapportés à des axes fixes OX, OY, OZ dont le centre O coïncide avec la position d'équilibre statique du centre de gravité du moteur; on choisit les axes GX, GY, GZ, respectivement parallèles aux trois directions. On a donc les mouvements suivants :

- translation de X suivant GX : mouvement transversal ou de ballant,
- translation de Y suivant GY : mouvement de rebondissement,
- translation de Z suivant GZ : mouvement longitudinal ou d'avance,
- rotation de φ autour de GX : mouvement de galop ou de tangage,

- rotation de ψ autour de GY : mouvement de lacet,
- rotation de θ autour de GZ : mouvement de roulis.

Le moteur est fixé au châssis par des plots élastiques en un nombre de n_p points P_i situés dans un plan appelé plan de suspension (figure 3.1).

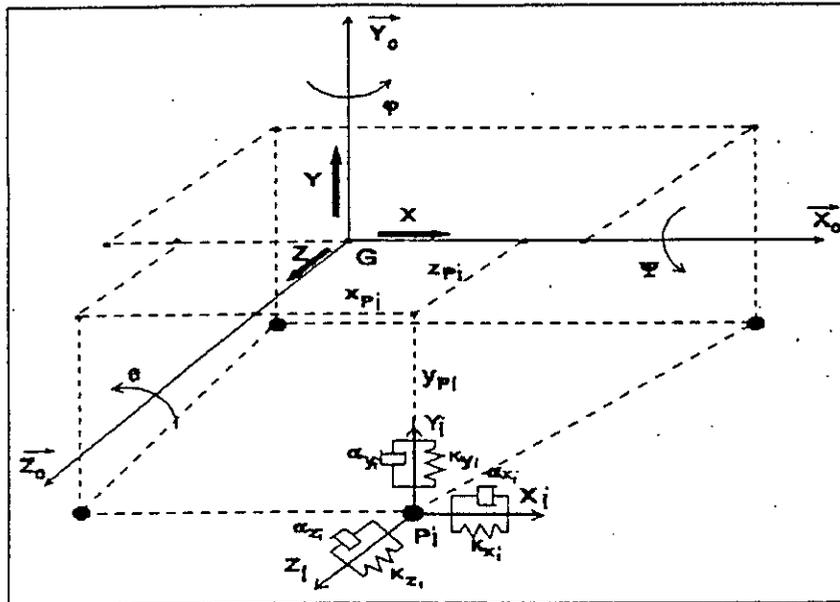


Figure 3.1 Schématisation de la géométrie de la suspension.

Soit $R_0 (G, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ le repère de référence lié au centre de gravité du moteur en position d'équilibre statique, les coordonnées de ces points sont données par :

$$\vec{GP}_i = \begin{bmatrix} X_{p_i} \\ Y_{p_i} \\ Z_{p_i} \end{bmatrix}_{R_0} \quad (3.1)$$

Les caractéristiques des plots de suspension sont notées par :

- les coefficients de rigidité dans les trois directions : K_x, K_y, K_z ,
- les coefficients d'amortissement dans les trois directions : $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$.

3.1 Relations cinématiques

Pour la formulation des équations de mouvement du moteur, on a besoin de déterminer les déplacements des points de fixation en fonction des déplacements et des rotations au centre de gravité du moteur.

Soit $R_0(G, \bar{X}_0, \bar{Y}_0, \bar{Z}_0)$ le repère de référence lié au centre de gravité du moteur en position d'équilibre statique. On considère les angles de rotation du moteur comme des angles indépendants angles d'Euler θ, ψ, φ (figure 3.2), où $R_1(G, \bar{X}_1, \bar{Y}_1, \bar{Z}_1)$, $R_2(G, \bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2)$ sont les repères intermédiaires et $R_3(G, \bar{X}_3, \bar{Y}_3, \bar{Z}_3)$ le repère lié au moteur.

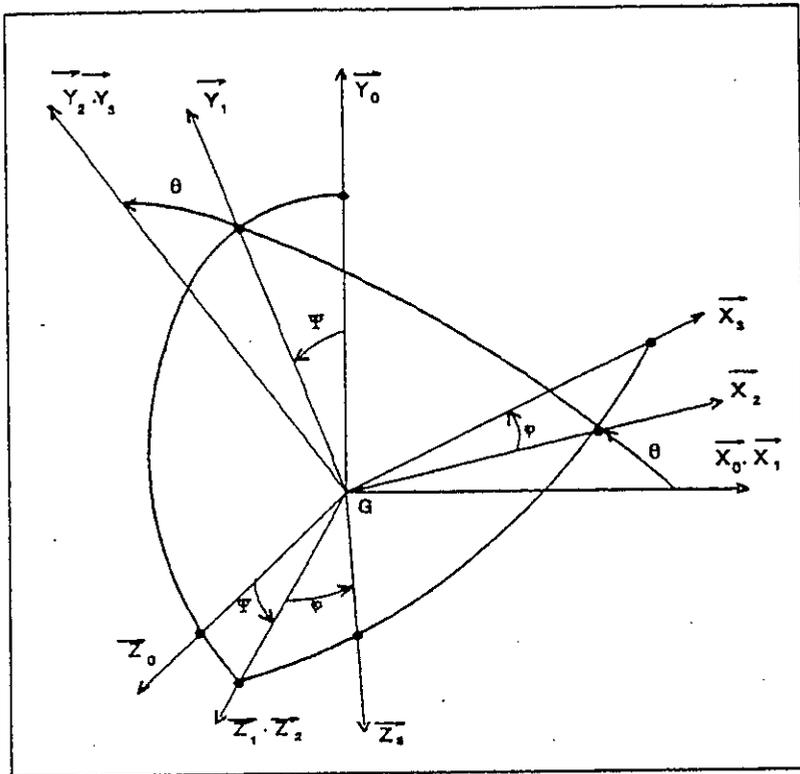


Figure 3.2 Angles d'Euler.

Le passage du repère R_3 au repère de référence R_0 est obtenu à l'aide de la matrice de passage $[P]$; cette matrice est déterminée par la projection des axes de R_3 sur ceux de R_0 , pour avoir :

$$[P] = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\varphi & -\sin\theta & \cos\theta \sin\varphi \\ \sin\theta \cos\varphi \cos\psi + \sin\varphi \sin\psi & \cos\theta \cos\psi & \sin\theta \sin\varphi \cos\psi - \cos\varphi \sin\psi \\ \cos\varphi \sin\theta \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi & \cos\theta \sin\psi & \sin\theta \sin\varphi \sin\psi + \cos\varphi \cos\psi \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Dans le cas de petits mouvements autour d'une position d'équilibre, la matrice de passage peut s'écrire sous la forme :

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & -\theta & \varphi \\ \theta & 1 & -\psi \\ -\varphi & \psi & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Dans le cas des petits mouvements autour d'une position d'équilibre stable, et en considérant un déplacement virtuel d'un point P_i , on a :

$$\delta \vec{GP}_i = \sum \frac{\partial \vec{GP}_i}{\partial q_j} \cdot \delta q_j \quad q_j = X, Y, Z, \theta, \psi, \varphi \quad (3.4)$$

avec :

$$\vec{GP}_i = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{R_0} + [P] \cdot \begin{bmatrix} X_{p_i} \\ Y_{p_i} \\ Z_{p_i} \end{bmatrix}_{R_1} \quad (3.5)$$

En posant

$$\delta q_j = q_j$$

Des relations (3.3), (3.4) et 3.5) on peut avoir les relations géométriques entre les coordonnées qui représentent les déplacements résultants de chaque point de fixation en fonction des coordonnées généralisées, $X, Y, Z, \theta, \psi, \varphi$.

$$\begin{cases} X_i = X - Y_{p_i} \theta + Z_{p_i} \varphi \\ Y_i = Y + X_{p_i} \theta - Z_{p_i} \psi \\ Z_i = Z - X_{p_i} \varphi + Y_{p_i} \psi \end{cases} \quad i = 1, n_p \quad (3.6)$$

avec :

n_p : nombre de plots de suspension.

La vitesse de chaque point est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{X}_i = \dot{X} - Y_{pi} \dot{\theta} + Z_{pi} \dot{\phi} \\ \dot{Y}_i = \dot{Y} + X_{pi} \dot{\theta} - Z_{pi} \dot{\psi} \\ \dot{Z}_i = \dot{Z} - X_{pi} \dot{\phi} + Y_{pi} \dot{\psi} \end{cases} \quad i = 1, n_p \quad (3.7)$$

3.2 Formulation des équations du mouvement

On appliquera pour ce modèle les équations de Lagrange de 2^{ème} espèce :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial V}{\partial q_i} - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \quad (3.8)$$

où :

T : énergie cinétique,

V : énergie potentielle,

Q_i : forces généralisées,

D : énergie de dissipation de Rayleigh,

les q_i sont les coordonnées généralisées du système.

Toujours dans le cas de petits mouvements de la masse du moteur autour d'une position d'équilibre stable, l'énergie cinétique s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} (I_x \dot{\psi}^2 + I_y \dot{\phi}^2 + I_z \dot{\theta}^2) \quad (3.9)$$

où :

M : masse du moteur,

I_x, I_y, I_z : moments d'inertie du moteur en son centre de gravité.

L'effort de rappel des plots étant proportionnel aux déplacements pour un comportement linéaire autour de la position d'équilibre, l'énergie potentielle s'écrit donc :

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_p} (K_{x_i} X_i^2 + K_{y_i} Y_i^2 + K_{z_i} Z_i^2) \quad (3.10)$$

les déplacements X_i, Y_i, Z_i sont donnés par les relations (3.6).

L'énergie de dissipation du système est celle relative aux plots de suspension, elle s'écrit donc :

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_p} (\alpha_{x_i} \dot{X}_i^2 + \alpha_{y_i} \dot{Y}_i^2 + \alpha_{z_i} \dot{Z}_i^2) \quad (3.11)$$

les vitesses $\dot{X}_i, \dot{Y}_i, \dot{Z}_i$ sont données par les relations (3.7).

Par le biais des équations (3.8), on obtient un système d'équations différentielles linéaires qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [D]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{B\} \quad (3.12)$$

avec:

[M] : matrice masse,

[D] : matrice amortissement,

[K] : matrice rigidité,

{B} : vecteur excitation,

{ \ddot{U} }, { \dot{U} }, {U} : vecteurs accélération, vitesse et déplacement généralisés.

Les matrices sont à 6x6 éléments chacune, à coefficients constants. Les éléments de ces matrices sont donnés en annexe A.1.

Chapitre 4

MODELE DU MOTEUR SUR CHASSIS MOBILE

chapitre 4

MODELE DU MOTEUR SUR CHASSIS MOBILE

Dans le cas où le moteur est supporté par une fondation mobile, c'est notamment le cas des moteurs de transport, le modèle de vibration est plus général si on tient compte des mouvements du support.

En pratique, c'est le mouvement vertical du châssis qui porte le plus d'intérêt dans l'étude du comportement du moteur. On a donc envisagé le modèle de suspension à étages multiples pour lequel seuls les degrés de liberté ayant une influence sur le mouvement vertical du châssis sont retenus.

On considère le moteur fixé à l'aide des plots élastiques aux longerons du châssis du véhicule. L'ensemble châssis-cabine est supporté par les essieux avant et arrière par l'intermédiaire des suspensions. Les essieux prennent appui sur la chaussée par l'intermédiaire des quatre roues. Le châssis et les essieux sont considérés comme des corps rigides.

Les caractéristiques des plots, des ressorts et des amortisseurs sont supposées linéaires autour de leurs points de fonctionnement.

Si on considère tous les mouvements possibles des composants constituant le modèle, on peut avoir jusqu'à $6N$ degrés de liberté, N étant le nombre de composants. Ce qui est généralement considéré sans intérêt par tous les auteurs traitant du problème du comportement des véhicules.

On a établi un modèle mathématique pour l'étude de la dynamique verticale du moteur, il est donc normal de s'intéresser aux degrés de liberté concernant les rebonds, le roulis et le tangage, tandis que pour l'étude de la dynamique transversale, on peut prendre en compte les degrés de liberté concernant le ballant, le lacet et le roulis. Par cet effet, on peut réduire considérablement le nombre total des degrés de liberté du système selon les objectifs du

modèle. Cette simplification n'entraîne pas seulement une diminution des coûts de calcul, mais aussi une interprétation plus aisée des résultats.

Nous nous intéresserons aux seuls effets des excitations internes provenant du moteur et transmis par l'intermédiaire des points des fixation. Le comportement vibratoire du moteur serait différent par rapport au cas stationnaire, du fait de la mobilité de la structure porteuse.

Nous retenons alors un nombre de dix degrés de liberté, qui se traduit pour chacune des principales masses vibrantes par les mouvements suivants :

- M_1 : masse du châssis-cabine à trois degrés de liberté Y_1, ψ_1, θ_1 ,
- M_2 : masse de l'essieu avant à deux degrés de liberté Y_2, θ_2 ,
- M_3 : masse de l'essieu arrière à deux degrés de liberté Y_3, θ_3 ,
- M_4 : masse du moteur à trois degrés de liberté Y_4, ψ_4, θ_4 .

où Y_i, ψ_i, θ_i désignent respectivement les mouvements de rebond, de tangage et de roulis.

Par contre la géométrie du système (figures 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4) est définie par :

G_i : centre de gravité,

P_i : point de fixation du moteur sur le châssis,

l_1 : distance du centre de gravité du châssis à la suspension arrière,

l_2 : distance du centre de gravité du châssis à la suspension avant,

l_{ij} : écartements des suspensions avant et arrière par rapport au centre de gravité du châssis,

l'_{ij} : écartements des suspensions avant et arrière par rapport aux centres de gravité des essieux,

l''_{ij} : écartements des roues avant et arrière par rapport aux centres de gravité des essieux,

d_i : distances du centre de gravité du châssis aux points de fixation en direction longitudinale,

b_i : écartements des points de fixation du moteur par rapport au centre de gravité du châssis en direction transversale,

l_{pi} : écartement des points de fixation par rapport au centre de gravité du moteur en direction longitudinale,

b'_i : écartements des points de fixation par rapport au centre de gravité du moteur en direction transversale,

K_i : rigidité du plot en direction verticale,

K'_i : rigidité des ressorts et des pneus avant,

K''_i : rigidité des ressorts et des pneus arrière,

α_i : coefficient d'amortissement du plot en direction verticale,

α'_i : coefficient d'amortissement des amortisseurs et des pneus avant,

α''_i : coefficient d'amortissement des amortisseurs et des pneus arrière.

4.1 Relations géométriques entre les coordonnées

Dans le cas de petits mouvements, les déplacements verticaux des points indiqués sur les figures 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4 en fonction des coordonnées généralisées du système sont :

$$Y_{ij} = Y_i - Z_{pij} \cdot \psi_i + X_{pij} \cdot \theta_i \quad \text{pour } i, j = 1, n_{p_i} \quad (4.1)$$

avec :

n_{p_i} : nombre de points du corps i ,

X_{pi} : abscisse du point j du corps i ,

Z_{pi} : ordonnée du point j du corps i .

Les vitesses généralisées de ces points sont donc :

$$\dot{Y}_{ij} = \dot{Y}_i - Z_{pij} \cdot \dot{\psi}_i + X_{pij} \cdot \dot{\theta}_i \quad \text{pour } i, j = 1, n_{p_i} \quad (4.2)$$

En résumé, on donne les déplacements résultants des différents points (figures 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4) :

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} Y_{11} = Y_1 - l_1 \psi_1 + l_{13} \theta_1 \\ Y_{12} = Y_1 - l_1 \psi_1 - l_{14} \theta_1 \\ Y_{13} = Y_1 + l_2 \psi_1 + l_{13} \theta_1 \\ Y_{14} = Y_1 + l_2 \psi_1 - l_{14} \theta_1 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} Y'_{11} = Y_2 + l'_{11} \theta_2 \\ Y'_{12} = Y_2 - l'_{12} \theta_2 \\ Y'_{13} = Y_3 + l'_{13} \theta_3 \\ Y'_{14} = Y_3 - l'_{14} \theta_3 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} Y''_{11} = Y_2 + l''_{11} \theta_2 \\ Y''_{12} = Y_2 - l''_{12} \theta_2 \\ Y''_{13} = Y_3 + l''_{13} \theta_3 \\ Y''_{14} = Y_3 - l''_{14} \theta_3 \end{array} \right. \\ \\ \left[\begin{array}{l} Y_{p1} = Y_1 + d_1 \psi_1 + b_1 \theta_1 \\ Y_{p2} = Y_1 + d_2 \psi_1 - b_2 \theta_1 \\ Y_{p3} = Y_1 + d_3 \psi_1 + b_3 \theta_1 \\ Y_{p4} = Y_1 + d_4 \psi_1 - b_4 \theta_1 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} Y'_{p1} = Y_4 - l_{p1} \psi_4 + b'_1 \theta_4 \\ Y'_{p2} = Y_4 + l_{p2} \psi_4 + b'_2 \theta_4 \\ Y'_{p3} = Y_4 + l_{p3} \psi_4 - b'_3 \theta_4 \\ Y'_{p4} = Y_4 - l_{p4} \psi_4 - b'_4 \theta_4 \end{array} \right. \end{array} \quad (4.3)$$

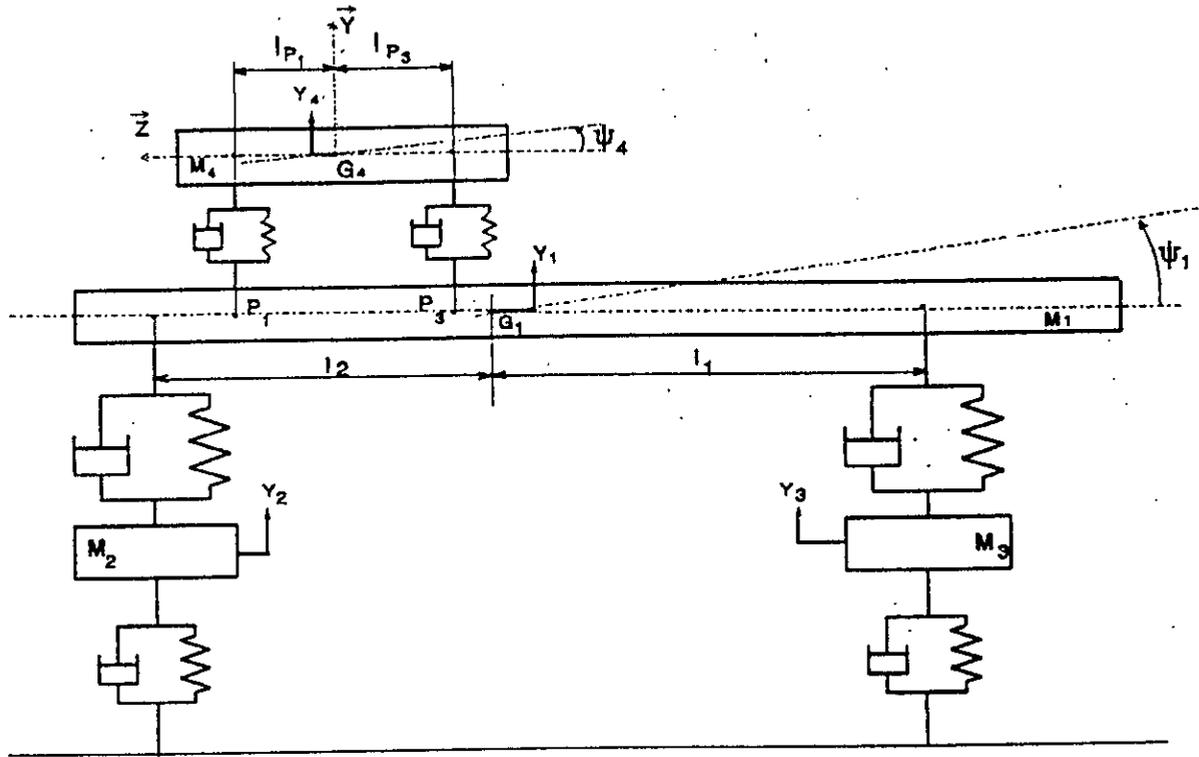


Figure 4.1 Vue longitudinale du véhicule.

