



Département de Génie Electrique

## Mémoire de Magister

Préparé par

**Farida BOUNKAR**

Ingénieur en Automatique de l'ENP

### Thème

# Conception de stratégies de commande et d'observateur pour un convertisseur multicellulaire Approche hybride

soutenu publiquement le 12/03/2008 devant le jury composé de :

<b>M. TADJINE</b>	<b>Professeur à l'ENP</b>	<b>Président</b>
<b>M.S. BOUCHERIT</b>	<b>Professeur à l'ENP</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>K. BENMANSOUR</b>	<b>Chargé de cours à l'université de Médéa</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Mr B. HEMICI</b>	<b>Maître de conférences à l'ENP</b>	<b>Examineur</b>
<b>O. BENZINEB</b>	<b>Chargé de cours à l'université de Blida</b>	<b>Examineur</b>
<b>H. TLEMÇANI</b>	<b>Docteur à l'université de Médéa</b>	<b>Examineur</b>

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du laboratoire de commande de processus de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude envers les différentes personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ces travaux. La liste, si elle devait être exhaustive, serait trop longue. Toutefois, je voudrais particulièrement remercier :

- ✓ Monsieur **M.S. Boucherit** : professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique pour la confiance qu'il m'a témoignée et de m'avoir orienté vers ce champ de recherche.
- ✓ Monsieur **K. Benmansour** : chargé de cours au centre universitaire de Médéa, qu'il trouve ici ma profonde reconnaissance pour son aide précieuse et sa disponibilité tout au long de ce travail et pour m'avoir fait profiter, à chaque fois que le besoin s'en est fait sentir, de ces grandes compétences.
- ✓ Monsieur **M. Tadjine** : professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique qui m'a fait l'honneur et le plaisir d'accepter la présidence du jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour ses précieuses orientations tout au long de ce travail.
- ✓ Monsieur **B. Hemici** : maître de conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique, Monsieur **O. Benzineb** chargé de cours à l'université de Blida et Monsieur **H. Tlemçani** : docteur du centre universitaire de Médéa pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de ce mémoire.
- ✓ Monsieur **H. Chekireb** : chargé de cours à l'Ecole Nationale Polytechnique pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour ces précieux conseils.

Une pensée affectueuse également pour l'équipe du Centre Culturel Universitaire en particulier Mme **Jeslin** pour son aide précieuse.

Un grand merci également pour l'équipe de **Cevielec** en particulier Monsieur **Morsli**.

Je tiens aussi à remercier mes amies d'avoir supporté ma mauvaise humeur durant ces années et pour les moments agréables que j'ai partagés avec elles.

*Ce mémoire est tout particulièrement dédié :*

*à mon défunt père, ma très chère maman, mes frères, mes sœurs et mes adorables neveux et nièces, sans qui rien n'aurait été possible, pour la confiance qu'ils m'ont témoignée ; ils me rappellent tous les jours que la famille est un lien précieux et fort ;*

*à mon fiancé pour sa compréhension, son soutien quotidien et ses encouragements*

*qu'ils reçoivent ici toute ma gratitude et ma reconnaissance.*

*Merci de tout mon cœur.*

## ملخص

هذا العمل يهدف إلى إيجاد إستراتيجيات تحكم و ملاحظة تسمح بتعديل توتر المكثفات لمحولات طاقة متعددة الخلايا. درست إستراتيجيتان للتحكم: الأولى تتمثل في إيجاد أوامر التحكم في القاطعات حسب توتر مخرج المحول, و الثانية تعتمد على طريقة التحكم الإنزلاقي. درست أيضا طريقة جديدة لتمثيل المحولات المتعددة الخلايا تتمثل في الطريقة الهجينة التي سمحت بإيجاد طريقة تحكم هجينة لمحول ذو ثلاث خلايا. كما تدرس إمكانية ملاحظة التوتر و إنجاز ملاحظ بالطريقة الإنزلاقية يستعمل على محول ذو ثلاث خلايا محكم بالطريقة الهجينة. البرمجة بواسطة BALTAM أثبتت أن الطرق المستعملة أعطت نتائج جد حسنة.

**كلمات المفتاح:** نظام ديناميكي هجين، محولات طاقة متعددة الخلايا، التحكم الإنزلاقي، التحكم الهجين، إمكانية الملاحظة، ملاحظ إنزلاقي.

## Résumé

Le présent travail a pour objet la synthèse de stratégies de commande et d'observateur permettant l'équilibrage en boucle fermée des tensions flottantes d'un convertisseur multicellulaire. Deux stratégies de commande basées sur le modèle instantané du convertisseur sont présentées ; une première reposant sur l'obtention des ordres de commande des interrupteurs selon la valeur de la tension de sortie désirée, et une seconde basée sur la théorie des modes glissants. Une nouvelle approche de modélisation basée sur la théorie des systèmes dynamiques hybrides est développée. Elle est utilisée pour synthétiser une loi de commande d'un convertisseur à trois cellules. L'étude de l'observabilité et le développement d'un observateur par mode glissant appliqué à un convertisseur commandé par l'approche hybride sont ensuite présentés. Des résultats de simulation sous Matlab montrent que les méthodes utilisées donnent de très bonnes performances.

**Les mots clés :** systèmes dynamiques hybrides, convertisseurs multicellulaires séries, commande par modes glissants, commande hybride, observabilité, observateur par modes glissants.

## Abstract

The present work deals with the development of strategies of control and observer which allows the balancing, in a close loop, of the floating voltages of a multicell converter. Two strategies based on an instantaneous model of the system are presented; the first allows the deduction of the orders of control from the value of the output voltage and the second is based on the theory of sliding modes. A new approach of modelisation based on the theory of hybrid systems is developed and used for synthesize a control law for a three-cell converter. The study of the observability and the development of a sliding mode observer applied for a three-cell converter controlled by the hybrid approach are presented. Simulation results show that these strategies offer good performances.

**Key words:** Hybrid dynamical systems, multicell converters, sliding modes control, hybrid control, observability, sliding modes observer.

## Les acronymes

**TGBT** : Insulated Gate Bipolar Transistor

**IGCT** : Integrated Gate Communication Thyristor

**NPC**: Convertisseur Multicellulaire Superposé

**Cell\_i**: la  $i^{\text{ème}}$  cellule

**T<sub>k</sub>** : interrupteur du haut de la  $k^{\text{ème}}$  cellule

**V<sub>ck</sub>** : la tension aux bornes du  $k^{\text{ème}}$  condensateur

**P** : le nombre de cellules d'un convertisseur multicellulaire

**U<sub>k</sub>** : la commande appliquée à l'interrupteur du haut de la  $k^{\text{ème}}$  cellule

**E** : la tension d'entrée du convertisseur

**<.>** : la valeur moyenne de la variable (.)

**i<sub>s</sub>** : le courant de sortie du convertisseur

**V<sub>s</sub>** : la tension de sortie du convertisseur

**$\alpha_i$**  : le rapport cyclique de la fonction de commutation  $u_i(t)$

**MLI** : Modulation de Largeur d'Impulsion

**$\Phi$**  : le vecteur de déphasage

**F<sub>D</sub>** : la fréquence de découpage

**$\delta i_s$**  : les variations du courant de sortie

**MCC** : Machine à Courant Continu

**S<sub>ij</sub>** : la commande du  $j^{\text{ème}}$  interrupteur du  $i^{\text{ème}}$  convertisseur

**C<sub>ij</sub>** : la capacité du  $j^{\text{ème}}$  condensateur du  $i^{\text{ème}}$  convertisseur

**P<sub>i</sub>** : la  $i^{\text{ème}}$  division de la période

**PID** : régulateur Proportionnel, Intégral Dérivée

**s** : la surface de glissement

**J** : moment d'inertie totale ramené à l'arbre moteur (en N.m.s<sup>2</sup>)

**$\Omega$**  : vitesse de rotation de l'arbre moteur (en rad/s)

**$\Gamma_{em}$**  : couple électromagnétique délivré par la M.C.C. (en N.m)

**$\Gamma_r$**  : couple résistant (en N.m)

**k** : constante électromagnétique de la machine (en V.s)

**E** : force électromotrice de la machine (en V)

**U** : tension d'induit de la machine (en V)

$L$  : inductance du bobinage de la machine (en H)

$R$  : résistance du bobinage de la machine (en  $\Omega$ )

**Sign** : la fonction signe

**X** : le vecteur d'état

**Y** : le vecteur de sortie

**U** : le vecteur de commande

$L_g(\mathbf{s})$  : la dérivée de Lie de la fonction  $\mathbf{s}$  suivant le champ de vecteur  $\mathbf{g}$

$\frac{\partial s}{\partial x}$  : dérivée de  $s$  par rapport à  $x$

**V(x)** : fonction de Lyapunov

$U_{eq}$  : la commande équivalente

$I_{ref}$  : le courant de référence

**SDH** : Système Dynamique Hybride

**Init** : l'ensemble des conditions initiales

$T_{ij}$  : les conditions de transition du mode  $i$  vers le mode  $j$

**h** : la fonction de sortie

$M_x$  : le domaine de définition du vecteur d'état

$M_u^n$  : le domaine de définition du vecteur de commande

$\hat{\bullet}$  : la valeur estimée du vecteur  $\bullet$

$\tilde{\bullet}$  : la différence entre la valeur estimée et la valeur réelle

$\Lambda$  : la matrice des gains correctifs de l'observateur

$\varepsilon$  : le vecteur d'état du système réduit

**Q** : matrice de l'observabilité

$\tau$  : la constante de temps

# Sommaire

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : Rappels et état de l'art</b>	
<b>1.1. Evolution des semi-conducteurs de puissance</b>	<b>5</b>
<b>1.2. Structure de conversion d'énergie multiniveaux</b>	<b>5</b>
<b>1.2.1. Convertisseur Clampé par le Neutre (NPC)</b>	<b>5</b>
<b>1.2.2. Convertisseur Multicellulaire Superposé (SMC)</b>	<b>6</b>
<b>1.2.3. Convertisseur Multicellulaire Série</b>	<b>7</b>
1.2.3.1. Apparition des convertisseurs multicellulaires série	7
1.2.3.2. Intérêt des convertisseurs multicellulaires	7
1.2.3.3. Principe de fonctionnement d'un convertisseur multicellulaire	8
1.2.3.3.1. Tension bloquée par une cellule	8
1.2.3.3.2. Courant commuté par une cellule	9
1.2.3.3.3. Relations décrivant le convertisseur	10
1.2.3.4. Les modèles mathématiques des convertisseurs multicellulaires	10
1.2.3.4.1. Modèle instantané	11
1.2.3.4.2. Modèle moyen	12
1.2.3.4.3. Modèle harmonique	13
1.2.3.5. Commande des convertisseurs multicellulaires	14
1.2.3.5.1. Commande en boucle ouverte avec MLI	14
1.2.3.5.1.1. Equilibrage naturel des tensions flottantes	15
1.2.3.5.1.2. Commande en boucle fermée	16
1.2.3.6. Observation des tensions internes	16
<b>1.3. Conclusion</b>	<b>18</b>

## **Chapitre 2 : Utilisation d'un convertisseur multicellulaire série pour la commande d'une machine à courant continu**

<b>2.1. Architecture du convertisseur utilisé pour notre application.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2. Commande du convertisseur.....</b>	<b>21</b>
<b>2.3. Rappels sur le mode glissant d'ordre supérieur.....</b>	<b>24</b>
2.3.1. Principe et avantages.....	24
2.3.2. Algorithme de commande par mode glissant d'ordre supérieur ( <i>twisting</i> ).....	25
2.3.3. Application au contrôle de la vitesse d'une machine à courant continu.....	26
<b>2.4. Les simulations.....</b>	<b>28</b>
<b>2.5. Génération de treize niveaux de tension de sortie.....</b>	<b>32</b>
<b>2.6. Conclusion.....</b>	<b>36</b>

## **Chapitre 3 : Commande par modes de glissement des convertisseurs multicellulaires**

<b>3.1. Généralités sur les modes de glissement .....</b>	<b>37</b>
3.1.1. Caractéristiques principales d'un mode de glissement.....	37
3.1.2. Principe du contrôle par mode de glissement.....	38
3.1.3. Existence d'un régime glissant.....	39
3.1.4. Comportement dynamique en mode de glissement.....	40
3.1.5. Mode de glissement réel.....	41
3.1.6. Loi de commutation avec hystérésis.....	42
3.1.7. Stabilité en mode de glissement.....	42
3.1.8. Choix de la surface de glissement.....	41
3.1.9. Système multi-entrées.....	43
3.1.10. Avantages et inconvénients de la commande par mode de glissement.....	44
<b>3.2. La commande par mode de glissement d'un convertisseur multicellulaire.....</b>	<b>45</b>
<b>3.3. Application pour un convertisseur à trois cellules.....</b>	<b>46</b>
3.3.1. La commandabilité du convertisseur à trois cellules.....	47
3.3.2. Calcul des surfaces de glissement.....	48
3.3.3. Résultats de simulation.....	49
<b>3.4. Conclusion.....</b>	<b>52</b>



## **Chapitre 4 : Modélisation et commande hybrides d'un convertisseur à trois cellules**

<b>4.1. Définition des systèmes hybrides.....</b>	<b>54</b>
<b>4.2. Exécution d'un système hybride.....</b>	<b>55</b>
<b>4.3. Trajectoire temporisée.....</b>	<b>56</b>
<b>4.4. Quelques classes de systèmes hybrides.....</b>	<b>57</b>
4.4.1. Systèmes dynamiques impulsionsnels.....	57
4.4.2. Systèmes dynamiques par morceaux .....	58
4.4.3. Systèmes dynamiques à commutation.....	59
<b>4.5. Modélisation hybride d'un convertisseur multicellulaire .....</b>	<b>59</b>
4.5.1. Application à un convertisseur à trois cellules.....	60
4.5.2. Simulation des systèmes hybrides.....	65
4.5.3. Résultats de simulation.....	67
<b>4.6. Conclusion.....</b>	<b>71</b>

## **Chapitre 5 : Observateur d'état des tensions flottantes**

<b>5.1. Observabilité d'un système non linéaire.....</b>	<b>73</b>
5.1.1. Condition de rang d'observabilité.....	74
5.1.2. Observabilité d'un convertisseur à trois cellules .....	74
<b>5.2. Modélisation en vue de l'observation des tensions flottantes.....</b>	<b>75</b>
5.2.1. Modèle exact échantillonné à la période de découpage .....	75
5.2.2. Observabilité du convertisseur à trois cellules avec le modèle exact échantillonné à la période de découpage .....	77
<b>5.3. Théorie des observateurs à modes glissants.....</b>	<b>78</b>
5.3.1. Principes de fonctionnement de l'observateur.....	78
5.3.2. Etapes de dimensionnement de l'observateur .....	80
<b>5.4. Développement d'un observateur à modes glissants pour un convertisseur à trois cellules.....</b>	<b>80</b>
5.4.1. Equation et fonctionnement de l'observateur à mode glissant.....	81
5.4.2. Condition de glissement et mode d'atteinte.....	82
5.4.3. Mode de glissement et dynamiques des erreurs d'observation.....	83
5.4.4. Paramètres et dynamiques de l'observateur.....	86

<b>5.5. Robustesse de l'observateur.....</b>	<b>87</b>
<b>5.6. Conclusion .....</b>	<b>92</b>
<b>Conclusion générale</b>	<b>93</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>95</b>
<b>Annexes</b>	<b>98</b>

# **Introduction générale**

La modélisation est une étape très importante pour la synthèse de lois de commande et d'observateurs. Sa précision dépend des objectifs recherchés. La représentation des systèmes physiques par des modèles continus a traditionnellement été le seul champ de recherche dans la théorie des systèmes. Il est cependant connu que la plupart des systèmes physiques ne sont pas de nature purement continue. En effet, plusieurs processus physiques admettent des composants (valves, interrupteurs, ...) et des phénomènes (collisions, vidange de réservoir, ...) de types discrets.

En plus des discontinuités présentes dans les systèmes physiques, les progrès intéressants de la technologie des processeurs numériques et des ordinateurs ont permis l'introduction des commandes numériques pour des systèmes de modèles continus. L'utilisation de commandes numériques permet des améliorations importantes dans le domaine de l'automatisation de commande des systèmes physiques.

L'intégration de ce type de commande et l'existence des phénomènes discrets dans des processus continus donnent naissance à des systèmes faisant intervenir des dynamiques continues et des dynamiques discrètes.

Les systèmes qui font intervenir simultanément des processus continus et des processus discrets sont appelés **systèmes hybrides**. Ils sont utilisés dans plusieurs domaines tels que les processus chimiques, le contrôle du trafic aérien, la robotique, l'automobile, etc.

La plupart des systèmes dynamiques réels sont de nature hybride. Néanmoins, il est courant que cette nature soit négligée et que ces derniers soient modélisés par des dynamiques purement continues ou purement discrètes. Cette simplification est généralement utilisée pour faciliter l'analyse et la synthèse de la commande en utilisant les différentes méthodes d'analyse déjà connues. Cependant, certains systèmes ne peuvent pas être modélisés sans prendre en compte leur nature hybride. Les chercheurs se sont alors intéressés au développement de nouvelles stratégies de calculs permettant de simplifier la modélisation et la commande hybrides des systèmes complexes et sophistiqués en adaptant les méthodes de calculs des systèmes continus.

Parmi les domaines très variés des systèmes dynamiques hybrides, on trouve les convertisseurs statiques contenant des variables continues (courant et tensions) en interaction avec des variables discrètes (état des interrupteurs).

Les convertisseurs de puissance sont utilisés comme des interfaces entre la source et la charge. Ils permettent d'adapter la puissance nécessaire à celle consommée. A partir d'une source d'énergie brute, Ils doivent alimenter les différents circuits en énergie avec un flux maîtrisé et adapté aux conditions de fonctionnement. Un intérêt remarquable a été donc donné à l'amélioration des convertisseurs de puissance. En effet, la dernière décennie a été marquée par des avancées technologiques sans précédents dans le domaine de l'électronique de puissance : apparition de nouveaux interrupteurs capables de commuter rapidement et supportant une grande tension et un grand courant, apparition de nouvelles structures de convertisseurs (structure multicellulaire) et développement de nouvelles stratégies de commande.

Pour avoir des puissances de commutation élevées, dont les besoins de l'industrie sont de plus en plus grandissants, les capacités en courant et en tension des composants de conversion utilisés doivent être augmentées. Des améliorations intrinsèques des semi-conducteurs ont permis de développer les composants IGBT pouvant fonctionner à 4.5kV et 900A. Cependant, l'utilisation de ces composants n'est pas pratique en raison de leur coût élevé et de leur puissance encore insuffisante. Il a donc fallu, afin d'augmenter la puissance traitée, développer une nouvelle structure de conversion d'énergie dont le principe repose sur la mise en série de cellules de commutation afin de répartir la tension totale au niveau de chaque cellule et de partager les contraintes en tension entre plusieurs composants semi-conducteurs. On reste ainsi à des amplitudes de tension supportables par les interrupteurs de puissance classiques.

Les convertisseurs multicellulaires apparus au début des années 90 permettent d'assurer la répartition des contraintes en tension sur les différents composants semi-conducteurs connectés en série. Cette structure permet aussi d'améliorer les formes d'ondes en sortie et notamment le contenu harmonique en utilisant un déphasage adéquat des ordres de commande. La structure multicellulaire nécessite, toutefois, l'utilisation de capacités flottantes dont les tensions aux bornes doivent être maîtrisées et maintenues à des niveaux bien définis.

Plusieurs stratégies de commandes en boucle ouverte et en boucle fermée en été développées afin de maintenir les tensions flottantes à leurs valeurs d'équilibre tout en

régulant une variable de sortie (courant ou tension). Un phénomène naturel appelé *équilibre naturel* permet de réguler les tensions flottantes des convertisseurs multicellulaires sans l'utilisation de boucle de rétroaction. Cependant, pour des applications nécessitant une dynamique de rééquilibrage plus importante, des commandes en boucle fermée sont développées. Elles nécessitent en revanche l'utilisation de capteurs de tensions flottantes dont le nombre augmente avec le nombre de cellules.

Par ailleurs, l'un des premiers succès incontestables de l'automatique a été de proposer des *observateurs d'état* comme substituts aux capteurs très souvent onéreux, permettant ainsi de réduire le coût et l'encombrement de l'installation industrielle. L'observateur est donc un système dynamique qui permet d'estimer l'état à partir d'un nombre minimal de mesures et de la connaissance des entrées du système.

L'objectif de ce travail est de trouver une stratégie de commande et un observateur d'état pour un convertisseur à trois cellules tout en respectant sa nature hybride.

Un rappel bref et un état de l'art des convertisseurs multicellulaires font l'objet d'un premier chapitre. L'évolution des convertisseurs statiques, le principe de fonctionnement et les différents modèles des convertisseurs multicellulaires ainsi que les stratégies de commandes et d'observateurs développés sont présentés.

Dans un deuxième chapitre, une utilisation d'un convertisseur multicellulaire pour la commande d'une machine à courant continu est étudiée. Une régulation directe des tensions flottantes en utilisant un algorithme basé sur le choix des redondances qui permettent d'obtenir une tension de sortie désirée est réalisée. Elle permet de commander la machine à courant continu dans les deux sens de rotation ; en moteur et en génératrice.

Le troisième chapitre est dédié à la synthèse d'une loi de commande par mode de glissement pour un convertisseur à trois cellules. Cette stratégie de commande a déjà montré ses performances quant au rejet des perturbations et à la simplicité de sa mise en œuvre.

Elle est étudiée dans ce travail pour pouvoir comparer les résultats obtenus par cette stratégie de commande basée sur un modèle instantané avec les résultats obtenus par une autre stratégie de commande basée sur un modèle hybride qui fait l'objet d'un quatrième chapitre.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude de l'observabilité et la synthèse d'un observateur d'état par mode glissant d'un convertisseur à trois cellules.

Une conclusion générale donne des perspectives pour élargir le domaine d'application des systèmes hybrides.

# **Chapitre 1**

## **Rappels et état de l'art**

Les convertisseurs statiques d'énergie électrique présentent le véritable cœur de tout système électrique ; à partir d'une source d'énergie brute, ils doivent alimenter les différents circuits en énergie. Ils visent à contrôler la puissance électrique transitant entre la source et la charge, ainsi qu'à adapter la présentation de l'énergie électrique de cette source à cette charge (redressement d'un réseau alternatif pour la charge d'une batterie, ondulation à fréquence variable pour l'entraînement d'une machine électrique à vitesse variable, etc).

Le besoin de maîtriser le transfert de niveau de puissance électrique pour des applications industrielles et de traction ferroviaire a stimulé l'amélioration des performances des convertisseurs statiques (réduction du coût, amélioration du rendement, augmentation des performances dynamiques, etc). L'évolution de ces qualités est largement due à l'amélioration des performances des semi-conducteurs de puissance qui a été très importante ces dernières années. En effet, les semi-conducteurs sont capables de commuter de plus en plus rapidement, et de tenir des tensions à l'état bloqué et des courants à l'état passant de plus en plus élevés.

Néanmoins, malgré des avancées significatives, l'évolution des possibilités des semi-conducteurs est lente à l'heure actuelle par rapport au marché de la demande, notamment au niveau des calibres en tension disponibles. Ainsi, de nombreuses études ont été menées pour concevoir de nouvelles structures de conversion d'énergie répondant aux besoins industriels.

Basées sur l'association de structures élémentaires, ces nouvelles structures de convertisseurs constituent des solutions attrayantes pour les applications moyenne tension/forte puissance.

Pour tirer pleinement profit des performances de ces nouvelles structures, elles doivent être accompagnées de stratégie de commande lui imposant un comportement souhaité. Ainsi, plusieurs stratégies de commandes en boucle ouverte et en boucle fermée ont été développées.



## 1.1. Evolution des semi-conducteurs de puissance

Les éléments de base de l'électronique de puissance sont des semi-conducteurs à base de silicium dont on peut citer les diodes, les thyristors, les transistors bipolaires, les MOSFETs, les GTOs, les IGBTs, les IGCTs, etc.

Les deux plus célèbres interrupteurs commandés sont les thyristors apparus en 1957 et les transistors bipolaires développés au début des années 60. Ils sont à l'origine de la plupart des semi-conducteurs commandés conçus jusqu'à présent.

Depuis les années 90, les interrupteurs dédiés aux applications moyenne tension, nécessitant des semi-conducteurs commandés à l'amorçage et au blocage, sont principalement les IGBTs (*Insulated Gate Bipolar Transistor*) nés en 1985 et les IGCTs (*Integrated Gate Commutated Thyristor*)[3].

Diverses technologies et connaissances ont été mises en oeuvre afin d'améliorer les propriétés des semi-conducteurs de puissance. Des efforts ont été dirigés afin de minimiser les pertes à l'amorçage et en commutation, d'opérer à des fréquences de découpage de plus en plus élevées, d'améliorer la dissipation thermique, la fiabilité et la robustesse des composants, etc. Le silicium atteignant ses limites (fréquence de découpage, thermique, etc.), de nouveaux matériaux comme le diamant et le carbure de silicium SiC sont à présent considérés pour de nouvelles avancées technologiques.

En parallèle, la hausse des niveaux de tension exigés pour les applications moyenne tension/forte puissance et la limite des calibres disponibles sur le marché légitiment l'utilisation, depuis une vingtaine d'années, de structures de conversion d'énergie multiniveaux. Ces nouvelles topologies permettent la répartition des contraintes en tension sur plusieurs interrupteurs et offrent des performances bien supérieures à celles des structures classiques.

## 1.2. Structure de conversion d'énergie multiniveaux

Les structures de conversion d'énergie multiniveaux reposent sur les associations de semi-conducteurs de puissance et pour certaines topologies de leurs connexions en série. Elles permettent de générer une tension en sortie composée d'au moins trois niveaux. Plusieurs topologies ont été imaginées et mises en œuvres [4]. Nous allons en présenter quelques unes.

### 1.2.1. Convertisseur Clampé par le Neutre (NPC)

Le convertisseur NPC (Neutral Point Clamped) trois niveaux (Figure 1.1) est apparu au début des années 1980. La répartition de la tension d'entrée sur les interrupteurs à l'état

bloqué est assurée par des diodes connectées à un point milieu (C). Ces deux diodes imposent un potentiel à  $E/2$  aux points A et B. Les trois niveaux de tension possibles en sortie ( $-E/2$ , 0 et  $E/2$ ) sont obtenus en fonction du choix des interrupteurs rendus passants. Le fonctionnement de ce convertisseur est détaillé dans [3].

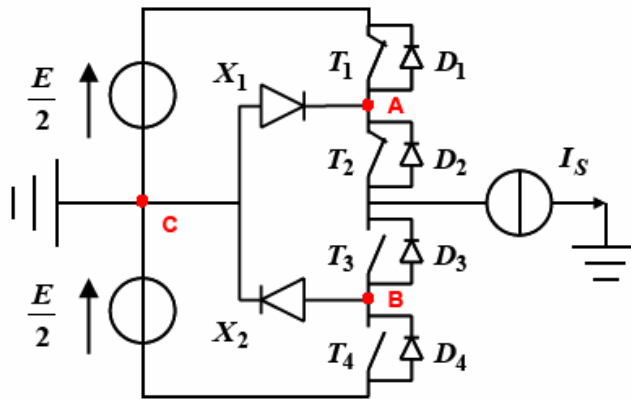


Fig.1.1. Onduleur NPC 3niveaux

### 1.2.2. Convertisseur Multicellulaire Superposé (SMC)

La structure multicellulaire superposée a été brevetée en 2000 (France) et 2001 (International) par *Guillaume Gateau*, *Thierry A. Meynard* et *Henri Foch* [5], [6].

Cette structure vise à réduire l'énergie stockée au sein du convertisseur par la diminution de la tension appliquée aux bornes des condensateurs internes. Il a été tout particulièrement étudié et réalisé dans le cas de  $n=2$  et  $p$  quelconque. La figure 1.2 représente un onduleur SMC  $p \times 2$  constitué de  $p$  cellules et  $n=2$  étages, soit  $2.p$  cellules de commutation imbriquées et  $(p-1).n=2(p-1)$  condensateurs flottants. La tension aux bornes de ces derniers est :

$$v_{ck} = \frac{k.E}{n.p} \quad k = \{1, \dots, p-1\} [7].$$

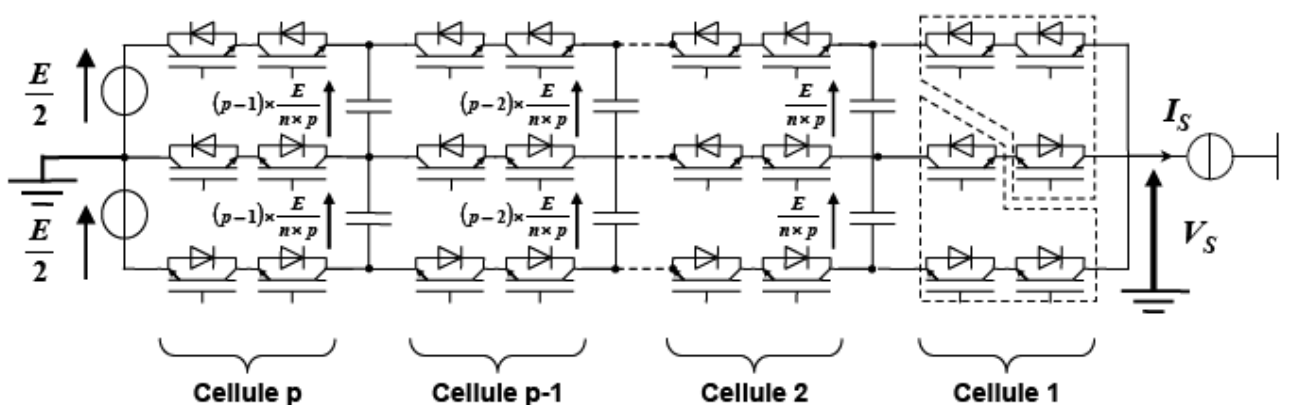


Fig.1.2. convertisseur multicellulaire superposé SMC  $p \times 2$

### 1.2.3. Convertisseur Multicellulaire Série

L'étude des convertisseurs multicellulaires série étant l'objectif de notre travail, une étude détaillée de son fonctionnement sera présentée dans cette section.

#### 1.2.3.1. Apparition des convertisseurs multicellulaires série

La mise en série des interrupteurs semblait être une solution pour les applications à grande puissance pour lesquelles la technologie n'offrait pas d'autres alternatives [8]. En effet ce fut le cas du hacheur (9kV) embarqué dans le TGV espagnol (A.V.E) en 1990 pour adapter la tension continue (3kV) délivrée par le réseau ferré espagnol. Dans ce système, la fonction « interrupteur commandé » était conçue par la mise en série de  $n$  interrupteurs de calibre plus petit. Pour fonctionner correctement, les interrupteurs mis en série de ce convertisseur doivent commuter simultanément. Cependant, le synchronisme des commutations étant impossible à obtenir, lors du blocage, le premier semi-conducteur ouvert doit supporter toute la tension. De même, lors de l'amorçage, le dernier semi-conducteur amorcé doit supporter toute la tension. Ce problème a été résolu en ajoutant un circuit R.C.D sur chaque interrupteur [8]. Mais il reste que ce principe de fonctionnement présente plusieurs inconvénients : réduction du nombre de degré de liberté, ajout d'un circuit dissipatif et augmentation des pertes engendrées.

Le convertisseur multicellulaire série est une proposition toute autre. Il propose non pas la mise en série des interrupteurs, mais la mise en série de cellules de commutation. Cette topologie de convertisseur est apparue au début des années 1990 à la suite d'un brevet déposé par *Thierry A. Meynard* et *Henri Foch* [9].

#### 1.2.3.2. Intérêt des convertisseurs multicellulaires

Les convertisseurs multicellulaires présentent essentiellement deux avantages. D'une part les structures multiniveaux permettent de limiter les contraintes en tension subies par les interrupteurs de puissance : chaque composant, lorsqu'il est à l'état bloqué, supporte une fraction d'autant plus faible de la pleine tension que le nombre de niveaux est élevé. D'autre part, la tension de sortie délivrée par les convertisseurs multiniveaux présente d'intéressantes qualités spectrales. Le fait de multiplier le nombre de niveaux de tension intermédiaires permet de réduire l'amplitude de chaque front montant ou descendant de la tension de sortie. L'amplitude des raies harmoniques est par conséquent d'autant moins élevée. Dans le cas plus précis d'un fonctionnement en modulation de largeur d'impulsion, le recours à un

convertisseur multiniveaux associé à une commande judicieuse des composants de puissance permet en outre de supprimer certaines familles de raies harmoniques [10][11].

En plus de ces deux grands avantages, les convertisseurs multicellulaires offrent la possibilité de partitionnement vis-à-vis de la défaillance la plus courante : interrupteur en cours circuit [8]. L'utilisation efficace de cette propriété nécessite un choix convenable des composants de la structure, de même qu'une réaction rapide tant de point de vue de la détection et l'isolation du défaut que du point de vue de la reconfiguration des cellules saines restantes.

### 1.2.3.3. Principe de fonctionnement d'un convertisseur multicellulaire

Les convertisseurs multicellulaires série ont été imaginés dans le double but de générer une tension de sortie multiniveaux et de réduire les contraintes en tension sur les composants de puissance. La structure multicellulaire est représentée sur la figure 1.3. [3], [11]. Elle est composée de  $p$  cellules de commutation, « séparées » les unes des autres par  $(p-1)$  condensateurs flottants.

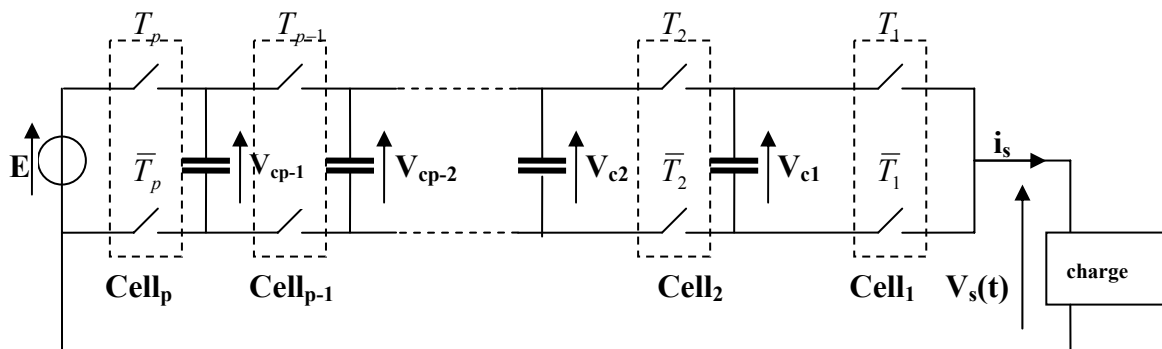


Fig. 1.3. Convertisseur multicellulaire à  $p$  cellules de commutation.

Les deux interrupteurs de chaque paire ( $T_k$  et  $\bar{T}_k$ ) ne doivent jamais être passants en même temps pour éviter de court-circuiter les sources de tension. Ceci est obtenu grâce au contrôle des deux interrupteurs avec des signaux quasi-opposés en intégrant des temps morts à chaque commutation [12].

#### 1.2.3.3.1. Tension bloquée par une cellule

Chaque cellule ( $Cell_k$ ,  $k=1$  à  $p$ ) est encadrée par deux sources de tensions flottantes intermédiaires  $V_{ck}$  et  $V_{ck-1}$ , avec  $V_{c0}=0$  et  $V_{cp}=E$ , ainsi, les tensions appliquées aux cellules de commutation sont imposées par ces sources de tensions.

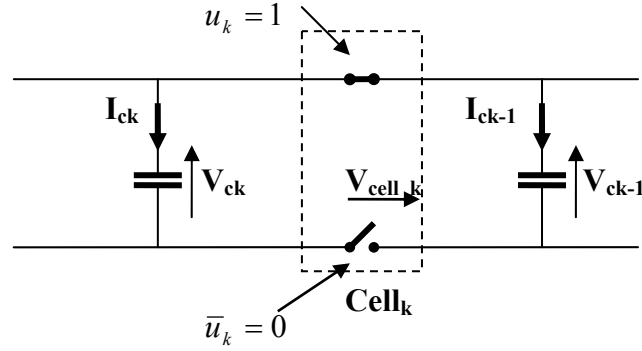


Fig.1.4. Capacités flottantes et cellule de commutation

En remarque en particulier que l'interrupteur bloqué du bas de la  $k^{\text{ème}}$  cellule doit tenir la tension  $V_{cell\_k}$ , telle que :

$$V_{cell\_k} = (V_{ck} - V_{ck-1})u_k \quad k = \{1, 2, \dots, p\}$$

$u_k$  représente la commande de l'interrupteur du haut de la  $k^{\text{ème}}$  cellule, elle vaut « 1 » lorsque l'interrupteur est fermé et « 0 » lorsqu'il est ouvert.