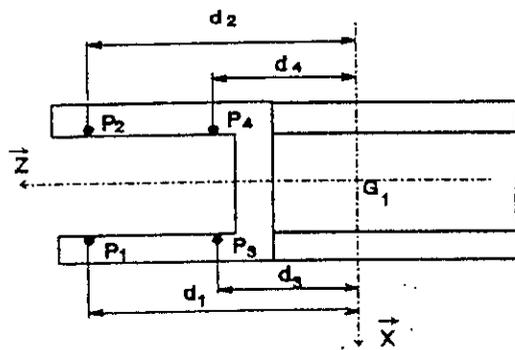


Figure 4.2 Disposition des points de fixation du moteur sur le châssis.

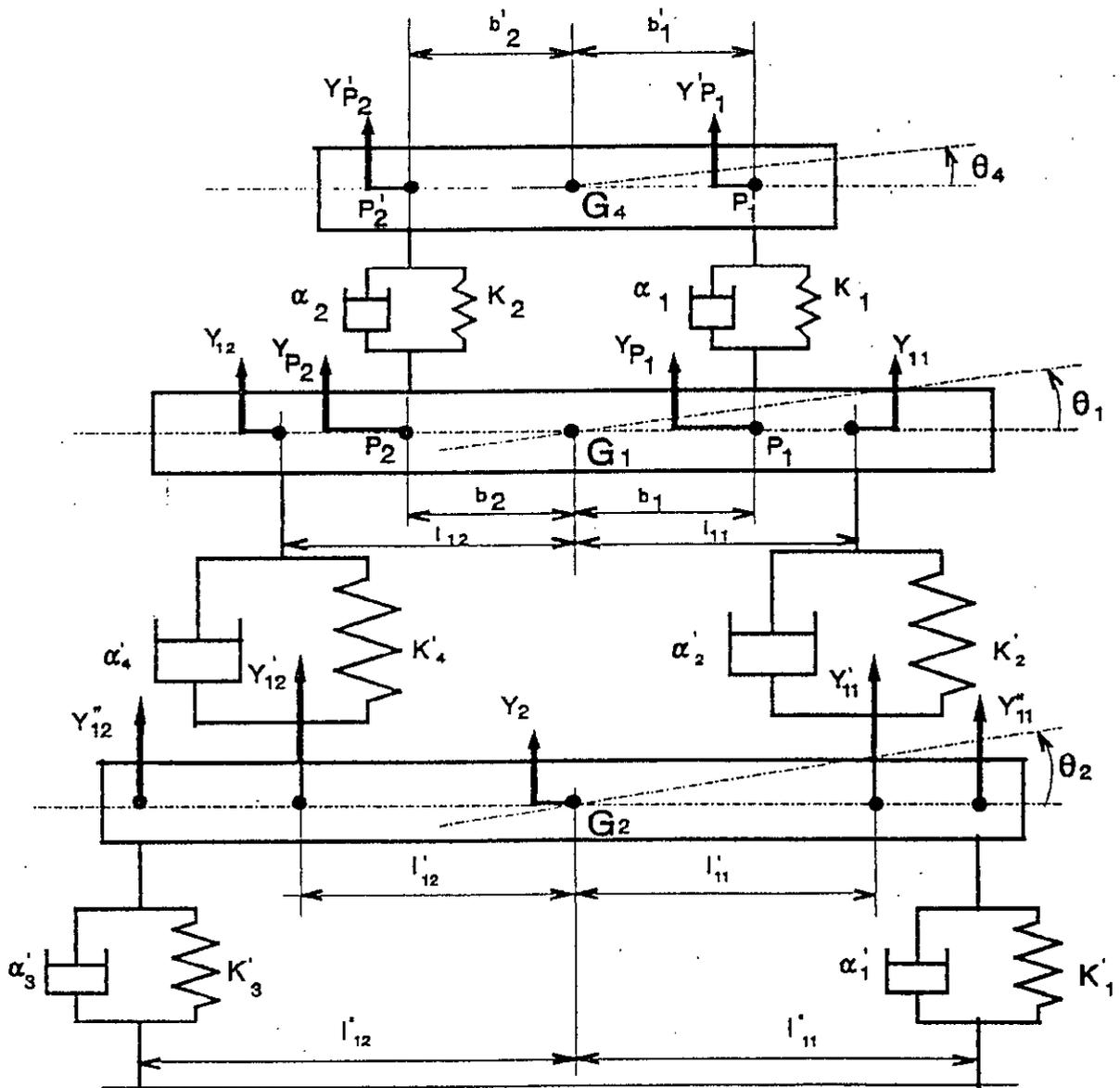


Figure 4.3 Vue de l'avant du véhicule.

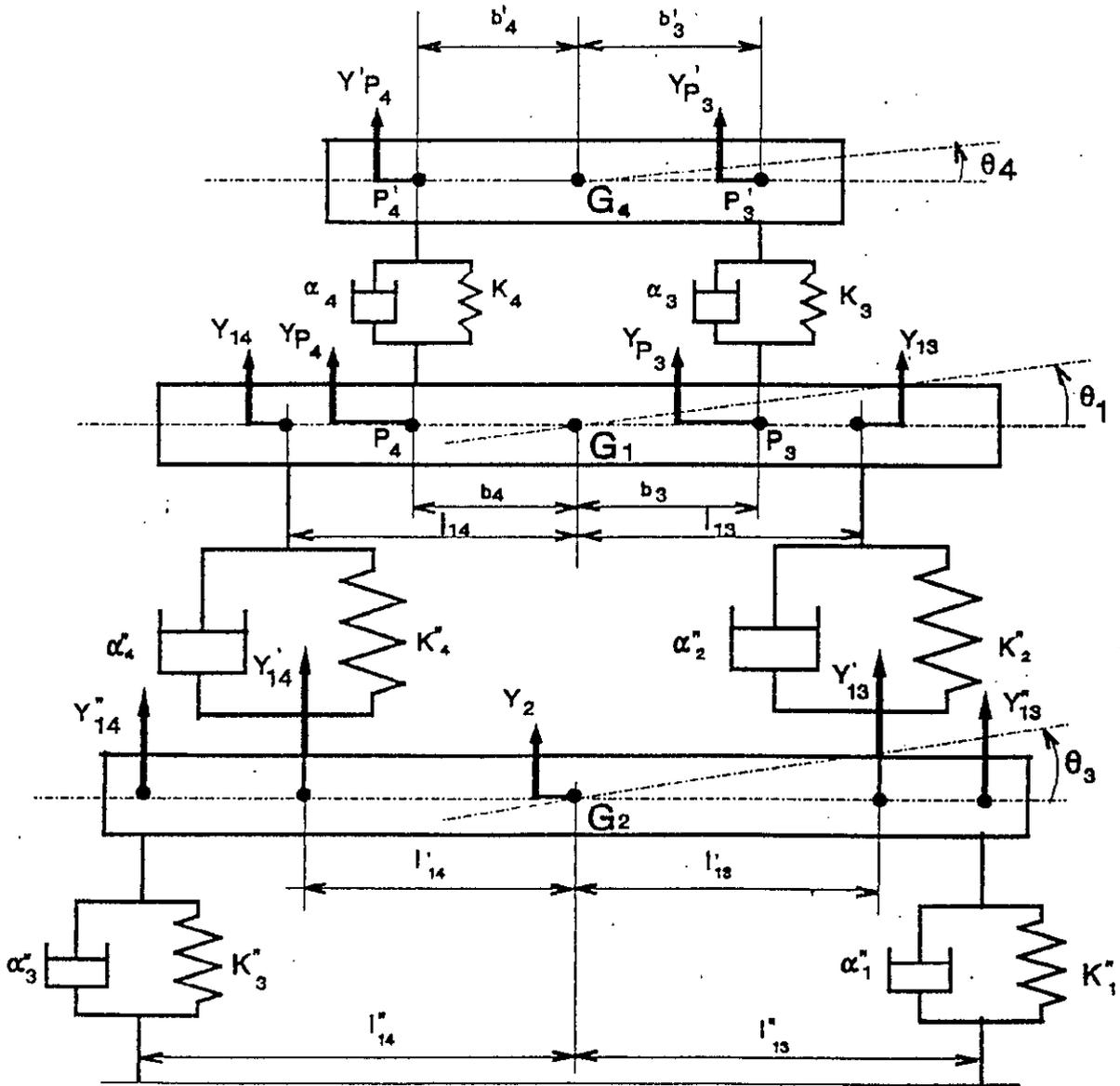


Figure 4.4 Vue de l'arrière du véhicule.

4.2 Equations différentielles de mouvement

Par la suite, on détermine pour ce modèle les expressions de l'énergie cinétique, l'énergie potentielle, l'énergie de dissipation et les forces généralisées.

L'énergie cinétique du système est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (M_i \dot{Y}_i^2 + I_{xi} \dot{\psi}_i^2 + I_{zi} \dot{\theta}_i^2) \quad (4.4)$$

L'énergie potentielle déterminée à partir de la position d'équilibre est donnée par :

$$V = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} K'_1 \dot{Y}_{11}^2 + K'_2 (Y_{11} - Y'_{11})^2 + K'_3 \dot{Y}_{12}^2 + K'_4 (Y_{12} - Y'_{12})^2 + K''_1 \dot{Y}_{13}^2 \\ + K''_2 (Y_{13} - Y'_{13})^2 + K''_3 \dot{Y}_{14}^2 + K''_4 (Y_{14} - Y'_{14})^2 + K_1 (Y_{p1} - Y'_{p1})^2 \\ + K_2 (Y_{p2} - Y'_{p2})^2 + K_3 (Y_{p3} - Y'_{p3})^2 + K_4 (Y_{p4} - Y'_{p4})^2 \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

L'énergie de dissipation du système est donnée par :

$$D = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \alpha'_1 \dot{Y}_{11}^2 + \alpha'_2 (\dot{Y}_{11} - \dot{Y}'_{11})^2 + \alpha'_3 \dot{Y}_{12}^2 + \alpha'_4 (\dot{Y}_{12} - \dot{Y}'_{12})^2 + \alpha''_1 \dot{Y}_{13}^2 \\ + \alpha''_2 (\dot{Y}_{13} - \dot{Y}'_{13})^2 + \alpha''_3 \dot{Y}_{14}^2 + \alpha''_4 (\dot{Y}_{14} - \dot{Y}'_{14})^2 + \alpha_1 (\dot{Y}_{p1} - \dot{Y}'_{p1})^2 \\ + \alpha_2 (\dot{Y}_{p2} - \dot{Y}'_{p2})^2 + \alpha_3 (\dot{Y}_{p3} - \dot{Y}'_{p3})^2 + \alpha_4 (\dot{Y}_{p4} - \dot{Y}'_{p4})^2 \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

En utilisant les relations (4.3), (4.4), (4.5) et (4.6), on peut exprimer l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie de dissipation en fonction des coordonnées généralisées. On appliquera par la suite l'équation (3.8) qui permet de donner le système d'équations différentielles linéaires, qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [D]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{B\} \quad (4.7)$$

où :

[M], [D], [K] : respectivement matrice masse, amortissement et rigidité du système 10x10 éléments chacune données en annexe A.2,

{\ddot{U}}, {\dot{U}}, {U} : vecteurs accélération, vitesse et déplacements généralisés,

{B} : vecteur excitation.

Le système étudié est dans ce cas soumis aux excitations dues au fonctionnement du moteur qui sont donc :

- effort de pilon suivant l'axe GY du moteur $B(8)=F_y$,
- couple de galop autour de l'axe GX du moteur $B(9)=C_x$,
- couple de roulis autour de l'axe du vilebrequin $B(10)=C_z$.

Ces derniers sont donnés par les expressions (2.14).

Chapitre 5

CALCUL ET APPLICATIONS

chapitre 5

CALCUL ET APPLICATIONS

5.1 Méthode de résolution

Le système d'équations à résoudre est de la forme suivante :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [D]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{B\} \quad (5.1)$$

Il existe plusieurs méthodes de résolution de ce système d'équations :

- méthodes temporelles appelées méthodes de résolution pas à pas dans le cas où les matrices sont à coefficients variables,
- méthodes fréquentielles utilisées pour les systèmes linéaires à matrices constantes.

Méthode de décomposition en série de Fourier

L'application de cette méthode nécessite la décomposition des éléments du vecteur excitation en série de Fourier. Pour un moteur à combustion interne, les forces et les couples dues aux inerties des pièces en mouvement ainsi que le couple du aux gaz sont périodiques de période 4π (deux tours du vilebrequin) et contiennent nécessairement des harmoniques de rang multiples de la vitesse de rotation : $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$, dont l'amplitude diminue considérablement en allant dans le sens des harmoniques supérieurs et peut être nulle sous les conditions de régularité cyclique optimale.

Nous utiliserons cet avantage pour pouvoir diminuer le temps de calcul qui est très élevé pour la méthode temporelle.

La résolution se fait donc, dans le domaine fréquentiel, et on détermine les spectres d'amplitude et de phase de l'excitation pour obtenir ceux relatifs à la réponse du système. On peut de ce fait tirer plusieurs conclusions :

- situer les fréquences d'excitation par rapport aux fréquences propres du système,
- connaître la contribution de chaque type d'excitation et de chaque harmonique pour pouvoir envisager une solution à la diminution des vibrations à la source.

La solution générale du système est égale à la somme de la solution particulière et de la solution du système sans second membre. Cette dernière représente les oscillations libres dont l'amortissement fera disparaître rapidement, et donc seule une solution particulière sera recherchée. La solution pour chaque harmonique peut s'écrire sous la forme :

$$\{U_q\} = \{X_q\} \sin q.\omega.t + \{Y_q\} \cos q.\omega.t \quad (5.2)$$

avec :

$\{U_q\}$, $\{X_q\}$ et $\{Y_q\}$ sont des vecteurs colonne à n éléments.

En dérivant successivement l'expression (5.2), on aura le système d'équations suivant :

$$\{\dot{U}_q\} = \{X_q\} q.\omega.\cos q.\omega.t - \{Y_q\} q.\omega.\sin q.\omega.t \quad (5.3)$$

$$\{\ddot{U}_q\} = -\{X_q\} q^2.\omega^2.\sin q.\omega.t - \{Y_q\} q^2.\omega^2.\cos q.\omega.t$$

Les éléments du vecteur excitation $\{B\}$ sont développés en série de Fourier de la manière suivante :

$$\{B\} = \sum_{q=1}^p [\{a_q\} \sin q.\omega.t + \{b_q\} \cos q.\omega.t] \quad (5.4)$$

avec :

q : ordre de l'harmonique de l'excitation,

p : nombre d'harmoniques,

$\{a_q\}$, $\{b_q\}$: vecteurs d'ordre n comportant les coefficients des harmoniques de l'excitation.

La solution globale du système peut être obtenu par :

$$\{U\} = \sum_{q=1}^p [\{X_q\} \sin q \cdot \omega \cdot t + \{Y_q\} \cos q \cdot \omega \cdot t] \quad (5.5)$$

En introduisant l'expression (5.4) dans le système (5.1) on aura donc :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [D]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \sum_{q=1}^p [\{a_q\} \sin q \cdot \omega \cdot t + \{b_q\} \cos q \cdot \omega \cdot t] \quad (5.6)$$

En reportant les expressions (5.2), (5.3) dans (5.6), et après identification des termes en sinus d'une part et les termes en cosinus d'autre part on obtiendra les équations :

$$\begin{aligned} (-[M]q^2\omega^2 + [K])\{X_q\} - ([D] \cdot q \cdot \omega + [K])\{Y_q\} &= \{a_q\} \\ ([D] \cdot q \cdot \omega + [K])\{X_q\} + (-[M]q^2\omega^2 + [K])\{Y_q\} &= \{b_q\} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Ces deux dernières équations représentent un système linéaire de 2n équations à 2n inconnues de la forme suivante :

$$[H_q]\{X\} = \{Y\} \quad (5.8)$$

avec :

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} \{X_q\} \\ \{Y_q\} \end{Bmatrix} \quad \{Y\} = \begin{Bmatrix} \{a_q\} \\ \{b_q\} \end{Bmatrix}$$

et :

$\{X\}$: vecteur comportant 2n inconnues,

$\{Y\}$: vecteur comportant les 2n coefficients de Fourier.