Dans le cadre d'utiliser  $p$  cellules de commutation avec des interrupteurs de calibre identique, il faut obtenir la même contrainte de tension pour toutes les cellules. Chaque interrupteur bloqué doit maintenir à ses bornes une tension maximum égale à :

$$V_{cell\_k} = \frac{E}{p} \quad k = \{1, 2, \dots, p\}$$

D'où une répartition régulièrement étagée des tensions internes :

$$V_{ck} = k \frac{E}{p} \quad k = \{1, 2, \dots, p\}$$

Néanmoins, cette valeur théorique évolue en pratique, car il y a circulation de courant dans les condensateurs en fonction des signaux de commande. L'ondulation résultante est stable si la valeur moyenne du courant passant dans le condensateur est nulle sur une période de découpage [8]:

$$\langle i_{ck} \rangle = 0 \quad k = \{1, 2, \dots, p\}$$

### 1.2.3.3.2. Courant commuté par une cellule

Le courant  $i_s$  prélevé par la source de courant aval est une variable continue dans le temps ; quelles que soient les commutations des cellules, il doit pouvoir circuler. En l'occurrence, en partant de  $i_s$  et en remontant vers la source de tension  $E$ , on remarque que le courant passant par l'interrupteur du haut de la  $k^{\text{ème}}$  cellule est :  $i_{T\_k} = u_k i_s$ , et le courant passant par l'interrupteur du bas est :  $i_{\bar{T}\_k} = (1 - u_k) i_s$

Selon l'état des interrupteurs des deux cellules adjacentes  $cell_{k+1}$  et  $cell_k$ , le courant passe ou pas dans le condensateur séparant ces deux cellules :

$$i_{ck} = (u_{k+1} - u_k)i_s$$

### 1.2.3.3.3. Relations décrivant le convertisseur

La tension  $V_s$  appliquée à la source de courant  $i_s$  résulte du choix des  $p$  commandes  $u_k$  des interrupteurs. En effet si on appelle  $V_{TB\_k}$  la tension aux bornes de l'interrupteur du bas de la  $k^{\text{ème}}$  cellule, on voit clairement (loi des mailles) que :

$$V_s = \sum_{k=1}^p V_{T\_k} = \sum_{k=1}^p u_k \cdot V_{cell\_k}$$

On tire alors la formule de la tension de sortie qui est une combinaison linéaire de la tension d'entrée  $E$  et des tensions flottantes ( $v_{c1}, v_{c2}, \dots, v_{cp-1}$ ) :

$$V_s(t) = \sum_{k=1}^{p-1} (u_k - u_{k+1})v_{ck} + u_p \cdot E$$

Dans le cas particulier où les  $p$  tensions cellulaires sont identiques (condensateurs équilibrés), on a :

$$V_s = \frac{E}{p} \sum_{k=1}^p u_k$$

Ainsi la tension de sortie  $V_s$  prend ses valeurs dans l'ensemble  $Q = \left\{ 0, \frac{E}{p}, \frac{2E}{p}, \dots, \frac{(p-1)E}{p}, E \right\}$

L'évolution des tensions internes  $V_{ck}$  ( $k=1 \text{ à } p$ ) est donnée par la valeur du courant  $i_{ck}$  de chaque condensateur  $C_k$ :  $i_{ck} = C_k \frac{dv_{ck}}{dt}$ . Ce courant étant lui-même déterminé par la configuration de ses deux cellules adjacentes et du courant de charge, la tension du condensateur flottant évolue avec une dérivée proportionnelle au courant de charge  $i_s$  :

$$\frac{dv_{ck}}{dt} = \frac{1}{C_k} (u_{k+1} - u_k) i_s$$

### 1.2.3.4. Les modèles mathématiques des convertisseurs multicellulaires

La modélisation est une étape très importante dans la simulation, la synthèse de lois de commande et la conception d'observateurs. La précision de la modélisation est définie selon l'objectif visé.

Un convertisseur multicellulaire série possède  $p$  interrupteurs à commander pour régler  $p$  grandeurs d'état qui sont les tensions flottantes et le courant de charge. Ces interrupteurs fournissent  $2p-1$  degrés de libertés ( $p$  rapports cycliques et  $p-1$  déphasages). Selon les degrés de liberté utilisés pour la définition d'une stratégie de commande, trois types de modèles ont été développés pour le convertisseur multicellulaire : Le modèle moyen, le modèle harmonique et le modèle instantané.

#### 1.2.3.4.1. Modèle instantané

Le modèle instantané d'un convertisseur multicellulaire représente fidèlement l'état des cellules du convertisseur à tout instant. Il est basé sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'état en fonction de l'état des interrupteurs (passant ou bloqué) du convertisseur.

En utilisant les équations définissant le convertisseur multicellulaire à  $p$  cellules de commutation avec une charge  $R\_L$  (paragraphe 1.2.2.3.3), le modèle instantané sous forme d'équation d'état est défini par:

$$\Sigma: \begin{cases} \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{1}{C_1} (u_2 - u_1) i_s \\ \vdots \\ \frac{dv_{cp-1}}{dt} = \frac{1}{C_{p-1}} (u_p - u_{p-1}) i_s \\ \frac{di_s}{dt} = -\frac{v_{c1}}{L} (u_2 - u_1) - \frac{v_{c2}}{L} (u_3 - u_2) - \dots - \frac{v_{cp-1}}{L} (u_p - u_{p-1}) - \frac{R}{L} i_s + \frac{E}{L} u_p \end{cases} \quad (1.1)$$

Notons  $X$  le vecteur d'état et  $U$  le vecteur de commandes.

$$X = \begin{bmatrix} v_c \\ i_s \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}$$

L'équation d'état instantanée d'un convertisseur à  $p$  cellules peut alors s'écrire sous la forme :

$$\dot{X} = AX + G(X)U \quad (1.2)$$

$$\text{tels que } A = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \text{ et } G(X) = \begin{bmatrix} -\frac{i_s}{C_1} & \frac{i_s}{C_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{i_s}{C_2} & \frac{i_s}{C_2} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{i_s}{C_{p-1}} & \frac{i_s}{C_{p-1}} \\ \frac{v_{c1}}{L} & \frac{v_{c2} - v_{c1}}{L} & \dots & \frac{v_{cp-1} - v_{cp-2}}{L} & \frac{E - v_{cp-1}}{L} \end{bmatrix}$$

C'est un modèle non linéaire (le vecteur  $X$  intervient dans la matrice  $G$ ) présentant un couplage entrées sorties. Son inconvénient majeur est que la commande est discontinue vu que, dans le cas idéal, la commande des interrupteurs passe de 0 à 1 en un temps nul.

Toutes les commandes en amplitude<sup>1</sup>, dont la commande par mode glissant, des convertisseurs multicellulaires sont basées sur ce modèle.

#### 1.2.3.4.2. Modèle moyen

En remplaçant les ordres de commande dans le modèle instantané par leurs valeurs

moyennes sur une période de découpage :  $\alpha_i = \frac{1}{T_D} \int_0^{T_p} u_i dt$ , et on calculant la moyenne de

l'équation 1.2. On en déduit le modèle moyen :

$$\langle \dot{X} \rangle = A \langle X \rangle + G(\langle X \rangle) U$$

Le remplacement des grandeurs du modèle instantané par leurs valeurs moyennes n'est valable que si les constantes de temps du système sont beaucoup plus grandes que la période de découpage.

L'utilisation efficace de ce modèle nécessite de fixer le déphasage entre les signaux de commande et d'utiliser les  $p$  degrés de libertés restants qui sont les rapports cycliques.

Pour maintenir les tensions aux bornes des condensateurs à leur équilibre moyen, il faut que les courants moyens  $I_{Ck} = \langle i_{Ck}(t) \rangle$  soient nuls. D'où il faut adopter des rapports cycliques  $\alpha_k$  identiques pour les fonctions de commutation  $u_k(t)$ . En effet, si on suppose  $i_s$  constant sur une période de découpage  $T_D$ , nous obtenons :

$$\langle i_{Ck} \rangle = \langle i_s \{u_{k+1} - u_k\} \rangle = i_s \{\alpha_{k+1} - \alpha_k\} = 0 \Rightarrow \alpha_k = \alpha$$

Sous sa forme générale le modèle moyen d'un convertisseur à  $p$  cellules s'écrit alors :

<sup>1</sup> : définie ultérieurement dans le paragraphe 1.2.3.5.2



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{C_1}(\alpha_1 - \alpha_2)x_p \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_2}(\alpha_2 - \alpha_3)x_p \\ \vdots \\ \dot{x}_{p-1} = \frac{1}{C_{p-1}}(\alpha_{p-1} - \alpha_p)x_p \\ \dot{x}_p = -\frac{1}{L}(\alpha_2 - \alpha_1)x_1 - \frac{1}{L}(\alpha_3 - \alpha_2)x_2 - \dots - \frac{1}{L}(\alpha_p - \alpha_{p-1})x_{p-1} - \frac{R}{L}x_p + \frac{E}{L}\alpha_p \end{cases}$$

Le vecteur  $X$  représente ici les valeurs moyennes des tensions des condensateurs et la valeur moyenne du courant de charge.

Cette méthode a l'avantage de la simplicité et de la maîtrise de la fréquence de découpage mais présente l'inconvénient d'être basée sur la valeur moyenne donc de privilégier des évolutions lentes. Elle fut la première à être utilisée pour définir des commandes pour le convertisseur multicellulaire.

#### 1.2.3.4.3. Modèle harmonique

Le modèle harmonique repose sur la décomposition en série de fourrier des signaux de commande. Il permet d'obtenir une représentation dynamique d'un convertisseur multicellulaire série en prenant en compte tous les phénomènes harmoniques. Son principe est de déterminer à partir de la connaissance des signaux de commande ( $\alpha_i$  et  $\phi_i$   $i = 1, \dots, p$ ) la phase et l'amplitude des harmoniques aux bornes des interrupteurs du bas. L'harmonique de la tension de sortie est donc obtenue en sommant ces tensions. En fonction des caractéristiques de la charge et en supposant que le courant est en régime permanent (constante de temps de la charge inférieure à la période de découpage), on détermine les harmoniques du courant dans la charge qui permettent de déterminer l'évolution des tensions des condensateurs.

L'équation d'état s'écrit alors sous la forme :

$$\dot{X} = A(\alpha, \phi)X + B(\alpha, \phi)E$$

où  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)^T$  correspond au vecteur des rapports cycliques,  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)^T$  le vecteur de phase et  $X = (v_{c1}, v_{c2}, \dots, v_{cp-1})^T$  le vecteur d'état.

Notons que le vecteur d'état est de dimension  $p-1$  vu que le courant de charge est supposé en régime permanent, cette supposition est la limitation principale de ce modèle.

Chacun d'entre ces trois modèles peut être utilisé pour synthétiser des lois de commande. Les deux premiers modèles, basés sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'état en fonction de l'état des interrupteurs du convertisseur, se différencient par la nature de leurs entrées : les rapports cycliques pour le modèle moyen et les signaux de commande pour le modèle instantané. Le modèle harmonique permet quant à lui d'agir sur les  $p$  rapports cycliques et sur les  $(p - 1)$  déphasages intercellules simultanément.

### 1.2.3.5. Commande des convertisseurs multicellulaires

Les tensions aux bornes des condensateurs flottants d'un convertisseur multicellulaire ont un impact direct sur leur fonctionnement. Ces tensions doivent donc être équilibrées à leurs valeurs de  $k.E/p$  de façon à assurer une distribution équilibrée des contraintes en tension aux bornes des interrupteurs de puissance. L'enjeu consiste à garantir un fonctionnement sécurisé en évitant les surtensions aux bornes des semi-conducteurs et à optimiser la qualité spectrale de la tension de sortie.

Pour assurer ce fonctionnement, diverses méthodes de commande en boucle ouverte et en boucle fermée ont été développées. Ainsi, l'utilisation efficace d'un convertisseur multicellulaire nécessite un choix convenable d'une loi de commande qui doit être simple pour permettre sa réalisation en temps réel mais assez précise pour obtenir le comportement désiré.

#### 1.2.3.5.1. Commande en boucle ouverte avec *MLI*

Le convertisseur multicellulaire est commandé en boucle ouverte lorsqu'aucune boucle de rétroaction n'est utilisée. Plusieurs commandes de ce type ont été réalisées. On peut citer l'exemple où les ordres de commande des composants semi-conducteurs sont donnés par la stratégie *MLI* (Modulation de Largeur d'Impulsion) et le courant et la tension de sortie sont délivrés à eux-mêmes [11].

Dans ce type de commande, on vise à contrôler la valeur moyenne de la tension de sortie sur une période de découpage  $T_D$ . C'est ce qu'on obtient classiquement en cherchant l'intersection d'un signal continu avec une porteuse triangulaire de fréquence  $F_D$ . Les rapports cycliques sont donc identiques et valent :  $\alpha = \left\langle \frac{V_s}{E} \right\rangle$  [8].

Dans ces conditions, seule la phase  $\varphi_k$  d'une fonction de commande  $u_k(t)$  par rapport à la première  $u_1(t)$  est à choisir.

Le choix d'un décalage régulier des déphasages  $\varphi_k$  tels que :  $\varphi_k = (k-1)\frac{2\pi}{p}$  présente deux grands avantages. D'une part, il permet à la tension multiniveaux de sortie d'atteindre ses niveaux intermédiaires. En effet, si toutes les porteuses étaient en phase, toutes les cellules commuteraient en même temps et seraient dans le même état de conduction. La tension de sortie n'atteindrait alors que ses valeurs extrêmes. D'autre part, il permet d'annuler les  $p-1$  premières harmoniques qui sont les plus élevées et les plus difficile à filtrer [10]. Il ne reste alors plus que les harmoniques multiples de  $p$ . Ainsi, du point de vue de la source de courant  $i_s$ , la fréquence de découpage apparente est  $p.F_D$ .

Un phénomène appelé « *Equilibrage naturel des tensions flottantes* » [3], [10], [11] que nous allons présenter brièvement, permet de réguler les tensions aux bornes des condensateurs dans le cas où une de ces tensions n'est pas à sa juste valeur  $k.E/p$ .

#### 1.2.3.5.1.1. Equilibrage naturel des tensions flottantes

Pour fonctionner correctement, le convertisseur multicellulaire a absolument besoin que les tensions aux bornes des condensateurs flottants soient équilibrées à leurs justes valeurs  $k.E/p$ .

Les convertisseurs multicellulaires série sont stables par nature à condition que le motif de commande respecte certaines symétries (déphasages inter-cellules égaux à  $\frac{2\pi}{p}$  et des rapports cycliques identiques). Ce phénomène est directement lié aux harmoniques de courant de charge provenant des harmoniques de la tension de sortie. En effet, lorsqu'une des tensions  $V_{ck}$  diffère de sa valeur  $k.E/p$ , la tension de sortie  $V_s$  possède toujours la valeur moyenne désirée ( $\alpha E$ ), mais présente des harmoniques à toutes les fréquences multiples de  $F_D$ . Ces harmoniques de tension  $\delta v_s(t)$  interagissent avec la charge pour donner des harmoniques de courant  $\delta i_s(t)$  qui contribuent à la création d'un courant  $\delta i_{ck}(t)$  dans le condensateur  $C_k$ . Ce courant est à valeur moyenne non nulle sur une période  $T_D$ . Il permet à la tension du condensateur  $V_{ck}$  d'évoluer pour retrouver son équilibre. La démonstration théorique de ce phénomène de rééquilibrage est menée dans [10].

Le phénomène d'équilibrage naturel des tensions flottantes permet au convertisseur multicellulaire de fonctionner en boucle ouverte, sans aucun asservissement de celles-ci. Il intervient en boucle ouverte quelque soient les valeurs initiales des tensions aux bornes des condensateurs flottants.

### 1.2.3.5.2. Commande en boucle fermée

La commande en *MLI* permet d'avoir un équilibrage naturel des tensions aux bornes des capacités flottantes. Cependant, pour des applications nécessitant une dynamique de rééquilibrage plus importante, différentes stratégies de commande en boucle fermée ont été imaginées et réalisées expérimentalement. La plupart d'entre elles exploitent des degrés de liberté de la topologie autres que la redondance des états de la commande. En effet, il est possible d'agir sur les  $p$  rapports cycliques, sur les  $(p - 1)$  déphasages inter-cellules ou sur les deux simultanément. Certaines de ces stratégies assurent juste le contrôle actif des tensions flottantes, d'autres contrôlent les tensions flottantes et le courant de sortie du convertisseur multicellulaire.

Les commandes en boucle fermée des convertisseurs multicellulaires sont divisées en deux grandes catégories : les commandes en durée et les commandes en amplitude.

- **Commande en durée** : Une stratégie de commande est dite « en durée » lorsque les grandeurs commandant le convertisseur sont les durées de conduction des semi-conducteurs, autrement dit, les valeurs des rapports cycliques. Parmi les commandes en durée développées jusqu'à présent, on peut citer la commande linéaire par modulation des rapports cycliques et les deux variantes de commande découplante (avec retour d'état linéaire, et non linéaire) [11].
- **Commande en amplitude** : la commande en amplitude regroupe toutes les commandes pour lesquelles l'état des interrupteurs est défini directement en fonction des grandeurs essentielles du convertisseur (courant et tension). Typiquement, toutes les commandes par fourchette (de courant, et autres), ainsi que les commandes de la valeur crête, sont des commandes en amplitude.

### 1.2.3.6. Observation des tensions internes

Même si la commande assure théoriquement la répartition de la contrainte en tension sur les interrupteurs, des déséquilibres liés à la réalisation expérimentale, peuvent tout de même apparaître. En effet, dans des applications pratiques, une petite variation de la tension d'entrée peut causer des variations aux bornes des condensateurs et des surtensions aux bornes des interrupteurs. Cela peut être fatal pour le fonctionnement du convertisseur. D'où il est nécessaire de mesurer les différentes grandeurs à réguler pour s'assurer que les tensions aux bornes des condensateurs sont à leurs valeurs désirées.

L'utilisation de capteurs de tensions flottantes pose de gros problèmes de réalisation pour un résultat souvent décevant et cela avec un coût significatif. Par ailleurs, le nombre de

capteurs nécessaires augmente avec le nombre de cellules du convertisseur. Il est alors particulièrement intéressant de pouvoir capter ces grandeurs de manière indirecte. Le besoin de développer une méthode d'observation à la fois performante et robuste à l'aide d'un nombre réduit de mesures (tension d'entrée  $E$  et courant de sortie  $i_s$ ) est donc tout à fait justifié.

L'observation d'un système donné consiste à reproduire en temps réel une image des grandeurs d'état du système à partir des ordres de commandes qui lui sont appliqués et des mesures qu'il est possible de réaliser. La figure 1.5 montre un schéma de principe d'un observateur d'état d'un convertisseur multicellulaire série.

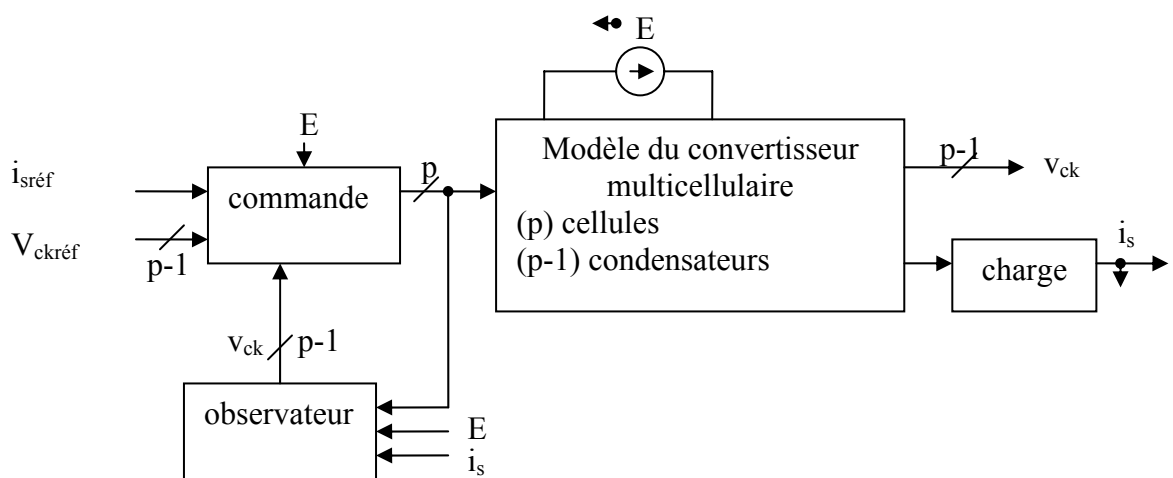


Fig1.5. Schéma de principe d'un convertisseur en boucle fermée avec observateur

Plusieurs travaux ont été menés sur l'observation des tensions intermédiaires d'un convertisseur multicellulaire série [3], [8], [13]. Les trois modèles de convertisseur étudiés dans 1.2.2.4 ne permettant pas d'observer les tensions internes, R.Bensaid [14] a développé un autre modèle « *modèle instantané échantillonné sur une période de découpage* » pour un convertisseur 4 niveaux (3 cellules) qui a permis de synthétiser un observateur d'état pour le convertisseur. Ce modèle a été ensuite utilisé pour développer deux autres observateurs : un observateur de Luenberger et un observateur de Kalman.

Le temps de calcul de ces deux types d'observateurs étant très important [12], un observateur par mode glissant a été ensuite synthétisé, il repose sur le modèle instantané échantillonné et utilise les techniques des systèmes à structure variable [15], [16]. Cette technique a montré des performances dynamiques intéressantes et une bonne robustesse en simulation.

### 1.3. Conclusion

La technologie des composants de puissance est limitée devant les besoins actuels en terme de puissance, cette limitation a légitimé le développement de nouvelles topologies de conversion d'énergie basées sur l'association en série de structures élémentaires.

Dans ce chapitre nous avons rappelé l'intérêt des convertisseurs multicellulaires : la diminution des contraintes en tension appliquée à chaque interrupteur permettant l'utilisation de composants de calibre réduit à fréquence de commutation élevée et l'obtention d'une tension de sortie multiniveaux.

Nous avons ensuite décrit le principe de fonctionnement des convertisseurs multicellulaires et présenté brièvement les différents modèles représentant ce type de convertisseur et permettant de synthétiser des lois de commande.

La commande par *MLI* en boucle ouverte permet d'avoir un équilibrage naturel des tensions flottantes autour de leurs valeurs souhaitées  $k.E/p$ . Cependant, pour des applications ayant des dynamiques élevées, il est nécessaire de commander ces tensions en boucle fermée en utilisant un retour d'état des tensions flottantes. Ceci nécessite la connaissance par mesure de toutes les tensions internes. Dans le but de réduire le coût et l'encombrement, il est préférable d'utiliser un observateur d'état pour estimer les tensions internes  $V_{Ck}$  que de les mesurer.

## **Chapitre 2**

### **Utilisation d'un convertisseur multicellulaire série pour la commande d'une machine à courant continu**

Les convertisseurs de puissance sont utilisés comme des interfaces entre la source et la charge permettant d'adapter la puissance nécessaire à celle consommée.

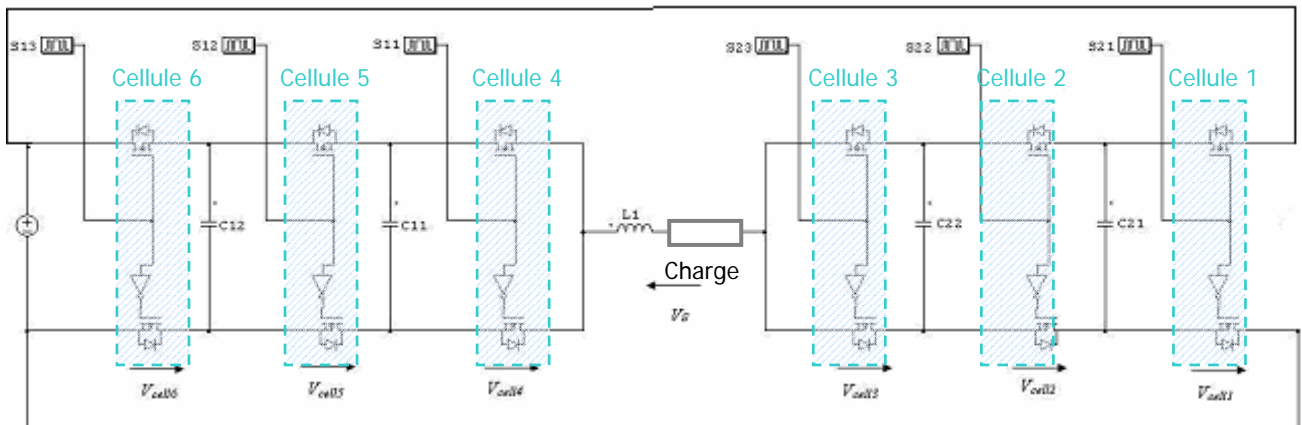
Leur utilisation dans le domaine industriel est très variée. On peut citer les variateurs de vitesse de forte puissance (1 à 8 MW) et les hacheurs de tête de locomotive ( $4 \times 1.5$  MW). Ils sont généralement utilisés pour commander la vitesse de rotation des moteurs.

L'objectif de cette section est de trouver une topologie de convertisseur statique quatre quadrants sur la base d'un convertisseur multicellulaire série, permettant de piloter une machine à courant continu (M.C.C.) dans les deux sens de rotation, en moteur et en génératrice. Tout cela à partir d'une seule source de tension.

Ensuite, nous appliquerons à la machine à courant continu une commande par mode glissant d'ordre supérieur (twisting) ; cette commande est très bien adaptée à ce type de convertisseur.

### 2.1. Architecture du convertisseur utilisé pour notre application

Pour pouvoir commander la M.C.C. en mode moteur et en mode génératrice il faut utiliser un convertisseur quatre quadrants permettant la circulation du courant dans les deux sens. Cet objectif est atteint en utilisant deux convertisseurs à trois cellules placés en série représentés sur la figure 2.1.



*Fig.2.1. Deux convertisseurs à 3 cellules placés en série*



La modélisation instantanée de ce système nous donne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dv_{c12}}{dt} = \frac{s_{13} - s_{12}}{C_{12}} i_{ch} \\ \frac{dv_{c11}}{dt} = \frac{s_{12} - s_{11}}{C_{11}} i_{ch} \\ \frac{dv_{c22}}{dt} = \frac{s_{23} - s_{22}}{C_{22}} i_{ch} \\ \frac{dv_{c21}}{dt} = \frac{s_{22} - s_{21}}{C_{21}} i_{ch} \end{cases}$$

Pour que les interrupteurs supportent tous la même tension de blocage (pour notre cas :  $V_{cellk} = E/3$ ), il faut que les tensions des condensateurs soient équilibrées aux valeurs suivantes :  $2E/3$  pour  $v_{c12}$  et  $v_{c21}$  et  $E/3$  pour  $v_{c11}$  et  $v_{c22}$ .

La tension de sortie  $V_s$  est donnée par l'équation :

$$V_s = V_{cell6} + V_{cell5} + V_{cell4} + V_{cell3} + V_{cell2} + V_{cell1}$$

On obtient alors :

$$V_s = s_{13}(E - v_{c12}) + s_{12}(v_{c12} - v_{c11}) + s_{11}v_{c11} - s_{23}v_{c22} + s_{22}(v_{c22} - v_{c21}) + s_{21}(v_{c21} - E)$$

D'où la formule finale de la tension de sortie :

$$V_s = (s_{13} - s_{21})E + (s_{12} - s_{13})v_{c12} + (s_{12} - s_{11})v_{c11} - (s_{23} - s_{22})v_{c22} - (s_{22} - s_{21})v_{c21}$$

Ainsi, selon les états des interrupteurs, la tension de sortie peut avoir sept niveaux :  $-E$ ,  $-E/3$ ,  $-E/3$ ,  $0$ ,  $E/3$ ,  $2E/3$ ,  $E$ . Ce qui confirme le fonctionnement de la M.C.C en mode moteur et génératrice.

## 2.2. Commande du convertisseur

Nous réalisons une commande directe du convertisseur. Cette commande devra conserver l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants quel que soit le sens du courant (moteur ou génératrice).

Bien entendu, vu la structure interne du convertisseur, les interrupteurs d'une même cellule doivent être commandés en commande complémentaire afin d'éviter tout court-circuit franc de la source de tension.

Les équations modélisant le convertisseur série (développées dans le chapitre 1) et la formule de la tension de sortie permettent de dresser la table 2.1. Elle donne la tension de sortie théorique ( $V_s$ ) et la charge ou décharge des condensateurs ( $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$ ,  $C_{22}$ ) en

fonction des commandes des interrupteurs ( $S_{21}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{23}$ ,  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ) et du sens du courant ( $I+$ ,  $I-$ ).

La tension de sortie							les commandes des interrupteurs						Charge et décharge des condensateurs								N°	
-E	- 2E/3	- E/3	0	E/3	2E/3	E	$S_{13}$	$S_{12}$	$S_{11}$	$S_{23}$	$S_{22}$	$S_{21}$	$C_{12}$		$C_{11}$		$C_{22}$		$C_{21}$			
													I+	I-	I+	I-	I+	I-	I+	I-		
			*				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		*					0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-	+	+	1
		*					0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-	+	+	-	-	2
	*						0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	-	+	0	0	0	3
		*					0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	+	-	0	0	0	4
	*						0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	+	-	-	+	+	5
	*						0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	+	-	-	6
*							0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
				*			0	0	1	0	0	0	0	0	0	-	+	0	0	0	0	8
			*				0	0	1	0	0	1	0	0	0	-	+	0	0	-	+	9
			*				0	0	1	0	1	0	0	0	0	-	+	-	+	+	-	10
		*					0	0	1	0	1	1	0	0	0	-	+	-	+	0	0	11
			*				0	0	1	1	0	0	0	0	0	-	+	+	-	0	0	12
		*					0	0	1	1	0	1	0	0	0	-	+	+	-	-	+	13
		*					0	0	1	1	1	0	0	0	0	-	+	0	0	+	-	14
	*						0	0	1	1	1	1	0	0	0	-	+	0	0	0	0	15
				*			0	1	0	0	0	0	-	+	+	-	0	0	0	0	0	16
			*				0	1	0	0	0	1	-	+	+	-	0	0	-	+	+	17
			*				0	1	0	0	1	0	-	+	+	-	-	+	+	-	-	18
		*					0	1	0	0	1	1	-	+	+	-	-	+	0	0	0	19
			*				0	1	0	1	0	0	-	+	+	-	+	-	0	0	0	20
		*					0	1	0	1	0	1	-	+	+	-	+	-	-	+	+	21
		*					0	1	0	1	1	0	-	+	+	-	0	0	+	-	-	22
	*						0	1	0	1	1	1	-	+	+	-	0	0	0	0	0	23
					*		0	1	1	0	0	0	-	+	0	0	0	0	0	0	0	24
				*			0	1	1	0	0	1	-	+	0	0	0	0	-	+	+	25
			*				0	1	1	0	1	0	-	+	0	0	-	+	+	-	-	26
			*				0	1	1	0	1	1	-	+	0	0	-	+	0	0	0	27
				*			0	1	1	1	0	0	-	+	0	0	+	-	0	0	0	28
			*				0	1	1	1	0	1	-	+	0	0	+	-	-	+	+	29
			*				0	1	1	1	1	0	-	+	0	0	0	0	+	-	-	30
		*					0	1	1	1	1	1	-	+	0	0	0	0	0	0	0	31
				*			1	0	0	0	0	0	+	-	0	0	0	0	0	0	0	32
			*				1	0	0	0	0	1	+	-	0	0	0	0	-	+	+	33
			*				1	0	0	0	1	0	+	-	0	0	-	+	+	-	-	34
		*					1	0	0	0	1	1	+	-	0	0	-	+	0	0	0	35
			*				1	0	0	1	0	0	+	-	0	0	+	-	0	0	0	36
		*					1	0	0	1	0	1	+	-	0	0	+	-	-	+	+	37
		*					1	0	0	1	1	0	+	-	0	0	0	0	+	-	-	38
	*						1	0	0	1	1	1	+	-	0	0	0	0	0	0	0	39
					*		1	0	1	0	0	0	+	-	-	+	0	0	0	0	0	40
				*			1	0	1	0	0	1	+	-	-	+	0	0	-	+	+	41

			*			1	0	1	0	1	0	+	-	-	+	-	+	+	-	42
			*			1	0	1	0	1	1	+	-	-	+	-	+	0	0	43
			*			1	0	1	1	0	0	+	-	-	+	+	-	0	0	44
			*			1	0	1	1	0	1	+	-	-	+	+	-	-	+	45
			*			1	0	1	1	1	0	+	-	-	+	0	0	+	-	46
		*				1	0	1	1	1	1	+	-	-	+	0	0	0	0	47
				*		1	1	0	0	0	0	0	0	+	-	0	0	0	0	48
				*		1	1	0	0	0	1	0	0	+	-	0	0	-	+	49
				*		1	1	0	0	1	0	0	0	+	-	-	+	+	-	50
			*			1	1	0	0	1	1	0	0	+	-	-	+	0	0	51
				*		1	1	0	1	0	0	0	0	+	-	+	-	0	0	52
			*			1	1	0	1	0	1	0	0	+	-	+	-	-	+	53
			*			1	1	0	1	1	0	0	0	+	-	0	0	+	-	54
		*				1	1	0	1	1	1	0	0	+	-	0	0	0	0	55
					*	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	56
					*	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-	+	57
					*	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	-	+	+	-	58
				*		1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	-	+	0	0	59
				*		1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	+	-	0	0	60
			*			1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	+	-	-	+	61
			*			1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	+	-	62
			*			1	1	1	1	1	1		0	0	0	0	0	0	0	63

Tableau 2.1. Tension de sortie selon les états des interrupteurs

Dans les colonnes concernant l'équilibrage des condensateurs, les 0 traduisent une inutilisation du condensateur, les + correspondent à une augmentation de la charge du condensateur et les - à une diminution.

Grâce à cette table, en se basant sur la charge et la décharge des condensateurs, nous pouvons établir une loi de commande permettant de maintenir l'équilibrage des condensateurs en considérant que le courant est constant sur une période de découpage.

D'après la table 2.1, si nous voulons générer une tension de sortie nulle, les condensateurs ne sont pas sollicités. De même pour générer une tension  $E$  ou  $-E$ , les condensateurs ne sont pas sollicités dans ce cas non plus, donc un seul cycle de commande (ou une seule redondance) suffit pour avoir l'équilibrage des tensions. Par contre si nous voulons produire une tension de  $-E/3$  ou  $E/3$ , pour garder l'équilibrage des condensateurs il faudra utiliser trois cycles de commande différents. De même pour générer une tension de  $-2E/3$  et  $2E/3$  il nous faudra aussi au minimum trois cycles.

Ainsi, pour pouvoir équilibrer les tensions flottantes, il faut au moins trois redondances durant une période de découpage. Nous devons alors subdiviser cette dernière par trois et choisir les redondances successives qui doivent être appliquées au convertisseur pour permettre de le garder en équilibre.

Pour avoir un équilibrage meilleur nous avons subdivisé à nouveau la période de découpage par deux pour diminuer l'erreur.

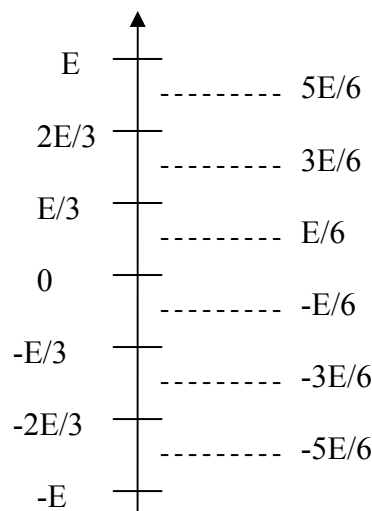
Nous remarquons sur le tableau 2.1 que nous avons plusieurs combinaisons qui permettent d'avoir les sept niveaux principaux. Nous avons choisi celles qui ont des combinaisons complémentaires en fonction de la tension de sortie. Ce choix est fait dans le but de chercher une manière de générer uniquement des commandes pour trois interrupteurs d'un convertisseur et d'en déduire les trois autres du deuxième convertisseur.

Le tableau 2.2 donne les redondances qui permettent de commander les condensateurs. Les numéros dans les cases font référence à la dernière ligne du tableau 2.1.

N°	P1	P2	P3	P4	P5	P6
E	56	56	56	56	56	56
2E/3	60	58	57	57	58	60
E/3	59	61	62	62	61	59
0	0	0	0	0	0	0
-E/3	4	2	1	1	2	4
-2E/3	3	5	6	6	5	3
-E	7	7	7	7	7	7

*Tableau. 2.2. Algorithme de commande*

Voici, sur le diagramme ci-dessous, les sept niveaux de tension pouvant être générés (à gauche) et les seuils de tension (à droite) permettant de générer la commande des interrupteurs.



La commande du convertisseur étant faite, nous nous intéressons à présent à la commande de la vitesse de la machine à courant continu que nous avons choisi en mode glissant.

## **2.3. Rappels sur les modes glissants d'ordres supérieurs**

### **2.3.1. Principe et avantages**

La méthode de base pour un asservissement de vitesse d'une machine à courant continu consiste à placer un correcteur P.I.D. qui observe l'erreur entre la consigne et la mesure, et agit directement sur le système afin de poursuivre au mieux l'action voulue. Mais cette méthode d'asservissement montre vite ses limites en termes de robustesse et de rapidité.

La théorie sur la commande par mode glissant est née il y a une cinquantaine d'années à la suite des travaux d'Utkin, mais les premiers algorithmes ne généraient pas un régime glissant idéal et pouvaient donc créer de l'instabilité locale (broutement). Une vingtaine d'années plus tard, Emelyanov a repris les anciens travaux (mode glissant d'ordre 1) et les a modifiés (mode glissant d'ordres supérieurs) en gardant tous les avantages et en supprimant ce phénomène d'instabilité tout en augmentant la précision.

Les lois de commande par mode glissant sont réalisées de manière à atteindre une surface de glissement voulue et contraindre le système à y rester. Le comportement dynamique résultant, appelé régime glissant idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface. L'algorithme des commandes par mode glissant vise à faire converger le système en temps fini afin de garantir le plus vite possible les bonnes propriétés liées au mode glissant idéal.

Il y a plusieurs avantages à utiliser cette technique de commande. Tout d'abord, le comportement dynamique résultant peut être déterminé par le choix d'une surface adéquate. Ensuite, la réponse du système en boucle fermée est totalement insensible à une classe particulière d'incertitudes paramétriques, ce qui fait de cette méthode une commande très robuste. De plus, elle a l'avantage d'être facile à mettre en œuvre même dans le cas de systèmes non linéaires. La commande par mode glissant permet également d'utiliser les mêmes paramètres quel que soit l'effet voulu (stabilisation, suivi de trajectoire,...), contrairement à une correction P.I.D.

Cette technique de rétroaction étant de type discontinu, elle se révèle particulièrement bien adaptée au contrôle des entraînements électriques car les entrées de tels systèmes (convertisseurs) sont généralement des signaux électriques binaires, donc discontinus par nature.

### 2.3.2. Algorithme de commande par mode glissant d'ordre supérieur (*twisting*)

La création de l'algorithme de commande se décompose en plusieurs parties. Tout d'abord, il faut modéliser le système que nous voulons commander. Ensuite, il faut déterminer une surface de manière à obtenir un régime glissant ayant les propriétés dynamiques désirées. Enfin, il faut générer une loi de commande discontinue paramétrée par l'algorithme ci-dessous [17].

- 1- Définir une surface S qui permettra de paramétrer la dynamique voulue, ensuite exprimer S en fonction du modèle du système et dériver deux fois :

$$\ddot{s} = SA(A.x + B.u + D.di) + SB.\dot{u} + SD.\dot{d}i$$

On obtient  $\ddot{s}$  dépendant de l'état du système, des entrées et des perturbations.

$$\ddot{s} = C(x, u, di, \dot{d}i) + SB.\dot{u}$$

- 2- En réalisant une identification des équations on en déduit les constantes ci-dessous.

$$\left| C(x, u, di, \dot{d}i) \right| < C_0 \quad \text{et} \quad 0 < K_m \leq SB < K_M$$

- 3- Ensuite, on calcule les composantes  $\alpha_m$  et  $\alpha_M$  qui paramètreront les lois de commande du twisting.

$$\alpha_m > 4 \cdot \frac{K_M}{S_0}$$

$$\alpha_m > \frac{C_0}{K_m}$$

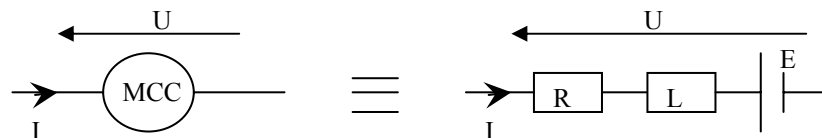
$$\alpha_M > \frac{2 \cdot C_0}{K_m} + \frac{K_M \cdot \alpha_m}{K_m}$$

- 4- Enfin, on implante l'algorithme de commande (twisting):

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & si & \|u\| \geq u_{\max} \\ -\alpha_M \cdot sign(s) & si & s \cdot \dot{s} > 0 \quad \text{et} \quad \|u\| \leq u_{\max} \\ -\alpha_m \cdot sign(s) & si & s \cdot \dot{s} \leq 0 \quad \text{et} \quad \|u\| \leq u_{\max} \end{cases}$$

### 2.3.3. Application au contrôle de la vitesse d'une machine à courant continu

Le système à asservir est une machine à courant continu (M.C.C.). Cette machine se modélise de la manière suivante :



Le fonctionnement d'une M.C.C. est régi par une équation mécanique, deux équations électromagnétiques et une équation électrique. Ces quatre équations permettent de réaliser une modélisation de la machine à asservir dépendant des paramètres internes de celle-ci.

$$\begin{aligned}
 J \cdot \frac{d\Omega}{dt} &= \Gamma em - \Gamma r \\
 \Gamma em &= k \cdot I \\
 E &= k \cdot \Omega \\
 U &= L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + E
 \end{aligned}$$

- $J$  (en N.m.s<sup>2</sup>) : moment d'inertie totale ramené à l'arbre moteur
- $\Omega$  (en rad/s) : vitesse de rotation de l'arbre moteur
- $\Gamma em$  (en N.m) : couple électromagnétique délivré par la M.C.C.
- $\Gamma r$  (en N.m) : couple résistant
- $k$  (en V.s) : constante électromagnétique de la machine
- $E$  (en V) : force électromotrice de la machine
- $U$  (en V) : tension d'induit de la machine
- $L$  (en H) : inductance du bobinage de la machine
- $R$  (en  $\Omega$ ) : résistance du bobinage de la machine

On peut maintenant appliquer l'algorithme précédent à l'asservissement en poursuite de la vitesse de rotation d'une machine à courant continu.

Nous définissons donc « e » : l'erreur entre la vitesse de rotation du moteur et la vitesse de rotation voulue.

$$e = \Omega - \Omega_{ref}$$

Ensuite nous choisissons S, la surface de glissement, du type :

$$s = e + \tau \cdot \frac{de}{dt} = (\Omega - \Omega_{ref}) + \tau \cdot \frac{d}{dt} (\Omega - \Omega_{ref})$$

Avec cette surface, le système adopte un comportement dynamique du premier ordre avec une constante de temps  $\tau$ .

Nous exprimons S en fonction des données du système :

$$S = \Omega - \Omega_{ref} + \frac{\tau}{J} \cdot k \cdot I - \frac{\tau}{J} \cdot \Gamma_r - \tau \cdot \dot{\Omega}_{ref}$$

En dérivant une première fois :

$$\dot{s} = \frac{\tau \cdot k}{J \cdot L} U_M + \frac{k}{J} \left(1 - \frac{R \cdot \tau}{L}\right) I - \frac{\tau \cdot k^2}{J \cdot L} \Omega - \dot{\Omega}_{ref} - \tau \cdot \ddot{\Omega}_{ref} - \frac{1}{J} \Gamma_r - \frac{\tau}{J} \dot{\Gamma}_r$$

En dérivant une seconde fois, nous aurons :

$$\ddot{s} = a.\dot{U}_M + b.U_M + c.I + d.\Omega + e.\ddot{\Omega}_{ref} + f.\ddot{\Omega}_{ref} + g.\Gamma_r + h.\dot{\Gamma}_r + i.\ddot{\Gamma}_r,$$

avec

$$\begin{aligned} a &= \frac{\tau.k}{J.L} \\ b &= \frac{k}{J.L} \left(1 - \frac{R.\tau}{L}\right) \\ c &= -\frac{k}{J^2.L^2} [R.(J.L - R.J.\tau) + \tau.k^2.L] \\ d &= -\frac{k^2}{J.L} \left(1 - \frac{R.\tau}{L}\right) \\ e &= -1 \\ f &= -\tau \\ g &= \frac{\tau.k^2}{J^2.L} \\ h &= -\frac{1}{J} \\ i &= -\frac{\tau}{J} \end{aligned}$$

Nous remarquons que la commande en tension  $U_M$  apparaît dès la première dérivation de  $S$  par rapport au temps. Nous prendrons donc  $\dot{U}_M$  comme nouvelle entrée. Nous réalisons en fait une extension dynamique du système. Nous intégrerons donc  $\dot{U}_M$  afin d'obtenir  $U_M$  comme consigne pour le convertisseur. Cela apporte l'avantage d'avoir une commande en entrée du convertisseur continûment variable grâce à l'intégrateur.

Grâce à cette équation, nous pouvons identifier les différents paramètres de l'algorithme du twisting.

$$\begin{aligned} \ddot{s} &= SA(A.x + B.u + D.di) + SB.\dot{u} + SD.\dot{d}i \\ \ddot{s} &= C(x, u, di, \dot{d}i) + SB.\dot{u} \\ |C(x, u, di, \dot{d}i)| &< C_0 \quad \text{et} \quad 0 < K_m \leq SB < K_M \end{aligned}$$

Maintenant il suffit de borner les variables du système afin de calculer les paramètres  $C_0$ ,  $K_m$  et  $K_M$  à appliquer à l'algorithme du twisting.

$$K_m \leq \frac{\tau.k}{J.L} < K_M$$

Nous rappelons que  $\tau$  règle directement la dynamique du système.



## 2.4. Les simulations

Nous avons simulé sous *SIMULINK* le fonctionnement d'une machine à courant continu ayant les paramètres suivants : (ce qui correspond à une machine réelle):

$$R=1 \Omega$$

$$L_{mot} = 10 \text{ mH}$$

$$J = 0.1 \text{ N.m.s}^2$$

$$K = 1.27 \text{ V.s}$$

Les paramètres de l'algorithme de twisting sont calculés pour un  $\tau$  de 0.01 et avec des conditions initiales nulles pour la vitesse de rotation et pour le courant de la machine. La machine n'étant également pas chargée. Nous obtenons alors :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & si & \|u\| \geq u_{\max} \\ -\alpha_M \cdot sign(s) & si & s \cdot \dot{s} > 0 & et & \|u\| \leq u_{\max} \\ -\alpha_m \cdot sign(s) & si & s \cdot \dot{s} \leq 0 & et & \|u\| \leq u_{\max} \end{cases}$$

avec

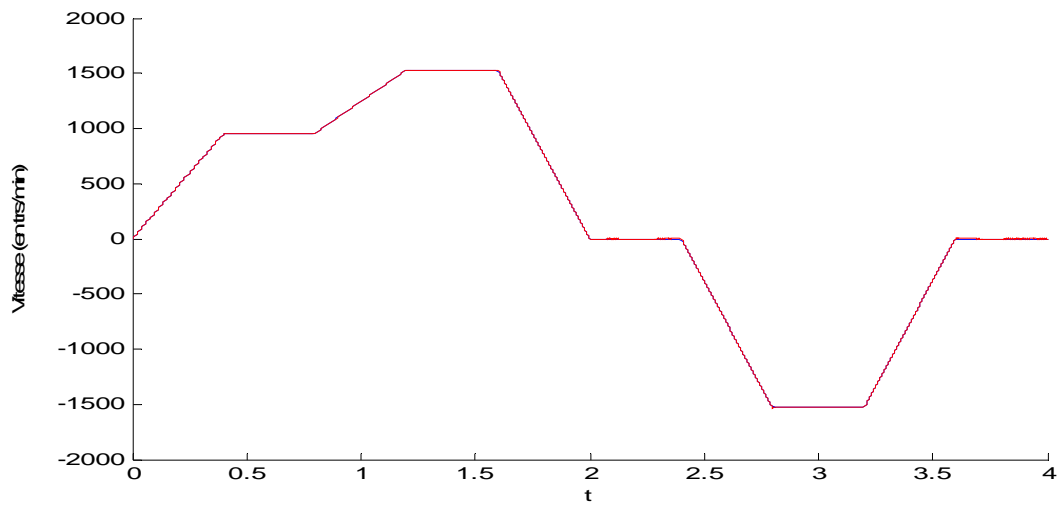
$$\alpha_M = 3.9108e + 005$$

$$\alpha_m = 6.1380e + 004$$

Du point de vu du convertisseur, les condensateurs sont initialement chargés à leurs tensions de fonctionnement. Nous ne nous intéressons alors qu'au régime permanent. En effet, il faut charger les condensateurs avant d'utiliser le convertisseur car le régime transitoire à l'allumage du convertisseur présente une multitude de problèmes.

Nous avons pris une vitesse de rotation initiale nulle, un courant nul dans la machine à courant continu ainsi qu'un couple résistant nul. La valeur de la source de tension est de  $E=600V$  et la fréquence de découpage des semi-conducteurs est de 16667 Hz (cette fréquence a été choisie en fonction des paramètres de simulation). Les condensateurs flottants du convertisseur multicellulaire ont une capacité de 440 $\mu$ F chacun. L'inductance de lissage a une valeur de 10mH. Nous avons choisi  $\tau = 0.01$  s, ce qui nous donne de bonnes propriétés dynamiques.

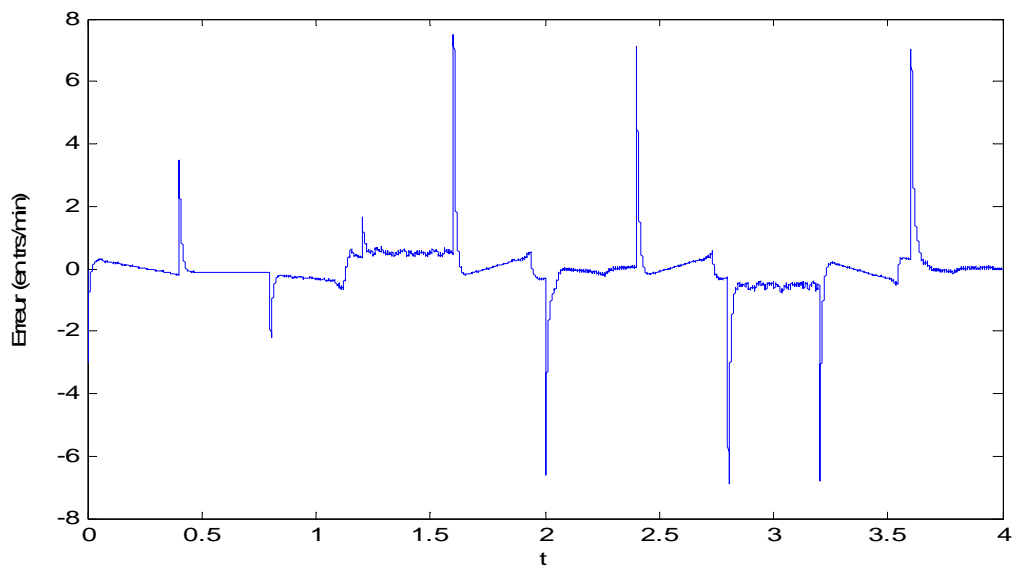
Nous avons réalisé l'asservissement en poursuite de la vitesse de rotation de la machine à courant continu. Voyons graphiquement, la réponse à la consigne donnée.



*Fig.2.2. Vitesses de rotation de la machine et de la consigne*

La réponse (en rouge) suit la consigne (en bleu).

Nous pouvons voir (ci-après) que l'erreur entre la vitesse réelle et la consigne est minime. Il y a des pointes à chaque changement brutal de la consigne de vitesse dues à l'inertie de l'arbre de la machine.



*Fig.2.3. Erreur entre la vitesse de la machine et la consigne*

Sur le graphe suivant nous voyons la tension de commande calculée par l'algorithme de commande par mode glissant (twisting) et en dessous la tension de sortie du convertisseur.

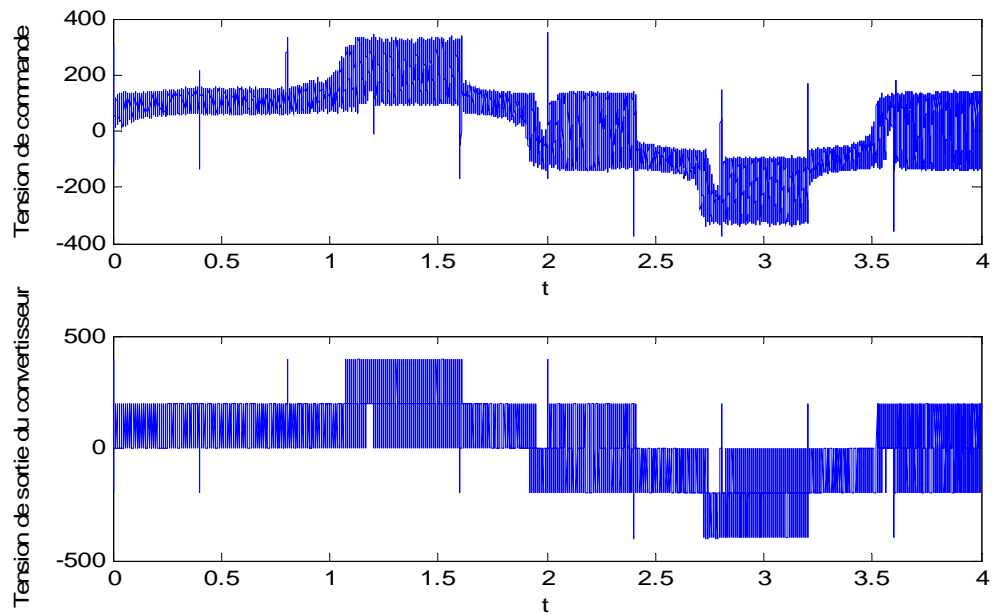


Fig.2.4. Tensions de commande et de sortie du convertisseur

Le courant circulant dans la machine comporte des pointes à chaque changement de consigne. Ces pointes pourraient être réduites, voire annulées, en augmentant  $\tau$  mais la dynamique du système s'en verrait diminuée.

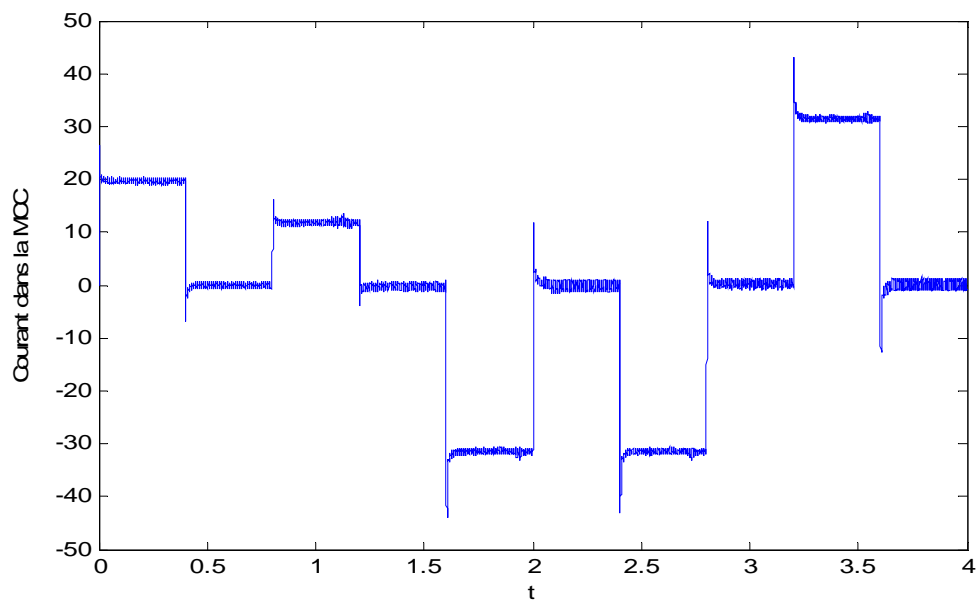


Fig.2.5. Courant traversant la M.C.C.

Nous pouvons également remarquer l'évolution des tensions aux bornes des condensateurs. Elles restent équilibrées quelle que soit la consigne (accélération et freinage dans les deux sens de rotation de la machine) cela est dû à la commande des interrupteurs qui est faite de façon à conserver, au maximum, la même charge des condensateurs sur une période de découpage.

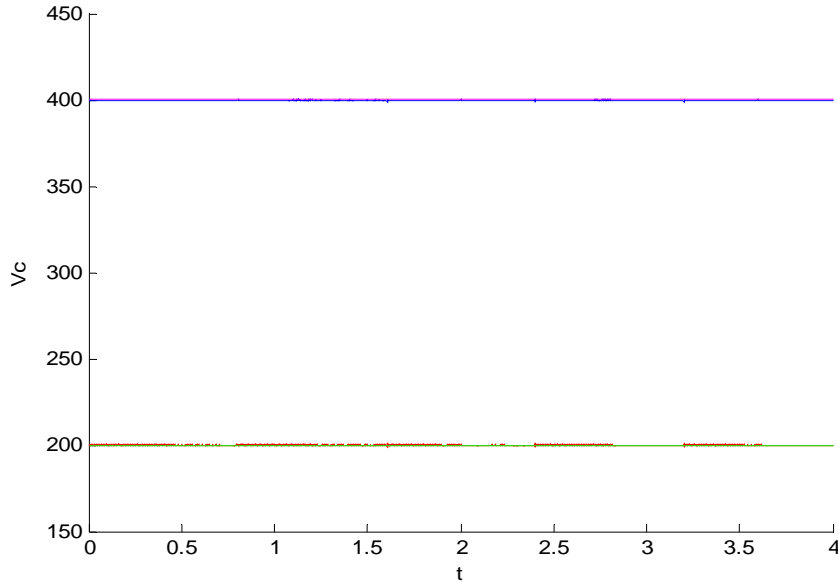


Fig.2.6. Tensions aux bornes des condensateurs flottants  $C_1, C_2, C_3, C_4$

Sur le graphe suivant, nous visualisons l'évolution de la surface  $s$  de la commande par mode glissant (twisting) de la machine à courant continu. Rappelons l'équation de cette

$$\text{surface : } s = (\Omega - \Omega_{ref}) + \tau \cdot \frac{d}{dt} (\Omega - \Omega_{ref})$$

Comme nous pouvons le voir,  $s$  dépend directement des vitesses de rotation et de ses dérivées. La surface  $s$  est contrainte à rester au voisinage de zéro. Les pics sur le graphique proviennent du changement brutal de la dérivée de la consigne.

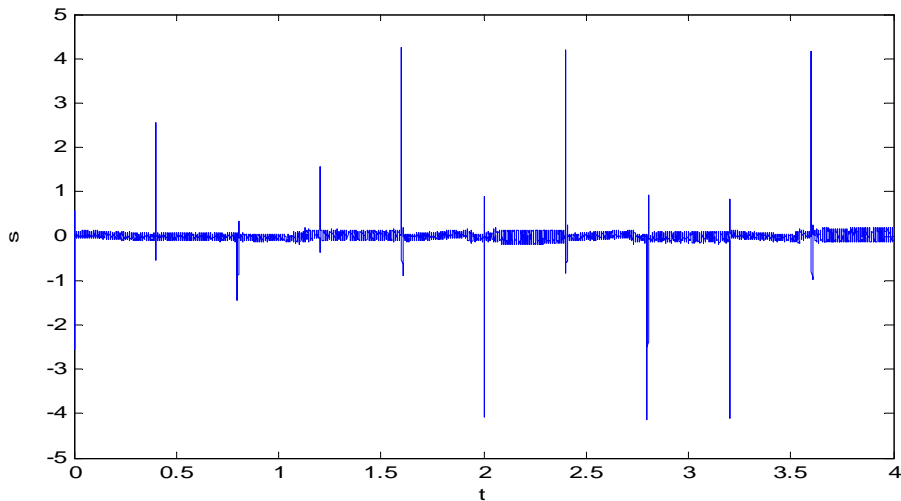


Fig.2.7. Surface de l'algorithme du twisting

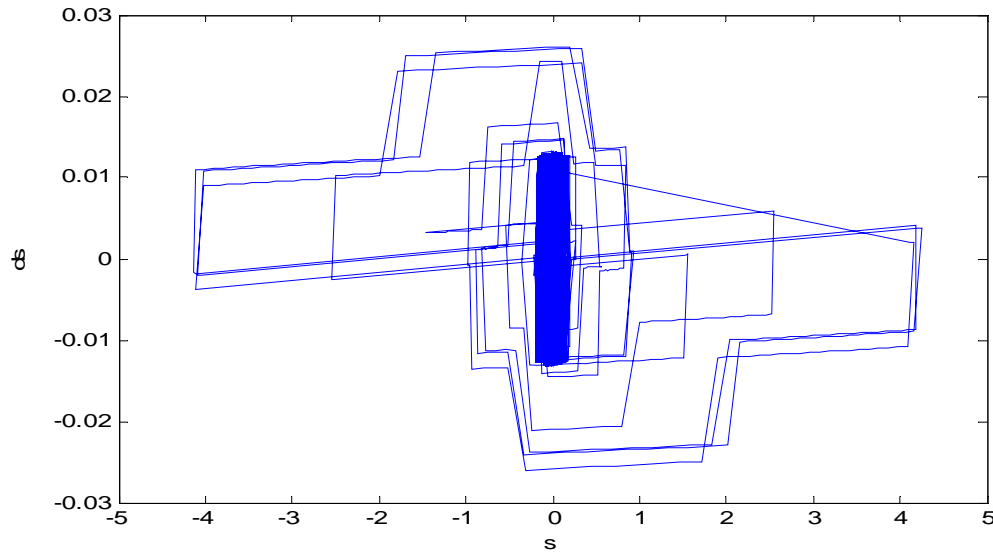
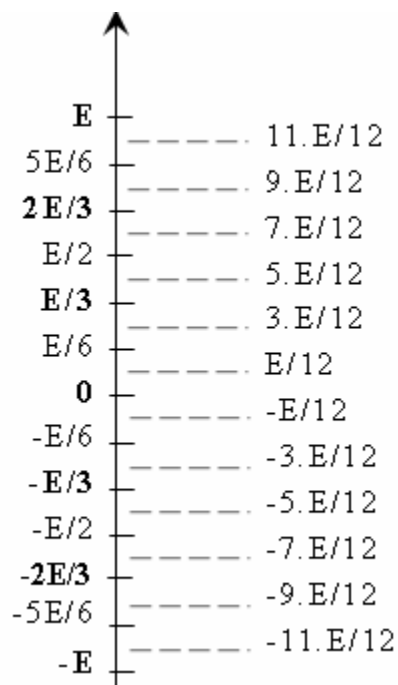


Fig.2.8. Plan ds  $O s$  de l'algorithme du twisting

### 2.5. Génération de treize niveaux de tension de sortie

Pour avoir une meilleure précision lors de la commande de la machine à courant continu; nous pouvons générer treize valeurs de tension (moyenne), à partir des sept tensions de référence en appliquant deux niveaux de tension durant une période de découpage. Ce choix est arbitraire, nous aurions pu en générer 25 ou plus...



Comme nous avons vu dans la partie précédente, la période de découpage doit être subdivisée par trois pour avoir les sept niveaux de tension principaux. Pour générer les treize

niveaux de tension possibles à partir de ces sept niveaux, nous avons de nouveau divisé la période de découpage en deux. Ainsi, nous obtenons une période de découpage divisée par six

En fait, grâce à cette division par six de la fréquence de découpage, les interrupteurs fonctionnent à une fréquence classique de découpage du convertisseur. Mais la charge elle voit une fréquence de six fois la fréquence de découpage. Ceci a l'avantage de réduire la taille des composants de filtrage (inductance) en sortie du convertisseur et autorise donc également des dynamiques de réglage plus courtes. Par la même occasion, la fréquence de découpage des interrupteurs peut être réduite afin de diminuer les pertes par commutation. Il faut donc trouver un bon compromis entre pertes et volume du convertisseur (qui vont de pair).

La commande que nous avons réalisée est une commande directe et intuitive. Nous avons généré l'algorithme de façon logique de manière à garder l'équilibrage des condensateurs tout en limitant le nombre de commutations.

Voici le tableau récapitulatif de la succession des commandes à appliquer pour obtenir, en moyenne, sur une période d'échantillonnage la tension désirée. Le numéro dans chaque case fait référence au tableau 2.1 « Commande des interrupteurs ».

N°	P1	P2	P3	P4	P5	P6
E	56	56	56	56	56	56
5E/6	56	56	56	57	58	60
2E/3	60	58	57	57	58	60
E/2	60	58	57	59	61	60
E/3	59	61	62	62	61	59
E/6	59	61	62	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
-E/6	0	0	0	1	2	4
-E/3	4	2	1	1	2	4
-E/2	4	2	1	3	5	6
-2E/3	3	5	6	6	5	3
-5E/6	3	5	6	7	7	7
-E	7	7	7	7	7	7

*Tableau 2.3 : Algorithme de Commande de treize niveaux*

Ces commandes permettent de charger et de décharger les quatre condensateurs sur une période de découpage. Cela permettra alors de garder l'équilibrage des tensions à condition que ces condensateurs soient chargés initialement à leurs valeurs désirées ( $kE/p$ ).

Nous avons effectué les mêmes simulations avec les mêmes paramètres que précédemment et nous avons obtenu les résultats suivants :

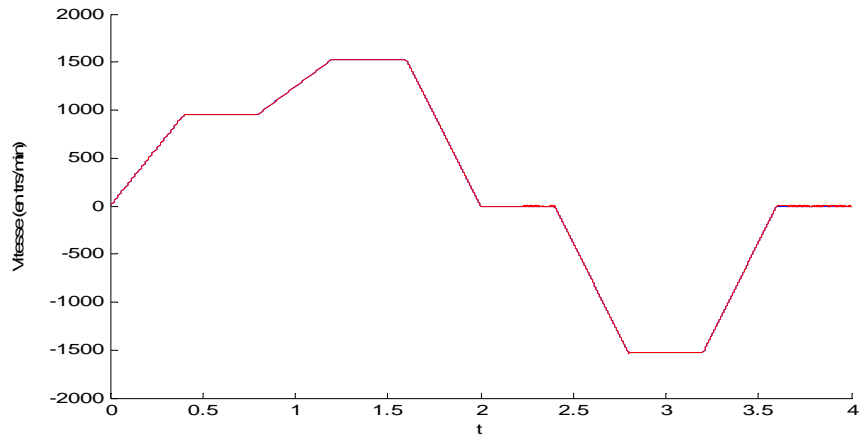


Fig.2.9. Graphe des vitesses de rotation de la machine et de la consigne

Dans ce cas aussi la réponse (en rouge) suit parfaitement la consigne (en bleu).

L'erreur entre la consigne et la vitesse commandée est très petite.

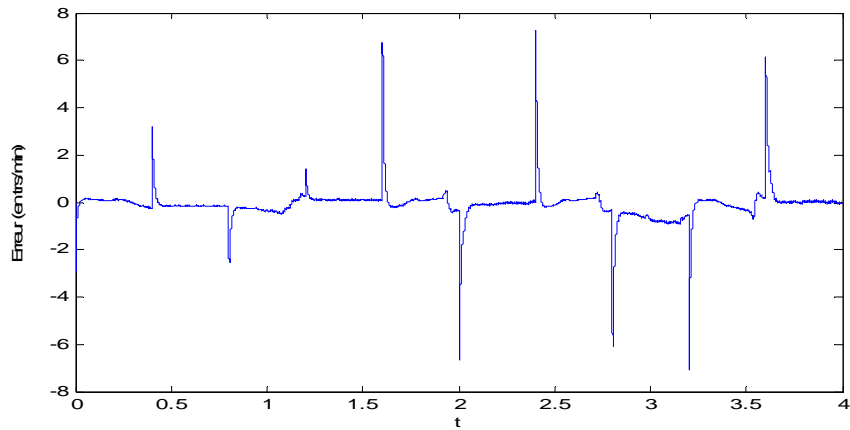


Fig.2.10. Erreur entre la vitesse de la machine et la consigne

Le graphe suivant représente la tension de commande obtenue selon les vitesses données en consigne et la tension de sortie du convertisseur.

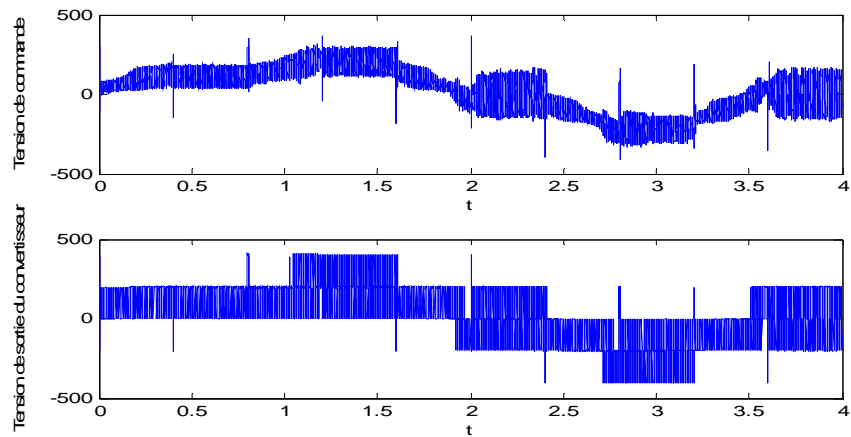


Fig.2.11. Tensions de commande et de sortie du convertisseur

Le courant circulant dans la machine est représenté sur le graphe qui suit.

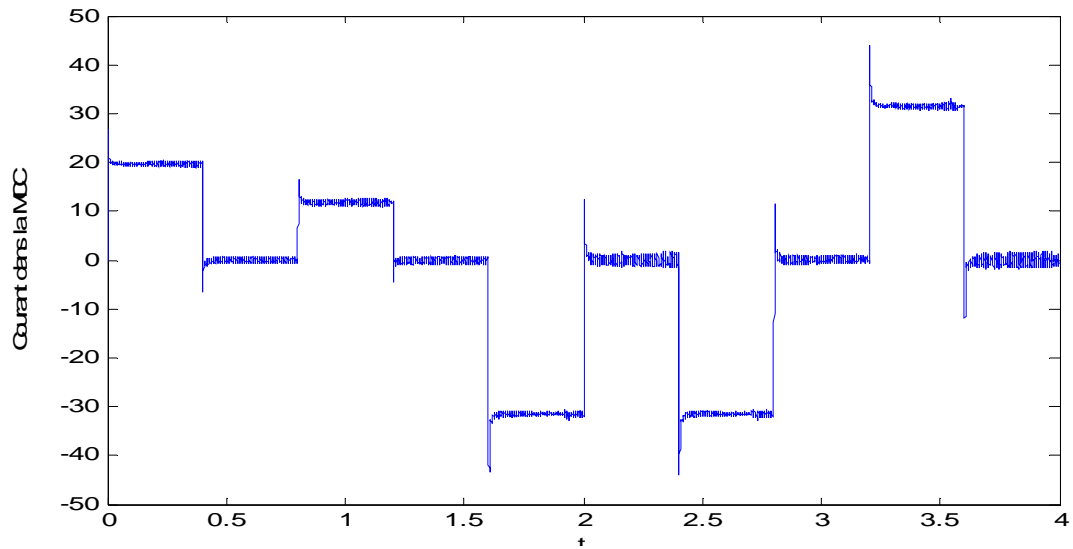


Fig.2.12. Courant traversant la M.C.C.

Nous pouvons également remarquer l'évolution des tensions aux bornes des condensateurs. Elles sont équilibrées dans ce cas aussi, mais nous remarquons que pour cette commande les tensions ne sont pas aussi bien équilibrées que pour la commande précédente, ceci est dû au découpage minimal de la période de découpage, pour avoir les mêmes performances, nous devons subdiviser encore la période de découpage par deux.