La matrice $[H]$ est une matrice carrée d'ordre 2n qui s'écrit :

$$[H_q] = \begin{vmatrix} -[M]q^2\omega^2 + [K] & -[D]q\omega \\ [D]q\omega & -[M]q^2\omega^2 + [K] \end{vmatrix} \quad (5.9)$$

Le vecteur solution sera calculé par inversion de la matrice H , on aura donc :

$$\{X\} = [H_q]^{-1} \cdot \{Y\} \quad (5.10)$$

La solution se présente sous forme des deux spectres d'amplitude et de phase en considérant :

- l'amplitude pour chaque harmonique de la manière suivante :

$$D_{iq} = \sqrt{X_{iq}^2 + Y_{iq}^2} \quad (5.11)$$

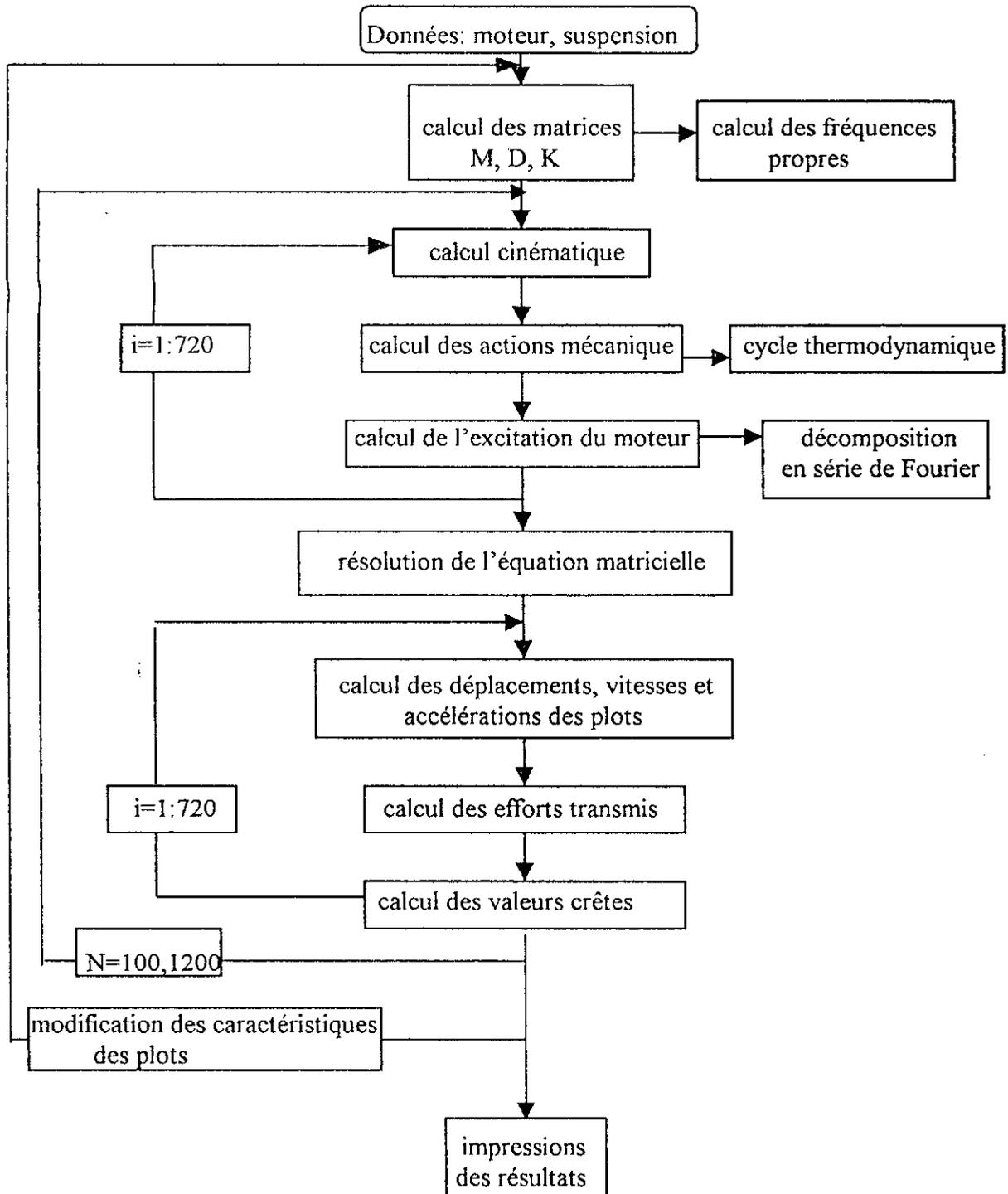
- la phase pour chaque harmonique donnée par :

$$\Phi_{iq} = \tan^{-1} \left(\frac{Y_{iq}}{X_{iq}} \right) \quad (5.12)$$

La solution finale du système s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \{U\} &= \sum_{q=1}^p \left[\{X_q\} \sin q.\omega.t + \{Y_q\} \cos q.\omega.t \right] \\ &= \sum_{q=1}^p \left[D_{iq} \sin(q.\omega.t + \Phi_{iq}) \right] \quad i = 1, n \end{aligned} \quad (5.13)$$

Organigramme de calcul



5.2 Applications

Pour la validation des modèles développés, on se propose de faire trois applications utilisant les données réelles de moteurs et de véhicules de la SNVI :

1. Modèle à six degrés de liberté

- a- moteur 4 cylindres en ligne stationnaire (F4L912),
- b- moteur 8 cylindres en V stationnaire (F8L413).

2. Modèle à dix degrés de liberté

moteur F4L912 monté sur le véhicule K66.

Comme il a été précisé en introduction générale, on s'intéresse au fonctionnement au ralenti du moteur. Pour cela les calculs sont fait dans la plage des vitesses de rotation de 100 à 1200 tr/min. Les principales étapes sont :

- balayage de la vitesse de rotation de 100 à 1200 tr/min avec un pas égal à 10,
- variation de l'angle de rotation du vilebrequin de 0 à 720 degrés avec un pas de un degré pour chaque valeur de la vitesse de rotation,
- les mêmes calculs sont fait pour deux variantes des caractéristiques des plots de suspension (deux valeurs des rigidités pour chacune des directions : horizontale et verticale) en donnant aussi trois valeurs au facteur de perte correspondant à l'amortissement de l'élastomère pour chacun des deux cas,
- recueil des déplacements, accélérations et efforts aux plots de suspension.

Le choix des différents résultats à présenter, a été motivé par les considérations suivantes :

- ◇ l'évaluation du comportement vibratoire ne peut se faire qu'à partir de la détermination de l'allure des déplacements et des accélérations, en prenant comme base de comparaison la vitesse de rotation du moteur [9,10],
- ◇ lors du dimensionnement de la structure supportant le moteur (fondations, longerons du châssis), on a toujours besoin de données précises sur les efforts dynamiques provenant du fonctionnement du moteur [12, 13],

- ◇ la rigidité et l'amortissement des plots de suspension sont des paramètres essentiels lors de l'étude de la suspension du moteur et on ne peut les fixer que sur la base de plusieurs évaluations [9, 10].

5.2.1 Moteur F4L912. Modèle à six degrés de liberté

Les caractéristiques du moteur F4L912 à quatre cylindres en ligne à quatre temps avec un ordre d'allumage, 1, 3, 4, 2, 1, sont données dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1- Données du moteur F4L912

N_c	4	m_b	1.7 kg	Y_{p1}	-0.133 m
D	0.01 m	m_p	1.65 kg	Z_{p1}	0.280 m
M	400 kg	n_p	4	X_{p2}	-0.250 m
R	0.06 m	X_G	0.0 m	Y_{p2}	-0.133 m
r	0.03 m	Y_G	0.0 m	Z_{p2}	0.280 m
L	0.21 m	Z_G	0.13 m	X_{p3}	0.250 m
L_G	0.14 m	Z_{O1}	0.212 m	Y_{p3}	-0.133 m
I_{Gbz}	0.025 kg.m ²	Z_{O2}	0.065 m	Z_{p3}	-0.280 m
I_{Gmx}	85 kg.m ²	Z_{O3}	-0.065 m	X_{p4}	-0.250 m
I_{Gmy}	132 kg.m ²	Z_{O4}	-0.212 m	Y_{p4}	-0.133 m
I_{Gmz}	132 kg.m ²	X_{p1}	0.250 m	Z_{p4}	-0.280 m

L'excitation du moteur est représentée sous forme d'harmoniques pour la vitesse de rotation $N=600$ tr/min, correspondant au régime de ralenti extrême du moteur. On ne considère que les dix premiers harmoniques pour lesquels l'amplitude est significative, notamment pour le couple de roulis (tableau 5.2).

Tableau 5.2- Harmoniques de l'excitation du moteur F4L912 à $N=600$ tr/min.

Ordre	F_x (N)	F_y (N)	C_x (N.m)	C_y (N.m)	C_z (N.m)
0	0.0	0.0	275.2	0	0
2	0.0	612.8	534.4	0	0
4	0.0	13.1	315.1	0	0
6	0.0	0.3	177.9	0	0
8	0.0	0.01	101.3	0	0
10	0.0	0.0	64.4	0	0

Le tableau 5.2 montre que pour ce cas de moteurs équilibrés naturellement, les forces et les couples résiduels se réduisent à :

- un effort de pilon du second ordre très important. L'ordre quatre est négligeable,
- un couple de roulis comportant tous les harmoniques pairs de la vitesse de rotation. Ce couple ne peut être équilibré sans multiplier le nombre de cylindres.

Du tableau 5.3 donnant les six fréquences propres pour chacune des variantes des plots de suspension, on peut conclure que le fait de doubler les valeurs des rigidités, les fréquences propres augmentent d'une façon à déplacer considérablement la plage des vitesses critiques.

Tableau 5.3- fréquences propres du moteur F4L912 pour les deux variantes des plots.

	mode	Fréquence propre			mode	Fréquence propre	
		tr/mn	Hz			tr/mn	Hz
VARIANTE 1 $K_x = 400$ KN/m $K_y = 800$ KN/m $K_z = 400$ KN/m	1	394.1	6.6	VARIANTE 2 $K_x = 800$ KN/m $K_y = 1500$ KN/m $K_z = 800$ KN/m	1	562.1	9.4
	2	397.5	6.6		2	557.4	9.3
	3	435.0	7.2		3	615.1	10.3
	4	631.8	10.5		4	893.5	14.9
	5	656.0	10.9		5	927.8	15.5
	6	854.1	14.2		6	1207.9	20.1

Résultats et interprétation pour le moteur F4L912

Parmi les quatre plots de suspension du moteur, on a choisi de représenter les résultats du plot P_1 tout en vérifiant que les mêmes phénomènes sont obtenus sur les trois autres points.

A partir des fichiers de résultats, on représente pour chaque variante des plots de suspension :

- les valeurs crêtes ou maximales par cycle de vibration des déplacements du plot de suspension P_1 selon les directions horizontale et verticale,
- les valeurs crêtes des accélérations du plot de suspension P_1 selon les directions horizontale et verticale,
- les valeurs crêtes des efforts transmis au support au point P_1 selon les directions horizontale et verticale.

D'une façon générale, le balayage suivant la vitesse de rotation, montre que :

- au bas régime de fonctionnement, de fortes résonances sont décelées. Celles-ci altèrent considérablement les conditions de travail du moteur,
- ces vibrations sont atténuées en augmentant l'amortissement propre du matériau,
- le phénomène de couplage multiplie les modes de résonance.

Les pics de résonance en déplacement, en accélération et en effort transmis sont obtenus dès que une fréquence propre du système est excité par un harmonique d'une des composantes de l'excitation. L'excitation comporte des fréquences multiples paires de la vitesse de rotation, et entraînerait obligatoirement des résonances même à bas régime. Par exemple, pour une vitesse de rotation de 425 tr/min, les harmoniques d'excitation seront 850, 1275, 1700 tr/min etc...

Les figures 5.1 à 5.12 donnant les déplacements, accélérations et efforts transmis au support suivant les directions : horizontale et verticale, montrent que des pics de résonances dangereux apparaissent au régime de ralenti du moteur. Des déplacements d'amplitudes très importantes (quelques millimètres) sont atténués en augmentant l'amortissement. Celui-ci étant limité du fait qu'il augmenterait l'effort transmis en direction horizontale.

Si on examine la figure 5.1, les pics de résonance les plus importants atteignant des déplacements de un millimètre, se manifestent aux vitesses de 110, 230 et 320 tr/mn qui sont des fractions des modes propres et des harmoniques de l'excitation.

Des figures 5.1, 5.2 et 5.3 on voit nettement l'influence de l'amortissement qui fait atténuer les pics de résonance. Ceci est favorable seulement en direction horizontale, alors qu'en direction verticale (figures 5.1, 5.2 et 5.3), on retient les particularités suivantes :

- pour l'accélération verticale (figure 5.5), celle-ci augmente indéfiniment avec le régime et l'effet de l'amortissement disparaît à partir de la vitesse de 100 tr/mn. Ce résultat concorde avec ce qu'on observe en pratique car c'est le cas d'un moteur monté sur une fondation fixe soumis à des efforts augmentant en fonction du carré de la vitesse de rotation pour des amplitudes de vibrations sensiblement constantes à ce régime.

- ces accélérations se traduisent sur la figure 5.6 par un effort transmis entrant en résonance à des vitesses inférieures à 500 tr/mn tout en diminuant par l'augmentation de l'amortissement de l'élastomère. L'effet inverse est obtenu au delà de cette vitesse dans la zone d'amplification des efforts.

Pour les résultats de la variante 2 des plots de suspension, tous les pics de résonance sont accentués en amplitude et se trouvent déplacés pour rentrer dans la plage de fonctionnement du moteur. Ce cas est très défavorable et ne peut être pris comme solution, puisque le comportement vibratoire sera plus dégradé puisque les valeurs des déplacements, des accélérations et des efforts transmis seront plus accentués.

De ces résultats on peut retenir deux critères importants lors du choix des caractéristiques des plots de suspension :

- utiliser de faibles rigidités et très proches des valeurs minimales de telle sorte à ramener les pics de résonance à des vitesses nettement inférieures au régime minimal du moteur qui est de l'ordre de 500 tr/min pour ce moteur.
- augmenter l'amortissement à une limite acceptable selon les matériaux et les mélanges utilisés tout en tenant compte de ceci au régime de fonctionnement normal.

Pour notre cas, en considérant que le passage rapide des résonances au démarrage et à la mise à l'arrêt du moteur, la variante 1 est plus recommandé pour une telle suspension.

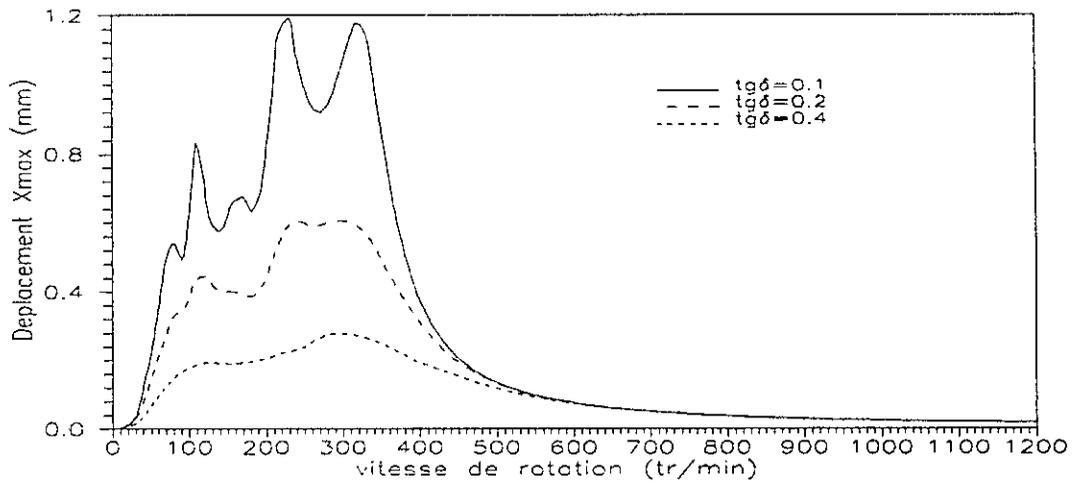


Figure 5.1 Déplacement horizontal du point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 400 \text{ kN/m}$, $K_y = 800 \text{ kN/m}$ (variante 1).

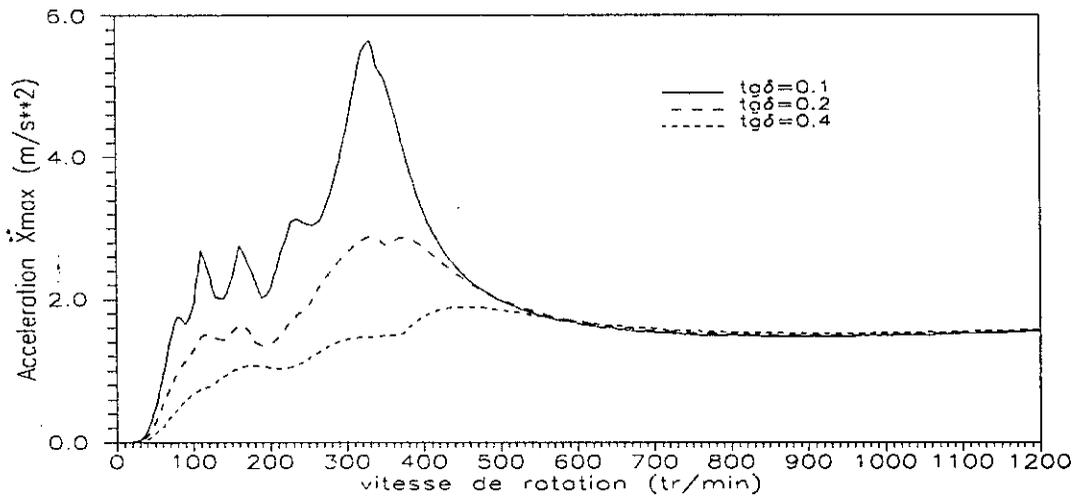


Figure 5.2 Accélération horizontale du point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 400 \text{ kN/m}$, $K_y = 800 \text{ kN/m}$ (variante 1).