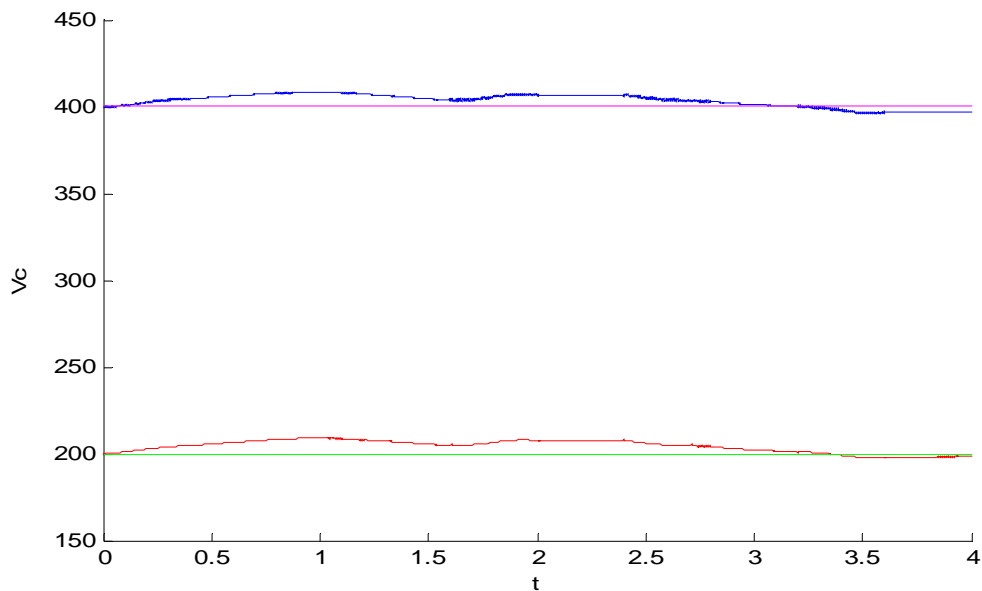


Fig.2.13. Tensions aux bornes des condensateurs flottants  $C_{12}$ ,  $C_{11}$ ,  $C_{21}$ ,  $C_{22}$



## **2.6. Conclusion**

Nous avons réussi à réaliser, via les simulations, un convertisseur multicellulaire série quatre quadrants permettant de générer des tensions positives et négatives à partir d'une unique source de tension.

Nous avons vu que le convertisseur multicellulaire série à base de six cellules, étudié précédemment, nous offre sept niveaux de tension de référence possible. Si on souhaite plus de finesse (augmentation du nombre de niveaux de tension de référence) il suffit d'augmenter le nombre de cellules dans chaque bras. Cela permettra également de réduire les contraintes en tension aux bornes des semi-conducteurs qui seront plus fiables, plus performants et moins chers.

Grâce à la mise en série des éléments de commutation et grâce à un choix adéquat des cycles de commutation (redondances), la fréquence apparente vue par la charge est beaucoup plus élevée que la fréquence de découpage des interrupteurs, ce qui permet de réduire les éléments passifs de filtrage.

Comme nous l'avons prouvé dans les paragraphes précédents, l'utilisation des algorithmes basés sur la méthode de commande par mode glissant d'ordre supérieur est très bien adaptée pour la commande des convertisseurs multicellulaires.

Cependant, cette méthode de commande n'est utilisée que du côté de la charge, le convertisseur étant commandé par une commande directe. Il sera plus intéressant de développer une commande par mode glissant permettant de stabiliser les tensions des condensateurs du convertisseur.

## **Chapitre 3**

# **Commande par modes de glissement des convertisseurs multicellulaires**

La commande des convertisseurs statiques a fait l'objet de nombreux travaux qui se situent entre le domaine de l'automatique et de l'électronique de puissance. Ces travaux visent à améliorer les performances globales du convertisseur par une meilleure adaptation de la commande à la structure du convertisseur.

Par leur principe de fonctionnement, les convertisseurs statiques sont des systèmes non linéaires à structure variable ; la configuration du circuit électrique dépend de l'état des interrupteurs. Il est donc plus judicieux d'appliquer des méthodes de réglage non linéaires et discontinues qui s'adaptent mieux au comportement particulier de ces organes de commande. Il s'agit des systèmes de réglage à structure variable fonctionnant en mode de glissement. Ils provoquent directement la commutation périodique des interrupteurs. Le phénomène transitoire s'établit alors par glissement le long d'une trajectoire imposée par une loi de commutation. Ce réglage par mode de glissement (en anglais : *sliding mode*) se prête aussi bien pour tout autre organe de commande fonctionnant par *tout ou rien*.

### **3.1. Généralités sur les modes de glissement**

#### **3.1.1. Caractéristiques principales d'un mode de glissement**

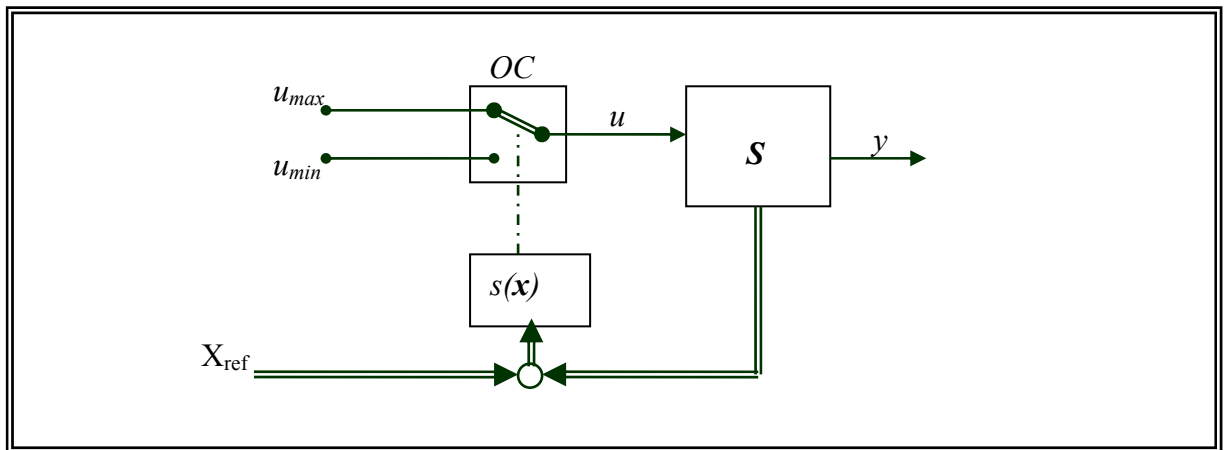
Les systèmes de réglage à structure variable par mode de glissement ont été étudiés en détail d'une manière théorique à l'aide d'outils mathématiques relevant de la géométrie ou de l'algèbre différentielle [18], [19]. Il s'agit donc d'une théorie détaillée, bien fondée et relativement complexe. Cependant, l'application de cette théorie sur un système concret donne des réalisations simples et fiables dont le fonctionnement est assez facile à comprendre d'une manière intuitive.

La régulation en mode de glissement peut être considérée comme une régulation par *tout ou rien* où l'état du système définit la position de l'organe de commande. Il existe alors dans l'espace d'état une frontière de décision appelée *surface de glissement ou surface de*

**commutation** qui délimite deux sous-espaces correspondant aux deux états possibles de l'organe de commande. La commutation de l'organe de commande permet donc de générer des trajectoires dans chacun de ces sous espaces. Le système se stabilise dans un cycle limite en générant une commutation à chaque passage par la frontière de décision. Lorsque la fréquence de commutation est infiniment élevée, la trajectoire glisse sur la surface de commutation vers le point d'équilibre.

### 3.1.2. Principe du contrôle par mode de glissement

Le but du contrôle en mode de glissement est de trouver une loi de commande telle que, étant donnée une trajectoire désirée des variables d'état  $x^d(t)$ , l'erreur de poursuite  $x(t) - x^d(t)$  tend vers zéro malgré la présence des perturbations. La structure principale d'un réglage par mode glissant est représentée sur la figure 3.1 [20].



*Fig.3.1. Principe de la régulation par mode de glissement*

Le système à régler **S** possède une grandeur de commande discontinue  $u$  et une grandeur de sortie  $y$  qui doit être asservie à la valeur de référence. Son comportement dynamique est décrit par le vecteur d'état  $x$  de dimension  $n$ . L'organe de commande **OC** doit être conçu de sorte que la grandeur de commande  $u$  ne prenne que les deux valeurs constante  $u_{max}$  ou  $u_{min}$ .

Afin d'amener la trajectoire, partant des conditions initiales quelconques, sur le point d'équilibre on définit la loi de commande suivante :

$$\left. \begin{aligned} u &= u_{max} \text{ pour } s(x) > 0 \\ u &= u_{min} \text{ pour } s(x) < 0 \end{aligned} \right\}$$

La fonction  $s(x)=0$  décrit une surface qui délimite le plan de phase en deux parties. Chaque partie représente une structure (configuration) différente du système à structure variable.

Le plan de phase du système est constitué par les trajectoires des sous systèmes dans les régions  $s(x) < 0$  et  $s(x) > 0$

Sur la surface de commutation, les trajectoires se joignent en une seule trajectoire représentée par la surface  $s(x)=0$ .

Si la commutation d'une région à l'autre se fait à une fréquence très élevée, la trajectoire glisse sur la surface de commutation vers le point d'équilibre. Le système travaille alors en mode de glissement.

Le mode de glissement est caractérisé par deux modes de fonctionnement : la phase pendant laquelle la trajectoire évolue librement dans le plan de phase avec une dynamique qui dépend des paramètres du système (mode d'atteinte ; *reaching mode*) et la phase pendant laquelle l'état du système est maintenu sur la surface de commutation (mode de glissement ; *sliding mode*).

Lorsque le système est en régime de glissement à fréquence infinie, les états  $x$  appartiennent à la variété  $s(x)=0$ . Il existe alors une relation linéaire entre les différentes variables d'état, il n'y a donc plus  $n$  variables d'états indépendantes mais  $n-1$ . L'ordre d'un système mono-entrée en mode glissant se réduit alors à  $n-1$ .

### 3.1.3. Existence d'un régime glissant

Un régime de glissement existe localement sur une région de la surface de commutation où les trajectoires du système à structure variable sont dirigées vers la surface  $s(x)=0$ . En dehors de cette région, le système change de structure mais la trajectoire continue d'évoluer librement dans l'espace d'état, elle peut rejoindre à nouveau la surface de commutation, converger vers un point d'équilibre en dehors de la surface de glissement ou diverger complètement.

La condition d'existence d'un mode de glissement telle qu'elle a été définie par Slotine [18] s'exprime par :

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s}(x) > 0$$

Le changement de la structure se réalise par une loi de commutation qui détermine l'état de l'organe de commande à deux positions en fonction du signe de  $s(x)$  ; admettant que  $u^+$  désigne l'état de l'organe de commande lorsque la trajectoire se trouve dans la région où  $s(x) > 0$  et  $u^-$  lorsqu'elle est dans la région où  $s(x) < 0$ , la loi de commutation s'écrit alors :

$$u = \begin{cases} u^+ & s(x) > 0 \\ u^- & s(x) < 0 \end{cases}$$

La condition d'existence d'un régime glissant appelé aussi *condition d'attractivité* peut alors s'écrire :

$$s(x) \cdot \dot{s}(x) < 0 \quad (3.1)$$

Le choix de  $u^+$  et  $u^-$  dépend de la dérivée de  $s(x)$  dans la direction de  $g(x)$  [15]. Dans le cas où l'organe de commande est un interrupteur,  $u^+$  et  $u^-$  représentent des valeurs numériques 0 et 1. La loi de commutation devient alors :

$$u = \begin{cases} u^+ = 1 & s(x) > 0 \\ u^- = 0 & s(x) < 0 \end{cases} \quad \text{lorsque } L_g s < 0$$

$$u = \begin{cases} u^+ = 0 & s(x) > 0 \\ u^- = 1 & s(x) < 0 \end{cases} \quad \text{lorsque } L_g s > 0$$

### 3.1.4. Comportement dynamique en mode de glissement

Une fois le système travaille en mode de glissement, la trajectoire restera sur la surface de commutation à moins qu'elle ne quitte le domaine de glissement.

Le fait de rester sur la surface  $s(x)=0$  s'exprime par  $\dot{s}(x)=0$  ; c'est la *condition d'invariance*. Puisque la fréquence de commutation est infiniment élevée, une commande équivalente  $U_{eq}$  comprise entre les valeurs limites remplace la commande discontinue. La commande équivalente est définie comme une commande continue qui appliquée à l'entrée du système maintient le système en mode de glissement. Le comportement dynamique du système en mode glissant s'exprime donc de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u_{eq} \\ s(x) = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

En dérivant  $s$  on obtient :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) + g(x)u_{eq}) = 0$$

on peut alors tirer

$$u_{eq} = - \left[ \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (3.3)$$

Il s'avère que :

$$\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \neq 0 \quad (3.4)$$

constitue une autre condition d'existence du régime glissant, elle est appelée : *condition de transversalité*.

Si l'on substitue  $u_{eq}$  dans (3.2) par (3.3) on obtient :  $\dot{x} = \left[ I - g(x) \left( \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} \right] f(x)$

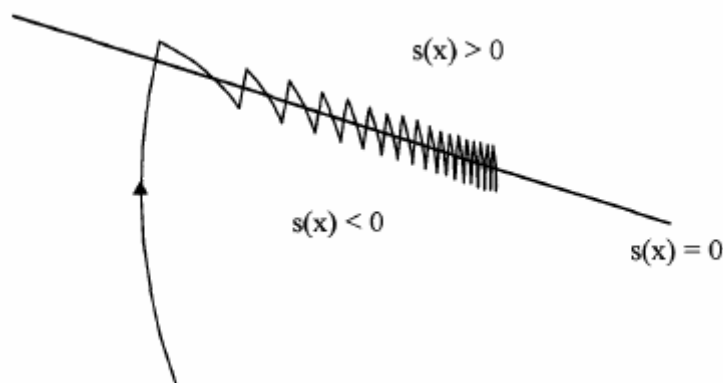
On remarque que la commande n'intervient pas dans cette équation ; la dynamique du régime glissant dépend exclusivement de la position de la surface de glissement dans l'espace d'état et éventuellement des paramètres du système.

### 3.1.5. Mode de glissement réel

Une des conditions fondamentales qui est à la base de la théorie des systèmes à structure variable est le fait que la commande  $u$  peut être commutée de façon instantanée et infiniment rapide. Ceci implique une fréquence de commutation infiniment élevée. Sous cette condition, il existe un mode de glissement idéal sur la surface  $s(x)=0$  et la commande discontinue  $u$  devient une grandeur continue.

En pratique, la fréquence de commutation est limitée par les pertes dans les organes de commande. Il convient donc de réaliser une loi de commutation qui assure que la vitesse de commutation ne dépasse pas une valeur maximale.

La limitation de la fréquence entraîne des oscillations de la trajectoire en mode de glissement autour de la surface de commutation. Il apparaît alors une ondulation résiduelle (voir [15]) sur les variables d'état (figure 3.2). En régime permanent, la trajectoire du système décrit donc un cycle limite au lieu de rester sur un point d'équilibre.



*Fig.3.2. trajectoire du système en mode de glissement réel*

Lorsque la fréquence de commutation est finie. Il y a un mouvement de la trajectoire du système autour de la surface de commutation. Pendant un certain laps de temps la grandeur de commande est égale à  $u^+$  ou  $u^-$ . On a donc  $\dot{s}(x) \neq 0$ .

Si la fréquence de commutation est élevée par rapport à la réponse dynamique de chaque configuration du système. Les oscillations autour de la surface de commutation sont faibles. Dans une région proche de  $s(x)=0$  et compte tenu de cette hypothèse, l'ondulation du système

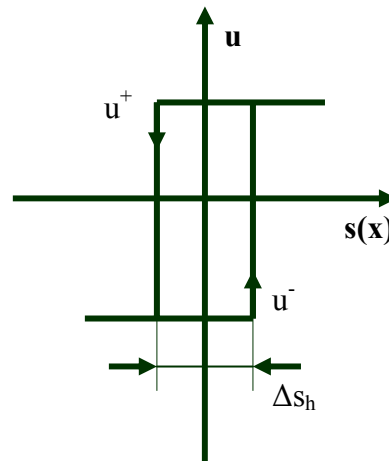
correspond à peu près à celle en mode de glissement idéal. On peut alors écrire la relation suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_{eq} \approx f(x) + g(x)u$$

L'allure temporelle de  $s(x)$  ressemble à un signal triangulaire [15] dont le temps de montée et le temps de descente sont fonction de l'état des organes de commande. La dérivée temporelle de  $s(x)$  change de signe lorsque la structure du système varie. Sa valeur est constante pendant la durée d'existence d'une configuration.

### 3.1.6. Loi de commutation avec hystérésis

La loi de commutation avec hystérésis représente la méthode la plus simple et la plus courante pour réaliser un réglage par mode de glissement. Au lieu de commuter sur la surface  $s=0$ , les commutations se font sur les surfaces  $s = \pm\Delta s_h/2$ . La figure 3.3 montre la caractéristique de commutation. La commande par mode glissant permet de contraindre l'inconvénient de broutement de la commande par mode glissant [18].



*Fig.3.3. loi de commutation avec hystérésis*

### 3.1.7. Stabilité en mode de glissement

Soit  $s(x)$  une variété contenant le point d'équilibre  $x_{eq}=0 : s(x_{eq})=0$ .

L'objectif du calcul est de montrer que si le point d'équilibre est inclus dans le domaine de glissement alors il est stable. Le critère de Lyapunov sera utilisé pour étudier la stabilité.

Posons une fonction scalaire  $V$  définie par l'équation

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2$$



$V$  est donc une fonction de Lyapunov globalement définie positive. La dérivée de  $V$  par rapport au temps vérifie l'équation  $\dot{V}(x) = s(x)\dot{s}(x)$

Ainsi, si la variété  $s(x)=0$  possède un domaine de glissement contenant le point d'équilibre  $x_{eq}$ , la fonction  $\dot{V}$  est localement semi-définie négative sur ce domaine (équation (3.1)). Le système commandé vérifie le critère de Lyapunov, le point  $x_{eq}$  est donc asymptotiquement stable.

Cette propriété est vraie pour tout système mono-entrée commandé par mode glissant. C'est là une autre propriété importante de ce type de contrôle.

### 3.1.8. Choix de la surface de glissement

Le problème essentiel d'une commande par mode de glissement réside dans le choix de la surface de commutation. Il existe un certain nombre de méthodes s'appliquant à différents types de systèmes (linéaires, non linéaires, mono-entrée, multi-entrées,...) qui permettent d'imposer un comportement désiré ou simplement d'assurer la stabilité du système en mode de glissement.

En principe, on est totalement libre dans le choix de la surface de glissement pourvu qu'un régime glissant existe localement sur cette surface et que le point d'équilibre soit stable. On est limité uniquement par la simplicité de la mise en œuvre et par les objectifs de la régulation.

Pour définir une surface de commutation, on procède d'abord à un changement de variable afin que l'état du système décrive le comportement dynamique en terme d'erreur et que l'origine de l'espace d'état devienne position d'équilibre.

$$\Delta\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

avec  $\Delta x = x - X_{ref}$ .

La fonction de commutation peut être définie comme une combinaison linéaire des variables d'états :

$$s(\Delta x) = C^T \Delta x$$

avec  $C^T = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n-1} \ c_n]^T$  désigne un vecteur de coefficients constants déterminant la dynamique du régime glissant et la région d'existence du mode de glissement.

Le libre choix des coefficients  $c_i$  est limité par l'existence locale d'un mode de glissement et la stabilité du régime glissant.

### 3.1.9. Système multi-entrées

Nous considérons un système non linéaire multi-entrées à structure variable représenté par l'équation :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i$$

$m$  étant le dimension du vecteur d'entrée. Le système possède alors  $2^m$  configurations différentes. La structure sélectionnée dépend du signe de la fonction de commutation  $s(x)$  de dimension  $m$ .

$$s(x) = [s_1(x) \ s_2(x) \ \dots \ s_m(x)]^T$$

Chaque fonction  $s_i(x)$  définit une surface de commutation  $s_i(x)=0$  de dimension  $n-1$ .

La loi de commutation qui détermine la position de l'organe de commande  $i$  s'écrit alors :

$$u_i = \begin{cases} u^+, & s_i(x) > 0 \\ u^-, & s_i(x) < 0 \end{cases}, i = 1, \dots, m$$

Lorsque l'état glisse sur une variété, l'ordre du système diminue de  $1$ . Dans le cas multi-entrées, la trajectoire peut glisser sur  $1, 2, \dots, m$  variétés à la fois. L'intersection de deux variétés de dimension  $n-1$  est de dimension  $n-2$ . L'intersection de  $m$  variétés est alors de dimension  $n-m$ . L'ordre d'un système multi-entrées peut donc diminuer de  $m$  degrés.

### **3.1.10. Avantages et inconvénients de la commande par mode de glissement**

Il est reconnu que la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle présente le point fort d'une commande par mode de glissement. Contrairement à une loi de commande classique, les performances dynamiques sont maintenues quelles que soient les variations des paramètres et quelle que soit l'amplitude des perturbations appliquées au système. De plus, la réduction de l'ordre du système constitue un autre point fort de ce type de commande, il permet de simplifier la complexité du système.

Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients :

- un phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs ;
- le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées à ces problèmes on peut citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation (hystérésis, arctangente, etc.).

## **3.2. La commande par mode de glissement d'un convertisseur multicellulaire**

Le convertisseur multicellulaire tel qu'il a été défini et modélisé au chapitre 1 constitue un système non linéaire multi-entrées à structure variable. Définir une commande par mode glissant d'un tel système revient à définir  $p$  surfaces de glissement (à chaque cellule de commutation correspond une surface  $s_i(x)=0$  de dimension  $n-1$ ) qui associées à une loi de commutation appropriée permettent d'assurer la stabilité et l'existence d'un régime glissant sur l'intersection de toutes les surfaces. L'évolution de la trajectoire du système par rapport à la position des surfaces détermine l'état des interrupteurs.

Supposons que le convertisseur fonctionne en commutation dure [2] et composé d'interrupteurs idéaux, de sources de tension ou de courant continues, d'inductances, de capacités et de résistances. Il est représenté par l'équation :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x)u_i = f(x) + G(x)U$$

En faisant un changement de variable, on peut définir la dynamique du convertisseur en fonction de l'erreur :

$$\Delta\dot{x} = f(x) + G(x)U_{eq} + G(x)\Delta U$$

$$\text{où : } \Delta x = x - X_{ref} = \left[ v_{c1} - \frac{E}{p} \quad v_{c2} - \frac{2E}{p} \quad \dots \quad v_{cp-1} - \frac{(p-1)E}{p} \quad i - I_{ref} \right]^T$$

$$\Delta U = U - U_{eq}$$

avec  $U_{eq}$  : la commande équivalente qui permet de maintenir le système en régime permanent. La condition de transversalité (équation (3.4)) permet de vérifier son existence.

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(\Delta x) = \frac{1}{2} \Delta x^T \cdot Q \cdot \Delta x \quad (3.5)$$

avec  $Q = \text{diag}(C_1 \ C_2 \ \dots \ C_{p-1} \ L)$ . Ainsi la fonction  $V$  est globalement définie positive.

La dérivée temporelle de  $V$  est :

$$\dot{V}(\Delta x) = \Delta x^T \cdot Q \cdot \Delta \dot{x}$$

Pour une référence constante, nous avons  $\Delta \dot{x} = \dot{x}$  d'où ;

$$\dot{V}(\Delta x) = \Delta x^T \cdot Q \cdot (f(x) + G(x)U) \quad (3.6)$$

$$\Rightarrow \dot{V}(\Delta x) = \Delta x^T \cdot Q \cdot f(x) + \Delta x^T \cdot Q \cdot G(x) \cdot U_{eq} + \Delta x^T \cdot Q \cdot G(x) \cdot \Delta U$$

Dans son travail de thèse, B. NICOLAS [15] a démontré en utilisant le théorème de Tellegen que :

$$\Delta x^T \cdot Q \cdot f(x) + \Delta x^T \cdot Q \cdot G(x) \cdot U_{eq} < 0$$

Il ne reste alors plus qu'à démontrer que :

$$\Delta x^T \cdot Q \cdot G(x) \cdot \Delta U < 0 \quad (3.7)$$

pour assurer la stabilité en régime permanent du point d'équilibre.

Nous avons  $\Delta x^T \cdot Q \cdot G(x) \cdot \Delta U = \sum_{i=0}^p \Delta x^T \cdot Q \cdot g_i(x) \cdot \Delta u_i$ . On définit alors une loi de commande

vérifiant l'équation (3.7) comme suit :

$$\begin{cases} \Delta u_i > 0 & \text{si } \Delta x^T \cdot Q \cdot g_i(x) < 0 \\ \Delta u_i < 0 & \text{si } \Delta x^T \cdot Q \cdot g_i(x) > 0 \end{cases}$$

Puisque  $U_{eq}$  est comprise entre 0 et 1 alors la loi de commutation devient :

$$\Delta u_i = \begin{cases} 0 - U_{eq} & \text{si } \Delta x^T \cdot Q \cdot g_i(x) > 0 \\ 1 - U_{eq} & \text{si } \Delta x^T \cdot Q \cdot g_i(x) < 0 \end{cases}$$

Nous choisissons alors  $p$  fonctions de commutation  $s_i(x) = -\Delta x^T \cdot Q \cdot g_i(x)$ . Il en résulte que l'état des interrupteurs est fonction de  $p$  fonctions de commutation. L'état de chaque interrupteur est défini par :

$$u_i = \begin{cases} 1 & \text{si } s_i(x) > 0 \\ 0 & \text{si } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Le choix de la fonction de Lyapunov  $V$  est basé sur la simplicité de mise en œuvre de la loi de commande. D'autres choix de la fonction de Lyapunov peuvent être envisagés et peuvent assurer de meilleures performances en imposant une dynamique ou en minimisant un critère quadratique [15].

### 3.3. Application pour un hacheur à trois cellules

Un hacheur à trois cellules connecté à une charge  $R\_L$  est représenté sur la figure 3.4

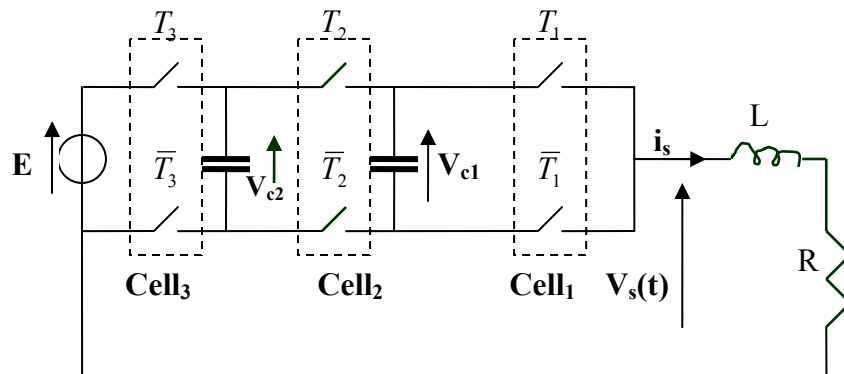


Fig.3.4. hacheur à trois cellules avec une charge  $R\_L$

Sa modélisation instantanée est représentée par le système d'équations :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{v}_{c1} \\ \dot{v}_{c2} \\ \dot{i}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{c1} \\ v_{c2} \\ i_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{i_s}{C_1} & \frac{i_s}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{i_s}{C_2} & \frac{i_s}{C_2} \\ \frac{v_{c1}}{L} & \frac{v_{c2}-v_{c1}}{L} & \frac{E-v_{c2}}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) peut être transformée sous forme affine comme suit :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^3 g_i(x)u_i$$

$$\text{avec } f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{Ri_s}{L} \end{bmatrix}, g_1(x) = \begin{bmatrix} -\frac{i_s}{C_1} \\ 0 \\ \frac{v_{c1}}{L} \end{bmatrix}, g_2(x) = \begin{bmatrix} \frac{i_s}{C_1} \\ \frac{i_s}{C_2} \\ \frac{v_{c2}-v_{c1}}{L} \end{bmatrix} \text{ et } g_3(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{i_s}{C_2} \\ \frac{E-v_{c2}}{L} \end{bmatrix}$$

### 3.3.1. Commandabilité d'un convertisseur à trois cellules

Avant de pouvoir synthétiser une loi de commande pour le convertisseur, il faut s'assurer qu'il est commandable (annexe A), c'est-à-dire vérifier la condition d'accessibilité suivante :

$$\text{Det}(g_1(x) \ g_2(x) \ g_3(x)) \neq 0$$

Nous avons :

$$\text{Det}(g_1(x) \ g_2(x) \ g_3(x)) = \text{Det} \begin{bmatrix} -\frac{i_s}{C_1} & \frac{i_s}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{i_s}{C_2} & \frac{i_s}{C_2} \\ \frac{v_{c1}}{L} & \frac{v_{c2}-v_{c1}}{L} & \frac{E-v_{c2}}{L} \end{bmatrix} = \frac{Ei_s^2}{C_1.C_2.L} \neq 0 \text{ si } i_s \neq 0$$

Le système est donc commandable sur tout l'espace d'état sauf pour  $i_s=0$ . En effet si le courant de charge est nul, la tension aux bornes des condensateurs ne peut pas évoluer quelle que soit la commande appliquée. Cette singularité a été étudié dans [21] avec une commande directe appliquée à un hacheur deux cellules.

### 3.3.2. Calcul des surfaces de glissement

On peut maintenant définir les lois de commandes qui assurent la stabilité du point d'équilibre  $X_{ref} = \left[ \frac{E}{3} \quad \frac{2E}{3} \quad I_{ref} \right]$  en utilisant les résultats de la section précédente.

$$\begin{cases} s_1(x) = -\Delta x^T \cdot Q \cdot g_1(x) = I_{ref} \cdot v_{c1} - \frac{E}{3} i_s \\ s_2(x) = -\Delta x^T \cdot Q \cdot g_2(x) = I_{ref} \cdot (v_{c2} - v_{c1}) - \frac{E}{3} i_s \\ s_3(x) = -\Delta x^T \cdot Q \cdot g_3(x) = I_{ref} \cdot (E - v_{c2}) - \frac{E}{3} i_s \end{cases}$$

Après quelques transformations (voir [16]), on réécrit ces fonctions sous forme homogène à un courant comme suit :

$$\begin{cases} s_1(x) = \frac{3I_{ref}}{E} \cdot v_{c1} - i_s \\ s_2(x) = \frac{3I_{ref}}{E} (v_{c2} - v_{c1}) - i_s \\ s_3(x) = \frac{3I_{ref}}{E} (E - v_{c2}) - i_s \end{cases} \quad (3.10)$$

Pour écrire la loi de commande stabilisante, il faut s'assurer d'abord que la commande équivalente existe en satisfaisant la condition de transversalité :  $Det(L_g s) \neq 0$ . En calculant ce déterminant, on le trouve non nul, d'où l'existence de la commande équivalente.

On peut à présent écrire la loi de commutation :

$$u_i = \begin{cases} 1 & \text{si } s_i(x) > 0 \\ 0 & \text{si } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1,2,3$$

Comme il a été rappelé dans le paragraphe 3.1.5, cette loi de commande impose une fréquence de commutation infinie ce qui est physiquement irréalisable. On est donc mené à définir une loi de commande avec hystérésis de largeur  $2\varepsilon$ . Si  $s_i(x)$  est supérieur à  $\varepsilon$  la sortie vaut 1. Si la surface est inférieure à  $-\varepsilon$ , la sortie vaut 0. Si elle est entre  $\varepsilon$  et  $-\varepsilon$  alors la sortie est maintenue à la même valeur.

La structure de commande est représentée sur la figure 3.5.

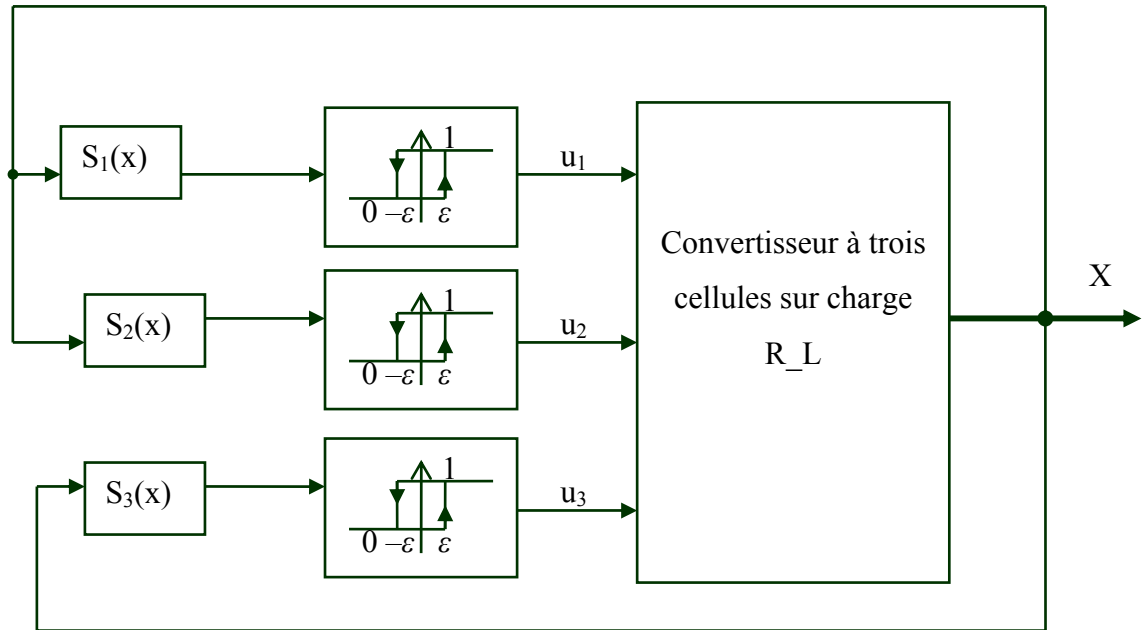


Fig.3.5. Structure de la commande par mode glissant

### 3.3.3. Résultats de simulation

Nous allons valider les performances dynamiques de cette loi de commande en utilisant une simulation sous *Simulink* pour un convertisseur à trois cellules ayant les caractéristiques suivantes :

$$C_1=C_2=10\mu F \qquad L=1mH \qquad R=20\Omega$$

La séquence de commande appliquée est :

- la tension de source croit en rampe avec une pente de  $8 \cdot 10^5$ , le courant de référence vaut alors  $20A$  ;
- à  $t=4ms$ , le courant de référence prend la valeur de  $15A$  en échelon;
- à  $t=8ms$ ; le courant de référence prend la valeur de  $10A$  en échelon
- à  $t=10ms$  le courant de référence prend la valeur de  $I_{ref}=10+5\sin(2\pi(t-8 \cdot 10^{-3})15 \cdot 10^{-3})$  et cela durant  $5m$  ;
- à  $t=15ms$  la tension d'alimentation chute de  $25\%$  et dans le même temps  $I_{ref}=10A$ .

Nous avons obtenu les résultats suivants :

La figure 3.6. montre l'évolution du courant de charge, on voit bien que la poursuite est vérifiée sur toutes les séquences de courant de référence appliquées. A l'instant  $t=15ms$ , la tension chute de 25% ce qui est une perturbation pour le système, le courant présente alors un dépassement mais il est régulé rapidement pour suivre à nouveau la référence.

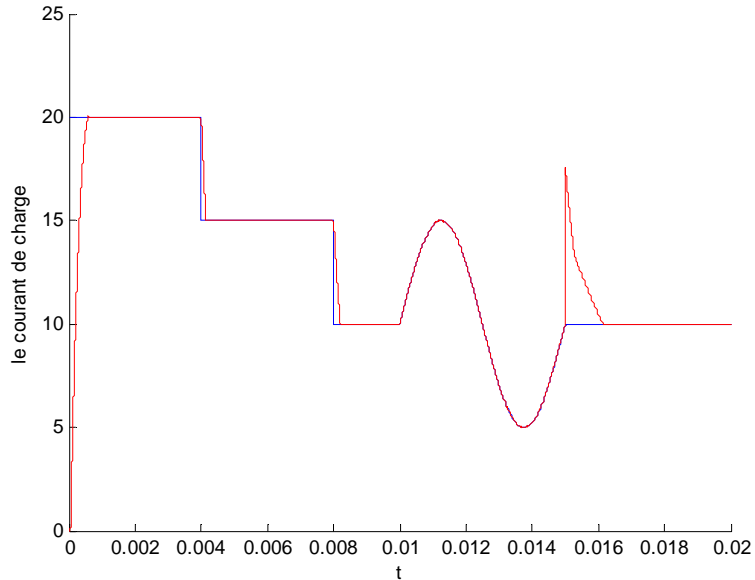


Fig.3.6. Evolution du courant de charge

La figure 4.7. représente l'évolution des tensions flottantes, l'équilibre de ses tensions est assuré indépendamment des variations du courant de référence. A l'instant de chute de la tension de référence, les tensions flottantes mettent du temps pour trouver leur équilibre aux nouvelles valeurs de références. C'est le temps nécessaire pour les condensateurs pour perdre une quantité de leurs charges. Il est en fonction des capacités  $C_1$  et  $C_2$  des condensateurs.