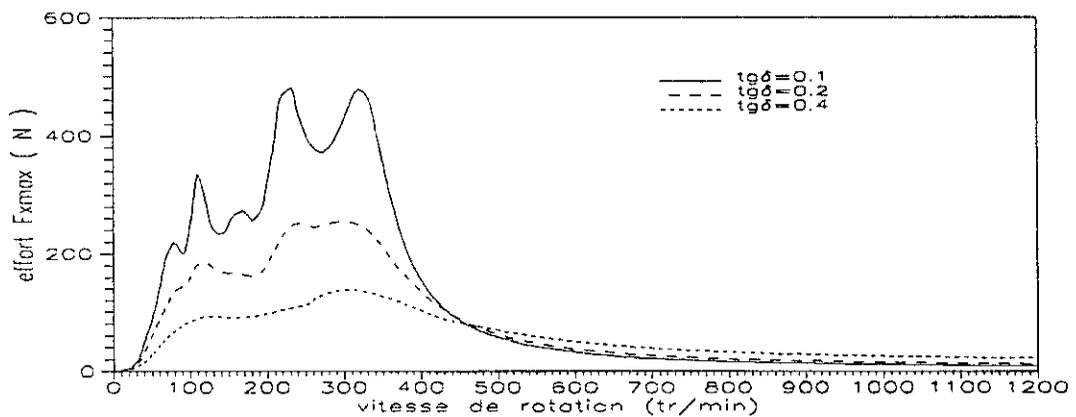


Figure 5.3 Effort horizontal transmis au point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 400 \text{ kN/m}$, $K_y = 800 \text{ kN/m}$ (variante 1).

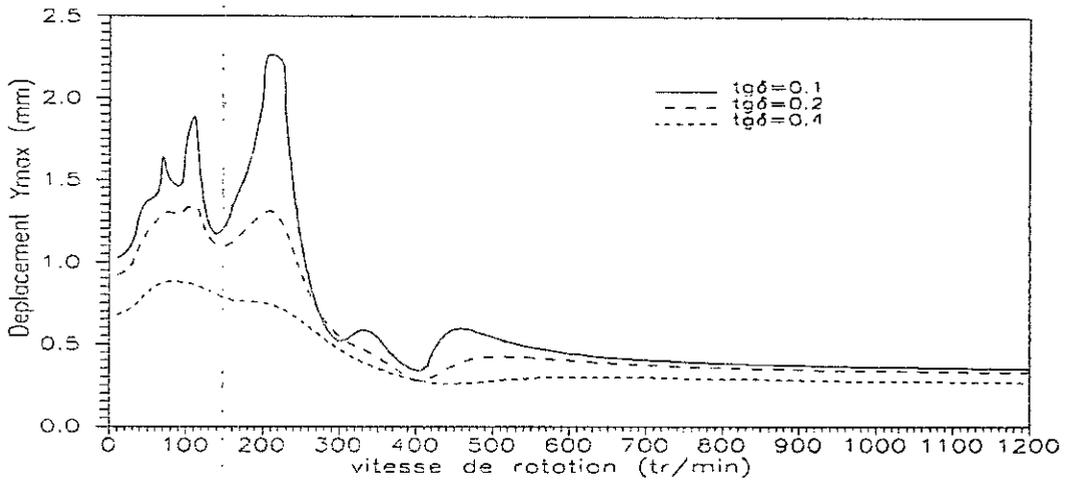


Figure 5.4 Déplacement vertical du point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 400 \text{ kN/m}$, $K_y = 800 \text{ kN/m}$ (variante 1).

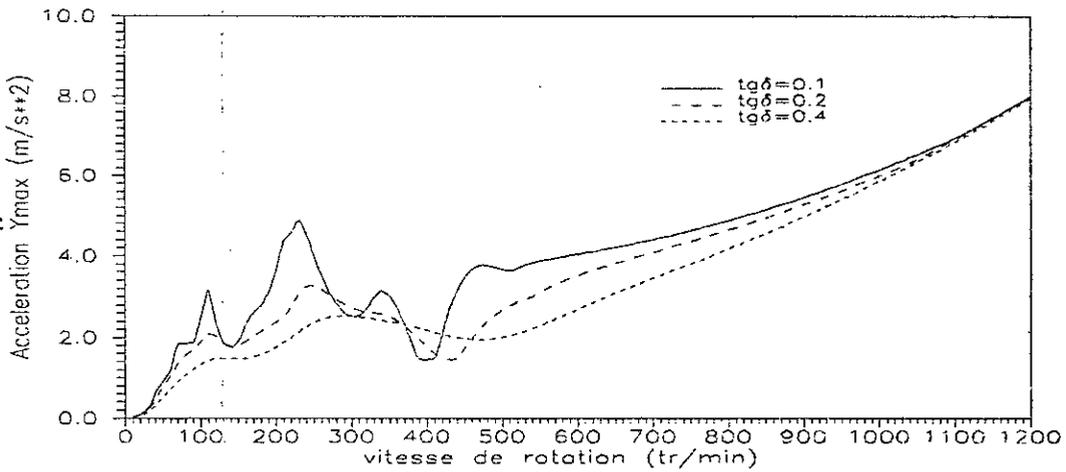


Figure 5.5 Accélération verticale du point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 400 \text{ kN/m}$, $K_y = 800 \text{ kN/m}$ (variante 1).

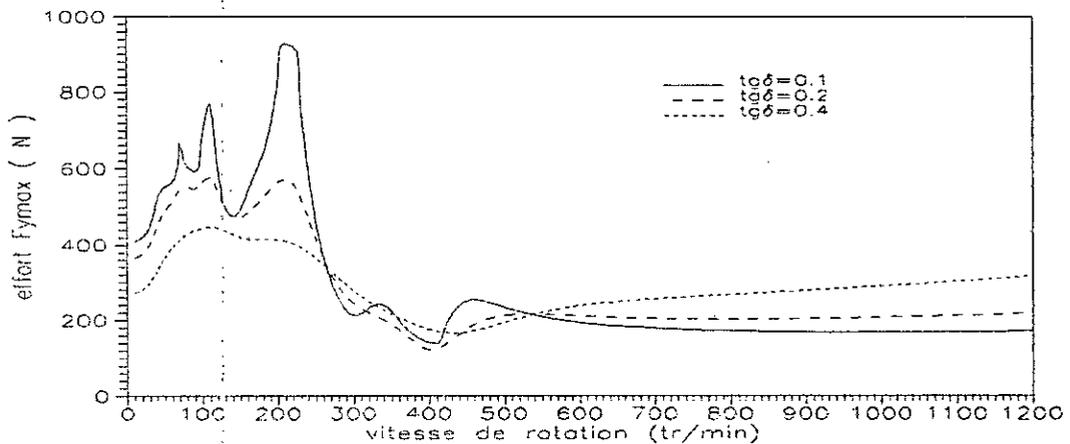


Figure 5.6 Effort vertical transmis au point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 400 \text{ kN/m}$, $K_y = 800 \text{ kN/m}$ (variante 1).

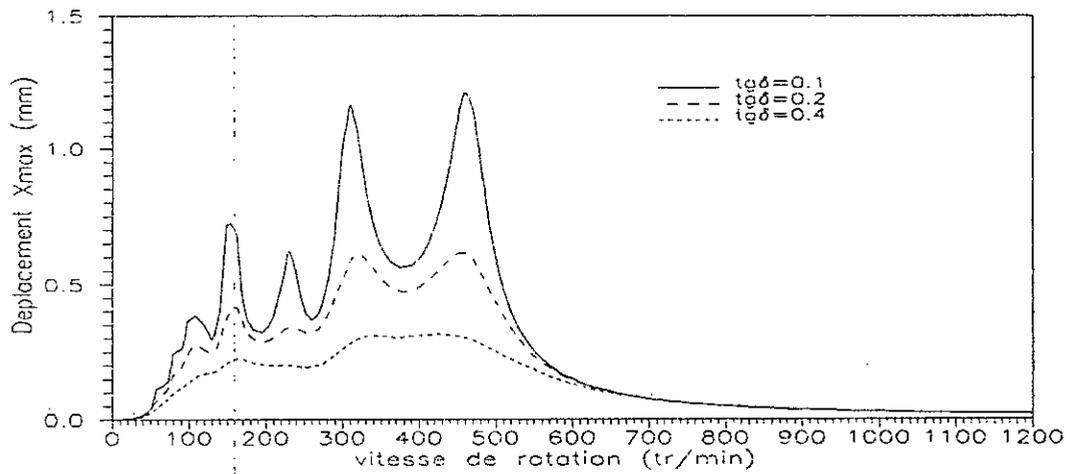


Figure 5.7 Déplacement horizontal du point P_1 (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 800 \text{ kN/m}$, $K_y = 1600 \text{ kNm}$ (variante 2).

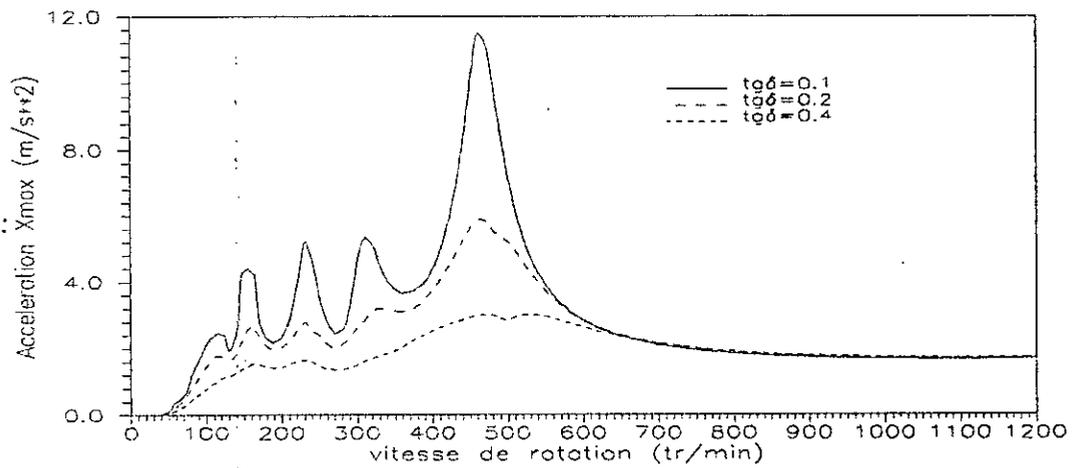


Figure 5.8 Accélération horizontale du point P_1 (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 800 \text{ kN/m}$, $K_y = 1600 \text{ kN/m}$ (variante 2).

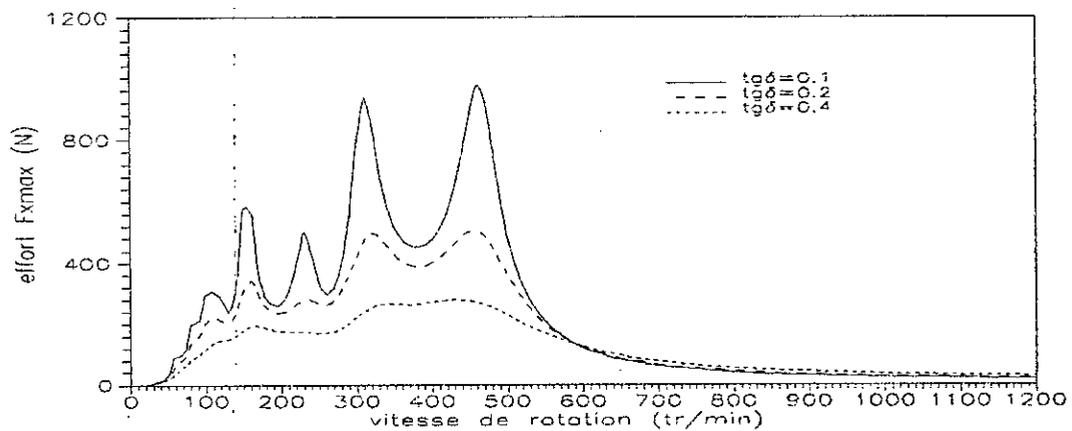


Figure 5.9 Effort horizontal transmis au point P_1 (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 800 \text{ kN/m}$, $K_y = 1600 \text{ kN/m}$ (variante 2).

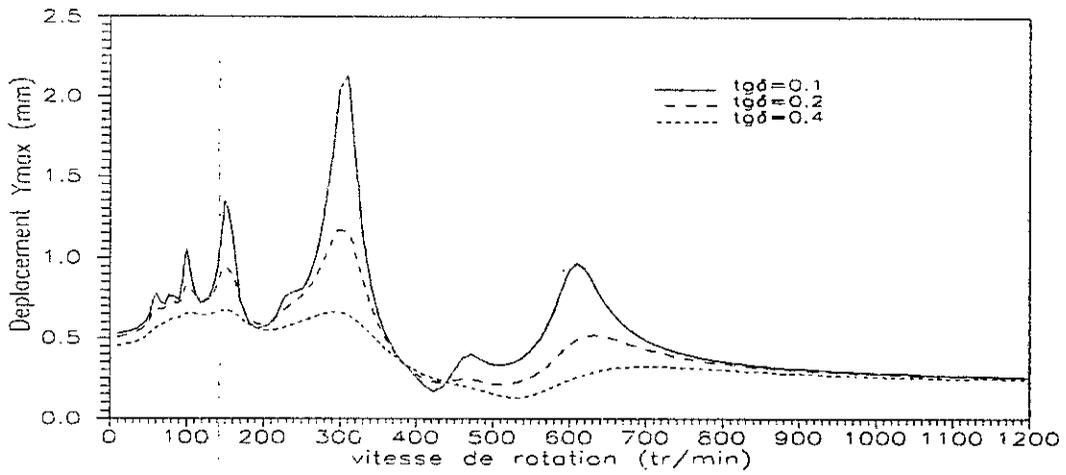


Figure 5.10 Déplacement vertical du point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 800 \text{ kN/m}$, $K_y = 1600 \text{ kN/m}$ (variante 2).

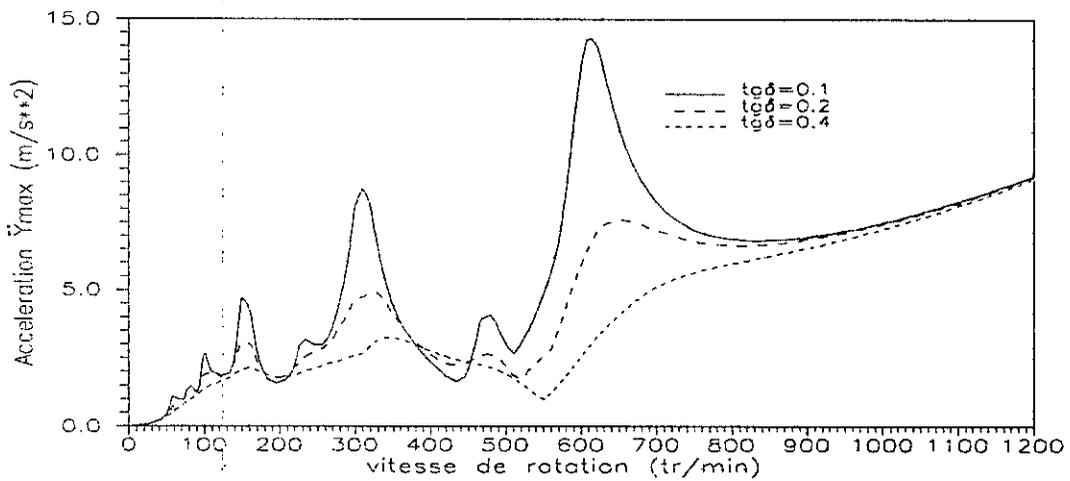


Figure 5.11 Accélération verticale du point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 800 \text{ kN/m}$, $K_y = 1600 \text{ kN/m}$ (variante 2).

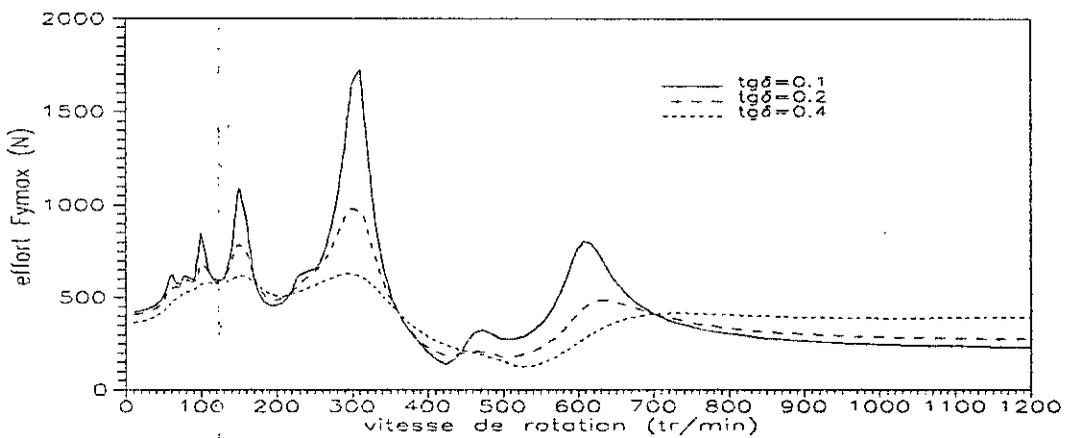


Figure 5.12 Effort vertical transmis au point P₁ (moteur F4L912)
 $K_x = K_z = 800 \text{ kN/m}$, $K_y = 1600 \text{ kN/m}$ (variante 2).

5.2.2 Moteur F8L413. Modèle à six degrés de liberté

Les caractéristiques du moteur F8L413 à huit cylindres en V à bielle-bielle à fourche à quatre temps d'ordre d'allumage 1, 8, 2, 6, 4, 5, 3, 7, 1, d'angle de calage 90° sont données dans le tableau 5.4.

Tableau 5.4- Données du moteur F8L413.