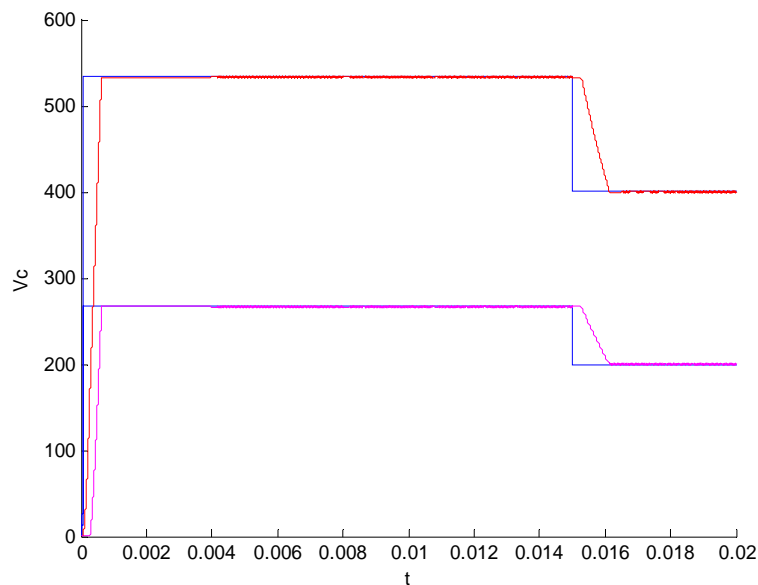


Fig.3.7. Evolution des tensions des condensateurs



L'évolution de la tension de sortie est représentée sur la figure 3.8. Les quatre niveaux  $E$ ,  $2E/3$ ,  $E/3$  et  $0$  sont bien présentés quels que soit les changements des séquences pour la tension et le courant de référence.

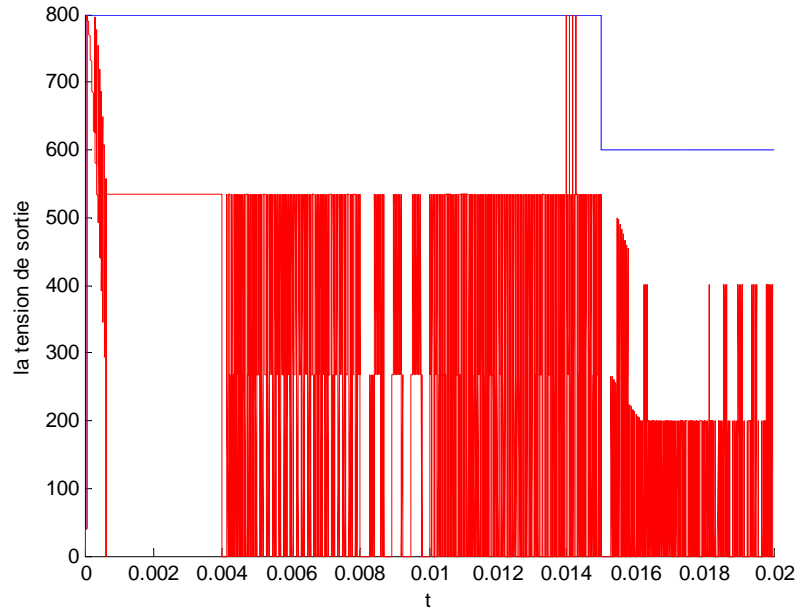


Fig.3.8. Evolution de la tension de sortie

La séquence de commande des interrupteurs assurant la commande du convertisseur et obtenue selon les signes des surfaces de glissement est représentée sur la figure 3.9.

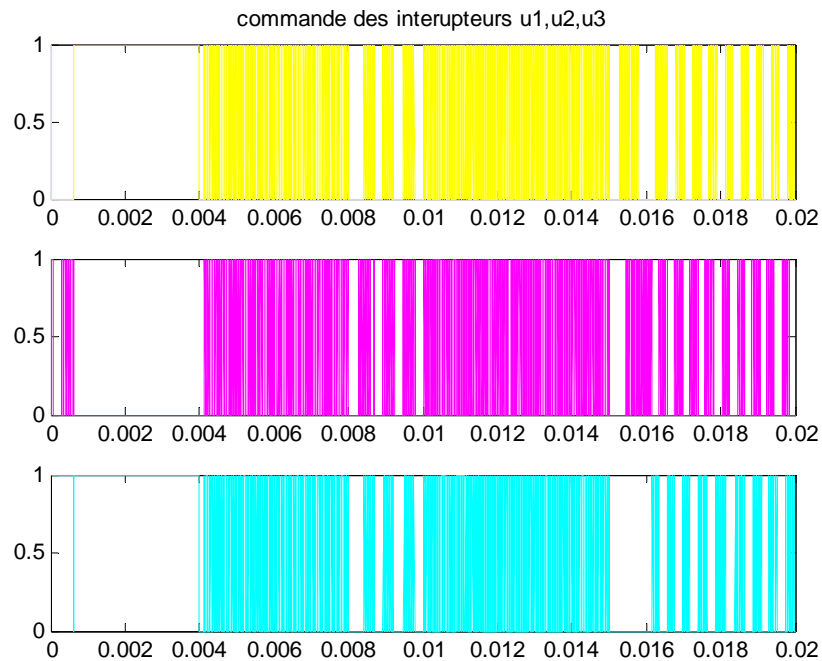


Fig.3.9. Evolution des commandes des interrupteurs

La figure 3.10. représente l'évolution des trois surfaces de commutation, elles présentent des commutations autour de la valeur 0. Lorsqu'une variation de la tension ou du courant de référence arrive, les surfaces s'éloignent de la valeur 0 mais reviennent à s'annuler très vite.

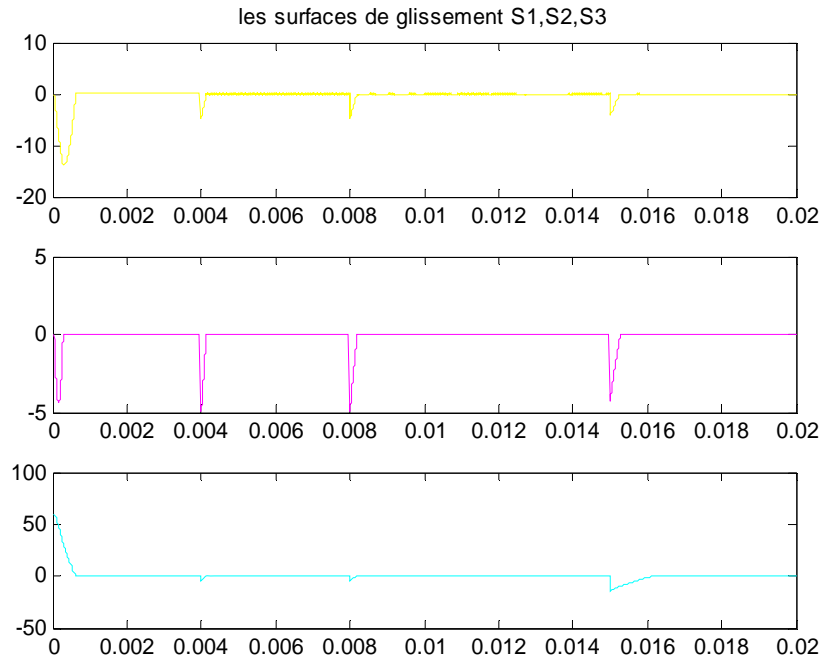


Fig.3.10. Evolution des surfaces de glissement

### 3.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé une commande classique par mode glissant d'un convertisseur à trois cellules considéré comme un système à structure variable. Cette méthode est capable de commander les interrupteurs des cellules imbriquées d'une manière indépendante en fonction de trois fonctions de commutations choisies de manière à assurer l'existence d'un régime glissant et la stabilité du point d'équilibre. La méthode de *Lyapunov* a permis de trouver facilement les surfaces de glissement assurant les performances recherchées. Cette méthode est facilement généralisable pour un convertisseur comprenant plusieurs cellules de commutation.

Les résultats de simulation ont montré que la loi de commande développée permet à la fois de maintenir le courant de charge à sa valeur de référence et d'améliorer considérablement les performances dynamiques par rapport à une commande à rapport cyclique et déphasage constant [16].

La commande par mode glissant d'un système à structure variable tient en compte les phénomènes continus en interaction avec les phénomènes discrets connu ultérieurement par le nom de systèmes hybrides. En effet la commande par mode glissant était parmi les premières stratégies de commande des systèmes hybrides.

# **Chapitre 4**

## **Modélisation et commande hybrides d'un convertisseur à trois cellules**

Un convertisseur multicellulaire est un circuit d'électronique de puissance composé de sources de tension ou de courant idéales, de circuits passifs (inductances, condensateurs et résistances) et d'interrupteurs considérés idéaux. Les différents états des interrupteurs définissent plusieurs configurations qui commutent entre elles pour donner un fonctionnement global désiré. Chaque configuration est décrite par un système d'équations linéaires représentant l'évolution de variables continues qui sont la tension et le courant. Un convertisseur multicellulaire est donc décrit par un ensemble de sous systèmes continus gouvernés par un ensemble de transitions discrètes.

Cette interaction entre des systèmes à variables continues et des systèmes à variables discrètes définit un système global de nature dite **hybride**.

L'étude des systèmes hybride a débuté récemment mais a déjà connu des essors très importants grâce à l'intérêt porté à cette nouvelle technologie. En effet plusieurs recherches ont été axées sur l'étude des systèmes hybrides afin de trouver des méthodes systématiques et unifiée d'analyse de ces systèmes [22].

Plusieurs raisons justifient l'importance de l'utilisation des systèmes hybrides pour représenter le comportement des systèmes physiques : en plus de l'utilisation des ordinateurs pour la commande des processus continus qui donne un système global hybride et de la nature hybride de plusieurs systèmes (présence de valves, d'interrupteurs, ...), la réduction de la complexité a toujours été et reste une raison importante pour le choix du modèle hybride. En effet, pour éviter par exemple de manipuler des équations non linéaires, il est plus facile de travailler avec un ensemble de modèles à équations linéaires simples avec des sauts entre ces modèles. Cette manière de faire est plutôt une approche commune pour la modélisation des systèmes non linéaires.

#### 4.1. Définition des systèmes hybrides

Les systèmes dynamiques hybrides (SDH) sont des systèmes dynamiques faisant intervenir explicitement et simultanément des phénomènes de types continu et événementiel et qui nécessitent, pour leur description, l'utilisation de fonctions du temps continues par morceaux et de fonctions à valeurs discrètes. Ces fonctions représentent aussi bien l'état interne que les entrées, les sorties et les perturbations. Le caractère hybride d'un système peut provenir du système lui-même ou de sa commande. C'est le cas, par exemple, de la commande tout-ou-rien d'un système continu.

Par extension, lorsque dans un même système physique certaines grandeurs varient très rapidement (quasi-instantanément) par rapport aux autres, une modélisation hybride de ce système est envisageable et donne souvent de bien meilleurs résultats qu'une modélisation continue.

Ainsi, les domaines d'application des systèmes hybrides sont extrêmement nombreux et variés; on peut citer entre autres l'informatique [23], l'industrie automobile, la robotique, le contrôle du trafic aérien, la biologie ...

Par conséquent, une définition unifiée des systèmes hybrides pouvant servir d'environnement théorique à la description de ces phénomènes est difficile.

La définition donnée dans [24] nous semble relativement complète :

**Définition1 ([24]) :** *un système dynamique hybride  $H$  est une collection*

$$H = (\mathcal{Q}, \mathcal{E}, \mathcal{D}, \mathcal{U}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$$

où

- $\mathcal{Q} = \{1, \dots, N\}$  est l'ensemble dénombrable des états discrets (modes).
- $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{Q} \times \mathcal{Q}$  est l'ensemble des arêtes (ou transitions) ;
- $\mathcal{D} = \{\mathcal{D}_q\}_{q \in \mathcal{Q}}$  est la collection des domaines d'évolution des états continus, quel que soit  $q \in \mathcal{Q}$ ,  $\mathcal{D}_q$  est un sous ensemble de  $\mathfrak{R}^n$ ,  $n$  étant la dimension du vecteur d'état ;
- $\mathcal{U} = \{\mathcal{U}_q\}_{q \in \mathcal{Q}}$  est la collection des domaines de contrôle. Quel que soit  $q \in \mathcal{Q}$ ,  $\mathcal{U}_q$  est un compact de  $\mathfrak{R}^m$ ,  $m$  étant la dimension du vecteur de commande ;
- $\mathcal{F} = \{f_q\}_{q \in \mathcal{Q}}$  est la collection des champs de vecteurs, quel que soit  $q \in \mathcal{Q}$ ,  $f_q : \mathcal{D}_q \times \mathcal{U}_q \rightarrow \mathfrak{R}^n$
- $\mathcal{G} = \{G_e\}_{e \in \mathcal{E}}$  est la collection des gardes, quelle que soit la transition  $e = (q_1, q_2) \in \mathcal{E}$ ,  $G_e \subset \mathcal{D}_{q_1}$  ;

- $R = \{R_e\}_{e \in \mathcal{E}}$  est la collection des fonctions d'actualisation (ou d'initialisation) qui permettent, lors du franchissement d'une transition discrète d'actualiser la variable d'état continu à  $x = \text{Reset}(:, x)$ .

**Remarque 1 :** Il arrive que les équations différentielles associées aux éléments de  $F$  soient autonomes. Dans ce cas, la donnée du domaine de contrôle est superflue et le système hybride est alors défini par le sextuple  $H = (Q, \mathcal{E}, D, F, G, R)$ .

#### 4.2. Exécution d'un système hybride

Un système hybride est caractérisé à chaque instant par une évolution de l'état discret  $q(t)$  et une évolution de l'état continu  $x(t)$ . La paire  $(q; x)$  compose le vecteur d'état hybride. La variable discrète  $q(t)$  est constante entre deux instants de commutation successifs  $t_i$  et  $t_{i+1}$ . Par conséquent  $q(t)$  est constant par intervalles de temps  $I_i = [t_i, t_{i+1}]$ ,  $\{t_i, i = 0, 1, \dots, N\}$  où  $N$  est le nombre de commutations.

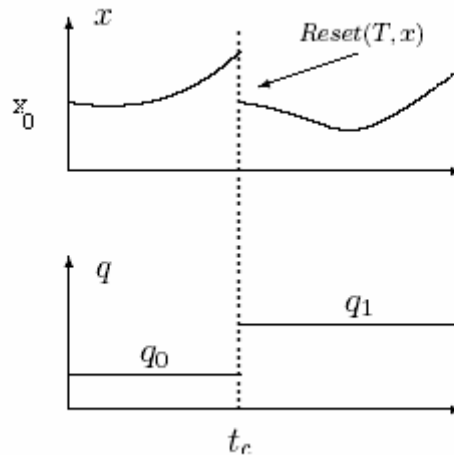


Fig.4.1. Evolution des variables d'état hybride

Un exemple de fonctionnement (exécution) est montré sur la figure 4.2. A l'instant initial ( $t = t_0$ ), la valeur initiale de la variable discrète  $q(t_0) = q_0$  et la valeur initiale de la variable continue  $x(t_0)$  est un élément du domaine  $D_{q_0}$ . Cette variable continue évolue alors en suivant l'équation différentielle  $\dot{x}_0(t) = f_{q_0}(x(t), u(t))$  et en restant toujours dans le domaine  $D_{q_0}$  où la fonction  $u$  prend ses valeurs dans le domaine de contrôle  $U_{q_0}$ .

Enfin, lorsque la trajectoire  $x(t)$  atteint une garde  $G_e$  à l'instant  $t_1$  (avec ici  $e = (q_0, q_1)$ ), la variable discrète  $q(t)$  peut alors prendre la valeur  $q_1$ . La variable continue est réinitialisée à une valeur de l'ensemble  $R_e(x(t_1^-)) \subseteq D_{q_1}$ . On répète alors le même processus avec une nouvelle équation différentielle et de nouvelles gardes.

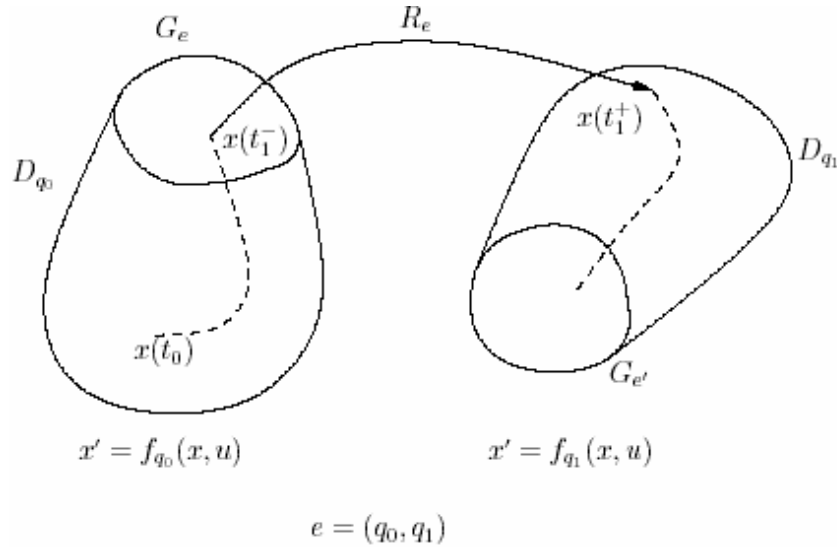


Fig.4.2. Exemple d'exécution d'un système hybride

Un système hybride est donc constitué de deux composantes complémentaires couplées. La première, donnée par le couple  $(Q, \mathcal{E})$ , détermine la dynamique discrète du système. Elle est décrite par l'automate dont les sommets sont les éléments de  $Q$  et les arêtes ceux de  $\mathcal{E}$ . La deuxième composante du système hybride est définie par le triplet  $(D, U, F)$  et décrit la dynamique continue du système. Elle consiste en une collection de systèmes dynamiques indexés sur les éléments de  $Q$ . Ainsi, la valeur de la variable discrète  $q(t)$  détermine l'équation différentielle gouvernant l'évolution de la variable continue  $x(t)$ . A chaque instant  $t$ , tel que

$$q(t) = q : \begin{cases} \dot{x}(t) = f_q(x(t), u(t)), \\ (x(t), u(t)) \in D_q \times U_q \end{cases}$$

Le couplage des deux composantes se fait par l'introduction de l'ensemble des gardes  $G$ . En effet, pour qu'une transition de l'automate  $e \in \mathcal{E}$  puisse se faire à un instant  $t$ , il est nécessaire que  $x(t)$  appartienne à l'ensemble  $G_e$ . Ainsi, la composante discrète du système contrôle la composante continue qui, rétroactivement, détermine à chaque instant l'ensemble (qui peut être vide) des transitions possibles de l'automate. L'ensemble résultant constitue ce que l'on appelle l'automate hybride.

### 4.3. Trajectoire temporisée

L'exécution d'un système hybride est caractérisée par l'évolution des variables  $q(t)$  et  $x(t)$ . La variable discrète  $q(t)$  est constante par morceaux et est donc entièrement donnée par les séquences  $\{t_i\}_{i=0}^{i=N}$  des points de discontinuité et des valeurs successives de  $q(t)$ .

La notion de trajectoire temporisée permet de décrire la séquence des instants de transition du système.

Une trajectoire temporisée  $\tau$  est une séquence finie ou infinie d'intervalles de temps  $I = \{I_i\}, i = 1, \dots, N$  (voir [25]).

Suivant les valeurs de  $N$  et de  $I_i$ , les trajectoires temporisées peuvent être classées comme des trajectoires

- de longueur finie et illimitée : le système hybride effectue un nombre fini de transitions en un temps infini.
- de longueur infinie et illimitée : le système hybride effectue une infinité de transitions en un temps infini.
- de longueur infinie et limitée : le système hybride effectue une infinité de transitions en un temps fini.

#### 4.4. Quelques classes de systèmes hybrides

Le formalisme des systèmes hybrides est très général et englobe de nombreuses classes de modèles de la théorie du contrôle. Dans ce paragraphe, nous présentons certaines d'entre elles qui nous semblent significatives.

##### 4.4.1. Systèmes dynamiques impulsionnels

Un système dynamique impulsionnel décrit l'évolution d'une variable continue  $x(t)$  régie par une équation différentielle sous contraintes [25]. Lorsque  $x(t)$  vérifie certaines conditions, il est alors possible de lui donner une impulsion, c'est à dire de lui affecter une nouvelle valeur. Dans le cadre des systèmes hybrides, les systèmes dynamiques impulsionnels correspondent aux systèmes possédant un seul mode ( $Q = \{q\}$ ) et une transition  $\varepsilon = \{e = (q, q)\}$  autorisant la réinitialisation de la variable continue via la fonction reset  $R_e$ .

L'exemple le plus courant de ce type de système hybride est **la balle bondissante** ; Considérons une balle de masse  $M$  soumise à l'action de la gravité terrestre  $g$  située à une hauteur  $h_0$  avec une vitesse initiale nulle. La hauteur  $h(t)$  de la balle est régie par  $M\ddot{h}(t) = -Mg$ . Quand la balle touche le sol ( $h(t) = 0$ ), elle rebondit en perdant de l'énergie suivant la loi :

$$\dot{h}(t^+) = -c\dot{h}(t^-)$$

En choisissant les variables d'état  $x_1 = h, x_2 = \dot{h}$ , nous obtenons l'équation d'état

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -g \end{aligned}$$



Selon la définition 1, la balle se modélise sous forme hybride comme suit :

1.  $Q = \{q\}$
2.  $\mathcal{E} = \{e = (q, q)\}$
3.  $D_q = \mathfrak{R}^+ \times \mathfrak{R}$
4.  $f_q(x_1, x_2) = (x_2, -g)$
5.  $G_e = \{x_1 = 0\}$
6.  $R_e(x_1, x_2) = \{(x_1, -cx_2)\}$

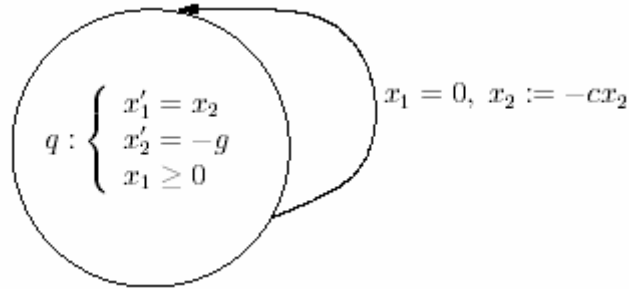


Fig.4.3. Automate hybride de la balle bondissante

#### 4.4.2. Systèmes dynamiques par morceaux

Un système dynamique par morceaux évolue suivant plusieurs dynamiques différentes. Chaque dynamique est définie dans une région de l'espace d'état  $D_q$ . L'union de ces sous domaines qui sont deux à deux disjoints donne le domaine  $D$ .

Sur chaque domaine  $D_q$ , on définit un champ de vecteurs  $f_q$ . La trajectoire  $x(t)$  du système dynamique par morceaux se construit de la manière suivante (voir figure 4.4) : Si  $x(t_0)$  appartient à l'intérieur du domaine  $D_{q_0}$ , alors  $x(t)$  est solution de l'équation différentielle associée au champ de vecteurs  $f_{q_0}$  jusqu'à l'instant  $t_1$  où  $x(t)$  atteint la frontière séparant le domaine  $D_{q_0}$  du domaine  $D_{q_1}$ .  $x(t)$  devient alors solution de l'équation différentielle associée au champ de vecteurs  $f_{q_1}$ .

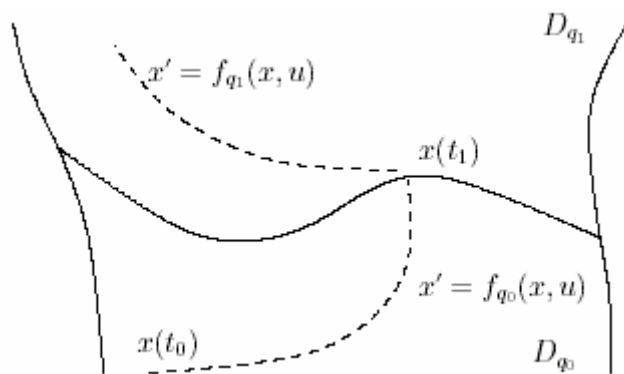


Fig.4.4. Trajectoire du système dynamique par morceaux

Un exemple de système dynamique par morceaux est un oscillateur à valve (décrit dans [25]) défini par l'équation différentielle :

$$LC \frac{d^2 i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{di}{dt} < 0 \\ I_s & \text{si } \frac{di}{dt} > 0 \end{cases}$$

En posant  $x_1 = i, x_2 = \frac{di}{dt}$ , l'oscillateur électronique à valve peut être modélisé par le système dynamique par morceaux suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \begin{cases} -\frac{1}{LC} x_1(t) - \frac{R}{L} x_2(t) & \text{si } x_2(t) < 0 \\ -\frac{1}{LC} x_1(t) - \frac{R}{L} x_2(t) + \frac{I_s}{LC} & \text{si } x_2(t) > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

L'automate hybride correspondant est représenté sur la figure 4.5

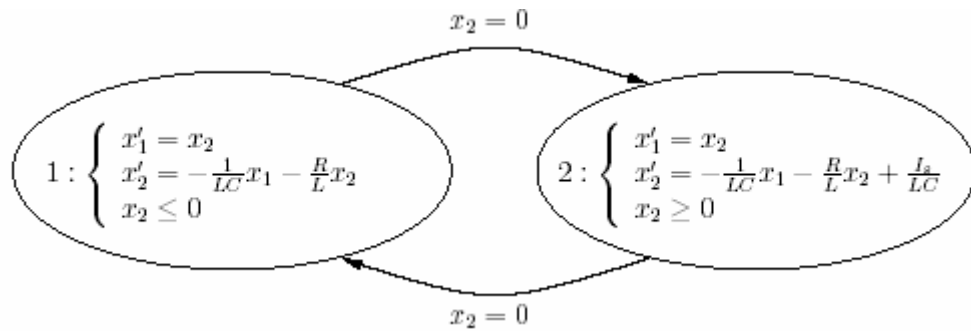


Fig.4.5. Automate hybride représentant un oscillateur à valve

#### 4.4.3. Systèmes dynamiques à commutation

Un système dynamique à commutation ou *switched system* (voir [26]) est un système hybride où la variable discrète  $q(t)$  n'est pas vue comme une variable d'état mais comme une variable de contrôle. Ainsi, l'évolution de  $q(t)$  n'est pas contrainte par un système de gardes mais donnée par un individu extérieur. Par conséquent, d'après la définition 1, les systèmes dynamiques à commutation vérifient la propriété suivante :

$$\forall e = (q, q') \in \mathcal{E}, G_e = D_q$$

#### 4.5. Modélisation hybride d'un convertisseur multicellulaire

Un convertisseur multicellulaire à  $p$  cellules de commutation possède  $2^p$  configurations différentes à dynamiques continues. Comme il a été démontré au chapitre 1, pour que le convertisseur fonctionne correctement il faut maintenir les tensions des condensateurs flottants aux valeurs  $kE/p$ . Cela se fait en faisant des commutations périodiques entre les

différentes configurations de façon à maintenir ces tensions à leurs valeurs exactes et à asservir le courant de charge à une valeur de référence. Ces commutations sont des événements discrets créés à chaque changement d'état d'un interrupteur.

Il est clair que ce fonctionnement définit un système hybride avec une partie continue décrite par les dynamiques du courant et de la tension des configurations et une partie discrète définie par les interrupteurs qui gouvernent les transitions. Selon la classification donnée précédemment, les convertisseurs multicellulaires sont des systèmes hybrides dynamiques par morceaux.

#### 4.5.1. Application à un convertisseur à trois cellules

Nous allons maintenant appliquer cette méthode à un convertisseur trois cellules (figure 4.6.).

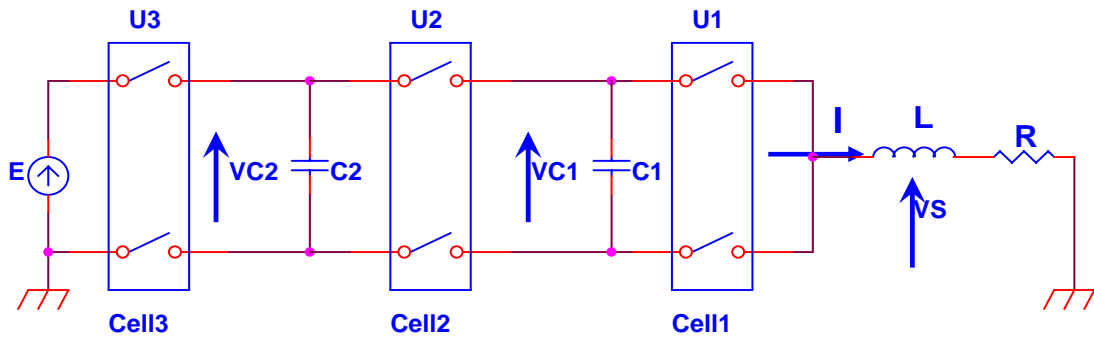


Fig.4.6. Convertisseur à trois cellules

Le comportement de ce convertisseur est décrit par le système d'équations (4.1)

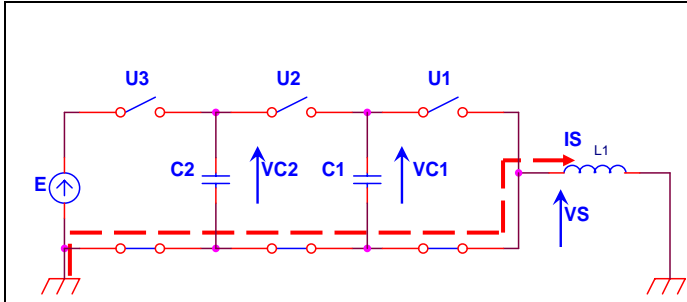
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{1}{c_1}(u_2 - u_1)i \\ \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{1}{c_2}(u_3 - u_2)i \\ \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L}u_3 - \frac{v_{c2}}{L}(u_3 - u_2) - \frac{v_{c1}}{L}(u_2 - u_1) \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Selon l'état des interrupteurs, le convertisseur à trois cellules possède  $2^3$  configurations différentes. Ainsi, nous distinguons huit modes d'opération appartenant à l'ensemble  $Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_8\}$ . Chaque mode est défini sur l'espace  $X_{q_i} = R^3, \forall q_i \in Q$  avec une dynamique continue donnée par :

$$f_q(X) = A(q).X + b(q)$$

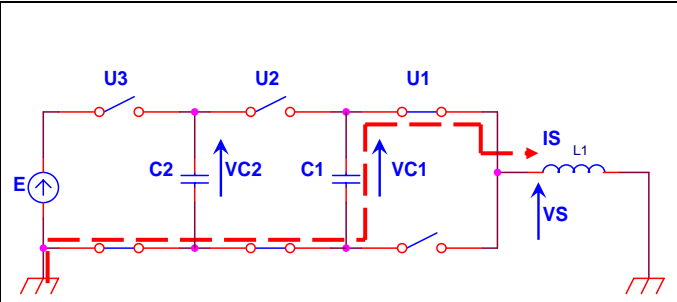
où  $X$  représente le vecteur d'état du système, regroupant les variables d'état  $X = [v_{c1} \quad v_{c2} \quad i]^T$ .

Les modes de fonctionnement et leurs dynamiques sont donnés dans le tableau (4.1).



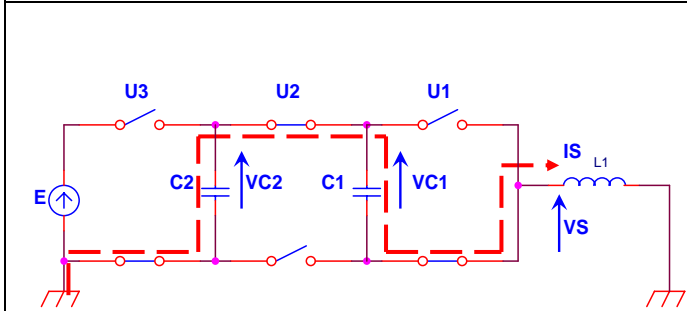
Mode  $q = q_1$ , avec  $(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [0 \ 0 \ 0]^T)$

$$f_{q_1}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R/L \end{bmatrix} x$$



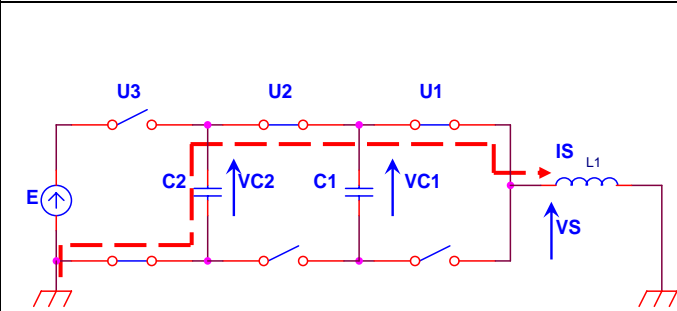
Mode  $q = q_2$ , avec  $(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [1 \ 0 \ 0]^T)$

$$f_{q_2}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/C_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/L & 0 & -R/L \end{bmatrix} x$$



Mode  $q = q_3$ , avec  $(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [0 \ 1 \ 0]^T)$

$$f_{q_3}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/C_1 \\ 0 & 0 & -1/C_2 \\ -1/L & 1/L & -R/L \end{bmatrix} x$$



Mode  $q = q_4$ , avec  $(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [1 \ 1 \ 0]^T)$

$$f_{q_4}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/C_2 \\ 0 & 1/L & -R/L \end{bmatrix} x$$

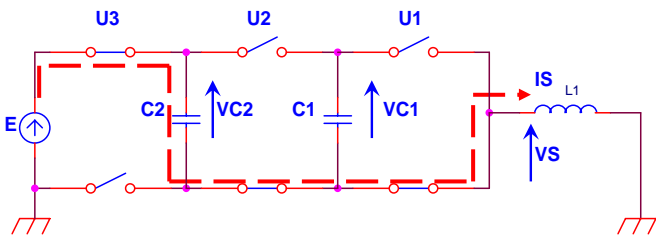
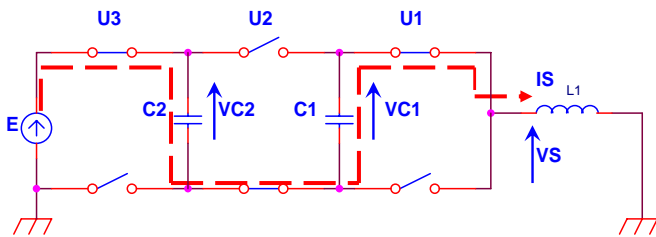
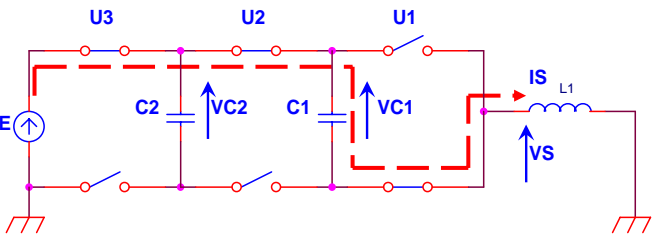
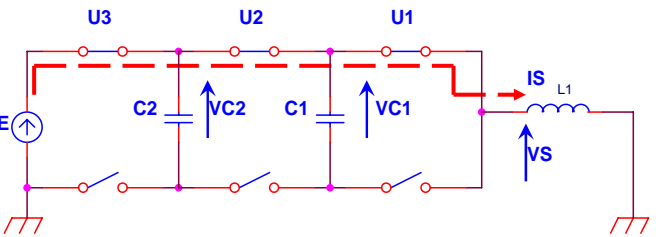
 <p><b>Mode</b> <math>q = q_5</math>, avec <math>(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [0 \ 0 \ 1]^T)</math></p> $f_{q_5}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/C_2 \\ 0 & -1/L & -R/L \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E/L \end{bmatrix}$	 <p><b>Mode</b> <math>q = q_6</math>, avec <math>(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [1 \ 0 \ 1]^T)</math></p> $f_{q_6}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/C_1 \\ 0 & 0 & 1/C_2 \\ 1/L & -1/L & -R/L \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E/L \end{bmatrix}$
 <p><b>Mode</b> <math>q = q_7</math>, avec <math>(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [0 \ 1 \ 1]^T)</math></p> $f_{q_7}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/C_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/L & 0 & -R/L \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E/L \end{bmatrix}$	 <p><b>Mode</b> <math>q = q_8</math>, avec <math>(u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [1 \ 1 \ 1]^T)</math></p> $f_{q_8}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R/L \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E/L \end{bmatrix}$

Tableau 4.1 Les huit modes d'opération d'un convertisseur trois cellules avec la dynamique continue pour chaque mode

On doit commander les tensions des condensateurs et le courant de charge autour des valeurs de référence comme suit :

$$i = I_{ref}, \quad v_{c1ref} = \frac{1}{3}E, \quad v_{c2ref} = \frac{2}{3}E$$

En pratique, maintenir les tensions des condensateurs et le courant de charge constants est impossible (le convertisseur ne fonctionnera pas si les tensions et le courant sans constants), il faut donc définir des seuils minimaux et maximaux qu'il ne faut pas dépasser (le choix de ces seuils est en fonction des caractéristiques physiques des éléments du

convertisseur et de la fréquence de commutation [27]). Ainsi les ordres de commutation sont donnés par les évolutions du courant et de la tension dans le circuit. De plus, la succession des configurations doit être choisie de façon à garantir la condition d'adjacence c'est-à-dire faire une succession des commandes qui ne diffèrent entre elles que par une seule cellule de commutation [21].