N_c	8	$I_{G_{mv}}$	232 kg.m ²	Z_{O4}	-0.30 m
D	0.12 m	$I_{G_{mz}}$	232 kg.m ²	X_{p1}	0.250 m
M	800 kg	m_{b1}	2.7 kg	Y_{p1}	-0.133 m
R	0.14 m	m_{p1}	3.65 kg	Z_{p1}	0.280 m
r	0.06 m	m_{b2}	2.7 kg	X_{p2}	-0.250 m
L_1	0.41 m	m_{p2}	3.65 kg	Y_{p2}	-0.133 m
L_{G1}	0.25 m	n_p	4	Z_{p2}	0.280 m
$I_{G_{b1z}}$	0.050 kg.m ²	X_G	0.0 m	X_{p3}	0.250 m
L_2	0.41 m	Y_G	0.0 m	Y_{p3}	-0.133 m
L_{G2}	0.25 m	Z_G	0.0 m	Z_{p3}	-0.280 m
$I_{G_{b2z}}$	0.050 kg.m ²	Z_{O1}	0.3 m	X_{p4}	-0.250 m
γ	90°	Z_{O2}	0.1 m	Y_{p4}	-0.133 m
$I_{G_{mx}}$	185 kg.m ²	Z_{O3}	-0.1 m	Z_{p4}	-0.280 m

De la même façon que pour le moteur en ligne, on représente l'excitation du moteur F8L413 sous forme d'harmoniques pour la vitesse de rotation $N=600$ tr/min correspondant au régime de ralenti extrême du moteur (tableau 5.5).

Tableau 5.5- Harmoniques de l'excitation du moteur F8L413 à $N=600$ tr/min.

Ordre	F_x (N)	F_y (N)	C_x (N.m)	C_y (N.m)	C_z (N.m)
0	0.0	0.0	372.8	0.0	0.0
2	1778.5	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	37.8	361.5	0.0	0.0
6	0.9	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	115.4	0.0	0.0
10	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0

Du tableau 5.5 donnant les harmoniques de l'excitation du moteur en V F8L413, on remarque que l'ordre deux de l'effort de tamis (horizontal) est assez important. Par contre l'effort de pilon est du quatrième ordre de la vitesse de rotation. Le couple moteur est plus régulier que celui du moteur en ligne puisqu'il ne comporte que les harmoniques du quatrième

ordre et ses multiples. On peut donc vérifier que pour le moteur en V l'excitation en direction horizontale est dominante.

On représente par la suite les six fréquences propres du moteur F8L413 pour les deux variantes des plots de suspension (tableau 5.6).

Tableau 5.6- Fréquences propres du moteur F8L413 selon les six degrés de liberté pour les deux variantes des plots.

	mode	Fréquence propre			mode	Fréquence propre	
		tr/mn	Hz			tr/mn	Hz
VARIANTE 1 $K_x = 1000 \text{ KN/m}$ $K_y = 2000 \text{ KN/m}$ $K_z = 1000 \text{ KN/m}$	1	467.2	7.7	VARIANTE 2 $K_x = 2000 \text{ KN/m}$ $K_y = 4000 \text{ KN/m}$ $K_z = 2000 \text{ KN/m}$	1	660.7	11.0
	2	469.3	7.8		2	663.6	11.1
	3	470.3	7.8		3	665.1	11.1
	4	713.9	11.9		4	1009.6	16.8
	5	723.9	12.1		5	1023.8	17.1
	6	954.9	15.9		6	1350.5	22.5

Les fréquences propres de la variante 1 se situent dans la plage recommandée par les constructeurs, par contre pour la variante 2 les fréquences propres supérieures à 16 Hz vont dégrader encore plus le comportement du moteur.

Résultats et interprétation pour le moteur F8L413

A partir des fichiers de résultats, On représente pour chaque variante des plots de suspension:

- les valeurs crêtes des déplacements du plot de suspension P_1 selon les directions horizontale et verticale,
- les valeurs crêtes des accélérations du plot de suspension P_1 selon les directions horizontale et verticale,
- les valeurs crêtes des efforts transmis au support au niveau du plot de suspension P_1 selon les directions horizontale et verticale.

De la figure 5.13 donnant le déplacement horizontal du plot P_1 , les premières fréquences propres se présentent sous forme d'un massif à des régimes inférieures à 400 tr/mn. Par contre un pic de résonance se manifeste à une vitesse de rotation de 450 tr/mn avec une

amplitude de 1.5 mm. Ce dernier n'étant pas dangereux puisque il reste en dessous du régime minimale de fonctionnement.

De la figure 5.14, on voit que l'accélération en direction horizontale augmente indéfiniment à partir de la vitesse de 600tr/mn. Ceci du fait que le moteur est stationnaire, les effort augmentent selon le carré de la vitesse de rotation et les cycles de vibrations restant à amplitude constante (figure 5.13). On remarque que les efforts transmis (figure 5.15) présentant des résonances aux mêmes vitesses, mais avec la particularité de l'effet de l'amortissement qui devient inverse au delà de la vitesse de 550 tr/mn. Il est donc recommandé de limiter le facteur de perte $\text{tg}\delta$ à la valeur de 0.2.

Les résultats en direction verticale pour la variante 1 sont tout à fait différents, mais présentent des résonances en dessous de 500 tr/mn. Par contre au régime normal, les déplacements (figure 5.16) se stabilisent à la valeur de 0.5 mm, les accélérations restent inférieures à l'accélération de la pesanteur ($4 \text{ à } 5 \text{ m/s}^2$), les efforts transmis se stabilisent à la valeur de 500 N, et ceci sans qu'il est influence de l'amortissement à ce régime. Ces résultats sont acceptables en pratique puisque le zone de résonance est parcourue rapidement au démarrage et à l'arrêt.

Par contre, dès qu'on double la rigidité des supports (variante 2), les pics de résonance sont plus accentués et se déplacent vers les vitesses élevées (figures 5.19 à 5.24). Ces résultats ne peuvent être retenus vu l'étalement du régime critique vers la plage de fonctionnement du moteur.

Il ressort donc que les caractéristiques de la variante 1 des plots conviennent le mieux pour le fonctionnement au bas régime du moteur.

RESULTATS

Moteur F8L413 stationnaire

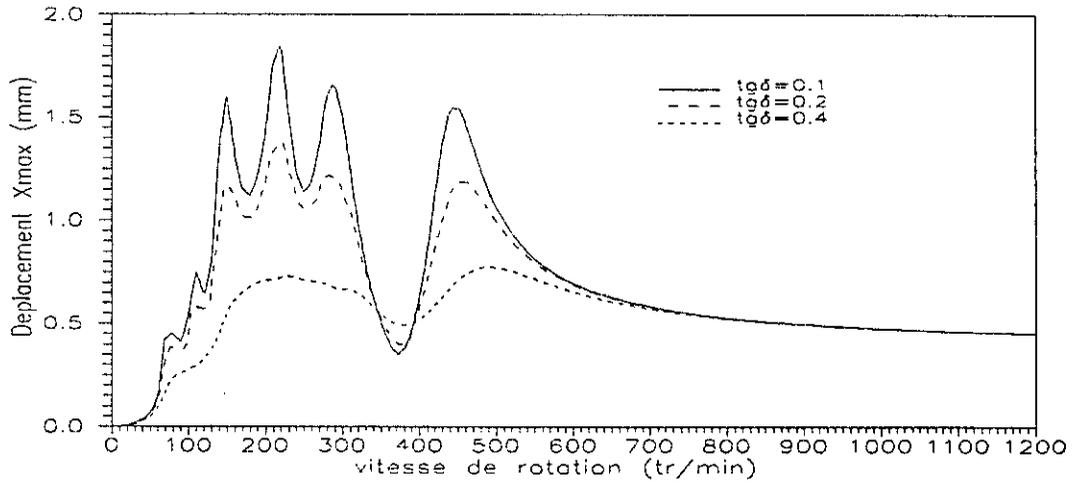


Figure 5.13 Déplacement horizontal du point P_1 (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 1000 \text{ kN/m}$, $K_y = 2000 \text{ kN/m}$ (variante 1).

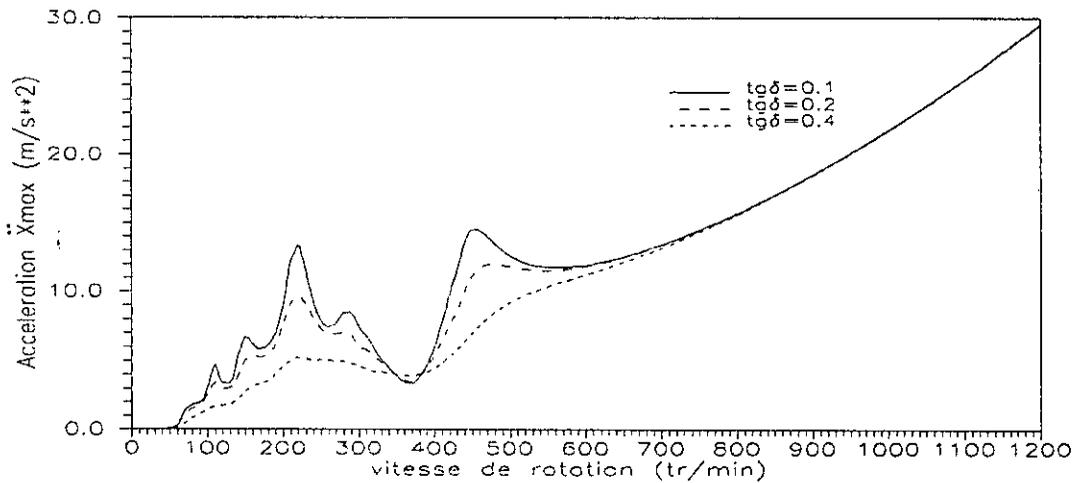


Figure 5.14 Accélération horizontale du point P_1 (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 1000 \text{ kN/m}$, $K_y = 2000 \text{ kN/m}$ (variante 1).

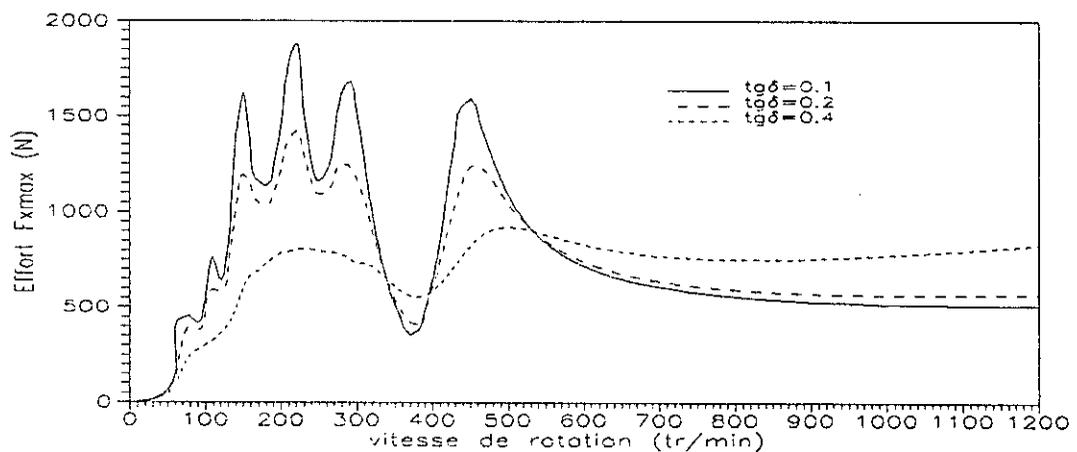


Figure 5.15 Effort horizontal transmis au point P_1 (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 1000 \text{ kN/m}$, $K_y = 2000 \text{ kN/m}$ (variante 1).

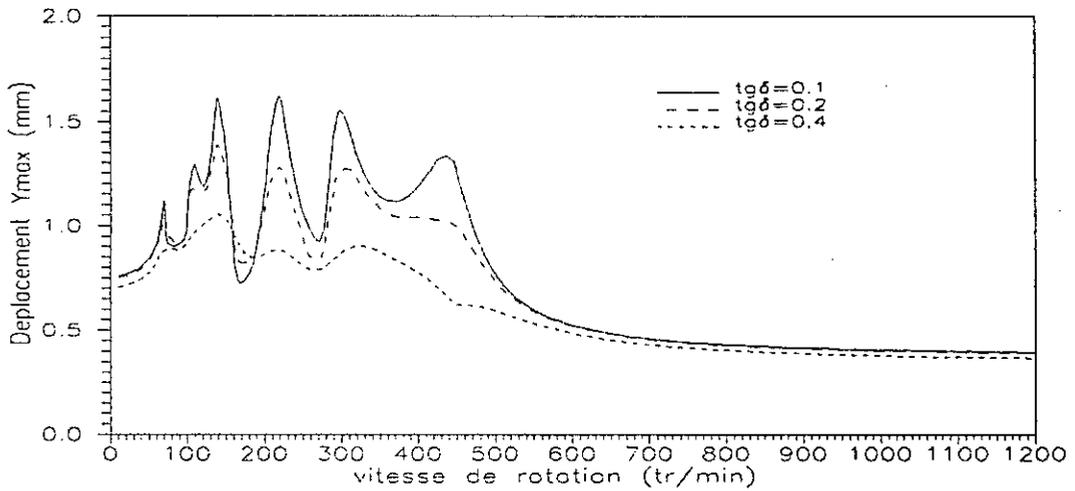


Figure 5.16 Déplacement vertical du point P₁ (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 1000 \text{ kN/m}$, $K_y = 2000 \text{ kN/m}$ (variante 1).

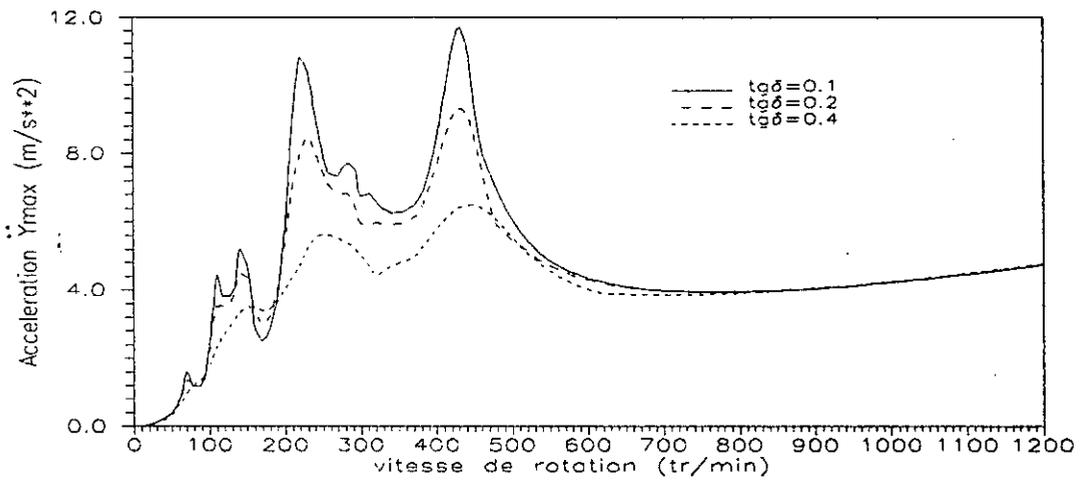


Figure 5.17 Accélération verticale du point P₁ (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 1000 \text{ kN/m}$, $K_y = 2000 \text{ kN/m}$ (variante 1).

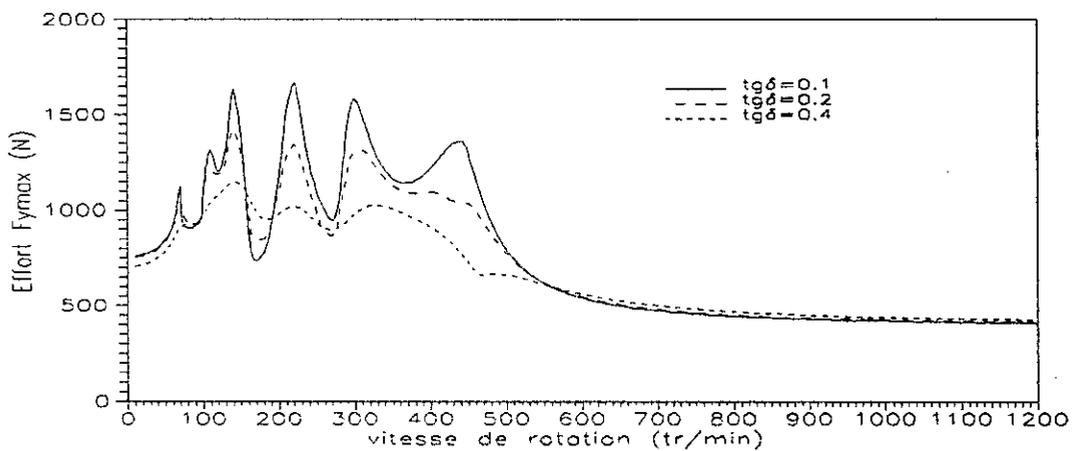


Figure 5.18 Effort vertical transmis au point P₁ (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 1000 \text{ kN/m}$, $K_y = 2000 \text{ kN/m}$ (variante 1).

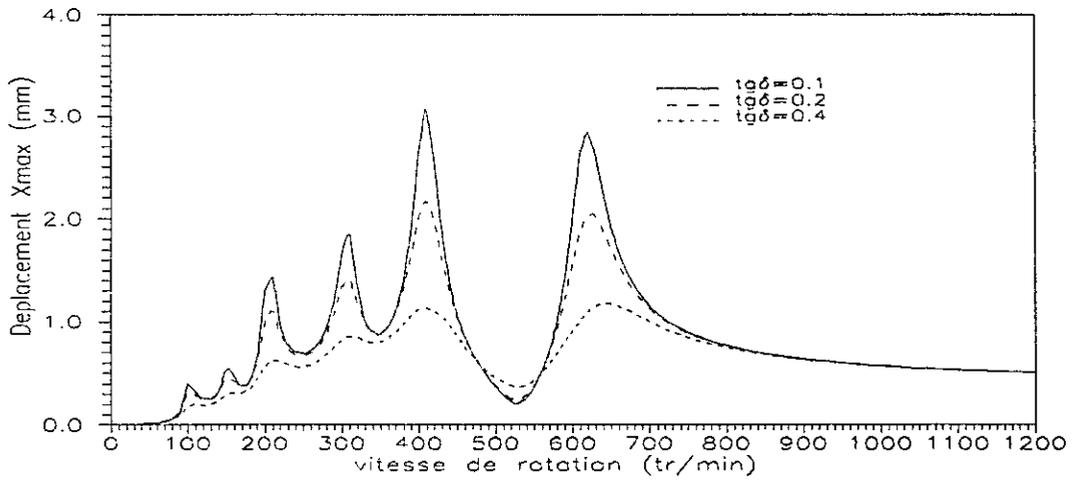


Figure 5.19 Déplacement horizontal du point P₁ (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 2000 \text{ kN/m}$, $K_y = 4000 \text{ kNm}$ (variante 2).

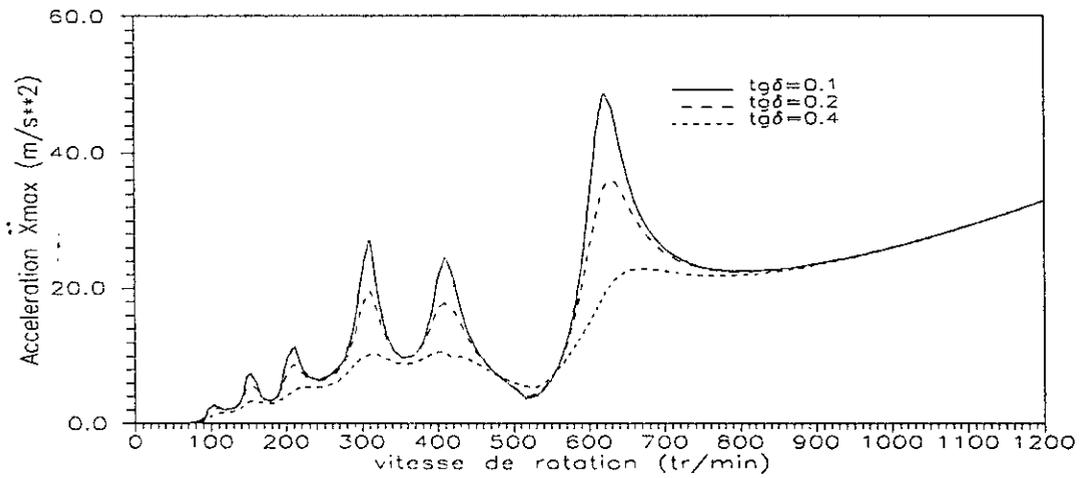


Figure 5.20 Accélération horizontale du point P₁ (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 2000 \text{ kN/m}$, $K_y = 4000 \text{ kN/m}$ (variante 2).

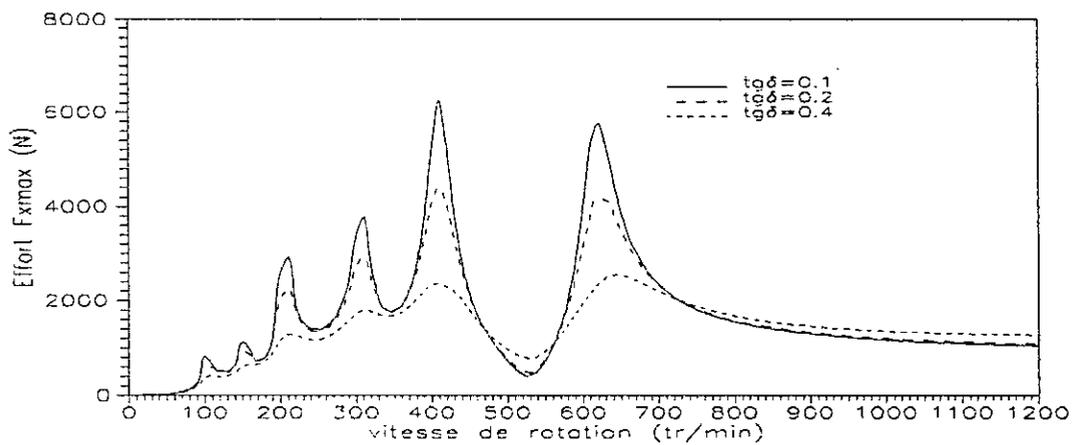


Figure 5.21 Effort horizontal transmis au point P₁ (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 2000 \text{ kN/m}$, $K_y = 4000 \text{ kN/m}$ (variante 2).

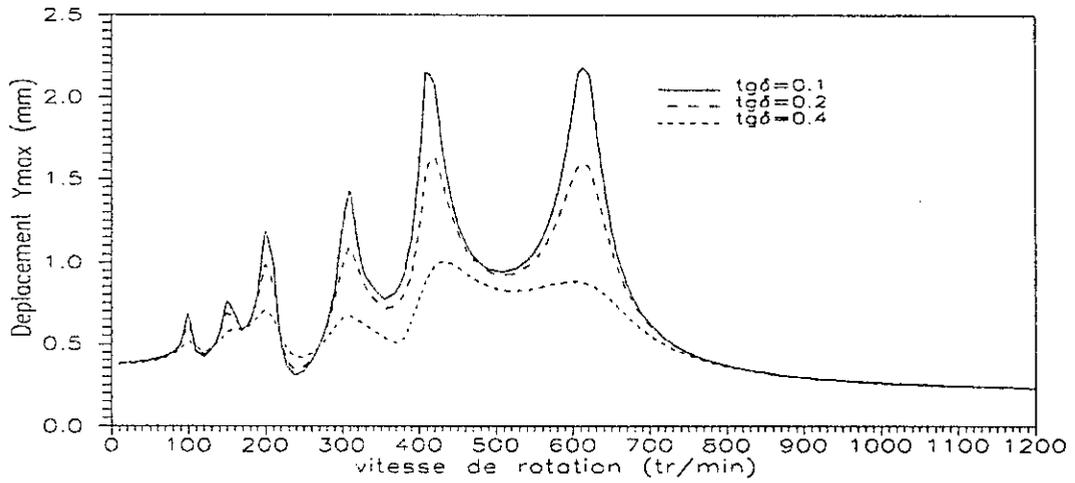


Figure 5.22 Déplacement vertical du point P_1 (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 2000 \text{ kN/m}$, $K_y = 4000 \text{ kN/m}$ (variante 2).

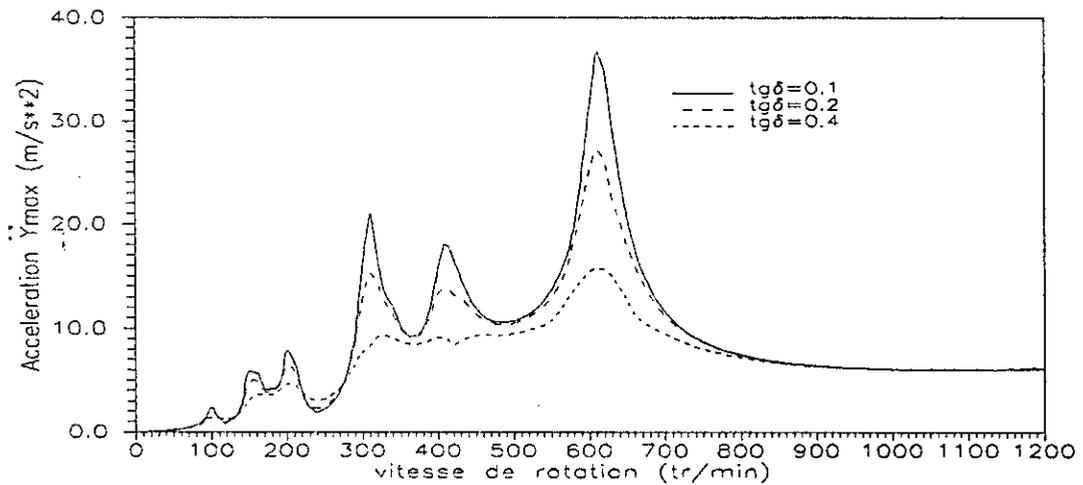


Figure 5.23 Accélération verticale du point P_1 (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 2000 \text{ kN/m}$, $K_y = 4000 \text{ kN/m}$ (variante 2).

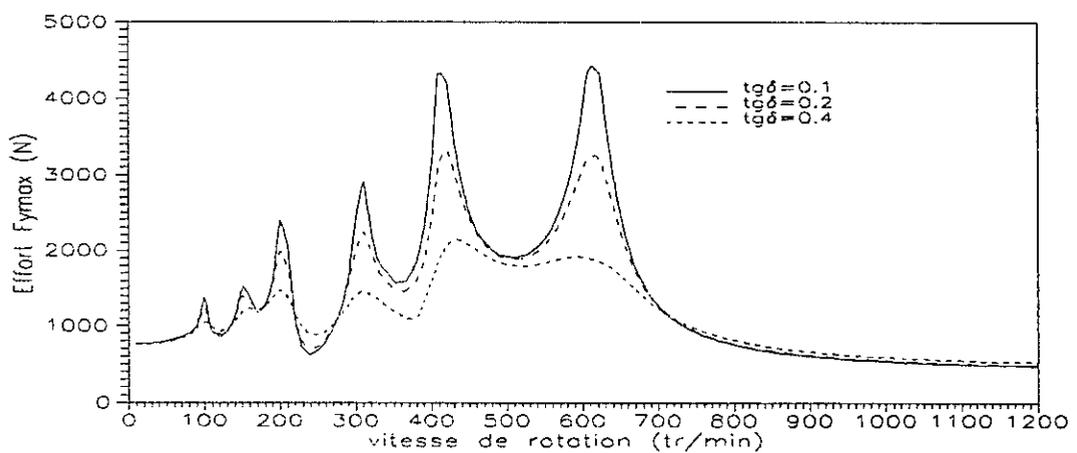


Figure 5.24 Effort vertical transmis au point P_1 (moteur F8L413)
 $K_x = K_z = 2000 \text{ kN/m}$, $K_y = 4000 \text{ kN/m}$ (variante 2).

5.2.3 Modèle à dix degrés de liberté: moteur F4L912 monté sur le châssis du camion K66

A partir des plans de construction, on détermine les données nécessaires correspondant au modèle utilisé (tableau 5.7).

Tableau 5.7- caractéristiques physiques du véhicule K66 normal

M_1	1349 kg	$K'_1 = K''_1$	1113500 N/m	l_1	0.66 m
M_2	233 kg	$K'_1 = K''_1$	400000 N/m	l_2	1.94 m
M_3	410 kg	$\alpha'_1 = \alpha'_3$	2500 Ns/m	$l_A = l_C$	0.29 m
M_4	400 kg	$\alpha'_2 = \alpha'_4$	2500 Ns/m	$l_B = l_D$	0.41 m
I_{X1}	1400 kg.m ²	$\alpha''_1 = \alpha''_3$	5000 Ns/m	$b_A = b_C$	0.265 m
I_{Z1}	300 kg.m ²	$\alpha''_2 = \alpha''_4$	2500 Ns/m	$b_B = b_D$	- 0.265 m
I_{Z2}	120 kg.m ²	$l_{11} = l_{12}$	0.40 m	$b'_A = b'_C$	0.265 m
I_{Z3}	160 kg.m ²	$l'_{11} = l'_{12}$	0.40 m	$b'_B = b'_D$	0.265 m
I_{X4}	132 kg.m ²	$l''_{11} = l''_{12}$	0.85 m	d_A	- 0.66 m
I_{Z4}	85 kg.m ²	$l_{13} = l_{14}$	0.75 m	d_B	- 1.36 m
$K'_1 = K''_1$	516000 N/m	$l'_{13} = l'_{14}$	0.75 m	d_C	- 0.66 m
$K'_1 = K''_1$	150000 N/m	$l''_{13} = l''_{14}$	0.85 m	d_D	- 1.36 m

On représente ci-après les fréquences propres pour les deux variantes des plots de suspension du moteur (tableau 5.8). La première variante correspond à la rigidité verticale utilisée par la SNVI, tirée à partir des abaques provenant des documents du fournisseur des plots de suspension.

Tableau 5.8- Fréquences propres du système à dix degrés de liberté pour les trois variantes de plots.

	mode	Fréquence propre			mode	Fréquence propre	
		tr/mn	Hz			tr/mn	Hz
VARIANTE 1 $K_y = 800$ KN/m	1	124.5	2.1	VARIANTE 2 $K_y = 1600$ KN/m	1	124.7	2.1
	2	173.0	2.9		2	174.4	2.9
	3	384.3	6.4		3	391.7	6.5
	4	539.3	10.0		4	724.5	12.1
	5	566.0	9.4		5	744.1	12.4
	6	723.7	12.1		6	790.3	13.2
	7	839.8	14.0		7	842.8	14.0
	8	868.2	14.5		8	877.5	14.6
	9	1010.7	16.8		9	1012.1	16.8
	10	1101.9	18.4		10	1545.9	25.8

A partir des fichiers de résultats, On représente pour chaque variante des plots :

- les valeurs crêtes du déplacement dans la direction verticale des plots de suspension côté moteur : figures 5.25 et 5.28,
- les valeurs crêtes des accélérations au support côté châssis dans la direction verticale : figures 5.26 et 5.29,
- les valeurs crêtes de l'effort transmis au niveau du point de fixation du moteur au châssis dans la direction verticale : figures 5.27 et 5.30,
- les courbes de comparaison entre les déplacements verticaux des plots de suspension côté châssis et côté moteur : figures 5.31 et 5.32.

Interprétation des résultats

De la figure 5.25 et en examinant le tableau donnant les fréquences propres du système pour la variante 1, on peut voir que seulement trois pics de résonance sont apparents à 50, 100 et 280 tr/mn et qui n'ont aucune influence sur le régime de ralenti. Par contre pour les accélérations (figure 5.26), un pic de résonance assez large se présente à la vitesse de 550tr/mn. Celui-ci correspond au dixième mode (fréquence de 1100 tr/mn), excité par l'ordre 2 de l'effort de pilon. Le fait d'augmenter l'amortissement des plots atténue ce mode de résonance, mais augmenterait les accélérations à partir de la vitesse de 800 tr/mn. De la figure 5.27, on voit que les efforts transmis seront assez petits en dehors de la zone de résonance, ce qui est tout à fait acceptable. Les résultats de la variante 1 sont donc assez convenables pour un amortissement correspondant au facteur de perte de 0.2.

Par contre pour la variante 2, où on a doublé la constante de rigidité, il n'y a pas d'effet sensible en déplacement (figure 5.28), mais les accélérations et les efforts transmis présentent des résonances à 800 tr/mn tout en augmentant de plus de 100%. Ceci correspond au phénomène de hachis observé dans le cas d'une suspension de moteur mal conçue, sur les véhicules routiers, au voisinage du moteur tournant à bas régime, et ressenti par les pieds et les mains du conducteur.

Les figures 5.31, et 5.32 donnant la mobilité relative du moteur par rapport au châssis, montrent que celle-ci est de plus en plus réduite pour de grandes rigidités des plots, tout en

gardant un amortissement constant. Cette mobilité est souhaitée tant qu'elle reste dans les limites permises.

Les caractéristiques des plots de suspension de la première variante sont celles utilisées par la SNVI pour les moteurs F4L912 et F8L413. Les différents résultats présentés pour cette variante montrent que les pics de résonances sont écartés de la plage de fonctionnement du moteur. Lors de la mise en marche, le passage rapide par ces vitesses, ne provoquerait pas d'effet considérable.

Pour le régime normal, des vibrations perceptibles au voisinage du moteur dont l'ordre de grandeur pour le véhicule K66 est :

- amplitude vibratoire de 0.5 mm du châssis en direction verticale à une fréquence égale à deux fois la vitesse de rotation du moteur,
- effort transmis au châssis en direction verticale de valeur maximale atteignant la valeur de 400 N et de fréquence double de celle de rotation du moteur.

Cette situation est constatée sur le véhicule K66, ayant pour origine, selon le tableau des harmoniques de l'excitation du moteur F4L912 (tableau 5.1), l'ordre 2 de l'effort de pilon. La solution qui pourrait être envisagée est de procéder à un équilibrage secondaire sur le vilebrequin. Il faut fixer des masses tournantes en sens opposées tournant à une vitesse égale à deux fois la vitesse de rotation. Ceci s'avère très délicat, puisqu'il surcharge beaucoup plus le vilebrequin. La recherche de plots de suspension à caractéristiques variables, est la solution souhaitable.

RESULTATS

Moteur F4L912 sur châssis mobile

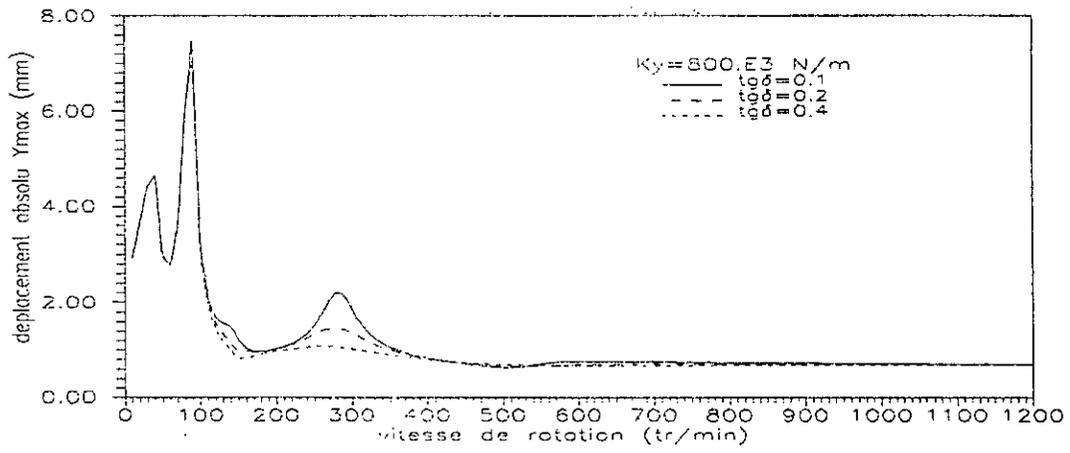


Figure 5.25 Déplacement vertical du point P₁ (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 1).