On définit alors les limites des variables d'état comme suit :

$$V_{c1ref}^- < v_{c1} < V_{c1ref}^+, V_{c2ref}^- < v_{c2} < V_{c2ref}^+ \text{ et } I_{ref}^- < i < I_{ref}^+$$

tels que

$$V_{cref}^+ = V_{cref} + \varepsilon$$

$$V_{cref}^- = V_{cref} - \varepsilon$$

$$I_{ref}^+ = I_{ref} + \Delta i$$

$$I_{ref}^- = I_{ref} - \Delta i$$

Les transitions entre les modes sont alors gouvernées par ces conditions ; si l'une d'entre elles est violée durant le fonctionnement d'un mode donné, le système doit commuter à un autre mode permettant de retrouver à nouveau l'équilibre tout en respectant la condition d'adjacence.

Les conditions possibles des transitions entre les divers modes (prenant en compte les conditions de travail du convertisseur) sont définies par les ensembles de garde selon :

$$G(q_1, q_2) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^- \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref} \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref} \rangle) ] \}$$

$$G(q_2, q_1) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^+ \rangle) ] \}$$

$$G(q_1, q_3) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^- \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref} \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref} \rangle) ] \}$$

$$G(q_3, q_1) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^+ \rangle) ] \}$$

$$G(q_1, q_5) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^- \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref} \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref} \rangle) ] \vee$$

$$[ (I \langle I_{ref}^- \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref} \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref} \rangle) ] \}$$

$$G(q_5, q_1) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref} \rangle) \wedge (v_{c2} \langle v_{c2ref} \rangle) ] \}$$

$$G(q_2, q_4) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^+ \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref}^- \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^+ \rangle) ] \}$$

$$G(q_4, q_2) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref} \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref} \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^- \rangle) ] \}$$

$$G(q_2, q_6) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^+ \rangle) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref}^- \rangle) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^- \rangle) ] \}$$

$$G(q_6, q_2) = \{x \in R^3 : [ (V_{c2} \langle V_{c2ref}^+ \rangle) ] \}$$

$$G(q_3, q_4) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^+) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^+) ] \vee \\ [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^+) ] \}$$

$$G(q_4, q_3) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^+) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^+) ] \}$$

$$G(q_3, q_7) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^+) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^+) ] \vee \\ [ (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^+) \wedge (I \langle I_{ref}^+) ] \}$$

$$G(q_7, q_3) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^+) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) \wedge (I \rangle I_{ref}^-) ] \vee \\ [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^+) \wedge (I \langle I_{ref}^+) ] \}$$

$$G(q_4, q_8) = \{x \in R^3 : [ (I \rangle I_{ref}^-) \wedge (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) ] \vee [ (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^-) ] \}$$

$$G(q_8, q_4) = \{x \in R^3 : [ (I \rangle I_{ref}^+) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) ] \vee [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^-) ] \}$$

$$G(q_5, q_6) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^+) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) ] \}$$

$$G(q_6, q_5) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) ] \}$$

$$G(q_5, q_7) = \{x \in R^3 : [ (I \langle I_{ref}^-) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^+) ] \}$$

$$G(q_7, q_5) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^+) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) ] \}$$

$$G(q_6, q_8) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) ] \}$$

$$G(q_8, q_6) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) \wedge (I \rangle I_{ref}^+) ] \vee \\ [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^+) ] \}$$

$$G(q_7, q_8) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \rangle V_{c1ref}^+) \wedge (V_{c2} \rangle V_{c2ref}^-) ] \}$$

$$G(q_8, q_7) = \{x \in R^3 : [ (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (I \langle I_{ref}^-) ] \vee [ (V_{c1} \langle V_{c1ref}^-) \wedge (V_{c2} \langle V_{c2ref}^-) \wedge (I \rangle I_{ref}^+) ] \}$$

**Remarque :** Les autres transitions (exemple :  $G(q_1, q_4)$ ) ne sont pas tolérées car elles ne respectent pas la règle d'adjacence.

Les conditions initiales du système sont définies par :

$$Init = \{q_8\} \times \{x \in R^3 : (v_{c1} < V_{c1ref}^-) \wedge (v_{c2} < V_{c2ref}^-) \wedge (i < I_{ref}^-)\}$$

A cause de la nature inductive de la charge, le système ne possède pas de saut pendant les transitions [29]. Les trajectoires sont alors continues d'où on tire que les fonctions de réinitialisation  $Re(X)=X$ .

La figure 4.6 représente le modèle hybride pour un convertisseur trois cellules sous forme d'un automate hybride. La dynamique de chaque mode est indiquée à l'intérieur de chaque cercle et les conditions de transition  $T_{ij} = G(q_i, q_j)$  sont indiquées sur les flèches. Lorsqu'une condition de transition est vérifiée, le système commute vers un autre mode.

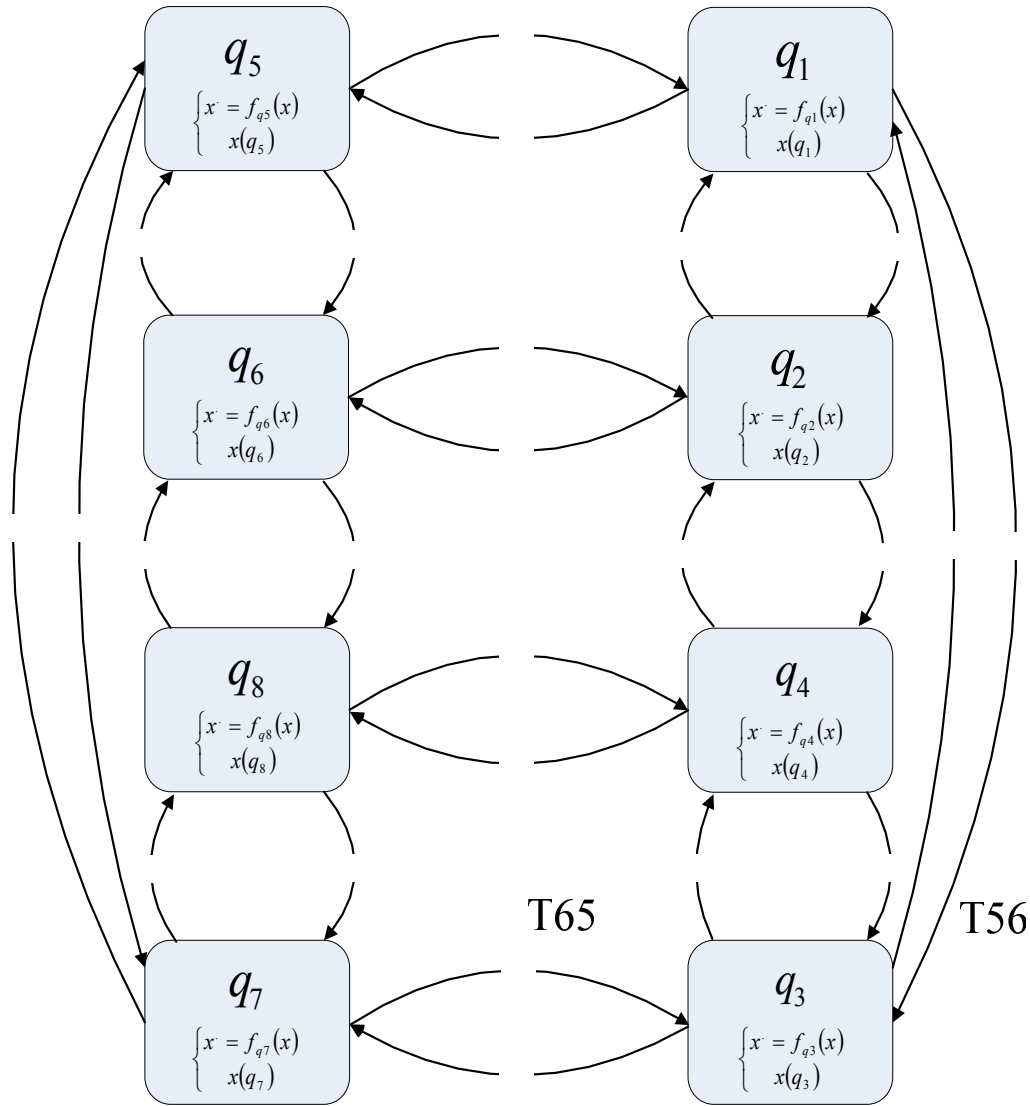


Fig.4.7. Automate hybride d'un convertisseur trois cellules

#### 4.5.2. Simulation des systèmes hybrides

La simulation d'un système hybride consiste à calculer une exécution  $(\tau, q, x)$  acceptée par le système  $H$ . Contrairement aux systèmes dynamiques continus où on calcule la valeur des variables du système à des instants discrétisés, l'approche hybride fournit une représentation formelle de l'exécution.

Plusieurs logiciels permettant de simuler les systèmes hybrides ont été développés et mise en œuvre. On trouve dans [29] une liste des différents logiciels et langages de



programmation les plus utilisés. On en a tiré quelques uns : *SHIFT* proposé par *Deshpande et al* est un langage de programmation permettant de décrire les dynamiques des systèmes hybrides. *Henzinger et Ho* ont proposé HYTECH comme un outil automatique d'analyse des systèmes hybrides. *Taylor et Kebede* ont développé des outils de MATLAB pour la modélisation et la simulation des systèmes hybrides. On trouve aussi d'autres logiciels de simulation tels que Scicos [30]. HyBrSym [31]...

Un algorithme simple et détaillé de simulation d'un système hybride est développé dans le travail de *A. Girard* [24].

Dans notre travail, nous avons choisi de travailler avec l'outil Stateflow de MATLAB permettant de représenter les dynamiques discontinues du système en interaction avec l'outil Simulink qui permet de simuler les dynamiques continues. Le schéma de Simulink-Stateflow est représenté dans la figure 4.8.

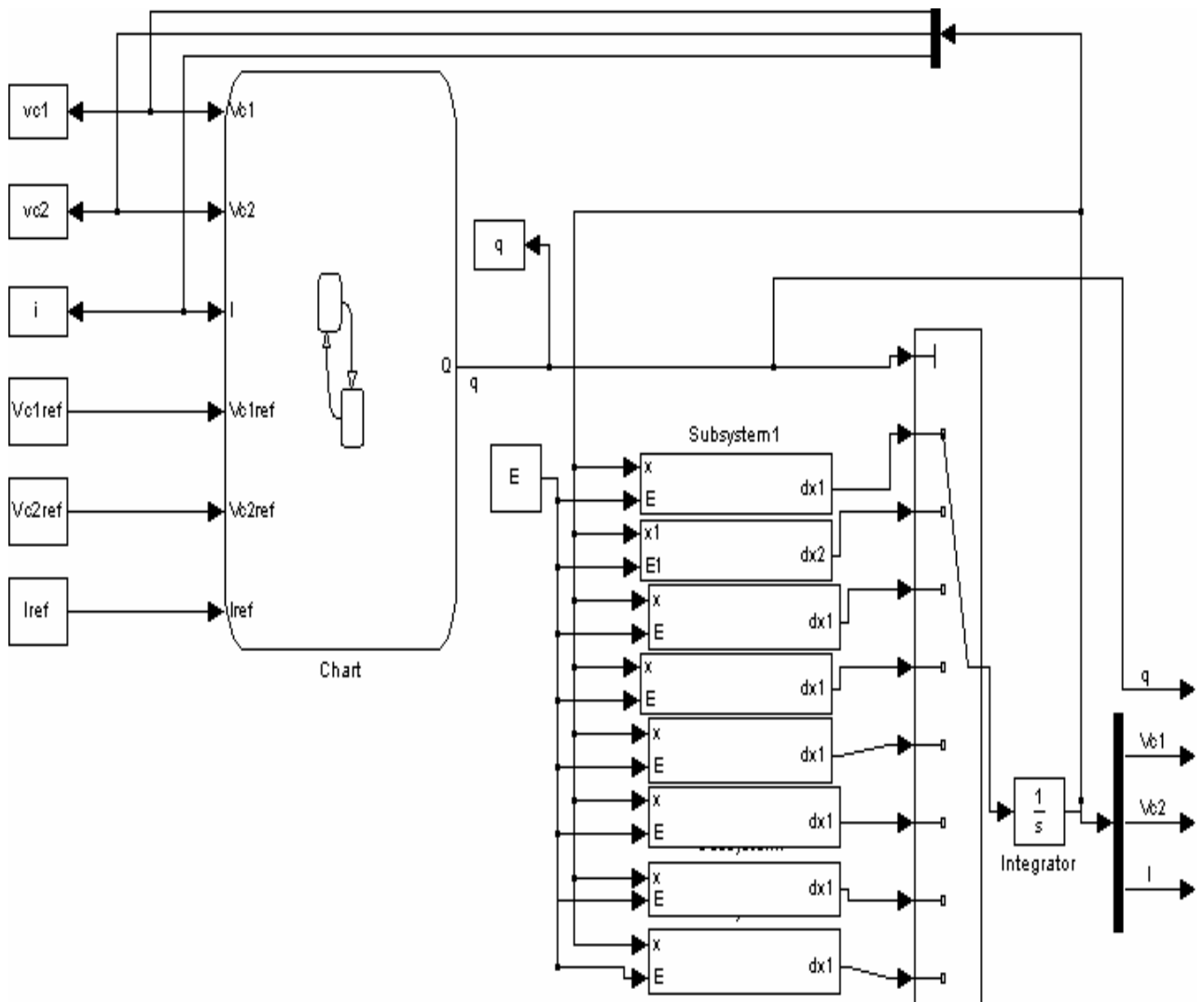


Fig.4.8. Schéma Simulink-Stateflow de la commande d'un convertisseur à trois cellules

### 4.5.3. Résultats de simulation

Nous avons simulé, en premier lieu, le comportement d'un convertisseur à trois cellules ayant les caractéristiques suivantes :

$$L = 0.5mH$$

$$R = 10\Omega$$

$$C_1 = C_2 = 40\mu F$$

avec les valeurs de références suivantes :

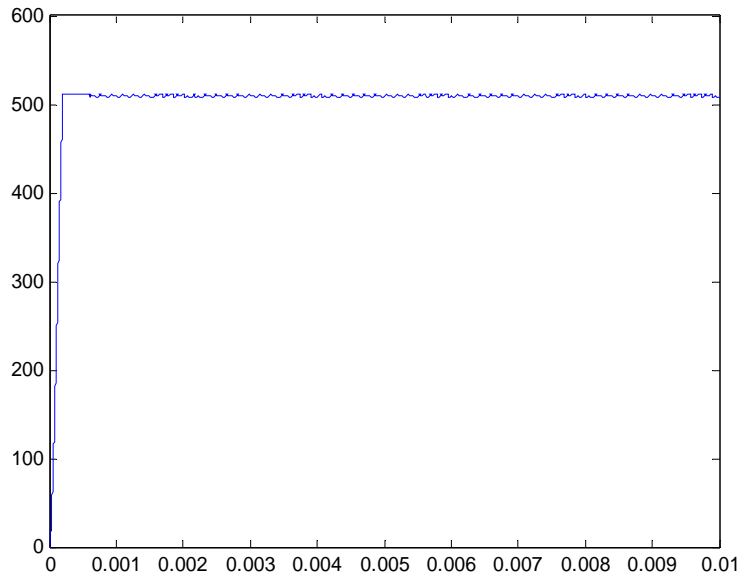
$$E = 1500V, I_{ref} = 60A$$

$$\varepsilon_1 = 0.02.V_{c1ref}$$

$$\varepsilon_2 = 0.02.V_{c2ref}$$

$$\Delta i = 0.09 \cdot I_{ref}$$

Les figures 4.9, 4.10, 4.11 montrent respectivement l'évolution des tensions internes  $V_{c1}$ ,  $V_{c2}$  et le courant de charge  $i$ . Les tensions  $V_{c1}$ ,  $V_{c2}$  augmentent et se stabilisent autour de leurs valeurs de références. Le courant augmente plus rapidement que les tensions flottantes et ondule fortement autour de sa valeur de référence. Cette ondulation est due au temps minimal entre deux commutations. Le courant se stabilise après l'équilibrage des tensions internes  $V_{c1}$ ,  $V_{c2}$ .



*Fig.4.9. Evolution de la tension  $V_{c1}$*

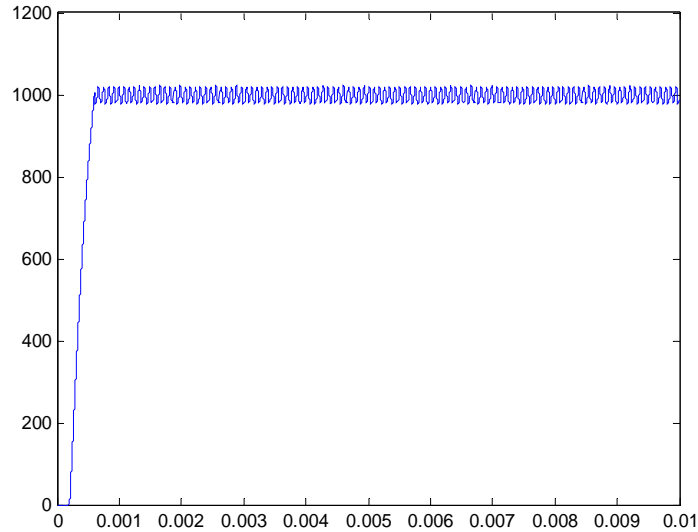


Fig.4.10. Evolution de la tension  $V_{c2}$

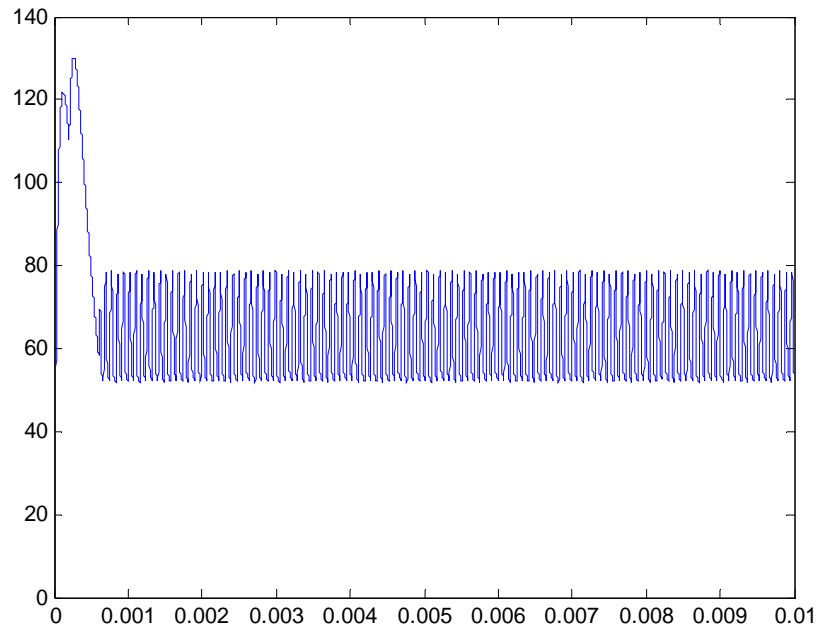


Fig.4.11. Evolution du courant de charge  $i$

Les figures 4.12, 4.13 montrent l'évolution des transitions, et la tension de sortie. On initialise le système à l'état  $q_8$  (le vecteur d'état étant initialement nul), le courant de charge augmente jusqu'à la valeur  $I^+$  la condition de garde  $G(q_8, q_7)$  est alors satisfaite, le système commute alors vers le mode  $q_7$  pour charger le condensateur  $c_1$ , puis une commutation vers le mode  $q_5$  pour charger le condensateur  $c_2$  arrive une fois le condensateur  $C_1$  est chargé et ainsi de suite. Une fois la valeur du courant se stabilise autour de la valeur de référence et les tensions des condensateurs sont à l'équilibre on répète le même cycle. On peut voir aussi les trois niveaux de la tension de sortie  $E/3, 2E/3, E$ .

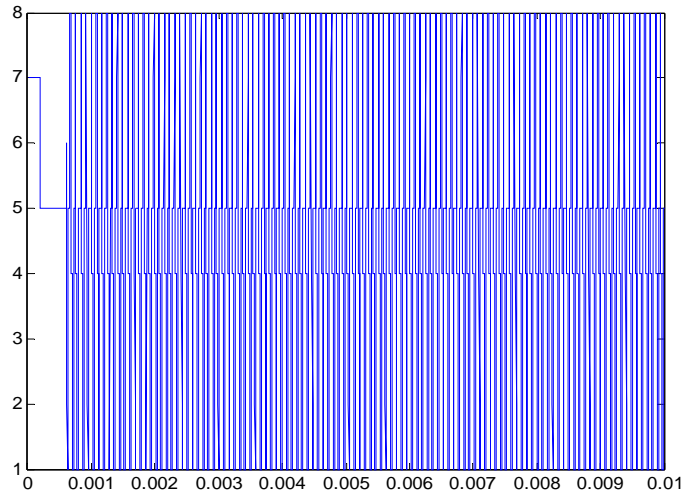


Fig.4.12. Evolution des transitions

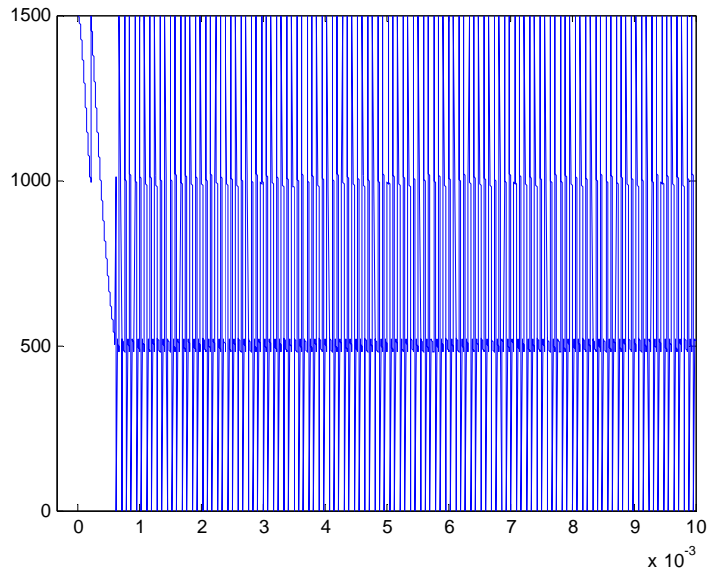


Fig.4.13. Evolution de la tension de sortie

Afin de mieux évaluer les performances de la commande hybride, nous appliquons une séquence de commande identique à celle du chapitre trois et nous comparons les résultats. Nous rappelons que les caractéristiques du convertisseur utilisé sont :

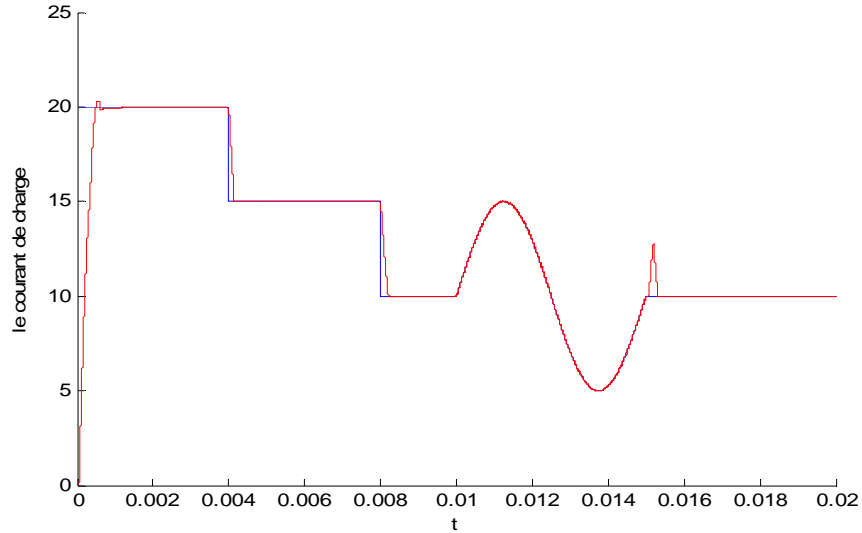
$$C_1=C_2=10\mu F \quad L=1mH \quad R=20\Omega$$

Et a séquence de commande appliquée est :

- la tension de source croit en rampe avec une pente de  $8.10^5$ , le courant de référence vaut alors  $20A$  ;
- à  $t=4ms$ , le courant de référence prend la valeur de  $15A$  en échelon ;
- à  $t=8ms$ , le courant de référence prend la valeur de  $10A$  en échelon ;
- à  $t=10ms$  le courant de référence prend la valeur de  $I_{ref}=10+5\sin(2\pi(t-8.10^3)15.10^{-3})$  et cela durant  $5m$  ;

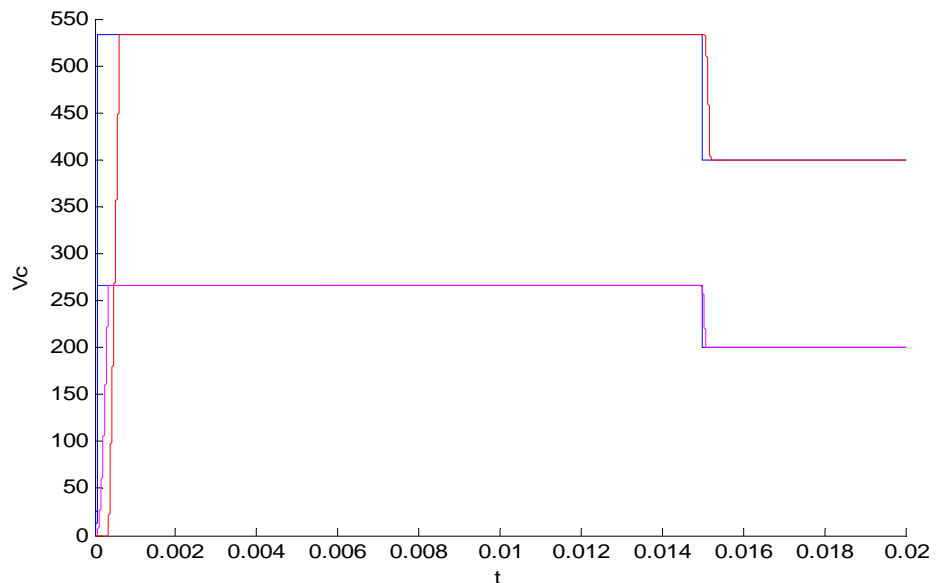
- à  $t=15ms$  la tension d'alimentation chute de 25% et  $I_{ref}=10A$ .

La figure 4.14. montre l'évolution du courant de charge pour toute la séquence de commande. Nous voyons que le courant suit parfaitement la référence pour tous les changements de paramètres effectués. A l'instant  $t= 15 ms$ , la tension de référence chute de 25%, ce qui perturbe le fonctionnement du système. Le courant de charge présente alors un dépassement très petit devant le dépassement que nous avons remarqué avec la commande par mode glissant. Le courant de charge se stabilise très vite à la valeur de référence.



*Fig.4.14. Evolution du courant de charge*

La figure 4.15. montre l'évolution des tensions flottantes. Elles sont bien régulées à leurs valeurs de références quelque soit le changement de la séquence de commande. Même lorsque la tension d'entrée chute, les tensions flottantes se stabilisent très vite vers les nouvelles valeurs d'équilibre. Comparé à la commande par mode glissant, le temps de réponse des tensions flottantes est très petit.



*Fig.4.15. Evolution des tensions flottantes*

#### **4.6. Conclusion**

Le convertisseur multicellulaire possède deux sortes de variables, des variables à dynamiques continues (courant et tensions des condensateurs) et des variables à dynamiques discrètes qui sont les états des interrupteurs. De ce fait il présente un comportement hybride rendant les modélisations classiques assez complexes et nécessitant des hypothèses simplificatrices pour la synthèse d'une stratégie de commande.

Une nouvelle approche de modélisation hybride tenant compte du comportement hybride des systèmes a été développée. Elle permet de simplifier la complexité du système tout en gardant son comportement naturel (sans hypothèses simplificatrices). En utilisant cette approche, nous pouvons représenter avec exactitude le fonctionnement d'un convertisseur multicellulaire et trouver ainsi des stratégies de commande simples et fiables.

Dans ce chapitre, nous avons introduit les systèmes dynamiques hybrides avec une définition et des exemples introductifs et avons présenté quelques classes des systèmes hybrides tels qu'ils ont été classifiés dans [25]. Nous avons ensuite appliqué la modélisation hybride sur un convertisseur trois cellules et synthétisé une loi de commande simple qui permet d'équilibrer les tensions flottantes et d'asservir le courant de charge. Cette méthode a donné des résultats satisfaisant en simulation.

La comparaison des résultats obtenus par la commande par mode glissant et la commande hybride a montré les bonnes performances de cette dernière (un temps de réponse et un dépassement très petits).

La commande développée dans ce chapitre est une commande en boucle fermée présentant un retour d'état des variables tensions flottantes et courant de charge. Elle suppose que ces variables d'états sont connues par mesures.

# **Chapitre 5**

## **Observateur d'état des tensions flottantes**

Afin d'assurer un fonctionnement sécurisé et optimal d'un convertisseur multicellulaire, il est nécessaire de contrôler activement ses tensions internes. Nous avons vu plusieurs stratégies de commande permettant de contrôler les tensions flottantes et d'assurer la poursuite du courant de charge. Cependant, toutes ces stratégies de commande sont en boucle fermée et nécessitent donc la connaissance de ces variables d'état.

La mesure des tensions flottantes est délicate, encombrante et très coûteuse. Il est donc indispensable de pouvoir reconstruire ces variables d'état à partir de la grandeur d'entrée et de la grandeur de sortie. Pour cela on utilise un capteur logiciel qui est l'observateur d'état.

Les trois modèles du convertisseur multicellulaire présentés au paragraphe 1.2.3.4 du premier chapitre ne permettent pas d'observer les tensions intermédiaires. En effet, les dynamiques d'évolution des tensions flottantes sont très importantes par rapport à la période de découpage du modèle moyen. De même, le modèle instantané ne permet pas de conclure quant à l'observabilité d'un convertisseur à trois cellules et plus, car les ordres de commande changent plusieurs fois d'état durant une période de découpage. Quant au modèle harmonique, il ne fait pas intervenir le courant de charge, il n'est donc pas envisageable d'utiliser ce modèle pour observer les tensions flottantes.

*R.Bensaid* a démontré l'observabilité des convertisseurs multicellulaires en utilisant un modèle instantané échantillonné à la période de découpage [14]. Il a ensuite développé et vérifié en simulation un observateur par modes glissants pour le convertisseur considéré. Dans ce chapitre nous adoptons cette méthode pour un convertisseur à trois cellules en appliquant la structure de commande hybride représentée au chapitre précédent.



## 5.1. Observabilité d'un système non linéaire

On appelle observabilité d'un système, la possibilité d'évaluer le vecteur d'état  $x$  à partir de mesures effectuées. On dit qu'un système est observable à l'instant  $t_1$  si à partir de la connaissance du vecteur de sortie  $y$  et du vecteur d'entrée  $u$ , il est possible en un temps fini,  $t_2 > t_1$ , de déterminer l'état  $x(t_1)$ .

Contrairement au cas des systèmes linéaires, le concept de l'observabilité des systèmes non linéaires est délicat à aborder (Annexe B). L'une des différences majeures avec les systèmes linéaires est que l'observabilité des systèmes non linéaires peut dépendre de l'entrée.

### 5.1.1. Condition de rang d'observabilité

La condition de rang d'observabilité des systèmes non linéaires est une condition duale à la condition d'observabilité des systèmes linéaires.

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u)\end{aligned}$$

(5.1)

L'application d'observabilité s'écrit par :

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ (n-1) \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{N}_f^0 h(x, u) \\ \mathcal{N}_f^1 h(x, u) \\ \vdots \\ \mathcal{N}_f^{n-1} h(x, u) \end{bmatrix} = q(x, U)$$

(5.2) où l'opérateur différentiel  $\mathcal{N}_f$  est défini par :

$$\mathcal{N}_f h = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t}, \quad \mathcal{N}_f^i h = \mathcal{N}_f (\mathcal{N}_f^i h), \quad \mathcal{N}_f^0 h = h$$

$$U = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ (n-1) \\ u \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ (n-1) \\ y \end{bmatrix}$$

Le système est globalement observable si l'application d'observabilité (5.2) peut être résolue en fonction de  $x$  dans tout le domaine de définition. Il est, par contre, souvent impossible d'établir les conditions physiques nécessaires à l'existence de l'inverse  $q^{-1}$ .

Toutefois, il a été démontré dans [31] que le système non linéaire (5.1) est localement faiblement observable, si la matrice Jacobienne de  $q(x,U)$  donnée par :

$$Q(x,U) = \frac{\partial q}{\partial x}$$

est régulière dans tout le domaine de définition de  $x$  et  $U$  i.e.  $\text{rang } Q(x,U) = n \quad \forall x \in M_x \text{ et } M_u^n$ .

En introduisant la notion des dérivées de Lie (Annexe B), la matrice  $Q(x,U)$  s'écrit :

$$Q(x,U) = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_n(x) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

avec :

- $h_1(x) = h(x)$  ;
- $h_2(x) = L_f^1 h(x) = \frac{\partial h_1(x)}{\partial x} f(x,u)$  ;
- $h_n(x) = L_f^{n-1} h(x) = \frac{\partial h_{n-1}(x)}{\partial x} f(x,u)$

### 5.1.2. Observabilité d'un convertisseur à trois cellules

Un convertisseur à trois cellules connecté à une charge R\_L est représenté par l'équation (5.4).

$$S : \begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) = \frac{1}{c}(u_2 - u_1)x_3 \\ \dot{x}_2 = f_2(x) = \frac{1}{c}(u_3 - u_2)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x) = -\frac{R}{L}x_3 - \frac{x_2}{L}(u_3 - u_2) - \frac{x_1}{L}(u_2 - u_1) + \frac{E}{L}u_3 \\ y = h(x) = x_3 \end{cases}$$

(5.4) où :

- $x = (v_{c1}, v_{c2}, i_s)^T$  est le vecteur d'état,  $x \in \mathfrak{R}^3$  ;
- $u = (u_1, u_2, u_3)$  est le vecteur de commande ;
- $y = h(x) = i_s$  est le vecteur de mesure,  $y \in \mathfrak{R}$ .

Sa matrice d'observabilité est :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{u_1 - u_2}{L} & \frac{u_2 - u_3}{L} & -\frac{R}{L} \\ -\frac{R}{L^2}(u_1 - u_2) & -\frac{R}{L^2}(u_2 - u_3) & \frac{R^2}{L^2} - \frac{(u_2 - u_1)^2}{L.C} - \frac{(u_3 - u_2)^2}{L.C} \end{bmatrix}$$

Nous pouvons voir clairement que la troisième ligne est une combinaison linéaire des deux premières, le rang de la matrice  $Q_1$  est alors inférieur ou égal à 2. Le système n'est donc pas observable par la mesure du courant de charge.

Toutefois, ce résultat ne suffit pas pour conclure quant à l'observabilité du système. En effet, vu que les entrées du système prennent différentes valeurs pendant chaque période de découpage, il faut analyser l'observabilité du système non pas pour une entrée figée mais pour un horizon temporel plus grand afin de contenir les différentes séquences du convertisseur.