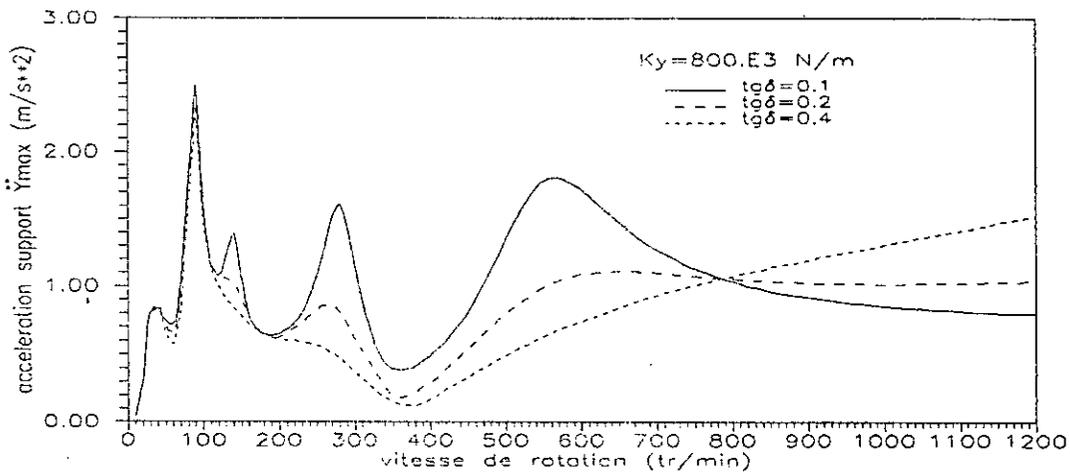


Figure 5.26 Accélération verticale du point P₁ (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 1).

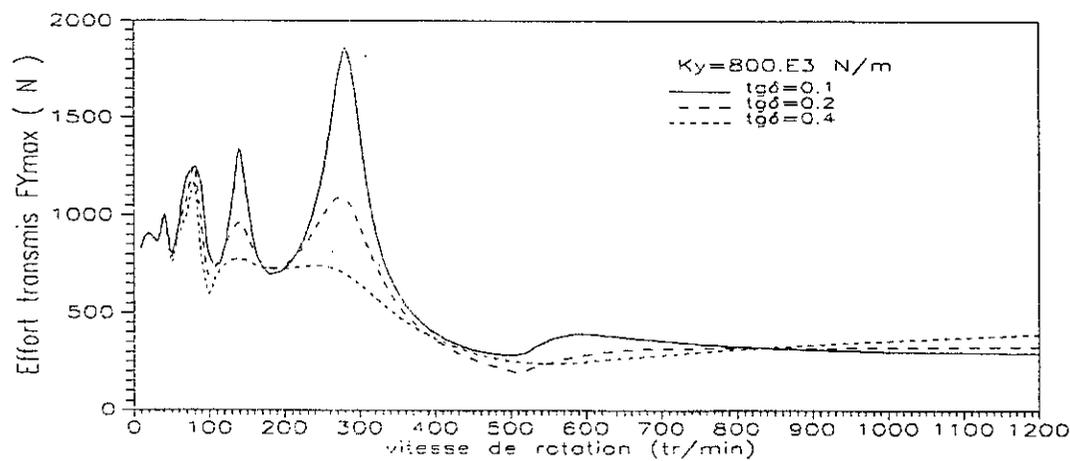


Figure 5.27 Effort vertical transmis au point P₁ (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 1).

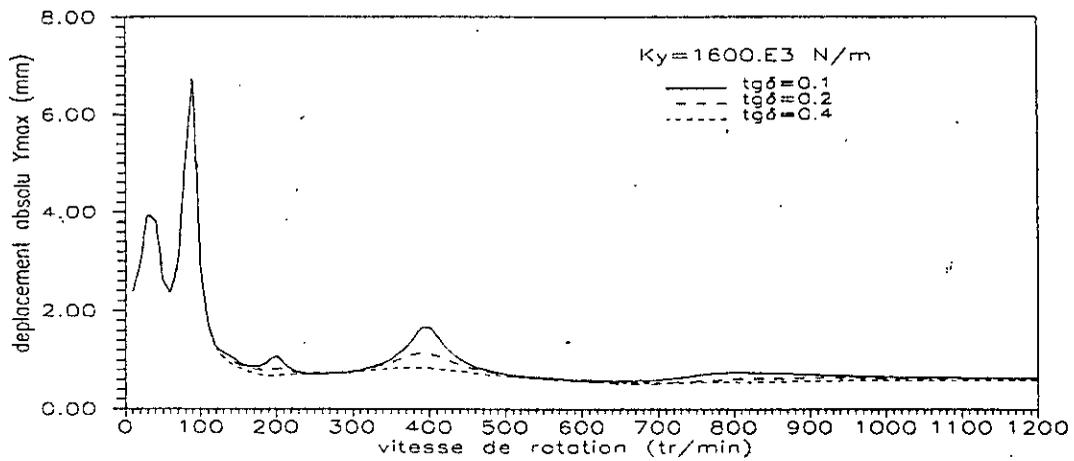


Figure 5.28 Déplacement vertical du point P₁ (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 2).

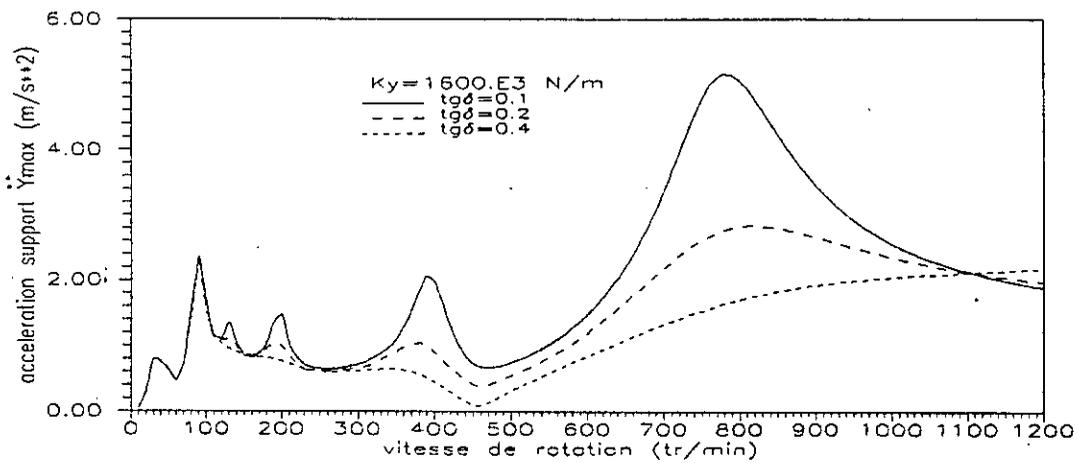


Figure 5.29 Accélération verticale du point P₁ (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 2).

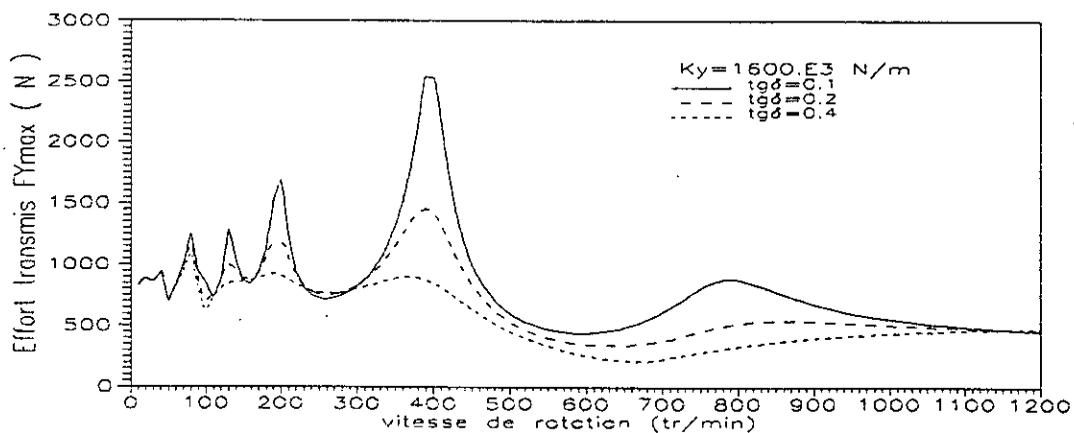


Figure 5.30 Effort vertical transmis au point P₁ (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 2).

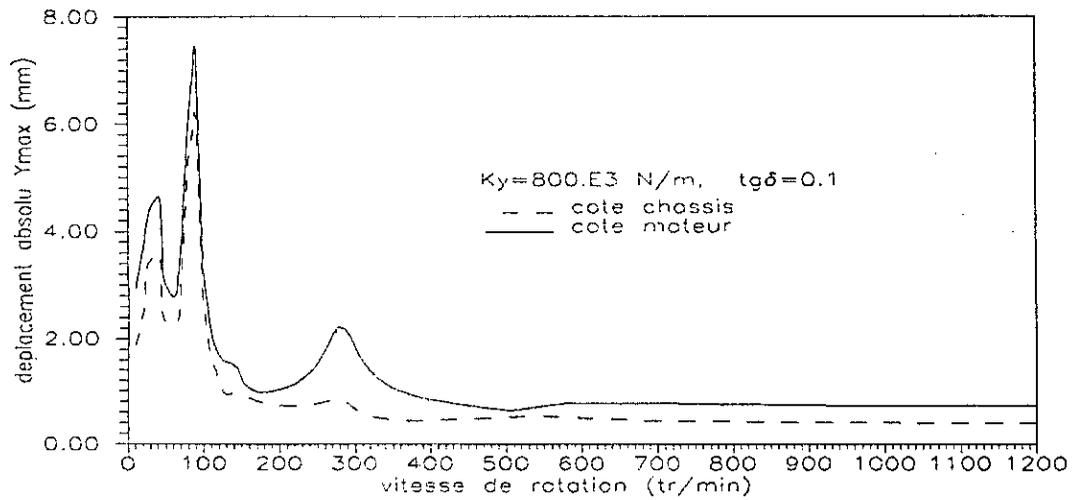


Figure 5.31 Déplacement vertical du point P_1 (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 1).

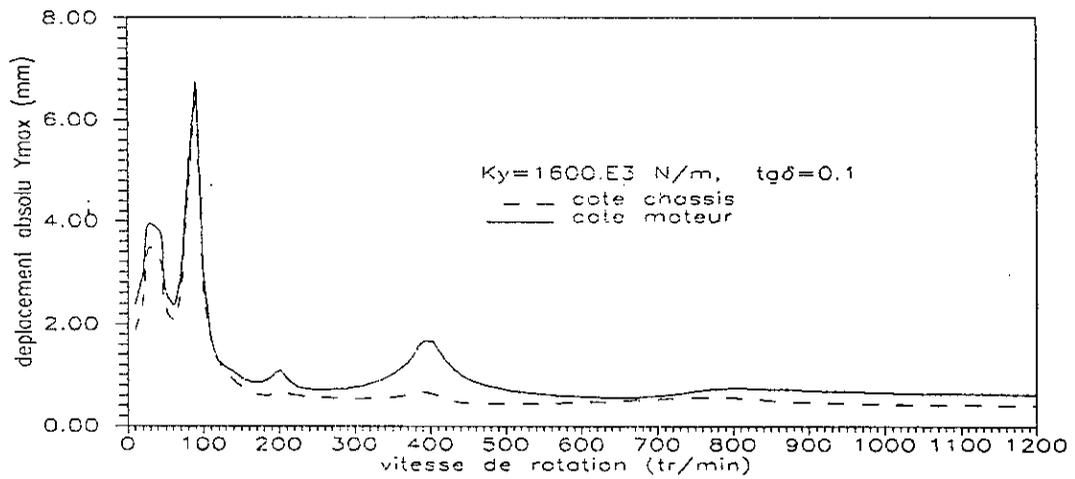


Figure 5.32 Déplacement vertical du point P_1 (moteur F4L912)
Châssis mobile (variante 2).

Comparaison des résultats

Pour les trois cas étudiés, le balayage suivant la vitesse de rotation, montre que :

- au bas régime de fonctionnement, de fortes résonances sont décelées. Celles-ci altèrent considérablement les conditions de travail du moteur,
- ces vibrations sont atténuées en augmentant l'amortissement propre du matériau,
- le phénomène de couplage multiplie les modes de résonance,
- ce sont les fréquences prédominantes de l'excitation qui conditionnent le comportement du moteur,
- par un choix approprié des caractéristiques des plots de suspension, on peut aboutir vers des solutions convenables.

Pour les deux cas de moteurs stationnaires, on relève les particularités suivantes :

- le moteur en ligne est soumis principalement à des vibrations verticales, par contre pour le moteur en V, les vibrations horizontales sont les plus importantes,
- les accélérations des points de fixation ne peuvent être réduites quelque soit les solutions à envisager.

Pour le cas du moteur monté sur le châssis du véhicule, le comportement vibratoire se trouve nettement amélioré contrairement au moteur stationnaire, car les fréquences propres de la structure porteuse qui sont excitées. Celles ci étant généralement très basses, et il suffit donc de fixer correctement la vitesse de ralenti extrême du moteur.

De ces résultats on peut retenir deux critères importants lors du choix des caractéristiques des plots de suspension :

- ◇ utiliser de faibles rigidités de telle sorte à ramener les pics de résonance à des vitesses nettement inférieures au régime minimal du moteur,
- ◇ augmenter l'amortissement à une limite acceptable de telle sorte à trouver un compromis entre les vibrations du moteur et les efforts transmis à la structure porteuse.

Notons que ces résultats ne peuvent que aider à la conception de la suspension du moteur par l'utilisation de plusieurs évaluations successives. La solution finale retenue à partir de ces évaluations ne serait définitive que si elle est validée par le processus expérimental qu'on a pas pu élaborer.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Une procédure d'évaluation du comportement prévisionnel du moteur à partir d'un choix des caractéristiques de sa suspension a été développée. Une analyse de l'excitation interne du moteur à partir du calcul cinématique et dynamique de l'attelage mobile a mis en évidence le caractère multidirectionnel de l'excitation du moteur, d'où la complexité de la réalisation de l'isolation vibratoire de ce type de machines. En effet, la connaissance des modes propres de la suspension et des fréquences excitatrices, ne suffisent pas à elles seules à estimer le comportement vibratoire de la masse du moteur.

Le premier modèle est destiné essentiellement à l'étude vibratoire des moteurs stationnaires à un et plusieurs cylindres (groupes électrogènes, pompes, compresseurs, etc...) où les excitations du moteur sont souvent source de détérioration même de la fondation. Tandis que le deuxième modèle s'appliquerait aux moteurs de transport, et influe directement sur le confort des passagers et sur la résistance de la structure porteuse aux régimes de résonance.

La validation des modèles proposés repose sur deux points importants :

- il s'agit de la réalisation d'un modèle dont l'usage est limité à la description du comportement vibratoire de l'ensemble du moteur au stade même de l'avant projet.
- l'utilité d'un moyen de calcul rapide et efficace des vibrations du moteur afin de procéder à des modifications lors de la conception. Le mode expérimental est très coûteux et n'est utilisé que pour une solution définitive.

Par manque de publications de résultats expérimentaux, nos investigations bibliographiques ont permis de confirmer des résultats partiels sur les efforts appliqués aux paliers du vilebrequin et sur les fréquences d'excitation.

Les résultats des applications sont assez explicites, et ont fait apparaître une bonne corrélation avec les phénomènes observés en pratique. On pourrait alors par cette méthode, au stade de l'avant projet, évaluer l'influence des vibrations du moteur sur son support et procéder par la suite à des modifications.

Cette étude a contribué à mieux cerner :

- la particularité de l'excitation interne du moteur, dont sa maîtrise relève d'une grande importance.
- l'influence des caractéristiques des plots de suspensions dans l'isolation vibratoire des moteurs.

La méthode proposée pourrait être élargie sur les points suivants :

- introduire les déformations élastiques du bloc moteur et des éléments internes, par une modélisation en éléments finis, pour s'approcher du cas réel.
- introduire les couplages avec les excitations provenant des irrégularités de la route pour les moteurs de transport, et les déformations de la fondation pour les moteurs stationnaires.

ANNEXES

Annexe A1

Coefficients des matrices du modèle du moteur stationnaire

Matrice inertie (matrice diagonale)

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = M \quad , \quad m_{44} = I_x \quad , \quad m_{55} = I_y \quad , \quad m_{66} = I_z$$

Matrice rigidité

$$k_{11} = \sum k_{x_i} \quad i = 1, n_p$$

$$k_{14} = k_{41} = -\sum Y_{p_i} \cdot k_{x_i}$$

$$k_{16} = k_{61} = -\sum Z_{p_i} \cdot k_{x_i}$$

$$k_{22} = \sum k_{y_i}$$

$$k_{24} = k_{42} = \sum X_{p_i} \cdot k_{y_i}$$

$$k_{25} = k_{52} = -\sum Z_{p_i} \cdot k_{y_i}$$

$$k_{33} = \sum k_{z_i}$$

$$k_{35} = k_{53} = \sum Y_{p_i} \cdot k_{z_i}$$

$$k_{36} = k_{63} = \sum X_{p_i} \cdot k_{z_i}$$

$$k_{44} = \sum (Y_{p_i}^2 \cdot k_{x_i} + X_{p_i}^2 \cdot k_{y_i})$$

$$k_{45} = k_{54} = -\sum X_{p_i} \cdot Z_{p_i} \cdot k_{y_i}$$

$$k_{46} = k_{64} = -\sum Y_{p_i} \cdot Z_{p_i} \cdot k_{x_i}$$

$$k_{55} = \sum (Z_{p_i}^2 \cdot k_{y_i} + Y_{p_i}^2 \cdot k_{z_i})$$

$$k_{56} = k_{65} = -\sum X_{p_i} \cdot Y_{p_i} \cdot k_{z_i}$$

$$k_{66} = \sum (X_{p_i}^2 \cdot k_{z_i} + Z_{p_i}^2 \cdot k_{x_i})$$

Tous les autres k_{ij} sont nuls.

Matrice amortissement

$$d_{11} = \sum \alpha_{x_i}$$

$$d_{14} = d_{41} = -\sum Y_{p_i} \cdot \alpha_{x_i}$$

$$d_{16} = d_{61} = -\sum Z_{p_i} \cdot \alpha_{x_i}$$

$$d_{22} = \sum \alpha_{y_i}$$

$$d_{24} = d_{42} = \sum X_{p_i} \cdot \alpha_{y_i}$$

$$d_{25} = d_{52} = -\sum Z_{p_i} \cdot \alpha_{y_i}$$

$$d_{33} = \sum \alpha_{z_i}$$

$$d_{35} = d_{53} = \sum Y_{p_i} \cdot \alpha_{z_i}$$

$$d_{36} = d_{63} = \sum X_{p_i} \cdot \alpha_{z_i}$$

$$d_{44} = \sum (Y_{p_i}^2 \cdot \alpha_{x_i} + X_{p_i}^2 \cdot \alpha_{y_i})$$

$$d_{45} = d_{54} = -\sum X_{p_i} \cdot Z_{p_i} \cdot \alpha_{y_i}$$

$$d_{46} = d_{64} = -\sum Y_{p_i} \cdot Z_{p_i} \cdot \alpha_{x_i}$$

$$d_{55} = \sum (Z_{p_i}^2 \cdot \alpha_{y_i} + Y_{p_i}^2 \cdot \alpha_{z_i})$$

$$d_{56} = d_{65} = -\sum X_{p_i} \cdot Y_{p_i} \cdot \alpha_{z_i}$$

$$d_{66} = \sum (X_{p_i}^2 \cdot \alpha_{z_i} + Z_{p_i}^2 \cdot \alpha_{x_i})$$

Tous les autres d_{ij} sont nuls.

Annexe A2

Coefficients des matrices du modèle du moteur sur châssis mobile

Matrice inertie (matrice diagonale)

$$m_{11} = M_1, \quad m_{22} = I_{x_1}, \quad m_{33} = I_{z_1}, \quad m_{44} = M_2, \quad m_{55} = I_{z_2}$$

$$m_{66} = M_3, \quad m_{77} = I_{z_3}, \quad m_{88} = M_4, \quad m_{99} = I_{x_4}, \quad m_{1010} = I_{z_4}$$

Matrice rigidité

$$k_{11} = k'_2 + k'_4 + k''_2 + k''_4 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

$$k_{12} = k_{21} = -l_1(k'_2 + k'_4) + l_2(k''_2 + k''_4) + d_1k_1 + d_2k_2 + d_3k_3 + d_4k_4$$

$$k_{13} = k_{31} = -l_{13}(k'_2 + k'_4) + l_2(k''_2 + k''_4) + b_1k_1 + b_2k_2 + b_3k_3 + b_4k_4$$

$$k_{14} = k_{41} = -(k'_2 + k'_4)$$

$$k_{15} = k_{51} = -l'_{11}k'_2 + l'_{12}k'_4$$

$$k_{16} = k_{61} = -(k''_2 + k''_4)$$

$$k_{17} = k_{71} = -l'_{13}k''_2 + l'_{14}k''_4$$

$$k_{18} = k_{81} = -(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$$

$$k_{19} = k_{91} = l_{p1}k_1 - l_{p2}k_2 - l_{p3}k_3 + l_{p4}k_4$$

$$k_{110} = k_{101} = -b'_1k_1 - b'_2k_2 + b'_3k_3 + b'_4k_4$$

$$k_{22} = -l_1^2(k'_2 + k'_4) + l_2^2(k''_2 + k''_4) + d_1^2k_1 + d_2^2k_2 + d_3^2k_3 + d_4^2k_4$$

$$k_{23} = k_{32} = -l_1l_{13}k'_2 + l_1l_{14}k'_4 + l_2l_{13}k''_2 - l_2l_{14}k''_4 + d_1b_1k_1 + d_2b_2k_2 + d_3b_3k_3 + d_4b_4k_4$$

$$k_{24} = k_{42} = -l_1(k'_2 + k'_4)$$

$$k_{25} = k_{52} = -l_1(l'_{11}k'_2 + l'_{12}k'_4)$$

$$k_{26} = k_{62} = -l_2(k''_2 + k''_4)$$

$$k_{27} = k_{72} = l_2(-l'_{13}k''_2 + l'_{14}k''_4)$$

$$k_{28} = k_{82} = -d_1k_1 - d_2k_2 - d_3k_3 - d_4k_4$$

$$k_{29} = k_{92} = l_{p1}d_1k_1 - l_{p2}d_2k_2 - l_{p3}d_3k_3 + l_{p4}d_4k_4$$

$$k_{210} = k_{102} = -b_1^i d_1 k_1 - b_2^i d_2 k_2 + b_3^i d_3 k_3 + b_4^i d_4 k_4$$

$$k_{33} = l_{13}^2 (k_2' + k_2'') + l_{14}^2 (k_4' + k_4'') + b_1^2 k_1 + b_2^2 k_2 + b_3^2 k_3 + b_4^2 k_4$$

$$k_{34} = k_{43} = -l_{13} k_2' + l_{14} k_4'$$

$$k_{35} = k_{53} = -l_{13} l_{11}^i k_2' - l_{14} l_{12}^i k_4'$$

$$k_{36} = k_{63} = -l_{13} k_2'' + l_{14} k_4''$$

$$k_{37} = k_{73} = -l_{13} l_{13}^i k_2'' - l_{14} l_{14}^i k_4''$$

$$k_{38} = k_{83} = -b_1 k_1 - b_2 k_2 - b_3 k_3 - b_4 k_4$$

$$k_{39} = k_{93} = l_{p1} b_1 k_1 - l_{p2} b_2 k_2 - l_{p3} b_3 k_3 + l_{p4} b_4 k_4$$

$$k_{210} = k_{102} = -b_1^i b_1 k_1 - b_2^i b_2 k_2 + b_3^i b_3 k_3 + b_4^i b_4 k_4$$

$$k_{44} = k_1' + k_2' + k_3' + k_4'$$

$$k_{45} = k_{55} = l_{11}^i (k_1' + k_2') - l_{12}^i (k_3' + k_4')$$

$$k_{55} = l_{11}^i k_1' + l_{11}^i k_2' + l_{12}^i k_3' + l_{12}^i k_4'$$

$$k_{66} = k_1'' + k_2'' + k_3'' + k_4''$$

$$k_{67} = k_{76} = l_{13}^i (k_1'' + k_2'') - l_{14}^i (k_3'' + k_4'')$$

$$k_{77} = l_{13}^i k_1'' + l_{13}^i k_2'' + l_{14}^i k_3'' + l_{14}^i k_4''$$

$$k_{88} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

$$k_{89} = k_{98} = -l_{p1} k_1 + l_{p2} k_2 + l_{p3} k_3 - l_{p4} k_4$$

$$k_{810} = k_{108} = b_1^i k_1 + b_2^i k_2 - b_3^i k_3 - b_4^i k_4$$

$$k_{99} = l_{p1}^2 k_1 + l_{p2}^2 k_2 + l_{p3}^2 k_3 + l_{p4}^2 k_4$$

$$k_{910} = k_{109} = -b_1^i l_{p1} k_1 + b_2^i l_{p2} k_2 - b_3^i l_{p3} k_3 + b_4^i l_{p4} k_4$$

$$k_{1010} = b_1'^2 k_1 + b_2'^2 k_2 + b_3'^2 k_3 + b_4'^2 k_4$$

Tous les autres k_{ij} sont nuls.

Matrice amortissement

$$d_{11} = \alpha'_2 + \alpha'_4 + \alpha''_2 + \alpha''_4 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$$

$$d_{12} = d_{21} = -l_1(\alpha'_2 + \alpha'_4) + l_2(\alpha''_2 + \alpha''_4) + d_1\alpha_1 + d_2\alpha_2 + d_3\alpha_3 + d_4\alpha_4$$

$$d_{13} = d_{31} = -l_{13}(\alpha'_2 + \alpha''_2) + l_{14}(\alpha'_4 + \alpha''_4) + b_1\alpha_1 + b_2\alpha_2 + b_3\alpha_3 + b_4\alpha_4$$

$$d_{14} = d_{41} = -(\alpha'_2 + \alpha'_4)$$

$$d_{15} = d_{51} = -l'_{11}\alpha'_2 + l'_{12}\alpha'_4$$

$$d_{16} = d_{61} = -(\alpha''_2 + \alpha''_4)$$

$$d_{17} = d_{71} = -l'_{13}\alpha''_2 + l'_{14}\alpha''_4$$

$$d_{18} = d_{81} = -(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$$

$$d_{19} = d_{91} = l_{p1}\alpha_1 - l_{p2}\alpha_2 - l_{p3}\alpha_3 + l_{p4}\alpha_4$$

$$d_{110} = d_{101} = -b'_1\alpha_1 - b'_2\alpha_2 + b'_3\alpha_3 + b'_4\alpha_4$$

$$d_{22} = -l_1^2(\alpha'_2 + \alpha'_4) + l_2^2(\alpha''_2 + \alpha''_4) + d_1^2\alpha_1 + d_2^2\alpha_2 + d_3^2\alpha_3 + d_4^2\alpha_4$$

$$d_{23} = d_{32} = -l_1l_{13}\alpha'_2 + l_1l_{14}\alpha'_4 + l_2l_{13}\alpha''_2 - l_2l_{14}\alpha''_4 + d_1b_1\alpha_1 + d_2b_2\alpha_2 + d_3b_3\alpha_3 + d_4b_4\alpha_4$$

$$d_{24} = d_{42} = -l_1(\alpha'_2 + \alpha'_4)$$

$$d_{25} = d_{52} = -l_1(l'_{11}\alpha'_2 + l'_{12}\alpha'_4)$$

$$d_{26} = d_{62} = -l_2(\alpha''_2 + \alpha''_4)$$

$$d_{27} = d_{72} = l_2(-l'_{13}\alpha''_2 + l'_{14}\alpha''_4)$$

$$d_{28} = d_{82} = -d_1\alpha_1 - d_2\alpha_2 - d_3\alpha_3 - d_4\alpha_4$$

$$d_{29} = d_{92} = l_{p1}d_1\alpha_1 - l_{p2}d_2\alpha_2 - l_{p3}d_3\alpha_3 + l_{p4}d_4\alpha_4$$

$$d_{210} = d_{102} = -b'_1d_1\alpha_1 - b'_2d_2\alpha_2 + b'_3d_3\alpha_3 + b'_4d_4\alpha_4$$

$$d_{33} = l_{13}^2(\alpha'_2 + \alpha''_2) + l_{14}^2(\alpha'_4 + \alpha''_4) + b_1^2\alpha_1 + b_2^2\alpha_2 + b_3^2\alpha_3 + b_4^2\alpha_4$$

$$d_{34} = d_{43} = -l_{13}\alpha'_2 + l_{14}\alpha'_4$$

$$d_{35} = d_{53} = -l_{13}l'_{11}\alpha'_2 - l_{14}l'_{12}\alpha'_4$$

$$d_{36} = d_{63} = -l_{13}\alpha''_2 + l_{14}\alpha''_4$$

$$d_{37} = d_{73} = -l_{13}l'_{13}\alpha''_2 - l_{14}l'_{14}\alpha''_4$$

$$d_{38} = d_{83} = -b_1\alpha_1 - b_2\alpha_2 - b_3\alpha_3 - b_4\alpha_4$$

$$d_{39} = d_{93} = l_{p1}b_1\alpha_1 - l_{p2}b_2\alpha_2 - l_{p3}b_3\alpha_3 + l_{p4}b_4\alpha_4$$

$$d_{210} = d_{102} = -b'_1 b_1 \alpha_1 - b'_2 b_2 \alpha_2 + b'_3 b_3 \alpha_3 + b'_4 b_4 \alpha_4$$

$$d_{44} = \alpha'_1 + \alpha'_2 + \alpha'_3 + \alpha'_4$$

$$d_{45} = d_{55} = l''_{11}(\alpha'_1 + \alpha'_2) - l''_{12}(\alpha'_3 + \alpha'_4)$$

$$d_{55} = l''_{11}\alpha'_1 + l'_{11}\alpha'_2 + l''_{12}\alpha'_3 + l'_{12}\alpha'_4$$

$$d_{66} = \alpha''_1 + \alpha''_2 + \alpha''_3 + \alpha''_4$$

$$d_{67} = d_{76} = l''_{13}(\alpha''_1 + \alpha''_2) - l''_{14}(\alpha''_3 + \alpha''_4)$$

$$d_{77} = l''_{13}\alpha''_1 + l'_{13}\alpha''_2 + l''_{14}\alpha''_3 + l'_{14}\alpha''_4$$

$$d_{88} = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$$

$$d_{89} = d_{98} = -l_{p1}\alpha_1 + l_{p2}\alpha_2 + l_{p3}\alpha_3 - l_{p4}\alpha_4$$

$$d_{810} = d_{108} = b'_1\alpha_1 + b'_2\alpha_2 - b'_3\alpha_3 - b'_4\alpha_4$$

$$d_{99} = l^2_{p1}\alpha_1 + l^2_{p2}\alpha_2 + l^2_{p3}\alpha_3 + l^2_{p4}\alpha_4$$

$$d_{910} = d_{109} = -b'_1 l_{p1}\alpha_1 + b'_2 l_{p2}\alpha_2 - b'_3 l_{p3}\alpha_3 + b'_4 l_{p4}\alpha_4$$

$$d_{1010} = b'^2_1\alpha_1 + b'^2_2\alpha_2 + b'^2_3\alpha_3 + b'^2_4\alpha_4$$

Tous les autres d_{ij} sont nuls.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] **MORLON, J.** "Nouveau perfectionnement des supports hydroélastiques : Application au confort des véhicules", Ingénieur de l'automobile, Journal de la SIA, pp. 93-96, Octobre 1988.
- [2] **GALLAS, M.G** "Les élastomères en mécanique: propriétés dynamique des élastomères, application aux supports et butées", Ingénieur de l'automobile, Journal de la SIA, pp. 648-656, Novembre 1978.
- [3] **MITSCKE, M.** "Les vibrations du moteur et son influence sur la voiture particulière", Journal de la SIA, pp. 109-118, Octobre 1988.
- [4] **MONTAMAT, M.** "Mesure des propriétés mécaniques des suspensions moteurs", Ingénieur de l'automobile, Journal de la SIA, pp. 105-106, Septembre 1985.
- [5] **LOURADOUR, G., AUBAGUE, E., JEANDEL, P.,** "Cales hydroélastiques de moteur", ENSAM, Paris, 1992.
- [6] **JULIEN, M.A.,** "Technique et mise en œuvre de l'isolation vibratoire des machines", revue GAMI, août septembre, 1954.
- [7] **JULIEN, M.A.** "Dynamique de la voiture automobile. Dynamique des systèmes pendulaires", Editions Technip, Paris, 1960.
- [8] **GRIEGER, N.** "Beitrag zur berechnung der anlaufschwingungen elastisch gelarter motoren mit einem schwingfreiheitsgrad", Schiffbauforschung, vol.11, Part. 5-6, pp. 196-206, Universitat Rostock, Mai 1972.
- [9] **MICHALAK, M.A** "Détermination de la raideur dynamique et du taux d'amortissement des cales élastiques", Ingénieur de l'automobile, pp. 741-748, Novembre 1978.
- [10] **BOUKABACHE, M.,** "Aide à la conception de moteurs", Thèse de Doctorat, ENP, Alger, 1992.
- [11] **HENNUIT, M.** "La mesure et l'analyse des vibrations :appliquées aux moteurs thermiques et au matériel roulant. Diagnostic des anomalies fonctionnelles", revue Tidschrift, vol.20, part.3, pp.257-269, SNCF, Belgique, 1974.

- [12] **BRUN, R.** "Science et Technique du moteur Diesel industriel et de transport", Tome.2, Editions Technip, Paris, 1984.
- [13] **SWOBODA, B.** "Mécanique des moteurs alternatifs", Éditions Technip, Paris, 1984.
- [14] **LANG, J.** -"La suspension élastique des machines à l'aide d'éléments en caoutchouc faisant ressort", M.T.Z, vol.11, Novembre 1963.
- [15] **HENRY, M.R.** "Les élastomères en carrosserie : isolement vibratoire et isolement phonique", Ingénieur de l'automobile, Journal de la SIA, pp. 721-725, Novembre 1978.
- [16] **DEN HARTOG, J.P.** "Vibrations Mécaniques", Dunod, Paris, 1960.
- [17] **ROCARD, Y.** "Dynamique générale des vibrations", Masson, paris, 1971.
- [18] **TIMOSHENKO, S., YOUNG, D.H** "Théorie des vibrations à l'usage de l'ingénieur", Librairie polytechnique Béranger, Paris, 1968
- [19] **TSE, F.S., MORSE, I.E, HINKLE, R.T** "Mechanical vibrations", Allyn & Bacon, 1978.
- [20] **PEDRO, M.D, PAHUD, P.** "Mécanique vibratoire", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1988.
- [21] **BIGRET, R.** "Vibrations des machines tournantes et des structures", Technique et documentation, Paris, 1980.
- [22] **MORLON, J.** "Isolation antivibratoire et antichocs", Technique de l'ingénieur, B595.
- [23] **SERRUYS, M.** "Équilibrage, régularité cyclique, groupement des cylindres dans les moteurs", Technique de l'ingénieur, B370.
- [24] **GIRONNET, B., LOURADOUR, G.** "Vibrations et vitesses dangereuses des lignes d'arbres", Technique de l'ingénieur, B571.
- [25] **STANDBROOK, K.** "Dynamic simulation of crankshaft motion", the international review of engine development, Sterling publications limited, pp. 121-125, U.K, 1994.
- [26] **BIGRET, R., FERON, j-L.** "Diagnostic - maintenance disponibilité des machines tournantes", Masson, Paris, 1995.