Les convertisseurs étant des systèmes affines, l'analyse de l'observabilité peut être effectuée en vérifiant que le Grammien de l'observabilité calculé sur une période de découpage est défini positif (Annexe B). Ce Grammien ne peut être calculé qu'en régime permanent lorsque les séquences de commande sont périodiques. On utilise alors une méthode équivalente pour tester l'observabilité des convertisseurs multicellulaires [14]. Cette méthode est basée sur l'utilisation du modèle instantané (exact) échantillonné à la période de découpage.

## 5.2. Modélisation en vu de l'observation des tensions flottantes

La modélisation est une étape primordiale tant pour la conception des observateurs que pour la synthèse des lois de commande. D'une manière générale, la modélisation repose sur une représentation mathématique orientée vers un but. A ce titre, les modèles utilisés pour l'observation ou pour la commande peuvent être différents en fonction des contraintes de performance, d'implantation et inhérentes au processus piloté.

### 5.2.1. Modèle exact échantillonné à la période de découpage

Afin de démontrer l'observabilité d'un convertisseur à trois cellules, une nouvelle modélisation du système a été introduite en posant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les interrupteurs sont supposés parfaits ;

- les temps morts sont négligés ;
- la fréquence de découpage  $f_d=1/T_d$  est constantes ;
- les rapports cycliques et la tension d'entrée sont supposés constant pendant une période de découpage ;
- les séquences de commande sont supposées connues à priori.

Le modèle instantané du convertisseur est donné par :

$$\dot{x} = A(u)x + B(u)E$$

$$\text{avec : } A(u) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{u_2 - u_1}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{u_3 - u_2}{C_2} \\ -\frac{u_2 - u_1}{L} & -\frac{u_3 - u_2}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, B(u) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{u_3}{L} \end{bmatrix}, \text{ et } X = [v_{c1} \quad v_{c2} \quad i]^T$$

En utilisant les différentes séquences de fonctionnement du convertisseur pendant une période de découpage, on obtient les relations décrivant l'évolution de l'état  $x$  à l'instant  $t_{j+1}$  en fonction de l'état  $t_j$  (avec  $j$  le numéro de la séquence de fonctionnement).

En notant par  $u^j$  la valeur prise par l'entrée  $u$  pendant la séquence  $j$  et par  $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$  la durée de cette séquence, on obtient :

$$x(t_{j+1}) = F_j x(t_j) + G_j E$$

(5.5) avec :

$$F_j = e^{A(u^j)\Delta t_j}$$

$$G_j = \left[ \int_{t_j}^{t_{j+1}} e^{A(u^j)(t_{j+1}-\tau)} d\tau \right] B(u^j)$$

À partir des relations (5.5), il est possible d'exprimer l'état à la fin de la période en fonction de l'état au début de la période.

Le modèle exact échantillonné est ainsi donné par :

$$x(k+1) = F(\alpha).x(k) + G(\alpha).E(k)$$

Ce modèle a été vérifié avec une commande par *MLI* en boucle ouverte et en boucle fermée [14].

### 5.2.2. Observabilité du convertisseur à trois cellules avec le modèle exact échantillonné à la période de découpage.

Nous avons vu que le convertisseur est modélisé avec le modèle échantillonné à la période de découpage par :

$$\begin{cases} x(k+1) = F(\alpha).x(k) + G(\alpha).E(k) \\ y(k) = x_3(k) = Cx(k) \end{cases}$$

En régime permanent, lorsque les rapports cycliques sont égaux et constants, le modèle du convertisseur est stationnaire. Le test d'observabilité de Kalman sur les systèmes échantillonnés peut être alors utilisé.

En traçant le déterminant de la matrice d'observabilité du système discret

$$Q_0(\alpha) = \begin{bmatrix} C \\ CF(\alpha) \\ CF^2(\alpha) \end{bmatrix} \text{ en fonction du rapport cyclique } \alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3, \text{ on obtient le résultat}$$

représenté sur la figure 5.1.

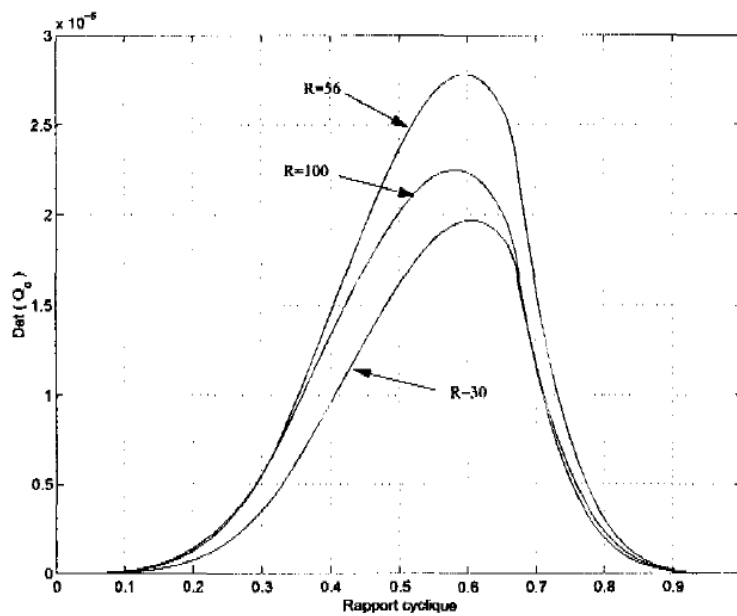


Fig.5.1. Déterminant de la matrice d'observabilité en régime permanent quand la période d'échantillonnage est  $T_d$

On voit que le déterminant est non nul quelle que soit la valeur de  $\alpha \in ]0,1[$ . Les tensions flottantes sont alors observables.

### 5.3. Théorie des observateurs à modes glissants

#### 5.3.1. Principes de fonctionnement de l'observateur

Tout comme la commande par modes glissants, Le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre  $n$  à converger vers une variété  $s$  de dimension  $(n - p)$  dite surface de glissement ( $p$  étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité et l'invariance de cette surface sont assurées par les conditions de glissement étudiées au chapitre 3.

Dans le cas des observateurs à mode glissant, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation ( $\tilde{x} = \hat{x} - x$ ). A partir de leurs valeurs initiales  $\tilde{x}(0)$ , ces erreurs doivent converger vers les valeurs d'équilibre en deux étapes: un *mode d'atteinte* très dynamique où la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) :  $\tilde{y} = \hat{y} - y$  sont nulles, et un *mode de glissement* où la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement définie par  $\tilde{y} = 0$ .

#### 5.3.2. Etapes de dimensionnement de l'observateur

Les différentes étapes de synthèse d'un observateur à mode glissant sont connues et clairement identifiées par *J.-J.E. Slotine, J.K. Hedrick et E.A. Misawa* [32] et [33]. Ces dernières sont rappelées ci-dessous.

Considérons un système d'état non linéaire affine d'ordre  $n$  :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases}$$

où  $x \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état et  $y \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur de sortie mesuré du système

L'observateur à mode glissant d'un tel système est défini avec la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - \Lambda \Gamma_s$$

(5.6)

où

- $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$  représente l'estimée du vecteur d'état  $x$  ;

- $u$  est le vecteur de commande ;
- $f(\hat{x}, u)$  est l'estimée de la fonction  $f(x, u)$  à l'aide des  $\hat{x}_j, j=1, \dots, n$  ;
- $\Lambda$  est une matrice  $n \times p$  contenant les gains correctifs de l'observateur ;
- $\Gamma_s$  est le vecteur de dimension  $p \times 1$  défini tel que :  

$$\Gamma_s = [sign(\tilde{y}_1), sign(\tilde{y}_2), \dots, sign(\tilde{y}_p)]^T$$
 avec  $\tilde{y}_i = \hat{y}_i - y_i$  et  $i = 1, \dots, p$ .

Soient  $\tilde{y} = \hat{y} - y$  le vecteur relatif aux erreurs d'observation de la sortie et  $\tilde{x} = \hat{x} - x$  celui du vecteur d'état.

La surface de glissement est définie alors par :

$$s = \tilde{y} = \hat{y} - y = 0$$

Nous pouvons à présent déduire la dynamique des erreurs d'observation :

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{\hat{x}} - \dot{x} = \Delta f - \Lambda \Gamma_s$$

avec  $\Delta f = f(\hat{x}, u) - f(x, u)$

La figure 5.2 présente le schéma fonctionnel de l'observateur à mode glissant.

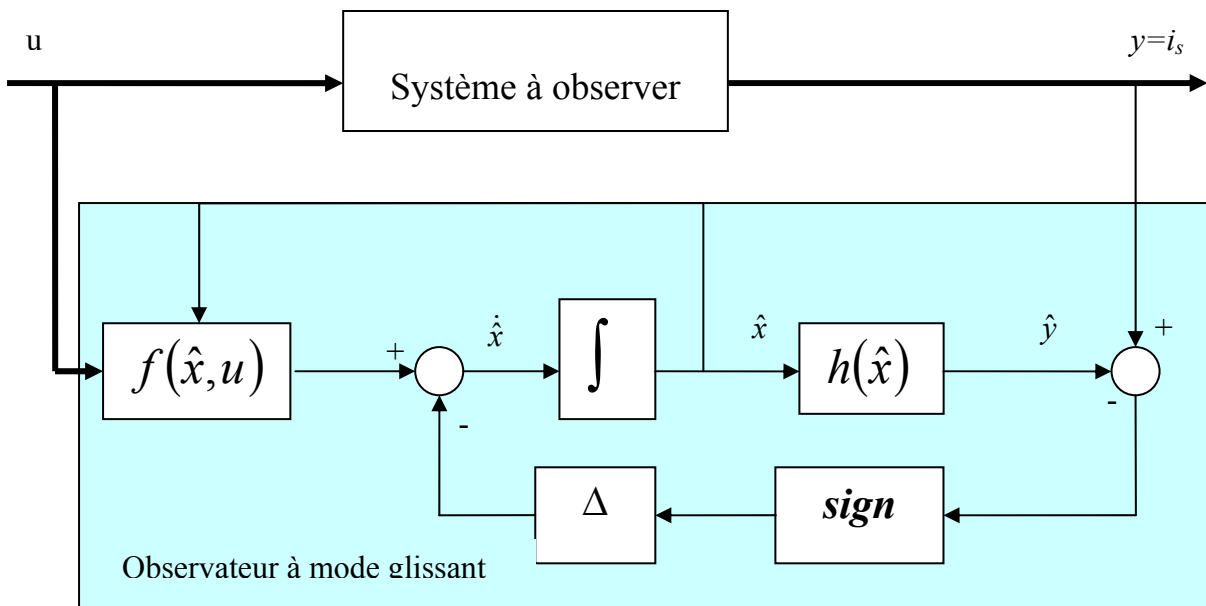


Fig.5.2. Schéma fonctionnel de l'observateur à mode glissant

La surface de glissement, permettant la synthèse d'un observateur à mode glissant, doit satisfaire la condition d'attractivité  $s.\dot{s} < 0$  et la condition d'invariance  $\begin{cases} \dot{s}(x) = 0 \\ s(x) = 0 \end{cases}$ .

La condition d'attractivité est assurée si la fonction de Lyapunov  $V(s) = \frac{1}{2} s^T .s$  vérifie  $\dot{V}(s) < 0$ , quand  $s \neq 0$ , et la condition d'invariance est satisfaite à l'aide des termes correctifs  $\Lambda$  de l'équation (5.6).

#### 5.4. Développement d'un observateur à modes glissants pour un convertisseur à trois cellules

Nous allons maintenant nous intéresser à l'application de l'observateur à modes glissants pour le convertisseur à trois cellules représenté par l'équation (5.4). L'objectif est toujours d'observer les tensions flottantes  $v_{C1}$  et  $v_{C2}$  à partir de la mesure du courant de charge  $i_L$  en vue d'une commande en boucle fermée du convertisseur.

Nous avons montré que le convertisseur est observable en utilisant le modèle instantané échantillonné à la période de découpage.

Pour une entrée  $U$  donnée, nous avons vu que le rang de la matrice d'observabilité est inférieur ou égal à 2. Ceci est tout à fait logique, vu que pour chaque séquence de fonctionnement imposée par le vecteur  $U$ , on ne peut discerner par la mesure du courant de charge que deux variables d'état au maximum (à condition que  $(u_2 - u_1, u_3 - u_2) \neq (0,0)$ ). Ces états sont le courant  $i_L$  et la tension aux bornes de la capacité équivalente parcourue par ce courant donnée par  $(u_2 - u_1)x_1 + (u_3 - u_2)x_2$ .

En effet, en effectuant le changement de variables  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = ((u_2 - u_1)x_1 + (u_3 - u_2)x_2, x_3)$  et pour chaque séquence de fonctionnement du convertisseur, le système d'équation  $S$  représentant le convertisseur s'écrit sous la forme réduite :

$$S_2 : \begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = \left( \frac{(u_2 - u_1)^2 + (u_3 - u_2)^2}{C} \right) \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 = -\frac{R}{L} \varepsilon_2 - \frac{1}{L} \varepsilon_1 + \frac{u_3}{L} E \end{cases} \quad (5.7)$$

La matrice d'observabilité du nouveau système  $S_2$  est définie comme suit :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

Le rang de cette nouvelle matrice est  $2=n'$ , donc le système réduit est observable  $\forall ((u_2 - u_1), (u_3 - u_2)) \neq (0,0)$ .



Avec le modèle échantillonné à la période de découpage, le cas est différent car toutes les séquences de fonctionnement sur une période de découpage sont prises en compte. L'observabilité s'explique alors, simplement par le fait que la tension observable  $\varepsilon_1$  prend dans chacune des séquences du convertisseur, une valeur particulière dépendant de  $v_{C1}$  et  $v_{C2}$  (tableau 5.1). Ainsi au bout d'un certain nombre de séquences, l'observabilité ou la connaissance de  $\varepsilon_1$  conduit naturellement à celle de  $v_{C1}$  et  $v_{C2}$ .

$u_1$	$u_2$	$u_3$	$\varepsilon_1$
0	0	0	0
1	0	0	$-v_{C1}$
0	1	0	$v_{C1} - v_{C2}$
1	1	0	$-v_{C2}$
0	0	1	$v_{C2}$
1	0	1	$-v_{C1} + v_{C2}$
0	1	1	$v_{C1}$
1	1	1	0

Tableau 5.1. Valeurs prises par  $\varepsilon_1$  pour différentes séquences de fonctionnement du convertisseur.

#### 5.4.1. Equation et fonctionnement de l'observateur à modes glissants

En appliquant la théorie des observateurs à modes glissants (équation (5.6)) pour le convertisseur à trois cellules (équation (5.4)), on en déduit l'observateur à modes glissants du convertisseur à trois cellules :

$$O : \begin{cases} \hat{x}_1 = f_1(\hat{x}, u) - \Lambda_1 \text{sign}(s) = \frac{u_2 - u_1}{\hat{C}} \hat{x}_3 - \Lambda_1 \text{sign}(s) \\ \hat{x}_2 = f_2(\hat{x}, u) - \Lambda_2 \text{sign}(s) = \frac{u_3 - u_2}{\hat{C}} \hat{x}_3 - \Lambda_2 \text{sign}(s) \\ \hat{x}_3 = f_3(\hat{x}, u) - \Lambda_3 \text{sign}(s) = -\frac{\hat{R}}{\hat{L}} \hat{x}_3 - \frac{u_2 - u_1}{\hat{L}} \hat{x}_1 - \frac{u_3 - u_2}{\hat{L}} \hat{x}_2 + \frac{u_3}{\hat{L}} E - \Lambda_3 \text{sign}(s) \end{cases} \quad (5.8)$$

où :

- $\hat{x} \in \mathfrak{R}^3$  est le vecteur estimé de l'état  $x$  ;
- $\hat{R}, \hat{L}, \hat{C}$  les valeurs estimées des circuits passifs (avec des erreurs paramétriques) ;
- $f(\hat{x}, u)$  est l'estimé du modèle  $f(x, u)$  en fonction de  $\hat{x}_{j=1,2,3}$  ;

- $\Lambda$  est la matrice de gains correctifs de l'observateur à mode glissant de dimension  $3 \times 1$  ;
- $sign(s)$  est un vecteur d'ordre  $p \times 1 = 1 \times 1$  puisque  $x_3 = i_s$  est l'unique état mesuré ;
- $s$  est la surface de glissement définie telle que  $s = \hat{x}_3 - x_3 = \tilde{x}_3$ .

La dynamique des erreurs d'observation  $\tilde{x}$  est alors définie comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1 = \Delta f_1 - \Lambda_1 sign(\tilde{x}_3) = (u_2 - u_1) \left( \frac{\hat{x}_3}{\hat{C}} - \frac{x_3}{C} \right) - \Lambda_1 sign(\tilde{x}_3) \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \dot{\hat{x}}_2 - \dot{x}_2 = \Delta f_2 - \Lambda_2 sign(\tilde{x}_3) = (u_3 - u_2) \left( \frac{\hat{x}_3}{\hat{C}} - \frac{x_3}{C} \right) - \Lambda_2 sign(\tilde{x}_3) \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \dot{\hat{x}}_3 - \dot{x}_3 = \Delta f_3 - \Lambda_3 sign(\tilde{x}_3) = \left( \frac{\hat{R}}{\hat{L}} \hat{x}_3 - \frac{R}{L} x_3 \right) - (u_2 - u_1) \left( \frac{\hat{x}_1}{\hat{L}} - \frac{x_1}{L} \right) - (u_3 - u_2) \left( \frac{\hat{x}_2}{\hat{L}} - \frac{x_2}{L} \right) - \left( \frac{1}{\hat{L}} - \frac{1}{L} \right) u_3 E - \Lambda_3 sign(\tilde{x}_3) \end{cases} \quad (5.9)$$

L'observateur à modes glissants contraint cette dynamique à converger vers la surface de glissement  $s = \tilde{x}_3 = 0$  et à y évoluer (phénomène de glissement) selon une dynamique d'ordre 2. L'objectif du gain  $\Lambda_3$  est d'assurer l'attractivité de la surface de glissement. Quant à  $\Lambda_1$  et  $\Lambda_2$ , ils ont l'objectif d'imposer les dynamiques des erreurs d'observation sur la surface de glissement.

#### 5.4.2. Condition de glissement et mode d'atteinte

Soit la fonction de Lyapunov définie positive :  $V(s) = \frac{1}{2} s^T s = \frac{1}{2} \tilde{x}_3^2$

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V}(s) = s \cdot \dot{s} = \tilde{x}_3 \cdot \dot{\tilde{x}}_3 = \tilde{x}_3 \cdot (\Delta f_3 - \Lambda_3 sign(\tilde{x}_3)).$$

Selon la méthode directe de Lyapunov, la surface de glissement  $s$  est attractive si sa dérivée est semi définie négative :  $\dot{V}(s) < 0$ .

Nous avons :

$$\dot{V}(s) < 0 \Rightarrow \tilde{x}_3 (\Delta f_3 - \Lambda_3 sign(\tilde{x}_3)) < 0$$

ainsi

$$\dot{V}(s) < 0 \Rightarrow \begin{cases} \Lambda_3 > \Delta f_3 & si \tilde{x}_3 > 0 \\ \Lambda_3 > -\Delta f_3 & si \tilde{x}_3 < 0 \end{cases}$$

ce qui implique que  $\forall \tilde{x}_3$ , il suffit que  $\Lambda_3 > |\Delta f_3|_{\max}$  pour que  $\dot{V}(s) < 0$

Si nous supposons que  $\Delta f_3$  est bornée, c'est-à-dire que les erreurs d'observation et les erreurs sur les paramètres du système sont bornées, alors il suffit simplement de vérifier la condition suivante :

$$\Lambda_3 > |\Delta f_3|_{\max}$$

à savoir :

$$\Lambda_3 > \left| \frac{\hat{R}}{\hat{L}} \hat{x}_3 - \frac{R}{L} x_3 \right|_{\max} + \left| \frac{\hat{x}_1}{\hat{L}} - \frac{x_1}{L} \right|_{\max} + \left| \frac{\hat{x}_2}{\hat{L}} - \frac{x_2}{L} \right|_{\max} + \left| \frac{1}{\hat{L}} - \frac{1}{L} \right|_{\max} E_{\max}$$

(5.10)

Cette condition garantit l'attractivité de la surface de glissement  $s = \tilde{x}_3 = 0$ , elle dépend à la fois des erreurs paramétriques commises sur la charge et des erreurs d'observation. Le domaine de glissement est le sous espace d'état de  $\mathfrak{R}^3$  pour lequel  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$  vérifient la condition  $\dot{V}(s) < 0$ .

#### 5.4.3. Mode de glissement et dynamiques des erreurs d'observation

La dynamique des erreurs d'observation sur la surface de glissement provient des conditions d'invariance suivantes :

$$\begin{cases} \dot{s}(\tilde{x}) = \dot{\tilde{x}}_3 = \Delta f_3 - \Lambda_3 \Gamma_s^{eq} = 0 \\ s(\tilde{x}) = \hat{x}_3 - x_3 = 0 \end{cases}$$

soit :

$$\begin{cases} \dot{s}(\tilde{x}) = -\left( \frac{\hat{R}}{\hat{L}} \hat{x}_3 - \frac{R}{L} x_3 \right) - (u_2 - u_1) \left( \frac{\hat{x}_1}{\hat{L}} - \frac{x_1}{L} \right) - (u_3 - u_2) \left( \frac{\hat{x}_2}{\hat{L}} - \frac{x_2}{L} \right) + \left( \frac{1}{\hat{L}} - \frac{1}{L} \right) u_3 E - \Lambda_3 \text{sign}(\tilde{x}_3)_{eq} = 0 \\ s(\tilde{x}) = \hat{x}_3 - x_3 = 0 \end{cases}$$

Il en découle une condition d'équilibre :

$$\Gamma_s^{eq} = (\text{sign}(\tilde{x}_3))_{eq} = \frac{\Delta f_3}{\Lambda_3} = \frac{-\left( \frac{\hat{R}}{\hat{L}} \hat{x}_3 - \frac{R}{L} x_3 \right) - (u_2 - u_1) \left( \frac{\hat{x}_1}{\hat{L}} - \frac{x_1}{L} \right) - (u_3 - u_2) \left( \frac{\hat{x}_2}{\hat{L}} - \frac{x_2}{L} \right) + \left( \frac{1}{\hat{L}} - \frac{1}{L} \right) u_3 E}{\Lambda_3}$$

En remplaçant  $\Gamma_s^{eq}$  par sa valeur dans l'équation (5.9) décrivant les erreurs d'observation, nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \Delta f_1 - \frac{\Lambda_1}{\Lambda_3} \Delta f_3 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \Delta f_2 - \frac{\Lambda_2}{\Lambda_3} \Delta f_3 \\ \hat{x}_3 = x_3 \end{cases}$$

Après quelques modifications (voir [3]), on trouve la dynamique des erreurs sous une expression plus simple :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \Delta f_1 - \frac{\Lambda_1}{\Lambda_3} \Delta f_3 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_3} (u_2 - u_1) \frac{1}{\tilde{L}} \tilde{x}_1 + \frac{\Lambda_1}{\Lambda_3} (u_3 - u_2) \frac{1}{\tilde{L}} \tilde{x}_2 + d_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \Delta f_2 - \frac{\Lambda_2}{\Lambda_3} \Delta f_3 = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_3} (u_2 - u_1) \frac{1}{\tilde{L}} \tilde{x}_1 + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_3} (u_3 - u_2) \frac{1}{\tilde{L}} \tilde{x}_2 + d_2 \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_3} \left( \frac{\tilde{R}}{\tilde{L}} x_3 + \frac{1}{\tilde{L}} [(u_2 - u_1)x_1 + (u_3 - u_2)x_2 - u_3 E] \right) + \frac{(u_2 - u_1)}{\tilde{C}} x_3 \\ d_2 = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_3} \left( \frac{\tilde{R}}{\tilde{L}} x_3 + \frac{1}{\tilde{L}} [(u_2 - u_1)x_1 + (u_3 - u_2)x_2 - u_3 E] \right) + \frac{(u_3 - u_2)}{\tilde{C}} x_3 \end{cases}$$

Les termes  $d_1$  et  $d_2$  correspondent à des perturbations liées aux erreurs sur les paramètres de la charge, ainsi qu'au point de fonctionnement du convertisseur.

Le changement de variables :  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = ((u_2 - u_1)x_1 + (u_3 - u_2)x_2, x_3)$  fait apparaître la dynamique des erreurs d'observation pour le système d'ordre réduit, et plus particulièrement pour  $\varepsilon_1$  :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\varepsilon}}_1 = \frac{1}{\tilde{L}} \cdot \frac{1}{\Lambda_3} ((u_2 - u_1)\Lambda_1 + (u_3 - u_2)\Lambda_2) \tilde{\varepsilon}_1 + (u_2 - u_1)d_1 + (u_3 - u_2)d_2 \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_2 = \tilde{\varepsilon}_2 = 0 \end{cases}$$

(5.11)

Dans l'hypothèse où les erreurs sur les paramètres de la charge sont négligées, à savoir :  $d_1 = d_2 = 0$ , le pôle non nul de ce système d'équations est le suivant :

$$p_2 = \frac{1}{\tilde{L}} \cdot \frac{1}{\Lambda_3} ((u_2 - u_1)\Lambda_1 + (u_3 - u_2)\Lambda_2)$$

La variable  $\tilde{\varepsilon}_1$  est régie par une dynamique du premier ordre dont la constante de temps est  $-\frac{1}{p_2}$ .

Si toutes les cellules sont ON ou OFF ( $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = 0$ ),  $\tilde{\varepsilon}_1$  n'est plus observable, mais dans ce cas le courant de charge ne traverse aucun condensateur flottant. Les tensions des condensateurs restent alors inchangées (elles gardent les valeurs observées pendant la séquence de commande précédente).

La seule dynamique qui peut être ajustée à l'aide des gains de l'observateur à modes glissants est celle de  $\tilde{\varepsilon}_1$ . Néanmoins, si le système est observable (ce qui a été démontré), la convergence de  $\tilde{\varepsilon}_1$  induit celles de  $x_1$  et  $x_2$ . En effet, la convergence de  $\tilde{\varepsilon}_1$  assure que  $((u_2 - u_1)\hat{x}_1 + (u_3 - u_2)\hat{x}_2)$  tend vers  $((u_2 - u_1)x_1 + (u_3 - u_2)x_2)$ . Or, pour certaines combinaisons des ordres de commande,  $(u_2 - u_1)$  ou  $(u_3 - u_2)$  s'annule, permettant la convergence de  $\hat{x}_1$  vers  $x_1$  ou  $\hat{x}_2$  vers  $x_2$ .

Pour  $(u_2 - u_1) = 0$  (respectivement  $(u_3 - u_2) = 0$ ), le courant ne circule plus dans le condensateur  $C_1$  (respectivement  $C_2$ ) et  $x_1$  (respectivement  $x_2$ ) n'est plus observable. Dans ce cas le gain  $\Lambda_1$  (respectivement  $\Lambda_2$ ) doit s'annuler. Ainsi, les expressions des gains de l'observateur prennent la forme :

$$\Lambda_1 = \lambda_1(u_2 - u_1) \text{ et } \Lambda_2 = \lambda_2(u_3 - u_2)$$

Puisque les valeurs des condensateurs sont identiques, alors leurs évolutions sont aussi identiques, d'où on choisit  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ .

L'équation (5.11) devient alors :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\varepsilon}}_1 = \frac{\lambda}{L} \cdot \frac{1}{\Lambda_3} \left( (u_2 - u_1)^2 + (u_3 - u_2)^2 \right) \tilde{\varepsilon}_1 + (u_2 - u_1)d_1 + (u_3 - u_2)d_2 \\ \tilde{\varepsilon}_2 = \tilde{\varepsilon}_2 = 0 \end{cases}$$

Théoriquement, en négligeant les erreurs paramétriques, on cherche à imposer la dynamique suivante de  $\tilde{\varepsilon}_1$  :

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_1 = -\frac{1}{\tau} \left( (u_2 - u_1)^2 + (u_3 - u_2)^2 \right) \tilde{\varepsilon}_1$$

Celle-ci dépend de la constante de temps  $\tau$  et ne peut être imposée que si  $\varepsilon_1$  est observable.

Les gains de l'observateur prennent alors la forme :

$$\begin{aligned}\Lambda_1 &= -\frac{\Lambda_3}{\tau} \hat{L}(u_2 - u_1) \\ \Lambda_2 &= -\frac{\Lambda_3}{\tau} \hat{L}(u_3 - u_2)\end{aligned}\tag{5.12}$$

Ces derniers constituent une alternative intéressante, puisqu'ils s'annulent lorsque les tensions  $v_{Ci}$  associées deviennent non observables  $u_{i+1} - u_i = 0$ . Durant cet intervalle de temps, les tensions intermédiaires observées pendant la séquence de commande précédente  $x_{j=1,2}$  demeurent inchangées.

$\tau$  est un paramètre primordial qui doit être précisément ajusté, car il fixe la dynamique de l'observateur durant le mode de glissement.

#### 5.4.4. Paramètres et dynamiques de l'observateur

Nous avons appliqué cette méthode sur un convertisseur trois cellules ayant les caractéristiques suivantes :

$$E=1500\text{ V}, R=10\Omega, C_1=C_2=40\mu\text{F}, L=0.5\text{mH}, I_{ref}=60\text{A}.$$

Afin de déterminer les différents gains et paramètres de l'observateur à modes glissants, plusieurs hypothèses sont réalisées, l'objectif étant de garantir une certaine robustesse à la structure d'estimation :

- les erreurs d'observation maximales pour les variables d'état valent :  $500\text{V}$  pour  $\tilde{x}_1$ ,  $1000\text{V}$  pour  $\tilde{x}_2$  et  $60\text{A}$  pour  $\tilde{x}_3$  ;
- les variations paramétriques de la charge sont fixées à :  $15\%$  pour l'inductance  $L$ ,  $50\%$  pour la résistance  $R$  lors du calcul de  $\Lambda_3$ . Les valeurs sont supposées constantes par la suite à savoir :  $\hat{L} = L$  et  $\hat{R} = R$  ;
- les paramètres du convertisseur sont toujours constants :  $\hat{C} = C$ .

L'équation (5.7) implique ainsi qu'un gain  $\Lambda_3 > 6,5 \times 10^6 \text{ A/s}$  est suffisant pour garantir l'attractivité de la surface de glissement  $s = \tilde{x}_3 = 0$ .

Les gains  $\Lambda_1, \Lambda_2$  sont déterminés de façon à imposer la dynamique de l'erreur d'observation en mode de glissement. La dynamique d'évolution théorique de la tension aux bornes des condensateurs flottants dépend du courant de charge maximal et de la valeur de ces derniers, soit :

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{|i_s|_{\max}}{C} = \frac{|\tilde{x}_3|_{\max}}{C} = \frac{60}{40 \times 10^{-6}} = 1,5 \times 10^6 \text{ V/s}$$

Afin de respecter la dynamique théorique de l'évolution des tensions flottantes, la constante de temps  $\tau$  doit être fixées à :

$$\tau = \frac{\Lambda_3 \cdot L}{(dV/dt)} = \frac{6,5 \times 10^6 \times 0,5 \times 10^{-3}}{1,5 \times 10^6} = 2,17 \text{ ms}$$

Nous pouvons donc déduire, d'après l'équation (5.12) les valeurs des gains  $\Lambda_1$  et  $\Lambda_2$  :

$$\begin{cases} \Lambda_1 = -1,5(u_2 - u_1) \text{ V/s} \\ \Lambda_2 = -1,5(u_3 - u_2) \text{ V/s} \end{cases}$$

La durée que met la trajectoire de l'erreur pour atteindre la surface  $s(\tilde{x}) = 0$  est définie par l'équation :

$$t_r \leq \frac{s(t=0)}{\Lambda_3} = \frac{|\tilde{x}_3|_{\max}}{\Lambda_3}$$

Soit pour  $s(t=0) = 60A$ , un temps de réponse :  $t_r \leq 9,3\mu s$

### 5.5. Robustesse de l'observateur

Nous avons programmé l'observateur présenté dans ce chapitre en boucle fermée avec un convertisseur commandé par l'approche hybride représenté au chapitre 4 en utilisant l'outil de simulation *SIMULINK* de *MATLAB*.

Afin de tester la robustesse de l'observateur, nous avons effectué trois essais de simulation :

#### a. Observateur d'état sans changement de l'entrée et sans une perturbation de la sortie

Nous avons estimé les tensions flottantes ainsi que le courant de charge en imposant une erreur d'observation initiale de 200 V pour les tensions flottantes et 60 A pour le courant. La tension d'entrée reste constante et le retour d'état prend en compte la valeur de la sortie mesurée sans perturbations. Nous avons représenté dans la figure 5.3 les variables d'état commandées en bleu et celles estimées en rouge.

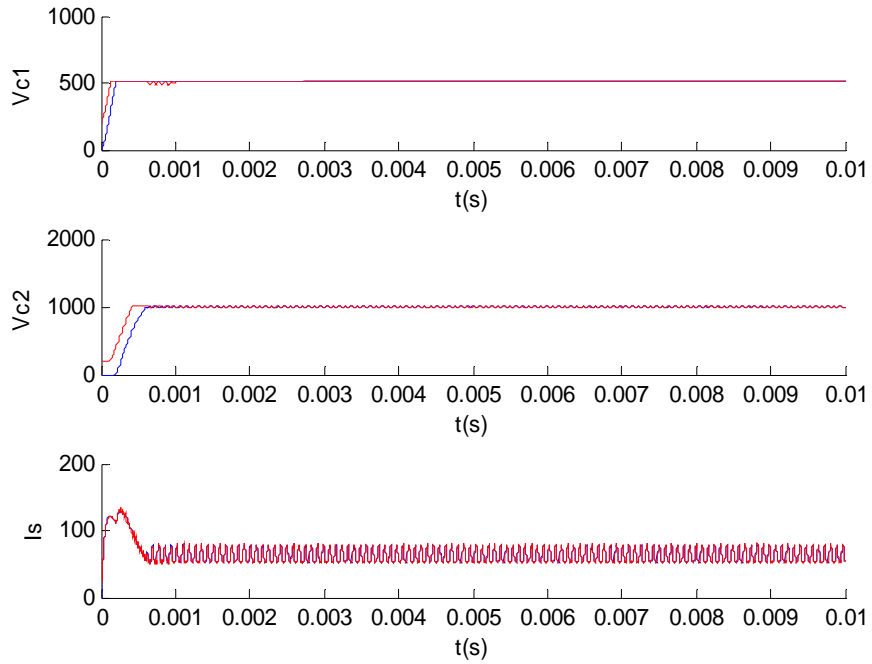


Fig.5.3. Estimation des variables d'état avec une entrée constante

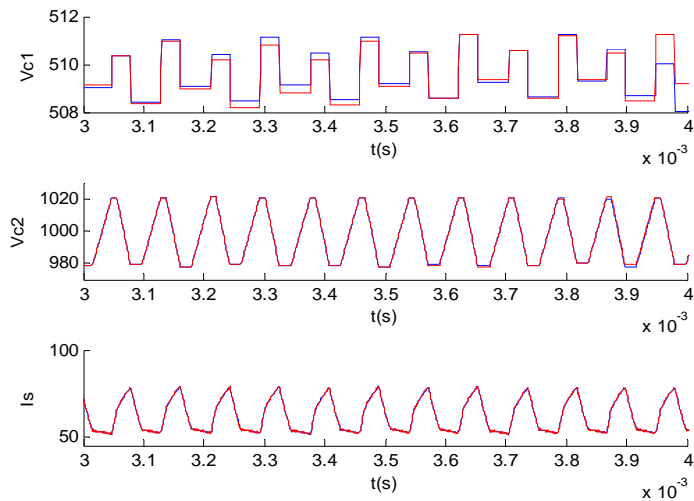


Fig.5.4. ZOOM de l'évolution des variables d'état

La figure 5.5 représente les erreurs d'observation des variables d'état en fonction du temps.



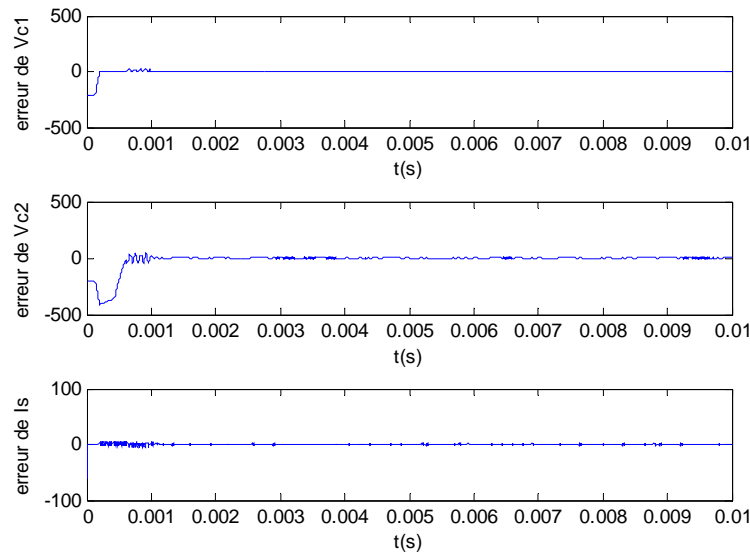


Fig.5.5. Les erreurs d'observation avec une entrée constante

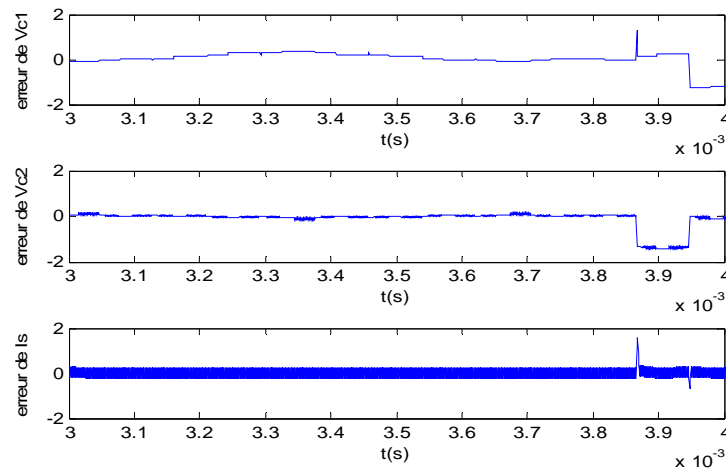


Fig.5.6. ZOOM de la figure 5.4

Les erreurs d'observation convergent très rapidement vers la valeur nulle. La convergence des tensions flottantes est plus lente que celle du courant de charge qui respecte parfaitement le temps de convergence  $t_r < 9,3 \mu s$ .

#### b. Observateur d'état avec un changement de la tension d'entrée et sans perturbation de la sortie

Pour tester les performances de l'observateur développé, nous avons perturbé, avec un échelon, la tension d'entrée en appliquant une tension  $E=1500 V$  jusqu'à l'instant  $t=t_1=4ms$ , puis, une autre valeur de la tension d'entrée  $E=800V$  jusqu'à  $t_2=8ms$  puis le système retrouve sa première tension d'entrée  $E=1500V$ . La figure 5.7 représente l'évolution des variables d'état (en bleu les variables commandées et en rouge les variables estimées).

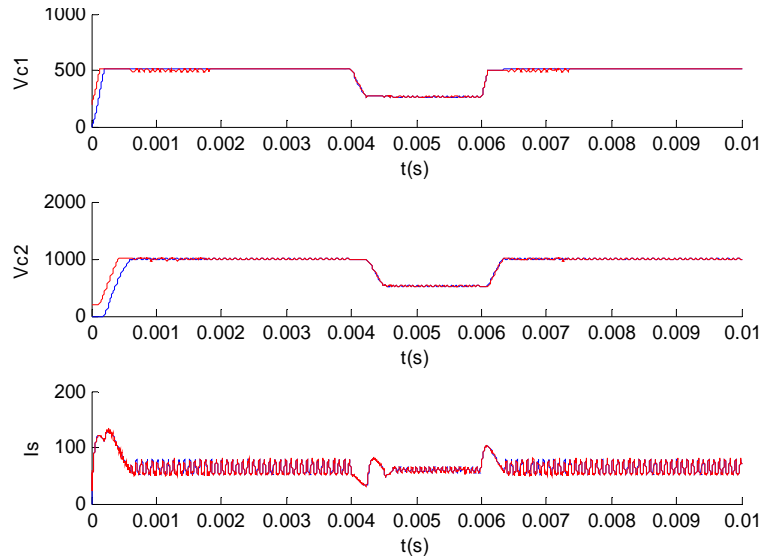


Fig.5.7. Estimation des variables d'état avec perturbation de la tension d'entrée

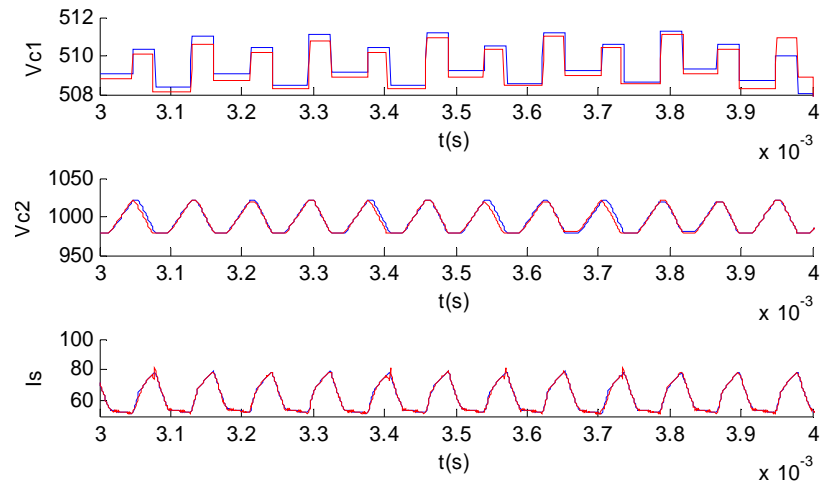


Fig.5.8. ZOOM de la figure 5.5.

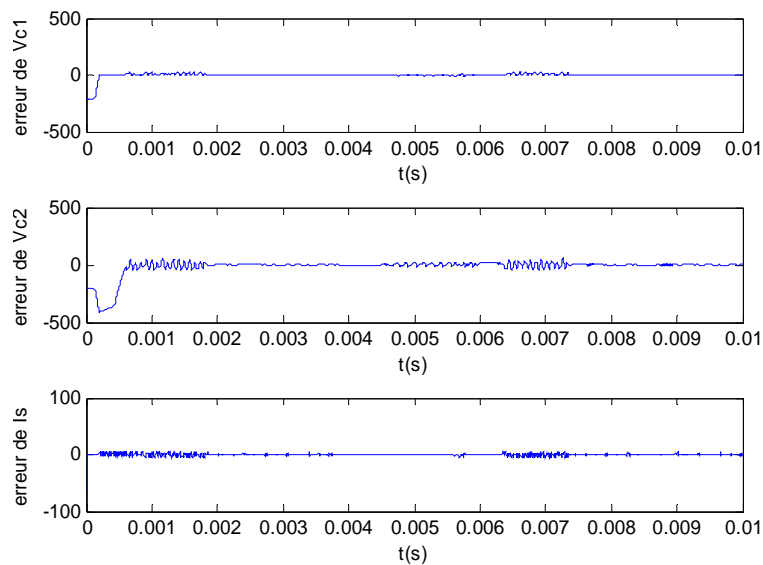


Fig.5.9. Les erreurs d'observation avec perturbation de la tension d'entrée

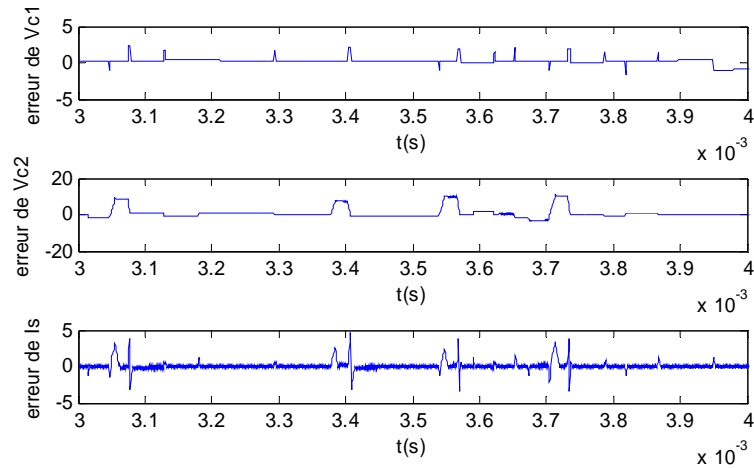


Fig.5.10. ZOOM de la figure 5.7.

Nous voyons que même en perturbant la tension d'entrée les erreurs d'observation convergent très rapidement vers zéro. L'erreur sur le courant diminue lorsqu'on change la tension d'entrée car la valeur du gain  $\Lambda_3$  minimale est calculée pour une tension d'entrée de  $1500\text{ V}$ . toute tension inférieure à cette valeur permet donc au gain  $\Lambda_3$  de satisfaire la condition d'attractivité de la surface de glissement et impose une erreur d'observation plus petite.

### c. Observateur d'état avec changement de la tension d'entrée et perturbation de la sortie

Dans cette partie nous avons appliqué une tension d'entrée  $E=1500\text{V}$  jusqu'à  $t=5\text{ms}$  puis nous avons diminué la tension d'entrée à  $800\text{V}$ . La valeur du courant de sortie du système qui sert d'entrée pour l'observateur subit une perturbation aléatoire de variance  $10$ . L'évolution des variables d'état est représentée sur la figure 5.11 et les erreurs d'observation sur la figure 5.13.

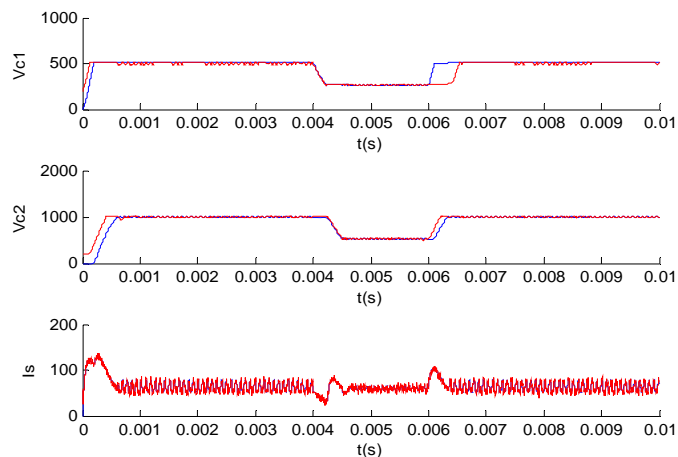


Fig.5.11. Estimation des variables d'état avec perturbation de la sortie

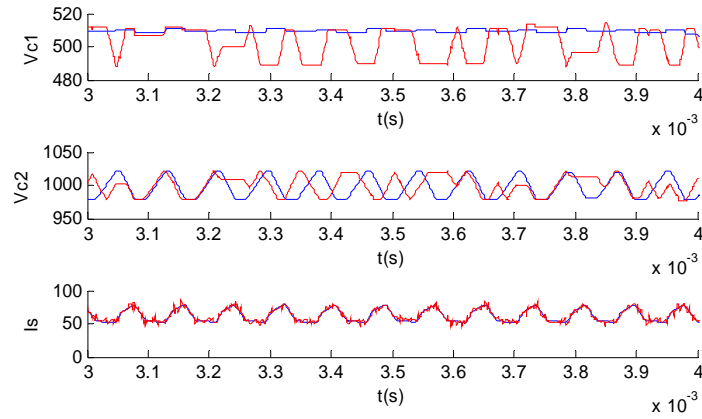


Fig.5.12. ZOOM de la figure 5.9.

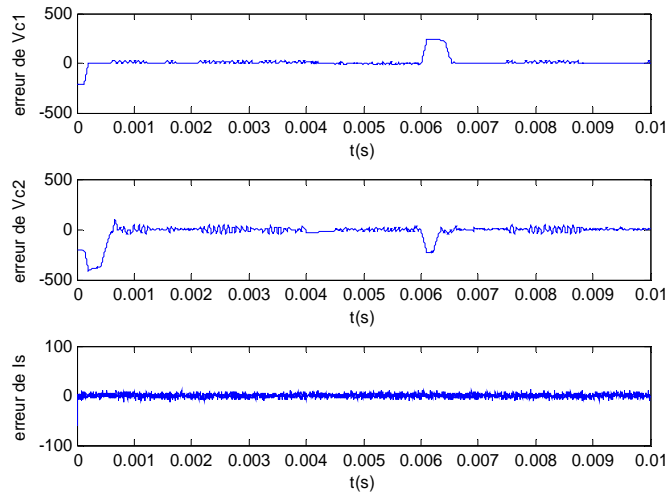


Fig.5.13. Les erreurs d'observation avec perturbation de la sortie

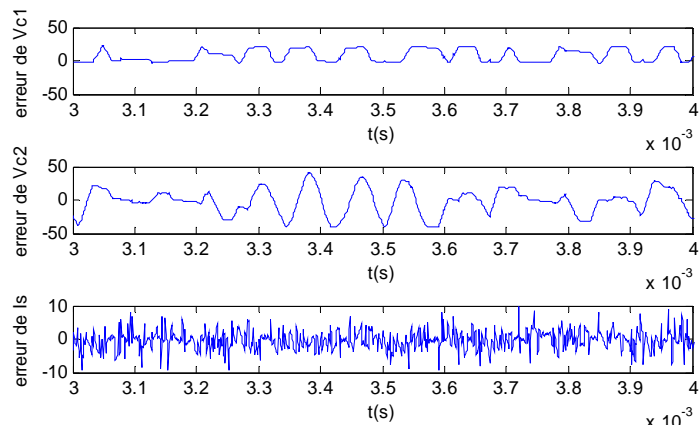


Fig.5.14. ZOOM de la figure 5.11.

Les performances de l'observateur sont bien démontrées dans ce cas de figure. Les erreurs d'observation convergent bien vers la surface de glissement et y restent. L'observateur par mode glissant est donc robuste aux perturbations de la sortie c'est là une caractéristique importante de ce type d'observateur.

## **5.6. Conclusion**

Dans ce chapitre, en se basant sur le modèle instantané du convertisseur, nous avons synthétisé un observateur par modes glissants dédié à l'estimation des tensions intermédiaires d'un convertisseur à trois cellules.

Nous avons démontré l'observabilité du système en utilisant un modèle exact échantillonné à la période de découpage prenant en compte les différentes séquences de fonctionnement du convertisseur. L'utilisation de la théorie des observateurs à structure variable a permis de synthétiser un observateur à modes glissants fondé sur la mesure du courant de charge uniquement. Diverses conditions à respecter ont induit à la détermination des gains correctifs de cette technique d'estimation.

L'étude de la robustesse a montré que l'observateur par modes glissants était assez robuste par rapport aux changements brusques de la tension d'entrée et aux perturbations de la sortie.

Ce type d'observateur est compatible avec tous les types de commande (MLI, Commande par modes glissants, ...), nous avons choisi de travailler avec la commande hybride représentant fidèlement le comportement du convertisseur. Une étude future devra porter sur la synthèse d'un observateur hybride pour le convertisseur multicellulaire.

# **Conclusions générales et perspectives**

Les convertisseurs multicellulaires ont trouvé une utilisation très large dans le domaine industriel grâce à leurs nombreux avantages, notamment, la réduction des contraintes appliquées aux interrupteurs bloqués et la génération d'une tension de sortie multiniveaux.

Le bon fonctionnement d'un convertisseur à  $p$  cellules nécessite l'équilibrage des tensions flottantes à des valeurs de  $kE/p$  ( $k=1, \dots, p-1$ ) de la tension d'entrée. Plusieurs stratégies de commandes ont été développées afin d'assurer ce fonctionnement tout en régulant une grandeur de sortie (courant ou tension) du convertisseur.

L'une des applications les plus courantes des convertisseurs statiques est la commande des moteurs. L'utilisation de deux convertisseurs multicellulaires placés en série a permis de commander un moteur à courant continu en quatre quadrants. La commande de ces convertisseurs est basée sur un algorithme externe permettant la régulation des tensions flottantes selon la valeur de la tension de sortie désirée. Cette méthode a donné de très bons résultats quant à la régulation des tensions flottantes. Elle nécessite, cependant, de charger initialement les condensateurs à leurs tensions de fonctionnement. Ainsi pour un changement de la tension de référence, les condensateurs doivent être rechargés aux nouvelles valeurs de fonctionnement.

Cet inconvénient nous a incité à chercher une autre commande permettant la régulation des tensions flottantes quelle que soit la charge initiale des condensateurs. Nous avons alors synthétisé une commande par modes glissants qui a donné de très bons résultats en simulation tant pour la poursuite de la référence du courant de charge que pour l'équilibrage des tensions flottantes. Ceci est fait pour une séquence de commande présentant des changements brusques de la tension d'entrée et du courant de référence.

Cependant, jusque là, nous avons pris le modèle instantané du convertisseur et avons négligé sa nature hybride définie par la présence de variables continues (tensions et courant) et de variables discrètes (état des interrupteurs). Nous avons alors développé une nouvelle approche de modélisation permettant de prendre en compte la nature hybride des convertisseurs multicellulaires. Elle est basée sur la subdivision du système en plusieurs sous-systèmes continus représentant chacun une configuration du convertisseur et un ensemble de lois gouvernant les commutations entre ces configurations. Ce modèle a été utilisé pour la synthèse d'une loi de commande hybride d'un convertisseur à trois cellules. Nous avons vu par simulation que cette méthode a donné de très bonnes performances. En effet, la comparaison entre les résultats de la commande par mode glissant et la commande hybride a montré que cette dernière présente de meilleures performances ; à savoir un dépassement très petit du courant de charge et une rapidité de régulation des tensions flottantes.

Toutes ces commandes étant en boucle fermée, la connaissance des valeurs instantanées des variables d'état est nécessaire. Néanmoins, la mesure de ces variables nécessite l'utilisation de capteurs de tensions très coûteux. Il devient donc judicieux de pouvoir capter ces variables à l'aide d'un observateur d'état. Nous avons alors développé un observateur d'état par modes glissants basé sur un modèle exact échantillonné à la période de découpage et avons simulé son fonctionnement avec une commande hybride après avoir démontré l'observabilité du système. Les résultats de simulations ont montré la fiabilité de cet observateur.

Nous pouvons suggérer comme perspectives pour ce travail de modéliser et de commander par la méthode hybride la structure en quatre quadrants présentée au début de ce travail. Ainsi que de développer un observateur d'état hybride des tensions flottantes, ce qui pourra très probablement résoudre d'une manière simple le problème d'observabilité des convertisseurs multicellulaires.



# **Bibliographie**

## Bibliographie

- [1] : T. MEYNARD « *Flying capacitor multicell converters with reduced stored energy* » . IEEE, ISIE 2006. july 9-12 2006, Montreal, Quebec, Canada. pp 914-918.
- [2] G. SEGUIER " *Electronique de Puissance. Les fonctions de base et leurs principales applications* ". Dunod, 1996. ISBN 2-10-003107-4.
- [3] : A.M. LIENHARDT. « *Etude de la Commande et de l'Observation d'une Nouvelle Structure de Conversion d'Energie de type SMC (Convertisseur Multicellulaire Superposé)* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [4]: Thierry A. Meynard : "*Multicell Converters: Derived Topologies*" IEEE transaction on industrial electronics, vol. 49, NO. 5, October 2002. pp 978\_987.
- [5]: Dispositif de Conversion d'Energie Multicellulaire. G. Gateau, T.A. Meynard et H. Foch. French Patent n° 0006786, 26 Mai 2000.
- [6]: Device for Converting Multicell Energy. G. Gateau, T.A. Meynard et H. Foch, Worldwide Patent n° 0193412, 06 Décembre 2001.
- [7] : L. Delmas : "*Stacked Multicell Converter (SMC): Control and Natural Balancing*" Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle. IEEE 2002
- [8] : O.BETHOUX. « *commande et détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série* ». Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie de l'université de Cergy-Pontoise, 2005.
- [9]: Dispositif Electronique de Conversion d'Energie Electrique. T.A. Meynard and H. Foch, French Patent n° 91.09582 du 25 Juillet 1991 ; Europe, Japon, USA, Canada n°92/00652 du 8 Juillet 1992.
- [10] : R.H. WILKINSON. « *Natural Balance of Multicell Converters* ». IEEE, 2003, pp 1307\_1312.
- [11]: M. AIMÉ. « *Évaluation et optimisation de la bande passante des convertisseurs statiques Application aux nouvelles structures multicellulaires* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003
- [12]: R. RUELLAND. « *Apport de la co-simulation dans la conception de l'architecture des dispositifs de commande numérique pour les systèmes électriques* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.

- [13]: G. GATEAU. « *Multicell Converters: Active Control and Observation of Flying-Capacitor Voltages* ». IEEE transaction on industrial electronics, vol. 49, NO. 5, October 2002. pp 998\_1008.
- [14]: R. BENSAID. « *Observateurs des tensions aux bornes des capacités flottantes pour les convertisseurs multicellulaires séries* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.
- [15] B. NICOLAS. « *Contribution à la commande des convertisseurs statiques : définition de lois de commutation à l'aide de la théorie des modes glissants* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1996.
- [16]: D. PINON. « *Commande des convertisseurs multicellulaires par mode de glissement* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2000.
- [17] : O. BETHOUX. « *Commande et détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série* ». Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie, Université de Cergy-Pontoise. 2004.
- [18] : J.-J. E. SLOTINE. « *Applied nonlinear control* ». Printice et Hall (New jersey). ISBN 3-540-50601-2. 1991
- [19] : ISIDORI. « *Non linear control systems* ». Spriner\_verlag (Berlin), 1989. ISBN :3-540-50601-2.
- [20] : H. BUHLER. « *Réglage par mode de glissement* ». Presse Polytechnique, Romandes (Lausanne), ISBN 2-88074-108-4. 1986.
- [21] : O. BETHOUX. « *Commande directe d'un hacheur multicellulaire série respectant les cycles limites* ». CIFA 2004. Tunisie.
- [22]: T.X.T. DANG. « *Vérification et synthèse des systèmes hybrides* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [23] : Aude RONDEPIERRE. « *Algorithmes hybrides pour le contrôle de systèmes non linéaires* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.
- [24] : A. GIRARD. « *Analyse Algorithmique des Systèmes Hybrides* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.
- [25] : A. BIROUCHE. « *Contribution sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [26] : Z. SUN. « *Switched Linear Systems ; Control and Design* ». Springer. 2005
- [27] : E. ZULUETA. « *Hybrid modelling of open loop DC-DC converters* ». Revista Facultad de Ingeniera, U.T.A. (Chile). (CHILE), VOL. 11 N°2, 2003, pp. 41-47

- [28] : K. BENMANSOUR. « *Hybrid control of a multicellular converter* ». Hybrid systems, Non linear analysis. 2007.
- [29] : T. GEYER. « *Low Complexity Model Predictive Control in Power Electronics and Power Systems* ». Thèse de doctorat, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, 2005
- [30] : R. DJENIDI. « *Interface Scicos-SynDEx* » rapport de recherche N° 4250-septembre 2001. INRIA
- [31]: R. HERMAN. « *Nonlinear controllability and observability* ». IEEE Trans. Autom. Contr., AC-22(5):728-740, 1977.
- [32] J.-J. E. Slotine, J. K. Hedrick, and E. A. Misawa. « *On sliding observers for nonlinear systems* ». American Control Conference, pp. 1794-1800, June 1986.
- [33] J.-J. E. Slotine, J. K. Hedrick, and E. A. Misawa, « *On Sliding Observers for Nonlinear Systems* ». Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, vol. 109, pp. 245-252, September 1987.

# **Annexes**

## Annexe A

### Algèbre de Lie et commandabilité des systèmes non linéaires

#### Variété différentielle

Une variété différentielle correspond à une surface dans un espace de dimension quelconque

Soit  $\Phi$  une application de  $\mathfrak{R}^n$  dans  $\mathfrak{R}^{n-p}$  (avec  $0 \leq p < n$ ). On suppose qu'il existe au moins une solution  $x_0$  de l'équation  $\Phi(x_0) = 0$ , et que l'application linéaire tangente  $d\Phi(x) = 0$  est de dimension  $n-p$  sur un voisinage  $V$  de  $x_0$ .

**Définition :** une variété de dimension  $p$  est l'ensemble  $X$  défini par l'équation implicite  $\Phi(x) = 0$

$$X = \{x \in V / \Phi(x) = 0\} \quad (1)$$

**Propriété :** si  $\Phi$  est  $k$  fois différentiable (respectivement analytique), on dit que  $X$  est une classe de  $C^k$  (respectivement analytique).

Exemple :

- La variété affine définie par  $\{x \in \mathfrak{R}^n / Ax - b\}$  est de dimension  $p$  si  $\text{rang}(A) = n-p$  et  $b \in \text{Im } A$ .
- Dans un plan  $(x_1, x_2)$ , une droite est une variété de dimension 1.
- Dans un espace  $(x_1, x_2, x_3)$  un plan d'équation  $\Phi(x_1, x_2, x_3)$  est une variété analytique de dimension 2
- La sphère de  $\mathfrak{R}^3$  définie par  $\{(x, y, z) \in \mathfrak{R}^3 / (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 - r^2 = 0\}$  est une variété analytique de dimension 2.

### Dérivées de Lie et crochet de Lie

Soit  $h$  une application de  $\mathfrak{R}^n$  dans  $\mathfrak{R}$  et  $f$  un champ de vecteurs défini par l'équation 2.

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \quad 2$$

**Définition :** on appelle dérivée de Lie de  $h$  dans la direction de  $f$ , notée  $L_f h(x)$ , la fonction définie par 3.

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial h}{\partial x_i}(x) \quad 3$$

**Notations :** les dérivées de Lie successives de l'application  $h$  suivant  $f$  seront notées par :

$$L_f^0 h = h \text{ et } L_f^k h = L_f(L_f^{k-1} h) \quad \forall k \geq 1 \quad 4$$

Par exemple, nous aurons :

$$L_f^2 h = \sum_{i,j=1}^n \left( f_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \frac{\partial h}{\partial x_j} + f_i f_j \frac{\partial^2 h}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad 5$$

**Crochet de Lie :** le crochet de Lie des champs de vecteurs  $f$  et  $g$  est le champs de vecteurs défini par :

$$L_{[f,g]} = L_f L_g - L_g L_f \text{ noté } [f, g] = L_{[f,g]} \quad 6$$

Le crochet de Lie de l'application  $h$  est défini par l'équation 7.

$$L_{[f,g]} h = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n \left( f_i \frac{\partial g_j}{\partial x_i} - g_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right) \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad 7$$

### Commandabilité des systèmes non linéaires

Soit le système non linéaire de la dimension  $n$  possédant  $m$  grandeurs de commande de la forme 8

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \text{ avec } m \leq n \quad 8$$

Un système non linéaire de la forme 8 est commande sur un domaine  $\Omega$  si et seulement si, la distribution d'accessibilité  $D(x)$  est de rang plein sur  $\Omega$ .

Dans le cas où  $n=m$ , la distribution d'accessibilité sera :

$$D(x) = [g_1(x) \mid g_2(x) \mid \cdots \mid g_n(x)] \quad 9$$

Le système sera contrôlable sur  $\Omega$  si, et seulement si, la condition 10 est vérifiée.

$$\det(D(x)) \neq 0 \quad \forall x \in \Omega \quad 10$$

Si  $n=m$ , il nous faudra tout d'abord calculer le champ de vecteurs  $\bar{g}$ .

$$\bar{g} = [g_m(x), [g_{m-1}(x), [\dots, [g_1(x), f(x)] \dots]]] \quad 11$$

La distribution  $D(x)$  est alors définie par 12 :

$$D(x) = [g_1(x) \mid \dots \mid g_m(x) \mid \bar{g}] \quad 12$$



## Annexe B

### Observabilité des systèmes non linéaires

#### Observabilité des systèmes linéaires

L'existence d'un observateur pour un système donné n'est conditionnée que par la propriété d'*observabilité*. Dans le cas des systèmes linéaires invariants dans le temps, le problème d'observabilité et de l'observateur a été complètement résolu.

#### Systèmes linéaires continus

Soit le système linéaire défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u \in \mathbb{R}^q$  représente l'entrée et  $y \in \mathbb{R}^m$  représente la sortie du système.

L'analyse de l'observabilité est basée sur une application des variables d'état et des entrées aux sorties, dite *application d'observabilité du deuxième type* :

$$\begin{aligned} y &= Cx \\ \dot{y} &= CAx + CBu \\ \ddot{y} &= CA^2x + CABu + CB\dot{u} \\ &\vdots \\ \underbrace{y^{(n-1)}}_Y &= CA^{n-1}x + \underbrace{\sum_{i=2}^n CA^{i-2}.B}_{U} u^{(n-i)} \end{aligned} \quad (2)$$

Où  $(.)^{(i)}$  représente la  $i^{eme}$  dérivée de  $(.)$ .

Cette application s'écrit alors sous la forme :

$$Y = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} x + U \Rightarrow x = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}^{-1} (Y - U) \quad (3)$$

Où  $Y$  et  $U$  sont définis dans l'équation (2)



$$Q_0 = \begin{pmatrix} C \\ CF \\ \vdots \\ CF^{n-1} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Est régulière, i.e.  $\text{rang } Q_0 = n$ .

On arrive donc aux mêmes conclusions que pour le cas continu, sauf qu'un mauvais choix de la période d'échantillonnage (non respect du théorème de Shannon) peut entraîner une perte d'observabilité.

### **Observabilité des systèmes non linéaires**

Contrairement au cas des systèmes linéaires, le concept de l'observabilité des systèmes non linéaires est plus délicat à aborder. L'une des différences majeures avec les systèmes linéaires est que l'observabilité des systèmes non linéaires peut dépendre de l'entrée.

#### **Observabilité - Observabilité locale**

Soit le système non linéaire :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (8)$$

$x \in M \subset \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^q$ ,  $y \in \mathbb{R}^m$ . Les fonctions  $f$  et  $h$  sont supposées analytiques.

Le problème de l'observabilité d'un système est celui de pouvoir retrouver à tout instant, et à partir des mesures et des entrées, une estimation de l'état à l'instant initial. Une notion importante à rappeler est la notion d'*indiscernabilité* entre deux états initiaux :

**Définition (indiscernabilité)** deux états initiaux  $x^1(t_0)$  et  $x^2(t_0)$  sont dits indiscernables, si,  $\forall t \in [t_0, t_1]$ , les sorties correspondantes  $y^1(t)$  et  $y^2(t)$  sont identiques quelle que soit l'entrée admissible  $u([t_0, t_1])$  du système.

L'observabilité est donc directement issue de cette notion :

**Définition (observabilité)** l'état  $x^0$  est observable si l'ensemble des points indiscernables de  $x^0$  se réduit à  $x^0$  i.e.  $I(x^0) = \{x^0\}$ . Le système (8) est observable si, pour tout  $x \in M$   $I(x) = \{x\}$ .

Le concept de l'observabilité globale est modifié pour introduire la notion d'observabilité locale.

**Définition** Soit  $U$  un sous ensemble de  $M$  contenant deux états initiaux  $x^1$  et  $x^2$ . on dit que  $x^1$  est  $U$ -indiscernable de  $x^2$ , si  $\forall t \geq t_0$ , les entrées correspondantes  $y^1(t)$  et  $y^2(t)$  sont identiques et si  $\forall t \geq t_0$ , les trajectoires  $x^1(t)$  et  $x^2(t)$  appartiennent à  $U$ .

**Définition (Observabilité locale)** l'état  $x^0$  est dit localement observable, si pour tout voisinage  $U$  de  $x^0$ ,  $I_U(x) = \{x\}$ .

### Observabilité faible – Observabilité faible locale

**Définition** l'état  $x^0$  est faiblement observable s'il existe un voisinage  $V$  de  $x^0$  tel que  $I(x^0) \cap V = \{x^0\}$ . Le système (8) est dit faiblement observable si pour tout  $x \in M$ ,  $I(x) \cap V = \{x\}$ .

Cela signifie qu'un état est faiblement observable s'il est le seul indiscernable dans son voisinage. Ce concept affaiblit donc le concept de l'observabilité globale.

**Définition (observabilité faible locale)** l'état  $x^0$  est dit localement faiblement observable s'il existe un voisinage  $V$  de  $x^0$  tel que pour tout voisinage  $U$  de  $x^0$  contenu dans  $V$ ,  $I_U(x^0) = \{x^0\}$ ; et le système est dit localement faiblement observable si pour tout  $x \in M$ ,  $I_U(x) = \{x\}$ .

L'avantage de l'observabilité faible locale, par rapport aux autres notions d'observabilité, est de pouvoir être formulée sous forme de rang.

### Condition de rang d'observabilité

La condition de rang d'observabilité des systèmes non linéaires est une condition duale à la condition d'observabilité des systèmes linéaires.

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned}$$

(5.1)

L'application d'observabilité s'écrit par :

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{N}_f^0 h(x, u) \\ \mathcal{N}_f^1 h(x, u) \\ \vdots \\ \mathcal{N}_f^{n-1} h(x, u) \end{bmatrix} = q(x, U)$$

(5.2) où l'opérateur différentiel  $\mathcal{N}_f$  est défini par :

$$\mathcal{N}_f h = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t}, \quad \mathcal{N}_f^i h = \mathcal{N}_f(\mathcal{N}_f^i h), \quad \mathcal{N}_f^0 h = h$$

$$U = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ u \end{bmatrix}_{(n-1)} \quad Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y \end{bmatrix}_{(n-1)}$$

Le système est globalement observable si l'application d'observabilité (5.2) peut être résolue en fonction de  $x$  dans tout le domaine de définition. Il est, par contre, souvent impossible d'établir les conditions physiques nécessaires à l'existence de l'inverse  $q^{-1}$ .

Toutefois, il a été démontré dans [31] que le système non linéaire (5.1) est localement faiblement observable, si la matrice Jacobienne de  $q(x, U)$  donnée par :

$$Q(x, U) = \frac{\partial q}{\partial x}$$

est régulière dans tout le domaine de définition de  $x$  et  $U$  i.e.  $\text{rang } Q(x, U) = n \quad \forall x \in M_x \text{ et } M_u^n$ .

### Observabilité indépendante de $u$

Si un système linéaire est observable, alors, pour toute entrée  $u(t)$  on peut reconstruire l'état initial. En effet, si on considère deux états initiaux  $x^1$  et  $x^2$ , la quantité :

$$y^1(t) - y^2(t) = C e^{At} (x^1 - x^2)$$

Ne dépend pas de l'entrée.

En général, cette propriété n'est pas vraie pour les systèmes non linéaires. Le fait qu'un système soit observable au sens de la définition ? constitue une condition nécessaire mais non suffisante pour qu'on puisse concevoir un observateur. Il se peut en effet que certaines entrées  $u$  (dites singulières), ne permettent pas de distinguer chaque couple d'états initiaux distincts.

**Définition (Entrée universelle)** Une entrée  $u$  est dite universelle pour le système (8) sur l'intervalle  $[0, t]$ , si tout couple d'états initiaux distincts  $(x^1, x^2)$  peut être distingué par les sorties sur l'intervalle  $[0, t]$ , le système étant excité pour  $u$ .

Une entrée non universelle est dite singulière.

**Remarque 1** Soit un système ayant une entrée singulière  $u^1$  et une entrée universelle  $u^2$ . L'entrée  $u(t)$  telle que :

$$\begin{cases} u(t) = u^1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ u(t) = u^2, & t > t_1 \end{cases}$$

*Est alors une entrée universelle.*

La notion d'entrée universelle permet de définir une classe intéressante de systèmes : *les systèmes uniformément observables* (ou observable quelle que soit l'entrée).

**Définition (Système uniformément observable)** *Un système dont toutes les entrées sont universelles est uniformément observable.*

### **Observabilité complète uniforme**

La définition de l'observabilité complète uniforme est propre aux systèmes linéaires à paramètres variables dans le temps aux systèmes affines en l'état.

**Définition 9 (Observabilité complète uniforme)** *considérons le système à paramètres variables*

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u \\ y = C(t)x \end{cases} \quad (11)$$

*Ce système est dit complètement uniformément observable s'il existe  $T > 0$ ,  $\alpha > 0$  et  $t_0 > 0$  tel que pour tout  $t \geq t_0$  on ait :*

$$\Gamma(t, t+T) = \int_t^{t+T} \Phi^T(\tau, t) C^T(\tau) C(\tau) \Phi(\tau, t) d\tau \geq \alpha I \quad (12)$$

*Où  $I$  est la matrice identité et  $\Phi(t, t_0)$  la matrice de transition de la partie autonome du système :*

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \Phi(t, t_0) = A(t) \Phi(t, t_0) \\ \Phi(t_0, t_0) = I \end{cases}$$

*L'inégalité matricielle (12) est basée autour de la norme Euclidienne.*

La matrice  $\Gamma(t, t+T)$  est appelée **Grammien** d'observabilité du système (11).

Si  $\Gamma(t, t+T)$  est régulière, la connaissance de l'entrée et la sortie pendant l'intervalle de temps  $[t, t+T]$  entraîne celle de l'état sur cet intervalle.